

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS DO SERTÃO
ENGENHARIA CIVIL

IVA EMANUELLY PEREIRA LIMA

**Análise Comparativa entre o Método de Cálculo Simplificado e de um Software
Comercial no Dimensionamento de Lajes Maciças**

Delmiro Gouveia

2018

IVA EMANUELLY PEREIRA LIMA

**Análise Comparativa entre o Método de Cálculo Simplificado e de um Software
Comercial no Dimensionamento de Lajes Maciças**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas – Campus do Sertão, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. MSc. Karlisson André Nunes da Silva.

Delmiro Gouveia

2018

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca do Campus Sertão
Sede Delmiro Gouveia

Bibliotecária responsável: Larissa Carla dos Prazeres Leobino

L732a Lima, Iva Emanuely Pereira

Análise comparativa entre o método de cálculo simplificado e de um software comercial no dimensionamento de lajes maciças / Iva Emanuely Pereira Lima. – 2018.

100 f. : il.

Orientação: Prof. Me. Karlisson André Nunes da Silva.
Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Curso de Engenharia Civil. Delmiro Gouveia, 2018.

1. Engenharia civil. 2. Engenharia estrutural. 3. Cálculo das estruturas. I. Título.

CDU: 624.04

Folha de Aprovação

IVA EMANUELLY PEREIRA LIMA

**Análise Comparativa entre o Método de Cálculo Simplificado e de um
Software Comercial no Dimensionamento de Lajes Maciças**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao
corpo docente do Curso de Engenharia Civil da
Universidade Federal de Alagoas – Campus do
Sertão e aprovado em 11 de maio de 2018.



Prof. MSc Karlisson André Nunes da Silva, UFAL – Campus do Sertão
(Orientador)

Banca Examinadora:



Prof. MSc Karlisson André Nunes da Silva, UFAL – Campus do Sertão
(Orientador)



Prof. MSc. Alverlando Silva Ricardo, UFAL – Campus do Sertão (Avaliador)



Prof. MSc. Vinicius Costa Correia, UFAL – Campus do Sertão (Avaliador)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo apoio incondicional nos momentos difíceis da minha trajetória, me fortalecendo a cada passo e possibilitando a realização dos meus sonhos.

Aos meus pais, Ivo José Lima e Maria José Pereira Lima, por todo o amor dedicado e todo o esforço investido na minha formação. Aos meus irmãos, Ivelton Pereira Lima e Erivelton Pereira Lima, por sempre me apoiarem em todos os planos e realizações.

À meu namorado, Vitor Bruno Santos Pereira, por todo apoio nesses anos de curso, principalmente pela ajuda no momento mais difícil que eu vive durante a graduação.

À todos os meus amigos que sempre me incentivaram ao longo destes anos na Universidade, em especial a todos que fazem parte do PET Engenharias e ao tutor Antonio Pedro de Oliveira Netto.

Aos professores, Vinicius Costa Correia, pois suas orientações influenciaram bastante no tema escolhido para o presente estudo e, em especial ao meu orientador, Karlisson André Nunes da Silva, por todos os ensinamentos transmitidos e por toda dedicação para a realização deste trabalho.

RESUMO

Na elaboração de projetos estruturais, uma das etapas mais importantes é o cálculo das lajes, sendo estas as primeiras estruturas calculadas e, a partir delas, ocorre o dimensionamento de todos os outros elementos estruturais. Para a concepção desses projetos, os programas de cálculo estrutural vêm ganhando cada vez mais espaço no mercado da engenharia de estruturas, porém o cálculo manual ainda é o modelo mais difundido, apesar de não ser muito indicado quando se trata de agilidade. Analisando isto, o presente trabalho expõe um estudo relacionado à análise comparativa entre dois métodos distintos para o dimensionamento de lajes maciças, com o propósito de se obter a maneira mais confiável para o cálculo desses elementos. O comparativo se deu através do cálculo manual e por meio do software computacional Eberick, onde foram verificados os valores de momentos fletores e a área de aço das lajes de uma residência. A verificação apontou que os resultados encontrados através do software, de modo geral, resultaram em valores maiores para os momentos fletores em comparação com os calculados manualmente. Houve também discrepância no cálculo das áreas de aço, porém o comparativo mostrou-se, para a maioria das lajes, bem similar. Com a análise das variações, conclui-se que os métodos mostraram-se eficientes no cálculo das armaduras longitudinais das lajes, entretanto o método mais recomendado para o dimensionamento das lajes maciças é o software computacional, pois ele melhor simula o comportamento real das estruturas.

Palavras-chave: Lajes Maciças; Análise Comparativa; Método Simplificado; Software Comercial.

ABSTRACT

In the preparation of structural projects, one of the most important steps is the calculation of the slabs, these being the first structures calculated and, from them, the dimensioning of all other structural elements occurs. In order to design such projects, structural calculation programs have been gaining more space in the market for structural engineering, but manual calculation is still the most widespread model, although it is not very suitable when it comes to agility. Analyzing this, the present work presents a study related to the comparative analysis between two distinct methods for the design of massive slabs, in order to obtain the most reliable way to calculate these elements. The comparison was made through the manual calculation and through the computational software Eberick, where were verified the values of bending moments and the steel area of the slabs of a residence. The verification showed that the results found through the software, in general, resulted in larger values for the bending moments compared to those calculated manually. There was also discrepancy in the calculation of the areas of steel, but the comparative showed, for most of the slabs, very similar. With the analysis of the variations, it was concluded that the methods were efficient in the calculation of the longitudinal reinforcement of the slabs, however the most recommended method for the design of the massive slabs is the computational software, since it better simulates the real behavior of the structures.

Key Words: Solid slabs; Comparative Analysis; Simplified Method; Commercial Software.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Perspectiva de um pavimento constituído por lajes, vigas e pilares	17
Figura 2: Características geométricas e solicitações em uma placa	18
Figura 3: Representação da laje maciça apoiada em vigas	19
Figura 4: Representação das lajes maciças tipo lisa e cogumelo, respectivamente	19
Figura 5: Laje nervurada com material inerte entre as nervuras	21
Figura 6a/6b: Laje nervurada pré-moldada tipo trilho/tipo treliça	21
Figura 7a/7b: Laje nervurada dupla/laje nervurada invertida	22
Figura 8: Laje nervurada normal (direta)	22
Figura 9: Laje pré-moldada	23
Figura 10: Laje com painel vazado	23
Figura 11: Laje nervurada armada em duas direções	24
Figura 12: Combinação dos vínculos nas bordas das lajes	25
Figura 13a/13b: Laje maciça armada em duas direções/armada em uma direção	26
Figura 14: Elementos do vão efetivo	34
Figura 15: Definição usual do vão teórico	35
Figura 16: Vinculação nas bordas das lajes	35
Figura 17: Caso específico de vinculação	36
Figura 18: Compatibilização dos momentos	42
Figura 19: Representação da laje em balanço	48
Figura 20: Pavimento de edifício em modelo de analogia de grelha	52
Figura 21: Mapa de Alagoas mostrando o município de Maceió	53
Figura 22: Planta baixa do pavimento térreo	54
Figura 23: Planta baixa do pavimento superior	54
Figura 24: Disposição das lajes do pavimento térreo	57
Figura 25: Disposição das lajes em 3D	58
Figura 26: Representação dos picos de esforços nas lajes (pontos laranjas)	60
Figura 27: Vínculos nas bordas da laje L10	71
Figura 28: Caso 1 pelo método de Bares	71
Figura 29: Modelo da laje L11 para obtenção dos momentos fletores máximos	80
Figura 30: Momentos fletores máximos obtidos pelo Ftool	80
Figura 31: Força cortante máxima obtida pelo Ftool	81

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Representação dos tipos de apoio	24
Quadro 2: Classe de agressividade ambiental (CAA)	27
Quadro 3: Cobrimento nominal de acordo com a agressividade ambiental	28
Quadro 4: Classificação usual das britas	28
Quadro 5: Valores mínimos para as cargas verticais	32
Quadro 6: Taxas mínimas de armadura	32
Quadro 7: Valores mínimos para armaduras passivas aderentes	33
Quadro 8: Critério para bordas com uma parte engastada e outra apoiada	36
Quadro 9: Altura das lajes	58
Quadro 10: Comparativo dos momentos fletores positivos das lajes bidirecionais	59
Quadro 11: Comparativo dos momentos fletores negativos das lajes bidirecionais	60
Quadro 12: Comparativo dos momentos fletores nas lajes unidirecionais	61
Quadro 13: Comparativo dos momentos fletores nas lajes em balanço	62
Quadro 14: Comparativo das armaduras positivas das lajes bidirecionais	63
Quadro 15: Comparativo das armaduras negativas das lajes bidirecionais	64
Quadro 16: Comparativo das armaduras nas lajes unidirecionais	65
Quadro 17: Comparativo das armaduras nas lajes em balanço	66
Quadro 18: Pré-dimensionamento da altura das lajes bidirecionais	86
Quadro 19: Verificação das flechas com a altura inicial/Carga total calculada com $h = 13$ cm (lajes bidirecionais)	86
Quadro 20: Verificação final das flechas com $h = 13$ cm (lajes bidirecionais)	86
Quadro 21: Momentos fletores máximos (lajes bidirecionais)	87
Quadro 22: Determinação das armaduras longitudinais (lajes bidirecionais)	87
Quadro 23: Verificação das flechas com a carga inicialmente calculada/Carga total calculada (lajes unidirecionais)	88
Quadro 24: Momentos fletores máximos (lajes unidirecionais)	88
Quadro 25: Determinação das armaduras longitudinais (lajes unidirecionais)	88
Quadro 26: Cálculo do momento fletor máximo e verificação da fissuração (laje em balanço)	88
Quadro 27: Verificação das flechas (lajes em balanço)	88
Quadro 28: Determinação das armaduras longitudinais (lajes em balanço)	89
Quadro 29: Valores de Ψ_2 utilizados no pré-dimensionamento da altura das lajes	90

Quadro 30: Valores de Ψ_3 utilizados no pré-dimensionamento da altura das lajes	90
Quadro 31: Características das barras de aço	91
Quadro 32: Peso específico de alguns materiais de construção	91
Quadro 33: Valores de Ψ_2 para o cálculo da combinação quase permanente	92
Quadro 34: Valores de E_{CS} utilizando granito como agregado graúdo	92
Quadro 35: Valores de α utilizados no cálculo das flechas	93
Quadro 36: Valores dos coeficientes μ_x, μ_y, μ'_x e μ'_y para os casos 1, 2 e 3	94
Quadro 37: Valores dos coeficientes μ_x, μ_y, μ'_x e μ'_y para os casos 4, 5 e 6	95
Quadro 38: Valores dos coeficientes μ_x, μ_y, μ'_x e μ'_y para os casos 7, 8 e 9	96
Quadro 39: Valores de KZ a partir do KMD	97
Quadro 40: Valores dos coeficientes k_x, k_y, k'_x e k'_y para os casos 1, 2 e 3	98
Quadro 41: Valores dos coeficientes k_x, k_y, k'_x e k'_y para os casos 4, 5 e 6	99
Quadro 42: Valores dos coeficientes k_x, k_y, k'_x e k'_y para os casos 7, 8 e 9	100

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAA	Classe de Agressividade Ambiental
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora aprovada pela ABNT

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	13
1.1.	Justificativa do Trabalho.....	14
1.2.	Problema de Pesquisa	14
1.3.	Objetivos da Pesquisa	14
1.3.1.	Objetivo geral.....	14
1.3.2.	Objetivos específicos	15
1.4.	Estrutura do Trabalho	15
2.	REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
2.1.	Elementos e Sistemas Estruturais	16
2.2.	Tipos de Lajes	17
2.2.1.	Quanto à sua natureza	18
2.2.2.	Quanto ao tipo de apoio	23
2.2.3.	Quanto ao tipo de armação.....	25
2.3.	Requisitos para o Cálculo de Lajes Maciças.....	26
2.3.1.	Classe de agressividade ambiental	26
2.3.2.	Cobrimento mínimo	27
2.3.3.	Estados limites	29
2.3.4.	Deslocamentos limites	30
2.3.5.	Ações.....	31
2.3.6.	Taxas de armadura mínima e máxima	32
2.4.	Roteiro de Cálculo Manual para Lajes Maciças Bidirecionais.....	34
2.4.1.	Discretização do pavimento	34
2.4.2.	Pré-dimensionamento da altura das lajes	36
2.4.3.	Cálculo das cargas atuantes.....	37
2.4.4.	Verificação das flechas	38
2.4.5.	Cálculo dos momentos fletores	40
2.4.6.	Determinação das armaduras longitudinais	41
2.4.7.	Cálculo das reações das lajes nas vigas de apoio.....	43
2.4.8.	Verificação das lajes ao cisalhamento.....	43
2.5.	Roteiro de Cálculo Manual para Lajes Maciças Unidirecionais.....	44
2.5.1.	Estimativa inicial da altura.....	44
2.5.2.	Cálculo das cargas atuantes.....	45

2.5.3.	Verificação das flechas	45
2.5.4.	Cálculo dos momentos fletores	46
2.5.5.	Determinação das armaduras longitudinais	47
2.5.7.	Verificação das lajes ao cisalhamento.....	47
2.6.	Roteiro de Cálculo Manual para Lajes Maciças em Balanço	47
2.6.1.	Estimativa inicial da altura.....	47
2.6.2.	Cálculo das cargas atuantes.....	48
2.6.3.	Cálculo do momento fletor.....	48
2.6.4.	Determinação das armaduras longitudinais	49
2.6.5.	Momento fletor de fissuração (raro)	49
2.6.6.	Verificação das flechas	49
2.6.7.	Verificação ao cisalhamento	51
2.7.	Softwares Computacionais.....	51
2.7.1.	Software eberick.....	51
3.	METODOLOGIA.....	53
3.1.	Área de Estudo.....	53
3.2.	Coleta de Dados	53
3.3.	Procedimentos e Análise dos Dados	56
4.	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	57
4.1.	Altura das Lajes	57
4.2.	Comparativo dos Momentos Fletores	59
4.3.	Comparativo das Armaduras Longitudinais	62
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	67
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	69
	APÊNDICE A – Cálculos realizados para o dimensionamento manual	71
	APÊNDICE B – Resumo dos procedimentos do cálculo manual	86
	ANEXO A – Quadros utilizados nos roteiros de cálculo	90

1. INTRODUÇÃO

A engenharia de estruturas, uma das mais antigas e tradicionais áreas da engenharia civil, vem passando por um período de constante desenvolvimento tecnológico e, uma das principais características desse progresso, é a contínua evolução dos projetos estruturais.

A elaboração de um projeto estrutural compreende todo o dimensionamento dos elementos estruturais que constituem uma edificação, os quais são caracterizados, principalmente, pelas lajes, vigas, pilares e fundações. Para que um projeto seja bem elaborado, é necessário que ele apresente qualidade e ao mesmo tempo custos adequados.

Segundo Dortas (2016), antes da década de 70, os projetos estruturais eram realizados integralmente a mão (método simplificado), o que demandava muito tempo para a sua conclusão, enquanto que atualmente, esses projetos podem ser feitos através de softwares computacionais que apresentam uma certa agilidade e elevada precisão.

No cálculo estrutural realizado através de procedimentos manuais, as estruturas são dimensionadas através de tabelas e de maneira isolada. Através dos programas computacionais, é possível analisar o comportamento integrado das estruturas de maneira mais rápida, o que permite a solução de projetos estruturais de maneira mais ágil que no passado.

De acordo com Santos Júnior (2016), o cálculo manual possui eficiência no quesito segurança, porém quando se trata de agilidade, não se encontra pontos benéficos e, nos últimos anos, com os avanços tecnológicos, desencadeou-se cada vez mais a necessidade de agilizar os projetos de maneira segura e eficiente.

Vale salientar que mesmo com o auxílio de softwares computacionais, a análise dos resultados por um profissional qualificado é indispensável para a realização de projetos, onde uma má interpretação ou informações colocadas erroneamente no programa podem causar erros graves nas estruturas, podendo até condená-las.

No dimensionamento desses projetos, as primeiras estruturas calculadas são as lajes que, quando dimensionadas de maneira equivocada, podem não simular o comportamento real da estrutura, o que pode gerar erros progressivos de cálculo, pois a partir delas são calculados todos os outros elementos estruturais.

Diante do exposto, a pesquisa em questão buscou realizar uma análise comparativa entre dois dimensionamentos de lajes maciças, através do cálculo manual e por meio de um software computacional, para analisar qual é a solução mais confiável para o

dimensionamento desse tipo de laje, a fim de contribuir para a qualidade do projeto estrutural das edificações.

1.1. Justificativa do Trabalho

Conforme citado anteriormente, existem formas distintas para o cálculo de projetos estruturais, podendo ser a partir do cálculo manual ou por meio de softwares computacionais. Para o dimensionamento das lajes, o cálculo não pode ser realizado de forma equivocada, pois isso pode comprometer toda a estrutura, podendo até causar a ruptura global da edificação.

O cálculo manual apesar de apresentar certa segurança, não é um método muito indicado quando se trata de agilidade, porém ainda é o modelo mais aplicado para o entendimento dos diferentes comportamentos de uma estrutura. Os softwares de cálculo, por sua vez, apresentam um alto nível de precisão e possuem uma análise bem mais rápida, apesar de não possuírem o uso tão difundido quanto o método simplificado.

Nesse contexto, o comparativo entre o método simplificado e o software computacional, para a obtenção da melhor forma para calcular as lajes maciças, apresenta-se pertinente, pois a partir disso vai ser determinado o método que possui a melhor eficiência, obtendo a solução mais confiável para o dimensionamento dessas lajes.

1.2. Problema de Pesquisa

Diante do exposto, pretende-se responder ao seguinte problema de pesquisa:

Qual dos métodos utilizados melhor simula o comportamento real da estrutura, garantindo a solução mais confiável para o dimensionamento de lajes maciças?

1.3. Objetivos da Pesquisa

Os objetivos da pesquisa estão fundamentos em objetivo geral e objetivos específicos e, estão descritos abaixo.

1.3.1. Objetivo geral

Realizar um estudo comparativo entre dois métodos distintos de cálculo, modelo simplificado e software computacional, para a obtenção da solução mais confiável para o dimensionamento de lajes maciças.

1.3.2. Objetivos específicos

- Realizar os procedimentos de cálculo para o dimensionamento das lajes maciças utilizando o método manual;
- Lançar o projeto estrutural no software computacional Eberick e realizar o dimensionamento das lajes utilizando esse método;
- Compilar os valores obtidos a partir do dimensionamento do cálculo manual e do software computacional;
- Comparar os valores de momentos fletores e armaduras longitudinais obtidos pelos dois métodos;
- Verificar a ocorrência de discrepância nos valores encontrados e analisar a causa dessas diferenças.

1.4. Estrutura do Trabalho

O trabalho está estruturado em 5 capítulos, que vai desde a definição da área de estudo até as considerações finais e contribuições para futuras pesquisas.

O capítulo 1 trata da definição da área de estudo, a contextualização do tema, o problema de pesquisa, a justificativa do trabalho, a exposição dos objetivos geral e específicos e a estrutura do trabalho.

O capítulo 2 aborda uma revisão bibliográfica a respeito das lajes, mostrando os sistemas estruturais existentes, os tipos de lajes, os requisitos básicos para o dimensionamento dessas estruturas, os roteiros de cálculo manual para o projeto de lajes maciças e, por fim, retrata o software computacional utilizado.

O capítulo 3 mostra todo o procedimento utilizado no trabalho, que vai desde a localização e descrição do objeto de estudo até os procedimentos utilizados, apresentando as ferramentas e métodos adotados para a coleta e análise dos dados.

O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos pelos dois dimensionamentos (manual e computacional), trazendo as discrepâncias encontradas pelos dois métodos e analisando essas diferenças observadas.

O capítulo 5 verifica o alcance dos objetivos, apresenta as contribuições da pesquisa, caracteriza as limitações do presente estudo e expõe as recomendações para trabalhos futuros.

Ao final, estão dispostas as referências que compõem o embasamento teórico deste estudo, os apêndices desenvolvidos e os anexos necessários para a execução da pesquisa.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Para o cálculo das lajes de uma edificação, o calculista deve analisar desde a escolha dos elementos e sistemas estruturais que serão executados até as verificações necessárias referentes ao dimensionamento dessas estruturas. Diante disso, nesta seção, estão descritos alguns elementos e sistemas estruturais existentes, os diversos tipos de lajes, os requisitos básicos e o roteiro de cálculo manual para o dimensionamento de lajes maciças e a representação do software utilizado no estudo comparativo.

2.1. Elementos e Sistemas Estruturais

O sistema estrutural adequado, para um determinado pavimento, é definido de acordo com vários parâmetros, dentre eles, podem-se destacar: análise do projeto arquitetônico, finalidade da edificação, tamanhos dos vãos, cargas de utilização, disponibilidade de materiais/mão de obra e custos dos processos construtivos.

De acordo com a NBR 6118 (2014), o modelo estrutural pode ser idealizado como a composição de elementos estruturais básicos, formando sistemas estruturais resistentes que permitam representar de maneira clara todos os caminhos percorridos pelas ações até os apoios da estrutura.

O comportamento de uma estrutura depende do sistema estrutural escolhido e conseqüentemente dos seus elementos estruturais. Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2016), os elementos estruturais são peças, geralmente, com uma ou duas dimensões preponderantes sobre as demais, como vigas, pilares e lajes.

Esses elementos estruturais são definidos de acordo com a sua forma geométrica e a sua função estrutural, podendo ser lineares ou de superfície. Neste trabalho estão descritos os elementos lineares vigas e pilares e um de superfície que são as placas, onde foi dado uma ênfase maior neste último, sendo ele o objeto de estudo desta pesquisa.

Os elementos lineares são caracterizados por possuírem o comprimento longitudinal três vezes superior à maior dimensão da seção transversal. Conforme a NBR 6118 (2014), as vigas são elementos lineares em que a flexão é preponderante e, os pilares são elementos de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são predominantes.

Já os elementos de superfície são caracterizados por possuírem uma dimensão muito menor em face das demais. Em conformidade com a NBR 6118 (2014), as placas são elementos de superfície plana, sujeitos principalmente a ações normais a seu plano, sendo as placas de concreto denominadas de lajes.

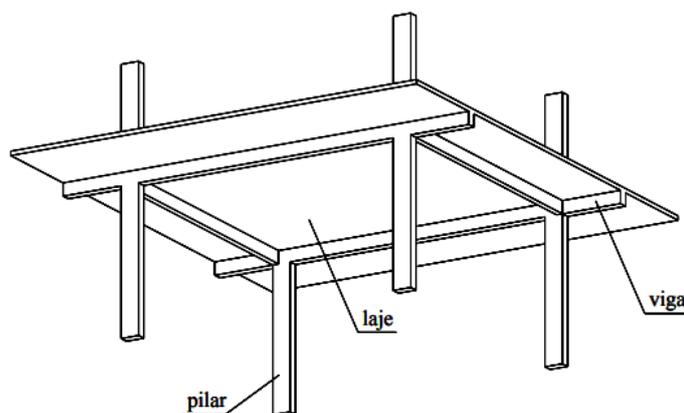
Em conhecimento dos elementos estruturais já descritos, os sistemas estruturais podem ser formados por laje, viga e pilar, sendo o modelo físico de funcionamento de um sistema mais utilizado em diversas obras, ou compostos por laje e pilar. Esses dois modelos de sistema estão descritos no item 2.2.1.

2.2. Tipos de Lajes

As lajes são elementos planos, também conhecidas como placas de concreto armado, destinadas a receber os mais variados tipos de carga que podem ser aplicadas em uma construção e, que têm a finalidade de transmitir esses carregamentos para os elementos em que estão apoiadas, podendo ser vigas, pilares, dentre outros componentes.

Segundo Araújo (2010), as lajes são estruturas que têm a função básica de receber as cargas de utilização das edificações, aplicadas nos pisos, e transmiti-las às vigas, das vigas transmitir as cargas aos pilares e posteriormente transferir o carregamento para as fundações. Na Figura 1 está representada a perspectiva de um pavimento de concreto armado constituída por lajes, vigas e pilares.

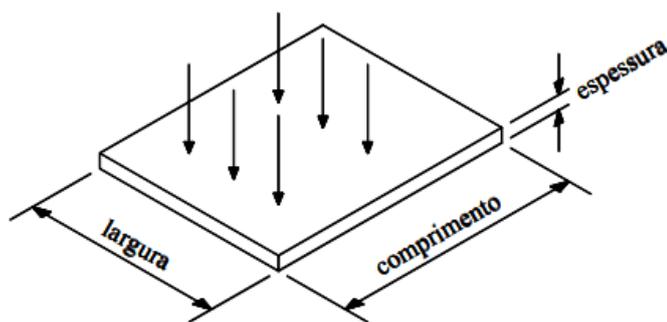
Figura 1 – Perspectiva de um pavimento constituído por lajes, vigas e pilares.



Fonte: Silva (2005).

Essas estruturas são elementos bidimensionais planos, sendo a espessura muito menor que às outras duas dimensões (largura e comprimento), onde os carregamentos solicitantes são geralmente perpendiculares ao seu plano médio. A Figura 2 mostra as características de uma placa de concreto armado.

Figura 2 – Características geométricas e solicitações em uma placa.



Fonte: Silva (2005).

A depender das ações solicitantes, as placas de concreto armado podem se comportar de maneiras diferentes, sendo necessário analisar e conhecer cada tipo específico de laje para prever seus possíveis comportamentos. Elas podem ser classificadas quanto à sua natureza, de acordo com o tipo de apoio e conforme o tipo de armação.

A escolha do tipo de laje depende muito da concepção arquitetônica, pois o projeto estrutural é calculado de acordo com o projeto arquitetônico, em que esses dois projetos devem estar compatibilizados em suas informações. Nesta seção estão descritos alguns tipos de lajes, mostrando as suas definições, principais características e algumas aplicações.

