

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

CAMPUS DO SERTÃO

BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

ERICSON SIMIÃO ALVES

**ESTUDO DA FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL EM PILARES DE CONCRETO
ARMADO UTILIZANDO O MÉTODO ITERATIVO PARA O CÁLCULO DA
ARMADURA LONGITUDINAL**

DELMIRO GOUVEIA – AL

2019

ERICSON SIMIÃO ALVES

**ESTUDO DA FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL EM PILARES DE CONCRETO
ARMADO UTILIZANDO O MÉTODO ITERATIVO PARA O CÁLCULO DA
ARMADURA LONGITUDINAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas – UFAL, Campus do Sertão, como requisito Parcial a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador (a): Prof. MSc. Alverlando Silva Ricardo

DELMIRO GOUVEIA

2019

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca do Campus Sertão
Sede Delmiro Gouveia

Bibliotecária responsável: Renata Oliveira de Souza CRB-4/2209

A474e Alves, Ericson Simião

Estudo da flexo-compressão normal em pilares de concreto armado utilizando o método interativo para o cálculo da armadura longitudinal / Ericson Simião Alves. – 2019.

72 f. : il.

Orientação: Prof. Me. Alverlando Silva Ricardo.
Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas.
Curso de Engenharia Civil. Delmiro Gouveia, 2019.

1. Dimensionamento. 2. Concreto armado. 3. Flexo-compressor normal. 4. Método interativo. I. Ricardo, Alverlando Silva. II. Universidade Federal de Alagoas. III. Título.

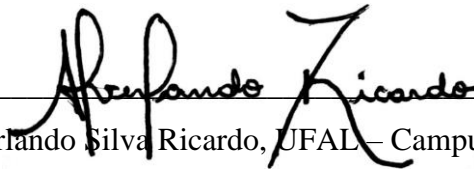
CDU: 624.012.45

Folha de Aprovação

ERICSON SIMIÃO ALVES

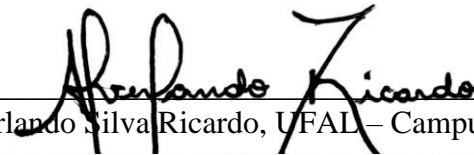
ESTUDO DA FLEXPRESSÃO NORMAL EM PILARES DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO O MÉTODO ITERATIVO PARA O CÁLCULO DA ARMADURA LONGITUDINAL

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao
corpo docente do Curso de Engenharia Civil da
Universidade Federal de Alagoas – Campus do
Sertão e aprovado em 19 de dezembro de 2019.



Prof. MSc. Alverlando Silva Ricardo, UFAL – Campus do Sertão (Orientador)


Banca Examinadora:



Prof. MSc. Alverlando Silva Ricardo, UFAL – Campus do Sertão (Orientador)



Prof. MSc. Vinicius Costa Correia, UFAL – Campus do Sertão (Avaliador)



Prof. MSc. Victor Bezerra Falcão, UFAL – Campus do Sertão (Avaliador)

Dedico este trabalho a meus pais Ângela e Eanes, meu irmão Oscar, meus familiares e amigos que me deram apoio e me acompanharam na jornada da minha formação acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por me dar a vida e a oportunidade de realizar os meus sonhos.

Agradeço a minha família, meus pais Ângela e Eanes, meu irmão Oscar, por todo o carinho, apoio e amor que dão a todo momento.

Agradeço ao meu orientador Alverlando Ricardo Silva e a todos os professores da UFAL, Campus Sertão, que de alguma forma contribuíram para a minha formação como pessoa e como profissional.

Agradeço a todos os amigos que fiz durante o período de graduação, em especial à Ana Luiza, Eleilton Jr, Juliano Barbosa, Laís Lima, Leandro Marinho, Rafael Alves e Rafael Santana, por toda ajuda e companheirismo nesses 5 anos.

Agradeço a meus amigos de longa data, Felipe Silva, Guilherme Aquino, Júlio José, Thiago Silva e Walber Santana, pelo apoio e amizade ao longo da minha vida.

Agradeço também à Universidade Federal de Alagoas (UFAL), por fornecer toda a estrutura física e intelectual que contribuiu para minha formação.

“Se vi mais longe foi por estar de pé
sobre ombros de gigantes.”
(Isaac Newton)

RESUMO

ALVES, E. S. **Estudo da flexo-compressão em pilares de concreto armado utilizando o método iterativo para o cálculo da área de aço.** Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, 2019. 71 páginas.

A nível acadêmico, o dimensionamento de pilares é costumeiramente realizado com a utilização de ábacos. Contudo, os ábacos consideram alguns parâmetros numéricos que não se aplicam a concretos de alto desempenho (grupo II). Assim, como alternativa pode-se utilizar o método iterativo. Neste sentido, o presente trabalho realiza um estudo sobre a flexo-compressão normal, em dois pilares retangulares de concreto armado, com esbeltez inferior a 90, com concretos dos grupos I e II de resistência definidos pela ABNT NBR 6118:2014, utilizando-se do método iterativo para a obtenção da área de aço. Para o primeiro exemplo são comparadas as diferenças na área de aço entre o dimensionamento pelo método iterativo e o dimensionamento pelo método tradicional, para concretos do grupo I, no qual a taxa mecânica é obtida por meio de ábacos. Avalia-se ainda a relação entre a resistência do concreto e a quantidade de aço necessária para suportar os esforços solicitantes. No segundo exemplo é feita uma comparação entre o método aproximado do pilar-padrão com curvatura aproximada e do pilar padrão com rigidez κ aproximada. O dimensionamento pelo método iterativo resultou em armaduras levemente inferiores ao dimensionamento com ábacos e a área de aço foi reduzida significativamente com o aumento da resistência do concreto, onde as maiores reduções foram observadas nas situações com maiores esforços normais solicitantes. E o método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada, no geral, resultou em armaduras menores, com a diferença diminuindo a medida em que se aumentava o esforço normal, chegando a apresentar armaduras maiores que o método do pilar-padrão com curvatura aproximada para valores muito elevados do esforço normal.

Palavras-chave: Método iterativo; Efeitos de segunda ordem; Concreto de Alto Desempenho; Flexo-compressão normal.

ABSTRACT

ALVES, E. S. **Study of uniaxial flexural compression in concrete columns using the iterative method to calculate the steel ratio.** Graduate in Civil Engineering, Universidade Federal de Alagoas, 2019. 71 pages.

At the academic level, the sizing of columns is usually performed using abacus. However, abacus considers some numerical parameters that do not apply to high performance concretes (group II). Alternatively, the iterative method can be used. In this sense, the present work conducts a study on the uniaxial flexural compression, in two rectangular reinforced concrete columns, with slenderness less than 90, with concrete of groups I and II of resistance defined by ABNT NBR 6118: 2014, using of the iterative method to obtain the steel ratio. For the first example the differences in the steel area are compared between the iterative method sizing and the sizing by the traditional method, for group I concrete, in which the mechanical steel ratio is obtained by means of abacuses. The relationship of the concrete resistance and the amount of steel needed to withstand the requests is also evaluated. In the second example a comparison is made between the standard-column method with approximate curvature and the standard-column method with approximate κ stiffness. The iterative method sizing resulted in areas somewhat less than using abacuses and the steel area was significantly reduced with increasing concrete resistance, the greatest reductions were observed in situations with greater axial force. The standard-column method with approximate κ stiffness, in general, resulted in smaller steel consumption, with the difference decreasing as the axial force is increased, presenting a steel consumption larger than the standard-column method with approximate curvature to very high values of axial force.

Keywords: Iterative method; Second order effects; High Performance Concrete; Uniaxial flexural compression.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagramas de tensão-deformação	20
Figura 2 – Diagrama tensão-deformação do concreto	21
Figura 3 – Diagrama tensão-deformação do Aço CA-50	21
Figura 4 – Tensão-deformação em função do f_{ck}	23
Figura 5 – Domínios de estado-limite último de uma seção transversal	25
Figura 6 – Excentricidades iniciais no topo e na base do pilar	33
Figura 7 – Seção transversal de concreto armado	37
Figura 8 – Limites entre os domínios de deformação	39
Figura 9 – Distribuição de deformações no domínio 2	41
Figura 10 – Distribuição de deformações no domínio 3, 4 e 4a	41
Figura 11 – Distribuição de deformações no domínio 5	42
Figura 12 – Tensões de compressão no concreto	43
Figura 13 – Resultante das tensões e esforços solicitantes	44
Figura 14 – Fluxograma dos métodos analisados	48
Figura 15 – Exemplo 1	49
Figura 16 – Variação da área de aço com o aumento da resistência e do N_k	53
Figura 17 – Exemplo 2	54
Figura 18 – Diferença entre método da curvatura e da rigidez κ aproximada	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros do diagrama parábola retângulo em função do f_{ck}	23
Tabela 2 – Parâmetros do diagrama retangular simplificado em função do f_{ck}	24
Tabela 3 – Compatibilização de deformações.....	26
Tabela 4 – Valores do coeficiente adicional γ_n para pilares	36
Tabela 5 – Área de aço obtida variando resistência e o N_k com o uso de ábacos (EXEMPLO 1)	51
Tabela 6 – Área de aço obtida variando resistência e o N_k pelo método iterativo (EXEMPLO 1)	52
Tabela 7 – Aumento percentual da área de aço com o uso de ábacos em relação ao método iterativo	52
Tabela 8 – Área de aço pelo método da curvatura aproximada (EXEMPLO 2)	54
Tabela 9 – Área de aço pelo método da rigidez κ aproximada (EXEMPLO 2)	55

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	-	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAD	-	Concreto de Alto Desempenho
EESC	-	Escola de Engenharia de São Carlos
ELU	-	Estado Limite Último
EPUSP	-	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
IBRACON	-	Instituto Brasileiro de Concreto
LN	-	Linha Neutra
MATLAB	-	MATrix LABoratory
NBR	-	Norma Brasileira
NFL	-	Não Linearidade Física
NLG	-	Não Linearidade Geométrica
USP	-	Universidade de São Paulo

LISTA DE SÍMBOLOS

Gregos

- ∞ - infinito
- ϕ_l - diâmetro das barras de aço da armadura longitudinal
- α_b - parâmetro de instabilidade que leva em consideração os momentos no pilar
- α_c - multiplicador da tensão do concreto no diagrama retangular simplificado
- γ - coeficiente de ponderação de ações no ELU
- γ_n - coeficiente adicional para pilares com menor dimensão inferior a 19 cm
- ε_c - deformação do concreto na borda comprimida
- ε_{c2} - deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
- ε_{cu} - deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
- ε_{si} - deformação da armadura na camada i
- ε_{yd} - deformação específica de escoamento do aço
- ε_u - deformação específica do aço na ruptura
- κ - rigidez
- λ - esbeltez do pilar ou parâmetro redutor da posição da linha neutra
- λ_1 - Índice de esbeltez limite
- μ - momento fletor reduzido
- ν - esforço normal reduzido
- ξ - profundidade da linha neutra relativa à altura da seção transversal
- σ_c - tensão à compressão no concreto
- σ_{sd} - tensão normal solicitante de cálculo
- ω - taxa mecânica de armadura

Romanos

$1/r$	-	curvatura da seção transversal
A_s	-	área total de aço da seção transversal
A_{si}	-	área de aço na camada i
$A_{s,mín}$	-	armadura mínima da seção transversal
$A_{s,máx}$	-	armadura máxima da seção transversal
A_c	-	área da seção transversal do pilar
b	-	largura do pilar, direção perpendicular à aplicação do momento M_d
d	-	diâmetro das barras de aço da armadura longitudinal
d_i	-	distância do centro da camada i a borda comprimida pelo momento fletor
d'	-	distância do centro das camadas 1 e n' até as bordas da seção
e	-	excentricidade na aplicação de N_d
e_1	-	excentricidade de 1ª ordem
$e_{1,mín}$	-	excentricidade de 1ª ordem mínima
E_s	-	módulo de elasticidade longitudinal do aço
f_{cd}	-	resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	-	resistência característica à compressão do concreto
f_{yk}	-	resistência ao escoamento com valor característico do aço
f_{yd}	-	resistência ao escoamento de cálculo do aço
$M_{1d,mín}$	-	momento fletor solicitante de cálculo de 1ª ordem mínimo
M_A	-	maior momento de 1ª ordem no extremo do pilar
M_B	-	menor momento de 1ª ordem no extremo do pilar
M_d	-	momento fletor de cálculo
M_{Rd}	-	momento fletor resistente de cálculo
M_{sd}	-	momento fletor solicitante de cálculo
$M_{sd,tot}$	-	momento fletor solicitante de cálculo total
n	-	número total de barras na seção; expoente da equação 1
n_i	-	número de barras na camada i
n'	-	número total de camadas
N_d	-	esforço normal de cálculo
R_{cc}	-	resultante de compressão do concreto
R_{si}	-	resultante do aço na armadura da camada i
V_d	-	esforço cortante de cálculo
S	-	espaçamento entre camadas
x	-	posição da linha neutra
x_A	-	limite entre os domínios 2 e 3

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA	15
1.2	OBJETIVOS	16
1.2.1	Objetivo Geral	16
1.2.2	Objetivos Específicos	17
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	17
2	REFERENCIAL TEÓRICO	19
2.1	DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO	19
2.1.1	Não linearidades	19
2.1.2	Hipóteses básicas de dimensionamento	20
2.1.3	Diagramas de tensão-deformação do concreto para compressão	22
2.1.4	Diagramas de tensão-deformação do aço	24
2.1.5	Domínios de deformação	24
2.1.6	Esbeltez	26
2.1.7	Efeitos de segunda ordem	29
2.1.8	Dutilidade	32
2.1.9	Excentricidades	32
2.1.10	Armadura longitudinal de pilares	34
2.1.11	Dimensões-Limites	35
2.1.12	Determinação da seção crítica	36
2.2	FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL	37
2.2.1	Seção retangular com armadura distribuída	37
2.2.2	Tensões nas armaduras	39
2.2.3	Resultante de compressão no concreto	42
2.2.4	Equações de equilíbrio	44
2.2.5	Taxa de armadura	46
3	METODOLOGIA	47
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	49
4.1	EXEMPLO DE APLICAÇÃO 1	49
4.2	EXEMPLO DE APLICAÇÃO 2	54
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFERÊNCIAS	58
	ANEXO A – ALGORITMO NO MATLAB	60

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA

A nível acadêmico o dimensionamento de pilares é tradicionalmente realizado com a utilização de ábacos, tais como os ábacos de Venturini *et al.* (1987) para flexo-compressão normal, os ábacos de Pinheiro *et al.* (1994) para flexo-compressão oblíqua e os ábacos de Montoya *et al.* (1987) para ambas. Contudo, os ábacos consideram alguns parâmetros numéricos que não se aplicam a concretos de alto desempenho, sendo utilizados apenas para concretos da classe de resistência do grupo I (C20 a C50).

