

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**O ENSINO DAS SEQUÊNCIAS RECURSIVAS NO ENSINO FUNDAMENTAL DE
ACORDO COM O CURRÍCULO DE PERNAMBUCO.**

Uildo Bezerra de Almeida



Maceió, 29 de Novembro de 2019.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

WILDO BEZERRA DE ALMEIDA

**O ENSINO DAS SEQUÊNCIAS RECURSIVAS NO ENSINO FUNDAMENTAL DE
ACORDO COM O CURRÍCULO DE PERNAMBUCO.**

MACEIÓ-AL
2019

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central

Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 - 2062

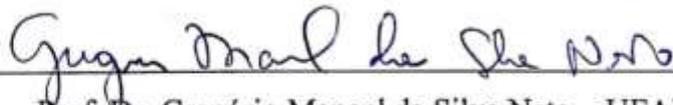
- A447c Almeida, Uildo Bezerra de.
O ensino das sequências recursivas no ensino fundamental de acordo com o currículo pernambucano / Uildo Bezerra de Almeida. - 2019.
67 f. : il.
- Orientador: Gregório Manoel da Silva Neto.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Programa de Pós Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2019.
- Bibliografia: f. 66-67.
1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Sequências (Matemática). 3. Sequências recursivas. 4. Currículos – Planejamento. 5. Ensino fundamental. I. Título.

CDU: 511.176:371.214.14

UILDO BEZERRA DE ALMEIDA

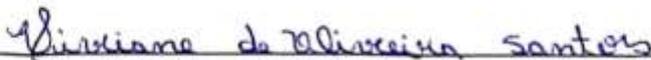
**O ENSINO DAS SEQUÊNCIAS RECUSIVAS NO ENSINO FUNDAMENTAL A LUZ
DO CURRÍCULO DE PERNAMBUCO.**

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 29 de Novembro de 2019.

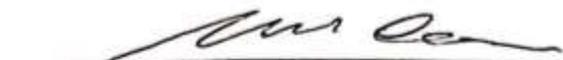


Prof. Dr. Gregório Manoel da Silva Neto – UFAL (orientador)

Banca Examinadora:



Prof. Dra. Viviane de Oliveira Santos – UFAL (Examinadora Interna)



Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos – UFPE (Examinador Externo)

MACEIÓ – AL

2019

A Deus, que ilumina o meu caminho em minhas jornadas.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que tudo sabe, que tudo pode e que tudo vê. Sem ele não somos nada.

À minha esposa Erivalda e aos meus filhos Andre Carlos e Anna Karlla, pelo apoio e incentivo nas horas difíceis de desânimo e cansaço.

Aos meus pais Otacilio (IN MEMÓRIAN) e Roselina pelos valores a mim transmitidos.

A todos os familiares e amigos pelo incentivo e torcida.

Aos professores doutores Adina Rocha, André Flores, Viviane Oliveira, Isnaldo Isaac, José Carlos, Luis Guillermo, Vânio Fragoso, Hilário Alencar, Krerley Irraciel Martins. Em especial a Gregório Manoel pelas orientações da presente dissertação.

À SBM pela iniciativa do Profmat.

Aos amigos que ganhei durante o curso, por todo conhecimento compartilhado. Em especial agradeço a Noel, Edson, José Gilvanir e Rafael por me aturarem durante as viagens.

Aos meus companheiros de trabalho, da Escola de Referência em Ensino Médio Quitéria Wanderley Simões e da Secretaria Municipal de Educação de Venturosa – PE, pela força e incentivo. Em especial agradeço ao diretor Almir Bezerra de Almeida e à secretária Sonia Regina Diógenes Tenório, por compreender a necessidade de atualização do professor.

E a todos aqueles que de alguma forma me incentivaram nas horas difíceis e de desânimo.

A todos o meu muito OBRIGADO.

RESUMO

Enfoca-se nesse trabalho o ensino das sequências recursivas proposta no currículo de Pernambuco para o ensino fundamental, tendo como objetivo colaborar com os professores no desenvolvimento das habilidades relacionadas ao tema. Assim, para melhor compreensão, iniciamos com um breve histórico de como ocorreu a elaboração do currículo de Pernambuco para o ensino fundamental e sua consonância com a BNCC – Base Nacional Comum Curricular. Tratamos também do ensino das sequências recursivas, enfatizando a importância da organização de números, objetos ou figuras, observando os padrões envolvidos. Devido à relevância do tema para o desenvolvimento do pensamento dedutivo e elaboração de hipóteses, finalizamos apresentando atividades, nas quais professores e alunos devem juntos construir os conceitos e desenvolver as habilidades propostas, possibilitando-os estabelecer expressões algébricas que representem uma sequência recursiva.

Palavras chave: Sequências Recursivas, Currículo de Pernambuco, BNCC.

ABSTRACT

This paper focuses on the teaching of recursive sequences proposed in the Pernambuco curriculum for elementary school, aiming to collaborate with teachers in the development of skills related to the theme. Thus, for better understanding, we begin with a brief history of how the Pernambuco curriculum for elementary school was drafted and in line with the BNCC - Common National Curriculum Base. We also deal with the teaching of recursive sequences, emphasizing the importance of organizing numbers, objects or figures, observing the patterns involved. Due to the relevance of the theme to the development of deductive thinking and hypothesis elaboration, we conclude by presenting activities in which teachers and students must together construct the concepts and develop the proposed skills, enabling them to establish algebraic expressions that represent a recursive sequence.

Key words: Recursive Sequences, Curriculum Pernambuco, BNCC.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. SEQUÊNCIAS RECURSIVAS E O CURRÍCULO DE PERNAMBUCO	11
2.1 Currículo de Pernambuco Ensino Fundamental	12
3. RECURSIVIDADE	16
3.1 Relação de recorrência	16
3.1.1 Recorrência Linear de primeira ordem	16
3.1.1.1 Progressão Aritmética	20
3.1.1.2 Progressão Geométrica	23
3.1.2 Recorrência Linear de segunda ordem	24
4. ENSINO/APRENDIZAGEM DAS SEQUÊNCIAS RECURSIVAS	28
4.1 proposta de sequências didáticas para o ensino das sequências recursivas no ensino fundamental anos iniciais	29
4.2 Sequências didáticas para o ensino das sequências recursivas no ensino fundamental anos finais	53
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	64

1. INTRODUÇÃO

Diariamente sentimos a necessidade de organizarmos os nossos pertences e geralmente organizamos todos os materiais ou objetos de forma sequenciada, como por exemplo: “livros de matemática do lado direito dos livros de química e do lado esquerdo dos livros de física”, ou “brinquedos ao lado das ferramentas”, desenvolvendo recursos que facilitam a localização. Podemos observar que a matemática sempre está presente na maneira em que arranjamos os pertences, pois é através da aplicação de conceitos matemáticos que se fundamentam as formas de organização.

O fenômeno natural da recursão permeia muitas áreas da matemática (HUNTER, 2011) e, nessa perspectiva, podemos observar que o ensino das sequências recursivas contribui para o desenvolvimento do pensamento dedutivo dos estudantes, aprimorando o domínio das competências matemáticas estabelecidas nos currículos dos diversos sistemas de ensino.

A importância em reconhecer padrões, levantar e validar conjecturas e generalizações deixam claro para os estudantes que sequências numéricas são exemplos de funções de domínio natural (IEZZI, 2010).

O ensino tem sido desenvolvido com pouca ênfase nas aplicações, no entanto, as sequências obtidas através da recursividade são ótimas oportunidades de desenvolver modelos matemáticos recursivos em diferentes contextos, como é o caso do modelo matemático que descreve a concentração de drogas no organismo humano (MENNA, 2008).

Tendo como base o ensino das sequências recursivas, proposto no currículo de Pernambuco para o ensino fundamental, observamos que ele aborda o tema em seis dos nove anos estabelecidos para a etapa de ensino, não abordando o conteúdo no 5º, 6º e 9º anos. O estudo das sequências recursivas abordadas no currículo é baseado na descoberta de padrões existentes em uma sequência, seja ela numérica, de objetos, de figuras, entre outras, buscando gerenciar e estabelecer uma relação ou função que possibilite encontrar qualquer termo da sequência através da observação.

Tendo em vista a relevância sobre o desenvolvimento do pensamento dedutivo e a elaboração de hipóteses por parte do estudante, o estudo tem como objetivo despertar no professor do ensino fundamental a importância do ensino das sequências, em particular o ensino das sequências recursivas, e sua utilização na resolução de problemas. Para facilitar a

compreensão, apresentaremos algumas sequências didáticas que podem ser desenvolvidas com os estudantes.

2. SEQUÊNCIAS RECURSIVAS E O CURRÍCULO DE PERNAMBUCO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aprovada em dezembro de 2017, passa a ser uma referência nacional obrigatória para processos de elaboração de currículos para estados e municípios. Logo após a homologação da BNCC os estados se mobilizaram para a elaboração dos seus próprios documentos. Pernambuco, através da rede estadual em regime de colaboração com os municípios, começou a realizar encontros buscando estratégias e definindo os próximos passos.

Currículo é uma construção social do conhecimento, pressupondo a sistematização dos meios para que esta construção se efetive, (VEIGA, 1998). A transmissão dos conhecimentos historicamente produzidos e as formas de assimilá-los, portanto, são processos que compõem uma metodologia de construção coletiva do conhecimento escolar, ou seja, o currículo.

Para iniciar os trabalhos com a BNCC foi determinado um dia, que ficou conhecido como o “Dia D da BNCC”, quando todos os professores conheceram o documento, a sua estrutura e função para o novo rumo que a Educação do País deverá seguir. Com isso, aconteceram encontros nos municípios, onde os docentes discutiram e sugeriram formas de como o novo currículo poderia ser elaborado. Todas as discussões foram norteadas a partir de um documento orientador, elaborado pela equipe da Secretaria Estadual de Educação de Pernambuco.

A primeira versão do Currículo de Pernambuco teve, como base, sugestões elaboradas pelas escolas, pelos municípios e pela Secretaria Estadual de Educação que criou plataforma na internet para recolher contribuições dos profissionais de todas as etapas de ensino e que tiveram sempre como referência o documento já adotado por Pernambuco, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN’s).

Para a elaboração do Currículo de Pernambuco, foram realizados 06 Seminários Regionais, nos quais mais de 2000 profissionais estiveram presentes e puderam estudar a 1ª versão e fazer algumas alterações que fossem necessárias. Todos os profissionais estavam agrupados por área de atuação. Participaram dos seminários representantes de Universidades,

da UNCME (União dos Conselhos Municipais de Educação), da UNDIME (União dos Dirigentes Municipais de Educação), da SEE (Secretaria Estadual de Educação), do SINTEPE (Sindicato dos Trabalhadores em Educação de Pernambuco), do FEE (Fórum Estadual de Educação), do CEE (Conselho Estadual de Educação), do Sindicato das Escolas Privadas, analista de gestão (MEC) e os redatores, que foram fundamentais durante todo o processo.

Em seguida foi elaborado pelos redatores juntamente com a coordenação estadual e coordenação de etapa, um calendário para consolidar as contribuições e organizar o seminário estadual. No seminário estadual estavam presentes todas as representações das entidades que participaram dos Seminários Regionais, como também professores que foram indicados pelos municípios e pelas GRES (Gerências Regionais de Educação). O estado de Pernambuco construiu um currículo valorizando o diálogo com a comunidade educativa e com a sociedade, respeitando as diversas identidades do seu povo e seguindo os princípios éticos e humanos. Nele, as habilidades relativas às aprendizagens esperadas em Matemática foram apresentadas em cinco unidades temáticas: Geometria, Estatística e Probabilidade, Álgebra, Grandezas e Medidas e Números.

Podemos destacar o estudo da Álgebra, reforçando a importância do ensino das regularidades apresentadas em sequências, sejam elas sequências numéricas, sequências de figuras ou de outro tipo, notificando que as atividades propostas pelos professores devem despertar no estudante a curiosidade de identificar elementos e regras para formar sequências, com o objetivo de que as crianças descrevam o padrão em uma sequência recursiva ou não recursiva.

O currículo indica que o estudo das sequências recursivas deve ser ampliado gradativamente nas diversas séries/anos do ensino fundamental, contribuindo para dar significado às expressões algébricas possibilitando ao estudante determinar a lei de formação da sequência.

2.1 Currículo de Pernambuco para o Ensino Fundamental

A seguir podemos observar como está disposto o ensino das sequências recursivas no Currículo de Pernambuco para o Ensino Fundamental.

Quadro 1: Recorte do Organizador Curricular para o 1º ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES PE
Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências	(EF01MA09PE) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
Sequências recursivas: observação de regras utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	(EF01MA10PE) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Fonte: Secretaria de Educação de Pernambuco, 2019.

Quadro 2: Recorte do Organizador Curricular para o 2º ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES PE
Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas.	(EF02MA09PE) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	(EF02MA11PE) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
	(EF02MA10PE) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.