2.2.1. Quanto à sua natureza

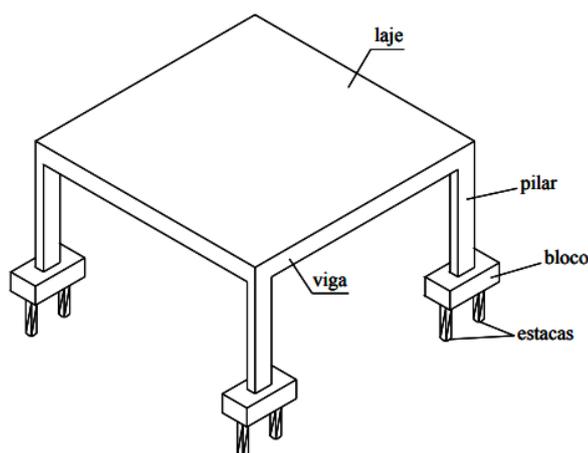
- Lajes Maciças

As lajes maciças são compostas por uma placa de concreto armado, na qual toda a sua espessura é mantida constante ao longo da sua superfície. Bastos (2015) aponta que essas lajes são projetadas para os mais variados tipos de construção, como por exemplo, para edifícios de múltiplos pavimentos, sendo eles residenciais ou comerciais.

Conforme Araújo (2010, p. 2), “as lajes maciças são placas de espessura uniforme, apoiadas ao longo do seu contorno, onde os apoios podem ser constituídos por vigas ou alvenarias, sendo este tipo de laje predominante nos edifícios residenciais”.

As lajes maciças apoiadas em vigas distribuem todas as suas reações em todas as vigas de contorno e, com isso, segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2016, p. 319), “há um melhor aproveitamento das vigas do pavimento, pois todas elas, dependendo apenas dos vãos e condições de contorno, podem ter cargas da mesma ordem de grandeza”. A Figura 3 representa a perspectiva de um pavimento com laje maciça apoiada em vigas.

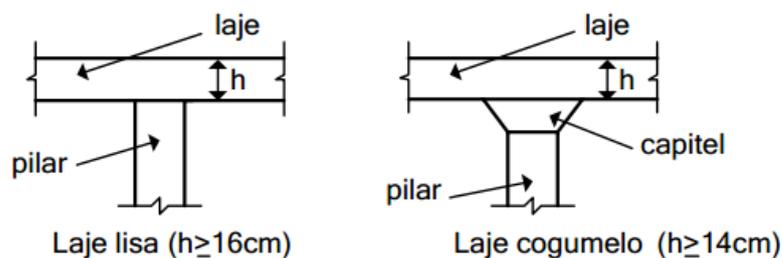
Figura 3 – Representação da laje maciça apoiada em vigas.



Fonte: Silva (2005).

As lajes maciças podem estar apoiadas em vigas, que é o sistema estrutural mais adotado nas edificações, mas também podem não estar sobre elas, estando apoiadas diretamente em pilares, sendo conhecidas como lajes cogumelo ou lisa. Araújo (2010) cita que, nessas lajes, o topo do pilar possui um aumento de seção denominado capitel, para aumentar a resistência à punção da laje e quando o capitel não está presente, a laje é denominada de lisa. Essas duas situações estão representadas na Figura 4.

Figura 4 – Representação das lajes maciças do tipo lisa e cogumelo, respectivamente.



Fonte: Araújo (2014).

Como já foi visto, uma característica das lajes maciças é o valor da sua espessura se manter constante sobre toda a sua área útil e, para isso, existem na literatura diretrizes mínimas que devem ser respeitadas em relação a essa espessura. Conforme a NBR 6118 (2014, p. 74), nas lajes maciças devem ser respeitados os seguintes limites mínimos para a espessura:

- 7 cm para cobertura não em balanço;
- 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- 10 cm para lajes em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;

- f) 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas, com o mínimo de $\frac{l}{42}$ para lajes de piso biapoiadas e $\frac{l}{50}$ para lajes de piso contínuas;
- g) 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo, fora do capitel.

A determinação correta da espessura da laje, de acordo com o tipo de laje maciça que está sendo utilizada, é muito importante para o custo de uma obra, pois de acordo com Silva (2005), o volume da espessura da laje chega a quase dois terços do volume total de concreto consumido pelas estruturas do edifício.

Outro fator importante ao se projetar esse tipo de laje é que, ao construir um pavimento utilizando lajes maciças, é necessário a utilização de estruturas que sirvam como fôrmas para auxiliar no escoramento e na fixação das lajes, sendo essas estruturas, geralmente, compensados de madeira ou elementos metálicos.

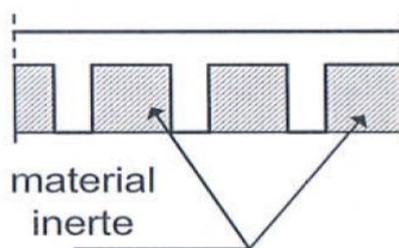
Ademais, esse tipo de laje apresenta uma grande vantagem em relação às demais, que é a facilidade de colocar antes da concretagem, tubulações elétricas ou de outros tipos de instalações, o que facilita a execução de outras atividades em uma obra, como por exemplo, o embutimento das tubulações hidrossanitárias, antes mesmo da sua concretagem.

- Lajes Nervuradas

De acordo com a NBR 6118 (2014, p. 97), “as lajes nervuradas são lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”. Esse tipo de laje é composta por nervuras, onde são colocadas as armaduras longitudinais de tração, sendo muito utilizadas para vencer grandes vãos.

Com a escolha desse tipo de laje, o peso próprio da estrutura é reduzido porque segundo Araújo (2010), a zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser preenchido com algum material inerte de baixo peso específico que serve para tornar plana a superfície inferior da laje, reduzindo o peso da estrutura. A Figura 5 representa a configuração de uma laje nervurada com material inerte entre as nervuras.

Figura 5 – Laje nervurada com material inerte entre as nervuras.



Fonte: Araújo (2010).

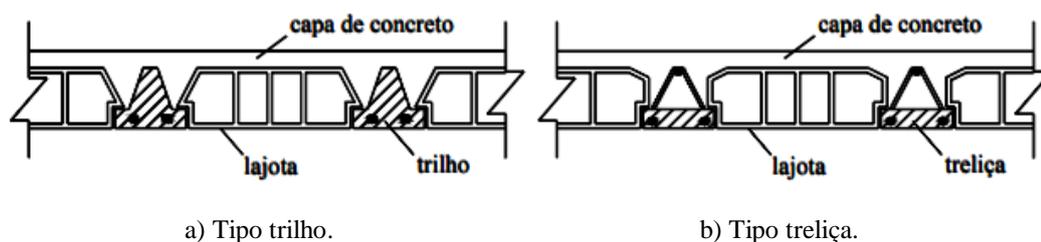
Os materiais inertes que ficam posicionados entre as nervuras, devem ser elementos de enchimentos leves e que permaneçam no local, como por exemplo tijolos cerâmicos e poliestireno. Esses materiais servem para reduzir a quantidade de concreto e diminuir o peso próprio da laje, além de possibilitarem um acabamento plano do teto.

Conforme Carvalho e Pinheiro (2010), as lajes nervuradas são empregadas, geralmente, para vencer vãos maiores que 8 metros, conseguindo vencer grandes vãos com um peso próprio reduzido e ainda suportam cargas muito elevadas. Essas lajes podem ser pré-fabricadas ou moldadas no local.

As lajes nervuradas pré-fabricadas são formadas por elementos pré-moldados chamados de vigotas, por lajotas (elementos leves de enchimento - geralmente cerâmicas) e por uma mesa de concreto moldada no local.

Conforme Carvalho e Pinheiro (2010), as lajes pré-fabricadas dividem-se em nervuradas com vigotas, podendo ser do tipo trilho ou com treliça; lajes alveolares e duplo “T” (ou “π”). Como forma de exemplificação, estão representadas as lajes nervuradas pré-fabricadas compostas por vigotas (Figura 6a e Figura 6b).

Figura 6 – Laje nervurada pré-moldada.



a) Tipo trilho.

b) Tipo treliça.

Fonte: Silva (2005).

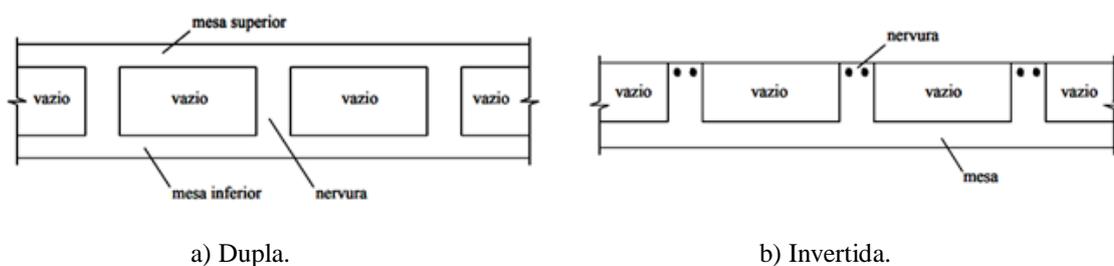
As lajes nervuradas moldadas no local são as construídas em toda a sua totalidade na própria obra e são compostas por uma ou duas mesas de concreto e por nervuras. De acordo com a posição das nervuras, na seção transversal da laje, elas podem ser divididas

em três classificações: a dupla, a invertida e a normal (Figuras 7a, 7b e 8, respectivamente).

De acordo com Silva (2005, p. 64 - 65)

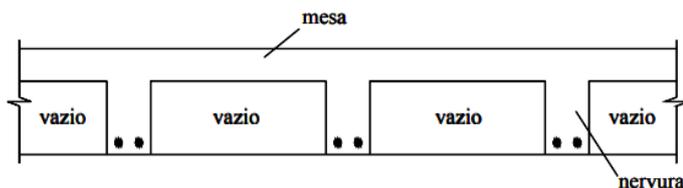
Na laje nervurada do tipo dupla, as nervuras ficam situadas entre duas mesas de concreto, uma inferior e outra superior [...] na laje do tipo invertida, as nervuras são superiores, existindo uma mesa inferior de concreto, e a utilização deste tipo de laje é restrita para casos de laje em balanço, em que os momentos fletores são negativos [...] a laje do tipo normal (direta) é aquela em que as nervuras são inferiores, possuindo uma mesa superior de concreto, sendo o tipo de laje nervurada moldada no local de uso mais frequente.

Figura 7 – Laje nervurada.



Fonte: Silva (2005).

Figura 8 – Laje nervurada normal (direta).



Fonte: Silva (2005).

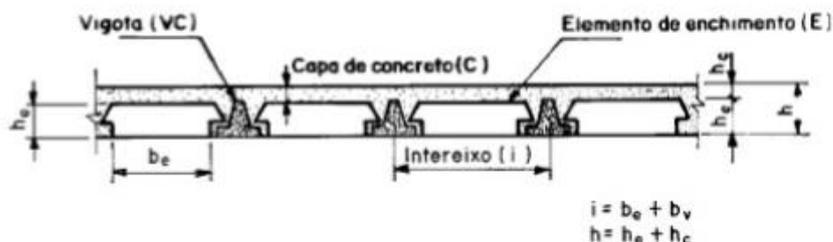
De modo geral, as lajes nervuradas, de acordo com a NBR 6118 (2014), podem ser calculadas como lajes maciças, desde que observadas algumas recomendações quanto às dimensões da mesa e das nervuras e também de acordo com o espaçamento entre as nervuras.

- Lajes Pré-moldadas

As lajes pré-moldadas, de acordo com a NBR 9062 (2006) são compostas por elementos moldados previamente e fora do local de utilização definitiva da estrutura. Esse tipo de laje é subdividida em nervuradas com vigotas pré-fabricadas e as em painéis. Foi explicado na seção de lajes nervuradas, as nervuradas com vigotas, onde foram mostradas que elas se classificam em lajes do tipo trilho ou treliça.

Ainda de acordo com NBR 14859 (2016), as lajes pré-moldadas de concreto armado (tipo trilha ou treliça) possuem uma seção de concreto usualmente formando um “T” invertido, com armadura passiva totalmente englobada pelo concreto de vigota. A Figura 9 mostra uma laje pré-moldada com vigotas de concreto armado.

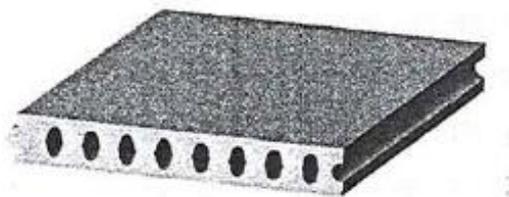
Figura 9 – Laje pré-moldada.



Fonte: NBR 14859 (2016).

As lajes pré-fabricadas em painéis são compostas por painéis pré-fabricados, que podem ser de concreto armado, leve ou protendido. Esses painéis ainda podem ser treliçados (em concreto armado), protendidos, vazados (lajes alveolares) ou nervurados. Na Figura 10 está representada uma laje com painel vazado – alveolar.

Figura 10 – Laje com painel vazado.



Fonte: Carvalho e Pinheiro (2010).

Esse tipo de laje tem sido cada vez mais empregado em vários tipos de obras, sendo muito utilizadas nos projetos de casas e pequenos edifícios e, que segundo Moraes e Barbosa (2017), tem essa utilização cada vez mais constante, pois resultam em pavimentos mais simples e econômicos, além de serem boas soluções para pequenos e médios vãos.

2.2.2. Quanto ao tipo de apoio

As lajes podem ser apoiadas ao longo de suas bordas externas por meio de vigas, alvenarias, paredes de concreto ou diretamente sobre pilares. Conforme Bastos (2015), para calcular os esforços solicitantes e as deformações nas lajes, é necessário estabelecer

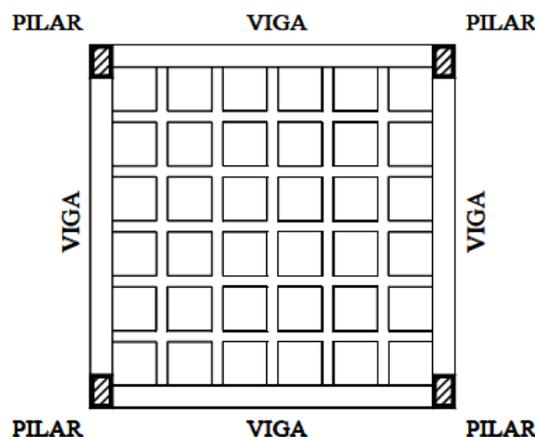
os vínculos da laje com os apoios, sejam eles pontuais como os pilares ou lineares como as vigas de borda.

As vinculações das lajes podem apresentar as suas bordas simplesmente apoiadas, livres ou perfeitamente engastadas. De acordo com Campos Filho (2014), a borda é apoiada quando é continuamente suportada por vigas, alvenarias ou paredes de concreto; é livre quando não tiver nenhuma vinculação ao longo daquele lado; é engastada quando a borda tem continuidade além do apoio correspondente daquele lado (laje adjacente).

As lajes que são executadas no local da obra, tanto as maciças como as nervuradas, podem possuir diversos tipos de apoio, podendo estar apoiadas em vigas, paredes de concreto, diretamente em pilares, dentre outros. A depender do apoio, o sistema estrutural é todo modificado.

No caso das lajes nervuradas, só podem se apoiar diretamente em pilares aquelas que possuem nervuras em duas direções - lajes armadas em duas direções (SILVA, 2005). A Figura 11 representa uma laje nervurada armada nas duas direções apoiada em vigas.

Figura 11 – Laje nervurada armada em duas direções.



Fonte: Silva (2005).

Bastos (2015) aponta que o apoio simples surge nas bordas onde não se admite a continuidade da laje com outras lajes vizinhas e, o engaste, é utilizado no caso de lajes em balanço e nas bordas onde há continuidade entre duas lajes adjacentes. O Quadro 1 representa os tipos de apoio mencionados.

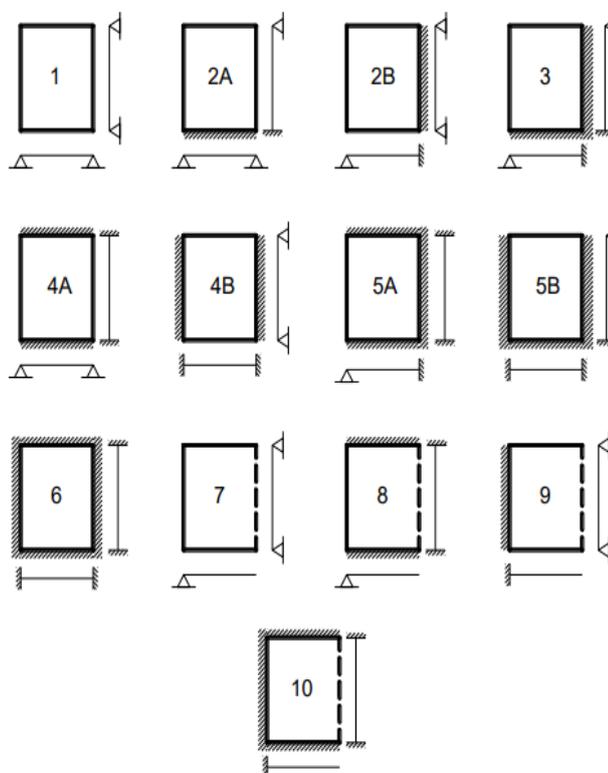
Quadro 1 – Representação dos tipos de apoios.

Borda livre	Borda simplesmente apoiada	Borda engastada
-----	—————	///////

Fonte: Pinheiro; Muzardo; Santos (2010).

As lajes podem se apresentar de formas variadas a depender da combinação de seus vínculos. Em função dessas várias combinações, existem na literatura algumas tabelas em relação às lajes maciças, que diferenciam as situações, para todos os possíveis vínculos nas quatro bordas das lajes. Como forma de exemplificação, a Figura 12 mostra os modos de disposição que as lajes podem ter em função das vinculações das suas bordas.

Figura 12 – Combinação dos vínculos nas bordas das lajes.



Fonte: Bastos (2015).

A definição dos apoios, de acordo com as tabelas existentes na literatura, é muito importante para determinar as vinculações e, a partir delas, realizar o pré-dimensionamento das lajes, calculando a altura inicial dessas estruturas e, em sequência, realizar todo o cálculo referente a elas.

2.2.3. Quanto ao tipo de armação

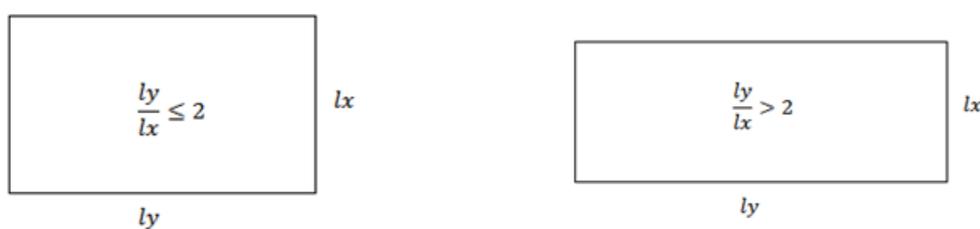
As lajes que estão sustentadas em apoios rígidos ou quase rígidos, podem ser classificadas conforme o seu tipo de armação, podendo ser armadas em duas direções (armadas em cruz) ou armadas em uma direção. O que vai definir o tipo de armação das lajes é a relação entre os seus vãos.

A armação é em duas direções quando a relação do maior pelo menor lado da laje é inferior ou igual a 2. De acordo com Araújo (2010, p.7), “os momentos fletores nas duas

direções são importantes e devem ser calculados, para cada um deles, deve-se realizar o dimensionamento e dispor as armaduras nas direções correspondentes”. A Figura 13a representa uma laje armada em duas direções (considerando “lx” o menor lado da laje).

Quando a relação entre o maior e o menor lado da laje é maior que 2, a laje vai ser armada em uma direção. Araújo (2010, p. 7) cita que, “nesses casos, o momento fletor na direção do vão maior é pequeno e não necessita ser calculado, bastando adotar uma armadura de distribuição segundo essa direção”. Esta configuração está retratada na Figura 13b (considerando “lx” como o menor lado da laje).

Figura 13 – Laje maciça



a) Armada em duas direções.

b) Armada em uma direção.

Fonte: Própria (2018).

2.3. Requisitos para o Cálculo de Lajes Maciças

O dimensionamento das lajes maciças deve garantir que elas suportem, de forma segura, as solicitações que estão sendo impostas a elas durante as fases de execução e utilização e, para isso, é necessário respeitar alguns requisitos básicos. Nesta seção estão descritos os critérios que devem ser considerados nos cálculos dessas estruturas para que elas trabalhem de maneira estável e sem deformações excessivas.

2.3.1. Classe de agressividade ambiental

Para que as lajes maciças apresentem uma boa durabilidade, conforme Carvalho e Figueiredo Filho (2016), essas estruturas devem ser projetadas sob as influências ambientais previstas e, que quando utilizadas conforme estabelecido em projeto, conservem sua segurança e estabilidade durante a sua vida útil.

Uma das principais características relacionadas a influência ambiental das estruturas é a classe de agressividade ambiental, que de acordo com a NBR 6118 (2014), está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica e da retração hidráulica.

A classe de agressividade ambiental depende do tipo de ambiente que a estrutura vai ser projetada e o seu correspondente risco de deterioração. A depender dessas duas características, a NBR 6118:2014 estabelece classificações segundo as condições de exposição da estrutura. O Quadro 2 exemplifica as classes de agressividade ambiental a depender dessas características.

Quadro 2 – Classe de Agressividade Ambiental (CAA).

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a Industrial ^{a, b}	Grande
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c} Respingos de maré	Elevado

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118 (2014).

A definição da classe de agressividade, de acordo com a Quadro 2, será utilizada para a obtenção do cobrimento mínimo que a estrutura deve apresentar, sendo o cobrimento, outro requisito básico que deve ser respeitado para o cálculo das lajes maciças.

2.3.2. Cobrimento mínimo

O cobrimento mínimo é a espessura de concreto que vai da face externa da peça até a camada de barras mais próxima a esta face, podendo ser o estribo. Esse cobrimento deve ser considerado ao longo de toda a laje e serve para proteger as barras de possíveis interferências na estrutura, como por exemplo da corrosão da armadura ou ação do fogo.

O valor do cobrimento mínimo ($C_{mín}$) acrescido de uma tolerância (ΔC) correspondem ao valor do cobrimento nominal. De acordo com a NBR 6118 (2014), em obras correntes, o valor de ΔC deve ser maior ou igual a 10 mm e nos casos onde houver um rigoroso controle de qualidade pode-se ter 5 mm.

Para o cálculo das estruturas, o valor que deve ser respeitado é o do cobrimento nominal que é estabelecido conforme a classe de agressividade ambiental. A NBR 6118:2014 indica os valores de cobrimento nominal, de acordo com a classe de agressividade ambiental, com uma tolerância de 10 mm. O Quadro 3 mostrado abaixo faz essa representação.

Quadro 3 – Cobrimento nominal de acordo com a classe de agressividade ambiental.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: NBR 6118 (2014).

Após a definição do cobrimento nominal, outro parâmetro que também é estabelecido é o diâmetro máximo das britas. A dimensão máxima característica do agregado graúdo é o valor do cobrimento nominal multiplicado por 1,2. Esses diâmetros podem ser vistos no Quadro 4, porém esses valores podem variar dependendo da região do Brasil.

Quadro 4 – Classificação usual das britas.

Tipo de brita	Diâmetro (mm)
Brita 0	4,8 a 9,5
Brita 1	9,5 a 19
Brita 2	19 a 25
Brita 3	25 a 38

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

De modo geral, conforme a NBR 6118 (2014), os cobrimentos nominais e mínimos estão sempre referidos à superfície da armadura externa, em geral à face externa do estribo, onde o cobrimento nominal deve ser sempre maior ou igual ao diâmetro da barra.

2.3.3. Estados limites

No cálculo de estruturas em concreto armado, deve-se levar em consideração os estados limites para efeitos de cálculo, sendo eles: estados limites últimos (ELU) e estados limites de serviço (ELS). Esses limites são necessários para que as estruturas apresentem uma boa durabilidade, retratando uma boa aparência e conforto para os usuários e, ainda, evitem o colapso estrutural.

Carvalho e Figueiredo Filho (2016) estabelecem que o estado limite último é aquele relacionado ao colapso ou a qualquer outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação, no todo ou em parte, do uso da estrutura. Esse estado limite delimita a segurança das estruturas de concreto e ele deve ser sempre verificado.

A NBR 6118 (2014) na seção 10.3 (p.54 – 55), determina que a segurança das estruturas de concreto deve sempre ser verificada em relação aos seguintes estados limites últimos:

- a) Perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- b) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido às solicitações normais e tangenciais, admitindo-se a redistribuição de esforços internos, desde que seja respeitada a capacidade de adaptação plástica definida na Seção 14, e admitindo-se, em geral, verificações separadas dessas solicitações;
- c) Esgotamento de capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;
- d) Provocado por solicitações dinâmicas (seção 23);
- e) Colapso progressivo;
- f) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando exposição ao fogo, conforme a ABNT NBR 15200;
- g) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, considerando ações sísmicas, de acordo com a ABNT NBR 15421;
- h) Outros que eventualmente possam ocorrer em casos especiais.

Em relação ao estado limite de serviço, ele deve ser respeitado para garantir desde a aparência até a utilização efetiva das estruturas. Esses limites são responsáveis por possibilitar a durabilidade e a boa aparência das edificações, como por exemplo, evitar o aparecimento de fissuras ou vibrações excessivas nas estruturas.

A NBR 6118 (2014) na seção 3.2 (p.5 – 6), determina que a segurança das estruturas de concreto armado deve ser verificada em relação aos estados limites de serviço listados:

- a) Formação de fissuras (ELS-F): estado em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que este estado-limite é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a $f_{ct,f}$ (ver 13.4.2 e 17.3.4 da norma);
- b) Abertura das fissuras (ELS-W): estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados em 13.4.2 (ver 17.3.3 da norma);
- c) Deformações excessivas (ELS-DEF): estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal, dados em 13.3 (ver 17.3.2 da norma);
- d) Vibrações excessivas (ELS-VE): estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção.