A antiga ABNT NBR 6118:2007 tratava apenas de estruturas realizadas com concretos do grupo I de resistência, devido à baixa utilização de concretos de alta resistência em obras. No entanto, com os avanços nas áreas que tratam do estudo de materiais e com as novas tendências da arquitetura de produzir estruturas cada vez mais esbeltas, o uso de concretos com alta resistência se tornou cada vez mais comum. Isso exigiu a atualização dos códigos vigentes para abranger concretos do grupo II de resistências (C55 a C90). Assim, em sua nova edição, a ABNT NBR 6118:2014, passou a abranger os concretos do grupo II, denominados por concretos de alto desempenho (CAD).

As principais alterações no que se diz respeito ao dimensionamento de pilares estão relacionadas a alguns parâmetros do comportamento da seção de concreto armado, são eles: as deformações (ε_{c2} e ε_{cu}), tensões no concreto (σ_c), coeficiente de redução da tensão de cálculo (α_c) e coeficiente redutor da posição da linha neutra no diagrama retangular simplificado (λ). Consequentemente, as equações trazidas pela norma atualizada para os concretos do grupo II apresentam algumas diferenças em relação ao grupo I, visto que as leis físicas que regem o comportamento deste material atuam de forma diferente de acordo com a sua resistência. Segundo Mazetto (2017), essas alterações possuem a função de suavizar as curvas de resistência para concretos do grupo II, perdendo as proporcionalidades existentes nos concretos do grupo I. Essas reduções ocorrem por conta da elevada carga que esses elementos são submetidos, além de incertezas no comportamento dos materiais.

Enquanto os concretos do grupo I são amplamente estudados na bibliografia e possuem o comportamento conhecido, os concretos do grupo II não são tão estudados e apresentam comportamento incerto, por isso necessitam de mais estudos que validem os seus dimensionamentos. Algumas pesquisas nessa área podem ser encontradas em Silva *et al.* (2015), que apresentam em seu trabalho a inclusão dos concretos do grupo II, propondo um modelo generalizado para a flexão, preponderante em vigas, e Mazetto (2017) que faz um estudo aplicado a concretos de alto desempenho para flexo-compressão normal, utilizando um programa próprio baseado na verificação do pilar, sendo o método em questão iterativo, no qual se varia a posição da linha neutra, até que os momentos resistentes superem os momentos solicitantes totais.

A utilização do método iterativo é preferível ao uso de ábacos, uma vez que estes possuem arranjos pré-definidos, não possibilitam a sua automatização com programação, não abrangem todas as possibilidades de arranjo das armaduras e nem todas as classes de resistência do concreto, visto que a maioria dos ábacos disponíveis na literatura foram desenvolvidos com alguns parâmetros numéricos que não se aplicam ao grupo II de resistência.

Dessa forma, considerando as lacunas apresentadas, este trabalho se propõe a realizar o dimensionamento à flexo-compressão normal, de pilares retangulares de concreto armado, com esbeltez menor que 90, utilizando-se do método iterativo para a obtenção da área de aço, proposto por Araújo (2010). Porém, aqui serão analisados o dimensionamento de pilares com concretos do grupo I e do grupo II, considerando as alterações da ABNT NBR 6118:2014 para o CAD. Outras exigências normativas também serão tratadas neste trabalho, como o momento mínimo, a inclusão de momentos de segunda ordem e a consideração de imperfeições geométricas. Para que o processo iterativo seja uma tarefa exequível, neste trabalho será utilizado um algoritmo programado no MATLAB.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Analisar o dimensionamento à flexo-compressão normal de pilares de concreto armado para os grupos I e II de resistência segundo a ABNT NBR 6118:2014.

1.2.2 Objetivos Específicos

Comparar as diferenças no dimensionamento realizado pela utilização método iterativo para a obtenção da taxa mecânica de armadura com o método tradicional, no qual a taxa mecânica é obtida por meio de ábacos.

Estudar o dimensionamento de pilares com a aplicação de exemplos práticos de projeto, com o objetivo de avaliar a relação entre a resistência do concreto e a quantidade de aço necessária.

Verificar a diferença na área de aço obtida com a utilização dos métodos aproximados do pilar-padrão com curvatura aproximada e do pilar-padrão com rigidez κ aproximada.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Para fins de organização e entendimento este trabalho foi dividido em partes, cujo conteúdo será apresentado a seguir.

No Capítulo 1 é feita uma apresentação do tema, com os conceitos mais gerais, justificando e mostrando os objetivos propostos pelo trabalho.

No Capítulo 2 são apresentados conceitos, recomendações normativas, hipóteses básicas adotadas no dimensionamento e situações de cálculo consideradas.

No capítulo 3 é apresentada a metodologia utilizada no trabalho.

No Capítulo 4 são apresentados e analisados os resultados do trabalho.

Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões e as sugestões para possíveis trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta revisão são abordados os conceitos básicos sobre o dimensionamento de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal. Em seguida é apresentada uma revisão sobre as principais alterações no que se diz respeito a alguns parâmetros do comportamento da seção de concreto armado para o grupo I e grupo II de resistência, definidos na norma vigente ABNT NBR 6118:2014. Maiores detalhes sobre o assunto podem ser encontrados nas referências aqui citadas.

2.1 DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO

No dimensionamento de pilares de concreto armado, busca-se encontrar a área de aço para uma seção de concreto com um arranjo de armadura inicialmente adotado. O dimensionamento é feito em função dos esforços solicitantes, o esforço normal de compressão (N_d), os momentos fletores em torno dos dois eixos (M_{dx} e M_{dy}) e ainda as forças cortantes (V_{dx} e V_{dy}) no caso de ação horizontal (BASTOS, 2015). É necessário atender os critérios normativos e as hipóteses de cálculo estabelecidas. Esses critérios e hipóteses são abordadas a seguir.

2.1.1 Não linearidades

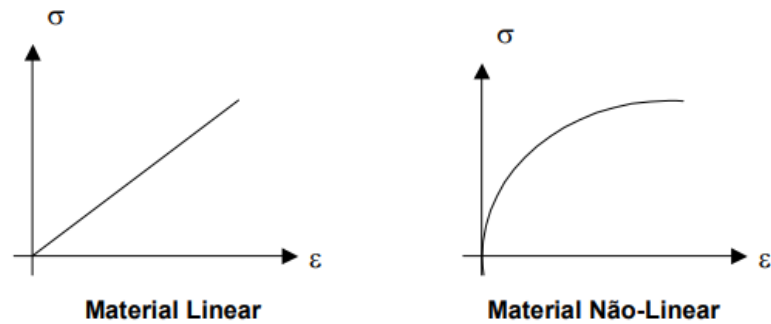
A não linearidade do concreto armado está associada a dois fatores, a não linearidade física (NLF) e a não linearidade geométrica (NLG).

2.1.1.1 Não linearidades físicas

A não linearidade física, ao contrário da não linearidade geométrica, é uma propriedade intrínseca do material e acarreta a não-proporcionalidade entre causa e efeito, mesmo na teoria de 1ª ordem (SCADELAI, 2014).

A não linearidade física decorre do fato do material não apresentar uma relação tensão-deformação linear, ou seja, o material não obedece a Lei de Hooke, conforme a Figura 1.

Figura 1 – Diagramas de tensão-deformação



Fonte: SCADELAI, 2004

2.1.1.2 Não linearidades geométricas

A não linearidade geométrica está associada à geometria da estrutura, ou seja, nas mudanças da geometria dos elementos estruturais a medida em que o carregamento é aplicado (MAZETTO, 2017).

Em relação a não linearidade geométrica, uma estrutura pode apresentar um comportamento não linear, ainda que constituída de um material que obedeça à lei de Hooke. Para valores relativamente grandes de deslocamentos a deflexão lateral de um membro pode induzir o aparecimento de momentos fletores adicionais (denominadas de segunda ordem), em virtude da presença de um esforço normal. A esse tipo de comportamento não linear, dá-se o nome de não linearidade geométrica. Neste caso, os efeitos não lineares estão associados às equações de equilíbrio, as quais consideram a configuração deformada e as relações deformação-deslocamento (PEREIRA, 2002).

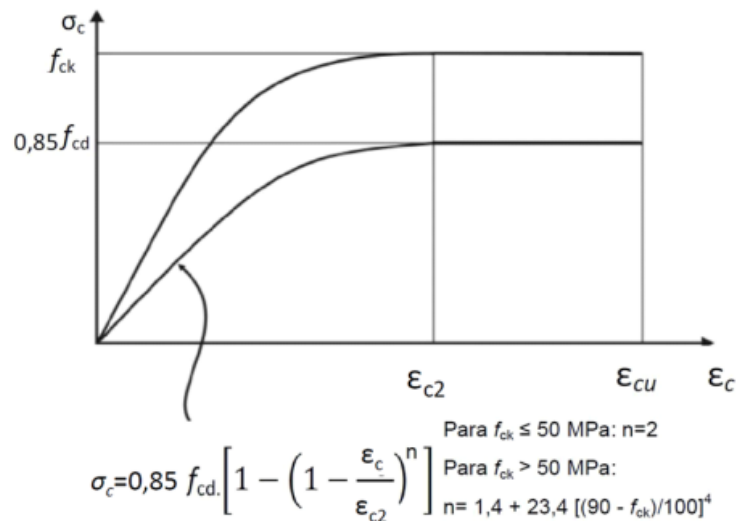
2.1.2 Hipóteses básicas de dimensionamento

São consideradas as hipóteses básicas listadas no item 17.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 para o estado-limite último, para o método estudado e para ambos os grupos de concreto. As hipóteses tornam possível o dimensionamento da seção de concreto armado analisada. São as seguintes:

- a) As seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- b) A deformação das barras passivas aderentes ou o acréscimo de deformação das barras ativas aderentes em tração ou compressão deve ser a mesma do concreto em seu entorno, ou seja, a deformação de uma barra é a mesma que a deformação do concreto adjacente;

- c) As tensões de tração no concreto são desprezadas no ELU;
- d) A distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo (ver item 2.1.3.1.1 e Figura 2 abaixo), podendo ser substituído pelo diagrama retangular simplificado (ver item 2.1.3.1.2), com a tensão de pico definida no item 2.1.3.1.2 deste trabalho.

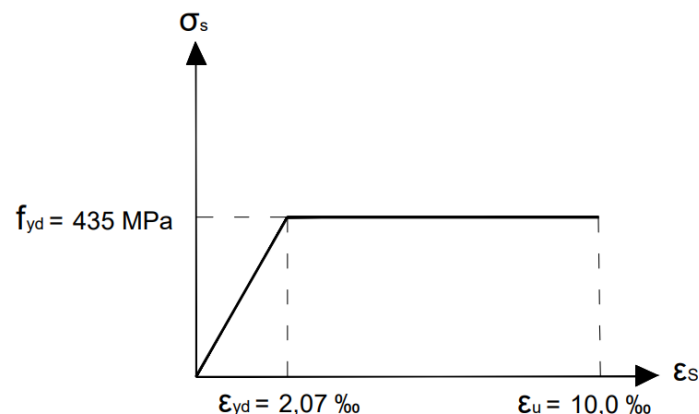
Figura 2 – Diagrama tensão-deformação do concreto



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

- e) A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas de tensão-deformação do item 8.3.6 da ABNT NBR 6118:2014. Neste trabalho o dimensionamento será feito apenas com o Aço CA-50 – por ser o mais utilizado – com resistência característica ao escoamento definido pela Tabela 2 da ABNT NBR 7480:2007. Considerando a deformação última da armadura em 10‰, tem-se o seguinte diagrama de tensão para o aço escolhido na Figura 3.

Figura 3 – Diagrama tensão-deformação do Aço CA-50



Fonte: ABNT NBR 6118:2014 (adaptado apenas para o aço CA-50)

- f) Caracteriza-se o estado-limite último quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos no item 17.2.2 da ABNT NBR 6118:2014, que será abordado no item 2.1.5 deste trabalho.

2.1.3 Diagramas de tensão-deformação do concreto para compressão

No dimensionamento no estado-limite último a ABNT NBR 6118:2014 indica duas formas para analisar o concreto. Pode ser empregado o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo – sendo este um método mais complexo onde existe um trecho parabólico e outro retangular – ou o diagrama retangular simplificado.

2.1.3.1 Diagrama parábola-retângulo

Está disponível no item 8.2.10.1 da ABNT NBR 6118:2014 e ilustrado na Figura 1. Suas formulações variam em função do grupo de resistência do concreto, podendo ser modelado através da equação 1.

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (1)$$

Para o grupo I os parâmetros são dados pelas equações 2, 3 e 4.

$$n = 2 \quad (2)$$

$$\varepsilon_{c2} = 2\text{‰} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \quad (4)$$

Porém, para concretos do grupo II, os parâmetros são dados pelas equações 5, 6 e 7.

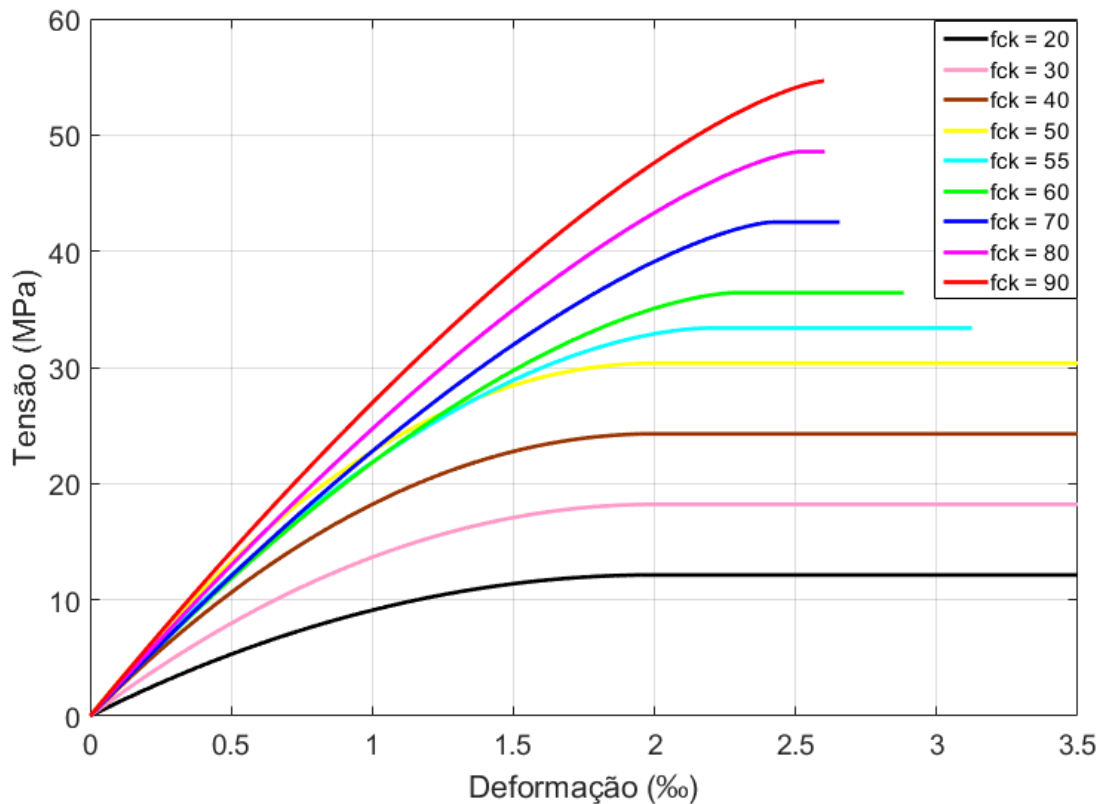
$$n = 1,4 + 23,4 \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (5)$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (7)$$

Um resumo das alterações propostas neste item pode ser visto na Figura 4 e na Tabela 1. Nota-se na Figura 4 que a tensão máxima aumenta à medida que o f_{ck} também aumenta. No entanto a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura diminui com esse aumento.