Fonte: Secretaria de Educação de Pernambuco, 2019.

Quadro 3: Recorte do Organizador Curricular para o 3º ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES PE
Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.	(EF03MA10PE) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes (por exemplo, 3, 13, 23, 33... – adição sucessiva de 10; ou 91, 85, 79, 73... – subtração sucessiva de 6).

Fonte: Secretaria de Educação de Pernambuco, 2019.

Quadro 4: Recorte do Organizador Curricular para o 4º ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES PE
Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	(EF04MA11PE) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao serem divididos por um mesmo número natural diferente de zero	(EF04MA12PE) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

Fonte: Secretaria de Educação de Pernambuco, 2019.

Quadro 5: Recorte do Organizador Curricular para o 7º ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES PE
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.	(EF07MA16PE) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Fonte: Secretaria de Educação de Pernambuco, 2019.

Quadro 6: Recorte do Organizador Curricular para o 8º ano

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES PE
Sequências recursivas.	(EF08MA11PE) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

Fonte: Secretaria de Educação de Pernambuco, 2019.

É imprescindível a utilização de recursos didáticos como: coleções de números, figuras e desenhos, como aporte ao ensino das sequências recursivas. No entanto, é esperado que as situações desenvolvidas pelo professor possibilitem aos estudantes observar as particularidades existentes na sequência de modo que eles percebam sua regularidade, tornando possível o estabelecimento de uma expressão algébrica ou lei de formação.

3. RECURSIVIDADE

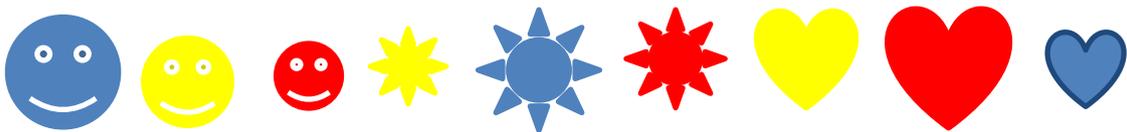
Segundo Brandão (2017), a ideia de recursividade é a de um processo que é definido a partir de si próprio. Na matemática, podemos utilizar a recursividade para organizar números, objetos, figuras ou para solucionar problemas do dia-a-dia.

As coleções de números, objetos ou figuras, quando organizadas utilizando a recursividade, permitem que possamos entender que a organização e as regularidades começam a fazer sentido à medida que o estudante é desafiado a explorar diferentes possibilidades de registros. Os padrões de números ou de figuras contribuem para que os estudantes desenvolvam o pensamento algébrico, pois é através da observação desses padrões que eles vão percebendo que podemos representar um número natural com uma letra qualquer do alfabeto, como por exemplo, a letra “n” e estabelecer uma expressão algébrica para representar a sequência que lhe foi apresentada.

Exemplo:

Joca desenhou e coloriu três tipos de figuras e depois as organizou de diversas maneiras, veja abaixo algumas dessas maneiras. (figuras do Microsoft Word).

a) Organização por forma.



b) Organização por cor.



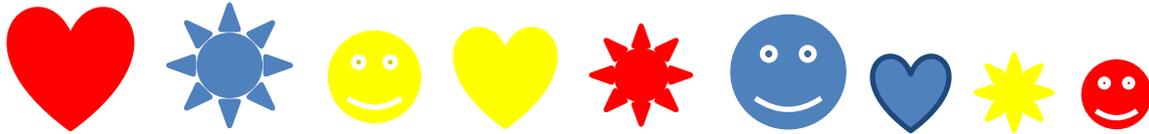
c) por tamanho (do menor para o maior)



d) por tamanho (do maior para o menor)



e) por alternância de figura



f) por alternância de cor



3.1 Relação de recorrência

Uma sequência de objetos (números, figuras, etc.) satisfaz uma relação de recorrência quando é possível determinar cada termo da sequência a partir do conhecimento de seus termos anteriores imediatos e da identificação de um padrão de formação.

Muitas sequências são definidas recursivamente (isto é, por recorrência) ou seja, por intermédio de uma regra que permite calcular qualquer termo em função do(s) antecessor(es) imediato(s) (MORGADO, 2013). Nesse sentido podemos reconhecer que as relações de recorrência são compostas por duas partes: Primeiramente, devemos conhecer a condição inicial e, em seguida, devemos conhecer a regra que permitirá determinar os próximos termos em função do termo ou dos termos dados na condição inicial.

Entre as relações mais simples para sequências numéricas estão as recorrências lineares de primeira ordem e de segunda ordem.

3.1.1 Recorrência linear de primeira ordem

Uma recorrência é chamada de primeira ordem quando expressamos os termos seguintes em função do termo imediatamente anterior, e ela é chamada de linear, se e somente

se, essa função for do primeiro grau. Para construirmos uma sequência de primeira ordem, basta conhecermos o primeiro termo e a equação de recorrência formadora dessa sequência.

Exemplo 1:

Construa uma sequência de 6 termos, onde o primeiro termo é 5 e a partir dele, os próximos termos são encontrados multiplicando o termo anterior por 3.

Resolução:

$$1^{\circ} \text{ termo} = 5$$

$$2^{\circ} \text{ termo} = 5 \times 3 = 15$$

$$3^{\circ} \text{ termo} = 15 \times 3 = 45$$

$$4^{\circ} \text{ termo} = 45 \times 3 = 135$$

$$5^{\circ} \text{ termo} = 135 \times 3 = 405$$

$$6^{\circ} \text{ termo} = 405 \times 3 = 1215$$

Logo a sequência procurada é (5, 15, 45, 135, 405, 1215).

Exemplo 2:

Construa uma sequência de 8 termos, onde o primeiro termo é 2 e a partir dele, os próximos termos são encontrados adicionando 3 ao termo anterior.

resolução:

$$1^{\circ} \text{ termo} = 2$$

$$2^{\circ} \text{ termo} = 2 + 3 = 5$$

$$3^{\circ} \text{ termo} = 5 + 3 = 8$$

$$4^{\circ} \text{ termo} = 8 + 3 = 11$$

$$5^{\circ} \text{ termo} = 11 + 3 = 14$$

$$6^{\circ} \text{ termo} = 14 + 3 = 17$$

$$7^{\circ} \text{ termo} = 17 + 3 = 20$$

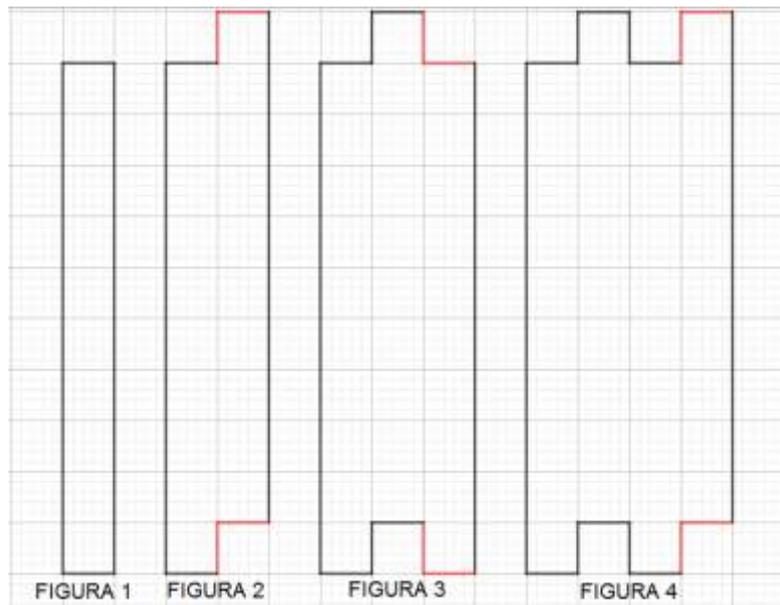
$$8^{\circ} \text{ termo} = 20 + 3 = 23$$

Logo a sequência procurada é (2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23).

Exemplo 2:

OBMEP 2016 – NIVEL 1 – Abaixo temos uma sequência de figuras formadas por quadradinhos de 1 cm de lado. Cada figura da sequência, a partir da segunda, é formada acrescentando-se à figura anterior um retângulo igual ao da Figura 1, deslocando-o de um quadradinho, ora para cima, ora para baixo, como mostra a ilustração. Qual é o perímetro da figura com 1 000 quadradinhos?

- a) 220 cm
- b) 380 cm
- c) 400 cm
- d) 414 cm
- e) 418 cm



Resolução:

Observe que a primeira figura possui 10 quadradinhos e tem perímetro 22 cm, a segunda figura possui 20 quadradinhos e tem perímetro 26 cm, a terceira figura possui 30 quadradinhos e tem perímetro 30 cm e a quarta figura possui 40 quadradinhos e tem perímetro 34 cm. Observe que o número da figura é sempre o número de quadradinhos que ela possui dividido por 10, logo para obtermos o número da figura que possui 1000 quadradinhos, temos que dividir 1000 por 10. Portanto, queremos saber o perímetro da figura 100.

Temos a sequência formada pelas figuras:

$$\text{Figura 1} = 22$$

$$\text{Figura 2} = 22+4 = 26$$

$$\text{Figura 3} = 22+4+4 = 30$$

$$\text{Figura 4} = 22+4+4+4 = 34$$

Observe que na Figura 2, o 22 foi somado com apenas um quatro, na figura 3, o 22 foi somado com dois quatros e na figura 4, o 22 foi somado com três quatros. Logo na figura 100, o 22 deve ser somado com 99 quatros, ou seja:

$$\text{Figura 100} = 22 + 99 \times 4$$

$$\text{Figura 100} = 22 + 396$$

$$\text{Figura 100} = 418$$

Portanto o perímetro da figura com 1000 quadradinhos é 418.

3.1.1.1 Progressão Aritmética

Uma Progressão Aritmética (P.A.) é uma sequência numérica construída, a partir do segundo termo, pela soma ou subtração do termo anterior imediato com uma constante, chamada de razão e representada por “r”. Pode-se observar que a diferença entre dois termos consecutivos em uma P. A. é sempre a mesma, igual à razão “r”.

Exemplo:

O pai de Pedro pretende passar as férias na praia, no entanto, ele precisa economizar R\$ 1.200,00 para pagar as despesas da viagem. Então ele pensou:



ilustração própria

a) Escreva uma sequência que represente o acumulado do valor economizado pelo pai de Pedro, semana após semana, até ele conseguir economizar os R\$ 1.200,00.

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5
R\$ 60,00	R\$ 120,00				

b) Qual é o número que representa a razão da sequência que representa o valor economizado pelo pai de Pedro?

c) Escreva uma expressão algébrica que possa representar o valor que o pai de Pedro economizará.

Resolução:

a) Para completar a tabela apresentada no item “a”, basta acrescentar R\$ 60,00 ao valor da semana anterior, logo temos:

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5
R\$ 60,00	R\$ 120,00	R\$ 120,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 180,00	R\$ 180,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 240,00	R\$ 240,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 300,00

Semana 6	Semana 7	Semana 8	Semana 9	Semana 10
R\$ 300,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 360,00	R\$ 360,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 420,00	R\$ 420,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 480,00	R\$ 480,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 540,00	R\$ 540,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 600,00

Semana 11	Semana 12	Semana 13	Semana 14	Semana 15
R\$ 600,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 660,00	R\$ 660,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 720,00	R\$ 720,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 780,00	R\$ 780,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 840,00	R\$ 840,00 + <u>R\$ 60,00</u> R\$ 900,00

Semana 16	Semana 17	Semana 18	Semana 19	Semana 20
R\$ 900,00	R\$ 960,00	R\$ 1020,00	R\$ 1080,00	R\$ 1140,00
+ <u>R\$ 60,00</u>				
R\$ 960,00	R\$ 1020,00	R\$ 1080,00	R\$ 1140,00	R\$ 1200,00

Logo, a sequência que representa o valor acumulado pelo pai de Pedro é:

(60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, 600, 660, 720, 780, 840, 900, 960, 1020, 1080, 1140, 1200).

b) observe que ao subtrairmos dois termos consecutivos da sequência encontrada, temos:

1200,00	1140,00	1080,00	1020,00
- <u>1140,00</u>	- <u>1080,00</u>	- <u>1020,00</u>	- <u>960,00</u>
60,00	60,00	60,00	60,00

Assim, podemos ver que a sequência é uma Progressão Aritmética de razão R\$ 60,00

c) Para escrever a expressão algébrica da sequência, temos:

$$1^{\text{a}} \text{ semana} = 60$$

$$2^{\text{a}} \text{ semana} = 60 + 60 = 120$$

$$3^{\text{a}} \text{ semana} = 120 + 60 = 180$$

$$4^{\text{a}} \text{ semana} = 180 + 60 = 240$$

Representando por “n” o número de uma semana qualquer, o valor economizado após “n” semanas é:

$$\text{Semana “n”} = 1^{\circ} \text{ número} + 60 (n - 1)$$

$$\text{Semana “n”} = 60 + 60 (n - 1)$$

$$\text{Semana “n”} = 60n.$$

Portanto, a expressão algébrica que representa a sequência é dada por:

$$\text{Semana “n”} = 60n.$$

Dessa forma, podemos representar o valor economizado após “n” semanas por 60n.

