

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

IVA EMANUELLY PEREIRA LIMA

**ESTUDO DOS ASPECTOS DE DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS
ESTRUTURAIS DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS COM BASE NA
TEORIA DE FLEXÃO EM VIGAS**

Maceió
2020

IVA EMANUELLY PEREIRA LIMA

**ESTUDO DOS ASPECTOS DE DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS
ESTRUTURAIS DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS COM BASE NA
TEORIA DE FLEXÃO EM VIGAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Engenharia Civil com concentração em Estruturas.

Orientadora: Professora Dra. Aline da Silva Ramos Barboza.

Maceió

2020

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

L732e Lima, Iva Emanuely Pereira.

Estudo dos aspectos de dimensionamento de elementos estruturais de concreto reforçado com fibras com base na teoria de flexão em vigas / Iva Emanuely Pereira Lima. - 2020.

156 f. : il.

Orientadora: Aline da Silva Ramos Barboza.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2020.

Bibliografia: f. 141-153.

Apêndice: f. 154-156.

1. Concreto reforçado com fibras. 2. Dimensionamento de estruturas. 3. Fibras - Resistência de materiais. I. Título.

CDU:624.07



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC



ESTUDO DOS ASPECTOS DE DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS COM BASE NA TEORIA DE FLEXÃO EM VIGAS

IVA EMANUELLY PEREIRA LIMA

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 24 do mês de julho do ano de 2020.

Banca Examinadora:

Prof.ª Dr.ª Aline da Silva Ramos Barboza
(Orientadora – PPGEC/UFAL)

Prof. Dr. Flávio Barboza de Lima
(Avaliador Interno - PPGEC/UFAL)

Prof. Dr. Gustavo Henrique Siqueira
(Avaliador Externo – UNICAMP)

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus pelo apoio incondicional nos momentos difíceis da minha trajetória, por sempre me fortalecer a cada passo e possibilitar a realização dos meus sonhos.

Aos meus pais, Ivo José Lima e Maria José Pereira Lima, por todo o amor dedicado, por todo o esforço investido na minha formação, por terem construído uma base sólida ao meu desenvolvimento, além do apoio incondicional em todos os momentos da minha vida.

Aos meus irmãos, Ivelton Pereira Lima e Erivelton Pereira Lima, pela compreensão nos momentos que eu não pude estar presente, por sempre me incentivarem a vencer novos limites e por sempre me apoiarem em todos os planos e realizações.

À minha sobrinha, Isis Cecília Lima de Sá, por todo amor e carinho sempre reportados a mim, por todos os momentos de ensinamentos e distração, nos quais sempre me senti confortada.

Ao meu namorado, Vitor Bruno Santos Pereira, por toda a paciência e afeto de sempre, por ser meu refúgio nos momentos difíceis dessa trajetória, por seu companheirismo e incentivo durante todo esse tempo ao meu lado e por sempre torcer por esta vitória.

À Universidade Federal de Alagoas (UFAL), e a todo o quadro de professores do Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil (PPGEC), pela oportunidade de conhecimento e evolução, a partir dos quais pude desenvolver este trabalho.

À minha orientadora, Aline da Silva Ramos Barboza, pela confiança e disponibilidade depositada, pelos incentivos para seguir em frente nos momentos difíceis, por todos os ensinamentos transmitidos e pela importante participação no desenvolvimento deste trabalho.

A todos os amigos que conheci no mestrado, em especial a Andressa Nóbrega, Anne Caroline, João Marcos, Mariana Ferro, Paulo Chagas e Samara Thaís, por ótimos momentos de convivência e compartilhamento de conhecimento.

Por fim, a todos aqueles não citados, que contribuíram direta ou indiretamente para a conclusão deste trabalho e ao CNPq pela concessão da bolsa de mestrado.

RESUMO

Os concretos reforçados com fibras (CRF) apresentam uma menor propagação de fissuras e, conseqüentemente, promovem para o compósito um acréscimo de tenacidade e resistência residual. Apesar disso, o aumento dessa capacidade só acontece se o concreto for dosado e aplicado de maneira adequada e, para isso, existem códigos de referência que estabelecem aspectos de controle tecnológico e de dimensionamento para o uso do CRF. No entanto, nesses documentos, ao que refere-se a um dos aspectos de dimensionamento, a parcela de força resultante resistente das fibras é descrita para algumas aplicações específicas, onde faz-se a consideração de que a carga máxima corresponde a carga de fissuração, o que pode não se aplicar para concretos que possuam uma orientação preferencial das fibras. Diante disso, sabendo da significativa mudança que a orientação das fibras pode proporcionar, e a fim de determinar a força resultante resistente das fibras na parte tracionada de um concreto fibroso fluido, apresenta-se um estudo relacionado a proposição de um modelo de cálculo de CRF fundamentado nessa definição. O estabelecimento desse modelo foi obtido com base na teoria de flexão em vigas, a partir do ensaio de flexão a três pontos normatizado pela EN 14651 (2007), onde foram utilizadas uma amostra de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) e outra amostragem produzida com fibras poliméricas (CRFP). De acordo com o estudo realizado, verificou-se que o valor de carga máxima não correspondeu ao valor de carga de fissuração para nenhuma viga em análise e, de modo geral, percebeu-se que as cargas são estatisticamente diferentes entre si. Com base nessa diferença, definiu-se analiticamente o posicionamento da linha neutra da estrutura e determinou-se, a partir de equações de equilíbrio, um modelo de cálculo referente à força resultante resistente das fibras na parte tracionada do concreto. A partir disso, os valores obtidos por meio do modelo proposto foram comparados com os resultados determinados em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013) e de acordo com o ACI 544.8R (2016), onde verificou-se que os resultados apresentaram variações entre si. A fim de investigar essas variações, fez-se uma análise dos parâmetros de sensibilidade das equações e conclui-se que o modelo de cálculo proposto não apresenta nenhum parâmetro de influência no contexto analisado, o que evidenciou que a equação analítica desenvolvida neste trabalho pode ser preliminarmente validada para o dimensionamento de elementos estruturais de CRF.

Palavras-chave: Concreto Reforçado com Fibras; Orientação Preferencial das Fibras; Força Resultante Resistente das Fibras; Dimensionamento de Elementos de CRF.

ABSTRACT

The fibers reinforced concretes (FRC) has less crack propagation and, consequently, promotes an increase in tenacity and residual strength for the composite. In spite of this, the increase in this capacity only happens if the concrete is dosed and applied properly and, for this, there are reference codes that establish aspects of technological control and sizing for the use of the FRC. However, in these documents, with respect to one of the sizing aspects, the resulting resistant strength portion of the fibers is described for some specific applications, where it is considered that the maximum load corresponds to the crack load, which may not apply to concretes that have a preferential fiber orientation. In view of this, knowing the significant change that the orientation of the fibers can provide, and in order to determine the resulting resistant strength of the fibers in the tensioned part of a fluid fibrous concrete, a study related to the proposal of a model for calculating the FRC based on that definition. The establishment of this model was obtained based on the theory of bending in beams, from the three-point bending test standardized by EN 14651 (2007), where a sample of reinforced concrete with steel fibers (SFRC) and another sample were used produced with polymeric fibers (PFRC). According to the study, it was found that the maximum load value did not correspond to the crack load value for any beam under analysis and, in general, it was noticed that the loads are statistically different from each other. Based on this difference, the positioning of the neutral line of the structure was analytically defined and, from equilibrium equations, a calculation model was determined for the resulting resistant strength of the fibers in the tensioned part of the concrete. From this, the values obtained through the proposed model were compared with the results determined in accordance with the FIB Model Code 2010 (2013) and according to ACI 544.8R (2016), where it was found that the results showed variations. In order to investigate these dispersions, an analysis of the sensitivity parameters of the equations was made and it is concluded that the proposed calculation model does not present any parameter of influence in the analyzed context, which showed that the analytical equation developed in this work can be preliminarily validated for the sizing of FRC structural elements.

Keywords: Fiber Reinforced Concrete; Preferential Fiber Orientation; Resulting Resistant Strength of the Fibers; Sizing of FRC Elements.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Mecanismo de transferência de tensões entre a matriz e as fibras.....	24
Figura 2: Microfibras poliméricas.....	29
Figura 3: Macrofibras poliméricas.....	30
Figura 4: Determinação da tenacidade a partir da área sob a curva carga-deslocamento.	32
Figura 5: Determinação da resistência residual a partir da aplicação da tensão de confinamento por meio de força hidrostática.	33
Figura 6: Esquema da solicitação da peça após o ensaio de flexão.....	36
Figura 7: Ensaio de flexão a três pontos.....	37
Figura 8: Curva obtida por meio do ensaio EN 14651 (2007) para concreto usual (área sombreada) e CRF.	38
Figura 9: Determinação gráfica da carga correspondente ao limite de proporcionalidade em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013).	41
Figura 10: Representação gráfica da obtenção do limite de proporcionalidade de acordo com o ACI 544.8R (2016).	42
Figura 11: Leis constitutivas pós-fissuração de acordo com a abertura de fissura.....	43
Figura 12: Representação do diagrama de deformações e o esquema referente a distribuição das tensões/resistências conforme o FIB Model Code 2010 (2013).	45
Figura 13: Representação do diagrama de deformações e o esquema referente a distribuição das tensões/resistências conforme o ACI 544.8R (2016).	46
Figura 14: Esquematização da curva carga/deslocamento do CRF.....	50
Figura 15: Comportamento típico de CRF	51
Figura 16: Ilustração da teoria de flexão em vigas de Euler-Bernoulli.	53
Figura 17: Curva granulométrica do agregado miúdo.....	58
Figura 18: Curva granulométrica do agregado graúdo.....	60
Figura 19: Formas preenchidas e niveladas com concreto fresco.	69
Figura 20: Ilustração do procedimento do ensaio.....	70
Figura 21: Procedimento de ensaio prático	70
Figura 22: Medição do espalhamento.....	71
Figura 23: Ensaio de caracterização mecânica	72
Figura 24: Procedimento da realização do entalhe.....	72
Figura 25: Viga após a execução do entalhe.	73
Figura 26: Interface do software ITOM.	76

Figura 27: Posicionamento do LVDT na máquina universal.	77
Figura 28: Adequação do sistema de aquisição de dados.	78
Figura 29: Imposição dos deslocamentos a partir da máquina universal de ensaio Shimadzu.	78
Figura 30: Posicionamento da câmera para calibração e ensaio.	80
Figura 31: Montagem inicial do procedimento de ensaio	81
Figura 32: Montagem do procedimento de ensaio.	82
Figura 33: Montagem do experimento.	83
Figura 34: Ilustração dos resultados obtidos pelo ensaio.	84
Figura 35: Realização do ensaio descrito.	85
Figura 36: Detalhes do espalhamento da produção 1 do CRFA.	88
Figura 37: Detalhes do espalhamento da produção 1 do CRFP	89
Figura 38: Resistência residual para deslocamentos específicos - analogia com o estudo de Oehlers et al. (2010).	96
Figura 39: Determinação da tenacidade do CRFP e CRFA – analogia com o estudo de Figueiredo e Helene (1997).	97
Figura 40: Elemento estrutural estudado e seus respectivos componentes.	110
Figura 41: Padrão de fissuração de um CRF que não apresenta orientação preferencial das fibras.	111
Figura 42: Determinação da altura da primeira fissura referente à viga V8 (CRFA).	112
Figura 43: Determinação da altura da primeira fissura referente à viga V8 (CRFP).	113
Figura 44: Representação da altura de tração correspondente à resposta plástica do elemento estudado.	115
Figura 45: Alturas pré-estabelecidas analisadas referentes ao posicionamento da linha neutra do elemento estudado.	118
Figura 46: Representação da seção transversal do elemento e o seu respectivo diagrama de deformações.	120
Figura 47: Concepção do diagrama de deformações do elemento estrutural e o esquema referente a distribuição das resistências.	121
Figura 48: Simplificação e detalhamento das resistências.	121
Figura 49: Representação das resistências do CRF.	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Classificação e geometria das fibras de aço para reforço de concreto.	27
Tabela 2: Especificações das fibras de aço para uso em concreto.....	28
Tabela 3: Detalhamento dos ensaios que podem ser utilizados no CRF.	35
Tabela 4: Classes de resistências residuais obtidas pelo ensaio EN 14651 (2007).	40
Tabela 5: Fatores parciais de segurança.	45
Tabela 6: Resumo de algumas pesquisas referentes ao CRFA desenvolvidas nos últimos 10 anos.....	53
Tabela 7: Resumo de algumas pesquisas referentes ao CRFP desenvolvidas nos últimos 10 anos.	54
Tabela 8: Ensaio e normas utilizadas para a caracterização dos agregados.....	58
Tabela 9: Caracterização do agregado miúdo.....	59
Tabela 10: Caracterização do agregado graúdo.....	60
Tabela 11: Propriedades de finura do CP V ARI RS.	61
Tabela 12: Características do resíduo do beneficiamento de mármore e granito.....	61
Tabela 13: Características do aditivo superplastificante.	62
Tabela 14: Propriedades das fibras de aço.....	63
Tabela 15: Propriedades das fibras poliméricas.	64
Tabela 16: Proporções dos materiais da dosagem.	66
Tabela 17: Consumo de materiais por m ³	67
Tabela 18: Resultados do ensaio no estado fresco – CRFA.	87
Tabela 19: Resultados do ensaio no estado fresco – CRFP.....	89
Tabela 20: Resultados referentes a caracterização mecânica dos CPs da produção 1 do CRFA.	90
Tabela 21: Resultados referentes a caracterização mecânica dos CPs da produção 2 do CRFA.	90
Tabela 22: Resultados referentes a caracterização mecânica do CRFP.	91
Tabela 23: Resultados do CRFA obtidos com a curva carga <i>versus</i> abertura de fissura.	92
Tabela 24: Resultados do CRFP obtidos com a curva carga <i>versus</i> abertura de fissura.	93
Tabela 25: Resultados obtidos de carga máxima e carga pós-pico referentes as vigas com fibras de aço.....	98
Tabela 26: Resultados obtidos de carga máxima e carga de fissuração referentes as vigas com fibras de aço.....	99

Tabela 27: Avaliação das distribuições através do teste de K-S para um nível de significância de 5% (fibras de aço).....	100
Tabela 28: Avaliação das distribuições através do teste de K-S para um nível de significância de 1% (fibras de aço).....	101
Tabela 29: Avaliação da normalidade das amostras através do teste de Shapiro-Wilk (fibras de aço).	102
Tabela 30: Variação entre as duas variáveis avaliadas (fibras de aço).....	102
Tabela 31: Aplicação do teste de Kruskal-Wallis (fibras de aço).	104
Tabela 32: Resultados obtidos de carga máxima e carga de fissuração referentes as vigas com fibras poliméricas.	104
Tabela 33: Avaliação das distribuições através do teste de K-S para um nível de significância de 5% (fibras poliméricas).....	106
Tabela 34: Avaliação das distribuições através do teste de K-S para um nível de significância de 1% (fibras poliméricas).....	106
Tabela 35: Avaliação da normalidade das amostras através do teste de Shapiro-Wilk (fibras poliméricas).	107
Tabela 36: Variação entre as duas variáveis avaliadas (fibras poliméricas).	107
Tabela 37: Aplicação do teste de Kruskal-Wallis (fibras poliméricas).....	109
Tabela 38: Altura referente a primeira fissura da amostra estudada de CRFA.	112
Tabela 39: Altura referente a primeira fissura da amostra estudada de CRFP.....	113
Tabela 40: Pontos de evolução de tensão ao longo da fissura em função do tempo de processamento.	115
Tabela 41: Valores de tensão em função da altura do centroide.	119
Tabela 42: Variação referente à tensão de tração final do CRFA em conformidade com as diferentes análises realizadas.....	129
Tabela 43: Variação referente à tensão de tração final do CRFP em conformidade com as diferentes análises realizadas.....	129
Tabela 44: Parâmetros de sensibilidade referentes à equação do FIB Model Code 2010 (2013) – Vigas de CRFA.....	131
Tabela 45: Parâmetros de sensibilidade referentes à equação do FIB Model Code 2010 (2013) – Vigas de CRFP.	132
Tabela 46: Parâmetros de sensibilidade referentes à equação do ACI 544.8R (2016) – Vigas de CRFA.....	133

Tabela 47: Parâmetros de sensibilidade referentes à equação do ACI 544.8R (2016) – Vigas de CRFP. 133

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
ANOVA	Análise de Variância
ASTM	American Society for Testing Materials
CASAL	Companhia de Saneamento de Alagoas
CMOD	Crack Mouth Opening Displacement
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CNR	Consiglio Nazionale delle Ricerche
CRF	Concreto Reforçado com Fibras
CRFA	Concreto Reforçado com Fibras de Aço
CRFP	Concreto Reforçado com Fibras Poliméricas
CV	Coeficiente de Variação
CP	Corpo de Prova
DBV	Deutscher Beton- Und Bautechnik-Verein E.V
FF	Fator de Forma
FIB	Fédération Internationale du béton
ITZ	Zona de Interface Fibra-matriz
JCSS	Joint Committee for Structural Safety
K – S	Kolmogorov-Smirnov
LCCV	Laboratório de Computação Científica e Visualização
LEMA	Laboratório de Estruturas e Materiais
LVDT	Transdutor de Deslocamento Variável Linear
NBR	Norma Brasileira
NBR NM	Norma Brasileira Norma Mercosul
PCA	Portland Cement Association
PRF	Polímero Reforçado com Fibras
RBMG	Resíduo de Beneficiamento do Mármore e Granito
SAG5	FIB Special Activity 5
UFAL	Universidade Federal de Alagoas
VP	Volume da Pasta
VPB	Volume de Agregado Miúdo
VP12	Volume de Agregado Graúdo

LISTA DE SÍMBOLOS

f_{R1k}	resistência residual à flexão correspondente à abertura de fissura de 0,5 mm
f_{R3k}	resistência residual à flexão correspondente à abertura de fissura de 2,5 mm
f_{Lk}	carga máxima dentro do intervalo de abertura de fissura entre 0 e 0,05 mm
$f_{ct,L}^f$	limite de proporcionalidade
f_{Fts}	tensão residual característica relacionada ao estado limite de serviço
f_{Ftuk}	tensão de tração característica do concreto reforçado com fibras
f_{Ftud}	tensão de tração final no concreto reforçado com fibras
w_u	limite máximo de abertura de fissura
$CMOD3$	abertura de fissura correspondente a 2,5 mm
l	vão de ensaio
b	largura do corpo de prova
h_{sp}	distância entre o topo do entalhe e a face superior do corpo de prova
d	altura útil do corpo de prova
c	cobrimento nominal da estrutura
ϑ	diâmetro da armadura transversal
$\emptyset$	diâmetro da armadura longitudinal
δ	deslocamento axial
ε_{cu}	deformação de compressão final do concreto reforçado com fibras
ε_{su}	deformação de tração final do reforço convencional
ε_{Fu}	deformação de tração final do concreto reforçado com fibras
f_{cd}	resistência de projeto à compressão do concreto reforçado com fibras
M_{rd}	momento resistente da estrutura
σ_{cr}	tensão inicial de fissuração do concreto reforçado com fibras
ε_{ctop}	deformação de compressão final do concreto reforçado com fibras
ε_{cr}	deformação inicial de fissuração do concreto reforçado com fibras
ε_{trn}	deformação de tração final do concreto reforçado com fibras
F_{c1}	resistência de projeto à compressão do concreto reforçado com fibras
F_{t1}	tensão de fissuração do concreto reforçado com fibras
F_{t2}	tensão de tração final do concreto reforçado com fibras
f_{su}	tensão de tração final do reforço convencional
γ_F	fator parcial de segurança para o concreto reforçado com fibras em tensão

$P_{m\acute{a}x}$	carga máxima do concreto reforçado com fibras
P_{fiss}	carga de fissuração do concreto reforçado com fibras
P_{pico}	carga pós-pico do concreto reforçado com fibras
ρ_c	massa específica do cimento
ρ_{rc}	massa específica do RBMG
ρ_a	massa específica da água
ρ_{sp}	massa específica do superplastificante
ρ_{pb}	massa específica do agregado miúdo
ρ_b	massa específica do agregado graúdo
σ_{MU}	resistência última da matriz é trao direta na ausência da fibra
τ_{FU}	máxima tensão tangencial de atrito
D_{final}	diâmetro de espalhamento final da mistura
r/c	relação RBMG/cimento
a/c	relação água/cimento
sp/c	relação superplastificante/cimento

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Comentários Iniciais	17
1.2	Objetivos da Pesquisa	19
1.2.1	Objetivo geral.....	19
1.2.2	Objetivos específicos	19
1.3	Justificativa do Trabalho.....	19
1.4	Delimitação da Pesquisa	21
1.5	Organização do Texto	21
2	REFERENCIAL TEÓRICO	23
2.1	Concreto Reforçado com Fibras (CRF)	23
2.1.1	Concreto reforçado com fibras de aço (CRFA)	26
2.1.2	Concreto reforçado com fibras poliméricas (CRFP).....	29
2.2	Caracterização Estrutural do Concreto com Fibras.....	31
2.3	Métodos de Ensaio Para Caracterização do CRF	34
2.3.1	Ensaio de flexão a três pontos (EN 14651, 2007)	36
2.4	FIB Model Code 2010 (2013).....	39
2.5	ACI 544.8R (2016)	41
2.6	Aspectos de Dimensionamento do CRF	43
2.7	Orientação Preferencial das Fibras.....	48
2.8	Teoria de Flexão em Vigas	52
2.9	Algumas Considerações Sobre o Capítulo	53
3	METODOLOGIA	57
3.1	Caracterização dos Materiais.....	57
3.1.1	Agregado miúdo.....	57
3.1.2	Agregado graúdo.....	59
3.1.3	Cimento	60
3.1.4	Adição mineral	61
3.1.5	Água	62
3.1.6	Aditivo superplastificante	62
3.1.7	Fibras de aço	63
3.1.8	Fibras poliméricas	63
3.2	Definição da Dosagem.....	64
3.3	Produção, Moldagem e Cura dos Concretos	68

3.4	Ensaio no Estado Fresco	69
3.5	Ensaaios de Caracterização Mecânica	71
3.6	Preparação das Amostras.....	72
3.7	Caracterização dos Equipamentos	73
3.7.1	Transdutor de deslocamento variável linear – LVDT	73
3.7.2	Sistema de Aquisição – Spider 8.....	74
3.7.3	Máquina de ensaio Shimadzu e controlador Trapezium X	74
3.7.4	Câmera	75
3.7.5	Software ITOM	75
3.8	Calibração dos Equipamentos	77
3.8.1	Ajuste do LVDT.....	77
3.8.2	Ajuste da câmera	79
3.9	Aplicação do Ensaio Normatizado pela EN 14651 (2007)	80
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	87
4.1	Ensaio no Estado Fresco	87
4.1.1	Fibras de aço	87
4.1.2	Fibras poliméricas	88
4.2	Determinação da Resistência à Compressão	90
4.2.1	Fibras de aço	90
4.2.2	Fibras poliméricas	91
4.3	Resultados Obtidos com o Ensaio da Norma EN 14651 (2007)	92
4.3.1	Fibras de aço	92
4.3.2	Fibras poliméricas	93
4.4	Análise Estatística dos Resultados Referentes a Carga.....	98
4.4.1	Fibras de aço	98
4.4.2	Fibras poliméricas	104
4.5	Definição do Posicionamento da Linha Neutra	109
4.5.1	Determinação da altura de tração referente a resposta plástica.....	111
4.5.2	Definição da altura de tração das respostas plástica e elástica.....	117
4.6	Determinação da Força Resultante Resistente de Tração Final do Concreto.....	120
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	136
5.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	139
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	141
	APÊNDICE A – DETERMINAÇÃO DA EQUAÇÃO ANALÍTICA.....	154

1 INTRODUÇÃO

1.1 Comentários Iniciais

O emprego do concreto reforçado com fibras (CRF) vem aumentando gradativamente em escala mundial e vem passando por diversos avanços desde o ano de 1970. Essa evolução vem acontecendo porque diversos estudos passaram a ser desenvolvidos, dentre eles, destacam-se os relacionados à pesquisa e ao desenvolvimento envolvendo a matriz, as fibras e a interface fibra-matriz (DI PRISCO; PLIZZARI; VANDEWALLE, 2009). No entanto, esse tipo de compósito também apresenta algumas limitações tecnológicas e, por causa delas, a sua utilização em algumas aplicações específicas é atenuada (NAAMAN, 2003; LOPES, 2005).

Em virtude dessas limitações tecnológicas, como por exemplo o efeito negativo da redução da trabalhabilidade do compósito com a incorporação das fibras e a dispersão aleatória dessas fibras na matriz, o desenvolvimento teórico/técnico do CRF necessitou de mais de 50 anos para que houvesse a difusão desse tipo de concreto pelo mundo (NAAMAN; SHAH, 1975). Os aspectos relacionados à trabalhabilidade do compósito e ao espalhamento das fibras na matriz, como também outros aspectos que dificultam a disseminação do CRF, foram estudados a fim de não mais prejudicar a performance desse tipo de concreto.

Após diversos estudos, percebeu-se que os aspectos negativos citados poderiam ser revertidos com o uso dos aditivos superplastificantes. Esses aditivos fazem com que a matriz se torne fluida e, conseqüentemente, apresente-se como um fator importante ao ser utilizado conjuntamente com a adição de fibras no concreto (RILEM, 2006; MARTINIE; ROSSI; ROUSSEAL, 2010). Essa matriz garante uma maior uniformidade na distribuição das fibras, propicia uma melhoria na interface fibra-matriz e proporciona um aumento na tenacidade e na resistência residual do compósito (FERRARA; PARK; SHAH, 2007).

Em síntese, a fluidez do compósito permite que a distribuição das fibras ocorra de maneira uniforme, sendo possível utilizar o fluxo de lançamento do concreto para orientar as fibras, permitindo concentrá-las nos locais e nas direções de maiores tensões (MARTINIE; ROUSSEL, 2011; FERRARA, 2015). Um volume de fibras dispostas na direção do esforço de tração pode proporcionar um aumento de 130% na resistência à tração, enquanto que o mesmo volume distribuído aleatoriamente atinge valores em torno de 60% de aumento (MARTINIE; ROUSSEL, 2011; VASSANELI *et al.*, 2012; LARANJEIRA *et al.*, 2012; BARBOZA, 2016).

A partir desse avanço, as pesquisas com o concreto reforçado com fibras passaram a evidenciar a aplicação das fibras como material estrutural e focaram nas relações constitutivas para o dimensionamento das estruturas (GARCÍA-TAENGUA *et al.*, 2015). A utilização desse tipo de concreto com finalidade estrutural vem se consolidando ao longo dos últimos 15 anos com o desenvolvimento de conceitos de mecânica da fratura para descrever sua resistência residual à tração devido ao mecanismo de ponte de transferência de tensões (DI PRISCO; COLOMBO; DOZIO, 2013; GARCÍA-TAENGUA *et al.*, 2015).

Ao que se refere à escala mundial, essa tendência de crescimento é exemplificada pelo surgimento de diversos códigos internacionais (DBV, 2001; CNR, 2006; FIB, 2013; ACI, 2016). No que se refere ao Brasil, a falta de normatizações brasileiras referentes ao concreto reforçado com fibras faz com que os profissionais, que trabalham com esse tipo de material no país, baseiem o seu dimensionamento em documentos estrangeiros. Dentre esses documentos, com o objetivo de utilizar o CRF para fins estruturais, pode-se destacar o material descrito tanto no FIB Model Code 2010 (2013) quanto no ACI 544.8R (2016).

Nesses códigos, estão representados os aspectos de dimensionamento que devem ser considerados para conceber um projeto estrutural produzido com elementos de concreto reforçado com fibras, como por exemplo, está descrita a equação referente à força resultante resistente das fibras para o dimensionamento de elementos de CRF, onde deve-se garantir que o projeto satisfaça os requisitos de resistência e manutenção para a vida útil dos elementos. Esse projeto deve ser baseado no estudo da resistência residual fornecida pelo reforço das fibras, em que são observadas as aberturas de fissuras na parte tracionada do concreto a partir de leis constitutivas, onde estas podem ser deduzidas a partir dos resultados de ensaios de flexão.

No entanto, para o estudo dessas leis, os códigos citados não consideram a orientação das fibras como um fator de interferência na determinação da força resultante resistente das fibras na parte tracionada do concreto, como investigado nesse trabalho, pois consideram que a carga máxima corresponde a carga de fissuração, ao utilizar fibras dispersas na matriz, e baseiam seus estudos nessa hipótese. Outrossim, nesses documentos, a resultante das fibras utilizada nas suas equações de dimensionamento é determinada para situações específicas, onde não se conhece a validade do uso dessa resultante em aplicações experimentais gerais.

Diante disso, e sabendo da significativa mudança que a orientação preferencial das fibras pode proporcionar ao concreto, ao utilizar uma matriz fluida por exemplo, a fim de obter o posicionamento e a resultante das fibras de um modelo de concreto fluido reforçado com fibras, surge a necessidade da quantificação da parcela específica da força resultante resistente

desses elementos, de modo a uniformizar e contribuir com o estabelecimento de diretrizes para o dimensionamento de estruturas de CRF no Brasil.

A partir dessa problemática, apresenta-se um estudo relacionado à determinação da força referente a resultante das fibras na parte tracionada de um concreto fluido e a proposta de um modelo de cálculo de CRF fundamentado nessa definição. A mensuração da resultante foi obtida com base na teoria de flexão em vigas, a partir da caracterização do comportamento mecânico do CRF, executada por meio do ensaio de flexão a três pontos normatizado pela EN 14651 (2007), onde utilizou-se uma amostra de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) e outra amostragem de concreto reforçado com fibras poliméricas (CRFP).

1.2 Objetivos da Pesquisa

1.2.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo determinar a força resultante resistente das fibras na parte tracionada de um concreto fluido reforçado com fibras e, com isso, propor um modelo de cálculo de CRF fundamentado nessa definição.

1.2.2 Objetivos específicos

Para tanto, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Determinar os valores correspondentes a carga máxima e carga de fissuração referentes a amostra ensaiada;
- Definir a correlação existente entre a carga máxima e a carga de fissuração;
- Estabelecer o posicionamento da linha neutra da estrutura.

1.3 Justificativa do Trabalho

A incorporação de fibras ao concreto propicia para o compósito um aumento na ductilidade e tenacidade, melhora o controle do processo de abertura de fissuras, amplia a resistência ao impacto e, principalmente, promove uma resistência ao concreto pós-fissuração, na qual as fibras interceptam a progressão das fissuras, evitando uma ruptura brusca do elemento de CRF (DI PRISCO; COLOMBO; DOZIO, 2013). No entanto, ao incorporar as

fibras na matriz, há um efeito negativo na redução da trabalhabilidade do compósito, o que prejudica a dispersão dessas fibras no concreto (NAAMAN; SHAH, 1975).

Diante disso, essa perda de trabalhabilidade pode ser revertida com o uso dos aditivos superplastificantes, como mencionado anteriormente, onde essa composição garante uma maior uniformidade na distribuição das fibras e propicia uma melhoria na interface fibra-matriz (FERRARA; PARK; SHAH, 2007; TORRENTS *et al*, 2012). Dessa forma, é justificável o emprego do concreto fluido reforçado com fibras, incorporando aditivo superplastificante para melhoria da coesão e fluidez do compósito.

Ademais, para o máximo aproveitamento das propriedades do concreto reforçado com fibras para fins estruturais, devem ser utilizadas fibras que garantam um efetivo reforço no elemento (VASANELLI *et al.*, 2014). Sendo assim, as fibras de aço foram selecionadas por apresentarem alta rigidez e garantirem um aumento na carga de fissuração (AL HAZMI *et al.*, 2012), para a confecção do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA), enquanto que as fibras poliméricas foram escolhidas por terem uma boa resistência mecânica, além de possuírem aplicação mesmo em meios corrosivos (TANCREZ; RIETSCH; PABIOT, 1994), para a confecção do concreto reforçado com fibras poliméricas (CRFP).

No entanto, mesmo ciente das características que os materiais utilizados no CRF devem possuir, para um efetivo aproveitamento desse tipo de concreto para fins estruturais, é necessária uma normatização que oriente e direcione o profissional que trabalha com esse material. Dessa forma, a falta de normatizações brasileiras referentes ao concreto reforçado com fibras faz com que os profissionais, que trabalham com esse tipo de material no país, baseiem o seu dimensionamento e controle tecnológico em normas estrangeiras, como mencionado na seção anterior.

De modo a colaborar com o desenvolvimento tecnológico do concreto reforçado com fibras no Brasil, o grande desafio deste trabalho é desenvolver um modelo de cálculo referente ao concreto fluido reforçado com fibras, em que este modelo de dimensionamento permitirá uma análise do comportamento mecânico do CRF, avaliado por meio de ensaios de flexão em prismas. A partir disso, e sabendo que ainda não existe norma nacional para avaliar o comportamento mecânico desse tipo de compósito, o presente trabalho serve de contribuição para tornar o CRF um material estrutural mais confiável no país.

1.4 Delimitação da Pesquisa

O trabalho se limita a proposição de um modelo de cálculo de um concreto fluido reforçado com fibras, por meio do ensaio de flexão a três pontos normatizado pela EN 14651 (2007), procedimento baseado no sistema fechado de controle de velocidade (*closed-loop*), que exige uma instrumentação complexa e sofisticada, que pode não estar presente em alguns dos centros de pesquisa e laboratórios brasileiros de controle tecnológico.

Além disso, a análise limita-se tanto à utilização de fibras metálicas em um teor volumétrico de 0,40%, para as vigas de CRFA, quanto à utilização de fibras poliméricas em um teor de 1,00%, para as vigas com CRFP. Isso mostra que os resultados obtidos, por meio deste trabalho, não podem ser extrapolados como uma correlação geral para qualquer teor e tipo de fibra, visto o grande número de parâmetros que limitam e influenciam o comportamento de pós-fissuração do CRF.

1.5 Organização do Texto

O trabalho está estruturado em 5 capítulos, que vai desde a definição da área de estudo até as considerações finais e contribuições para pesquisas futuras, onde esta seção apresenta a organização dos capítulos do presente trabalho.

O capítulo 1 trata da definição da área de estudo e a contextualização do tema, em que foi apresentada uma breve descrição do problema, retratando os objetivos, a justificativa, as delimitações e a estrutura do trabalho.

O capítulo 2 aborda uma revisão bibliográfica à respeito dos concretos reforçados com fibras (CRF), abrangendo a fundamentação teórica referente aos concretos reforçados tanto com fibras de aço (CRFA) quanto com fibras poliméricas (CRFP), mostrando a caracterização estrutural geral desse tipo de concreto, onde apresenta também os aspectos de dimensionamento do CRF a partir do FIB Model Code 2010 (2013) e por meio do ACI 544.8R (2016), dando ênfase no ensaio de flexão a três pontos (EN 14651, 2007).

O capítulo 3 descreve a metodologia de obtenção e caracterização mecânica do CRFA e CRFP, onde mostra todo o procedimento utilizado no trabalho, que vai desde a descrição das características dos materiais, passando pela definição da dosagem, produção, moldagem e cura dos concretos, apresentação dos ensaios no estado fresco e endurecido, preparação das amostras, caracterização dos equipamentos e aplicação do ensaio normatizado pela EN 14651 (2007).

O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos referentes aos ensaios no estado fresco e endurecido, mostra também os resultados provenientes do ensaio de flexão a três pontos, onde foi feita uma análise estatística, e representa a definição do posicionamento da linha neutra da estrutura, bem como ilustra a determinação da força resultante resistente das fibras na parte tracionada do concreto a partir do ensaio de flexão.

O capítulo 5 trata das considerações finais, onde também foi verificado o alcance dos objetivos propostos inicialmente e apresenta sugestões para a continuidade de trabalhos futuros.

Ao final, estão dispostas as referências que compõem o embasamento teórico deste estudo e o apêndice desenvolvido durante a execução da pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, os conceitos iniciais sobre o concreto reforçado com fibras (CRF) são apresentados juntamente com a fundamentação teórica referente ao concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) e ao concreto reforçado com fibras poliméricas (CRFP). Baseado nesses compósitos, também estão descritos os métodos de ensaio para caracterização do CRF, com ênfase no ensaio de flexão a três pontos (EN 14651, 2007), os aspectos de dimensionamento para caracterização estrutural do concreto e uma breve explicação relacionada à orientação preferencial das fibras. Para apresentação dos aspectos de dimensionamento, foram utilizados os materiais ilustrados tanto no FIB Model Code (2010) quanto no ACI 544.8R (2016), bem como as hipóteses da Teoria de Flexão em Vigas.

2.1 Concreto Reforçado com Fibras (CRF)

O concreto simples apresenta uma baixa capacidade de deformação antes da ruptura, quando submetido à esforços de tração, e os seus elementos rompem-se abruptamente após a abertura da primeira fissura. De acordo com Mehta e Monteiro (2014), ao fissurar, a capacidade do concreto de resistir aos esforços de tração é ultrapassada e isso ocorre devido à incapacidade do compósito em interromper a formação de fissuras e microfissuras em sua matriz.

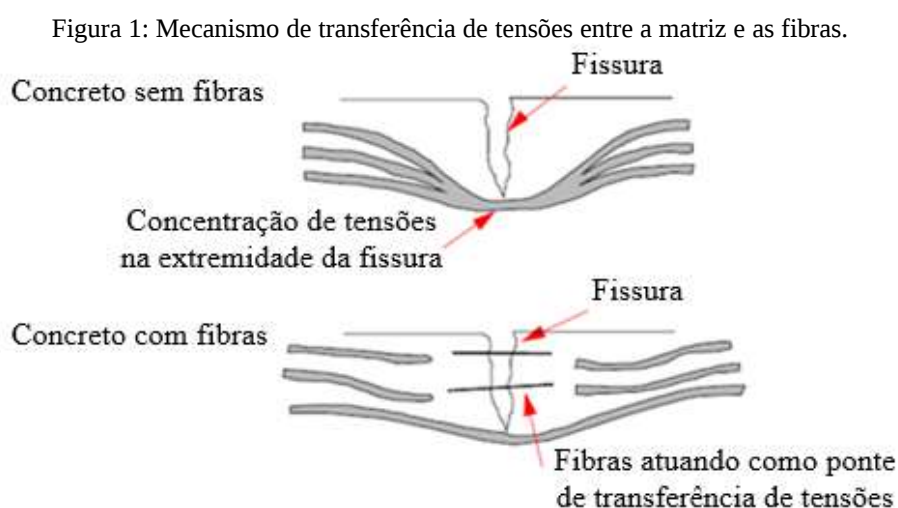
Diante desse comportamento frágil do concreto simples à esforços de tração, surgiram diversas alternativas tecnológicas para compensar essas limitações, como é o caso da adição de fibras como reforço ao concreto. Os concretos com adição de fibras (CRF) são definidos como compósitos, cujas fases principais são o concreto (matriz) e as fibras, as quais podem ser produzidas a partir de diferentes composições, como aço, vidro, polipropileno, dentre outros materiais (LOPES, 2005; FIGUEIREDO, 2011).

No entanto, para que a adição das fibras no concreto ocorra de forma satisfatória, diversas pesquisas começaram a ser realizadas. Os primeiros estudos foram iniciados no final da década de 50 pela Associação de Cimento Portland (PCA) nos Estados Unidos, entretanto, somente no final da década de 60 e início da década de 70 que as investigações foram devidamente impulsionadas, onde essas pesquisas foram desenvolvidas com fios metálicos com pequeno espaçamento entre si e fibras metálicas aleatoriamente distribuídas (DI PRISCO; COLOMBO; DOZIO, 2013; NAAMAN; SHAH, 1975).

Ainda na década de 70, nos Estados Unidos, passaram a ser desenvolvidas demonstrações de aplicação de CRF em pavimentação, lajes de piso, materiais refratários e

produção de concreto, em que a primeira aplicação comercial de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) foi executada em uma estação de pesagem de caminhões em Ohio no ano de 1971. Neste estudo, percebeu-se que a adição de fibras propiciou um aumento significativo na tenacidade do compósito, muito além da resistência à fissuração do concreto (HOFF, 1986; HANNANT, 1994).

Esse aumento significativo da tenacidade acontece porque os elementos de concreto reforçados com fibras possuem uma maior capacidade de interromper a propagação de fissuras porque as fibras agem como pontes de transferência de tensões entre elas. Ao atuar como “ponte”, vai ocorrer a redistribuição dos esforços na matriz, de maneira a aumentar a energia associada à ruptura do material, fazendo com que a velocidade de abertura das fissuras seja minorada (JANSSON, 2011; LIAO *et al.*, 2014; MEHTA; MONTEIRO, 2014). Como forma de ilustração, o fenômeno de transferência de tensões por meio das fibras pode ser visto na Figura 1.



Fonte: Adaptado de Mehta e Monteiro (2014).

Ao observar a Figura 1, percebe-se que o concreto sem fibras apresenta uma concentração de tensões na extremidade da fissura, enquanto no concreto reforçado, as fibras atuam como ponte de transferência de esforços, como mencionado nos parágrafos anteriores. Segundo Bentur e Mindess (2007), isso mostra como ocorre a principal atuação das fibras, que é no estágio de pós-fissuração do concreto, onde estas inibem a progressão das fissuras, garantindo que, mesmo após a fissuração do compósito, haja uma capacidade resistiva que restringe a ruptura brusca do material.

Dessa forma, as fibras absorvem o carregamento aplicado e, conseqüentemente, aumentam a tenacidade e a resistência residual do compósito. No entanto, para que isso ocorra

de maneira significativa e aconteça uma efetiva transferência de esforços, o desempenho das fibras no concreto está associado, principalmente, ao teor da fibra, fator de forma da fibra (relação de aspecto) e pela aderência fibra-matriz (SHAH; RANGAN, 1970; HANNANT, 1994).

Caso as fibras apresentem as mesmas características, à medida que se aumenta o teor de fibras, maior será o número delas atuando como ponte de transferência de tensão ao longo da fissura. Caso o número de fibras presente na seção de ruptura aumente, maior será o número de cargas e, portanto, maior será a resultante de tração e melhor será a capacidade resistente do compósito (FIGUEIREDO, 2011). Dessa maneira, se utilizada o mesmo tipo de fibra, o aumento no teor de fibras leva progressivamente a um aumento da tenacidade do compósito no pós-fissuração (CAMPIONE; FOSSETTI; PAPIA, 2010).

No entanto, o volume de fibras deve ser definido de acordo com o tipo de fibra e tecnologia de mistura que serão empregadas, pois somente adicionar elevados teores de fibras, sem preocupar-se com esses dois fatores, intensifica a tendência de formação de novelos de fibras e leva a um aumento significativo da área superficial do esqueleto granular, o que demanda um maior consumo de pasta para garantir uma boa aderência fibra-matriz (ACI 544-1R, 1996).

Ao que corresponde ao fator de forma ou relação de aspecto, o desempenho após a fissuração do concreto depende muito da geometria da fibra que está sendo utilizada (FIGUEIREDO, 2011; LIAO *et al.*, 2014). De acordo com a NBR 15530 (2007), o fator de forma é definido como a relação entre o comprimento e o diâmetro da circunferência virtual da fibra, cuja área é equivalente à seção transversal da mesma.

Como o fator de forma é determinado a partir da relação entre o comprimento e o diâmetro da fibra, ao aumentar o comprimento da fibra ou reduzir a sua seção transversal, o valor da relação de aspecto será maior. De modo geral, o diâmetro deve variar entre 0,25 mm e 0,75 mm. Caso as fibras apresentem as mesmas características, quanto maior for o fator de forma, maior será a capacidade resistente após a fissuração do concreto, pois um maior fator de forma pode melhorar a resistência ao arrancamento da fibra no número de fibras que podem interceptar uma fissura (NUNES, 2006; FIGUEIREDO, 2011).

O melhor desempenho no estado endurecido ocorre com a adição de fibras de maior fator de forma, pois essas melhoram a aderência fibra-matriz devido a um aumento no comprimento de ancoragem, propiciando ao mesmo uma maior resistência ao arrancamento (FIGUEIREDO, 2011). Apesar disso, um maior fator de forma pode afetar negativamente a trabalhabilidade da mistura fresca, pois ao adicionar fibras, adicionam-se áreas de superfície

que absorvem água e, por esse motivo, na maioria das vezes, a adição de fibras vem acompanhada do uso de aditivos superplastificantes.

A utilização desses aditivos se faz necessária para que o concreto apresente uma matriz fluida, onde esses aditivos são uma categoria especial de agentes redutores de água, produzidos com materiais que permitem uma trabalhabilidade extrema nos concretos nos quais são introduzidos (GOMES; BARROS, 2009). Outrossim, a produção de um concreto com matriz fluida permite uma boa trabalhabilidade e uma distribuição eficiente e uniforme das fibras, além de proporcionar a dispensa do processo de adensamento mecânico do concreto por causa das suas características de autoadensabilidade (BARROS, 2009; NUNES, 2012).