Figura 4 – Tensão-deformação em função do f_{ck}



Fonte: Autor

Tabela 1 – Parâmetros do diagrama parábola-retângulo em função do f_{ck}

f_{ck} (MPa)	20-50	55	60	70	80	90
n	2	1,75	1,59	1,44	1,40	1,40
ϵ_{c2} (‰)	2	2,20	2,29	2,42	2,52	2,60
ϵ_{cu} (‰)	3,5	3,13	2,88	2,66	2,60	2,60

Fonte: Autor

2.1.3.2 Diagrama retangular simplificado

Em seu item 17.2.2, a ABNT NBR 6118:2014 permite substituir o diagrama parábola-retângulo por um diagrama retangular simplificado de profundidade $y = \lambda x$ com tensão atuante constante e igual a $\alpha_c f_{cd}$ em casos onde a largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para borda comprimida, caso contrário essa tensão será de $0,9\alpha_c f_{cd}$.

Para concretos de classes até C50 (grupo I), o valor dos parâmetros λ e α_c são dados pelas equações 8 e 9.

$$\lambda = 0,8 \quad (8)$$

$$\alpha_c = 0,85 \quad (9)$$

Para as classes até C90 (grupo II), são dados pelas equações 10 e 11.

$$\lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} \quad (10)$$

$$\alpha_c = 0,85 \left[1 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \right] \quad (11)$$

As alterações propostas neste item são resumidas na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros do diagrama retangular simplificado em função do f_{ck}

f_{ck} (MPa)	20-50	55	60	70	80	90
α_c	0,85	0,83	0,81	0,77	0,72	0,68
λ	0,8	0,79	0,78	0,75	0,73	0,70

Fonte: Autor

A ABNT NBR 6118:2014 reitera que “As diferenças de resultados obtidos com esses dois diagramas são pequenas e aceitáveis, sem necessidade de coeficiente de correção adicional”.

2.1.4 Diagramas de tensão-deformação do aço

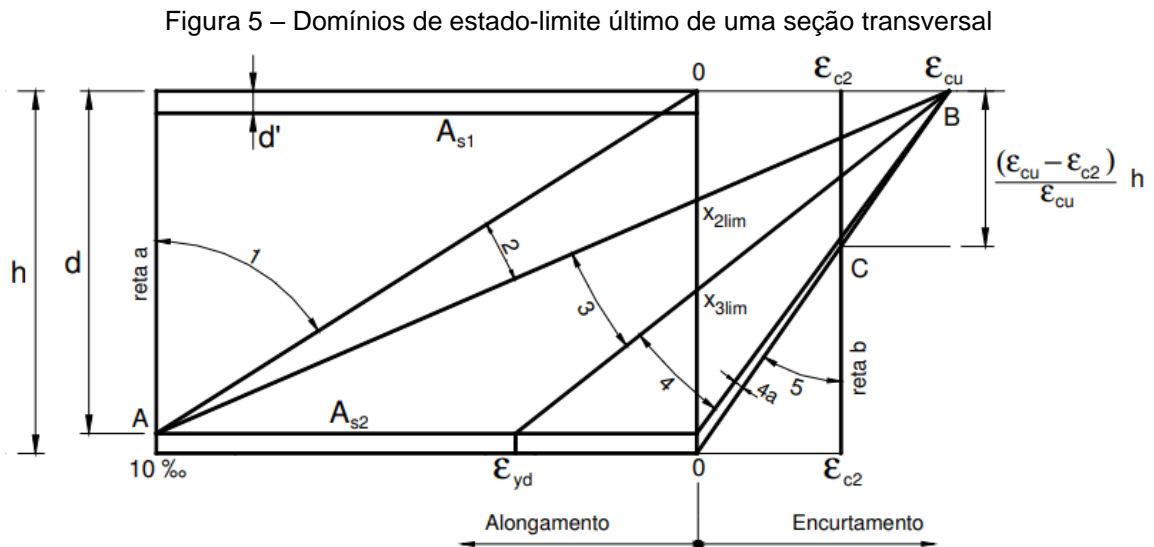
Em seu item 8.3.6, a ABNT NBR 6118:2014 permite utilizar para aços com ou sem patamar de escoamento, considerando o dimensionamento nos estados-limite de serviço e último, o diagrama simplificado da Figura 3 para o Aço CA-50.

O diagrama é válido para o intervalo de temperatura entre -20 °C e 150 °C, podendo ser aplicado para tração e compressão.

2.1.5 Domínios de deformação

As deformações variam conforme o domínio em que peça se encontra. A ABNT NBR 6118:2014 passou a generalizar ε_{c2} e ε_{cu} , antes definidos apenas para concretos

do grupo I. Nos domínios de deformação essa alteração faz com que, genericamente, as deformações não possam exceder a diferença entre ϵ_{cu} e ϵ_{c2} sobre ϵ_{cu} , ilustradas na Figura 5.



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

O item 17.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 define os domínios de deformação. São eles:

- para ruptura convencional por deformação plástica excessiva:

- **Reta a:** tração uniforme em toda a seção;
- **Domínio 1:** tração não uniforme, sem existência de compressão;
- **Domínio 2:** flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c < \epsilon_{cu}$) e com o máximo alongamento permitido no aço (10‰).

- para ruptura convencional por encurtamento-limite do concreto:

- **Domínio 3:** flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com aço acima do patamar de escoamento do aço ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$);
- **Domínio 4:** flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado abaixo do patamar de escoamento ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$);
- **Domínio 4a:** flexão composta com armaduras comprimidas;
- **Domínio 5:** compressão não uniforme, sem tração;
- **Reta b:** compressão uniforme em toda a seção.

A Tabela 3 traz um resumo matemático do equacionamento para os domínios de deformação descritos.

Tabela 3 – Compatibilização de deformações

Domínio	ε_c	ε_s	ε'_s	Linha neutra
2	$10\text{‰} \frac{x}{d-x}$	10‰	$10\text{‰} \frac{x-d'}{d-x}$	$0 < x \leq x_{23}$
3	ε_{cu}	$\varepsilon_{cu} \frac{d-x}{x}$	$\varepsilon_{cu} \frac{x-d'}{x}$	$x_{23} < x \leq x_{lim}$
4	ε_{cu}	$\varepsilon_{cu} \frac{d-x}{x}$	$\varepsilon_{cu} \frac{x-d'}{x}$	$x_{lim} < x \leq d$
4a	ε_{cu}	$\varepsilon_{cu} \frac{x-d}{x}$	$\varepsilon_{cu} \frac{x-d'}{x}$	$d < x \leq h$
5	$\varepsilon_{c2} \frac{x}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right) h}$	$\varepsilon_{c2} \frac{x-d}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right) h}$	$\varepsilon_{c2} \frac{x-d'}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right) h}$	$h < x \leq \infty$

Fonte: MAZETTO, 2017

2.1.6 Esbeltez

O índice de esbeltez é a razão entre o comprimento de flambagem e o raio de giração, deve ser considerado nas duas direções e pode ser calculado pela equação 12 (item 15.8.2, ABNT NBR 6118:2014).

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (12)$$

Com o raio de giração sendo definido pela equação 13.

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (13)$$

Para seção retangular o índice de esbeltez é obtido pela equação 14.

$$\lambda = \sqrt{12} \frac{l_e}{h} \cong 3,46 \frac{l_e}{h} \quad (14)$$

na qual:

l_e – comprimento de flambagem;

i – raio de giração da seção geométrica (seção transversal de concreto);

I – momento de inércia;

A – área da seção;

h – dimensão do pilar na direção considerada.

A ABNT NBR 6118:2014 afirma que para pilares engastados na base e livre no topo o valor de l_e é igual a $2l$, para os demais casos o item 15.6 da norma define o comprimento de flambagem através da equação 15:

$$l_e \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases} \quad (15)$$

na qual:

l_0 – distância entre as faces internas dos elementos estruturais;

h – altura da seção transversal do pilar;

l – distância entre eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

Segundo Pinheiro (2005), os pilares podem ser classificados em relação ao seu índice de esbeltez como:

- a) Curto: $\lambda \leq 35$;
- b) Médio: $35 < \lambda \leq 90$;
- c) Medianamente esbelto: $90 < \lambda \leq 140$;
- d) Esbelto: $140 < \lambda \leq 200$.

Pilares curtos e médios são mais frequentes em edificações, enquanto os medianamente esbeltos e esbeltos são de menor ocorrência.

No item 15.8.2 a ABNT NBR 6118:2014 prevê a dispensa dos esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados nos casos em que o índice de esbeltez for menor que o valor-limite λ_1 . Este valor é dado pela equação 16.

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad (16)$$

Com λ_1 limitado pela equação 17.

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90 \quad (17)$$

na qual:

e_1 – excentricidade de 1ª ordem (não inclui excentricidade acidental);

h – dimensão da seção transversal na direção considerada, em metros;

α_b – parâmetro de instabilidade que leva em consideração os momentos no pilar.

Onde o valor do parâmetro α_b pode ser obtido pelas equações 18, 19, 20 e 21 a depender dos casos estabelecidos a seguir:

a) Pilares biapoiados sem cargas transversais ($1,0 \leq \alpha_b \leq 0,4$):

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (18)$$

na qual:

M_A e M_B – momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar em caso de estruturas de nós fixos e os momentos totais (1ª ordem + 2ª ordem global) no caso de nós móveis. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto e M_B com sinal positivo se tracionar a mesma face que M_A , caso contrário será negativo.

b) Pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:

$$\alpha_b = 1 \quad (19)$$

c) Pilares em balanço ($1,0 \leq \alpha_b \leq 0,85$):

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85 \quad (20)$$

M_A – momento de 1ª ordem no engaste;

M_C – momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

d) Pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo da equação 31 deste trabalho:

$$\alpha_b = 1 \quad (21)$$

2.1.7 Efeitos de segunda ordem

No item 15.8.3, a ABNT NBR 6118:2014 afirma que o cálculo dos efeitos de segunda ordem pode ser feito pelo Método Geral ou por métodos aproximados. O emprego do método geral é obrigatório para elementos com $\lambda > 140$.

Ainda conforme a ABNT NBR 6118:2014, o método consiste na análise não linear de 2ª ordem efetuada com discretização adequada da barra, considerando a relação momento-curvatura real em cada seção e considerando a não linearidade geométrica de maneira não aproximada.

A ABNT NBR 6118:2014 apresenta também alguns métodos aproximados que podem ser empregados para a determinação dos esforços de 2ª ordem, sendo eles: o método do pilar-padrão com curvatura aproximada, o método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada, o método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r e o método do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua. Serão apresentados neste trabalho os métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada e do pilar-padrão com rigidez κ aproximada, por serem mais simples e mais utilizados em fins práticos de dimensionamento.

2.1.7.1 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

Conforme a ABNT NBR 6118:2014, esse método pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, com seção constante e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo. A não linearidade geométrica é considerada, de forma aproximada, supondo-se uma deformação senoidal na barra, enquanto a não linearidade física é considerada por meio de uma aproximação na curvatura da seção crítica.

Bastos (2015), em suas notas de aula, mostra a seguinte expressão aproximada para a curvatura da barra, definida aqui pela equação 22.

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_s + |\varepsilon_c|}{d} \quad (22)$$

na qual:

ε_s – deformação na armadura tracionada;

ε_c – deformação no concreto comprimido;

d – altura útil da peça.

A ABNT NBR 6118:2014 utiliza esta expressão para o cálculo do momento fletor de segunda ordem por este método, substituindo ε_s e ε_c por valores numéricos. Tomando na equação 22 o aço como sendo CA-50, $\gamma_s = 1,15$ e $\varepsilon_c = 3,5\text{‰} = 0,0035$, a curvatura na seção crítica do pilar-padrão é obtida pela equação 23.

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_s + |\varepsilon_c|}{d} = \frac{\frac{f_{yd}}{E_s} + |\varepsilon_c|}{d} = \frac{\frac{50/1,15}{21000} + 0,0035}{d} = \frac{0,00557}{d} \quad (23)$$

A ABNT NBR 6118:2014 informa que na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante o módulo de elasticidade do aço E_s pode ser admitido igual a 210 GPa. E o valor da deformação específica ε_c é tomado no estado limite último ε_{cu} para concretos do grupo I.

A ABNT NBR 6118:2014 permite utilizar a seguinte expressão aproximada para a curvatura da seção crítica, dada pela equação 24.

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (24)$$

sendo ν um valor adimensional relativo à força normal N_d , dado pela equação 25.

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (25)$$

na qual:

h – altura da seção na direção considerada;

A_c – área da seção transversal;

f_{cd} – resistência do concreto à compressão (f_{ck}/γ_c).

O momento total máximo no pilar deve ser calculado pela equação 26:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10 r} \geq M_{1d,A} \quad (26)$$

na qual:

α_b – parâmetro definido em 2.1.6;

N_d – solicitação normal de cálculo;

l_e – comprimento de flambagem;

Embora a norma não deixe explícito, é importante considerar que:

$$\begin{aligned} M_{1d,A} &\geq M_{1d,\min} \\ M_{d,tot} &\geq M_{1d,\min} \end{aligned}$$

na qual:

$M_{1d,\min}$ – momento fletor mínimo (será definido em 2.1.9.4 deste trabalho).

2.1.7.2 Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada

Conforme a ABNT NBR 6118:2014, assim como o método da curvatura aproximada, este método pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, com seção constante e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo. Suas considerações quanto a não linearidade geométrica e física são as mesmas, a suposição de uma deformação senoidal na barra e a adoção de uma expressão aproximada para a curvatura da seção crítica.

O momento de cálculo total máximo no pilar é calculado por meio de uma majoração do momento de primeira ordem, dado pela equação 27.

$$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa / \nu}} \geq M_{1d,A} \quad (27)$$

Com a rigidez adimensional sendo calculada pela equação 28.

$$\kappa_{aprox} = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{h N_d} \right) \nu \quad (28)$$

Toma-se $M_{Rd,tot} = M_{Sd,tot}$. O momento total ficará em função de κ e κ em função do momento total, podendo ser resolvida iterativamente. No entanto, o IBRACON

(2007), indicou uma formulação direta por meio de uma equação de segundo grau, sendo incorporado na ABNT NBR 6118:2014, onde o processo aproximado descrito acima, em caso de dimensionamento, recai na formulação direta dada por uma equação do segundo grau, definida pela equação 29.

$$AM_{Sd,tot}^2 + BM_{Sd,tot} + C = 0 \left\{ \begin{array}{l} A = 5h \\ B = h^2 N_d - \frac{N_d l_e^2}{320} - 5h\alpha_b M_{1d,A} \\ C = -N_d h^2 \alpha_b M_{1d,A} \end{array} \right. \quad (29)$$

Que pode ser resolvida pela fórmula de *Bhaskara*.

