

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

DIOGO HENRIQUE SOUZA FERRAZ

**OBTENÇÃO DE CAMPOS DE DESLOCAMENTOS E DEFORMAÇÕES ATRAVÉS
DE TÉCNICAS DE CORRELAÇÃO DE IMAGENS DIGITAIS**

MACEIÓ

2013

DIOGO HENRIQUE SOUZA FERRAZ

**OBTENÇÃO DE CAMPOS DE DESLOCAMENTOS E DEFORMAÇÕES ATRAVÉS
DE TÉCNICAS DE CORRELAÇÃO DE IMAGENS DIGITAIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. William Wagner Matos Lira
Co-orientador: Prof. Dr. Adeildo Soares Ramos Júnior

MACEIÓ

2013

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária Responsável: Fabiana Camargo dos Santos

F381o Ferraz, Diogo Henrique Souza.
Obtenção de campos de deslocamentos e deformações através de técnicas de correlação de imagens digitais / Diogo Henrique Souza Ferraz. – 2013.
113 f. : il.

Orientador: William Wagner Matos Lira.
Coorientador: Adeildo Soares Ramos Júnior.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil : Estruturas) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2013.

Bibliografia: f. 111-113.

1. Imagens digitais – Correlação. 2. Deslocamentos – Modelos computacionais. 3. Deformação – Modelos computacionais. 4. Processamento de imagens – Algoritmo. I. Título.

CDU: 624.044:004.94



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC
Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil – PPGEC



OBTENÇÃO DE CAMPOS DE DESLOCAMENTOS E DEFORMAÇÕES ATRAVÉS DE TÉCNICAS DE CORRELAÇÃO DE IMAGENS DIGITAIS

DIOGO HENRIQUE SOUZA FERRAZ

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 14 do mês de junho do ano de 2013.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. William Wagner Matos Lira
Orientador – CTEC/UFAL

Prof. Dr. Eduardo Nobre Lages
CTEC/UFAL

Prof. Dr. Alejandro César Frery Orgambide
IC/UFAL

Prof. Dr. Antônio Carlos de O. Miranda
UNB

Dedico este trabalho a minha mãe, Simone, ao meu Pai,
Alberto, a minha namorada, Pollyanna e ao meu irmão,
Igor, pela compreensão, apoio e incentivo durante todo o
seu desenvolvimento.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Alberto e Simone, pelo amor, apoio, incentivo, compreensão e carinho durante toda a minha vida.

Agradeço ao meu irmão, Igor, pelas conversas descontraídas quando surgia um tempo livre.

Agradeço a minha namorada, Pollyanna, por todo o apoio, amor e compreensão, durante todo o processo do mestrado.

Agradeço ao meu avô, Propício, e as minhas avós, Therezinha e Telma, por acreditarem na minha capacidade e por todo o apoio e incentivo.

Agradeço ao Professor William pela sua orientação, dedicação, disponibilidade e incentivo, no decorrer de toda minha formação que me deram base para a elaboração deste trabalho.

Agradeço aos Professores Adeildo Soares e Eduardo Nobre pela orientação e disponibilidade no decorrer de todo o curso de mestrado.

Agradeço ao Laboratório de Computação Científica e Visualização pela infraestrutura concedida, apoio financeiro e por ter contribuído com minha formação.

Agradeço a todos os integrantes do LCCV que contribuíram para este trabalho, seja nos momentos de convivência do grupo com conversas descontraídas ou com auxílio diretamente relacionado a este trabalho.

Agradeço ao Programa de Recursos Humanos da Agencia Nacional de Petróleo por ter financiado esta pesquisa e contribuído com minha formação através da extensão do curso com disciplinas voltadas a área de Petróleo e Gás.

É impossível para um homem aprender aquilo que ele
acha que já sabe.

Epíteto

RESUMO

Este trabalho apresenta uma ferramenta computacional para auxiliar na análise de campos de deslocamentos e deformações através de técnicas de correlação de imagens digitais (DIC) e consiste na avaliação de duas imagens em estágios diferentes de um determinado problema para a obtenção desses campos. Como na maioria das vezes os ensaios experimentais são realizados em modelos reduzidos, as instrumentações normalmente utilizadas podem afetar os resultados da análise. Então, técnicas não destrutivas como a DIC podem ser utilizadas como ferramentas de apoio a esses ensaios. Além disso, a DIC também é utilizada na análise de elementos com difícil acesso para a colocação da instrumentação convencional. Neste trabalho utiliza-se a técnica *Subset DIC Algorithm* que divide as imagens em várias sub-regiões e analisa os deslocamentos e as deformações para cada sub-região. Para a obtenção do campo de deslocamentos e deformações da imagem faz-se uma interpolação dos resultados obtidos em cada sub-região. Em seguida, são realizados testes para a validação da metodologia proposta através de quatro exemplos, inclusive fazendo comparações dos resultados com respostas analíticas, numéricas ou experimentais encontradas na literatura, em que, obtiveram-se respostas satisfatórias na obtenção dos campos de deslocamentos e deformações. Também são realizados dois estudos de caso sendo um sobre o ensaio de compressão triaxial e o outro sobre o ensaio de compressão diametral. Em ambos os estudos de caso é possível obter os campos de deslocamentos com erros satisfatórios.

Palavras-chave: Correlação de Imagens Digitais. Deslocamentos. Deformações.

ABSTRACT

This work presents a computational tool to support the evaluation of displacement and strain fields by using Digital Image Correlation (DIC) techniques. Two images, referring to different stages of the problem, are analyzed in order to measure these fields. As most often experimental tests are on small scale, the required tools may interfere with the analysis results. Therefore, non-destructive techniques as the DIC can be used as supporting tools for these tests. Besides, DIC is also used in situations when the access doesn't allow the proper positioning of the tool. The subset DIC algorithm is applied, which consists in splitting the images into subregions, in which the displacements and strains are evaluated. In order to obtain the unknown fields over the whole image, the results from each subregion are interpolated. Then, tests are performed to validate the proposed methodology through four examples, by comparing the results with analytical, numerical or experimental ones, presented in the literature, in which a good level of agreement is observed. Furthermore, two numerical examples are simulated, concerning a triaxial compression test and a diametral compression test. In both cases, the displacement values are obtained with minor errors.

Keywords: Digital Image Correlation. Displacements. Strains.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Método de pesquisa.....	25
Figura 2 – Configuração geral para medição de deformação 2D usando DIC.....	27
Figura 3 – Típico padrão pontual usado na DIC	28
Figura 4 – Ilustração das sub-regiões na imagem indeformada e deformada.	29
Figura 5 – Ilustração da sub-região na imagem e seu respectivo centro	30
Figura 6 – Padrão de intensidade sobre a superfície	31
Figura 7 – Corpo sofrendo deformação	31
Figura 8 – Ilustração de uma imagem de 8 bits. O número em cada célula representa o valor da intensidade de cada pixel.....	33
Figura 9 – Representação de um sub-pixel.....	34
Figura 10 – Identificação dos pixels por localização na imagem.....	38
Figura 11 – Pseudocódigo do algoritmo de Newton-Raphson	42
Figura 12 – Fluxograma representando o funcionamento da ferramenta computacional.	43
Figura 13 – a) Imagem colorida; b) Imagem em escala de cinza; e c) imagem em escala de cinza subdividida.....	44
Figura 14 – Fluxograma para a correlação da imagem digital	44
Figura 15 – Célula centralizada na imagem	49
Figura 16 – Imagem antes e depois da translação de dois pixels: a) Indeformada; b) Deformada.....	50
Figura 17 – Relação entre o erro absoluto dos parâmetros e o tamanho das células utilizando interpolação bilinear.....	51
Figura 18 – Relação entre o erro absoluto dos parâmetros e o tamanho das células utilizando interpolação bicúbica.....	51
Figura 19 – Deslocamento em x ao longo da linha central da célula de tamanho 33×33	52
Figura 20 – Modelo matemático utilizado no Exemplo 2	53
Figura 21 – Imagens antes e depois do deslocamento causado pela aplicação de uma força de tração de 10000 kN: a) indeformada; b) deformada	53
Figura 22 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto dos parâmetros de mapeamento (P) para o Exemplo 2	55
Figura 23 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto médio de deslocamento em x para o Exemplo 2.....	55

Figura 24 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto médio de deslocamento em y para o Exemplo 2.....	56
Figura 25 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da deformação em x para o Exemplo 2	57
Figura 26 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da deformação em y para o Exemplo 2	57
Figura 27 – Relação entre o tamanho da célula pelo erro absoluto de distorção para o Exemplo 2	58
Figura 28 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos em x para o Exemplo 2	58
Figura 29 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos em y para o Exemplo 2	59
Figura 30 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações em x para o Exemplo 2	59
Figura 31 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações em y para o Exemplo 2	60
Figura 32 – Isofaixas de cores representando o campo de distorção para o Exemplo 2	60
Figura 33 – Imagens antes e depois da aplicação dos parâmetros de mapeamento através da função de deslocamento em série de Taylor com termos de segunda ordem: a) indeformada; b) deformada	61
Figura 34 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto dos parâmetros de mapeamento para o Exemplo 3	62
Figura 35 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto médio de deslocamento em x para o Exemplo 3.....	62
Figura 36 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto médio de deslocamento em y para o Exemplo 3.....	63
Figura 37 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da deformação em x para o Exemplo 3	63
Figura 38 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da deformação em y para o Exemplo 3	64
Figura 39 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da distorção para o Exemplo 3	65
Figura 40 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto dos parâmetros de mapeamento para o Exemplo 3	66

Figura 41 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto do deslocamento em x para o Exemplo 3	66
Figura 42 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto do deslocamento em y para o Exemplo 3	67
Figura 43 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto da deformação em x para o Exemplo 3	67
Figura 44 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto da deformação em y para o Exemplo 3	68
Figura 45 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto da distorção para o Exemplo 3	68
Figura 46 – Modelo matemático utilizado no Exemplo 4	69
Figura 47 – Imagens antes e depois do deslocamento causado pela aplicação do momento fletor de 700 <i>kN.m</i> : a) indeformada; b) deformada.....	70
Figura 48 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo dos deslocamentos em x (<i>u</i>) para o Exemplo 4.....	70
Figura 49 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo dos deslocamentos em y (<i>v</i>) para o Exemplo 4.....	71
Figura 50 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo das deformações em x (<i>E_{xx}</i>) para o Exemplo 4.....	71
Figura 51 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo das deformações em y (<i>E_{yy}</i>) para o Exemplo 4.....	72
Figura 52 - Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto das distorções (<i>E_{xy}</i>) para o Exemplo 4	72
Figura 53 – Ilustração do grid com os pontos a serem percorridos pela célula dentro da imagem	74
Figura 54 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos na direção x (<i>u_x</i>) para o Exemplo 4.....	74
Figura 55 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos na direção y (<i>u_y</i>) para o Exemplo 4.....	75
Figura 56 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações na direção x (<i>E_{xx}</i>) para o Exemplo 4.....	75
Figura 57 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações na direção y (<i>E_{yy}</i>) para o Exemplo 4.....	76

Figura 58 – Isofaixas de cores representando o campo de distorção (E_{xy}) para o Exemplo 4	76
Figura 59 – Ilustração do sistema petrolífero do Pré-sal	79
Figura 60 – Esquema da câmara de ensaio triaxial	80
Figura 61 – Esquema utilizado para o ensaio de compressão triaxial	81
Figura 62 – Disco circular sujeito a uma carga distribuída	82
Figura 63 – Imagem antes e depois do deslocamento causado pela aplicação da carga distribuída de 5.000 kN/m^2 : a) indeformada; b) deformada	85
Figura 64 – Pontos de controle utilizados para o cálculo dos deslocamentos e deformações..	85
Figura 65 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto dos deslocamentos em $x (u)$	86
Figura 66 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto dos deslocamentos em $y (v)$	86
Figura 67 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo dos deslocamentos em $x (u)$	87
Figura 68 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo dos deslocamentos em $y (v)$	88
Figura 69 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo das deformações em $x (E_{xx})$	88
Figura 70 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo das deformações em $y (E_{yy})$	89
Figura 71 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo da deformação principal 1 (E_{11})	89
Figura 72 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo da deformação principal 2 (E_{22})	90
Figura 73 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da distorção (E_{xy})	90
Figura 74 – Relação entre a posição do centro da célula e o erro relativo de deslocamento em $x (u)$	91
Figura 75 – Relação entre a posição do centro da célula e o erro relativo de deslocamento em $y (v)$	92
Figura 76 – Relação entre a posição do centro da célula e o erro relativo da deformação em $x (E_{xx})$	92

Figura 77 – Relação entre a posição do centro da célula e o erro relativo da deformação em y (E_{yy})	93
Figura 78 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos obtido pela ferramenta desenvolvida em x (u_x).....	93
Figura 79 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos obtido pela ferramenta desenvolvida em y (u_y).....	94
Figura 80 – Isofaixas de cores representando o campo de deformação obtido pela ferramenta desenvolvida em x (E_{xx}).....	94
Figura 81 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações obtido pela ferramenta desenvolvida em y (E_{yy})	95
Figura 82 – Isofaixas de cores representando a distorção (E_{xy}) obtida pela ferramenta desenvolvida.....	95
Figura 83 – Ilustração esquemática do ensaio de compressão diametral	96
Figura 84 – Esquema utilizado para o ensaio de compressão diametral	97
Figura 85 – Disco circular sujeito a uma carga concentrada.....	98
Figura 86 – Imagem antes e depois do deslocamento causado pela aplicação da carga concentrada de 500.000 kN: a) indeformada; b) deformada.....	100
Figura 87 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo de deslocamentos em x (u)	101
Figura 88 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo dos deslocamentos em y (v)	101
Figura 89 - Comparação entre a solução analítica e a resposta encontrada pela simulação através da ferramenta desenvolvida para o deslocamento em x (u).....	103
Figura 90 - Comparação entre a solução analítica e a resposta encontrada pela simulação através da ferramenta desenvolvida para o deslocamento em y (v).....	103
Figura 91 – Comparação entre a solução analítica e a resposta encontrada pela simulação através da ferramenta desenvolvida para a deformação em x (E_{xx}).....	104
Figura 92 - Comparação entre a solução analítica e a resposta encontrada pela simulação através da ferramenta desenvolvida para a deformação em y (E_{yy}).....	104
Figura 93 - Comparação entre a solução analítica e a resposta encontrada pela simulação através da ferramenta desenvolvida para a distorção (E_{xy}).....	105
Figura 94 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos obtido pela ferramenta desenvolvida na direção x (u_x)	106

Figura 95 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos obtido pela ferramenta desenvolvida na direção y (u_y)	106
Figura 96 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações obtido pela ferramenta desenvolvida na direção x (E_{xx})	107
Figura 97 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações obtido pela ferramenta desenvolvida na direção y (E_{yy})	107
Figura 98 – Isofaixas de cores representando o campo de distorção obtida pela ferramenta desenvolvida (E_{xy})	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados utilizados para a elaboração dos exemplos.....	48
Tabela 2 – Parâmetros de mapeamento aplicados para obtenção da imagem deformada.....	50
Tabela 3 – Dados utilizados no Exemplo 2.....	53
Tabela 4 – Parâmetros de mapeamento obtidos pela ferramenta desenvolvida.....	56
Tabela 5 – Parâmetros de mapeamento aplicados para obtenção da imagem deformada.....	61
Tabela 6 – Parâmetros de mapeamento encontrados.....	64
Tabela 7 – Dados utilizados no Exemplo 4.....	69
Tabela 8 – Quadro com os erros relativos encontrados para deslocamentos, deformações e distorções nos exemplos deste capítulo.....	77
Tabela 9 – Dados utilizados para a simulação do ensaio de compressão triaxial.....	84
Tabela 10 – Dados utilizados para a simulação do ensaio de compressão diametral.....	99

LISTA DE SÍMBOLOS

m, n	Números inteiros
f	Função da intensidade em escala de cinza da imagem indeformada
g	Função da intensidade em escala de cinza da imagem deformada
x, y, z	Coordenadas na imagem indeformada
$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$	Coordenadas na imagem deformada
AB	Pequeno segmento de reta na imagem indeformada
$\tilde{A}\tilde{B}$	Pequeno segmento de reta na imagem deformada
u, v	Componentes de deslocamento de um ponto arbitrário no plano
$dx, dy, d\tilde{x}, d\tilde{y}$	Deslocamento infinitesimal nas imagens indeformadas e deformadas
$\partial u, \partial v$	Gradientes de deslocamento
i, j	Representação da localização de um pixel
\mathbf{P}	Vetor com os parâmetros de mapeamento da Correlação de Imagens Digitais
$\Delta x, \Delta y$	Distância entre as coordenadas x e y de dois pontos
h, t	Distância relativa para o pixel de coordenadas i, j
C	Função objetivo do método de Newton-Raphson
S	Conjunto de pontos de um subconjunto de pixels
S_p	Ponto qualquer dentro do subconjunto de pixels

α_{mn}	Constantes a serem determinadas nos métodos de interpolação
g^A, g^B, g^C, g^D	Valores das intensidades dos quatro pixels adjacentes a um sub-pixel
$g_x^A, g_x^B, g_x^C, g_x^D, g_y^A, g_y^B, g_y^C, g_y^D$	Valores das primeiras derivadas dos quatro pixels adjacentes a um sub-pixel
$g_{xy}^A, g_{xy}^B, g_{xy}^C, g_{xy}^D$	Valores das derivadas cruzadas dos quatro pixels adjacentes a um sub-pixel
M, N	Dimensões de uma imagem ou célula qualquer
χ	Parâmetro adicional de mapeamento para a interpolação bicúbica
F	Função que representa os mínimos quadrados
f	Função vetorial que será minimizada por mínimos quadrados
x^*	Ponto de mínimo local para F
h_n	Direção de busca do Método de Newton
H	Matriz Hessiana
x_0	Chute inicial para o Método de Minimização
e_i	Vetor com um único valor unitário e os demais valores nulos
x_{new}	Novo valor de x para a próxima iteração
$\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_j}$	Componente da Matriz Hessiana
l	Expansão em série de Taylor da função f
L	Expansão em série de Taylor da função F
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	Tolerâncias utilizadas nos critérios de convergência do Método

	de Newton-Raphson
k	Número de iterações corrente do Método de Newton-Raphson
k_{max}	Número de iterações máximo do Método de Newton-Raphson
lim	Contador de entradas referente à tolerância ε_2 do Método de Newton-Raphson
lim_{max}	Numéro máximo de entradas referente à tolerância ε_2 do Método de Newton-Raphson
E_{xx}, E_{yy}, E_{xy}	Deformação na direção x, y e o seu termo cruzado
E_{11}, E_{22}	Deformações principais
u_x, u_y	Deslocamento na direção x e y
E	Módulo de elasticidade
ν	Coefficiente de Poisson
T	Tração utilizada no Exemplo 2
M	Momento fletor utilizado no Exemplo 4
p	Carga distribuída utilizada no problema de compressão triaxial
P	Carga concentrada utilizada no problema de compressão diametral
I	Momento de inércia
σ_c, σ_{axial}	Tensão confinante e tensão axial do problema de compressão triaxial
u_r, u_θ	Deslocamentos em coordenadas polares nas direções de r e θ
σ_r, σ_θ	Tensões nas direções de r e θ

ρ	Parâmetro utilizado na equação de deslocamento para a compressão triaxial e para a compressão diametral
r	Distância entre o centro do disco e um ponto qualquer do disco
θ	Ângulo horário formado entre o eixo y e a reta que passa pelo centro e um ponto qualquer do disco
$P1, P2, P3, P4$	Pontos de controle utilizados para o cálculo dos deslocamentos e deformações
R	Raio do disco

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	21
1.1 Objetivos e Justificativas	23
1.2 Delimitações do Trabalho	24
1.3 Método de Pesquisa	25
1.4 Estrutura da Dissertação	26
2 CORRELAÇÃO DE IMAGEM DIGITAL.....	27
2.1 Algoritmo de Correlação.....	29
2.2 Métodos de Interpolação.....	35
2.2.1 Interpolação Bilinear.....	35
2.2.2 Interpolação Bicúbica.....	36
2.3 Método de Minimização.....	39
3 ASPECTOS COMPUTACIONAIS	43
4 EXEMPLOS PARA VERIFICAÇÃO DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDA	48
4.1 Obtenção da Imagem Deformada	49
4.2 Exemplo 1: Translação nas Direções Horizontal e Vertical	50
4.3 Exemplo 2: Tensão Uniaxial	53
4.4 Exemplo 3: Aplicação de Deslocamento através de Função em Série de Taylor com Termos de Segunda Ordem	61
4.5 Exemplo 4: Flexão Pura	69
4.6 Considerações Sobre os Resultados	77
5 ESTUDOS DE CASO.....	79
5.1 Ensaio de Compressão Triaxial.....	79
5.1.1 Modelo Matemático Utilizado	81

5.1.2 Modelo Computacional Adotado	84
5.1.3 Resultados Obtidos	85
5.2 Ensaio de Compressão Diametral	96
5.2.1 Modelo Matemático Utilizado	97
5.2.2 Modelo Computacional Adotado	99
5.2.3 Resultados Obtidos	100
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	109
REFERÊNCIAS	111

1 INTRODUÇÃO

Vários estudos têm sido realizados para aperfeiçoar técnicas que possam fornecer resultados precisos para problemas de análise de tensões e deformações. Dentre os meios existentes para realizar estes tipos de estudos, encontra-se a análise experimental, que utiliza diversos sensores, baseados em diferentes princípios físicos (mecânico, elétrico, óptico, entre outros), através dos quais se podem medir deformações (ASSIS, 2007).

A precisão desses sensores pode variar com a temperatura, a característica do material, a sua montagem sobre o objeto de análise, entre outros. Por exemplo, em um estudo de compressão de um disco os erros encontrados na obtenção das tensões são de até 6,78%, devido a uma inclinação na instalação do sensor (VISHAY PRECISION GROUP, 2013).

A análise experimental pode ser utilizada tanto para problemas em escala real como em escala reduzida. No entanto, muitas vezes é necessária uma redução brusca do modelo real para o modelo reduzido em escala e a utilização dos equipamentos tradicionais no ensaio pode acarretar em uma alteração dos resultados.

Para evitar esse tipo de erro, podem-se utilizar métodos que não possuam contato com o elemento estudado, como, por exemplo, técnicas de processamento e correlação de imagens digitais (*Digital Image Correlation* – DIC). Além disso, a DIC também é utilizada em elementos com difícil acesso para a colocação da instrumentação convencional ou quando não existe uma ferramenta adequada para a obtenção de determinados tipos de dados.

O princípio da DIC é correlacionar duas imagens da superfície de um elemento que se deseja analisar e obter grandezas físicas referentes a esse elemento, como, por exemplo, deslocamento, deformação e velocidade. Isso é feito através da inspeção das imagens captadas do elemento de estudo em estágios diferentes de um determinado ensaio ou problema de engenharia. Essas imagens são capturadas por uma câmera e, então, processadas por computadores através de algoritmos de correlação de imagem. Esses algoritmos são baseados em um método de minimização que tem a função de encontrar a melhor correlação entre as imagens utilizadas. Para isso, é necessária a utilização de técnicas de interpolação que são responsáveis pelo processamento de regiões entre pixels, ou seja, pontos que não possuem intensidade definida diretamente na imagem (sub-pixel). Ao contrário de outras técnicas ópticas, DIC também pode ser usada nas medições *in situ* (CHEN; JIN; MENG, 2007). Além

disso, as técnicas de correlação de imagens digitais necessitam apenas de algumas câmeras e um computador para a realização das análises, o que pode ser um benefício econômico em relação à instrumentação normalmente utilizada para este fim como, por exemplo, os sensores elétricos (*strain gages*) e ópticos que podem ser encontrados no trabalho de Assis (2007).

Com o desenvolvimento dos computadores pessoais e o progresso das técnicas de aquisição, armazenamento e visualização de imagens e dos algoritmos e softwares, os cientistas vêm utilizando as técnicas de processamento e correlação de imagens digitais em diversas áreas como uma ferramenta de auxílio à análise do problema correspondente (CHERMANT, 2001).

Segundo Lu e Cary (2000), as técnicas de correlação de imagens já foram estabelecidas como um método não invasivo e efetivo de medição de deformações. A utilização de técnicas de correlação de imagem teve início com Peters e Ranson (1982) para a análise de tensões. Em seguida, Chu, Ranson e Sutton (1985) aplicaram essas técnicas na mecânica experimental, conseguindo uma boa precisão na determinação de movimentos de corpo rígido. Sutton et al. (1991) criaram a representação de campo completo de deformação discretamente amostrada, melhorando a precisão do método para a análise de tensões. Alguns anos depois Lu e Cary (2000) buscaram, como forma de melhoria de resultados, o acréscimo dos gradientes de deslocamento de segunda ordem ao método. Já Cheng et al. (2002) e Su e Anand (2003) criaram um novo algoritmo de correlação, com as funções de interpolação utilizadas para o cálculo do campo de deformação diferentes e obtiveram bons resultados. Mais recentemente, Chen, Jin e Meng (2007) aplicaram a correlação de imagens para análise de tensões em estruturas e Jurjo (2007) desenvolveu uma ferramenta para a medição de deslocamentos em estruturas utilizando um sistema de visão computacional. Menezes Jr. (2008) fez uma análise dinâmica de *risers* de produção de petróleo através de técnicas de processamento de imagens digitais. Para obtenção de respostas mais rápidas, um método de correlação de imagens digitais para medição de deformação foi proposto por Pan e Li (2011), diminuindo em cerca de 120 a 200 vezes o tempo de processamento em relação ao algoritmo de correlação de imagem convencional.

A técnica de correlação de imagem digital também é utilizada em outros campos da engenharia. Shen (2009) propôs um método para produção e extração de propriedades de fratura coesiva usando elementos finitos e correlação de imagem digital em compósitos cimentícios reforçados por fibras funcionalmente gradadas. Amarante (2010) apresentou um

estudo da estática e dinâmica de linhas, sob a configuração de catenária, através da identificação geométrica, processamento e análise de imagens digitais, a partir da concepção e realização de experimentos físicos em uma linha flexível monitorada com o uso de câmeras digitais. Gain (2010) propôs uma técnica híbrida para extrair as propriedades de fratura coesiva de materiais elasto-plásticos através da análise inversa e da correlação de imagem digital.

Algumas técnicas semelhantes à DIC vêm sendo estudadas na área de reconhecimento de faces e de correspondência entre imagens (*Image Matching*), uma dessas técnicas, conhecida como *Affine Scale Invariant Feature Transform - ASIFT* pode ser encontrada no trabalho de Morel e Yu (2011).

Também existem alguns softwares comerciais que utilizam a DIC para a obtenção de deslocamentos e deformações, por exemplo, o Matlab (HANSELMAN; LITTLEFIELD, 2002) através dos pacotes *Image Processing Toolbox* e o *Optimization Toolbox*.

Como este trabalho está iniciando uma nova linha de pesquisa no PPGEC, a ideia é reproduzir uma ferramenta computacional que já exista na literatura para que ela possa ser aperfeiçoada em trabalhos futuros.

1.1 Objetivos e Justificativas

O objetivo deste trabalho consiste, principalmente, no desenvolvimento de uma ferramenta computacional para auxiliar na solução de problemas de análise de tensões e deformações através de técnicas de correlação de imagens digitais. Dentre a grande quantidade de grandezas físicas que se pode determinar a partir da correlação de imagens digitais, a ferramenta aqui proposta consiste em calcular campos de deslocamentos e deformações.

O estudo de conceitos, formulações e técnicas de processamento e correlação de imagens digitais serve de base teórica para o desenvolvimento da ferramenta computacional, especificamente no estudo dos algoritmos de DIC para o cálculo de deslocamentos e deformações. Esses algoritmos utilizam, dentro do seu escopo, métodos de minimização e interpolação, existindo assim, a necessidade de estudar esses métodos para que eles também sejam incorporados à ferramenta computacional proposta.

Desta forma, o trabalho tem os seguintes objetivos específicos:

- 1) Desenvolver uma ferramenta computacional que envolva o algoritmo e os métodos dos itens anteriores;
- 2) Realizar testes para validar a ferramenta desenvolvida e apontar a sua aplicabilidade;
- 3) Realizar dois estudos de caso sobre problemas de engenharia utilizando a ferramenta desenvolvida, sendo o primeiro sobre o ensaio de compressão triaxial e o segundo sobre o ensaio de compressão diametral.

E para alcançar os objetivos do trabalho as seguintes metas devem ser alcançadas:

- 1) Estudar conceitos, formulações e técnicas de processamento e correlação de imagens digitais;
- 2) Estudar um algoritmo de correlação de imagens digitais para o cálculo de deslocamentos e deformações;
- 3) Estudar métodos de minimização e interpolação utilizados no algoritmo de correlação de imagens digitais;

Nesta direção, a utilização de uma ferramenta computacional para auxiliar na solução de problemas de engenharia através de técnicas de correlação de imagens digitais é interessante, pois a correlação de imagens digitais é uma técnica não destrutiva, ou seja, técnica que não requer contato com o objeto de análise, e é mais econômica do que a realização de ensaios experimentais convencionais, além disso, pode ser utilizada “*in loco*” e também em locais de difícil acesso.

Outra contribuição importante é a criação de uma nova área de pesquisa no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas, já que este é o primeiro trabalho desenvolvido utilizando técnicas de correlação de imagens digitais.

1.2 Delimitações do Trabalho

O trabalho em questão tem como foco o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para a análise de problemas que tenham como incógnitas, deslocamentos e

deformações, através da DIC, limitando-se a etapa de análise das imagens e tendo como resposta os campos de deslocamentos e deformações obtidos entre as imagens fornecidas.

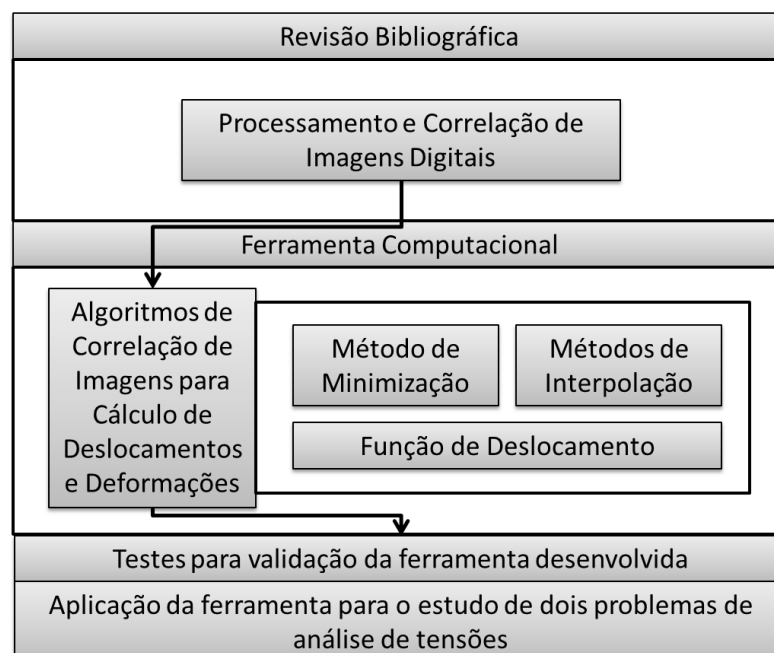
Sendo assim, o processamento de imagens, a calibração da câmera para obtenção das imagens e a captura das imagens não são foco do trabalho, pois se trata de um primeiro trabalho no PPGEC nessa linha de pesquisa, além disso, não houve tempo para abordar essas etapas no trabalho. Desta forma, assume-se que todas essas etapas são realizadas, anteriormente, para que os objetivos propostos sejam alcançados.

Também não é feito nenhum estudo para saber qual o melhor valor aproximado de deslocamento para os casos em que não existam respostas analíticas ou experimentais para comparação.

1.3 Método de Pesquisa

De acordo com os objetivos gerais e específicos apresentados, o método de pesquisa utilizado no trabalho pode ser visto na Figura 1. Inicialmente, é realizada uma revisão bibliográfica sobre processamento e correlação de imagens digitais. Nessa etapa são estudados conceitos, formulações e técnicas de processamento e correlação de imagens digitais.

Figura 1 – Método de pesquisa



Fonte: Autor (2013).

Na sequência é realizado um estudo sobre um algoritmo de correlação de imagens digitais para cálculo de deslocamentos e deformações, além do método de minimização e das técnicas de interpolação utilizadas neste algoritmo, ou seja, o método de Newton-Raphson e as interpolações bicúbica e bilinear, respectivamente. Também é adotada uma função baseada na série de Taylor para representar o campo de deslocamentos. Em seguida, uma ferramenta computacional é desenvolvida com base em uma técnica de correlação de imagens digitais para o cálculo de deslocamentos e deformações. Essa técnica de correlação de imagens é conhecida como, *SubSet DIC Algorithm*, e consiste na obtenção de campos de deslocamentos e de deformações a partir de imagens capturadas em diferentes estágios de um problema. As imagens são divididas em sub-regiões e os campos de deslocamentos e de deformações são determinados, separadamente, para cada sub-região.

Após esta etapa, é realizada uma validação da ferramenta desenvolvida através da comparação entre as respostas obtidas pela ferramenta e as respostas analíticas, numéricas ou experimentais encontradas na literatura. Por fim, são realizados dois estudos de caso: o primeiro é um ensaio de compressão triaxial e o segundo é um ensaio de compressão diametral. Em ambos os problemas são obtidos os campos de deslocamentos e deformações.

1.4 Estrutura da Dissertação

Esta seção apresenta a estrutura da dissertação através de uma síntese de cada capítulo.

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica do trabalho, em que são abordados conceitos e técnicas sobre correlação de imagens digitais, incluindo os principais métodos de interpolação e o método de minimização utilizado. No Capítulo 3 encontram-se os aspectos computacionais do trabalho, incluindo a descrição da ferramenta computacional desenvolvida e as considerações adotadas para sua implementação. Em seguida, o Capítulo 4 apresenta testes de verificação da ferramenta desenvolvida, mostrando a comparação das respostas obtidas pela ferramenta com soluções analíticas e numéricas encontradas na literatura. Posteriormente, o Capítulo 5 apresenta estudos de caso baseados nos ensaios de compressão triaxial e compressão diametral com o intuito de encontrar os campos de deformação e deslocamento desses problemas. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as considerações finais do trabalho.

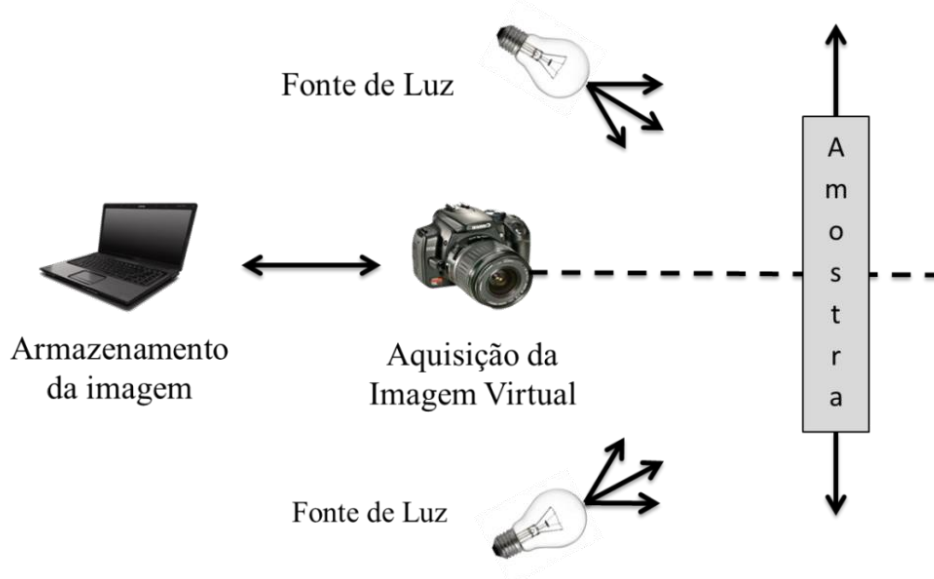
2 CORRELAÇÃO DE IMAGEM DIGITAL

Neste capítulo, o algoritmo de DIC utilizado para a obtenção dos campos de deslocamentos e deformações é descrito em detalhes. Também são explicadas as principais técnicas de interpolação e o método de minimização utilizado pelo algoritmo, incluindo as suas formulações e suas principais características. Além disso, é mostrada a função utilizada no trabalho para representar o campo de deslocamentos. Este capítulo é baseado nos trabalhos de Gain (2010) e Shen (2009).

A correlação de imagem digital é uma técnica óptica não destrutiva capaz de medir grandezas físicas, como por exemplo, deslocamentos, deformações, velocidades. Ao longo dos anos, com o rápido avanço da visão computacional, o preço acessível e o maior poder dos dispositivos de aquisição de imagem, a Correlação de Imagem Digital vem ganhando popularidade entre os pesquisadores em diferentes áreas (SHEN, 2009). Imagens capturadas antes e depois da deformação são correlacionadas para a obtenção dessas grandezas físicas (GAIN, 2010).

A Figura 2 mostra a configuração geral da técnica de correlação de imagens digitais (DIC) para a obtenção de grandezas físicas relacionadas ao problema que se deseja estudar. Essa configuração sem contato com o elemento de estudo independe do tipo de experimento que se está analisando.