3.1.1.2 Progressão Geométrica

Progressão Geométrica (P.G.) é uma sequência numérica na qual cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo anterior imediato por uma constante, chamada de razão da progressão geométrica. A razão geralmente é indicada pela letra “q” e para encontrá-la basta apenas dividirmos qualquer um de seus termos pelo seu antecessor.

Exemplo:

Antônio escreveu todos os números de 1 a 200 e em seguida ele pintou de vermelho o número 4, e em ordem crescente, ele continuou pintando de vermelho todos os números que representasse o dobro do número pintado anteriormente. Observe parte da escrita de Antônio e responda ao que se pede.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, ...

- Quantos números Antônio pintou?
- Escreva em ordem crescente a sequência dos números que Antônio pintou.
- Escreva em ordem decrescente a sequência dos números que Antônio pintou.
- Divida todos os números, a partir do segundo, que fora escrito no item “b” por seu antecessor imediato e descubra o valor da razão “q” da sequência.
- Escreva uma expressão algébrica que possa representar os números pintados por Antônio.

Resolução:

a) Observe que para resolver este item não há necessidade de escrevermos todos os números de 1 até 200, basta apenas escrevermos o primeiro número que foi pintado de vermelho e em seguida, escrevemos os demais multiplicando por 2 o número pintado anteriormente. Assim temos:

4, 8, 16, 32, 64, 128.

Logo, podemos ver que Antônio pintou seis números.

b) Observando a resposta do item “a”, vemos que a sequência escrita na ordem crescente é:

(4, 8, 16, 32, 64, 128).

c) Observando a resposta do item “a”, vemos que a sequência escrita na ordem decrescente é:

$$(128, 64, 32, 16, 8, 4).$$

d) Vamos efetuar as seguintes divisões:

$$128 : 64 = 2$$

$$64 : 32 = 2$$

$$32 : 16 = 2$$

$$16 : 8 = 2$$

$$8 : 4 = 2.$$

Logo, o valor da razão “q” é 2.

e) Para escrever a expressão algébrica que representa os números pintados por Antônio, vamos observar o seguinte:

$$1^\circ \text{ termo} = 4$$

$$2^\circ \text{ termo} = 8 = 4 \times 2 = 4 \text{ vezes } 2 \text{ elevado a } 1.$$

$$3^\circ \text{ termo} = 16 = 4 \times 2 \times 2 = 4 \text{ vezes } 2 \text{ elevado a } 2.$$

$$4^\circ \text{ termo} = 32 = 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 4 \text{ vezes } 2 \text{ elevado a } 3.$$

$$5^\circ \text{ termo} = 64 = 4 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4 \text{ vezes } 2 \text{ elevado a } 4.$$

$$6^\circ \text{ termo} = 128 = 4 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4 \text{ vezes } 2 \text{ elevado a } 5.$$

Representando por “n” o número de termos da sequência, temos:

$$\text{Termo “n”} = 4 \text{ vezes } 2 \text{ elevado a } (n - 1)$$

$$\text{Termo “n”} = 4 \times 2^{(n-1)}$$

$$\text{Termo “n”} = 2^2 \times 2^{(n-1)}$$

$$\text{Termo “n”} = 2^{(n+1)}.$$

Portanto a expressão algébrica que representa a sequência é dada por: $T_n = 2^{(n+1)}$

3.1.2 Recorrência linear de segunda ordem

Uma recorrência é chamada de segunda ordem quando expressamos os termos da sequência, em função dos dois termos imediatamente anteriores. Logo temos que ter na condição inicial os dois primeiros termos. Com isso podemos concluir que para construirmos uma recorrência de segunda ordem, basta conhecermos os dois primeiros termos e a equação de recorrência formadora da sequência.

Exemplo 1:

Determine os cinco primeiros termos da sequência que possui o primeiro termo igual a 3, o segundo igual a 4 e seus próximos termos são obtido somando os dois termos anteriores.

Resolução:

$$1^{\circ} \text{ termo} = 3$$

$$2^{\circ} \text{ termo} = 4$$

$$3^{\circ} \text{ termo} = 3+4=7$$

$$4^{\circ} \text{ termo} = 4+7=11$$

$$5^{\circ} \text{ termo} = 7+11=18.$$

Logo a sequência encontrada é (3, 4, 7, 11, 18).

Exemplo 2:

Determine os cinco primeiros termos da sequência que possui o primeiro termo igual a 1, o segundo igual a 3 e seus próximos termos são obtido pela soma dos dois termos anteriores adicionados de 2 unidades.

Resolução:

$$1^{\circ} \text{ termo} = 1$$

$$2^{\circ} \text{ termo} = 3$$

$$3^{\circ} \text{ termo} = 1+3+2=6$$

$$4^{\circ} \text{ termo} = 3+6+2=11$$

$$5^{\circ} \text{ termo} = 6+11+2=19.$$

Logo a sequência encontrada é (1, 3, 6, 11, 19).

Exemplo 3:

OBMEP 2017 – NIVEL 2 – Na sequência 1, 5, 4, -1, -5, ... cada termo, a partir do segundo, é igual à soma de seus dois vizinhos; por exemplo: $5 = 1 + 4$, $4 = 5 + (-1)$ e $-1 = 4 + (-5)$. Qual é a soma dos 1000 primeiros termos dessa sequência?

- a) 0 b) 1 c) 4 d) 9 e) 10

Resolução:

Observando o exemplo dado, podemos ver como são encontrados os números da sequência e dessa maneira podemos encontrar os próximos números.

Temos: O primeiro número é 1 e o terceiro número é 4 e a regra que a partir do segundo, devemos somar de seus dois vizinhos, logo:

$$1^{\circ} \text{ número} = 1$$

$$7^{\circ} \text{ número} = (-4) + 5 = 1$$

$$2^{\circ} \text{ número} = 1 + 4 = 5$$

$$8^{\circ} \text{ número} = 1 + 4 = 5$$

$$3^{\circ} \text{ número} = 5 + (-1) = 4$$

$$9^{\circ} \text{ número} = 5 + (-1) = 4$$

$$4^{\circ} \text{ número} = 4 + (-5) = -1$$

$$10^{\circ} \text{ número} = 4 + (-5) = -1$$

$$5^{\circ} \text{ número} = (-1) + (-4) = -5$$

$$11^{\circ} \text{ número} = (-1) + (-4) = -5$$

$$6^{\circ} \text{ número} = (-5) + 1 = -4$$

$$12^{\circ} \text{ número} = (-5) + 1 = -4$$

Observe que a sequência se repete a cada seis termos e que a soma desses seis termos é zero, então, podemos dividir o número de termos por seis e ver quantos termos nos resta para encontrar e calcular qual é o valor da soma desses termos, assim:

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 40 \overline{) 1000} \\ \underline{40} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \hline 166 \end{array}$$

(4)

Como o resto da divisão foi quatro, vamos encontrar apenas a soma dos quatro números finais. Logo:

$$997^{\circ} \text{ número} = 1^{\circ} \text{ número} = (-4) + 5 = 1$$

$$998^{\circ} \text{ número} = 2^{\circ} \text{ número} = 1 + 4 = 5$$

$$999^{\circ} \text{ número} = 3^{\circ} \text{ número} = 5 + (-1) = 4$$

$$1000^{\circ} \text{ número} = 4^{\circ} \text{ número} = 4 + (-5) = -1$$

$$\text{Então, temos: } 1 + 4 + 5 + (-1) = 9.$$

Portanto, a soma dos 1000 primeiros termos dessa sequência é 9.

Exemplo 4

Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci, apresentou em 1202 um problema que ficou bem conhecido por apresentar um tipo especial de sequência (conjunto ordenado de números), que recebeu o nome de “sequência de Fibonacci”. Nesse problema, temos um casal de coelhos que é colocado num cercado, querendo-se saber quantos coelhos se reproduzem num ano a partir desse par. Esse problema foi rerepresentado pela RPM (Revista do Professor de Matemática), no seu volume 17, página 4, o qual vemos abaixo.

O problema dos Coelhos

Um casal de coelhos torna-se produtivo após dois meses de vida e, a partir de então, produz um novo casal a cada mês. Começando com um único casal de coelhos recém-nascidos, quantos casais existirão ao final de um ano?

Resolução:

Para solucionar esse problema temos que observar como se dá a reprodução dos coelhos. Observe que os coelhos recém-nascidos só irão reproduzir a partir do segundo mês de vida, logo temos:

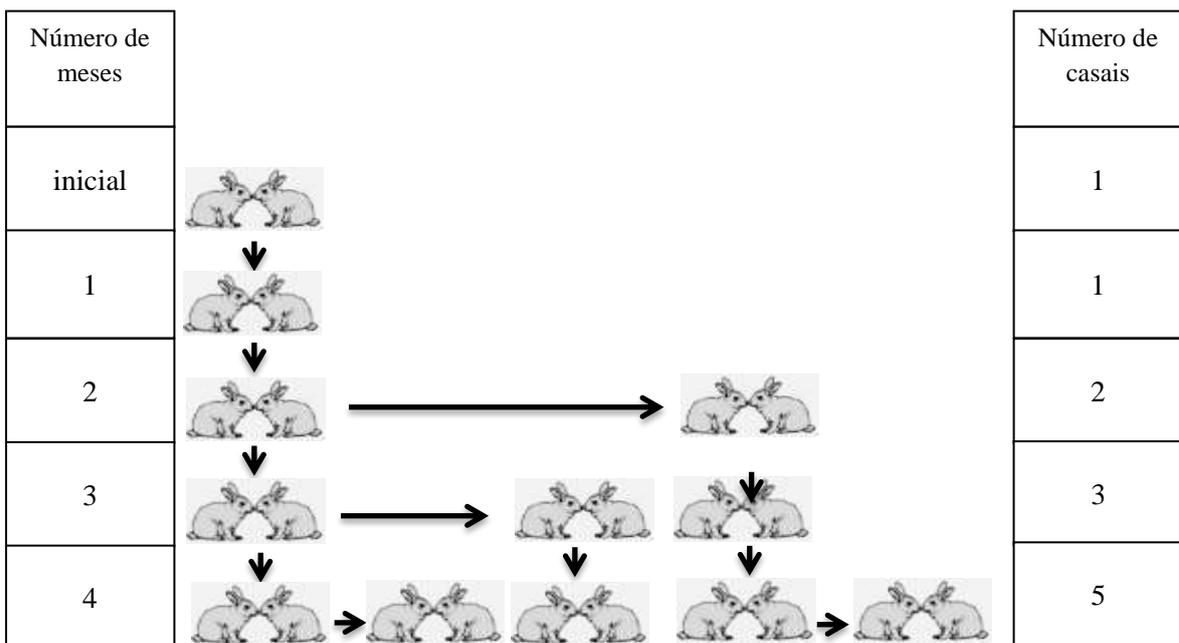


Ilustração própria

Observe que a seta para baixo indica que o casal de coelho já existia no mês anterior e a seta para direita indica um novo casal de coelhos.

Observe ainda que a sequência formada nos cinco primeiros meses é a seguinte:

$$\text{mês inicial} = 1$$

$$1^{\circ} \text{ mês} = 1$$

$$2^{\circ} \text{ mês} = 2 = 1 + 1 = \text{mês inicial} + 1^{\circ} \text{ mês}$$

$$3^{\circ} \text{ mês} = 3 = 1 + 2 = 1^{\circ} \text{ mês} + 2^{\circ} \text{ mês}$$

$$4^{\circ} \text{ mês} = 5 = 2 + 3 = 2^{\circ} \text{ mês} + 3^{\circ} \text{ mês}$$

Observe que a partir do 3º mês, podemos encontrar a quantidade de casais de coelhos somando as quantidades dos dois meses imediatamente anteriores. Assim as quantidades que temos nos meses seguintes são:

$$5^{\circ} \text{ mês} = 3^{\circ} \text{ mês} + 4^{\circ} \text{ mês} = 3 + 5 = 8$$

$$6^{\circ} \text{ mês} = 4^{\circ} \text{ mês} + 5^{\circ} \text{ mês} = 5 + 8 = 13$$

$$7^{\circ} \text{ mês} = 5^{\circ} \text{ mês} + 6^{\circ} \text{ mês} = 8 + 13 = 21$$

$$8^{\circ} \text{ mês} = 6^{\circ} \text{ mês} + 7^{\circ} \text{ mês} = 13 + 21 = 34$$

$$9^{\circ} \text{ mês} = 7^{\circ} \text{ mês} + 8^{\circ} \text{ mês} = 21 + 34 = 55$$

$$10^{\circ} \text{ mês} = 8^{\circ} \text{ mês} + 9^{\circ} \text{ mês} = 34 + 55 = 89$$

$$11^{\circ} \text{ mês} = 9^{\circ} \text{ mês} + 10^{\circ} \text{ mês} = 55 + 89 = 144$$

$$12^{\circ} \text{ mês} = 10^{\circ} \text{ mês} + 11^{\circ} \text{ mês} = 89 + 144 = 233$$

Portanto, existirão 233 casais de coelhos ao final de um ano.