De modo geral, o estado limite de serviço avisa que a construção não está se comportando de maneira adequada, apresentando vibrações ou deformações excessivas por exemplo e, o estado limite último, é quando a edificação entra em ruína parcial ou colapso total das estruturas.

2.3.4. Deslocamentos limites

Os deslocamentos limites são os valores máximos de deslocação que uma estrutura pode apresentar de acordo com o tipo de carregamento solicitante. Esses valores são estabelecidos para que, ao fazer o dimensionamento dos elementos de concreto armado, seja feita a previsão de quanto a estrutura vai deslocar e esse deslocamento deve ser menor do que o valor máximo estabelecido por norma.

A NBR 6118 (2014) na seção 13.3 (p.77 – 78), determina os valores para os deslocamentos-limites de acordo com o tipo de efeito e o deslocamento a considerar. Esses valores são estabelecidos para garantir um adequado comportamento da estrutura e podem ser observados na Tabela 13.3 da norma já referenciada.

Os valores de deslocamento-limite são pré-estabelecidos e devem ser respeitados para que as estruturas não ultrapassem o estado limite de serviço e não apresentem

vibrações excessivas nas estruturas, por exemplo, e nem trabalhem no estado limite último, o que pode proporcionar a ruptura parcial ou total dos sistemas estruturais.

2.3.5. Ações

Os esforços que produzem estados de tensão ou de deformação e que produzem efeitos significativos para a segurança de uma estrutura são denominadas ações. Essas ações são definidas de acordo com a sua variabilidade no tempo, podendo ser classificadas em permanentes, variáveis ou excepcionais.

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2016), para o caso de construções usuais, as ações podem ser resumidas em permanentes e variáveis. Sabendo disso, as ações excepcionais não serão contempladas neste trabalho.

A NBR 6118 (2014) define que as ações permanentes são as que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida útil da construção. Nas lajes, essas ações podem ser representadas pelo peso próprio da laje, pesos de revestimento de piso e forro, peso de paredes, cargas de uso, dentre outras.

As cargas relacionadas as ações permanentes, geralmente, dependem dos materiais, como por exemplo: o peso próprio da laje é em função do peso específico do material que vai ser utilizado, para o concreto simples a massa específica é de 2400 kg/m^3 e para o concreto armado ou protendido é de 2500 kg/m^3 , a depender do tipo de concreto escolhido, o peso próprio da laje vai variar e os valores dessas ações também.

As ações variáveis são classificadas em variáveis diretas e variáveis indiretas. Conforme a NBR 6118 (2014), as ações diretas são constituídas pelas cargas acidentais previstas para o uso da construção, pela ação do vento e da água; já as ações indiretas estão relacionadas as variações de temperatura e ações dinâmicas (choques ou vibrações).

As cargas acidentais previstas para o uso da construção, de modo geral as cargas verticais, conforme a NBR 6120 (1980), devem ser admitidas, salvo em casos especiais, uniformemente distribuídas em toda a área, havendo valores mínimos recomendados para cada local da edificação. O Quadro 5 mostra os valores mínimos que devem ser adotados para essas cargas a depender do local da edificação.

Quadro 5 – Valores mínimos para as cargas verticais.

Local	Carga (kN/m ²)
Residências – dormitório, côpa, cozinha e banheiro	1,5 kN/m ²
Forros não destinados a depósitos	0,5 kN/m ²
Dispensa, área de serviço, lavanderia e dependências, de escritório	2,0 kN/m ²
Compartimentos destinados a reuniões ou ao acesso público	3,0 kN/m ²
Compartimentos destinados a bailes, ginástica ou esportes	5,0 kN/m ²
Escadas, corredores e terraços com acesso ao público	3,0 kN/m ²
Escadas, corredores e terraços sem acesso ao público	2,0 kN/m ²
Lojas	2,0 kN/m ²

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

É de importante conhecimento a distinção das ações que podem atuar em uma laje porque a depender da ação (permanente ou variável), o comportamento desse esforço vai ser de maneira variada, o que é de fundamental compreensão para o cálculo das cargas atuantes na laje.

2.3.6. Taxas de armadura mínima e máxima

Os cálculos referentes às taxas de armadura mínima devem ser realizados para evitar rupturas bruscas da seção, pois somente o concreto não consegue apresentar uma deformação razoável antes da laje entrar em colapso, entretanto o aço em conjunto com o concreto mostram uma deformação considerável e dá o aviso antes da ruína estrutural.

A área de aço mínima deve ser determinada de acordo com as taxas mínimas de armadura. De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2016), a armadura mínima de tração deve ser determinada dimensionando-se a seção para um momento fletor mínimo e esse momento será atendido se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura. Os valores dessas taxas estão dispostos no Quadro 6.

Quadro 6 – Taxas mínimas de armadura.

Forma da seção	Valores de ρ_{\min}^a ($A_{s,\min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

^a Os valores de ρ_{\min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser recalculado.

Fonte: NBR 6118 (2014).

A taxa de armadura calculada deve ser maior ou igual a taxa mínima estabelecida (Quadro 6). A depender do tipo de laje e das suas correspondentes armaduras, o valor da armadura mínima definido, de acordo com o Quadro 6, ainda pode ser reduzido, como por exemplo, para a armadura positiva de lajes armadas nas duas direções, a armadura mínima calculada pode ser minimizada para 67% desse valor. As relações e limites de taxa de armadura calculada com a taxa de armadura mínima, a depender do tipo de armadura, estão dispostos no Quadro 7.

Quadro 7 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes.

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$ (ver 19.3.3.2)
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min}$		-
onde $\rho_s = A_s/b_w h$ e $\rho_p = A_p/b_w h$. NOTA Os valores de ρ_{\min} são definidos em 17.3.5.2.1.			

Fonte: NBR 6118 (2014).

O que corresponde as taxas máximas das armaduras, elas são calculadas para garantir condições de ductilidade, para que as estruturas possuam um grau de deformação necessário que possibilite prever o momento do seu colapso. Além disso, conforme a NBR 6118 (2014), essa taxa deve ser calculada para respeitar o campo de validade dos ensaios que deram origem às prescrições de funcionamento do conjunto aço-concreto e não pode ter valor superior a 4% da área de concreto da seção A_c .

2.4. Roteiro de Cálculo Manual para Lajes Maciças Bidirecionais

Em conhecimento dos requisitos básicos para o cálculo das lajes maciças, existem na literatura métodos distintos de cálculo manual para o dimensionamento das lajes bidirecionais, podendo ser Czerny, Marcus, Bares, dentre outros. Esses métodos são baseados em tabelas e, para este trabalho, o modelo de cálculo utilizado foi o de Bares.

2.4.1. Discretização do pavimento

O processo de discretização significa analisar individualmente todas as lajes que compõem um pavimento, verificando a geometria de cada placa (onde é calculado o vão efetivo de acordo as direções x e y) e as suas condições de vinculação (em que é visto se a borda da laje pode ser apoiada, livre ou engastada).

O vão teórico também pode ser definido como vão efetivo (l_{ef}) e, de acordo com a NBR 6118 (2014), quando os apoios puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, o vão efetivo pode ser calculado pelas Equações 1 e 2.

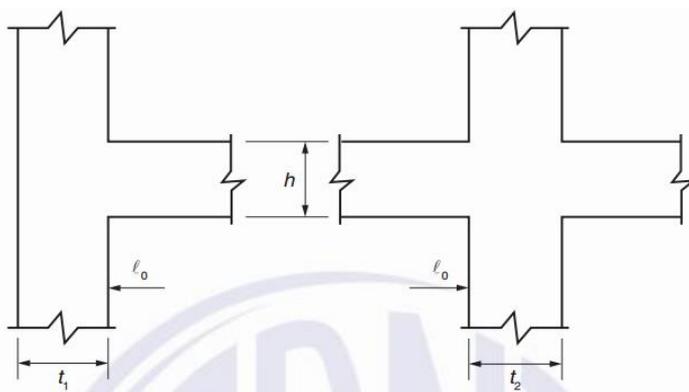
$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (\text{Equação 1})$$

Em que:

$$a_1 \leq \begin{cases} \frac{t_1}{2} \\ 0,3h \end{cases} \quad \text{e} \quad a_2 \leq \begin{cases} \frac{t_2}{2} \\ 0,3h \end{cases} \quad (\text{Equação 2})$$

Os elementos do vão efetivo podem ser observados na Figura 14, onde estão representadas as dimensões l_0 , t_1 , t_2 e h para melhorar a visualização desses elementos referentes as Equações 1 e 2.

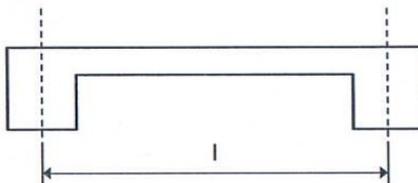
Figura 14 – Elementos do vão efetivo.



Fonte: NBR 6118 (2014).

Conforme Araújo (2010), quando a largura das vigas de apoio não é muito grande, é usual adotar o vão teórico sendo a distância entre os centros dos apoios. Vale lembrar também que nas lajes em balanço, o comprimento efetivo é a distância da extremidade livre até o centro do apoio. A Figura 15 representa a definição usual do vão teórico.

Figura 15 – Definição usual do vão teórico.

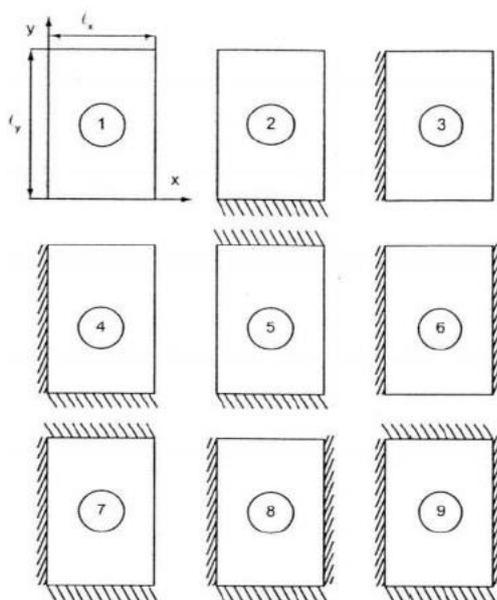


Fonte: Araújo (2010).

Após a determinação dos vãos efetivos da laje (para cada direção – x e y), faz-se a relação entre o maior eixo (l_y) pelo menor (l_x) para saber qual o valor dessa divisão e, como já visto anteriormente, para a laje ser armada em duas direções a relação tem que ser menor ou igual a 2.

A etapa seguinte consiste em identificar os tipos de vínculos nas quatro bordas das lajes, podendo ser engastada, livre ou simplesmente apoiada. De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2016), de modo geral, pode-se considerar que as lajes menores e menos rígidas são engastadas nas maiores e mais rígidas. A Figura 16 é baseada nas soluções em séries desenvolvidas por Bares e representam as situações de vinculação que foram utilizadas neste trabalho.

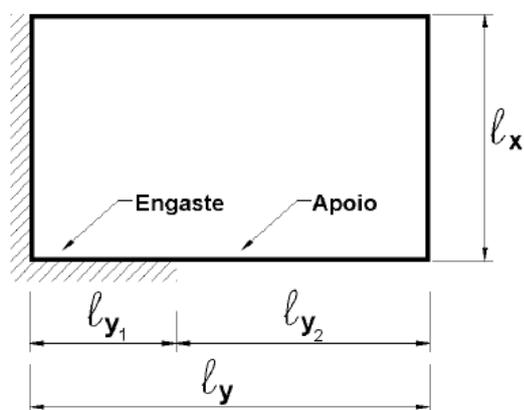
Figura 16 – Vinculações nas bordas das lajes.



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Conforme Pinheiro, Muzardo e Santos (2010), uma laje pode possuir mais de um tipo de vínculo ao longo de toda a sua borda, podendo possuir, por exemplo, uma parte engastada e outra apoiada, como mostrado na Figura 17. Pinheiro, Muzardo e Santos (2010) ainda definiram um critério aproximado para esse tipo de caso, onde está exposto no Quadro 8.

Figura 17 – Caso específico de vinculação.



Fonte: Pinheiro; Muzardo; Santos (2010).

Quadro 8 – Critério para bordas com uma parte engastada e outra parte apoiada.

$l_{y1} \leq \frac{l_y}{3}$	Considera-se a borda totalmente apoiada
$\frac{l_y}{3} < l_{y1} < \frac{2 \cdot l_y}{3}$	Calculam-se os esforços para as duas situações – borda totalmente apoiada e borda totalmente engastada – e adotam-se os maiores valores no dimensionamento
$l_{y1} \geq \frac{2 \cdot l_y}{3}$	Considera-se a borda totalmente engastada

Fonte: Pinheiro; Muzardo; Santos (2010).

Com a discretização do pavimento, é possível realizar os cálculos de pré-dimensionamento da altura das lajes e posteriormente fazer as verificações de flechas e, assim, determinar a espessura final da laje.

2.4.2. Pré-dimensionamento da altura das lajes

Não existe recomendação sobre a altura inicial a ser adotada na NBR 6118:2014, e decidiu-se manter apenas como indicação a recomendação da NBR 6118:1980, que explica que as condições de deformações limites são atendidas quando o valor da altura útil respeitar a Equação 3 (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2016).

$$d \geq \frac{l_x}{\Psi_2 \times \Psi_3} \quad (\text{Equação 3})$$

Em que:

l_x : menor vão da laje;

Ψ_2 : coeficiente dependente das vinculações e dimensões da laje – Quadro 29 (Anexo A);

Ψ_3 : coeficiente que depende do tipo de aço – Quadro 30 (Anexo A).

Após a determinação da altura útil, calcula-se a altura h da laje somando a altura útil com o valor do cobrimento e uma vez e meia o valor da armadura adotada, esse cálculo pode ser visto através da Equação 4. Quando se tratar da armadura negativa, deve-se utilizar uma altura útil maior.

$$h = d + c + \emptyset + \frac{\emptyset}{2} \quad \text{(Equação 4)}$$

Sendo:

d : altura útil calculada;

c : cobrimento nominal – Quadros 3 e 4 (Seção 2.3.2);

\emptyset : diâmetro da armadura adotada – Quadro 31 (Anexo A).

2.4.3. Cálculo das cargas atuantes

As cargas atuantes em uma laje maciça podem ser ações permanentes ou variáveis, que de acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2016), são calculadas de maneira usual e devem ser consideradas, geralmente, as seguintes: peso próprio estrutural, peso do contrapiso, piso ou revestimento, revestimento inferior e carga acidental.

Para o cálculo do peso próprio estrutural, multiplica-se a altura da laje pelo peso específico do concreto utilizado. Para o cálculo das demais cargas, exceto a carga acidental, multiplica-se a espessura que vai ser utilizada pelo peso específico do material correspondente. Os valores de carga acidental estão dispostos na Quadro 5 na seção 2.3.5 e os pesos específicos de alguns materiais de construção, para o cálculo das cargas, estão dispostos na Quadro 32 (Anexo A).

No caso de existir parede sobre a laje, utiliza-se as Equações 5 e 6, e o valor obtido entra como uma carga permanente. Vale salientar que todos os valores de carregamento das lajes são expressos em carga por metro quadrado da laje.

$$P_{par} = \gamma_{tij}e_{tij} + 2\gamma_{reb}e_{reb} \quad \text{(Equação 5)}$$

$$g_{par} = \frac{P_{par} \times l_p \times h_{par}}{l_x \times l_y} \quad \text{(Equação 6)}$$

Em que:

γ_{tij} e e_{tij} : peso específico e espessura do tijolo, respectivamente;

γ_{reb} e e_{reb} : peso específico e espessura do reboco, respectivamente;

g_{par} : carga permanente relacionada a parede;

P_{par} , l_p e h_{par} : peso, comprimento e altura da parede, respectivamente;

l_x , l_y : menor vão e maior vão, respectivamente.

Com o valor calculado das cargas permanentes, faz-se o somatório de todas as cargas e realiza-se a combinação quase permanente. Essa combinação relaciona as cargas permanentes com as cargas acidentais e pode ser calculada a partir da Equação 7. Esse cálculo é realizado para posteriormente calcular a carga total na laje, depois de efetuada as verificações de deslocamentos e definir a altura final da laje.

$$P = g + \Psi_2 \times q \quad (\text{Equação 7})$$

Em que:

P : carga para combinação quase permanente;

g : somatório das cargas permanentes;

Ψ_2 : coeficiente que depende dos locais do edifício – Quadro 33 (Anexo A);

q : carga acidental – Quadro 5 (Seção 2.3.5).

2.4.4. Verificação das flechas

Após o cálculo da carga para combinação quase permanente, calculam-se os valores das flechas de cada laje. Calcula-se a flecha limite da combinação quase permanente, flecha elástica imediata, flecha total considerando a fluência, flecha limite da carga acidental e flecha elástica da carga acidental. Para estes cálculos, as Equações 8 a 16 são utilizadas.

- Flecha limite da combinação quase permanente

$$f_{total,lim} = \frac{l_x}{375} \quad (\text{Equação 8})$$

Sendo:

l_x : menor vão da laje.

- Flecha elástica imediata

$$f_{imed} = \frac{P \times l_x^4}{Ecs \times h^3} \times \frac{\alpha}{100} \quad (\text{Equação 9})$$

Em que:

P : carga da combinação quase permanente calculada no item 2.4.3;

Ecs : módulo de elasticidade que depende do agregado graúdo – Quadro 34 (Anexo A);

α : coeficiente que depende das condições de vinculação e dimensões da laje – Quadro 35 (Anexo A);

h: altura inicial calculada no item 2.4.2.

- Flecha elástica total considerando a fluência

Consideração da fluência (α_f):

$$t = \frac{\text{Dias de escoramento}}{\text{Dias do mês}} \quad (\text{Equação 10})$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{to} = 0,68 \times 0,996^t \times t^{0,32} \\ \varepsilon_{\infty} = 2 \end{cases} \quad (\text{Equação 11})$$

$$p' = \frac{As'}{b \times d} \quad (\text{Equação 12})$$

Sendo:

p' : armadura comprimida, quando a armadura não é comprimida $p' = 0$.

$$\alpha_f = \frac{\varepsilon_{\infty} - \varepsilon_{to}}{1 + 50p'} \quad (\text{Equação 13})$$

Com a obtenção dos parâmetros para o cálculo da consideração da fluência (α_f) por meio das Equações 10 a 13, calcula-se a flecha total.

$$f_{TOTAL,\infty} = f_{imed} \times (1 + \alpha_f) \quad (\text{Equação 14})$$

- Flecha limite da carga acidental

$$f_{q,lim} = \frac{l_x}{525} \quad (\text{Equação 15})$$

- Flecha elástica da carga acidental

$$f_q = \frac{q \times l_x^4}{Ecs \times h^3} \times \frac{\alpha}{100} \quad (\text{Equação 16})$$

Comparam-se as flechas elásticas de cada laje com as flechas limites, caso sejam bem menores, é possível diminuir a altura calculada inicialmente (item 2.4.2), igualando a maior das flechas imediatas com o limite correspondente. Observando a maior f_{imed} das lajes, pega a sua $f_{total,lim}$ e usa na Equação 17.

$$h^3 = \frac{P \times l_x^4}{Ecs \times f_{total,lim}} \times \frac{\alpha}{100} \times (1 + \alpha_f) \quad (\text{Equação 17})$$

A altura final calculada deve estar de acordo com as espessuras especificadas na seção 2.2.1. Com a nova altura obtida, recalcula-se a altura útil positiva e negativa e as Equações 18 e 19 foram utilizadas como auxílio.

Além disso, calcula-se a carga total com a nova altura da laje (Equação 20). Se a carga total calculada for menor que a combinação quase permanente, não precisa fazer novamente a verificação das flechas, caso contrário, faz novamente essa verificação, agora com a carga total calculada.

$$d_{positivo} = h - c - \emptyset - \frac{\emptyset}{2} \quad (\text{Equação 18})$$

$$d_{negativo} = h - c - \frac{\emptyset}{2} \quad (\text{Equação 19})$$

$$P = (h \times 25) + g_2 + g_3 + \dots + g_n + q \quad (\text{Equação 20})$$

2.4.5. Cálculo dos momentos fletores

Após encontrar a carga total atuante nas lajes, calculam-se os momentos fletores, tanto positivos como negativos. Carvalho e Figueiredo Filho (2016) mostram que para calcular esses momentos são utilizadas as Equações 21 a 24.

Momentos máximos positivos, por unidade de comprimento, nas direções x e y:

$$M_x = \mu_x \times \frac{P \times l_x^2}{100} \quad (\text{Equação 21})$$

$$M_y = \mu_y \times \frac{P \times l_y^2}{100} \quad (\text{Equação 22})$$

Momentos máximos negativos, por unidade de comprimento, nas direções x e y:

$$X_x = \mu'_x \times \frac{P \times l_x^2}{100} \quad (\text{Equação 23})$$

$$X_y = \mu'_y \times \frac{P \times l_y^2}{100} \quad (\text{Equação 24})$$

Em que:

μ_x, μ_y, μ'_x e μ'_y = coeficientes que dependem do λ e do caso de cada laje – Quadros 36 a 38 (Anexo A);

P : carga total calculada no item 2.4.4.

Após a determinação dos momentos fletores nas lajes, identifica-se o maior momento positivo e o maior momento negativo. Com isso, calcula-se o d_{min} para a armadura positiva e outro para a negativa e, por fim, compara-se esses valores com a altura útil calculada na seção 2.4.4. O d_{min} deve ser menor que o d .

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \quad (\text{Equação 25})$$

Sendo:

f_{ck} : resistência característica do concreto à compressão;

f_{cd} : resistência de cálculo do concreto à compressão.

Armadura Positiva:

$$M_d = 1,4 \times \text{Maior momento positivo} \quad (\text{Equação 26})$$

Armadura Negativa:

$$M_d = 1,4 \times \text{Maior momento negativo} \quad (\text{Equação 27})$$

Calcula-se a altura útil mínima a partir da Equação 28, faz-se esse cálculo tanto para a armadura positiva quanto para a negativa.

$$d_{\text{mín}} = 2 \times \sqrt{\frac{M_d}{bw \times f_{cd}}} \quad (\text{Equação 28})$$

Em que:

b_w : base da laje, que para esses cálculos adotou-se como sendo unitária ($b_w = 1 \text{ m}$).

Com a obtenção dos momentos fletores e a verificação da altura útil estando adequada, o próximo passo é determinar as armaduras longitudinais das lajes.

2.4.6. Determinação das armaduras longitudinais

O cálculo das armaduras das lajes, nas direções x e y, é feito observando-se que para a largura da seção é tomada uma faixa unitária, e a armadura encontrada deve ser distribuída ao longo dessa largura (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2016). Nesse cálculo, para as lajes que estiverem engastadas vai ser encontrada uma armadura negativa e para os outros casos, uma armadura positiva.

Com os valores dos momentos fletores, podem ser determinadas as armaduras longitudinais. Para as armaduras positivas, inicialmente é feito o cálculo do KMD (Equação 29) e a partir da Quadro 39 (Anexo A) é obtido o valor do K_z e calculado os valores para a área de aço com a Equação 30. A altura útil (d) utilizada nas equações abaixo é a positiva.

$$KMD = \frac{M_d}{bw \times f_{cd} \times d^2} \quad (\text{Equação 29})$$

$$A_s = \frac{M_d}{K_z \times d \times f_{yd}} \quad (\text{Equação 30})$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad (\text{Equação 31})$$

Sendo:

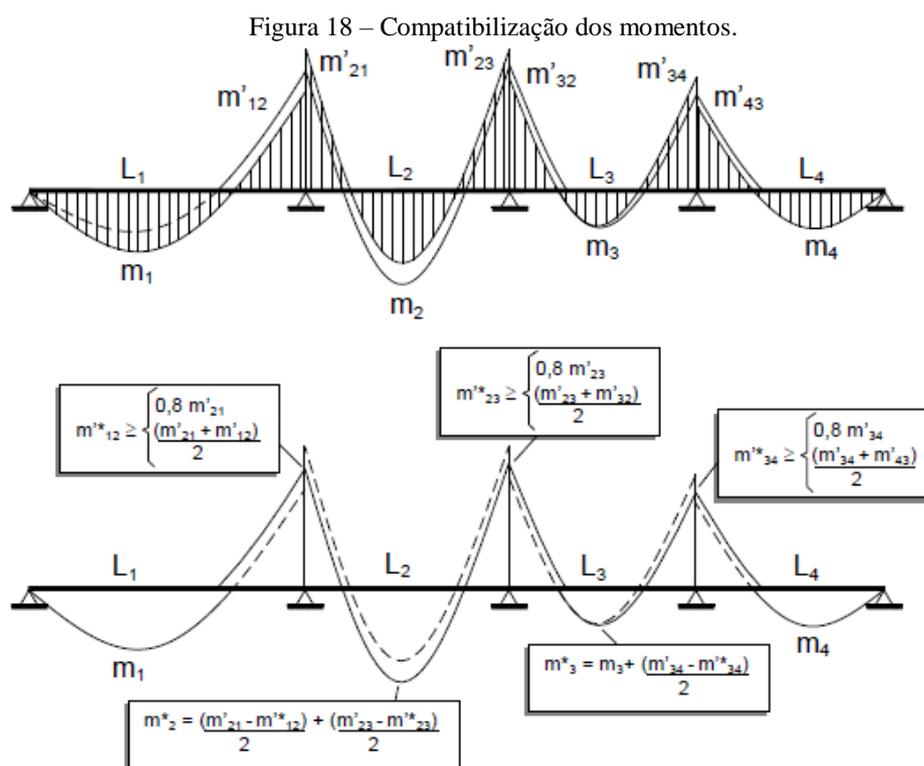
d : altura útil calculada na seção 2.4.4;

f_{yd} : resistência de cálculo do escoamento do aço a tração;

f_{yk} : resistência característica do escoamento do aço a tração.