Em relação à aderência da fibra-matriz, esta exerce forte influência sobre as características do compósito, de maneira similar à aderência em armaduras convencionais em concreto armado. Conforme Kim *et al.* (2012), a aderência fibra-matriz é influenciada por diversas propriedades da fibra, da matriz e da zona de interface (ITZ), dentre elas: a) fibra – geometria, resistência, rigidez, coeficiente de Poisson; b) matriz – composição, resistência, idade do concreto, condições de cura; c) ITZ - microestrutura, porosidade, empacotamento das partículas.

De modo geral, as propriedades do concreto com fibras estão relacionadas aos seguintes fatores: teor de fibras adicionadas ao concreto, características geométricas e fator de forma ou relação de aspecto das fibras, relação entre a resistência da matriz do concreto e tensão de aderência entre as fibras e a matriz, características mecânicas das fibras, orientação e distribuição das fibras dentro do concreto (ACI 544.1R, 1996).

Em conhecimento dos parâmetros necessários para caracterizar, inicialmente, o desempenho do CRF, como o teor e o fator de forma das fibras e a aderência fibra-matriz, neste trabalho foi dado uma maior ênfase nas fibras de aço e fibras poliméricas, pois estas foram as utilizadas na produção de uma amostra de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) e outra amostragem de concreto reforçado com fibras poliméricas (CRFP). Essas fibras são destinadas ao reforço do concreto e estão descritas detalhadamente nas próximas seções, onde as fibras de aço estão apresentadas na seção 2.1.1 e as fibras poliméricas na seção 2.1.2.

2.1.1 Concreto reforçado com fibras de aço (CRFA)

As fibras metálicas, principalmente as de aço, são as mais utilizadas em reforços de concreto por serem, segundo Bentur e Mindess (2007), as mais eficazes, econômicas, de fácil mistura e que apresentam a melhor aderência à matriz. Esse tipo de fibra pode apresentar

formato bastante variável, possui uma alta aderência com a matriz cimentante e denota de boas características mecânicas, sendo a resistência à tração da fibra na ordem de 1,1 GPa e o módulo de elasticidade é igual a 200 GPa (VENDRUSCOLO, 2003; FIGUEIREDO, 2011).

Como pode ser visto no parágrafo anterior, as fibras de aço possuem alta resistência à tração e alto módulo de elasticidade, onde pode-se apontar grande vantagem na aplicação de fibras de aço reduzindo ou substituindo as barras do reforço convencional. Além disso, a fibra de aço é utilizada em muitas pesquisas científicas por possibilitar que o concreto reforçado com esse tipo de fibra denote uma maior capacidade de absorver energia ao ser carregado (ACCETTI; PINHEIRO, 2000; CHAMA NETO; FIGUEIREDO, 2003; SILVA, 2013).

Ao que corresponde ao Brasil, o país conta com a norma de regulamentação NBR 15530 (2007): Fibras de aço para concreto – Especificação. Essa norma determina os parâmetros de classificação das fibras e estabelece os requisitos mínimos de forma geométrica, tolerâncias dimensionais, defeitos de fabricação, resistência à tração e dobramento (FIGUEIREDO, 2008). Na Tabela 1 é apresentada a classificação de acordo com a configuração geométrica dos tipos e classes de fibras de aço segundo a NBR 15530 (2007).

Tabela 1: Classificação e geometria das fibras de aço para reforço de concreto.

Tipo	Classe da fibra	Geometria
A	I	
	II	
C	I	
	II	
	III	
R	I	
	II	

Fonte: Adaptado de Figueiredo *et al.* (2008).

Em conformidade com a NBR 15530 (2007), e a partir da observação da Tabela 1, as fibras de aço são classificadas com relação à geometria das fibras em 3 tipos diferentes: Tipo A: fibra de aço com ancoragem nas extremidades; Tipo C: fibra de aço corrugada; Tipo R: fibra de aço reta. Além da classificação pelos diferentes tipos, a especificação brasileira divide em três classes diferentes, sendo cada classe associada ao tipo de aço que deu origem às fibras: Classe I: fibra oriunda de arame trefilado a frio; Classe II: fibra oriunda de chapa laminada cortada a frio; Classe III: fibra oriunda de arame trefilado e escarificado.

Como pode ser observado na Tabela 1, existem vários processos de fabricação que dão origem as fibras de aço, entretanto, o mais usual é através do corte do arame trefilado de aço de baixo teor de carbono (fibra oriunda de arame trefilado a frio), onde as fibras que são feitas de ligas metálicas possuem maior resistência à corrosão e são mais adequadas para uso em concretos refratários e em estruturas marítimas (FIGUEIREDO, 2011).

De maneira geral, conforme o ACI 544.1R (1996), as fibras de aço possuem um fator de forma (relação entre o comprimento e o seu diâmetro) na faixa de 20 a 100, apresentam diversos formatos de seção transversal e possuem dimensão suficiente para serem dispersas aleatoriamente e misturadas ao concreto fresco de forma usual. Para complementar, de acordo com a NBR 15530 (2007), a norma também estabelece os limites de resistência à tração e do fator de forma mínimo em relação ao tipo e classe da fibra, onde esses requisitos são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Especificações das fibras de aço para uso em concreto.

Tipo	Classe da fibra	Fator de forma mínimo	Limite de resistência à tração (MPa)
A	I	40	1000
	II	30	500
C	I	40	800
	II	30	500
	III	30	800
R	I	40	1000
	II	30	500

Fonte: Adaptado da NBR 15530 (2007).

Ao inserir as fibras de aço no concreto e estas respeitarem os limites estabelecidos na Tabela 2, as fibras diminuem o nível de fissuração e deformação da matriz, apresentando no momento de ruptura da matriz um nível de tensão muito alto, fazendo com que a energia necessária para o colapso do concreto aumente, tornando melhor o desempenho mecânico do compósito. Nesse sentido, o concreto passa a apresentar capacidade de suportar carga no estágio de pós-fissuração e não rompe imediatamente após a primeira fissura (CAETANO *et al.*, 2004; FIGUEIREDO, 2008).

Para mais, além das vantagens descritas no parágrafo anterior, devido ao alto módulo de elasticidade que apresentam, essas fibras são pouco deformáveis e colaboram para enrijecer o compósito, de modo que dificultam a propagação de fissuras, agindo como ponte de transferência de tensões entre elas. Diante disso, as fibras de aço são destinadas ao reforço

primário do concreto e não se aplicam apenas para o controle de fissuração (FIGUEIREDO, 2008; MEHTA; MONTEIRO, 2014).

2.1.2 Concreto reforçado com fibras poliméricas (CRFP)

As fibras poliméricas são compostas por filamentos extremamente finos, de um tipo de material polimérico que pode ser moldado usando apenas aquecimento, e possuem grande flexibilidade e tenacidade em função de sua constituição (HOLLAWAY, 1994). Elas são produzidas em grande variedade de formas, possuem baixo módulo de elasticidade, variando em torno de 8 GPa, e possuem resistência a tração de aproximadamente 400 MPa a 700 MPa (ONUKEI; GASPARETO, 2013).

Em se tratando das fibras poliméricas, elas são fornecidas em duas formas básicas, as microfibras e as macrofibras. As microfibras possuem dois tipos básicos, as fibras denominadas fibriladas (Figura 2a), que apresentam uma estrutura em malha, e as designadas de monofilamento (Figura 2b), que consistem em fios cortados em comprimento padrão (BENTUR; MINDESS, 1990). Ao que referem-se às macrofibras, estas se caracterizam por serem fornecidas em cilindros que consistem em feixes de um grande número de fibras unidas por uma fita externa, como pode ser visto na Figura 3 (FIGUEIREDO, 2011).

Figura 2: Microfibras poliméricas
a) Fibriladas; b) Monofilamento.



Fonte: Figueiredo (2005a).

Figura 3: Macrofibras poliméricas.



Fonte: Adaptado de Figueiredo (2010a).

De maneira geral, as fibras poliméricas são tipicamente utilizadas como reforço para a retração, evitando a propagação de fissuras por retração do concreto e, por isso, sua utilização vem se tornando cada vez mais frequente em diversas aplicações (BAYASI; AL DHAHERI, 2002). No entanto, apesar do crescimento em relação a progressos referentes a esse tipo de fibra, a ausência de normalização técnica para aplicação desta, faz com que seja necessário um maior estudo referente a esse tipo de fibra (FIGUEIREDO; TANESI; NINCE, 2002).

Ainda se tratando das características do CRFP, pode-se verificar que o uso de fibras poliméricas implica em uma redução na exsudação do concreto, isso porque estas possuem uma área específica grande, de modo que uma parcela de água de mistura fica adsorvida à superfície das fibras (TANESI, 1999). Nos estudos de Tanesi (1999), foi constatado que concretos reforçados com 0,10% de microfibras fibriladas (cerca de 900 g/m³) apresentaram redução de 55% na exsudação, quando comparados com os concretos sem fibras.

Além disso, a partir de alguns estudos referentes a este tipo de fibra, percebeu-se que a depender do volume utilizado, essas fibras conferem ao concreto um comportamento mais dúctil após a fissuração, apesar de que, por serem classificadas como fibras de baixo módulo de elasticidade, dificilmente contribuem para o aumento da resistência do compósito (FÉLIX, 2002). Para mais, a utilização dessas fibras pode ser justificada por elas possuírem baixa condutividade térmica, o que eleva a capacidade de isolamento térmica do compósito, além de melhorar a resistência à ação do fogo pelo concreto (TANESI, 1999).

Em síntese, a adição de fibra polimérica no concreto atenua o processo de exsudação no estado fresco, auxilia na diminuição da fissuração por retração, permite que a resistência à abrasão possa variar de 30 a 60% e propicia aumento da tenacidade e resistência a impactos (BENTUR; MINDESS, 1990). Outrossim, o uso dessas fibras tem sido recomendado por pesquisadores a fim de reduzir e eliminar o risco de explosão em concreto de alta resistência a

temperaturas elevadas (SHUAN-FA *et al.*, 2001; GARCEZ, 2005; HORSZCZARUK, 2009; ASLANI; SAMALI, 2014).

Apesar dos benefícios citados anteriormente, essas fibras não impedem o surgimento de fissuras no concreto, devido ao seu baixo módulo de elasticidade, quando o compósito é submetido a níveis elevados de tensões (CASTRO, 2011). No entanto, elas podem promover um aumento na capacidade de deformação, sem perda de integridade da estrutura por estas apresentarem deformação elevada, ganho de tenacidade, quando submetido principalmente à tração, e controle da velocidade de propagação e tamanho da abertura das fissuras (TOLEDO, 1997).

Diante do exposto, e fazendo uma analogia com as fibras de aço, ao se tratar de qualidade de reforço pós-fissuração da matriz, as fibras poliméricas não devem ser comparadas com as de aço para um mesmo nível de solicitação do conjunto fibra-matriz, pois as fibras poliméricas perdem a capacidade de reforço da matriz à medida que o concreto vai fissurando e perdendo resistência (TOLEDO, 1997; TANESI, 1999). Ainda, por possuírem módulo de elasticidade elevado, as fibras metálicas impedem um maior nível de abertura de fissura, o que ocorre de maneira contrária para as fibras poliméricas (FIGUEIREDO; TANESI; NINCE, 2002).

2.2 Caracterização Estrutural do Concreto com Fibras

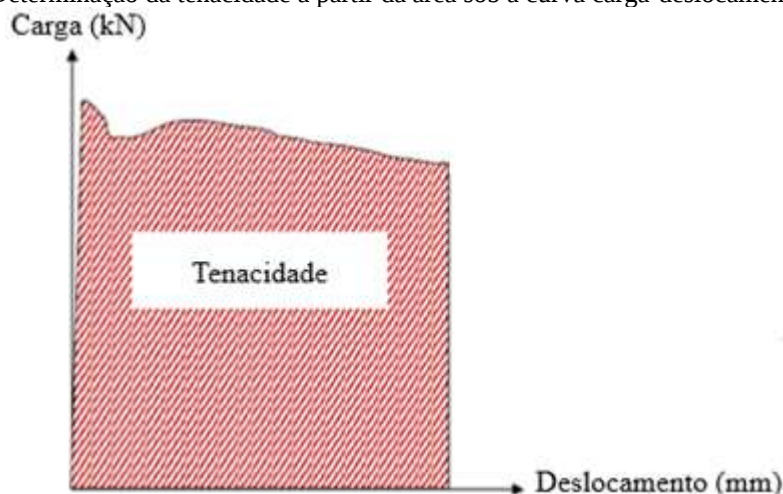
Como mencionado anteriormente, o principal efeito da adição das fibras como reforço no concreto é no estágio de pós-fissuração, onde estas inibem a progressão de fissuras e evitam a ruptura brusca do material. Sendo assim, o comportamento estrutural do concreto com fibras é normalmente caracterizado por meio de ensaios que definem parâmetros relacionados ao estado pós fissuração e, conforme o ACI 318 (2010), as principais propriedades que caracterizam esse estado são a tenacidade e a resistência residual do compósito.

As propriedades de tenacidade e resistência residual são utilizadas como parâmetros de entrada nas equações constitutivas para o dimensionamento de estruturas de concreto reforçado com fibras (ACI 318, 2010; DI PRISCO; COLOMBO; DOZIO, 2013). O conhecimento dessas características é imprescindível para o desenvolvimento de métodos que caracterizem o comportamento mecânico do concreto reforçado com fibras e que representem a realidade da aplicação estrutural do CRF (NUNES, 2006; BLANCO, 2013).

A tenacidade é estabelecida como a capacidade de energia absorvida pelo compósito ao ser carregado, levando em consideração a energia antes e após a ruptura da matriz, e é obtida a

partir da área sob a curva carga-deslocamento por meio de ensaios de flexão (FIGUEIREDO, 2011). Além disso, de acordo com Nunes e Agopyan (1998), a tenacidade do CRF será maior, se houver um número maior de fibras por unidade volumétrica de matriz que possam interceptar as fissuras. Como forma de ilustração de como medir a tenacidade, a Figura 4 faz essa representação.

Figura 4: Determinação da tenacidade a partir da área sob a curva carga-deslocamento.

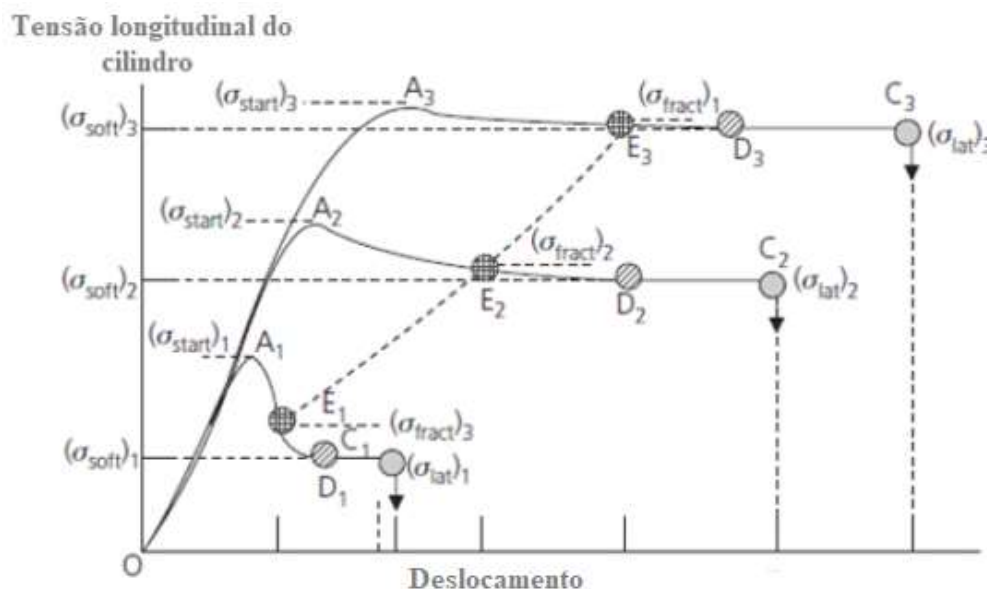


Fonte: Adaptado de Figueiredo e Helene (1997).

Ao observar a Figura 4, nota-se que a tenacidade representa o trabalho dissipado no corpo de prova e, dependendo do volume e das características das fibras, a área sob a curva pode se apresentar de maneira bastante variada. As fibras com melhores características de ancoragem ou com relações de aspecto altas apresentam valores de tenacidade maiores quando comparadas com fibras lisas e retas, que apresentam o mesmo teor (BENTUR; MINDESS, 2007). Além disso, à medida que se aumenta a tenacidade do compósito, após as fibras passarem a ser solicitadas e redistribuir os esforços na matriz, o concreto passa a se comportar como um material pseudo-dúctil (FIGUEIREDO, 2011).

Ao que está relacionado a resistência residual, este indicador é calculado a partir da carga sustentada pelo corpo de prova em deslocamentos específicos, cujo valor é introduzido na equação do módulo de ruptura (FIGUEIREDO, 2011). Para ilustrar como a resistência residual pode ser calculada, Oehlers *et al.* (2010) estudaram a resistência residual de cunhas de cilindros de concreto, a partir da aplicação da tensão de confinamento por meio de força hidrostática, e essa análise está representada na Figura 5.

Figura 5: Determinação da resistência residual a partir da aplicação da tensão de confinamento por meio de força hidrostática.



Fonte: Adaptado de Oehlers *et al.* (2010).

Com os dados da Figura 5 e tomando como exemplo a curva O – A1 – E1 – D1 – C1, a tensão de confinamento vai sendo aplicada, por meio da força hidrostática, e a tensão residual vai sendo definida. Ao chegar no ponto A1, há um pico de tensão, onde ocorre o amolecimento do concreto, sendo este esmagado e as cunhas começam a se formar. Após o pico A1, a tensão vai diminuindo e depois acontece a fratura do PRF (polímero reforçado com fibras) no ponto E1 e, neste ponto, a tensão é igual a variação hidrostática. Depois disso, a tensão continua reduzindo e do ponto E1 a D1 é indicado o plano de falha, até ser determinada a resistência residual final, que é onde a força se estabiliza.

Em resumo, o acréscimo de resistência residual à tração pós-fissuração também ocorre devido ao mecanismo de reforço das fibras que servem de ponte de transferência de tensões através das fissuras. Entretanto, esse parâmetro apresenta valores numéricos mais baixos que a tenacidade e isto se deve ao fato da resistência residual ser um valor pontual, que sofre todas as possíveis influências de variação dos ensaios, além de sofrer influência por causa da variabilidade relativa do número de fibras presente na seção de ruptura (DI PRISCO; PLIZZARI; VANDEWALLE, 2009).

Em conhecimento dos principais indicadores que devem ser verificados a partir do acompanhamento da progressão das fissuras no estágio pós-fissuração do concreto, a caracterização do comportamento mecânico do CRF pode ser obtida a partir de ensaios pré-estabelecidos. Segundo Salvador (2013), a escolha do método de ensaio deve estar de acordo com o solicitado pela especificação do projeto de dimensionamento da estrutura e conforme o

exigido no programa de controle de qualidade, além disso, deve-se atentar para a realização de estudos específicos com diferentes elementos estruturais.

Por via de regra, a caracterização do comportamento mecânico do CRF é realizada por meio de ensaios de flexão de corpos de prova prismáticos, como os regidos pela norma EN 14651 (2007) e ASTM C1609 (2010); ensaio de punção em corpos de prova, como o ensaio Barcelona; e ensaios em elementos estruturais em escala real. Vale salientar que, conforme Gopalaratnam e Gettu (1995), a geometria dos corpos de prova exerce influência nos resultados obtidos para cada ensaio mencionado.

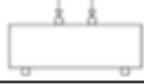
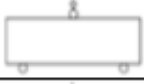
2.3 Métodos de Ensaio Para Caracterização do CRF

Como foi visto na seção anterior, as propriedades mecânicas que são influenciadas, principalmente, pelo uso de fibras como reforço no concreto são a resistência à tração residual pós-fissuração e a tenacidade, onde estas representam dois importantes parâmetros de projeto para o dimensionamento estrutural de concreto reforçado com fibras, podendo ser determinadas a partir de ensaios mecânicos. Di Prisco, Colombo e Dozio (2013) apontam que, devido às conhecidas dificuldades em realizar testes de tração uniaxial, os métodos padrão são geralmente baseados em testes de flexão em pequenas vigas entalhadas.

Existem na literatura diversos ensaios que podem resultar na caracterização estrutural do CRF, entretanto, autores como Bernard e Pircher (2001) apontam que há uma redução considerável de variabilidade do comportamento no pós-fissuração com o aumento da superfície de fraturação, o que mostra que para ensaios em escala real, os resultados irão apresentar menores coeficiente de variação, onde estes ficam em torno de 2 a 9,8%, apresentando resultados mais confiáveis.

Dessa forma, percebe-se que os ensaios mais adequados para a caracterização do CRF seriam os ensaios em escala real, no entanto, o alto custo de produzir um volume bastante elevado de material limita a repetibilidade desse tipo de ensaio e torna-o, por muitas vezes, economicamente inviável (CAVALARO; AGUADO, 2015). Sendo assim, a Tabela 3 demonstra o detalhamento dos diversos tipos de ensaio que podem ser utilizados no concreto reforçado com fibras para caracterização estrutural.

Tabela 3: Detalhamento dos ensaios que podem ser utilizados no CRF.

Ensaio	Layout	Volume (cm ³)	Área de fissuração (cm ²)	Área Específica de fissuração	CV (%)
Flexão a 4 pontos (ASMT C-1018)		3500	100	0,0286	15
Flexão a 4 pontos (NBN B 15-238)		16875	225	0,0133	12 a 20
Flexão a 4 pontos (EFNARC)		5156	93,8	0,0182	20
Flexão a 3 pontos		5156	93,8	0,0182	17
Flexão a 3 pontos (RILEM)		12375	187,5	0,0152	15 a 25
Ensaio Paineis (EFNARC)		36000	2597,7	0,0722	9
Ensaio Paineis Circulares		37700	900	0,0238	6 a 13
Ensaio Barcelona (Duplo Puncionamento)		2650	337,5	0,1274	13

Fonte: Adaptado de Molins e Aguado (2009).

Observando os dados dispostos na Tabela 3, as características inerentes a cada ensaio podem ser descritas da seguinte forma: o layout refere-se ao esquema que representa a estrutura física do corpo de prova; o volume concerne à quantidade necessária de material para a aplicação do respectivo ensaio; a área de fissuração diz respeito a área de influência em que vai ocorrer o surgimento de fissuras e vão acontecer as deformações lineares; a área específica de fissuração trata-se da relação entre a área de fissuração e o volume necessário de material; o CV é referente ao coeficiente de variação que o ensaio pode apresentar e representa a variabilidade dos dados de uma amostra.

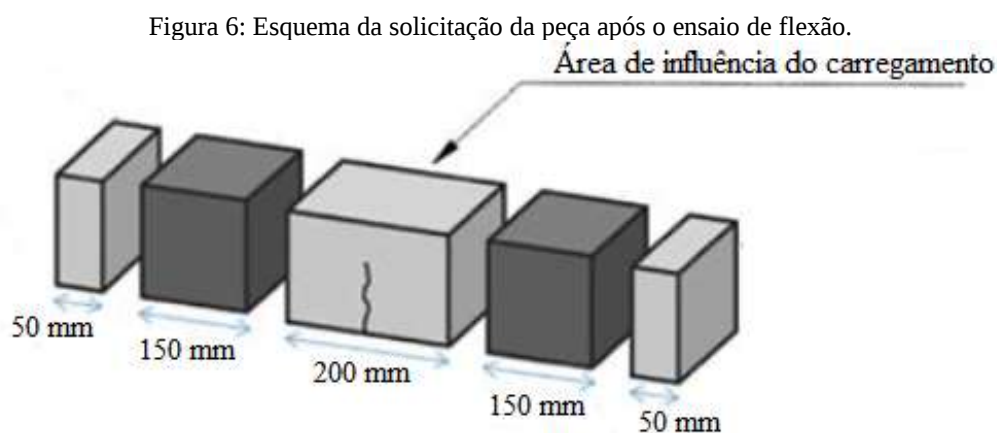
Ainda em análise da Tabela 3, o ensaio de flexão a três pontos (RILEM) apresenta uma boa característica associada a área específica de fissuração e a um volume de produção aceitável, se comparado com a maioria. E isso acontece porque o corpo de prova apresenta um entalhe centralizado em uma das suas faces e, devido a isso, as solicitações são restritas a uma pequena área de influência em relação ao vão de ensaio. Além disso, sabendo que o FIB Model Code 2010 (2013) e o ACI 544.8R (2016), que são atualmente os códigos mais abrangentes

sobre estruturas de concreto com fibras, recomendam o ensaio de flexão a três pontos (RILEM), utilizou-se este ensaio como parâmetro para este trabalho.

2.3.1 Ensaio de flexão a três pontos (EN 14651, 2007)

O ensaio de flexão a três pontos (RILEM), normatizado pela EN 14651 (2007), é baseado em um sistema fechado de controle de velocidade de deslocamento e apresenta um entalhe centralizado em uma das faces do corpo de prova prismático ensaiado, onde este entalhe deve ser realizado na superfície lateral do CP em relação à direção de moldagem, ou seja, segundo uma direção paralela à direção de moldagem. Outrossim, para a aplicação deste ensaio, faz-se necessário a utilização de corpos de prova prismáticos de dimensões $150 \times 150 \times 550$ mm, com vão de ensaio de 500 mm.

No entanto, conforme Galeote *et al.* (2017), as solicitações são restritas a uma área de influência de 200 mm na região central da viga, o que impede o surgimento de deformações não lineares nas outras regiões. Isso significa que as demais áreas dessas regiões, o restante do comprimento total referente a 550 mm, podem ser subdivididas em corpos de prova com 150 mm e 50 mm de comprimento e podem ser utilizados em outros ensaios, como pode ser observado na Figura 6.

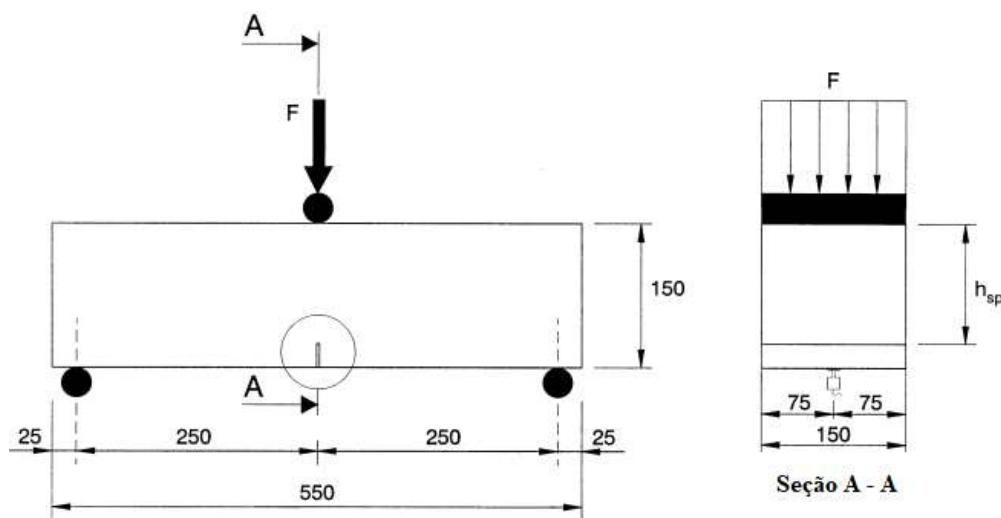


Fonte: Adaptado de Galeote *et al.* (2017).

De acordo com a EN 14651 (2007), a fissura é localizada muito próxima do plano do entalhe e deformações não lineares não ocorrem nas outras regiões do corpo de prova, como mencionado anteriormente. Sendo assim, toda a energia dissipada pode ser atribuída à abertura da fissura e os dados obtidos apresentam menor dispersão. Além disso, os corpos de prova devem possuir um entalhe de 5 mm de largura por 25 mm de altura, cuja função é induzir o

posicionamento da fissura. Para ilustração deste ensaio, a Figura 7 apresenta a esquematização do mesmo.

Figura 7: Ensaio de flexão a três pontos.



Fonte: Adaptado da EN 14651 (2007).

Em conformidade com a EN 14651 (2007), e a partir da Figura 7, pode-se perceber que a carga deve ser aplicada na parte superior da viga e centralizada em relação ao vão de ensaio. Outrossim, podem ser posicionados transdutores, do tipo clip gauge, de deslocamento variável linear (LVDT) no entalhe, que controlam o processo de fissuração e medem diretamente a abertura da fissura. Ainda de acordo com a mesma norma, a abertura da fissura deve ser utilizada como parâmetro de controle de ensaio, podendo ser medida diretamente pelo transdutor ou pode ser calculada a partir da Equação 1.

$$\delta = 0,85CMOD + 0,04 \quad (1)$$

Sendo:

δ : deslocamento axial;

$CMOD$: crack mouth opening displacement (abertura de fissura).

No que diz respeito a resistência à tração na flexão residual, correspondente ao estado limite de serviço (f_{R1}) e ao estado limite último (f_{R3}), este valor pode ser determinado por meio da Equação 2. Em relação a resistência referente ao limite de proporcionalidade, que corresponde a resistência calculada a partir da carga máxima dentro do intervalo de abertura de fissura entre 0 e 0,05 mm, utiliza-se a Equação 3 como auxílio. Para a obtenção das cargas necessárias nas equações citadas, estas são extraídas do gráfico de ensaio.

$$f_{R,j} = \frac{3F_j l}{2bh_{sp}^2} \quad (2)$$

$$f_{ct,L}^f = \frac{3F_L l}{2bh_{sp}^2} \quad (3)$$

Em que:

$f_{R,j}$: resistência residual à flexão correspondente à abertura de fissura j (MPa);

F_j : carga correspondente à abertura de fissura (N);

l : vão de ensaio (mm);

b : largura do corpo de prova (mm);

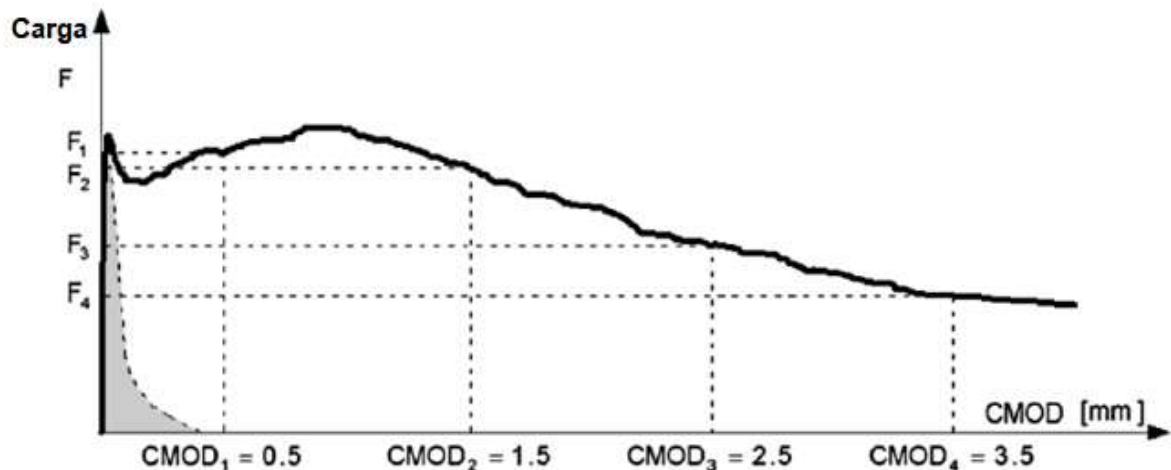
h_{sp} : distância entre o topo do entalhe e a face superior do corpo de prova (mm);

$f_{ct,L}^f$: limite de proporcionalidade correspondente a resistência calculada a partir da carga máxima dentro do intervalo de abertura de fissura entre 0 e 0,05 mm (MPa);

F_L : carga máxima de ensaio dentro do intervalo de abertura de fissura entre 0 e 0,05mm (N).

Outrossim, o ensaio de flexão a três pontos pode gerar como resultado uma curva carga-abertura de fissura, onde a carga está representada pelo eixo das ordenadas e a abertura de fissura está retratada pelo eixo das abscissas, e esses parâmetros podem ser observados a partir da Figura 8. O parâmetro de controle pela abertura de fissura é menos propício a erros do que pelo deslocamento vertical, podendo ser correlacionado a propriedades de fratura fundamentais, sendo assim, a caracterização da tenacidade pela curva carga-abertura de fissura, uma das propriedades descritas na seção 2.2, é mais confiável (SHAH; KUDER; MU, 2004).

Figura 8: Curva obtida por meio do ensaio EN 14651 (2007) para concreto usual (área sombreada) e CRF.



Fonte: Adaptado de FIB Model Code 2010 (2013).

Em resumo, o ensaio de flexão a três pontos normatizado pela EN 14651 (2007), é o ensaio recomendado tanto pelo FIB Model Code 2010 (2013) quanto pelo ACI 544.8R (2016), determina a resistência à tração na flexão residual de maneira confiável e caracteriza a tenacidade pela curva carga-abertura de fissura de maneira bem definida e, portanto, pode ser utilizado de forma confiável para calcular a resistência a ser considerada no projeto para verificação do estado limite de serviço e estado limite último do concreto reforçado com fibras.

2.4 FIB Model Code 2010 (2013)

O FIB Model Code 2010 (2013) é um documento publicado pela *Fédération Internationale du Béton* (FIB), que também conta com a participação de membros da *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS), e tem por objetivo principal servir como parâmetro para futuras normatizações de concreto estrutural e apresentar novos desenvolvimentos de pesquisas acerca de novos materiais cimentícios com finalidade estrutural.

Com o constante incentivo por pesquisas a respeito do concreto reforçado com fibras (CRF) e com o surgimento de diversas normatizações acerca da capacidade estrutural desse tipo de compósito, o grupo FIB Special Activity 5 (SAG 5) decidiu introduzir duas seções sobre este material no atual FIB Model Code, que tratam do comportamento do material e do dimensionamento de estruturas de CRF. Estas duas seções estabelecem diretrizes para garantir a funcionalidade de estruturas de concreto reforçado com fibras, que devem apresentar segurança tanto no estado limite de serviço quanto no estado limite último.

Em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013), o estado limite de serviço (f_{R1k}) e o estado limite último (f_{R3k}) devem ser determinados a partir do ensaio de flexão a três pontos, de acordo com a norma EN 14651 (2007). Entretanto, este mesmo código também permite a utilização de outros ensaios para avaliar a performance do CRF e, neste caso, devem ser utilizados fatores de correlação em relação aos parâmetros expressos pela EN 14651 (2007).

O desempenho do compósito no estado limite último (f_{R3k}) é comparado ao do estado limite de serviço (f_{R1k}) por meio da razão f_{R3k}/f_{R1k} , utilizando os valores característicos. Para classificar o CRF, o valor de f_{R1k} pode ser definido de acordo com as seguintes classes: 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 7,0 e 8,0 MPa; e a razão f_{R3k}/f_{R1k} é representada pelas letras a, b, c, d, e (DI PRISCO; PLIZZARI; VANDEWALLE, 2009). Os valores correspondentes a razão f_{R3k}/f_{R1k} estão descritos na Tabela 4.

Tabela 4: Classes de resistências residuais obtidas pelo ensaio EN 14651 (2007).

Letra	Condição
a	$0,5 \leq \frac{f_{R3k}}{f_{R1k}} \leq 0,7$
b	$0,7 < \frac{f_{R3k}}{f_{R1k}} \leq 0,9$
c	$0,9 < \frac{f_{R3k}}{f_{R1k}} \leq 1,1$
d	$1,1 < \frac{f_{R3k}}{f_{R1k}} \leq 1,3$
e	$\frac{f_{R3k}}{f_{R1k}} > 1,3$

Fonte: Adaptado de FIB Model Code 2010 (2013).

Ainda de acordo com Di Prisco, Plizzari e Vandewalle (2009), em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013), para garantir o bom desempenho do compósito em elementos estruturais, as fibras podem substituir as barras ou as telas metálicas, total ou parcialmente, se as Equações 4 e 5 forem satisfeitas, caso contrário, o teor ou o tipo de fibras não está adequado para o tipo de aplicação analisada.

$$\frac{f_{R1k}}{f_{Lk}} \geq 0,4 \quad (4)$$

$$\frac{f_{R3k}}{f_{R1k}} \geq 0,5 \quad (5)$$

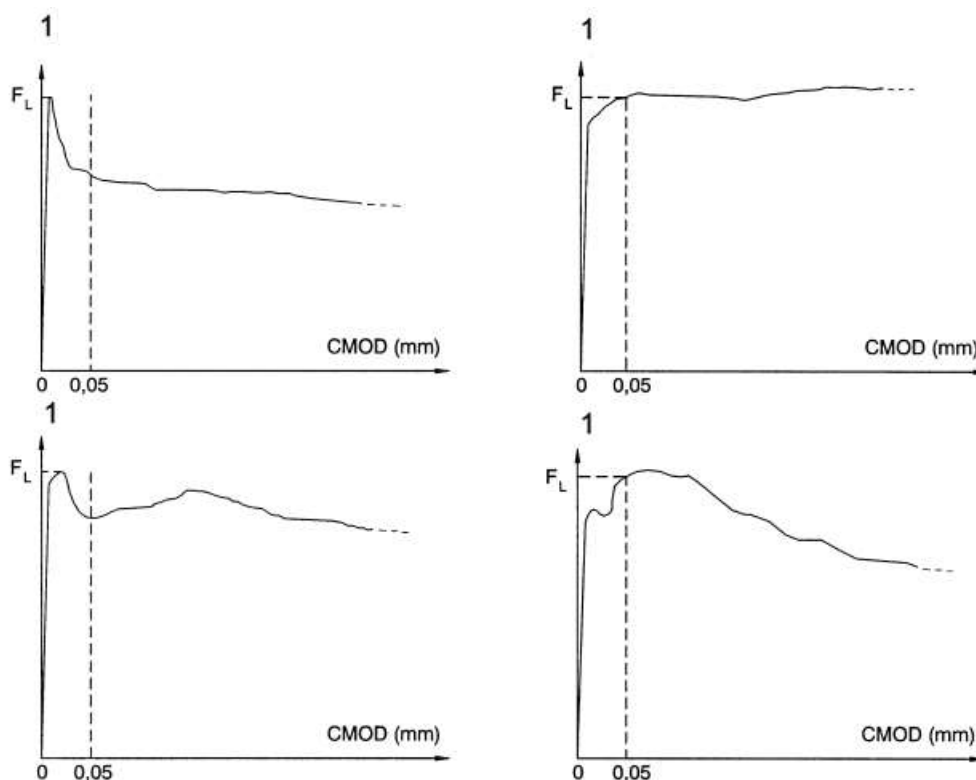
Em que:

f_{R1k} : resistência residual característica do estado limite de serviço correspondente a abertura de fissura de 0,5 mm;

f_{R3k} : resistência residual característica do estado limite último correspondente a abertura de fissura de 2,5 mm;

f_{Lk} : valor correspondente ao limite de proporcionalidade, que é representada pela resistência calculada a partir da carga máxima dentro do intervalo de abertura de fissura entre 0 e 0,05 mm (Carga ilustrada na Figura 9).

Figura 9: Determinação gráfica da carga correspondente ao limite de proporcionalidade em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013).



Fonte: EN 14651 (2007).

Em síntese, os valores de resistências residuais devem ser determinados pelo procedimento mostrado anteriormente para verificar se a fibra pré-estabelecida está dentro dos limites estabelecidos pelas Equações 4 e 5, para garantir o bom desempenho do compósito em elementos estruturais. Para mais, o FIB Model Code 2010 (2013) é atualmente um dos códigos mais abrangentes sobre estruturas de concreto, incluindo o concreto reforçado com fibras, sendo, portanto, um documento internacional que pode ser utilizado por profissionais que trabalham com esse tipo de compósito.

2.5 ACI 544.8R (2016)

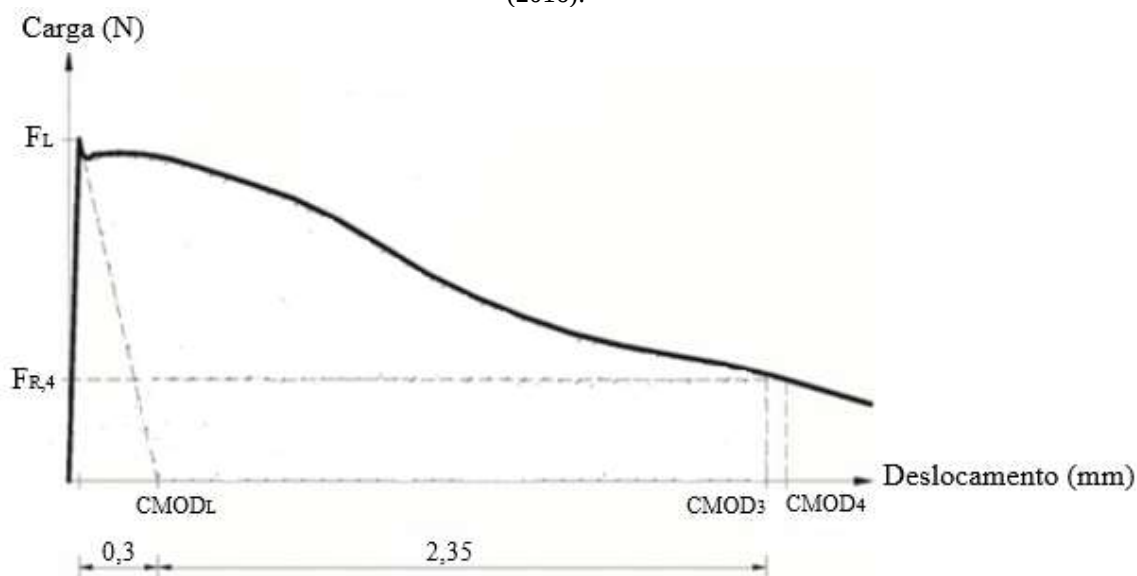
O American Concrete Institute (ACI) é uma entidade que possui sua sede localizada em Dubai, conta com mais de 30 mil membros colaboradores difundidos em 120 países, e que tem por objetivo elaborar normativas/códigos que sirvam como parâmetro para o desenvolvimento, disseminação e adoção de recursos técnicos para o melhor uso do concreto. Esse instituto (ACI) elaborou mais de 100 capítulos e um deles é o ACI 544.8R (2016), que é uma das normativas utilizadas no presente trabalho.

O ACI 544.8R (2016) é um relatório desenvolvido pelo comitê ACI 544, referente ao método indireto para obter a resposta de tensão/deformação de um concreto reforçado com fibras (CRF). Neste relatório, estão descritos os ensaios que podem ser realizados para investigar o comportamento das curvas tensão/deformação de um CRF, como por exemplo o ensaio de flexão a três pontos normatizado pela EN 14651 (2007), e apresenta também as propriedades mecânicas que devem ser analisadas de acordo com o método adotado.

A abordagem prática descrita no ACI 544.8R (2016), referente ao método indireto para obter a resposta de tensão/deformação do CRF, foi desenvolvida e ilustrada por meio do ensaio citado no parágrafo anterior. No entanto, esta mesma normatização também permite a utilização de outros ensaios, como por exemplo o ensaio de flexão a quatro pontos recomendado pela ASTM C78/C78M e, neste caso, devem ser utilizados fatores de correlação em relação aos parâmetros expressos pela EN 14651 (2007).

Ademais, em conformidade com o ACI 544.8R (2016), o estado limite de serviço (f_{R1k}) e o estado limite último (f_{R3k}), assim como mostrado para o FIB Model Code 2010 (2013), também devem ser determinados a partir do ensaio de flexão a três pontos (RILEM). No entanto, alguns ajustes foram realizados, como por exemplo, a resistência residual característica do estado limite de serviço corresponde a abertura de fissura de 0,46 mm (f_{R1k}) e a resistência residual característica do estado limite último equivale a abertura de fissura de 2,65 mm (f_{R3k}). Ainda, no que diz respeito a carga correspondente ao limite de proporcionalidade (F_L), a abordagem é bem similar à do FIB Model Code 2010 (2013) e a Figura 10 faz essa ilustração.

Figura 10: Representação gráfica da obtenção do limite de proporcionalidade de acordo com o ACI 544.8R (2016).