4. ENSINO/APRENDIZAGEM DAS SEQUÊNCIAS RECURSIVAS

Com o propósito de mostrar que é possível atingir os objetivos propostos no currículo de Pernambuco para o ensino das sequências recursivas no ensino fundamental, apresento neste trabalho sequências didáticas diversificadas com objetivo de que sejam aplicadas pelos professores, com intuito de possibilitar que os estudantes consigam construir as habilidades propostas pelo Currículo de Pernambuco para o Ensino Fundamental.

É importante salientar que o professor deve apresentar as sequências recursivas como uma forma de organizar dados de maneira regular, seguindo um padrão ou uma regularidade e ao final de cada atividade executada, apresentar exemplos da aplicação das sequências recursivas em nosso cotidiano.

As sequências didáticas apresentadas neste trabalho seguem também as orientações da BNCC (Base Nacional Comum Curricular) que propõe o ensino da álgebra no ensino fundamental anos iniciais para identificação de padrões e propriedades da igualdade, no entanto, ela também propõe que não devemos usar, nessa fase, letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam.

A avaliação é parte integrante do ensino/aprendizagem, pois é a partir dela que o Professor pode melhorar suas estratégias, suas metodologias, etc. É com esse pensamento que apresento ao final de cada sequência didática, uma forma de avaliar de acordo com a Instrução Normativa de Avaliação N° 04/2014, elaborada pela Secretaria Estadual de Educação do Estado de Pernambuco, a qual estabelece no seu artigo 2°, incisos II e VI, conforme descrito abaixo:

Art. 2° O processo de avaliação das aprendizagens do(a) estudante dar-se-á de acordo com as etapas e modalidades de ensino, e a forma de organização nos(as) anos/séries/ciclos/fases/módulos/anos de escolaridade e projetos especiais de ensino, observando o seguinte:

II – nos Ciclos/Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a avaliação das aprendizagens será realizada por meio de instrumentos diversificados e registrada sob a forma de Parecer Descritivo da trajetória do(a) estudante, de acordo com o disposto no art. 4° incisos de I a V da Instrução Normativa n° 01/2006 que orienta procedimentos para reorganização do ensino em Ciclos no Sistema de Ensino do Estado de Pernambuco.

VI – nos anos finais do Ensino Fundamental (6° ao 9° ano), no Ensino Médio Integral, Ensino Médio Semi-Integral, Ensino Médio Integrado à Educação Profissional, Educação Profissional, Educação Profissional de nível Médio, Normal em nível Médio, Educação de Jovens e Adultos –

EJA Fundamental, EJA Médio e EJA Médio Integrado à Educação Profissional – PROEJA, a avaliação das aprendizagens do(a) estudante deverá ser realizada por meios de instrumentos diversificados e as verificações das aprendizagens registrada por meios de nota.

É notório que o estado de Pernambuco orienta seus professores, por meio desta portaria, a utilizarem diversos instrumentos avaliativos, no decorrer do processo ensino/aprendizagem, o que permite a esses professores, diagnosticar o grau de aprendizagem do estudante e por meio deste diagnóstico ele poderá observar os efeitos da metodologia aplicada e redirecionar seu planejamento, na busca de melhorar a qualidade da aprendizagem dos conteúdos vivenciados durante o ano letivo.

4.1 Proposta de sequências didáticas para o ensino das sequências recursivas no ensino fundamental anos iniciais

Senhor professor, seguindo o estabelecido na instrução normativa de avaliação nº 04/2014 a avaliação de cada uma das sequências didáticas apresentadas abaixo deverá ser feita em dois momentos:

1º momento: observando a participação e o raciocínio utilizado pelo estudante na resolução das atividades, o professor deve registrar ao final de cada uma, o progresso obtido por cada um deles na construção da habilidade proposta. Através deste registro o professor pode identificar aspectos educacionais que precisam de melhorias e adequar à metodologia utilizada por ele para que os resultados pretendidos sejam alcançados.

2º momento: Avaliação individual. O professor deve elaborar questões, de acordo com as atividades desenvolvidas e pedir para que cada estudante apresente suas soluções.

Sequência Didática – 1º ano

Tema: **Álgebra**

Duração: **03 aulas de 50 minutos**

Objetos de conhecimento: **Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.**

Habilidade do Currículo: **Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.**

METODOLOGIA

1ª Etapa

Confeccione figuras de diferentes formas (triângulos, retângulos, círculos, etc.) e diferentes tamanhos (pequeno, médio e grande). Solicite para que os estudantes pintem utilizando três cores diferentes.

2ª Etapa

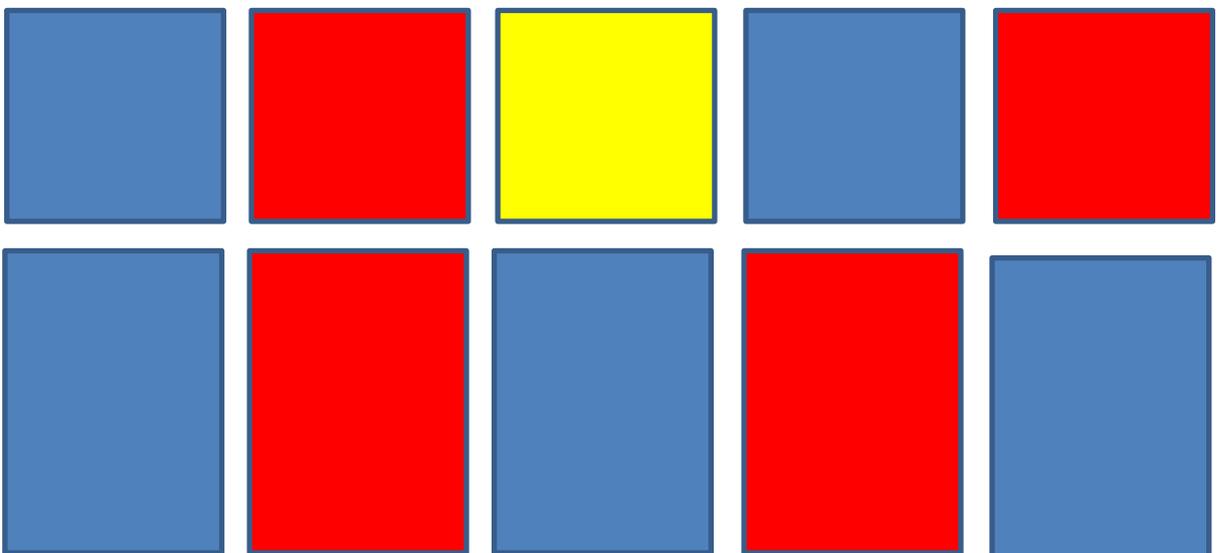
Divida a turma em grupos e distribua as figuras confeccionadas, solicitando que eles procurem uma forma de organizá-las. Debater as formas apresentadas, enfatizando a organização por forma, cor ou tamanho.

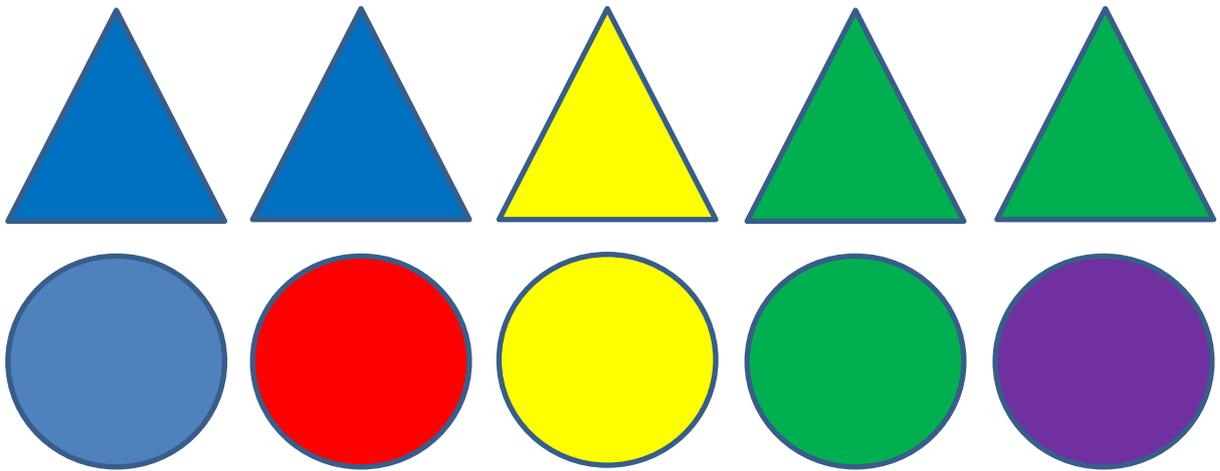
3ª Etapa

Divida os grupos formados em grupos de dois ou três estudantes e solicite que respondam à atividade proposta.

ATIVIDADE

1º) Observe como foram organizadas as figuras abaixo e responda se cada afirmação é verdadeira ou falsa.





a) As figuras com a forma de um triângulo foram organizadas, colocando juntas as figuras de mesma cor.

Verdadeira

Falsa

b) As figuras com a forma de um quadrado foram organizadas colocando separadas as figuras de mesma cor.

Verdadeira

Falsa

c) As figuras com a forma de um retângulo foram organizadas colocando os vermelhos entre os azuis.

Verdadeira

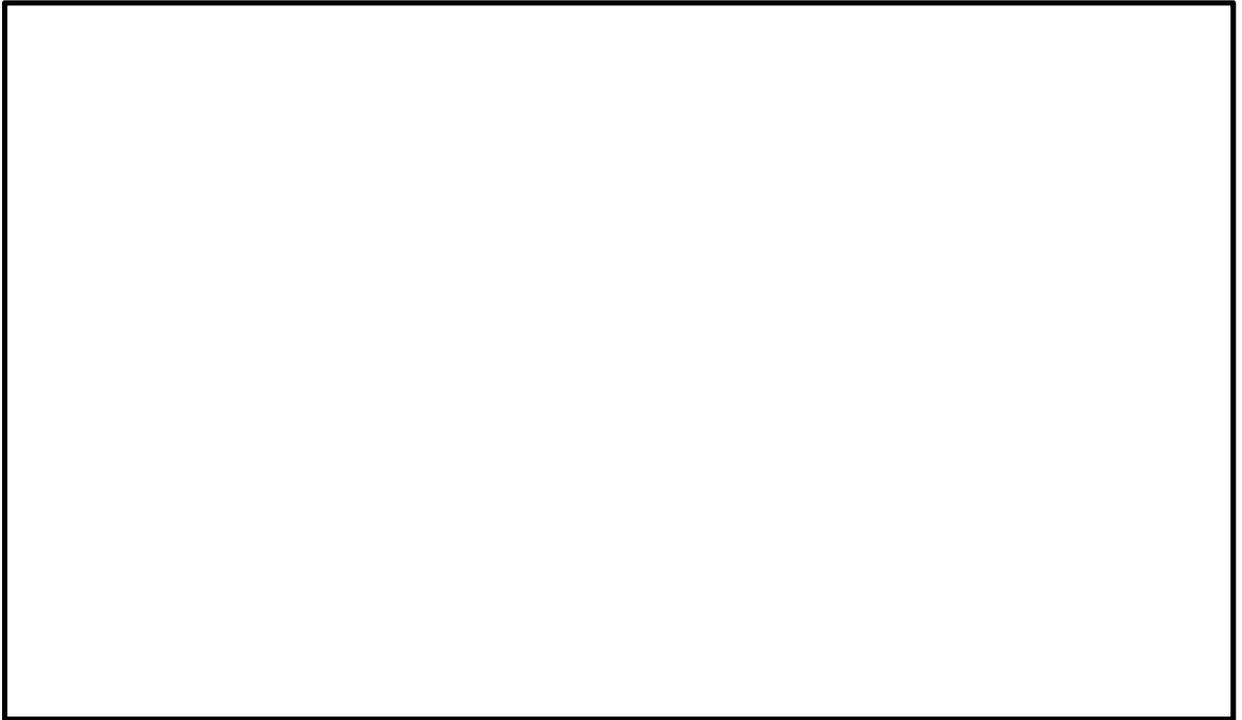
Falsa

d) As figuras com a forma de um círculo não estão organizadas.

