UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MATEMÁTICA LICENCIATURA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

VICTOR HUGO CORREIA LYRA

UM ESTUDO SOBRE A HISTÓRIA E APLICAÇÕES DO MÉTODO DA FALSA POSIÇÃO

MACEÍO/AL
2019

VICTOR HUGO CORREIA LYRA

UM ESTUDO SOBRE A HISTÓRIA E APLICAÇÕES DO MÉTODO DA FALSA POSIÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Alagoas como um dos requisitos para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Viviane de Oliveira Santos

MACEIÓ/AL

2019

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecário: Marcelino de Carvalho

L992e Lyra, Victor Hugo Correia.
Um estudo sobre a história e aplicações do método da falsa posição / Victor Hugo Correia Lyra. – 2019.
35 f. : il.

Orientadora: Viviane de Oliveira Santos.
Monografia (Trabalho de Conclusão de curso) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Curso de Licenciatura em Matemática. Maceió, 2019.

Bibliografia: f. 35.

1. Equações lineares. 2. Matemática - História. 3. Falsa posição (Método algébrico). I. Título.

CDU: 512.644

VICTOR HUGO CORREIA LYRA

UM ESTUDO SOBRE A HISTÓRIA E APLICAÇÕES DO MÉTODO DA FALSA POSIÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Alagoas como um dos requisitos para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Viviane de O. Santos

Profa. Dra. Viviane de Oliveira Santos (Orientadora)
Universidade Federal de Alagoas (UFAL)

Profa. Dra. Viviane de Oliveira Santos (Orientadora)

Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra
Universidade Federal de Alagoas (UFAL)

Profa. Ma. Elisa Fonseca Sena e Silva
Universidade Federal de Alagoas (UFAL)

AGRADECIMENTOS

À Profa. Viviane que sempre me acolheu desde o primeiro momento em que procurei uma oportunidade de me encaixar em projetos de extensão, a quem devo o rumo no meu trabalho de conclusão, pois foi com ela que pude conhecer a História da Matemática e perceber o quão prazeroso e interessante o ensino e aprendizagem da matemática pode se tornar.

Ao Prof. Ivan que foi o professor mais presente, desde o meu ingresso no curso até o último semestre. Tive a honra de participar de perto do seu Doutorado, sempre me aconselhou e me ensinou não só sobre Matemática, mas ensinamentos para toda a vida.

Aos meus primos e primas em que mais confio: Cathe, meu orgulho e motivação, minha parceira da vida; Matheus, meu primeiro amigo, nossa conexão estará sempre além, me inspiro no seu jeito de viver; João, meu irmão mais novo pode ter certeza que nos momentos em que tentei te ensinar, aprendi muito também e obrigado pelas risadas; e Mabel sua determinação me contagiou e sua alegria também.

Aos meus amigos, irmãos de outras mães: Gabriel (Gepa) meu parceiro de Pinheiro, sempre juntos, vamos conquistar muita coisa ainda; Gui o cara mais inteligente e parceiro que conheço, sempre do meu lado nas batalhas Pokémon; Jorge o anfitrião mais querido, amigo de profissão, sempre me apoiou e sempre me apoiará; Thiago, meu capitão, um amigo que todo mundo deveria ter, me salvou com seus conselhos.

À minha namorada, Grazi, foi ela que mais "pegou no meu pé" para terminar esse TCC. Minha confidente, seu carinho, foco e profissionalismo me inspiram.

Agradeço a todos os professores que se dedicaram a ensinar mais do que uma disciplina, que agregaram na questão humana e em que tipo de professor eu quero ser.

Agradeço aos meus familiares, minha mãe Adriana e meu pai Armando que me deram tudo que precisei e amor infinito; meu irmão Carlos, aprendi muito com suas atitudes, minha avó Vera, exemplo de força e de como se viver a vida; minha tia Xanda por sua bondade e atenção; aos meus padrinhos tio Marco e tia Kel, pela alegria e todo suporte.

E a todos os que fizeram parte dessa etapa e que moldaram meu caráter.

RESUMO

Numa visão histórica, as equações lineares surgiram em épocas distintas e em várias localidades, sendo seu desenvolvimento e motivação bem peculiares estudados na História da Matemática. O método da Falsa Posição é um antigo e famoso modelo de resolução de equação linear que em sua essência é um método algébrico. Como o próprio nome diz, o modo de utilização consiste numa adoção de um valor falso, para depois, com ajustes proporcionais, chegar ao resultado desejado. Além do estudo histórico do método, o trabalho abordará também a maneira no qual é possível utilizá-lo de maneira geométrica. Essa ideia surgiu a partir do projeto de iniciação científica “A álgebra geométrica ao longo da história da matemática” realizado entre 2017 e 2018. Essa é uma maneira de observar que a Matemática é conectada e que a álgebra e a geometria se relacionam.

Palavras-chave: Equações lineares. História da Matemática. Falsa Posição.

ABSTRACT

From a historical point of view, linear equations emerged at different times and in various locations, and their development and motivation are very peculiar studied in the History of Mathematics. The False Position method is an old and famous linear equation resolution model that is essentially an algebraic method. As its name implies, the mode of use consists in adopting a false value, and then, with proportional adjustments, arrive at the desired result. Besides the historical study of the method, the work will also approach the way in which it can be used geometrically. This idea came from the scientific initiation project “Geometric Algebra Throughout the History of Mathematics” conducted between 2017 and 2018. This is a way of observing that mathematics is connected and that algebra and geometry are related.

Keywords: Linear equations. Mathematics history. False position.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Esse trabalho veio concluir uma etapa que começou com o projeto de iniciação científica voltado à área da História da Matemática, onde o foco foi o *Papiro de Rhind* e quais dos seus problemas algébricos poderiam ser vistos de forma geométrica. Para aprofundarmos mais nesse trabalho, vamos abordar as equações lineares.

Ao estudar as equações lineares ao longo da História da Matemática nos deparamos com inúmeras civilizações e suas motivações para a utilização e criação das equações lineares. Alguns registram possíveis resoluções de problemas, mas com método distinto do usado atualmente, pois não havia álgebra como a atual.

Dentre os possíveis métodos de resolução ou atuação das equações lineares, está o método da Falsa Posição, que será abordado nesse estudo. Além de ser uma das maneiras mais frequentemente encontrada nos registros mais estudados, é um método simples que trabalha com proporção.

Alguns dos primeiros registros do uso do método da Falsa Posição encontram-se no *Papiro de Rhind*, *Papiro de Moscou* e em civilizações chinesas, principalmente. Iremos destacar o primeiro, pois foi através dele que a ideia desse trabalho surgiu, quando entre 2017 e 2018 ocorreu o projeto de iniciação científica "A álgebra geométrica ao longo da história da matemática", no qual foi possível estudar os problemas do *Papiro de Rhind*.

Em sua gênese histórica, o método da Falsa Posição é um procedimento iterativo de resolução de problemas lineares já bastante antigo. Suas origens remontam ao antigo Egito e aos primórdios da civilização chinesa, tendo sido largamente utilizado, desde então, por matemáticos de várias civilizações. Em sua essência, o método da Falsa Posição consiste em um procedimento de tentativas e erros. (Medeiros; Medeiros, 2004)

Utilizando a Falsa Posição, será mostrada uma das maneiras que o método pode ser usado de maneira geométrica através de gráficos e proporção. Com a realização dos gráficos, que resultam em retas, é possível enxergar triângulos semelhantes para a obtenção do resultado desejado.

2. EQUAÇÕES LINEARES

A partir de agora discutiremos um pouco sobre as equações lineares, como foco nas equações do 1º grau, mostrando onde ocorram os primeiros registros, quais as possíveis motivações e quais métodos eram usados.

> Muitas das fontes matemáticas dos tempos antigos ocupavam-se da resolução de problemas, onde aplicavam várias técnicas matemáticas. [...] É claro que devemos sempre ter presente que nenhuma das civilizações antigas possuía qualquer simbologia para as operações ou incógnitas que usamos hoje em dia. No entanto os escribas eram capazes de resolver problemas, recorrendo simplesmente a técnicas verbais. (KATZ, 2010, p. 20)

Como foi dito, os antigos trabalhavam com equações lineares, mas não da forma que fazemos hoje em dia, pela falta do simbolismo. Segundo Eves (2004), G. H. F Nesselmann caracterizou três estágios da notação algébrica: **álgebra retórica** (argumentos em prosa pura), **álgebra sincopada** (adotam abreviações) e **álgebra simbólica** (maneira atual, formada de símbolos). Sendo que as primeiras descobertas, como eram de se esperar, foram de “álgebra retórica” e elas duraram até o século XV.

A Álgebra principia com a forma retórica e, com o correr do tempo, passa a sincopada, com o emprego de algumas abreviaturas e vão sendo criados e assimilados novos sinais e representações, até chegarmos à álgebra simbólica (BAUMGART , 1992).

Portanto, como os argumentos em prosa e na língua nativa, os escribas agiam como tradutores, mas como bem sabemos, traduções podem variar de pessoa para pessoa. Logo, os contextos, os métodos e construções das equações podem não significar o que de fato se queria dizer/fazer originalmente.

Dando uma pausa no assunto exclusivo das equações, acreditamos ser relevante escrever um pouco sobre o conhecimento matemático egípcio, como explica Elenice Zuin,

> Conhecimentos de aritmética eram fundamentais na organização político-administrativa egípcia. Os papiros *Rhind* e de *Moscou* são as fontes mais representativas dos conhecimentos matemáticos do Egito Antigo, que chegaram até nós, viabilizando a apreensão dos saberes elaborados e/ou assimilados por este povo. No entanto, nos papiros, não há justificativa para os métodos de resolução empregados, sendo apresentada unicamente as soluções. Este fato, aliado aos poucos documentos encontrados aos que se tem acesso, não permite que tenhamos a real dimensão da matemática desenvolvida naquela época (ZUIN, 2019).

Dentre os registros iniciais das equações, os papiros egípcios são uns dos mais procurados, pois mostram diferentes formas para se tratar das equações lineares. O *Papiro de Moscou*, segundo Eves, é aproximadamente datado em 1850 a.C., sendo um texto matemático que contém 25 problemas e que foi adquirido no Egito em 1893 pelo colecionador *Golenischev*, o mesmo encontra-se no Museu de Belas-Artes de Moscou e nele há registros mostrando que o escriba utilizava técnicas parecidas com a que usamos atualmente, como se vê na citação seguinte,

> Por exemplo, o *Papiro de Moscou* usa técnica corrente para encontrar o número, tal que se tomar 1 ½ dele e adicionar 4, a soma é igual a 10. Na notação moderna a equação é simplesmente $(1\ 1/2)x + 4 = 10$. O escriba procede do mesmo modo que faríamos atualmente: primeiro subtrai 4 de 10 para obter 6, depois multiplica 6 por 3/2 (o recíproco de 1 1/2) para obter 4 como solução. (KATZ, 2010, p. 20)

Segundo Katz, esse tipo de problema é apresentado como puramente abstrato sem qualquer referência a quantidades reais tais como área ou pães.