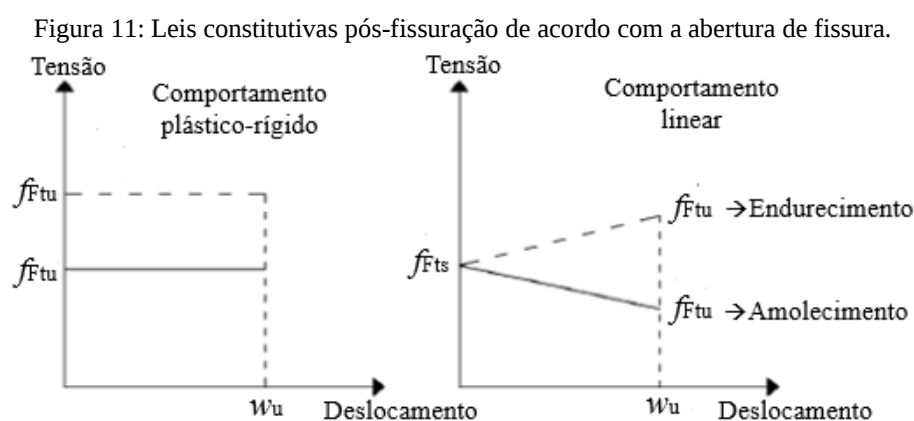
Fonte: Adaptado de ACI 544.8R (2016).

A carga correspondente ao limite de proporcionalidade (F_L) é definida como a tensão de tração na flexão máxima dentro da seção crítica correspondente ao final da resposta linear-elástica, como mostrado na Figura 10. E, assim como determinado pelo FIB Model Code 2010 (2013), esse limite de proporcionalidade definido pelo ACI 544.8R (2016) é também definido como a carga mais alta até um deslocamento de 0,05 mm. Diante disso, o conteúdo disposto no ACI 544.8R (2016) apresenta grandes semelhanças com o descrito no FIB Model Code 2010, sendo também um documento internacional que pode ser utilizado por profissionais que trabalham com o concreto reforçado com fibras.

2.6 Aspectos de Dimensionamento do CRF

Com o objetivo de utilizar o CRF para fins estruturais, estão descritos tanto no FIB Model Code 2010 (2013) quanto no ACI 544.8R (2016) alguns aspectos de dimensionamento que devem ser considerados para conceber um projeto estrutural produzido com elementos de concreto reforçado com fibras. Esse projeto deve ser baseado no estudo da resistência residual fornecida pelo reforço das fibras, onde são observadas, a partir de leis constitutivas, as aberturas de fissuras na parte tracionada do concreto.

As leis constitutivas de abertura de fissuras devem ser definidas para a análise do comportamento pós-fissuração do CRF e podem ser deduzidas a partir dos resultados do ensaio de flexão. Essas leis representam um comportamento plástico-rígido ou um desempenho linear pós-fissuração (*softening*: amolecimento que representa perda gradual da rigidez da matriz após atingir a carga máxima; *hardening*: endurecimento da matriz representado pelo aumento da rigidez da fibra que resiste a aumentos de solicitações pós-pico). Como forma de ilustrar os dois comportamentos citados, os mesmos estão esquematizados na Figura 11.



Fonte: Adaptado de FIB Model Code 2010 (2013).

Ao que corresponde ao FIB Model Code 2010 (2013), a partir da Figura 11, pode-se perceber que o modelo plástico-rígido identifica um valor de referência único f_{Ftu} , definido como a força para aberturas de fissuras com base no comportamento final, onde esse parâmetro pode ser calculado a partir da Equação 6. Ainda analisando a Figura 11, o modelo linear identifica dois valores de referência, o f_{Fts} e o f_{Ftu} , em que o primeiro está relacionado com o estado limite de serviço e o segundo com o estado limite último. Os valores relacionados ao modelo linear devem ser definidos por meio das Equações 7 e 8.

$$f_{Ftuk} = \frac{f_{R3}}{3} \quad (6)$$

Sendo:

f_{Ftuk} : tensão residual final característica determinada pelo modelo plástico-rígido;

f_{R3} : resistência residual à flexão correspondente à abertura de fissura de 2,5 mm.

$$f_{Fts} = 0,45f_{R1} \quad (7)$$

$$f_{Ftuk} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD3} (f_{Fts} - 0,5f_{R3} + 0,2f_{R1}) \geq 0 \quad (8)$$

Em que:

f_{Fts} : tensão residual característica relacionada ao estado limite de serviço;

f_{R1} : resistência residual à flexão correspondente à abertura de fissura de 0,5 mm;

f_{Ftuk} : tensão residual final característica determinada pelo modelo linear;

w_u : limite máximo de abertura de fissura, em que $w_u \leq CMOD3$;

$CMOD3$: abertura de fissura correspondente a 2,5 mm.

A partir dos valores de resistência relacionados a força residual, correspondente ao estado limite de serviço (f_{Fts}) e ao estado limite último (f_{Ftu}), devem ser calculados os valores de projeto para o parâmetro de resistência pós-fissuração do concreto reforçado com fibras. Para isso, devem ser aplicados fatores parciais de segurança, que são representados pelo γ_F (Tabela 5), nas resistências determinadas pelas Equações 6 a 8. Esse procedimento está ilustrado nas Equações 9 e 10, em que estão representadas a tensão residual final relacionada ao estado limite de serviço e a tensão residual final relacionada ao estado limite último, respectivamente.

$$f_{Ftsd} = \frac{f_{Ftsk}}{\gamma_F} \quad (9)$$

$$f_{Ftud} = \frac{f_{Ftuk}}{\gamma_F} \quad (10)$$

Tabela 5: Fatores parciais de segurança.

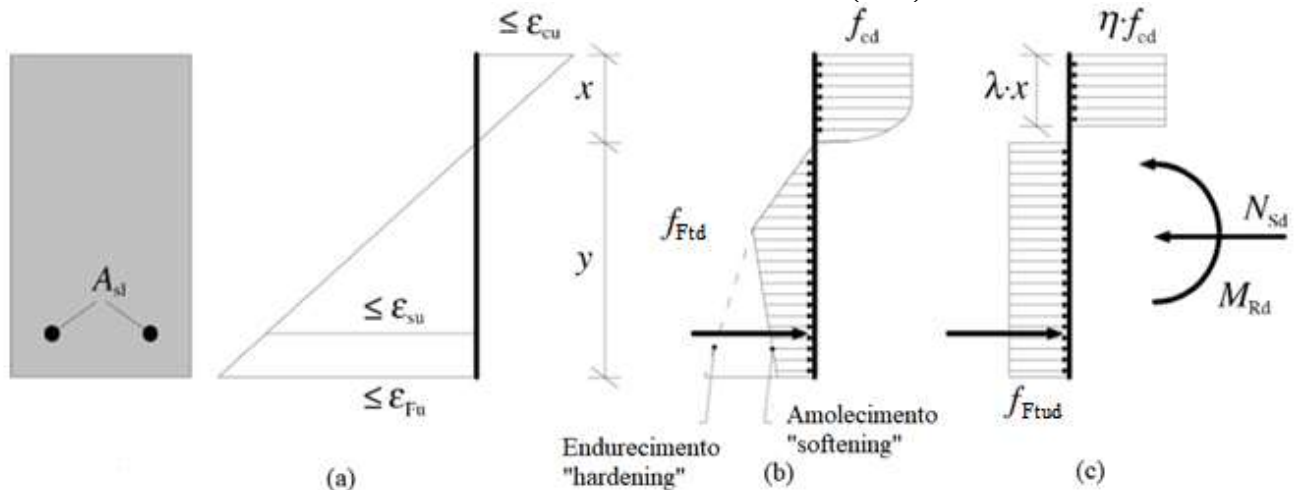
Material	Fatores parciais de segurança
CRF na compressão	Como concreto simples
CRF em tensão (limite de linearidade)	Como concreto simples
CRF em tensão (resistência residual)	$\gamma_F = 1,5$

Fonte: Adaptado de FIB Model Code 2010 (2013).

A partir do cálculo de projeto para os parâmetros de resistência pós-fissuração do concreto reforçado com fibras, deve-se garantir que o projeto estrutural satisfaça os requisitos de resistência e manutenção para a vida útil dos elementos de CRF. Para que isso ocorra de forma efetiva, deve-se calcular os esforços de tração no concreto tanto no estado limite de serviço quanto no estado limite último, além de verificar a segurança quanto à flexão desses elementos.

Para analisar essas etapas, deve-se verificar os diagramas referentes às deformações, sendo elas: deformação de compressão final no concreto reforçado com fibras (ϵ_{cu}), deformação de tração final do reforço convencional (ϵ_{su}) e deformação de tração final no CRF (ϵ_{Fu}). Após a obtenção desses parâmetros, analisa-se os diagramas relacionados às tensões, sendo elas: tensão/resistência de projeto à compressão do CRF (f_{cd}), tensões/cargas resistentes da estrutura (M_{Rd} ; N_{Sd}) e tensão/resistência de tração final no CRF (f_{Ftud}). Os diagramas citados estão ilustrados na Figura 12.

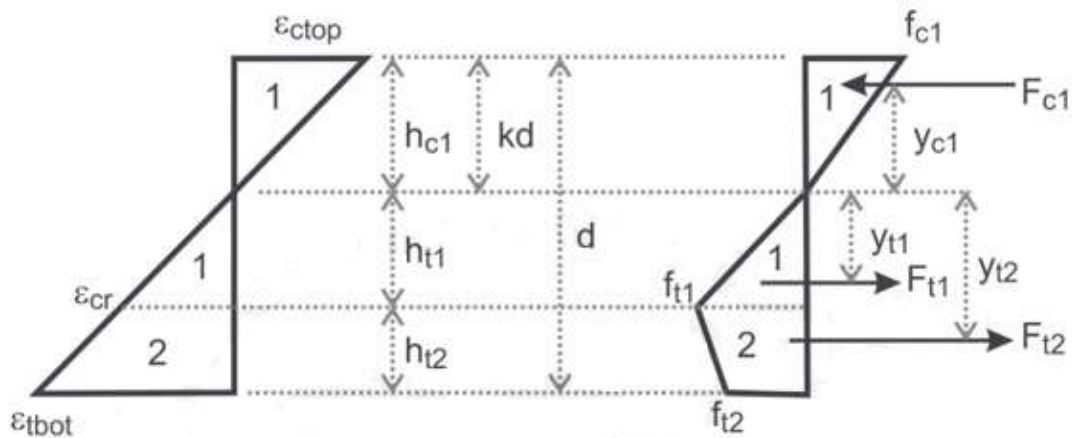
Figura 12: Representação do diagrama de deformações e o esquema referente a distribuição das tensões/resistências conforme o FIB Model Code 2010 (2013).



Fonte: Adaptado de FIB Model Code 2010 (2013).

Ao que está relacionado ao ACI 544.8R (2016), a verificação da segurança por meio da flexão também ocorre a partir do cálculo dos esforços de tração, como mostrado pelo FIB Model Code 2010 (2013). Para analisar isso, faz-se necessário também a utilização do ensaio de flexão a três pontos (RILEM) para determinação dos parâmetros a serem analisados no estágio pós-fissuração do concreto reforçado com fibras e, após a obtenção desses indicadores, deve-se obter o diagrama de deformação e o esquema referente a distribuição das tensões/resistências do CRF, como ilustrado na Figura 13.

Figura 13: Representação do diagrama de deformações e o esquema referente a distribuição das tensões/resistências conforme o ACI 544.8R (2016).



Fonte: Adaptado de ACI 544.8R (2016).

Analisando a Figura 13, pode-se verificar que faz-se necessário a obtenção da deformação de compressão final no concreto reforçado com fibras (ϵ_{ctop}), da deformação inicial de fissuração do concreto reforçado com fibras (ϵ_{cr}) e da deformação de tração final no CRF (ϵ_{tbot}). Após a obtenção desses parâmetros, analisa-se a resistência de projeto à compressão do compósito (F_{c1}), a tensão de fissuração no concreto (F_{t1}) e a tensão de tração final no CRF (F_{t2}). A tensão de tração final no CRF (F_{t2}) é o indicador que deve ser analisado no estudo do estado limite último e o mesmo pode ser determinado com auxílio das Equações 11 a 16. Além disso, a distância da aplicação da força F_{t2} até o centroide da estrutura é representado por y_{t2} , que corresponde simplificada a altura da parte tracionada do concreto até o eixo neutro da estrutura, e pode ser obtido por meio da Equação 17.

$$F_{t2} = \left(\frac{(1-k)(\beta-1)(\eta\beta-\eta+2)}{2\beta} \right) b \cdot h \cdot \sigma_{cr} \quad (11)$$

Sendo:

β : coeficiente que deve obedecer ao seguinte intervalo $1 < \beta \leq \alpha$;

η : coeficiente que, por simplificação para compósitos cimentícios, deve estar dentro do seguinte intervalo $0,0 \leq \eta \leq 0,4$;

b : largura do corpo de prova;

h : altura do corpo de prova;

σ_{cr} : tensão inicial de fissuração do concreto reforçado com fibras.

$$k = \frac{\sqrt{2\beta-1}}{\sqrt{2\beta-1}+\beta} \quad (12)$$

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{trn}}{\varepsilon_{cr}} \quad (13)$$

Em que:

ε_{trn} : deformação de tração final no CRF, também denominado de ε_{tbot} ;

ε_{cr} : deformação inicial de fissuração do concreto reforçado com fibras.

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (14)$$

Em conformidade com o ACI 544.8R (2016) e de acordo com os estudos de Barros *et al.* (2005), tem-se que o $\varepsilon_2 = 0,12\%$.

$$\sigma_{cr} = \sigma_1 \quad (15)$$

$$\sigma_1 = C_1(1,6 - d)f_{tm,fl} \quad (16)$$

Sendo:

d : altura útil do corpo de prova;

$f_{tm,fl}$: limite de proporcionalidade correspondente a resistência calculada a partir da carga máxima dentro do intervalo de abertura de fissura entre 0 e 0,05 mm.

Ainda em conformidade com o ACI 544.8R (2016), e de acordo com os estudos de Barros *et al.* (2005), tem-se que $C_1 = 0,52$.

$$y_{t2} = \left(\frac{2\eta\beta^2 - \eta\beta - \eta + 3\beta + 3}{3\beta(\eta\beta - \eta + 2)} \cdot (1 - k) \right) h \quad (17)$$

Ao observar tanto a Figura 12 quanto a Figura 13, percebe-se que é necessário a determinação da tensão de tração final no CRF (f_{Ftud}) e (F_{t2}), respectivamente, para o dimensionamento de uma viga de concreto reforçado com fibras e para, posterior, verificação do estado limite último de elementos de CRF. Para estabelecer esse parâmetro, faz-se necessário a determinação da força resultante resistente das fibras na parte tracionada do concreto e, para isso, deve-se fazer, preliminarmente, a verificação do posicionamento da linha neutra da estrutura.

Diante disso, faz-se necessário um estudo referente ao posicionamento dessa linha neutra e, como investigação preliminar, deve-se verificar o comportamento da carga máxima com a carga de fissuração, pois a linha neutra determinada analiticamente pode diferir da exposta na literatura, caso haja diferença entre essas duas cargas. Um caso particular que isso pode ocorrer é quando há uma orientação preferencial das fibras no concreto, pois estas fibras não ficarão mais dispersas, o que pode variar as propriedades do compósito e modificar a localização de cada material. Para deixar a afirmação anterior mais clara e evidente, as características referentes a essa orientação preferencial estão descritas na próxima seção.

2.7 Orientação Preferencial das Fibras

O concreto fluido por ser caracterizado pela elevada fluidez, devido ao uso de aditivos superplastificantes, e com estabilidade reológica no seu estado fresco, apresenta-se como um fator importante ao ser utilizado conjuntamente com a adição de fibras no concreto (MARTINIE; ROSSI; ROUSSEAL, 2010). Isso se justifica porque a fluidez do compósito permite que a distribuição das fibras ocorra de maneira uniforme, sendo possível utilizar o fluxo de lançamento do concreto para orientar as fibras, permitindo concentrá-las nos locais e nas direções de maiores tensões (MARTINIE; ROUSSEL, 2011; FERRARA, 2015).

A aplicação de uma matriz fluida proporciona a eliminação do processo de adensamento mecânico do concreto e possibilita uma distribuição mais uniforme das fibras no volume do compósito. Com isso, há um aumento na resistência da interface fibra-matriz, proporcionando melhor desempenho mecânico no estágio de pós fissuração do elemento (VASSANELI *et al.*, 2012). No entanto, a orientação das fibras é influenciada por vários fatores e, para investigar essa problemática, diversos estudos foram desenvolvidos (FERRARA, 2015).

A orientação das fibras é influenciada por diversos fatores, que vai desde o procedimento de mistura até a fase final do endurecimento do concreto. Diante disso, e para o máximo aproveitamento das propriedades do concreto fluido reforçado com fibras, devem ser

adotados processos de produção específicos que induzam essa orientação preferencial das fibras nos locais e direções submetidos às maiores tensões, pois quanto mais alinhadas às linhas de tensão, maior será o reforço efetuado pelas fibras no elemento estrutural (TORRENTS *et al.*, 2012; LARANJEIRA *et al.*, 2012; VASSANELI *et al.*, 2012).

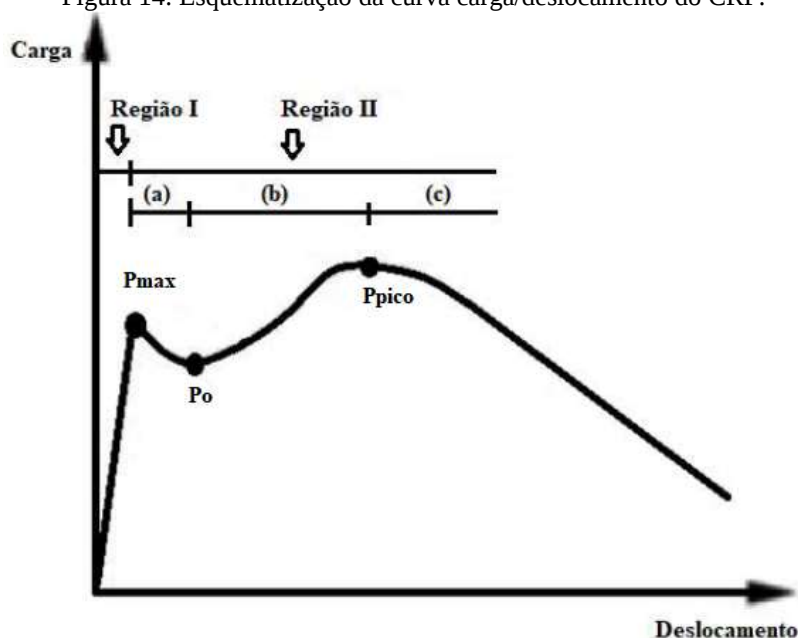
A forma mais simples e comumente adotada de induzir essa orientação preferencial para as fibras é com o fluxo de lançamento do concreto, levando em consideração as dimensões das fibras, o processo de lançamento do concreto e as dimensões dos moldes (FERRARA, 2015; MELO, 2018). Alguns autores analisaram a resistência à tração de concretos que possuíam as fibras preferencialmente orientadas e concretos com a dispersão aleatória das fibras, como mostrado nos trabalhos de Vassaneli *et al.* (2012) e Laranjeira *et al.* (2012).

De acordo com Bentur e Mindess (2007) e conforme Martinie e Roussel (2011), quando as fibras estavam alinhadas às linhas de tensão, a eficiência do reforço foi de 100%, enquanto que no caso de dispersão aleatória das fibras, a eficiência do reforço foi reduzida para 30%. Diante dessa significativa mudança que a orientação das fibras pode proporcionar, faz-se necessário uma análise do comportamento do escoamento do concreto fluido.

Ao analisar o escoamento desse tipo de concreto, é possível classificá-lo como um fluido de baixa viscosidade, ou seja, o concreto possui baixa resistência ao fluxo, onde o mesmo flui facilmente porque a sua composição molecular resulta em pouco atrito quando está em movimento. Outrossim, existe uma resultante da força de arrasto sobre as fibras que produz um momento capaz de induzir a orientação preferencial das fibras de forma paralela ao fluxo, o que permite a governabilidade da dispersão e orientação das fibras na matriz através de um conjunto adequadamente balanceado de propriedades no estado fresco (FERRARA, 2005; FERRARA; PARK; SHAH, 2007; MELO, 2018).

Diante disso, e sabendo que quando há uma orientação preferencial das fibras, as mesmas tendem a ficar paralelas ao fluxo, faz-se necessário um estudo referente a relação da orientação das fibras com a carga suportada pelo compósito, pois a depender do tipo, orientação, tamanho e volume de fibra utilizada, a carga máxima pode atingir um valor diferente da carga de fissuração. Quando isso acontece, a linha neutra do elemento, após o processo de ruptura da matriz, pode não corresponder ao valor teórico admitido na literatura (TOLEDO, 1997). Como forma de ilustração, a Figura 14 representa a curva carga-deslocamento de um concreto reforçado com fibras.

Figura 14: Esquematisação da curva carga/deslocamento do CRF.



Fonte: Adaptado de Toledo (1997).

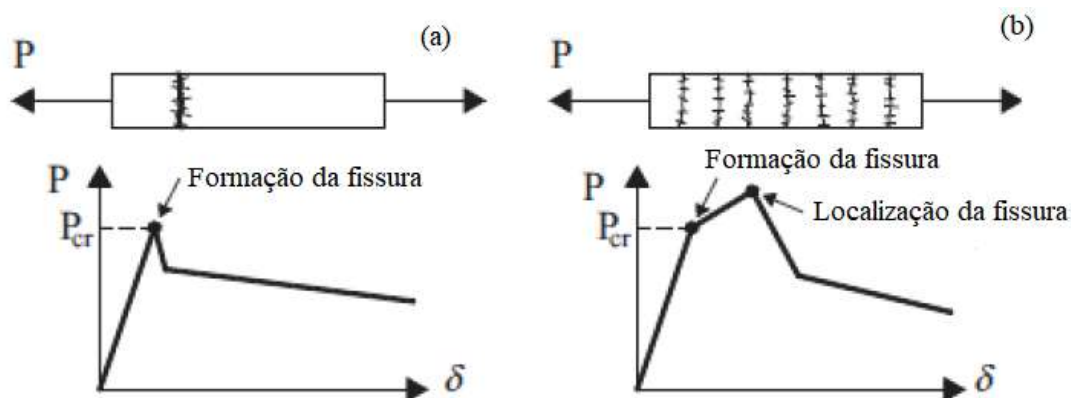
Em análise da Figura 14, pode-se verificar que a curva é dividida em duas partes, a Região I, que representa a zona elástica antes do rompimento da matriz, onde apenas a matriz suporta a carga; e a Região II, que representa a zona inelástica até a ruptura total da matriz, onde as fibras suportam quase toda a tensão de tração. A Região II ainda é subdividida em três trechos: trecho (a), onde as forças elásticas suportadas pela matriz são transmitidas para as fibras após o rompimento da matriz; trecho (b), onde as fibras suportam todas as forças de tração, caracterizado pela recuperação da capacidade de carga com o aumento de deslocamento no trecho pós-fissuração; e o trecho (c), caracterizado pela perda gradual da capacidade de suporte de carga do compósito, em decorrência do arrancamento ou ruptura da fibra até que ocorra, por fim, a ruptura total do compósito.

Sendo assim, como pode-se observar, após atingir a carga máxima do compósito, as fibras passam a ser solicitadas, atuando como uma ponte de transferência de tensões entre as fissuras. Em consequência disso, há uma redistribuição dos esforços no compósito, o que pode promover um aumento significativo na tenacidade do compósito, muito além da resistência à fissuração do concreto (FIGUEIREDO, 2011). Dessa forma, a ação dessas fibras pode propiciar dois tipos de comportamentos distintos à matriz cimentícia, como já mencionado na seção 2.6, que pode ser de amolecimento ou endurecimento (DI PRISCO; COLOMBO; DOZIO, 2013).

Na maioria dos casos, após atingir a carga máxima, carga correspondente ao rompimento da matriz, o concreto apresenta um comportamento de amolecimento (Figura 15a), ou seja, perda gradual da rigidez da matriz. Em outros casos, ao garantir uma orientação

preferencial das fibras por exemplo, pode haver o comportamento de endurecimento (Figura 15b), onde as fibras atuam resistindo a aumentos de solicitações pós-pico, garantindo um enrijecimento da matriz (FIB MODEL CODE 2010, 2013). Para exemplificar esses dois comportamentos, os mesmos podem ser novamente visualizados por meio da Figura 15.

Figura 15: Comportamento típico de CRF
a) Amolecimento; b) Endurecimento.



Fonte: Adaptado de Di Prisco, Colombo e Dozio (2013).

Ao observar a Figura 15a, verifica-se o comportamento linear de amolecimento, que representa perda gradual da rigidez na matriz após o compósito atingir a carga máxima. Em análise da Figura 15b, percebe-se que o elemento que apresenta um comportamento de endurecimento, apresenta, em um determinado deslocamento, uma carga maior do que a carga máxima e isso significa que, após o rompimento da matriz, a redistribuição de esforços propiciada pelas fibras permite o aumento da resistência de pós-fissuração do compósito.

De modo geral, quando os elementos apresentam um comportamento de endurecimento e denotam uma orientação preferencial das fibras, a carga de fissuração (carga correspondente ao surgimento de fissuras na matriz) pode assumir valor superior a carga máxima (carga correspondente ao rompimento da matriz), pois as fissuras podem aparecer em um momento posterior se comparado ao momento de rompimento da matriz. Isso acontece para elementos que possuem fibras que apresentam um alto módulo de elasticidade e evidenciam uma eficiente aderência fibra-matriz, pois esse tipo de fibra é pouco deformável e colabora para enrijecer o compósito no estado pós-fissuração (TOLEDO, 1997).

De maneira análoga, para elementos que apresentam comportamento de amolecimento e evidenciam uma orientação preferencial das fibras, geralmente, a carga máxima (carga correspondente ao rompimento da matriz) pode assumir valor superior a carga de fissuração (carga correspondente ao surgimento de fissuras na matriz). Essa afirmativa pode ser

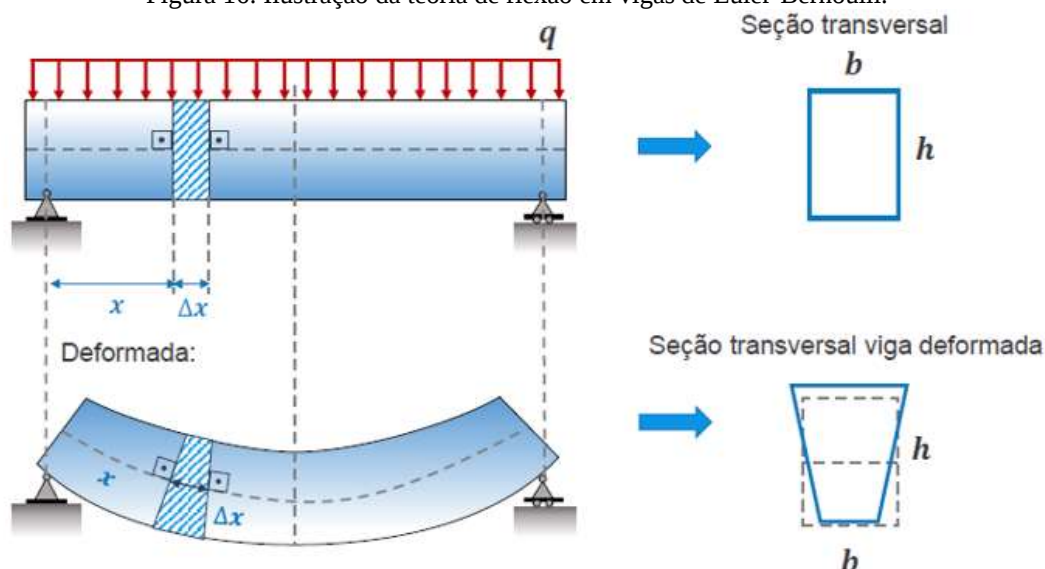
fundamentada porque esses elementos possuem fibras com baixo módulo de elasticidade, que dificilmente irão contribuir para que ocorra um aumento na resistência pós-fissuração do compósito, o que pode promover um retardamento no surgimento das fissuras devido a eficiente capacidade de deformação dessas fibras. Em síntese, quando a carga de fissuração difere da carga máxima, o posicionamento longitudinal da fissura pode também não corresponder ao valor de linha neutra determinada pela literatura (TOLEDO, 1997; DI PRISCO; COLOMBO; DOZIO, 2013).

2.8 Teoria de Flexão em Vigas

Como mostrado na seção anterior, quando há uma orientação preferencial das fibras, as mesmas tendem a ficar paralelas ao fluxo de lançamento do concreto e o comportamento da carga máxima com a carga de fissuração pode diferir. Em consequência disso, caso ocorra essa diferença, a linha neutra determinada analiticamente pode diferir da exposta na literatura (normativas e códigos de referência). Sendo assim, faz-se necessário um estudo referente a linha neutra da estrutura e, para isso, pode-se utilizar a teoria de flexão em vigas de Euler-Bernoulli para determinação desse parâmetro.

A teoria de flexão em vigas de Euler-Bernoulli é baseada nas seguintes hipóteses cinemáticas: a seção plana permanece plana após a deformação; o eixo longitudinal que não está nem alongado, nem encurtado é denominado superfície neutra/linha neutra; a seção apresenta-se ortogonal a linha neutra tanto na configuração deformada quanto na indeformada. Para mais, após a deformação, devido ao efeito de Poisson, a área que é comprimida se alonga e área que é tracionada se comprime (SADD, 2009; HIBBELER, 2010). Como forma de ilustração, essas informações podem ser observadas na Figura 16.

Figura 16: Ilustração da teoria de flexão em vigas de Euler-Bernoulli.



Fonte: Própria (2020).

2.9 Algumas Considerações Sobre o Capítulo

Em virtude dos diversos avanços que vem acontecendo em relação ao emprego do concreto reforçado com fibras em aplicações estruturais, tanto com fibras de aço (CRFA) quanto com fibras poliméricas (CRFP), antes de desenvolver o presente trabalho, houve a necessidade de realizar um estudo referente a cada tipo de concreto já mencionado. A partir desses estudos e através de importantes abordagens presentes na literatura, ao que refere-se ao concreto com fibras de aço, segue a Tabela 6 como demonstração de trabalhos desenvolvidos, e no que diz respeito ao concreto com fibras poliméricas, segue a Tabela 7.

Tabela 6: Resumo de algumas pesquisas referentes ao CRFA desenvolvidas nos últimos 10 anos.

Ano	Autor	Teor de fibra (%)	Observações
2009	BARROS, A. R.	1,00	Verificou-se um possível procedimento de obtenção de um concreto fluido reforçado com fibras, a partir de uma dosagem de concreto autoadensável já existente.
2010	GÓIS, F. A. P.	0,40; 0,80	Observou-se que os concretos com teor de 0,40% de fibras apresentaram consistência fluida, correspondendo ao melhor percentual de fibras para compósitos fluidos.
2014	ARIF, M. A.	0,44	Percebeu-se que uma fração volumétrica de 0,44% atende aos critérios estabelecidos no FIB Model Code 2010 (2013).

Ano	Autor	Teor de fibra (%)	Observações
2015	ABRISHAMBAF, A.; BARROS, J. A. O.; CUNHA, V. M. C. F	0,75	Concluiu-se que ao utilizar um alto teor de fibras, especialmente quando o comportamento à tração mostra um modelo de endurecimento, é preferível executar algum teste de tração indireta.
2015	GALOBARDES, I.; FIGUEIREDO, A. D.	0,50	Avaliou-se que uma fração volumétrica de 0,50% atendeu aos critérios estabelecidos no FIB Model Code 2010 (2013). No entanto, os resultados de pós-fissuração não foram tão satisfatórios.
2017	SUBRAMANIAM, V. L.; GALI, S.	0,50; 0,75	Percebeu-se que os concretos com teor de 0,75% de fibras apresentaram um melhor comportamento tanto no estágio pós-fissuração do CRFA quanto na resposta de resistência pós-pico.
2017	AGRA, R. R.	0,32	Notou-se que as fibras de aço, mesmo utilizadas em teores abaixo do crítico (1,10%), apresentam um reforço significativo.
2018	MELO, A. H. V.	0,33	Observou-se que, ao tratar-se de concreto com matriz fluida com a incorporação de fibras, é observada a tendência de alinhamento das fibras no plano perpendicular ao fluxo de lançamento do concreto.
2018	LEONE <i>et al.</i>	0,46	Verificou-se que uma distribuição aleatória das fibras produz descontinuidades na matriz, o que pode reduzir a resistência à tração do CRF, caso comparada com um CRF com orientação preferencial das fibras.
2018	SOUZA, D. A.	0,40	Percebeu-se que a maioria das amostras ensaiadas apresentou um comportamento de endurecimento, o que demonstra a efetividade no processo de redistribuição de esforços propiciado pelas fibras.

Fonte: Própria (2020).

Tabela 7: Resumo de algumas pesquisas referentes ao CRFP desenvolvidas nos últimos 10 anos.

Ano	Autor	Teor de fibra (%)	Observações
2010	GUIMARÃES, D.	0,60; 0,80; 1,00	Observou-se que os teores de 0,80% tiveram uma melhor eficiência nos ensaios, sendo uma alternativa interessante para a adição em pisos industriais.
2011	ROCHA, L. F. S.; JÚNIOR, E. S. D.	0,30; 0,50; 0,70; 0,90	Percebeu-se que o concreto que apresentou o melhor comportamento mecânico foi o que utilizou o teor de 0,70% de fibras, sendo este compósito o que apresenta maior coesão e melhor trabalhabilidade.
2013	SILVA, T. N. M.	0,25	Concluiu-se que ao utilizar o teor de fibras de 0,25%, a resistência à tração do compósito apresentou um ganho de 12,33%, o que elevou a sua capacidade de absorver maiores impactos.

Ano	Autor	Teor de fibra (%)	Observações
2013	SALVADOR, R. P.; FIGUEIREDO, A. D.	0,22; 0,33; 0,50; 0,66; 0,82; 1,00	Observou-se que a utilização de equipamento com sistema fechado de controle de velocidade conferiu uma grande vantagem, pois o comportamento pós-fissuração medido não foi afetado pela instabilidade pós-pico.
2014	MONTE, R.; TOALDO, G. S.; FIGUEIREDO, A. D.	0,50; 0,75; 1,00	Notou-se que o sistema aberto para controle de velocidade compromete a avaliação do comportamento mecânico das estruturas, principalmente para os menores teores de fibras.
2016	ISLAM, G. M. S.; GUPTA, S.	0,10; 0,15; 0,20; 0,25; 0,30	Avaliou-se que ao utilizar o teor de fibras de 0,30%, as fissuras por contração plástica poderiam ser reduzidas em torno de 50 a 99%, se comparadas com as apresentadas no concreto sem fibras.
2017	AGRA, R. R.	0,33; 1,50; 2,00	Verificou-se que para o teor de 0,33%, as fibras apresentaram baixa capacidade de reforço, de modo que é necessário utilizá-las em teores mais elevados para garantir um nível de desempenho satisfatório.
2019	SILVA <i>et al.</i>	1,00	Percebeu-se que, com a realização das moldagens em dupla camada, houve um aumento das resistências de pico à medida que foi realizado a redução da camada do concreto reforçado com fibras.

Fonte: Própria (2020).

A partir das informações dispostas nas Tabelas 6 e 7, pode-se perceber que os estudos desenvolvidos não consideram a orientação das fibras no concreto como um fator de interferência na direção da força resultante resistente das fibras, como investigado nesse trabalho. Diante disso, e sabendo da significativa mudança que a orientação preferencial das fibras pode proporcionar ao concreto, a fim de obter o posicionamento e a resultante das fibras de um modelo de concreto fluido reforçado com fibras, surge a necessidade da quantificação da parcela específica da força de tração desses elementos.

Para isso, utilizou-se como auxílio diversas informações presentes nos trabalhos dispostos nas Tabelas 6 e 7 para, então, desenvolver e produzir um concreto fluido reforçado com fibras otimizado. Dessa forma, utilizou-se um concreto com matriz fluida com a incorporação de fibras, onde o procedimento de obtenção desse compósito foi realizado a partir de uma dosagem de concreto autoadensável já existente. Ao que corresponde ao CRFA, empregou-se um teor de fibras correspondente a 0,40% em relação ao volume, enquanto que para o CRFP, adotou-se 1,00%, onde estes valores foram determinados por meio do cálculo do volume crítico e através dos trabalhos ilustrados nas Tabelas já mencionadas.

Ademais, fez-se uso de equipamento com sistema fechado de controle de velocidade para garantir que o comportamento pós-fissuração medido não seja afetado pela instabilidade pós-pico do compósito e preferiu-se também executar um teste de tração indireta. Vale salientar que dentre os trabalhos ilustrados nas Tabelas 6 e 7, estão dispostos algumas das principais pesquisas desenvolvidas pelo Grupo de Concreto Reforçado com Fibras da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), como por exemplo o trabalho de Souza (2018) referente ao CRFA e o estudo de Agra (2017) relacionado ao CRFP.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, realiza-se uma abordagem referente a metodologia de produção e caracterização mecânica tanto do CRFA quanto do CRFP, onde apresenta-se todo o procedimento utilizado no trabalho, que vai desde a exposição das características dos materiais, passando pela definição da dosagem, produção, moldagem e cura dos concretos, descrição dos ensaios no estado fresco e endurecido, preparação das amostras, caracterização dos equipamentos e aplicação do ensaio normatizado pela EN 14651 (2007).

Ademais, também estão incluídos nesta seção informações referentes a estudos anteriores desenvolvidos pelo Grupo de Concreto Reforçado com Fibras da UFAL, como os trabalhos de Agra (2017), Melo (2018), Souza (2018), Matos (2018) e Silva *et al.* (2019), onde a pesquisa ilustrada neste trabalho também foi elaborada em conjunto com o grupo mencionado. Esse grupo é composto por pesquisadores que desenvolvem trabalhos relacionados ao CRF, onde as informações referentes aos experimentos e as análises dos concretos são produzidas e compartilhadas com todos os componentes que fazem parte da equipe.

3.1 Caracterização dos Materiais

A matriz utilizada na produção dos concretos é composta dos seguintes materiais: agregados miúdo e graúdo, cimento, adição mineral (RBMG), água e aditivo superplastificante. Para a confecção do CRFA, o reforço utilizado foram as fibras de aço, e para o CRFP, foram as fibras poliméricas. As características detalhadas referentes a estes materiais estão descritas nas próximas seções.

3.1.1 Agregado miúdo

Os agregados naturais utilizados, tanto o miúdo quanto o graúdo, foram caracterizados em conformidade com os procedimentos estabelecidos pelas normas regulamentadoras da ABNT. Na Tabela 8, estão apresentados os ensaios que foram utilizados para essa caracterização e as suas normas correspondentes.

Tabela 8: Ensaios e normas utilizadas para a caracterização dos agregados.

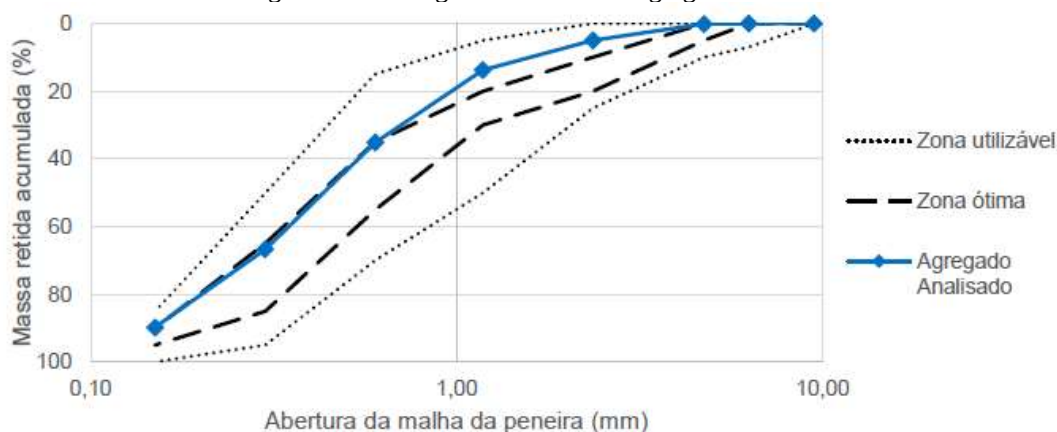
Ensaios	Agregado graúdo	Agregado miúdo
Distribuição granulométrica	NBR NM 248 (2003)	NBR NM 248 (2003)
Massa unitária	NBR NM 45 (2006)	NBR NM 45 (2006)
Massa específica	NBR NM 53 (2003)	NBR NM 52 (2009)
Absorção	NBR NM 53 (2003)	NBR NM 30 (2001)

Fonte: Própria (2020).

O agregado miúdo empregado na mistura foi a areia lavada fina, comercialmente encontrada na cidade de Maceió. Após a compra do material, a mesma foi seca ao ar livre e, após a secagem, foi submetida ao processo de peneiramento, onde utilizou-se a areia que passou na peneira com abertura de malha de 4,75 mm. Para a caracterização desse agregado, foram utilizadas três amostras em cada ensaio e as características físicas foram determinadas a partir da NBR NM 248 (2003), NBR NM 45 (2006), NBR NM 52 (2009) e NBR NM 30 (2001).

A composição granulométrica, o módulo de finura e o diâmetro máximo do agregado foram determinados a partir do procedimento normatizado pela NBR NM 248 (2003), onde os resultados referentes a essa composição estão arranjos na Figura 17 e o valor de módulo de finura, bem como do diâmetro máximo do agregado, está ilustrado na Tabela 9. Na Figura 17, estão dispostas a curva granulométrica da areia adotada e as zonas ótima e utilizável recomendada pela norma citada.

Figura 17: Curva granulométrica do agregado miúdo.



Fonte: Melo (2018).

Para a obtenção dos valores referentes à massa específica, massa específica aparente, massa unitária no estado solto e absorção do agregado, foram utilizadas as metodologias

propostas pela NBR NM 45 (2006), NBR NM 30 (2001) e NBR NM 52 (2009). Os resultados aferidos nesses ensaios estão mostrados na Tabela 9.

Tabela 9: Caracterização do agregado miúdo.

Característica	Correspondência
Massa específica (g/cm ³)	2,56
Massa específica aparente (g/cm ³)	2,49
Massa unitária no estado solto (g/cm ³)	1,49
Absorção (%)	0,56
Diâmetro máximo (mm)	2,36
Módulo de finura	2,10
Graduação granulométrica	Areia Fina

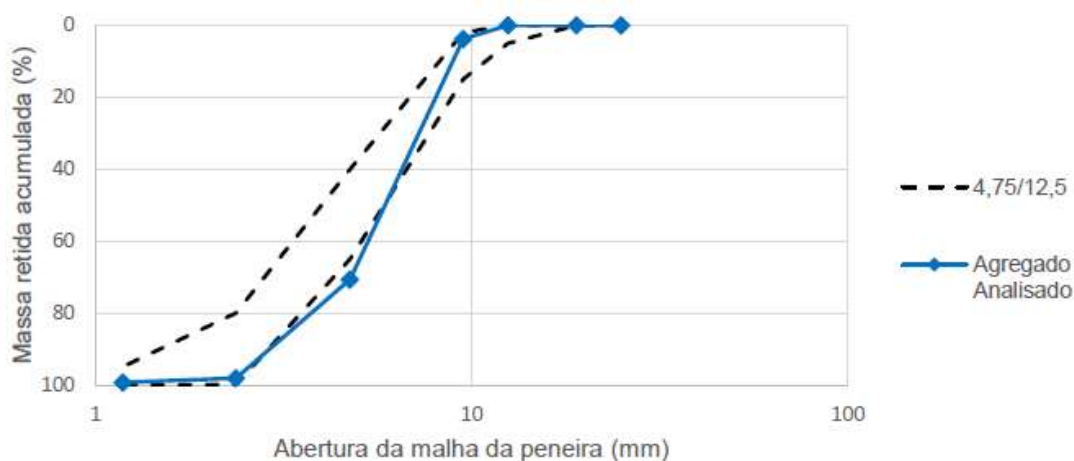
Fonte: Melo (2018).

3.1.2 Agregado graúdo

O agregado graúdo empregado na mistura foi a pedra britada, comercialmente encontrada na cidade de Maceió. Após a compra do material, com o objetivo de retirar os finos e resíduos misturados ao mesmo, a pedra britada foi lavada e, posteriormente, foi seca ao ar livre. Após a secagem, foi submetida ao processo de peneiramento, onde utilizou-se a brita que passou na peneira com abertura de malha de 12,5 mm. Para a caracterização desse agregado, as características físicas foram determinadas a partir da NBR NM 248 (2003), NBR NM 45 (2006) e NBR NM 53 (2003).