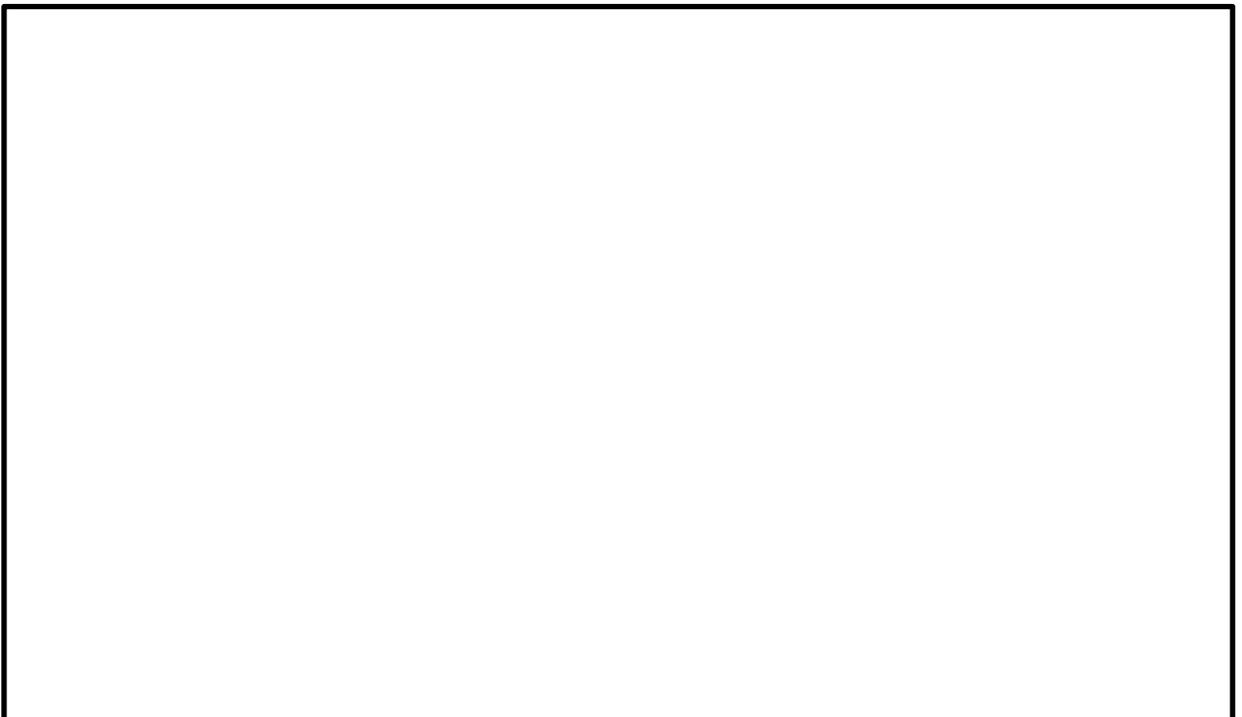
Verdadeira

Falsa

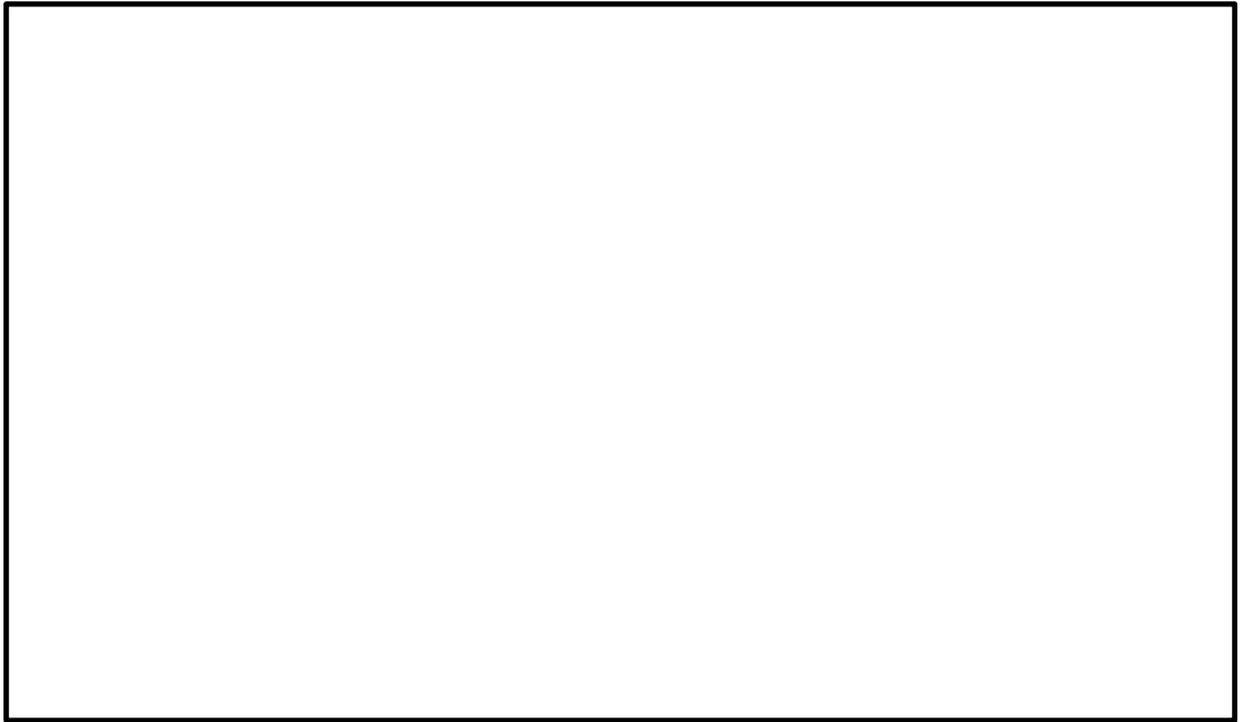
2º) Em uma folha de papel ofício, faça o desenho de três triângulos e três quadrados, pinte-os, recorte-os e os organize no retângulo abaixo e descreva oralmente ou por escrito. Qual foi a forma de organização utilizada por você?



3º) Em uma folha de papel ofício, faça o desenho de cinco figuras de tamanhos diferentes pinte-as, recorte-as e as organize de acordo com o seu tamanho.



4º) Em uma folha de papel ofício, faça o desenho de cinco figuras de tamanhos diferentes, pinte-as utilizando apenas duas cores, recorte-as e as organize de acordo com sua cor.



4ª Etapa

Debata com os estudantes as respostas apresentadas na resolução da atividade. Enfatize as formas de organização das sequências formadas (forma, cor e tamanho).

RECURSOS DIDÁTICOS

- Moldes de figuras planas em papel ofício.
- Folhas de papel ofício A4.
- Tesoura escolar sem pontas.
- Cola branca.
- Lápis de cor.
- Lápis para quadro ou giz.
- Quadro Branco ou negro.

Sequência Didática – 1º ano

Tema: **Álgebra**

Duração: **03 aulas de 50 minutos**

Objetos de conhecimento: **Sequências recursivas: observação de regras utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).**

Habilidade do Currículo: **Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.**

METODOLOGIA

1ª Etapa

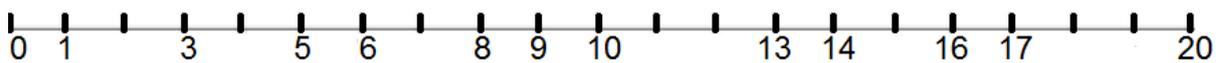
Escolha 15 estudantes da sala e forme 5 grupos, sendo que o primeiro grupo tenha apenas um estudante, o segundo dois, o terceiro três, o quarto quatro e o quinto cinco. Questione os estudantes sobre a quantidade de participantes que formam os grupos, de modo que todos percebam a quantidade de estudantes existentes e possam fazer comparação entre dois grupos, observando em qual há mais ou há menos estudantes. Debata os resultados apresentados. Conduza o debate de modo que os estudantes possam compreender a formação do nosso sistema de numeração e assim organizar os números de forma crescente ou decrescente.

2ª Etapa

Divida-os em grupos de dois estudantes e solicite que debatam e respondam a atividade proposta.

ATIVIDADE

1º) Complete a reta numérica dos números naturais, com os números que estão faltando.



2º) Complete as sequências abaixo, justificando a sua resposta, conforme apresentado no exemplo abaixo.

Exemplo:

3, ____, 7. O número que completa a sequência é 5, pois, $3+2 = 5$ e $5+2 = 7$.

8, ____, 6. O número que completa a sequência é 7, pois, $8-1 = 7$ e $7-1 = 6$.

- a) 2, ____, 6.
- b) 2, ____, 4.
- c) 10, ____, 6.
- d) 12, ____, 8
- e) 13, ____, 11.

3º) Observe a reta numérica da primeira questão e complete as sequências abaixo, com os números que estão faltando.

- a) 1, 2, ____, 4, 5, ____, 7.
- b) 8, 10, ____, 14, 16, ____.
- c) 1, 3, ____, 7, 9, ____, 13.
- d) 19, 17, ____, 13, 11, ____, 7.
- e) 14, 13, ____, 11, 10, ____, 8.

4º) Escreva de 1 em 1 até 10 e de 2 em dois até 20.

3ª Etapa

Debata com os estudantes as respostas apresentadas na resolução da atividade. Observe se eles conseguem identificar uma regra de formação, utilizando adição ou subtração de números naturais, que justifique a resposta.

RECURSOS DIDÁTICOS

- Lápis para quadro ou giz.
- Quadro Branco ou negro.

Sequência Didática – 2º ano

Tema: **Álgebra**

Duração: **03 aulas de 50 minutos**

Objetos de conhecimento: **Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas.**

Habilidade do Currículo: **Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.**

METODOLOGIA

1ª Etapa

Forme com os estudantes grupos e entregue a cada grupo um copo descartável com 25 bolas de gude e folhas de papel ofício. Peça para que cada grupo faça o seguinte procedimento: retire uma bola de gude do copo, coloque em cima da mesa e registre a quantidade retirada na folha de papel ofício e em seguida peça para que cada grupo retire as bolas de gude do copo de dois em dois, coloque em cima da mesa e em cada retirada anote no papel ofício o total de bolas de gude que ficaram em cima da mesa. Debata com os estudantes as sequências criadas por eles e em seguida solicite que eles façam o procedimento contrário, ou seja, anotem quantas bolas de gude existem em cima da mesa e vá retirando dessa quantidade a quantidade que desejar, colocando-a no copo e cada retirada anotar no papel ofício a quantidade que ficou em cima da mesa. Debata com os estudantes os resultados e explore a forma de organização de cada sequência (Crescente ou decrescente).

2ª Etapa

Ainda com os grupos formados e dando continuidade a etapa anterior, peça para que cada grupo faça o seguinte procedimento: retirem três bolas de gude do copo, coloque em cima da mesa e registre esse número na folha de papel ofício, em seguida retire mais três bolas de gude do copo, coloque em cima da mesa e registre no papel ofício o total de bolas de gude já retirada do copo. Peça para que eles repitam a segunda parte do procedimento até que fique dentro do copo menos de três bolas de gude. Debata com os estudantes a sequência criada por eles.

3ª Etapa

Separe os grupos anteriores em grupos de dois ou três estudantes e peça para que resolvam a atividade proposta.

ATIVIDADE

1º) Sabendo que o primeiro número de uma sequência é 3 e que os próximos são encontrados somando-se o número anterior com o número 4, escreva os 6 primeiros termos dessa sequência.

2º) Sabendo que o primeiro número de uma sequência é 30 e que os próximos são encontrados subtraindo-se do número anterior, o número 3, escreva os 6 primeiros termos dessa sequência.

3º) Sabendo que o primeiro número de uma sequência é 5 e que os próximos são encontrados somando-se o número anterior com o número 2, escreva os 6 primeiros termos dessa sequência.

4º) Sabendo que o primeiro número de uma sequência é 29 e que os próximos são encontrados subtraindo-se do número anterior, o número 2, escreva os 6 primeiros termos dessa sequência.

5º) Observe as sequências abaixo e descreva a regularidade existente.

a) 4, 7, 10, 13, 16, 19,

b) 43, 39, 35, 31, 27, 23,

c) 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17,

d) 40, 36, 32, 28, 24, 20,

e) 2, 7, 12, 17, 22, 27,

4ª Etapa

Debata com os estudantes as respostas apresentadas na resolução da atividade.

RECURSOS DIDÁTICOS

- Bolas de gude.
- Papel ofício ou cartolina.
- Copos descartáveis.
- Lápis para quadro ou giz.
- Quadro Branco ou negro.

Sequência Didática – 2º ano

Tema: **Álgebra**

Duração: **03 aulas de 50 minutos**

Objetos de conhecimento: **Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.**

Habilidade do Currículo: **Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.**

METODOLOGIA

1ª Etapa

Confeccione em folhas de ofício ou cartolina os números de 1 a 20 recorte-os. (faça 4 conjuntos contendo os números de 1 a 20).