Figura 2 – Configuração geral para medição de deformação 2D usando DIC

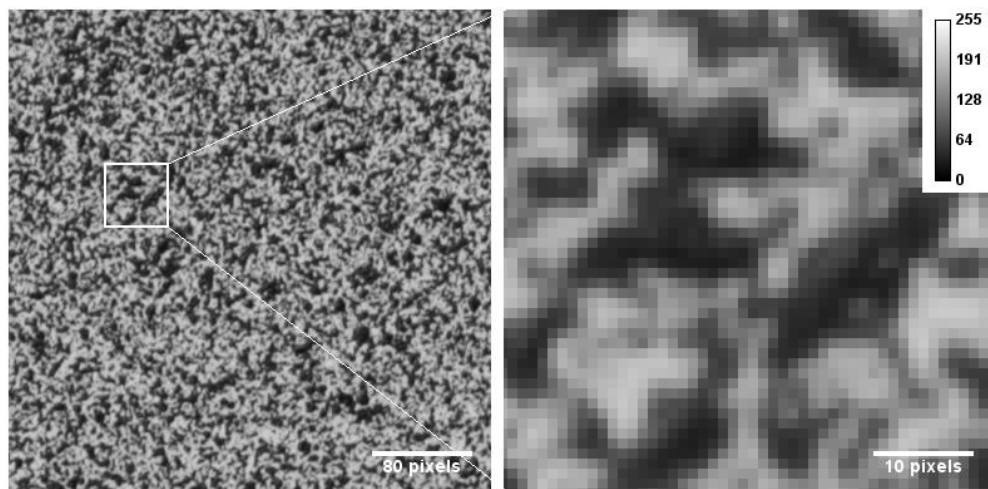


Fonte: Adaptado de Gain (2010)

Pode ser observada na Figura 2 a presença de uma fonte de luz para manter a iluminação do ambiente constante e evitar erros devido a iluminação, uma câmera responsável pela aquisição das imagens antes e depois do deslocamento e um computador para armazenar as imagens e fazer a correlação entre elas utilizando um algoritmo responsável pela obtenção das suas grandezas físicas, como os deslocamentos e deformações. Percebe-se também que o ângulo entre o elemento de estudo (amostra) e a câmera não podem variar para evitar a obtenção de imagens já deformadas da amostra. O algoritmo responsável pela obtenção de deslocamentos e deformações será o foco do trabalho.

A primeira etapa da técnica de correlação de imagens digitais é a escolha de um padrão de superfície que deve ser aplicado ao longo da amostra. O tipo de imagem mais popular utilizado no DIC como um padrão de superfície é a imagem em escala de cinza com pontos randômicos, também conhecidos como padrão pontual. A imagem em escala de cinza pode ser de 8, 12 ou 32 bits, dependendo do dispositivo de aquisição da imagem. O tamanho dos pontos randômicos é, geralmente, bem pequeno. Esses pontos podem ser pretos em um fundo branco ou vice e versa. A Figura 3 mostra um típico padrão pontual onde os pontos são pretos. Usualmente o padrão pontual é gerado por tinta branca com posterior aplicação de *spray* preto. Esse padrão deve permitir o acompanhamento da deformação da amostra. A técnica usada para gerar o padrão de superfície depende do material da amostra e da escala em que o teste é realizado.

Figura 3 – Típico padrão pontual usado na DIC

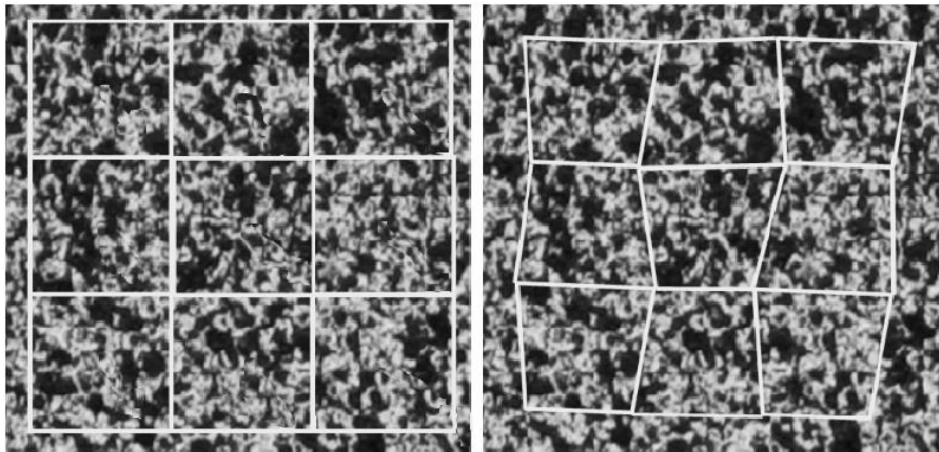


Fonte: Shen (2009).

Uma câmera digital é utilizada para fotografar a superfície antes e depois da deformação. A nitidez da imagem afeta o deslocamento obtido através do DIC e,

consequentemente, as demais grandezas físicas que serão calculadas posteriormente. As imagens digitais contêm intensidades de medida para cada localização de pixel. A ideia básica de DIC é a comparação entre as intensidades das sub-regiões (conjunto de pixels) das imagens indeformadas e deformadas (deve-se assumir que a intensidade da luz não altera ou altera uniformemente durante o experimento, caso a alteração da intensidade não seja uniforme pode não haver correlação entre as imagens). A Figura 4 ilustra essas sub-regiões.

Figura 4 – Ilustração das sub-regiões na imagem indeformada e deformada.



Fonte: Adaptado de Shen (2009).

O algoritmo de DIC procura pela correspondência um para um dos pixels em ambas as imagens, combinando todas as intensidades dos pixels em uma área da imagem indeformada e buscando pela correspondência em uma área na imagem deformada. Essa correspondência pode ser só deslocamentos ou uma combinação de deslocamentos e seus gradientes.

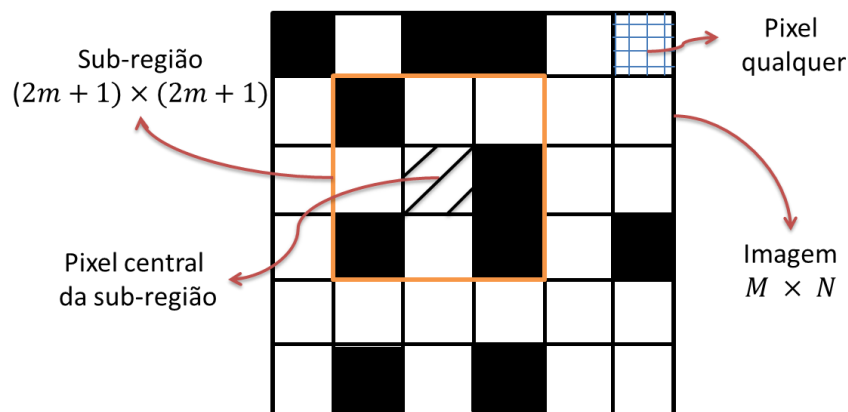
2.1 Algoritmo de Correlação

Existem diversos algoritmos de correlação de imagens digitais (SHEN, 2009), (PAN; LI, 2011), (LU; CARY, 2000) sendo a principal variação entre eles a forma como as grandezas físicas são obtidas, ou seja, se é utilizada uma única região para análise ou se são utilizadas várias regiões. O *Full Field DIC Algorithm*, proposto por Shen (2009), faz uma análise de campo completo de deformação e utiliza uma única região de interesse para a análise. Esse algoritmo possui como desvantagem a necessidade de utilização de uma função de deslocamento mais complexa para mapear grandezas não homogêneas. Em uma região de fratura, o deslocamento, por exemplo, será diferente das demais regiões.

Já o algoritmo que é utilizado neste trabalho, o *SubSet DIC Algorithm*, encontrado em Shen (2009) utiliza várias sub-regiões para a obtenção do campo de deslocamentos. A vantagem é a capacidade de mapeamento de deslocamentos não homogêneos sem a necessidade de utilizar funções de deslocamentos complexas, e sua principal desvantagem é que as grandezas físicas são independentes para cada sub-região. Mas isso pode ser resolvido fazendo-se uma interpolação das grandezas encontradas em cada região. Nesta Seção, o *Subset DIC Algorithm* é descrito em detalhes.

Inicialmente, uma grade de pontos (sub-região) é selecionada na imagem indeformada. Uma sub-região é um conjunto de pixels com um nó pré-selecionado no seu centro. Normalmente esta sub-região é um quadrado de $(2m + 1) \times (2m + 1)$ pixels, em que m é um número inteiro. A utilização de uma região de dimensão ímpar pode ser explicada porque dessa forma o centro é um pixel (ver Figura 5).

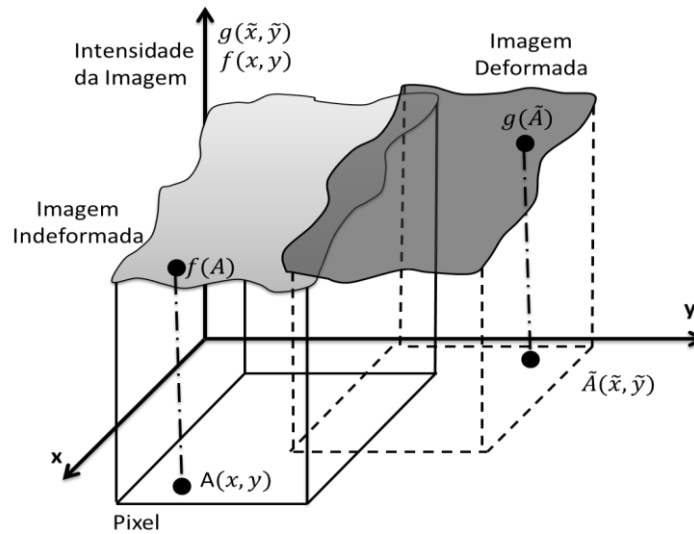
Figura 5 – Ilustração da sub-região na imagem e seu respectivo centro



Fonte: Autor (2013).

Como já mencionado anteriormente, as técnicas de DIC utilizam o padrão de intensidade refletido pela superfície da amostra antes e depois da deformação para medir campos de deslocamentos. Então, consideram-se $f(x, y)$ e $g(\tilde{x}, \tilde{y})$ as respectivas intensidades em escala de cinza, onde x, y e \tilde{x}, \tilde{y} referem-se às coordenadas do sistema antes e depois da deformação, respectivamente. A DIC parte do princípio que a intensidade relativa da luz da superfície da amostra não muda ou muda uniformemente durante a deformação, como mostra a Figura 2.5. Nesse caso $f(x, y)$ e $g(\tilde{x}, \tilde{y})$ são idênticas, pois em posições diferentes $A(x, y)$ e $A(\tilde{x}, \tilde{y})$, a intensidade de cor, $f(x, y)$ e $g(\tilde{x}, \tilde{y})$, é a mesma.

Figura 6 – Padrão de intensidade sobre a superfície



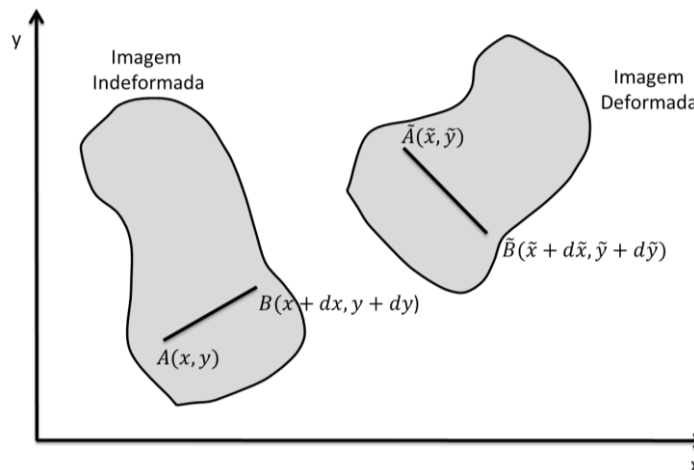
Fonte: Adaptado de Gain (2010).

Considerando o objeto da Figura 7, tem-se que $AB(dx, dy)$ é um pequeno segmento de reta diferencial. Pelo princípio da mecânica do contínuo, após a deformação, AB permanecerá um pequeno segmento de reta diferencial $\tilde{A}\tilde{B}(d\tilde{x}, d\tilde{y})$. Se (u, v) representam os componentes de deslocamento de um ponto arbitrário no plano e A e B estão localizados em (x, y) e $(x + dx, y + dy)$, respectivamente, então, após a deformação, os pontos A e B se movem para \tilde{A} e \tilde{B} com posições:

$$\tilde{A} \equiv (\tilde{x}, \tilde{y}) = (x + u(A), y + v(A)) \quad (1)$$

$$\tilde{B} \equiv (\tilde{x} + d\tilde{x}, \tilde{y} + d\tilde{y}) = (x + dx + u(B), y + dy + v(B)) \quad (2)$$

Figura 7 – Corpo sofrendo deformação



Fonte: Adaptado de Gain (2010).

Expandindo a função deslocamento sobre o ponto A em série de Taylor e truncando nos termos de primeira ordem, obtém-se:

$$u(B) \cong u(A) + \frac{\partial u(A)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u(A)}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(A)}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(A)}{\partial y^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^2 u(A)}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y \quad (3)$$

$$v(B) \cong v(A) + \frac{\partial v(A)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v(A)}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v(A)}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v(A)}{\partial y^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^2 v(A)}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y \quad (4)$$

A partir das Equações (3) e (4), os comprimentos deformados $d\tilde{x}, d\tilde{y}$ podem ser expressos como:

$$d\tilde{x} \cong \left(1 + \frac{\partial u(A)}{\partial x}\right) \Delta x + \frac{\partial u(A)}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(A)}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(A)}{\partial y^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^2 u(A)}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y \quad (5)$$

$$d\tilde{y} \cong \frac{\partial v(A)}{\partial x} \Delta x + \left(1 + \frac{\partial v(A)}{\partial y}\right) \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v(A)}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v(A)}{\partial y^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^2 v(A)}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y \quad (6)$$

Assim, pode-se mostrar que a posição deformada \tilde{B} do ponto B é dada por:

$$x_{\tilde{B}} = x + dx + u(B) = x_B + u(A) + \frac{\partial u(A)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u(A)}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(A)}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(A)}{\partial y^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^2 u(A)}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y \quad (7)$$

$$y_{\tilde{B}} = y + dy + v(B) = y_B + v(A) + \frac{\partial v(A)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v(A)}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v(A)}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v(A)}{\partial y^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^2 v(A)}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y \quad (8)$$

Considerando a posição de um ponto qualquer na imagem indeformada sendo (x, y) e na imagem deformada sendo (\tilde{x}, \tilde{y}) , eles podem ser unicamente definidos pela correlação das funções intensidade $f(x, y)$ e $g(\tilde{x}, \tilde{y})$. Então, os parâmetros de mapeamento \mathbf{P} são dados por:

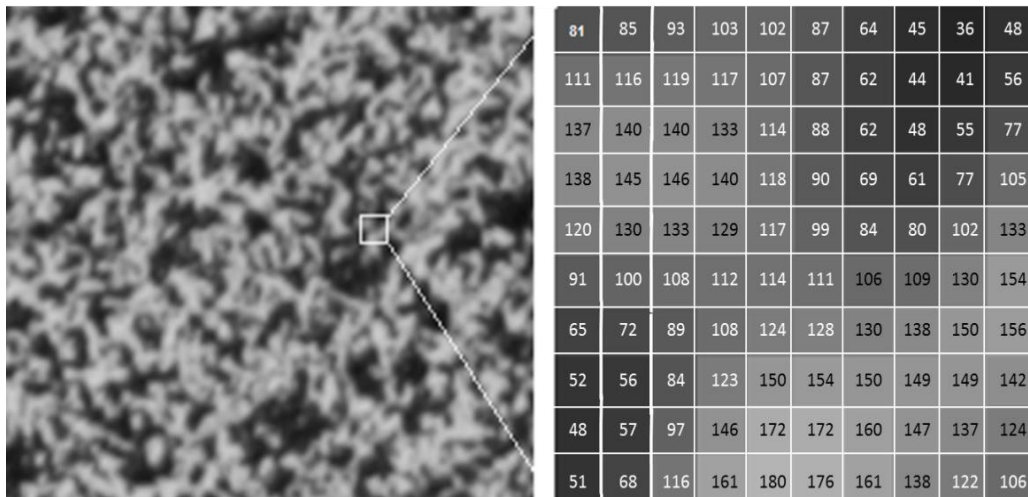
$$\mathbf{P} = \left(u, v, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) \quad (9)$$

Esses parâmetros podem ser determinados usando a Equação (7) através de um processo de otimização. Esse processo é mais bem explicado na Seção 2.3.

Para a determinação das funções $f(x, y)$ e $g(\tilde{x}, \tilde{y})$, padrões pontuais são gerados na superfície das amostras, ou seja, são gerados pontos randômicos em escala de cinza sobre a amostra e, em seguida, imagens são capturadas antes e depois da deformação. A imagem resultante (representada em forma de pixels) contém a informação das intensidades refletidas pela superfície para cada pixel. Essa informação é um valor inteiro entre 0 (preto) e 255 (branco) para imagens com 8 bits. Então, as funções $f(x, y)$ e $g(\tilde{x}, \tilde{y})$ podem ser obtidas em uma forma discreta. Quanto maior a resolução da câmera mais informação de intensidade gerada a partir da amostra.

Tanto $f(x, y)$ quanto $g(\tilde{x}, \tilde{y})$ são matrizes de intensidade digital discretas representando uma imagem contínua da superfície da amostra. A Figura 8 mostra matrizes de intensidade discretas, que exemplifica mudanças bruscas de intensidade entre dois pixels adjacentes.

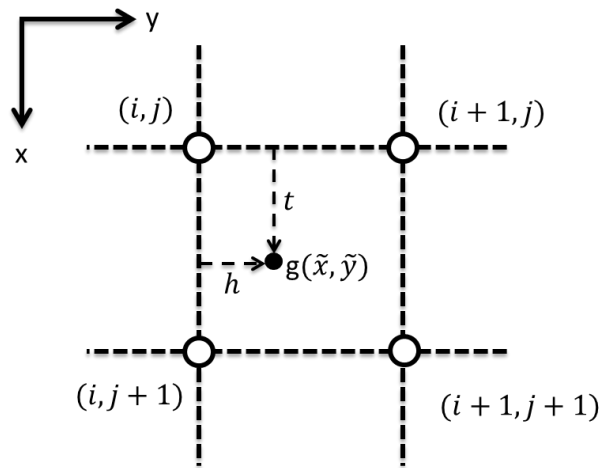
Figura 8 – Ilustração de uma imagem de 8 bits. O número em cada célula representa o valor da intensidade de cada pixel.



Fonte: Adaptado de Shen (2009).

Quando se deseja obter a intensidade de um pixel de coordenadas (\tilde{x}, \tilde{y}) e esse está em uma localização de pixel (i, j) , $(i + 1, j)$, $(i + 1, j + 1)$ ou $(i, j + 1)$, que é raramente o caso, a intensidade pode ser extraída diretamente da imagem deformada $g(x, y)$. Entretanto, se (\tilde{x}, \tilde{y}) está localizado em uma região de sub-pixel (h, t) , o valor de intensidade na imagem deformada deve ser interpolado a partir dos pixels adjacentes (Figura 9).

Figura 9 – Representação de um sub-pixel



Fonte: Adaptado de Shen (2009).

Assim, existe a necessidade de utilização de um método de interpolação para diminuir as mudanças de intensidade entre pixels adjacentes e para encontrar as intensidades em regiões de sub-pixel. Alguns desses métodos, utilizados neste trabalho, são mostrados em detalhes na Seção 2.2 deste capítulo.

Como não é possível monitorar a deformação de cada pixel precisamente, os parâmetros de mapeamento \mathbf{P} de uma sub-região são determinados pela maximização do coeficiente de correlação, ou pela minimização das funções comumente utilizadas, que são:

$$C(\mathbf{P}) = \frac{\sum_{S_p \in S} [f(S_p) - g(S_p, \mathbf{P})]^2}{\sum_{S_p \in S} f^2(S_p)} \quad (10)$$

ou

$$C(\mathbf{P}) = 1 - \frac{\sum_{S_p \in S} f(S_p)g(S_p, \mathbf{P})}{\left[\sum_{S_p \in S} f^2(S_p) \sum_{S_p \in S} g^2(S_p, \mathbf{P}) \right]^{1/2}} \quad (11)$$

onde S representa o conjunto de pontos do subconjunto (sub-região, célula), e S_p representa qualquer ponto dentro do subconjunto. $f(S_p)$ e $g(S_p, \mathbf{P})$ são os níveis de intensidade de luz em escala de cinza no ponto S_p antes e depois da deformação. O $g(S_p, \mathbf{P})$ depende da posição original do ponto S_p e dos parâmetros de mapeamento \mathbf{P} . Na situação ideal, com os melhores parâmetros de mapeamento as Equações (10) e (11) convergem para zero.

A minimização das Equações (10) ou (11) é um problema de otimização não linear, em que diferentes métodos podem ser utilizados. A estratégia adotada neste trabalho é descrita na Seção 2.3. É válido ressaltar que a formulação apresentada aqui é expansível para três dimensões, como por exemplo, a utilização de imagens tridimensionais. Além disso, a função deslocamento pode ser expandida para os termos de segunda ordem com a finalidade de obter uma melhor precisão.

2.2 Métodos de Interpolação

Na Correlação de Imagem Digital a interpolação é utilizada para encontrar os valores de intensidade da imagem deformada $g(\tilde{x}, \tilde{y})$ quando (\tilde{x}, \tilde{y}) está localizada em uma região de sub-pixel, conforme mostrado na Figura 9. Na DIC, os métodos de interpolação mais utilizados são a interpolação bilinear e a interpolação bicúbica. Nesta seção esses métodos de interpolação serão descritos em detalhes, dentro do contexto deste trabalho.

2.2.1 Interpolação Bilinear

A interpolação bilinear usa os valores de intensidade dos quatro pixels mais próximos, conforme pode ser visto na Figura 9. Matematicamente, é representada por:

$$g(\tilde{x}, \tilde{y}) = \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 \alpha_{mn} h^m t^n = \alpha_{00} + \alpha_{10} \cdot h + \alpha_{01} \cdot t + \alpha_{11} \cdot ht \quad (12)$$

onde α_{mn} são constantes que precisam ser determinadas e h e t são as distâncias relativas para o pixel (i, j) . Desta forma, tem-se que:

$$h = (\tilde{x} - i) \quad (13)$$

$$t = (\tilde{y} - j) \quad (14)$$

O desenvolvimento desse somatório obtém uma equação com quatro incógnitas α_{mn} . Para que essas incógnitas possam ser determinadas, utilizam-se os valores de intensidade dos quatro pixels adjacentes ao ponto que se deseja obter a intensidade, gerando, assim, um sistema linear com quatro equações algébricas e quatro incógnitas. Essas incógnitas podem ser determinadas resolvendo-se o sistema linear, obtendo-se:

$$\alpha_{00} = g(i, j) \quad (15)$$

$$\alpha_{10} = g(i + 1, j) - g(i, j) \quad (16)$$

$$\alpha_{01} = g(i, j + 1) - g(i, j) \quad (17)$$

$$\alpha_{11} = g(i + 1, j + 1) + g(i, j) - g(i + 1, j) - g(i, j + 1) \quad (18)$$

A interpolação bilinear, quando comparada à interpolação bicúbica, tem as vantagens de ser de fácil implementação e possuir um baixo custo computacional. Entretanto, para alcançar resultados com melhor precisão, utiliza-se a interpolação bicúbica, que é apresentada em seguida.

2.2.2 Interpolação Bicúbica

A função de interpolação bicúbica pode ser expressa da seguinte maneira:

$$g(\tilde{x}, \tilde{y}) = \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 \alpha_{mn} h^m t^n \quad (19)$$

onde α_{mn} são constantes que precisam ser determinadas e h e t são as distâncias relativas para o pixel (i, j) . Essas distâncias relativas estão ilustradas na Figura 9.

Desenvolvendo-se esses somatórios obtém-se uma equação com dezesseis incógnitas α_{mn} . Para que essas incógnitas possam ser determinadas, utilizam-se os valores de intensidade dos quatro pixels adjacentes ao ponto que se quer obter a intensidade e de suas respectivas derivadas, gerando, assim, um sistema linear com dezesseis equações algébricas e dezesseis incógnitas.

Os valores das primeiras derivadas e da derivada com termos cruzados de $g(\tilde{x}, \tilde{y})$, em relação a h e t , são:

$$g_x = g_h(h, t) = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=0}^3 m \alpha_{mn} h^{m-1} t^n \quad (20)$$

$$g_y = g_t(h, t) = \sum_{m=0}^3 \sum_{n=1}^3 n \alpha_{mn} h^m t^{n-1} \quad (21)$$

$$g_{xy} = g_{ht}(h, t) = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 mn \alpha_{mn} h^{m-1} t^{n-1} \quad (22)$$

Avaliando as equações anteriores com os quatro pixels adjacentes ao sub-pixel, tem-se o seguinte sistema linear de dezesseis equações algébricas:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 2 & 4 & 6 & 0 & 3 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{12} \\ \alpha_{13} \\ \alpha_{14} \\ \alpha_{21} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{23} \\ \alpha_{24} \\ \alpha_{31} \\ \alpha_{32} \\ \alpha_{33} \\ \alpha_{34} \\ \alpha_{41} \\ \alpha_{42} \\ \alpha_{43} \\ \alpha_{44} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g^A \\ g^B \\ g^C \\ g^D \\ g_x^A \\ g_x^B \\ g_x^C \\ g_x^D \\ g_y^A \\ g_y^B \\ g_y^C \\ g_y^D \\ g_{xy}^A \\ g_{xy}^B \\ g_{xy}^C \\ g_{xy}^D \end{Bmatrix} \quad (23)$$

Para a solução da Equação (23), é necessário determinar os valores de $g(\tilde{x}, \tilde{y})$, suas primeiras derivadas e a derivada com termos cruzados na região de sub-pixel. Para dados de intensidade de imagem discretos, as derivadas para cada grade de pontos têm que ser calculadas numericamente, e suas aproximações dependem da localização da grade de pontos (se esse ponto está na borda da imagem, adjacente a borda ou no interior da imagem). Supondo uma imagem de dimensões $M \times N$, qualquer pixel localizado em (i, j) satisfaz:

$$1 \leq i \leq M \text{ e } 1 \leq j \leq N \quad (24)$$

Uma imagem que representa a situação descrita no parágrafo anterior pode ser vista na Figura 10, em que cada retângulo é um pixel e esses pixels estão localizados em regiões diferentes na imagem e podem ser identificados através das diferentes cores.

Figura 10 – Identificação dos pixels por localização na imagem

	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(1,7)	(1,8)	(1,N)
	(2,1)	...	Adjacente a Borda						...
	(3,1)	
	(4,1)		
	(5,1)		Interior da Imagem						...
	(6,1)				
	(7,1)					
	(8,1)						
	(M,1)	...	Borda					...	(M,N)

Fonte: Autor (2013).

Então, as derivadas podem ser calculadas através das equações abaixo:

$$g_x(1, j) = \frac{-3g(1, j) + 4g(2, j) - g(3, j)}{2} \quad (25)$$

$$g_x(M, j) = \frac{3g(M, j) - 4g(M - 1, j) + g(M - 2, j)}{2} \quad (26)$$

$$g_x(i, j) = \frac{g(i + 1, j) - g(i - 1, j)}{2} \quad (27)$$

$$g_y(i, 1) = \frac{-3g(i, 1) + 4g(i, 2) - g(i, 3)}{2} \quad (28)$$

$$g_y(i, N) = \frac{3g(i, N) - 4g(i, N - 1) + g(i, N - 2)}{2} \quad (29)$$

$$g_y(i, j) = \frac{g(i, j + 1) - g(i, j - 1)}{2} \quad (30)$$

$$g_{xy}(1,1) = \frac{-3g_x(1,j) + 4g_x(1,j+1) - g_x(1,j+2)}{2} \quad (31)$$

$$g_{xy}(M,1) = \frac{-3g_x(M,j) + 4g_x(M,j+1) - g_x(M,j+2)}{2} \quad (32)$$

$$g_{xy}(M,N) = \frac{3g_x(M,j) - 4g_x(M,j-1) + g_x(M,j-2)}{2} \quad (33)$$

$$g_{xy}(1,N) = \frac{3g_x(1,j) - 4g_x(1,j-1) + g_x(1,j-2)}{2} \quad (34)$$

$$g_{xy}(1,j) = \frac{-3g_y(i,j) + 4g_y(i+1,j) + g_y(i+2,j)}{2} \quad (35)$$

$$g_{xy}(M,j) = \frac{-3g_y(i,j) + 4g_y(i-1,j) + g_y(i-2,j)}{2} \quad (36)$$

$$g_{xy}(i,1) = \frac{-3g_x(i,j) + 4g_x(i,j+1) + g_x(i,j+2)}{2} \quad (37)$$

$$g_{xy}(i,N) = \frac{-3g_x(i,j) + 4g_x(i,j-1) + g_x(i,j-2)}{2} \quad (38)$$

$$g_{xy}(i,j) = \frac{g_x(i,j+1) - g_x(i,j-1)}{2} \quad (39)$$

Uma versão modificada da Equação (19), proposta por Vendroux e Knauss (1998), é:

$$g(\tilde{x}, \tilde{y}) = \sum_{m=0}^3 \sum_{n=0}^3 \alpha_{mn} h^m t^n + \chi \quad (40)$$

Nessa equação, χ é um parâmetro adicional de mapeamento que considera as mudanças da intensidade das imagens indeformadas e deformadas devido a duas exposições diferentes. Esse parâmetro precisa ser obtido no processo de minimização simultaneamente aos demais. Como o trabalho em questão trabalha com imagens geradas computacionalmente e sem diferença de luminosidade, não se adota esse parâmetro. Além disso, como χ é um parâmetro constante, ele já está embutido no valor de α_{00} , o que elimina a necessidade de sua utilização.

2.3 Método de Minimização

Na correlação de imagens digitais os métodos de minimização são utilizados para encontrar o maior coeficiente de correlação entre as imagens antes e depois do deslocamento.

Alguns dos métodos mais utilizados na DIC para solução desse problema de mínimos quadrados são Levenberg-Marquardt e Newton-Raphson (MAFFRA; GATTASS 2008). Para este trabalho é utilizado o Método de Newton-Raphson, pois a matriz Hessiana necessária para a utilização do método é conhecida, com isso a matriz não precisa ser encontrada por aproximação como acontece no método de Levenberg-Marquardt. O método de Newton-Raphson é detalhado nesta seção que é baseada no trabalho de Maffra e Gattass (2008).

Os problemas de mínimos quadrados têm como objetivo encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados de tal modo que a soma dos quadrados das distâncias (tomadas na vertical) entre o modelo (curva ajustada) e cada um dos pontos dados seja a menor possível. Essas diferenças entre a curva ajustada e cada um dos dados são denominadas de resíduos.

Como descrito a seguir o problema de mínimos quadrados considera $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T$, uma função vetorial $\mathbf{f}: R^n \rightarrow R$, onde se deseja minimizar $\|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|$, ou equivalente, para encontrar $\mathbf{x}^* =$ mínimo local para $F(\mathbf{x})$, onde,

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (f_i(\mathbf{x}))^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|^2 = \frac{1}{2} \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (41)$$

Minimiza-se a soma dos quadrados dos resíduos ao invés de se minimizar a soma dos resíduos porque são usadas derivadas para resolver os problemas de mínimos quadrados não-lineares e a função matemática módulo não é diferenciável na origem.

O método de Newton é iterativo. Isso significa que, dado um ponto inicial \mathbf{x}_0 , o método produz uma série de vetores $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots$, buscando sua convergência para \mathbf{x}^* , um mínimo local na função inicial ajustada.

O método de Newton se baseia no fato de que se \mathbf{x}^* é um ponto crítico da função F , então $\nabla F(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$. Expandindo-se F em uma série de Taylor, obtém-se:

$$F(\mathbf{x} + \mathbf{h}_n) = F(\mathbf{x}) + \nabla F(\mathbf{x})\mathbf{h}_n + O(\|\mathbf{h}\|^2) \approx F(\mathbf{x}) + \nabla F(\mathbf{x})\mathbf{h}_n, \quad (42)$$

para valores pequenos de $\|\mathbf{h}_n\|$.

Desta forma, pode-se escrever:

$$\nabla F(\mathbf{x} + \mathbf{h}_n) = \nabla F(\mathbf{x}) + \nabla^2 F(\mathbf{x})\mathbf{h}_n \quad (43)$$

Sabendo-se que $\nabla F(\mathbf{x}^*) = 0$, observando a Equação (43) e sabendo que $\mathbf{x}^* = \mathbf{x} + \mathbf{h}_n$ pode-se encontrar o valor de \mathbf{h}_n , isto é, a direção de busca no método de Newton, resolvendo-se o seguinte sistema de equações:

$$\mathbf{H}\mathbf{h}_n = -\nabla F(\mathbf{x}) \quad (44)$$

em que

$$\mathbf{H} = \nabla^2 F(\mathbf{x}) = H(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}(\mathbf{x}) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n}(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1}(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(\mathbf{x}) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1}(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2}(\mathbf{x}) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (45)$$

é conhecida como a matriz Hessiana.

Calculando a direção do passo \mathbf{h}_n , a próxima iteração do método de Newton é dada por:

$$\mathbf{x}_{new} \leftarrow \mathbf{x} + \mathbf{h}_n \quad (46)$$

Os critérios de parada ou critérios de convergência utilizados são:

- a) Variação no valor da função objetivo muito pequeno repetidas vezes, isto é, $|F(\mathbf{x}_{new}) - F(\mathbf{x})| \leq \varepsilon_2$, sendo lim o contador do número de vezes que isso ocorre.
- b) Variação no resultado da divisão da função objetivo do passo atual pelo passo anterior muito próxima de um, ou seja, $(1 - \varepsilon_1) \leq \left| \frac{F(\mathbf{x}_{new})}{F(\mathbf{x})} \right| \leq (1 + \varepsilon_1)$;
- c) Número máximo de iterações pré-estabelecido pelo programa. Isto é importante para evitar que o algoritmo entre em loop infinito: $k \leq k_{m\acute{a}x}$, onde k é o número de iterações.

Os cálculos das derivadas da função objetivo e da matriz Hessiana são obtidos analiticamente ou pelo método de diferenças finitas, que pode ser descrito da seguinte forma:

Considerando $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ e fazendo para $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, n$:

$$\frac{\delta f_i}{\delta x_j} \approx \frac{f_i(\mathbf{x} + h\mathbf{e}_j) - f_i(\mathbf{x})}{h} \quad (47)$$

Nessa equação h é o tamanho do passo e $\mathbf{e}_1 = (1 \ 0 \ 0 \ 0)_{n \times 1}^T$, $\mathbf{e}_2 = (0 \ 1 \ 0 \ 0)_{n \times 1}^T$ e assim sucessivamente.

A Figura 11 mostra o pseudocódigo do algoritmo de Newton-Raphson utilizado neste trabalho.

Figura 11 – Pseudocódigo do algoritmo de Newton-Raphson

Método de Newton-Raphson
<pre> k = 0; x = x₀; dif = 10; H = ∇²F(x); g = ∇F(x); h_n = 1; lim = 0; Enquanto (lim < lim_{max}) e (k < k_{max}) e (1 - ε₁ ≤ dif ≤ 1 + ε₁) { k = k + 1; Resolva Hh_n = -∇F(x); x_{new} = x + h_n; Se F(x_{new}) - F(x) < ε₂ lim = lim + 1; Fim dif = $\frac{F(x_{new})}{F(x)}$; x = x_{new}; F(x) = F(x_{new}); } </pre>

Fonte: Autor (2013).

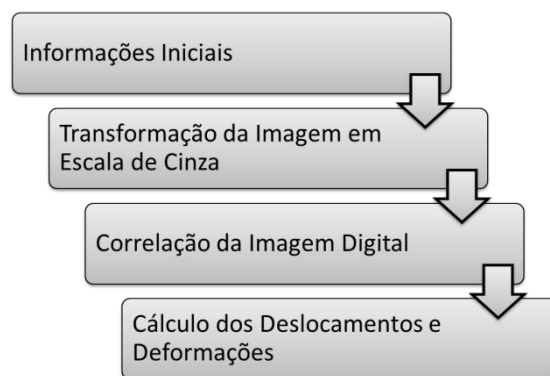
Vale ressaltar que, no trabalho em questão, a função que está sendo minimizada é a Equação (10) e as variáveis de projeto podem ser encontradas no vetor \mathbf{P} dado pela Equação (9).

3 ASPECTOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo são abordados alguns aspectos computacionais necessários para o entendimento do funcionamento da ferramenta proposta neste trabalho. A ferramenta computacional é desenvolvida em MATLAB (HANSELMAN; LITTLEFIELD, 2002). Esse ambiente é escolhido devido à simplicidade na sua utilização e por possuir uma grande quantidade de bibliotecas que auxiliam na resolução das equações e nas operações com imagens.

A Figura 12 mostra um fluxograma com o funcionamento geral da ferramenta proposta. As informações iniciais necessárias no procedimento proposto são duas imagens do problema que o usuário deseja analisar (antes e depois da aplicação do deslocamento). Essas imagens devem ter um padrão pontual como já mencionado anteriormente, pois a qualidade da imagem influencia nos resultados e o algoritmo não realiza processamento de imagens para este fim.

Figura 12 – Fluxograma representando o funcionamento da ferramenta computacional.



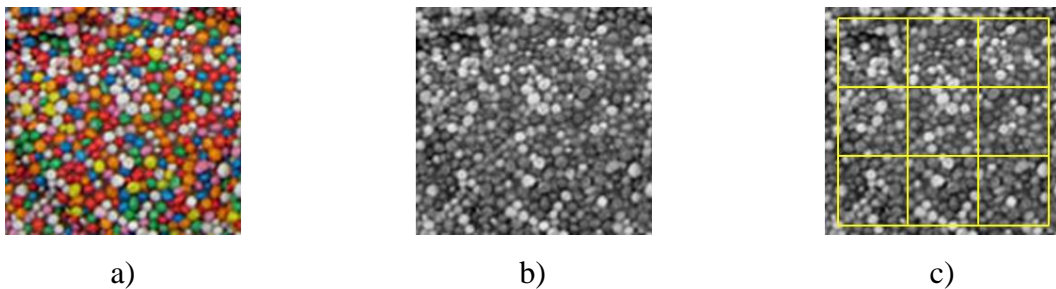
Fonte: Autor (2013).

Também existem informações iniciais pré-calculadas pelo programa desenvolvido, como o vetor com a estimativa inicial dos parâmetros de mapeamento \mathbf{P} (parâmetros necessários para a função deslocamento, Equação (9)), o método de interpolação, a dimensão da sub-região (deve ser um número ímpar) e um grid de pontos, em que as coordenadas dos pontos correspondem à posição do centro da sub-região. Vale ressaltar que a dimensão da sub-região e o grid de pontos são pré-definidos e ainda não são calculados automaticamente pelo programa desenvolvido.