Em relação às armaduras negativas, as lajes adjacentes possuem valores diferentes para o momento negativo. Quando isso ocorre, deve ser realizado a compatibilização desses momentos para, então, realizar o cálculo da armadura correspondente ao valor do momento compatibilizado.

De acordo com Pinheiro, Muzardo e Santos (2010), na compatibilização dos momentos negativos, o critério usual consiste em adotar o maior valor entre a média dos dois momentos e 80% do maior, em que esse critério apresenta razoável aproximação quando os dois momentos são da mesma ordem de grandeza. A compatibilização dos momentos está ilustrada na Figura 18.



Após o cálculo das armaduras, deve-se verificar se elas estão de acordo com os valores das armaduras mínimas das lajes que estão dispostos no Quadro 6, na seção 2.3.6., que para lajes retangulares e com resistência característica do concreto a compressão de 20 a 30 MPa (Aço CA 50), essa armadura pode ser calculada por meio da Equação 32, onde o valor encontrado vai ser por metro linear.

$$A_{s,min} = \frac{0,15}{100} \times h \times b_w \quad (\text{Equação 32})$$

Sendo:

h : altura calculada no item 2.4.3;

b_w : base da laje, que para esses cálculos adotou-se como sendo unitária ($b_w = 1 m$).

Em relação às armaduras positivas, o valor obtido por meio da Equação 32 ainda pode ser reduzido, pois para armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções, o valor pode ser reduzido para 67% do valor calculado.

2.4.7. Cálculo das reações das lajes nas vigas de apoio

Para a obtenção das reações nas direções x e y, o fator k que será utilizado nas equações para o cálculo dessas reações, pode ser tabelado para os diversos casos de apoio das lajes e depende do λ . Após a definição do k , as reações nas vigas são determinadas de acordo com as Equações 33 a 36.

- Reações nas direções x e y nas vigas em bordas simplesmente apoiadas

$$q_x = k_x \times \frac{P \times l_x}{10} \quad (\text{Equação 33})$$

$$q_y = k_y \times \frac{P \times l_x}{10} \quad (\text{Equação 34})$$

- Reações nas direções x e y nas vigas em bordas engastadas

$$q'_x = k'_x \times \frac{P \times l_x}{10} \quad (\text{Equação 35})$$

$$q'_y = k'_y \times \frac{P \times l_x}{10} \quad (\text{Equação 36})$$

Em que:

k_x, k_y, k'_x, k'_y : coeficientes que dependem do λ e do caso de cada laje – Quadros 40 a 41 (Anexo A).

2.4.8. Verificação das lajes ao cisalhamento

Após a determinação dos valores das reações das lajes nas vigas, pode-se verificar a necessidade de armadura de cisalhamento. Essa verificação é realizada para descobrir se é necessário ou não a colocação de estribos na laje.

A verificação ocorre com a laje que apresenta o maior valor de reação para força cortante. Compara-se a força cortante de cálculo (V_{sd}) com a força resistente de projeto (V_{Rd1}), se a força de cálculo for menor ou igual a resistente, não é necessária armadura de cisalhamento. Esses cálculos são realizados com auxílio das Equações 37 a 40.

$$V_{sd} = 1,4 \times V \quad (\text{Equação 37})$$

Sendo:

V: maior valor de reação para força cortante

$$V_{Rd1} = [\tau_{rd} \times k \times (1,2 + 40 \times \rho_1) + 0,15 \times \sigma_{cp}] \times bw \times d \quad (\text{Equação 38})$$

Em que:

τ_{rd} : tensão resistente de cálculo do concreto em cisalhamento;

k : coeficiente que depende dos elementos da laje;

ρ_1 : valor que depende da área da armadura de tração;

σ_{cp} : valor correspondente a força longitudinal na seção, se não houver $\sigma_{cp} = 0$.

$$\tau_{rd} = 0,25 \times f_{ctd} \quad (\text{Equação 39})$$

Sendo:

f_{ctd} : valor de cálculo da resistência à tração do concreto.

$k = 1$ para elementos em que 50% da armadura inferior não chegam até o apoio;

$k = (1,6 - d) \geq 1$, com d em metros, para os demais casos.

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bw \times d} \leq 0,02 \quad (\text{Equação 40})$$

Em que:

A_{s1} : área da armadura de tração que se estende no mínimo até $d + lb_{nec}$ (item 9.4.2.5 da NBR 6118:2014).

Outra análise a ser realizada é a verificação da compressão diagonal do concreto (bielas comprimidas) quando os elementos não possuem armadura de cisalhamento. Essa verificação é realizada comparando-se a força cortante solicitante de cálculo (V_{sd}) com a resistência de cálculo (V_{Rd2}). Para esses cálculos, as Equações 41 e 42 foram utilizadas.

$$V_{Rd2} = 0,5 \times \alpha_{v1} \times f_{cd} \times bw \times 0,9 \times d \quad (\text{Equação 41})$$

$$\alpha_{v1} = \left(0,7 - \frac{f_{ck}}{200}\right) \leq 0,5 \quad (\text{Equação 42})$$

Se $V_{sd} \leq V_{Rd2}$ não há compressão diagonal do concreto.

2.5. Roteiro de Cálculo Manual para Lajes Maciças Unidirecionais

2.5.1. Estimativa inicial da altura

Assim como não existe recomendação de norma sobre a altura inicial a ser adotada para as lajes armadas em duas direções, para as lajes armadas em uma direção isso também se repete. Com isso, faz-se uma estimativa inicial da altura e pode-se utilizar a Equação 43 para calcular a altura útil inicial.

$$d = h - c - \frac{\emptyset}{2} \quad (\text{Equação 43})$$

Em que:

h: estimativa inicial da altura;

c: cobrimento nominal – Quadros 3 e 4 (Seção 2.3.2);

\emptyset : diâmetro da armadura adotada – Quadro 31 (Anexo A).

2.5.2. Cálculo das cargas atuantes

Análogo ao item 2.4.3.

2.5.3. Verificação das flechas

Os cálculos das flechas limites e flecha elástica total considerando a fluência é análogo ao item 2.4.4. Para o cálculo das flechas elásticas são utilizadas as Equações 44 a 49.

Cálculo das flechas elásticas

- Se a laje for apoiada-apoiada

Flecha elástica imediata

$$f_{imed} = \frac{P \times l_x^4}{Ecs \times I} \times \frac{5}{384} \quad (\text{Equação 44})$$

Sendo:

P: carga da combinação quase permanente (Item 2.5.2);

Ecs: módulo de elasticidade depende do agregado graúdo – Quadro 34 (Anexo A);

I: momento de inércia.

Flecha elástica da carga acidental

$$f_q = \frac{q \times l_x^4}{Ecs \times I} \times \frac{5}{384} \quad (\text{Equação 45})$$

Em que:

q: carga acidental – Quadro 5 (Seção 2.3.5).

- Se a laje for engastada-apoiada

Flecha elástica imediata

$$f_{imed} = \frac{P \times l_x^4}{Ecs \times I} \times \frac{1}{185} \quad (\text{Equação 46})$$

Flecha elástica da carga acidental

$$f_q = \frac{q \times l_x^4}{Ecs \times I} \times \frac{1}{185} \quad (\text{Equação 47})$$

- Se a laje for engastada-engastada

Flecha elástica imediata

$$f_{imed} = \frac{P \times l_x^4}{Ecs \times I} \times \frac{1}{384} \quad (\text{Equação 48})$$

Flecha elástica da carga acidental

$$f_q = \frac{q \times l_x^4}{Ecs \times I} \times \frac{1}{384} \quad (\text{Equação 49})$$

Assim como na laje bidirecional, comparam-se as flechas elásticas de cada laje com as limites. Caso sejam bem menores, é possível diminuir a altura calculada inicialmente, igualando a maior das flechas imediatas com o limite correspondente. Para isso, o cálculo da nova altura é realizado utilizando a Equação 17.

Com a nova altura obtida, recalcula-se a altura útil positiva e negativa (Equações 18 e 19, respectivamente) e calcula-se a carga total com a nova altura da laje (Equação 20). Se a carga total calculada for menor que a combinação quase permanente, não precisa fazer novamente a verificação das flechas.

2.5.4. Cálculo dos momentos fletores

Se na laje não tiver parede perpendicular ao menor eixo, calculam-se os momentos como mostrados abaixo, com auxílio das Equações 50 a 54.

- Se a laje for apoiada-apoiada

$$M_{k,positivo} = \frac{P \times l_x^2}{8} \quad (\text{Equação 50})$$

- Se a laje for engastada-apoiada

$$M_{k,positivo} = \frac{P \times l_x^2}{14,22} \quad (\text{Equação 51})$$

$$M_{k,negativo} = \frac{P \times l_x^2}{8} \quad (\text{Equação 52})$$

- Se a laje for engastada-engastada

$$M_{k,positivo} = \frac{P \times l_x^2}{24} \quad (\text{Equação 53})$$

$$M_{k,negativo} = \frac{P \times l_x^2}{12} \quad (\text{Equação 54})$$

Em que:

P : carga total calculada no item 2.5.3.

Se existir parede perpendicular ao l_x , o peso da parede entra como uma carga pontual no cálculo dos momentos fletores e, as equações mostradas acima, não podem ser

utilizadas. Para este caso, faz-se um modelo estrutural com a carga total da laje (carga distribuída) e o peso da parede sobre a laje (carga pontual) e determinam-se os momentos máximos.

Após o cálculo dos momentos característicos (M_k) tanto positivo quanto negativo, os procedimentos seguintes em relação ao cálculo dos momentos fletores são análogos aos do item 2.4.5.

2.5.5. Determinação das armaduras longitudinais

Análogo ao item 2.4.6, porém só para uma direção (armadura principal – perpendicular ao maior eixo). Para a armadura secundária (paralela ao maior eixo), deve-se obedecer ao que está disposto no Quadro 7, na seção 2.3.6.

2.5.6. Cálculo das reações das lajes nas vigas de apoio

Se não tiver parede perpendicular ao menor eixo da laje, calculam-se as reações das lajes nas vigas de apoio através das Equações 55 a 57.

- Se a laje for apoiada-apoiada

$$V = \frac{P \times l_x}{2} \quad \text{(Equação 55)}$$

- Se a laje for engastada-apoiada

$$V = \frac{5P \times l_x}{8} \quad \text{(Equação 56)}$$

- Se a laje for engastada-engastada

$$V = \frac{P \times l_x}{2} \quad \text{(Equação 57)}$$

Se tiver parede, as equações acima não podem ser utilizadas. Caso isso ocorra, o peso da parede entra como uma carga concentrada no cálculo da força cortante e o cortante máximo é obtido através da idealização de um modelo estrutural que contenha essa carga concentrada adicionada, além da carga total na laje.

2.5.7. Verificação das lajes ao cisalhamento

Análogo ao item 2.4.8.

2.6. Roteiro de Cálculo Manual para Lajes Maciças em Balanço

2.6.1. Estimativa inicial da altura

Análogo ao item 2.5.1.

2.6.2. Cálculo das cargas atuantes

Para o cálculo das cargas atuantes, o procedimento é análogo ao 2.4.3. Em relação às lajes em balanço, não é realizada a combinação quase permanente, como foi feita para os roteiros anteriores, calcula-se diretamente a carga total e esse processo pode ser realizado utilizando a Equação 58.

$$P = g + q \quad (\text{Equação 58})$$

Em que:

P : carga total;

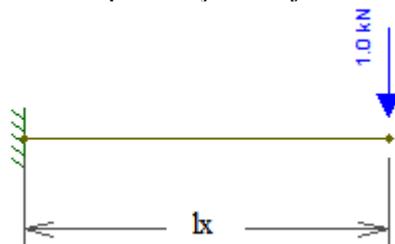
g : somatório das cargas permanentes;

q : carga acidental – Quadro 5 (Seção 2.3.5).

2.6.3. Cálculo do momento fletor

O esquema estrutural de uma laje em balanço é um engaste em uma das bordas do seu maior lado (l_y) e na outra borda o vínculo é livre. Deve-se salientar que, por norma, deve ser adotado uma carga pontual de 1 kN na ponta da laje, no lado maior em que a borda é livre (Figura 19).

Figura 19 – Representação da laje em balanço.



Fonte: Própria (2018).

O momento máximo é calculado a partir da Equação 59.

$$M_K = \frac{P \times l_x^2}{2} + 1 \times l_x \quad (\text{Equação 59})$$

Sendo:

P : carga total calculada no item 2.6.2;

1: carga pontual de 1 kN na ponta da laje.

Após a obtenção do momento máximo, faz-se o cálculo do momento majorado a partir da Equação 60.

$$M_d = 1,4 \times M_K \quad (\text{Equação 60})$$

Com a determinação do momento fletor, calcula-se o d_{min} e compara-se esse valor com a altura útil já calculada (item 2.6.1), onde a altura útil mínima deve ser menor que a altura útil calculada. Para a obtenção do d_{min} utilizou-se a Equação 28.

2.6.4. Determinação das armaduras longitudinais

Análogo ao item 2.4.6, porém só para uma direção (armadura principal). Para a armadura secundária, deve-se obedecer ao que está disposto no Quadro 7, na seção 2.3.6.

2.6.5. Momento fletor de fissuração (raro)

Para conhecer se a laje, com a altura inicial adotada, vai fissurar ou não, deve-se calcular o momento fletor de fissuração e compará-lo com o momento máximo já calculado no item 2.6.3. Para o cálculo do momento raro, utilizou-se a Equação 61.

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ctm} \times I_c}{Y_t} \quad (\text{Equação 61})$$

Em que:

α : fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta (1,5 para lajes retangulares);

f_{ctm} : resistência do concreto à tração direta;

I_c : momento de inércia da seção bruta de concreto;

Y_t : distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada (altura dividido por dois).

Se o momento máximo for menor ou igual ao momento raro, a laje não fissura, se o momento máximo for maior, a laje fissura. Se a laje fissurar, mas passar na verificação da flecha (item 2.6.6), não precisa mudar a altura, caso contrário, aumenta a altura.

2.6.6. Verificação das flechas

Para a verificação das flechas deve-se calcular o valor do momento de inércia da seção fissurada no estágio II (I_{II}) e usá-lo para determinar o momento de inércia equivalente $(EI)_{eq}$ e, assim, determinar o valor da flecha imediata, o valor da flecha total e fazer o comparativo desta última com a flecha limite. Para estes procedimentos, utilizou-se as Equações 62 a 70.

- Cálculo do momento de inércia da seção fissurada no estágio II (I_{II})

$$\alpha_1 = \frac{b_w}{2} \quad (\text{Equação 62})$$

$$a_2 = \alpha_e \times A_s \quad (\text{Equação 63})$$

$$a_3 = -d \times a_2 \quad (\text{Equação 64})$$

Sendo:

α_e : razão do módulo de elasticidade do aço utilizado pelo módulo de elasticidade que depende do agregado graúdo;

A_s : área de aço calculada no item 2.6.4;

d : altura útil calculada no item 2.6.1.

$$X_{II} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2a_1} \quad (\text{Equação 65})$$

$$I_{II} = \frac{b_w \times X_{II}^3}{3} + a_2 \times (X_{II} - d)^2 \quad (\text{Equação 66})$$

- Cálculo do $(EI)_{eq}$

$$(EI)_{eq'} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_k} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_k} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (\text{Equação 67})$$

Em que:

E_{cs} : módulo de elasticidade que depende do agregado graúdo – Quadro 34 (Anexo A);

M_r : momento fletor raro calculado no item 2.6.5;

M_k : momento fletor máximo calculado no item 2.6.3;

I_c : momento de inércia da seção bruta de concreto

O $(EI)_{eq}$ vai ser o menor valor calculado entre os valores de $(EI)_{eq'}$ e $E_{cs} I_c$.

- Flecha imediata (a_i)

$$a_i = \frac{1l_x^3}{3(EI)_{eq}} + \frac{Pl_x^4}{8(EI)_{eq}} \quad (\text{Equação 68})$$

Sendo:

1: carga pontual de 1 kN na ponta da laje;

P : carga total calculada no item 2.6.2.

- Flecha total (a_∞)

$$a_\infty = (1 + \alpha_f) a_i \quad (\text{Equação 69})$$

α_f : consideração da fluência análogo ao procedimento realizado no item 2.4.4.

- Flecha limite (a_{lim})

$$a_{lim} = \frac{l_x}{250} \quad (\text{Equação 70})$$

Se a flecha total for menor que a flecha limite, a altura adotada pode ser utilizada. Caso contrário, deve-se aumentar a altura.

2.6.7. Verificação ao cisalhamento

Análogo ao item 2.4.7.

2.7. Softwares Computacionais

Os roteiros de cálculo manual descritos acima (item 2.4 ao 2.6) são fundamentados em modelos matemáticos simples e são baseados na análise dos métodos isolados. Com a contínua evolução dos projetos estruturais, ferramentas que simulam o comportamento integrado das estruturas foram surgindo, como é o caso dos softwares computacionais (programas de cálculo estrutural).

Esses programas de cálculo possibilitam uma análise estrutural bem mais rápida, além de demonstrar qualidade e eficiência. Existe atualmente no mercado brasileiro, uma grande variedade de softwares para o dimensionamento de estruturas de concreto armado e, dentre eles, pode-se destacar: o TQS, o Eberick e o CypeCAD.

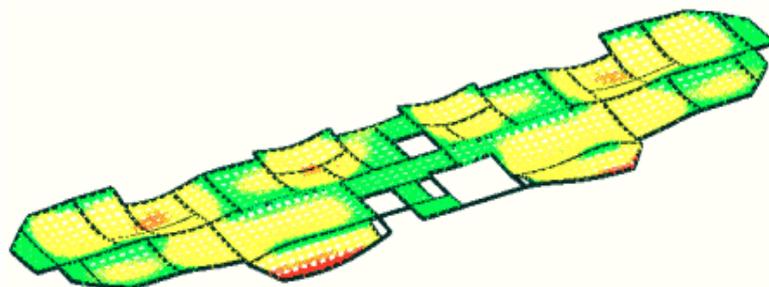
Os três softwares citados acima, conforme Dortas (2016), são baseados em um sistema integrado que abrange todas as etapas do projeto, onde calcula a estrutura, dimensiona e detalha as armaduras, gera e imprime os desenhos finais. Para o presente trabalho, o programa de cálculo utilizado foi o Eberick.

2.7.1. Software eberick

A configuração do projeto estrutural é definida através da análise dos pavimentos que representam os diferentes níveis existentes no projeto arquitetônico. De acordo com o AltoQi (2016), o lançamento dos elementos no software Eberick é feita de forma gráfica, diretamente sobre a planta arquitetônica, importada do AutoCAD ou criada no próprio software, permitindo interpretar inúmeras suposições na análise do modelo.

O programa computacional Eberick utiliza como base para o dimensionamento de lajes maciças, o processo de Analogia de Grelhas. Segundo o AltoQi (2013), esse procedimento divide a laje em um número suficiente de faixas, sendo possível reproduzir o comportamento de estruturas com praticamente qualquer geometria. A Figura 20 representa o pavimento de edifício em modelo de Analogia de Grelha.

Figura 20 – Pavimento de edifício em modelo de analogia de grelha.



Fonte: AltoQi (2013).

Ainda conforme o AltoQi (2013), com o método de Analogia de Grelhas, é possível considerar as vigas de apoio em conjunto com o modelo de grelha, onde a laje e as vigas de apoio passam a ser uma única estrutura, obtendo-se uma configuração de deformação e esforços mais próxima da situação real em regime elástico.

Durante o lançamento da estrutura no Eberick, é possível definir vínculos entre os elementos estruturais, podendo ser rótulas, engastes e nós semi-rígidos e, em relação as lajes, pode-se estabelecer os apoios nas bordas das lajes, definindo-se a existência de continuidade entre lajes adjacentes ou mantê-las simplesmente apoiadas.

Após o lançamento da estrutura e, a aplicação dos parâmetros básicos para o dimensionamento das lajes, como por exemplo cobertura mínimo, classe de agressividade, medidas geométricas das vigas e existência ou não de parede, são gerados relatórios de cálculo pelo programa.

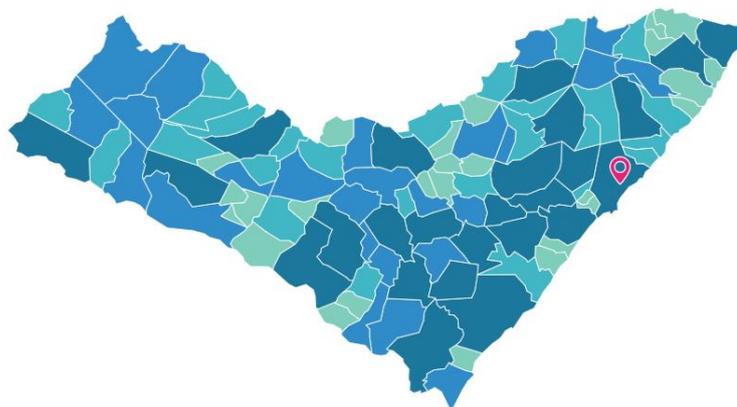
3. METODOLOGIA

Nesta seção estão descritos os procedimentos utilizados para a realização desse estudo comparativo, onde está representada a área de estudo, a descrição dos dados utilizados para os cálculos (coleta de dados), a descrição das etapas utilizadas para os dimensionamentos e a execução da análise dos dados.

3.1. Área de Estudo

O objeto de estudo é uma residência localizada na cidade de Maceió/AL, que segundo dados do IBGE (2017), o município conta com uma população estimada de 1.029.129 habitantes no ano de 2017. A Figura 21 mostra todo o território do Estado de Alagoas e a localização da cidade de Maceió está representada pelo ícone vermelho.

Figura 21 – Mapa de Alagoas mostrando o município de Maceió.



Fonte: IBGE (2017).

A cidade tem uma área territorial de 509,55 km², onde será construída uma residência composta por dois pavimentos, sendo eles o pavimento térreo e o pavimento superior. Como enfoque desse estudo, foram dimensionadas as lajes do térreo, por esse pavimento possuir as lajes mais carregadas da edificação.

3.2. Coleta de Dados

Para a realização deste trabalho, iniciou-se um estudo teórico (descrito na seção 2), onde foi mostrado desde os elementos e sistemas estruturais de edifícios de concreto armado até os fundamentos básicos para o cálculo de lajes maciças e o roteiro de cálculo das lajes maciças armadas em duas direções, em uma direção e em balanço.

Antes de iniciar o dimensionamento das lajes, através do projeto arquitetônico da edificação, definiu-se o posicionamento dos elementos estruturais para a realização do pré-dimensionamento das lajes (para as lajes bidirecionais o item 2.4.2 e as unidirecionais

Após a definição do posicionamento, foi realizado manualmente todo o dimensionamento das lajes da edificação e depois foi feito o lançamento do mesmo projeto no software computacional Eberick.

Para a realização desses dimensionamentos, foram utilizados os seguintes dados de projeto:

- Classe de agressividade ambiental II;
- Cobrimento nominal igual a 2,5 cm;
- Aço utilizado CA-50;
- Concreto com resistência característica a compressão de 25 MPa e peso específico de 25 kN/m³;
- Revestimento superior – piso cerâmico de 0,25 kN/m² sobre toda área útil, já incluindo a argamassa de assentamento;
- Contrapiso com espessura média de 2,0 cm, feito com argamassa de cimento e areia com peso específico de 21 kN/m³;
- Revestimento inferior – forro falso de gesso com espessura média de 3,0 cm com peso específico 22 kN/m³;
- Pintura de gesso com tinta de peso específico 12,4 kN/m³ e espessura média de 0,3 cm;
- Impermeabilizante de peso específico 1 kN/m³ e espessura de 3 cm;
- Paredes com 2,8 m de altura compostas pelo reboco (argamassa de cimento e areia com peso específico de 21 kN/m³ e espessura de 1,5 cm para cada lado) e tijolo furado (peso específico de 13 kN/m³ e espessura de 12 cm);
- Aceleração da gravidade adotada de 10 m/s²;
- Considerou-se o uso de granito como agregado graúdo;
- Dias de escoramento: 14 dias;
- Vigas (15 x 60 cm);
- Cargas acidentais de:
 - 1,5 kN/m² para dormitório, copa, cozinha e banheiro de edifícios residenciais;
 - 2,0 kN/m² para despensa, área de serviço e lavanderia de edifícios residenciais;
 - 3,0 kN/m² para compartimentos destinados a reuniões;
 - 0,5 kN/m² para forros não destinados a depósitos;

- 2,0 kN/m² para terraços sem acesso ao público;
- 3,0 kN/m² para corredores com acesso ao público.

3.3. Procedimentos e Análise dos Dados

Com a definição do posicionamento das lajes, o primeiro cálculo realizado foi o manual, em que está descrito nos próximos três parágrafos e, logo após, o cálculo por meio do software computacional.

Para as lajes bidirecionais, fez-se a discretização do pavimento (item 2.4.1) e calcularam-se, em sequência, o pré-dimensionamento da altura das lajes (item 2.4.2), as cargas atuantes (item 2.4.3), as flechas (item 2.4.4), os momentos fletores (item 2.4.5), as armaduras longitudinais (item 2.4.6), as reações das lajes nas vigas de apoio (item 2.4.7) e fez-se a verificação das lajes ao cisalhamento (item 2.4.8).

Em relação às lajes unidirecionais, foi iniciado com a estimativa preliminar da altura (item 2.5.1) e, realizados os cálculos, em subsequência, das cargas atuantes (item 2.4.3), das flechas (itens 2.5.3 e 2.4.4), dos momentos fletores (item 2.5.4), das armaduras longitudinais (item 2.4.6), das reações das lajes nas vigas de apoio (item 2.5.6) e fez-se a verificação das lajes ao cisalhamento (item 2.4.8).

No que se refere às lajes em balanço, os procedimentos também foram iniciados com uma estimativa prévia da altura (item 2.5.1), após isso, calcularam-se os valores de cargas atuantes (item 2.6.2), do momento fletor máximo (item 2.6.3), das armaduras longitudinais (item 2.4.6), do momento fletor de fissuração (item 2.6.5), das flechas (item 2.6.6) e fez-se a verificação ao cisalhamento (item 2.6.7).