Há também o *Papiro de Rhind (ou Ahmes)* que, segundo Eves (2004), é datado de 1650 a.C., é um texto matemático na forma de manual prático que contém mais de 80 problemas copiados em escrita hierática pelo escriba *Ahmes* de um trabalho mais antigo. O papiro foi adquirido no Egito, pelo egiptólogo escocês *A. Henry Rhind*, sendo mais tarde comprado pelo Museu Britânico. Como disse Juliana Martins,

> O papiro matemático Rhind é considerado uma das principais fontes para o estudo da matemática egípcia antiga. Essa afirmação é verificável não somente em livros de história geral da matemática, mas também na historiografia relativa à antiga matemática egípcia. Este consenso estabeleceu-se na medida em que foi possível conhecer, por meio dos diversos problemas que o papiro apresenta, a variabilidade dos procedimentos e métodos matemáticos utilizados pelos antigos egípcios. Em seu estado original o papiro teria aproximadamente 5,5 metros de comprimento por 33 centímetros de largura. Está escrito em hierático, da direita para a esquerda, em tintas preta e vermelha e foi copiado por um escriba chamado Ahmes. (MARTINS, 2015, p. 28)

Esse papiro possui procedimento semelhante ao *Papiro de Moscou* em alguns problemas, mas apresenta com mais frequência outro método, o da **Falsa Posição**, o qual iremos nos aprofundar. Segundo Elenice Zuin,

> No *Papiro Rhind*, existe um grupo de problemas classificados como "*problemas de aha*", para se determinar uma quantidade desconhecida. O termo "*aha*" pode ser traduzido como "número", "montão" ou "quantidade". Para a resolução, era utilizado o *método da falsa posição*, no qual um valor hipotético é atribuído à incógnita – este poderia ser o valor exato ou um valor falso. No caso de este valor ser falso, ou seja, não verificar a equação, era realizada uma comparação entre *o valor atribuído, o valor obtido através deste, a incógnita e o valor real do problema*, conduzindo a uma comparação de frações, que verteria num caso de regra de três simples (ZUIN, 2013 apud ZUIN, 2019).

Relatando um pouco mais do método,

> No problema 26 do *Papiro de Rhind*, apresenta-se uma segunda técnica para resolver uma equação linear, na qual se procura encontrar uma quantidade que, quando adicionada a 1/4 dela própria, o resultado é 15. O problema é resolvido pelo método da **Falsa Posição** – isto é, supondo uma resposta conveniente mas incorreta e depois ajustando-a adequadamente. A solução do escriba é a seguinte: "Suponha[que a resposta é] 4. Então 1 1/4 de 4 é 5... Multiplique 5 de forma a obter 15. A resposta é 3. Multiplique 3 por 4. A resposta é 12". (KATZ, 2010, p. 21)

Ainda sobre o método,

> O *Papiro de Rhind* tem diversos problemas análogos, todos resolvidos pelo método da **Falsa Posição**. O procedimento passo a passo que o escriba seguiu pode ser considerado, assim, como um algoritmo para resolução de uma equação linear desse tipo. [...] é evidente que os escribas egípcios compreenderam a ideia básica da relação linear entre duas quantidades – que uma alteração multiplicativa na primeira quantidade implica a mesma alteração multiplicativa na segunda. (KATZ, 2010, p. 21)

Além dos escribas egípcios que utilizavam o método da Falsa Posição, o método foi também "utilizado pelos matemáticos chineses e hindus, na Idade Média, no Renascimento e ainda posteriormente. É de assinalar que também figura nas Aritméticas (Práticas) portuguesas do século XVI" (ESTRADA ET AL., 2000, p. 39).

Com relação aos povos chineses, podemos destacar o texto *K'ui-ch'ang Suam-Shu – Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática*, datado em 250 a.C., possuindo um total de 246 problemas relativos à mensuração de terras, agricultura, regra da sociedade, engenharia, impostos, soluções de equações e propriedades do triângulo retângulo e também com um viés pelas questões da engenharia (ZUIN, 2019).

Entre as resoluções de *K'ui-ch'ang Suam*, são encontrados métodos que remetem à regra da falsa posição, utilizada pelos egípcios, e regra de três. As equações lineares contêm soluções que englobam números positivos e negativos. Um problema com quatro equações e cinco incógnitas também é encontrado, incluindo equações indeterminadas (BOYER, 2003).

Mas como o enfoque é nas equações do 1º grau, vamos identificá-las e mostrar alguns métodos de resolvê-las. Esse tipo de equação é dado da seguinte maneira:

$$ax + b = 0,$$

onde a e b são conhecidos e tem-se como objetivo encontrar a chamada **raiz** (x), o valor no qual resolvemos a equação.

Há também outro modo de representarmos, o modo no qual era retratado nos papiros que veremos mais adiante. As equações podem aparecer assim:

$$x + ax = b,$$

onde a e b são conhecidos e, da mesma forma anterior, devemos encontrar o valor de x que satisfaz a equação.Tais equações podem ser resolvidas sem muita dificuldade com recursos algébricos.

Uma maneira de obtermos o resultado e mais características da equação é achando a função por trás da equação do 1º grau. A mesma é encontrada com algumas técnicas algébricas, mas com recurso digital é mais facilmente encontrada. Isso é o que faremos mais adiante.

A montagem das funções por trás das equações nos dá o que é preciso para o apelo geométrico que queremos, para fazermos o método da Falsa Posição voltado para a geometria, com o auxílio do *software Geogebra*.

3. O MÉTODO DA FALSA POSIÇÃO

Neste capítulo vamos aprofundar mais sobre esse famoso método. É muito controverso quando se diz respeito a sua criação, se foi criado pelos egípcios, ou chineses, ou por outra civilização. Mas todos hão de concordar a da sua grande importância histórica e de suas aplicações algébricas, proporcionais e até, como queremos mostrar, geométricas.

> Esse método começou a ser usado há pelo menos 3800 anos, quando não havia nenhum indício do surgimento da linguagem algébrica que manejamos hoje em dia quase sem pensar e ele foi, durante muitos séculos, importante, usado em várias culturas (chinesa, egípcia, hindu, árabe, no Ocidente medieval). [...] Seu funcionamento baseia-se em proporcionalidade e a presença desse método, conhecido, hoje, como regra da falsa posição em todas essas culturas, mostra como as ideias relacionadas com proporcionalidade encontram-se presentes, difusas, nas práticas matemáticas de muitas civilizações, ao longo do tempo (RPM 90, p. 2, 2016).

Em sua gênese histórica, o método da falsa posição é um procedimento iterativo de resolução de problemas lineares já bastante antigo. Suas origens remontam ao antigo Egito e aos primórdios da civilização chinesa, tendo sido largamente utilizado, desde então, por matemáticos de várias civilizações. Em sua essência, o método da falsa posição consiste em um procedimento de tentativas e erros. (Medeiros; Medeiros, 2004)

Reforçando sua imprecisão, no sentido de sua criação do método, segundo Lumpkin (1992), suas origens perdem-se no tempo, tendo surgido independentemente em vários locais e em várias civilizações da Antiguidade, como uma tentativa de resolver problemas práticos ligados ao comércio, à cobrança de impostos, ao armazenamento de animais e à agrimensura.

É importante observar que não se pode afirmar que a regra da falsa posição foi criada em tal país, em tal época. O que podemos fazer, baseado nas fontes que nos chegaram, é tentar ver quais práticas matemáticas, em várias culturas e épocas, usaram a regra. (RPM 90, p. 2, 2016)

Tal método tinha seu ponto de partida com o levantamento inicial de uma hipótese, ou posição inicial, sobre o valor da quantidade a ser determinada. Esta posição, ou suposição inicial, não era, entretanto, totalmente aleatória, mas sim, algo conveniente que obedecia a um propósito bem claro: o de simplificar os cálculos pela iniciativa de evitar as frações presentes na formulação do problema (BUNT, JONES e BEDIENT, 1988 apud MEDEIROS; MEDEIROS, 2004).

O método é, supostamente, usado por *Ahmes* no *Papiro de Rhind*, no qual a interpretação é feita da seguinte maneira, nos seguintes problemas:

Problema 26: “A quantidade e a sua 1/4 adicionadas dão 15. Qual é a quantidade?”

Colocando na forma algébrica, teríamos o seguinte:

$$x + \frac{x}{4} = 15$$

Figura 1 - Problema n. 26 no Papiro de Rhind

Fonte: Recorte de Robins e Shute, 1987.

O valor falso empregado nesse caso tem o objetivo de "eliminar" a fração. (A partir de agora iremos usar a notação de "x_o" para o valor falso). Então, fazendo x_o = 4, eliminamos a fração e, com esse valor, encontramos que $4 + \frac{4}{4} = 5$. Mas não queremos esse valor e sim o valor em que o resultado da equação seja 15, portanto, utilizando de proporção (regra de três: $\frac{4}{x} = \frac{5}{15}$), encontramos que o valor de 12 para *x*, pois $12 + \frac{12}{4} = 12 + 3 = 15$.

Ou de outra maneira, explica Medeiros e Medeiros,

> No caso do exemplo acima, o escriba egípcio escolhia um valor para a quantidade desconhecida (*aha*) que evitasse a fração. Uma boa escolha seria o próprio número 4. É preciso perceber, entretanto, que este valor 4 atribuído inicialmente à quantidade desconhecida não tinha a pretensão de ser algo como um palpite verdadeiro; era, realmente, uma mera tentativa a ser apropriadamente corrigida logo em seguida. Aplicando a esta posição inicial as condições do enunciado do problema, o escriba raciocinava da seguinte forma: se a resposta fosse 4, então 4 + $\frac{1}{4}$ de 4 = 5. Como o resultado esperado era igual a 15, a posição inicial assumida para a incógnita (4) era evidentemente falsa. Entretanto, tendo em vista que o resultado obtido (5) precisava ser multiplicado por 3 para se chegar ao valor da soma correta (15), na mesma proporção deveria ser multiplicada a falsa posição inicial (4) para se obter o valor correto da incógnita. Assim, o método da falsa posição apontava para um valor de "*aha*" igual a 4 x 3 = 12 (MEDEIROS; MEDEIROS, 2004).

Ainda sobre o método, Medeiros e Medeiros completa,

> É importante notarmos que o método da falsa posição adotava, portanto, duas linhas mestras. Em primeiro lugar, a adoção inicial de uma falsa posição quanto ao valor da incógnita, adoção esta baseada na conveniência da eliminação das frações. Em segundo lugar, a correção do valor atribuído inicialmente à incógnita por uma proporção entre os valores resultantes das somas (o correto e o obtido com a posição inicial) e os valores das incógnitas (o correto e a própria falsa posição inicial). (MEDEIROS; MEDEIROS, 2004)

Outros exemplos simples, mas que dão frações em suas respostas são os problemas de número 24 e 35. Esses problemas dizem o seguinte:

Problema 24: "A quantidade e seus 1/7 adicionadas dão 19. Qual é a quantidade?"

$$x + \frac{x}{7} = 19$$

Figura 2 - Problema n. 24 no *Papiro de Rhind*

Fonte: Recorte de Robins e Shute, 1987.

Usando a mesma lógica anterior, o menor número que temos para eliminar a fração é para x_o = 7. Daí, ficamos com:

$7 + \frac{7}{7} = 8$, mas como queremos chegar em 19, faremos a proporção (regra de três) $\frac{7}{x} = \frac{8}{19} \rightarrow 8x = 19.7 \rightarrow x = \frac{133}{8}$. Assim esse é o valor que resolve a equação. Mas as respostas no papiro, quando em frações, não eram representadas assim e sim em frações unitárias, assim sendo $x = \frac{133}{8} = 16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$. Mas nosso foco nãoé voltado para esse aspecto, então vamos usar as frações do método comum.

Problema 35: "Três vezes a quantidade e seus 1/3 adicionados dão 1. Qual a quantidade?"

$$3x + \frac{x}{3} = 1$$

Então, nosso valor falso será o x_o = 3, para não usarmos a fração, e ficamos com:

$3.3 + \frac{3}{3} = 10$, mas queremos o valor que torne a equação igual a 1, portanto usando a proporcionalidade, temos $\frac{3}{x} = \frac{10}{1} \rightarrow 10x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{10}$, que é o valor correto.