As imagens são inicialmente transformadas em escala de cinza de 8 bits, ou seja, imagens com 256 informações de cores diferentes. Essa característica é adotada por ser muito utilizada em diversos programas que trabalham com imagens, como o próprio *Paint* (Editor de imagem presente em todas as versões atuais do Sistema operacional *Windows*), mas isso não impede a utilização de imagens com um número maior de informações de cores. Em seguida, as sub-regiões são analisadas separadamente.

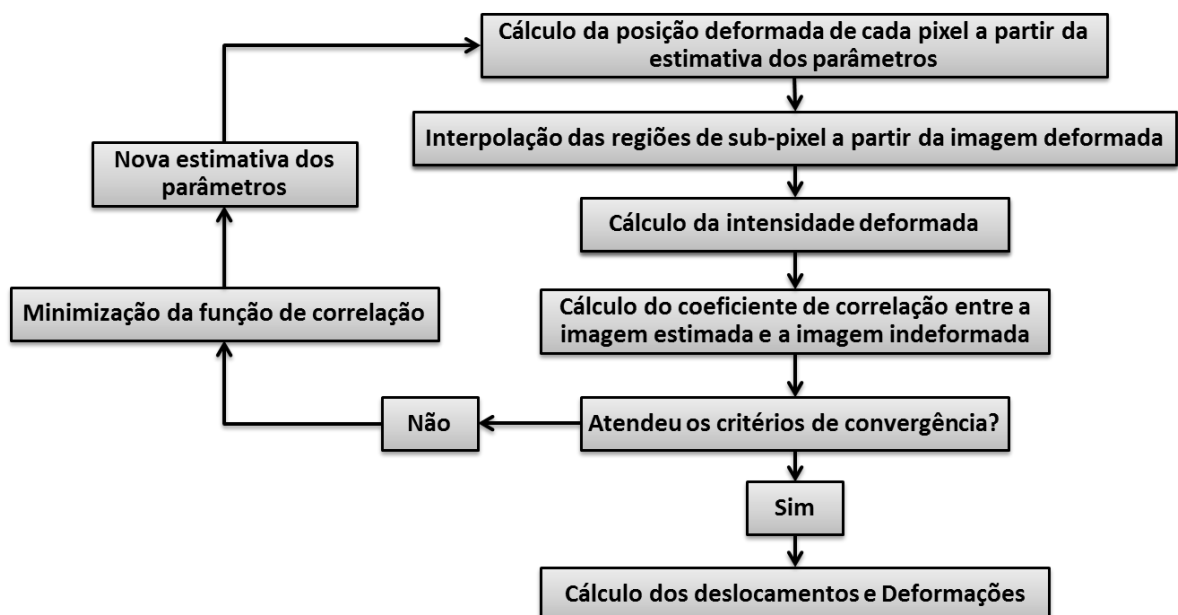
Algumas regiões da imagem, geralmente as regiões de borda, não são consideradas na análise, como pode ser visto na Figura 13. Isso ocorre por causa das dimensões da imagem, que nem sempre são múltiplas das dimensões da sub-região e acarreta no que pode ser visualizado na Figura 13c. Os procedimentos da etapa descrita em seguida são realizados para cada sub-região da imagem e baseia-se na Figura 14.

Figura 13 – a) Imagem colorida; b) Imagem em escala de cinza; e c) imagem em escala de cinza subdividida



Fonte: Autor (2013).

Figura 14 – Fluxograma para a correlação da imagem digital



Fonte: Autor (2013).

Após a transformação em escala de cinza, precisa-se obter o coeficiente de correlação entre as sub-regiões. Para isso, calcula-se a posição de cada pixel e estima-se a posição deformada de cada pixel (\tilde{x}, \tilde{y}) que podem ser obtidas através da Equação (7), que é a função deslocamento, e da estimativa inicial dos parâmetros de mapeamento (\mathbf{P}).

Esse cálculo é feito através de uma varredura na sub-região da imagem indeformada. Desta forma, têm-se as posições estimadas de cada pixel em relação à sub-região indeformada e as posições de cada pixel da sub-região deformada. Em seguida, o método de interpolação é utilizado para estimar as intensidades nas regiões de sub-pixel e, conseqüentemente, fazer o cálculo do coeficiente de correlação.

Os métodos de interpolação são implementados computacionalmente de acordo com a formulação apresentada na Seção 2.2 deste trabalho. Nesta etapa, fazem-se verificações para que as equações da interpolação bicúbica sejam utilizadas de acordo com a localização dos pixels nas sub-regiões, como descrito na Seção 2.2.1.

Em seguida faz-se a verificação dos critérios de convergência, caso não sejam atendidos, maximiza-se o coeficiente de correlação utilizando o Método de Newton Raphson, gera-se uma nova estimativa dos parâmetros de mapeamento e o processo é repetido como mostrado na Figura 14. Desta forma, obtém-se o maior coeficiente de correlação entre as sub-regiões e, conseqüentemente, os parâmetros de mapeamento que melhor se ajustam para representar o deslocamento entre a sub-região indeformada e a deformada.

Assim, calcula-se o campo de deslocamentos utilizando a Equação (48) e a Equação (49) na direção x e na direção y, respectivamente, para cada ponto do grid.

$$u = u_0 + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y \quad (48)$$

$$v = v_0 + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \Delta x \Delta y \quad (49)$$

onde, $\Delta x = x - x_0$, $\Delta y = y - y_0$, (x_0, y_0) é a coordenada do centro da sub-região, (x, y) é a coordenada do ponto que se deseja obter o valor do deslocamento e os demais

termos das equações são os parâmetros de mapeamento obtidos pelo método de Newton-Raphson.

Por fim, o campo de deformações é calculado a partir da Equação (50) obtida em MASE e MASE (1999) em notação indicial.

$$2E_{AB} = u_{A,B} + u_{B,A} + u_{i,A}u_{i,B} \quad (50)$$

onde E_{AB} é a deformação Lagrangiana, A, B e i é a variação entre os eixos x e y , $u_{A,B}, u_{B,A}, u_{i,A}$ e $u_{i,B}$ são as derivadas dos deslocamentos na direção x e na direção y para cada eixo. Logo, E_{xx}, E_{yy} e E_{xy} são:

$$E_{xx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (51)$$

$$E_{yy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (52)$$

$$E_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (53)$$

Para problemas com pequenos deslocamentos, rotações e deformações utiliza-se a deformação Lagrangiana linearizada:

$$E_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (54)$$

$$E_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (55)$$

$$E_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (56)$$

Já para as deformações nas direções principais, tem-se:

$$E_{11} = \left(\frac{E_{xx} + E_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{E_{xx} - E_{yy}}{2} \right)^2 + E_{xy}^2} \right) \quad (57)$$

Assim, utilizam-se as informações de deslocamentos e de deformações obtidas para representar os campos de deslocamentos e de deformações dos problemas através de isofaixas de cores geradas pelo próprio Matlab como forma de visualizar os resultados.

Com isso, a ferramenta desenvolvida é capaz de representar os campos de deslocamentos e de deformações de qualquer problema, desde que se tenham duas imagens em estágios diferentes de deslocamentos do elemento de estudo.

4 EXEMPLOS PARA VERIFICAÇÃO DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDA

Neste capítulo são expostos resultados obtidos utilizando a ferramenta computacional desenvolvida. Diversos exemplos são apresentados com o intuito de fazer uma verificação dessa ferramenta e apresentar suas principais características, fazendo as devidas considerações sobre os resultados obtidos. Além disso, descreve-se o procedimento para obtenção das imagens deformadas.

Primeiramente, são apresentados quatro exemplos, nos quais os dados utilizados estão expostos na Tabela 1, assim como a descrição de cada termo. O primeiro exemplo representa um movimento de corpo rígido, onde apenas os parâmetros de translação (u_0, v_0) são utilizados. O segundo exemplo trata um problema de tensão axial e utiliza parâmetros de primeira ordem (u_x, v_x, u_y, v_y), que são as derivadas primeiras dos deslocamentos. O terceiro exemplo também é de tensão axial, mas utiliza parâmetros de segunda ordem ($u_{xx}, v_{xx}, u_{yy}, v_{yy}, u_{xy}, v_{xy}$), que são as segundas derivadas dos deslocamentos. O quarto exemplo representa um problema de flexão pura.

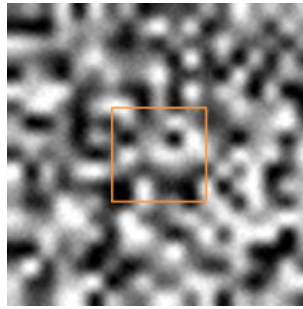
Em cada exemplo, as células utilizadas para a análise são centralizadas na imagem, ou seja, o ponto central da imagem equivale ao centro da célula. Além disso, as dimensões das imagens são de 95×95 pixels (ver Figura 15).

Tabela 1 – Dados utilizados para a elaboração dos exemplos

Dados	Valor	Descrição
ϵ_1	10^{-8}	Tolerância para o valor da função do passo anterior sobre o valor do passo atual (ver Seção 2.3, Item b))
ϵ_2	10^{-8}	Tolerância para a variação entre os valores da função objetivo
MaxIter	300	Número máximo de iterações do processo de otimização por Newton-Raphson
P_0	[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	Estimativa inicial dos parâmetros de mapeamento
$i \times j$	11×11 até 63×63 a cada 2 pixels	Sub-regiões escolhidas para análise

Fonte: Autor (2013).

Figura 15 – Célula centralizada na imagem



Fonte: Autor (2013).

Em todos os exemplos tem-se a necessidade da obtenção de uma imagem deformada para efeito de comparação com a imagem original. O procedimento para a obtenção dessa imagem é mostrado na Seção 4.1.

Os erros utilizados nos gráficos dos exemplos são o erro absoluto e o erro relativo, e são calculados pela Equação (58) e (59), respectivamente.

$$\text{Erro absoluto} = |e1 - e2| \quad (58)$$

$$\text{Erro relativo (\%)} = 100 \times \left| \frac{e1 - e2}{e1} \right| \quad (59)$$

sendo, $e1$ a resposta analítica, e $e2$ a resposta encontrada pela ferramenta desenvolvida.

4.1 Obtenção da Imagem Deformada

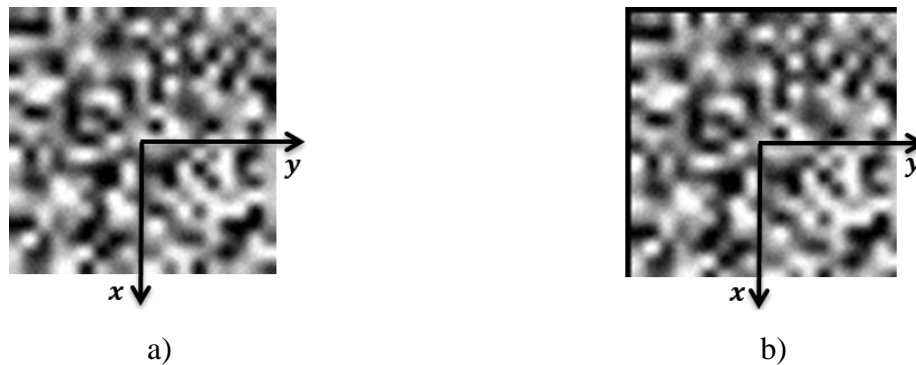
A obtenção da imagem deformada é alcançada utilizando-se um algoritmo inverso ao de correlação. No algoritmo de correlação deseja-se encontrar o deslocamento através da estimativa inicial dos parâmetros de mapeamento \mathbf{P}_0 . Já no algoritmo para obter a imagem deformada utiliza-se a função de deslocamento desejada ou os parâmetros de mapeamento conhecidos para encontrar as coordenadas dos pixels deslocados. Mas, para a reconstrução da imagem deformada, é necessário que as coordenadas dos pixels sejam inteiras, já que a imagem funciona como uma matriz de intensidades. Para isso, faz-se uma interpolação das coordenadas encontradas e suas respectivas intensidades através de uma função *TriScatteredInterp*, predefinida do Matlab. Essa função recebe dois vetores com as coordenadas deformadas da imagem, um vetor com seus respectivos valores de intensidade e

um grid com as coordenadas dos pontos que se deseja obter os valores de intensidade, com isso ela retorna todas as coordenadas solicitadas com seus respectivos valores de intensidade interpolados em três vetores distintos. Após a interpolação, é possível reconstruir a imagem utilizando as intensidades de cores interpoladas para as coordenadas inteiras dos pixels. Entretanto, vale ressaltar que quanto maior o deslocamento, maior é o erro na reconstrução da imagem, pois a distância entre os pontos deslocados conhecidos são maiores e com isso, as intensidades de cores encontradas pela interpolação se distanciam da cor ideal. Ressalta-se que isso não acontece no quando se aplica deslocamentos com valores inteiros.

4.2 Exemplo 1: Translação nas Direções Horizontal e Vertical

Esse exemplo consiste na aplicação de uma translação nas direções horizontal e vertical de um modelo. A intensidade dessa translação aplicada nessas direções é de dois pixels. A Figura 16a representa a imagem indeformada, ou imagem de referência, enquanto que a Figura 16b representa a imagem deformada, encontrada após a aplicação da translação utilizando o procedimento de geração descrito na Seção 4.1. Os parâmetros de mapeamento aplicados podem ser vistos na Tabela 2.

Figura 16 – Imagem antes e depois da translação de dois pixels: a) Indeformada; b) Deformada.



Fonte: Autor (2013).

Tabela 2 – Parâmetros de mapeamento aplicados para obtenção da imagem deformada

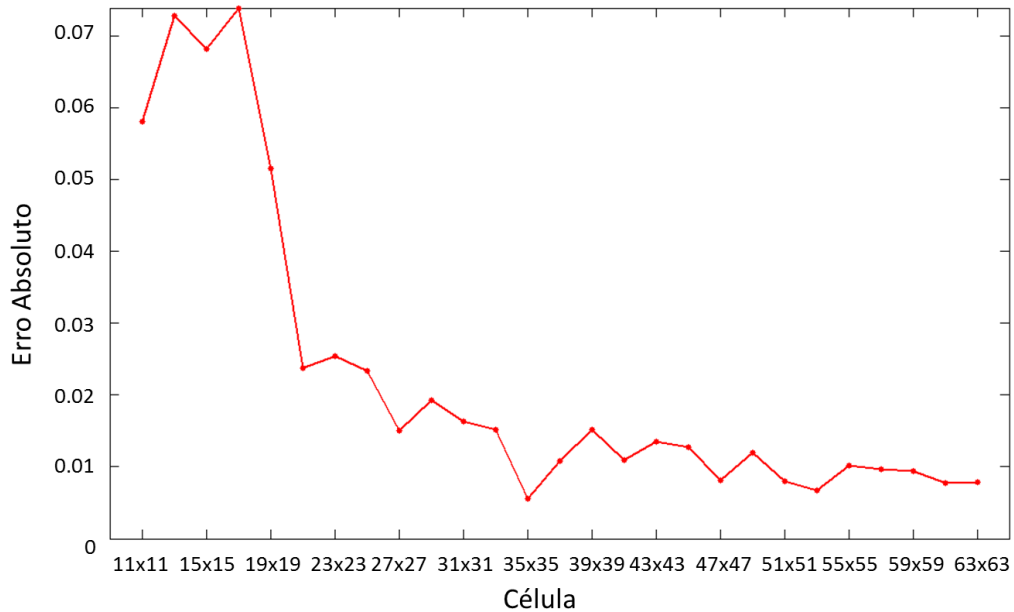
u_0	v_0	u_x	v_x	u_y	v_y	u_{xx}	v_{xx}	u_{yy}	v_{yy}	u_{xy}	v_{xy}
2,0	2,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Fonte: AUTOR, 2013

Os resultados, que podem ser observados nas Figura 17 e Figura 18, são baseados na análise das imagens da Figura 16, utilizando a estratégia de correlação desenvolvida neste trabalho. A Figura 17 mostra a relação entre o tamanho das sub-regiões utilizadas e o erro

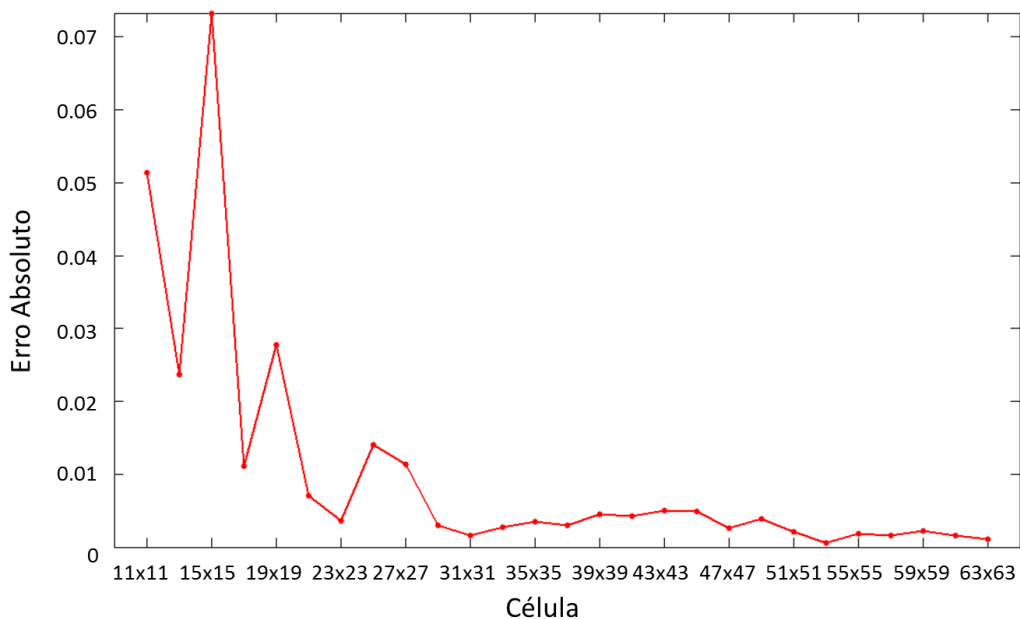
absoluto dos parâmetros de mapeamento P encontrados (Equação (9)), utilizando interpolação bilinear (Equação (12)) para o cálculo das intensidades nas regiões de sub-pixel, ou seja, nas localizações de pixels com coordenadas não inteiras. A Figura 18 mostra a mesma relação utilizando a interpolação bicúbica (Equação (19)).

Figura 17 – Relação entre o erro absoluto dos parâmetros e o tamanho das células utilizando interpolação bilinear



Fonte: Autor (2013).

Figura 18 – Relação entre o erro absoluto dos parâmetros e o tamanho das células utilizando interpolação bicúbica



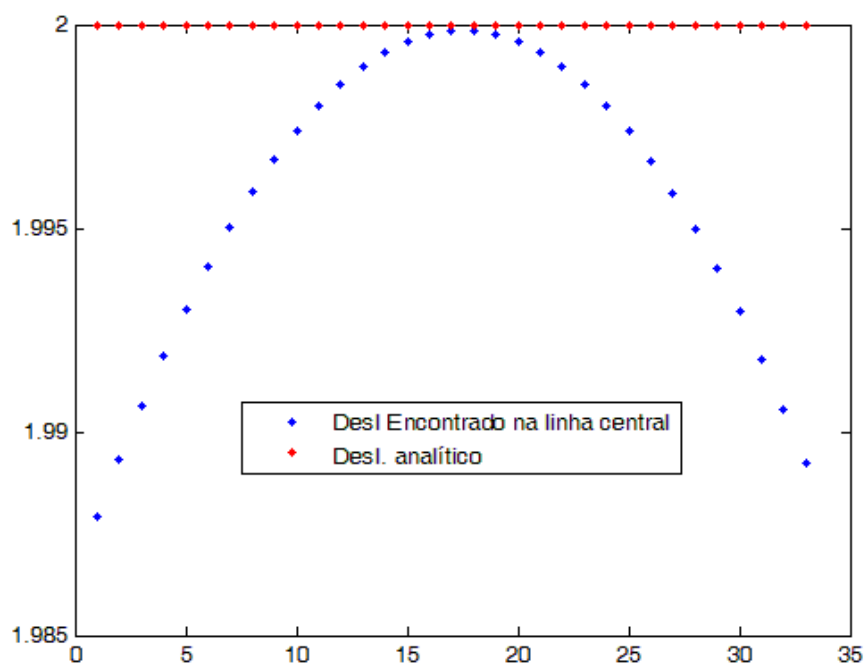
Fonte: Autor (2013).

O valor das translações nas duas direções é de 1,9991 pixels utilizando a interpolação bicúbica e de 2,0078 pixels para a interpolação bilinear. Isso mostra que apesar das duas interpolações tenderem ao resultado esperado de 2,0 pixels, para este exemplo, a interpolação bicúbica é mais precisa.

Percebe-se também que os erros diminuem à medida que o tamanho da célula aumenta e também quando a interpolação bicúbica é utilizada. Segundo Lu e Cary (2000), os parâmetros que quantificam a translação podem ser resolvidos com uma precisão de $\pm 0,005$ pixels. Logo, percebe-se que os resultados obtidos através do procedimento computacional apresentado neste trabalho são satisfatórios para este exemplo.

A Figura 19 mostra o gráfico do deslocamento na linha central da célula, sendo a resposta analítica em vermelho e a resposta encontrada pela ferramenta desenvolvida em azul. No eixo horizontal tem-se a coordenada y do pixel de referência e na vertical o valor encontrado para o deslocamento em x . Pode ser visto na Figura 19 que há uma melhor precisão na obtenção das translações quando os pixels estão mais próximos do centro da célula. Isso ocorre pelo fato de que a imagem deformada é gerada tendo como referência o seu centro, então todas as informações de cores da imagem são mais precisas quando estão mais próximas do centro. E como no exemplo em questão a célula está centralizada na imagem, então, o resultado é mais preciso no centro da célula.

Figura 19 – Deslocamento em x ao longo da linha central da célula de tamanho 33×33

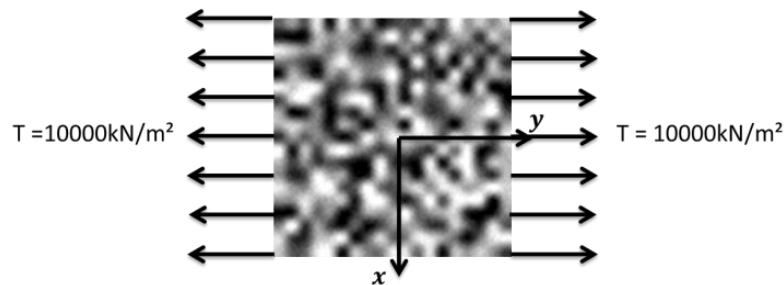


Fonte: Autor (2013).

4.3 Exemplo 2: Tensão Uniaxial

Este exemplo consiste em um problema de tensão uniaxial, onde considera-se a aplicação de uma tração de acordo com o modelo apresentado na Figura 20. Nesse exemplo, E_{xx} e E_{yy} são os valores analíticos das deformações ao longo das direções x e y , respectivamente, T é a força de tração aplicada na imagem, ν é o coeficiente de Poisson e E é o módulo de elasticidade, conforme Tabela 3. As imagens antes e depois da aplicação da tração podem ser vistas na Figura 21.

Figura 20 – Modelo matemático utilizado no Exemplo 2



Fonte: Autor (2013).

Tabela 3 – Dados utilizados no Exemplo 2

$E_{xx} = -\nu \frac{T}{E}$
$E_{yy} = \frac{T}{E}$
$T = 10.000 \text{ kN/m}^2$
$\nu = 0,3$
$E = 150.000 \text{ kN/m}^2$

Fonte: Autor (2013).

Figura 21 – Imagens antes e depois do deslocamento causado pela aplicação de uma força de tração de 10000 kN: a) indeformada; b) deformada



Fonte: Autor (2013).

Para este exemplo, o campo de deslocamentos adotado pode ser visto nas Equações (60) e (61).

$$u = -v \frac{T}{E} y \quad (60)$$

$$v = \frac{T}{E} x \quad (61)$$

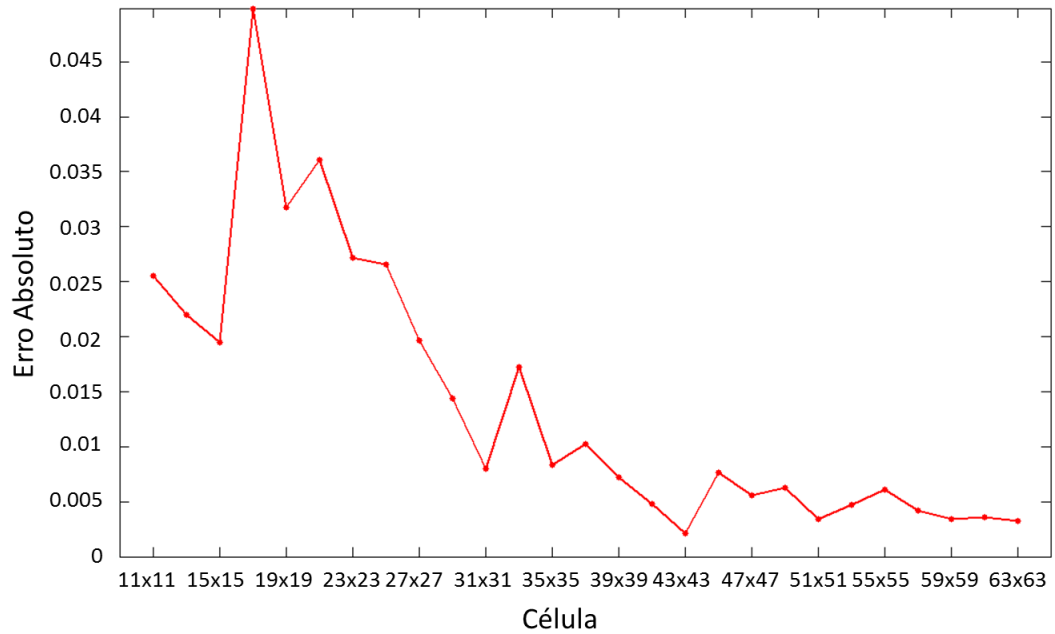
Os resultados alcançados, que podem ser observados nas Figuras 22 a 27, são baseados na análise das imagens da Figura 21. A Figura 22 mostra a relação entre os parâmetros de mapeamento (\mathbf{P}) e o erro absoluto para cada dimensão diferente de célula. As mesmas relações podem ser vistas para o deslocamento no eixo x (Figura 23), deslocamento no eixo y (Figura 24), deformação na direção x (Figura 25), deformação na direção y (Figura 26) e para o termo cruzado de deformação (Figura 27). Neste exemplo, esses gráficos são obtidos utilizando a interpolação bicúbica pelo fato de apresentar melhores resultados quando comparada a interpolação bilinear.

Pode-se observar na Figura 22 que o erro encontrado para os parâmetros de mapeamento (\mathbf{P}) decresce com o aumento do tamanho das células e o resultado passa a ser considerado satisfatório a partir de células com dimensões de 35×35 pixels. Para os deslocamentos nas direções x e y (Figura 23 e 24), os resultados com os menores erros são encontrados a partir de células com 41×41 pixels. Isto ocorre, pois as células com dimensões menores não são capazes de mapear corretamente o deslocamento ocorrido na imagem por não possuírem uma quantidade suficiente de informações de cores. Assim, essas células confundem-se com outras regiões da imagem quando se faz a busca entre a região da imagem indeformada pela sua correspondente imagem deformada.

A Tabela 4 mostra os resultados correspondentes aos parâmetros de mapeamento referentes à célula de dimensões de 63×63 pixels. Já para os deslocamentos em x e em y no pixel de coordenadas (1,1), obtêm-se 0,6322 e -2,1322, respectivamente, onde o resultado analítico para este deslocamento é de 0,6400 e -2,1333. Quando é observado um pixel de coordenada mais próxima do centro, por exemplo, o pixel (25,25), tem-se deslocamentos de 0,1581 e -0,5300 em x e y, respectivamente, enquanto que a resposta analítica é 0,1600 e -0,5333. Percebe-se, para este exemplo, que o erro entre o deslocamento encontrado e a resposta analítica é próximo de 4×10^{-3} . Assim, consideram-se os resultados obtidos para os

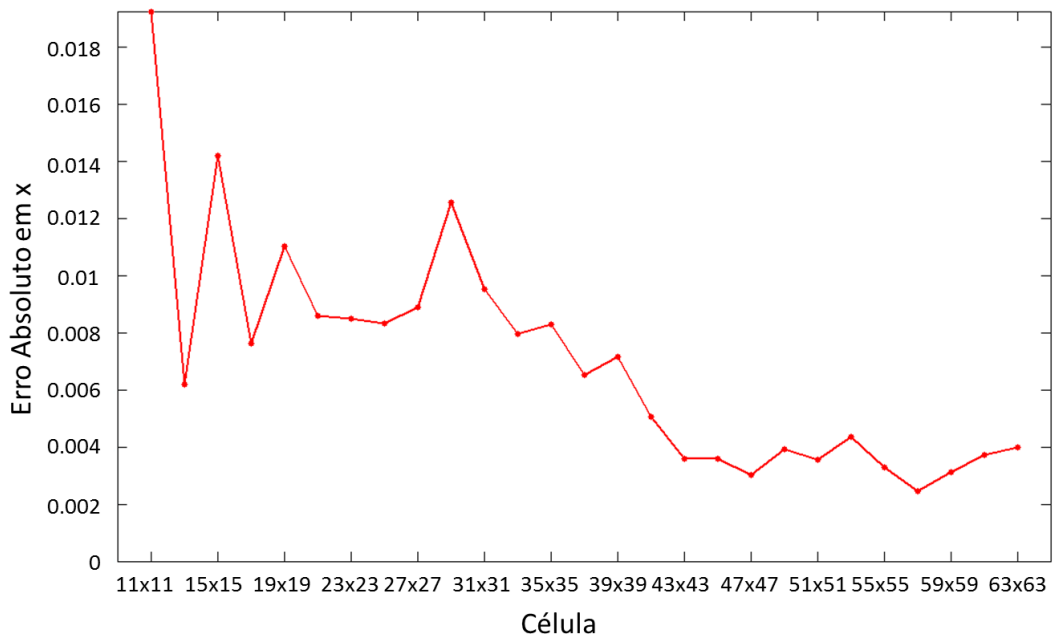
parâmetros de mapeamento e para os deslocamentos obtidos bastante satisfatórios para este exemplo.

Figura 22 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto dos parâmetros de mapeamento (P) para o Exemplo 2



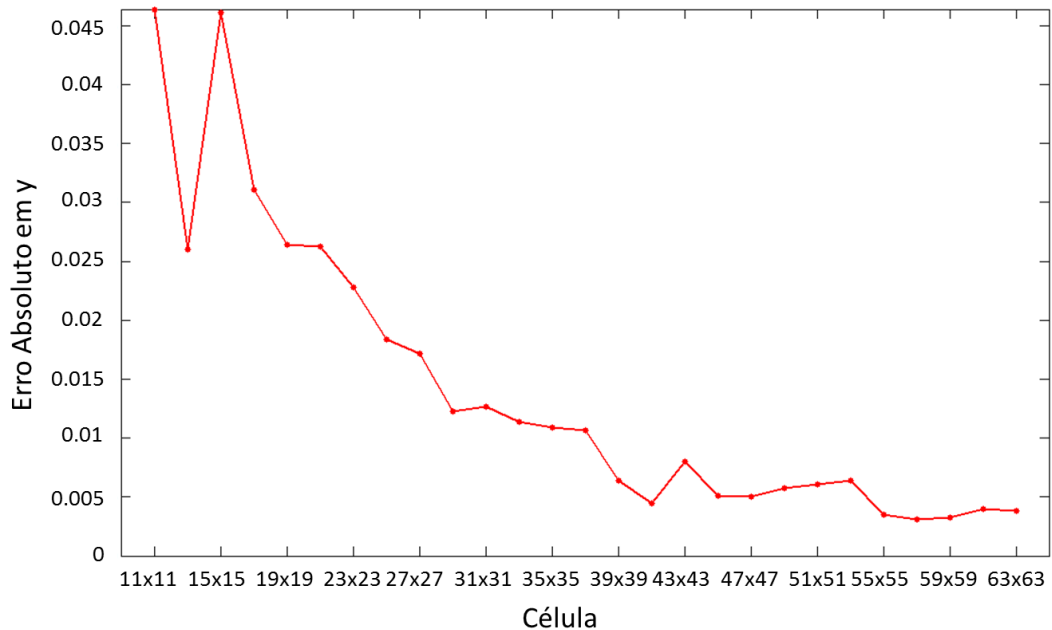
Fonte: Autor (2013).

Figura 23 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto médio de deslocamento em x para o Exemplo 2



Fonte: Autor (2013).

Figura 24 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto médio de deslocamento em y para o Exemplo 2



Fonte: Autor (2013).

Tabela 4 – Parâmetros de mapeamento obtidos pela ferramenta desenvolvida

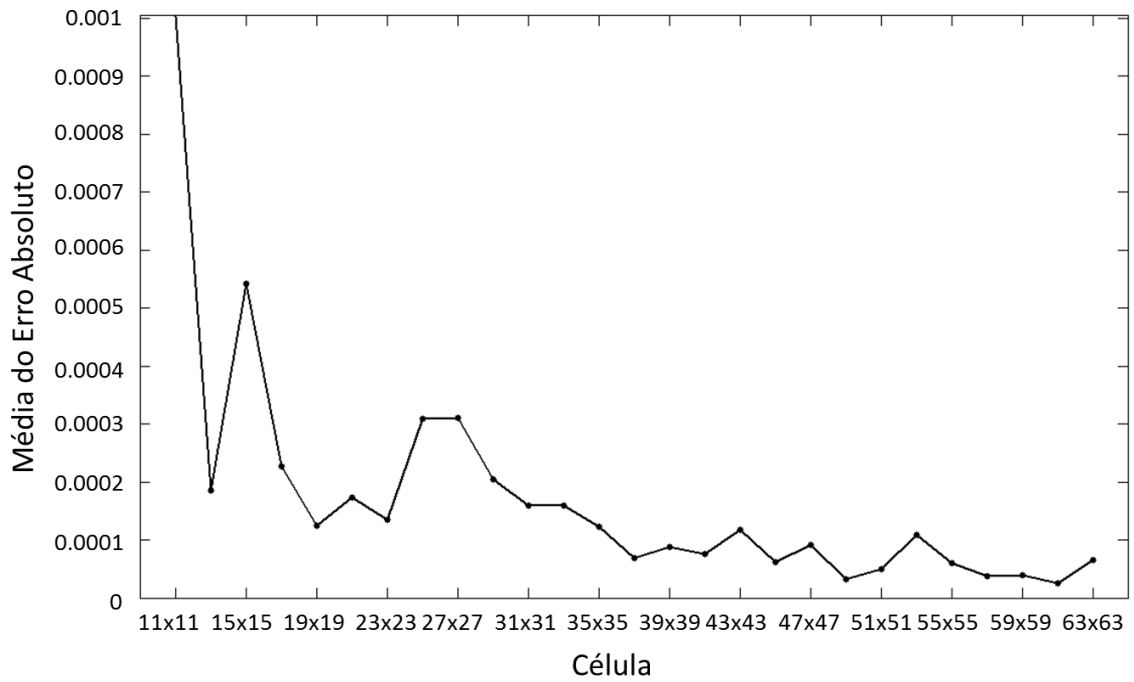
u_0	v_0	u_x	v_x	u_y	v_y
-0,0002	0,0033	-0,0198	0,0001	-0,0000	0,0665
u_{xx}	v_{xx}	u_{yy}	v_{yy}	u_{xy}	v_{xy}
0,0000	-0,0000	-0,0000	0,0000	-0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2013).

Em relação às deformações (Figuras 25 a 27), são encontrados erros inferiores a 3×10^{-3} para células com dimensões superiores a 27×27 pixels. Da mesma forma que nos deslocamentos as imagens com dimensões inferiores a 27×27 pixels não são capazes de mapear as deformações de maneira satisfatória.

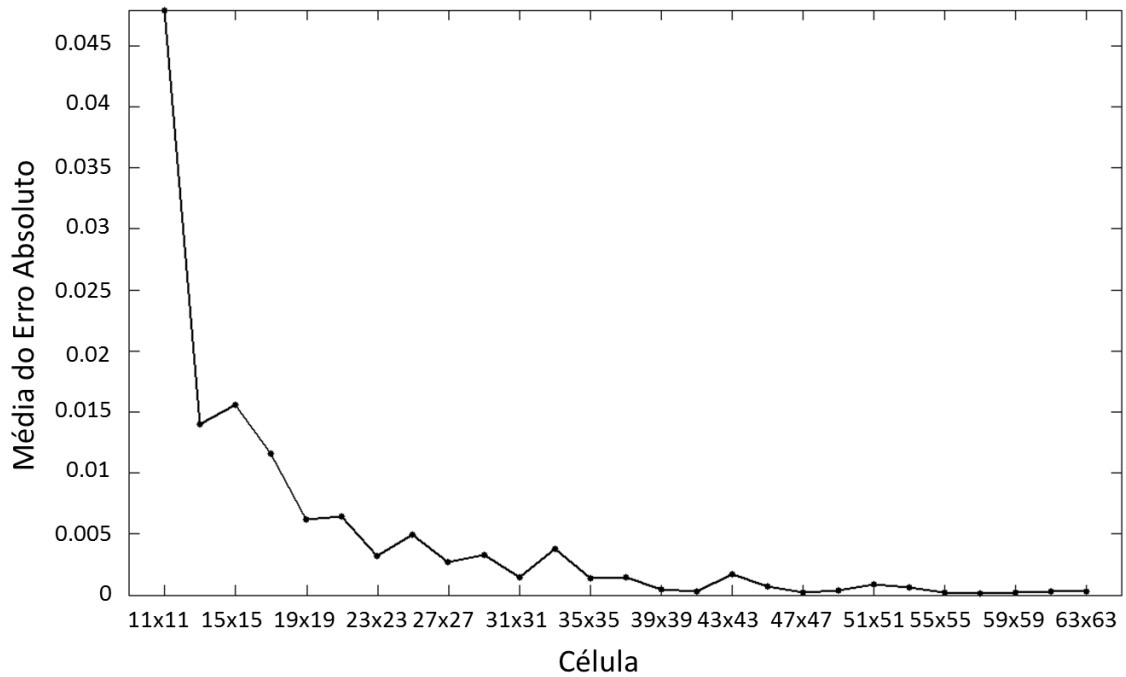
Os valores médios de deformação encontrados após a simulação são $-0,0198$, $0,0665$ e $4,6212 \times 10^{-5}$ para deformações em x, em y e nos termos cruzados de deformação, respectivamente. Esses valores são obtidos para a célula de dimensões 63×63 pixels e, quando comparados com a resposta analítica, que é $-0,02$, $0,0667$ e $0,0$, os erros absolutos são de 2×10^{-4} , 2×10^{-4} e $4,6212 \times 10^{-5}$, respectivamente. Pode-se concluir que os erros relativos são de 1% para a direção x e de 0,3% para a direção y, o que pode ser considerado um resultado bastante satisfatório na obtenção das deformações.