A composição granulométrica e o diâmetro máximo do agregado foram determinados a partir do procedimento normatizado pela NBR NM 248 (2003), onde os resultados referentes a essa composição estão dispostos na Figura 18 e o valor do diâmetro máximo do agregado está ilustrado na Tabela 10. Na Figura 18, estão dispostas a curva granulométrica da pedra britada e a zona de classificação 4,75/12,5 recomendada pela norma citada.

Figura 18: Curva granulométrica do agregado graúdo.



Fonte: Melo (2018).

Para a obtenção dos valores referentes à massa específica, massa específica aparente, massa unitária no estado solto e absorção do agregado, foram utilizadas as metodologias propostas pela NBR NM 45 (2006) e NBR NM 53 (2003). Os resultados aferidos nesses ensaios estão dispostos na Tabela 10.

Tabela 10: Caracterização do agregado graúdo.

Característica	Correspondência
Massa específica (g/cm ³)	2,57
Massa específica aparente (g/cm ³)	2,63
Massa unitária no estado solto (g/cm ³)	1,39
Absorção (%)	0,78
Diâmetro máximo (mm)	9,50

Fonte: Melo (2018).

3.1.3 Cimento

Para a produção do concreto, utilizou-se o cimento do tipo CP V ARI RS que é comercialmente encontrado na cidade de Maceió. Esse tipo de cimento exibe menor granulometria, quando comparado aos demais tipos de cimento do mercado, o que garante uma melhor fluidez da mistura (MELO, 2005). Outrossim, o cimento CP V ARI RS apresenta alta resistência inicial e não possui nenhum tipo de aditivo e, por isso, foi utilizado na confecção do presente trabalho. Algumas das propriedades do cimento utilizado, como por exemplo a massa específica, estão ilustradas na Tabela 11.

Tabela 11: Propriedades do CP V ARI RS.

Característica	Correspondência
Massa específica (g/cm ³)	3,080
Blaine (cm ² /g)	4,143

Fonte: Manual do fabricante (2018).

3.1.4 Adição mineral

A adição mineral utilizada foi o Resíduo de Beneficiamento de Mármore e Granito (RBMG), onde o mesmo é originado do corte e polimento de placas de mármore e granito. Esse material foi disponibilizado por uma empresa do setor localizada na cidade de Maceió, configura-se como adição mineral inerte e possui granulometria muito fina. Devido a essa granulometria e por funcionar como um fíler para a mistura, ele é muito utilizado na confecção de matrizes cimentícias fluidas, pois contribui para o aumento da coesão e viscosidade da mistura (LISBOA, 2004; AGRA, 2017; SOUZA *et al.*, 2017).

O RBMG utilizado nas moldagens foi coletado em uma indústria de rochas ornamentais local, onde o mesmo estava armazenado em volta do maquinário da empresa. O processo de coleta e transporte foi realizado junto à empresa local, sendo o resíduo depositado em recipientes plásticos no pátio de armazenamento do Laboratório de Materiais e Estruturas (LEMA) da Universidade Federal de Alagoas.

Após isso, o material passou por um processo de pré-secagem em bandejas ao ar livre, sendo então destorroado com o uso de um pilão e seco em estufa a 110° C. Feito esse processo, o material foi peneirado em uma malha de abertura de 0,3 mm, tornando-se um pó fino de cor cinza claro, e a sua caracterização ocorreu a partir das recomendações NBR NM 52 (2009). As características do RBMG estão ilustradas na Tabela 12, onde pode-se observar as propriedades desse material.

Tabela 12: Características do resíduo do beneficiamento de mármore e granito.

Característica	Correspondência
Tipo	Inerte
Massa específica (g/cm ³)	2,711
Material retido na peneira (%)	0,558

Fonte: Souza (2018).

3.1.5 Água

Na produção dos concretos e no processo de cura dos mesmos, a água potável utilizada foi fornecida pela companhia de saneamento de Alagoas (CASAL), disponível na rede de abastecimento da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), no Campus A.C. Simões, na cidade de Maceió.

3.1.6 Aditivo superplastificante

O aditivo superplastificante empregado na mistura foi o de 3ª geração baseado em uma cadeia de éter policarboxílico modificado, que apresenta densidade de $1,08 \text{ g/cm}^3$ e teor de sólidos de 30%. Esse aditivo atua como dispersante do material cimentício, garante uma melhor trabalhabilidade do concreto sem a necessidade de alterar a relação de água/cimento, proporciona alta fluidez e redução no consumo de água, sendo recomendado para a produção de concretos fluidos.

Vale salientar que o aditivo foi utilizado com o objetivo de tornar a matriz fluida e garantir uma maior uniformidade na distribuição das fibras. Para mais, como mencionado nas seções anteriores, este material é um fator importante ao ser utilizado conjuntamente com a adição de fibras no concreto, pois é possível utilizar o fluxo de lançamento do concreto para orientar as fibras, permitindo concentrá-las nos locais e nas direções de maiores tensões. Diante disso, a Tabela 13 apresenta as características do aditivo utilizado neste trabalho.

Tabela 13: Características do aditivo superplastificante.

Característica	Correspondência
Nome	Glenium 51
Função Principal	Superplastificante de 3ª geração
Base química	Éter Policarboxílico
Densidade (g/cm^3)	1,067 – 1,107
Teor de sólidos (%)	28,5 – 31,5
Aspecto	Líquido
Viscosidade (cps)	95 – 150
Cor	Branco Turvo
pH	5 – 7

Fonte: Manual do fabricante (2018).

3.1.7 Fibras de aço

A fibra utilizada nesse estudo foi caracterizada pelo fabricante, segundo critérios propostos pela NBR 15530 (2007). De acordo com essa norma, a fibra de aço utilizada é classificada como do tipo A (apresenta ancoragem nas extremidades) em função da conformação geométrica, e da classe I (oriunda de arame trefilado a frio) em função do aço que deu origem à fibra. Além disso, a mesma apresenta seção circular e fator de forma igual a 80, o que mostra que, de acordo com a Tabela 2, para o tipo de fibra utilizada, o fator de forma está adequado. A caracterização desse material está apresentada na Tabela 14.

Tabela 14: Propriedades das fibras de aço.

Característica	Correspondência
Forma	Tipo AI
Comprimento (mm)	60
Diâmetro equivalente (mm)	0,75
Fator de forma	80
Densidade (g/cm ³)	7,85
Módulo de elasticidade longitudinal (GPa)	210
Alongamento máximo (%)	< 4
Resistência à tração (MPa)	1100

Fonte: Manual do fabricante (2018).

3.1.8 Fibras poliméricas

As fibras de reforço de material sintético (poliméricas) utilizadas no estudo são da GCP Applied Technologies - STRUX® 90/40 e suas propriedades estão ilustradas na Tabela 15. Outrossim, devido à falta de normatizações que regulamentem a utilização das fibras poliméricas, fez-se o uso do ACI 544.1R (1996), em que essa normativa mostra aspectos referentes as fibras de aço. A partir disso, verificou-se que as fibras devem possuir um fator de forma na faixa de 20 a 100, e fazendo uma analogia com as fibras poliméricas utilizadas, o fator de forma está adequado.

Tabela 15: Propriedades das fibras poliméricas.

Característica	Correspondência
Comprimento (mm)	40
Fator de forma	90
Densidade (g/cm ³)	0,92
Absorção	Nenhuma
Módulo de elasticidade longitudinal (GPa)	9,50
Ponto de fusão (°C)	160
Ponto de ignição (°C)	590
Resistência a álcalis, ácidos e sal	Alta
Resistência à tração (MPa)	600 - 650

Fonte: Manual do fabricante (2018).

3.2 Definição da Dosagem

A dosagem foi desenvolvida a partir do método de Gomes *et al.* (2003), para a produção de concreto autoadensável, onde o mesmo deve ser executado em três fases: obtenção da composição da pasta, determinação da proporção de mistura dos agregados e seleção do conteúdo de pasta. Na primeira etapa, além da composição da pasta, deve-se determinar a relação superplastificante/cimento (sp/c) e RBMG/cimento (r/c); para a segunda, deve-se otimizar os materiais constituintes do esqueleto granular, através do ensaio-padrão descrito na NBR NM 45 (2006); e, por fim, deve-se definir o volume de pasta que produza a fluidez necessária.

Para isso, devem ser estabelecidas as relações água/cimento (a/c), superplastificante/cimento (sp/c), RBMG/cimento (r/c) e água de amassamento/água total (aa/at). Para mais, também deve ser determinada a massa específica de cada material utilizado, assim como a distribuição dos agregados e os dados do superplastificante. Para o cálculo da dosagem, foram utilizadas como auxílio as Equações 18 a 28.

- Definição da quantidade de cimento (C):

$$C = \frac{VP}{\frac{1}{\rho_c} + \frac{r/c}{\rho_{rc}} + \frac{a/c}{\rho_a} + \frac{sp/c}{\rho_{sp}}} \quad (18)$$

Em que:

VP : volume da pasta;

r/c : relação RBMG/cimento;

a/c : relação água/cimento;

sp/c : relação superplastificante/cimento;

ρ_c : massa específica do cimento;

ρ_{rc} : massa específica do RBMG;

ρ_a : massa específica da água;

ρ_{sp} : massa específica do superplastificante.

- Determinação da quantidade de RBMG:

$$RBMG = 0,5C \quad (19)$$

Sendo:

C : quantidade de cimento calculada por meio da Equação 18.

- Definição da quantidade de água total (A_{TOTAL}) e água de amassamento (A_{AMAS}), respectivamente:

$$A_{TOTAL} = 0,5C \quad (20)$$

$$A_{AMAS} = A_{TOTAL} \cdot aa/at \quad (21)$$

Em que:

aa/at : relação água de amassamento/água total.

- Determinação da quantidade de superplastificante:

$$Superplastificante = \frac{C(sp/c)}{30\%} \quad (22)$$

Sendo:

sp/c : relação superplastificante/cimento.

- Definição da quantidade de água contida no superplastificante (AS):

$$AS = Superplastificante \cdot Teor \ de \ água \ do \ superplastificante \quad (23)$$

- Determinação da quantidade de massa total dos agregados (MTA):

$$MTA = (1 \cdot (1 - VP)) \cdot (VPB \cdot \rho_{pb} + VB12 \cdot \rho_b) \quad (24)$$

Em que:

VP : volume da pasta;

VPB : volume do agregado miúdo;

$VB12$: volume do agregado graúdo;

ρ_{pb} : massa específica do agregado miúdo;

ρ_b : massa específica do agregado graúdo.

- Definição da quantidade de agregado miúdo (PB):

$$PB = MTA \cdot VPB \quad (25)$$

- Determinação da quantidade de agregado graúdo (B12):

$$B12 = MTA \cdot VB12 \quad (26)$$

- Definição da quantidade de água de absorção (A_{abs}):

$$A_{abs} = \left(\frac{1,1}{100}\right) \cdot (PB) + \left(\frac{0,86}{100}\right) \cdot (B12) \quad (27)$$

- Determinação da quantidade de água restante (A_{res}):

$$A_{res} = A_{TOTAL} - A_{AMAS} - AS \quad (28)$$

A partir das relações calculadas pelo Grupo de Concreto Reforçado com Fibras para determinação da dosagem do concreto (Tabela 16) e, por meio das Equações listadas anteriormente, definiu-se a dosagem da matriz (Tabela 17), onde foi estabelecido um teor de pasta (VP) correspondente a 38%.

Tabela 16: Proporções dos materiais da dosagem.

Relação	Valor
Água/cimento (a/c)	0,50
RBMG/cimento (r/c)	0,50
Superplastificante/cimento (sp/c)	0,50
Teor de areia (%)	47,5
Teor de brita (%)	52,5
Teor de pasta (%)	38,0

Fonte: Adaptado de Melo (2018).

Ao que está relacionado ao teor de adição de fibras, este parâmetro foi determinado utilizando-se do conceito de volume crítico de fibras proposto por Bentur e Mindess (1990). Esse volume refere-se ao máximo de fibras que, após a ruptura da matriz, mantém o concreto com a mesma capacidade de receber cargas, sendo definido pela Equação 29.

$$V_{f(crit)} = 2 \cdot \frac{\sigma_{MU}}{\tau_{FU}} \cdot \frac{1}{FF} \quad (29)$$

Sendo:

σ_{MU} : resistência última da matriz à tração direta na ausência da fibra;

τ_{FU} : máxima tensão tangencial de atrito;

FF : fator de forma da fibra.

A partir da Equação 29, utilizando o FF das fibras e os valores de referência adotados por Pasa (2007), encontra-se que o volume crítico para a fibra adotada é de 1,10%, onde esse teor crítico refere-se ao máximo de fibras que é vantajoso adicionar ao concreto em análise. Para o presente trabalho, ao que refere-se as vigas com CRFA, adotou-se o teor correspondente a 0,40% em relação ao volume e, para as vigas com CRFP, adotou-se o teor de 1,00%. Esses valores também foram estabelecidos a partir de estudos anteriores desenvolvidos pelo Grupo de Concreto Reforçado com Fibras e o consumo de materiais estão representados na Tabela 17.

Tabela 17: Consumo de materiais por m³.	
Materiais	Massa (kg)
Cimento	377,90
RBMG	188,95
Agregado miúdo	774,53
Agregado graúdo	813,75
Água inicial	151,16
Água complementar	37,75
Água de absorção	11,17
Superplastificante	6,30
Para o CRFA	
Fibras de aço	25,98
Para o CRFP	
Fibras poliméricas	3,78

Fonte: Adaptado de Melo (2018) e Silva *et al.* (2019).

3.3 Produção, Moldagem e Cura dos Concretos

Para a realização do presente estudo, foram produzidas 16 vigas com $150 \times 150 \times 550$ mm, como recomendado pela EN 14651 (2007) para o ensaio de flexão a três pontos, e corpos de prova cilíndricos com diâmetro de 10 cm e altura de 20 cm. Foram produzidas 8 vigas de concreto fluido reforçado com fibras de aço (CRFA) e 8 vigas de concreto fluido reforçado com fibras poliméricas (CRFP). Os concretos foram produzidos conforme dosagem descrita na seção anterior.

As produções de concreto foram executadas no Laboratório de Estruturas e Materiais (LEMA) da UFAL, em um misturador de eixo inclinado (betoneira) com capacidade de 400 litros e com rotação de tambor de 26 rpm. Tendo em vista o procedimento descrito por Gomes *et al.* (2003) e Barboza (2016), o processo de mistura foi realizado obedecendo as seguintes etapas:

1. Molha-se a betoneira, para evitar que parte da água da mistura seja absorvida pelas paredes internas da mesma, prejudicando o processo de hidratação do cimento;
2. Coloca-se a areia, a brita, a água de absorção e inicia-se a mistura por 30 segundos;
3. Adiciona-se o cimento e o RBMG e mistura por 30 segundos;
4. Acrescenta-se a água inicial (80% da relação a/c) e mistura por 90 segundos;
5. Dilui-se o aditivo superplastificante na água restante (20% da relação a/c), adiciona-se a solução à betoneira e mistura por mais 120 segundos;
6. Adiciona-se as fibras de forma fracionada com a betoneira em movimento e mistura por 60 segundos;
7. Após a produção do concreto, realiza-se o ensaio no estado fresco para determinar o espalhamento e o tempo de escoamento da mistura.

A moldagem dos corpos de prova foi realizada colocando o conteúdo de concreto na região central das formas, onde esse procedimento foi realizado para as 16 vigas. Devido à alta fluidez, não houve a necessidade de se realizar adensamento mecânico externo, sendo posteriormente realizado acabamento e nivelamento da superfície nas formas utilizadas, como pode ser visto na Figura 19.

Figura 19: Formas preenchidas e niveladas com concreto fresco.



Fonte: Adaptado de Souza (2018).

Ademais, como mencionado na seção 2.7, com o objetivo de produzir um concreto fluido e promover uma orientação preferencial das fibras a partir da moldagem, a forma prática adotada foi de induzir essa orientação através do fluxo de lançamento do concreto, levando em consideração as dimensões das fibras, o processo de lançamento do concreto e as dimensões dos moldes. A comprovação dessa orientação preferencial, a partir do lançamento do concreto, foi realizada a partir de trabalhos anteriores desenvolvidos pelo Grupo de Concreto Reforçado com Fibras, onde pode-se ver a ilustração dessa afirmativa a partir do trabalho de Melo (2018).

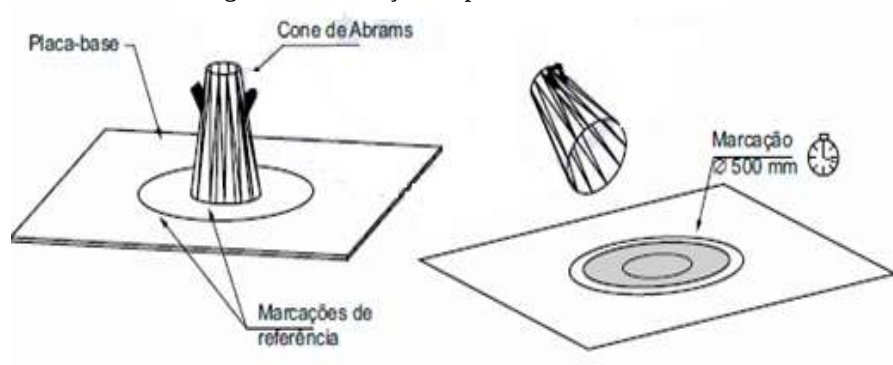
Ao que está relacionado ao tempo de cura do concreto, os elementos produzidos de concreto fluido reforçado com fibras foram submetidos, em um tanque de cura, à imersão em água por 28 dias. Esses elementos são designados por 16 corpos de prova cilíndricos, sendo 12 CPs de CRFA e 4 CPs de CRFP; e 16 vigas prismáticas, sendo 8 vigas de CRFA e 8 vigas de CRFP. Os corpos de prova foram avaliados por meio de ensaios de caracterização mecânica, descritos nas seções 3.5 e 4.2, e as vigas foram caracterizadas a partir do ensaio normatizado pela EN 14651 (2007), onde esta abordagem está ilustrada nas seções 3.9 e 4.3.

3.4 Ensaio no Estado Fresco

Os concretos produzidos foram submetidos no estado fresco ao ensaio de espalhamento (*slump-flow test*) para avaliação da condição de fluidez, verificando a capacidade de preenchimento e o aspecto do concreto quanto à uniformidade da distribuição do agregado gráúdo. O ensaio foi realizado de acordo com a NBR 15823-2 (2017), em que esta norma estabelece como resultados o espalhamento (SF) e o tempo de escoamento (t_{500}). Para medição desses fatores, foi realizado o seguinte procedimento:

- Limpar e umedecer internamente o molde e a placa-base;
- Posicionar a placa-base em uma superfície nivelada;
- Dispor o molde sobre a placa-base (Figura 20);
- Preencher o molde de concreto com o auxílio do complemento cônico (Figura 21a);
- Efetuar a desmoldagem, permitindo que o concreto flua na placa (Figura 21b);
- Verificar o tempo que o concreto chega até a segunda marcação (tempo de escoamento);
- Aguardar até que o concreto apresente situação de "aparente" repouso;
- Medir pelo menos duas medidas perpendiculares do diâmetro e fazer a média (D_{final}) (espalhamento) (Figura 22).

Figura 20: Ilustração do procedimento do ensaio.



Fonte: NBR 15823 -2 (2017).

Figura 21: Procedimento de ensaio prático
a) Preenchimento do molde; b) Desmoldagem.



Fonte: Própria (2020).

Figura 22: Medição do espalhamento.



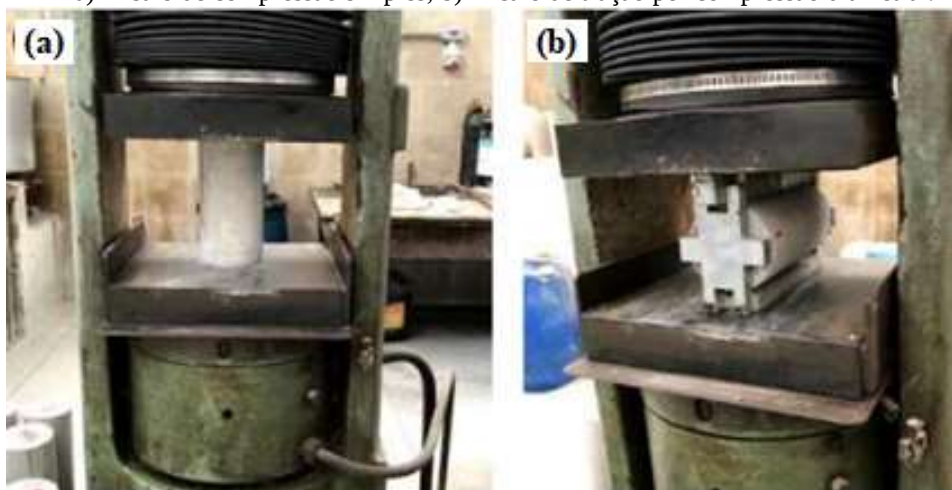
Fonte: Própria (2020).

Com a finalização desse ensaio, foram estabelecidos o tempo que o concreto escoou até chegar na segunda marcação da placa base (t_{500}) e a dimensão de duas medidas perpendiculares entre si para o valor do espalhamento. Nesse estudo, objetivou-se produzir um concreto fibroso fluido, como mencionado anteriormente, não necessariamente um concreto autoadensável, assim, outros ensaios que permitem classificar o concreto como autoadensável, como o Método da caixa L e o Método do funil V não foram realizados.

3.5 Ensaios de Caracterização Mecânica

A caracterização mecânica dos concretos ocorreu por meio dos ensaios de compressão simples e tração por compressão diametral, seguindo a metodologia normatizada pela NBR 5739 (2018) e a NBR 7222 (2011), respectivamente. Após um período de cura por imersão em água de 28 dias, os corpos de prova cilíndricos, com diâmetro de 10 cm e altura de 20 cm, foram submetidos a cada ensaio utilizando a prensa AMSLER com capacidade de 200 tf. Os ensaios estão representados na Figura 23.

Figura 23: Ensaios de caracterização mecânica
a) Ensaio de compressão simples; b) Ensaio de tração por compressão diametral.



Fonte: Adaptado de Melo (2018).

3.6 Preparação das Amostras

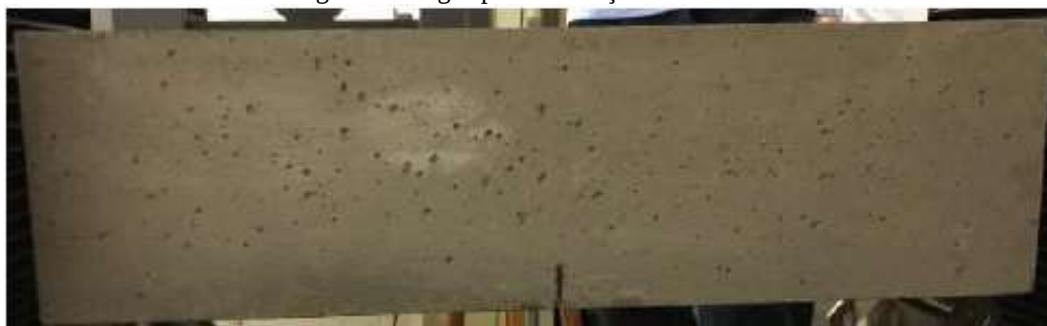
Antes de serem submetidas ao ensaio preconizado pela EN 14651 (2007), após a cura por imersão aos 28 dias, as vigas foram retiradas do tanque de cura para que fossem feitos os entalhes, onde este corte foi realizado com a utilização de uma serra mármore portátil DW862-B2. Esses entalhes foram realizados na superfície lateral do corpo de prova em relação à direção de moldagem, isto é, segundo uma direção paralela à direção de moldagem, como pode ser visto nas Figuras 24 e 25, e as dimensões do mesmo seguem as recomendações da EN 14651 (2007), como exposto na seção 2.3.1.

Figura 24: Procedimento da realização do entalhe.



Fonte: Souza (2018).

Figura 25: Viga após a execução do entalhe.



Fonte: Souza (2018).

Após a execução do entalhe, realizou-se o ensaio de flexão a três pontos, normatizado pela EN 14651 (2007), onde a partir deste ensaio é medida a resistência à tração por flexão do concreto. A partir deste procedimento, são caracterizadas as resistências residuais do concreto a flexão para determinadas aberturas de fissuras, assim como o limite de proporcionalidade.

Diante disso, e sabendo da importância da aplicação adequada deste tipo de ensaio, estão descritos nas seções 3.7 a 3.9 as ferramentas necessárias para uma efetiva aplicação deste procedimento. Na primeira seção, estão ilustrados os equipamentos utilizados; na segunda, estão descritos os processos de calibração dos instrumentos; e, na terceira, mostra-se o procedimento detalhado da execução de ensaio.

3.7 Caracterização dos Equipamentos

Os equipamentos utilizados para a realização do ensaio de flexão a três pontos normatizado pela EN 14651 (2007) são dados por: transdutor de deslocamento variável linear (LVDT); sistema de aquisição – Spider 8; máquina universal de ensaio Shimatzu e software controlador da máquina – *Trapezium X*; câmera Nikon; e software ITOM. As características referentes a esses instrumentos estão descritas nas seções 3.7.1 a 3.7.5.

3.7.1 Transdutor de deslocamento variável linear – LVDT

O transdutor de deslocamento variável linear (LVDT) é um equipamento eletromecânico usado para transformar movimento retilíneo em uma corrente elétrica variável, voltagem ou sinais elétricos (OLIVEIRA, 2009). Esse dispositivo é um sensor eletrônico, utilizado comumente na medição de deslocamentos de estruturas e transdutores de posição, que possibilita enviar os valores das medições diretamente para um sistema de aquisição (LUZ; BUTILHEIRO; SATHLER, 2004).

O equipamento utilizado neste trabalho apresenta uma capacidade de medição de 10 mm de deslocamento e é utilizado para realizar medições lineares, ao passo que produz um sinal de tensão que é proporcional ao deslocamento sofrido pelo seu núcleo. Outrossim, embora seja um sensor extremamente preciso, fornece apenas informações de deslocamentos unidirecionais, sendo adequado para utilização em laboratórios com ambiente controlado (WHITEMAN; LICHTI; CHANDLER, 2002), como é o caso do presente estudo.

Ao ser comprimido, o LVDT emite sinais que são captados pelo sistema de aquisição Spider 8, equipamento descrito na seção 3.7.2, e esses sinais são enviados para o computador pelo software ITOM, instrumento ilustrado no tópico 3.7.5. Sendo assim, esses sinais são fornecidos pelo LVDT em milivolt por volt (mV/V), medida não usual para deslocamentos horizontais, sendo necessário um fator de conversão (calibração) desta unidade para milímetros (mm), atividade descrita na seção 3.8.1.

3.7.2 Sistema de Aquisição – Spider 8

O sistema de aquisição de dados é composto por um condicionador de sinais Spider 8 (600 Hz), que está acoplado a um computador com o software ITOM. Esse condicionador de sinais é uma interface multicanal eletrônica para a aquisição de dados de medições dinâmicas, como por exemplo forças e deslocamentos, que são reproduzidas em função do tempo. Os dados são transmitidos ao computador utilizado através da porta serial (RS-232-C) na unidade de mV/V, sendo convertida, posteriormente, na unidade a qual se deseja analisar.

A configuração do Spider 8, equipamento utilizado neste trabalho, foi feita através de softwares instalados no computador utilizado. A partir deste equipamento, o LVDT é conectado e com o sistema devidamente ligado e conectado ao computador com o software ITOM funcionando, faz-se a calibração do transdutor para posterior medição das grandezas físicas nas unidades de medição desejadas, atividade também descrita na seção 3.8.1.

3.7.3 Máquina de ensaio Shimadzu e controlador Trapezium X

A máquina utilizada para a realização dos ensaios de flexão a três pontos foi a máquina universal Shimadzu Autograph AG-X Plus (modelo de piso), que possui capacidade de carga de 100 kN e pode apresentar uma velocidade de compressão variando de 0,0005 a 1000 mm/min. A esse equipamento está acoplado o software controlador da máquina, que é o *Trapezium X*, sendo por meio dele configurado o método de ensaio desejado.

Como mencionado anteriormente, o software controlador da máquina Shimadzu é o *Trapezium X* e, por meio dele, ajusta-se o método de ensaio desejado. Para este trabalho, a metodologia configurada foi a proposta descrita pela EN 14651 (2007) e este método foi repetido para a análise das 16 vigas de CRF, sem necessidade de uma nova configuração a cada ensaio realizado. Isso acontece porque esta metodologia uma vez programada, não há necessidade de uma nova programação a cada elemento avaliado, sendo necessário apenas informar ao software a quantidade de amostras a serem ensaiadas.

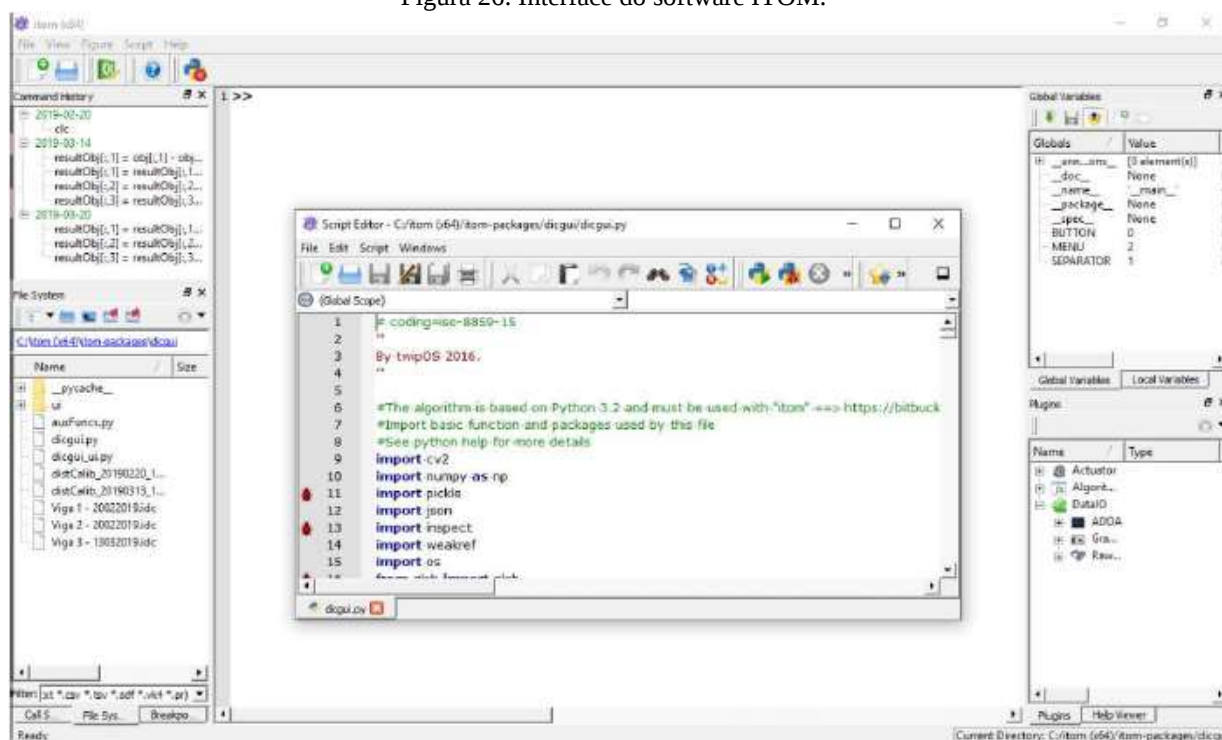
3.7.4 Câmera

A câmera utilizada para os ensaios foi do tipo Nikon D5500, onde a lente padrão foi substituída por uma lente do tipo AF-S DX NIKKON 18-140mm f/3.5-5.6G ED VR com a finalidade de obter uma melhor distância focal e, conseqüentemente, fornecer uma melhor qualidade nas imagens coletadas. Essas imagens foram utilizadas para definição do parâmetro de tempo de fissuração e, posteriormente, carga de fissuração das vigas, parâmetros descritos na seção 3.9.

3.7.5 Software ITOM

O software ITOM é um programa computacional de código aberto em linguagem Python e C++, que é utilizado para operar sistemas de medição, automação e análise de dados. Esse programa pode ser utilizado para diversas áreas de pesquisa, no entanto, é mais voltado a análise de sistemas ópticos e processamento de imagens, sendo possível utilizá-lo para controlar câmeras, fontes de luz, atuadores, entre outros diversos tipos de hardwares (OLIVEIRA, 2019). Na Figura 26, ilustra-se a interface do programa computacional mencionado.

Figura 26: Interface do software ITOM.



Fonte: Própria (2020).

A interface representada na Figura 26 vem sendo implementada por pesquisadores do Grupo de Pesquisa Mecânica das Estruturas e Materiais Avançados do CNPq, desenvolvido no Laboratório de Computação Científica e Visualização (LCCV) da Universidade Federal de Alagoas, com o objetivo de auxiliar no processo de aquisição de dados gerados pelos LVDTs e das imagens, automatizando a captura das imagens em um determinado intervalo de tempo. A partir disso, pode-se fazer o tratamento das imagens, importando-as do computador para o ITOM e verificando a abertura de fissura, os campos de deformação e campos de deslocamento dos corpos de prova ensaiados.

Ao final da realização dos ensaios, o ITOM gera para cada viga um documento no formato idc, com os dados de abertura de fissura a partir dos LVDTs em conformidade com o tempo de execução do ensaio. Outrossim, também a partir do ITOM, pode-se verificar a altura correspondente ao comprimento longitudinal da primeira fissura para cada uma das vigas analisadas, onde esses dados são obtidos em pixel (px), onde faz-se necessário a conversão de pixel para milímetros, valor determinado pelo próprio programa ao efetuar a calibração da câmera. As informações referentes a uma adequada calibração da câmera podem ser encontradas na seção 3.8.2 e detalhadas no trabalho de Oliveira (2019).

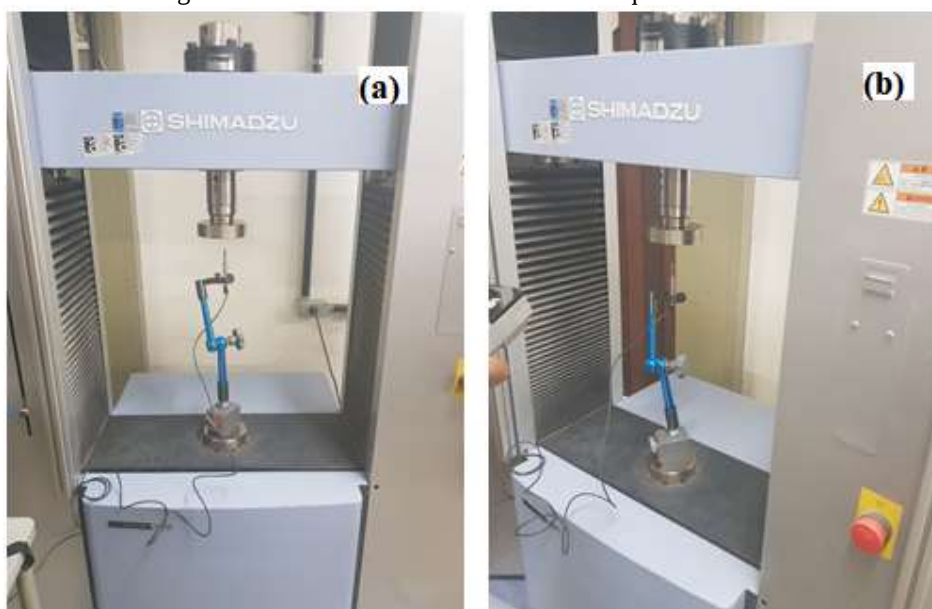
3.8 Calibração dos Equipamentos

3.8.1 Ajuste do LVDT

Como mencionado na seção 3.7.1, o LVDT emite sinais que são fornecidos em milivolt por volt (mV/V), referência de tensão, sendo necessário um fator de conversão desta unidade para milímetros (mm), referência de deslocamento. Com o objetivo de determinar esse fator, o procedimento de calibração consistiu nas seguintes etapas: posicionamento do LVDT na máquina universal; adequação do sistema de aquisição de dados; imposição dos deslocamentos a partir da máquina universal de ensaio Shimadzu; e leitura das tensões de saída por meio do sistema de aquisição de dados. Esses procedimentos detalhados estão descritos abaixo.

a) Posicionamento do LVDT na máquina universal: o transdutor de deslocamento variável linear foi posicionado na máquina universal, com o auxílio de um apoio magnético, para posterior imposição dos deslocamentos que seriam controlados pela máquina (Figuras 27a e 27b).

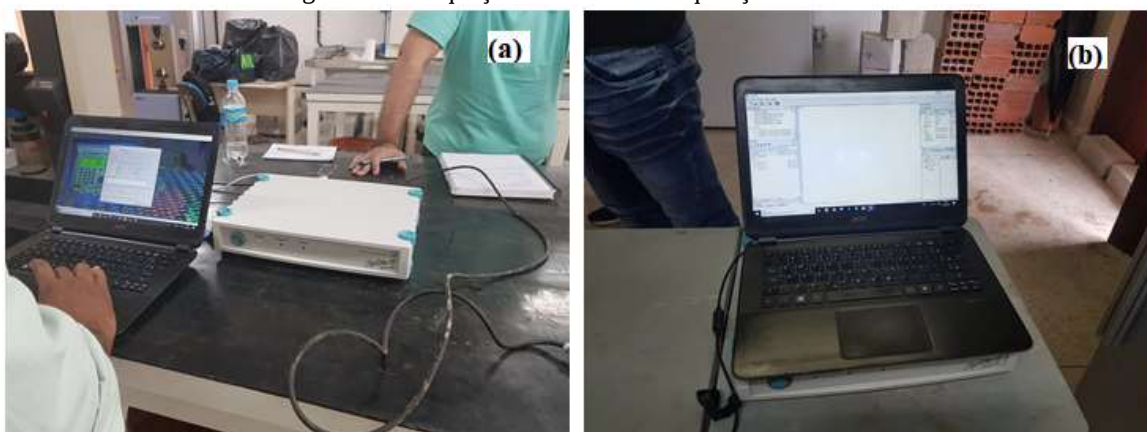
Figura 27: Posicionamento do LVDT na máquina universal.



Fonte: Própria (2020).

b) Adequação do sistema de aquisição de dados: para aquisição das tensões de saída, foi utilizado o software computacional ITOM, que estava conectado ao condicionador de sinais Spider 8 (Figuras 28a e 28b). Nessa etapa, o LVDT foi conectado ao Spider 8, que já estava devidamente ligado e conectado ao computador com o software ITOM.

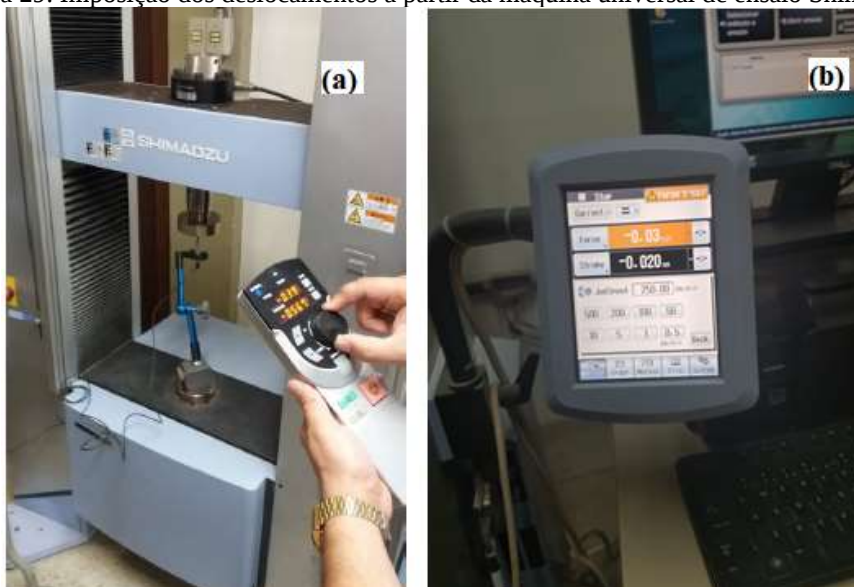
Figura 28: Adequação do sistema de aquisição de dados.



Fonte: Própria (2020).

c) Imposição dos deslocamentos a partir da máquina universal de ensaio Shimadzu: o LVDT foi colocado na parte inferior da máquina e, a princípio, foi aplicado um carregamento progressivo para induzir deslocamentos que comprimissem o LVDT (Figuras 29a e 29b). Inicialmente, essa compressão no LVDT ocorreu até a metade da sua extensão de compressão, tomando esse valor como o deslocamento zero.

Figura 29: Imposição dos deslocamentos a partir da máquina universal de ensaio Shimadzu.



Fonte: Própria (2020).

Dando continuidade ao processo de calibração, a máquina foi manualmente operada, de maneira a comprimir o LVDT a um passo de 1 mm por vez. A cada milímetro de compressão aplicada por meio da máquina de ensaio, o valor de tensão em mV/V era coletado. Os valores correspondentes aos deslocamentos eram transmitidos diretamente para o software *Trapezium*

X, por meio da máquina de ensaio, e os resultados referentes a tensão podiam ser visualizados a partir do software ITOM. A técnica foi repetida até que o LVDT tivesse uma compressão de 5 mm e a mesma metodologia foi aplicada no processo de descompressão do LVDT.

d) Leitura das tensões de saída por meio do sistema de aquisição de dados: o software ITOM fornece valores de tensões de saída, onde cada tensão de saída aferida corresponde a um deslocamento aplicado através da máquina universal. Cada tensão foi aferida individualmente e, para cada uma delas, anotou-se o deslocamento correspondente.

A partir disso, elaborou-se um gráfico relacionando os dados obtidos e, por meio de uma curva de ajuste, pode-se determinar a constante referente a relação tensão (mV/V) e deslocamento (mm). Este procedimento foi executado anteriormente a realização dos ensaios e o valor do fator de calibração foi mantido para todos os ensaios desenvolvidos neste trabalho. Para mais, foram utilizados dois LVDTs, um que ficava do lado esquerdo da cantoneira e o outro do lado direito, onde este procedimento foi realizado de forma individual para cada um deles, onde os mesmos foram marcados para identificação e sempre utilizados na mesma posição (esquerda ou direita).

3.8.2 Ajuste da câmera

Como mencionado na seção 3.7.4, a partir da câmera utilizada, foram tiradas fotografias que serviam para definir o tempo de fissuração das vigas ensaiadas e, posteriormente, determinar a carga de fissuração destes elementos. Diante disso, para que o processo de obtenção das imagens fosse realizado de maneira correta, alguns parâmetros precisavam ser definidos, como por exemplo a calibração da câmera.

A partir dessa calibração, seria possível obter resultados satisfatórios de comprimento longitudinal da fissura, para definição preliminar do tempo de fissuração, utilizando apenas as imagens coletadas. Para dar início a calibração, o primeiro passo constituiu no posicionamento correto/adequado da câmera. Esse posicionamento ocorreu de maneira a captar a face do corpo de prova que se desejava estudar e o mesmo está representado na Figura 30, onde pode-se observar que a câmera foi posicionada na mesma face em que os LVDTs mediam a abertura de fissura para que houvesse a redução dos erros de medição.

Figura 30: Posicionamento da câmera para calibração e ensaio.



Fonte: Própria (2020).

Após o posicionamento da câmera para efetuar a calibração, a segunda etapa do processo de ajuste foi feita com o auxílio do ITOM, onde era necessário encontrar o valor do *pixel pitch*, que é a distância física em milímetros do centro de um pixel para outro da tela do computador que está sendo utilizado para os ensaios. Para o presente trabalho, foi utilizado o *website* PXCcalc, que realiza o cálculo deste valor a partir do tamanho da tela e resolução do computador empregado.