Com a finalização dos procedimentos manuais, foram compilados, em tabelas, os valores obtidos com os cálculos dos momentos fletores e das armaduras longitudinais. Após isto, também foi lançado o mesmo projeto no software Eberick, como já mencionado anteriormente e, foi extraído os valores referentes aos momentos fletores e armaduras longitudinais.

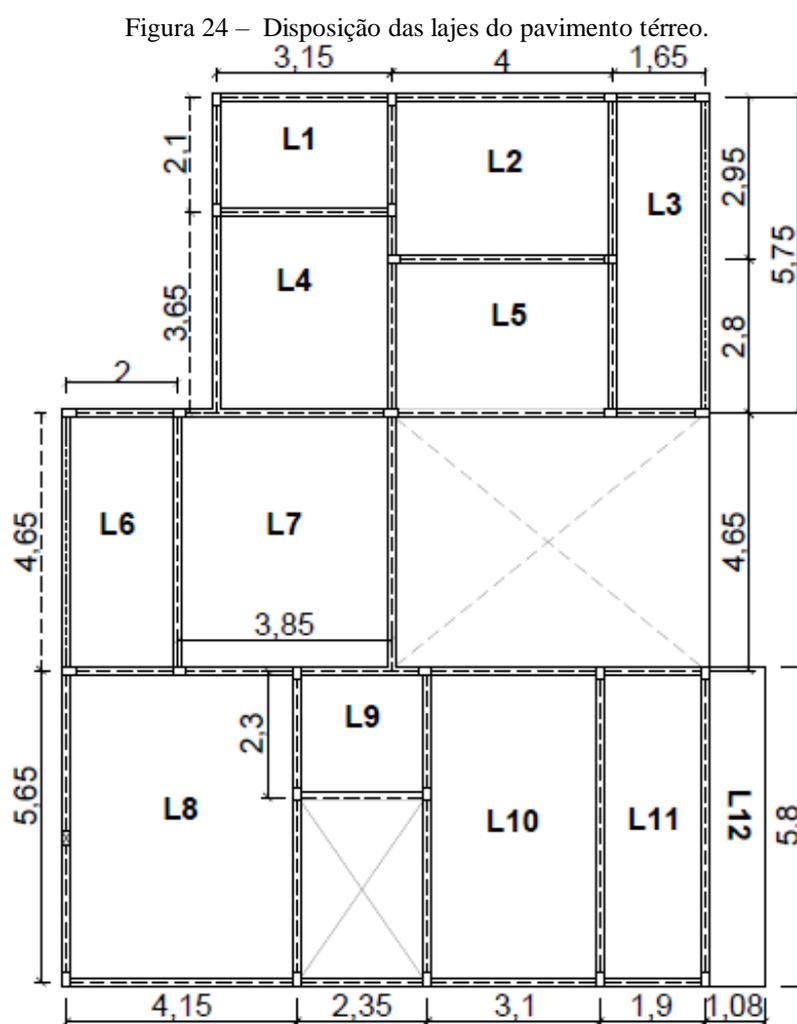
Os dados obtidos com os dois dimensionamentos foram verificados e comparados, onde observou-se a variação desses valores, a fim de determinar a discrepância de valores entre os dois métodos e analisar as diferenças encontradas.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção estão apresentados os resultados referentes à obtenção da altura das lajes, aos momentos fletores e às armaduras longitudinais obtidas com os procedimentos listados na metodologia.

4.1. Altura das Lajes

A primeira etapa realizada foi a análise e a disposição das lajes. A partir da distribuição das lajes (Figura 24), foram definidas, para as lajes bidirecionais, as condições de vínculo e a relação do maior pelo menor lado de cada laje, atribuindo-se um caso a elas por meio das tabelas de Bares. Com isso, fez-se o cálculo das alturas, onde foram definidas as alturas que devem ser adotadas de acordo com a maior calculada.

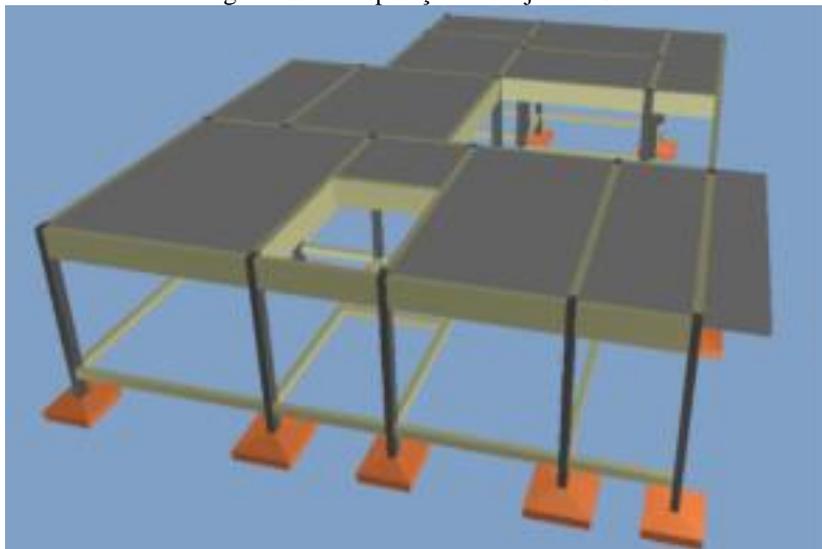


Fonte: Própria (2018).

Todas as medidas dispostas na Figura 24 estão em metros e são de eixo a eixo, exceto para o menor lado da laje em balanço que a distância é da extremidade livre até o centro do apoio e, para o maior lado, a distância é de uma extremidade livre à outra. Para

uma melhor visualização das lajes dessa residência, na Figura 25 esses elementos estão sendo representados em 3D.

Figura 25 – Disposição das lajes em 3D.



Fonte: Própria (2018).

Após a definição da altura das lajes bidirecionais, adotou-se a mesma altura para as unidirecionais e também para as lajes em balanço. Para o pavimento térreo, as lajes estão enumeradas de L1 a L12 e os valores da altura estão apresentados no Quadro 9.

Quadro 9 – Altura das lajes.

Laje	Tipo de laje Maciça	$h_{adotada}$ (cm)
L1	Bidirecional	13
L2	Bidirecional	13
L3	Unidirecional	13
L4	Bidirecional	13
L5	Bidirecional	13
L6	Unidirecional	13
L7	Bidirecional	13
L8	Bidirecional	13
L9	Bidirecional	13
L10	Bidirecional	13
L11	Unidirecional	13
L12	Balanço	13

Fonte: Própria (2018).

Com os resultados dispostos no Quadro 9, foi possível dimensionar as lajes tanto no cálculo manual como no software. Após a definição da altura final para todas as lajes, foram realizados os comparativos que estão apresentados nos itens a seguir.

4.2. Comparativo dos Momentos Fletores

As primeiras comparações realizadas, entre o cálculo manual e o programa computacional, foram em relação aos momentos fletores nas lajes. O primeiro comparativo está representado no Quadro 10 e é referente aos momentos fletores positivos das lajes bidirecionais.

Quadro 10 – Comparativo dos momentos fletores positivos das lajes bidirecionais.

Laje	Cálculo Manual (KNm/m)		Software Eberick (KNm/m)		Variação	
	Mx	My	Mx	My	$\Delta_x(\%)$	$\Delta_y(\%)$
L1	1,29	0,66	1,23	1,06	- 4,65	60,61
L2	3,89	1,59	4,52	2,67	16,20	67,92
L4	2,85	3,12	4,06	3,21	42,46	2,88
L5	2,70	1,05	3,23	1,88	19,63	79,05
L7	7,10	5,04	6,40	6,29	- 9,86	24,80
L8	8,25	4,93	8,57	6,37	3,88	29,21
L9	0,82	1,16	2,40	0,60	179,07	- 48,28
L10	6,48	2,63	6,30	5,02	- 2,78	90,87

Fonte: Própria (2018).

Em análise dos valores dispostos no Quadro 10, percebe-se que houve uma variação significativa nos resultados obtidos através dos dois métodos. Nota-se que no programa, para a maioria das lajes, os valores foram maiores do que os obtidos pelo cálculo manual, apresentando variações em torno de 2% a 90%, exceto para a laje L9, em que essa variação foi ainda maior, por volta de 179%.

Essas variações ocorreram porque no cálculo simplificado, os apoios nas lajes são considerados como rígidos e a distribuição dos momentos fletores nas lajes depende dessa rigidez, o que acaba resultando em valores menores para este método, enquanto que o Eberick não considera as vigas de apoio como rígidas, mas sim como deformáveis, além de analisar o conjunto lajes e vigas como uma única estrutura pelo modelo de grelha plana, sendo capaz de determinar momentos fletores com um elevado grau de precisão.

No que refere-se à laje L9, que foi a que apresentou a maior variação, através do cálculo manual, o momento em relação ao eixo x resultou em um valor menor que o calculado em relação ao eixo y, o que deveria ser ao contrário, uma vez que o maior momento fletor é obtido para o menor lado da laje, mostrando uma deficiência do método simplificado para o cálculo dessa laje que, se tivesse apresentado valores maiores em relação ao eixo x, poderia reduzir essa variação que se apresentou tão elevada.

Após o comparativo dos momentos positivos das lajes bidirecionais, o próximo foi referente aos momentos negativos também das lajes armadas em duas direções, em que esse comparativo está descrito no Quadro 11.

Quadro 11 – Comparativo dos momentos fletores negativos das lajes bidirecionais.

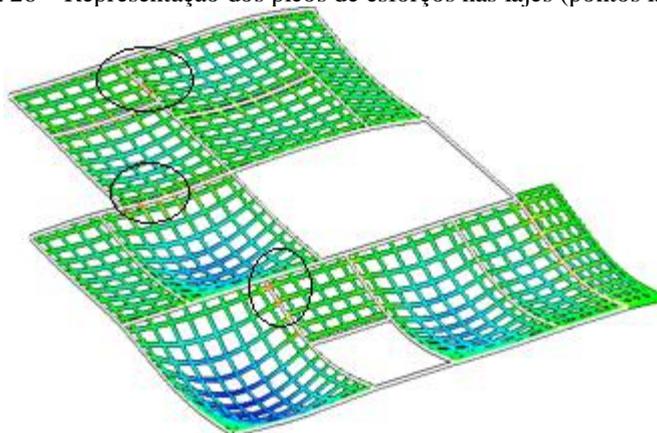
Lajes	Cálculo Manual (KNm/m)	Software Eberick (KNm/m)	Δ (%)
L1 e L2	1,74	3,68	111,49
L1 e L4	5,84	5,05	- 13,53
L2 e L5	6,51	4,70	- 27, 80
L4 e L7	5,84	8,97	53,60
L8 e L9	2,08	5,88	182,70
L9 e L10	2,08	3,79	82,21
L11 e L12	3,96	5,23	32,07

Fonte: Própria (2018).

Com os resultados do Quadro 11, também pode-se observar que houve uma variação nos resultados obtidos através do comparativo. Essas variações seguem um intervalo em torno de 13% a 182%, mostrando que houve uma discrepância significativa entre os dois métodos, principalmente na continuidade das lajes L1 e L2 e das lajes L8 e L9.

Em relação à continuidade das lajes que apresentam as maiores discrepâncias, isto pode ser explicado porque pelo Eberick, na adjacência dessas lajes, possuem regiões que apresentam uma maior concentração de esforços (esses picos de esforços estão representados pelos pontos laranjas na Figura 26), onde o programa gera o momento nessas continuidades como sendo o momento obtido por esse pico de esforço, o que resulta em valores maiores de momento, enquanto que no cálculo manual não é realizada esta análise e o momento é calculado no eixo de simetria da estrutura.

Figura 26 – Representação dos picos de esforços nas lajes (pontos laranjas).



Fonte: Própria (2018).

Observa-se que as variações aconteceram, tanto para o momento negativo nas continuidades, quanto para o momento positivo das lajes, porque o método simplificado é baseado na análise dos elementos isolados, onde cada laje é analisada individualmente e não é feita a consideração da influência das ações que podem produzir efeitos significativos na estrutura, enquanto que o software aplica o modelo de pórtico espacial, sendo possível a aplicação de forças em qualquer direção do espaço tridimensional, o que possibilita uma análise estrutural mais completa.

Após o comparativo dos momentos negativos na continuidade das lajes bidirecionais, averiguaram-se os momentos das lajes unidirecionais, onde compararam-se esses momentos e esse comparativo está representado no Quadro 12. Nesse quadro, considerou-se que as lajes unidirecionais são biapoiadas e só apresentam valores positivos de momentos, então os valores descritos abaixo representam esses momentos positivos.

Quadro 12 – Comparativo dos momentos fletores nas lajes unidirecionais.

Laje	Cálculo Manual (KNm/m)	Software Eberick (KNm/m)	Variação Δ_+ (%)
L3	2,25	2,39	6,22
L6	3,32	3,04	- 8,43
L11	14,30	4,42	- 69,09

Fonte: Própria (2018).

Da mesma forma que para as outras análises, o comparativo do Quadro 12 também apresentou variações pelos dois métodos. Essas variações foram bem menores, se comparadas com as análises feitas anteriormente, variando em torno de 6% a 8%, exceto para a laje L11 que apresentou uma discrepância bem significativa, chegando a quase 70%. Pode-se notar também que, diferente das outras análises já realizadas, os valores obtidos pelo cálculo manual foram maiores, na maioria das lajes, do que os extraídos pelo programa.

Ao que refere-se as lajes L3 e L6, estas apresentavam carregamentos bem menores se comparados com o carregamento sobre a laje L11, que apresentava carga de parede bem significativa sobre toda a área útil da laje, o que pode ser a causa dessa variação tão representativa, já que os métodos apresentam formas distintas de cálculo e, além das cargas distribuídas sobre a laje, ainda foi adicionada uma carga pontual para o cálculo do momento fletor, o que pode acarretar em variações mais significativas.

Além disso, a discrepância na laje L11 também pode ser explicada pela diferença nos critérios dos modelos utilizados. Enquanto o método manual considera que a laje é

armada em uma direção quando a relação do maior pelo menor lado da laje é maior que 2, o Eberick adota que a laje é unidirecional, quando o momento em uma das direções é menor que 20% do outro, o que pode explicar a diferença encontrada, já que os dois métodos possuem maneiras distintas para realizar o cálculo desta laje.

O último comparativo realizado, em relação aos momentos fletores nas lajes, foi relacionado as lajes em balanço, que para este estudo foi apenas a laje L12. Esse comparativo pode ser observado no Quadro 13.

Quadro 13 – Comparativo dos momentos fletores das lajes em balanço.

Laje	Cálculo Manual (KNm/m)	Software Eberick (KNm/m)	Δ (%)
L12	4,93	3,17	- 35,70

Fonte: Própria (2018).

Assim como todas as análises já descritas, a partir do Quadro 13, também observa-se que a laje em balanço apresentou variações no valor do seu momento fletor. Porém, para esta laje, o programa resultou em um valor menor, se comparado com o cálculo manual e, assim como as outras variações, a explicação pode ser a mesma, a desigualdade ocorreu pelas diferentes formas de arranjo que cada método utiliza.

Além disso, uma justificativa para essa discrepância, e mais precisamente pelo cálculo manual ter apresentado um valor maior, é pelo método simplificado ser baseado no modelo de pavimentos isolados, como já citado anteriormente, e não ter base na metodologia do pórtico espacial, pois esse último método distribui melhor os esforços, o que poderia reduzir o momento encontrado pelo cálculo manual, minimizando, assim, a variação encontrada.

De modo geral, todos os comparativos referentes ao momento fletor apresentaram variações, alguns foram maiores, como no caso dos momentos negativos das lajes bidirecionais e, outros foram menores, como no momento das lajes unidirecionais. Cada variação tem a sua explicação, como já descritas, e elas são provenientes das diferenças encontradas nos métodos de cálculo utilizados.

4.3. Comparativo das Armaduras Longitudinais

Em prosseguimento dos comparativos, os próximos foram relacionados às armaduras longitudinais das lajes analisadas. O primeiro comparativo está representado no Quadro 14 e é referente às armaduras longitudinais positivas das lajes bidirecionais.

Quadro 14 – Comparativo das armaduras longitudinais positivas das lajes bidirecionais.

Laje	Direção	Cálculo Manual As (cm ² /m)	Software Eberick As (cm ² /m)	Δ (%)
L1	X	1,31	1,31	0,00
	Y	1,31	1,31	0,00
L2	X	1,42	1,46	2,82
	Y	1,31	1,31	0,00
L4	X	1,31	1,31	0,00
	Y	1,31	1,31	0,00
L5	X	1,31	1,31	0,00
	Y	1,31	1,31	0,00
L7	X	2,65	2,08	- 21,51
	Y	1,85	2,19	18,38
L8	X	3,15	2,85	- 9,52
	Y	1,83	2,29	25,14
L9	X	1,31	1,31	0,00
	Y	1,31	1,31	0,00
L10	X	2,41	2,04	- 15,35
	Y	1,31	1,74	32,82

Fonte: Própria (2018).

Com os resultados do Quadro 14, também é verificada a variação dos valores obtidos nos cálculos das armaduras positivas das lajes bidirecionais. Essa variação se apresentou de maneira reduzida, onde a maioria das lajes não apresentou diferença entre os dois métodos e, onde existiu variação, elas seguem um padrão em torno de 2% a 32%. Nas situações que os valores se igualaram, as áreas de aço se tornaram iguais por existir a necessidade de adoção da área de aço mínima, como nas lajes L4 e L5.

Pode-se notar que lajes que apresentaram diferenças significativas nos valores de momento, como por exemplo a laje L9, que chegou a apresentar a maior variação analisada (179,09%), acabaram apresentando os mesmos valores de área de aço pelos dois métodos e, isto é justificado, pela necessidade de adoção da área de aço mínima. Esta situação também aconteceu para as lajes L1 e L4, que apresentam áreas de aço iguais, apesar de possuírem discrepâncias significativas no comparativo dos momentos.

As variações se tornaram muito pequenas ou não existiu variação para a maioria das lajes, exceto para as lajes L7, L8 e L10 e a laje que apresentou a maior diferença foi a laje L10. De modo geral, as armaduras longitudinais pelos dois métodos, se apresentaram de maneira bem similar, apesar de apresentar um somatório um pouco maior para as áreas de aço obtidas pelo software Eberick.

Ao terminar a verificação das discrepâncias observadas nas armaduras positivas das lajes bidirecionais, o próximo comparativo analisado foi referente as armaduras negativas das lajes armadas em duas direções, em que ele está apresentado no Quadro 15.

Quadro 15 – Comparativo das armaduras negativas das lajes bidirecionais.

Lajes	Armadura Negativa (cm ² /m)		
	Cálculo Manual	Software Eberick	Δ (%)
L1 e L2	1,95	1,95	0,00
L1 e L4	2,17	1,95	- 10,14
L2 e L5	2,42	1,95	- 19,42
L4 e L7	2,74	2,96	8,03
L8 e L9	1,95	1,95	0,00
L9 e L10	1,95	1,95	0,00
L11 e L12	1,95	2,22	13,85

Fonte: Própria (2018).

A partir do Quadro 15, percebe-se que as desigualdades encontradas foram relativamente pequenas, chegando a variar em torno de 8% a 19%, apresentando uma discrepância ainda menor se comparada com a variação encontrada pela análise anterior. Ainda analisando o presente quadro, houve uma maior diferença na continuidade das lajes L2 e L5 e das lajes L11 e L12, enquanto que no comparativo dos momentos fletores, nessas continuidades, as variações se enquadram nas menores encontradas.

Pode-se verificar também que ao determinar as áreas de aço das lajes analisadas, as continuidades que apresentaram diferenças significativas nos valores de momento, como por exemplo na adjacência das lajes L8 e L9, que chegou a apresentar a maior variação analisada (182,70%), acabaram apresentando os mesmos valores de área de aço pelos dois métodos, pela necessidade de adoção da área de aço mínima, como também foi o caso da continuidade das lajes L1 e L2 e das lajes L9 e L10.

Com a determinação das armaduras negativas das lajes bidirecionais, consegue-se perceber que apesar das “elevadas” discrepâncias encontradas no comparativo dos momentos fletores negativos das lajes bidirecionais, continuidades onde se existia uma diferença muito grande nos valores de momento, acabaram se tornando iguais ou tiveram esta discrepância drasticamente reduzida na determinação da área de aço.

A próxima análise comparativa realizada foi referente as áreas de aço nas lajes unidirecionais, onde foram calculadas armaduras principais (perpendicular ao maior eixo) e secundárias (paralela ao maior eixo) para as lajes L3, L6 e L11. O comparativo das armaduras nas lajes unidirecionais está representado no Quadro 16.

Quadro 16 – Comparativo das armaduras nas lajes unidirecionais.

Laje	Cálculo Manual (cm ² /m)		Software Eberick (cm ² /m)		Variação	
	$A_{s,prin}$	$A_{s,sec}$	$A_{s,prin}$	$A_{s,sec}$	$\Delta_{prin}(\%)$	$\Delta_{sec}(\%)$
L3	1,95	0,98	1,31	1,31	- 32,82	33,67
L6	1,95	0,98	1,31	1,31	- 32,82	33,67
L11	4,96	0,99	1,43	1,36	-71,17	38,78

Fonte: Própria (2018).

Em análise dos valores apresentados no Quadro 16, verifica-se que os resultados encontrados com os comparativos variam entre 32% a 71%, mostrando uma maior discrepância na laje L11, a laje unidirecional que apresenta o maior carregamento entre todas as lajes armadas em uma direção. Pode-se notar também que o somatório das armaduras longitudinais se apresentou maior através do cálculo manual, o que não ocorreu da mesma forma para as armaduras positivas das lajes bidirecionais, por exemplo.

Ao analisar os valores obtidos pelo Eberick, percebe-se que para as lajes L1 e L3, o programa fez a adoção da “área de aço mínima reduzida” para as armaduras principais, onde este valor corresponde a 67% do valor da área de aço mínima, o que segundo a NBR 6118 (2014), para elementos estruturais sem armaduras ativas, não se deve fazer a redução da área de aço mínima referente a armadura positiva principal de lajes unidirecionais, mostrando que o programa não considerou essas lajes como unidirecionais, mas sim como bidirecionais, o que explica as variações encontradas.

Ao que refere-se ao cálculo das armaduras secundárias, ainda em relação as lajes L1 e L3, também conforme a NBR 6118 (2014), a armadura positiva secundária de lajes unidirecionais deve ser o maior valor entre 20% da armadura principal, 0,9 cm²/m e 50% da área de aço mínima, o que não foi executado pelo programa, onde o mesmo utilizou a mesma área de aço calculada para as armaduras principais, utilizando uma área de aço maior que a necessária, enquanto que o cálculo manual levou em consideração a exigência disposta na norma já citada, o que também pode justificar a causa das variações encontradas.

Em relação a variação referente a laje L11, no comparativo dos momentos fletores, esta laje foi a que apresentou a maior variação, o que justifica a maior discrepância no cálculo das armaduras, uma vez que o valor da área de aço depende diretamente do valor do momento. Além disso, a diferença dos valores da armadura longitudinal é proveniente do diferente comportamento das estruturas nos dois métodos, o que influencia nos momentos calculados e por consequência nas suas áreas de aço.

Por fim, o último estudo comparativo foi em relação as armaduras longitudinais das lajes em balanço, sendo a laje L12 a única laje em balanço do presente estudo, que está apresentado no Quadro 17.

Quadro 17 – Comparativo das armaduras das lajes em balanço.

Laje	Cálculo Manual (cm ² /m)		Software Eberick (cm ² /m)		Variação	
	$A_{s,prin}$	$A_{s,sec}$	$A_{s,prin}$	$A_{s,sec}$	$\Delta_{prin}(\%)$	$\Delta_{sec}(\%)$
L12	1,95	0,98	1,95	0,98	0,00	0,00

Fonte: Própria (2018).

A partir do Quadro 17, percebe-se que não houve variação nenhuma nas áreas de aço calculadas para a laje em balanço e, isto pode ser justificado, porque para ambos os métodos, foi adotada a área de aço mínima calculada para a armadura principal e em relação a armadura secundária, utilizou-se o maior valor entre 20% da armadura principal, 0,9 cm²/m e 50% da área de aço mínima, o que acarretou no único comparativo realizado sem nenhuma variação.

Em resumo a todos os comparativos referentes as armaduras longitudinais, exceto para as lajes em balanço, todos os outros comparativos apresentaram variações e, principalmente, nas lajes unidirecionais. Porém, apesar das discrepâncias encontradas, as variações foram bem menores se comparadas com as dos momentos fletores, mostrando um resultado mais próximo entre os dois métodos, já que para muitos casos a armadura se igualava e, onde não se igualou, as variações não foram tão “elevadas”.

No Apêndice A estão dispostos alguns dos cálculos realizados para o dimensionamento manual, mostrando o passo a passo do cálculo de uma laje bidirecional, uma unidirecional e outra em balanço e, para complementar o trabalho, também encontra-se o Apêndice B que mostra o resumo dos procedimentos do cálculo manual.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante dos resultados, verificou-se que os valores obtidos pelo método simplificado e através do Eberick apresentaram variações, onde essas desigualdades aconteceram em consequência das diferentes formas de arranjo que cada método utiliza. Enquanto o cálculo manual baseia-se no modelo dos pavimentos isolados, que divide a estrutura em pórticos menores, o software utiliza o método de pórtico espacial, que analisa a estrutura de forma global e considera a interação entre todos os elementos.

Em alguns comparativos de momento fletor, o cálculo manual apresentou valores maiores, porém o somatório dos momentos pelo software resultou em um valor mais acentuado do que o obtido pelo cálculo manual. O resultado extraído pelo programa justifica-se porque o software não considera as vigas de apoio como rígidas, mas sim como deformáveis, o que acaba resultando em um valor mais acentuado, além de determinar esses momentos com um elevado grau de precisão.