Figura 25 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da deformação em x para o Exemplo 2



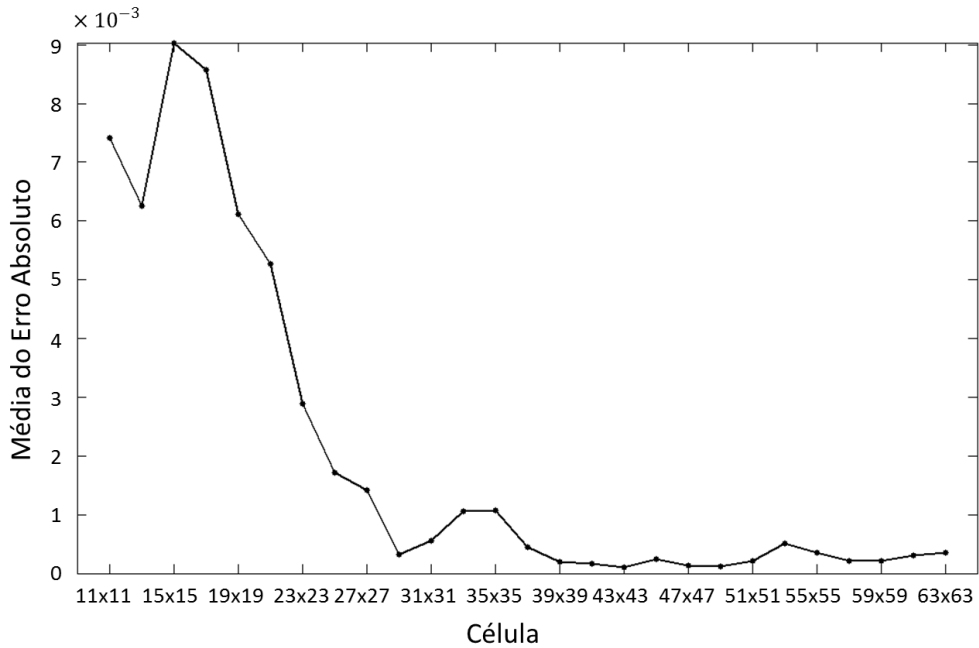
Fonte: Autor (2013).

Figura 26 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da deformação em y para o Exemplo 2



Fonte: Autor (2013).

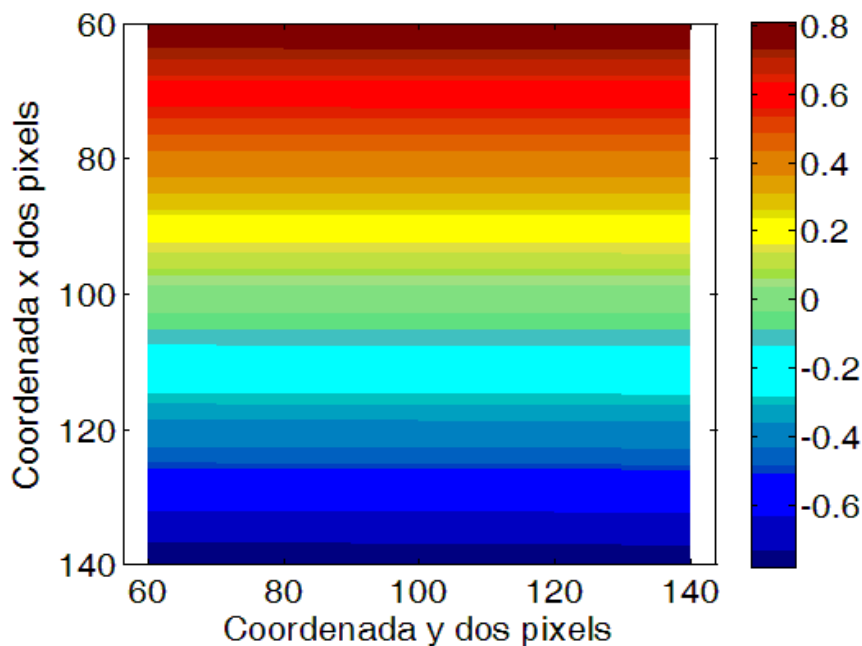
Figura 27 – Relação entre o tamanho da célula pelo erro absoluto de distorção para o Exemplo 2



Fonte: Autor (2013).

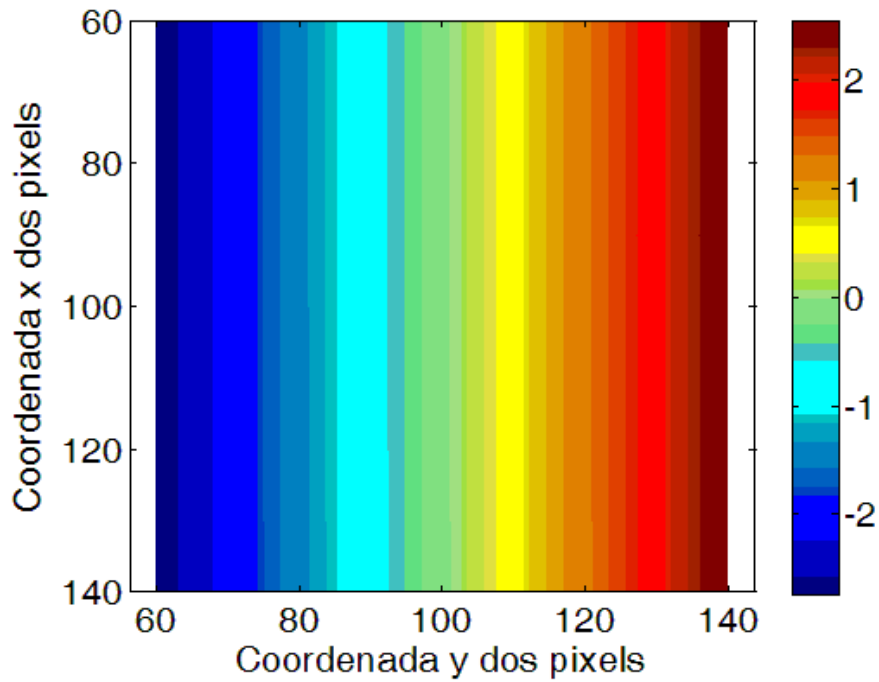
As Figuras 28 a 32 mostram isofaixas de cores representando os campos de deslocamentos e deformações encontrados através de uma imagem de referência de 201×201 pixels. Para a obtenção destes campos utiliza-se um grid com 81 células de 59×59 pixels. Estas células varrem a imagem entre os pixels de coordenadas $(x, y) = (60, 60)$ até $(140, 140)$ com saltos (*shifts*) de 10 pixels na horizontal e na vertical.

Figura 28 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos em x para o Exemplo 2



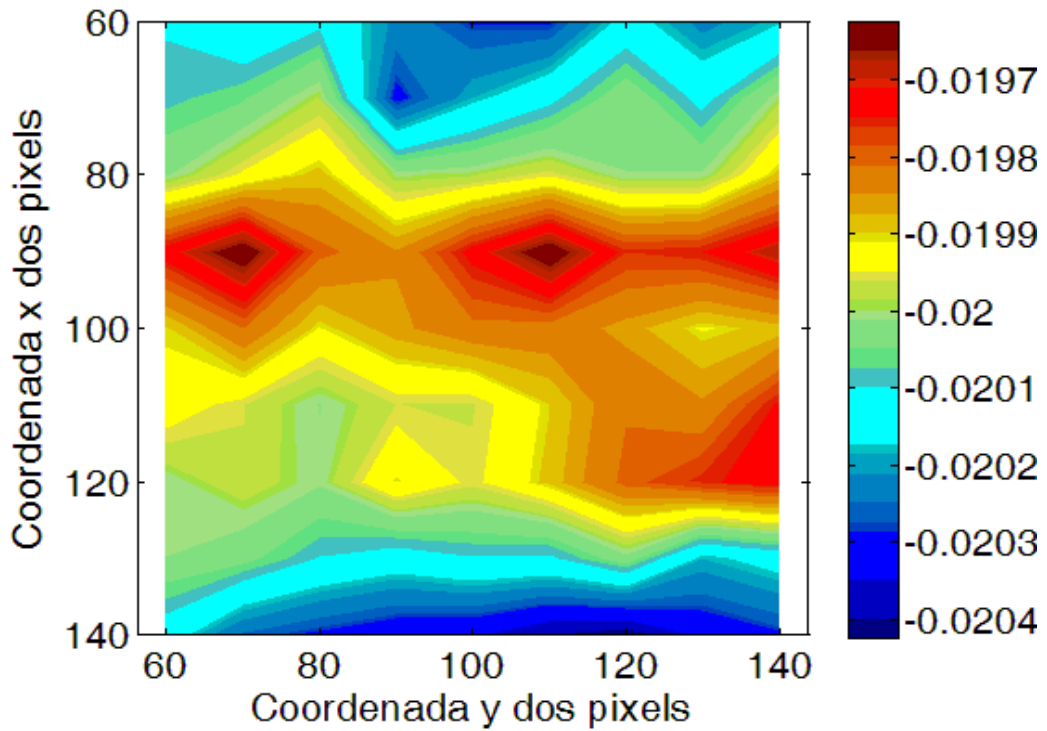
Fonte: Autor (2013).

Figura 29 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos em y para o Exemplo 2



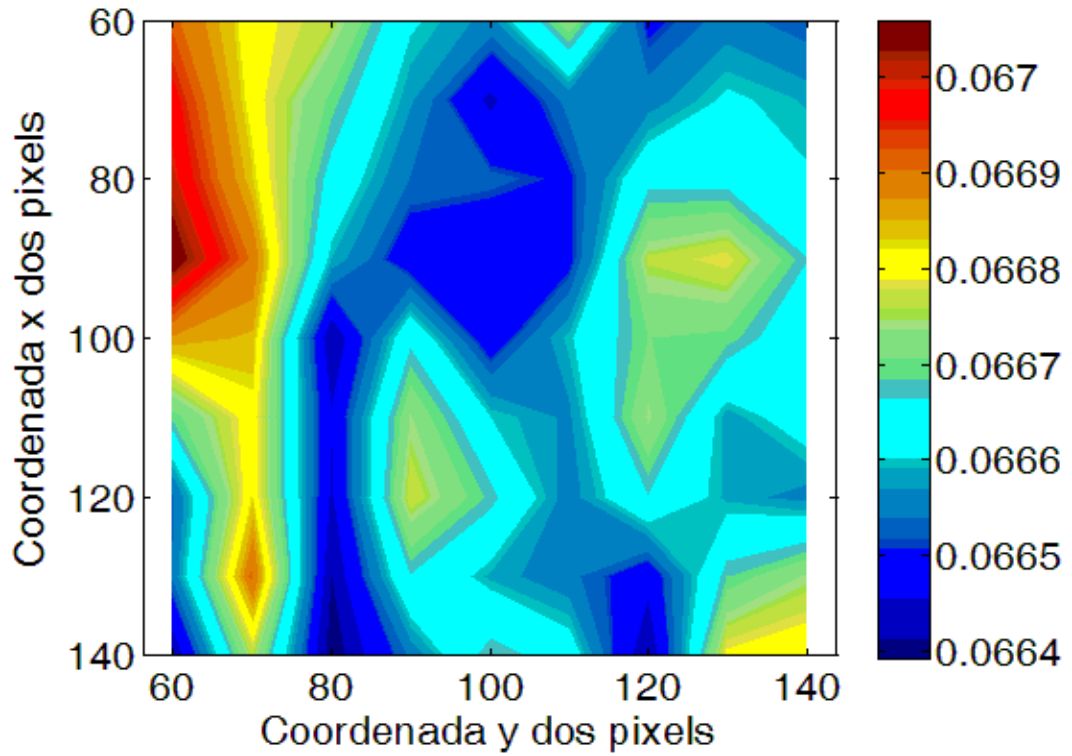
Fonte: Autor (2013).

Figura 30 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações em x para o Exemplo 2



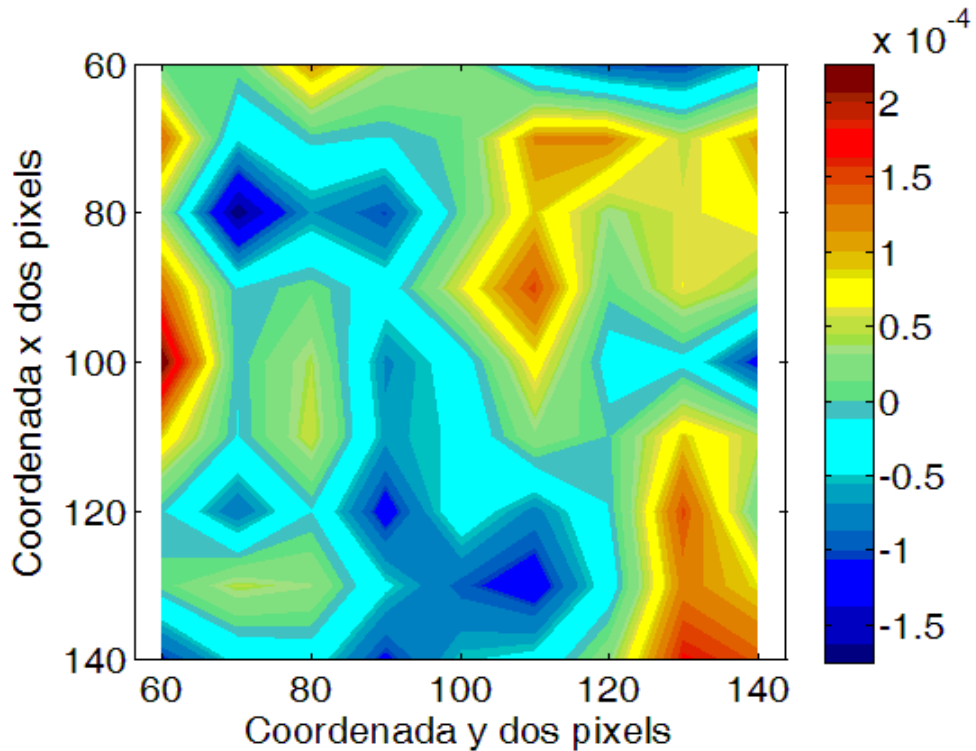
Fonte: Autor (2013).

Figura 31 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações em y para o Exemplo 2



Fonte: Autor (2013).

Figura 32 – Isofaixas de cores representando o campo de distorção para o Exemplo 2



Fonte: Autor (2013).

Observando as Figuras 28 a 32 percebe-se que as características dos resultados obtidos pela ferramenta desenvolvida condizem qualitativamente com o problema real, tanto para os deslocamentos como para as deformações. Também se faz uma avaliação quantitativa quando se observa especificamente as deformações, em que as respostas ficam bem próximas das soluções analíticas (deformação em x igual a $-0,02$ pixels, deformação em y igual a $0,0667$ pixels e termo cruzado de deformação igual a $0,0$ pixels).

4.4 Exemplo 3: Aplicação de Deslocamento através de Função em Série de Taylor com Termos de Segunda Ordem

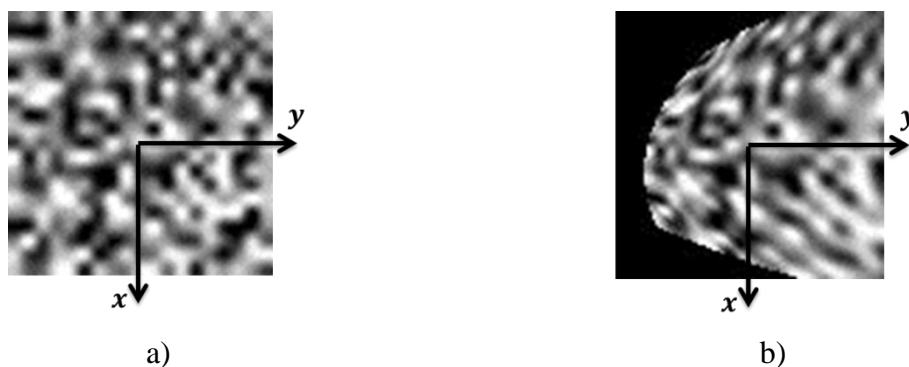
Este exemplo consiste na aplicação de parâmetros de mapeamento (P) que geram uma imagem deformada através de uma função em série de Taylor com termos de segunda ordem. Os parâmetros podem ser vistos na Tabela 5 e as imagens antes e depois da aplicação dos deslocamentos são mostradas na Figura 33.

Tabela 5 – Parâmetros de mapeamento aplicados para obtenção da imagem deformada

u_0	v_0	u_x	v_x	u_y	v_y	u_{xx}	v_{xx}	u_{yy}	v_{yy}	u_{xy}	v_{xy}
0,0	3,5	0,0	0,04	0,03	0,025	0,0	0,01	0,0	0,008	0,0075	0,0045

Fonte: Autor (2013).

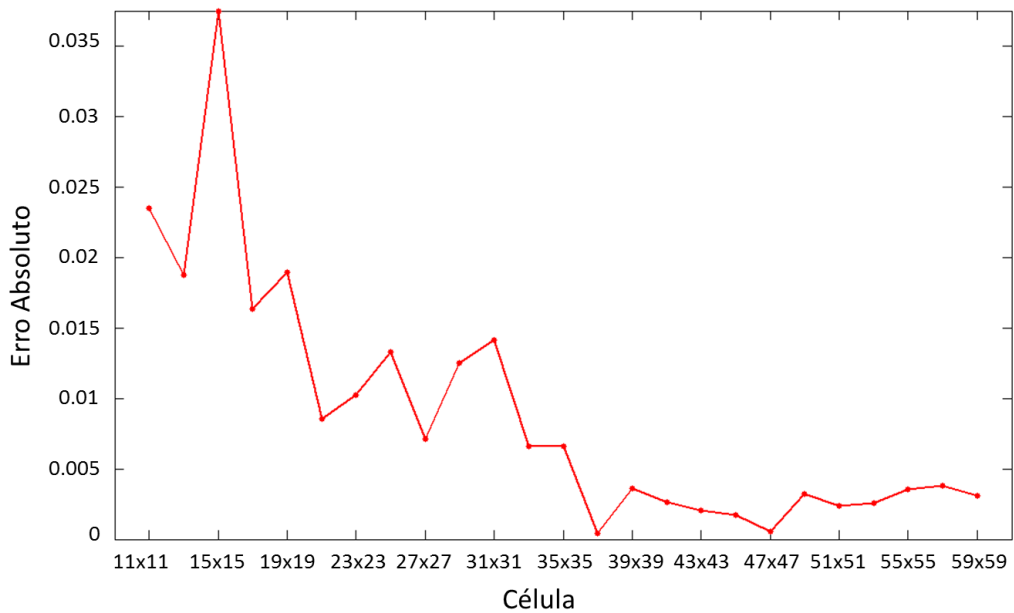
Figura 33 – Imagens antes e depois da aplicação dos parâmetros de mapeamento através da função de deslocamento em série de Taylor com termos de segunda ordem: a) indeformada; b) deformada



Fonte: Autor (2013).

Semelhante ao Exemplo 2, os resultados observados nas Figuras 34 a 39 são baseados na análise das imagens da Figura 33. A Figura 34 representa a relação entre o tamanho da célula e o erro dos parâmetros de mapeamento (P).

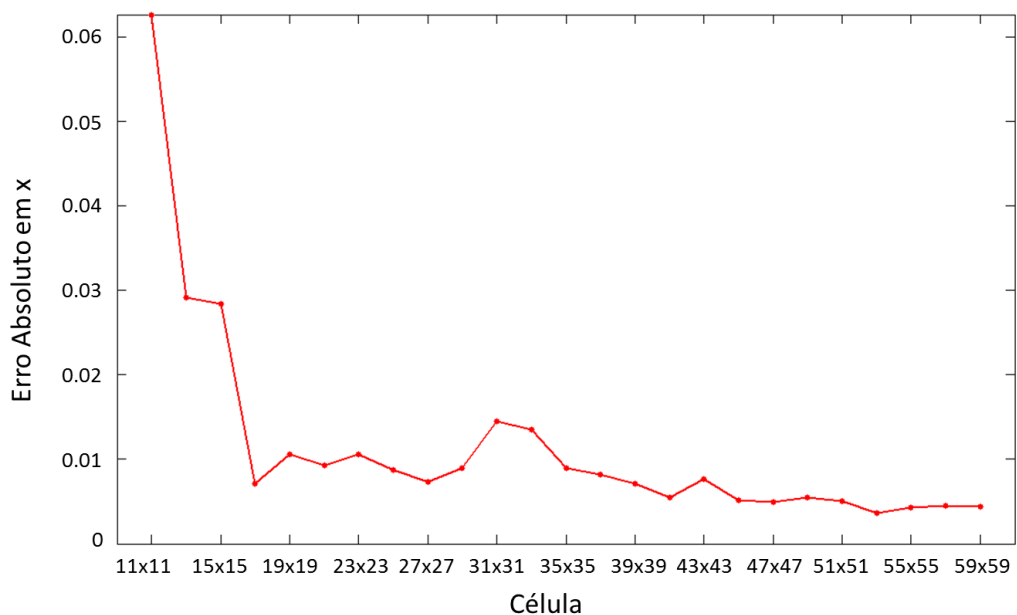
Figura 34 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto dos parâmetros de mapeamento para o Exemplo 3



Fonte: AUTOR, 2013

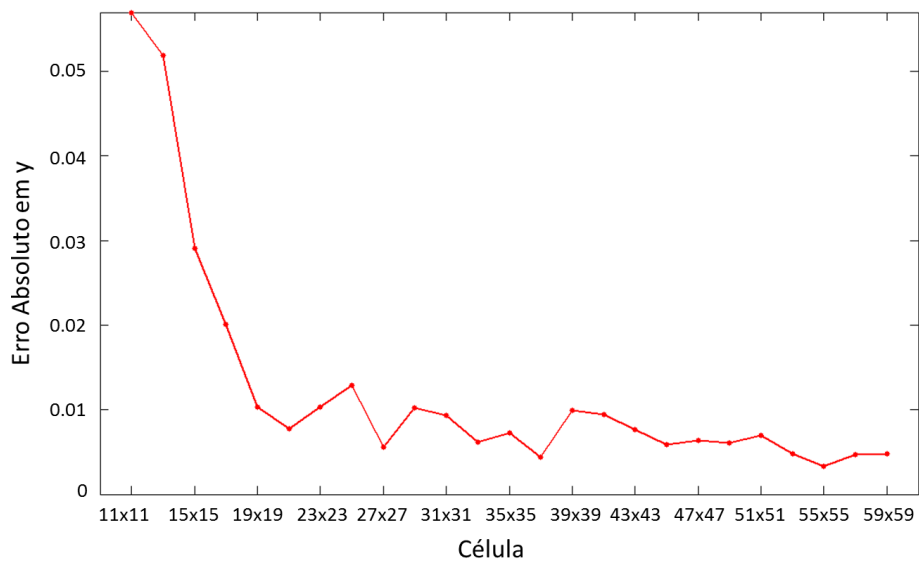
As Figuras 35 e 36 mostram a relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto do deslocamento no eixo x e no eixo y, respectivamente. As Figuras 37 a 39 representam a relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da deformação na direção x, o erro absoluto na direção y e o erro absoluto do termo cruzado da deformação, respectivamente.

Figura 35 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto médio de deslocamento em x para o Exemplo 3



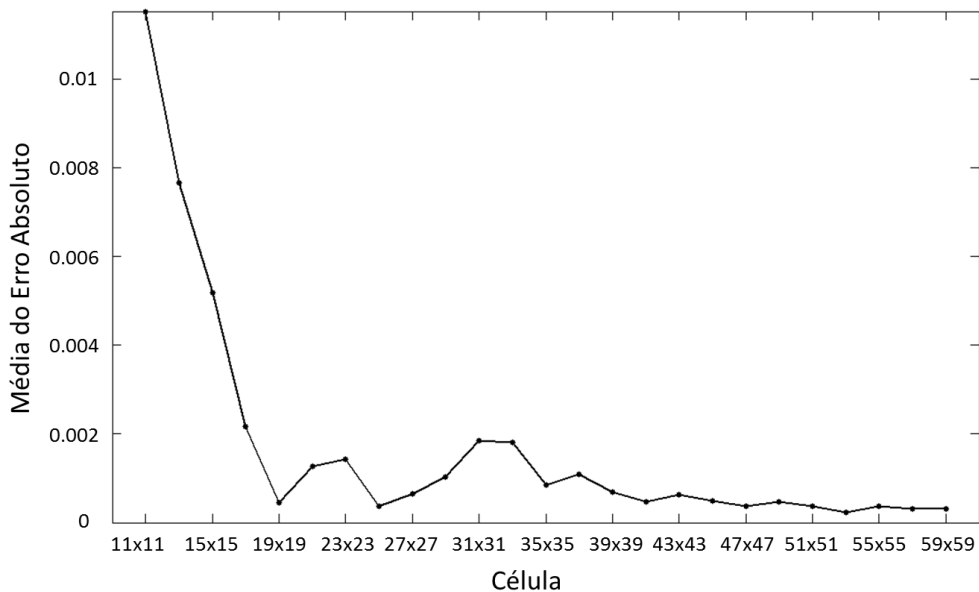
Fonte: Autor (2013).

Figura 36 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto médio de deslocamento em y para o Exemplo 3



Fonte: Autor (2013).

Figura 37 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da deformação em x para o Exemplo 3



Fonte: Autor (2013).

A Tabela 6 apresenta o resultado para os parâmetros de mapeamento referentes à célula de dimensões de 59×59 pixels, onde, observa-se uma resposta bastante satisfatória se comparada com os parâmetros aplicados (Tabela 5) para gerar a imagem deformada.

Os deslocamentos em x e y no pixel de coordenadas (1,1) são 5,8512 e 13,7135, respectivamente. As respostas analíticas para esses deslocamentos são, respectivamente, de

5,85 e 13,70. Avaliando-se o erro relativo entre as duas respostas têm-se, aproximadamente, 0,02% e 0,1%.

Quando é observado um pixel de coordenada mais próxima do centro, por exemplo, o pixel (25, 25), tem-se deslocamentos de 0,0921 e 3,5959 em x e y, respectivamente. Neste caso, as soluções analíticas são, respectivamente, 0,090 e 3,5960. Avaliando-se o erro relativo entre as duas respostas têm-se, aproximadamente, 2,33% e 0,003%.

Logo, observando as duas análises feitas nos dois últimos parágrafos percebe-se, para este exemplo, que o deslocamento encontrado pela ferramenta desenvolvida é bastante satisfatório.

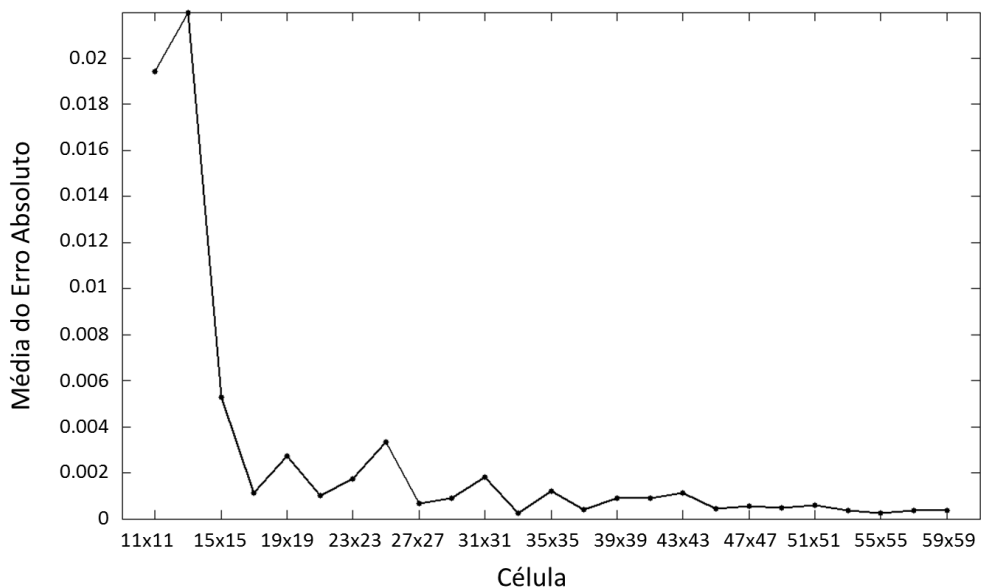
Tabela 6 – Parâmetros de mapeamento encontrados

u_0	v_0	u_x	v_x	u_y	v_y
0,0031	3,49993	0,0001	0,0399	0,0301	0,0251
u_{xx}	v_{xx}	u_{yy}	v_{yy}	u_{xy}	v_{xy}
-0,0000	0,0100	-0,0000	0,0080	0,0075	0,0045

Fonte: Autor (2013).

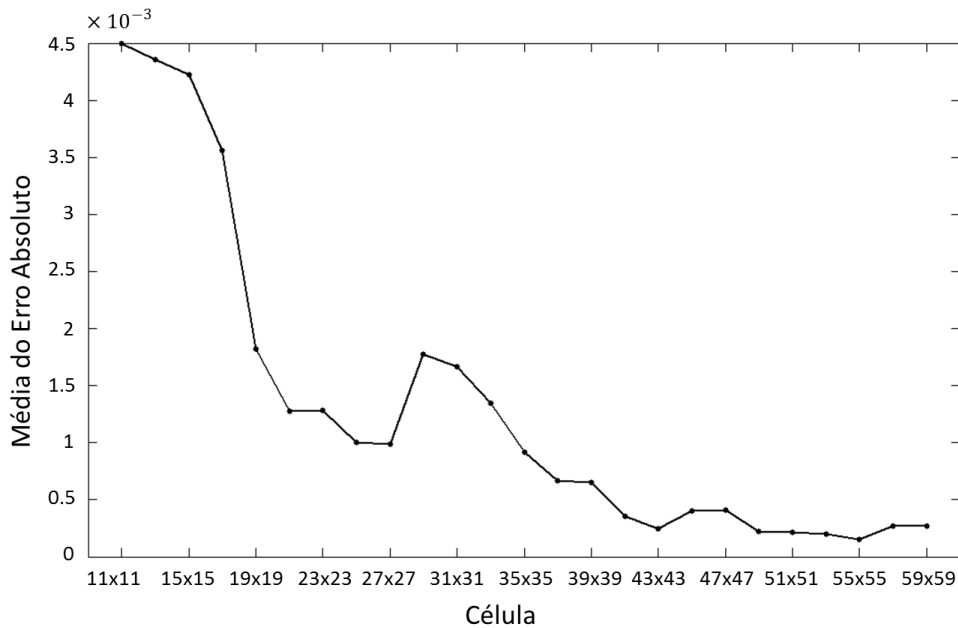
Os erros em relação aos parâmetros de mapeamento e, conseqüentemente, aos deslocamentos encontrados são próximos de 0,005 pixels. Se não for considerada uma translação no exemplo os erros podem ser ainda menores, pois como já dito anteriormente, a precisão para medir translação é de $\pm 0,005$ pixels.

Figura 38 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da deformação em y para o Exemplo 3



Fonte: Autor (2013).

Figura 39 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da distorção para o Exemplo 3



Fonte: Autor (2013).

Quanto as deformações, observa-se que os erros são menores que 2×10^{-3} pixels para células de dimensões superiores a 31×31 pixels. Os valores da deformação encontrados após a simulação na coordenada (25, 25) para a célula de dimensões 59×59 são $-0,0362$, $-0,0368$ e $-0,0193$ para deformação em x, em y e nos termos cruzados de deformação, respectivamente. As soluções analíticas para as mesmas deformações são $-0,0363$, $-0,0368$ e $-0,0193$. Percebe-se então um erro de, respectivamente, $1,0 \times 10^{-4}$, $1,068 \times 10^{-5}$ e $4,79 \times 10^{-5}$. Avaliando-se os erros relativos nas direções x e na direção y tem-se, aproximadamente, 0,3% e 0,0%, respectivamente.

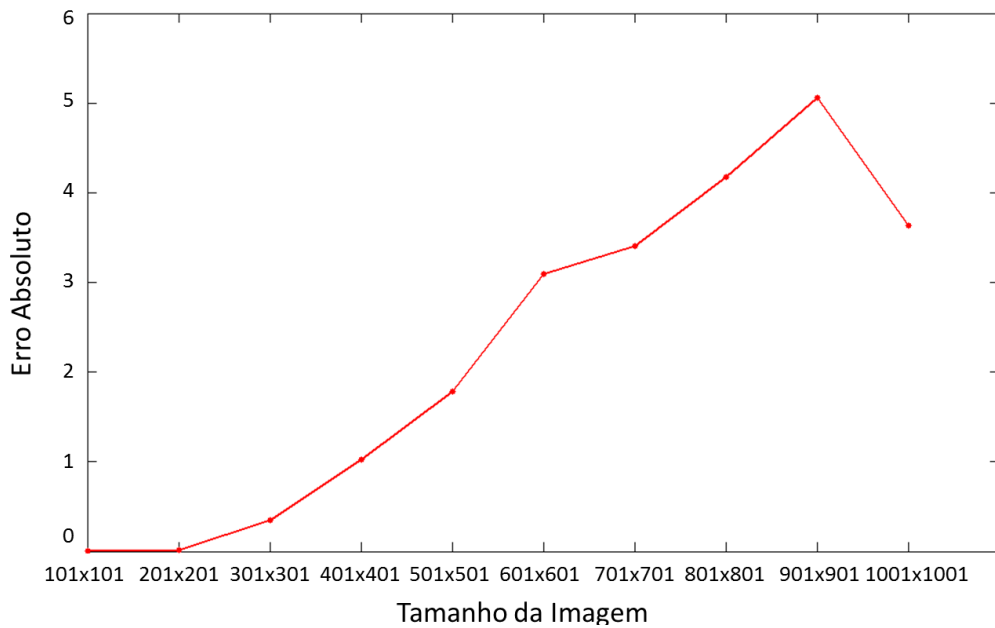
Quando se compara os erros da resposta obtida pela ferramenta desenvolvida com a resposta analítica na coordenada (55, 55), tem-se como deformações 0,2865, 0,4189 e 0,3986 para as direções x, y e nos termos cruzados de deformação, respectivamente. As soluções analíticas são 0,2681, 0,4181 e 0,3983. Logo, os erros absolutos encontrados são de 4×10^{-4} , 8×10^{-4} , 3×10^{-4} , respectivamente. Avaliando-se os erros relativos nas direções x e na direção y tem-se, aproximadamente, 6,86% e 0,2%, respectivamente.

Logo, observando as duas análises feitas nos dois últimos parágrafos percebe-se, para este exemplo, que o deslocamento encontrado pela ferramenta desenvolvida é satisfatório.

As Figuras 40 a 45 mostram as relações entre os erros absolutos e os parâmetros de mapeamento, os deslocamentos e as deformações obtidos. Os resultados obtidos para a

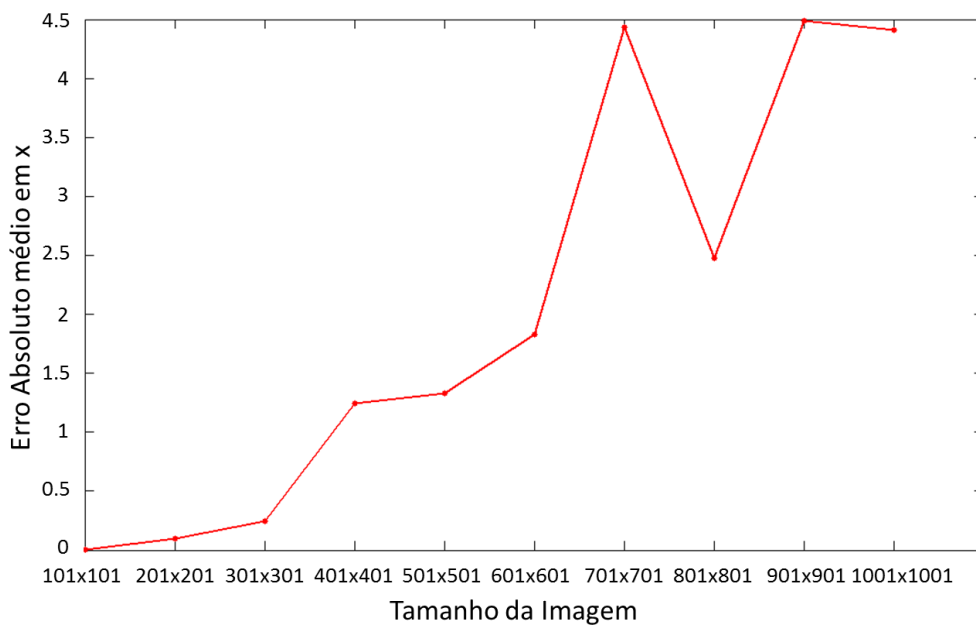
simulação referem-se à variação do tamanho das imagens de referência e das imagens deformadas de 101×101 pixels até 1001×1001 pixels, mantendo a célula de análise centralizada na imagem com as dimensões de 63×63 pixels.