2.1.8 Dutilidade

Conforme definido por Machado (2004), a dutilidade é a capacidade do material, seção, elemento estrutural ou sistema estrutural, experimentar deformações inelásticas sem a perda de sua capacidade resistente, atingindo a ruptura após um considerável acúmulo de energia inelástica de deformação. A dutilidade é uma medida da capacidade do elemento estrutural se deformar sem que a ruptura ocorra.

A ABNT NBR 6118:2014 prevê medidas para posição da linha neutra em vigas e lajes, de modo a garantir boas condições de dutilidade, de forma que uma eventual ruína ocorra com aviso prévio, alertando aos usuários.

Em concretos de alto desempenho à medida em que se aumenta o f_{ck} a deformação de ruptura diminui, tornando-o mais frágil. O item 18.4.3 da ABNT NBR 6118:2014 traz uma nota recomendando que os espaçamentos máximos entre os estribos sejam reduzidos em 50% para concretos de alto desempenho, com inclinação dos ganchos de pelo menos 135°, de forma a compensar a fragilidade e garantindo a ductilidade em pilares.

2.1.9 Excentricidades

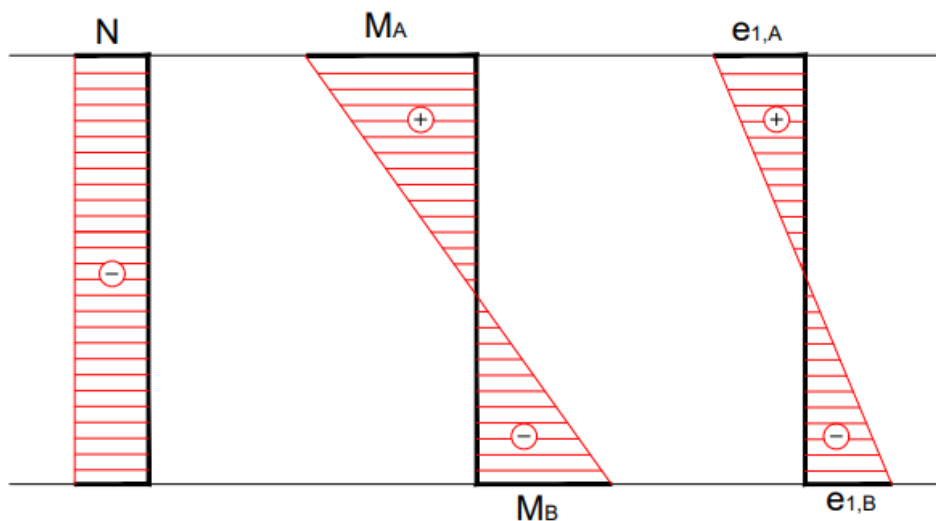
Neste subitem serão apresentadas outras excentricidades além da excentricidade de 2ª ordem citada em itens anteriores, são elas: excentricidade inicial ou de 1ª ordem; excentricidade devida às imperfeições geométricas; excentricidade devida à fluência e excentricidade devida à segunda ordem global.

2.1.9.1 Excentricidade inicial

As excentricidades iniciais são obtidas diretamente da análise de 1ª ordem da estrutura, de forma a considerar os esforços oriundos das ações verticais e horizontais no qual a estrutura está submetida, sem levar em consideração os efeitos de 2ª ordem. As excentricidades no topo e na base podem ser calculadas pela equação 30, sendo obtidas da Figura 6.

$$e_{1,A} = \frac{M_A}{N_d} \quad e_{1,B} = \frac{M_B}{N_d} \quad (30)$$

Figura 6 – Excentricidades iniciais no topo e na base do pilar



Fonte: adaptado de SILVA & PINHEIRO, 2002

2.1.9.2 Excentricidade devida às imperfeições geométricas

A ABNT NBR 6118:2014, em seu item 11.3.3.4, trata das imperfeições geométricas e as divide em imperfeições globais e imperfeições locais.

O acréscimo de momentos solicitantes devido às imperfeições globais deve ser considerado também no dimensionamento de pilares. Em vários casos esses momentos são computados juntamente aos momentos devido à 2ª ordem global (MAZETTO, 2017).

Nas imperfeições locais, para o caso do dimensionamento ou verificação de um lance de pilar deve ser considerado o efeito do desaprumo ou da falta de reticidade do eixo do pilar. A ABNT NBR 6118:2014, em seu item 11.3.3.4.3, afirma que o efeito

das imperfeições locais nos pilares pode ser substituído, em estruturas reticuladas, pela consideração do momento mínimo de 1ª ordem dado pela equação 31.

$$M_{1d,min} = N_d (0,015 + 0,03h) \quad (31)$$

onde o termo entre parênteses é uma excentricidade mínima (equação 32).

$$e_{1,min} = 0,015 + 0,03h \quad (32)$$

na qual:

h – altura da seção transversal na direção considerada, em metros.

2.1.9.3 Excentricidade devida à fluência

O acréscimo de deformação ao longo do tempo sob a aplicação das cargas permanentes gera esforços adicionais nos pilares, resultado do efeito da fluência. O efeito da fluência produz um deslocamento no tempo, ocasionando um aumento de excentricidade e , conseqüentemente, de momentos solicitantes (MAZETTO, 2017).

A ABNT NBR 6118:2014, item 15.8.4, estabelece que a consideração da fluência deve ser realizada obrigatoriamente em pilares com índice de esbeltez $\lambda > 90$ e, prescreve ainda, uma equação aproximada para inclusão dos efeitos da fluência. Este trabalho é focado em pilares com esbeltez menor que 90, portanto o efeito da fluência será desprezado.

2.1.9.4 Excentricidade devida à segunda ordem global

A ABNT NBR 6118:2014, item 15.4.1, define os esforços de 2ª ordem global como sendo esforços decorrentes dos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura, sob a ação de cargas verticais e horizontais.

O acréscimo de momentos solicitantes devido à análise na posição deformada da estrutura como um todo, são os momentos fletores devido à análise de 2ª ordem global (MAZETTO, 2017).

2.1.10 Armadura longitudinal de pilares

As disposições em respeito à armadura longitudinal se encontram no item 18.4.2 da ABNT NBR 6118:2014.

2.1.10.1 Diâmetro mínimo

O diâmetro mínimo das barras longitudinais deve obedecer a relação apresentada pela equação 33.

$$10\text{mm} \leq \phi_{\ell} \leq \frac{b}{8} \quad (33)$$

na qual **b** é a menor dimensão da seção transversal do pilar.

2.1.10.2 Armadura mínima e máxima

A armadura longitudinal mínima respeitar o limite mínimo da equação 34.

$$A_{s,mín} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004A_c \quad (34)$$

na qual:

N_d – força normal de cálculo;

f_{yd} – resistência de cálculo de início de escoamento do aço;

A_c – área da seção transversal do pilar.

A armadura longitudinal máxima é calculada pela equação 35.

$$A_{s,máx} = 0,08A_c \quad (35)$$

2.1.11 Dimensões-Limites

A ABNT NBR 6118:2014, item 13.2.2, estabelece que a seção transversal de pilares, qualquer que seja a sua forma, não pode apresentar dimensão menor que 19 cm. É permitido utilizar dimensões entre 19 cm e 14 cm, desde que se multipliquem os esforços solicitantes de cálculo por um coeficiente adicional γ_n . Em qualquer caso não se permite pilar com seção transversal com área inferior a 360 cm². Abaixo é mostrada a Tabela 4 que relaciona o coeficiente adicional com a menor dimensão da seção do pilar.

Tabela 4 – Valores do coeficiente adicional γ_n para pilares

b cm	≥ 19	18	17	16	15	14
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

onde

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 b;$$

b é a menor dimensão da seção transversal, expressa em centímetros (cm).

NOTA O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo quando de seu dimensionamento.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

2.1.12 Determinação da seção crítica

O dimensionamento deve ser feito para a seção com maior momento fletor ao longo do pilar, ou seja, para a seção crítica. Verifica-se as seções de extremidade (base e topo) e uma seção intermediária C em que o momento fletor de 2ª ordem é máximo.

- a) Para as seções de extremidade, tem-se a equação 36.

$$M_{d,tot} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,mín} \end{cases} \quad (36)$$

- b) Para a seção intermediária, tem-se a equação 37.

$$M_{d,tot} \geq \begin{cases} M_{1d,C} + M_{2d} \\ M_{1d,mín} + M_{2d} \end{cases} \quad (37)$$

na qual $M_{1d,C}$ é definido pela equação 38.

$$M_{1d,C} \geq \begin{cases} 0,6M_{1d,A} + 0,4M_{1d,B} \\ 0,4M_{1d,A} \end{cases} \quad (38)$$

2.2 FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL

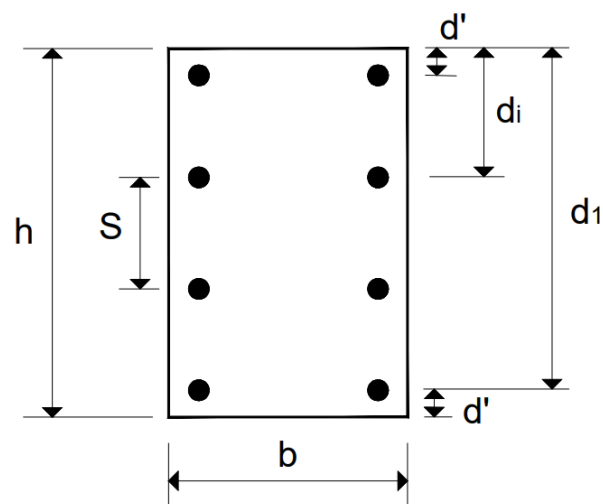
Segundo Fusco (1981), a flexo-compressão normal é a flexão acompanhada de um esforço normal. No caso onde a flexão ocorre em um plano contendo os eixos de simetria essa solicitação é denominada flexo-compressão normal. Neste caso a profundidade da linha neutra é uma incógnita e é medida em relação a uma das bordas da seção.

Araújo (2010) desenvolveu um procedimento para resolver o problema da flexo-compressão normal em pilares não esbeltos que consiste em equacionar todo o problema e resolver iterativamente, podendo ser facilmente implementado com auxílio da programação. Os itens seguintes abordarão este método, acrescentando as novas alterações da ABNT NBR 6118:2014 para o comportamento dos concretos do grupo II de resistência.

2.2.1 Seção retangular com armadura distribuída

Na Figura 7, representa-se uma seção retangular de concreto com armadura distribuída em camadas, uniformemente espaçadas ao longo de sua altura h , sendo numeradas de baixo para cima.

Figura 7 – Seção transversal de concreto armado



Fonte: adaptado de ARAÚJO, 2010

na qual:

b – largura da seção transversal;

h – altura da seção transversal;

d_i – distância do centro da camada i a borda comprimida pelo momento fletor;

S – espaçamento entre camadas;

n_i – número de barras na camada i ;

n – número total de barras na seção;

n' – número total de camadas;

d' – distância do centro das camadas 1 e n' até as bordas da seção.

Pela Figura 7, constata-se que o espaçamento S é dado pela equação 39.

$$S = \frac{h - 2d'}{n' - 1} \quad (39)$$

Introduzindo o parâmetro $\delta = d'/h$, reescreve-se como a equação 40.

$$S = \left(\frac{1 - 2\delta}{n' - 1} \right) h \quad (40)$$

Verifica-se que d_i é dado pela equação 41.

$$d_i = d' + (n' - i)S \quad (41)$$

Substituindo S e lembrando que $\delta = d'/h$, tem-se a equação 42.

$$d_i = \beta_i h \quad (42)$$

Onde β_i é dado pela equação 43:

$$\beta_i = \delta + \frac{(n' - i)(1 - 2\delta)}{(n' - 1)} \quad (43)$$

Define-se a taxa mecânica de armadura total pela da equação 44.

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{bh f_{cd}} \quad (44)$$

na qual:

A_s – área total de armadura na seção transversal;

f_{yd} – tensão de escoamento do aço;

2.2.2 Tensões nas armaduras

Para obter as tensões nas armaduras é preciso antes conhecer as deformações em cada camada de aço, que pode ser feita através da análise dos domínios de dimensionamento, já apresentados.

Observando os domínios da Figura 5, verifica-se que:

- no domínio 2, a deformação nas armaduras da camada 1 é igual a 10‰;
- nos domínios 3, 4 e 4a, a deformação da borda superior da seção é igual a ε_{cu} ;
- no domínio 5, a deformação na fibra situada a $(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2})h / \varepsilon_{cu}$ é igual a ε_{c2} ;

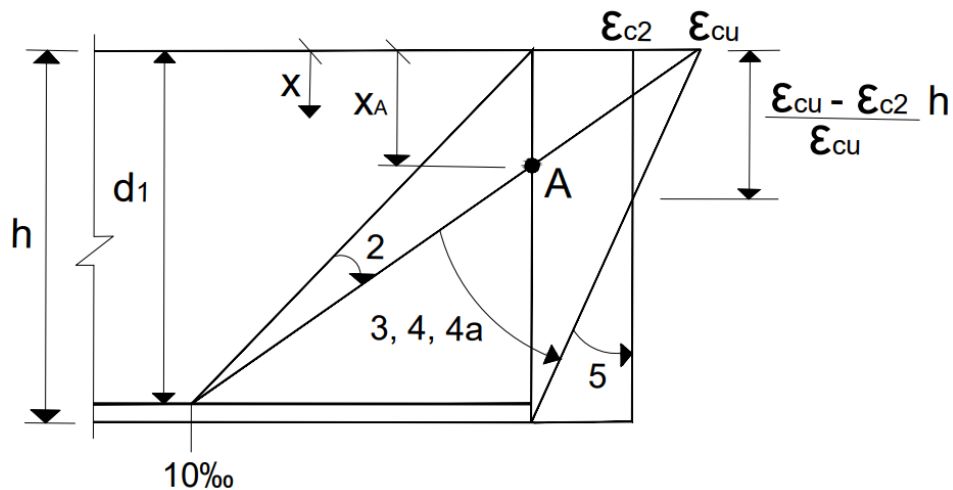
Dessa forma existirão três expressões para as deformações das camadas de armadura, que irão depender da profundidade da linha neutra.