Sobre os problemas mostrados acima, Roque diz que,

> Ora, em nenhum desses problemas há referências a grandezas como volume, quantidade de grãos ou áreas. Todos envolvem números abstratos. Mas o mais importante é que parece que o escriba parece ter desejado indicar, por meio de uma lista de problemas similares, um procedimento geral de resolução. Usando nossa linguagem algébrica, essa generalidade é expressa em um único enunciado: encontre o valor de x na equação $x + \frac{x}{n} = c$, onde c pode assumir um valor qualquer. O método de resolução usado por nós é geral, pois basta resolver a equação e encontrar um valor para *x*. Essa generalidade é possibilitada pelo uso da linguagem algébrica. Não podemos negar, entretanto, que um outro tipo de generalidade estivesse presente no modo como os problemas egípcios eram organizados (ROQUE, 2012, p. 65).

Agora discutindo mais sobre o método e sua validade,

> Acostumado ao simbolismo algébrico moderno, podemos admirar a simplicidade do método da Falsa posição. Mesmo assim, buscamos uma justificativa que garanta a validade do método.
> Para isso, podemos tomar o método como válido para problemas que envolvam equações lineares do tipo $ax = b$.
> No caso dos problemas 24 e 26 do *Papiro de Rhind*, temos as equações $x + \frac{x}{7} = 19$ e $x + \frac{x}{4} = 15$, respectivamente, as quais podemos reescrever, como $\frac{8}{7}x = 19 \leftrightarrow 8x = 133$ e $\frac{5}{4}x = 15 \leftrightarrow 5x = 60$ (BRANDEMBERG, 2019, p. 21).

No caso do problema 26 do *Papiro de Rhind*, temos $a = 5$ e $b = 60$. Se tomarmos a solução inicial falsa $x_o = 4$ temos $ax_o = c$ onde $c \neq b$. Assim, para obtermos b basta multiplicarmos $ax_o = c$ por $\frac{b}{c}$. Obtemos uma equação do tipo $ax = b$, onde $x = \frac{b}{c}x_o$ (Medeiros; Medeiros, 2004).

Então, verificada a sua validade algébrica, vamos mostrar a sua aplicação geométrica no próximo capítulo.

4. UMA VISÃO GEOMÉTRICA DO MÉTODO DA FALSA POSIÇÃO

No projeto de iniciação científica, que foi realizado entre 2017 e 2018, que teve como título "A álgebra geométrica ao longo da história da matemática" foi que começamos a discutir maneiras de mostrarmos a álgebra por uma visão geométrica, principalmente com os problemas do *Papiro de Rhind*. Daí acabamos encontrando método da Falsa Posição que o escriba *Ahmes* utiliza em alguns dos mais de oitenta problemas do papiro. Percebemos que o método era compatível com a ideia, então resolvemos pesquisar um pouco mais sobre esse método.

Vamos exemplificar através de gráficos como o método da Falsa Posição, usado da forma algébrica pode ser trabalhado da forma geométrica. Um tanto desafiador e instigante, já que mostra que como áreas da matemática estão conectadas e podem ser usadas de formas diversas, podendo ser usado por professores, como uma maneira mais simples e intuitiva para trabalhar as equações.

A seguir, serão apresentados alguns dos problemas encontrados no *Papiro de Rhind* e que através do *software Geogebra* foi possível trabalhar da forma desejada. O *Geogebra* é um programa com inúmeras funções, combina conceitos e, portanto, possui as ferramentas necessárias para a transição proposta.

Alguns exemplos dos problemas estudados serão apresentados com as possíveis traduções e a forma algébrica seguida dos gráficos representando a forma geométrica, que nesse caso pode ser enxergada como semelhança de triângulos.

O método da Falsa Posição nos possibilita escolher qualquer número como chute inicial, desta forma nos problemas que não foram encontrados soluções traduzidas serão utilizados os números do chute inicial o mais "ingênuo" possível, mas deixando claro quais serão o valor "falso" e o valor procurado pelo problema. Em algumas situações os resultados não são números naturais.

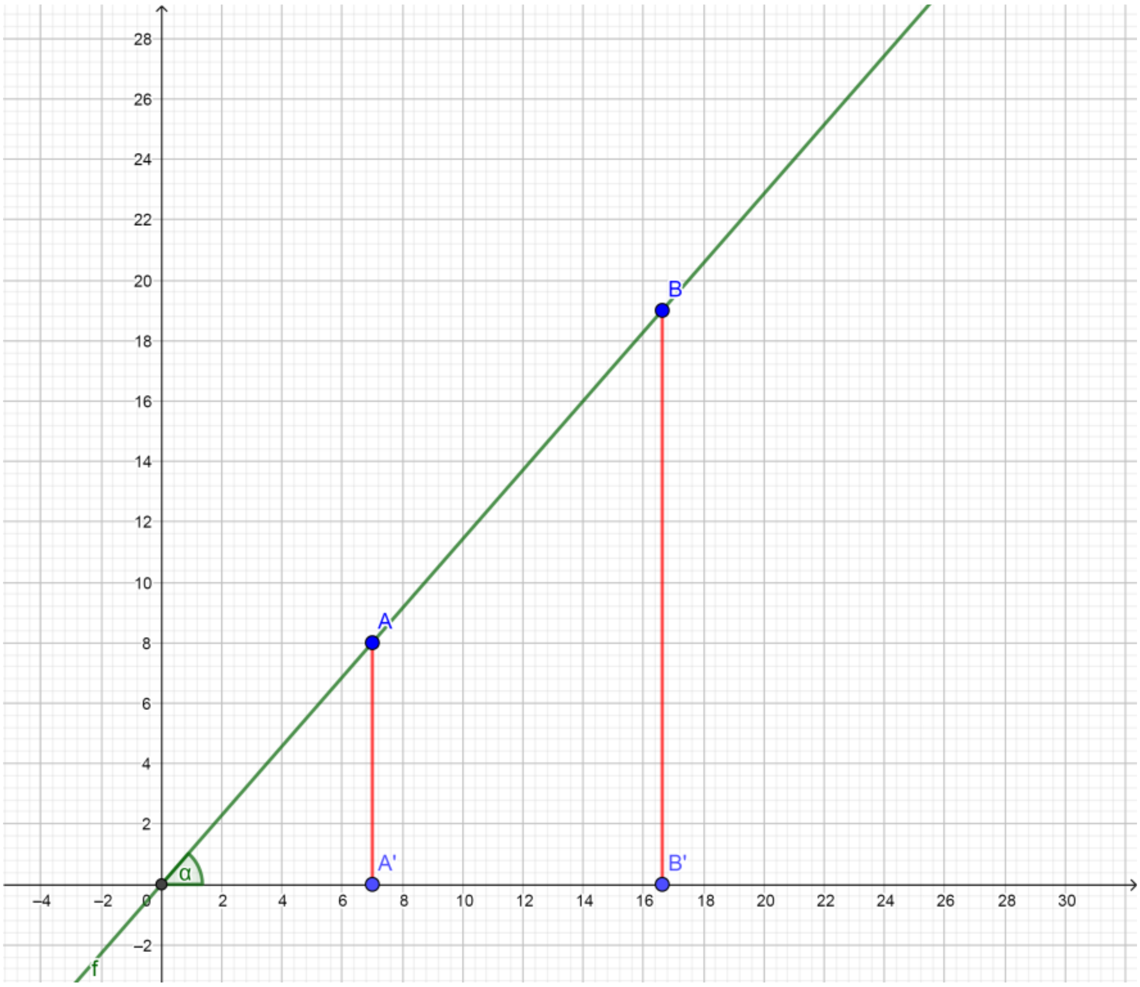
Problema n. 24: "Uma quantidade, 1/7 desta adicionada a esta, fica 19. Qual é esta quantidade?"

$$x + \frac{x}{7} = 19$$

Como já foi dito, $x_o = 7$, é a nossa falsa posição. E com isso, $7 + \frac{7}{7} = 8$. O que no método da falsa posição nos leva a pensar "que número devemos multiplicar o 8 para chegarmos em 19?". E esse número será o resultado desejado.

No *Geogebra*, foi selecionada a função $f(x) = x + \frac{x}{7} = \frac{8x}{7}$ e marcando os pontos desejados (Figura 3). O ponto da Falsa Posição (x_o = 7; y_o = 8) e ponto que resolve o problema ($x =?$; $y = 19$). Há várias formas de se chegar ao resultado, mas todas são basicamente proporção. Sendo a mais clara, pelo nosso gráfico, a semelhança de triângulos (Figura 4). A semelhança de triângulos (OAA´ e OBB´) ocorre por causa dos ângulos. A inclinação da reta forma o ângulo “α”, os segmentos AA´ e BB´ são perpendiculares ao eixo-x e portanto formam um ângulo de 90º. Logo, pela propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo que é igual a 180º, a semelhança ocorre através dos três ângulos de mesma medida.

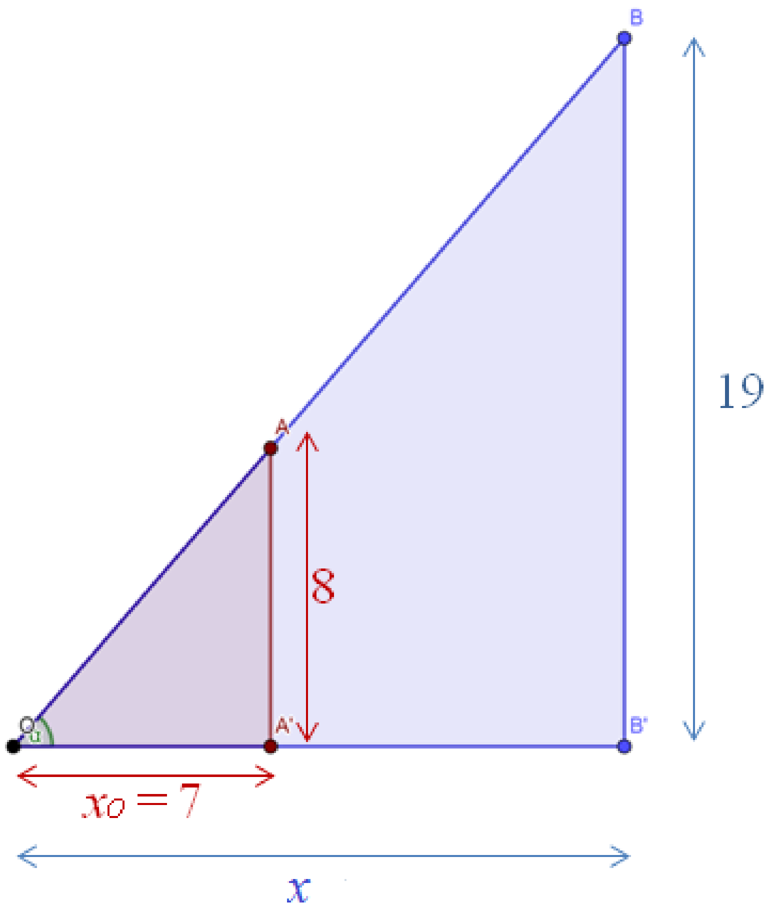
Figura 3 - Gráfico do problema n. 24



Fonte: Autor, 2019.

A proporção fica assim, $\frac{7}{x} = \frac{8}{19} \rightarrow 8x = 138 \rightarrow x = \frac{133}{8}$. Portanto, esse é o valor procurado da equação. Como podemos ver na figura abaixo.