Vale salientar, que para os momentos negativos das lajes bidirecionais, apesar de existir os picos de esforços e o programa gerar o momento na laje baseado nessas concentrações, para o cálculo das armaduras na continuidade dessas lajes, a área de aço é dimensionada de acordo com o momento calculado no eixo de simetria da estrutura, o que pode não coincidir com o momento gerado pelo pico de tensão, o que cabe ao calculista fazer esta análise e interpretar os valores determinados para as áreas de aço.

Em referência aos valores obtidos com os comparativos das armaduras longitudinais, as variações foram bem menores em analogia com o comparativo dos momentos fletores, onde o cálculo manual resultou em uma maior quantidade de área de aço. De modo geral, muitas lajes não apresentaram variações, e isto ocorreu pela necessidade da adoção da área de aço mínima e, as discrepâncias encontradas, apresentaram-se de maneira reduzida, não mostrando diferenças tão significativas.

Diante do que foi exposto, apesar das significativas variações nos comparativos de momento fletor, as armaduras longitudinais, obtidas pelos dois métodos, se apresentaram de maneira similar, exceto para as lajes unidirecionais, mostrando que os dois métodos possuem eficiência na determinação das áreas de aço das lajes maciças.

Entretanto, o cálculo manual possui algumas limitações e é baseado em arranjos estruturais que não representam o comportamento real da estrutura, o que acaba tornando a sua utilização limitada. Já os programas de cálculo, simulam o comportamento real das estruturas, apesar de necessitar de uma correta interpretação dos resultados obtidos, assim

como, uma inserção correta de dados, para evitar erros que podem causar danos graves nas estruturas.

Dessa forma, a utilização do cálculo manual é adequada para uma análise prévia da estrutura e para posterior comparação com os resultados obtidos pelos programas de cálculo, o que possibilita ao calculista uma melhor interpretação dos resultados obtidos e, assim, proporciona uma maior segurança à estrutura.

Portanto, conclui-se que o estudo cumpriu com os objetivos pretendidos inicialmente, onde foi analisado o comparativo entre os dois métodos para se obter a maneira mais confiável de se realizar um projeto estrutural, mostrando uma maior eficiência no método utilizado pelo software computacional, por ele ser baseado em uma análise mais próxima do comportamento real da estrutura.

Como sugestão para edições futuras deste trabalho, tem-se a análise comparativa do dimensionamento das lajes maciças a partir de diferentes softwares computacionais, com o objetivo de se observar os tipos de análises e critérios adotados entre eles, além de verificar as possíveis discrepâncias encontradas pelos métodos.

Outra sugestão para edições futuras, é realizar alterações nas espessuras das lajes para que não ocorra, novamente, a adoção da área de aço mínima para os dois métodos, a fim de analisar as variações no cálculo da área de aço, sem que ocorra a adoção utilizada neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALTOQI. **Modelos de análise de lajes de concreto armado**. 2013. Disponível em <<http://faq.altoqi.com.br/content/245/588/pt-br/modelos-de-an%C3%A1lise-de-lajes-de-concreto-armado.html>>. Acesso em janeiro de 2018.

_____. **Comparativo entre os modelos “pórtico espacial” e “pavimentos isolados” na análise de estruturas**. 2016. Disponível em <<http://faq.altoqi.com.br/content/243/1637/pt-br/comparativo-entre-os-modelos-%E2%80%9Cp%C3%B3rtico-espacial%E2%80%9D-e-%E2%80%9Cpavimentos-isolados%E2%80%9D-na-an%C3%A1lise-de-estruturas.html>>. Acesso em janeiro de 2018.

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010.

_____. **Curso de concreto armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto armado – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **ABNT NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

_____. **ABNT NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, 2006.

_____. **ABNT NBR 14859**: Laje pré-fabricada – requisitos. Rio de Janeiro, 2016.

_____. **ABNT NBR 15200**: Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio – Procedimento. Rio de Janeiro, 2012.

_____. **ABNT NBR 15421**: Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento. Rio de Janeiro, 2006.

BASTOS, P. S. S. **Lajes de concreto**. Universidade Estadual Paulista: São Paulo, 2015.

CAMPOS FILHO, A. **Projeto de lajes maciças de concreto armado**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Rio Grande do Sul, 2014.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2016.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. São Paulo: Pini, 2010.

DORTAS, I. S. **Análise comparativa do dimensionamento estrutural de um edifício por meio de um software computacional e cálculo manual**. Universidade Tiradentes: Aracaju, 2016.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **População da cidade de Maceió – Alagoas**. IBGE, 2017.

MORAES, B. G.; BARBOSA, G. **Comparativo entre métodos de cálculo de laje maciça**. Universidade do Sul de Santa Catarina: Palhoça, 2017.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S, P. **Lajes maciças**. Universidade de São Paulo: São Carlos, 2010.

SANTOS JÚNIOR, I. R. **Análise comparativa do dimensionamento de lajes maciças por meio de um software computacional e alguns métodos simplificados**. Faculdade Pio Décimo: Aracaju, 2016.

SILVA, M. A. F. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado**. Universidade Federal de São Carlos: São Carlos, 2005.

APÊNDICE A – Cálculos realizados para o dimensionamento manual

DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS BIDIRECIONAIS

Como forma de ilustração dos cálculos realizados para as lajes armadas em duas direções, segue abaixo todo o roteiro para o dimensionamento da laje bidirecional L10.

- **Discretização do pavimento**

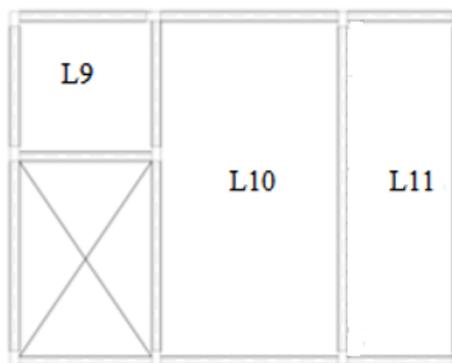
a) Determinação dos vãos efetivos da laje (valores de eixo a eixo):

$$l_x = 3,10 \text{ m}$$

$$l_y = 5,65 \text{ m}$$

b) Determinação do vínculo nas quatro bordas das lajes

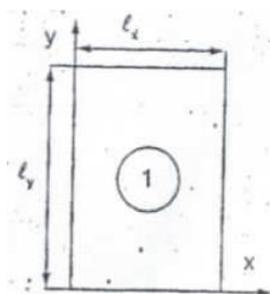
Figura 27 – Vínculos nas bordas da laje L10.



Fonte: Própria (2018).

Pela Figura 27, pode-se observar que a laje L10 está apoiada em todas as suas quatro bordas e, pelo método de Bares, essa laje pode ser representada pelo caso 1, onde esta representação pode ser vista na Figura 28.

Figura 28 – Caso 1 pelo método de Bares.



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

- **Pré-dimensionamento da altura das lajes**

Para o cálculo da altura útil

$$d \geq \frac{3,10}{1,16 \times 25} = 0,107 \text{ m} = 10,7 \text{ cm}$$

$$h = 0,107 + 0,025 + 0,01 + \frac{0,01}{2} = 0,147 \text{ m} = 14,7 \text{ cm}$$

$$h_{\text{adot}} = \mathbf{0,17 \text{ m} = 17 \text{ cm}}$$

* Essa altura foi adotada porque foi decidido utilizar a mesma altura para todas as lajes bidirecionais e devido a outras lajes que necessitavam de uma altura maior (a altura de 17 cm – laje L8), decidiu-se por colocar todas com 17 cm.

- **Cálculo das cargas atuantes**

Cargas permanentes

Peso próprio estrutural: $g_1 = h \times \gamma_{\text{concreto}} = 0,17 \times 25 = 4,25 \text{ kN/m}^2$

Contrapiso: $g_2 = e_{\text{contrapiso}} \times \gamma_{\text{contrapiso}} = 0,02 \times 21 = 0,42 \text{ kN/m}^2$

Reves. Superior – piso cerâmico: $g_3 = e_{\text{cerâmica}} \times \gamma_{\text{cerâmica}} = 0,01 \times 25 = 0,25 \text{ kN/m}^2$

Paredes: $g_4 = \frac{(\gamma_{\text{tij}} e_{\text{tij}} + 2\gamma_{\text{reb}} e_{\text{reb}}) \times l_p \times h_{\text{par}}}{l_x \times l_y} = \frac{(13 \times 0,12 + 2 \times 21 \times 0,015) \times 2,95 \times 2,8}{3,10 \times 5,65} =$

$1,03 \text{ kN/m}^2$

Sobrecarga: $g_5 =$ não tem nessa laje.

Impermeabilizante: $g_6 =$ não precisa nessa laje.

Pintura: $g_7 = e_{\text{pintura}} \times \gamma_{\text{pintura}} = 0,002 \times 12,4 = 0,0248 \text{ kN/m}^2$

Reves. inferior – forro falso de gesso: $g_8 = e_{\text{forro}} \times \gamma_{\text{forro}} = 0,03 \times 22 = 0,66 \text{ kN/m}^2$

Somatório: $g = 4,25 + 0,42 + 0,25 + 1,03 + 0,0248 + 0,66 = 6,64 \text{ kN/m}^2$

Carga acidental

Dormitório e banheiro: $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$

Combinação da carga quase permanente

Edifício residencial: $\Psi_2 = 0,3$

$$P = 6,64 + 0,3 \times 1,5 = \mathbf{7,09 \text{ kN/m}^2}$$

- **Verificação das flechas**

Flecha limite da combinação quase permanente

$$f_{\text{total,lim}} = \frac{310}{375} = \mathbf{0,827 \text{ cm}}$$

Flecha elástica imediata

$$f_{\text{imed}} = \frac{(7,09 \times 10^3) \times (989)}{(24 \times 10^9) \times (0,17)^3} \times \frac{1}{100} = 5,95 \times 10^{-4} \text{ m} = \mathbf{0,0595 \text{ cm}}$$

Flecha elástica total considerando a fluência

Consideração da fluência (α_f):

$$t_o = \frac{14}{30} = 0,467$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{to} = 0,68 \times 0,996^{0,467} \times 0,467^{0,32} = 0,532 \\ \varepsilon_{\infty} = 2 \\ p' = 0 \end{cases}$$

$$\alpha_f = \frac{2 - 0,532}{1} = 1,468$$

$$f_{TOTAL,\infty} = 0,0595 \times (1 + 1,468) = \mathbf{0,147 \text{ cm}}$$

$$\mathbf{0,827 \text{ cm} > 0,147 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}}$$

Flecha limite da carga acidental

$$f_{q,lim} = \frac{310}{525} = \mathbf{0,59 \text{ cm}}$$

Flecha elástica da carga acidental

$$f_q = \frac{(1,5 \times 10^3) \times (989)}{(24 \times 10^9) \times (0,17)^3} \times \frac{1}{100} = 1,26 \times 10^{-4} \text{ m} = \mathbf{0,0126 \text{ cm}}$$

$$\mathbf{0,59 \text{ cm} > 0,0126 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}}$$

Para este pavimento, a laje bidirecional que apresentou a maior f_{imed} foi a laje L8, então pegou-se os dados dessa laje.

$$h^3 = \frac{(6,20 \times 10^3) \times (2414)}{(24 \times 10^9) \times (0,01107)} \times \frac{1}{100} \times (1 + 1,468) = 0,1116 \text{ m} = 11,16 \text{ m}$$

$$\mathbf{h = 0,13 \text{ m} = 13 \text{ cm}}$$

Preferiu-se adotar a altura um pouco maior que a calculada, para que a altura adotada seja suficiente para as lajes unidirecionais e a em balanço.

$$d_{positivo} = 13 - 2,5 - 1 - \frac{1}{2} = 9 \text{ cm} = 0,09 \text{ m}$$

$$d_{negativo} = 13 - 2,5 - \frac{1}{2} = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$P = (0,13 \times 25) + 0,42 + 0,25 + 1,03 + 0,0248 + 0,66 + 1,5 =$$

$$\mathbf{7,14 \text{ kN/m}^2}$$

$$\mathbf{7,14 \text{ kN/m}^2 > 7,09 \text{ kN/m}^2 \rightarrow \text{recalcula as flechas.}}$$

- **Verificação novamente das flechas**

Flecha limite da combinação quase permanente

$$f_{total,lim} = \frac{310}{375} = \mathbf{0,827 \text{ cm}}$$

Flecha elástica imediata

$$f_{imed} = \frac{(7,14 \times 10^3) \times (989)}{(24 \times 10^9) \times (0,13)^3} \times \frac{1}{100} = 1,34 \times 10^{-3} \text{ m} = \mathbf{0,134 \text{ cm}}$$

Flecha elástica total considerando a fluência

Consideração da fluência (α_f):

$$t_o = \frac{14}{30} = 0,467$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{t_o} = 0,68 \times 0,996^{0,467} \times 0,467^{0,32} = 0,532 \\ \varepsilon_{\infty} = 2 \end{array} \right.$$

$$p' = 0$$

$$\alpha_f = \frac{2 - 0,532}{1} = 1,468$$

$$f_{TOTAL,\infty} = 0,134 \times (1 + 1,468) = \mathbf{0,330 \text{ cm}}$$

$$\mathbf{0,827 \text{ cm} > 0,330 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}}$$

Flecha limite da carga acidental

$$f_{q,lim} = \frac{310}{525} = \mathbf{0,590 \text{ cm}}$$

Flecha elástica da carga acidental

$$f_q = \frac{(1,5 \times 10^3) \times (989)}{(24 \times 10^9) \times (0,13)^3} \times \frac{1}{100} = 2,8 \times 10^{-4} \text{ m} = \mathbf{0,028 \text{ cm}}$$

$$\mathbf{0,590 \text{ cm} > 0,028 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}}$$

- **Cálculo dos momentos fletores**

Momentos máximos positivos, por unidade de comprimento, nas direções x e y:

$$M_x = 9,45 \times \frac{(7,14) \times 3,1^2}{100} = \mathbf{6,48 \text{ kNm}}$$

$$M_y = 3,83 \times \frac{(7,14) \times 3,1^2}{100} = \mathbf{2,63 \text{ kNm}}$$

Momentos máximos negativos, por unidade de comprimento, nas direções x e y:

$$X_x = \mathbf{0 \text{ kNm}}$$

$$X_y = \mathbf{0 \text{ kNm}}$$

Para a armadura positiva

$$f_{cd} = \frac{25}{1,4} = 17,86 \text{ MPa}$$

O maior momento positivo calculado foi para a laje 8, então pegou-se o dado de momento positivo desta laje.

$$M_d = 1,4 \times 8,25 = 11,55 \text{ kNm}$$

$$d_{\min} = 2 \times \sqrt{\frac{(11,55 \times 10^3)}{1 \times (17,86 \times 10^6)}} = 0,051 \text{ m} = 5,1 \text{ cm}$$

$$d_{\min} < d \rightarrow 5,3 \text{ cm} < 9 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}$$

O maior momento negativo calculado foi para a laje 2, então pegou-se o dado de momento negativo desta laje.

Para a armadura negativa

$$M_d = 1,4 \times 7,7 = 10,78 \text{ kNm}$$

$$d_{\min} = 2 \times \sqrt{\frac{(10,78 \times 10^3)}{1 \times (17,86 \times 10^6)}} = 0,049 \text{ m} = 4,9 \text{ cm}$$

$$d_{\min} < d \rightarrow 4,9 \text{ cm} < 10 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}$$

- **Determinação das armaduras longitudinais**

Para a armadura positiva na direção x

$$KMD = \frac{1,4 \times (6,48 \times 10^3)}{1 \times (17,86 \times 10^6) \times 0,09^2} = 0,063$$

$$KMD = 0,063 \rightarrow Kz = 0,9602$$

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa} \cong 435 \text{ MPa}$$

$$A_{s, \text{calculada}} = \frac{1,4 \times (6,48 \times 10^3)}{0,9602 \times 0,09 \times (435 \times 10^6)} = 2,41 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = \mathbf{2,41 \text{ cm}^2}$$

$$A_{s, \min} = \frac{0,15}{100} \times 13 \times 100 = 1,95 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s, \min(\text{reduzido})} = 0,67 \times 1,95 = \mathbf{1,31 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

$$A_s = \mathbf{2,41 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

Para a armadura positiva na direção y

$$KMD = \frac{1,4 \times (2,63 \times 10^3)}{1 \times (17,86 \times 10^6) \times 0,09^2} = 0,025$$

$$KMD = 0,025 \rightarrow Kz = 0,9820$$

$$A_{s, \text{calculada}} = \frac{1,4 \times (2,63 \times 10^3)}{0,9820 \times 0,09 \times (435 \times 10^6)} = 9,6 \times 10^{-5} \text{ m}^2 = 0,96 \text{ cm}^2$$

$$A_{s, \min} = \frac{0,15}{100} \times 13 \times 100 = 1,95 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s, \min(\text{reduzido})} = 0,67 \times 1,95 = \mathbf{1,31 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

$$A_s = 1,31 \text{ cm}^2/m$$

Para a armadura negativa na direção x

Essa laje não possui momento negativo na direção x. Para as lajes que possuem, primeiro foi observado se existia alguma continuidade nessa direção e, caso existisse, realizava-se a compatibilização dos momentos e, após essa compatibilização, o procedimento foi análogo aos passos mostrados acima para o cálculo da área de aço.

Para a armadura negativa na direção y

Análogo a armadura negativa na direção x.

Como forma de exemplificação, segue o procedimento da armadura negativa que foi realizada para a continuidade das lajes L1 e L4:

O primeiro passo foi observar qual a direção que essa armadura ficará em relação as duas lajes. Para a laje L1 é na direção x e para a L4 é na direção y, então pegou-se os momentos negativos dessas duas lajes nas direções descritas e a compatibilização se deu da seguinte forma:

$$L1_x = 2,86 \text{ kNm/m}$$

$$L4_y = 7,30 \text{ kNm/m}$$

$$M_k \geq \begin{cases} 0,8 \times 7,30 = 5,84 \text{ kNm/m} \\ \frac{2,86 + 7,30}{2} = 5,08 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

$$M_k = 5,84 \text{ kNm/m}$$

Após a compatibilização, os procedimentos seguintes são da mesma forma como já descritos acima.

$$KMD = \frac{1,4 \times (5,84 \times 10^3)}{1 \times (17,86 \times 10^6) \times 0,09^2} = 0,057$$

$$KMD = 0,057 \rightarrow Kz = 0,9634$$

$$A_s, \text{ calculada} = \frac{1,4 \times (5,84 \times 10^3)}{0,9634 \times 0,09 \times (435 \times 10^6)} = 2,17 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2,17 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{s, \text{ min}} = \frac{0,15}{100} \times 13 \times 100 = 1,95 \text{ cm}^2/m$$

$$A_s = 2,17 \text{ cm}^2/m$$

- **Cálculo das reações das lajes nas vigas de apoio**

Reações nas direções x e y nas vigas em bordas simplesmente apoiadas

$$q_x = 3,65 \times \frac{(7,14) \times 3,1}{10} = 8,08 \text{ kN}$$

$$q_y = 2,50 \times \frac{(7,14) \times 3,1}{10} = 5,53 \text{ kN}$$

Reações nas direções x e y nas vigas em bordas engastadas

$$q'_x = 0 \text{ kN}$$

$$q'_y = 0 \text{ kN}$$

- **Verificação das lajes ao cisalhamento**

Observou-se a laje que possui a maior força cortante e a laje correspondente foi a L2.

$$V_{sd} = 1,4 \times 11,19 = 15,67 \text{ kN}$$

$$\tau_{rd} = 0,25 \times \frac{0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{\gamma_c} = 0,25 \times \frac{0,7 \times 0,3 \times (25)^{\frac{2}{3}}}{1,4}$$

$$\tau_{rd} = 0,32062 \text{ MPa} = 320,62 \text{ kN/m}^2$$

$$k = (1,6 - d) \geq 1 = (1,6 - 0,09) = 1,51 > 1 \rightarrow k = 1,51$$

$$A_{s1} = \frac{400}{20} \times \frac{1}{400} \times 0,8 \times 100 = 4 \text{ cm}^2$$

$$\rho_1 = \frac{4}{100 \times 9} = 0,0044 < 0,02 \rightarrow \rho_1 = 0,0044$$

$$\sigma_{cp} = 0$$

$$V_{Rd1} = [320,62 \times 1,51 \times (1,2 + 40 \times 0,0044)] \times 1 \times 0,09 = 60 \text{ kN}$$

15,67 kN < 60 kN → não há necessidade de estribos na laje.

$$\alpha_{v1} = \left(0,7 - \frac{f_{ck}}{200}\right) \leq 0,5 = \left(0,7 - \frac{25}{200}\right) = 0,575 > 0,5$$

$$\alpha_{v1} = 0,5$$

$$V_{Rd2} = 0,5 \times \alpha_{v1} \times f_{cd} \times bw \times 0,9 \times d = 0,5 \times 0,5 \times 17,86 \times 10^3 \times 1 \times 0,9 \times 0,09$$

$$V_{Rd2} = 361,6 \text{ kN}$$

15,77 kN < 361,6 kN → não há compressão diagonal do concreto

DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS UNIDIRECIONAIS

Como forma de ilustração dos cálculos realizados para as lajes armadas em uma direção, segue abaixo todo o roteiro para o dimensionamento da laje unidirecional L11.

- **Estimativa inicial da altura**

Preferiu-se a adotar para as lajes unidirecionais do pavimento térreo a mesma altura das lajes bidirecionais deste mesmo pavimento.

$$h = 13 \text{ cm}$$

$$d = h - c - \frac{\phi}{2} = 13 - 2,5 - \frac{1}{2} = 10 \text{ cm}$$

- **Cálculo das cargas atuantes**

Cargas permanentes

Peso próprio estrutural: $g_1 = h \times \gamma_{concreto} = 0,13 \times 25 = 3,25 \text{ kN/m}^2$

Contrapiso: $g_2 = e_{contrapiso} \times \gamma_{contrapiso} = 0,02 \times 21 = 0,42 \text{ kN/m}^2$

Reves. Superior – piso cerâmico: $g_3 = e_{cerâmica} \times \gamma_{cerâmica} = 0,01 \times 25 = 0,25 \text{ kN/m}^2$

Paredes: $g_4 = \frac{(\gamma_{tij}e_{tij} + 2\gamma_{reb}e_{reb}) \times l_p \times h_{par}}{l_x \times l_y} = \frac{(13 \times 0,12 + 2 \times 21 \times 0,015) \times 0,9 \times 2,8}{1,9 \times 5,65} =$

$0,51 \text{ kN/m}^2$

Sobrecarga: $g_5 =$ não tem nessa laje.

Impermeabilizante: $g_6 = e_{imperme} \times \gamma_{imperme} = 0,03 \times 1 = 0,03 \text{ kN/m}^2$

Pintura: $g_7 = e_{pintura} \times \gamma_{pintura} = 0,002 \times 12,4 = 0,0248 \text{ kN/m}^2$

Reves. inferior – forro falso de gesso: $g_8 = e_{forro} \times \gamma_{forro} = 0,03 \times 22 = 0,66 \text{ kN/m}^2$

Somatório: $g = 3,25 + 0,42 + 0,25 + 0,51 + 0,03 + 0,0248 + 0,66 = 5,15 \text{ kN/m}^2$

Carga acidental

Varanda – área de serviço: $q = 2 \text{ kN/m}^2$

Combinação da carga quase permanente

Edifício residencial: $\Psi_2 = 0,3$

$$P = 5,15 + 0,3 \times 2 = 5,75 \text{ kN/m}^2$$

- **Verificação das flechas**

Flecha limite da combinação quase permanente

$$f_{total,lim} = \frac{190}{375} = 0,507 \text{ cm}$$

Flecha limite da carga acidental

$$f_{q,lim} = \frac{190}{525} = 0,362 \text{ cm}$$

Laje apoiada-apoiada:

Flecha elástica imediata

$$f_{imed} = \frac{(5,75 \times 10^3) \times (1,9^4)}{(24 \times 10^9) \times (1 \times 0,13^3/12)} \times \frac{5}{384} = 2,22 \times 10^{-4} m = \mathbf{0,022 \text{ cm}}$$

Flecha elástica total considerando a fluência

$$\alpha_f = \frac{2 - 0,532}{1} = 1,468$$

$$f_{TOTAL,\infty} = 0,022 \times (1 + 1,468) = \mathbf{0,055 \text{ cm}}$$

$$f_{total,lim} \geq f_{TOTAL,\infty}$$

$$\mathbf{0,507 \text{ cm} > 0,055 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}}$$

Flecha elástica da carga acidental

$$f_q = \frac{(2 \times 10^3) \times (1,9^4)}{(24 \times 10^9) \times (1 \times 0,13^3/12)} \times \frac{5}{384} = 8 \times 10^{-5} m = \mathbf{0,008 \text{ cm}}$$

$$f_{q,lim} \geq f_q$$

$$\mathbf{0,362 \text{ cm} > 0,008 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}}$$

Comparou-se as flechas elásticas de cada laje com as flechas limites. Como elas foram bem menores, seria possível diminuir a altura calculada inicialmente. Entretanto, para as lajes unidirecionais, preferiu-se mantê-las com a mesma altura que as lajes bidirecionais. Com a mesma altura, calculou-se a carga total da laje.

$$P = (0,13 \times 25) + 0,42 + 0,25 + 0,51 + 0,03 + 0,0248 + 0,66 + 2 = \mathbf{7,15 \text{ kN/m}^2}$$

$$\mathbf{7,15 \text{ kN/m}^2 > 5,75 \text{ kN/m}^2 \rightarrow \text{faz novamente a verificação das flechas com a carga total}}$$

Flecha elástica imediata

$$f_{imed} = \frac{(7,15 \times 10^3) \times (1,9^4)}{(24 \times 10^9) \times (1 \times 0,13^3/12)} \times \frac{5}{384} = 2,8 \times 10^{-4} m = \mathbf{0,028 \text{ cm}}$$

Flecha elástica total considerando a fluência

$$f_{TOTAL,\infty} = 0,028 \times (1 + 1,468) = \mathbf{0,068 \text{ cm}}$$

$$\mathbf{0,507 \text{ cm} > 0,068 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}}$$

Flecha elástica da carga acidental

$$f_q = \frac{(2 \times 10^3) \times (1,9^4)}{(24 \times 10^9) \times (1 \times 0,13^3/12)} \times \frac{5}{384} = 8 \times 10^{-5} m = \mathbf{0,008 \text{ cm}}$$

$$\mathbf{0,362 \text{ cm} > 0,008 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}}$$

- **Cálculo dos momentos fletores**

Laje apoiada-apoiada e possui parede perpendicular ao menor eixo da laje (l_x)

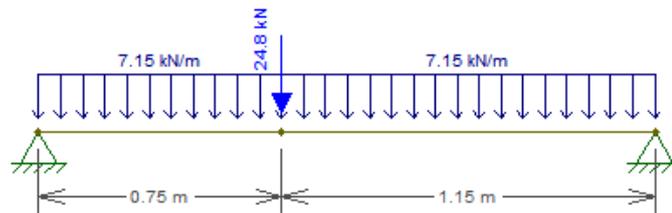
A carga da parede entrou como uma carga pontual no cálculo do momento fletor e o momento máximo dessa laje foi obtido por meio do programa Ftool. O modelo de cálculo pode ser visto na Figura 29 e os valores máximos dos momentos através da Figura 30.