Limites do domínio 2 ($0 \leq x \leq x_A$):

Observando a Figura 8, neste domínio a profundidade da linha neutra varia entre 0 e x_A , por semelhança de triângulos, obtém-se a equação 45.

$$\frac{x_A}{d_1 - x_A} = \frac{\varepsilon_{cu}}{10\text{‰}} \quad (45)$$

Figura 8 – Limites entre os domínios de deformação



Fonte: adaptado de ARAÚJO, 2010

Reescrevendo a equação 45, obtém-se a equação 46.

$$x_A = \frac{\varepsilon_{cu}}{10\text{‰} + \varepsilon_{cu}} d_1 \quad (46)$$

Tem-se que $d_1 = \beta_1 h$, onde β_1 é obtido da equação 43, tomando $i = 1$. Então, no domínio 2, a posição da linha neutra obedece aos limites dados pela equação 47.

$$0 \leq x \leq \frac{\varepsilon_{cu}}{10\text{‰} + \varepsilon_{cu}} \beta_1 h \quad (47)$$

Definindo o adimensional $\xi = x/h$, tem-se a equação 48.

$$0 \leq \xi \leq \frac{\varepsilon_{cu}}{10\text{‰} + \varepsilon_{cu}} \beta_1 \quad (48)$$

Limites do domínio 3, 4 e 4a ($x_A \leq x \leq h$):

Para este caso a profundidade da linha neutra fica limitada entre x_A e h .

Introduzindo os adimensionais, tem-se a equação 49.

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{10\text{‰} + \varepsilon_{cu}} \beta_1 \leq \xi \leq 1 \quad (49)$$

Limites do domínio 5 ($h \leq x \leq \infty$):

No domínio 5 a linha neutra varia de h até o infinito, em termos de adimensionais, tem-se a equação 50.

$$1 \leq \xi \leq \infty \quad (50)$$

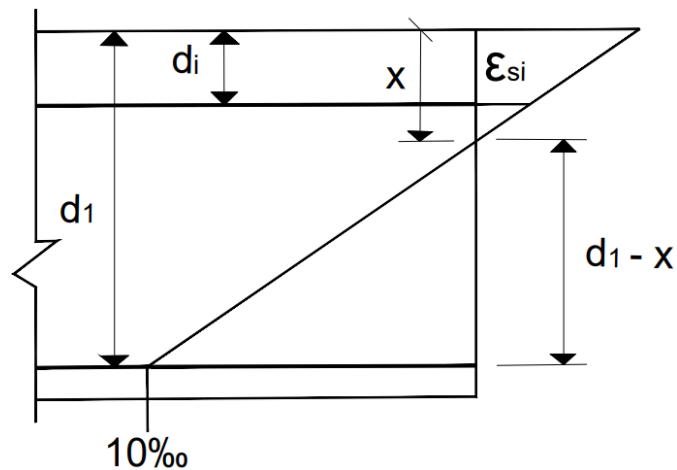
Assim, a variável ξ representa a profundidade da linha neutra relativa à altura da seção transversal. Emprega-se as equações 48, 49 e 50 para identificar a região em que o problema se encontra.

Deformações no domínio 2:

Pela Figura 9, utilizando a semelhança de triângulos, obtém-se a equação 51.

$$\frac{\varepsilon_{si}}{10\text{‰}} = \frac{x - d_i}{d_1 - x} \quad (51)$$

Figura 9 – Distribuição de deformações no domínio 2



Fonte: ARAÚJO, 2010

Lembrando que $x = \xi h$, $d_i = \beta_i h$ e $d_1 = \beta_1 h$, a substituição destes valores com posterior simplificação resulta na equação 52.

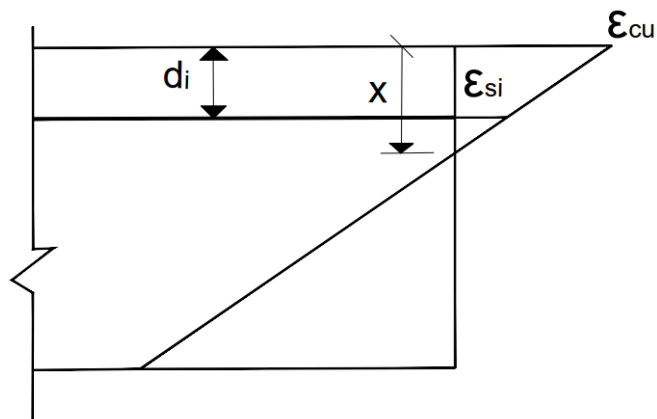
$$\varepsilon_{si} = 10 \left(\frac{\xi - \beta_i}{\beta_1 - \xi} \right) \text{‰} \quad (52)$$

Deformações no domínio 3, 4 e 4a:

Pela Figura 10, por semelhança de triângulos, obtém-se a equação 53.

$$\frac{\varepsilon_{si}}{\varepsilon_{cu}} = \frac{x - d_i}{x} \quad (53)$$

Figura 10 – Distribuição de deformações no domínio 3, 4 e 4a



Fonte: adaptado de ARAÚJO, 2010

Introduzindo $x = \xi h$ e $d_i = \beta_i h$, resulta na equação 54.

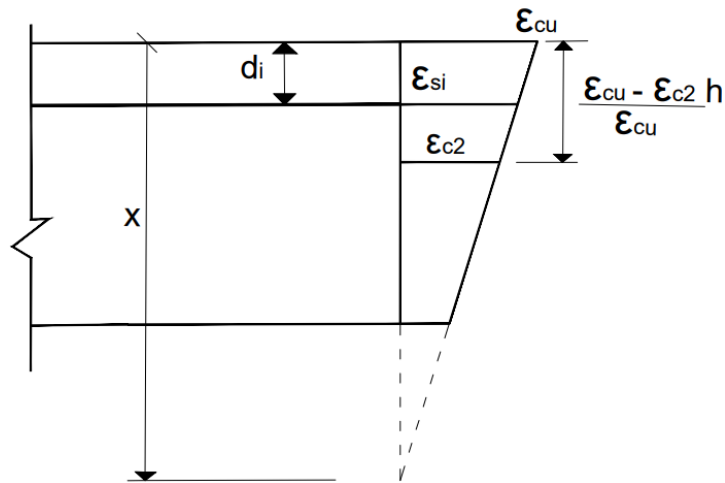
$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{\xi - \beta_i}{\xi} \right) \% \quad (54)$$

Deformações no domínio 5:

Pela Figura 11, por semelhança de triângulos, obtém-se a equação 55.

$$\frac{\varepsilon_{si}}{\varepsilon_{c2}} = \frac{x - d_i}{x - \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} h} \quad (55)$$

Figura 11 – Distribuição de deformações no domínio 5



Fonte: adaptado de ARAÚJO, 2010

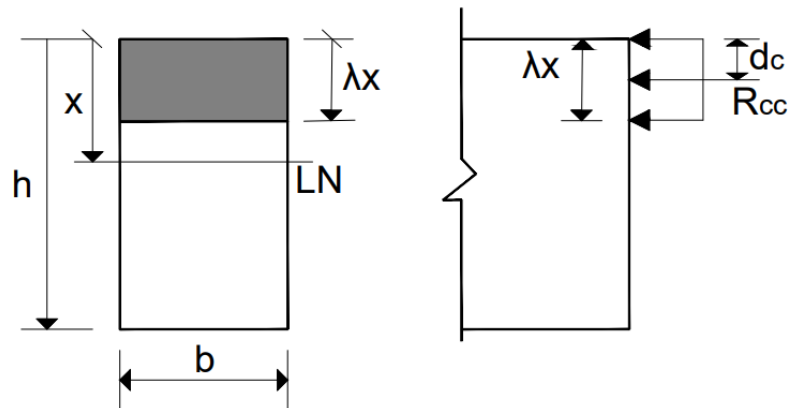
Introduzindo $x = \xi h$ e $d_i = \beta_i h$, resulta na equação 56.

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{c2} \left(\frac{\xi - \beta_i}{\xi - \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}}} \right) \% \quad (56)$$

2.2.3 Resultante de compressão no concreto

Na Figura 12, indica-se a seção transversal de concreto e sua região que está sendo comprimida com tensão constante $\sigma_{cd} = \alpha_c f_{cd}$. Utilizando o diagrama retangular simplificado de profundidade λx , a resultante das tensões de compressão R_{cc} está aplicada no centroide da área comprimida.

Figura 12 – Tensões de compressão no concreto



Fonte: adaptado de ARAÚJO, 2010

A resultante de compressão pode ser dada pela equação 57:

$$R_{cc} = \lambda b x \sigma_{cd} \quad (57)$$

Utilizando $x = \xi h$ e $r_c = \lambda \xi$, resulta na equação 58:

$$R_{cc} = r_c b h \sigma_{cd} \quad (58)$$

A distância d_c da resultante comprimida até a borda superior é $0,5\lambda x$, utilizando $x = \xi h$ e $\beta_c = 0,5\lambda \xi$, resulta na equação 59.

$$d_c = \beta_c h \quad (59)$$

Quando toda a seção estiver sendo comprimida pelo diagrama retangular a resultante de compressão terá seu valor máximo $b h \sigma_{cd}$. Observando a equação 58, se $\xi > 1/\lambda$ o valor da resultante será superior ao máximo possível, portanto nestes casos basta adotar $\xi = 1/\lambda$ para corrigir os resultados.

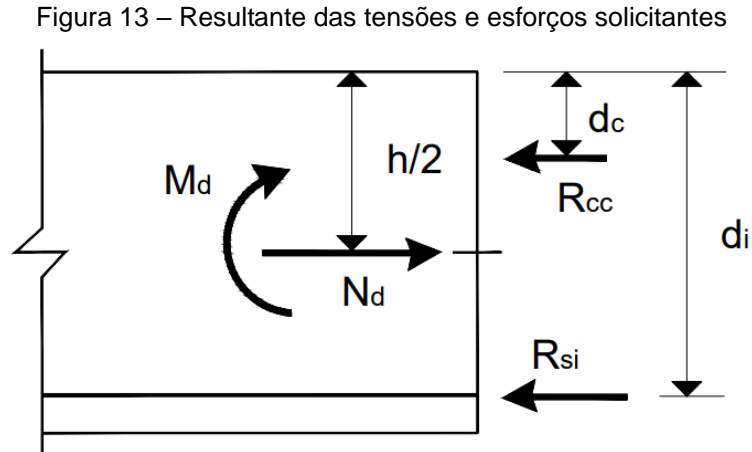
Os coeficientes r_c e β_c podem ser calculados pelas equações 60 e 61.

$$r_c = \begin{cases} \lambda x \leftrightarrow \xi < 1/\lambda \\ 1 \leftrightarrow \xi \geq 1/\lambda \end{cases} \quad (60)$$

$$\beta_c = \begin{cases} 0,5\lambda x \leftrightarrow \xi < 1/\lambda \\ 0,5 \leftrightarrow \xi \geq 1/\lambda \end{cases} \quad (61)$$

2.2.4 Equações de equilíbrio

Na Figura 13, estão representados o esforço normal N_d e o momento fletor M_d solicitantes de cálculo. Tem-se ainda a resultante de compressão no concreto R_{cc} e a resultante das tensões em uma camada genérica de armadura R_{si} .



Fonte: ARAÚJO, 2010

A resultante R_{si} é dada pela equação 62.

$$R_{si} = A_{si} \sigma_{sdi} \quad (62)$$

Considerando todas as barras com o mesmo diâmetro, A_{si} pode ser expresso em função da taxa mecânica de armadura total ω pela equação 63.

$$R_{si} = \omega \frac{n_i}{n} \frac{\sigma_{sdi}}{f_{yd}} b h f_{cd} \quad (63)$$

Para uma seção transversal com n' camadas, a equação 64 é obtida pelo equilíbrio de forças.

$$N_d - R_{cc} - \sum_{i=1}^{n'} R_{si} = 0 \quad (64)$$

Define-se o esforço normal reduzido através da equação 65.

$$\nu = \frac{N_d}{b h f_{cd}} \quad (65)$$

Substituindo as equações 58 e 63 em 64, introduzindo o esforço normal reduzido e simplificando, obtém-se a equação 66.

$$v - \alpha_c r_c - \frac{\omega}{nf_{yd}} \sum_{i=1}^{n'} n_i \sigma_{sdi} = 0 \quad (66)$$

A equação 67 pode ser obtida pelo equilíbrio de momentos.

$$M_d - N_d \frac{h}{2} + R_{cc} d_c + \sum_{i=1}^{n'} R_{si} d_i = 0 \quad (67)$$

Define-se momento fletor reduzido através da equação 68.

$$\mu = \frac{M_d}{bh^2 f_{cd}} \quad (68)$$

Substituindo as variáveis da equação 67 pelos adimensionais e simplificando, obtém-se a equação 69.

$$\mu - 0,5v + \alpha_c r_c \beta_c + \frac{\omega}{nf_{yd}} \sum_{i=1}^{n'} n_i \beta_i \sigma_{sdi} = 0 \quad (69)$$

Da equação do equilíbrio das forças e dos momentos, obtém-se as equações 70 e 71 para o cálculo da taxa de armadura. Ambas podem ser utilizadas.

$$\omega = \frac{(v - \alpha_c r_c) nf_{yd}}{\sum_{i=1}^{n'} n_i \sigma_{sdi}} \quad (70)$$

$$\omega = \frac{(\mu - 0,5v + \alpha_c r_c \beta_c) nf_{yd}}{\sum_{i=1}^{n'} n_i \beta_i \sigma_{sdi}} \quad (71)$$

A principal incógnita é a posição da linha neutra relativa à altura da seção ξ , que está presente em r_c , β_c e σ_{sdi} . Subtraindo a equação 70 de 71 e simplificando os termos, obtém-se a equação 72.

$$(\mu - 0,5\nu + \alpha_c r_c \beta_c) \sum_{i=1}^{n'} n_i \sigma_{sdi} + (\nu - \alpha_c r_c) \sum_{i=1}^{n'} n_i \beta_i \sigma_{sdi} = 0 \quad (72)$$

Esta equação possui como única incógnita a variável ξ . O problema é resolvido após conhecer a raiz da função $f(\xi)$ que deve ser situada no intervalo $[0, \infty)$, abrangendo todos os domínios da flexo-compressão. A solução para essa função pode ser encontrada iterativamente, neste trabalho foi utilizado o processo da bissecante.

Encontrada a posição da linha neutra, emprega-se a equação 70 ou 71 para o cálculo da taxa mecânica de armadura. Se ω resultar em um valor negativo significa que a seção de concreto sozinha é capaz de absorver os esforços solicitantes e a armadura é teoricamente desnecessária, deve-se fazer $\omega = 0$. No entanto a ABNT NBR 6118:2014 prevê uma armadura longitudinal mínima que é dada pela equação 34.

2.2.5 Taxa de armadura

De posse do valor da taxa mecânica de armadura, calcula-se a área total de armadura A_s a ser utilizada na seção transversal, dada pela equação 73.

$$A_s = \omega b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (73)$$

3 METODOLOGIA

No dimensionamento pelo método tradicional a taxa mecânica de armadura foi obtida com a utilização dos ábacos de Venturini *et al.* (1987). Para o método iterativo a taxa mecânica de armadura foi obtida por meio do procedimento mostrado por Araújo (2010) e descrito ao longo do item 2.2 deste trabalho com as adaptações da ABNT NBR 6118:2014. É importante lembrar que o comparativo entre estes dois métodos foi realizado apenas para concretos do grupo I, visto que os ábacos de Venturini *et al.* (1987) não podem ser utilizados para o grupo II pelos motivos já citados.