Figura 4 - Proporção, problema n. 24



Fonte: Autor, 2019

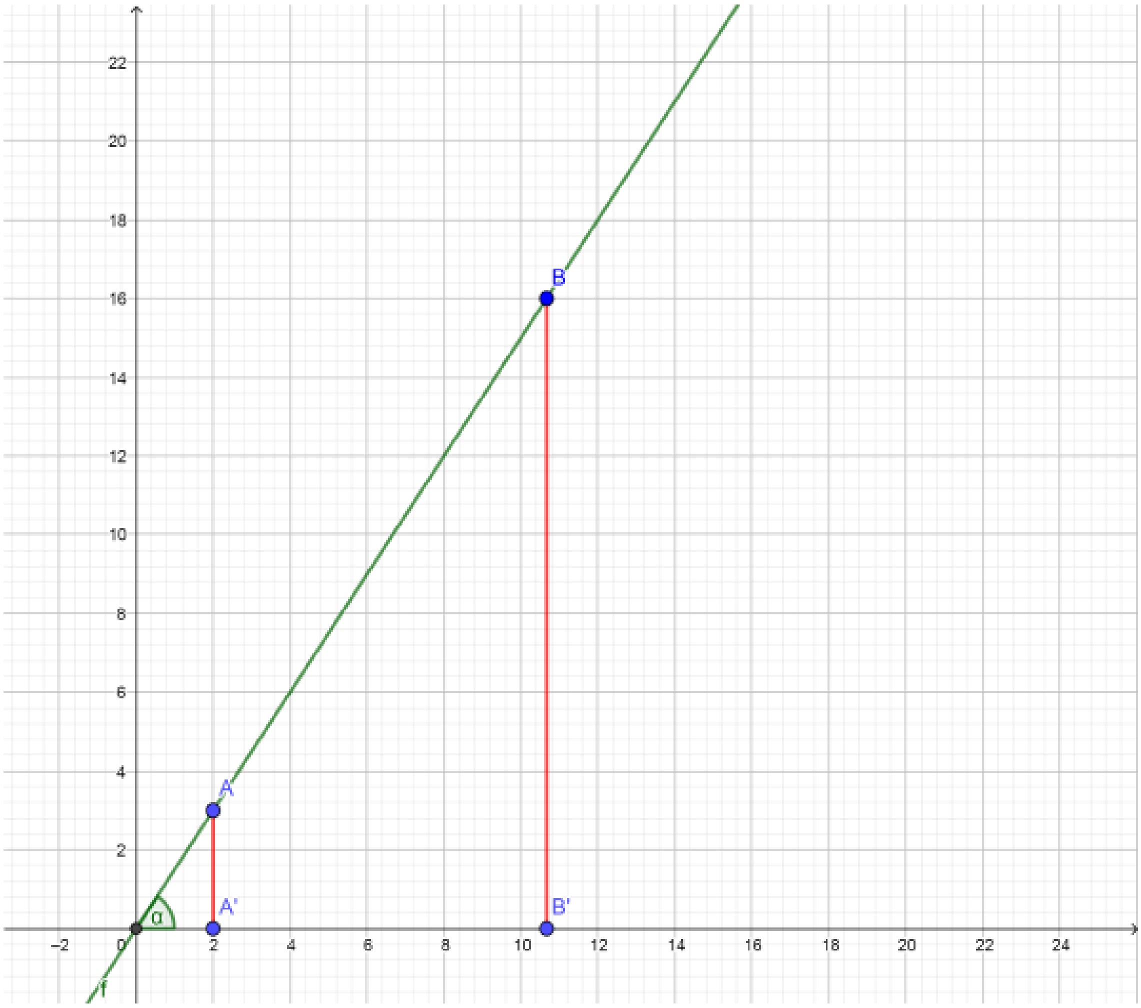
Problema n. 25: "Uma quantidade, 1/2 desta adicionada a esta, fica 16. Qual é esta quantidade?"

$$x + \frac{x}{2} = 16$$

Nosso valor falso é x_o = 2, assim obtendo 3 como resultado. Assim, devemos procurar um número que multiplicado por 3 resulte em 16.

Montando nossa função, que nesse caso é, $f(x) = x + \frac{x}{2} = \frac{3x}{2}$ (Figura 5), e através do gráfico chegamos, com semelhança de triângulos (Figura 6) do mesmo modo usado anteriormente, com a verificação de que os ângulos tem a mesma medida.

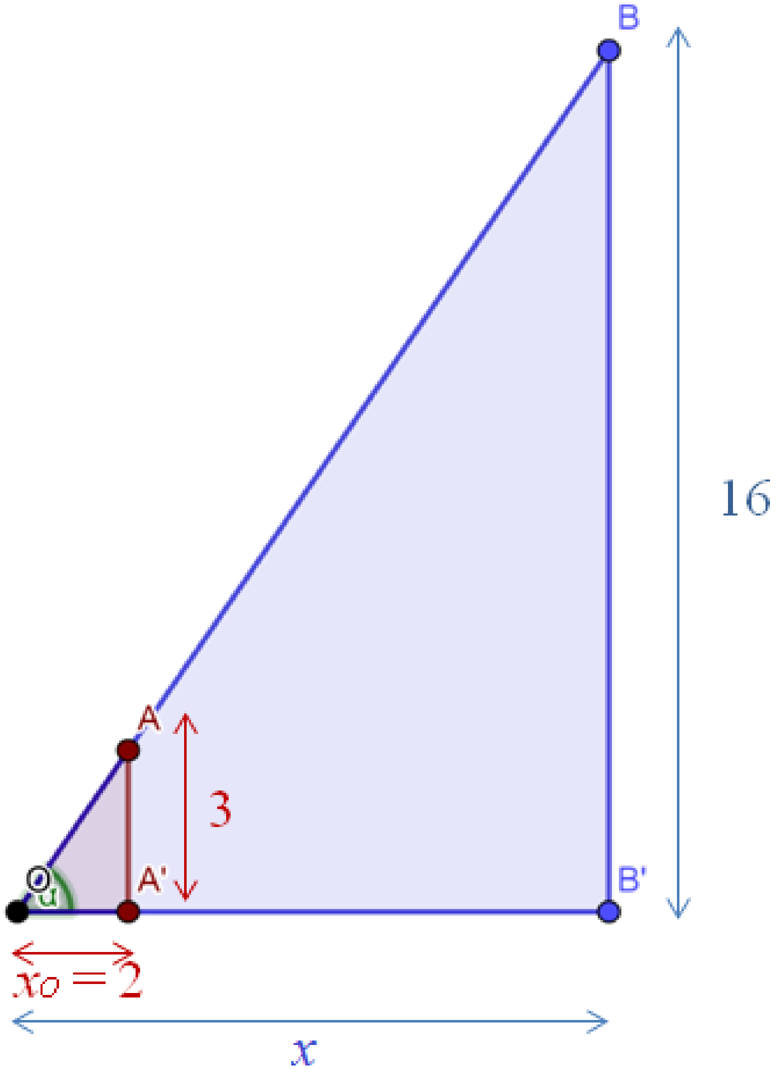
Figura 5 - Gráfico do problema n. 25



Fonte: Autor, 2019.

A proporção fica da seguinte maneira, $\frac{2}{x} = \frac{3}{16} \rightarrow 3x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{3}$. Sendo esse o valor procurado na equação. Assim observado abaixo.

Figura 6 - Proporção, problema n. 25



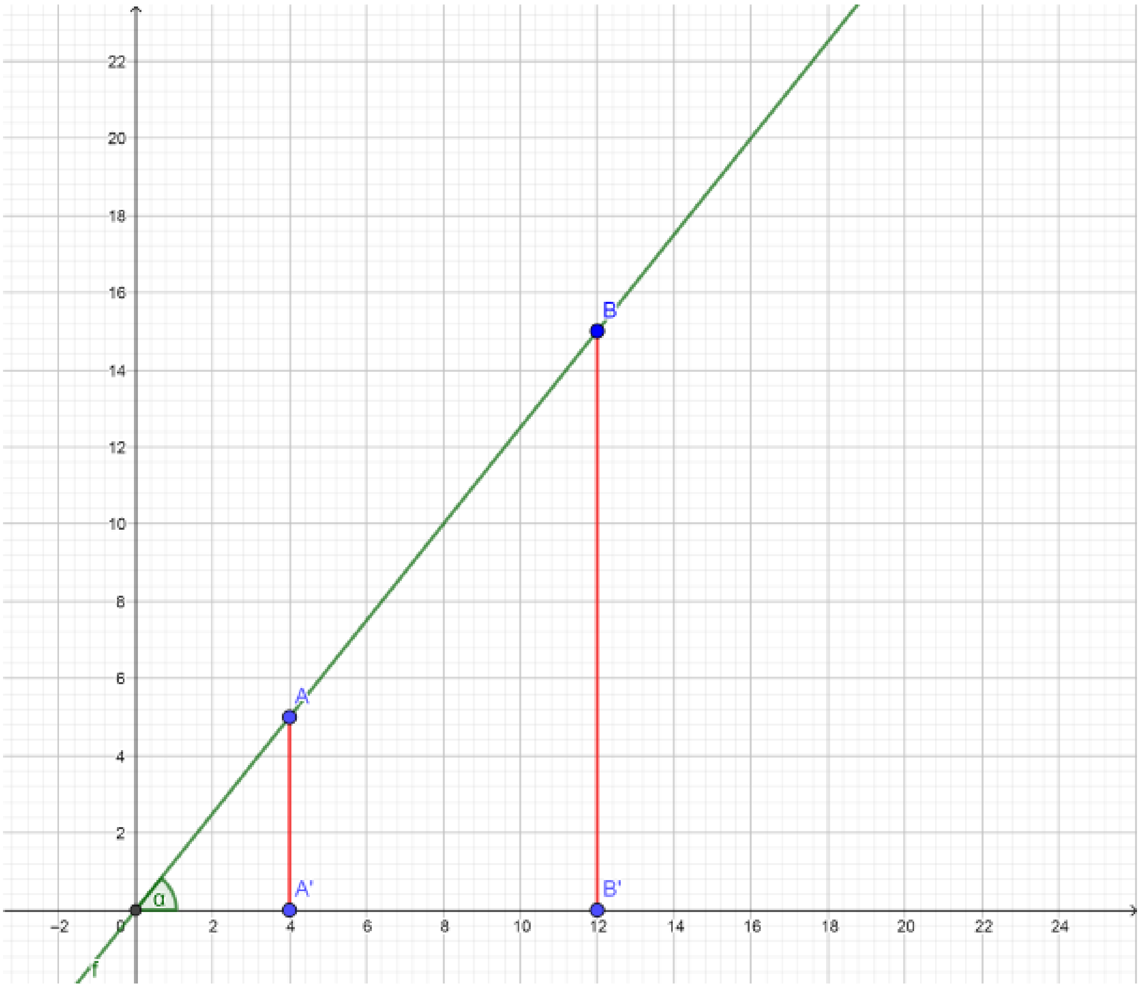
Fonte: Autor, 2019.

Problema n. 26: “A quantidade e a sua 1/4 adicionadas dão 15. Qual é a quantidade?”

$$x + \frac{x}{4} = 15$$

Nosso valor falso é $x_o = 4$. E nossa função fica sendo $f(x) = x + \frac{x}{4} = \frac{5x}{4}$ (Figura 7), pela qual chegamos através de semelhança de triângulos (Figura 8) ao valor $x = 12$, para que cheguemos à resposta desejada, que é 15.