Desenhe em folhas de ofício ou cartolina 4 figuras de formas diferentes, recorte-as. (faça 4 conjuntos contendo 4 figuras de cada forma)

2ª Etapa

Forme com os estudantes quatro grupos e entregue a cada grupo um conjunto de números, peça para que eles ordenem os números na mesa. Debata com os estudantes as sequências criadas por eles, mostrando que uma boa forma de ordenar números é quando utilizamos as formas crescente ou decrescente, em seguida, recolha o conjunto dos números e entregue o conjunto contendo as figuras e peça para que eles as organizem na mesa. Debata com os estudantes as sequências criadas por eles, mostrando que uma boa forma de organizar sequências é quando estabelecemos um padrão na organização.

3ª Etapa

Recolha os conjuntos das figuras que havia entregado anteriormente e separe dois conjuntos de números em números ímpares e números pares. Entregue a dois grupos os conjuntos formados com os números pares e aos outros dois grupos, os conjuntos formados com os números ímpares. Peça para que eles ordenem os números na mesa e promova debate com as sequências criadas pelos estudantes. Explore as sequências construídas questionando os estudantes sobre qual número vem antes e qual vem depois ou se a sequência é crescente ou decrescente.

4ª Etapa

Separe os grupos anteriores em grupos de dois ou três estudantes e peça para que resolvam a atividade proposta.

ATIVIDADE

1º) Maria coleciona estrelas e resolveu arrumá-las conforme mostrado abaixo:



Descreva oralmente ou por escrito a maneira que Maria usou para arrumar suas estrelas.

2º) João adora fazer desenhos de figuras nas horas que não está na escola. Observe a ordem das figuras nas sequencias desenhadas por João e faça o desenho das figuras que ele desenharia na quarta-feira.

Segunda-feira → 

Terça-feira → 

Quarta-feira → _____

Quinta-feira → 

Sexta-feira → 

João utilizou uma regra para organizar os desenhos. Observe essa regra e descreva oralmente ou por escrito a maneira que João usou na organização dos desenhos.

3º) Joaquim é colecionador de bolas de gude e montou a sequência abaixo, utilizando algumas de suas bolas. Tente descobrir a forma que Joaquim organizou a sequência, registre nas linhas abaixo e faça o desenho que representa a quinta figura da sequência.



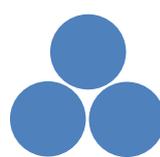
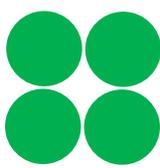




Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5

4º) A professora de José pediu para que ele completasse os quadrinhos abaixo utilizando a regra proposta, entretanto, ele estava um pouco cansado e esqueceu alguns dos números, apresentando assim as seguintes respostas. Ajude José a completar a atividade proposta pela professora.

De 1 em 1 até 10

1	2		4	5	6		8		10
---	---	--	---	---	---	--	---	--	----

De 2 em 2 até 20

2	4		8	10			16	18	20
---	---	--	---	----	--	--	----	----	----

De 3 em 3 até 30

3	6			15	18		24		30
---	---	--	--	----	----	--	----	--	----

5º) As sequências abaixo foram organizadas de maneira crescente ou decrescente. Complete-as, com os números que estão faltando.

1		3		5		7		9	
---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

	12		14		16		18		20
--	----	--	----	--	----	--	----	--	----

11		13		15		17		19	
----	--	----	--	----	--	----	--	----	--

10		8		6		4		2	
----	--	---	--	---	--	---	--	---	--

20		18		16		14		12	
----	--	----	--	----	--	----	--	----	--

5ª Etapa

Debata com os estudantes as respostas apresentadas na resolução da atividade.

RECURSOS DIDÁTICOS

- Números confeccionados em papel ofício ou cartolina.
- Figuras confeccionadas em papel ofício ou cartolina.
- Tesoura escolar sem pontas.
- Lápis para quadro ou giz.
- Quadro Branco ou negro.

Sequência Didática – 2º ano

Tema: **Álgebra**

Duração: **03 aulas de 50 minutos**

Objetos de conhecimento: **Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.**

Habilidade do Currículo: **Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.**

METODOLOGIA

1ª Etapa

Solicite que os estudantes se organizem em grupos. Estabeleça que padrão será adotado (altura, idade, peso, etc.). Explore a necessidade de estabelecer padrões.

2ª Etapa

Entregue a uns grupos palavras, a outros símbolos e aos demais desenhos, confeccionados em papel ofício ou cartolina. Peça para que cada grupo organize o lhes fora entregue, de maneira que possa explicar sua organização. Explore as formas de organização apresentadas (ordem alfabética, cor, forma, etc.).

3ª Etapa

Separe os grupos anteriores em grupos de dois estudantes e peça para que resolvam a atividade proposta.

ATIVIDADE

1º) Pedro coleciona carros e resolveu organizá-los da seguinte maneira:



Ilustração própria

Descreva oralmente ou por escrito, qual foi a forma utilizada por Pedro.

2º) Pedro quer organizar seus carrinhos de modo que o primeiro seja vermelho e que o azul fique sempre entre o amarelo e o verde. Marque a alternativa que representa a maneira de organização descrita por Pedro.

()



()



()



()



3º) José organizou os carros de Pedro de uma maneira que o vermelho e o amarelo ficaram separados. Marque a alternativa que represente a maneira que José organizou os carros de Pedro e descreva qual foi essa maneira.

()



()



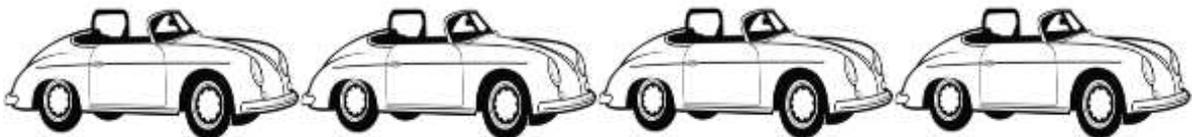
()



()



4º) Pinte os carrinhos abaixo, usando duas cores, sendo que cada carrinho só pode ser pintado de uma cor e descreva, oralmente ou por escrito, a maneira utilizada por você para organizá-los.



5º) Pedrinho ao fazer uma pesquisa sobre animais destacou os seguintes nomes:

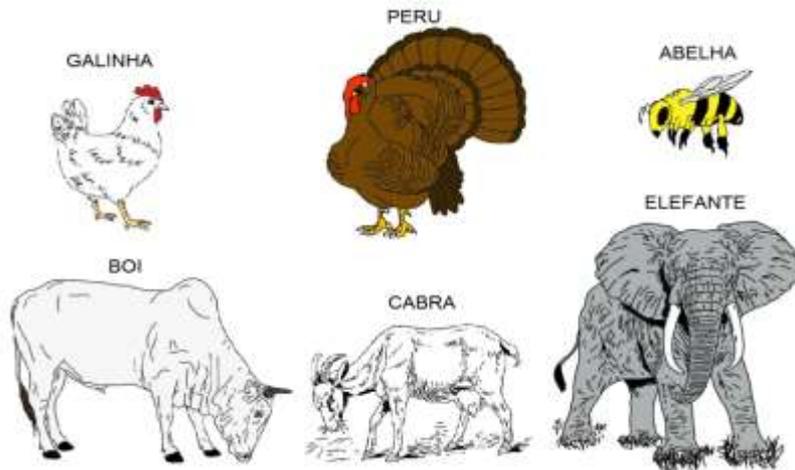


Ilustração Própria

a) Reescreva os nomes destacados por Pedrinho, em ordem alfabética. (observe a primeira letra de cada palavra).

b) Reescreva os nomes destacados por Pedrinho, pela ordem da quantidade de letras existentes nas palavras.

c) Reescreva os nomes destacados por Pedrinho, pela ordem do tamanho real de cada um dos animais. Comece com o menor deles.

5ª Etapa

Debata com os estudantes as respostas apresentadas na resolução da atividade. Explore a forma de organização das sequências recursivas (ordem alfabética, símbolos ou desenhos).

RECURSOS DIDÁTICOS

- Palavras, símbolos e desenhos confeccionados em papel ofício ou cartolina.
- Lápis para quadro ou giz.
- Quadro Branco ou negro.

Sequência Didática – 3º ano

Tema: **Álgebra**

Duração: **03 aulas de 50 minutos**

Objetos de conhecimento: **Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.**

Habilidade do Currículo: **Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes (por exemplo, 3, 13, 23, 33... – adição sucessiva de 10; ou 91, 85, 79, 73... – subtração sucessiva de 6).**

METODOLOGIA

1ª etapa

Divida a turma em grupos e entregue a cada grupo, uma folha com 93 objetos ou figuras e peça para que eles formem conjuntos com esses objetos ou figuras, seguindo a orientação: 1º conjunto deve possuir três elementos, o 2º deve possuir cinco elementos a mais que o 1º e os demais, devem possuir sempre, cinco elementos a mais que o anterior. Peça para que anotem, de maneira sequencial, a quantidade de elementos de cada conjunto. Debata com os estudantes a sequência formada.

2ª etapa

Ainda com os grupos formados, peça para que os estudantes escrevam, ao contrário (de trás para frente), a sequência formada na 1ª etapa. Peça para que eles observem se os números, a partir do segundo, são formados por adição ou por subtração em relação ao primeiro. Questione os estudantes sobre qual é o número que foi adicionado ou subtraído ao termo 1º termo para encontrar o 2º e ao 2º para encontrar o 3º. Repita o procedimento com todos os números da sequência. Debata com os estudantes o resultado.

3ª etapa

Separe os grupos anteriores em grupos de dois estudantes e peça para que resolvam a atividade proposta.

ATIVIDADE

1º) O conjunto dos números naturais foi representado abaixo utilizando três cores. Veja como ele foi representado e responda ao que se pede.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, ...

a) Escreva a sequência dos números na cor verde.

b) Escreva a sequência dos números na cor azul.

c) Escreva a sequência dos números na cor preta.

2º) Observando as sequências escritas nas respostas da questão anterior, qual é a diferença entre dois números primeiros números?

3º) Na sequência escrita na letra “b” da 1ª questão, quais são os próximos cinco números?

4º) Complete as sequências com os termos que estão faltando.

- a) 3, 5, 7, _____, _____, 13, _____, _____, _____, 21, ...
- b) 4, 8, 12, _____, 20, _____, _____, 32, _____, _____, ...
- c) 62, 59, 56, _____, _____, 47, _____, _____, _____, 35, ...
- d) 78, 73, 68, _____, _____, 53, _____, _____, 38, _____, ...

4ª Etapa

Debata com os estudantes as respostas apresentadas na resolução da atividade.

RECURSOS DIDÁTICOS

- Papel ofício com figuras ou objetos.
- Lápis para quadro ou giz.
- Quadro Branco ou negro.

Sequência Didática – 4º ano

Tema: **Álgebra**

Duração: **03 aulas de 50 minutos**

Objetos de conhecimento: **Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.**

Habilidade do Currículo: **Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.**

METODOLOGIA

1ª Etapa

Divida a sala em grupos e entregue aos estudantes uma quantidade de palitos de picolé que seja múltiplo de 2, 3 e 4, ou seja, uma quantidade que seja múltiplo de 12. Peça para que eles formem com os palitos, inicialmente, grupos com dois elementos em cada e anotem a quantidade de grupos que pode ser formado com 2, 4, 6, 8, ..., palitos. Debata com os estudantes a formação da sequência dos números pares, observando que eles terminam sempre em 0, 2, 4, 6 ou 8. Debata também a formação da sequência dos múltiplos de 2.

2ª Etapa

Ainda com os grupos formados, peça para que formem com os palitos, grupos de 3 e anotem a sequência formada com 3, 6, 9, 12, ..., palitos. Logo após, peça para que formem grupos de 4 palitos e anotem a sequência formada com 4, 8, 12, 16, ..., palitos. Debata com os estudantes as sequências formadas pelos múltiplos de 3 e de 4.

3ª Etapa

Separe os grupos anteriores em grupos de dois estudantes e peça para que resolvam a atividade proposta.

ATIVIDADE

1º) Ligue a sequência dada com sua regularidade.

(3, 6, 9, 12, 15, ...)	■	■	Multiplica os números naturais maiores que zero por 4.
(2, 4, 6, 8, 10, 12, ...)	■	■	Adiciona 5 ao termo anterior.
(4, 8, 12, 16, 20, 24, ...)	■	■	Multiplica os números naturais maiores que zero por 3.
(5, 10, 15, 20, 25, 30, ...)	■	■	Adiciona 2 ao termo anterior.

2º) Identifique pelo menos uma das regularidades que existem em cada uma das sequências apresentadas abaixo :

a) (7,14,21,28,35, ...)

b) (10,20,30,40,50, ...)

c) (8,16,24,32,40, ...)

d) (12,24,36,48,60, ...)

3º) O professor de José ao explicar sobre múltiplos de um número natural, apresentou a sequência dos múltiplos de cinco (5, 10, 15, 20, 25, 30, ...), e em seguida, pediu para que todos os estudantes da sala escrevessem uma regra que representasse a regularidade da sequência .