Carga da parede (pontual): $P_{parede} = (\gamma_{tij}e_{tij} + 2\gamma_{reb}e_{reb}) \times l_p \times h_{par}$

$$P_{parede} = (13 \times 0,12 + 2 \times 21 \times 0,015) \times 4,05 \times 2,8 = 24,8 \text{ kN}$$

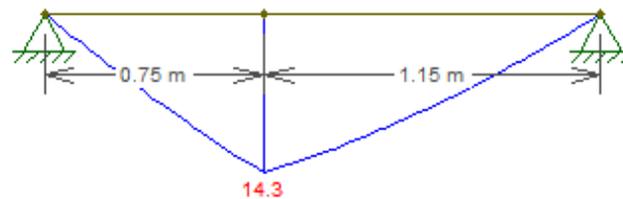
Carga total (distribuída): $P = 7,15 \text{ kN/m}^2$

Figura 29 – Modelo da laje L11 para obtenção dos momentos fletores máximos.



Fonte: Própria (2018).

Figura 30 – Momentos fletores máximos obtidos pelo Ftool.



Fonte: Própria (2018).

Pelo diagrama: $M_{k,positivo} = 14,3 \text{ kNm}$

Para a armadura positiva

$$M_d = 1,4 \times 14,3 = 20,02 \text{ kNm}$$

$$d_{\min} = 2 \times \sqrt{\frac{(20,02 \times 10^3)}{1 \times (17,86 \times 10^6)}} = 0,067 \text{ m} = 6,7 \text{ cm}$$

$$d_{\min} < d \rightarrow 6,7 \text{ cm} < 10 \text{ cm} \rightarrow \text{OK}$$

Para a armadura negativa

Não tem momento negativo nesta laje.

- **Determinação das armaduras longitudinais**

Para a armadura positiva

$$KMD = \frac{(20,02 \times 10^3)}{1 \times (17,86 \times 10^6) \times 0,1^2} = 0,112$$

$$KMD = 0,112 \rightarrow Kz = 0,9270$$

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa} \cong 435 \text{ MPa}$$

$$A_{s,principal} = \frac{(20,02 \times 10^3)}{0,9270 \times 0,1 \times (435 \times 10^6)} = 4,96 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 4,96 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,min} = \frac{0,15}{100} \times 13 \times 100 = 1,95 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s = 4,96 \text{ cm}^2/\text{m}$$

De acordo com o Quadro 7:

$$A_{s,secundária} \geq \begin{cases} 20\% \text{ da armadura principal} = 0,2 \times 4,96 = 0,99 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,90 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,5A_{s,mín} = 0,5 \times 1,95 = 0,98 \text{ cm}^2/\text{m} \end{cases}$$

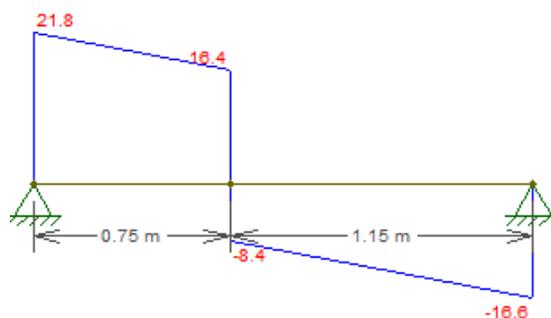
$$A_{s,secundária} = 0,99 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- **Cálculo das reações das lajes nas vigas de apoio**

Laje apoiada-apoiada e possui parede perpendicular ao menor eixo da laje (l_x)

A carga da parede entrou como uma carga pontual no cálculo da força cortante e o maior valor dessa força foi obtido por meio do programa Ftool. O valor máximo dessa reação pode ser visto através da Figura 31 (Observação: o modelo utilizado é o mesmo da Figura 29).

Figura 31 – Força cortante máxima obtida pelo Ftool.



Fonte: Própria (2018).

Pelo diagrama: $V = 21,8 \text{ kN}$

- **Verificação das lajes ao cisalhamento**

$$V_{sd} = 1,4 \times V = 1,4 \times 21,8 = 30,52 \text{ kN}$$

$$\tau_{rd} = 0,25 \times \frac{0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{\gamma_c} = 0,25 \times \frac{0,7 \times 0,3 \times (25)^{\frac{2}{3}}}{1,4}$$

$$\tau_{rd} = 0,32062 \text{ MPa} = 320,62 \text{ kN}/\text{m}^2$$

$$k = (1,6 - d) \geq 1 = (1,6 - d) = (1,6 - 0,1) = 1,5 > 1 \rightarrow k = 1,5$$

$$A_{s1} = \frac{565}{15} \times \frac{1}{565} \times 0,315 \times 100 = 2,1 \text{ cm}^2$$

$$\rho_1 = \frac{2,1}{100 \times 10} = 0,0021 < 0,02 \rightarrow \rho_1 = 0,0021$$

$$\sigma_{cp} = 0$$

$$V_{Rd1} = [320,62 \times 1,5 \times (1,2 + 40 \times 0,0021)] \times 1 \times 0,1 = 61,75 \text{ kN}$$

30,52 kN < 61,75 kN → não há necessidade de estribos na laje.

$$\alpha_{v1} = \left(0,7 - \frac{fck}{200}\right) \leq 0,5 = \left(0,7 - \frac{25}{200}\right) = 0,575 > 0,5$$

$$\alpha_{v1} = 0,5$$

$$V_{Rd2} = 0,5 \times \alpha_{v1} \times fcd \times bw \times 0,9 \times d = 0,5 \times 0,5 \times 17,86 \times 10^3 \times 1 \times 0,9 \times 0,1$$

$$V_{Rd2} = 401,8 \text{ kN} > 39,62 \text{ kN} \rightarrow \text{não há compressão diagonal do concreto}$$

DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS EM BALANÇO

Como forma de ilustração dos cálculos realizados para as lajes em balanço, segue abaixo todo o roteiro para o dimensionamento da laje L12.

- **Estimativa inicial da altura**

Preferiu-se adotar a mesma altura que a calculada para as lajes bidirecionais e unidirecionais.

$$h = 13 \text{ cm}$$

$$d = 13 - 2,5 - \frac{1}{2} = 10 \text{ cm}$$

- **Cálculo das cargas atuantes**

Cargas permanentes

Peso próprio estrutural: $g_1 = h \times \gamma_{concreto} = 0,13 \times 25 = 3,25 \text{ kN/m}^2$

Contrapiso: $g_2 = e_{contrapiso} \times \gamma_{contrapiso} = 0,02 \times 21 = 0,42 \text{ kN/m}^2$

Reves. Superior – piso cerâmico: $g_3 = e_{cerâmica} \times \gamma_{cerâmica} = 0,01 \times 25 = 0,25 \text{ kN/m}^2$

Paredes: $g_4 =$ não tem nesse tipo de laje.

Sobrecarga: $g_5 =$ não tem nessa laje.

Pintura: $g_7 = e_{pintura} \times \gamma_{pintura} = 0,002 \times 12,4 = 0,0248 \text{ kN/m}^2$

Reves. inferior – forro falso de gesso: $g_8 = e_{forro} \times \gamma_{forro} = 0,03 \times 22 = 0,66 \text{ kN/m}^2$

Somatório: $g = 3,25 + 0,42 + 0,25 + 0,0248 + 0,66 = 4,60 \text{ kN/m}^2$

Carga acidental

Varanda – área de serviço: $q = 2 \text{ kN/m}^2$

Carga total

$$P = 4,63 + 2 = \mathbf{6,60 \text{ kN/m}^2}$$

- **Cálculo do M_k e M_d**

$$M_k = \frac{6,60 \times 1,08^2}{2} + 1 \times 1,08 = \mathbf{4,93 \text{ kN}}$$

$$M_d = 1,4 \times 4,93 = \mathbf{6,90 \text{ kN}}$$

$$d_{\min} = 2 \times \sqrt{\frac{(6,90 \times 10^3)}{1 \times (17,86 \times 10^6)}} = 0,039 \text{ m} = \mathbf{3,9 \text{ cm}}$$

$$d_{\min} < d \rightarrow \mathbf{3,9 \text{ cm} < 10 \text{ cm (OK)}}$$

- **Determinação das armaduras longitudinais**

$$KMD = \frac{(6,9 \times 10^3)}{1 \times (17,86 \times 10^6) \times 0,10^2} = 0,039$$

$$KMD = 0,039 \rightarrow K_z = 0,9759$$

$$A_s, \text{ calculada} = \frac{(6,9 \times 10^3)}{0,9759 \times 0,10 \times (435 \times 10^6)} = 1,63 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = \mathbf{1,63 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

$$A_{s,\min} = \frac{0,15}{100} \times 13 \times 100 = \mathbf{1,95 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

$$A_s = \mathbf{1,95 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

De acordo com o Quadro 7:

$$A_{s,\text{secundária}} \geq \begin{cases} 20\% \text{ da armadura principal} = 0,2 \times 1,95 = 0,39 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,90 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,5A_{s,\min} = 0,5 \times 1,95 = 0,98 \text{ cm}^2/\text{m} \end{cases}$$

$$A_{s,\text{secundária}} = \mathbf{0,98 \text{ cm}^2/\text{m}}$$

- **Momento fletor de fissuração (momento raro: M_r)**

$$\alpha = 1,5$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \sqrt[3]{25^2} = 2,56496 \text{ MPa} = 2564,96 \text{ kN/m}^2$$

$$I_c = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{100 \times 13^3}{12} = 18308,33 \text{ cm}^4 = 0,00018308 \text{ m}^4$$

$$Y_t = \frac{0,13}{2} = 0,065 \text{ m}$$

$$M_r = \frac{1,5 \times 2564,96 \times 0,00018308}{0,065} = \mathbf{10,84 \text{ kNm}}$$

$$M_r = \mathbf{10,84 \text{ kNm}}$$

$4,93 \text{ kN} < 10,84 \rightarrow$ a laje não fissura

- **Verificação das flechas**

Cálculo do I_{II}

$$a_1 = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}$$

$$a_2 = \frac{210}{24} \times (0,8 \times 3) = 21 \text{ cm}^2$$

$$a_3 = -10 \times 21 = -210 \text{ cm}^3$$

$$X_{II} = \frac{-21 + \sqrt{21^2 - (4 \times 50 \times -210)}}{2 \times 50} = 1,85 \text{ cm}$$

$$I_{II} = \frac{100 \times 1,85^3}{3} + 21 \times (1,85 - 10)^2 = \mathbf{1605,9 \text{ cm}^4}$$

Cálculo do $(EI)_{eq}$

$$(EI)_{eq} = 24 \times 100 \left\{ \left(\frac{10,84}{4,93} \right)^3 18308,33 + \left[1 - \left(\frac{10,84}{4,93} \right)^3 \right] 1605,9 \right\}$$

$$\leq (24 \times 100) \times 18308,33$$

$$(EI)_{eq} = 429125760 \text{ kNcm}^2 > 43940000 \text{ kNcm}^2$$

O $(EI)_{eq}$ é o menor valor calculado entre os valores de $(EI)_{eq}$ e $E_{cs} I_c$.

$$(EI)_{eq} = \mathbf{43940000 \text{ kNcm}^2}$$

Flecha imediata (a_i)

$$a_i = \frac{108^3}{43940000} \left(\frac{1}{3} + \frac{6,60 \times 108}{8} \times \frac{1}{100} \right) = \mathbf{0,035 \text{ cm}}$$

Flecha total (a_∞)

$$\alpha_f = \frac{\varepsilon_\infty - \varepsilon_{to}}{1 + 50p'} = \frac{2 - 0,532}{1} = 1,468$$

$$a_\infty = (1 + 1,468) 0,035 = \mathbf{0,087 \text{ cm}}$$

Flecha limite (a_{lim})

$$a_{lim} = \frac{108}{250} = \mathbf{0,432 \text{ cm}}$$

$$a_{lim} = \mathbf{0,432 \text{ cm}}$$

$$a_\infty < a_{lim} \rightarrow \mathbf{0,087 \text{ cm} < 0,432 \text{ cm (OK)}}$$

- **Verificação ao cisalhamento**

$$V = 1,08 (6,60 + 1) = 8,21 \text{ kN}$$

$$V_{sd} = 1,4 \times 8,21 = \mathbf{11,5 \text{ kN}}$$

$$\tau_{rd} = 0,25 \times \frac{0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{\gamma_c} = 0,25 \times \frac{0,7 \times 0,3 \times (25)^{\frac{2}{3}}}{1,4}$$

$$\tau_{rd} = 0,32062 \text{ MPa} = 320,62 \text{ kN/m}^2$$

$$k = (1,6 - d) \geq 1 = (1,6 - 0,1) = 1,5 > 1 \rightarrow k = 1,5$$

$$A_{s1} = \frac{580}{20} \times \frac{1}{580} \times 0,8 \times 100 = 4 \text{ cm}^2$$

$$\rho_1 = \frac{4}{100 \times 10} = 0,004 < 0,02 \rightarrow \rho_1 = 0,004$$

$$\sigma_{cp} = 0$$

$$V_{Rd1} = [320,62 \times 1,51 \times (1,2 + 40 \times 0,004)] \times 1 \times 0,10 = \mathbf{65,84 \text{ kN}}$$

11,50 kN < 65,84 kN → não há necessidade de estribos na laje.

$$\alpha_{v1} = \left(0,7 - \frac{f_{ck}}{200}\right) \leq 0,5 = \left(0,7 - \frac{25}{200}\right) = 0,575 > 0,5$$

$$\alpha_{v1} = 0,5$$

$$V_{Rd2} = 0,5 \times \alpha_{v1} \times f_{cd} \times bw \times 0,9 \times d = 0,5 \times 0,5 \times 17,86 \times 10^3 \times 1 \times 0,9 \times 0,10$$

$$V_{Rd2} = \mathbf{401,9 \text{ kN}}$$

11,5 kN < 401,9 kN → não há compressão diagonal do concreto

APÊNDICE B – Resumo dos procedimentos do cálculo manual

Quadro 18 – Pré-dimensionamento da altura das lajes bidirecionais.

LAJE	CASO	Lx (m)	Ly (m)	λ	Ψ_2	Ψ_3	d calc (m)	h calc (m)	d adot (m)	h adot (m)
1	4	2,10	3,15	1,50	1,60	25	0,053	0,093	0,130	0,17
2	3	2,95	4,00	1,36	1,58	25	0,075	0,115	0,130	0,17
4	5	3,15	3,65	1,16	1,76	25	0,072	0,112	0,130	0,17
5	3	2,80	4,00	1,43	1,57	25	0,071	0,111	0,130	0,17
7	1	3,85	4,65	1,21	1,40	25	0,110	0,150	0,130	0,17
8	1	4,15	5,65	1,36	1,34	25	0,124	0,164	0,130	0,17
9	5	2,30	2,35	1,02	1,87	25	0,049	0,089	0,130	0,17
10	1	3,10	5,65	1,82	1,16	25	0,107	0,147	0,130	0,17

Fonte: Própria (2018).

Quadro 19 – Verificação das flechas com a altura inicial/Carga total calculada com h = 13 cm (lajes bidirecionais).

FLECHAS LIMITES (cm)				FLECHA ELÁSTICA (cm)											Carga Total (kN/m ²)
LAJE	Lx (cm)	Comb. Quase Permanente (cm)	Carga Acidental (cm)	LAJE	CASO	Lx (m)	λ	α	$\alpha * Lx^4$	f_{imed}	$f_{total,\infty}$	$f_{total,lim}$	f_q	$f_{q,lim}$	
1	210	0,560	0,400	1	4	2,10	1,50	4,38	85	0,0044	0,011	0,560	0,0011	0,40	6,10
2	295	0,787	0,562	2	3	2,95	1,36	4,65	352	0,0241	0,059	0,787	0,0045	0,56	8,11
4	315	0,840	0,600	4	5	3,15	1,16	3,67	361	0,0248	0,061	0,840	0,0061	0,60	8,50
5	280	0,747	0,533	5	3	2,80	1,43	4,78	294	0,0151	0,037	0,747	0,0037	0,53	6,10
7	385	1,027	0,733	7	1	3,85	1,21	6,95	1527	0,0846	0,209	1,027	0,0388	0,73	7,63
8	415	1,107	0,790	8	1	4,15	1,36	8,14	2414	0,1271	0,314	1,107	0,0410	0,79	6,60
9	230	0,613	0,438	9	5	2,30	1,02	2,55	71	0,0038	0,009	0,613	0,0012	0,44	6,60
10	310	0,827	0,590	10	1	3,10	1,82	10,71	989	0,0595	0,147	0,827	0,0126	0,59	7,14

Fonte: Própria (2018).

Quadro 20 – Verificação final das flechas com h = 13 cm (lajes bidirecionais).

FLECHAS LIMITES (cm)				FLECHA ELÁSTICA (cm)										
LAJE	Lx (cm)	Comb. Quase Permanente (cm)	Carga Acidental (cm)	LAJE	CASO	Lx (m)	λ	α	$\alpha * Lx^4$	f_{imed}	$f_{total,\infty}$	$f_{total,lim}$	f_q	$f_{q,lim}$
1	210	0,560	0,400	1	4	2,10	1,50	4,38	85	0,010	0,024	0,560	0,002	0,400
2	295	0,787	0,562	2	3	2,95	1,36	4,65	352	0,054	0,134	0,787	0,010	0,562
4	315	0,840	0,600	4	5	3,15	1,16	3,67	361	0,058	0,144	0,840	0,014	0,600
5	280	0,747	0,533	5	3	2,80	1,43	4,78	294	0,034	0,084	0,747	0,008	0,533
7	385	1,027	0,733	7	1	3,85	1,21	6,95	1527	0,221	0,546	1,027	0,087	0,733
8	415	1,107	0,790	8	1	4,15	1,36	8,14	2414	0,302	0,746	1,107	0,092	0,790
9	230	0,613	0,438	9	5	2,30	1,02	2,55	71	0,009	0,022	0,613	0,003	0,438
10	310	0,827	0,590	10	1	3,10	1,82	10,71	989	0,134	0,330	0,827	0,028	0,590

Fonte: Própria (2018).

Quadro 21 – Momentos fletores máximos (lajes bidirecionais).

LAJE	CASO	Lx (m)	λ	P (kN/m ²)	(P*Lx ²)/ 100	μ_x	m_x	μ_y	m_y	μ'_x	X_X	μ'_y	X_Y
1	4	2,10	1,50	6,10	0,2692	4,81	1,29	2,47	0,66	10,62	2,86	8,06	2,17
2	3	2,95	1,36	8,11	0,7054	5,51	3,89	2,25	1,59	10,92	7,70	0,00	0,00
4	5	3,15	1,16	8,50	0,8436	3,38	2,85	3,70	3,12	0,00	0,00	8,65	7,30
5	3	2,80	1,43	6,10	0,4786	5,64	2,70	2,19	1,05	11,10	5,31	0,00	0,00
7	1	3,85	1,21	7,63	1,1317	6,27	7,10	4,45	5,04	0,00	0,00	0,00	0,00
8	1	4,15	1,36	6,60	1,1375	7,25	8,25	4,33	4,93	0,00	0,00	0,00	0,00
9	5	2,30	1,02	6,60	0,3494	2,47	0,86	3,32	1,16	0,00	0,00	7,43	2,60
10	1	3,10	1,82	7,14	0,6859	9,45	6,48	3,83	2,63	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: Própria (2018).

Quadro 22 – Determinação das armaduras longitudinais (lajes bidirecionais).

Laje	L1				L2				L4				L5			
	m_x	m_y	X_X	X_Y	m_x	m_y	X_X	X_Y	m_x	m_y	X_X	X_Y	m_x	m_y	X_X	X_Y
Momentos	1,29	0,66	2,86	2,17	3,89	1,59	7,70		2,85	3,12		7,30	2,70	1,05	5,31	
KNm/m	0,013	0,006	0,028	0,021	0,038	0,015	0,075		0,028	0,030		0,071	0,026	0,010	0,051	
KMD	0,9881	0,9941	0,9759	0,982	0,9759	0,982	0,9472		0,9759	0,9759		0,9439	0,982	0,9881	0,9634	
kz	0,9881	0,9941	0,9759	0,982	0,9759	0,982	0,9472		0,9759	0,9759		0,9439	0,982	0,9881	0,9634	
m/kz	1,311	0,669	2,930	2,210	3,983	1,616	8,132		2,922	3,198		7,730	2,749	1,061	5,514	
As calculada (cm ² /m)	0,47	0,24	1,05	0,79	1,42	0,58	2,91		1,04	1,14		2,76	0,98	0,38	1,97	
Bitola max. (mm)	16,25	16,25	16,25	16,25	16,25	16,25	16,25		16,25	16,25		16,25	16,25	16,25	16,25	
Bitola adot. (mm)	6,3	6,3	10	10	6,3	6,3	10		6,3	6,3		10	6,3	6,3	10	
As, bitola (cm ²)	0,315	0,315	0,8	0,8	0,315	0,315	0,8		0,315	0,315		0,8	0,315	0,315	0,8	
As, min (cm ² /m)	1,31	1,31	1,31	1,31	1,31	1,31	1,31		1,31	1,31		1,31	1,31	1,31	1,31	
As (cm ² /m)	1,31	1,31	1,31	1,31	1,42	1,31	2,91		1,31	1,31		2,76	1,31	1,31	1,97	

Fonte: Própria (2018).

Quadro 22 – Continuação.

Laje	L7				L8				L9				L10			
	m_x	m_y	X_X	X_Y	m_x	m_y	X_X	X_Y	m_x	m_y	X_X	X_Y	m_x	m_y	X_X	X_Y
Momentos	7,10	5,04			8,25	4,93			0,86	1,16		2,60	6,48	2,63		
KNm/m	0,069	0,049			0,080	0,048			0,008	0,011		0,020	0,063	0,025		
KMD	0,957	0,9759			0,9372	0,9634			0,9881	0,9881		0,9881	0,9602	0,982		
kz	0,957	0,9759			0,9372	0,9634			0,9881	0,9881		0,9881	0,9602	0,982		
m/kz	7,414	5,160			8,800	5,113			0,873	1,174		2,627	6,751	2,675		
As calculada (cm ² /m)	2,65	1,85			3,15	1,83			0,31	0,42		0,85	2,41	0,96		
Bitola max. (mm)	16,25	16,25			16,25	16,25			16,25	16,25		16,25	16,25	16,25		
Bitola adot. (mm)	6,3	6,3			6,3	6,3			6,3	6,3		10	6,3	6,3		
As, bitola (cm ²)	0,315	0,315			0,315	0,315			0,315	0,315		0,8	0,315	0,315		
As, min (cm ² /m)	1,31	1,31			1,31	1,31			1,31	1,31		1,31	1,31	1,31		
As (cm ² /m)	2,65	1,85			3,15	1,83			1,31	1,31		1,31	2,41	1,31		

Fonte: Própria (2018).

Quadro 23 – Verificação das flechas com a carga inicialmente calculada/Carga total calculada (lajes unidireccionais).

FLECHAS LIMITES (cm)				FLECHA ELÁSTICA E LIMITES (cm)								Carga Total (kN/m ²)
LAJE	Lx (cm)	Comb. Quase Permanente (cm)	Carga Acidental (cm)	Momento de Inércia (cm ⁴)	Lx ⁴	Modelo Estrutural	f_{imed}	$f_{total,\infty}$	$f_{total,lim}$	f_q	$f_{q,lim}$	
3	165	0,440	0,314	18308,33	7,41	Biapoiada	0,011	0,028	0,440	0,004	0,314	6,60
6	200	0,533	0,381	18308,33	16,00	Biapoiada	0,025	0,061	0,533	0,009	0,381	6,63
11	190	0,507	0,362	18308,33	13,03	Biapoiada	0,022	0,055	0,507	0,008	0,362	7,15

Fonte: Própria (2018).

Quadro 24 – Momentos fletores máximos (lajes unidireccionais).

LAJE	Lx (m)	P (kN/m ²)	Pparede (kN/m ²)	Lp (m)	Carga Parede (kN)	Modelo Estrutural	Mk,posit (kNm/m)	Mk,negat (kNm/m)
3	1,65	6,60	0,00	0,00	0,00	Biapoiada	2,25	0
6	2,00	6,63	0,00	0,00	0,00	Biapoiada	3,32	0
11	1,90	7,15	2,19	4,05	24,83	Biapoiada	14,30	0

Fonte: Própria (2018).

Quadro 25 – Determinação das armaduras longitudinais (lajes unidireccionais).

Laje	L3		L6		L11	
Momentos	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo
KNm/m	2,25		3,32		14,30	
KMD	0,0176		0,0260		0,1121	
kz	0,9881		0,982		0,927	
m/kz	2,27		3,38		15,43	
As calculada (cm ² /m)	0,73		1,09		4,96	
Bitola max. (mm)	16,25		16,25		16,25	
Bitola adot. (mm)	6,3		6,3		6,3	
As,bitola (cm ²)	0,315		0,315		0,315	
As, min (cm ² /m)	1,95		1,95		1,95	
As (cm ² /m)	1,95		1,95		4,96	
As, sec (cm ² /m)	0,98		0,98		0,99	

Fonte: Própria (2018).