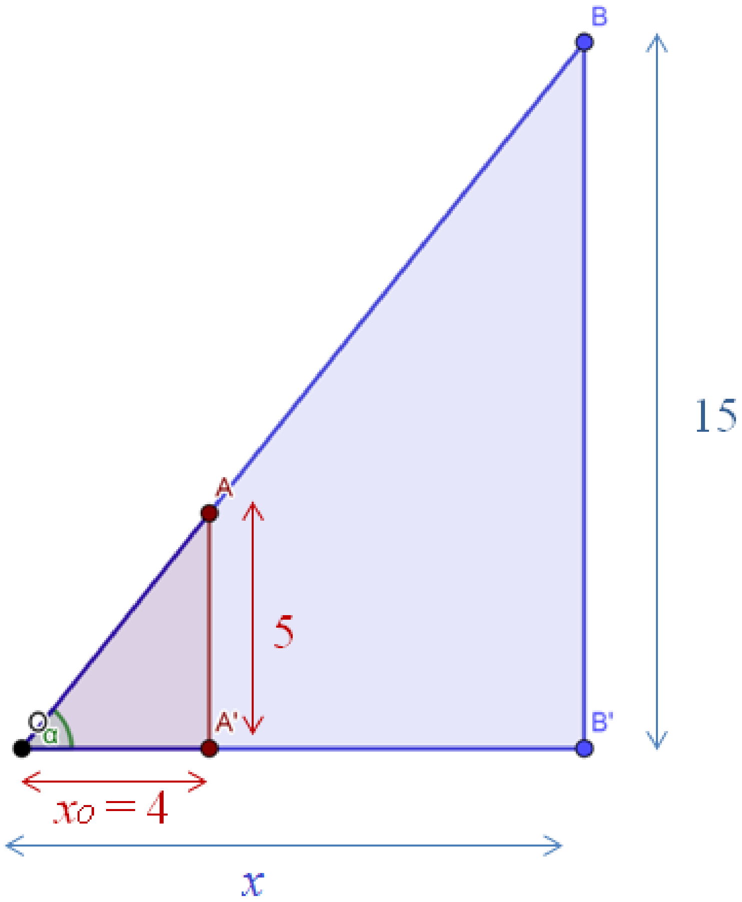
Figura 7 - Gráfico do problema n. 26



Fonte: Autor, 2019.

A proporção fica assim, $\frac{4}{x} = \frac{5}{15} \rightarrow 5x = 60 \rightarrow x = 12$. Portanto, esse é o valor procurado da equação. Como observado na figura abaixo.

Figura 8 - Proporção, problema n. 26



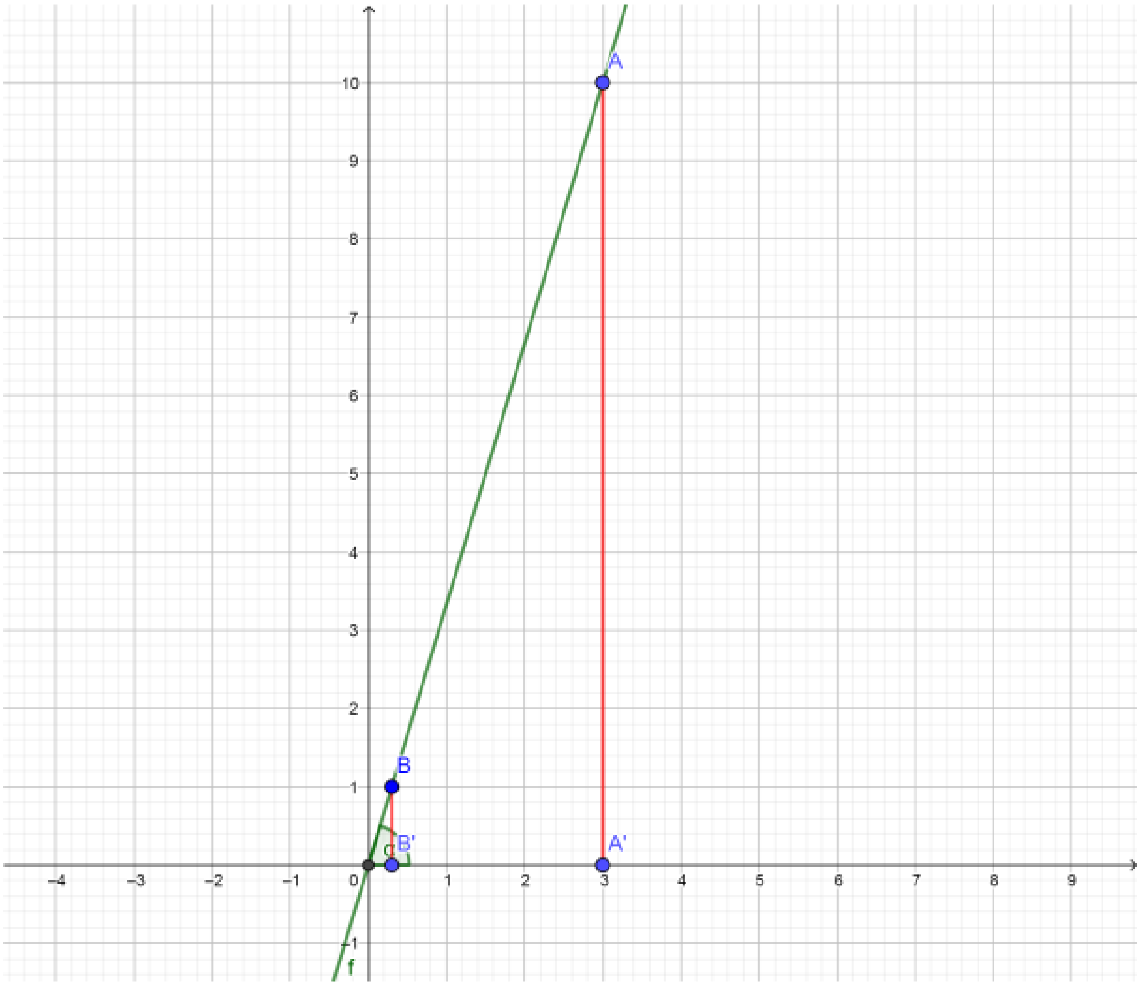
Fonte: Autor, 2019.

Problema n. 35: "O triplo de uma quantidade somados com sua terça parte resulta em 1. Qual é a quantidade?"

$$3x + \frac{x}{3} = 1.$$

Esse problema já se diferencia dos demais pelo fato de que o valor falso $x_o = 3$, fazer com que o valor obtido com ele seja maior que queremos chegar. Pensando por qual número devemos dividir o resultado falso ou por qual fração iremos multiplicar. Mas o modo de resolução é o mesmo, podemos usar a função $f(x) = 3x + \frac{x}{3} = \frac{10x}{3}$ (Figura 9) e com a semelhança de triângulos (Figura 10) chegamos ao valor desejado.

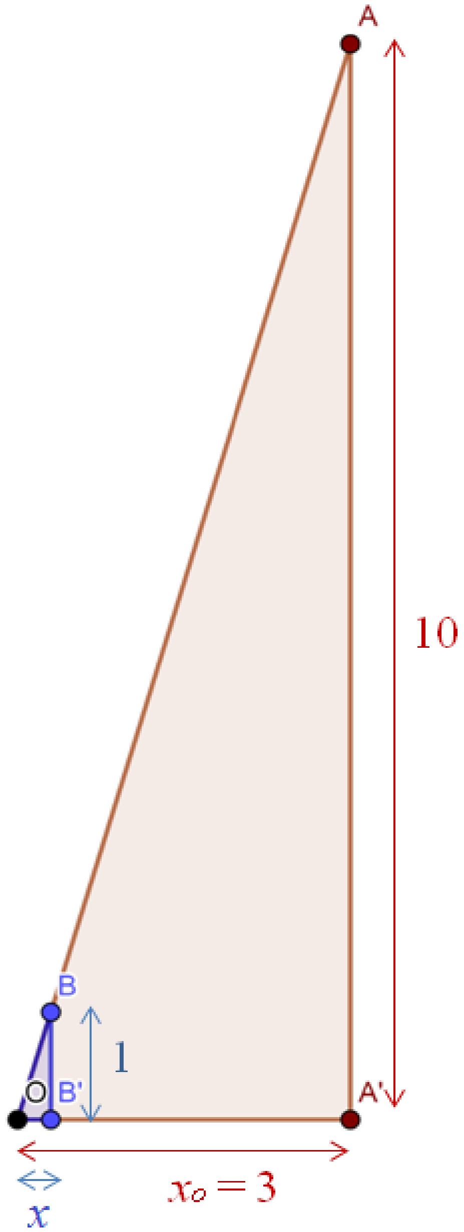
Figura 9 - Gráfico do problema n. 35



Fonte: Autor, 2019.

A proporção é feita assim, $\frac{3}{x} = \frac{10}{1} \rightarrow 10x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{10}$. Portanto, esse é o valor procurado da equação. Como observado na figura abaixo.

Figura 10 - Proporção, problema n. 35

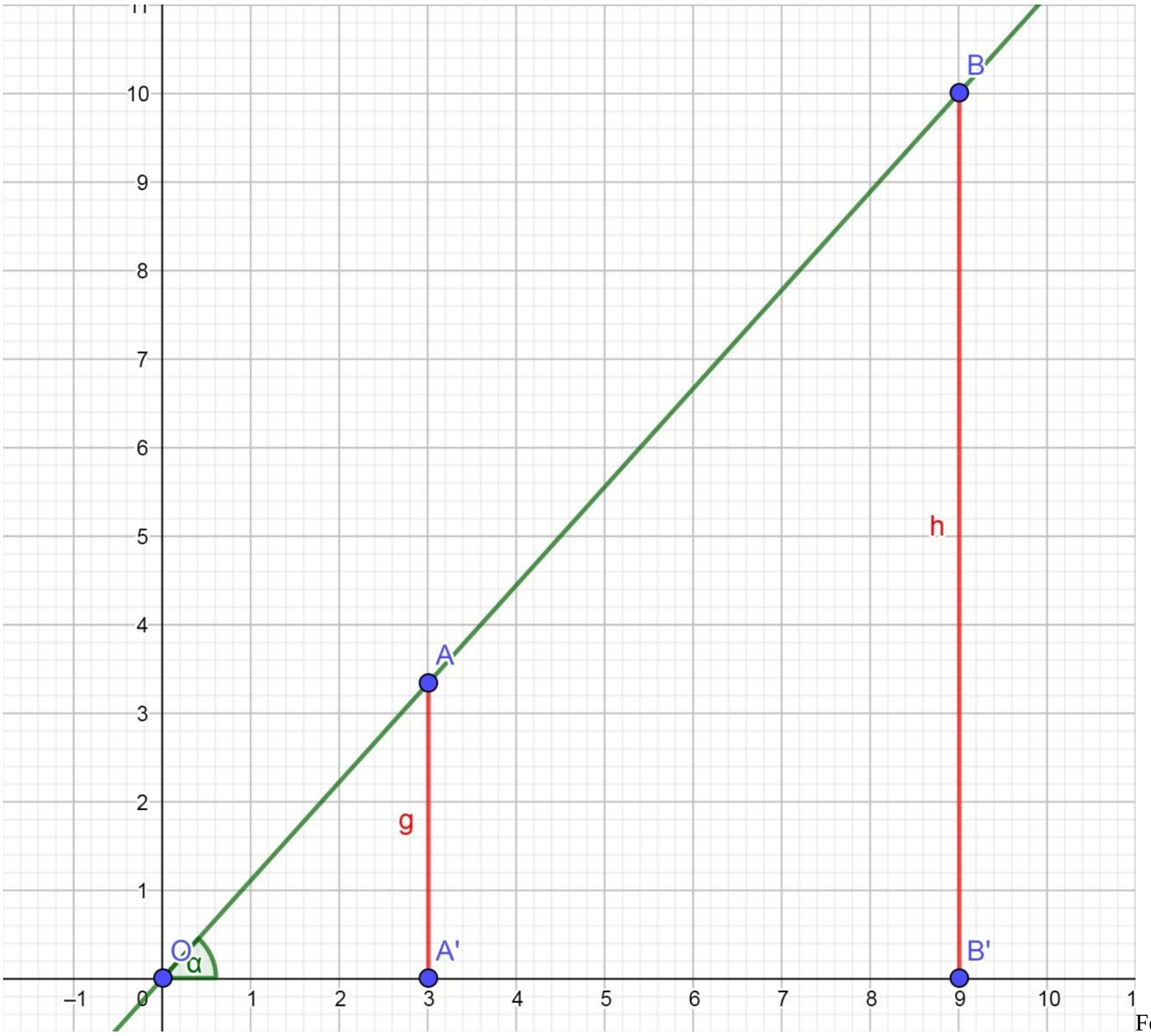


Fonte: Autor, 2019.