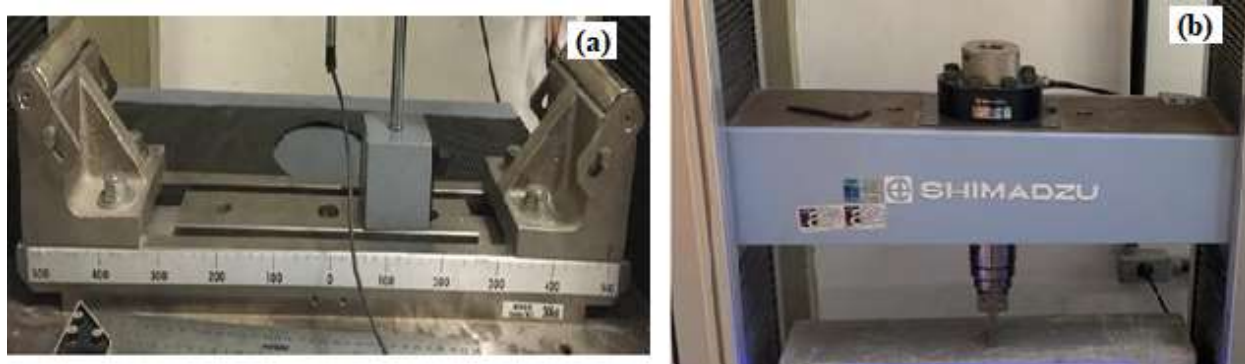
Feito isto, todo o procedimento de calibração da câmera está descrito no trabalho de Oliveira (2019), estudo desenvolvido pelo Grupo de Concreto Reforçado com Fibras da Universidade Federal de Alagoas. Por fim, as imagens da câmera foram transferidas para o computador, sendo importadas posteriormente ao software ITOM para que fossem feitas as análises referentes ao tempo de fissuração e tamanho longitudinal das fissuras. Vale salientar que a câmera possui uma interface de controle que possibilita a leitura e interpretação das informações geradas pelas imagens a partir de um computador.

3.9 Aplicação do Ensaio Normatizado pela EN 14651 (2007)

Após a calibração adequada dos equipamentos, atividade descrita nas seções anteriores, inicia-se a montagem dos equipamentos para a aplicação do ensaio. O procedimento de ensaio começa com a preparação da máquina universal de ensaio Shimadzu, modelo AG-X Plus, onde uma base metálica graduada com dois roletes de suporte é conectada à máquina (Figura 31a) e, na parte móvel da Shimadzu, uma célula de carga é acoplada juntamente com pino de aplicação

da carga (Figura 31b). O ensaio foi todo montando e configurado de acordo com a norma europeia EN 14651 (2007).

Figura 31: Montagem inicial do procedimento de ensaio
(a) Base metálica conectada à máquina; (b) Célula e pino de aplicação de carga acopladas à máquina.

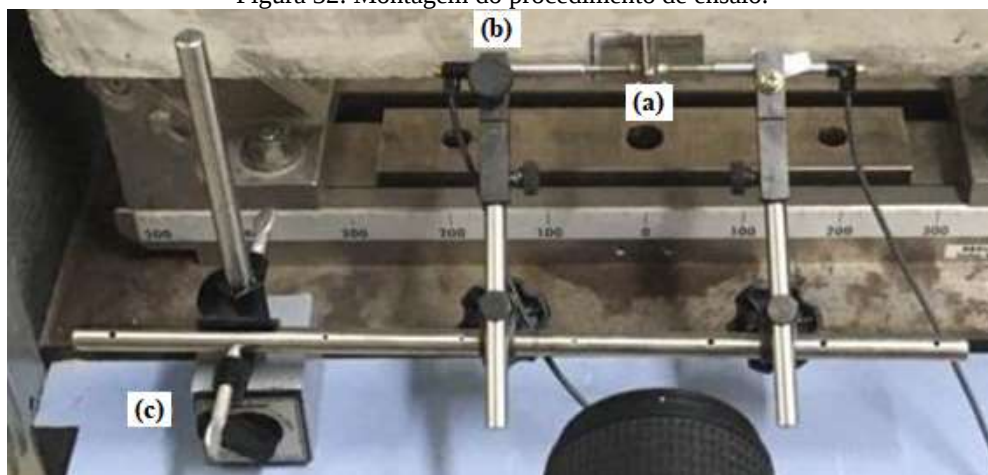


Fonte: Adaptado de Agra (2017).

Com a montagem tanto da base metálica quanto com o acoplamento da célula de carga e o seu pino de aplicação de carga à máquina, a viga foi colocada sobre a base metálica, devidamente centrada, com os eixos longitudinais dispostos em ângulos retos em relação aos eixos longitudinais dos roletes de apoio e em conformidade ao suporte de carga. A viga foi posicionada de maneira que as faces transversais de área (150 x 150 mm) ficassem a 25 mm do rolete, deixando o vão de ensaio com 500 mm, estando de acordo com o que foi previsto pela EN 14651 (2007).

Ademais, dando continuidade à montagem, a norma já referenciada recomenda que, para a execução correta do ensaio, um clip-gage deve ser utilizado para o monitoramento da abertura de fissura. No entanto, devido à ausência desse equipamento no laboratório, fez-se uma adaptação com os LVDTs para a medição da abertura de fissura. Diante disso, a montagem ocorreu da seguinte forma: (a) duas cantoneiras de alumínio com formato de “L” (3 x 3 x 3 cm) foram fixadas à direita e à esquerda do entalhe, (b) onde os transdutores foram então colocados na horizontal (c) com o auxílio de uma base magnética e um braço de alumínio com suporte para os mesmos (Figura 32).

Figura 32: Montagem do procedimento de ensaio.



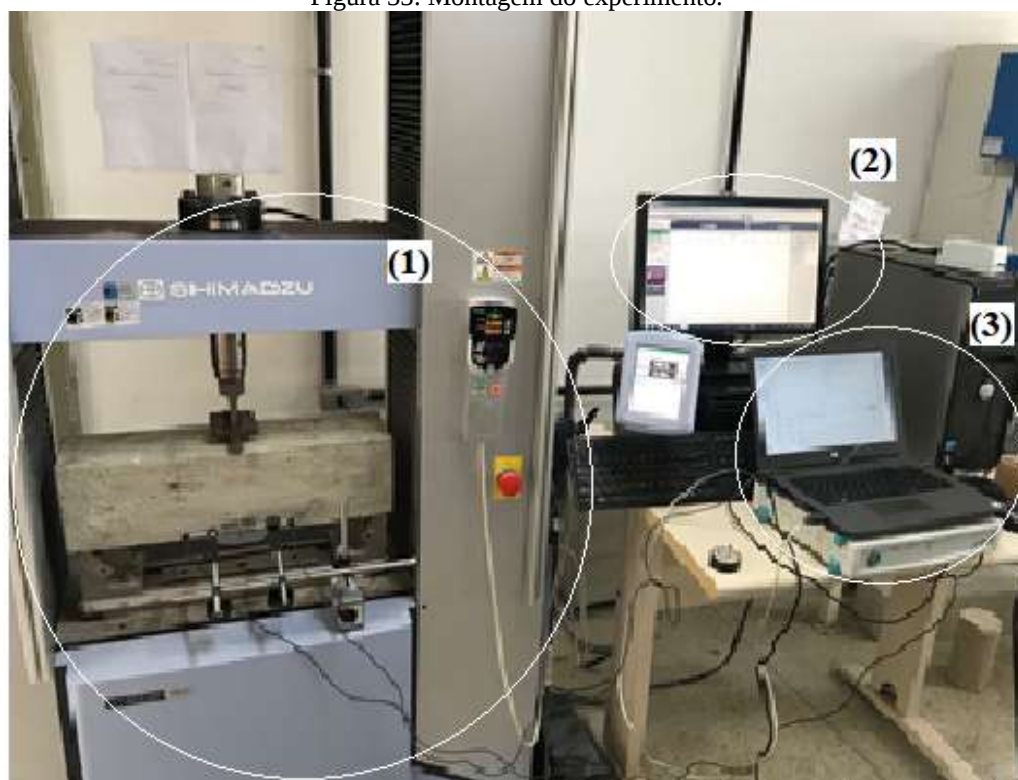
Fonte: Adaptado de Agra (2017).

Diante disso, a partir das montagens descritas nos parágrafos anteriores, foi possível coletar os dados de abertura de fissura de cada uma das vigas, sendo este valor a soma do deslocamento de cada um dos LVDTs. Para isso, inicialmente, durante os cinco primeiros minutos de ensaio, a célula de carga se deslocava a uma velocidade de 0,05 mm/min, em que a adoção de uma menor velocidade no trecho inicial teve a função de minimizar a ocorrência da instabilidade pós-pico, sendo posteriormente adotada uma velocidade de 0,20 mm/min.

Para medir a abertura de fissura por meio dos transdutores, utilizou-se dois transdutores tipo LVDT, com resolução de $1,0 \times 10^{-4}$ mm, instalados na posição horizontal, como mostrado na Figura 36. Além disso, os valores de deslocamento foram registrados em tempo real, utilizando o sistema de aquisição *Spider 8* e o *software* ITOM. Como o sistema de aquisição *Spider* armazena os dados em milivolt-volt, foi realizada uma calibração dos dois LVDTs utilizando o sistema *closed-loop* de deslocamento da prensa *Shimadzu*, para obter um fator de conversão de milivolt-volt para milímetro, como descrito na seção 3.8.

A abertura de fissura foi utilizada como parâmetro de controle de ensaio, de modo que os ensaios foram finalizados quando esta chegou a 4 mm e, caso a fissura iniciasse fora do entalhe, o ensaio deveria ser descartado. Ao utilizar uma taxa de aquisição de pontos de ensaio de 1 Hz (um ciclo por segundo), a duração aproximada de cada ensaio é de 2600 segundos, o que fornece uma curva carga-abertura de fissura composta por, aproximadamente, 2600 pontos. Os ensaios foram preparados e realizados como ilustrado na Figura 33.

Figura 33: Montagem do experimento.

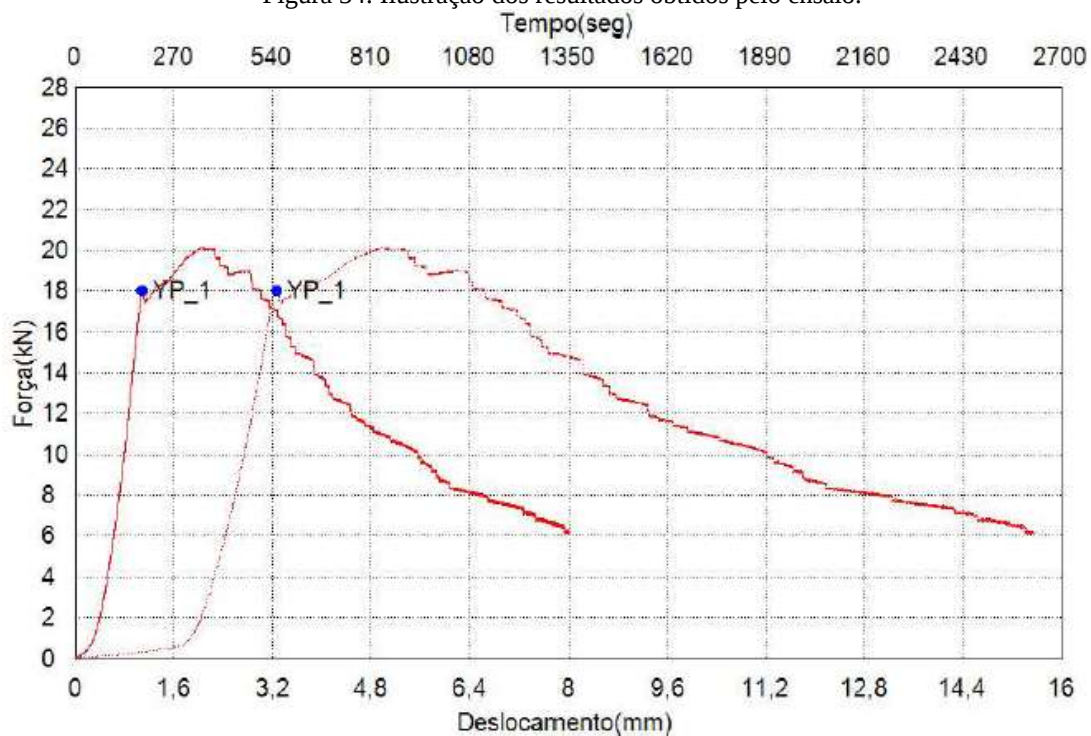


Fonte: Adaptado de Souza (2018).

A partir da Figura 33, pode-se observar o esquema que representa a montagem do experimento, em que (1) mostra a máquina universal de ensaio Shimadzu em conjunto com o corpo de prova e LVDTs posicionados; (2) exhibe o computador que apresenta o software *Trapezium X*; e (3) exhibe o sistema de aquisição *Spider 8* juntamente com o computador que apresenta o software ITOM. A partir disso, o software *Trapezium X* forneceu dados que relacionavam o tempo de ensaio com a carga aplicada, enquanto que o software ITOM forneceu dados que relacionavam o tempo com a abertura de fissura.

De modo a compatibilizar os dois conjuntos de dados citados, realizou-se uma varredura dos valores de tempo registrados pelo ITOM, retornando os valores de carga associados nas planilhas fornecidas pelo *Trapezium X*, o que permitiu relacionar os parâmetros de carga com a abertura de fissura registrada pelos LVDTs. Diante disso, foi possível realizar uma análise gráfica dos resultados, como proposto pela EN 14651 (2007), onde foram geradas duas curvas, sendo uma referente à carga *versus* abertura de fissura e a outra relacionada à carga *versus* tempo de ensaio (Figura 34).

Figura 34: Ilustração dos resultados obtidos pelo ensaio.



Fonte: Própria (2020).

Por meio da Figura 34, observa-se que, por meio das curvas ilustradas, é possível obter a carga aplicada no compósito para determinadas aberturas de fissura e que, a partir de tempos pré-estabelecidos, obtém-se as suas cargas associadas. Para mais, em paralelo a realização dos ensaios, foram tiradas fotos a cada 10 segundos, tempo pré-estabelecido em trabalhos anteriores definido pelo Grupo de Concreto Reforçado com Fibras da UFAL, referentes ao progresso de abertura de fissura dos corpos de prova, com o objetivo de verificar o tempo de fissuração para cada uma das vigas estudadas.

Diante disso, verificou-se através da análise das imagens, o tempo de fissuração para cada viga ensaiada a partir da verificação da primeira fissura aparente. Sendo assim, a partir desse tempo pré-estabelecido, determinou-se por meio dos resultados do ensaio a sua carga associada, onde esta é definida como a carga de fissuração, que é correspondente ao surgimento de fissuras na matriz. Outrossim, a aplicação deste ensaio também fornece os dados referentes a carga máxima aplicada no compósito, que é o valor correspondente a carga de rompimento da matriz. Sucintamente, como forma de ilustração, a Figura 35 ilustra a realização do ensaio descrito.

Figura 35: Realização do ensaio descrito.



Fonte: Própria (2020).

Em síntese, a partir da aplicação do ensaio mostrado na Figura 35, através de uma análise gráfica dos resultados, e por meio de toda a descrição referente a aplicação do ensaio normatizado pela EN 14651 (2017), são geradas curvas referentes à carga *versus* abertura de fissura e à carga *versus* tempo de ensaio. A partir delas, obtém-se a carga correspondente ao rompimento do compósito, que refere-se a carga máxima, e determina-se também a carga correspondente ao surgimento de fissuras na matriz, que corresponde a carga de fissuração. Com isso, pode-se fazer um estudo comparativo entre as cargas mencionadas e verificar por meio de uma análise estatística a relação e variação existente entre elas.

Após o estudo estatístico referente às variações encontradas entre a carga máxima e a carga de fissuração, deve-se analisar o posicionamento da linha neutra da estrutura. Como mencionado no referencial teórico, a partir dos dados dispostos nos documentos tanto do FIB Model Code 2010 (2013) quanto do ACI 544.8R (2016), e por meio da teoria de flexão em vigas, fez-se um estudo experimental e numérico referente ao posicionamento da linha neutra, que refere-se ao somatório da altura de tração referente a resposta plástica e a altura de tração relacionada a resposta elástica, termos detalhados na seção 4.5.

Para isso, definiu-se experimentalmente a altura referente a primeira fissura, que representa à altura de tração referente a resposta plástica, e fez-se um estudo de validação desse comprimento de forma numérica, por meio do método dos elementos finitos através do software ABAQUS. Após isso, também verificou-se de forma numérica, o comprimento total

correspondente à altura de tração referente a resposta plástica e à altura de tração referente a resposta elástica, onde determinou-se a linha neutra da estrutura. Outrossim, a metodologia numérica utilizada neste trabalho corresponde a modelagem desenvolvida em Matos (2018).

Vale salientar que, o ABAQUS foi o programa escolhido para a validação dos estudos e processamentos obtidos experimentalmente, pois esse programa permite análises lineares e não-lineares para a solução de problemas estáticos, dinâmicos e térmicos de estruturas para diferentes tipos de materiais (MAHMUD; YANG; HASSAN, 2013; MATOS, 2018). A partir disso, adotou-se o modelo de dano Concrete Damaged Plasticity (CDP), onde este modelo tem como principal característica a obtenção dos efeitos de danos irreversíveis que ocorrem em materiais quase-frágeis capazes de revelar padrões de macro-fissuração (LUBLINER *et al.*, 1989; LIU; QUEK, 2003; FELIPPA, 2004; BOBINSKI; TEJCHMAN, 2015).

Ademais, o modelo constitutivo citado utiliza fatores baseados nos estados de tensões e características mecânicas do material como parâmetros de entrada para a simulação (LIU; QUEK, 2003; GROSSI, 2006; TYSMANS *et al.*, 2015; ABRISHAMBAF; BARROS; CUNHA, 2015; BATHE, 2016). Devido as características citadas, o modelo de dano CDP foi escolhido para a simulação do CRF. Uma explicação mais aprofundada sobre esse modelo e uma abordagem referente aos detalhes da modelagem é apresentada na metodologia desenvolvida para o ensaio EN 14651 (2007) ilustrada em Matos (2018).

Após estabelecer o posicionamento da linha neutra da estrutura, como mencionado anteriormente, a partir da teoria de flexão em vigas de Euler-Bernoulli e por meio de equações de equilíbrio, além de contribuições dos trabalhos de Mobasher, Yao e Soranakom (2015) e Trindade (2018), determinou-se a força resultante resistente das fibras na parte tracionada do concreto. Os resultados referentes a toda a metodologia descrita nesta seção, desde os valores obtidos por meio do ensaio no estado fresco até a determinação da força resultante resistente de tração final do concreto, estão descritos e detalhados nas próximas seções.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, estão apresentados os valores obtidos referentes aos ensaios no estado fresco e endurecido, mostra também os resultados provenientes do ensaio de flexão a três pontos, onde obteve-se os valores correspondentes ao limite de proporcionalidade e as resistências residuais, em que verificou-se a tenacidade e a resistência residual tanto do CRFA quanto do CRFP. Além disso, foram verificados os principais indicadores do CRF no estágio pós-fissuração (teor de fibras, fator de forma e aderência fibra-matriz) e foi realizada uma análise estatística referente a relação de carga máxima e carga de fissuração.

Por fim, está representado a formulação da determinação do posicionamento da linha neutra da estrutura, bem como está ilustrado o modelo de cálculo referente à força resultante resistente das fibras na parte tracionada do concreto. Para mais, assim como mostrado na seção anterior, neste capítulo também estão incluídas informações referentes aos trabalhos de Souza *et al.* (2017), Melo (2018), Matos (2018) e Dias *et al.* (2019).

4.1 Ensaio no Estado Fresco

4.1.1 Fibras de aço

Como já mencionado, o CRFA foi caracterizado no estado fresco por meio do ensaio de espalhamento (*slump-flow test*) para analisar a trabalhabilidade da mistura, onde verificou-se o tempo que o concreto escoou até chegar na segunda marcação da placa base (t_{500}) e o diâmetro de espalhamento final (D_{final}) da mistura. Foram realizados dois dias de produção e esses resultados estão apresentados na Tabela 18.

Tabela 18: Resultados do ensaio no estado fresco – CRFA.

Parâmetro	Produção 1	Produção 2
Espalhamento (mm)	700	745
Tempo de escoamento (s)	4,0	3,2
Índice de estabilidade visual	Alt. Estável	Estável

Fonte: Adaptado de Melo (2018).

A partir dos resultados expostos na Tabela 18, e por meio da NBR 15823-2 (2017), percebe-se que ambos os concretos se encontram dentro do intervalo recomendado pela literatura para concreto fluido, apresentando diâmetro final entre 650 e 850 mm e tempo para atingir o diâmetro de espalhamento de 50 cm (t_{500}) entre 3 e 7 segundos. Diante disso, nota-se

que a adição das fibras em um teor volumétrico de 0,40% não afetou de maneira significativa a fluidez da mistura, visto que os resultados se enquadram nos intervalos recomendados.

Ao que está relacionado a avaliação visual de aspecto dos concretos, após o ensaio de espalhamento, verifica-se que ambas as produções se apresentaram de forma coesa e não houve afloramento de água. Isso pode ser explicado, pois observa-se que a pasta envolve os agregados e as fibras, de modo que não é verificado a ocorrência de segregação, e não houve nem o acúmulo de material na região central após o espalhamento e nem a aglomeração de agregados na periferia do concreto espreado. Além disso, os concretos enquadram-se na classe de espalhamento SF2 e na classe de viscosidade plástica aparente VS 2/VF 2, sendo assim, adequados aos diversos tipos de aplicações estruturais. Como forma ilustrativa, pode-se observar a partir da Figura 36 o aspecto visual da produção 1 do CRFA.

Figura 36: Detalhes do espalhamento da produção 1 do CRFA
(a) Vista geral do espalhamento do concreto; (b) Detalhe da periferia do concreto espreado.



Fonte: Própria (2020).

4.1.2 Fibras poliméricas

Assim como ocorreu para o CRFA, o CRFP também foi caracterizado no estado fresco por meio do ensaio de espalhamento (*slump-flow test*) para analisar a trabalhabilidade da mistura, onde verificou-se o tempo que o concreto escoou até chegar na segunda marcação da placa base (t_{500}) e o diâmetro de espalhamento final (D_{final}) da mistura. Também foram realizados dois dias de produção e esses resultados estão apresentados na Tabela 19.

Tabela 19: Resultados do ensaio no estado fresco – CRFP.

Parâmetro	Produção 1	Produção 2
Espalhamento (mm)	715	710
Tempo de escoamento (s)	4,5	4,4
Índice de estabilidade visual	Estável	Estável

Fonte: Adaptado de Dias *et al.* (2019).

A partir dos resultados expostos na Tabela 19, e por meio da NBR 15823-2 (2017), percebe-se que ambos os concretos se encontram dentro do intervalo recomendado pela literatura para concreto fluido, apresentando diâmetro final entre 650 e 850 mm e tempo para atingir o diâmetro de espalhamento de 50 cm (T_{500}) entre 3 e 7 segundos. Diante disso, nota-se que a adição das fibras em um teor volumétrico de 1,00% não afetou de maneira significativa a fluidez da mistura, visto que os resultados enquadraram-se nos intervalos recomendados.

Ao que refere-se a avaliação visual de aspecto dos concretos, verifica-se que ambas as produções se apresentaram de forma coesa e não houve afloramento de água. Isso também pode ser explicado, pois observa-se que a pasta envolve os agregados e as fibras, e não houve nem o acúmulo de material na região central após o espalhamento e nem a aglomeração de agregados na periferia do concreto espalhado. Outrossim, os concretos enquadram-se na classe de espalhamento SF2 e na classe de viscosidade plástica aparente VS 2/VF 2, sendo assim, adequados aos diversos tipos de aplicações estruturais. Como forma ilustrativa, pode-se observar a partir da Figura 37 o aspecto visual da produção 1 do CRFP.

Figura 37: Detalhes do espalhamento da produção 1 do CRFP

(a) Vista geral do espalhamento do concreto; (b) Detalhe da periferia do concreto espalhado.



Fonte: Própria (2020).

4.2 Determinação da Resistência à Compressão

4.2.1 Fibras de aço

A resistência à compressão do concreto com fibras de aço foi determinada seguindo os mesmos procedimentos do concreto usual apresentados na NBR 5739 (2018) para a resistência à compressão, e na NBR 7222 (2011) para a tração por compressão diametral. O ensaio foi realizado em corpos de prova cilíndricos aos 28 dias, onde foram moldados 12 corpos de prova cilíndricos, sendo 6 para cada produção. Os resultados estão apresentados na Tabela 20 para a Produção 1 e na Tabela 21 referente à Produção 2.

Tabela 20: Resultados referentes a caracterização mecânica dos CPs da produção 1 do CRFA.

Corpo de prova	Resistência à compressão (MPa)	Resistência à tração (MPa)
1	46,09	4,62
2	45,84	5,06
3	46,98	4,25
4	46,60	4,30
5	44,82	4,41
6	44,82	4,59
Média	45,86	4,54
Desvio padrão	0,90	0,29
Coef. de variação (%)	1,96	6,49

Fonte: Adaptado de Melo (2018).

Tabela 21: Resultados referentes a caracterização mecânica dos CPs da produção 2 do CRFA.

Corpo de prova	Resistência à compressão (MPa)	Resistência à tração (MPa)
1	37,69	4,81
2	33,80	4,23
3	37,31	4,49
4	38,77	4,22
5	35,59	4,66
6	33,55	4,02
Média	36,12	4,41
Desvio padrão	2,15	0,30
Coef. de variação (%)	5,96	6,77

Fonte: Adaptado de Melo (2018).

A partir dos resultados dispostos nas Tabelas 20 e 21, percebe-se que, em ambas as moldagens, a resistência à compressão média superou os 30 MPa mínimos estabelecido na dosagem. No entanto, a produção 2 apresentou uma notória queda na resistência à compressão, quando comparada com a primeira moldagem, e isso pode ser justificado pela incorporação de ar à mistura. Durante o processo de moldagem dos corpos de prova, foi possível identificar um

valor alto de incorporação de ar à mistura na confecção do concreto da produção 2 e isto ficou comprovado com o ensaio de resistência à compressão dos concretos. Isto pode ter sido causado pela adição das fibras ou pela incorporação do aditivo superplastificante, porém, foram utilizados os mesmos materiais e o mesmo procedimento de execução na confecção do concreto da produção 1 e este problema não foi observado.

4.2.2 Fibras poliméricas

A resistência à compressão do concreto com fibras poliméricas também foi determinada seguindo os mesmos procedimentos do concreto usual apresentados na NBR 5739 (2018) para a resistência à compressão, e na NBR 7222 (2011) para a tração por compressão diametral. O ensaio foi realizado em corpos de prova cilíndricos aos 28 dias, onde foram moldados 4 corpos de prova e os resultados estão apresentados na Tabela 22.

Tabela 22: Resultados referentes a caracterização mecânica do CRFP.

Corpo de prova	Resistência à compressão (MPa)	Resistência à tração (MPa)
1	29,25	2,47
2	32,17	2,53
3	31,43	2,50
4	28,90	2,52
Média	30,43	2,51
Desvio padrão	1,61	0,03
Coef. de variação (%)	5,28	1,06

Fonte: Adaptado de Souza *et al.* (2017).

A partir dos resultados ilustrados na Tabela 22, percebe-se que a resistência à compressão média superou os 30 MPa mínimos estabelecido na dosagem, o que mostra que as fibras poliméricas pouco influenciam na resistência à compressão do CRF. Ademais, fazendo uma analogia com os valores referentes a caracterização mecânica do CRFA com a do CRFP, observa-se que a resistência média à compressão do CRFA foi maior que a do CRFP, o que já era esperado, pois as fibras poliméricas podem diminuir tanto a resistência à compressão quanto a resistência à tração do compósito, se comparadas com as fibras aço, uma vez que apresentam uma menor aderência entre a fibra-matriz e denotam de menores características mecânicas. Isso posto, avalia-se que os ensaios de caracterização mecânica fornecem resultados satisfatórios para os dois concretos analisados, o que significa que o ensaio de flexão pode ser devidamente aplicado.

4.3 Resultados Obtidos com o Ensaio da Norma EN 14651 (2007)

4.3.1 Fibras de aço

No total, foram ensaiadas 8 vigas que foram tratadas como um único lote, uma vez que foi utilizada a mesma dosagem para todas. Após os ensaios, foram calculados os limites de proporcionalidade e as resistências residuais em 0,50 mm e 2,5 mm de abertura de fissura, utilizando as Equações 2 e 3, respectivamente. Depois disso, verificou-se as relações f_{R1}/f_L e f_{R3}/f_{R1} a fim de analisar se o teor ou o tipo de fibras está adequado para o tipo de aplicação analisada, como descrito na seção 2.4. Os resultados referentes a essas análises estão dispostos na Tabela 23.

Tabela 23: Resultados do CRFA obtidos com a curva carga *versus* abertura de fissura.

Identificação da amostra	f_L (MPa)	f_{R1} (MPa)	f_{R3} (MPa)	$\frac{f_{R1}}{f_L}$	$\frac{f_{R3}}{f_{R1}}$
V1	2,08	2,19	1,65	1,05	0,76
V2	2,62	2,72	2,29	1,04	0,84
V3	2,72	2,77	2,24	1,02	0,81
V4	2,72	2,77	2,24	1,02	0,81
V5	3,52	3,79	3,36	1,08	0,89
V6	2,03	2,08	1,60	1,03	0,77
V7	2,02	2,13	1,56	1,06	0,73
V8	2,05	2,19	1,65	1,07	0,76
Média	2,47	2,58	2,08	1,04	0,80
Desvio padrão	0,53	0,58	0,61	0,02	0,06
Variância	0,2900	0,3300	0,3800	0,0005	0,0027
Coeficiente de variação (%)	21,50	22,28	29,41	2,17	6,51

Fonte: Própria (2020).

Como pode-se observar a partir da Tabela 23, nota-se que para todas as amostras ensaiadas, as relações f_{R1}/f_L e f_{R3}/f_{R1} são superiores a 0,4 e 0,5, respectivamente, como exigido por meio das Equações 4 e 5. Isso mostra que, de acordo com Di Prisco, Plizzari e Vandewalle (2009), em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013), a utilização de fibras de aço incorporadas ao concreto em uma fração volumétrica de 0,40% atende aos critérios exigidos, onde isso permite a substituição parcial ou total da armadura de flexão para esses níveis de solicitação.

Além disso, ainda analisando os dados da Tabela 23, ao que corresponde ao coeficiente de variação (CV) do ensaio, nota-se que, no que diz respeito ao f_L , o CV foi de 21,50%, ao que

refere-se ao f_{R1} , o mesmo corresponde a 22,28%, e ao que concerne ao f_{R3} , este foi de 29,41%. Com exceção do f_{R3} , onde o coeficiente foi maior que 25%, os demais parâmetros enquadram-se no intervalo definido de acordo com Molins e Aguado (2009), que deve estar entre 15 a 25% (Tabela 3), em que percebe-se que o f_{R3} apresentou maior variação do que o pré-estabelecido na literatura.

4.3.2 Fibras poliméricas

Assim como realizado para as vigas com fibras de aço, para as vigas com fibras poliméricas também foram ensaiadas 8 vigas que foram tratadas como um único lote. Após os ensaios, também foram calculados os limites de proporcionalidade e as resistências residuais em 0,50 mm e 2,5 mm de abertura de fissura, utilizando as Equações 2 e 3, respectivamente. Depois disso, também verificou-se as relações f_{R1}/f_L e f_{R3}/f_{R1} e os resultados referentes a essas análises estão dispostos na Tabela 24.

Tabela 24: Resultados do CRFP obtidos com a curva carga *versus* abertura de fissura.

Identificação da amostra	f_L (MPa)	f_{R1} (MPa)	f_{R3} (MPa)	$\frac{f_{R1}}{f_L}$	$\frac{f_{R3}}{f_{R1}}$
V1	2,14	2,20	1,97	1,03	0,90
V2	2,20	2,13	1,39	0,97	0,65
V3	2,16	2,13	1,39	0,99	0,65
V4	2,02	1,92	1,23	0,95	0,64
V5	2,09	2,20	1,18	1,06	0,54
V6	2,06	2,08	1,17	1,01	0,56
V7	2,09	2,13	1,56	1,02	0,73
V8	2,05	2,20	1,49	1,08	0,68
Média	2,10	2,12	1,42	1,01	0,67
Desvio padrão	0,06	0,09	0,27	0,04	0,11
Variância	0,0037	0,0088	0,0693	0,0020	0,0124
Coeficiente de variação (%)	2,90	4,40	18,50	4,31	16,70

Fonte: Própria (2020).

Como pode-se observar a partir da Tabela 24, nota-se também que para todas as amostras ensaiadas, as relações f_{R1}/f_L e f_{R3}/f_{R1} são superiores a 0,4 e 0,5, respectivamente, como exigido por meio das Equações 4 e 5. Isso mostra que, de acordo com Di Prisco, Plizzari e Vandewalle (2009), em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013), a utilização de fibras poliméricas incorporadas ao concreto em uma fração volumétrica de 1,00% atende aos

critérios exigidos, onde isso permite a substituição parcial ou total da armadura de flexão para esses níveis de solicitação.

Ademais, ainda analisando os dados da Tabela 24, ao que refere-se ao coeficiente de variação (CV) do ensaio, nota-se que, no que diz respeito ao f_L , o CV foi de 2,90%, ao que refere-se ao f_{R1} , o mesmo corresponde a 4,40%, e ao que concerne ao f_{R3} , este foi de 18,50%. Como mencionado anteriormente, de acordo com Molins e Aguado (2009), o CV pode variar entre 15 a 25% (Tabela 3), e analisando os dados mencionados, percebe-se que foram encontrados valores menores de dispersão, o que mostra que o ensaio aplicado apresenta uma menor variabilidade dos dados e apresenta uma maior acurácia nos resultados.

Ainda, fazendo uma analogia entre os dados de coeficiente de variação do ensaio de CRFP com o CV do CRFA, verifica-se que apesar das diferenças encontradas pelos dois tipos de compósitos, há uma semelhança no comportamento dos parâmetros, onde o f_L apresenta o menor coeficiente de variação, ao passo que o f_{R3} mostra uma maior dispersão. A fim de investigar essas semelhanças, e sabendo que para ocorrer uma efetiva transferência de esforços por meio das fibras, o desempenho delas está associado, principalmente, ao seu teor e fator de forma, e pela aderência fibra-matriz, fez-se um estudo relacionado a esses parâmetros.

Ao que corresponde ao teor de fibras, empregou-se para o CRFA, um teor volumétrico correspondente a 0,40%, enquanto que para o CRFP, adotou-se 1,00%. De acordo com a literatura, caso as fibras apresentem as mesmas características e condições, à medida que se aumenta o teor de fibras, maior será o número delas atuando como ponte de transferência de tensão ao longo da fissura e melhor será o reforço pós-fissuração do concreto.

No entanto, apesar das vigas de CRFP apresentarem um maior teor volumétrico de fibras, elas apresentam baixo módulo de elasticidade, se comparadas com as fibras de aço, o que mostra que estas fibras não apresentam as mesmas características e não podem ser comparadas em relação a este aspecto. Dessa maneira, apesar de empregar um menor teor de fibras nas vigas de CRFA, as boas características mecânicas apresentadas por estas fibras levam progressivamente a um aumento da tenacidade do concreto no pós-fissuração, mostrando que as características mecânicas da fibra é um fator muito importante na capacidade resistente do compósito.

Em relação ao fator de forma (FF), empregou-se para o CRFA, um FF correspondente a 80, enquanto que para o CRFP, utilizou-se 90. Em conformidade com o referencial teórico, caso as fibras apresentem as mesmas características, quanto maior for o fator de forma, maior será a capacidade resistente após a fissuração do concreto. No entanto, como mencionado no parágrafo anterior, as fibras poliméricas e as de aço não apresentam as mesmas características

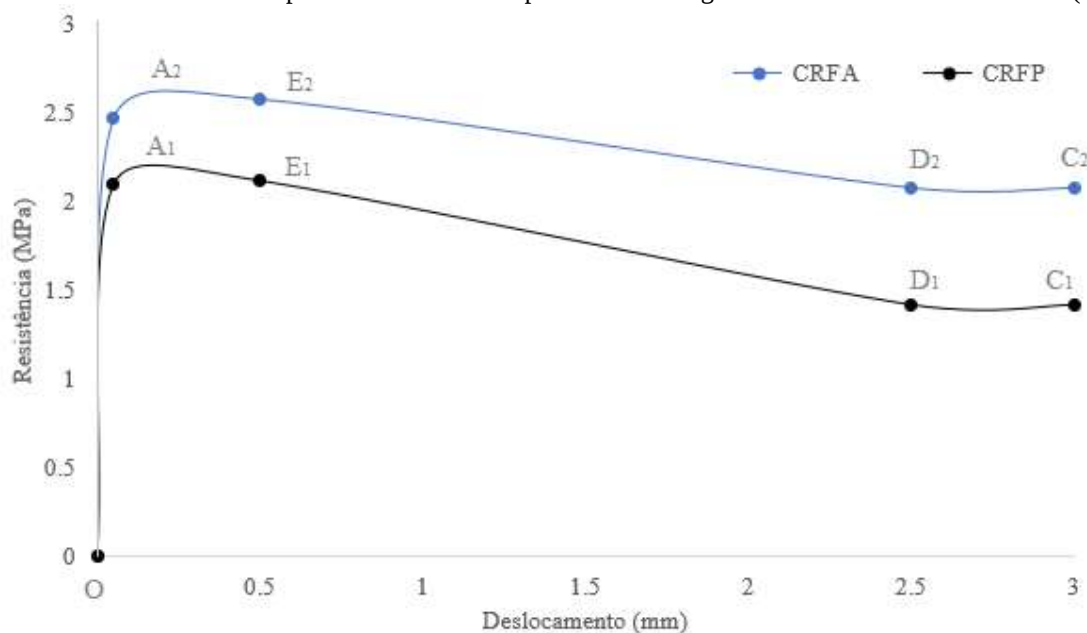
e não podem ser comparadas em relação a este ponto, pois essa capacidade de carga só é diretamente proporcional ao fator de forma, se forem utilizadas as mesmas condições.

Apesar disso, ainda ao que corresponde ao fator de forma, o desempenho após a fissuração do concreto depende muito da geometria da fibra que está sendo utilizada. Em relação a geometria, as fibras poliméricas são retas e não apresentam ancoragem, enquanto que as fibras de aço são ancoradas nas extremidades e, conseqüentemente, provocam um aumento na aderência fibra-matriz. Essa aderência, devido ao comprimento de ancoragem, é um dos fatores que propicia ao concreto uma maior resistência ao arrancamento e proporciona valores maiores de resistência.

Ao que está relacionado à aderência da fibra-matriz, quanto maior for essa ligação, melhor será a resposta referente a resistência do compósito. De acordo com os dados dispostos nas Tabelas 23 e 24, as vigas com CRFA apresentaram valores maiores de resistência e isto ocorreu de maneira adequada, uma vez que essa aderência pode ser governada pela geometria da fibra e resistência do compósito. Em relação a geometria, as fibras de aço utilizadas são ancoradas, o que acarreta em um aumento dessa ligação, e ao que refere-se a resistência, as fibras de aço apresentam resistência à tração muito maior, se comparadas com as poliméricas.

A partir da investigação ilustrada anteriormente, pode-se verificar as particularidades de cada compósito utilizado em conformidade com as principais características que devem ser seguidas para um bom desempenho do CRF. Diante disso, e com o objetivo de verificar o comportamento das resistências residuais em deslocamentos específicos, fez-se uma análise referente a esse parâmetro, em que esse estudo está retratado na Figura 38. Como auxílio dessa investigação, utilizou-se como contribuição a pesquisa de Oehlers *et al.* (2010).

Figura 38: Resistência residual para deslocamentos específicos - analogia com o estudo de Oehlers *et al.* (2010).



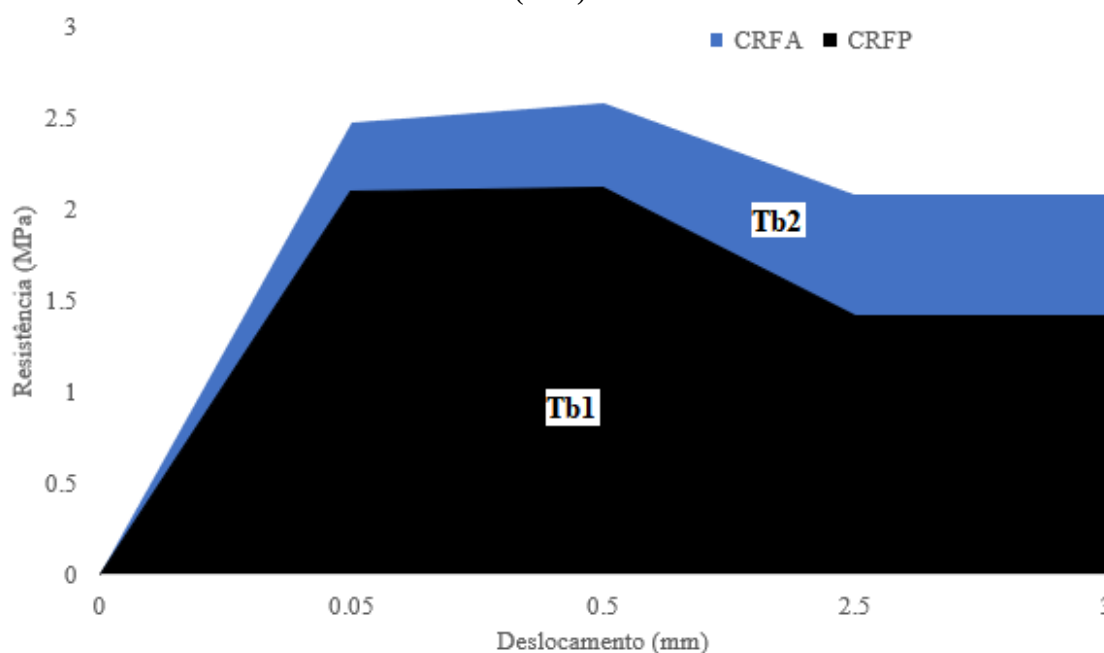
Fonte: Própria (2020).

A partir da Figura 38, e tomando como exemplo a curva O – A1 – E1 – D1 – C1, ao chegar no ponto A1, há um pico de tensão, onde ocorre o amolecimento do concreto, sendo este esmagado. Após o pico A1, a tensão vai diminuindo e depois acontece a fratura do CRFP no ponto E1 e, neste ponto, a resistência residual corresponde a abertura de fissura de 0,5 mm. Depois disso, a tensão continua reduzindo e do ponto E1 a D1 é indicado o plano de falha, até ser determinada a resistência residual correspondente a abertura de fissura de 2,5 mm, que é onde a força se estabiliza. A partir do ponto D1, a força é estabilizada, como já mencionado, e isto pode ser observado na curva de D1 a C1. Essa análise foi realizada para o CRFP, e o mesmo comportamento pode ser verificado para o CRFA.

Como pode-se observar, a resistência residual corresponde ao valor de carga resistida pelo compósito para deslocamentos específicos, onde as curvas mostradas na Figura 38 foram provenientes dos dados dispostos nas Tabelas 23 e 24, que ilustram o comportamento dos dois concretos estudados. Ainda, fazendo uma analogia entre as curvas correspondentes ao CRFP (curva preta) e CRFA (curva azul), pode-se verificar também visualmente que os concretos produzidos com fibras poliméricas apresentam um desempenho mecânico inferior em relação aos concretos confeccionados com fibras de aço, uma vez que percebe-se visivelmente valores menores de resistência em relação aos mesmos deslocamentos analisados. Isso mostra também que os concretos produzidos com fibras poliméricas apresentam uma capacidade de reforço inferior.

Ainda, como foi mencionado na seção 2.2, em conformidade com o ACI 318 (2010), os principais aspectos que caracterizam o estado pós-fissuração do concreto reforçado com fibras são a resistência residual e a tenacidade do compósito, onde essas propriedades são utilizadas como parâmetros de entrada nas equações constitutivas para o dimensionamento de estruturas de CRF. Como a resistência residual já foi investigada, o próximo estudo é referente a tenacidade, onde este parâmetro pode ser determinado pela área sob a curva carga *versus* deslocamento (Figura 39). Observação: Na Figura 43, a sigla Tb representa a tenacidade do concreto.

Figura 39: Determinação da tenacidade do CRFP e CRFA – analogia com o estudo de Figueiredo e Helene (1997).



Fonte: Própria (2020).

Em observação da Figura 39, e em conformidade com Figueiredo e Helene (1997) por meio da Figura 4, a tenacidade pode ser obtida a partir da área sob a curva carga-deslocamento por meio de ensaios de flexão. Ainda em análise da Figura 39, percebe-se que o CRFA apresenta uma área sob a curva maior que a do CRFP, o que indica que esse compósito apresenta uma maior tenacidade e, conseqüentemente, denota uma maior capacidade de energia absorvida pelo concreto ao ser carregado. Isso significa, de acordo com Nunes e Agopyan (1998), que o CRFA apresenta um maior número de fibras por unidade volumétrica de matriz que interceptam as fissuras, além de apresentar uma eficiente aderência fibra-matriz, o que promove uma maior resistência para o compósito.