Quadro 26 – Cálculo do momento fletor máximo e verificação da fissuração (lajes em balanço).

LAJE	P (kN/m ²)	Lx (m)	Ly (m)	α	fct,m (kN/m ²)	yt (m)	Ic (m ⁴)	Mr (kNm/m)	Mk (kNm/m)	Fissuração
12	6,60	1,08	5,80	1,5	2564,96	0,065	0,000183	10,84	4,93	NÃO FISSURA

Fonte: Própria (2018).

Quadro 27 – Verificação das flechas (lajes em balanço).

Laje	Iii (cm ⁴)	Ic (cm ⁴)	EI(eq)' (kNcm ²)	Ecs*Ic (kNcm ²)	(EI)eq (kNcm ²)	a_i	a_∞	a_{lim}
12	1605,9	18308,33	429125760	43940000	43940000	0,035	0,087	0,432

Fonte: Própria (2018).

Quadro 28 – Determinação das armaduras longitudinais (lajes em balanço).

Laje	L12
Momentos (KNm/m)	4,93
KMD	0,0387
kz	0,9759
m/kz	7,075
As calculada (cm ² /m)	1,63
Bitola adot. (mm)	10
As, bitola (cm ²)	0,8
As, min (cm ² /m)	1,95
As (cm ² /m)	1,95
As, sec (cm ² /m)	0,98

Fonte: Própria (2018).

ANEXO A – Quadros utilizados nos roteiros de cálculo

Quadro 29 – Valores de Ψ_2 utilizados no pré-dimensionamento da altura das lajes.

λ	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1,00	1,50	1,70	1,70	1,80	1,90	1,90	2,00	2,00	2,20
1,05	1,48	1,67	1,69	1,78	1,87	1,89	1,97	1,99	2,18
1,10	1,46	1,64	1,67	1,76	1,83	1,88	1,94	1,97	2,15
1,15	1,44	1,61	1,66	1,74	1,80	1,87	1,91	1,96	2,13
1,20	1,42	1,58	1,64	1,72	1,76	1,86	1,88	1,94	2,10
1,25	1,40	1,55	1,63	1,70	1,73	1,85	1,85	1,93	2,08
1,30	1,38	1,52	1,61	1,68	1,69	1,84	1,82	1,91	2,05
1,35	1,36	1,49	1,60	1,66	1,66	1,83	1,79	1,90	2,03
1,40	1,34	1,46	1,58	1,64	1,62	1,82	1,76	1,88	2,00
1,45	1,32	1,43	1,57	1,62	1,59	1,81	1,73	1,87	1,98
1,50	1,30	1,40	1,55	1,60	1,55	1,80	1,70	1,85	1,95
1,55	1,28	1,37	1,54	1,58	1,52	1,79	1,67	1,84	1,93
1,60	1,26	1,34	1,52	1,56	1,48	1,78	1,64	1,82	1,90
1,65	1,24	1,31	1,51	1,54	1,45	1,77	1,61	1,81	1,88
1,70	1,22	1,28	1,49	1,52	1,41	1,76	1,58	1,79	1,85
1,75	1,20	1,25	1,48	1,50	1,38	1,75	1,55	1,78	1,83
1,80	1,18	1,22	1,46	1,48	1,34	1,74	1,52	1,76	1,80
1,85	1,16	1,19	1,45	1,46	1,31	1,73	1,49	1,75	1,78
1,90	1,14	1,16	1,43	1,44	1,27	1,72	1,46	1,73	1,75
1,95	1,12	1,13	1,42	1,42	1,24	1,71	1,43	1,72	1,73
2,00	1,10	1,10	1,40	1,40	1,20	1,70	1,40	1,70	1,70

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 30 – Valores de Ψ_3 utilizados no pré-dimensionamento da altura das lajes.

Aço	Vigas e lajes nervuradas	Lajes maciças
CA25	25	35
CA32	22	33
CA40	20	30
CA50	17	25
CA60	15	20

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 31 – Características das barras de aço.

Fios	Barras ϕ (mm)	Diâmetro (cm)	Peso (daN/m – kgf/m)	Perímetro (cm)	Área (cm ²)
3,2	–	0,32	0,063	1,00	0,080
4,0	–	0,40	0,100	1,25	0,125
5,5	5,5	0,55	0,186	1,73	0,240
6,3	6,3 (1/4")	0,63	0,248	2,00	0,315
8,0	8,0 (5/16")	0,80	0,393	2,50	0,500
10,0	10,0 (3/8")	1,0	0,624	3,15	0,800

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 31 – Continuação.

Fios	Barras ϕ (mm)	Diâmetro (cm)	Peso (daN/m – kgf/m)	Perímetro (cm)	Área (cm ²)
–	12,5 (1/2")	1,25	0,988	4,00	1,250
–	16,0 (5/8")	1,60	1,570	5,00	2,000
–	20,0 (3/4")	2,0	2,480	6,30	3,150
–	22,5 (7/8")	2,25	3,120	7,10	4,000
–	25,0 (1")	2,50	3,930	8,00	5,000
–	32,0 (1,25")	3,20	6,240	10,0	8,000

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 32 – Peso específico de alguns materiais de construção.

Materiais		Peso específico aparente (kN/m ³)
1 Rochas	Arenito	26
	Basalto	30
	Gneiss	30
	Granito	28
	Mármore e calcáreo	28
2 Blocos artificiais	Blocos de argamassa	22
	Cimento amianto	20
	Lajotas cerâmicas	18
	Tijolos furados	13
	Tijolos maciços	18
	Tijolos sílico-calcáreos	20
3 Revestimentos e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19
	Argamassa de cimento e areia	21
	Argamassa de gesso	12,5
	Concreto simples	24
	Concreto armado	25

Fonte: NBR 6110 (1980).

Quadro 33 – Valores de Ψ_2 para o cálculo da combinação quase permanente.

Ações	γ_D		
	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Cargas acidentais de edifícios			
• Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas, como é o caso de edifícios residenciais	0,5	0,4	0,3
• Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecerem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentração de pessoas, como é o caso de edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos	0,7	0,6	0,4
• Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento			
• Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 34 – Valores de E_{cs} utilizando granito como agregado graúdo.

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{cs} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_1	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,92	0,95	0,98	1,00	1,00

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 35 – Valores de α utilizados no cálculo das flechas.

λ	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1,00	4,67	3,20	3,20	2,42	2,21	2,21	1,81	1,81	1,46
1,05	5,17	3,61	3,42	2,67	2,55	2,31	2,04	1,92	1,60
1,10	5,64	4,04	3,63	2,91	2,92	2,41	2,27	2,04	1,74
1,15	6,09	4,47	3,82	3,12	3,29	2,48	2,49	2,14	1,87
1,20	6,52	4,91	4,02	3,34	3,67	2,56	2,72	2,24	1,98
1,25	6,95	5,34	4,18	3,55	4,07	2,63	2,95	2,33	2,10
1,30	7,36	5,77	4,35	3,73	4,48	2,69	3,16	2,42	2,20
1,35	7,76	6,21	4,50	3,92	4,92	2,72	3,36	2,48	2,30
1,40	8,14	6,62	4,65	4,08	5,31	2,75	3,56	2,56	2,37
1,45	8,51	7,02	4,78	4,23	5,73	2,80	3,73	2,62	2,45
1,50	8,87	7,41	4,92	4,38	6,14	2,84	3,91	2,68	2,51
1,55	9,22	7,81	5,00	4,53	6,54	2,86	4,07	2,73	2,57
1,60	9,54	8,17	5,09	4,65	6,93	2,87	4,22	2,77	2,63
1,65	9,86	8,52	5,13	4,77	7,33	2,87	4,37	2,78	2,68
1,70	10,15	8,87	5,17	4,88	7,70	2,88	4,51	2,79	2,72
1,75	10,43	9,19	5,26	4,97	8,06	2,88	4,63	2,81	2,76
1,80	10,71	9,52	5,36	5,07	8,43	2,89	4,75	2,83	2,80
1,85	10,96	9,82	5,43	5,16	8,77	2,89	4,87	2,85	2,83
1,90	11,21	10,11	5,50	5,23	9,08	2,90	4,98	2,87	2,85
1,95	11,44	10,39	5,58	5,31	9,41	2,90	5,08	2,89	2,88
2,00	11,68	10,68	5,66	5,39	9,72	2,91	5,19	2,91	2,91
∞	15,35	15,35	6,38	6,38	15,35	3,07	6,38	3,07	3,07

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 36 – Valores dos coeficientes μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y para os casos 1, 2 e 3.

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,00	4,41	4,41	3,07	3,94	8,52	3,94	8,52	3,07
1,05	4,80	4,45	3,42	3,78	8,79	4,19	8,91	2,84
1,10	5,18	4,49	3,77	3,90	9,18	4,43	9,30	2,76
1,15	5,56	4,49	4,14	3,97	9,53	4,64	9,63	2,68
1,20	5,90	4,48	4,51	4,05	9,88	4,85	9,95	2,59
1,25	6,27	4,45	4,88	4,10	10,16	5,03	10,22	2,51
1,30	6,60	4,42	5,25	4,15	10,41	5,20	10,48	2,42
1,35	6,93	4,37	5,60	4,18	10,64	5,36	10,71	2,34
1,40	7,25	4,33	5,95	4,21	10,86	5,51	10,92	2,25
1,45	7,55	4,30	6,27	4,19	11,05	5,64	11,10	2,19

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 36 – Continuação.

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,50	7,86	4,25	6,60	4,18	11,23	5,77	11,27	2,12
1,55	8,12	4,20	6,90	4,17	11,39	5,87	11,42	2,04
1,60	8,34	3,14	7,21	4,14	11,55	5,98	11,55	1,95
1,65	8,62	4,07	7,42	4,12	11,67	6,07	11,67	1,87
1,70	8,86	4,00	7,62	4,09	11,79	6,16	11,80	1,79
1,75	9,06	3,96	7,66	4,05	11,88	6,24	11,92	1,74
1,80	9,27	3,91	7,69	3,99	11,96	6,31	12,04	1,68
1,85	9,45	3,83	8,22	3,97	12,03	6,38	12,14	1,64
1,90	9,63	3,75	8,74	3,94	12,14	6,43	12,24	1,59
1,95	9,77	3,71	8,97	3,88	12,17	6,47	12,29	1,54
2,00	10,00	3,64	9,18	3,80	12,20	6,51	12,34	1,48
∞	12,57	3,77	9,18	3,80	12,20	7,61	12,76	1,48

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 37 – Valores dos coeficientes μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y para os casos 4, 5 e 6.

λ	Caso 4				Caso 5			Caso 6		
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,00	2,81	6,99	2,81	6,99	2,15	3,17	6,99	3,17	6,99	2,15
1,05	3,05	7,43	2,81	7,18	2,47	3,32	7,43	3,29	7,20	2,07
1,10	3,30	7,87	2,81	7,36	2,78	3,47	7,87	3,42	7,41	1,99
1,15	3,53	8,28	2,80	7,50	3,08	3,58	8,26	3,52	7,56	1,89
1,20	3,76	8,69	2,79	7,63	3,38	3,70	8,65	3,63	7,70	1,80
1,25	3,96	9,03	2,74	7,72	3,79	3,80	9,03	3,71	7,82	1,74
1,30	4,16	9,37	2,69	7,81	4,15	3,90	9,33	3,79	7,93	1,67
1,35	4,33	9,65	2,65	7,88	4,50	3,96	9,69	3,84	8,02	1,59
1,40	4,51	9,93	2,60	7,94	4,85	4,03	10,00	3,90	8,11	1,52
1,45	4,66	10,41	2,54	8,00	5,19	4,09	10,25	3,94	8,13	1,45
1,50	4,81	10,62	2,47	8,06	5,53	4,14	10,49	3,99	8,15	1,38

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 37 – Continuação.

λ	Caso 4				Caso 5			Caso 6		
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,55	4,93	10,82	2,39	8,09	5,86	4,16	10,70	4,03	8,20	1,34
1,60	5,06	10,99	2,31	8,12	6,18	4,17	10,91	4,06	8,25	1,28
1,65	5,16	11,16	2,24	8,14	6,48	4,14	11,08	4,09	8,28	1,23
1,70	5,27	11,30	2,16	8,15	6,81	4,12	11,24	4,12	8,30	1,18
1,75	5,36	11,43	2,11	8,16	7,11	4,12	11,39	4,14	8,31	1,15
1,80	5,45	11,55	2,04	8,17	7,41	4,10	11,43	4,15	8,32	1,11
1,85	5,53	11,57	1,99	8,17	7,68	4,08	11,65	4,16	8,33	1,08
1,90	5,60	11,67	1,93	8,18	7,95	4,04	11,77	4,17	8,33	1,04
1,95	5,67	11,78	1,91	8,19	8,21	3,99	11,83	4,17	8,33	1,01
2,00	5,74	11,89	1,88	8,20	8,47	3,92	11,88	4,18	8,33	0,97
∞	7,06	12,50	1,95	8,20	12,58	4,13	11,88	4,18	8,33	0,97

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 38 – Valores dos coeficientes μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y para os casos 7, 8 e 9.

λ	Caso 7				Caso 8				Caso 9			
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y
1,00	2,13	5,46	2,60	6,17	2,60	6,17	2,13	5,46	2,11	5,15	2,11	5,15
1,05	2,38	5,98	2,66	6,46	2,78	6,47	2,09	5,56	2,31	5,50	2,10	5,29
1,10	2,63	6,50	2,71	6,75	2,95	6,76	2,04	5,65	2,50	5,85	2,09	5,43
1,15	2,87	7,11	2,75	6,97	3,09	6,99	1,98	5,70	2,73	6,14	2,06	5,51
1,20	3,11	7,72	2,78	7,19	3,23	7,22	1,92	5,75	2,94	6,43	2,02	5,59
1,25	3,43	8,81	2,79	7,36	3,34	7,40	1,85	5,75	3,04	6,67	1,97	5,64
1,30	3,56	8,59	2,77	7,51	3,46	7,57	1,78	5,76	3,13	6,90	1,91	5,68
1,35	3,76	8,74	2,74	7,63	3,55	7,70	1,72	5,75	3,25	7,09	1,86	5,69
1,40	3,96	8,88	2,71	7,74	3,64	7,82	1,64	5,74	3,38	7,28	1,81	5,70
1,45	4,15	9,16	2,67	7,83	3,71	7,91	1,59	5,73	3,48	7,43	1,73	5,71
1,50	4,32	9,44	2,63	7,91	3,78	8,00	1,53	5,72	3,58	7,57	1,66	5,72
1,55	4,48	9,68	2,60	7,98	3,84	8,07	1,47	5,69	3,66	7,68	1,60	5,72

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 38 – Continuação.

λ	Caso 7				Caso 8				Caso 9			
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y
1,60	4,63	9,91	2,55	8,02	3,89	8,14	1,42	5,66	3,73	7,79	1,54	5,72
1,65	4,78	10,13	2,50	8,03	3,94	8,20	1,37	5,62	3,80	7,88	1,47	5,72
1,70	4,92	10,34	2,45	8,10	3,98	8,25	1,32	5,58	3,86	7,97	1,40	5,72
1,75	5,04	10,53	2,39	8,13	4,01	8,30	1,27	5,56	3,91	8,05	1,36	5,72
1,80	5,17	10,71	2,32	8,17	4,04	8,34	1,20	5,54	3,95	8,12	1,32	5,72
1,85	5,26	10,88	2,27	8,16	4,07	8,38	1,17	5,55	3,98	8,18	1,26	5,72
1,90	5,36	11,04	2,22	8,14	4,10	8,42	1,14	5,56	4,01	8,24	1,21	5,72
1,95	5,45	11,20	2,14	8,13	4,11	8,45	1,11	5,60	4,04	8,29	1,19	5,72
2,00	5,55	11,35	2,07	8,12	4,13	8,47	1,08	5,64	4,07	8,33	1,16	5,72
∞	7,07	12,50	2,05	8,12	4,18	8,33	1,09	5,64	4,19	8,33	1,17	5,72

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 39 – Valores de KZ a partir do KMD.

KMD	KX	KZ	ϵ_z	ϵ_x	KMD	KX	KZ	ϵ_z	ϵ_x
0,0100	0,0148	0,9941	0,1502	10,000	0,2050	0,3506	0,8597	3,5000	6,4814
0,0200	0,0298	0,9881	0,3068	10,000	0,2100	0,3609	0,8556	3,5000	6,1971
0,0300	0,0449	0,9820	0,4704	10,000	0,2150	0,3714	0,8515	3,5000	5,9255
0,0400	0,0603	0,9759	0,6414	10,000	0,2200	0,3819	0,8473	3,5000	5,6658
0,0500	0,0758	0,9697	0,8205	10,000	0,2250	0,3925	0,8430	3,5000	5,4170
0,0550	0,0836	0,9665	0,9133	10,000	0,2300	0,4033	0,8387	3,5000	5,1785
0,0600	0,0916	0,9634	1,0083	10,000	0,2350	0,4143	0,8343	3,5000	4,9496
0,0650	0,0995	0,9602	1,1056	10,000	0,2400	0,4253	0,8299	3,5000	4,7297
0,0700	0,1076	0,9570	1,2054	10,000	0,2450	0,4365	0,8254	3,5000	4,5181
0,0750	0,1156	0,9537	1,3077	10,000	0,2500	0,4479	0,8208	3,5000	4,3144
0,0800	0,1238	0,9505	1,4126	10,000	0,2509	0,4500	0,8200	3,5000	4,2778
0,0850	0,1320	0,9472	1,5203	10,000					
0,0900	0,1403	0,9439	1,6308	10,000					
0,0950	0,1485	0,9406	1,7444	10,000					
0,1000	0,1569	0,9372	1,8611	10,000					
0,1050	0,1654	0,9339	1,9810	10,000					
0,1100	0,1739	0,9305	2,1044	10,000					
0,1150	0,1824	0,9270	2,2314	10,000					
0,1200	0,1911	0,9236	2,3621	10,000					
0,1250	0,1998	0,9201	2,4967	10,000					
0,1300	0,2086	0,9166	2,6355	10,000					
0,1350	0,2175	0,9130	2,7786	10,000					
0,1400	0,2264	0,9094	2,9263	10,000					
0,1450	0,2354	0,9058	3,0787	10,000					
0,1500	0,2445	0,9022	3,2363	10,000					
0,1550	0,2536	0,8985	3,3391	10,000					
0,1600	0,2630	0,8948	3,5000	9,8104					
0,1650	0,2723	0,8911	3,5000	9,3531					
0,1700	0,2818	0,8873	3,5000	8,9222					
0,1750	0,2913	0,8835	3,5000	8,5154					
0,1800	0,3009	0,8796	3,5000	8,3106					
0,1850	0,3106	0,8757	3,5000	7,7662					
0,1900	0,3205	0,8718	3,5000	7,4204					
0,1950	0,3305	0,8678	3,5000	7,0919					
0,2000	0,3405	0,8638	3,5000	6,7793					

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 40 – Valores dos coeficientes k_x , k_y , k'_x e k'_y para os casos 1, 2 e 3.

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	k_x	k_y	k_x	k_y	k'_y	k'_x	k'_y	k_y
1,00	2,50	2,50	1,83	2,32	4,02	2,32	4,02	1,83
1,05	2,62	2,50	1,92	2,37	4,10	2,38	4,13	1,83
1,10	2,73	2,50	2,01	2,41	4,17	2,44	4,23	1,83
1,15	2,83	2,50	2,10	2,44	4,22	2,50	4,32	1,83
1,20	2,92	2,50	2,20	2,46	4,27	2,54	4,41	1,83
1,25	3,00	2,50	2,29	2,48	4,30	2,59	4,48	1,83
1,30	3,08	2,50	2,38	2,49	4,32	2,63	4,55	1,83
1,35	3,15	2,50	2,47	2,50	4,33	2,67	4,62	1,83
1,40	3,21	2,50	2,56	2,50	4,33	2,70	4,68	1,83
1,45	3,28	2,50	2,64	2,50	4,33	2,74	4,74	1,83
1,50	3,33	2,50	2,72	2,50	4,33	2,77	4,79	1,83
1,55	3,39	2,50	2,80	2,50	4,33	2,80	4,84	1,83

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 40 – Continuação.

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	k_x	k'_y	k_x	k_y	k'_y	k'_x	k'_y	k_y
1,60	3,44	2,50	2,87	2,50	4,33	2,82	4,89	1,83
1,65	3,48	2,50	2,93	2,50	4,33	2,85	4,93	1,83
1,70	3,53	2,50	2,99	2,50	4,33	2,87	4,97	1,83
1,75	3,57	2,50	3,05	2,50	4,33	2,89	5,01	1,83
1,80	3,61	2,50	3,10	2,50	4,33	2,92	5,05	1,83
1,85	3,65	2,50	3,15	2,50	4,33	2,94	5,09	1,83
1,90	3,68	2,50	3,20	2,50	4,33	2,96	5,12	1,83
1,95	3,72	2,50	3,25	2,50	4,33	2,97	5,15	1,83
2,00	3,75	2,50	3,29	2,50	4,33	2,99	5,18	1,83
∞	5,00	2,50	5,00	2,50	4,33	3,66	6,25	1,83

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 41 – Valores dos coeficientes k_x, k_y, k'_x e k'_y para os casos 4, 5 e 6.

λ	Caso 4				Caso 5		Caso 6	
	k_x	k'_x	k_y	k'_y	k_x	k'_y	k'_x	k_y
1,00	1,83	3,17	1,83	3,17	1,44	3,56	3,56	1,44
1,05	1,92	3,32	1,83	3,17	1,52	3,66	3,63	1,44
1,10	2,00	3,46	1,83	3,17	1,59	3,75	3,69	1,44
1,15	2,07	3,58	1,83	3,17	1,66	3,84	3,74	1,44
1,20	2,14	3,70	1,83	3,17	1,73	3,92	3,80	1,44
1,25	2,20	3,80	1,83	3,17	1,80	3,99	3,85	1,44
1,30	2,25	3,90	1,83	3,17	1,88	4,06	3,89	1,44
1,35	2,30	3,99	1,83	3,17	1,95	4,12	3,93	1,44
1,40	2,35	4,08	1,83	3,17	2,02	4,17	3,97	1,44
1,45	2,40	4,15	1,83	3,17	2,09	4,22	4,00	1,44
1,50	2,44	4,23	1,83	3,17	2,17	4,25	4,04	1,44
1,55	2,48	4,29	1,83	3,17	2,24	4,28	4,07	1,44
1,60	2,52	4,36	1,83	3,17	2,31	4,30	4,10	1,44

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 41 – Continuação.

λ	Caso 4				Caso 5		Caso 6	
	k_x	k'_x	k_y	k'_y	k_x	k'_y	k'_x	k_y
1,65	2,55	4,42	1,83	3,17	2,38	4,32	4,13	1,44
1,70	2,58	4,48	1,83	3,17	2,45	4,33	4,15	1,44
1,75	2,61	4,53	1,83	3,17	2,53	4,33	4,17	1,44
1,80	2,64	4,58	1,83	3,17	2,59	4,33	4,20	1,44
1,85	2,67	4,63	1,83	3,17	2,66	4,33	4,22	1,44
1,90	2,70	4,67	1,83	3,17	2,72	4,33	4,24	1,44
1,95	2,72	4,71	1,83	3,17	2,78	4,33	4,26	1,44
2,00	2,75	4,75	1,83	3,17	2,84	4,33	4,28	1,44
∞	3,66	6,33	1,83	3,17	5,00	4,33	5,00	1,44

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 42 – Valores dos coeficientes k_x, k_y, k'_x e k'_y para os casos 7, 8 e 9.

λ	Caso 7			Caso 8			Caso 9	
	k_x	k'_x	k'_y	k'_x	k_y	k'_y	k'_x	k'_y
1,00	1,44	2,50	3,03	3,03	1,44	2,50	2,50	2,50
1,05	1,52	2,63	3,08	3,12	1,44	2,50	2,62	2,50
1,10	1,59	2,75	3,11	3,21	1,44	2,50	2,73	2,50
1,15	1,66	2,88	3,14	3,29	1,44	2,50	2,83	2,50
1,20	1,73	3,00	3,16	3,36	1,44	2,50	2,92	2,50
1,25	1,80	3,13	3,17	3,42	1,44	2,50	3,00	2,50
1,30	1,88	3,25	3,17	3,48	1,44	2,50	3,08	2,50
1,35	1,94	3,36	3,17	3,54	1,44	2,50	3,15	2,50
1,40	2,00	3,47	3,17	3,59	1,44	2,50	3,21	2,50
1,45	2,06	3,57	3,17	3,64	1,44	2,50	3,28	2,50
1,50	2,11	3,66	3,17	3,69	1,44	2,50	3,33	2,50
1,55	2,16	3,75	3,17	3,73	1,44	2,50	3,39	2,50
1,60	2,21	3,83	3,17	3,77	1,44	2,50	3,44	2,50
1,65	2,25	3,90	3,17	3,81	1,44	2,50	3,48	2,50

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).

Quadro 42 – Continuação.

λ	Caso 7			Caso 8			Caso 9	
	k_x	k'_x	k'_y	k'_x	k_y	k'_y	k'_x	k'_y
1,70	2,30	3,98	3,17	3,84	1,44	2,50	3,53	2,50
1,75	2,33	4,04	3,17	3,87	1,44	2,50	3,57	2,50
1,80	2,37	4,11	3,17	3,90	1,44	2,50	3,61	2,50
1,85	2,40	4,17	3,17	3,93	1,44	2,50	3,65	2,50
1,90	2,44	4,21	3,17	3,96	1,44	2,50	3,68	2,50
1,95	2,47	4,28	3,17	3,99	1,44	2,50	3,72	2,50
2,00	2,50	4,33	3,17	4,01	1,44	2,50	3,75	2,50
∞	3,66	6,34	3,17	5,00	1,44	2,50	5,00	2,50

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2016).