Pedro escreveu a seguinte regra

$$5 \times 1 = 5$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$5 \times 4 = 20$$

.....

$$5 \times n = 5n$$

E

José escreveu essa outra

$$1^\circ \text{ número} = 5$$

$$2^\circ \text{ número} = 10$$

$$3^\circ \text{ número} = 15$$

$$4^\circ \text{ número} = 20$$

.....

$$\text{Enésimo número} = 5n$$

Analise as respostas de Pedro e de José e escreva sua opinião justificando essas respostas.

4º) Escreva a sequência formada pelos números menores que 100, que são:

- a) Múltiplos de 6.
- b) Múltiplos de 9.
- c) Múltiplos de 11.

4ª Etapa

Debata com os estudantes as respostas apresentadas na resolução da atividade. Explore que a quantidade de número formados, pode ser representado um número natural e que podemos representá-los por uma letra qualquer do nosso alfabeto, como por exemplo a letra “n” e assim escrever a regularidade da sequência.

RECURSOS DIDÁTICOS

- Palitos de picolé.
- Lápis para quadro ou giz.
- Quadro Branco ou negro.

Sequência Didática – 4º ano

Tema: **Álgebra**

Duração: **03 aulas de 50 minutos**

Objetos de conhecimento: **Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao serem divididos por um mesmo número natural diferente de zero**

Habilidade do Currículo: **Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.**

METODOLOGIA

1ª etapa

Divida a turma em quatro grupos e distribua para cada grupo 50 palitos de picolé e uma folha de papel ofício. Peça para que o primeiro e o segundo grupo separem seus palitos de acordo com os números das sequências (4, 7, 10, 13, 16) e (6, 10, 14, 18) e depois separem a quantidade que representa cada um dos números em blocos de três palitos e registrem na folha de papel ofício, quantos blocos de três palitos foram formados e quantos palitos sobraram. Peça para que os outros dois grupos separem seus palitos de acordo com as sequências (5, 9, 13, 17) e (6, 10, 14, 18) e depois separem a quantidade que representa cada um dos números em blocos de quatro palitos e registrem na folha de papel ofício, quantos blocos de quatro palitos foram formados e quantos palitos sobraram. Debata com os estudantes os resultados encontrados. Explore que a quantidade de blocos formados por cada número, representa um número natural e que esse número natural representa a ordem (crescente ou decrescente) em

que os números da sequência foram organizados e assim podemos escrever a regularidade da sequência.

2ª etapa

Separe os grupos anteriores em grupos de dois estudantes e peça para que resolvam a atividade proposta.

ATIVIDADE

Joaquim escreveu a sequência (5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, ...) e observou que quando ele dividia os números dessa sequência pelo número 3 ele sempre encontrava o resto 2 e aí ele concluiu que essa sequência poderia ser representada por 3 vezes o número de ordem da sequência mais 2, sendo o número de ordem da sequência um número natural, conforme mostrado abaixo:

$$1^\circ \text{ número, } \longrightarrow 3 \times 1 + 2 = 5.$$

$$2^\circ \text{ número, } \longrightarrow 3 \times 2 + 2 = 8.$$

$$3^\circ \text{ número, } \longrightarrow 3 \times 3 + 2 = 11.$$

$$4^\circ \text{ número, } \longrightarrow 3 \times 4 + 2 = 14.$$

$$5^\circ \text{ número, } \longrightarrow 3 \times 5 + 2 = 17.$$

$$6^\circ \text{ número, } \longrightarrow 3 \times 6 + 2 = 20.$$

1º) Faça como Joaquim e encontre a regularidade que representa cada uma das sequências abaixo.

- a) 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31,
- b) 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38,
- c) 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19,
- d) 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, ...
- e) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...

2º) Escreva a sequência de acordo com a regularidade estabelecida para cada item.

- a) 2 vezes o números de ordem da sequência menos 1, utilize os números de ordem (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)
- b) 3 vezes o números de ordem da sequência menos 2, utilize os números de ordem (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)
- c) 4 vezes o números de ordem da sequência mais 1, utilize os números de ordem (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)
- d) 5 vezes o números de ordem da sequência menos 1, utilize os números de ordem (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)
- e) 3 vezes o números de ordem da sequência mais 3, utilize os números de ordem (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

3ª Etapa

Debata com os estudantes as respostas apresentadas na resolução da atividade.

RECURSOS DIDÁTICOS

- 200 palitos de picolé.
- Folhas de papel ofício.
- Lápis para quadro ou giz.
- Quadro Branco ou negro.

4.2 Sequências didáticas para o ensino das sequências recursivas no ensino fundamental anos finais

Sequência Didática – 7º ano

Tema: **Álgebra**

Duração: **06 aulas de 50 minutos**

Objetos de conhecimento: **Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.**

Habilidade do Currículo: **Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.**

METODOLOGIA

1ª etapa

Divida a turma em quatro grupos e distribua para cada grupo 50 palitos de picolé e uma folha de papel ofício. Peça para que o primeiro e o segundo grupo separem seus palitos de acordo com os números das sequências (4, 7, 10, 13, 16) e (6, 10, 14, 18) e depois separem a quantidade que representa cada um dos números em blocos de três palitos e registrem na folha de papel ofício, quantos blocos de três palitos foram formados e quantos palitos sobraram. Peça para que os outros dois grupos separem seus palitos de acordo com as sequências (5, 9, 13, 17) e (6, 10, 14, 18) e depois separem a quantidade que representa cada um dos números em blocos de quatro palitos e registrem na folha de papel ofício, quantos blocos de quatro palitos foram formados e quantos palitos sobraram. Debata com os estudantes os resultados encontrados. Explore que a quantidade de blocos formados por cada número, representa um número natural e que podemos representá-los por uma letra qualquer do nosso alfabeto, como por exemplo a letra “n” e assim escrever a regularidade da sequência.

2ª Etapa

Divida a turma em grupos de dois estudantes e peça para que resolvam a atividade proposta.

ATIVIDADE 1

Joaquim escreveu a sequência (5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, ...) e observou que quando ele dividia os números dessa sequência pelo número 3 ele sempre encontrava o resto 2 e aí ele concluiu que essa sequência poderia ser representada por $3 \cdot n + 2$, sendo “n” um número natural, pois:

$$n=1, \longrightarrow 3 \times 1 + 2 = 5.$$

$$n=2, \longrightarrow 3 \times 2 + 2 = 8.$$

$$n=3, \longrightarrow 3 \times 3 + 2 = 11.$$

$$n=4, \longrightarrow 3 \times 4 + 2 = 14.$$

$$n=5, \longrightarrow 3 \times 5 + 2 = 17.$$

$$n=6, \longrightarrow 3 \times 6 + 2 = 20.$$

$$n=7, \longrightarrow 3 \times 7 + 2 = 23.$$

1º) Utilize $n=\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ para representar a posição do número na sequência apresentada e encontre a regularidade ou expressão algébrica que representa cada uma das sequências abaixo.

- a) 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31,
- b) 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38,
- c) 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19,
- d) 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, ...
- e) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...

2º) Escreva a sequência de acordo com a regularidade estabelecida para cada item.

- a) $2.n - 1, n = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$
- b) $3.n - 2, n = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$
- c) $4.n + 1, n = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$
- d) $5.n + 1, n = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$
- e) $2.n + 1, n = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$
- f) $4.n - 1, n = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$

3ª Etapa

Apresente em uma folha de cartolina a sequência dos múltiplos de 3, ou seja, (3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...). Apresente também, as seguintes expressões algébricas: $3.n$ e $3.(n - 1) + 3$. Informe que “n” é um número natural diferente de zero. Divida a turma em grupos e peça para que eles escrevam a sequência formada pela expressão algébrica “ $3.n$ ”, quando “n” for igual a (1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7). Peça para eles façam o mesmo com a sequência $3.(n - 1) + 3$. Discuta os resultados obtidos.

4ª Etapa

Ainda, com o grupo formado, peça para que escrevam as sequências formadas pelas expressões algébricas: $4.n + 3$, $4.(n + 1) - 1$ e $5.n + 2$. Explore os resultados obtidos, para mostrar que pode existir mais de uma expressão algébrica para representar a mesma sequência.

5ª Etapa

Divida a turma em grupos de dois estudantes e peça para que resolvam a atividade proposta.

ATIVIDADE 2

1º) A professora de Paulo explicou em sua turma que se ele tiver a expressão:

$$\underbrace{5+5+5+5+5+5+5+5+5+5}_{10 \text{ vezes}},$$

então ela é igual a 10×5 e se ele tiver a expressão:

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{8 \text{ vezes}},$$

então ela é igual a 3^8 . E logo após pediu a turma para resolver a atividade abaixo.

$$a) \underbrace{3+3+3+3+3+\dots+3+3}_{n \text{ vezes}} =$$

$$b) \underbrace{2+2+2+2+2+\dots+2+2}_{n \text{ vezes}} =$$

$$c) \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 \times 2 \times 2}_{n \text{ vezes}} =$$

$$d) \underbrace{5+5+5+5+5+\dots+5}_{n \text{ vezes}} =$$

$$e) \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3}_{n \text{ vezes}} =$$

2º) calcular os valores das expressões algébricas abaixo:

a) $4n$, quando $n=6$.

b) 2^n , quando $n=5$.

c) $3n + 2$, quando $n=4$.

d) $3^n + 1$, quando $n=2$.

e) $6n - 2$, quando $n=6$.

f) $5n - 2$, quando $n=5$.

3º) Expressões algébricas equivalentes, são expressões que possuem o mesmo valor numérico, quando utilizamos para ambas um determinado conjunto universo, sendo assim, verifique se as expressões algébricas apresentadas abaixo são ou não equivalentes.

a) $2^{n+3} = 8x2^n$, com $n=(0,1,2,3,4,5,6,\dots, n)$

b) $(3x2^n)+(5x2^n) = 8x2^n$, com $n=(0,1,2,3,4,5,6,\dots, n)$

c) $(3x2^n)x(5x2^n) = 15x2^n$, com $n=(0,1,2,3,4,5,6,\dots, n)$

d) $(2x3^n)x(3x2^n) = 6^{n+1}$, com $n=(0,1,2,3,4,5,6,\dots, n)$

e) $(2x2^n)x(3x2^n) = 6^{n+1}$, com $n=(0,1,2,3,4,5,6,\dots, n)$

4ª Etapa

Debata com os estudantes as respostas apresentadas na resolução da atividade. Explore os resultados obtidos, para mostrar que pode existir mais de uma expressão algébrica para representar a mesma sequência.

RECURSOS DIDÁTICOS

- Cartolina.
- Palito de picolé.
- Folhas de papel ofício.
- Lápis para quadro ou giz.
- Quadro Branco ou negro.

Sequência Didática – 8º ano

Tema: **Álgebra**

Duração: **04 aulas de 50 minutos**

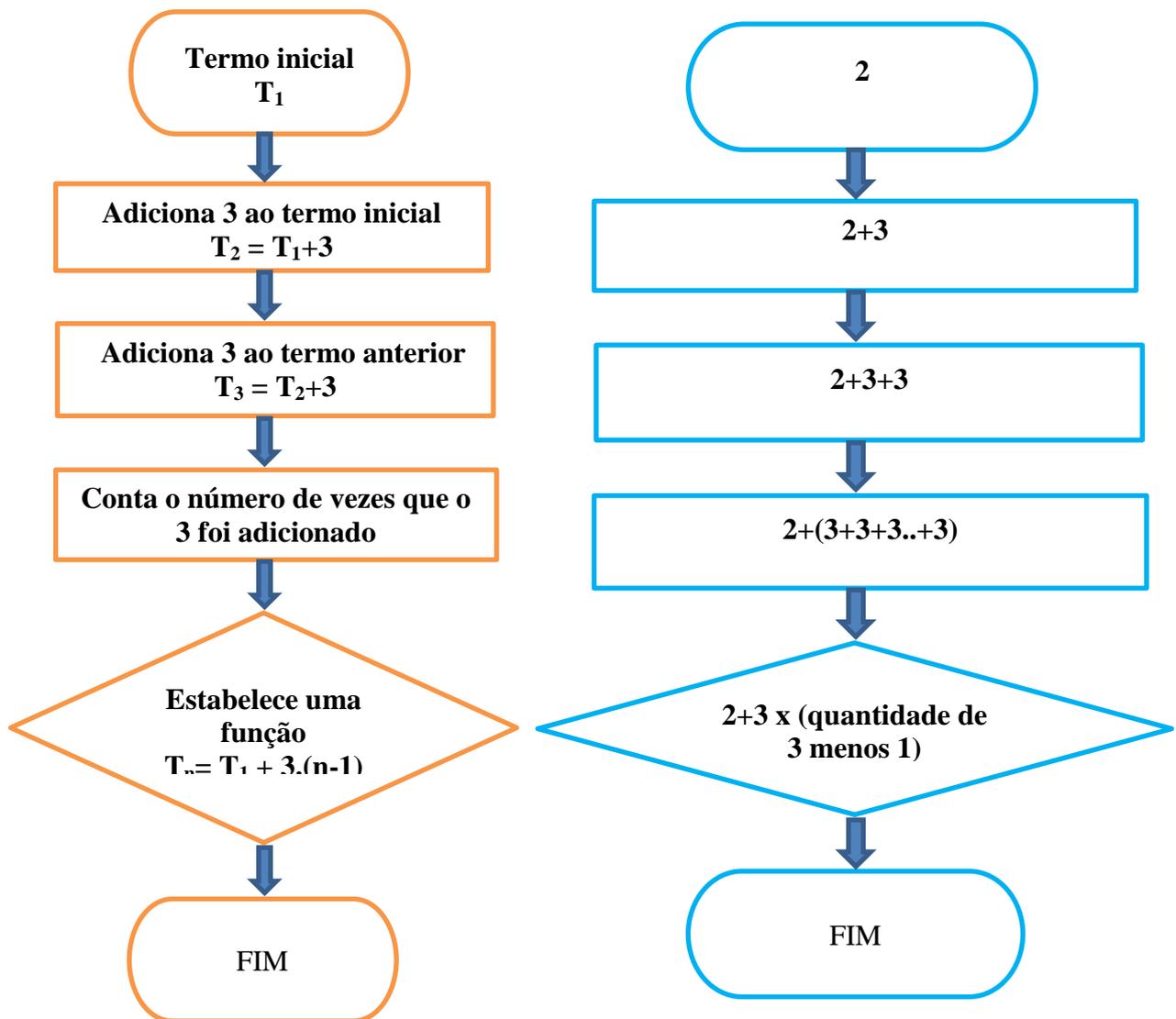
Objetos de conhecimento: **Sequências recursivas e não recursivas.**