Ainda, a partir da Figura 39, percebe-se visivelmente que o CRFA apresenta uma maior capacidade resistiva, se comparado com o CRFP, o que mostra também que os concretos confeccionados com fibras de aço apresentam valores maiores de resistência. Diante disso, verificou-se que o ensaio de flexão a três pontos caracteriza a tenacidade pela curva carga-deslocamento de maneira bem definida, podendo ser utilizado de forma confiável para calcular as cargas a serem consideradas no projeto. Sendo assim, fez-se um estudo estatístico, devido à grande variabilidade dos dados, referente aos resultados de cargas máxima, pós-pico e de fissuração para os concretos investigados (CRFA e CRFP) e esses resultados estão dispostos nas próximas seções.

4.4 Análise Estatística dos Resultados Referentes a Carga

4.4.1 Fibras de aço

A caracterização estatística dos dados foi realizada utilizando o *software* MAPLE, onde o conjunto de dados do ensaio de flexão correspondente a carga máxima, carga pós-pico e carga de fissuração foi tratado individualmente. Para cada amostra de carga analisada, verificou-se a média, desvio padrão, variância, coeficiente de variação e coeficiente de Skewness. Os dados referentes a carga máxima e carga pós-pico, de acordo com os parâmetros citados, estão descritos na Tabela 25.

Tabela 25: Resultados obtidos de carga máxima e carga pós-pico referentes as vigas com fibras de aço.

Identificação da amostra	$P_{m\acute{a}x}$ (kN)	P_{pico} (kN)
V1	17,99	19,65
V2	16,24	19,50
V3	20,15	25,73
V4	20,15	25,73
V5	25,42	-
V6	16,45	17,17
V7	16,17	-
V8	17,58	-
Média	18,77	21,56
Desvio padrão	3,13	3,94
Variância	9,80	15,49
Coeficiente de variação (%)	16,68	18,26
Coeficiente de Skewness	1,02	0,15

Fonte: Própria (2020).

De acordo com os dados apresentados na Tabela 25, e por meio da análise dos gráficos carga *versus* abertura de fissura e carga *versus* tempo, é possível observar que cinco amostras, dentre as oito, apresentam um comportamento de endurecimento, ou seja, denotam em um certo tempo, uma carga maior do que a carga máxima. Isso significa que, após a ruptura da matriz, a redistribuição de esforços propiciada pelas fibras permitiu o aumento da resistência de pós-fissuração do compósito, fazendo com que a carga resistida pelo compósito (P_{pico}) seja maior que a carga necessária para romper a matriz ($P_{máx}$).

Ainda analisando a Tabela 25, percebe-se que a carga de pico apresenta valores superiores de desvio padrão, variância e coeficiente de variação, se comparada com a carga máxima, o que implica que essa amostra apresenta uma maior variabilidade dos dados, ou seja, apresenta uma maior dispersão de valores referentes às variáveis. Para mais, avaliando o coeficiente de Skewness, tanto para a carga máxima quanto para a carga pós-pico, percebe-se que ambos os coeficientes deram positivos e isso significa que os valores de x maiores do que a média são mais dispersos do que os menores.

Diante do exposto, repetiu-se o mesmo procedimento mostrado anteriormente, agora para valores de carga máxima e carga de fissuração, parâmetros que deseja-se verificar a relação e a variação existentes. Para cada amostra de carga analisada, também verificou-se a média, desvio padrão, variância, coeficiente de variação e coeficiente de Skewness. Os dados referentes a carga máxima e carga de fissuração, de acordo com os parâmetros citados, estão descritos na Tabela 26.

Tabela 26: Resultados obtidos de carga máxima e carga de fissuração referentes as vigas com fibras de aço.

Identificação da amostra	$P_{máx}$ (kN)	P_{fiss} (kN)
V1	17,99	19,83
V2	16,24	17,33
V3	20,15	20,50
V4	20,15	20,33
V5	25,42	24,33
V6	16,45	16,83
V7	16,17	14,67
V8	17,58	16,67
Média	18,77	18,81
Desvio padrão	3,13	3,04
Variância	9,80	9,21
Coeficiente de variação (%)	16,68	16,14
Coeficiente de Skewness	1,02	0,38

Fonte: Própria (2020).

Em observação da Tabela 26, verifica-se que, de modo geral, os dois parâmetros analisados apresentam valores similares, no entanto, a carga máxima apresenta valores superiores de desvio padrão, variância e coeficiente de variação, o que implica que essa amostra apresenta uma maior variabilidade dos dados, ou seja, denota uma maior dispersão de valores referentes às variáveis. Para mais, avaliando o coeficiente de Skewness, tanto para a carga máxima quanto para a carga de fissuração, percebe-se que ambos os coeficientes deram positivos e isso significa que os valores de x maiores do que a média são mais dispersos do que os menores.

Ainda analisando a Tabela 26, percebe-se que o valor de carga máxima não corresponde ao mesmo valor de carga de fissuração para nenhuma viga em análise, o que mostra a validade da hipótese de Toledo (1997), onde esse autor afirma que a depender do tipo, orientação, tamanho e volume de fibra utilizado, a carga máxima pode atingir um valor diferente da carga de fissuração, o que de fato ocorreu para todas as vigas ensaiadas. Além disso, como a carga máxima diferiu da carga de fissuração que, de acordo com a literatura, a primeira corresponde a carga de ruptura da matriz e, conseqüentemente, a carga de fissuração “teórica”, faz-se necessário um estudo estatístico mais detalhado referente a esses dois parâmetros.

Para continuar a análise referente ao comportamento dessas duas variáveis, fez-se o estudo referente a distribuição que melhor representa o comportamento da amostra, onde verificou-se as distribuições Normal (Gaussiana), Gumbel (Tipo I - máx) e Lognormal. Para tanto, foi utilizado o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, onde inicialmente, utilizou-se um nível de significância de 5% (Tabela 27) e, posteriormente, adotou-se 1% (Tabela 28), em que esta última margem de erro atende a probabilidade estatística adotada no ACI 318-05 (2004). Foram calculados os valores de D_{calc} correspondentes a cada distribuição e, para cada um deles, verificou-se se houve a rejeição ou a aceitação da hipótese nula, a partir do valor determinado pelo teste de aderência adotado (D_{crit}).

Tabela 27: Avaliação das distribuições através do teste de K-S para um nível de significância de 5% (fibras de aço).

Variável analisada	Kolmogorov -Smirnov	Dist. Normal (Gaussiana)	Dist. Gumbel (Tipo I - máx)	Dist. Lognormal
$P_{máx}$	0,4809	0,6716	0,4960	0,6678
		Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula
P_{fiss}	0,4809	0,7889	0,5666	0,8044
		Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula

Fonte: Própria (2020).

Como pode-se observar na Tabela 27, ao que está relacionado a carga máxima, nenhuma das distribuições representa o comportamento dessa variável, uma vez que o D_{calc} foi maior que o D_{crit} e rejeitou-se a hipótese nula. Para mais, a distribuição que mais se aproxima ao comportamento dessa variável é a do tipo Gumbel e a que mais se afasta é a Normal. O comportamento já descrito também ocorreu de maneira similar para a carga de fissuração, em que nenhuma das distribuições representa o comportamento dessa variável, onde a distribuição do tipo Gumbel também é a que mais se aproxima, no entanto, diferente da carga máxima, a distribuição que mais se distancia é a do tipo Lognormal.

Tabela 28: Avaliação das distribuições através do teste de K-S para um nível de significância de 1% (fibras de aço).

Variável analisada	Kolmogorov -Smirnov	Dist. Normal (Gaussiana)	Dist. Gumbel (Tipo I - máx)	Dist. Lognormal
$P_{máx}$	0,5763	0,6716	0,4960	0,6678
		Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se aceitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula
P_{fiss}	0,5763	0,7889	0,5666	0,8044
		Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se aceitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula

Fonte: Própria (2020).

A fim de buscar uma “tentativa” de representação do comportamento das variáveis analisadas, escolheu-se alterar o nível de significância do estudo (margem de erro) de 5% para 1%, como mostrado na Tabela 28. Vale salientar que, ao adotar o nível de significância de 5%, a análise está exigindo uma maior rigidez, pois o nível de significância é melhor, e ao utilizar 1%, a análise está sendo flexibilizada. Analisando esta Tabela, tanto para carga máxima quanto para carga de fissuração, a distribuição do tipo Gumbel representa o comportamento dos dois parâmetros analisados, mostrando uma similaridade entre as cargas analisadas. Ainda observando a Tabela 28, a distribuição que melhor representa a carga máxima é a Gumbel e a que mais se afasta é a Normal e, para a carga de fissuração, a distribuição do tipo Gumbel também é a que mais se aproxima e a que mais se distancia é a do tipo Lognormal.

Em síntese, como mostrado nas análises anteriores, a distribuição normal não representa o comportamento dos parâmetros referentes a carga máxima e a carga de fissuração, onde esse estudo é importante para a aplicação adequada de um teste de hipótese, que verifica se o desempenho entre os dois grupos é estatisticamente igual. Diante disso, e com o objetivo de verificar com maior subsídio se há uma normalidade nas amostras, aplicou-se o teste de Shapiro-Wilk, que é um ensaio não paramétrico e que verifica se uma amostra é normalmente

distribuída. Para tanto, utilizou-se um nível de significância de 5% e os dados referentes a esse estudo estão dispostos na Tabela 29.

Observação: D_{cal} corresponde ao valor calculado a partir das características da amostra e D_{cri} corresponde ao valor determinado a partir da quantidade da amostra e em conformidade com o nível de significância adotado, onde este último deve ser o valor máximo para que a amostra apresente o comportamento de uma distribuição normal.

Tabela 29: Avaliação da normalidade das amostras através do teste de Shapiro-Wilk (fibras de aço).

Variável analisada	D_{cri}	D_{cal}
$P_{máx}$	0,818	0,823
P_{fiss}	0,818	0,948

Fonte: Própria (2020).

Em observação da Tabela 29, analisa-se que $D_{cal} > D_{cri}$ e conclui-se que tanto a amostra referente a carga máxima quanto a amostragem relacionada a carga de fissuração não se enquadram no comportamento de uma distribuição normal, ou seja, a avaliação do teste de Shapiro-Wilk mostra que as variáveis analisadas não apresentam uma normalidade. Assim sendo, ao aplicar o teste de hipótese, análise que será feita posteriormente, deve-se atentar na utilização de um ensaio que represente o comportamento das amostras estudadas.

Ainda, diante das semelhanças e diferenças encontradas nas análises anteriores, e com o objetivo de avaliar a dispersão desses dois parâmetros, na Tabela 30 estão dispostos os resultados referentes a variação da carga máxima em relação a carga de fissuração. Para tal estudo, verificou-se a discrepância da primeira carga citada ao que refere-se a segunda, como já citado, a fim de observar as vigas que apresentam maiores dispersões.

Tabela 30: Variação entre as duas variáveis avaliadas (fibras de aço).

Identificação da amostra	$P_{máx}$ (kN)	P_{fiss} (kN)	Variação (%)
V1	17,99	19,83	-9,28
V2	16,24	17,33	-6,29
V3	20,15	20,50	-1,71
V4	20,15	20,33	-0,89
V5	25,42	24,33	+4,48
V6	16,45	16,83	-2,26
V7	16,17	14,67	+10,22
V8	17,58	16,67	+5,46

Fonte: Própria (2020).

A partir da Tabela 30, pode-se verificar que, de modo geral, a carga de fissuração apresenta valor superior, se comparada com a carga máxima, e isto ocorre devido ao alto módulo de elasticidade que as fibras de aço apresentam e a eficiente aderência fibra-matriz do CRFA. Este fato pode ser explicado porque esse tipo de fibra é pouco deformável e colabora para enrijecer o compósito no pós-fissuração, mostrando que, mesmo após a ruptura da matriz ($P_{máx}$), pode ocorrer uma redistribuição de esforços propiciada pelas fibras, devido a aderência fibra-matriz, que promove um incremento na carga de ruptura da matriz e refere-se a resistência de fissuração do compósito (P_{fiss}) (BARROS, 2009; JANSSEN, 2011; BLANCO, 2013).

Ainda analisando a Tabela 30, ao que corresponde as maiores variações, elas ocorrem nas vigas V1 e V7, onde observa-se que a carga de fissuração é maior que a carga máxima em torno de 9%, e a carga máxima excede a de fissuração em torno de 10%, respectivamente, mostrando que mesmo para as maiores dispersões, as diferenças ainda podem ser consideradas pequenas. Para as demais vigas, as variações foram ainda menos expressivas, mostrando que para as vigas V2, V3, V4 e V6, a carga de fissuração foi maior, e para as vigas V5 e V8, a carga máxima foi superior.

Fazendo um estudo paralelo dos valores dispostos na Tabela 30 com os representados na Tabela 25, pode-se verificar que, para as vigas que apresentam um comportamento de endurecimento, a carga de fissuração foi superior a carga máxima, o que mostra a validade do estudo de Toledo (1997) descrita no referencial teórico, onde esse autor afirma que, quando os elementos apresentam um comportamento de endurecimento e denotam uma orientação preferencial das fibras, a carga de fissuração (carga correspondente ao surgimento de fissuras na matriz) pode assumir valor superior a carga máxima (carga correspondente ao rompimento da matriz). Diante disso, verifica-se uma boa repetibilidade dos dados, uma vez que este desempenho foi observado repetidamente para todas as vigas com a mesma característica.

A partir dessa repetibilidade, e como as variações não se mostraram expressivas, buscou-se avaliar a homogeneidade das amostras por meio de um teste de hipótese, que verifica se o comportamento entre os dois grupos é estatisticamente igual, como mencionado anteriormente. Sendo assim, e sabendo que a distribuição do tipo Gumbel representa o comportamento dos dois parâmetros analisados, aplicou-se o teste de Kruskal-Wallis. Esse procedimento é similar ao da análise de variância de um fator (ANOVA), porém é utilizado quando a amostra não necessita ser normalmente distribuída, como exigido pela ANOVA. Esses resultados estão mostrados na Tabela 31.

Observação: h_{cal} corresponde ao valor calculado a partir das características da amostra e h_{cri} corresponde ao valor determinado a partir da quantidade da amostra e em conformidade com o

nível de significância adotado, onde este último deve apresentar o valor máximo para que a amostra provenha de uma população igualmente distribuída.

Tabela 31: Aplicação do teste de Kruskal-Wallis (fibras de aço).

Parâmetro	Valor
h_{cal}	0,099
h_{cri}	6,635

Fonte: Própria (2020).

Em observação da Tabela 31, analisa-se que $h_{cal} < h_{cri}$ e conclui-se que a amostra provém de uma população igualmente distribuída, pois a diferença não é estatisticamente significativa. Assim sendo, apesar das pequenas diferenças mostradas anteriormente nas análises, percebe-se por meio da aplicação desse teste, que os dois parâmetros apresentam uma homogeneidade nas amostras, fazendo com que não exista uma diferença estatisticamente significativa entre elas, como já mencionado, garantindo que as cargas analisadas possuem funções de distribuição iguais.

Ademais, como foi mostrado que os dois parâmetros apresentam uma homogeneidade nas amostras, fez-se o cálculo da correlação desses fatores, onde o mesmo fornece uma medida adimensional para verificar a dependência entre as duas variáveis aleatórias. A partir desse cálculo, o valor pode variar no intervalo de -1 a 1, e o resultado encontrado pela análise foi de 0,82, o que evidencia que existe uma correlação positiva “quase” perfeita, validando, assim, que a carga máxima e a carga de fissuração possuem influência entre si e estão correlacionadas por ambas dependerem das mesmas condições.

4.4.2 Fibras poliméricas

A caracterização estatística dos dados referente às vigas com fibras poliméricas também foi realizada utilizando o *software* MAPLE e os dados referentes a carga máxima e carga de fissuração, de acordo com os parâmetros de média, desvio padrão, variância, coeficiente de variação e coeficiente de Skewness estão descritos na Tabela 32.

Tabela 32: Resultados obtidos de carga máxima e carga de fissuração referentes as vigas com fibras poliméricas.

Identificação da amostra	$P_{máx}$ (kN)	P_{fiss} (kN)
V1	16,92	6,33
V2	14,42	5,33
V3	14,92	4,42

Identificação da amostra	$P_{m\acute{a}x}$ (kN)	P_{fiss} (kN)
V4	14,42	4,17
V5	15,17	4,17
V6	14,67	5,17
V7	14,33	5,33
V8	15,17	4,83
Média	15,00	4,97
Desvio padrão	0,84	0,73
Variância	0,71	0,54
Coeficiente de variação (%)	5,62	14,73
Coeficiente de Skewness	1,31	0,46

Fonte: Própria (2020).

Em observação da Tabela 32, verifica-se que para todas as vigas analisadas, os valores de carga máxima são superiores, se comparados com a carga de fissuração. Ademais, o primeiro parâmetro citado também apresenta valores maiores de desvio padrão e variância, apesar dos valores apresentarem uma pequena diferença, no entanto, o coeficiente de variação referente a carga de fissuração é maior, o que implica que essa amostra apresenta uma maior variabilidade dos dados. Para mais, avaliando o coeficiente de Skewness, tanto para a carga máxima quanto para a carga de fissuração, percebe-se que os valores de x maiores do que a média são mais dispersos do que os menores.

Para continuar a análise referente ao comportamento dessas duas variáveis, assim como mostrado para as vigas de CRFA, fez-se também para as vigas de CRFP, o estudo referente a distribuição que melhor representa o comportamento da amostra, onde verificou-se as distribuições Normal (Gaussiana), Gumbel (Tipo I - máx) e Lognormal e, para tanto, foi utilizado o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov. Todo o procedimento para as vigas com fibras poliméricas foi similar ao já mostrado para as vigas com fibras de aço e os resultados estão dispostos nas Tabelas 33 e 34.

Tabela 33: Avaliação das distribuições através do teste de K-S para um nível de significância de 5% (fibras poliméricas).

Variável analisada	Kolmogorov -Smirnov	Dist. Normal (Gaussiana)	Dist. Gumbel (Tipo I - máx)	Dist. Lognormal
$P_{máx}$	0,4809	0,8636	0,8684	0,8600
		Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula
P_{fiss}	0,4809	0,8436	0,8664	0,8327
		Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula

Fonte: Própria (2020).

Como pode-se observar na Tabela 33, no que diz respeito tanto a carga máxima quanto a carga de fissuração, nenhuma das distribuições representa o comportamento dessas variáveis, uma vez que o D_{calc} foi maior que o D_{crit} e rejeitou-se a hipótese nula. Ademais, a distribuição que mais se aproxima ao comportamento dessas variáveis é a do tipo Lognormal e a que mais se afasta é a Gumbel, mostrando uma semelhança nos parâmetros analisados. A fim de buscar uma “tentativa” de representação do comportamento das variáveis analisadas, escolheu-se alterar o nível de significância do estudo de 5% para 1%, como mostrado na Tabela 34.

Tabela 34: Avaliação das distribuições através do teste de K-S para um nível de significância de 1% (fibras poliméricas).

Variável analisada	Kolmogorov -Smirnov	Dist. Normal (Gaussiana)	Dist. Gumbel (Tipo I - máx)	Dist. Lognormal
$P_{máx}$	0,5763	0,8636	0,8684	0,8600
		Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula
P_{fiss}	0,5763	0,8436	0,8664	0,8327
		Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula	Pode-se rejeitar a hipótese nula

Fonte: Própria (2020).

Como mencionado anteriormente, vale salientar que, ao adotar o nível de significância de 5%, a análise está exigindo uma maior rigidez, pois o nível de significância é melhor, e ao utilizar 1%, a análise está sendo flexibilizada. Analisando a Tabela 34, nenhuma das distribuições representa o comportamento das variáveis estudadas. Diante disso, a distribuição normal não representa o comportamento dos parâmetros referentes a carga máxima e a carga de fissuração, onde esse estudo é importante para a aplicação adequada de um teste de hipótese, como já mencionado. Assim sendo, e com o objetivo de verificar com maior subsídio se há uma

normalidade nas amostras, aplicou-se o teste de Shapiro-Wilk. Para tanto, utilizou-se um nível de significância de 5% e os dados referentes a esse estudo estão dispostos na Tabela 35.

Observação: D_{cal} corresponde ao valor calculado a partir das características da amostra e D_{cri} corresponde ao valor determinado a partir da quantidade da amostra e em conformidade com o nível de significância adotado, onde este último deve ser o valor máximo para que a amostra apresente o comportamento de uma distribuição normal.

Tabela 35: Avaliação da normalidade das amostras através do teste de Shapiro-Wilk (fibras poliméricas).

Variável analisada	D_{cri}	D_{cal}
$P_{máx}$	0,818	0,765
P_{fiss}	0,818	0,917

Fonte: Própria (2020).

Em observação da Tabela 35, analisa-se que, para a carga máxima, $D_{cal} < D_{cri}$ e conclui-se que a amostra provém de uma distribuição normal e, para a carga de fissuração, $D_{cal} > D_{cri}$ e conclui-se que a amostra não provém de uma distribuição normal. Diante disso, para posterior utilização do teste de hipótese, como a aplicação do mesmo avalia a homogeneidade das duas amostras em conjunto, preferiu-se considerar que as amostragens não se enquadram no comportamento de uma distribuição normal, pois serão atribuídas as mesmas condições para as duas cargas. Sendo assim, e com o objetivo de avaliar a dispersão desses parâmetros, na Tabela 36 estão dispostos os resultados referentes a variação da carga máxima em relação a carga de fissuração.

Tabela 36: Variação entre as duas variáveis avaliadas (fibras poliméricas).

Identificação da amostra	$P_{máx}$ (kN)	P_{fiss} (kN)	Variação (%)
V1	16,92	6,33	+167,30
V2	14,42	5,33	+170,54
V3	14,92	4,42	+237,56
V4	14,42	4,17	+245,80
V5	15,17	4,17	+263,79
V6	14,67	5,17	+183,75
V7	14,33	5,33	+168,86
V8	15,17	4,83	+214,08

Fonte: Própria (2020).

A partir da Tabela 36, pode-se verificar que para todas as vigas, os valores de carga máxima são superiores e isto ocorre devido ao baixo módulo de elasticidade que as fibras

poliméricas apresentam. E isto também comprova a hipótese de Toledo (1997), onde este autor afirma que, para elementos que apresentam comportamento de amolecimento e evidenciam uma orientação preferencial das fibras, geralmente, a carga máxima (carga correspondente ao rompimento da matriz) pode assumir valor superior a carga de fissuração (carga correspondente ao surgimento de fissuras na matriz). Essa afirmativa pode ser fundamentada porque esses elementos possuem fibras com baixo módulo de elasticidade, que dificilmente irão contribuir para que ocorra um aumento na resistência pós-fissuração do compósito.

Além disso, em conformidade com Tanesi (1999) e Caetano *et al.* (2004), após o rompimento da matriz ($P_{m\acute{a}x}$), as fibras poliméricas dificilmente irão contribuir para que ocorra um aumento na resistência do compósito, pois este tipo de fibra é mais frágil do que a matriz por apresentar módulo de elasticidade menor que o módulo do concreto simples. Sendo assim, as fibras que apresentam esse tipo de comportamento podem gerar um compósito de menor rigidez, o que pode propiciar uma resistência de fissuração do compósito (P_{fiss}) menor do que a carga correspondente ao rompimento da matriz ($P_{m\acute{a}x}$).

Ademais, ainda observando os dados da Tabela 36, pode-se perceber que todas as variações são significativas, mostrando discrepâncias maiores que 100%, o que evidencia que as cargas de fissuração são bem menores do que as cargas máximas, fato já explicado no parágrafo anterior. Ao que está relacionado as maiores variações, elas ocorreram nas vigas V4 e V5, onde observa-se dispersões em torno de 245% e 263%, respectivamente, mostrando que de fato, as variações foram muito grandes.

A fim de investigar essas grandes variações, analisou-se o gráfico carga *versus* tempo, e foi possível observar que para o tempo correspondente a carga de fissuração, a matriz já havia rompido. Sabendo que as vigas com fibras poliméricas apresentam comportamento de amolecimento, após atingir a carga máxima, ocorre um amolecimento da matriz que representa uma perda gradual de resistência, onde isso mostra que, para o tempo correspondente a carga de fissuração, os valores referentes a esse parâmetro são menores porque a matriz apresentava resultados menores de resistência, pois o elemento já havia rompido. Esse retardamento das fissuras acontece porque as fibras poliméricas promovem um aumento na capacidade de deformação, o que permite um melhor controle da velocidade de propagação das fissuras.

A partir disso, e com o objetivo de verificar a repetibilidade dos parâmetros, buscou-se avaliar a homogeneidade das amostras por meio de um teste que verifica se o comportamento entre os dois grupos é estatisticamente igual. Sendo assim, e sabendo que a distribuição do tipo Normal (Gaussiana) não representa o comportamento dos dois parâmetros analisados, aplicou-se o teste de Kruskal-Wallis e esses resultados estão mostrados na Tabela 37.

Observação: h_{cal} corresponde ao valor calculado a partir das características da amostra e h_{cri} corresponde ao valor determinado a partir da quantidade da amostra e em conformidade com o nível de significância adotado, onde este último deve apresentar o valor máximo para que a amostra provenha de uma população igualmente distribuída.

Tabela 37: Aplicação do teste de Kruskal-Wallis (fibras poliméricas).

Parâmetro	Valor
h_{cal}	8,471
h_{cri}	6,635

Fonte: Própria (2020).

Em observação da Tabela 37, analisa-se que $h_{cal} > h_{cri}$ e conclui-se que a amostra não provém de uma população igualmente distribuída, pois a diferença é estatisticamente significativa. Diante disso, percebe-se que há uma discrepância significativa entre as duas cargas analisadas, o que foi evidenciado ainda mais na presente análise, onde é observado que os dois parâmetros não apresentam uma homogeneidade nas amostras. Ainda para complementar o estudo, fez-se o cálculo da correlação da carga máxima com a carga de fissuração e, a partir desse cálculo, o resultado encontrado pela análise é de 0,49, o que evidencia que existe uma correlação positiva, mas que não é tão acentuada entre as duas variáveis, mostrando que as cargas possuem pouca influência entre si.

Diante disso, e fazendo uma analogia com o estudo realizado para as vigas com fibras de aço, pode-se verificar que, de modo geral para o CRFA, a carga de fissuração apresenta valor superior e, mais especificamente, isso aconteceu nas vigas que apresentaram um comportamento de endurecimento, enquanto que para as vigas com fibras poliméricas, pode-se analisar que os valores de carga máxima são superiores, onde todas elas apresentaram comportamento de amolecimento. Sendo assim, fez-se um estudo referente ao posicionamento da linha neutra tanto para as vigas com fibras de aço quanto para as vigas com fibras poliméricas, onde esta análise está ilustrada na próxima seção.

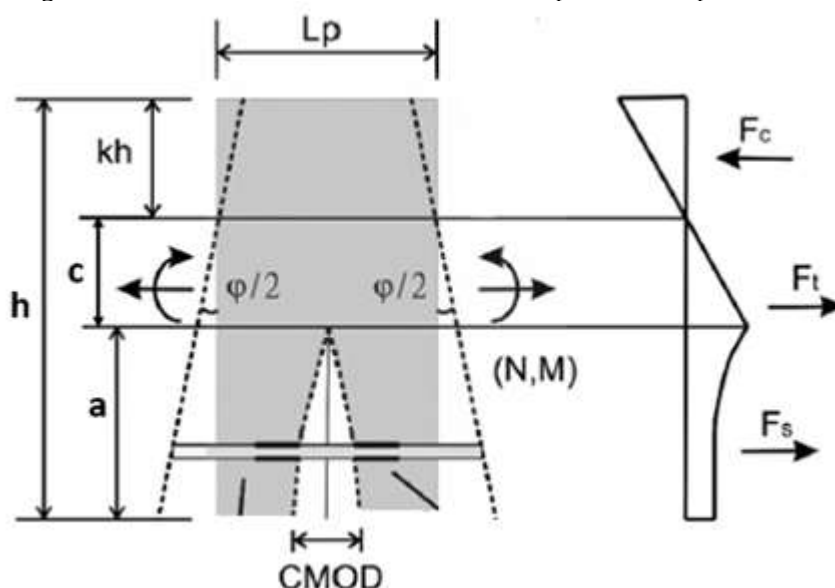
4.5 Definição do Posicionamento da Linha Neutra

Como mencionado na metodologia, a partir dos dados dispostos nos documentos tanto do FIB Model Code 2010 (2013) quanto do ACI 544.8R (2016), e por meio da teoria de flexão em vigas, fez-se um estudo experimental e numérico referente ao posicionamento da linha neutra tanto para vigas com fibras de aço quanto para vigas com fibras poliméricas. Para isso,

inicialmente, utilizou-se como auxílio os dados dispostos nas Figuras 12 e 13, que esquematizam como ocorre a representação do diagrama de deformações e mostram o esquema referente a distribuição das tensões/resistências.

Após a verificação do comportamento desses diagramas, como estudo complementar a esses documentos, fez-se o uso do trabalho dos autores Mobasher, Yao e Soranakom (2015), onde essa pesquisa foi utilizada como auxílio porque as análises mostradas na mesma foram utilizadas na confecção do ACI 544.8R (2016). Assim sendo, utilizou-se para o estudo do posicionamento da linha neutra da estrutura tanto os documentos internacionais citados no primeiro parágrafo quanto a pesquisa mencionada anteriormente. Com isso, o elemento estrutural estudado e seus respectivos componentes estão ilustrados na Figura 40.

Figura 40: Elemento estrutural estudado e seus respectivos componentes.



Fonte: Adaptado de Mobasher, Yao e Soranakom (2015).

Como pode-se observar, o elemento esquematizado na Figura 40 é composto dos seguintes componentes: L_p : base da seção transversal do corpo de prova; h : altura da seção transversal do corpo de prova; kh : distância do eixo neutro até a parte comprimida do elemento; a : comprimento longitudinal da fissura (altura que equivale a resposta plástica); c : altura de tração correspondente a resposta elástica; φ : ângulo de rotação; F_c : tensão de compressão no concreto reforçado com fibras; F_t : tensão de tração final no concreto reforçado com fibras; F_s : tensão de tração final do reforço convencional.

A partir dos dados dispostos na Figura 40, pode-se definir o posicionamento da linha neutra da estrutura, onde esse parâmetro é obtido através da definição dos indicadores a e c , em que o primeiro corresponde à altura de tração referente a resposta plástica e o segundo equivale

à altura de tração relacionada a resposta elástica. Para isso, definiu-se experimentalmente a altura referente a primeira fissura, que representa à altura de tração referente a resposta plástica, e fez-se um estudo de validação desse comprimento de forma numérica.

Ademais, para definir experimentalmente a altura referente a primeira fissura, utilizou-se como auxílio os trabalhos dos autores Yoo e Yoon (2015) e Singh *et al.* (2017), onde esses autores comprovaram que há um padrão de fissuração no concreto reforçado com fibras. Eles mostraram que, quando o CRF apresenta uma orientação preferencial das fibras, como é o caso investigado neste trabalho, há uma tendência de ter apenas uma fissura maior (predominante) de tamanho único, enquanto que nos concretos que não apresentam essa orientação, pode-se observar duas grandes fissuras de tamanhos distintos, como pode ser observado na Figura 41.

Figura 41: Padrão de fissuração de um CRF que não apresenta orientação preferencial das fibras.



Fonte: Adaptado de Singh *et al.* (2017).

Como ilustrado nos parágrafos anteriores e na Figura 41, pode-se definir experimentalmente a altura referente a primeira fissura do concreto reforçado com fibras, pois o trabalho em questão utiliza um CRF que apresenta uma orientação preferencial das fibras e, com isso, há uma tendência de ter apenas uma fissura maior (predominante) de tamanho único. E, como já mencionado, após a determinação experimental, fez-se um estudo de validação desse comprimento de forma numérica. Após isso, verificou-se também de forma numérica, o comprimento total correspondente à altura de tração referente a resposta plástica e à altura de tração referente a resposta elástica, que estão ilustradas nas próximas seções.

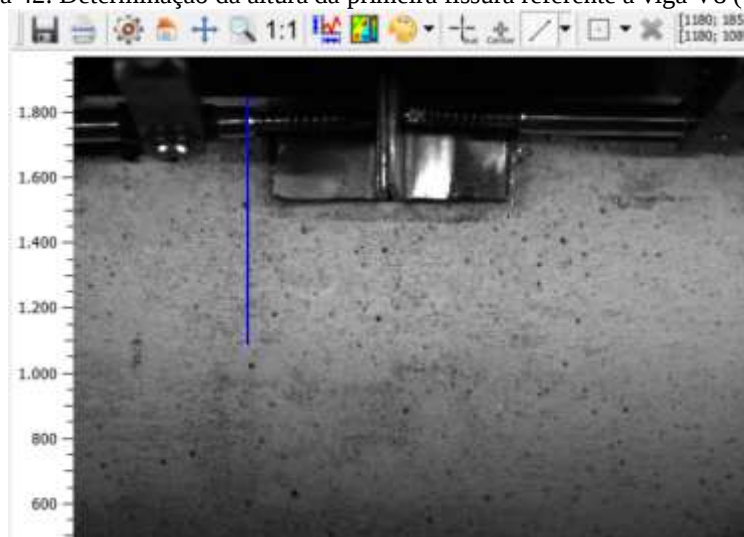
4.5.1 Determinação da altura de tração referente a resposta plástica

Após o estudo estatístico referente às variações encontradas entre a carga máxima e a carga de fissuração, verificou-se que para as vigas com fibras de aço, apesar das pequenas discrepâncias mostradas em algumas análises, nota-se que esses dois parâmetros apresentam

uma homogeneidade nas amostras. No entanto, como foram verificadas algumas diferenças, como por exemplo nas variações encontradas, buscou-se definir, para cada uma das vigas, a altura referente a primeira fissura. As medições foram realizadas a partir do software ITOM, como pode ser observado na Figura 42, e os resultados referentes a esse estudo estão ilustrados na Tabela 38.

Observação: A linha azul representada na Figura 42 ilustra a medição correspondente à altura da primeira fissura.

Figura 42: Determinação da altura da primeira fissura referente à viga V8 (CRFA).



Fonte: Própria (2020).

Tabela 38: Altura referente a primeira fissura da amostra estudada de CRFA.

Identificação da amostra	Altura (px)	Altura (mm)
V1	656	42,50
V2	769	49,80
V3	808	52,40
V4	823	53,30
V5	780	50,50
V6	702	45,50
V7	810	52,50
V8	764	49,50
Média		49,50
Desvio padrão		3,74
Variância		13,99
Coeficiente de variação (%)		7,56

Fonte: Própria (2020).

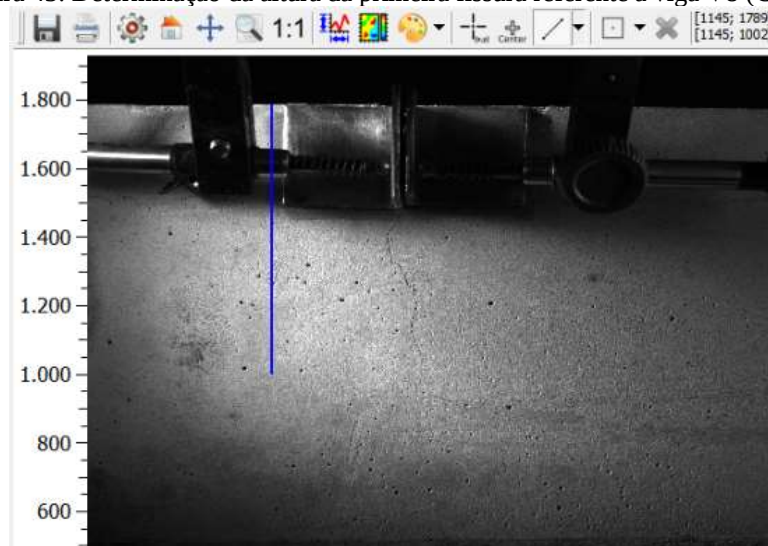
De acordo com os dados dispostos na Tabela 38, observa-se que a altura da primeira fissura da amostra equivale a uma média de 49,50 mm com desvio padrão de 3,74 mm. Ou seja,

as vigas com fibras de aço apresentam uma altura referente a primeira fissura correspondente a um intervalo de $45,76 \text{ mm} \leq x \leq 53,24 \text{ mm}$. Isso significa que, para efeitos de cálculo, deve-se adotar um valor dentro do intervalo referenciado para representar a altura referente a primeira fissura. Para definir esse valor com maior subsídio, fez-se esta mesma análise para as vigas com fibras poliméricas.

Após o estudo estatístico referente às variações encontradas entre a carga máxima e a carga de fissuração, verificou-se que para as vigas com fibras poliméricas, há uma discrepância significativa entre as duas cargas analisadas, onde foi observado, ainda, que esses parâmetros não apresentam uma homogeneidade nas amostras. Diante disso, como foram verificadas essas diferenças, assim como foi feito para as vigas de CRFA, também buscou-se definir a altura referente a primeira fissura da amostra estudada de CRFP. As medições também foram realizadas a partir do software ITOM, como pode ser observado na Figura 43, e os resultados referentes a esse estudo estão ilustrados na Tabela 39.

Observação: A linha azul representada na Figura 43 ilustra a medição correspondente à altura da primeira fissura.

Figura 43: Determinação da altura da primeira fissura referente à viga V8 (CRFP).



Fonte: Própria (2020).

Tabela 39: Altura referente a primeira fissura da amostra estudada de CRFP.

Identificação da amostra	Altura (px)	Altura (mm)
V1	771	50,00
V2	744	48,20
V3	744	48,20
V4	726	47,00
V5	735	47,60

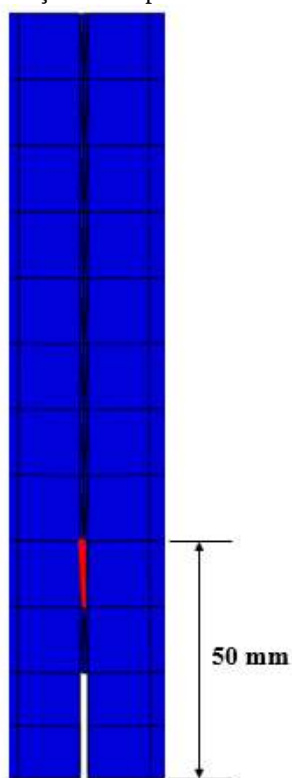
Identificação da amostra	Altura (px)	Altura (mm)
V6	767	49,70
V7	756	49,00
V8	787	51,00
Média		48,84
Desvio padrão		1,34
Variância		1,79
Coeficiente de variação (%)		2,74

Fonte: Própria (2020).

Analizando os dados ilustrados na Tabela 39, observa-se que a altura da primeira fissura da amostra equivale a uma média de 48,84 mm com desvio padrão de 1,34 mm. Ou seja, as vigas com fibras poliméricas apresentam uma altura referente a primeira fissura correspondente a um intervalo de $47,50 \text{ mm} \leq x \leq 50,18 \text{ mm}$. Isso significa que, para efeitos de cálculo, deve-se adotar um valor dentro do intervalo referenciado para representar a altura referente a primeira fissura. A fim de estabelecer um valor que represente tanto as vigas com fibras de aço quanto as poliméricas, utilizou-se o intervalo especificado neste parágrafo e o reportado no parágrafo referente as fibras de aço, em que foi estabelecido o valor referente à 50 mm.

Com a definição experimental da altura referente a primeira fissura das amostras estudadas, que representa à altura de tração referente a resposta plástica, fez-se um estudo de validação desse comprimento de forma numérica. Para isso, utilizou-se o software ABAQUS, onde foram extraídos os pontos de evolução de tensão ao longo da fissura em função do tempo de processamento, em que a tensão de tração é representada pelo valor positivo e a tensão de compressão pelo valor negativo. Essa extração ocorreu pelo centroide do elemento finito correspondente a 50 mm, onde a Figura 44 faz essa representação e os resultados referentes a esse estudo estão ilustrados na Tabela 40. Observação: Esses resultados foram provenientes da modelagem desenvolvida para o ensaio EN 14651 (2007) ilustrada em Matos (2018).

Figura 44: Representação da altura de tração correspondente à resposta plástica do elemento estudado.



Fonte: Própria (2020).

Tabela 40: Pontos de evolução de tensão ao longo da fissura em função do tempo de processamento.

Tempo	Tensão (MPa)	Tempo	Tensão (MPa)	Tempo	Tensão (MPa)	Tempo	Tensão (MPa)
0	0	0.0529686	0.7452	0.489652	0.6680	0.858	0.6534
0.00625	0.2439	0.0530306	0.7455	0.49171	0.6679	0.860227	0.6534
0.0078125	0.3050	0.0531237	0.7454	0.493767	0.6678	0.862454	0.6533
0.0101562	0.4024	0.0532633	0.7449	0.495825	0.6677	0.864681	0.6532
0.0110352	0.4392	0.0534728	0.7442	0.497882	0.6676	0.866908	0.6532
0.0123535	0.5018	0.0557898	0.7363	0.528745	0.6660	0.869135	0.6531
0.0136513	0.6686	0.0559156	0.7359	0.530802	0.6659	0.869692	0.6531
0.0139294	0.7329	0.0561043	0.7352	0.53286	0.6657	0.870249	0.6531
0.0143465	0.8512	0.0562459	0.7349	0.534917	0.6656	0.871084	0.6530
0.0145029	0.9002	0.0564582	0.7347	0.536974	0.6655	0.872337	0.6530
0.0147376	0.9818	0.0604255	0.7369	0.569894	0.6639	0.873589	0.6530
0.0150895	1.1078	0.0615003	0.7270	0.571952	0.6638	0.874842	0.6529
0.0136513	0.6686	0.062575	0.7212	0.574009	0.6637	0.876721	0.6529
0.0168301	1.5101	0.0629781	0.7191	0.576067	0.6636	0.8786	0.6529
0.0178323	1.6493	0.0635826	0.7157	0.578124	0.6635	0.88048	0.6528
0.0193357	1.8610	0.0648627	0.7108	0.608159	0.6621	0.882359	0.6528
0.0198995	1.9398	0.0650241	0.7106	0.610112	0.6620	0.897392	0.6524
0.0207452	2.0393	0.0652662	0.7104	0.612065	0.6619	0.899271	0.6523
0.0238718	2.4766	0.0655083	0.7107	0.614018	0.6619	0.90115	0.6523

Tempo	Tensão (MPa)	Tempo	Tensão (MPa)	Tempo	Tensão (MPa)	Tempo	Tensão (MPa)
0.0244738	2.5286	0.0655688	0.7108	0.615971	0.6618	0.903029	0.6522
0.0246996	2.5479	0.0699854	0.7661	0.649172	0.6604	0.904908	0.6522
0.0250382	2.5769	0.0703995	0.7730	0.651125	0.6603	0.906787	0.6521
0.0255462	2.6203	0.0710206	0.7749	0.653078	0.6602	0.908666	0.6521
0.0277569	2.7144	0.0719524	0.7713	0.655031	0.6602	0.910545	0.6520
0.0285705	2.7482	0.07335	0.7640	0.689941	0.6588	0.912425	0.6520
0.0288757	2.7643	0.103277	0.7063	0.691039	0.6588	0.914304	0.6519
0.0293334	2.7805	0.108314	0.7056	0.692687	0.6587	0.919941	0.6518
0.0300199	2.7939	0.110203	0.7051	0.695159	0.6586	0.92182	0.6517
0.0339796	2.9625	0.113036	0.7046	0.697631	0.6586	0.923699	0.6517
0.0340897	2.9796	0.117286	0.7040	0.739578	0.6570	0.925578	0.6516
0.0342548	3.0057	0.204909	0.6923	0.741338	0.6570	0.927457	0.6516
0.0345025	3.0402	0.212672	0.6916	0.743098	0.6569	0.929337	0.6515
0.0345954	3.0471	0.215584	0.6911	0.744857	0.6569	0.931216	0.6515
0.0379417	2.9677	0.21995	0.6907	0.746617	0.6568	0.933095	0.6514
0.0382062	2.9369	0.226501	0.6902	0.778291	0.6558	0.934974	0.6514
0.0383054	2.9245	0.268328	0.6852	0.780051	0.6557	0.936853	0.6514
0.0384542	2.9055	0.269657	0.6850	0.781811	0.6557	0.938732	0.6513
0.0386774	2.8825	0.271651	0.6848	0.78357	0.6556	0.940611	0.6513
0.0409217	3.0111	0.272399	0.6847	0.78533	0.6556	0.94249	0.6512
0.0411601	2.9546	0.273521	0.6846	0.792809	0.6553	0.94437	0.6512
0.0413686	2.8908	0.322493	0.6799	0.794898	0.6552	0.950007	0.6510
0.0438533	2.2302	0.324224	0.6798	0.803807	0.6550	0.953765	0.6509
0.0440144	2.1773	0.356447	0.6771	0.805292	0.6549	0.955644	0.6509
0.0440748	2.1547	0.358472	0.6770	0.806776	0.6549	0.957523	0.6509
0.0441654	2.1238	0.359232	0.6769	0.808261	0.6548	0.959403	0.6508
0.0461199	1.8953	0.360371	0.6768	0.809746	0.6548	0.961282	0.6508
0.0463779	1.8212	0.36208	0.6767	0.820139	0.6545	0.963161	0.6507
0.0466359	1.7464	0.379405	0.6754	0.821624	0.6544	0.96504	0.6507
0.0468939	1.6686	0.380271	0.6753	0.823108	0.6544	0.966919	0.6506
0.0471519	1.5859	0.38157	0.6752	0.824593	0.6544	0.968798	0.6506
0.0489094	1.0070	0.383519	0.6751	0.826078	0.6543	0.970677	0.6505
0.0494536	0.8636	0.399392	0.6739	0.840183	0.6539	0.971323	0.6505
0.0499434	0.7872	0.400225	0.6738	0.84241	0.6539	0.971587	0.6505
0.0500658	0.7757	0.401475	0.6737	0.844637	0.6538	0.988855	0.6501
0.0511381	0.7492	0.403351	0.6736	0.846864	0.6537	0.990861	0.6501
0.0511963	0.7483	0.404054	0.6735	0.849091	0.6537	0.992868	0.6500
0.0512544	0.7473	0.429961	0.6718	0.851318	0.6536	0.995878	0.6500
0.0513415	0.7458	0.431888	0.6717	0.853545	0.6535	0.998888	0.6499
0.0514723	0.7440	0.43261	0.6716	0.855773	0.6535	1	0.6499

Fonte: Matos (2018).