Figura 40 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto dos parâmetros de mapeamento para o Exemplo 3



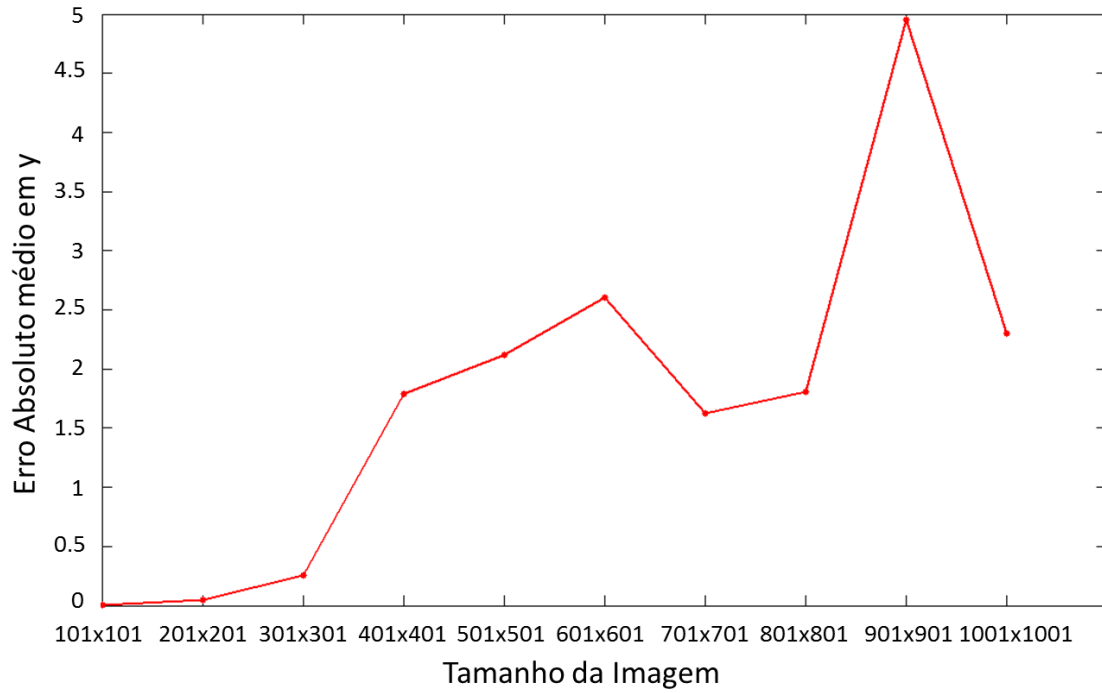
Fonte: Autor (2013).

Figura 41 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto do deslocamento em x para o Exemplo 3



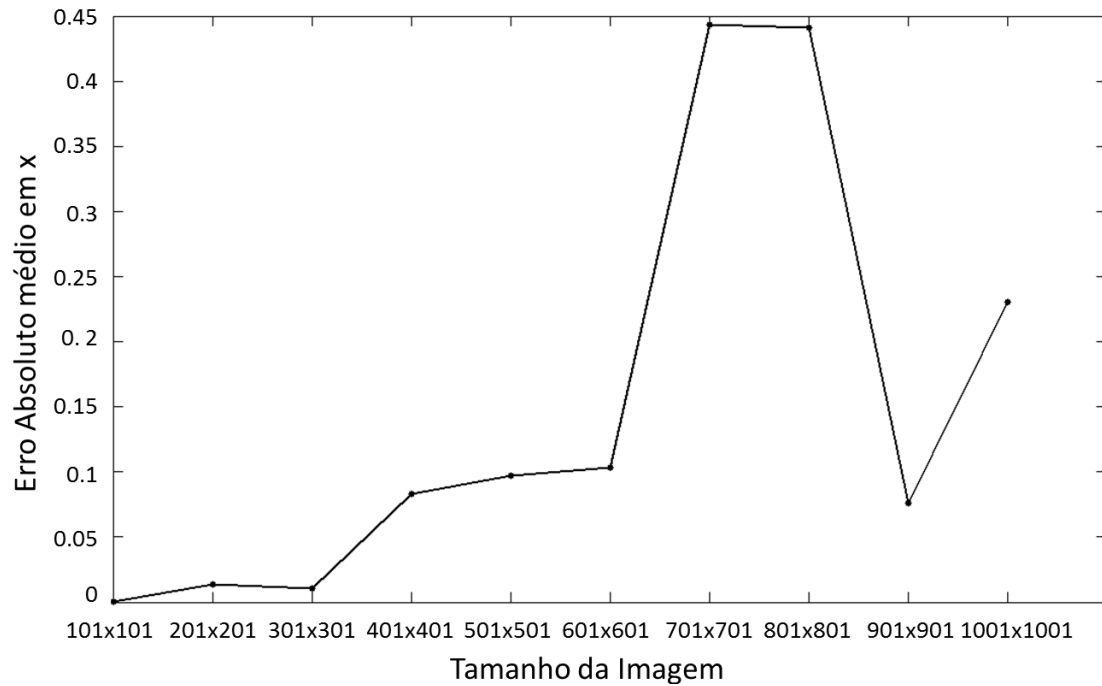
Fonte: Autor (2013).

Figura 42 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto do deslocamento em y para o Exemplo 3



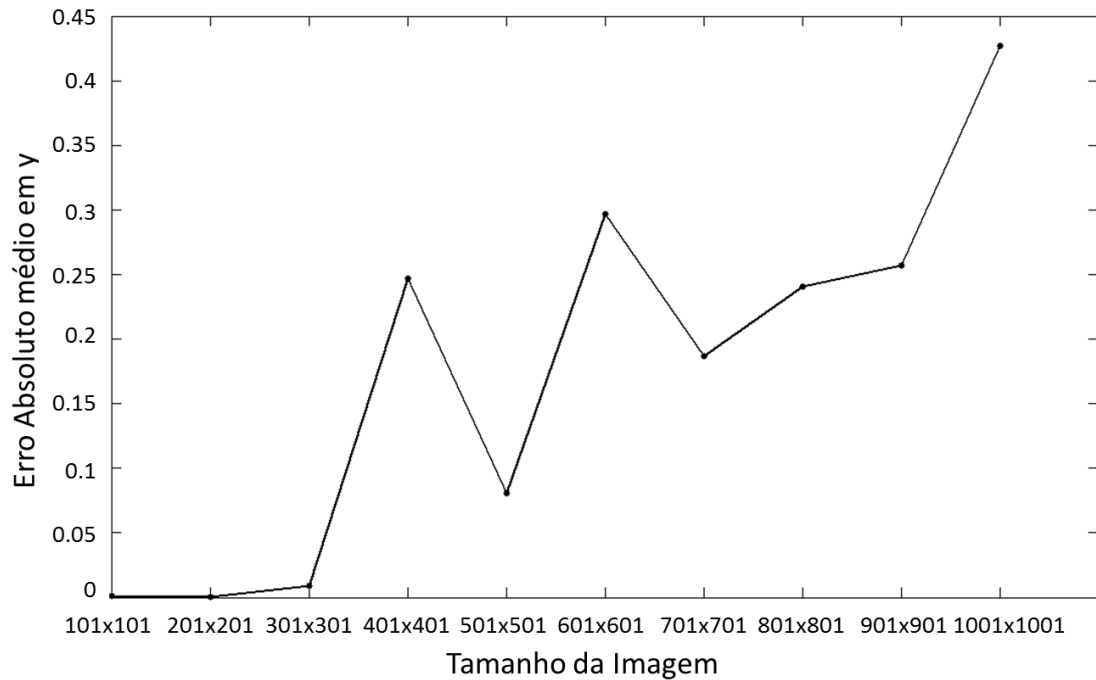
Fonte: Autor (2013).

Figura 43 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto da deformação em x para o Exemplo 3



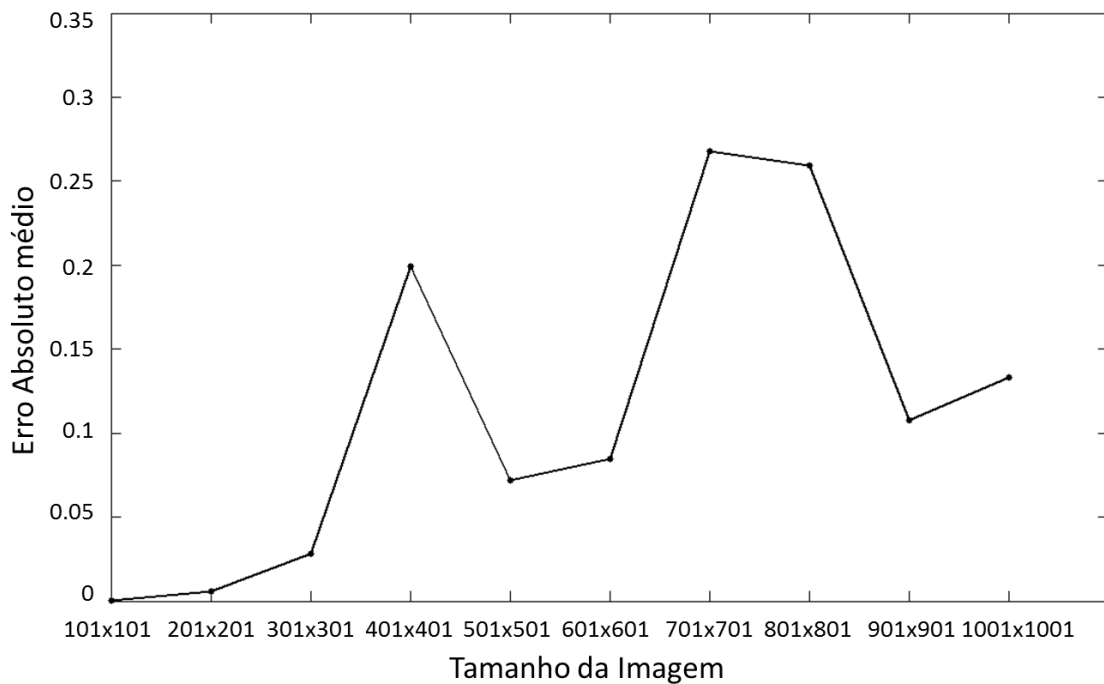
Fonte: Autor (2013).

Figura 44 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto da deformação em y para o Exemplo 3



Fonte: Autor (2013).

Figura 45 – Relação entre o tamanho da imagem e o erro absoluto da distorção para o Exemplo 3



Fonte: Autor (2013).

Analisando os gráficos apresentados nas Figuras 40 a 45, percebe-se que quanto maior o tamanho da imagem, maiores os erros para os deslocamentos e para as deformações. Isso

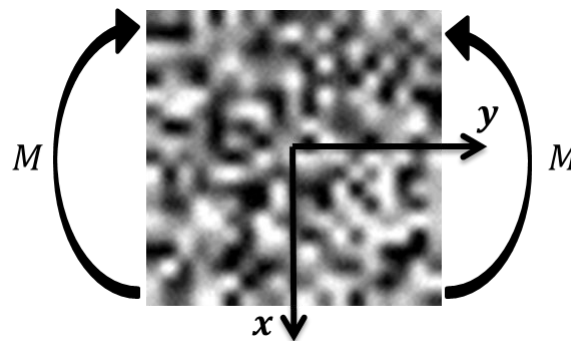
acontece devido ao erro inerente ao processo de geração da imagem deformada. Esse erro aumenta com o aumento do tamanho da imagem. Além disso, com o aumento do tamanho da imagem o tamanho da amostra (célula) passa a não ser representativa para mapear os deslocamentos.

Assim, consideram-se satisfatórios apenas os resultados utilizando as imagens com dimensões de 101×101 pixels a 301×301 pixels, que apresentam erros médios inferiores a 0,5 nos deslocamentos e 0,05 nas deformações.

4.5 Exemplo 4: Flexão Pura

Este exemplo consiste em um problema de flexão pura, onde é considerada a aplicação de um momento fletor na imagem de acordo com os dados apresentados na Tabela 7. Neste exemplo, u e v são os valores analíticos dos deslocamentos ao longo das direções x e y , respectivamente, M o momento fletor aplicado na imagem, ν o coeficiente de Poisson, E o módulo de elasticidade e I o momento de inércia, conforme dados apresentados na Figura 46. As imagens antes e depois da aplicação da flexão podem ser vistas na Figura 47.

Figura 46 – Modelo matemático utilizado no Exemplo 4



Fonte: Autor (2013).

Tabela 7 – Dados utilizados no Exemplo 4

$M = 700 \text{ kN.m}$
$E = 150.000 \text{ kN/m}^2$
$\nu = 0,3$
$I = 1 \text{ m}^4$

$u = -\frac{M(y^2 + vx^2)}{2EI}$
$v = \frac{Mxy}{EI}$

Fonte: Autor (2013).

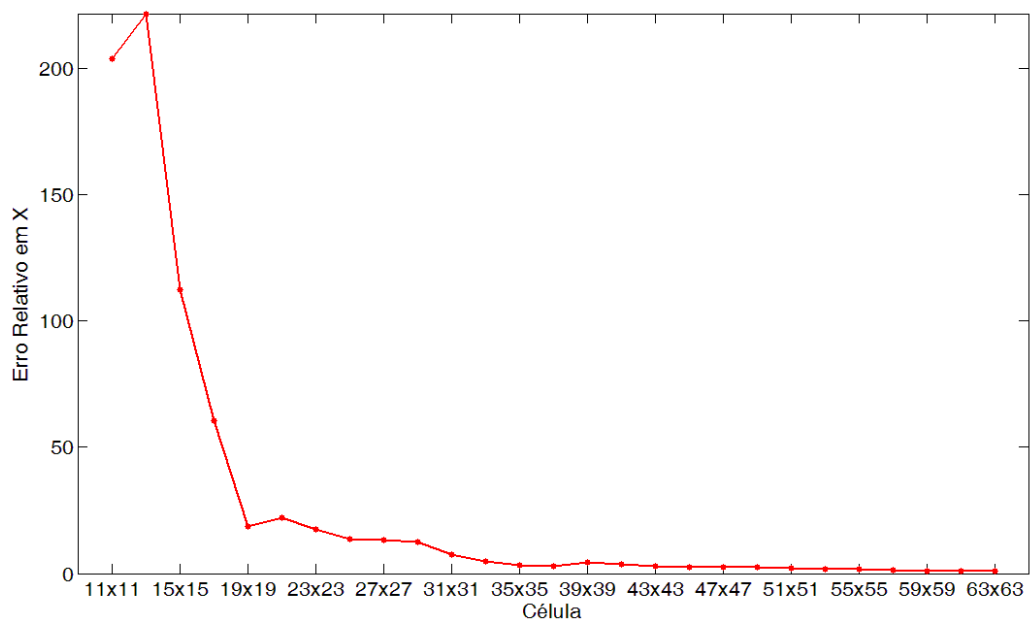
Figura 47 – Imagens antes e depois do deslocamento causado pela aplicação do momento fletor de 700 kN.m: a) indeformada; b) deformada.



Fonte: Autor (2013).

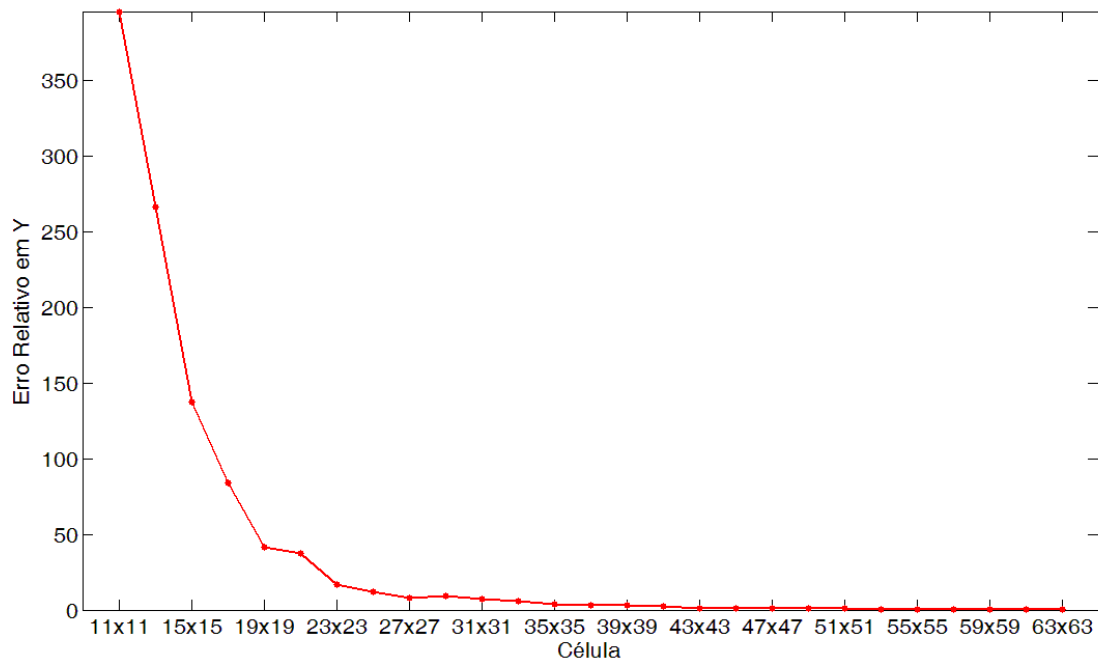
Os resultados obtidos para esse exemplo são mostrados nos gráficos apresentados nas Figuras 48 a 52. Esses gráficos mostram os erros relativos dos deslocamentos e das deformações e os erros absolutos das distorções obtidos pela ferramenta desenvolvida em relação às respostas analíticas dadas por u , v (deslocamentos) apresentados na Tabela 7 e pelas Equações (54) a (56) que representam as deformações e distorções.

Figura 48 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo dos deslocamentos em x (u) para o Exemplo 4



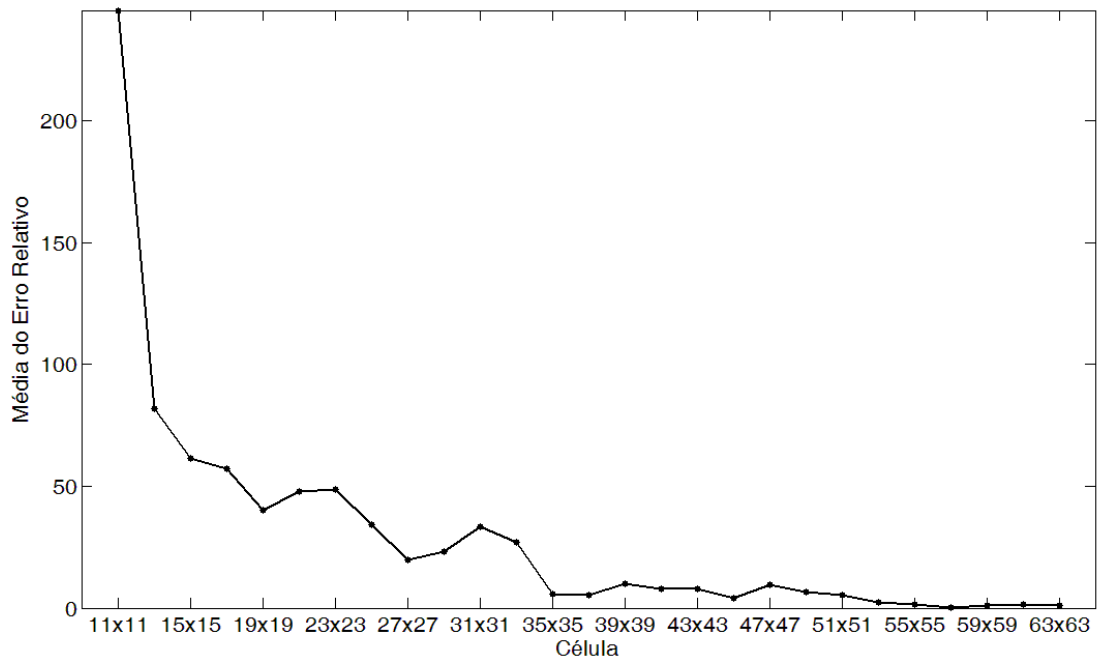
Fonte: Autor (2013).

Figura 49 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo dos deslocamentos em y (v) para o Exemplo 4



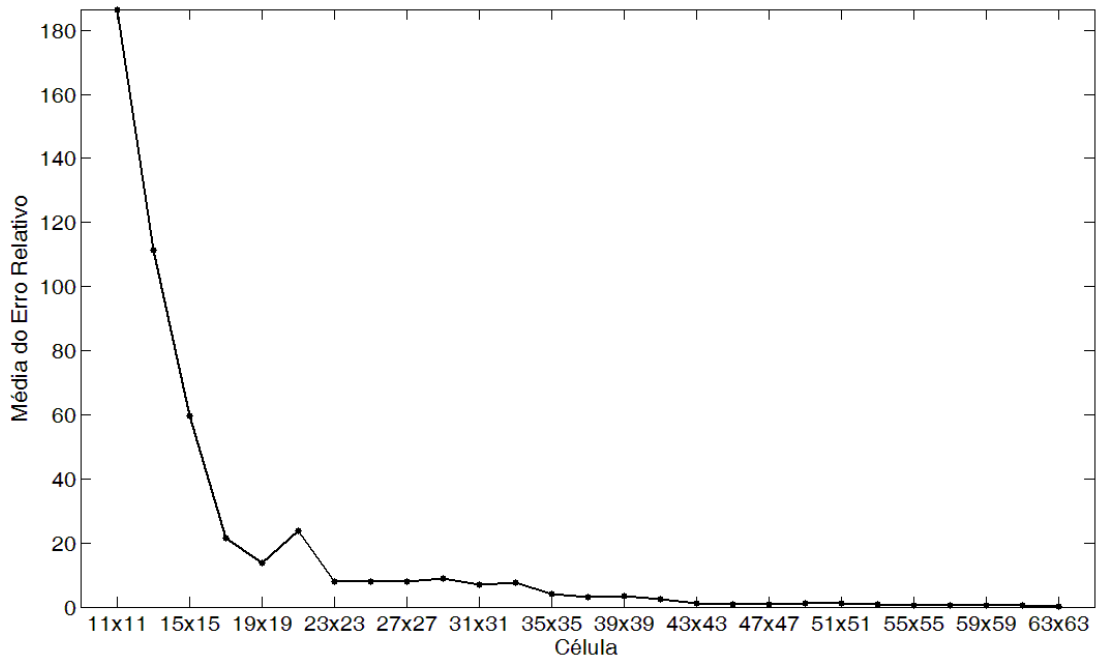
Fonte: Autor (2013).

Figura 50 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo das deformações em x (E_{xx}) para o Exemplo 4



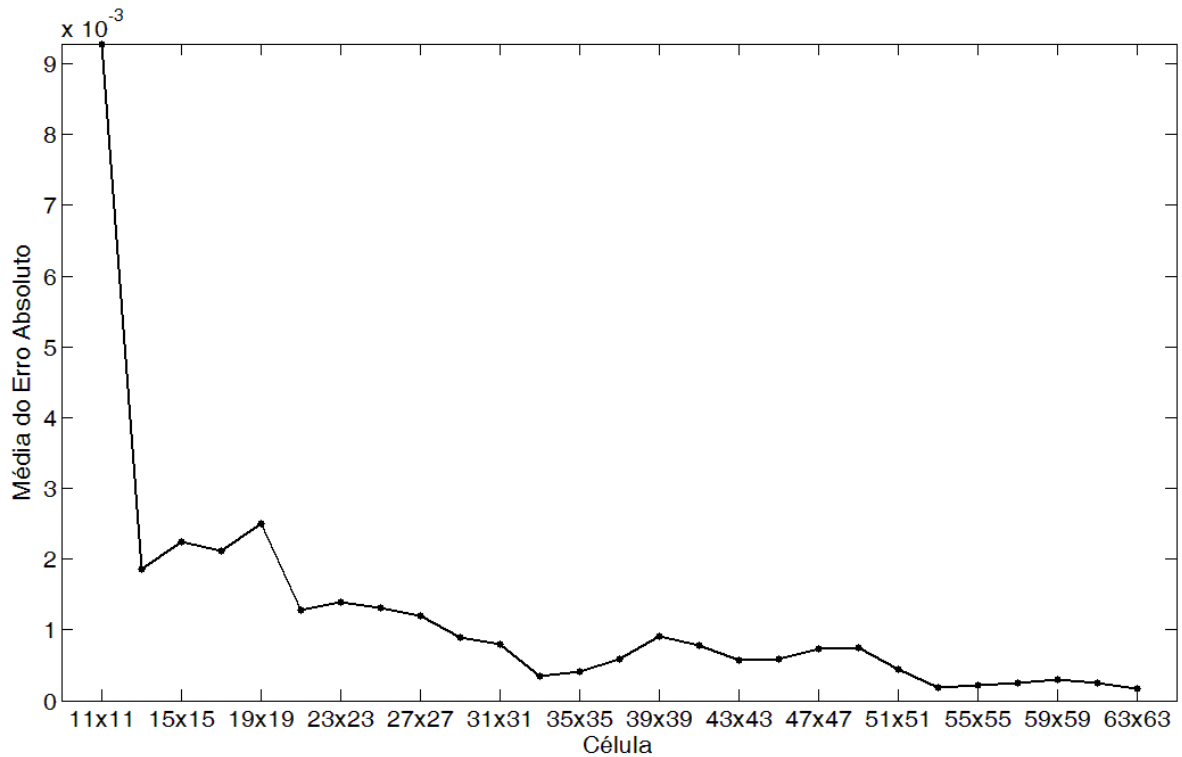
Fonte: Autor (2013).

Figura 51 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo das deformações em y (E_{yy}) para o Exemplo 4



Fonte: Autor (2013).

Figura 52 - Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto das distorções (E_{xy}) para o Exemplo 4



Fonte: Autor (2013).

Percebe-se ao observar os gráficos que os erros para os deslocamentos são inferiores a 5% para células com dimensões superiores a $33 \times 33 \text{ pixels}$. Para as deformações os erros

são inferiores a 5% para células com dimensões superiores a 53×53 pixels. Observa-se também uma tendência do erro diminuir quando se aumenta o tamanho da célula.

Da mesma forma que nos exemplos anteriores, observando-se os deslocamentos em x e y para a célula de 63×63 pixels, no pixel de coordenadas (1,1), têm-se -2,9216 e 4,4888, respectivamente. Como as respostas analíticas para esses deslocamentos são, respectivamente, de -2,9150 e 4,4847. Então, avaliando-se o erro relativo entre as duas respostas têm-se, aproximadamente, 0,23% e 0,1%.

Quando é observado um pixel de coordenada mais próxima do centro, por exemplo, o pixel (25, 25), tem-se deslocamentos de -0,1447 e 0,2280 em x e y , respectivamente. Neste caso, as soluções analíticas são, respectivamente, -0,1486 e 0,2287. Avaliando-se o erro relativo entre as duas respostas têm-se, aproximadamente, 2,63% e 0,31%.

Logo, observando as duas análises feitas nos dois últimos parágrafos percebe-se, para este exemplo, que o deslocamento encontrado pela ferramenta desenvolvida é bastante satisfatório.

Quanto às deformações e a distorção, os valores encontrados após a simulação na coordenada (25, 25) para a célula de dimensões 63×63 são 0,0099, $-0,0327$ e $1,7956 \times 10^{-4}$ para deformação em x , em y e na distorção, respectivamente. As soluções analíticas para as mesmas deformações são $-0,0098$, $-0,0327$ e 0,0. Avaliando-se os erros relativos nas direções x e na direção y tem-se, aproximadamente, 0,66%, 0,17%.

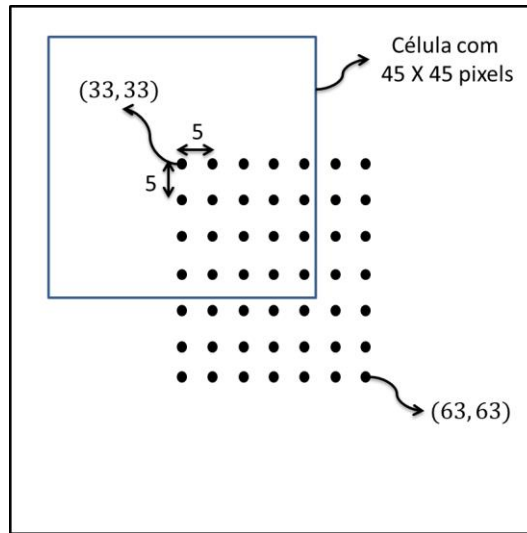
Quando se compara os erros da resposta obtida pela ferramenta desenvolvida com a resposta analítica na coordenada (55, 55), tem-se como deformações $-0,0316$, 0,1075 e $-1,167 \times 10^{-3}$ para as direções x , y e na distorção, respectivamente. As soluções analíticas são 0,0322, 0,1073 e 0,0. Avaliando-se os erros relativos nas direções x e na direção y tem-se, aproximadamente, 1,87%, 0,11% respectivamente.

Assim, pode-se concluir que as deformações encontradas pela ferramenta desenvolvida são bastante satisfatórias para este exemplo, o mesmo pode ser dito para as distorções com erros absolutos que tendem a zero.

As Figuras 54 a 58 mostram as isofaixas de cores para os campos de deslocamentos nas direções x e y , além dos campos de deformações nas direções x , y e distorções. Esses

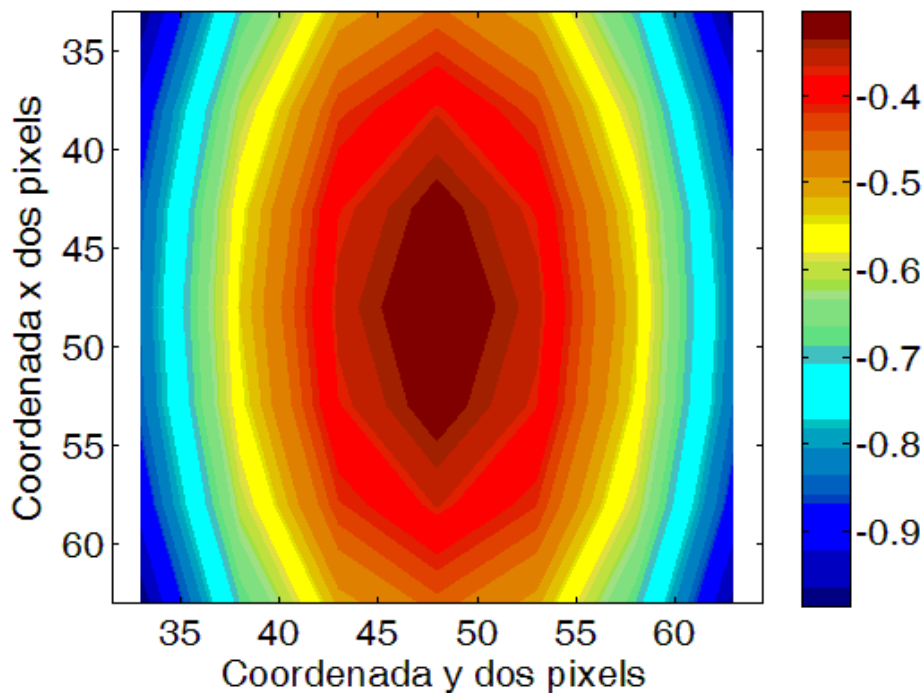
campos, para o exemplo de flexão pura, são obtidos considerando células com dimensões de 45×45 pixels. As coordenadas dos centros dessas células estão localizadas entre os pixels (33, 33) e (63, 63), sendo o espaçamento (*gap*) entre esses centros de 5 pixels, formando um *grid* com 49 células (ver Figura 53).

Figura 53 – Ilustração do grid com os pontos a serem percorridos pela célula dentro da imagem



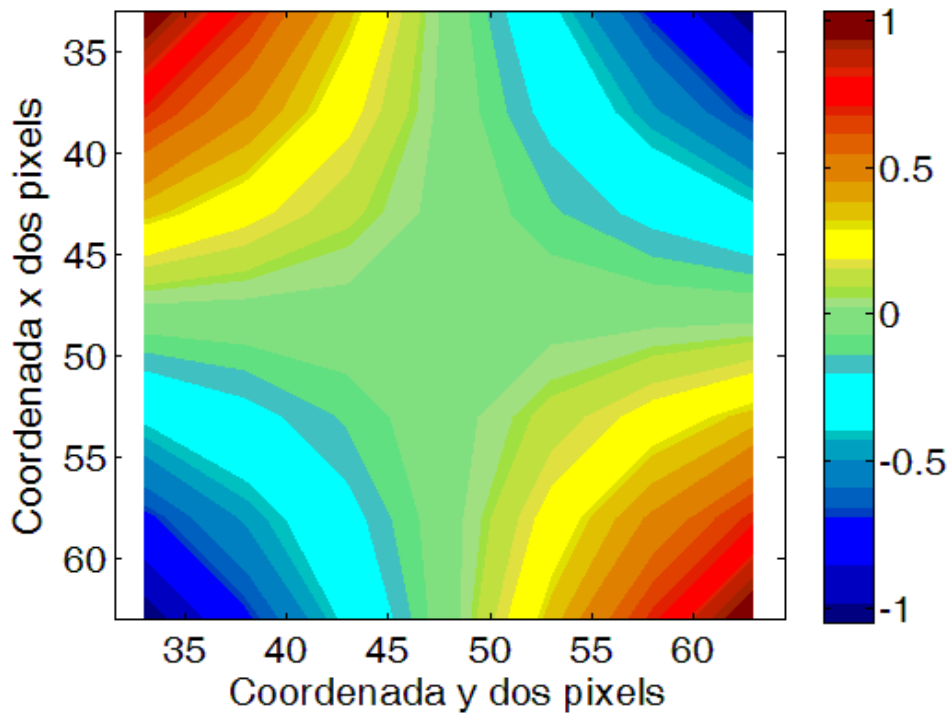
Fonte: Autor (2013).

Figura 54 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos na direção x (u_x) para o Exemplo 4



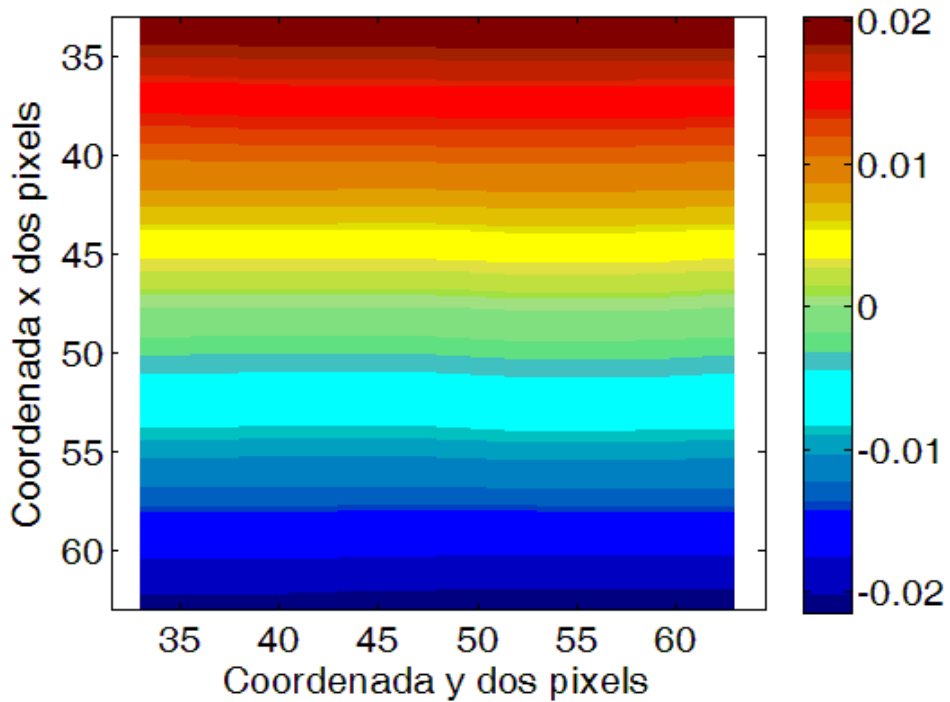
Fonte: Autor (2013).

Figura 55 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos na direção y (u_y) para o Exemplo 4



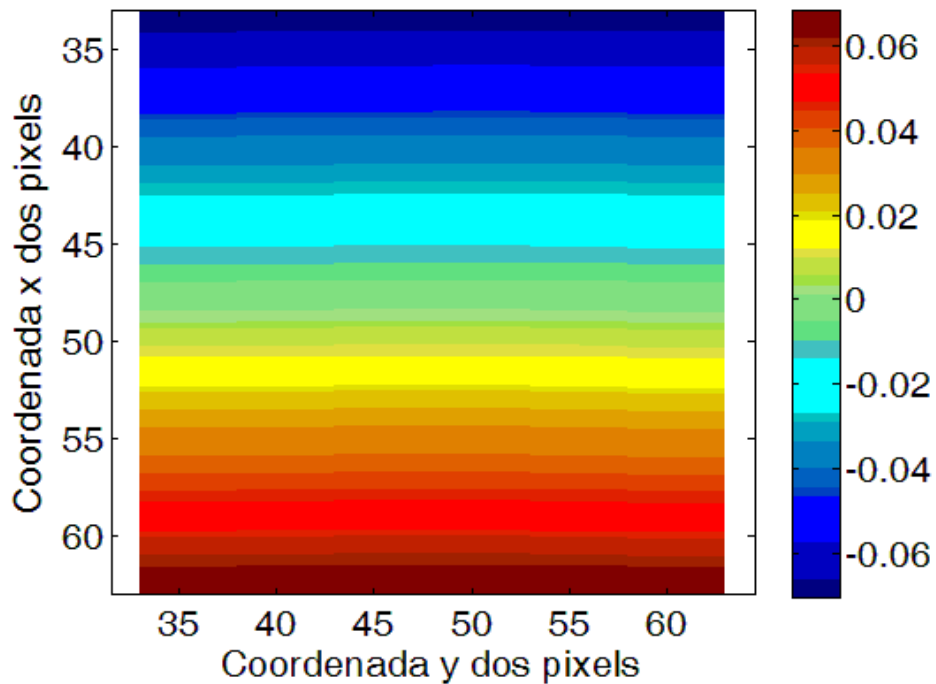
Fonte: Autor (2013).