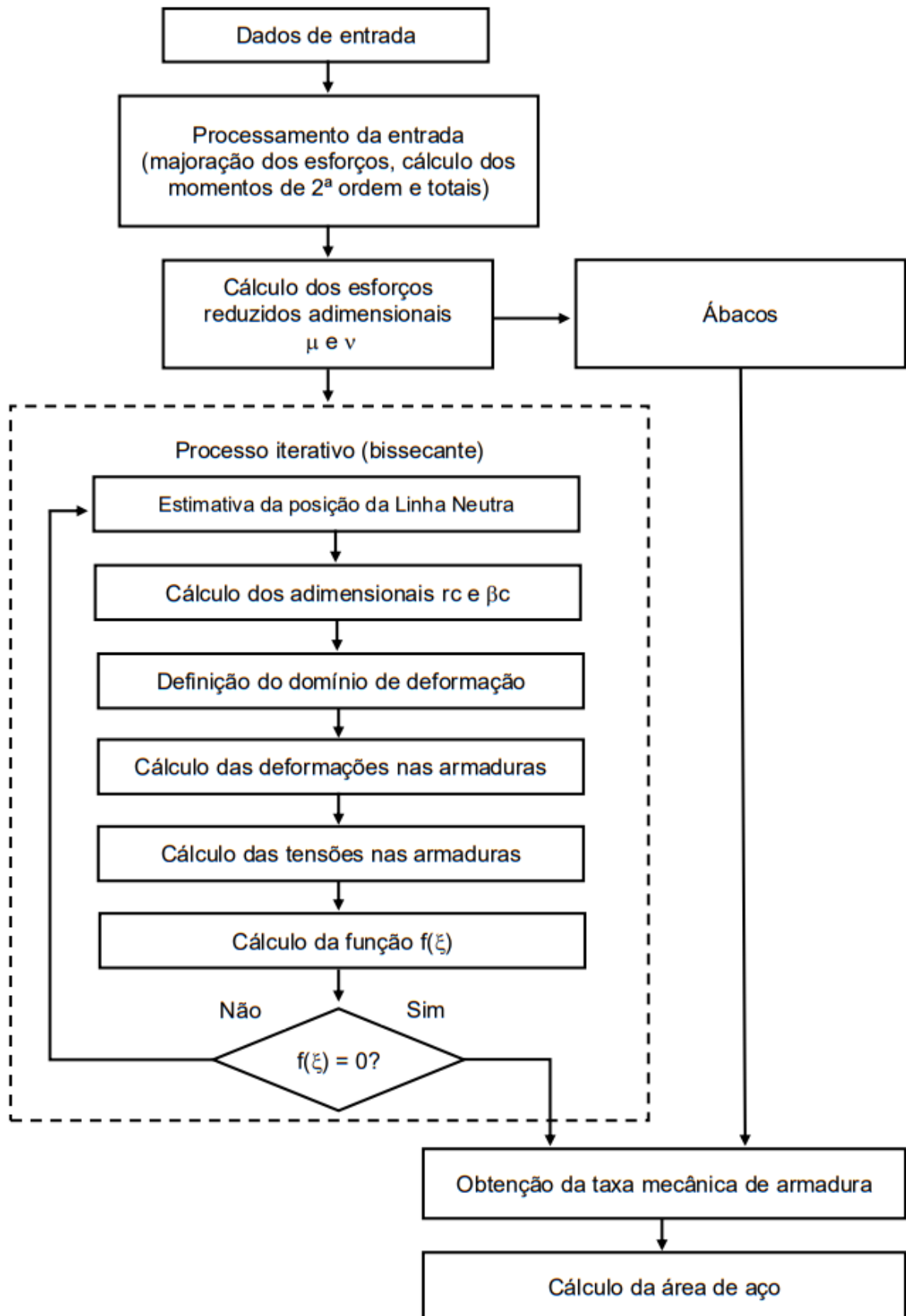
Neste trabalho foram utilizados dois exemplos. No primeiro, a resolução foi feita pelo método tradicional com ábacos e pelo método iterativo, onde foram variados o esforço normal característico e a classe de resistência do concreto. O segundo exemplo foi realizado apenas com o método iterativo, para diferentes valores de esforços normais característicos e com utilização do método aproximado do pilar-padrão com rigidez κ aproximada e do pilar-padrão com curvatura aproximada.

O método iterativo foi implementado com auxílio da programação para o cálculo da posição da linha neutra relativa à altura ξ . Utilizou-se o MATLAB para o desenvolvimento do algoritmo, onde a resolução da equação da incógnita ξ foi feita pelo método da bissecante com tolerância de 10^{-3} . Neste algoritmo também foram levadas em consideração algumas exigências normativas, como a inclusão do momento mínimo, a verificação da necessidade de inclusão de momentos de segunda ordem e os parâmetros do comportamento da seção de concreto armado. Ao fim deste trabalho, no anexo A, as rotinas de cálculo do método iterativo serão disponibilizadas para futuros trabalhos na área.

Finalizada a etapa da programação, os resultados obtidos pelo algoritmo foram aferidos variando os dados de entrada e observando a coerência dos resultados encontrados. Após a validação das formulações implementadas no algoritmo, foram realizados os estudos com alguns exemplos retirados e adaptados de Fusco (1981) e Araújo (2010).

A Figura 14 ilustra o fluxograma do dimensionamento pelo método iterativo e do dimensionamento tradicional com o uso de ábacos.

Figura 14 – Fluxograma dos métodos analisados



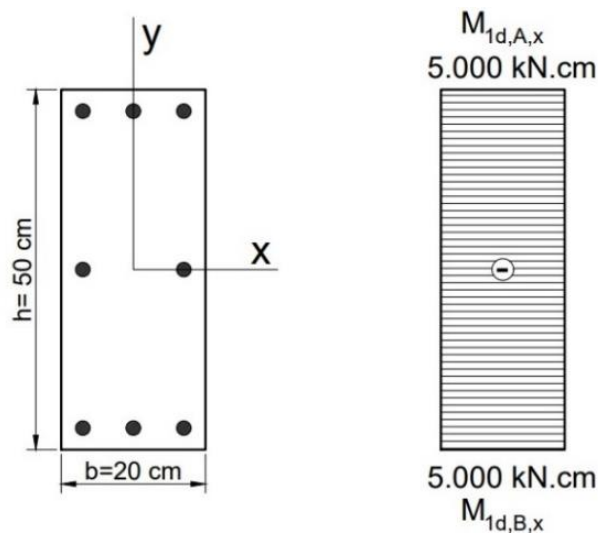
Fonte: Autor

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 EXEMPLO DE APLICAÇÃO 1

O exemplo da Figura 15 é o mesmo que foi apresentado por Araújo (2010, p. 160). Porém, aqui a resistência do concreto é analisada entre as classes C20 a C90, considerando um momento de primeira ordem de $M_{1d,A,x} = M_{1d,B,x} = 5000kN.cm$. São dados: Aço CA-50; $d' = 4cm$; $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$; $\gamma_s = 1,15$; $N_k = 857kN$ e $\ell_{ex} = \ell_{ey} = 400cm$.

Figura 15 – Exemplo 1



Fonte: Autor

• Dimensionamento com o uso de ábacos

A força normal de cálculo é dada por:

$$N_d = \gamma_f N_k = 1,4 \cdot 857 = 1200kN$$

Os índices de esbeltez são calculados pela equação 14:

$$\lambda_x = \frac{3,46 \cdot 400}{20} = 69,2$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \cdot 400}{50} = 27,7$$

Os momentos mínimos de 1ª ordem são calculados pela equação 31:

$$M_{1d,mín,x} = 1200 \cdot (0,015 + 0,03 \cdot 0,2) = 25,2kN.m = 2520kN.cm$$

$$M_{1d,mín,y} = 1200 \cdot (0,015 + 0,03 \cdot 0,5) = 36,0kN.m = 3600kN.cm$$

A esbeltez limite é calculada pela equação 16:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{5000/1200}{20}}{1,0} = 27,6 \geq 35 \rightarrow \lambda_{1,x} = 35$$

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{0}{50}}{1,0} = 25 \geq 35 \rightarrow \lambda_{1,y} = 35$$

Para $\lambda_{1,x}$ o valor de α_b é igual a 1,0, determinado pela equação 18. Para $\lambda_{1,y}$ o valor de α_b é igual a 1,0, pois não ocorrem momentos de primeira ordem. Como $\lambda_x \geq \lambda_{1,x}$, deve-se incluir os efeitos de 2ª ordem na direção x. Sendo calculados pela equação 24 com ν dado pela equação 25.

$$\nu = \frac{1200}{20 \cdot 50 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,84$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{20 \cdot (0,84 + 0,5)} = 1,866 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} \rightarrow OK!$$

Fazendo $M_{1d,A,y} \geq M_{1d,mín,y}$ e utilizando a equação 26:

Na direção x:

$$M_{d,tot,x} = 1,0 \cdot 5000 + 1200 \cdot \frac{400^2}{10} \cdot 1,866 \cdot 10^{-4} \text{ kN.cm} = 8582,7 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,mín,x} \rightarrow OK!$$

Na direção y:

$$M_{d,tot,y} = 1,0 \cdot 3600 = 3600 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,mín,y} \rightarrow OK!$$

Com $\nu = 0,84$ e utilizando os ábacos de Venturini *et al.* (1987):

Na direção x:

$$\mu_x = \frac{8582,7}{20 \cdot 20 \cdot 50 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,3$$

$$\frac{d'x}{h_x} = \frac{4,0}{20} = 0,2$$

Ábaco : A - 29 $\rightarrow \omega = 1,27$

Na direção y:

$$\mu_y = \frac{3600}{50 \cdot 50 \cdot 20 \cdot \frac{2,0}{1,4}} = 0,05$$

$$\frac{d'y}{h_y} = \frac{4,0}{50} = 0,08 \cong 0,10$$

$$\text{Ábaco: } A-27 \rightarrow \omega = 0,13$$

Escolhendo a maior taxa de armadura mecânica ($\omega = 1,27$) no cálculo da área de aço e usando a equação 73.

$$A_s = \frac{1,27 \cdot 20 \cdot 50 \cdot \frac{2,0}{1,4}}{50 \cdot 1,15} = 41,73 \text{ cm}^2$$

Calculando a armadura mínima e máxima pelas equações 34 e 35:

$$A_{s,\text{mín}} = 0,15 \cdot \frac{1200}{50 \cdot 1,15} = 4,14 \text{ cm}^2 \geq 0,004 \cdot 20 \cdot 50 = 4 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{s,\text{mín}} = 4,14 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,\text{máx}} = 0,08 \cdot 20 \cdot 50 = 80 \text{ cm}^2$$

Varia-se a resistência do concreto para abranger todo o grupo I e em seguida é aumentado o N_k para 1000 kN ($N_d = 1400$ kN) e depois para $N_k = 1200$ kN ($N_d = 1680$ kN). Recalculando os valores com o procedimento apresentado, os resultados são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Área de aço obtida variando resistência e o N_k com o uso de ábacos (EXEMPLO 1)

Classe	N_k (kN)		
	857	1000	1200
C20	41,73	46,00	54,21
C30	33,02	37,95	44,85
C40	22,34	29,57	38,11
C50	13,96	18,89	27,93

Fonte: Autor

Caso necessário, serão utilizados asteriscos simples (*) para indicar que os valores da área de aço são inferiores aos mínimos e asteriscos duplos (**) para valores superiores aos máximos.

• Dimensionamento pelo método iterativo

O arranjo da armadura adotado é o mesmo mostrado na Figura 15. Variando a resistência do concreto entre os grupos I e II com os seguintes esforços normais característicos (857 kN; 1000 kN; 1200 kN), obteve-se as seguintes áreas de aço, resumidas na Tabela 6.

Tabela 6 – Área de aço obtida variando resistência e o N_k pelo método iterativo (EXEMPLO 1)

Classe	N_k (kN)		
	857	1000	1200
C20	40,63	45,41	52,01
C30	32,49	37,40	44,22
C40	22,16	28,83	35,88
C50	13,16	17,82	26,52
C60	10,40	14,51	22,17
C70	8,21	11,16	17,90
C80	6,59	8,24	13,75
C90	5,48	6,30	10,71

Fonte: Autor

• Resultados e discussão

Para o grupo I o dimensionamento com o uso de ábacos resultou em áreas superiores ao dimensionamento pelo método iterativo em todas as situações analisadas. A Tabela 7 mostra o aumento percentual da área de aço com a variação da classe de resistência e do esforço normal característico.

Tabela 7 – Aumento percentual da área de aço com o uso de ábacos em relação ao método iterativo

Classe	N_k (kN)		
	857	1000	1200
C20	2,71%	1,30%	4,23%
C30	1,63%	1,47%	1,42%
C40	0,81%	2,57%	6,22%
C50	6,08%	6,00%	5,32%

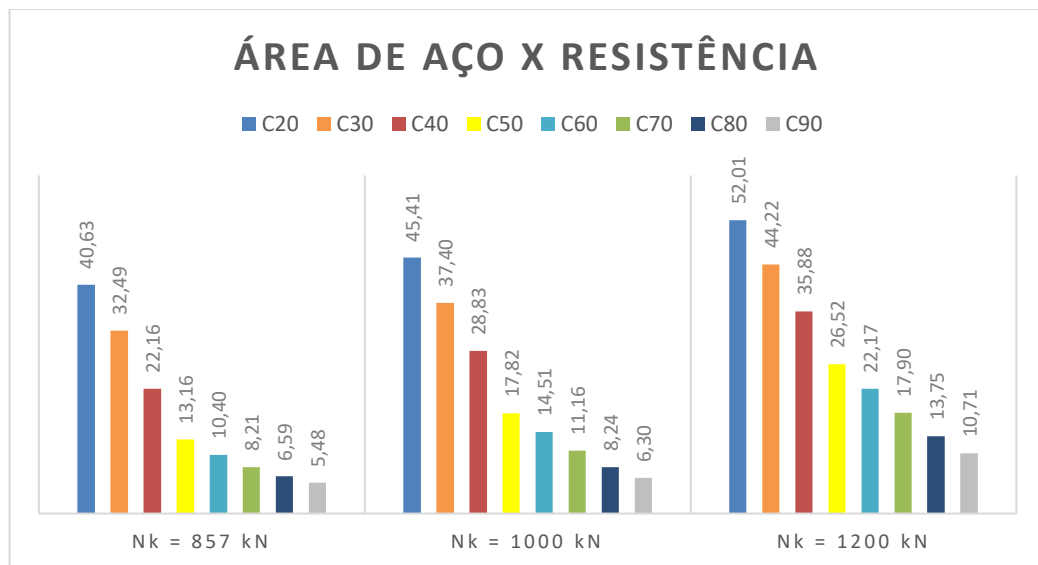
Fonte: Autor

A maior diferença observada foi no concreto C40 submetido a um valor de N_k de 1200 kN, onde a área de aço com a utilização do ábaco chegou um valor 6,22% maior. Ainda assim, uma variação considerada baixa. Esse aumento percentual pode estar relacionado não com os métodos em si, mas com os diagramas de tensão-deformação adotados. No método iterativo, fez-se uso do diagrama retangular simplificado, enquanto os ábacos de Venturini *et al.* (1987), em seu processo de formulação, foi considerado o diagrama parábola-retângulo. Em teoria, o diagrama

parábola-retângulo por representar melhor o comportamento do concreto deveria fornecer resultados mais precisos, enquanto o diagrama retangular simplificado por se tratar de uma simplificação traria resultados mais conservadores, porém, Mazetto (2017) observou em todos os testes em seu trabalho que o diagrama retangular simplificado possuía momento resistente superior ao do diagrama parábola-retângulo. Um momento resistente maior necessita de menos armadura. O que justifica o método iterativo ter resultado em valores menores da área de aço.