De acordo com os dados dispostos na Tabela 40, pode-se observar que, a partir dos pontos de evolução de tensão ao longo da fissura em função do tempo de processamento, todos os valores de tensão deram positivos, e isso significa que, para a altura de tração correspondente a 50 mm, só ocorre tensão de tração ao longo da fissura. Em análise disso, esse comportamento já era esperado, pois a altura utilizada como estudo corresponde à altura de tração referente a resposta plástica, onde a mesma refere-se ao comprimento da primeira fissura das amostras estudadas e tensões de compressão, relacionadas a essa altura, ainda não existem.

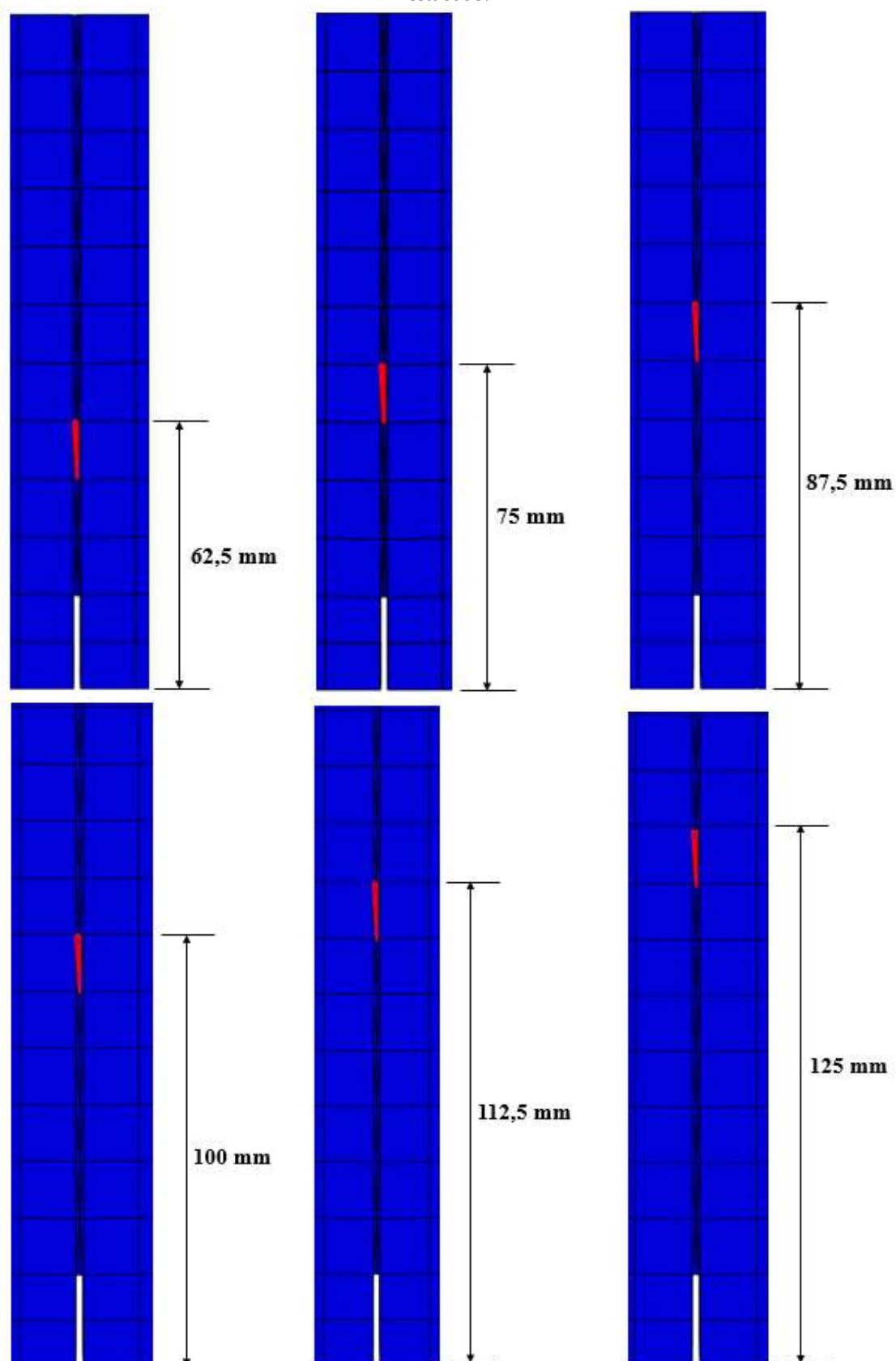
Diante disso, com a definição experimental da altura referente a primeira fissura das amostras estudadas, fez-se a validação desse comprimento de forma numérica a partir da análise dos dados ilustrados na Tabela 40, como mostrado no parágrafo anterior. Sendo assim, com o objetivo de determinar o posicionamento da linha neutra da estrutura, onde esse parâmetro é o somatório da altura de tração referente tanto a resposta plástica quanto a resposta elástica, fez-se essa mesma análise para outras alturas pré-determinadas e esse estudo está ilustrado na próxima seção.

4.5.2 Definição da altura de tração das respostas plástica e elástica

Como mencionado na seção anterior, para a determinação do posicionamento da linha neutra da estrutura, verificou-se de forma numérica, com os dados extraídos da análise experimental, os pontos de evolução de tensão (tração e compressão) ao longo da fissura, em função do tempo de processamento, para algumas alturas pré-estabelecidas. Essas alturas foram definidas em função do comprimento de tração referente a resposta plástica, determinado na seção anterior, e correspondem a 62,5 mm, 75 mm, 87,5 mm, 100 mm, 112,5 mm e 125 mm.

Como pode ser observado, esses comprimentos seguiram um padrão de incremento, em relação à altura já mencionada, de 12,5 mm e correspondem a metade da altura do entalhe realizado nas vigas ensaiadas. Esse valor foi estabelecido a fim de representar de forma eficiente o comportamento da evolução das tensões, uma vez que no eixo neutro da estrutura, os valores de tensão de tração e de compressão devem ser equivalentes e nulos. A Figura 45 faz a representação das alturas mencionadas e os resultados referentes a esse estudo, de forma resumida, estão ilustrados na Tabela 40.

Figura 45: Alturas pré-estabelecidas analisadas referentes ao posicionamento da linha neutra do elemento estudado.



Fonte: Própria (2020).

Tabela 41: Valores de tensão em função da altura do centroide.

Centroide (mm)	Tração (MPa)	Compressão (MPa)	Variação (%)
62,5	Só tem tensão de tração		–
75	0,013	0,013	0,0
87,5	0,014	0,007	+100,0
100	0,051	0,029	+75,9
112,5	0,019	0,036	- 47,2
125	Só tem tensão de compressão		–

Fonte: Própria (2020).

Analizando os dados ilustrados na Tabela 41, observa-se que, de modo geral, todos os valores de tensão podem ser considerados nulos, pois estes resultados tendem a zero, e o maior número de casas decimais foi utilizado para investigar as variações entre as tensões de tração e compressão nas bordas referentes às alturas pré-estabelecidas. Para a altura correspondente a 62,5 mm, só existe solicitação de tensão de tração; para a altura de 75 mm, a tensão de tração foi equivalente a tensão de compressão; para as alturas de 87,5 mm e 100 mm, a tensão de tração foi maior que a tensão de compressão em torno de 100% e 76%, respectivamente; para a altura de 112,5 mm, a tensão de compressão foi superior a tensão de tração em torno de 47%; e, para a altura equivalente a 125 mm, só existe solicitação de tensão de compressão.

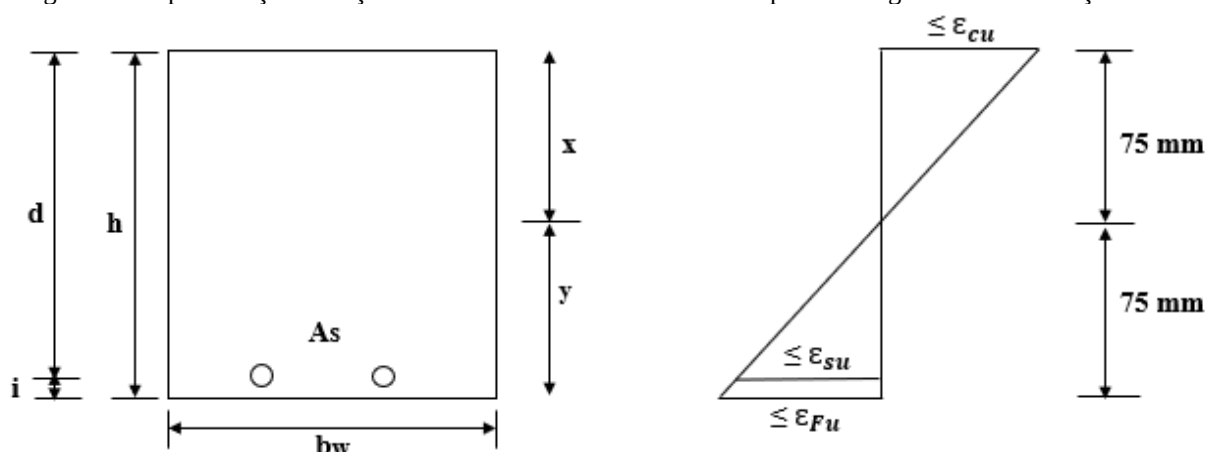
Diante disso, sabe-se que para as alturas correspondentes a 62,5 mm e 125 mm, o eixo neutro não se encontra posicionado nesses comprimentos, pois nessas bordas, há a predominância de um único tipo de solicitação de tensão. Isso acontece porque deve existir os dois tipos de solicitação para que possa ser considerado o eixo neutro da estrutura, pois é nesse posicionamento que ocorre a separação da parte tracionada da parte comprimida do elemento. Ainda, analisando as demais variações referentes as tensões, percebe-se que não houve dispersão em relação à altura do centroide equivalente a 75 mm, o que mostra que a tensão de tração foi equivalente a tensão de compressão, como mencionado anteriormente.

Sendo assim, utilizando como auxílio o esquema referente a distribuição das tensões tanto em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013) quanto de acordo o ACI 544.8R (2016) (Figuras 12 e 13, respectivamente), e ainda aplicando contribuições do estudo mostrado na pesquisa de Mobasher, Yao e Soranakom (2015) (Figura 40), pode-se dizer que no eixo neutro da estrutura, os valores de tensão de tração e de compressão devem ser equivalentes e nulos. Diante disso, a partir da análise mostrada anteriormente, a altura do centroide equivalente a 75 mm corresponde ao posicionamento da linha neutra da estrutura do CRF, uma vez que não houve variação na ordem de grandeza das tensões e os valores encontrados podem ser considerados nulos, pois eles são insignificantes e tendem a zero.

4.6 Determinação da Força Resultante Resistente de Tração Final do Concreto

Após estabelecer o posicionamento da linha neutra da estrutura, como mostrado na seção anterior, a partir da teoria de flexão em vigas de Euler-Bernoulli e por meio de equações de equilíbrio, determinou-se a força resultante resistente das fibras na parte tracionada do concreto. A análise referente a determinação dessa força está disposta abaixo e, para isso, foram utilizadas como auxílio as Figuras 46 a 49. Além disso, a viga tem seção transversal de $150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$ (base $\times$ altura) e foram utilizados os seguintes parâmetros: $\lambda = 0,8$ para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ e $\eta = 0,85$ para concretos de classes até C50.

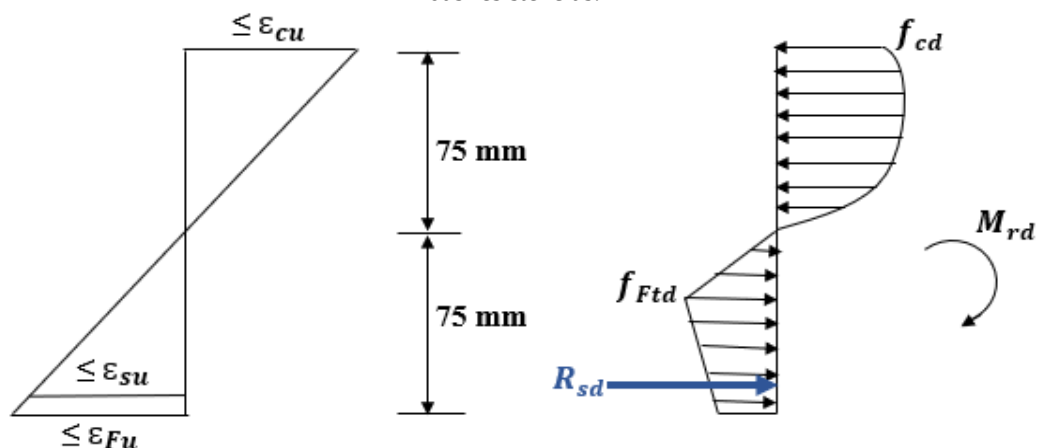
Figura 46: Representação da seção transversal do elemento e o seu respectivo diagrama de deformações.



Fonte: Própria (2020).

A partir da Figura 46, é possível verificar a representação da seção transversal da viga utilizada no ensaio de flexão a três pontos e o seu respectivo diagrama de deformações. Nesse diagrama, estão dispostos os parâmetros referentes a deformação de compressão final no concreto reforçado com fibras (ϵ_{cu}), a deformação de tração final do reforço convencional (ϵ_{su}) e a deformação de tração final no CRF (ϵ_{Fu}). Ainda, os valores correspondentes a x e y foram determinados a partir do estudo referente ao posicionamento da linha neutra, como também pode ser verificado na Figura 46. Após a análise desses parâmetros, fez-se uma investigação relacionada as resistências do CRF e esse estudo está representado na Figura 47.

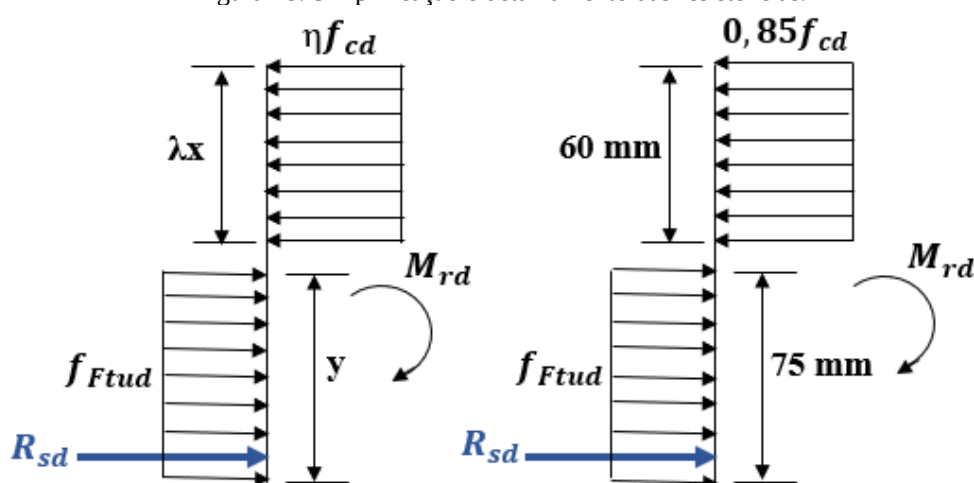
Figura 47: Concepção do diagrama de deformações do elemento estrutural e o esquema referente a distribuição das resistências.



Fonte: Própria (2020).

Em observação da Figura 47, pode-se notar também a representação do diagrama de deformações do elemento estrutural e o esquema referente a distribuição das resistências. Ao que refere-se a essas resistências, pode-se observar o comportamento da distribuição referente a resistência de projeto à compressão do CRF (f_{cd}), o desempenho da tensão de tração no CRF (f_{Ftd}), a tensão de tração do reforço convencional (R_{sd}) e o momento resistente da estrutura (M_{rd}). Tanto o conteúdo da Figura 46 quanto o da Figura 47 serviu como auxílio para formular a Figura 48, que é referente a simplificação e o detalhamento das resistências.

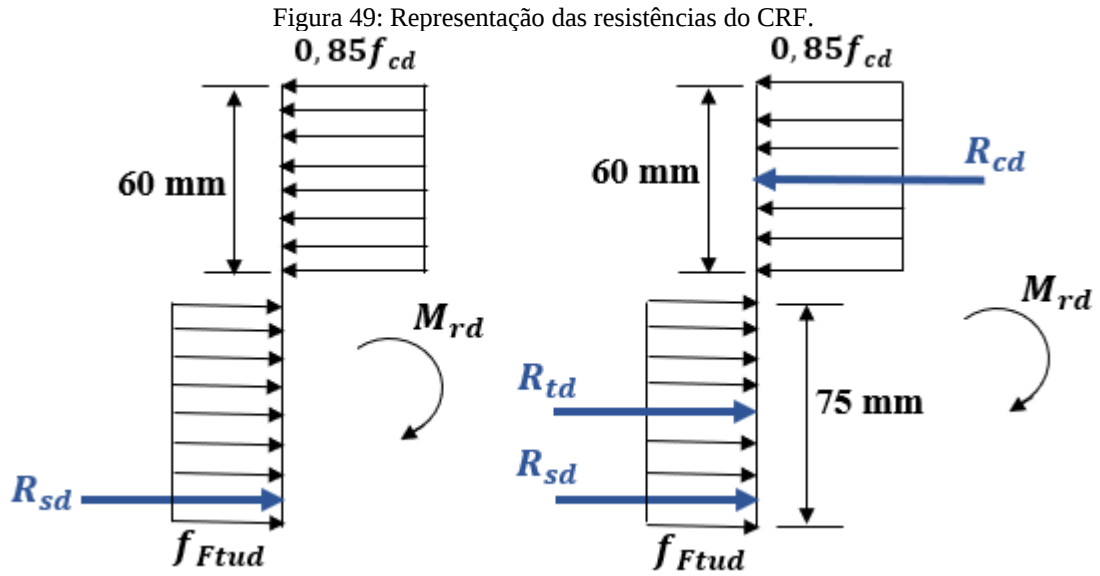
Figura 48: Simplificação e detalhamento das resistências.



Fonte: Própria (2020).

Analisando a Figura 48, percebe-se que esta Figura é uma simplificação do que está representado na Figura 47, onde tanto o comportamento da resistência de projeto à compressão do CRF (f_{cd}) quanto o desempenho da tensão de tração no CRF (f_{Ftd}) foram representados como uma carga distribuída retangular. Para isso, ao que corresponde ao primeiro, tanto a sua

base quanto à sua altura foram multiplicados por um fator de conversão e, em relação ao segundo, a tensão de tração no CRF (f_{Ftd}) tornou-se a tensão de tração final no CRF (f_{Ftud}). Para mais, a partir da Figura 48, fez-se a representação da tensão de compressão do concreto e da tensão de tração do CRF em relação a força resultante dessas solicitações, onde esse estudo está ilustrado na Figura 49.



Fonte: Própria (2020).

A partir da Figura 49, pode-se observar a representação da tensão de compressão do concreto (f_{cd}) e da tensão de tração final do CRF (f_{Ftud}) em relação a força resultante dessas respectivas solicitações, como mencionado anteriormente, onde para fazer essa conversão de forças, utilizou-se como auxílio o trabalho de Trindade (2018). Diante disso, por meio das Figuras 46 a 49, fez-se um estudo referente a determinação do f_{Ftud} e essa análise está mostrada logo abaixo. Para tal investigação, aplicou-se a Teoria de Euler-Bernoulli e por meio de equações de equilíbrio, fez-se o estudo referente a determinação do f_{Ftud} .

Em observação da Figura 49, tem-se que:

$$R_{sd} = f_{yd} \cdot A_s \quad (30)$$

$$R_{td} = f_{Ftud} \cdot y \cdot b_w \quad (31)$$

$$R_{cd} = \eta f_{cd} \cdot \lambda x \cdot b_w \quad (32)$$

Em que:

R_{sd} : força de tração resultante do reforço convencional;

R_{td} : força de tração resultante do CRF;

R_{cd} : força de compressão resultante do CRF;

Sabendo que $y = 0,075 \text{ m}$; $b_w = 0,15 \text{ m}$; $\lambda = 0,8$ para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$; $\eta = 0,85$ para concretos de classes até C50, tem-se que:

$$R_{td} = 0,01125 f_{Ftud} \quad (33)$$

$$R_{cd} = 0,00765 f_{cd} \quad (34)$$

Em observação das Figuras 46 e 49, tem-se que:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \quad (35)$$

$$R_{sd} + R_{td} - R_{cd} = 0 \quad (36)$$

Substituindo as Equações (30), (33) e (34) em (36):

$$f_{yd} \cdot A_s + 0,01125 f_{Ftud} - 0,00765 f_{cd} = 0 \quad (37)$$

Ainda analisando a Figura 46, tem-se que:

$$i = h - d = c + \vartheta + \frac{\emptyset}{2} \quad (38)$$

$$i = c + \vartheta + \frac{\emptyset}{2} \quad (39)$$

Sendo:

c : cobrimento nominal (m);

ϑ : diâmetro da armadura transversal (m);

$\emptyset$: diâmetro da armadura longitudinal (m).

A partir das Figuras 46 e 49 e utilizando a Equação 39, tem-se que:

$$\sum M_{A_s} = 0 \quad (40)$$

$$-R_{td} \left(\left(\frac{0,075}{2} \right) - i \right) + R_{cd} \left(0,075 - i + \left(\frac{0,060}{2} \right) \right) - M_{rd} = 0 \quad (41)$$

Substituindo as Equações (33) e (34) em (41):

$$-(0,01125f_{Ftud}) \left(\left(\frac{0,075}{2} \right) - i \right) + (0,00765f_{cd}) \left(0,075 - i + \left(\frac{0,060}{2} \right) \right) - M_{rd} = 0 \quad (42)$$

Combinando as Equações 37 e 42, tem-se que:

$$f_{Ftud} = \frac{M_{rd} + \left((0,007651i - 0,000803) \left(1939,66M_{rd} + \left(\frac{0,01125i - 0,000422}{0,0000058} \right) f_{yd}A_s \right) \right)}{(0,01125i - 0,000422)} \quad (43)$$

Em que:

f_{Ftud} : tensão de tração final no CRF (KPa);

M_{rd} : momento resistente da estrutura (kN.m);

f_{yd} : tensão de escoamento do aço (MPa);

A_s : área de aço da armadura longitudinal (m²).

O procedimento completo para determinação da equação analítica desenvolvida neste trabalho, mostrada através da equação 43, está descrito detalhadamente no final do trabalho no Apêndice A. Ademais, com o objetivo de verificar o modelo de cálculo proposto (equação) referente a força resultante resistente das fibras para o dimensionamento de elementos estruturais de concreto fibroso fluido, adotou-se alguns valores correspondentes tanto as características do corpo de prova quanto aos resultados provenientes do ensaio, e fez-se algumas análises que estão mostradas abaixo.

Dados adotados:

Classe de agressividade ambiental moderada $\rightarrow$ CAII: $c = 30 \text{ mm}$;

Aço CA-50 $\rightarrow f_{yd} = 500 \text{ MPa}$;

Armadura longitudinal $\varnothing 8 \text{ mm} \rightarrow \text{Diâmetro} = 8 \text{ mm}$; Área = $0,500 \text{ cm}^2$; $n = 2$;

Armadura transversal $\varnothing 5,5 \text{ mm} \rightarrow \text{Diâmetro} = 5,5 \text{ mm}$;

Seção transversal: $b = 150 \text{ mm}$; $h = 150 \text{ mm}$; Vão de ensaio: $L = 500 \text{ mm}$;

CRFA: Carga máxima resistente característica: $P_{m\acute{a}x} = 18,77 \text{ kN} \rightarrow M_{rd} = 3,28 \text{ kN.m}$;

CRFP: Carga máxima resistente característica: $P_{m\acute{a}x} = 15 \text{ kN} \rightarrow M_{rd} = 2,63 \text{ kN.m}$

Como mostrado anteriormente, a partir da Equação 39, tem-se que o (i) pode ser calculado da seguinte forma:

$$i = c + \vartheta + \frac{\phi}{2}$$

$$i = 30 + 5,5 + \frac{8}{2} = 39,5 \text{ mm} = 0,0395 \text{ m}$$

Sabendo que a área de aço pode ser calculada a partir da Equação 44, tem-se que:

$$A_s \geq (A_{s,min} | A_{s,cal}) \quad (44)$$

$$A_{s,min} = \frac{0,15}{100} \cdot b \cdot h \quad (45)$$

$$A_{s,min} = \frac{0,15}{100} \cdot 0,15 \cdot 0,15 = 0,000034 \text{ m}^2$$

$$A_{s,cal} = n \cdot \text{Área} \quad (46)$$

$$A_{s,cal} = 2 \cdot 0,500 = 1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2$$

$$A_s = 0,0001 \text{ m}^2$$

- Para as vigas com fibras de aço:

Utilizando os dados adotados, fazendo uso dos valores determinados para M_{rd} , i , f_{yd} e A_s , e aplicando estes valores na Equação 43, tem-se que:

$$f_{Ftud} = 4,20 \text{ MPa}$$

- Para as vigas com fibras poliméricas:

Utilizando os dados adotados, fazendo uso dos valores determinados para M_{rd} , i , f_{yd} e A_s , e aplicando estes valores na Equação 43, tem-se que:

$$f_{Ftud} = 3,36 \text{ MPa}$$

Como pode-se observar, a partir da Equação 43, foi determinada a tensão de tração final no concreto reforçado com fibras tanto para o CRFA quanto para o CRFP. Com o objetivo de

verificar o modelo de cálculo proposto (equação) e fazer a sua validação, o mesmo foi comparado com as Equações determinadas em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013) e de acordo com o ACI 544.8R (2016), respectivamente. No que diz respeito ao primeiro código, utilizaram-se as Equações 7, 8 e 10, além da Tabela 5 e, em relação ao segundo código, as Equações 11 a 16 foram empregadas (já descritas no referencial teórico), além da Equação 47.

Ao que está relacionado ao FIB Model Code (2013):

$$f_{Fts} = 0,45f_{R1} \quad (7)$$

$$f_{Ftuk} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD3} (f_{Fts} - 0,5f_{R3} + 0,2f_{R1}) \geq 0 \quad (8)$$

$$f_{Ftud} = \frac{f_{Ftuk}}{\gamma_F} \quad (10)$$

Sendo:

f_{Ftud} : tensão de tração final no CRF;

f_{R1} : resistência residual à flexão correspondente à abertura de fissura de 0,5 mm;

f_{R3} : resistência residual à flexão correspondente à abertura de fissura de 2,5 mm;

w_u : limite máximo de abertura de fissura, em que $w_u \leq CMOD3$;

γ_F : fator parcial de segurança (Tabela 5).

Dados:

$w_u = 2,5 \text{ mm}$ (Tabelas 44 e 45);

CRFA: $f_{R1} = 2,58 \text{ MPa}$; $f_{R3} = 2,08 \text{ MPa}$;

CRFP: $f_{R1} = 2,12 \text{ MPa}$; $f_{R3} = 1,42 \text{ MPa}$.

- Para as vigas com fibras de aço:

Utilizando os dados dispostos anteriormente e aplicando estes valores nas Equações referentes ao FIB Model Code 2010 (2013), tem-se que:

$$f_{Ftud} = 3,49 \text{ MPa}$$

- Para as vigas com fibras poliméricas:

Utilizando os dados dispostos anteriormente e aplicando estes valores nas Equações referentes ao FIB Model Code 2010 (2013), tem-se que:

$$f_{Ftud} = 1,91 \text{ MPa}$$

Ao que refere-se ao ACI 544.8R (2016):

$$F_{t2} = \left(\frac{(1-k)(\beta-1)(\eta\beta-\eta+2)}{2\beta} \right) b \cdot h \cdot \sigma_{cr} \quad (11)$$

$$k = \frac{\sqrt{2\beta-1}}{\sqrt{2\beta-1}+\beta} \quad (12)$$

$$\beta = \alpha = \frac{\varepsilon_{trn}}{\varepsilon_{cr}} \quad (13)$$

$$\varepsilon_{cr} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,12\% \quad (14)$$

$$\sigma_{cr} = \sigma_1 \quad (15)$$

$$\sigma_1 = C_1(1,6 - d)f_{tm,fl} \quad (16)$$

$$\varepsilon_{trn} = \frac{w_u}{L} = \frac{CMOD3}{L_{influença}} \quad (47)$$

Sendo:

ε_{trn} : deformação de tração final no CRF;

b : largura do corpo de prova;

h : altura do corpo de prova;

d : altura útil do corpo de prova;

$f_{tm,fl}$: limite de proporcionalidade correspondente a resistência calculada a partir da carga máxima dentro do intervalo de abertura de fissura entre 0 e 0,05 mm;

$$0,0 \leq \eta \leq 0,4.$$

Dados adotados:

Deslocamento referente ao estado limite último: $CMOD3 = 2,5$;

Comprimento de influência do carregamento: $L_{infl} = 200 \text{ mm}$ (Figura 6);

Seção transversal: $b = 150 \text{ mm}$; $h = 150 \text{ mm}$; $d = 110,5 \text{ mm}$;

$\eta = 0,15$ (Tabelas 46 e 47);

CRFA: $f_{tm,fl} = 2,47 \text{ MPa}$;

CRFP: $f_{tm,fl} = 2,10 \text{ MPa}$.

- Para as vigas com fibras de aço:

Utilizando os dados dispostos anteriormente e aplicando estes valores nas Equações referentes ao ACI 544.8R (2016), tem-se que:

$$F_{t2} = 4,91 \text{ MPa}$$

- Para as vigas com fibras poliméricas:

Utilizando os dados dispostos anteriormente e aplicando estes valores nas Equações referentes ao ACI 544.8R (2016), tem-se que:

$$F_{t2} = 4,18 \text{ MPa}$$

Como pode ser observado a partir dos cálculos mostrados anteriormente, existem discrepâncias nos valores encontrados por meio das diferentes análises. Com o objetivo de verificar e avaliar a dispersão desses parâmetros de acordo com o CRF adotado, na Tabela 42 estão dispostos os resultados de tensão de tração final referentes ao CRFA, e na Tabela 43 estão ilustrados os valores de tensão de tração final relacionados ao CRFP. Essas variações foram analisadas de acordo com a equação estabelecida neste trabalho com os valores determinados pelas equações dispostas nos documentos internacionais.

Tabela 42: Variação referente à tensão de tração final do CRFA em conformidade com as diferentes análises realizadas.

	Estudo Analítico	Normatização	
	(MPa)	Internacional (MPa)	Variação (%)
FIB Model Code 2010 (2013)	4,20	3,49	+16,93
ACI 544.8R (2016)	4,20	4,91	-16,87

Fonte: Própria (2020).

Analisando os dados ilustrados na Tabela 42, pode-se verificar que, ao comparar a tensão de tração final do CRFA obtida pelo procedimento analítico desenvolvido neste trabalho com a determinada em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013), o valor pelo primeiro método é maior que o segundo em torno de 17%. No entanto, ao contrastar o resultado estabelecido pelo procedimento analítico com o definido de acordo com o ACI 544.8R (2016), o primeiro método resultou em um valor menor que o segundo em torno de 17%. A partir disso, nota-se que os resultados apresentam variações, mostrando que para nenhuma análise, os valores se igualaram.

Ainda, percebe-se que ao comparar os três métodos utilizados, o valor intermediário corresponde ao determinado analiticamente neste trabalho, onde esse resultado está entre o valor obtido pelas duas normatizações internacionais. Ademais, apesar das variações observadas, os resultados não apresentam discrepâncias tão significativas, onde a maior dispersão verificada é em torno de 17%, evidenciando que o modelo de cálculo proposto (equação) analiticamente pode ser preliminarmente validado. Para complementar o estudo e validar a equação estabelecida analiticamente com maior subsídio, fez-se essa mesma análise para as vigas com CRFP, onde os resultados estão dispostos na Tabela 43.

Tabela 43: Variação referente à tensão de tração final do CRFP em conformidade com as diferentes análises realizadas.

	Estudo Analítico	Normatização	
	(MPa)	Internacional (MPa)	Variação (%)
FIB Model Code 2010 (2013)	3,36	1,91	+43,09
ACI 544.8R (2016)	3,36	4,18	-24,54

Fonte: Própria (2020).

Analisando os dados da Tabela 43, pode-se observar que, ao comparar a tensão de tração final do CRFP obtida pelo procedimento analítico desenvolvido neste trabalho com a determinada em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013), o valor pelo primeiro método é maior que o segundo em torno de 43%. No entanto, ao contrastar o resultado estabelecido pelo procedimento analítico com o definido de acordo com o ACI 544.8R (2016), o primeiro método resultou em um valor menor que o segundo em torno de 25%. Isso mostra, assim como verificado para o CRFA, que ao comparar os três métodos utilizados no cálculo de tensão de tração final do CRFP, o valor intermediário corresponde ao determinado analiticamente neste trabalho.

Diante disso, percebe-se que as variações observadas foram mais significativas, se comparadas com as verificadas na análise do CRFA, onde a maior analisada para o CRFP fica em torno de 43%. Este fato é previsível e pode ser explicado porque as fibras poliméricas não colaboram para enrijecer o compósito no pós-fissuração, mostrando que após a ruptura da matriz, devido à menor aderência da fibra com a matriz, dificilmente ocorre uma redistribuição de esforços propiciada pelas fibras, o que evidencia que a tensão de tração final do CRFP pode apresentar maiores variações, se comparada com as demais normatizações, devido as propriedades constituintes do material das fibras.

Sendo assim, percebe-se que o resultado definido pelo FIB Model Code 2010 (2013) resulta em um valor menor e o estabelecido pelo ACI 544.8R (2016) em um valor maior, se comparados com o analítico desenvolvido neste trabalho, e isso pode ser justificado pela adoção dos parâmetros necessários para quantificação da tensão de tração final do CRF estabelecidos por suas respectivas equações. Além disso, apesar das variações observadas, ao fazer uma analogia com os resultados de resistência à tração dos corpos de prova de CRFA e CRFP (Tabelas 20 a 22), verifica-se que a resistência é na ordem de grandeza de aproximadamente 4 MPa e 3 MPa, respectivamente, o que mostra que a equação estabelecida analiticamente pode ser preliminarmente validada, pois simula o comportamento real do CRF estudado.

Em síntese, os parâmetros que foram inseridos na equação determinada pelo FIB Model Code 2010 (2013) são, de modo geral, referentes a resistência à flexão do compósito, que são determinadas por meio do ensaio de flexão, enquanto que os parâmetros solicitados pela equação definida no ACI 544.8R (2016) são, na generalidade, relacionados tanto a resistência à flexão do compósito quanto as características intrínsecas do material, como por exemplo, o estabelecimento do coeficiente η que depende da propriedade da matriz cimentícia, o que pode justificar as discrepâncias observadas.

Ademais, para complementar o estudo e investigar os parâmetros de sensibilidade das equações, que determinam a tensão de tração final no CRF (f_{Ftud}), fez-se uma análise dos principais indicadores de influência dos modelos. Inicialmente, fez-se a verificação dos elementos da equação analítica desenvolvida neste trabalho e os parâmetros necessários são: momento resistente da estrutura (M_{rd}), tensão de escoamento do aço (f_{yd}), área de aço da armadura longitudinal (A_s), altura do corpo de prova (h) e altura útil do corpo de prova (d). Como pode-se observar, não há nenhum parâmetro que possa influenciar significativamente os resultados da equação do f_{Ftud} , caso o seu valor possa ser modificado, sem precisar alterar as características do corpo de prova e nem os resultados provenientes do ensaio.

Ao que está relacionado ao FIB Model Code 2010 (2013), os parâmetros necessários são: resistências residuais correspondentes à abertura de fissura de 0,5 mm (f_{R1}) e de 2,5 mm (f_{R3}), fator parcial de segurança, que é tabelado (γ_F) e limite máximo de abertura de fissura (w_u), que, por simplificação, deve estar dentro do intervalo $0,5\text{ cm} \leq w_u \leq 2,5\text{ cm}$; ao que corresponde ao ACI 544.8R (2016): tensão inicial de fissuração do CRF (σ_{cr}), deformação de tração final no CRF (ε_{trn}), deformação inicial de fissuração do CRF (ε_{cr}), limite de proporcionalidade ($f_{tm,fl}$), largura do corpo de prova (b), altura do corpo de prova (h), altura útil do corpo de prova (d) e coeficiente (η) que deve estar dentro do intervalo $0,0 \leq \eta \leq 0,4$.

A partir dos dados mostrados no parágrafo anterior, pode-se observar que existem parâmetros que podem influenciar significativamente os resultados da equação do f_{Ftud} , caso o seu valor possa ser modificado, sem precisar alterar as características do corpo de prova e nem os resultados provenientes do ensaio, como é o caso do w_u para o FIB e do η para o ACI. Ambos os parâmetros, por simplificação, necessitam se enquadrar em um intervalo pré-estabelecido, o que oferece a possibilidade de possuir mais de um valor. Sendo assim, fez-se uma análise dos fatores de influência w_u (Tabelas 44 e 45) e η (Tabelas 46 e 47), onde estão dispostos nestas Tabelas, os resultados referentes a variação da equação analítica desenvolvida neste trabalho em relação a dos códigos internacionais.

Tabela 44: Parâmetros de sensibilidade referentes à equação do FIB Model Code 2010 (2013) – Vigas de CRFA.

w_u (cm)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
f_{Ftud} (MPa/m)	6,89	6,04	5,19	4,34	3,49
Variação (%)	-64,00	-43,77	-23,54	-3,31	+16,93

Fonte: Própria (2020).

Tabela 45: Parâmetros de sensibilidade referentes à equação do FIB Model Code 2010 (2013) – Vigas de CRFP.

w_u (cm)	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
f_{Ftud} (MPa/m)	5,47	4,58	3,69	2,80	1,91
Varição (%)	-62,97	-36,45	-9,94	+16,58	+43,09

Fonte: Própria (2020).

De acordo com os dados dispostos tanto na Tabela 44 quanto na Tabela 45, pode-se observar que o limite máximo de abertura de fissura (w_u) pode variar de uma abertura de fissura correspondente ao estado limite de serviço (0,5 cm) até uma abertura relacionada ao estado limite último (2,5 cm). Ao fazer essa variação, e comparar os valores de tensão de tração final do CRF determinados analiticamente neste trabalho com os obtidos em conformidade com o FIB, percebe-se que há uma grande variação nos resultados a depender da abertura de fissura adotada. Ao analisar o CRFA a partir do FIB por exemplo (Tabela 44), quando utilizado $w_u = 0,5$ cm, o $f_{Ftud} = 6,89$ MPa/m, enquanto que ao adotar $w_u = 2,5$ cm, o $f_{Ftud} = 3,49$ MPa/m, o que mostra que pode haver uma grande dispersão nos resultados de acordo com o valor adotado.

Ainda analisando as aberturas de fissuras e os seus respectivos valores de tensão de tração, para o CRFP por exemplo (Tabela 45), verifica-se que, para $w_u = 0,5$ cm, o $f_{Ftud} = 5,47$ MPa/m, e o resultado encontrado analiticamente ($f_{Ftud} = 3,36$ MPa/m) é menor que o obtido pelo FIB em torno de 63%; para $w_u = 1,0$ cm, o $f_{Ftud} = 4,58$ MPa/m, e o resultado analítico é menor que o do FIB em torno de 36%; para $w_u = 1,5$ cm, o $f_{Ftud} = 3,69$ MPa/m, e o resultado analiticamente é menor que o do FIB em torno de 10%; para $w_u = 2,0$ cm, o $f_{Ftud} = 2,80$ MPa/m, e o resultado analítico é maior que o do FIB em torno de 17%; e, para $w_u = 2,5$ cm, o $f_{Ftud} = 1,91$ MPa/m, e o resultado analiticamente é maior que o do FIB em torno de 43%.

A partir disso, pode-se observar que a menor variação observada em relação ao CRFP é quando utiliza-se $w_u = 1,5$ cm e, fazendo esta mesma análise através da Tabela 44, que corresponde ao CRFA, nota-se que a menor dispersão observada é quando utiliza-se $w_u = 2,0$ cm. No entanto, o valor adotado nas análises das Tabelas 42 e 43 corresponde a $w_u = 2,5$ cm, pois este mesmo valor foi utilizado como parâmetro nos cálculos da deformação de tração final e tensão de tração final do CRF exigidos pelo ACI. Fez-se esta escolha para que os parâmetros em comum das equações utilizadas, referentes aos códigos internacionais, apresentassem as mesmas características.

De modo geral, analisando as mesmas Tabelas, ao adotar valores mais próximos ao valor relacionado ao estado limite de serviço ($w_u = 0,5$ cm), os resultados obtidos a partir do método

analítico são menores que os obtidos pelo FIB e, de maneira análoga, ao utilizar valores mais próximos ao valor relacionado ao estado limite último ($w_u = 2,5 \text{ cm}$), os resultados obtidos por meio do método analítico são maiores que os obtidos pelo FIB. Outrossim, nota-se que, no que diz respeito ao CRFA e CRFP, ao adotar a abertura de fissura correspondente ao estado limite de serviço, as variações são de aproximadamente 64% e 63%, respectivamente, ao passo que ao utilizar a abertura relacionada ao estado limite último, as dispersões são em torno de 17% e 43%, respectivamente, evidenciando mais uma vez uma grande variação nos resultados.

Tabela 46: Parâmetros de sensibilidade referentes à equação do ACI 544.8R (2016) – Vigas de CRFA.

η	0,00	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
$y \text{ (mm)}$	23	54	75	98	125	156	189	226
Variação (%)	+69,33	+28,00	0,00	-30,67	-66,67	-108,00	-152,00	-201,33
$f_{Ftud} \text{ (MPa/m)}$	2,88	4,24	4,91	5,59	6,27	6,95	7,62	8,30
Variação (%)	+31,45	-0,93	-16,87	-33,06	-49,25	-65,43	-81,38	-97,57

Fonte: Própria (2020).

Tabela 47: Parâmetros de sensibilidade referentes à equação do ACI 544.8R (2016) – Vigas de CRFP.

η	0,00	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
$y \text{ (mm)}$	23	54	75	98	125	156	189	226
Variação (%)	+69,33	+28,00	0,00	-30,67	-66,67	-108,00	-152,00	-201,33
$f_{Ftud} \text{ (MPa/m)}$	2,45	3,60	4,18	4,75	5,33	5,91	6,48	7,06
Variação (%)	+27,01	-7,26	-24,54	-41,52	-58,80	-76,08	-93,06	-110,34

Fonte: Própria (2020).

Analisando os dados ilustrados tanto na Tabela 46 quanto na Tabela 47, pode-se observar que o coeficiente que depende das características da matriz (η) pode variar, por simplificação para compósitos cimentícios, entre 0,00 e 0,40. Ao fazer essa variação, e comparar tanto o centroide da estrutura quanto os valores de tensão de tração final do CRF determinados analiticamente neste trabalho com os obtidos em conformidade com o ACI, percebe-se que há uma grande variação nos resultados a depender do valor adotado para η . Diante disso, fez-se, inicialmente, uma análise dos valores de η em relação ao centroide, e depois analisou-se esses valores de acordo com a tensão de tração final do CRF.