Habilidade do Currículo: **Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.**

METODOLOGIA

1ª Etapa

Em uma cartolina confeccione os seguintes fluxogramas:



2ª Etapa

Divida os estudantes em grupos e apresente os fluxogramas confeccionados na 1ª etapa. Peça para que cada um dos grupos confeccione um fluxograma, seguindo o modelo apresentado. Estabeleça a operação (adição, subtração, multiplicação ou divisão), que deve ser usada pelo

grupo na confecção do fluxograma. Discuta com os estudantes os organogramas confeccionados.

3ª Etapa

Separe os grupos anteriores em grupos de dois estudantes e peça para que resolvam a atividade proposta.

ATIVIDADE 1

1º) A professora de Joaozinho pediu para que ele encontrasse o trigésimo número par e uma expressão algébrica que possibilitasse encontrar qualquer número par desejado, assim Joaozinho o fez. Veja a estratégia usada por Joaozinho.

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16,

$$1^\circ \text{ termo} = 2$$

$$2^\circ \text{ termo} = 4 = 1^\circ \text{ termo} + 1 \times 2$$

$$3^\circ \text{ termo} = 6 = 1^\circ \text{ termo} + 2 \times 2$$

$$4^\circ \text{ termo} = 8 = 1^\circ \text{ termo} + 3 \times 2$$

$$5^\circ \text{ termo} = 10 = 1^\circ \text{ termo} + 4 \times 2$$

Observando que o próximo número da sequência é encontrado multiplicando o número do termo menos um por dois e somando com o primeiro termo, temos:

$$29^\circ \text{ termo} = 1^\circ \text{ termo} + 28 \times 2$$

$$30^\circ \text{ termo} = 1^\circ \text{ termo} + 29 \times 2$$

Assim,

$$30^\circ \text{ termo} = 1^\circ \text{ termo} + 29 \times 2$$

$$30^\circ \text{ termo} = 2 + 29 \times 2$$

$$30^\circ \text{ termo} = 2 + 58$$

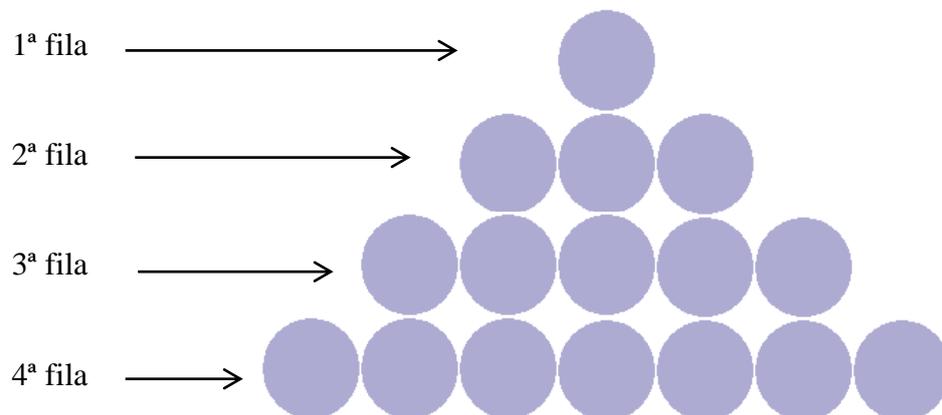
$$30^\circ \text{ termo} = 60$$

Portanto, o trigésimo número par é 60 e se chamarmos de “n” o número do termo, sendo $n = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, n\}$, então a expressão algébrica que permite calcular qualquer termo dessa sequência é $2 + (n - 1) \cdot 2$, ou seja, $2 \cdot n$.

Observando a estratégia utilizada por Joaozinho, encontre:

- O múltiplo de 3 que ocupa a posição 10.
- O múltiplo de 5 que ocupa a posição 11.
- O múltiplo de 7 que ocupa a posição 12.
- Uma expressão algébrica que represente os múltiplos de 3.
- Uma expressão algébrica que represente o múltiplo de 5.
- Uma expressão algébrica que represente o múltiplo de 7.

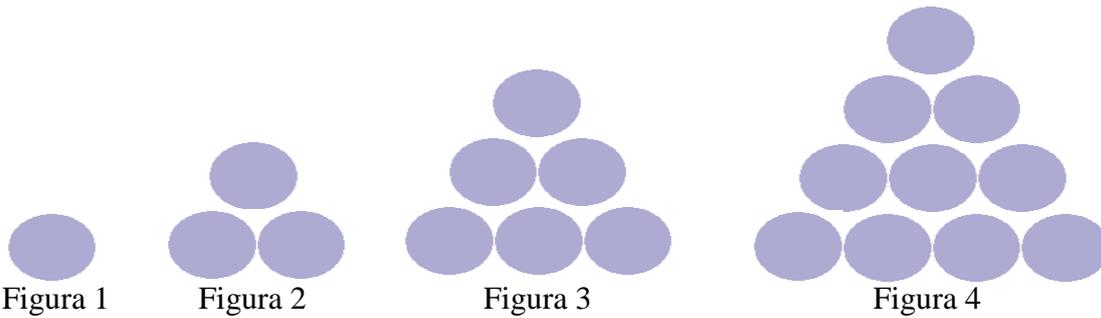
2º) Pedrinho possui 225 bolinhas de gude e quer organizá-las em filas, como mostra a figura abaixo:



Sabendo que utilizou todas as bolinhas de gude, chame dois ou três colegas e juntos procurem descobrir:

- O número de bolinhas de gude na 9ª fila feita por Pedrinho.
- Uma expressão algébrica que nos possibilite encontrar o número de bolinhas de gude existente na “n-ésima” fila formada por Pedrinho.
- O número da fila que possui exatamente 15 bolinhas de gude.
- O número da fila que possui exatamente 39 bolinhas de gude.

3º) Joaozinho organizou suas bolinhas de gude, conforme as figuras abaixo:



Observando a maneira que Joaozinho organizou suas bolinhas de gude responda.

- Qual o número de bolinhas de gude que Joaozinho colocou na 5ª figura?
- Qual o número de bolinhas de gude que Joaozinho colocou na 7ª figura?
- Qual a figura que possui exatamente 45 bolinhas de gude.
- Escreva uma expressão algébrica que nos possibilite encontrar o número de bolinhas de gude existente na “n-ésima” fila formada por Joaozinho.

4º) Construa um algoritmo ou uma expressão algébrica que permita indicar os números seguintes das sequências apresentadas abaixo:

- (5, 7, 9, 11, 13, 15, ...)
- (3, -1, -3, -5, -7, -9, ...)
- (5, 10, 20, 40, 80, 160, ...)
- (5, 11, 23, 47, 95, 191, ...)

4ª Etapa

Discuta os resultados encontrados na 3ª Etapa. Explore as sequências recursivas de primeira ordem. Após discussão, peça para que os estudantes resolvam a atividade seguinte.

ATIVIDADE 2

1º) Leia o texto e responda aos questionamentos.

A árvore genealógica do zangão (adaptado de https://youtu.be/KL_n7DexFIQ)

Nas colmeias o zangão (abelha macho) tem uma história interessante, pois ele é o chamado “filho sem pai”. Por nascer de um ovo não fecundado, ele possui apenas o DNA da mãe

(abelha rainha). Na colmeia, cada abelha tem sua função bem definida já ao nascer, em especial, falaremos dos zangões.

Os zangões têm como única função a cópula com a rainha para que ela possa reproduzir, mas mesmo após a cópula alguns ovos não são fecundados e é justamente desses ovos que vão nascer os novos zangões.

O nosso questionamento é o seguinte, se um zangão só tem mãe, mas, sua mãe tem pai e mãe. Quantos avós possui um zangão, quantos bisavós, trisavós e tataravós? Observação: (Construa a árvore genealógica do zangão.)

2º) observe a sequências e escreva os 4 termos seguintes.

- a) 3, 7, 10, 17, 27, ____, ____, ____, ____
- b) 1, 6, 7, 13, 20, ____, ____, ____, ____
- c) 3, 4, 7, 11, 18, ____, ____, ____, ____
- d) 5, 6, 11, 17, 28, ____, ____, ____, ____

3º) Construa um algoritmo ou uma expressão algébrica que permita indicar os números seguintes das sequências apresentadas abaixo:

- a) (5, 6, 11, 17, 28, 45, ...)
- b) (1, 6, 7, 13, 20, 33, 53, ...)
- c) (2, 4, 6, 10, 16, 26, 42, ...)
- d) (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...)

5ª Etapa

Debata com os estudantes as respostas apresentadas na resolução da atividade. Explore as sequências recursivas de segunda ordem.

RECURSOS DIDÁTICOS

- Cartolina.
- Lápis para quadro ou giz.
- Quadro Branco ou negro.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho buscou-se uma maneira de desenvolver o ensino das sequências recursivas, no ensino fundamental do 1º ao 8º ano, com exceção do 5º e 6º ano, utilizando atividades elaboradas, após a observação dos objetivos e das habilidades propostas no currículo de Pernambuco para o ensino fundamental. Vale ressaltar que essas atividades, devem ser desenvolvidas de forma coletiva ou grupal e o papel do professor será: mediar o conteúdo promovendo discussões e/ou instigando os estudantes a buscarem uma maneira de solucionar problemas, em especial os que envolvem as sequências recursivas.

O ensino das sequências recursivas não se encerra apenas com a aplicação das atividades que proponho, cabe aos professores a elaboração de novas atividades relacionadas ao cotidiano do estudante, possibilitando que ele desenvolva o domínio das competências matemáticas propostas no currículo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

____ GOVERNO DE PERNAMBUCO – Secretaria Estadual de Educação, **Curriculo de Pernambuco para o Ensino Fundamental**. Disponível em <<http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/17691/CURRICULO%20DE%20PERNAMBUCO%20-%20ENSINO%20FUNDAMENTAL.pdf>> acessado em 01 de fevereiro de 2019

____ GOVERNO DE PERNAMBUCO – Secretaria Estadual de Educação, Instrução Normativa de Avaliação N° 04/2014 de 17/12/2014. Disponível em <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/750/INST_NORM_N04_2014_Avaliacao.doc> acessado em 01 de fevereiro de 2019

BRANDÃO, Leônidas de Oliveira; **Introdução à recorrência**; disponível em: https://www.ime.usp.br/~leo/mac2166/2017-1/introducao_recurividade.html; acessado em 11 de julho de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf>.

HUNTER, David J. **Fundamentos da matemática discreta** / David J. Hunter; tradução Paula Porto Martins; revisão técnica Jairo da Silva Bochi. - Rio de Janeiro: LTC, 2011.

IEZZI, G. et. al. Matemática: **Ciência e Aplicação**. São Paulo. Editora Saraiva, 2010.

MENNA, B. M. **Tendências atuais sobre o ensino de funções no Ensino Médio, PPG Ensino de Matemática**, Porto Alegre, UFRGS, 2008. Disponível em: . Acesso em: 20 dez. 2012.

MORGADO, Augusto César, Paulo Cezar Pinto; **Coleção PROFMAT: Matemática Discreta**; Rio de Janeiro; SBM; 2013.

PITOMBEIRA, João Bosco. **Um problema de Fibonacci**, RPM 17, pág. 4.

VEIGA, Ilma Passos da. **Projeto político-pedagógico da escola: uma construção coletiva**.
In: VEIGA, Ilma Passos da (org.). Projeto político-pedagógico da escola: uma construção possível. Campinas: Papirus, 1998. p.11-35.