Analisando os dados da Tabela 6 obtidos variando a resistência e o esforço normal característico, para o método iterativo, monta-se o gráfico da Figura 16.

Figura 16 – Variação da área de aço com o aumento da resistência e do N_k



Fonte: Autor

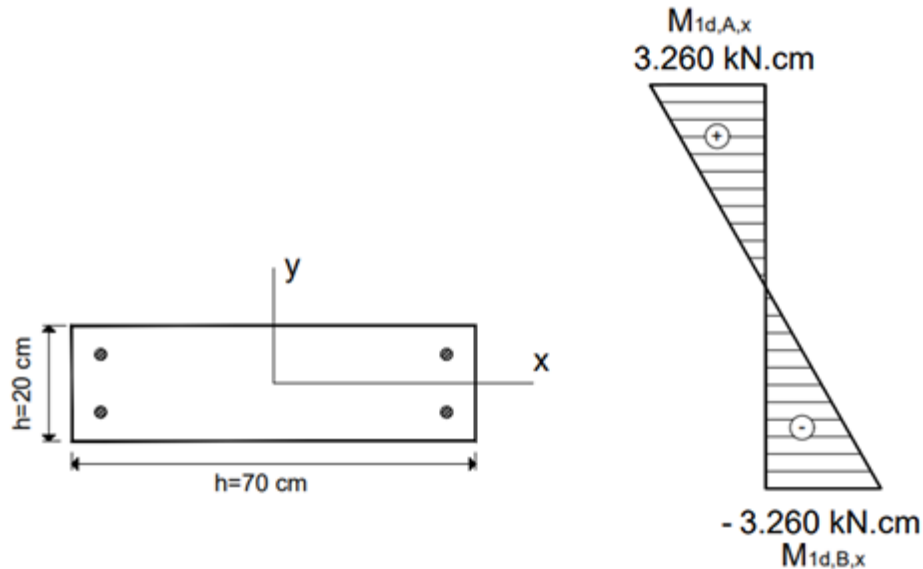
Analisando o gráfico é possível notar que em termos quantitativos a maior redução da área de aço é obtida na situação de maior esforço normal solicitante, 1200 kN, com redução de cerca de 41,3 cm². Enquanto para os esforços normais de 857 kN e 1000 kN a redução é de 35,15 cm² e 39,21 cm², respectivamente.

Na menor solicitação normal a redução percentual da área de aço para o grupo I foi superior ao grupo II. Ao aumentar as solicitações normais a redução percentual passou a ser maior em concretos do grupo II. Para a solicitação normal característica de 867 kN a redução percentual na área de aço entre C20 e C50 é de 67,61% e entre C60 e C90 é de apenas 47,3%. Para a solicitação de 1000 kN a redução entre C20 e C50 é de 60,84% e entre C60 e C90 é de 56,58%. Para a solicitação de 1200 kN a redução entre C20 e C50 é de 49% e entre C60 e C90 é de 51,69%.

4.2 EXEMPLO DE APLICAÇÃO 2

O exemplo da Figura 17 é semelhante ao de Fusco (1981, p. 311), com alteração do concreto de C15 para as classes C20 a C90 e da largura do pilar de 25 cm para 20 cm e momento de primeira ordem $M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 3260 \text{ kN.cm}$. São dados: Aço CA-50; $d' = 4 \text{ cm}$; $\gamma_c = \gamma_f = 1,4$; $\gamma_s = 1,15$; $N_k = 1100 \text{ kN}$ e $\ell_{ex} = \ell_{ey} = 460 \text{ cm}$.

Figura 17 – Exemplo 2



Fonte: Autor

• Dimensionamento pelo método iterativo

Para este exemplo será utilizado somente o método iterativo, visto que o objetivo é apenas comparar a diferença na obtenção da área de aço entre os diferentes métodos aproximados. Variou-se o esforço normal característico com os seguintes valores: 500 kN, 700 kN, 900 kN, 1100 kN, 1300 kN, 1500 kN e 1700 kN. O arranjo adotado é o mesmo mostrado na Figura 17.

Utilizando o método do pilar-padrão com curvatura aproximada, obteve-se os resultados da Tabela 8.

Tabela 8 – Área de aço pelo método da curvatura aproximada (EXEMPLO 2)

N_k (kN)	500	700	900	1100	1300	1500	1700
A_s (cm ²)	4,17*	14,99	24,68	34,29	43,85	53,32	62,7

Fonte: Autor

Utilizando o método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada, obteve-se os resultados da Tabela 9.

Tabela 9 – Área de aço pelo método da rigidez κ aproximada (EXEMPLO 2)

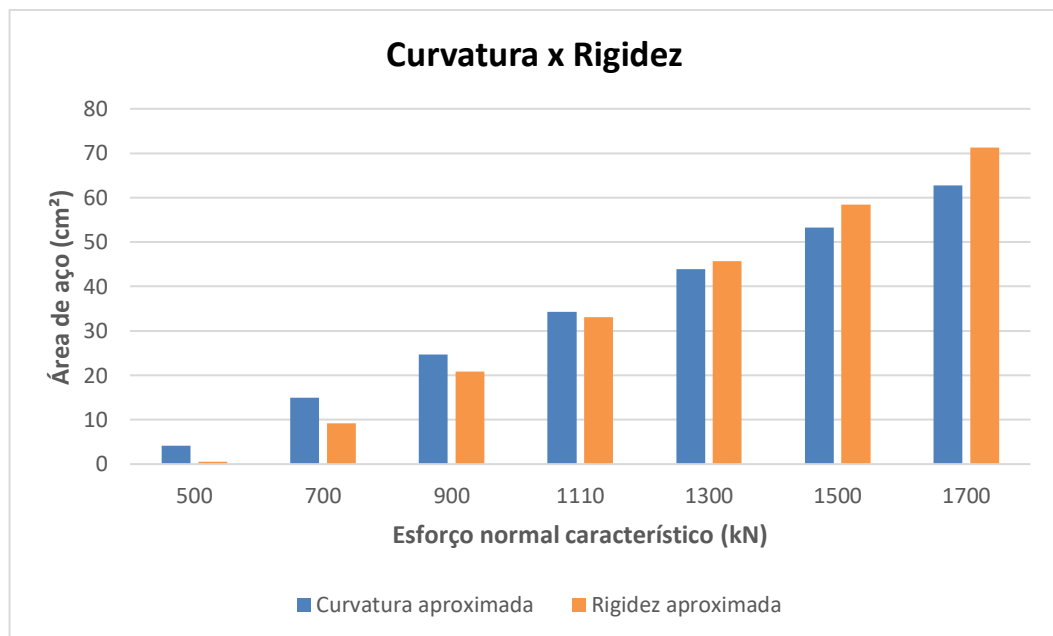
N_k (kN)	500	700	900	1100	1300	1500	1700
As (cm ²)	0,58*	9,22	20,79	33,12	45,72	58,46	71,28

Fonte: Autor

• Resultados e discussão

Para valores menores do esforço normal característico os resultados obtidos pelo método da rigidez κ aproximada resultou em valores de área de aço menores em relação ao método da curvatura aproximada. No entanto a diferença diminui com o aumento do esforço normal, chegando a ultrapassá-lo em 1300 kN.

A Figura 18 ilustra a diferença da área de aço entre os métodos analisados em função do aumento do esforço normal característico.

Figura 18 – Diferença entre método da curvatura e da rigidez κ aproximada

Fonte: Autor

Bastos (2015) observa que o método da rigidez κ aproximada resulta em armaduras inferiores ao método da curvatura aproximada, que para maiores valores da força normal a diferença de armadura diminui, ou até mesmo ultrapassa, como é observado na Figura 18, para uma carga de superior a 1300 kN.

Essa tendência também se confirma em Leitão *et al.* (2016), que afirma que entre os métodos aproximados recomendados pela norma brasileira o da curvatura aproximada é método mais conservador.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi comparada a diferença na área de aço obtida entre o dimensionamento com o método iterativo e com o método tradicional, para o grupo I. Avaliou-se ainda a relação entre a resistência do concreto e a área de aço necessária para suportar as solicitações. Por fim, comparou-se o método aproximado do pilar-padrão com curvatura aproximada e do pilar-padrão com rigidez κ aproximada.

Os valores das áreas de aço obtidas para o grupo I de resistência com a utilização do método iterativo foram muito próximos do dimensionamento nas mesmas condições utilizando os ábacos de Venturini *et al.* (1987), resultando em áreas levemente menores que o ábaco. A maior diferença percentual foi de 6,22% observada no concreto C40 com esforço normal característico de 1200 kN. No método iterativo o aumento da resistência do concreto reduziu significativamente a área de aço, a maior diferença foi de 41,3 cm² na comparação entre a classe C20 e C90 para o esforço normal característico de 1200 kN. O uso dos concretos de alto desempenho se torna mais vantajoso para peças submetidas a maiores esforços normais.

Em relação aos métodos aproximados para obtenção dos esforços de segunda ordem, o método da rigidez κ aproximada resultou em armaduras menores para o esforço normal inferior a 1300 kN, enquanto que para valores superiores a este apresentou área de aço superior.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para novos trabalhos, sugere-se analisar as diferenças nos resultados com a utilização do diagrama parábola-retângulo e, ainda, outros diagramas de tensão-deformação além dos indicados na norma ABNT NBR 6118:2014. Além disso, pode-se considerar os esforços de 2ª ordem por meio de outros métodos, além do pilar-padrão com rigidez κ aproximada e do pilar-padrão com curvatura aproximada, como: método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r ou até mesmo o método geral.

Por fim, além da flexo-compressão normal, podem ser avaliados também pilares retangulares submetidos à flexo-compressão oblíqua, incluindo pilares com índice de esbeltez superior a 90.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento**. Rio de Janeiro (RJ): ABNT, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento**. Rio de Janeiro (RJ): ABNT, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 7480: **Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação**. Rio de Janeiro (RJ): ABNT, 2007.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Vol. 3. Rio Grande: Dunas, 2010.
- BASTOS, P. S. **Pilares de concreto armado**. 2015. Notas de aula. Disponível em: <<http://www.feb.unesp.br/pbastos/concreto2/Pilares.pdf>>. Acessado em 10/04/2019.
- FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto armado. Solicitações normais**. Rio de Janeiro, Guanabara Dois. 1981.
- IBRACON. **Comentários Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB1: ABNT NBR 6118:2003 Projeto de estruturas de concreto – Procedimento – São Paulo: IBRACON, 2007. 268 p.**
- LEITÃO, E. M. M.; CALIXTO, J. M. F; DINIZ, S. M. C.; **Estudo Comparativo de Métodos Aproximados para Análise do Efeito de Segunda Ordem em Pilares Esbeltos de Concreto Armado sob Flexão Composta Reta**. IXCBPE. Rio de Janeiro, 2016.
- MACHADO, M. G. **Estudo Experimental da Ductilidade de Vigas em Concreto Armado Reforçadas à Flexão Utilizando Compósitos com Tecido de Fibras de Carbono**. Rio de Janeiro: Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2004.
- MAZETTO, G. da S. **Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho**. Florianópolis: Dissertação de Mestrado – Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.
- MONTOYA, P. J.; MESEGUER, Á. G.; CABRÉ, F. M. **Hormigón Armado**. Barcelona: Gustavo Gili, 1987.
- PEREIRA, A. **Projeto ótimo de pórticos planos com restrição à flambagem**. Rio de Janeiro: Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2002.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. 2005. Apostila USP. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/decc/ECC1006/Downloads/Apost_EESC_USP_Libanio.pdf>. Acessado em 10/04/2019.

PINHEIRO, L. M.; BARALDI, L.T.; POREM, M.E. **Concreto Armado: Ábacos para flexão oblíqua**. São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, 1994. Disponível em: <<http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/24%20Abacos%20flexao%20obliqua.pdf>>. Acessado em 10/05/2019.

SILVA, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Excentricidades em Pilares segundo o Projeto de Revisão da NBR 6118 (2000)**. IV Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. 2002.

SILVA, R. J. C.; ARAÚJO, C. V. S.; LIMA, É. M. F. **Modelo generalizado para dimensionamento à flexão segundo as mudanças da ABNT NBR6118**. Concreto & Construções: Modelos de dimensionamento, normalização e métodos de avaliação de pontes e viadutos, São Paulo, v. 80, p.75-83, out/dez. 2015.

SCADELAI, M. A. **Dimensionamento de Pilares de acordo com a NBR 6118:2003**. São Carlos: Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia de Estruturas. Universidade de São Paulo, 2004.

VENTURINI, W. S.; RODRIGUES, R. O. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. EESC/USP, São Carlos, 1987.