Ao que refere-se ao centroide, percebe-se que, a depender do valor utilizado para η , ele pode variar de 23 mm a 226 mm. No entanto, a estrutura avaliada possui uma altura de

150 mm, mostrando que para alturas maiores que essa, os valores correspondentes podem ser descartados, como os resultados obtidos a partir de $\eta = 0,30$. Ainda analisando os demais valores, para $\eta = 0$ e $\eta = 0,10$, o resultado encontrado analiticamente ($y = 75 \text{ mm}$) é maior que os obtidos pelo ACI em torno de 69% e 28%, respectivamente; para $\eta = 0,15$, o resultado do ACI equivale ao mesmo determinado analiticamente e por isso que este valor foi o utilizado na análise das Tabelas 42 e 43; para $\eta = 0,20$ e $\eta = 0,25$, o resultado encontrado analiticamente é menor que os obtidos pelo ACI em torno de 31% e 67%, respectivamente.

Ademais, ainda analisando os valores do centroide para $\eta = 0,20$ e $\eta = 0,25$, que correspondem a $y = 98 \text{ mm}$ e $y = 125 \text{ mm}$, respectivamente, e fazendo uma analogia com os dados dispostos na Tabela 41, verifica-se que para uma altura aproximada de 98 mm, a tensão de tração foi maior que a tensão de compressão em torno 76% e, para a altura equivalente a 125 mm, só existe solicitação de tensão de compressão, o que mostra que esses centroides também podem ser descartados, uma vez que os valores de tensão de tração e de compressão devem ser equivalentes e nulos. Sendo assim, o valor de $\eta = 0,15$ foi utilizado nas análises, pois o valor correspondente de y é equivalente ao obtido analiticamente e se enquadra em todos os requisitos descritos na seção 4.5.2.

Ao que está relacionado a tensão de tração final do CRF em conformidade com a adoção do parâmetro η , pode-se observar que este coeficiente também pode variar de 0,00 até 0,40, no entanto, como mencionado anteriormente, os resultados obtidos a partir de $\eta = 0,30$ podem ser descartados. Ao fazer essa variação, e comparar os valores de tensão de tração final do CRF determinados analiticamente com os obtidos em conformidade com o ACI, percebe-se que há uma grande variação nos resultados a depender do valor de η adotado. Ao analisar o CRFA a partir do ACI por exemplo (Tabela 46), quando utilizado $\eta = 0,00$, o $f_{Ftud} = 2,88 \text{ MPa/m}$, enquanto que ao adotar $\eta = 0,15$, o $f_{Ftud} = 4,91 \text{ MPa/m}$, o que mostra que pode haver uma grande dispersão nos resultados de acordo com o valor adotado.

De modo geral, ainda analisando os resultados referentes à tensão de tração final do CRF, ao adotar $\eta = 0,00$, os resultados obtidos a partir do método analítico são maiores que os obtidos pelo ACI e, de maneira análoga, ao utilizar valores de $\eta > 0,00$, os resultados obtidos por meio do método analítico são menores que os obtidos pelo ACI. Para mais, nota-se que, no que diz respeito ao CRFA e CRFP, ao adotar $\eta = 0,00$, as variações são de aproximadamente 31% e 27%; ao utilizar $\eta = 0,10$, as dispersões são em torno de 1% e 7%; ao adotar $\eta = 0,15$, as variações são de aproximadamente 17% e 25%, respectivamente, mostrando que as menores

dispersões verificadas são para $\eta = 0,10$, no entanto, utilizou-se neste trabalho os valores correspondentes à $\eta = 0,15$, como já evidenciado anteriormente.

Em síntese, como observado nas análises anteriores, percebe-se que os parâmetros de sensibilidade das equações são o limite máximo de abertura de fissura (w_u), no que diz respeito ao FIB Model Code 2010 (2013), e o coeficiente que depende das características da matriz (η), ao que refere-se ao ACI 544.8R (2016). Além disso, a maior variação verificada em relação a w_u , foi em torno de 64% e a menor foi de aproximadamente 3%; ao que corresponde ao η , a maior dispersão observada foi em torno de 69% e a menor foi de aproximadamente 1%.

Isso evidencia, mais uma vez, que pode haver uma grande dispersão nos resultados de acordo com o valor adotado, o que interfere no comparativo dos valores encontrados por meio do modelo de cálculo proposto neste trabalho com os determinados por meio dos códigos internacionais utilizados. Sendo assim, isso mostra que a equação analítica desenvolvida neste trabalho pode ser preliminarmente validada, uma vez que, nas análises realizadas neste estudo não foram verificados indicadores de influência que podem variar o valor da equação significativamente, além dos resultados representarem o comportamento real da estrutura.

Portanto, os modelos analisados (equações) apresentam variações devido as diferentes formas de arranjo que cada método utiliza, onde nas normatizações, por exemplo, a resultante das fibras utilizada nas suas equações de dimensionamento é determinada para situações específicas, onde não se conhece a validade do uso dessa resultante em aplicações experimentais gerais, enquanto que no modelo de cálculo proposto neste trabalho, utilizou-se a orientação das fibras como parâmetro de influência.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com a investigação feita, verificou-se que os concretos foram caracterizados tanto no estado fresco quanto no estado endurecido. Ao que corresponde ao estado fresco, avaliou-se que ambos os concretos se encontraram dentro do intervalo recomendado pela literatura para concreto fluido, mostrando que a adição das fibras em um teor volumétrico de 0,40% e 1,00% para o CRFA e CRFP, respectivamente, valores já utilizados na literatura, não afetou de maneira significativa a fluidez da mistura. No que diz respeito ao estado endurecido, verificou-se que em ambas as moldagens, a resistência à compressão média superou os 30 MPa estabelecido e, ainda, observou-se que a resistência do CRFA foi maior que a do CRFP.

Isso posto, avaliou-se que estes ensaios forneceram resultados satisfatórios para os dois concretos analisados, o que significa que o ensaio de flexão pode ser devidamente aplicado. Após a aplicação deste ensaio, percebeu-se que para todas as amostras ensaiadas, as relações f_{R1}/f_L e f_{R3}/f_{R1} foram superiores a 0,4 e 0,5, como exigido pelo FIB Model Code 2010 (2013). Isso significa que, tanto a utilização de fibras de aço incorporadas ao concreto em uma fração volumétrica de 0,40% quanto o emprego de fibras poliméricas em uma fração volumétrica de 1,00%, atendem aos critérios exigidos pela normatização referenciada, onde isso permite a substituição parcial ou total da armadura de flexão para os níveis de solicitação analisados.

Ademais, de modo geral, ao comparar o CRFA com o CRFP, observou-se que o primeiro apresentou valores superiores correspondentes as relações mencionadas no parágrafo anterior e, a fim de investigar esse indicativo, fez-se uma análise dos principais aspectos que caracterizam o estado pós-fissuração do CRF. Ao que corresponde a tenacidade, verificou-se que o CRFA apresentou valor superior e, conseqüentemente, denota uma maior capacidade de energia absorvida pelo concreto ao ser carregado. Ao que está relacionado com a resistência residual, o CRFA também apresentou resistências maiores para os deslocamentos específicos que devem ser analisados, o que também justifica o indicativo investigado.

Ainda, para dar continuidade e complementar o estudo, após a análise dos principais indicadores que devem ser verificados no estágio pós-fissuração do concreto (tenacidade e resistência residual), como mostrados anteriormente, fez-se um estudo estatístico, devido à grande variabilidade dos dados, referente aos resultados de carga máxima e carga de fissuração para os concretos investigados (CRFA e CRFP). Nessa análise, avaliou-se as variações existentes entre as cargas mencionadas e fez-se um estudo referente ao comportamento da distribuição das amostras.

Ao que refere-se ao CRFA, verificou-se que as cargas analisadas apresentaram valores similares, no entanto, de modo geral, a carga de fissuração apresentou valor superior. Isso ocorreu devido ao alto módulo de elasticidade que as fibras de aço apresentam e devido a eficiente aderência fibra-matriz do CRFA, o que colabora para enrijecer o compósito no pós-fissuração, mostrando que mesmo após a ruptura da matriz, pode ocorrer uma redistribuição de esforços que promove um incremento na carga de ruptura do compósito. Para mais, fazendo uma análise estatística referente aos dois parâmetros mencionados, concluiu-se que a amostra provém de uma população igualmente distribuída, o que mostrou que as cargas analisadas possuem funções de distribuição iguais.

Em relação ao CRFP, pode-se notar que, para todas as vigas analisadas, os valores de carga máxima foram superiores e isso ocorreu devido ao baixo módulo de elasticidade que as fibras poliméricas apresentam, pois após o rompimento da matriz, essas fibras dificilmente irão contribuir para que ocorra um aumento na resistência do compósito. Esse comportamento aconteceu porque o módulo de elasticidade da fibra é menor que o da matriz, o que gera um compósito de menor rigidez. Para mais, fazendo uma análise estatística referente aos dois parâmetros mencionados, concluiu-se que a amostra não provém de uma população igualmente distribuída, o que mostrou que as cargas não apresentam uma homogeneidade nas amostras, fazendo com que exista uma diferença estatisticamente significativa entre elas.

Diante disso, verificou-se que, para nenhuma viga em análise, a carga máxima correspondeu a carga de fissuração, ao utilizar a orientação preferencial das fibras na matriz. Em síntese, observou-se que, para as vigas que apresentaram um comportamento de endurecimento (CRFA), a carga de fissuração foi superior a carga máxima, enquanto que, para as vigas que denotaram um comportamento de amolecimento (CRFP), a carga máxima pode assumir valor superior a carga de fissuração. À vista disso, devido a não homogeneidade nas amostras de carga máxima e carga de fissuração, como evidenciado nos parágrafos anteriores, buscou-se definir analiticamente o posicionamento da linha neutra da estrutura.

Sendo assim, para a determinação desse parâmetro, verificou-se de forma numérica, com os dados extraídos da análise experimental, os pontos de evolução de tensão (tração e compressão) ao longo da fissura, em função do tempo de processamento, para algumas alturas pré-estabelecidas. A partir dessa análise, definiu-se que a altura do centroide equivalente a 75 mm corresponde ao posicionamento da linha neutra da estrutura do concreto reforçado com fibras, uma vez que, para essa altura, não houve variação na ordem de grandeza das tensões, tanto de compressão quanto de tração, e os valores encontrados puderam ser considerados nulos, pois eles eram insignificantes e tendiam a zero.

Após estabelecer o posicionamento da linha neutra da estrutura, a partir da teoria de flexão em vigas de Euler-Bernoulli e por meio de equações de equilíbrio, determinou-se analiticamente um modelo de cálculo (equação) referente à força resultante resistente das fibras na parte tracionada do concreto. Após a obtenção desse modelo, e com o objetivo de fazer uma validação preliminar do mesmo, fez-se a comparação dos valores obtidos a partir da equação analítica desenvolvida neste trabalho com os resultados determinados em conformidade com as equações do FIB Model Code 2010 (2013) e do ACI 544.8R (2016).

A partir do comparativo, verificou-se que, ao comparar a tensão de tração final obtida através do modelo de cálculo proposto neste trabalho com a determinada de acordo com o FIB Model Code 2010 (2013), o valor pelo primeiro método é maior que o segundo em torno de 17% e 43%, para o CRFA e CRFP, respectivamente. No entanto, ao contrastar o resultado estabelecido através do modelo de cálculo proposto com o definido pelo ACI 544.8R (2016), o primeiro método resultou em um valor menor que o segundo em torno de 17% e 25%, para o CRFA e CRFP, respectivamente. A partir disso, nota-se que os resultados apresentaram variações, onde percebeu-se que ao comparar os três métodos utilizados, o valor intermediário corresponde ao determinado por meio do modelo de cálculo estabelecido neste trabalho.

Sendo assim, e com o objetivo de avaliar essas variações, fez-se uma investigação dos parâmetros de sensibilidade das equações que determinam a tensão de tração final no CRF. Em relação ao modelo de cálculo proposto neste trabalho, verificou-se que não há nenhum parâmetro que possa influenciar significativamente os resultados da equação, caso o seu valor possa ser modificado, sem precisar alterar as características do corpo de prova e nem os resultados provenientes do ensaio. No que diz respeito ao FIB Model Code 2010 (2013) e ao ACI 544.8R (2016), os parâmetros de sensibilidade das equações são, respectivamente, o limite máximo de abertura de fissura (w_u) e o coeficiente que depende das características da matriz (η).

Ao que corresponde ao limite máximo de abertura de fissura (w_u), ao fazer a variação em conformidade com o intervalo pré-estabelecido, e comparar os valores de tensão de tração final do CRF determinados pela equação analítica proposta neste trabalho com os obtidos em conformidade com o FIB Model Code 2010 (2013), percebeu-se que há uma grande variação nos resultados a depender da abertura de fissura adotada. De modo geral, observou-se que, ao adotar valores mais próximos ao valor relacionado ao estado limite de serviço, os resultados obtidos a partir do método analítico são menores e, de maneira análoga, ao utilizar valores mais próximos ao valor relacionado ao estado limite último, os resultados obtidos por meio do método analítico são maiores.

Em relação ao coeficiente que depende das características da matriz (η), ao fazer a variação em conformidade com o intervalo pré-estabelecido, e comparar os valores de tensão de tração final do CRF determinados pela equação analítica proposta neste trabalho com os obtidos em conformidade com o ACI 544.8R (2016), percebe-se que há uma grande variação nos resultados a depender do valor adotado do coeficiente que depende das características da matriz. De modo geral, observou-se que, ao adotar $\eta = 0,00$, os resultados obtidos a partir do método analítico são maiores e, de maneira análoga, ao utilizar valores de $\eta > 0,00$, os resultados obtidos por meio do método analítico são menores.

Diante disso, avaliou-se que, a depender do valor adotado para os parâmetros de sensibilidade das equações referentes aos códigos internacionais, pode haver uma grande dispersão nos resultados encontrados, ao passo que o modelo de cálculo proposto neste trabalho não apresenta nenhum parâmetro de influência no contexto analisado, o que evidenciou que a equação analítica desenvolvida pode ser preliminarmente validada. Sendo assim, pode-se dizer que o presente trabalho alcançou as metas sugeridas inicialmente, onde foi determinada a força resultante resistente das fibras na parte tracionada de um concreto fluido reforçado com fibras e, com isso, foi proposto um modelo de cálculo de CRF fundamentado nessa definição.

5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

As seguintes sugestões de trabalho poderiam ser adicionadas em pesquisas posteriores:

- Fazer uma validação experimental dos resultados encontrados, a partir da equação analítica desenvolvida neste trabalho, com o intuito de correlacionar o modelo proposto com base em modelagem numérica e experimental;
- Avaliar de forma aprofundada as análises propostas do modelo numérico, de modo a realizar investigações mais categóricas quanto as características da modelagem desenvolvida e os seus respectivos resultados;
- Fazer variações no fator de forma e no teor volumétrico das fibras, de modo a expandir o banco de dados relacionado ao ensaio, o que possibilita a proposição de uma equação geral de um concreto fluido reforçado com fibras;
- Analisar o comportamento da equação analítica proposta para concretos que apresentam resistência à compressão superior a 50 MPa, como é o caso dos concretos de alto desempenho;

- Comparar os resultados obtidos no ensaio de flexão a três pontos (EN 14651, 2007) com outros métodos de ensaio de caracterização mecânica do CRF, com o intuito de desenvolver uma correlação entre os procedimentos;
- Verificar o impacto do uso de agregados reciclados a performance do CRF, com o intuito de moldar peças com duas camadas, sendo utilizado o agregado natural na região mais solicitada à tração e o concreto com agregado reciclado na outra região;
- Aplicar o modelo de cálculo proposto, ajustado aos parâmetros de resistência do ensaio de flexão, a estudos de confiabilidade estrutural no dimensionamento de elementos de CRF.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRISHAMBAF, A.; BARROS, J. A. O.; CUNHA, V. M. C. F. Tensile stress-crack width law for steel fibre reinforced self- compacting concrete obtained from indirect (splitting) tensile tests. **Cement Concrete Comp.** 2015.

ACCETTI, K. M.; PINHEIRO, L. M. **Tipos de Fibras e Propriedades do Concreto com Fibras**. In: 42º Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON. Fortaleza, 2000.

AGRA, R. R. **Influência do tipo de fibra no comportamento à flexão de vigas de concreto fluido**. Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2017.

AL HAZMI, H. S. J.; AL HAZMI, W. H.; SHUBAILI, M. A.; SALLAM, H. E. M. Fracture energy of hybrid polypropylene–steel fiber high strength concrete. **The Built Environment**, Vol 124, 2012.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 544.1R-96**: State-of-the-art report on fiber reinforced concrete. Manual of concrete Practice. Detroit, Michigan, 1996.

_____. **ACI 318-14**: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Philadelphia, 2010.

_____. **ACI 318-05**: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Philadelphia, 2004.

_____. **ACI 544.8R-16**: Indirect method for obtaining the stress/strain response of fiber-reinforced concrete (FRC). Dubai, 2016.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS. **ASTM C1609**: Standard test method for flexural performance of fiber-reinforce concrete (using beam with third-point loading). Philadelphia, 2010.

ARIF, M. A. **Avaliação da medida de tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço.** Faculdade de Engenharia Civil - Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2014.

ASLANI, F.; SAMALI, B. **High strength polypropylene fiber reinforcement concrete at high temperature.** Springer Science and Business Media New York, v. 50, pp. 1229-1247, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 15530:** Fibras de aço para concreto – Especificação. Rio de Janeiro, 2007.

_____. **NBR NM 30:** Agregado miúdo. Determinação da absorção de água. Rio de Janeiro, 2001.

_____. **NBR NM 45:** Agregados. Determinação da massa unitária e do volume de vazios. Rio de Janeiro, 2006.

_____. **NBR NM 52:** Agregado miúdo. Determinação da massa específica e massa específica aparente. Rio de Janeiro, 2009.

_____. **NBR NM 53:** Agregado graúdo. Determinação da massa específica, massa específica aparente e absorção de água. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **NBR NM 248:** Agregados. Determinação da composição granulométrica. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **NBR 5739:** Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2018.

_____. **NBR 7222:** Argamassa e concreto. Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2011.

_____. **NBR 15823-2:** Concreto autoadensável. Parte 2 – Determinação do espalhamento, do tempo de escoamento e do índice de estabilidade visual – Método do cone de Abrams. Rio de Janeiro, 2017.

BARBOZA, A. S. R. **Análise da relação de causa e efeito entre a orientação das fibras metálicas e o comportamento estrutural de vigas de concreto com fibras e agregados reciclados.** Universidade de São Paulo. São Paulo, 2016.

BARROS, A. R. **Avaliação do comportamento do concreto auto-adensável reforçado com fibras de aço.** Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2009.

BATHE, J. **Finite Element Procedures.** 2. ed. Massachusetts, 2016.

BAYASI, M.; AL DHAHERI, Z. **Effect of exposure to elevated temperature on polypropylene fiber-reinforced concrete,** ACI Mater. J. 99, 2002.

BERNARD, E. S.; PIRCHER, M. **The influence of thickness on performance of fiber reinforced concrete in a round determinate panel test.** J Cem Concr Aggreg 23(1), 2001.

BENTUR, A.; MINDESS, S. **Fiber Reinforced Cementitious Composites.** Elsevier Applied Science, London and New York, 1990.

BENTUR, A.; MINDESS, S. **Fiber Reinforced Cementitious Composites.** London and New York: Modern Concrete Technology Series, 2 ed. 2007.

BLANCO, A. **Characterization and modelling of SFRC elements.** 2013. 282p. Thesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, Spain, 2013.

BOBINSKI, J.; TEJCHMAN, J. **Comparison of continuous and discontinuous constitutive models to simulate concrete behavior under mixed-mode failure conditions.** International journal for numerical and analytical methods in geomechanics. Poland, 2015.

CAETANO, L. F. GRAEFF, A. G. GARCEZ, E. O. BERNARDI, S. T. SILVA FILHO, L. C. **Compósito de matriz cimentícia reforçada com fibras.** Porto Alegre, 2004.

CAMPIONE, G.; FOSSETTI, M.; PAPIA, M. **Behavior of fiber-reinforced concrete columns under axially and eccentrically compressive loads.** ACI Structural Journal, 2010.

CAVALARO, S. H. P.; AGUADO, A. **Intrinsic scatter of FRC: an alternative philosophy to estimate characteristic values.** Mater. Struct. 2015.

CHAMA NETO, P. J.; FIGUEIREDO, A. D. **Avaliação de desempenho de tubos de concreto reforçados com fibras de aço.** In: Congresso Brasileiro do Concreto - IBRACON, São Paulo, 2003.

CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE. **CNR: DT 204 guide for the design and construction of fiber-reinforced concrete structures.** Rome, 2006.

DEUTSCHER BETON- UND BAUTECHNIK-VEREIN E.V. **DBV: Guide to good practice steel fibre concrete.** Berlin, 2001.

DIAS, G. S.; OLIVEIRA, K. C. S.; SILVA, W. B. A. M.; SOUZA, D. A. S.; MELO, A. H. V.; BARBOZA, A. S. R. B. **Estudo experimental do comportamento de resistência a flexão em elementos de concreto com dupla camada.** In: 61º Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON. Fortaleza, 2019.

DI PRISCO, M.; COLOMBO, M.; DOZIO, D. **Fibre-reinforced concrete in FIB Model Code 2010: Principles, models and test validation.** Structural Concrete. 2013.

DI PRISCO, M.; PLIZZARI, G.; VANDEWALLE, L. **Fibre reinforced concrete: new design perspectives.** Materials and Structures. 2009.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 14651:** Test method for metallic fiber-reinforced concrete – Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual), CEN, London. 2007.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON – FIB. **FIB model code for concrete structures 2010.** Switzerland, 2013.

FELIPPA, C. **Introduction to finite element methods.** 2. ed. University of Colorado, Department of Aerospace Engineering Sciences and Center for Aerospace Structures. 2004.

FÉLIX, A. H. O. **Compósitos de Polipropileno com fibra de vidro utilizando viniltriethoxysilano como agente de adesão**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2002.

FERRARA, L. **Tailoring the orientation of fibres in high performance fibre reinforced cementitious composites: part 1 – experimental evidence, monitoring and prediction**. Int. J. Materials and Structural Integrity. 2015.

FERRARA, L.; PARK, Y. D.; SHAH, S.P. A method for mix-design of fiber-reinforced self-compacting concrete. **Cement and Concrete Research**, 2007.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto reforçado com fibras**. Tese (Livre docência). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo: São Paulo, 2011.

_____. **Concreto com fibras**. In: Isaia, Geraldo Cechella. Ensino, Pesquisa e Realizações. São Paulo: IBRACON, 2005, v.2, 2005a.

_____. **Concreto com fibras de aço**. Boletim Técnico, Série BT/PCC/260– Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

_____. **O concreto com reforço de macrofibras poliméricas**. Concreto & Construções, São Paulo, v.59, p.39-43, 2010a.

FIGUEIREDO, A. D.; HELENE, P. R. L. **Controle da tenacidade do concreto com fibras de aço**. In: 39ª Reunião do IBRACON – Instituto Brasileiro do Concreto, São Paulo. 1997.

FIGUEIREDO, A. D.; TANESI, J.; NINCE, A. A. Concreto com fibras de polipropileno. **Téchne**, v.10, n.66, p.48-51. São Paulo, 2002.

GALOBARDES, I.; FIGUEIREDO, A. D. **Correlation Between Beam and Barcelona Tests for FRC Quality Control for Structural Applications**. In: FIBRE CONCRETE 2015, Prague, 2015.

GARCEZ, E. O. **Análise teórico-experimental do comportamento de concretos reforçados**

com fibras de aço submetidos a cargas de impacto. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2005.

GARCÍA-TAENGUA, E.; SONEBI, M.; CROSSETT, P.; TAYLOR, S.; DEEGAN, P.; FERRARA, L.; PATTARINI, A. Self-compactability and strength criteria for concrete mixes with mineral additions and fibres. In: **Concrete – Innovation and Design, fib Symposium**, Copenhagen May 18-20, 2015.

GROSSI, B. F. **Uma contribuição para a modelagem numérica do concreto com fibras curtas de aço.** Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.

GUIMARÃES, D. **Pisos industriais em concreto: Determinação de teores ótimos de fibras de aço e polipropileno em ensaios mecânicos.**2010. 115p. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2010.

GOMES, P. C. C.; GETTU, R.; AGULLÓ, L. **Uma nova metodologia para obtenção de concreto autoadensável de alta resistência com aditivos minerais.** In: V simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto. São Paulo, 2003.

GÓIS, F. A. P. **Avaliação experimental do comportamento de concreto fluido reforçado com fibras de aço: Influência do fator de forma e da fração volumétrica das fibras nas propriedades mecânicas do concreto.** Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2010.

GOMES, P.C.C.; BARROS, A.R. **Métodos de dosagem de concreto autoadensável.** Editora Pini. São Paulo, 2009.

GOPALARATNAM, V. S.; GETTU, R. **On the characterization of flexural toughness in fiber reinforced concretes.** Cement & Concrete Composites. 1995.

HANNANT, L. **Fiber-reinforced Cements and Concretes.** 2. Ed. London, 1994.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais.** Pearson Education-Br. 7ªed. São Paulo, 2010.

HOFF, GEORGE C. **Use of Steel Fiber Reinforced Concrete in Bridge Decks and Pavements. Steel Fiber Concrete.** Elsevier Applied Sciences Publishers, Ltd. 1986.

HOLLAWAY. L. Polymers and polymer composites. In: J. M. ILLSTON. **Construction Materials; their nature and behavior.** London: M. Lllston/E & FN Spon 2ed., P.321-358, 1994.

HORSZCZARUK, E. K. **Hydro-abrasive erosion of high-performance fiber-reinforced concrete.** Wear, v. 267, n. 1–4, p. 110–115. Amsterdã, 2009.

ISLAM, G. M. S.; GUPTA, S. **Evaluating plastic shrinkage and permeability of polypropylene fiber reinforced concrete.** International Journal of Sustainable Built Environment, 2016.

JANSSON, A. 2011. **Effects of Steel Fibres on Cracking in Reinforced Concrete.** Department of Civil and Environmental Engineering, Chalmers University of technology. Gothenburg, Sweden, 2011.

KIM, K. H.; CHO, H. C.; AHN, J. W. **Breakage of waste concrete for liberation using autogenous mill.** Minerais Engineering, n. 43, 2012.

LARANJEIRA, F.; AGUADO, A.; MOLINS, C.; GRÜNEWALD, S.; WALRAVEN, J.; CAVALARO, S. **Framework to predict the orientation of fibers in FRC: A novel philosophy.** Cement and Concrete Research, 2012.

LEONE, M.; CENTONZE, G.; COLONNA, D.; MICELLI, F.; AIELLO, M. A. **Fiber-reinforced concrete with low content of recycled steel fiber: shear behavior.** Construction and Building Materials, 2018.

LIAO, LIN; DE LA FUENTE, A.; CAVALARO, S.; AGUADO, A. **Complementary use of inductive test and beding test for the characterization of SFRC.** 2014.

LISBOA, E. M. **Obtenção do concreto auto-adensável utilizando o resíduo de serragem de mármore e granito e estudo de propriedades mecânicas.** Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2004.

LIU, R.; QUEK, S. **The finite element method: A practical course**. 1. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2003.

LOPES, M. M. **Substituição parcial de armaduras de flexão em vigas de concreto**. Programa de Pós-Graduação de Engenharia - Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2005.

LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; OÑATE, E. **A plastic-damage model for concrete**. Int. J. Solids Struct., 1989.

LUZ, E. J. S.; BUTILHEIRO, V. T.; SATHLER, T. H. S. **Desafio de Instrumentação: Sensor de Posição com LVDT**. Universidade Federal de Minas Gerais: Departamento de Engenharia Eletrônica. Minas Gerais, 2004.

MAHMUD, G. H.; YANG, Z.; HASSAN, A. M. T. **Experimental and numerical studies of size effects of ultra-high-performance steel fibre reinforced concrete (UHPFRC) beams**. Constr. Build. Mater., 2013.

MARTINIE, L.; ROSSI, P.; ROUSSEL, N. **Rheology of fiber reinforced cementitious materials: classification and prediction**. Cement and Concrete Research. 2010.

MARTINIE, L.; ROUSSEL, N. **Simple tools for fiber orientation prediction in industrial practice**. Cement and Concrete Research. 2011.

MATOS, C. C. D. **Modelagem computacional do concreto reforçado com fibras de aço como compósito homogêneo**. Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2018.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais**. IBRACON, São Paulo, 2014.

MELO, K. A. **Contribuição à dosagem de concreto auto-adensável com adição de filer calcário**. 2005. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2005.

MELO, A. H. V. **Análise experimental da influência do fluxo de lançamento na orientação das fibras em elementos planos de Concreto Autoadensável Reforçado com Fibras de Aço.** Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2018.

MOBASHER, B.; YAO, Y.; SORANAKOM, C. **Analytical solutions for flexural design of hybrid steel fiber reinforced concrete beams.** Engineering Structures, 2015.

MOLINS, C; AGUADO, A. **Double Punch Test to control the energy dissipation in tension of FRC (Barcelona test).** Materials and Structures. 2009.

NAAMAN, A. E. Fiber reinforcements for concrete: looking back, looking ahead. In: **RILEM Proceedings. PRO 15**, RILEM Publications SARL, 2003.

NAAMAN, A. E.; SHAH, S. P. Bond Studies of Oriented and Aligned Fibers. In: Proc., **RILEM Symposium on Fiber Reinforced Concrete**, London. 1975.

NORMA ESPANHOLA – EHE: **Instrucción de Hormigón Estructural.** Ministerio de la Presidencia, Madrid, 2008.

NUNES, N. L. **Contribuição para a aplicação do concreto reforçado com fibras de aço em elementos de superfície restringidos.** Universidade de São Paulo - Escola Politécnica: São Paulo, 2006.

NUNES, M. C. **Avaliação do processo de produção de um concreto fibroso fluido aplicado em elementos pré-moldados em uma micro-empresa do setor.** Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2012.

NUNES, L. N.; AGOPYAN, V. **A influência do fator de forma da fibra na tenacidade à flexão do concreto reforçado com fibras de aço.** Boletim Técnico, Série BT/PCC/225 – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo. 1998.

OEHLERS, D. J.; ALI, M. S. M.; GRIFFITH, M. C.; HASKETT, M.; LUCAS, W. **A generic unified reinforced concrete model.** Structures and Buildings. 2010.

OLIVEIRA, J. C. R. **Instrumentação: Transdutor de Posição com LVDT**. Universidade Federal de Minas Gerais; Departamento de Engenharia Eletrônica. Belo Horizonte, 2009.

OLIVEIRA, K. C. S. **Aplicação da correlação digital de imagens na análise de abertura de fissuras do CAARFA**. Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2019.

ONUKI, M. A, F.; GASPARETTO, P. A. **Comparativo das propriedades do concreto no estado fresco e endurecido com adição de fibras de aço e de polipropileno**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná: Curitiba, 2013.

PASA, V. S. **Análise do comportamento de estruturas de concreto reforçado com fibras de aço via método dos elementos finitos**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2007.

RILEM. **Casting of Self Compacting Concrete**. Report 35, Final report of RILEM TC 188-CSC. Skarendahl, A.; Billberg, P. (Ed.). Bagnaux, França: RILEM Publications S.A.R.L. p. 41. 2006.

RILEM TC 162-TDF. **Test and Design Methods for Steel Fibre Reinforced Concrete. σ - ϵ design method**. Final Recommendation, Materials and Structures, v. 36, p. 560-567, 2003.

ROCHA, L. F. S.; JÚNIOR, E. S. D. **Estudo de concreto com adição de fibra de polipropileno para controle de fissuração**. Universidade da Amazônia – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia. 2011.

SADD, M. H. **Elasticity: Theory, Application sand Numerics**. Second Edition. London, Academic Press, 2009.

SALVADOR, R. P. **Análise comparativa de métodos de ensaio para a caracterização do comportamento mecânico de concreto reforçado com fibras**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - Departamento de Engenharia da Construção Civil. São Paulo, 2013.

SALVADOR, R. P.; FIGUEIREDO, A. D. Análise comparativa de comportamento mecânico de concreto reforçado com macrofibra polimérica e com fibra de aço. **Revista Matéria**, v. 18, n. 2, pp. 1273-1285, 2013.

SHAH, S. P.; KUDER, K.G.; MU, B. **Fiber-reinforced cement-based composites: a forty-year odyssey**. In: RILEM SYMPOSIUM ON FIBRE-REINFORCED CONCRETE (FRC), 6., 2004, Verena, Italy. BEFIB, 2004.

SHAH, S. P.; RANGAN, B. V. **Ductility of Concrete Reinforced with Stirrups, Fibers and Compression Reinforcement**. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 96, No. ST6. 1970.

SHUAN-FA, C.; DENG-LIAN, Z.; JIE, Z., FENG, L. **The study of the road performance of the polypropylene fiber concrete**. Northeast Highway, 2001.

SILVA, T. N. M. **Contribuições à Produção do Concreto Fluido com Fibras de Borracha e Polipropileno e Adição de Resíduo do Beneficiamento do Mármore e Granito**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – Universidade Federal de Alagoas, Maceió. 2013.

SILVA, W. B. A. M.; OLIVEIRA, K. C. S.; DIAS, G. S.; FREITAS, D. J. P.; BARBOZA, A. S. R. **Avaliação da propagação de fissuras em espécimes de dupla camada em ensaio de flexão em 4 pontos**. In: 61º Congresso Brasileiro do Concreto - IBRACON, Fortaleza. 2019.

SINGH, M.; SHEIKH, A. H.; MOHAMED ALI, M. S.; VISINTIN, P.; GRIFFITH, M. C. **Experimental and numerical study of the flexural behaviour of ultra-high performance fibre reinforced concrete beams**. Construction and Building Materials, 2017.

SOUZA, D. A.; DIAS, G. S.; OLIVEIRA, K. C. S.; MELO, A. H. V.; AGRA, R. R.; BARBOZA, A. S. R. **Aplicação do Ensaio de Dupla Punção na Análise do Comportamento Estrutural de Concreto Fluido Reforçado com Fibras**. In: 59º Congresso Brasileiro do Concreto, 2017, Bento Gonçalves. Anais... Instituto Brasileiro do Concreto (IBRACON). São Paulo, 2017

SOUZA, D. A. **Estratégia de Correlação da Performance de Concreto Reforçado com Fibras de Aço com base em Métodos Experimentais.** Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2018.

SUBRAMANIAM, V. L.; GALI, S. **Evaluation of Crack Propagation and Post-cracking Hinge-type Behavior in the Flexural Response of Steel Fiber Reinforced Concrete.** International Journal of Concrete Structures and Materials, 2017.

TANCREZ, J. P.; RIETSCH, F.; PABIOT, J. Influence of composition and solicitation conditions on the rupture characteristics of an injection-molded glass-fiber-reinforced polypropylene composite. **European Polymer Journal**, 1994.

TANESI, J. **A influência das fibras de polipropileno no controle da fissuração por retração.** Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1999.

TOLEDO, R. D. **Materiais compósitos reforçados com fibras naturais: caracterização experimental.** Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1997.

TORRENTS, J. M.; BLANCO, A.; PUJADAS, P.; AGUADO, A.; JUAN-GARCÍA, P.; SÁNCHEZ-MORAGUES, M. A. **Inductive method for assessing the amount and orientation of steel fibers in concrete.** Materials and Structures. 2012.

TRINDADE, Y. A. **Numerical modeling of the post-cracking behavior of SFRC and its application on design of beams according to fib Model Code 2010.** Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2018.

TYSMANS, T.; WOZNIAK, M.; OLIVIER, R.; VANTOMME, J. **Finite element modelling of the biaxial behavior of high performance fibre reinforced cement composites (HPFRCC) using concrete damaged plasticity.** Finite Elem. Anal. Des., 2015.

VASSANELI, E.; MICELLI, F.; AIELLO, M. PLIZZARI, G. **Crack width prediction of FRC beams in short and long term bending condition.** Materials and Structures. 2012.

VENDRUSCOLO, M. A. **Estudo do Comportamento de Materiais Compósitos Fibrosos para Aplicação como Reforço de Base de Fundações Superficiais.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2003.

WHITEMAN, T.; LICHITI, D. D.; CHANDLER, I. **Measurement of deflections in concrete beams by close range digital photogrammetry.** Departament of Civil Engineering, Curtin University of Technology. Austrália, 2002.

YOO, D. Y.; BANTHIA, N. **Numerical simulation on structural behavior of UHPFRC beams with steel and GFRP bars.** Comput. Concr., 2015.

YOO, D. Y.; YOON, Y. S. **Structural performance of ultra high performance concrete beams with different steel fibres.** Eng. Struct., 2015.

APÊNDICE A – DETERMINAÇÃO DA EQUAÇÃO ANALÍTICA

A diferença entre a altura e a altura útil da estrutura (seção transversal da viga) pode ser obtida por meio das Equações (48) e (49), como pode ser observado:

$$i = h - d \quad (48)$$

$$i = c + \vartheta + \frac{\varnothing}{2} \quad (49)$$

A força de tração resultante do reforço convencional, a força de tração resultante do CRF e a força de compressão resultante do CRF são dadas por:

$$R_{sd} = f_{yd} \cdot A_s \quad (50)$$

$$R_{td} = f_{Ftud} \cdot y \cdot b_w \quad (51)$$

$$R_{cd} = \eta f_{cd} \cdot \lambda x \cdot b_w \quad (52)$$

Sabendo que $y = 0,075 \text{ m}$; $b_w = 0,15 \text{ m}$; $\lambda = 0,8$ para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$; $\eta = 0,85$ para concretos de classes até C50, tem-se que:

$$R_{td} = 0,01125 f_{Ftud} \quad (53)$$

$$R_{cd} = 0,00765 f_{cd} \quad (54)$$

Verificando a ação das forças representadas no elemento estudado e analisando o equilíbrio de forças em relação ao eixo x , tem-se que:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \quad (55)$$

$$R_{sd} + R_{td} - R_{cd} = 0 \quad (56)$$

Substituindo as Equações (50), (53) e (54) em (56):

$$f_{yd} \cdot A_s + 0,01125 f_{Ftud} - 0,00765 f_{cd} = 0 \quad (57)$$

Verificando a ação das forças representadas no elemento estudado e analisando o equilíbrio de momentos em relação ao ponto de aplicação referente a A_s , tem-se que:

$$\sum M_{A_s} = 0 \quad \text{ou} \quad (58)$$

$$-R_{td} \left(\left(\frac{0,075}{2} \right) - i \right) + R_{cd} \left(0,075 - i + \left(\frac{0,060}{2} \right) \right) - M_{rd} = 0 \quad (59)$$

Fazendo algumas simplificações em relação a Equação 59 (mostrada acima), tem-se que:

$$-R_{td} \cdot (0,0375 - i) + R_{cd} \cdot (0,105 - i) - M_{rd} = 0 \quad (60)$$

$$- \left((0,01125 f_{Ftud}) \cdot (0,0375 - i) \right) + \left((0,00765 f_{cd}) \cdot (0,105 - i) \right) - M_{rd} = 0 \quad (61)$$

$$- (0,000422 f_{Ftud} - 0,01125 f_{Ftud} \cdot i) + (0,000803 f_{cd} - 0,00765 f_{cd} \cdot i) - M_{rd} = 0 \quad (62)$$

$$-0,000422 f_{Ftud} + 0,01125 f_{Ftud} \cdot i + 0,000803 f_{cd} - 0,00765 f_{cd} \cdot i - M_{rd} = 0 \quad (63)$$

$$f_{Ftud} \cdot (0,01125i - 0,000422) - f_{cd} \cdot (0,00765i - 0,000803) - M_{rd} = 0 \quad (64)$$

Fazendo algumas substituições, a Equação 64 (mostrada acima) pode ser representada por meio da Equação 67, como pode ser observado:

$$a = 0,01125i - 0,000422 \quad (65)$$

$$b = 0,00765i - 0,000803 \quad (66)$$

$$f_{Ftud} = \frac{M_{rd} + b f_{cd}}{a} \quad (67)$$

Substituindo a Equação 67 (ilustrada acima) na equação obtida a partir da análise do equilíbrio de forças em relação ao eixo x (Equação 57), tem-se que:

$$f_{yd} \cdot A_s + 0,01125 f_{Ftud} - 0,00765 f_{cd} = 0 \quad (57)$$

$$f_{Ftud} = \frac{M_{rd} + b f_{cd}}{a} \quad (67)$$

$$f_{yd} \cdot A_s + 0,01125 \left(\frac{M_{rd} + b f_{cd}}{a} \right) - 0,00765 f_{cd} = 0 \quad (68)$$

Fazendo algumas simplificações em relação a Equação 68 (mostrada acima), tem-se que:

$$f_{yd} \cdot A_s + 0,01125 \left(\frac{M_{rd}}{a} + \frac{bf_{cd}}{a} \right) - 0,00765f_{cd} = 0 \quad (69)$$

$$f_{yd} \cdot A_s + \frac{0,01125}{a} M_{rd} + \frac{0,01125b}{a} f_{cd} - 0,00765f_{cd} = 0 \quad (70)$$

$$f_{cd} \left(\frac{0,01125b}{a} - 0,00765 \right) + \frac{0,01125}{a} M_{rd} + f_{yd} \cdot A_s = 0 \quad (71)$$

$$f_{cd} = \frac{\frac{-0,01125}{a} M_{rd} - f_{yd} \cdot A_s}{\frac{0,01125b}{a} - 0,00765} \quad (72)$$

$$f_{cd} = \frac{-0,01125M_{rd} - af_{yd} \cdot A_s}{0,01125b - 0,00765a} \quad (73)$$

$$f_{cd} = \left(\frac{-0,01125}{0,01125b - 0,00765a} \right) M_{rd} + \left(\frac{-a}{0,01125b - 0,00765a} \right) f_{yd} \cdot A_s \quad (74)$$

Fazendo algumas substituições, a Equação 74 (mostrada acima) pode ser representada por meio da Equação 85, como pode ser observado:

$$e = \frac{-0,01125}{0,01125b - 0,00765a} \quad (75)$$

$$g = \frac{-a}{0,01125b - 0,00765a} \quad (76)$$

$$a = 0,01125i - 0,000422 \quad (65)$$

$$b = 0,00765i - 0,000803 \quad (66)$$

Substituindo as Equações (65) e (66) em (75), tem-se que:

$$e = \frac{-0,01125}{0,01125(0,00765i - 0,000803) - 0,00765(0,01125i - 0,000422)} \quad (77)$$

$$e = \frac{-0,01125}{0,000086i - 0,000086i - 0,0000090 + 0,0000032} \quad (78)$$

$$e = 1939,66 \quad (79)$$

Substituindo as Equações (65) e (66) em (76), tem-se que:

$$g = \frac{-(0,01125i-0,000422)}{0,01125(0,00765i-0,000803)-0,00765(0,01125i-0,000422)} \quad (80)$$

$$g = \frac{-0,01125i+0,000422}{0,000086i-0,000086i-0,0000090+0,0000032} \quad (81)$$

$$g = \frac{-0,01125i+0,000422}{-0,0000058} \quad (82)$$

$$g = \frac{0,01125i-0,000422}{0,0000058} \quad (83)$$

$$f_{cd} = e(M_{rd}) + g(f_{yd} \cdot A_s) \quad (84)$$

$$f_{cd} = 1939,66M_{rd} + \left(\frac{0,01125i-0,000422}{0,0000058}\right)f_{yd} \cdot A_s \quad (85)$$

Substituindo a Equação 85 na equação obtida a partir da análise de equilíbrio de momentos em relação ao ponto de aplicação referente a A_s (Equação 67), tem-se que:

$$f_{Ftud} = \frac{M_{rd} + bf_{cd}}{a} \quad (67)$$

$$f_{cd} = 1939,66M_{rd} + \left(\frac{0,01125i-0,000422}{0,0000058}\right)f_{yd} \cdot A_s \quad (85)$$

$$f_{Ftud} = \frac{M_{rd} + \left(1939,66M_{rd} + \left(\frac{0,01125i-0,000422}{0,0000058}\right)f_{yd} \cdot A_s\right)b}{a} \quad (86)$$

Fazendo algumas substituições (Equações 65 e 66) em relação a Equação 86 (mostrada acima), tem-se que a tensão de tração final no CRF pode ser obtida por:

$$f_{Ftud} = \frac{M_{rd} + \left((0,007651i - 0,000803) \left(1939,66M_{rd} + \left(\frac{0,01125i - 0,000422}{0,0000058}\right)f_{yd}A_s\right)\right)}{(0,01125i - 0,000422)} \quad (87)$$