Figura 56 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações na direção x (E_{xx}) para o Exemplo 4



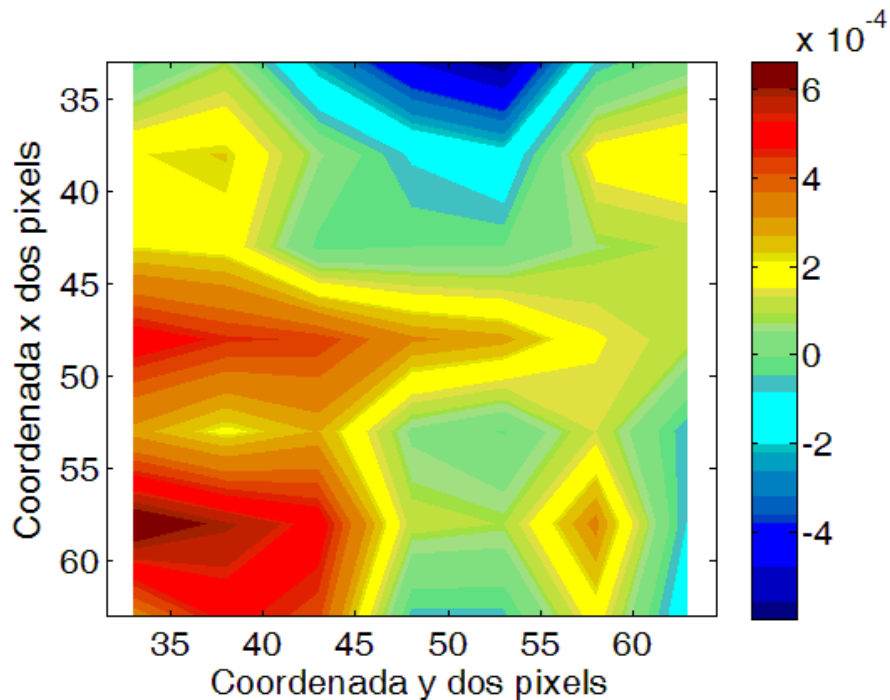
Fonte: Autor (2013).

Figura 57 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações na direção y (E_{yy}) para o Exemplo 4



Fonte: Autor (2013).

Figura 58 – Isofaixas de cores representando o campo de distorção (E_{xy}) para o Exemplo 4



Fonte: Autor (2013).

Observando as Figuras 54 a 58 percebe-se que as características dos resultados obtidos pela ferramenta desenvolvida condizem qualitativamente com o problema real, tanto para os deslocamentos como para as deformações. Também se faz uma avaliação quantitativa quando

se observa os deslocamentos, em que as respostas ficam bem próximas das soluções analíticas (o deslocamento em x varia de $-0,9858$ a $-0,3033$ e o deslocamento em y varia de $-1,0500$ a $1,0500$). O mesmo acontece para as soluções analíticas das deformações (a deformação em x varia de $-0,0210$ a $0,0210$, a deformação em y varia de $-0,0700$ a $0,0700$ e a distorção é sempre nula).

4.6 Considerações Sobre os Resultados

De modo geral, os exemplos apresentados neste capítulo e simulados através da estratégia desenvolvida neste trabalho apresentaram respostas satisfatórias para os campos de deslocamento e de deformações obtidos, como pode ser visto na Tabela 8 e se comparados com os erros gerados na utilização de um *strain gage*.

Tabela 8 – Quadro com os erros relativos encontrados para deslocamentos, deformações e distorções nos exemplos deste capítulo

Exemplo	Erro relativo dos deslocamentos, deformações e distorções (%)				
	u	v	Exx	Eyy	Exy
Translação	0,05	0,05	-	-	-
Tensão Uniaxial	1,18	0,62	1,00	0,30	-
Aplicação de deslocamentos através de função em Série de Taylor com termos de 2ª ordem	2,33	0,003	0,30	0,00	0,00
Flexão Pura	2,63	0,31	0,66	0,17	-

Fonte: Autor (2013).

No entanto, esses resultados dependem de uma série de fatores, tais como: a) o tamanho da célula, pois quanto mais próximo do tamanho da imagem for o tamanho da célula, mais representativa a célula será para mapear os deslocamentos e deformações; b) tamanho da imagem de referência, pois quanto maior a imagem, maiores os erros inerentes à geração da imagem deformada; c) tipo de problema a ser analisado, ou seja, se é um problema apenas com translação ou com deslocamentos mais complexos que venham a necessitar de funções de deslocamento mais adequadas; d) região da imagem que se deseja analisar, ou seja, se é uma região de centro ou de borda; e) tipo de interpolação utilizada, ou seja, se é uma interpolação bilinear ou bicúbica; e f) quantidade de células escolhidas para mapear a região de análise nas situações com campos não homogêneos de deslocamento e deformação. Outros fatores que também podem contribuir na qualidade dos resultados são o tipo do padrão

pontual utilizado, ou seja, o resultado depende da distribuição dos pixels da imagem; a mudança de iluminação entre a imagem indeformada e a imagem deformada, no caso da análise experimental; os critérios de convergência do algoritmo, ou seja, dependendo do critério adotado a análise pode demorar mais, mas pode acarretar em resultados melhores e vice-versa; e o algoritmo de otimização, ou seja, se é o algoritmo de Newton-Raphson ou o de Levenberg-Marquardt ou um algoritmo genético.

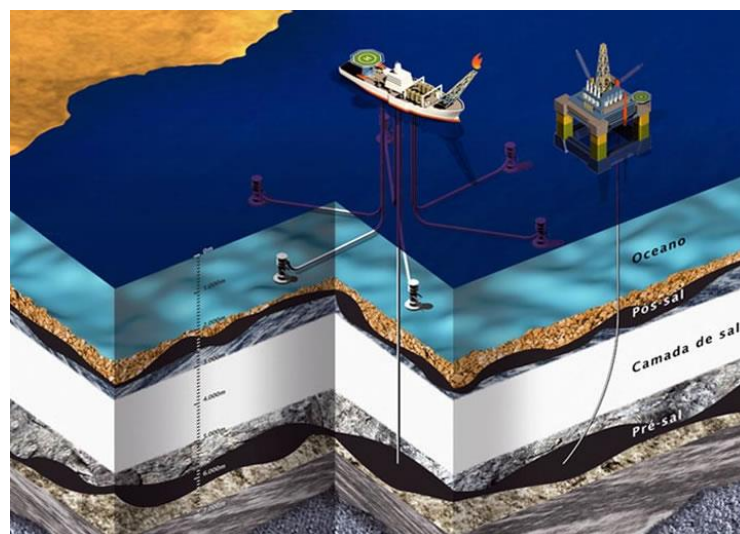
5 ESTUDOS DE CASO

Para avaliar a metodologia desenvolvida neste trabalho, o presente capítulo apresenta dois estudos de caso de problemas de análise de tensões: a) ensaio de compressão triaxial – foi escolhido, pois o trabalho deve estar inserido na área de petróleo e gás através do programa que o financia (Programa de Recursos Humanos da Agência Nacional de Petróleo – PRH/ANP); b) ensaio de compressão diametral ou, como é mais conhecido, Ensaio Brasileiro (CARNEIRO, 1943). Antes de cada estudo de caso, realiza-se uma breve introdução para apresentação do problema e seus principais campos de aplicação. Em seguida, descreve-se o modelo matemático utilizado para a solução do problema e também o modelo computacional adotado. Por fim, apresentam-se os resultados obtidos pela ferramenta e faz-se uma explanação a respeito dos resultados alcançados.

5.1 Ensaio de Compressão Triaxial

Os ensaios de compressão triaxial são utilizados para determinação dos parâmetros da resistência ao cisalhamento de solos e rochas. Esses ensaios são os mais utilizados na atualidade por suas condições de aparelhagem mais refinadas, capazes de garantir uma impermeabilização total da amostra, controle absoluto da drenagem e medida do valor da pressão neutra. Eles vêm sendo muito utilizados para caracterizar as rochas salinas, que são rochas presentes nos sistemas petrolíferos do Pré-sal (ver Figura 59).

Figura 59 – Ilustração do sistema petrolífero do Pré-sal

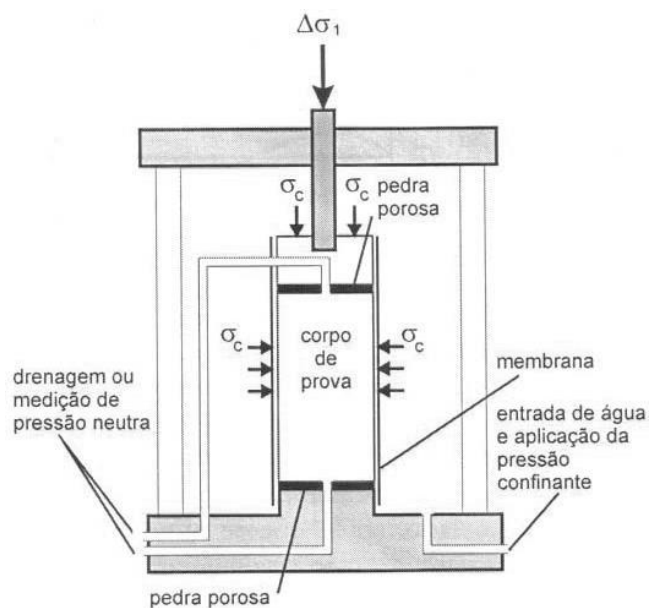


Fonte: Barbosa (2013).

As rochas salinas são responsáveis pela contenção do petróleo dentro da rocha reservatório (rocha onde está contido o óleo) e, conseqüentemente, pela acumulação do petróleo no fundo dos oceanos. As rochas salinas são denominadas de rochas selantes. Então, para que se possa fazer a extração do óleo faz-se necessária a perfuração de extensas camadas dessas rochas e, para isso, é preciso conhecer suas propriedades mecânicas. Essas rochas salinas vêm sendo alvo de estudo das empresas e pesquisadores da área e o ensaio de compressão triaxial é uma das ferramentas utilizadas para auxiliar nesses estudos.

O ensaio de compressão triaxial consiste na aplicação de um estado hidrostático de tensões e de um carregamento axial sobre um corpo-de-prova cilíndrico do solo ou da rocha (ver Figura 60). O corpo-de-prova é envolvido por uma fina membrana de borracha e colocado dentro de uma câmara cilíndrica que é normalmente preenchida com água ou glicerina. Em seguida, esse corpo é submetido a uma pressão confinante, ou pressão de confinamento, por compressão do fluido na câmara. O corpo-de-prova fica sob um estado hidrostático de tensões. Para provocar a ruptura por cisalhamento do corpo-de-prova aplica-se o carregamento axial por meio de uma haste. Esse carregamento pode ser aplicado de duas formas: a) por meio da aplicação de forças na haste que penetra na câmara, caso em que o ensaio é chamado de ensaio com carga controlada; b) colocando a câmara em uma prensa que é deslocada para cima pressionando a haste, esse caso é denominado ensaio de deformação controlada (DAS, 2007) e (PINTO, 2006).

Figura 60 – Esquema da câmara de ensaio triaxial



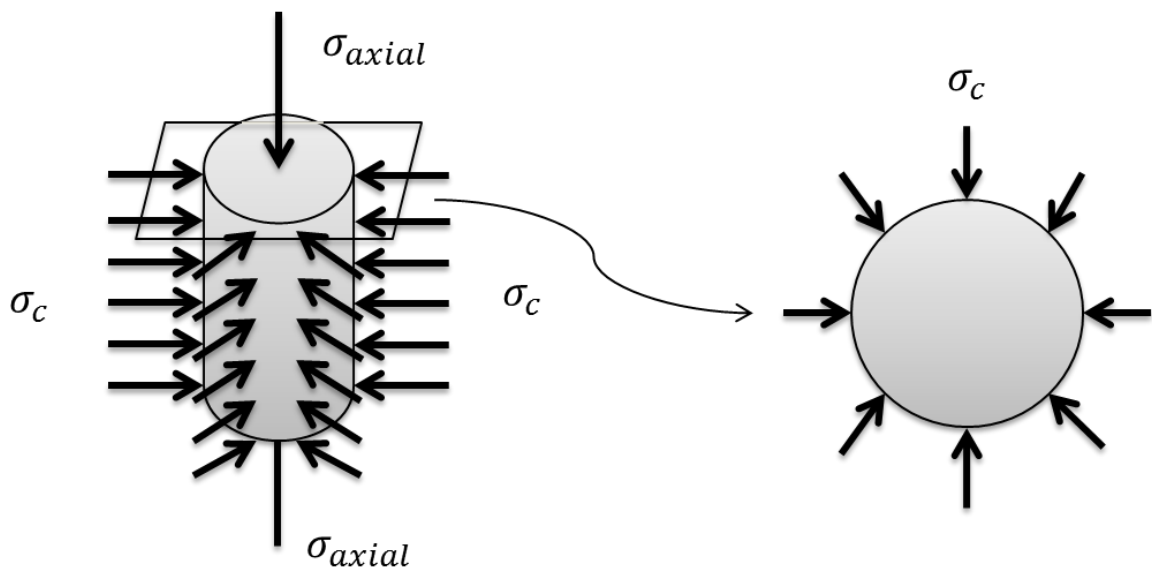
Fonte: Pinto (2006).

A carga axial aplicada pela haste de carregamento correspondente a uma dada deformação axial é medida por meio de um anel dinamométrico ou célula de carga fixada à haste. A tensão devido ao carregamento axial é denominada também de tensão desviadora. As conexões para a medição da drenagem interna ou externa ao corpo de prova ou para a medição da poropressão são fornecidas de acordo com as três condições de ensaio, geralmente realizadas: a) Ensaio adensado drenado ou ensaio drenado (*Consolidated drained* - CD); b) Ensaio adensado não-drenado (*Consolidated Undrained* – CU); e c) Ensaio não-adensado não-drenado ou ensaio não-drenado (*Unconsolidated undrained* – UU). Mais detalhes sobre as condições de ensaio podem ser encontrados em Das (2007) e em Pinto (2006).

5.1.1 Modelo Matemático Utilizado

No estudo do caso em questão foca-se na obtenção de campos de deslocamentos e deformações de uma seção transversal do cilindro. Consideram-se os esforços que atuam apenas na região do disco (ver Figura 61), ou seja, na região de análise. Esses esforços se resumem apenas a tensão confinante (σ_c), pois não existe contribuição da tensão axial (σ_{axial}) na direção do confinamento. Com isso, podem-se obter os campos de deslocamentos e de deformações na região do disco utilizando as equações desenvolvidas por Ma e Hung (2008) e baseadas na Figura 62 descritas a seguir.

Figura 61 – Esquema utilizado para o ensaio de compressão triaxial

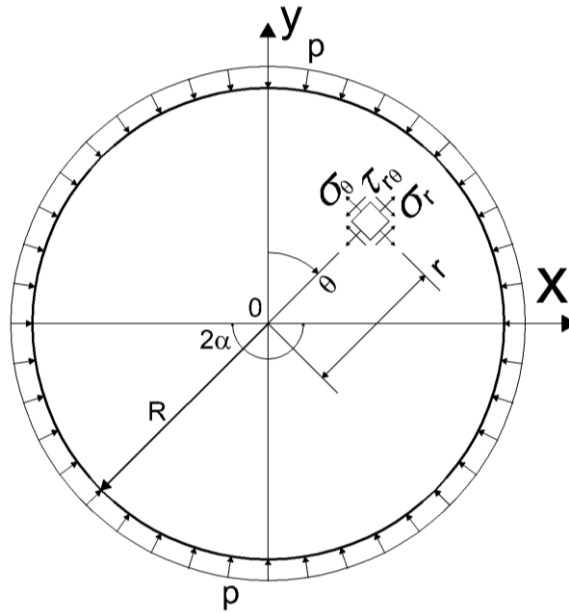


Fonte: Autor (2013).

Destaca-se que, no ensaio em laboratório, a deformação na direção do confinamento tem uma contribuição da tensão axial devido ao efeito do Poisson. Assim, para a obtenção dos

campos de deslocamento e de deformações através da DIC em qualquer instante do ensaio, é necessário apenas que sejam fornecidas as imagens do disco antes e depois da deformação. Apesar das dificuldades na obtenção das imagens da forma tradicional, um microtomógrafo pode ser utilizado para obter as imagens, como pode ser visto em Lenoir et al. (2007).

Figura 62 – Disco circular sujeito a uma carga distribuída



Fonte: Adaptado de Ma e Hung (2008)

Então, utilizando as equações de equilíbrio para duas dimensões em coordenadas polares, considerando um carregamento uniformemente distribuído radialmente em todo o perímetro do disco (ver Figura 62) e após a realização de diversas transformações matemáticas chega-se nas Equações (62) e (63) definidas por Ma e Hung (2008), que estabelecem os deslocamentos do disco para coordenadas polares (u_r e u_θ):

$$u_r = -\frac{1-\nu}{E}pr \quad (62)$$

$$u_\theta = 0 \quad (63)$$

onde E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson. Ainda com base em Ma e Hung (2008) sabe-se que

$$r = \rho R \quad (64)$$

e

$$\rho = \frac{1}{R} \sqrt{x^2 + y^2} \quad (65)$$

Então, substituindo a Equação (65) em (64) e substituindo o resultado na Equação (62), tem-se:

$$u_r = -\frac{1-\nu}{E} p \sqrt{x^2 + y^2} \quad (66)$$

Os deslocamentos em coordenadas cartesianas (u e v) são obtidos utilizando as seguintes conversões:

$$u = u_r \sin \theta + u_\theta \cos \theta \quad (67)$$

$$v = u_r \cos \theta - u_\theta \sin \theta \quad (68)$$

onde,

$$\theta = \tan^{-1} \frac{x}{y} \quad (69)$$

Para a obtenção das deformações utilizam-se as Equações (70) a (72) obtidas através das Equações (54) a (56), como seguem:

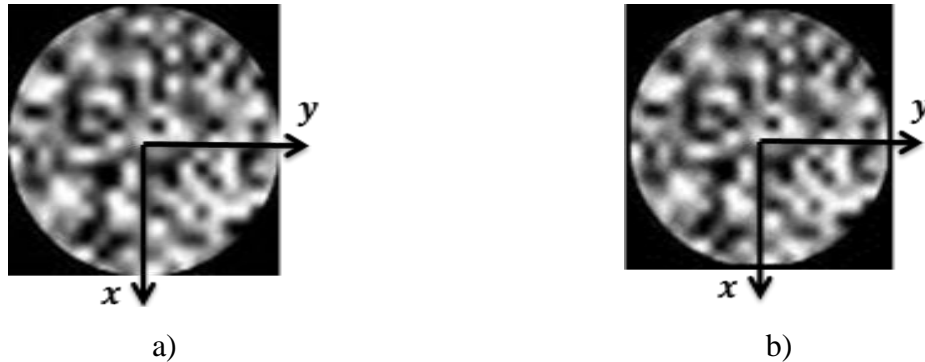
$$E_{xx} = -\frac{(1-\nu)p\sqrt{x^2 + y^2}}{yE \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{y^2}}} \quad (70)$$

$$E_{yy} = -\frac{(1-\nu)p\sqrt{x^2 + y^2}}{yE \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{y^2}}} \quad (71)$$

$$E_{yy} = 0 \quad (72)$$

Vale ressaltar que para o eixo de coordenadas utilizado na ferramenta deve-se substituir x por y e y por $-x$ nas Equações (70) a (72), obtendo-se as Equações (73) a (75).

Figura 63 – Imagem antes e depois do deslocamento causado pela aplicação da carga distribuída de 5.000 kN/m^2 : a) indeformada; b) deformada

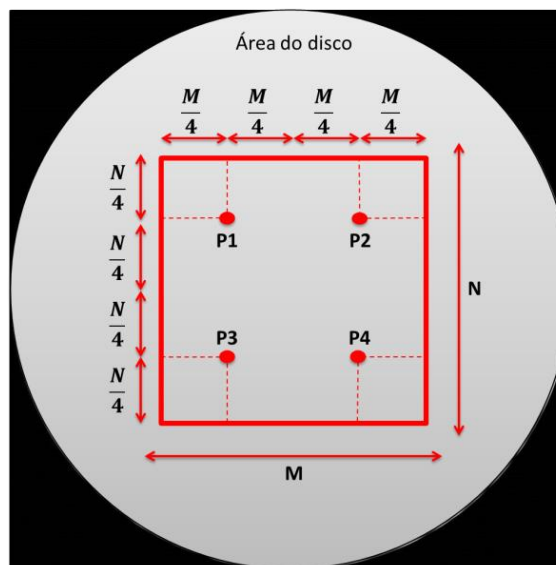


Fonte: Autor (2013).

5.1.3 Resultados Obtidos

Os primeiros resultados aqui apresentados são obtidos a partir de células com dimensões variando de $9 \times 9 \text{ pixels}$ a $71 \times 71 \text{ pixels}$, sendo o salto (*shift*) entre as dimensões das células de 2 pixels em ambas as direções. Além disso, todas as células possuem coordenadas de seu centro coincidindo com as coordenadas do centro da imagem. Outra observação importante é que os deslocamentos e as deformações consideradas para a elaboração dos gráficos são calculados a partir da média dos deslocamentos e das deformações em quatro pontos de controle (P1, P2, P3 e P4). Estes pontos de controle estão localizados a uma distância de $M/4 \times N/4$ dos vértices da célula de análise, sendo M e N as dimensões da célula. Isso pode ser mais bem compreendido observando-se a Figura 64.

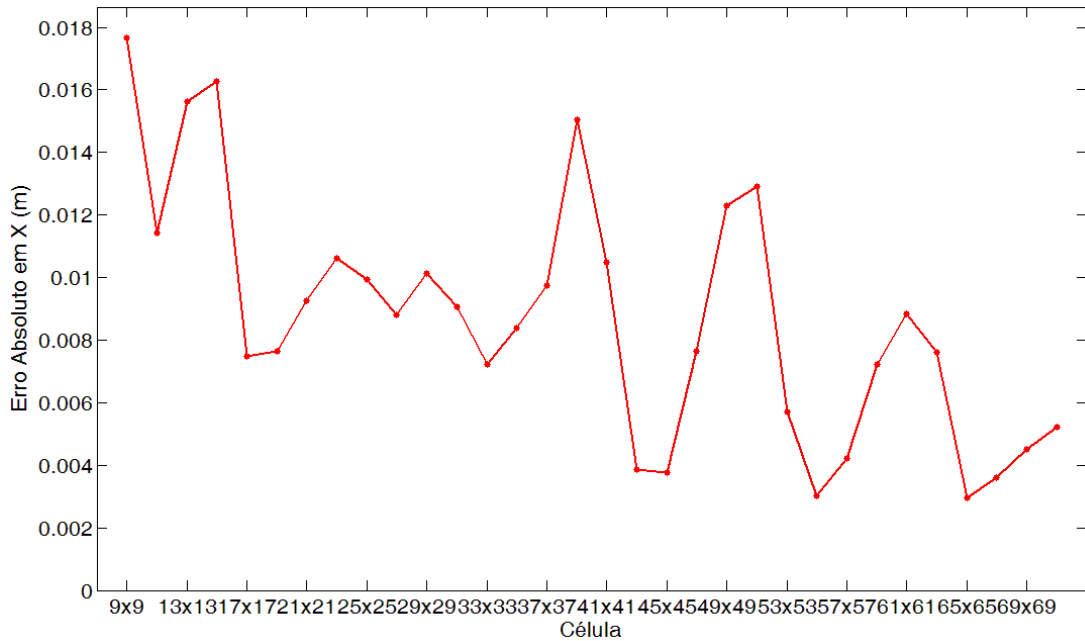
Figura 64 – Pontos de controle utilizados para o cálculo dos deslocamentos e deformações



Fonte: Autor (2013).

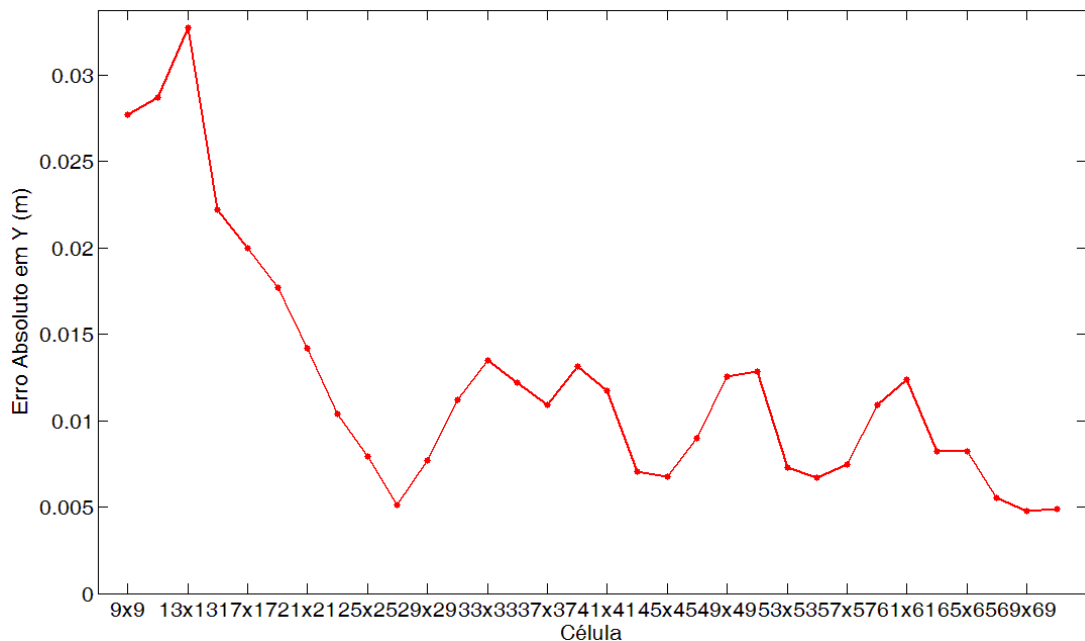
Desta forma, observam-se nas Figuras 65 e 66 os gráficos com o erro absoluto dos deslocamentos nas direções x e na direção y . Esses erros são encontrados comparando o resultado da simulação com a resposta analítica obtida pelas equações apresentadas na Seção 4.1.

Figura 65 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto dos deslocamentos em x (u)



Fonte: Autor (2013).

Figura 66 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto dos deslocamentos em y (v)

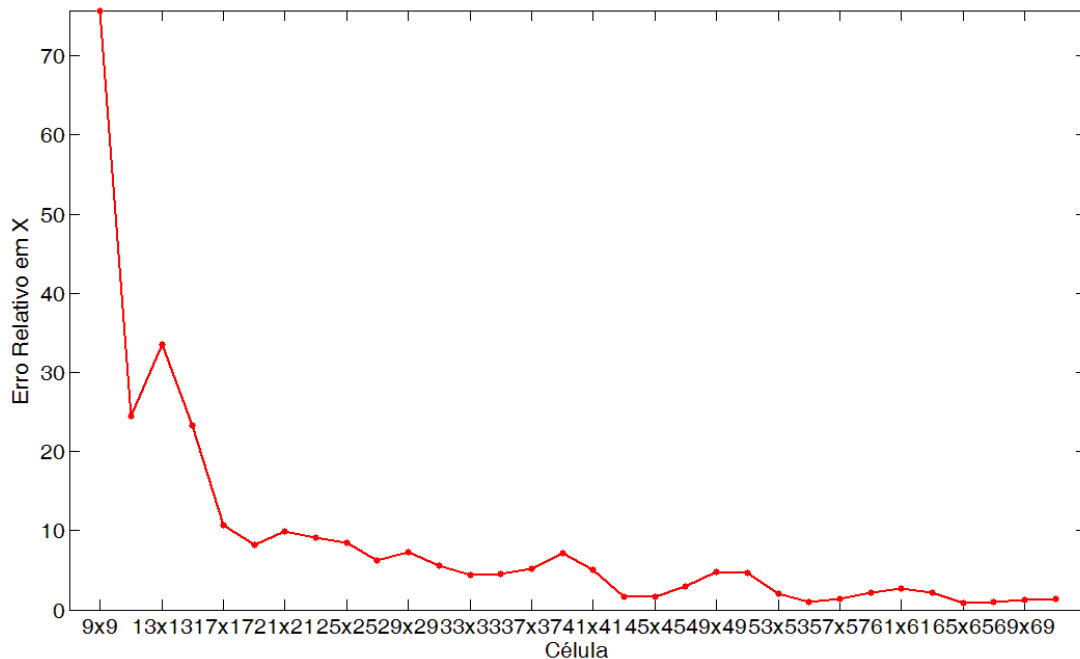


Fonte: Autor (2013).

Ainda nas Figuras 65 e 66 pode-se observar que os erros diminuem quando as dimensões das células aumentam. Essa diminuição dos erros fica ainda mais evidente no gráfico com os deslocamentos na direção y . Percebe-se também que os erros absolutos são menores que $2 \times 10^{-2} m$ na direção x e menores que $4 \times 10^{-2} m$ na direção y .

Para melhor interpretar os resultados, faz-se também o cálculo dos erros relativos dos deslocamentos, comparando as respostas encontradas pela metodologia proposta com as respostas analíticas obtidas pelas equações da Seção 4.1. Os gráficos que relacionam o tamanho das células e o erro relativo dos deslocamentos na direção x e na direção y podem ser vistos, respectivamente, nas Figuras 67 e 68.

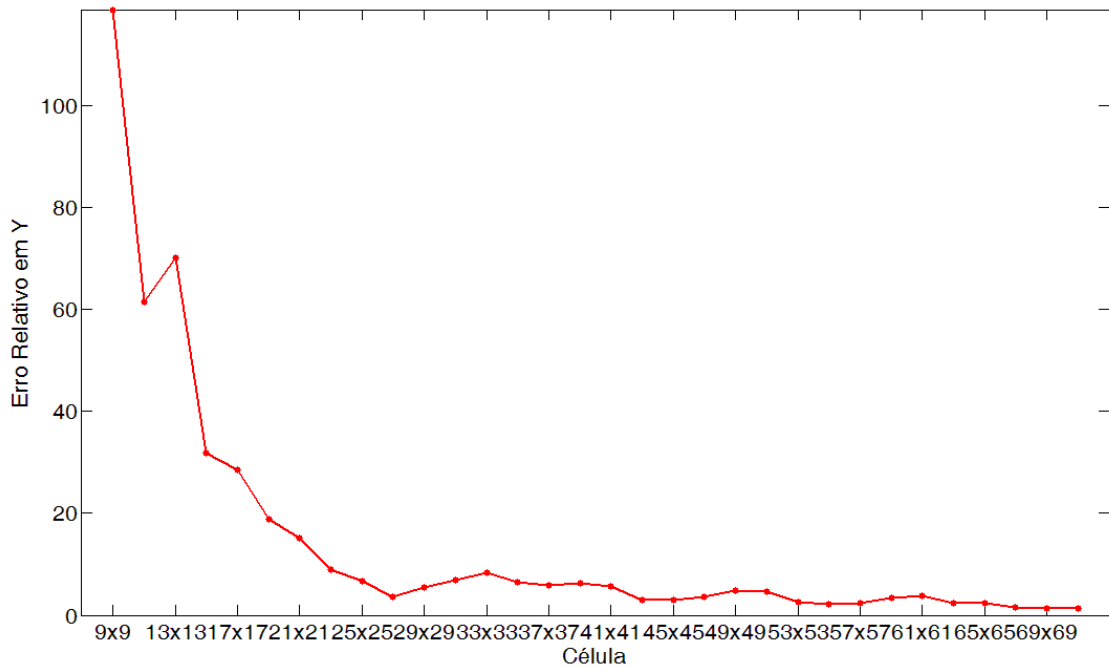
Figura 67 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo dos deslocamentos em x (u)



Fonte: Autor (2013).

Na Figura 67, observa-se que os erros dos deslocamentos na direção x são inferiores a 10% para células com dimensões superiores a $17 \times 17 pixels$ e são inferiores a 5% para células com dimensões superiores a $41 \times 41 pixels$. Uma situação semelhante pode ser vista, na Figura 68, para os erros relativos dos deslocamentos na direção y , onde os erros são inferiores a 10% para células com dimensões superiores a $23 \times 23 pixels$ e são inferiores a 5% para células com dimensões superiores a $43 \times 43 pixels$.

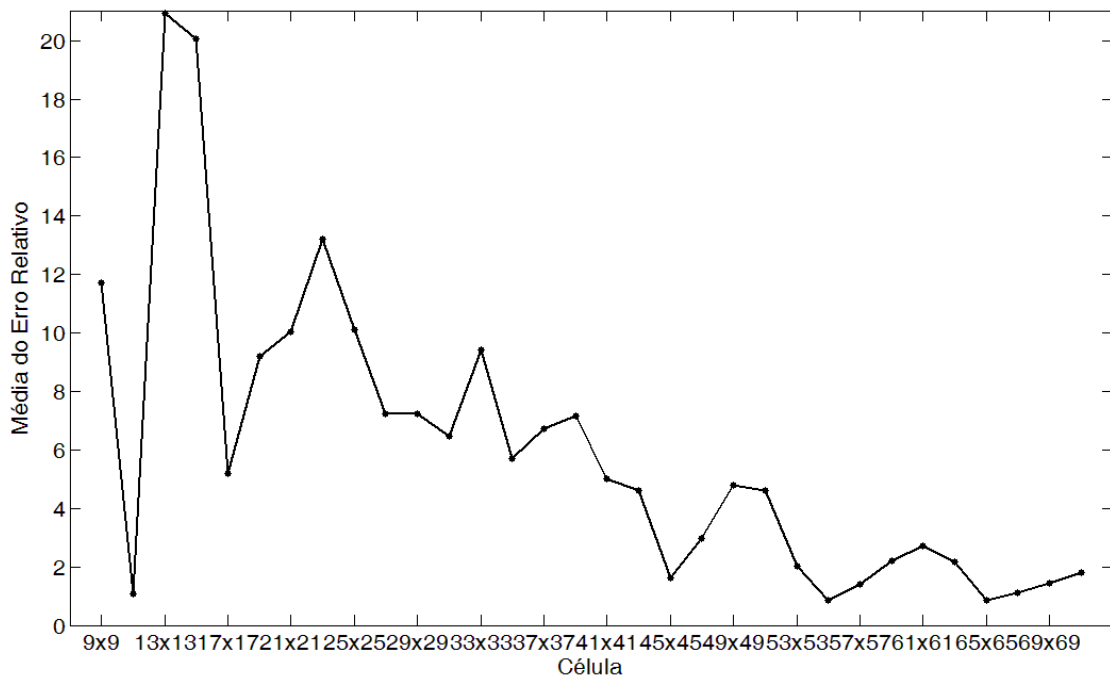
Figura 68 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo dos deslocamentos em y (v)



Fonte: Autor (2013).

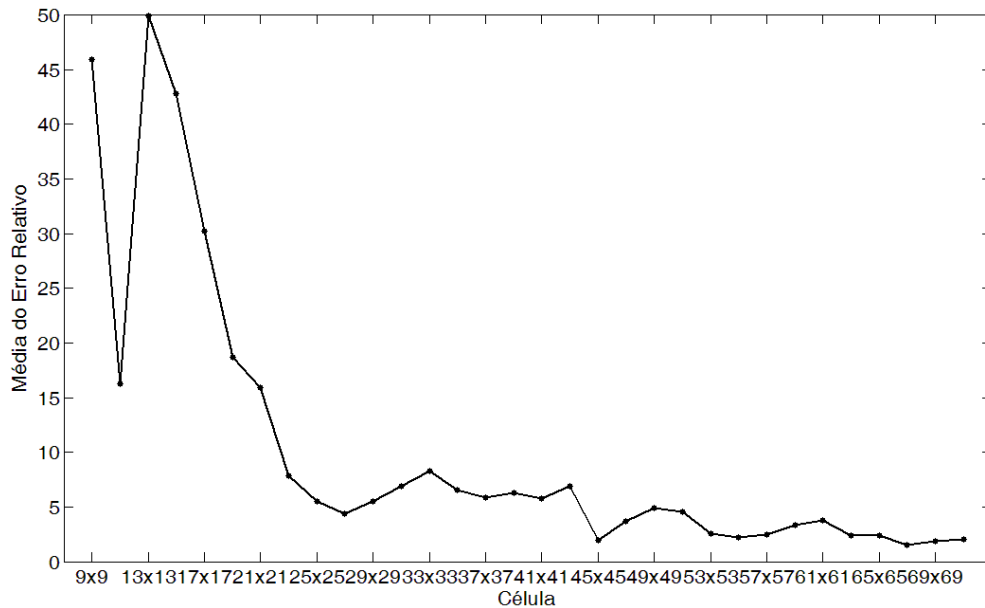
Também é calculado o erro relativo em percentual das deformações nas direções x e y e das deformações principais. Os gráficos com esses erros relativos podem ser visualizados nas Figuras 69 a 73.

Figura 69 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo das deformações em x (E_{xx})



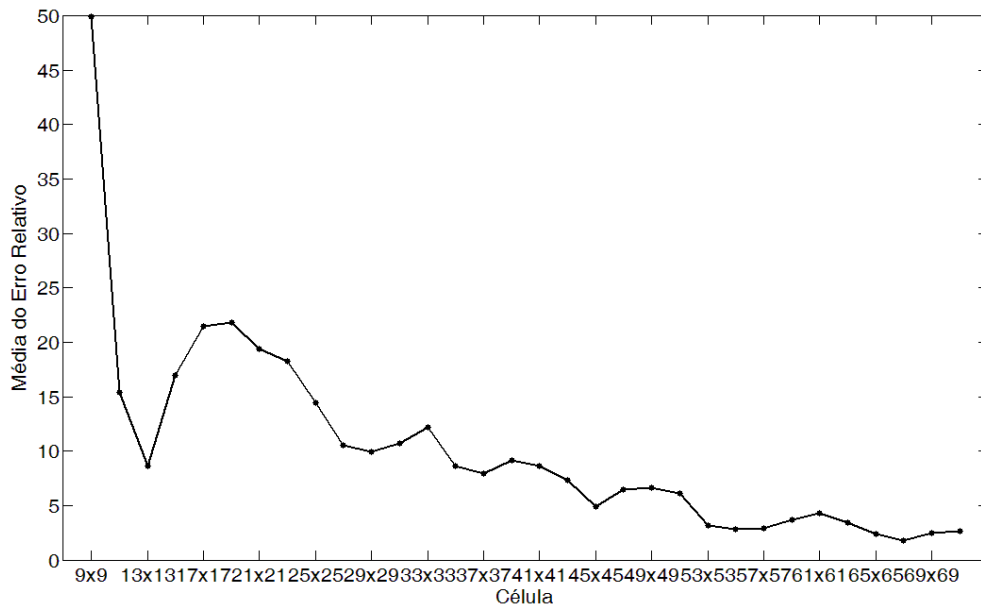
Fonte: Autor (2013).