Problema n. 28: Resolver a equação $x + \frac{2x}{3} - \frac{1}{3}\left(x + \frac{2x}{3}\right) = 10$;

Esse problema surpreende, pois aparentemente o valor falso seria x_o = 3, mas quando montamos a função e somamos os elementos ficamos com $f(x) = x + \frac{2x}{3} - \frac{1}{3}\left(x + \frac{2x}{3}\right) = \frac{\mathbf{10x}}{\mathbf{9}}$, e na verdade percebemos que se colocarmos x_o = 9 como valor "falso" é que eliminaríamos todas as frações, que era o objetivo dos egípcios. Porém chegaríamos na resposta verdadeira. Então como x_o = 3 foi o chute mais natural e nos ajuda na representação gráfica (Figura 11) e na semelhança de triângulos (Figura 12), usaremos esse valor.

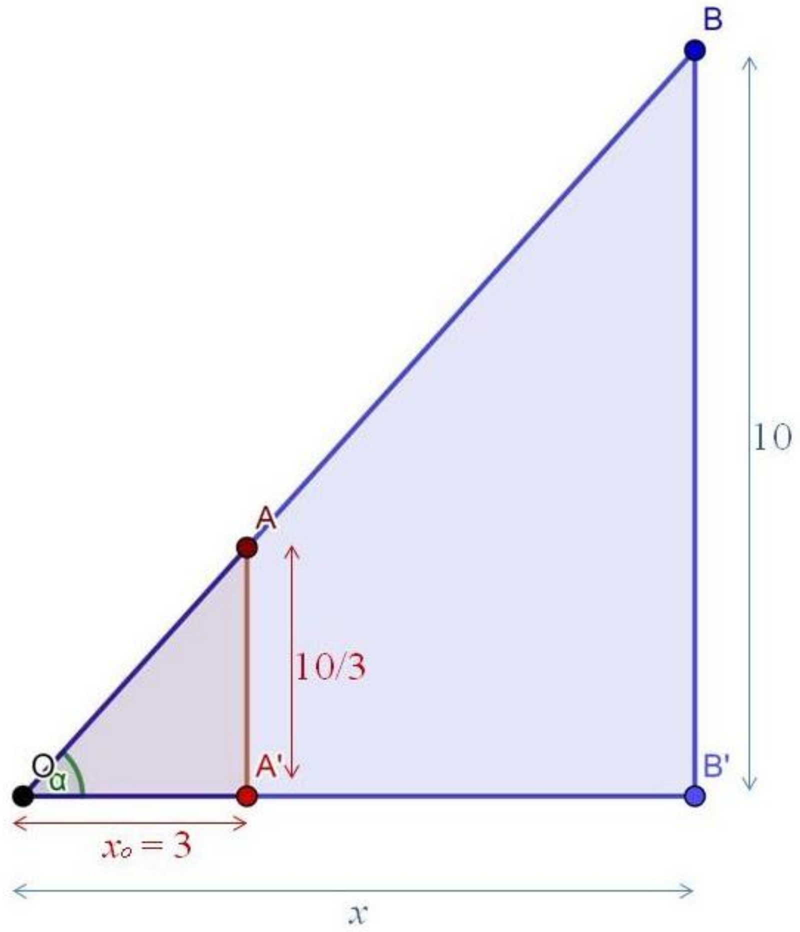
Figura 11- Gráfico do problema n. 28



Fonte: Autor, 2019

A proporção não fica tão legal, mas seria assim, $\frac{3}{x} = \frac{10/3}{10} \rightarrow \frac{10x}{3} = 30 \rightarrow x = 9$. Portanto, esse é o valor procurado da equação. Como observado na figura abaixo.

Figura 12 - Proporção, problema n. 28



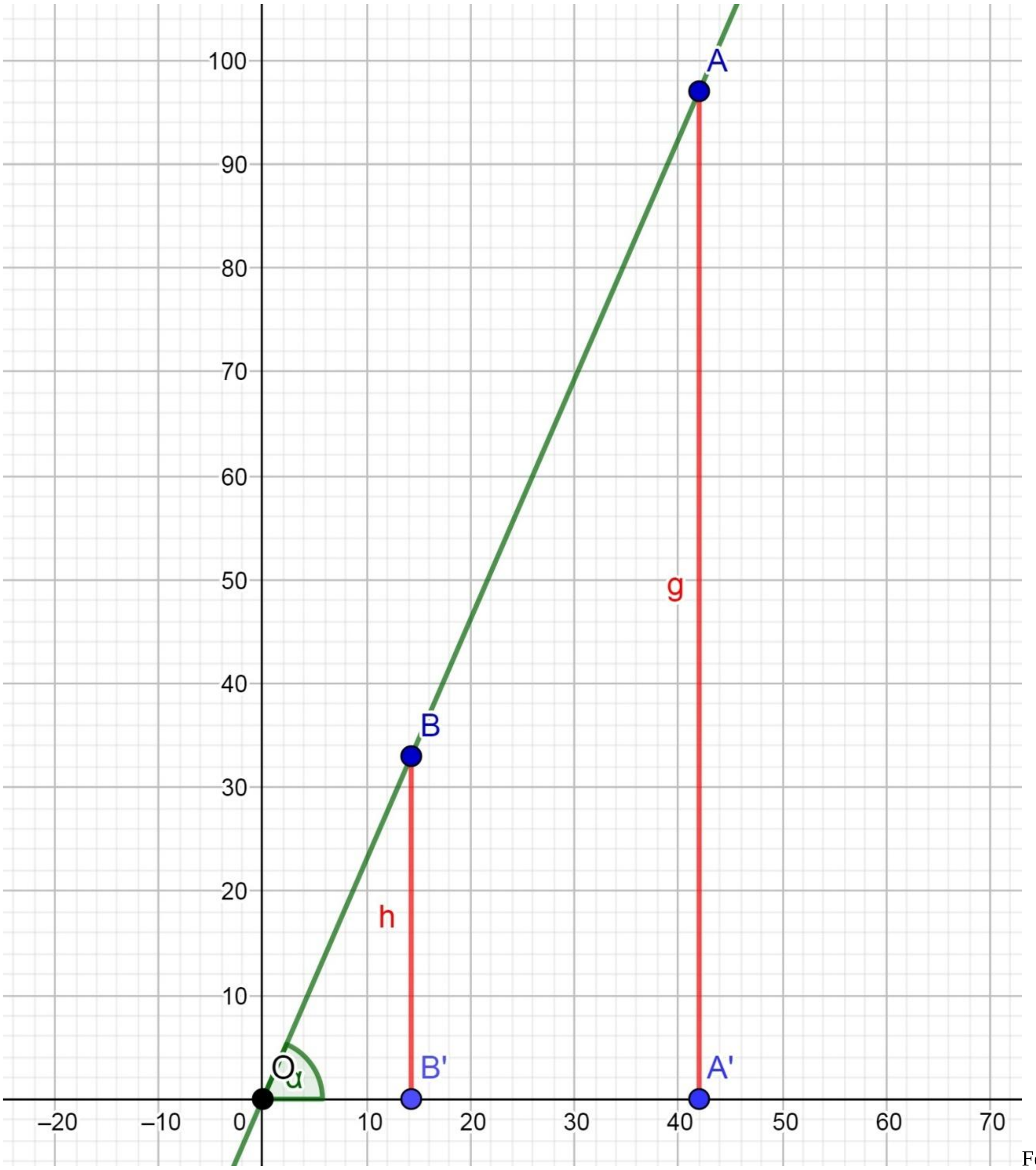
Fonte: Autor, 2019

Problema n. 31: "Uma quantidade, seus 2/3, a sua metade e o seu 1/7 somados dão 33. Qual é a quantidade?"

$$x + \frac{2x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{7} = 33;$$

Nesse caso valor falso será o menor múltiplo comum entre 2, 3 e 7, portanto $x_o = 42$. E nossa função, depois de somar todos os valores, fica $f(x) = x + \frac{2x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{7} = \frac{97x}{42}$ (Figura 13), que chegamos através de semelhança de triângulos (Figura 14) ao valor de $x = \frac{1386}{97}$, para que cheguemos à resposta desejada, que é 33.

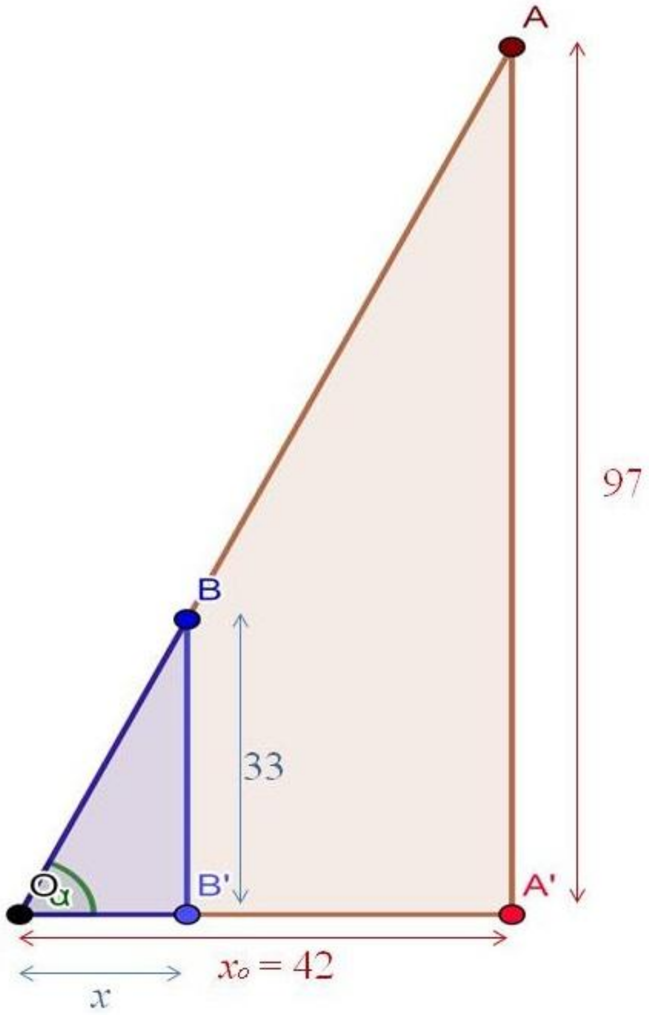
Figura 13 - Gráfico do problema n. 31



Fonte: Autor, 2019.

A proporção fica assim, $\frac{42}{x} = \frac{97}{33} \rightarrow 97x = 1386 \rightarrow x = \frac{1386}{97}$. Portanto, esse é o valor procurado da equação. Como observado na figura abaixo.