ANEXO A – ALGORITMO NO MATLAB

A função “*entrada*” recebe os dados de entrada com informações sobre o problema a ser resolvido, sendo eles: a resistência do aço (f_{yk}) em kN/cm²; resistência do concreto (f_{ck}) em MPa; altura (h) e largura (b) da seção do pilar em cm; comprimento de flambagem do pilar (l_e) em cm; vetor que reúne informações o número de barras em cada camada do arranjo escolhido (n_i); variável que reúne informações sobre o cobrimento e diâmetro da barra escolhida (d) em cm; esforço normal solicitante característico (N_k) em kN; momento de cálculo no topo e na base na direção x (M_{1dAx} e M_{1dBx}) e na direção y (M_{1dAy} e M_{1dBy}) em kN.cm.

```
function [fyk,fck,h,b,d,ni,Nk,le,M1dAx,M1dBx,M1dAy,M1dBy] = entrada

fyk=50;
fck=20;
h=20;
b=70;
d=4;
le=460;
ni=[2 2];
Nk=1700;
M1dAx=3260;
M1dBx=-3260;
M1dAy=0;
M1dBy=0;
```

A função “*p_entrada*” faz o processamento dos dados de entrada para o cálculo do: esforço normal de cálculo (N_d), verificando a necessidade de se utilizar o coeficiente adicional de majoração (Y_n) caso a menor dimensão seja inferior a 19 cm; resistência de cálculo do aço (f_{yd}) e do concreto (f_{cd}), considerando o cálculo dos parâmetros das equações 8 até 11 para o grupo I ou grupo II, sendo representados no código por (L) e (ac); momentos mínimos e necessidade de inclusão dos momentos de segunda ordem nas direções x e y pelo método que o usuário desejar – basta alterar, dentro do código, o valor da variável “*metodo*” para 1 caso deseje calcular pelo método da curvatura aproximada ou para 2 caso o método desejado seja o da rigidez κ aproximada – que posteriormente são somados ao momento de primeira ordem e divididos pelo esforço normal de cálculo afim de se obter excentricidades totais nas direções x e y (e_x e e_y).

```

function [Nd,fyd,L,Ocd,ex,ey,fcd,ac] =
p_entrada (fyk,fck,h,b,Nk,le,MldAx,MldBx,MldAy,MldBy)

%Cálculo do coeficiente adicional Yn

if(abs(b)<=abs(h))
    menor_dim=abs(b);
else
    menor_dim=abs(h);
end

Yn=1.95-0.05*menor_dim;

if(Yn>1.25)
    Yn=1.25;
elseif(Yn<1)
    Yn=1;
end

%CÁLCULO DE Nd, fyd e Mldmin

Nd=Yn*1.4*abs(Nk);
fyd=fyk/1.15;
Mldminx=Nd*(1.5+0.03*b);
Mldminy=Nd*(1.5+0.03*h);

%CÁLCULO DE Ocd

if(abs(fck)<=50)
    ac=0.85;
    L=0.8;
else
    ac=0.85*(1-(abs(fck)-50)/200);
    L=0.8-(abs(fck)-50)/400;
end

fcd=abs(fck)/1.4;
Ocd=ac*fcd/10;

%CÁLCULO DE ab

%Eixo X

if(abs(MldAx)>=abs(MldBx))
    MAx=MldAx;
    MBx=MldBx;
else
    MAx=MldBx;
    MBx=MldAx;
end

if(MAx==0)
    abx=1;
else
    if(abs(Mldminx)>=abs(MAx))
        abx=1;
    end
end

```

```

        else
            abx=0.6+0.4*MBx/MAx;
        end
    end

    if(abx>=1)
        abx=1;
    elseif(abx<=0.4)
        abx=0.4;
    end

    %Eixo Y

    if(abs(M1dAy)>=abs(M1dBy))
        MAy=M1dAy;
        MBy=M1dBy;
    else
        MAy=M1dBy;
        MBy=M1dAy;
    end

    if(MAy==0)
        aby=1;
    else
        if(abs(M1dminy)>=abs(MAy))
            aby=1;
        else
            aby=0.6+0.4*MBy/MAy;
        end
    end

    if(aby>=1)
        aby=1;
    elseif(aby<=0.4)
        aby=0.4;
    end

    %NECESSIDADE DE ANÁLISE DE 2ª ORDEM

    %Eixo X

    if(abs(M1dAx)>=abs(M1dBx))
        e1x=abs(M1dAx)/Nd;
    else
        e1x=abs(M1dBx)/Nd;
    end

    esbx=3.46*1e/b;
    L1x=(25+12.5*e1x/b)/abx;

    if(L1x>=90)
        L1x=90;
    elseif(L1x<=35)
        L1x=35;
    end
end

```



```

if (esbx>=L1x)
    Lx=1;
else
    Lx=0;
end

%Eixo Y

if (abs (M1dAy) >=abs (M1dBy) )
    e1y=abs (M1dAy) /Nd;
else
    e1y=abs (M1dBy) /Nd;
end

esby=3.46*1e/h;
L1y=(25+12.5*e1y/h) /aby;

if (L1y>=90)
    L1y=90;
elseif (L1y<=35)
    L1y=35;
end

if (esby>=L1y)
    Ly=1;
else
    Ly=0;
end

%MOMENTO DE CÁLCULO NA DIREÇÃO X

%Momento de 1ª ordem

if (abs (M1dAx) >=abs (M1dBx) )
    M1dx=abs (M1dAx) ;
else
    M1dx=abs (M1dBx) ;
end

if (M1dx>=abs (M1dminx) )
    M1dx=M1dx;
else
    M1dx=abs (M1dminx) ;
end

%Momento de 2ª ordem

v=Nd/ (abs (h) *abs (b) *fcd/10) ;

%metodo=1 (método da curvatura)
%metodo=2 (método da rigidez k)

metodo=2;

if (Lx==1)
    if (metodo==1)

```

```

%Método da curvatura
if(v<=0.5)
curvx=0.005/abs(b);
else
curvx=0.005/abs(b)/(v+0.5);
end
M2dx=Nd*le^2/10*curvx;
Mdx=abx*M1dx+M2dx;
if(Mdx<=M1dx)
Mdx=M1dx;
else
Mdx=Mdx;
end
ex=Mdx/Nd;
elseif(metodo==2)
%Método da rigidez aproximada k
A=5*b;
B=b^2*Nd-Nd*le^2/320-5*b*abx*M1dx;
C=-Nd*b^2*abx*M1dx;
Mdx = abs(max((-B+sqrt(B^2-4*A*C))/2/A, (-B-sqrt(B^2-
4*A*C))/2/A));
ex=Mdx/Nd;
end
else
ex=M1dx/Nd;
end

%MOMENTO DE CÁLCULO NA DIREÇÃO Y

%Momento de 1ª ordem

if(abs(M1dAy)>=abs(M1dBy))
M1dy=abs(M1dAy);
else
M1dy=abs(M1dBy);
end

if(M1dy>=abs(M1dminy))
M1dy=M1dy;
else
M1dy=abs(M1dminy);
end

%Momento de 2ª ordem

if(Ly==1)
if(metodo==1)
%Método da curvatura
if(v<=0.5)
curvy=0.005/abs(h);
else
curvy=0.005/abs(h)/(v+0.5);
end
M2dy=Nd*le^2/10*curvy;
Mdy=aby*M1dy+M2dy;
if(Mdy<=M1dy)

```

```

Mdy=M1dy;
else
Mdy=Mdy;
end
ey=Mdy/Nd;
elseif(metodo==2)
%Método da rigidez aproximada k
A=5*h;
B=h^2*Nd-Nd*le^2/320-5*h*aby*M1dy;
C=-Nd*h^2*aby*M1dy;
Mdy = abs(max((-B+sqrt(B^2-4*A*C))/2/A, (-B-sqrt(B^2-
4*A*C))/2/A));
ey=Mdy/Nd;
end
else
ey=M1dy/Nd;
end

```

A função “*adi*” faz o cálculo do esforço normal reduzido (v), do momento fletor reduzido para ambas as direções (M_x e M_y) e dos adimensionais que possuem relação com a posição da linha neutra (B_c e r_c).

```

function [v,Mx,My,rc,Bc] = adi(E,Nd,ex,ey,b,h,fcd,L)

%Esforço normal reduzido
v=Nd/(b*h*fcd/10);

%Momento fletor reduzido

Mdx=Nd*ex;
Mx=Mdx/(h*b^2*fcd/10);

Mdy=Nd*ey;
My=Mdy/(b*h^2*fcd/10);

%rc
if(E<1/L)
rc=L*E;
else
rc=1;
end

%Bc
if(E<1/L)
Bc=0.5*L*E;
else
Bc=0.5;
end

```

A função “*def*” faz o cálculo da deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico (E_{c2}) e da deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura (E_{cu}) para concretos dos grupos I ou II, segundo as equações 3, 4, 6, 7. Esta função calcula ainda o domínio e as deformações para cada camada de barra do arranjo escolhido.

```
function [Esi,Bi] = def(fck,E,d,h,ni)

%Espaçamento

nt=length(ni);
i=linspace(1,nt,nt);
s=d/h;
Bi=s+(nt-i)*(1-2*s)/(nt-1);
di=Bi*h;

%Ecu e Ec2

if(abs(fck)<=50)
    Ec2=2;
    Ecu=3.5;
else
    Ec2=2+0.085*(fck-50)^0.53;
    Ecu=2.6+35*((90-fck)/100)^4;
end

%Domínios e Deformações

B1=Bi(1);
for j=1:1:nt
    if(E>=0&&E<Ecu/(Ecu+10)*B1)
        Esi(j)=10*(E-Bi(j))/(B1-E)/1000;
    elseif(E>=Ecu/(Ecu+10)*B1&&E<1)
        Esi(j)=Ecu*(E-Bi(j))/E/1000;
    elseif(E>=1)
        Esi(j)=Ec2*(E-Bi(j))/(E-(Ecu-Ec2)/Ecu)/1000;
    end
end
end
```

A função “*tensao*” relaciona as deformações das barras de cada camada com sua tensão atuante por meio do diagrama de tensão-deformação do aço (Figura 3).

```
function [Osd] = tensao(fyd,ni,Esi)

%Tensão-Deformação

nt=length(ni);
Es=21000;
Eyd=fyd/Es;
for k=1:1:nt
```

```

    if (abs (Esi (k) ) <= Eyd)
        Osdi (k) = Es * Esi (k) ;
    elseif (abs (Esi (k) ) > Eyd)
        if (Esi (k) > 0)
            Osdi (k) = fyd;
        else
            Osdi (k) = -fyd;
        end
    end
end
end

```

A função “*somatorios*” realiza o somatório dos denominadores das equações 70 e 71.

```

function [s1,s2] = somatorios(ni,Bi,Osdi)

%Somatório de ni*Osdi

s1=sum(ni.*Osdi);

%Somatório de ni*Bi*Osdi

s2=sum(ni.*Bi.*Osdi);

```

A função “*fEx*” calcula o valor da função representada pela equação 72, segundo direção *b* da seção do pilar (direção *x*), utilizando como auxiliares todas as funções citadas anteriormente.

```

function [fE,v,Mx,rc,Bc,s1,s2,ni,fyd,b,h,fcd,Nd,ac] = fEx(E)

%Entrada
[fyk,fck,h,b,d,v1,Nk,le,M1dAx,M1dBx,M1dAy,M1dBy] = entrada;

%Rotação da armadura

for i=1:1:(v1(1))
    ni(i)=2;
end
ni(1)=length(v1);
ni(v1(1))=length(v1);

%Processamento dos dados de entrada
[Nd,fyd,L,Ocd,ex,ey,fcd,ac] =
p_entrada(fyk,fck,h,b,Nk,le,M1dAx,M1dBx,M1dAy,M1dBy);

%Adimensionais
[v,Mx,My,rc,Bc] = adi(E,Nd,ex,ey,b,h,fcd,L);

%Deformações

```

```
[Esi,Bi] = def(fck,E,d,b,ni);

%Tensões
[Osd] = tensao(fyd,ni,Esi);

%Somatórios
[s1,s2] = somatorios(ni,Bi,Osd);

%Função
fE=(Mx-0.5*v+ac*rc*Bc)*s1+(v-ac*rc)*s2;
```

A função “*fE_y*” calcula o valor da função representada pela equação 72, segundo direção *h* da seção do pilar (direção *y*).

```
function [fE,v,My,rc,Bc,s1,s2,ni,fyd,b,h,fcd,Nd,ac] = fEy(E)

%Entrada
[fyk,fck,h,b,d,ni,Nk,le,M1dAx,M1dBx,M1dAy,M1dBy] = entrada;

%Processamento dos dados de entrada
[Nd,fyd,L,Ocd,ex,ey,fcd,ac] =
p_entrada(fyk,fck,h,b,Nk,le,M1dAx,M1dBx,M1dAy,M1dBy);

%Adimensionais
[v,Mx,My,rc,Bc] = adi(E,Nd,ex,ey,b,h,fcd,L);

%Deformações
[Esi,Bi] = def(fck,E,d,h,ni);

%Tensões
[Osd] = tensao(fyd,ni,Esi);

%Somatórios
[s1,s2] = somatorios(ni,Bi,Osd);

%Função
fE=(My-0.5*v+ac*rc*Bc)*s1+(v-ac*rc)*s2;
```

A função “*iteracaox*” encontra iterativamente, pelo método da bissecante, a raiz da equação da função “*fE_x*” com tolerância máxima de 10^{-3} , segundo a direção *b* da seção do pilar (direção *x*), guardando-a na variável (E1).

```
function E1 = iteracaox

%Iteração pelo método da bissecante

Eo=0;
Eu=10;
tol=0.001;
```

```

f1=1;

while tol<=abs(f1)
fo=fEx(Eo);
fu=fEx(Eu);
if (fo*fu<=0)
    E1=(Eo*fu-Eu*fo)/(fu-fo);
    f1=fEx(E1);
    p1=fo*f1;
    if (p1<0)
        Eu=E1;
    else
        Eo=E1;
    end
else
    Eo=Eu;
    Eu=Eu*10;
end

end

```

A função “*iteracaoy*” encontra iterativamente, pelo método da bissecante, a raiz da equação da função “*fEy*” com tolerância máxima de 10^{-3} , segundo a direção *h* da seção do pilar (direção *y*), guardando-a na variável (E1).

```

function E1 = iteracaoy

%Iteração pelo método da bissecante

Eo=0;
Eu=10;
tol=0.001;
f1=1;

while tol<=abs(f1)
fo=fEy(Eo);
fu=fEy(Eu);
if (fo*fu<=0)
    E1=(Eo*fu-Eu*fo)/(fu-fo);
    f1=fEy(E1);
    p1=fo*f1;
    if (p1<0)
        Eu=E1;
    else
        Eo=E1;
    end
else
    Eo=Eu;
    Eu=Eu*10;
end

end

```

A função “as” é a função principal a ser chamada pelo usuário para o acionamento das demais. De posse da posição da linha neutra relativa à altura, encontrada no processo iterativo, calcula-se por meio da equação 70 ou 71 a taxa mecânica de armadura e a área de aço para ambas as direções (asx e asy). A função retorna para o usuário o maior entre estes dois valores, respeitando os limites inferiores (Asmin) e superiores (Asmax) impostos pelas equações 34 e 35 respectivamente.

```
function [As] = as

    %DIREÇÃO X

    %LINHA NEUTRA

    Ex = iteracaox;

    %ÁREA DE AÇO

    [fE,v,Mx,rc,Bc,s1,s2,ni,fyd,b,h,fcd,Nd,ac] = fEx(Ex);
    w1x=sum(ni)*fyd*(v-ac*rc)/s1;
    w2x=sum(ni)*fyd*(0.5*v-Mx-ac*rc*Bc)/s2;

    if(abs(w1x)>=100000000)
        w1x=0;
    elseif(abs(w2x)>=100000000)
        w2x=0;
    end

    as1x=w1x*b*h*fcd/10/fyd;
    as2x=w2x*b*h*fcd/10/fyd;
    asx=max(as1x,as2x);

    %DIREÇÃO Y

    %LINHA NEUTRA

    Ey = iteracaoy;

    %ÁREA DE AÇO

    [fE,v,My,rc,Bc,s1,s2,ni,fyd,b,h,fcd] = fEy(Ey);
    w1y=sum(ni)*fyd*(v-ac*rc)/s1;
    w2y=sum(ni)*fyd*(0.5*v-My-ac*rc*Bc)/s2;

    if(abs(w1y)>=100000000)
        w1y=0;
    elseif(abs(w2y)>=100000000)
        w2y=0;
    end

    end
```



```
as1y=w1y*b*h*fcd/10/fyd;  
as2y=w2y*b*h*fcd/10/fyd;  
asy=max(as1y,as2y);  
  
%Armadura longitudinal mínima  
  
Asmin=max(0.15*Nd/fyd,0.004*b*h);  
  
%Armadura longitudinal máxima  
  
Asmax=0.08*b*h;  
  
%Armadura longitudinal a ser utilizada  
  
As=min([max([Asmin,asx,asy]),Asmax]);
```