Figura 70 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo das deformações em y (E_{yy})



Fonte: Autor (2013).

Figura 71 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo da deformação principal 1 (E_{11})

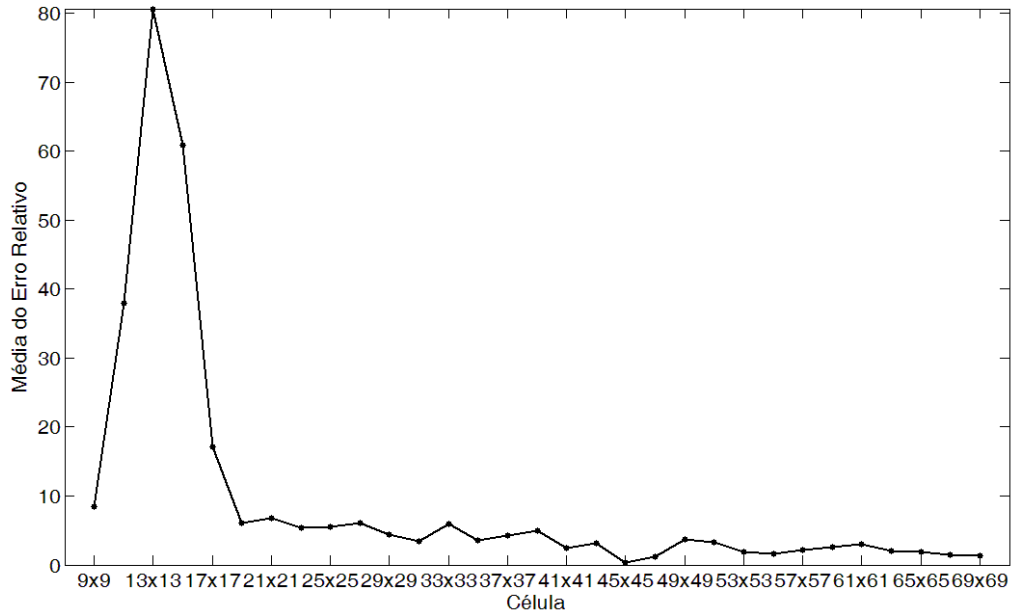


Fonte: Autor (2013).

Observa-se uma semelhança na disposição dos gráficos dos erros relativos das deformações em relação aos gráficos dos erros relativos dos deslocamentos. No entanto, percebe-se que existe um acréscimo no erro relativo da deformação quando comparado com um erro relativo de deslocamento em uma mesma célula. Isso pode ser constatado tomando como exemplo a célula com dimensões de 41×41 pixels, que tem um valor inferior a 5% para o erro relativo do deslocamento em x e um valor superior a 5% para o erro relativo da deformação em x . Isso ocorre porque para a obtenção das deformações necessita-se das

informações dos deslocamentos, como já existe erro inerente à obtenção dos deslocamentos a tendência é que o erro aumente para a obtenção das deformações.

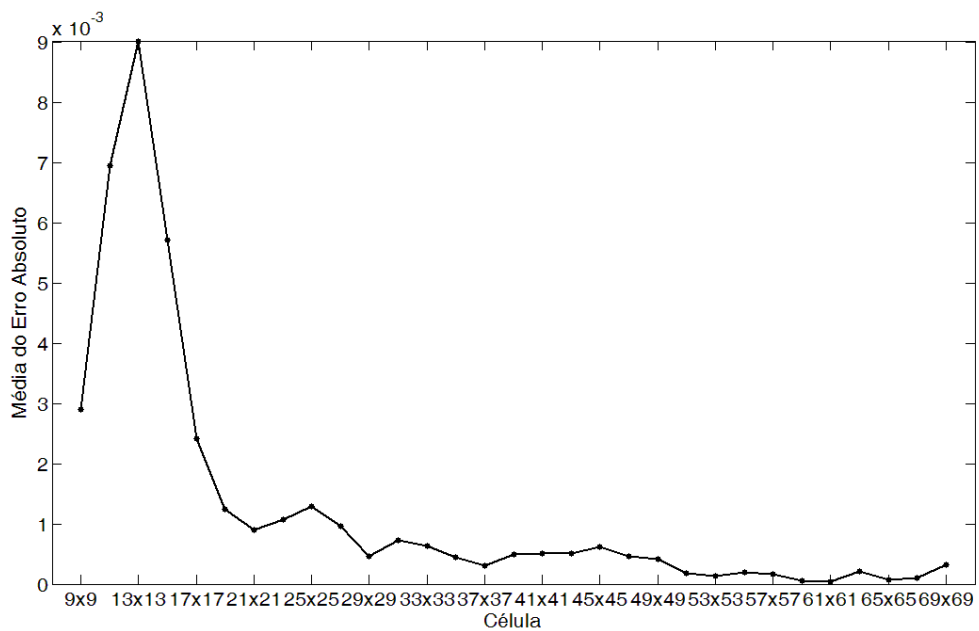
Figura 72 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo da deformação principal 2 (E_{22})



Fonte: Autor (2013).

Vale ressaltar que o termo cruzado de deformação é nulo e por isso o gráfico com o erro relativo não é apresentado. Então, apresenta-se na Figura 73, a relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto dos termos cruzados da deformação.

Figura 73 – Relação entre o tamanho da célula e o erro absoluto da distorção (E_{xy})



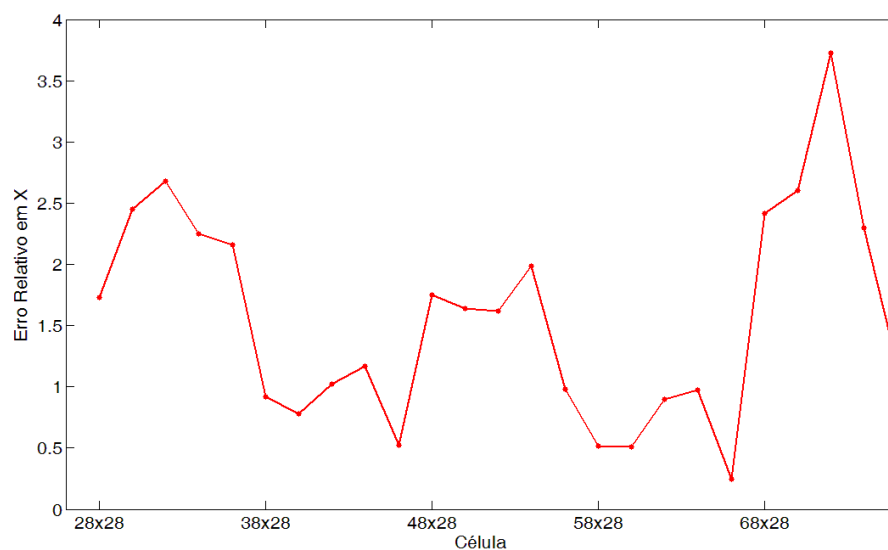
Fonte: Autor (2013).

Observando os gráficos expostos anteriormente, percebe-se a ocorrência de alguns picos entre as células de 9×9 e 17×17 pixels, que pode ser justificado pelo fato dessas células ainda serem pequenas para mapear os deslocamentos do problema, além disso, as células acabam coincidindo com mais de uma região, em posições diferentes, na imagem. Isto leva aos picos nos erros dos gráficos. Então, consideram-se os resultados bastante satisfatórios para o cálculo de deslocamento e de deformações de um disco submetido a uma carga radialmente distribuída em todo o seu perímetro, desde que sejam utilizadas células com dimensões representativas.

Assim, visto que os erros são inferiores a 5% para células com dimensões superiores a 41×41 pixels, então para encontrar os campos de deslocamento e de deformação (ver Figuras 78 a 82) do problema em questão adota-se: a) uma célula com dimensões de 45×45 pixels; b) um grid com 25 células, sendo as coordenadas dos seus centros localizadas entre os pixels de coordenadas (28,28) e (68,68); e c) um espaçamento (*gap*) entre os centros das células de 10 pixels.

Para avaliar se as respostas são satisfatórias calcula-se o erro relativo dos deslocamentos e das deformações nas direções x e y para cada posição da célula de análise. Os gráficos com os erros podem ser observados entre as Figuras 74 e 77.

Figura 74 – Relação entre a posição do centro da célula e o erro relativo de deslocamento em x (u)

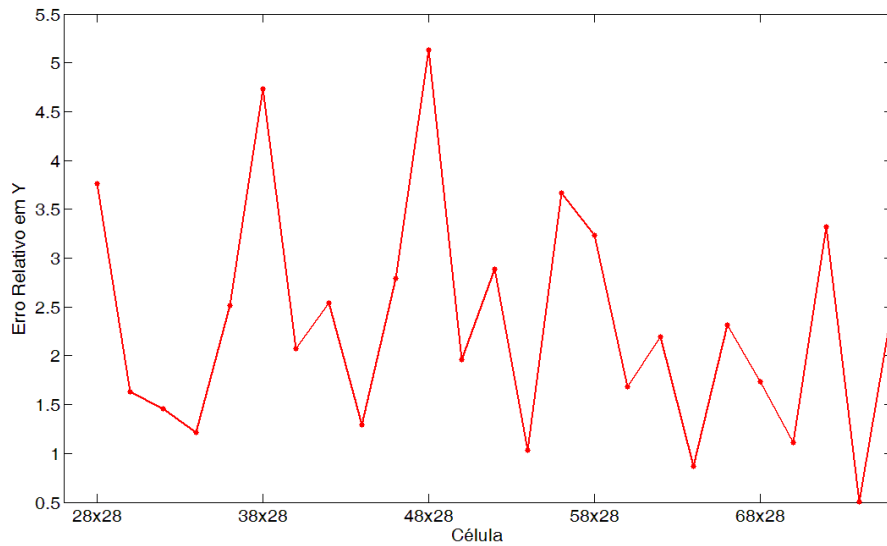


Fonte: Autor (2013).

Pode-se observar na Figura 74 que o erro relativo dos deslocamentos na direção x é inferior a 4% em todas as posições da célula de análise. Já para os deslocamentos na direção y

o erro relativo calculado é inferior a 5,5% (ver Figura 75). Desta forma, percebe-se que os gráficos não apresentam uma tendência, mas os erros se mantêm dentro de uma faixa para cada direção.

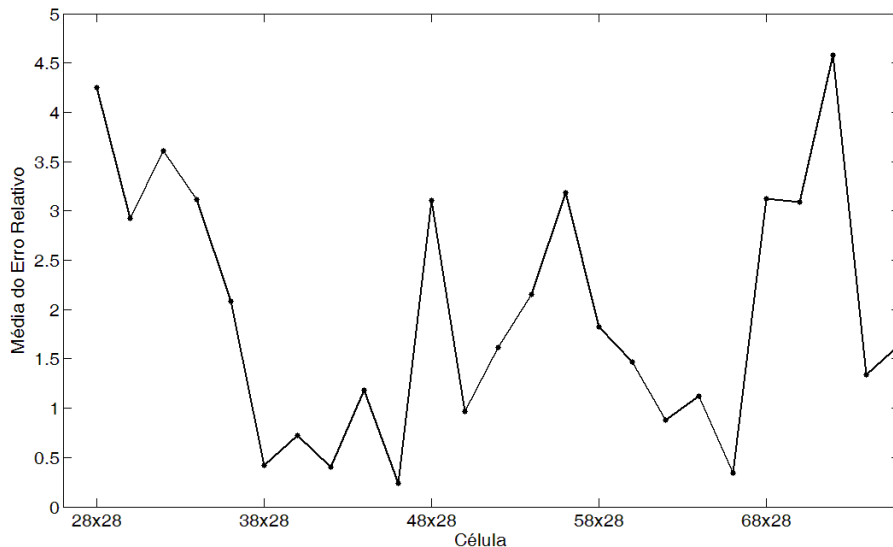
Figura 75 – Relação entre a posição do centro da célula e o erro relativo de deslocamento em y (v)



Fonte: Autor (2013).

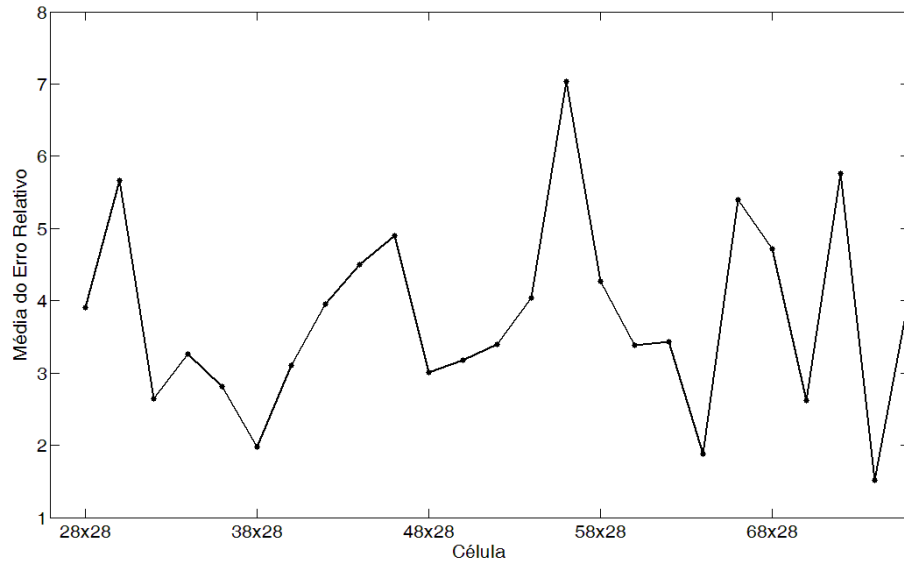
Nas Figuras 76 e 77 estão os gráficos com os erros relativos das deformações para cada posição da célula de análise. Percebe-se que a deformação na direção x contém uma faixa de erro variando, aproximadamente, entre 0,0 e 5%. A deformação na direção y tem uma faixa de erro variando, aproximadamente, entre 1,0 e 7,0%.

Figura 76 – Relação entre a posição do centro da célula e o erro relativo da deformação em x (E_{xx})



Fonte: Autor (2013).

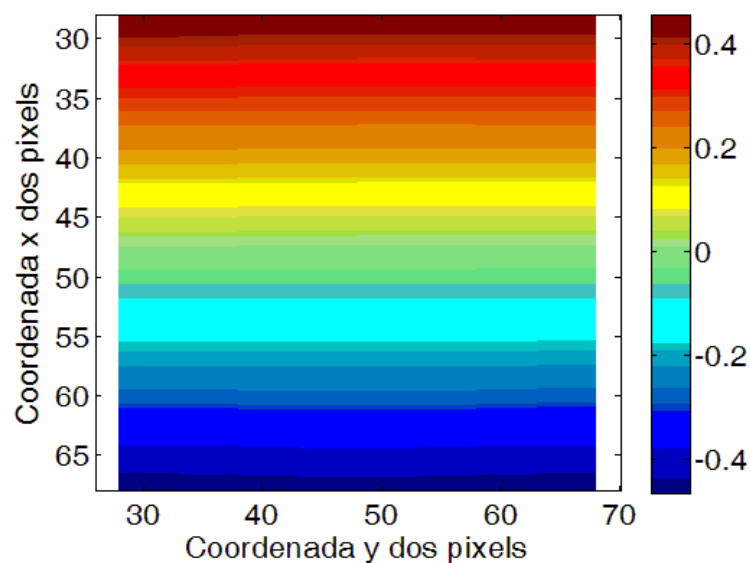
Figura 77 – Relação entre a posição do centro da célula e o erro relativo da deformação em y (E_{yy})



Fonte: Autor (2013).

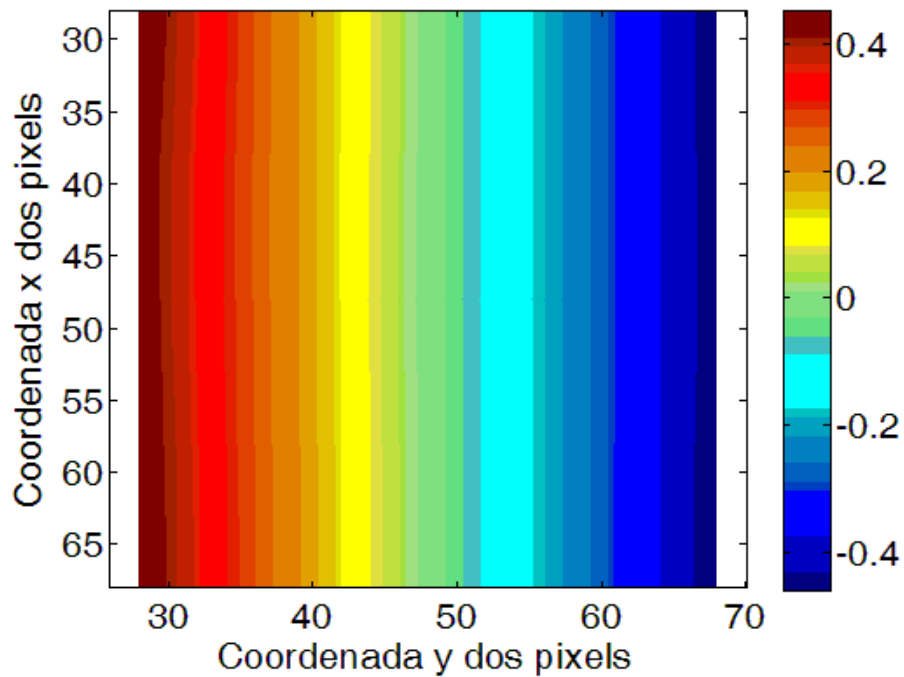
Nota-se também que os erros relativos das deformações são maiores que os erros relativos dos deslocamentos. Como dito anteriormente, essa situação ocorre porque para a obtenção das deformações necessita-se das informações dos deslocamentos, como já existe erro nos deslocamentos a tendência é que o erro aumente para a obtenção das deformações. Assim, considerando os erros expostos nas Figuras 74 a 77, os gráficos com os campos de deslocamentos nas direções x e y , os campos de deformações nas direções x e y e o campo com as distorções estão representados nas Figuras 78 a 82.

Figura 78 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos obtido pela ferramenta desenvolvida em x (u_x)



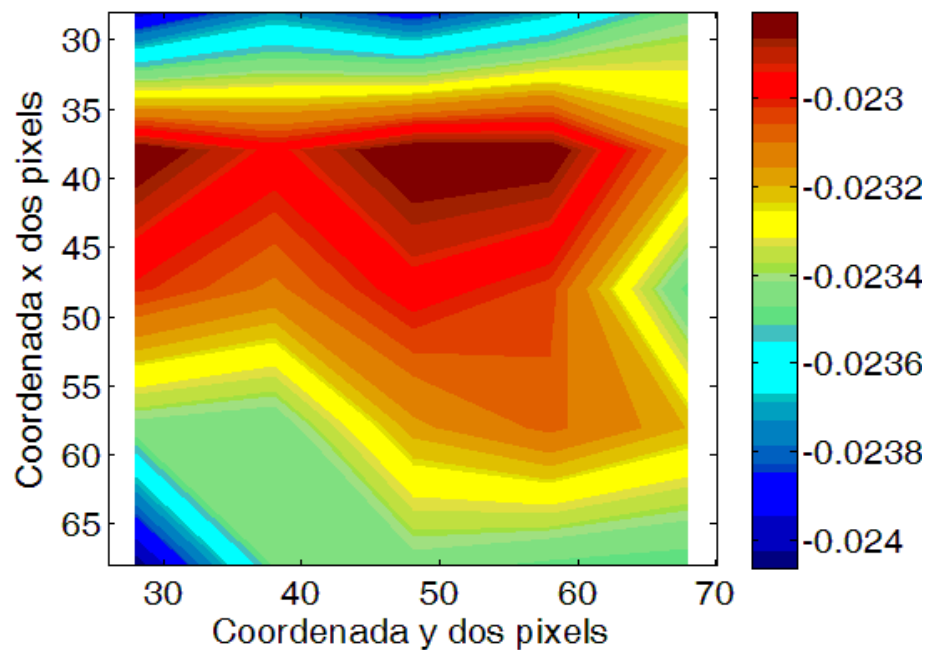
Fonte: Autor (2013).

Figura 79 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos obtido pela ferramenta desenvolvida em y (u_y)



Fonte: Autor (2013).

Figura 80 – Isofaixas de cores representando o campo de deformação obtido pela ferramenta desenvolvida em x (E_{xx})

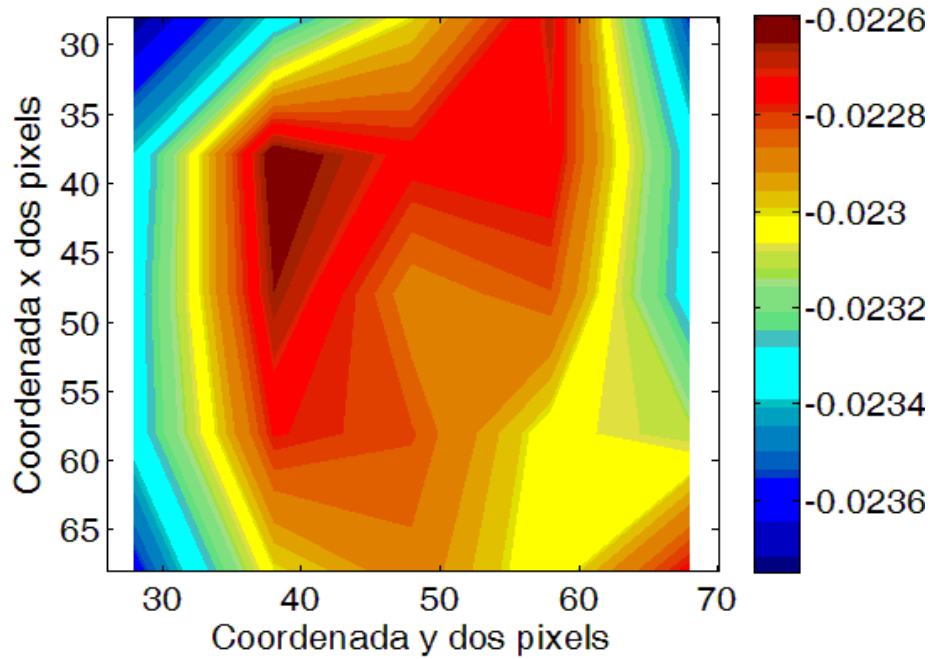


Fonte: Autor (2013).

Por fim, destaca-se que os resultados deste estudo de caso podem ser melhorados aumentando-se o tamanho da célula de análise, mas isso provoca uma diminuição da região da imagem que é analisada, pois para uma célula maior deve-se diminuir o intervalo adotado

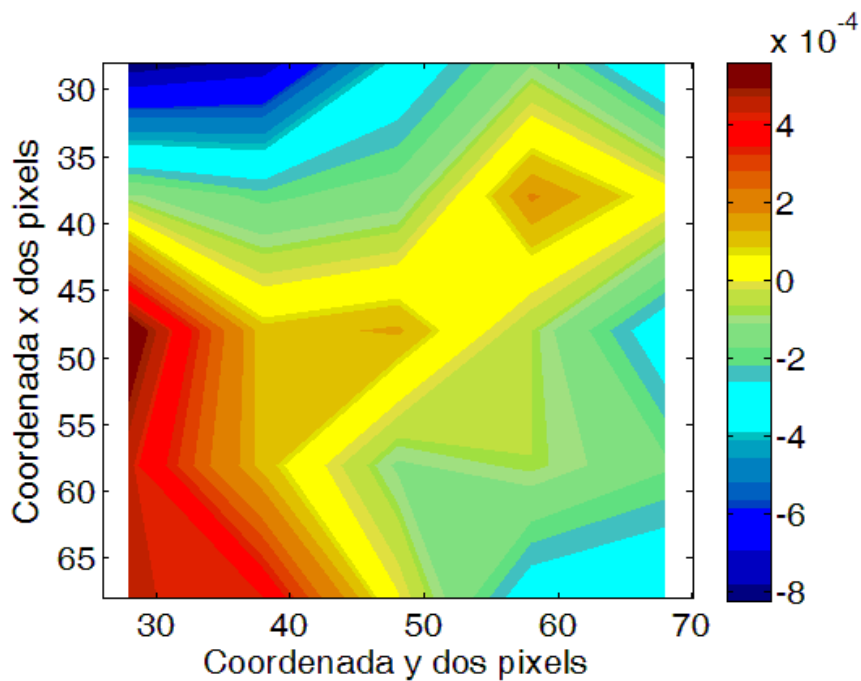
para o grid. Uma opção que pode ser testada como tentativa de contornar esse problema é a utilização de uma imagem de referência, onde o disco esteja mais afastado das bordas da imagem.

Figura 81 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações obtido pela ferramenta desenvolvida em y (E_{yy})



Fonte: Autor (2013).

Figura 82 – Isofaixas de cores representando a distorção (E_{xy}) obtida pela ferramenta desenvolvida



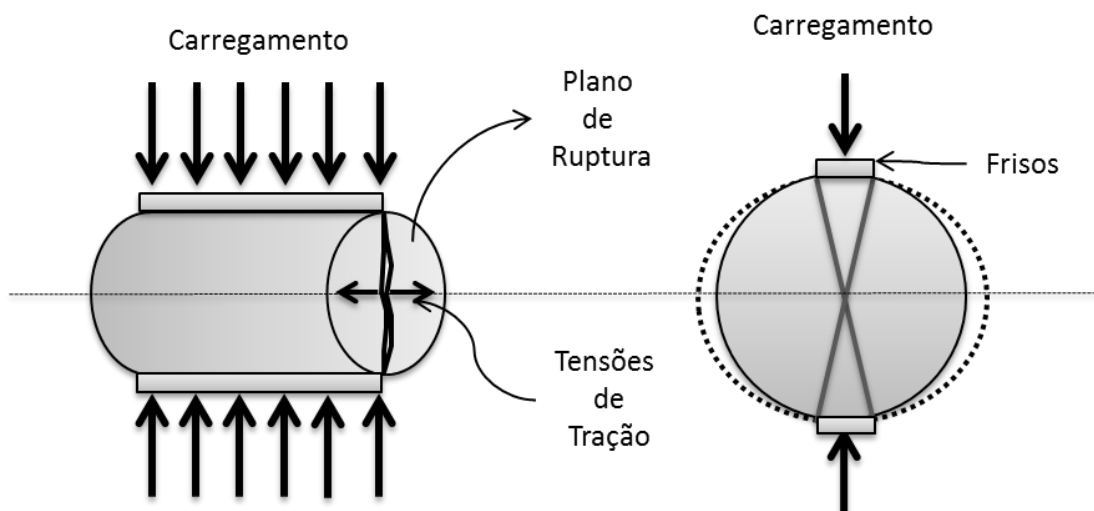
Fonte: Autor (2013).

5.2 Ensaio de Compressão Diametral

Os ensaios de tração são bastante utilizados em concretos, rochas e revestimentos asfálticos para determinar a resistência à tração tanto de forma direta como de forma indireta. O ensaio de compressão diametral, que foi desenvolvido por Carneiro (1943), é utilizado para a determinação da resistência a tração de corpos-de-prova de concreto de cimento Portland de forma indireta e ficou mundialmente conhecido como Ensaio Brasileiro por ter sido desenvolvido no Brasil. O ensaio é considerado de forma indireta, quando a resistência à tração é obtida aplicando-se um carregamento de compressão. Nos ensaios diretos, o carregamento aplicado é de tração.

Esse ensaio é regulamentado pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (1994) para corpos de prova cilíndricos de argamassa ou concreto e consiste na aplicação de uma carga de compressão uniformemente distribuída ao longo de um corpo-de-prova cilíndrico, por meio de dois frisos opostos. Isto resulta em uma tensão de tração atuando perpendicularmente ao plano diametral carregado e ocasiona em uma ruptura do plano solicitado (BRITO, 2006). Na Figura 83 pode-se observar uma ilustração esquemática do ensaio.

Figura 83 – Ilustração esquemática do ensaio de compressão diametral



Fonte: Adaptado de Brito (2006).

Segundo a NBR-7222 (1994), deve-se primeiramente colocar o corpo-de-prova em repouso sobre o prato da máquina de compressão. Em seguida, entre os pratos e o corpo-de-prova, colocam-se duas tiras de chapa duras de fibra de madeira (Frisos) de comprimento

igual ao da altura do corpo-de-prova, seção transversal com base de $(0,15 \pm 0,01)$ multiplicado pelo diâmetro do corpo-de-prova e altura igual a $(3,5 \pm 0,5)mm$.

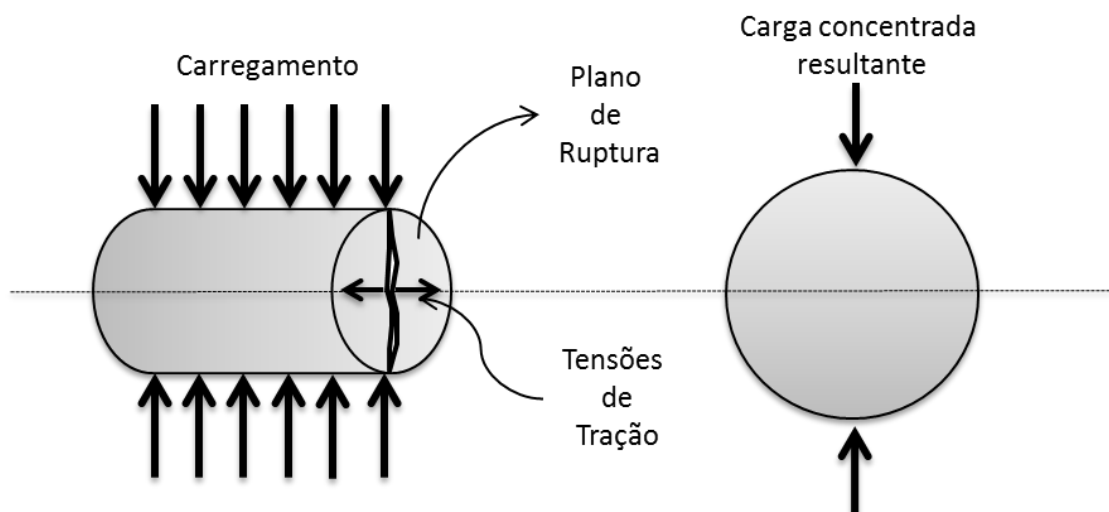
Por fim, aplica-se uma carga continuamente, sem choque, a uma velocidade de $0,05 \pm 0,02 MPa/s$ até a ruptura do corpo-de-prova. Assim, a resistência à tração pode ser obtida pela Equação (76), onde $f_{t,D}$ é a resistência à tração por compressão diametral (MPa), com aproximação de $0,05 MPa$, F é a carga máxima obtida no ensaio (kN), d é o diâmetro do corpo-de-prova (mm), b é a base do friso (mm) e L é a altura do corpo-de-prova (mm).

$$f_{t,D} = \frac{2F}{bdL} \quad (76)$$

5.2.1 Modelo Matemático Utilizado

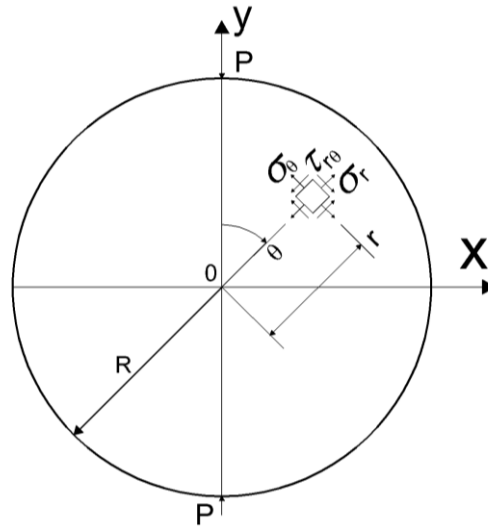
O estudo de caso em questão foca na obtenção de campos de deslocamentos e deformações no plano de ruptura indicado na Figura 84. Consideram-se os esforços que atuam apenas em uma seção do corpo-de-prova cilíndrico. Para simplificar o estudo, adota-se como esforço na seção apenas a carga concentrada resultante da pressão exercida pelos frisos no corpo-de-prova (ver Figura 84). Assim, os campos de deslocamentos e de deformações podem ser obtidos utilizando as equações desenvolvidas por Ma e Hung (2008) e baseadas na Figura 85.

Figura 84 – Esquema utilizado para o ensaio de compressão diametral



Fonte: Autor (2013).

Figura 85 – Disco circular sujeito a uma carga concentrada



Fonte: Adaptado de Ma e Hung (2008)

Então, utilizando as equações de equilíbrio para duas dimensões em coordenadas polares, considerando uma carga concentrada (\$P\$) aplicada na direção vertical do disco (ver Figura 85) e após a realização de diversas transformações matemáticas Ma e Hung (2008) chegaram a Equação (77) e (78), que definem os deslocamentos do disco para coordenadas polares (\$u_r\$ e \$u_\theta\$), como seguem:

$$\begin{aligned}
 u_r = -\frac{2P}{E\pi t} \left\{ \left[-\rho \frac{[2 + \rho^2 + \rho^4 - (1 + 3\rho^2) \cos 2\theta]}{1 + \rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\theta} + \sin \theta (\tan^{-1} \gamma + \tan^{-1} \beta) \right. \right. \\
 \left. \left. + \cos \theta \ln \left| \frac{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \theta}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \theta} \right| \right] \right. \\
 \left. \left. + \nu \left[-\frac{\rho(1 - \rho^2)(\rho^2 - \cos 2\theta)}{1 + \rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\theta} - \sin \theta (\tan^{-1} \gamma + \tan^{-1} \beta) \right] \right\} \quad (77)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_\theta = -\frac{2P}{E\pi t} \left\{ \left[\cos \theta (\tan^{-1} \gamma + \tan^{-1} \beta) - \sin \theta \left(\frac{2\rho(1 - \rho^2) \cos \theta}{1 + \rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\theta} \right) \right. \right. \\
 \left. \left. + \ln \left| \frac{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \theta}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \theta} \right| \right] \right. \\
 \left. \left. - \nu \cos \theta \left[\frac{2\rho(1 - \rho^2) \cos \theta}{1 + \rho^4 - 2\rho^2 \cos 2\theta} + \tan^{-1} \gamma + \tan^{-1} \beta \right] \right\} \quad (78)
 \end{aligned}$$

sendo,

$$\gamma = \frac{\rho \sin \theta}{1 + \rho \cos \theta} \quad (79)$$

$$\beta = \frac{\rho \sin \theta}{1 - \rho \cos \theta} \quad (80)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{x}{y} \quad (81)$$

$$\rho = \frac{1}{R} \sqrt{x^2 + y^2} \quad (82)$$

Nessas equações, E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson. Para obter os deslocamentos em coordenadas cartesianas (u e v) aplicam-se as Equações (67) e (68). As expressões que representam as deformações são calculadas utilizando as Equações (54) a (56).

5.2.2 Modelo Computacional Adotado

Para a solução do problema, adota-se um carregamento concentrado aplicado na direção vertical do disco (P) com intensidade de 500.000 kN , um coeficiente de Poisson (ν) de $0,3$, um módulo de elasticidade (E) de 150.000 kN/m^2 e o raio do disco de $100,00 \text{ m}$ considerando que cada pixel equivale a um metro. Outros dados relacionados ao algoritmo de correlação podem ser vistos na Tabela 10.

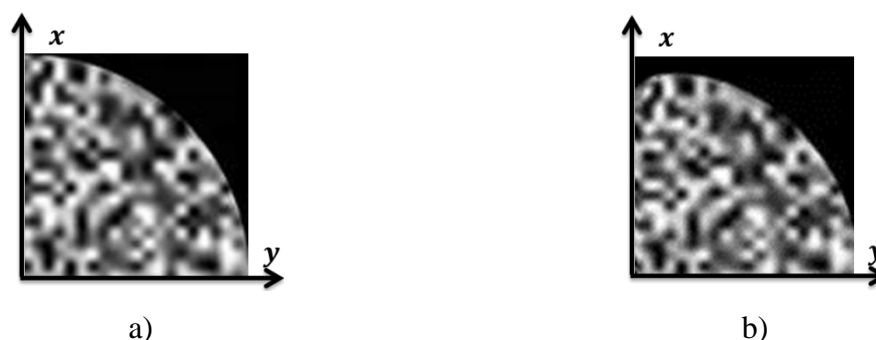
Tabela 10 – Dados utilizados para a simulação do ensaio de compressão diametral

Dados	Valor	Descrição
ϵ_1	10^{-8}	Tolerância para o valor da função do passo anterior sobre o valor do passo atual (ver Seção 2.3, Item b))
ϵ_2	10^{-8}	Tolerância para a variação entre os valores da função objetivo
MaxIter	300	Número máximo de iterações do processo de otimização por Newton-Raphson
P_0	[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]	Estimativa inicial dos parâmetros de mapeamento

Fonte: AUTOR, 2013

A imagem de referência utilizada tem $101 \times 101 \text{ pixels}$ de dimensão, e apresenta um quarto do disco circunscrito na imagem (ver Figura 86a). A imagem deformada (Figura 86b) é obtida através do algoritmo descrito na Seção 4.1, a função de deslocamento dada pelas Equações (77) e (78) convertidas para coordenadas cartesianas pela Equação (67) e (68).