Figura 14 – Proporção, problema n. 31



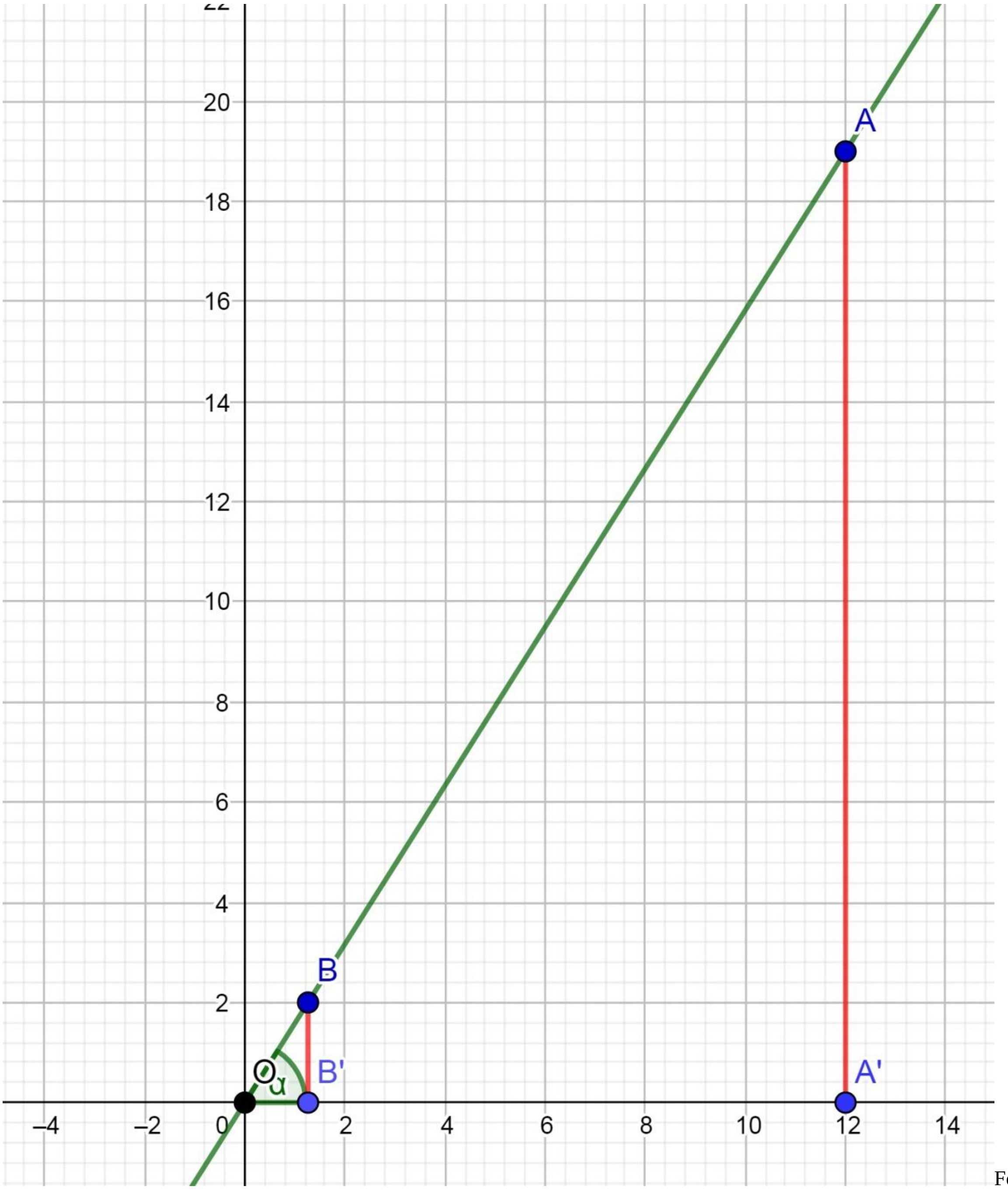
Fonte: Autor, 2019.

Problema n. 32: "Uma quantidade, a sua terça parte e a sua quarta parte somados dão 2. Qual é a quantidade?"

$$x + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 2;$$

Nosso valor falso é x_o = 12, resultando em 19. Montando nossa função, que nesse caso é, $f(x) = x + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{19x}{12}$ (Figura 15), e através do gráfico, com a semelhança de triângulos (Figura 16), chegamos ao resultado desejado.

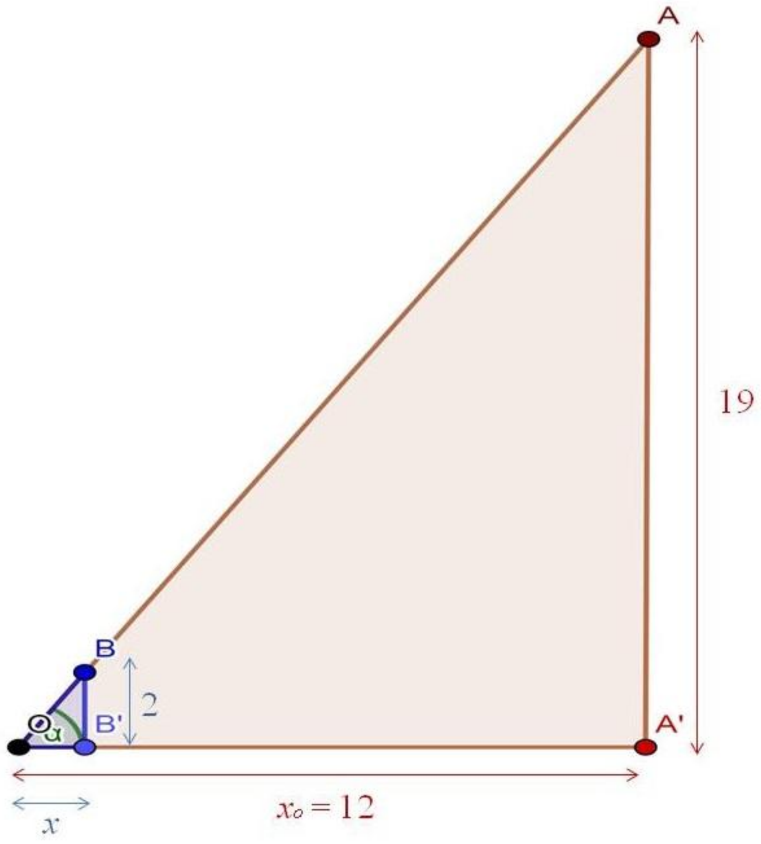
Figura 15 - Gráfico do problema n. 32



Fonte: Autor, 2019.

A proporção fica da seguinte maneira, $\frac{12}{x} = \frac{19}{2} \rightarrow 19x = 24 \rightarrow x = \frac{24}{19}$. Sendo esse o valor procurado na equação. Assim observado abaixo.

Figura 16 - Proporção, problema n. 32



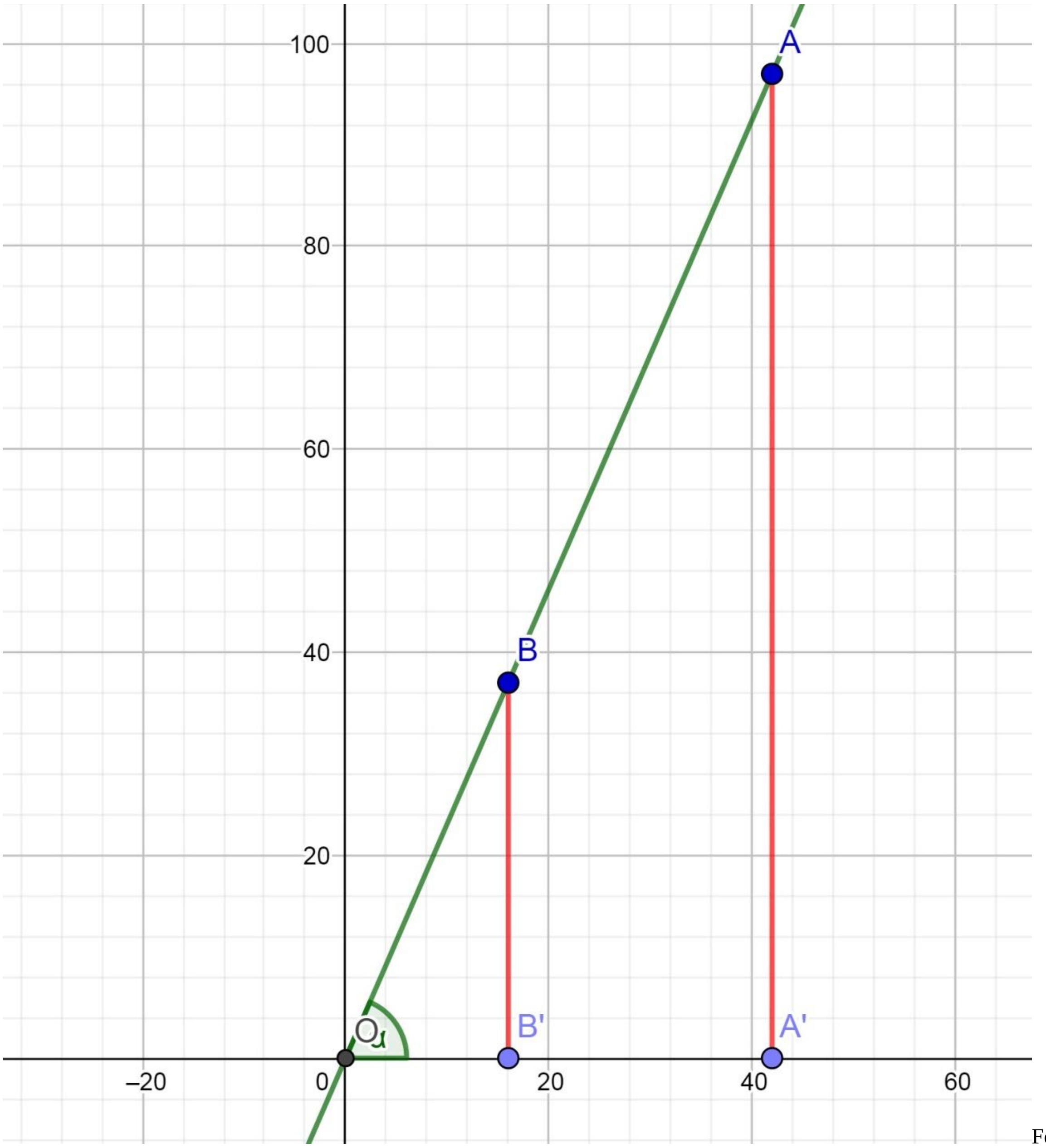
Fonte: Autor, 2019.

Problema n. 33: “Uma quantidade, seus 2/3, a sua metade e seu 1/7 adicionados dão 37. Qual é a quantidade?”

$$x + \frac{2x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{7} = 37;$$

Nesse caso, assim como no Problema n. 31, o valor falso será o menor múltiplo comum entre 2, 3 e 7, portanto x_o = 42. Nossa função fica $f(x) = x + \frac{2x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{7} = \frac{97x}{42}$ (Figura 17), que chegamos através de semelhança de triângulos (Figura 18) ao valor de $x = \frac{1554}{97}$, para que cheguemos em 37.

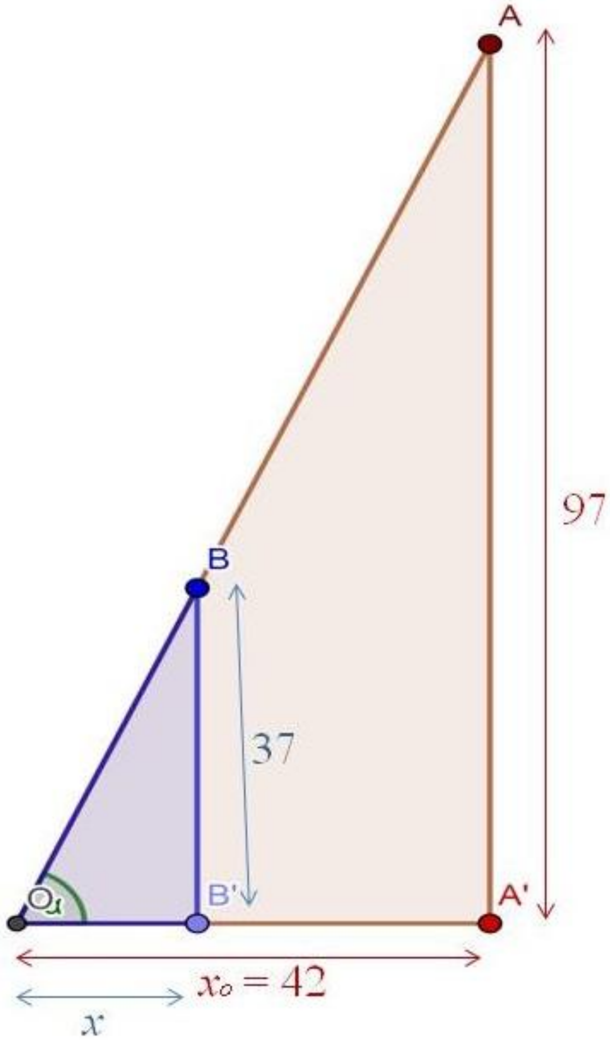
Figura 17 - Gráfico do problema n. 33



Fonte: Autor, 2019.

A proporção fica assim, $\frac{42}{x} = \frac{97}{37} \rightarrow 97x = 1554 \rightarrow x = \frac{1554}{97}$. Portanto, esse é o valor procurado da equação. Como observado na figura abaixo.

Figura 18 - Proporção, problema n. 33



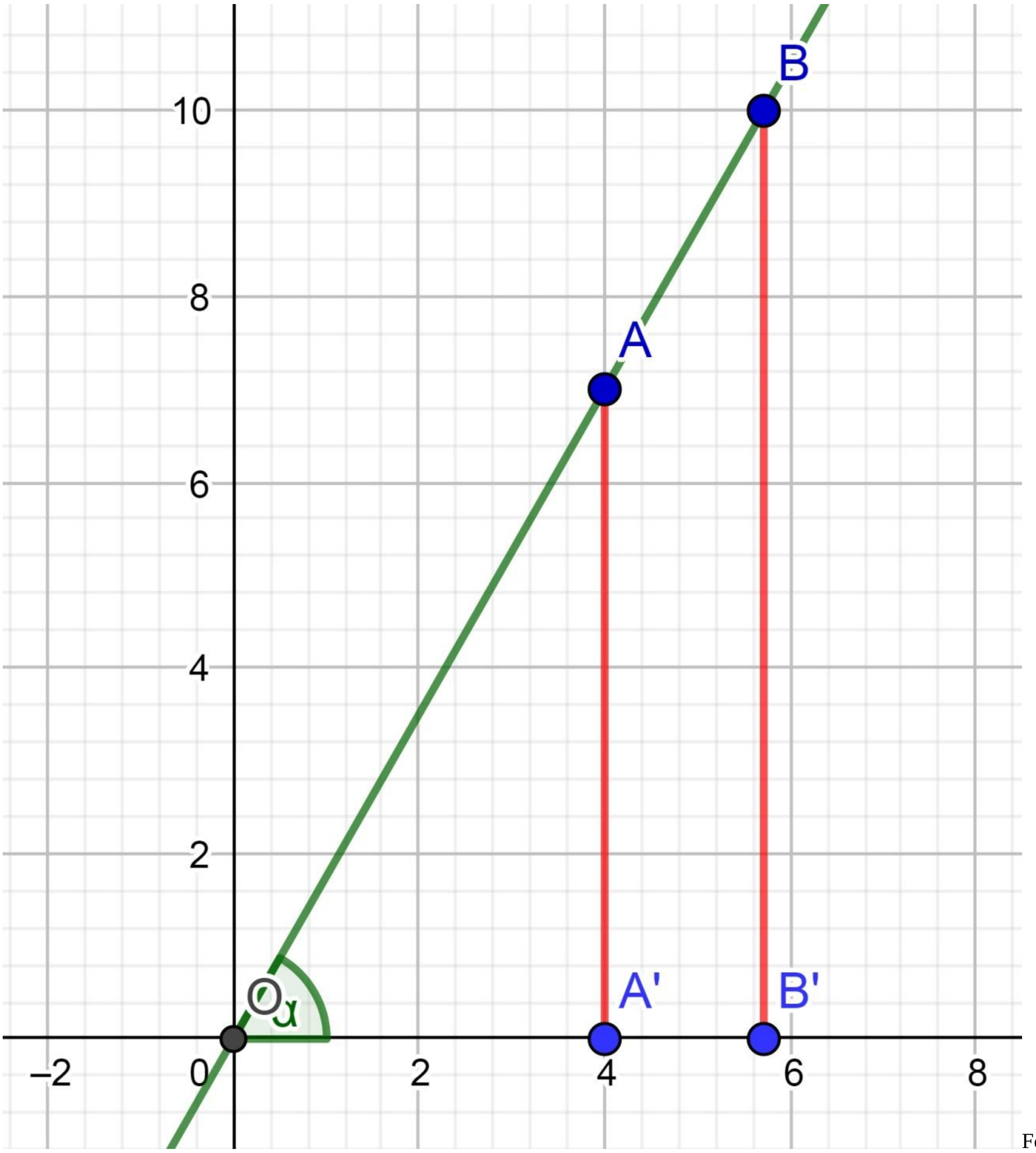
Fonte: Autor, 2019

Problema n. 34: “Uma quantidade, a sua metade e seu quarto dão 10. Qual é a quantidade?”

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 10;$$

Nosso valor falso é $x_o = 4$. Nossa função fica sendo $f(x) = x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = \frac{7x}{4}$ (Figura 19), pela qual chegamos através de semelhança de triângulos (Figura 20) ao valor $x = \frac{40}{7}$, para que cheguemos à resposta desejada 10.

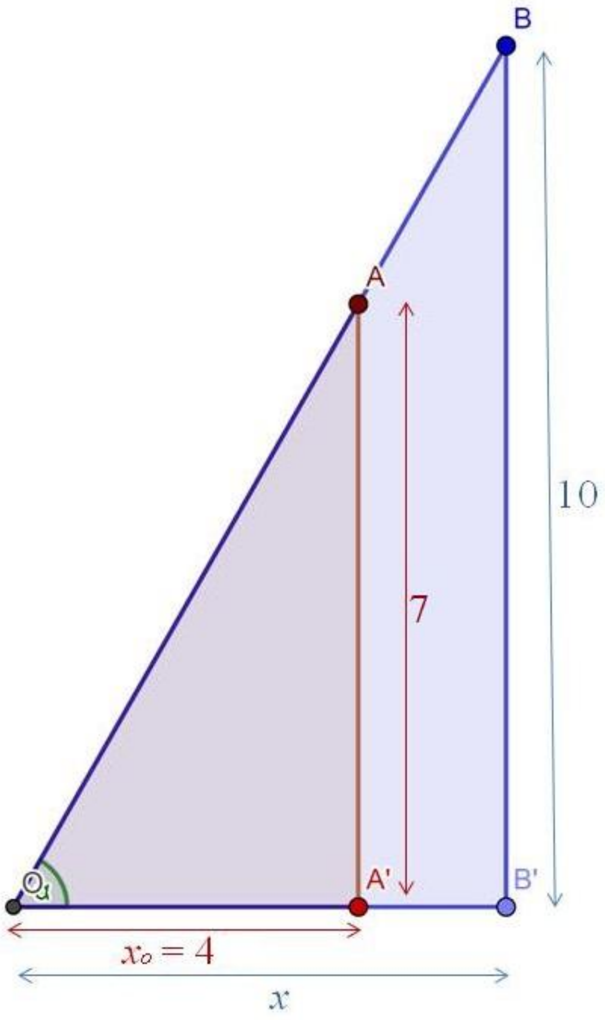
Figura 19 - Gráfico do problema n. 34



Fonte: Autor, 2019.

A proporção fica assim, $\frac{4}{x} = \frac{7}{10} \rightarrow 7x = 40 \rightarrow x = \frac{40}{7}$. Portanto, esse é o valor procurado da equação. Podendo ser visto na figura abaixo.

Figura 20 - Proporção, problema n. 34



Fonte: Autor, 2019.

Esses são os problemas que os quais foram possíveis mostrar de maneira geométrica os problemas que a priori eram só possíveis de maneira algébrica. E mais que isso, podemos adaptar e aplicar o método da falsa posição, e da mesma forma, o método se concretizou através de proporção.

5. CONCLUSÃO

Esse trabalho tem em sua essência mostrar como a matemática pode ser vista por mais de uma maneira. Mostramos que um método que é consagrado algebricamente pode ser convertido para geométrica.

Como vimos, a História da Matemática nos abre muitas perspectivas interessantes e instigantes para os professores trabalharem. Nesse caso foi como é possível, no caso das equações, trabalhar álgebra junto da geometria. Isso no mínimo vai abrir a mente de alguns alunos, podendo ajudar em seu raciocínio lógico e dedutivo, mostrando mais de uma possibilidade de matemática, além da resolução algébrica tradicional.

Ainda que seja um estudo raso sobre as equações lineares, sobre o método da Falsa Posição e sobre a álgebra geométrica, pôde-se perceber o quanto esses temas podem e devem ser tratados com importância pelos professores. Porque abre um leque de ferramentas para ajudar os alunos, a realmente, compreender certos aspectos matemáticos. Tais como o modo que a proporção ta ligada com a função do 1º grau e de que maneira podemos aplicar.

Esse trabalho, mesmo de forma sucinta, buscou mostrar a importância da História da Matemática. E motivar outros trabalhos aprofundados sobre equações, os seus métodos, além de podermos caminhar por mais de uma área da matemática ao mesmo tempo.

6. REFERÊNCIAS

BAUMGART, Jonh, K. **História da Álgebra**. São Paulo: Editora Atual, 1992, v. 4.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Bencher Ltda, 2003.

BRANDEMBERG, João Cláudio. **Métodos históricos: sua importância e aplicações ao ensino de matemática.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2019. Série história da matemática e da educação matemática para o ensino, v. 6.

ESTRADA, M., Sá, C., Queiró, J., Céu M., Costa M. **História da Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

KATZ, V. (2010). **História da Matemática**. Jorge Nuno Silva (revisão). Lisboa: Edição da Fundação Calouste Gulbenkian.

LUMPKIN, B. From Egypt to Benjamin Banneker: African Origins of False Position Solutions. Vita Mathematica, Toronto, ON, 1992.

MARTINS, J. **O livro que divulgou o papiro Rhind no Brasil**. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015.

MEDEIROS, C. F. de. MEDEIROS A. **O MÉTODO DA FALSA POSIÇÃO NA HISTÓRIA E NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.** Ciência & Educação, v. 10, n. 3, p. 545-557, 2004.

PEREIRA, Arminda M. Queimado. **Equações Algébricas: alguns episódios históricos.** 2017. 86f. Dissertação de Mestrado – Universidade Portuguesa, Faculdade de Ciências, Matemática, 2017.

Revista do Professor de Matemática, RPM 90, ano 34, 2016.

ROBINS, G.; SHUTE, C. **The Rhind mathematical papyrus: an ancient Egyptian text**. London: British Museum Publications, 1987.

ROQUE, T. **HISTÓRIA DA MATEMÁTICA. Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Editora Zahar, 1ª edição, 2012.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. DOS SANTOS, Célio Moacir. **Sistema de equações lineares: entre a história da matemática e a história da educação matemática.** – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2019. – (Série história da matemática e da educação matemática para o ensino; v. 8 / coordenação Miguel Chaquiam, Ana Carolina Costa Pereira).