Figura 86 – Imagem antes e depois do deslocamento causado pela aplicação da carga concentrada de 500.000 kN: a) indeformada; b) deformada



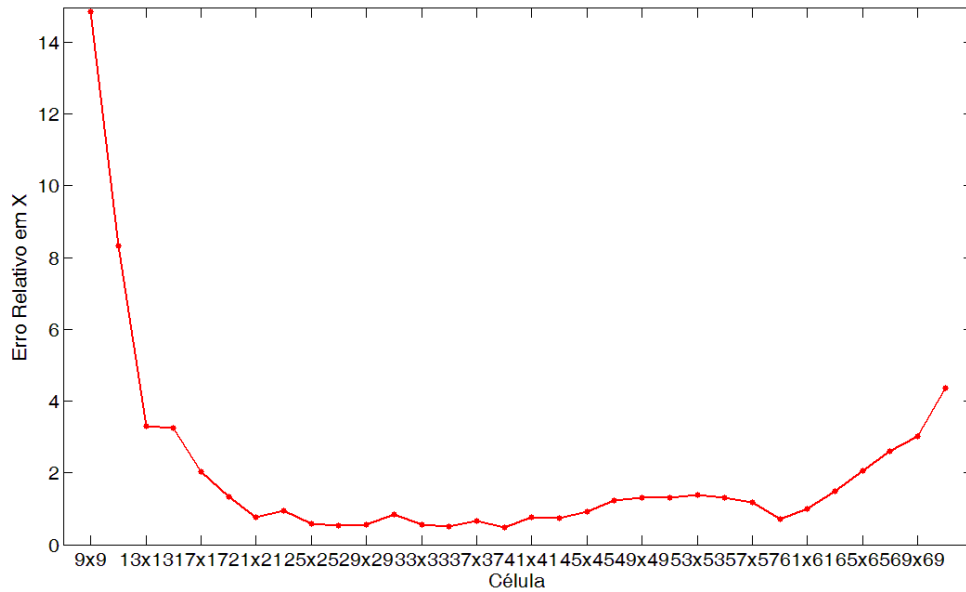
Fonte: Autor (2013).

5.2.3 Resultados Obtidos

Com a finalidade de obter os campos de deslocamentos e deformações para o estudo de caso em questão, primeiramente, faz-se um exemplo de verificação. Esse exemplo consiste na obtenção dos erros relativos em percentual dos deslocamentos para células com dimensões entre $9 \times 9 \text{ pixels}$ e $71 \times 71 \text{ pixels}$, com suas coordenadas de centro coincidindo com as coordenadas do centro da imagem e utilizando um salto (*shift*) entre as dimensões das células de 2 pixels em ambas as direções. Assim como no estudo de caso anterior, os deslocamentos e as deformações consideradas para a elaboração dos gráficos são calculados a partir da média dos deslocamentos e das deformações nos pontos de controle (P1, P2, P3 e P4) (ver Figura 64).

Os gráficos com os erros relativos dos deslocamentos nas direções x e y podem ser visualizados nas Figuras 87 e 88. Pode-se observar no gráfico com os erros do deslocamento na direção x que os erros começam em aproximadamente 15%, diminuem para menos de 2% e voltam a subir para quase 5%. Inicialmente, o erro é grande porque a célula é pequena e não consegue mapear bem os deslocamentos que ocorrem. Já para as células de dimensões entre 15×15 e $57 \times 57 \text{ pixels}$ tem-se uma boa representação dos deslocamentos, mas o erro volta a subir quando o tamanho da célula é superior a $57 \times 57 \text{ pixels}$, pois a célula atinge a região do disco onde foi aplicada a carga concentrada, região que sofre uma grande variação de deslocamento, acarretando no aumento desses erros, já que a formulação é para pequenos deslocamentos.

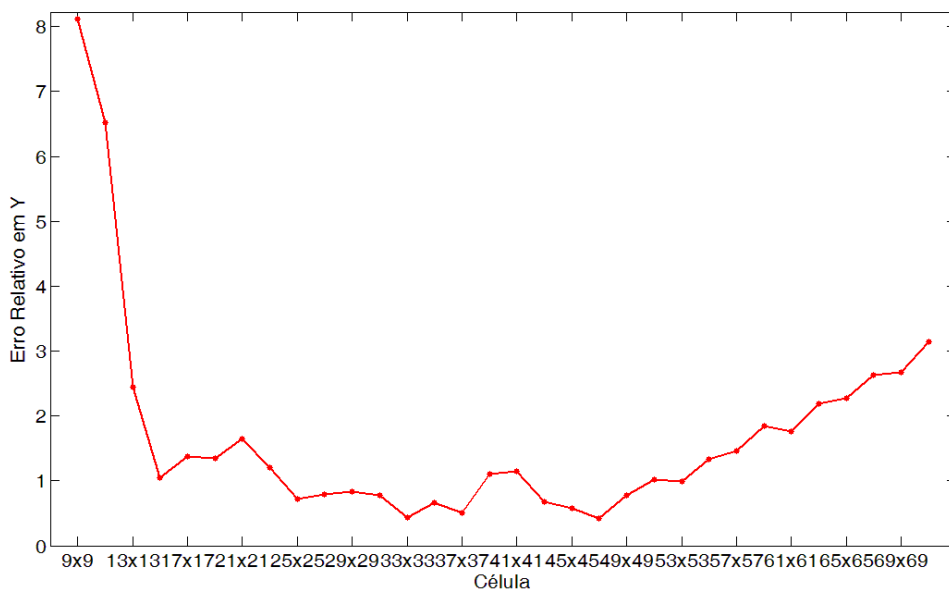
Figura 87 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo de deslocamentos em x (u)



Fonte: Autor (2013).

Para o gráfico do erro dos deslocamentos na direção y a situação se repete, mas os erros são um pouco menores, começando em 8%, diminuindo para menos de 2% e voltando a subir para aproximadamente 4%. Os erros são maiores na direção x , pois os deslocamentos nesta direção são bem maiores por causa da carga concentrada que é aplicada.

Figura 88 – Relação entre o tamanho da célula e o erro relativo dos deslocamentos em y (v)



Fonte: Autor (2013).

Como os erros relativos das deformações e das distorções foram superiores a 80% para a análise utilizando uma única célula no centro da imagem, então se decidiu não apresentar estes gráficos e se fez uma nova análise para avaliar o que acarreta estes erros. Para esta nova

análise utiliza-se uma imagem de 501×501 *pixels*, raio de 500,00 metros e 44 células de 45×45 *pixels* com seus centros localizados entre os pixels (251, 31) e (251,471) da imagem e utilizando um espaçamento (*gap*) entre os centros das células de 10 *pixels* apenas na direção *y*.

Desta forma, os gráficos com a comparação entre as respostas analíticas e a resposta encontrada pela simulação utilizando a ferramenta desenvolvida para os deslocamentos (em metro) nas direções *x* e *y*, as deformações (em um por metro) nas direções *x* e *y* e as distorções podem ser vistos nas Figuras 89 a 93.

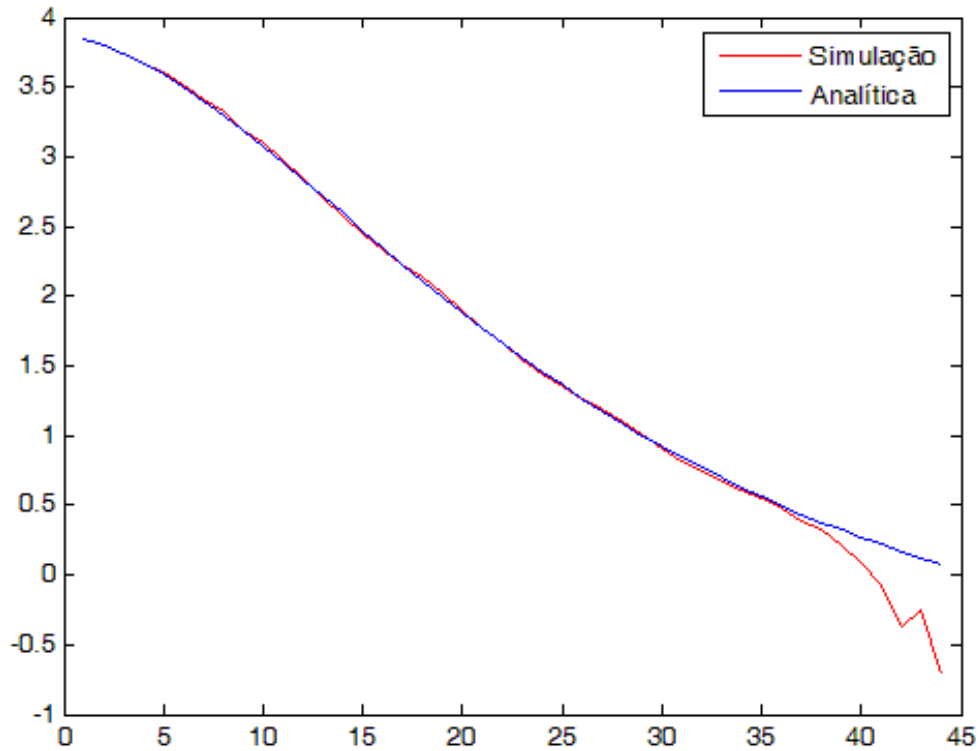
Pode-se observar que para os deslocamentos (Figuras 89 e 90) e para a deformação em *y* (Figura 92) as curvas seguem o mesmo comportamento e os valores são bem próximos, já para a deformação em *x* (Figura 91) e para a distorção (Figura 93), o comportamento das curvas é semelhante, mas os valores ainda são distantes.

Isto pode ocorrer por diversos motivos, um destes motivos pode ser a função deslocamento que é utilizada, pois apesar de servir para acompanhar os deslocamentos, quando se extrai as suas derivadas para a obtenção das deformações, a equação resultante destinada a acompanhar as deformações passa a não ser mais adequada, pois as equações analíticas das deformações para este exemplo são de grau bastante superior. Mesmo utilizando múltiplas células o resultado ainda possui valores distantes (ver Figura 91).

Outro motivo para os erros ocorridos pode ser a intensidade da carga concentrada aplicada. Esta carga pode ser muito elevada para o cálculo das deformações, o que acarreta numa melhoria dos resultados quando a célula se afasta da carga. Isto também pode ser observado na Figura 91.

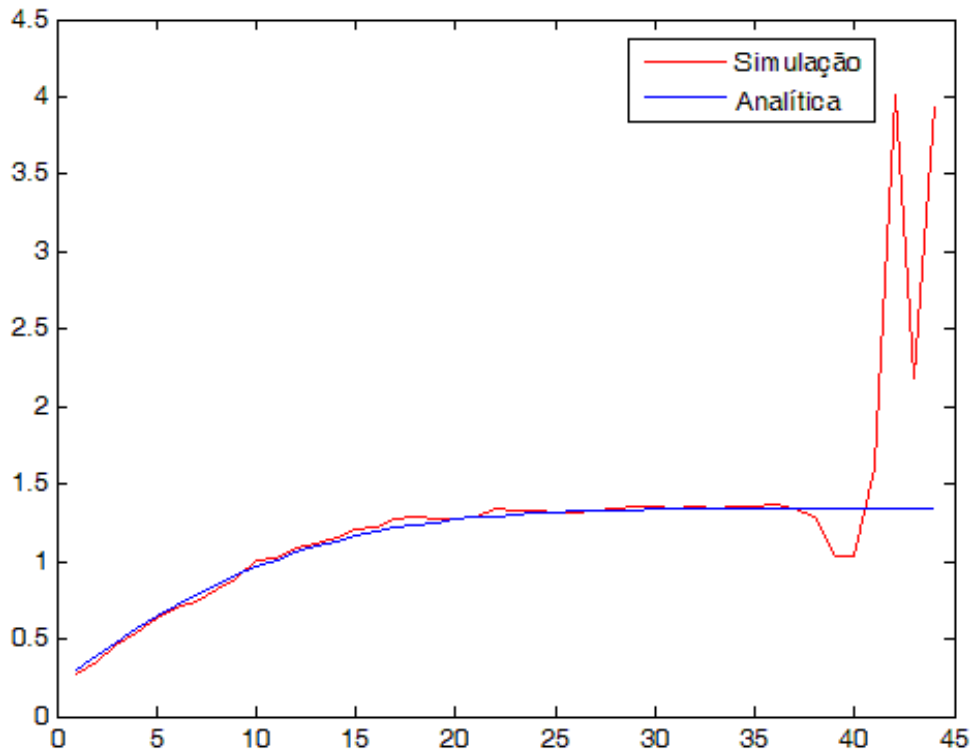
Para a deformação em *y* (Figura 92) percebe-se que as curvas possuem comportamento semelhante e com valores bastante próximos, pois nesse exemplo a deformação em *y* é constante em relação a uma dada posição *x*. Logo, se fossem gerados gráficos em que a coordenada do centro da célula fosse fixa em *y* e variasse apenas na direção *x* as situações verificadas na deformação em *x* seriam as mesmas da deformação em *y* e vice-versa.

Figura 89 - Comparação entre a solução analítica e a resposta encontrada pela simulação através da ferramenta desenvolvida para o deslocamento em x (u)



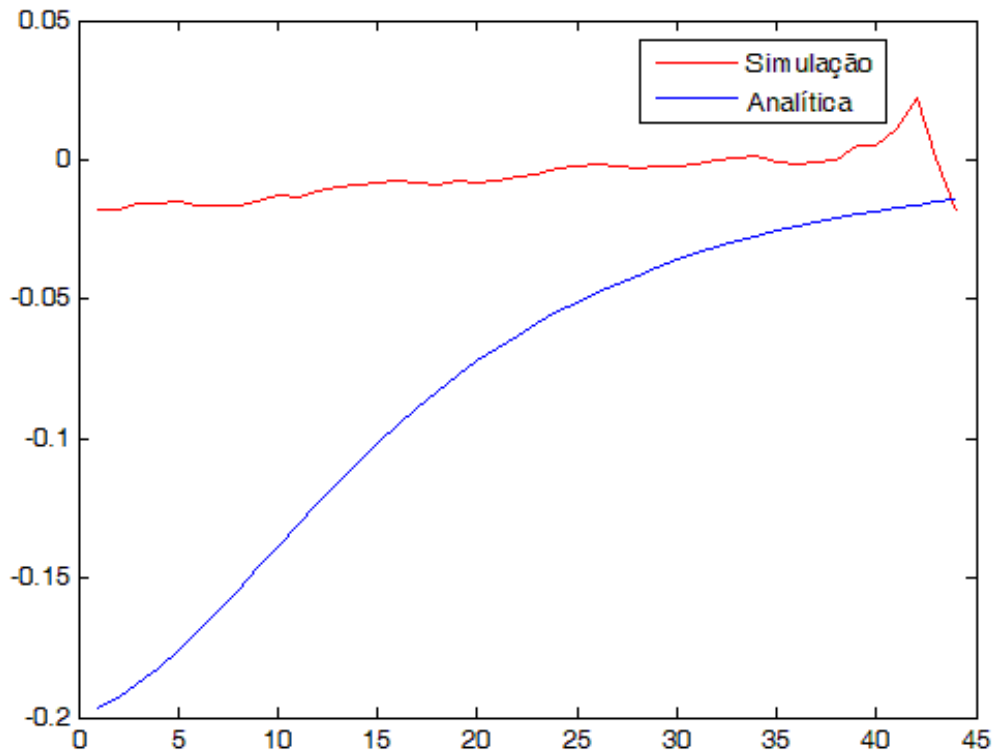
Fonte: Autor (2013).

Figura 90 - Comparação entre a solução analítica e a resposta encontrada pela simulação através da ferramenta desenvolvida para o deslocamento em y (v)



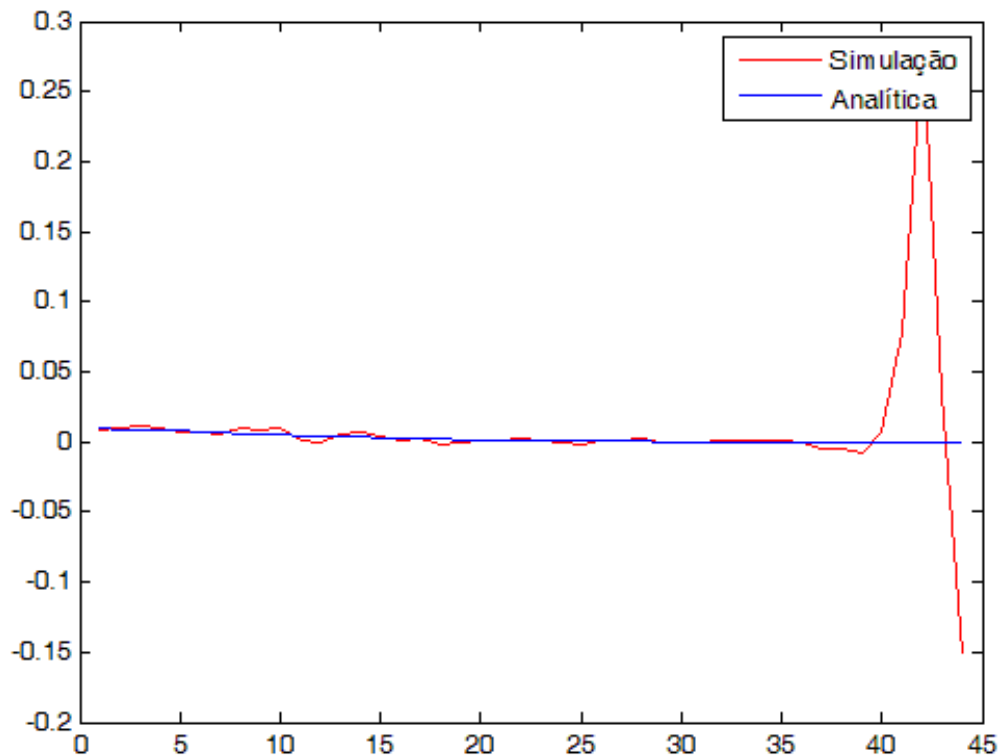
Fonte: Autor (2013).

Figura 91 – Comparação entre a solução analítica e a resposta encontrada pela simulação através da ferramenta desenvolvida para a deformação em x (E_{xx})



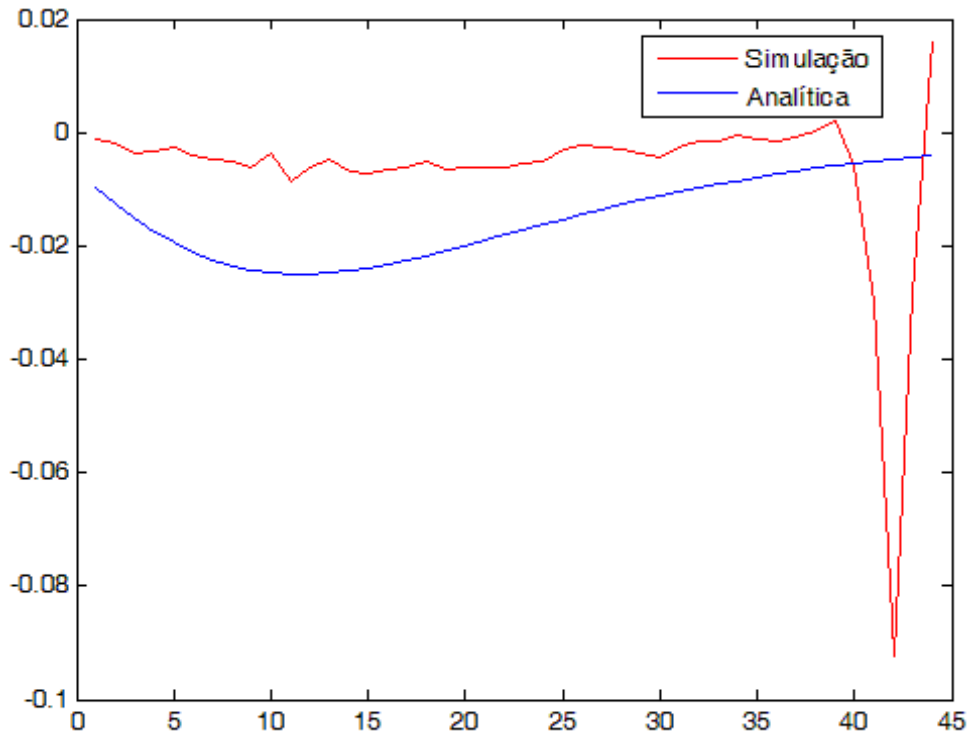
Fonte: Autor (2013).

Figura 92 - Comparação entre a solução analítica e a resposta encontrada pela simulação através da ferramenta desenvolvida para a deformação em y (E_{yy})



Fonte: Autor (2013).

Figura 93 - Comparação entre a solução analítica e a resposta encontrada pela simulação através da ferramenta desenvolvida para a distorção (E_{xy})



Fonte: Autor (2013).

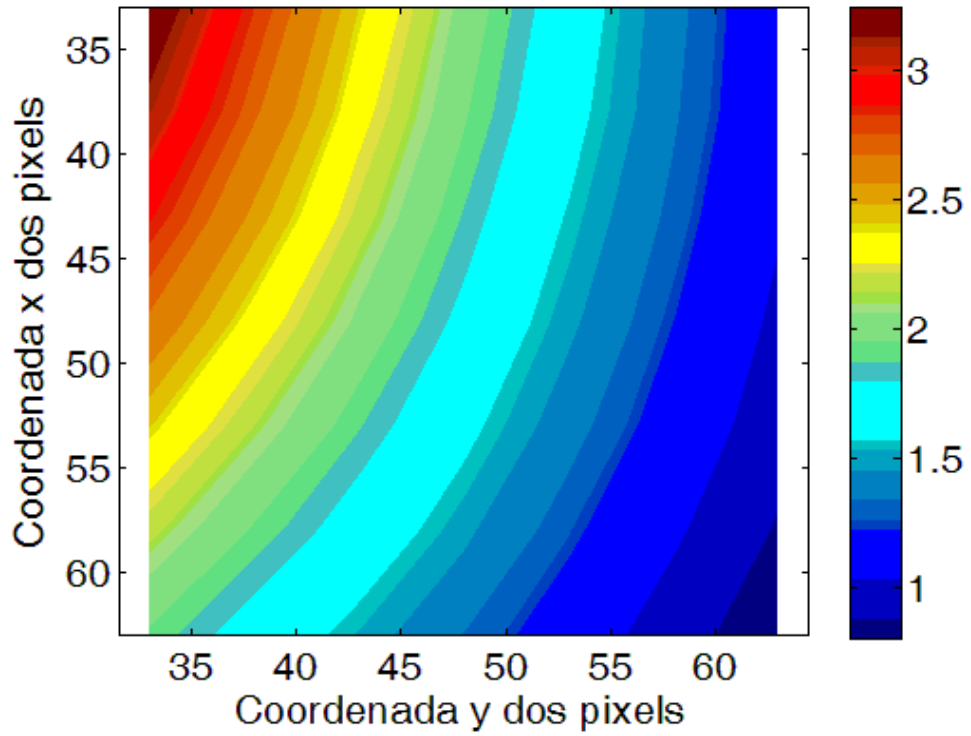
Assim, os resultados encontrados nesse estudo de caso para as deformações e para as distorções não são satisfatórios se avaliados quantitativamente, mas podem ser considerados satisfatórios se avaliados qualitativamente, pois existe uma tendência das curvas encontradas na simulação acompanharem as curvas das respostas analíticas.

Vale ressaltar que os picos nas últimas posições das Figuras 89 a 93 aparecem devido ao valor dos deslocamentos, deformações e distorções tenderem a zero nesta posição, o que leva a erros relativos inapropriados.

Então, visto que os erros são inferiores a 5% para células com dimensões entre 15×15 e 57×57 pixels nas Figuras 87 e 88, com o intuito de minimizar os erros na obtenção dos campos de deslocamentos e de deformações, utiliza-se um grid com 49 células de 45×45 pixels, com seus centros localizados entre os pixels (33,33) e (63,63) da imagem e utilizando um espaçamento (*gap*) entre os centros das células de 5 pixels. Ressalta-se que a imagem utilizada volta a ser a de 101×101 pixels e raio de 100,00m.

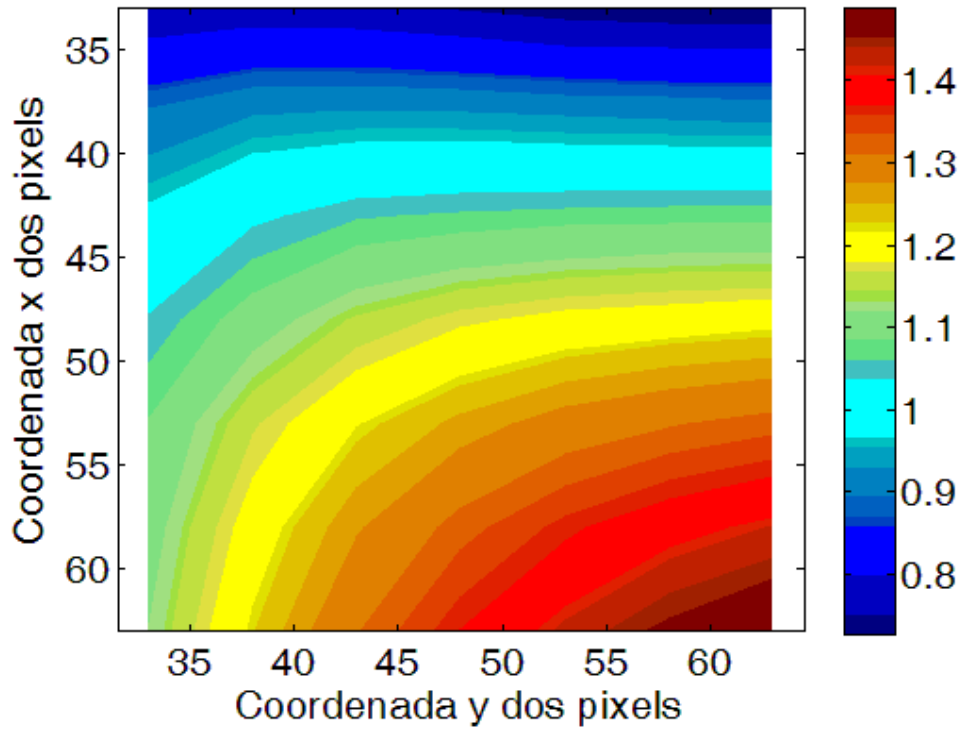
Desta forma, os gráficos com os campos de deslocamentos (em metro) nas direções x e y , o campo de deformações (em um por metro) nas direções x e y e o campo das distorções podem ser vistos nas Figuras 94 a 98.

Figura 94 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos obtido pela ferramenta desenvolvida na direção x (u_x)



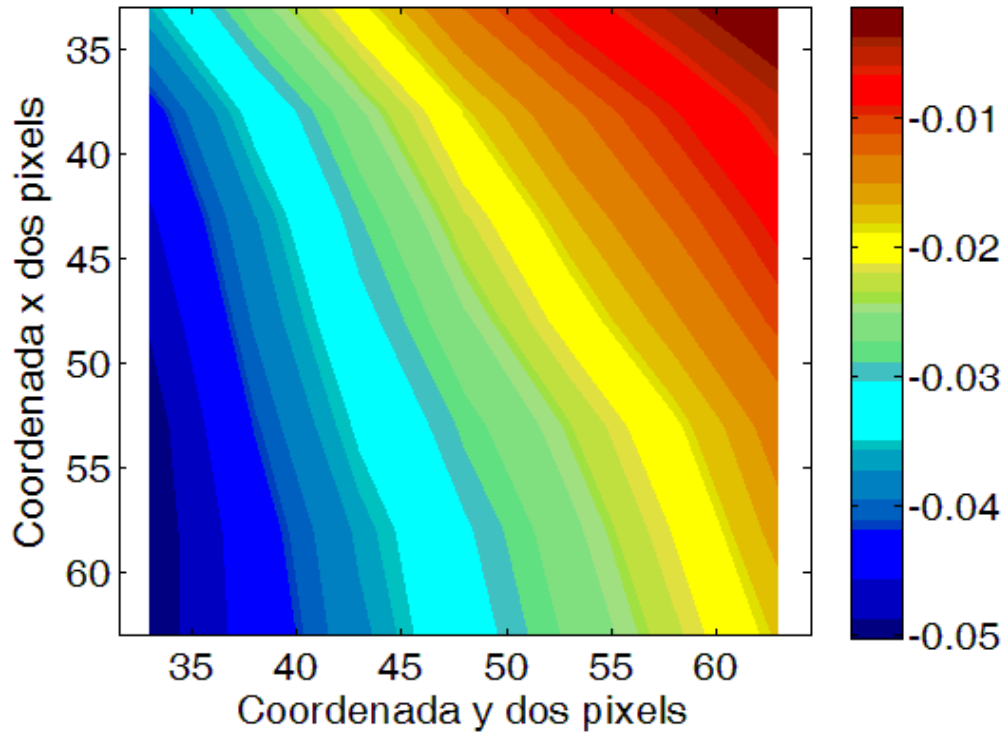
Fonte: Autor (2013).

Figura 95 – Isofaixas de cores representando o campo de deslocamentos obtido pela ferramenta desenvolvida na direção y (u_y)



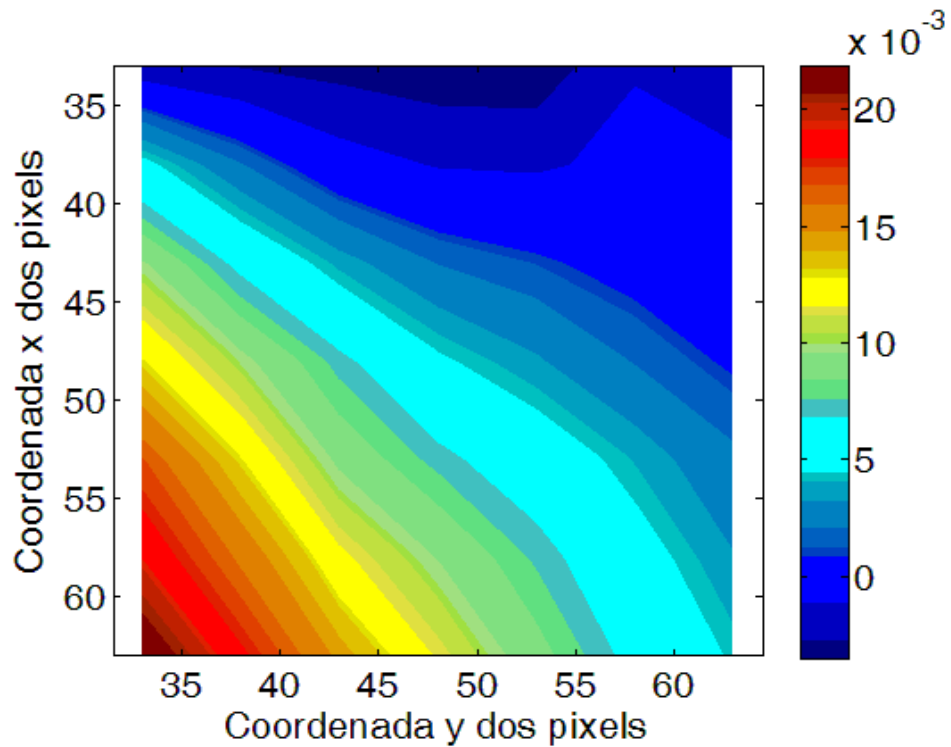
Fonte: Autor (2013).

Figura 96 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações obtido pela ferramenta desenvolvida na direção x (E_{xx})



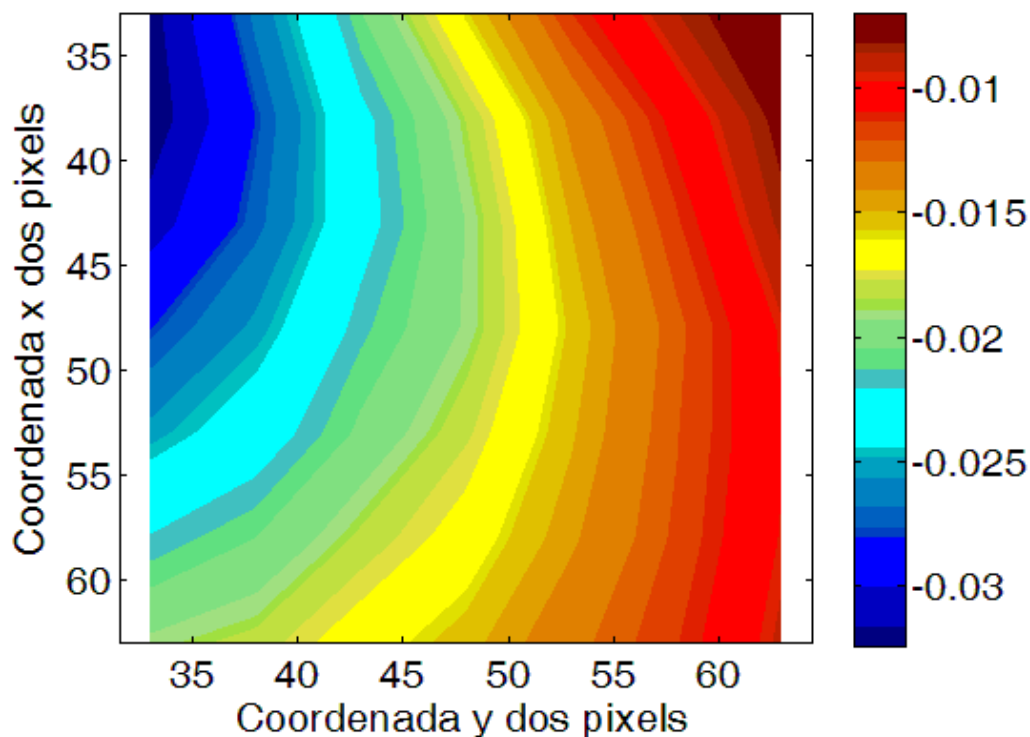
Fonte: Autor (2013).

Figura 97 – Isofaixas de cores representando o campo de deformações obtido pela ferramenta desenvolvida na direção y (E_{yy})



Fonte: Autor (2013).

Figura 98 – Isofaixas de cores representando o campo de distorção obtida pela ferramenta desenvolvida (E_{xy})



Fonte: Autor (2013).

Além das alternativas já mencionadas para a melhoria dos resultados das deformações também podem ser utilizadas imagens deformadas que representem melhor a deformação que ocorre durante o ensaio, como, por exemplo, obtendo uma imagem de uma seção do cilindro antes da aplicação da carga concentrada e uma imagem da mesma seção em outro nível de carga. Essas imagens podem ser obtidas no momento do ensaio experimental através de equipamentos apropriados. Também pode ser feita uma redução na carga concentrada aplicada ou a criação de uma relação entre pixels e metro mais adequada do que um para um.

Por fim, observa-se que os resultados encontrados para as deformações não são satisfatórios se avaliados quantitativamente, mas deixam-se varias alternativas de melhorias de resultados visando à obtenção de deformações mais condizentes com a realidade para este estudo de caso que podem ser o foco de trabalhos futuros. Contudo, os resultados encontrados para os deslocamentos são satisfatórios.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho tem como foco principal a obtenção de campos de deslocamentos e deformações através da correlação de imagens digitais e consiste na análise de duas imagens em estágios diferentes de um determinado problema para a obtenção dos campos de deslocamento e de deformações entre essas imagens.

Primeiramente, foi feita uma revisão bibliográfica sobre correlação de imagens digitais, incluindo os principais conceitos e técnicas sobre o assunto. Além disso, é explicado o funcionamento do algoritmo de correlação de imagens digitais, conhecido como *Subset DIC Algorithm*. Para um melhor entendimento desse algoritmo, são estudados alguns métodos de minimização como, por exemplo, Newton-Raphson, e os métodos de interpolação bicúbica e bilinear, que são utilizados pelos algoritmos de DIC. Em seguida, é desenvolvida uma ferramenta computacional em Matlab utilizando o algoritmo de DIC e os métodos de minimização e interpolação supracitados.

Além disso, foi realizada a validação da metodologia proposta através de quatro exemplos, onde se pode testar todas as funcionalidades da ferramenta, inclusive fazendo comparações dos resultados com soluções analíticas e soluções disponíveis na literatura. Percebe-se, nos resultados obtidos nos exemplos, que a metodologia apresentada gera respostas satisfatórias na obtenção dos campos de deslocamentos e deformações se comparada com os erros da utilização de um *strain gage*, mas ainda precisa ser ajustada para que haja uma diminuição dos erros encontrados.

Por fim, são realizados dois estudos de caso para mostrar a aplicabilidade da ferramenta desenvolvida, sendo um sobre o ensaio de compressão triaxial e o outro sobre o ensaio de compressão diametral. Em ambos os estudos de caso, é possível a obtenção dos campos de deslocamentos com erros satisfatórios. No entanto os campos de deformações apresentam erros considerados satisfatórios apenas no estudo sobre o ensaio de compressão triaxial, pois no estudo de compressão diametral os erros das deformações são grandes, mas apresentam-se diversas alternativas para melhorar os resultados que podem ser estudadas em trabalhos futuros.

Assim, conclui-se que a ferramenta desenvolvida pode ser aplicada para auxiliar na solução de problemas de engenharia obtendo os campos de deslocamentos e de deformações

através de duas imagens em estágios diferentes do problema, desde que sejam consideradas as suas limitações e que as informações iniciais, necessárias para o funcionamento da ferramenta, sejam fornecidas com coerência pelo usuário.

Além disso, este trabalho é o primeiro passo para a realização de estudos envolvendo problemas de engenharia e correlação de imagens digitais dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas.

Então, visando a melhoria dos resultados obtidos neste trabalho, como a minimização dos erros na obtenção dos campos de deslocamento e, principalmente, das deformações através da DIC, sugere-se como temas para trabalhos futuros: a) estudo de um tipo de padrão pontual para a obtenção de campos de deslocamentos e de deformações através da DIC, pois a depender do tipo de padrão pontual adotado os resultados sofrem alteração; b) estudo de um algoritmo para geração das imagens deformadas na DIC, para poder avaliar melhor a ferramenta, pois se existem erros na geração da imagem, conseqüentemente, eles influenciam na obtenção do campo de deslocamento e de deformações; c) função de deslocamento adaptável ao problema que se deseja estudar na DIC, ou seja, não se utiliza uma única função de deslocamento, como, a expansão em série de Taylor truncada nos termos de segunda ordem, para mapear os deslocamentos de qualquer tipo de problema, pode-se dar a opção do usuário escolher uma função que melhor se adeque ao problema que ele deseja analisar; d) influência da utilização de *grids* não uniformes na DIC, ou seja, a utilização de *grids* com espaçamentos aleatórios entre as coordenadas do centro das células, pois com a utilização de *grids* não uniformes existe a possibilidade de se fazer uma análise mais fina nas regiões com maiores deslocamentos e deformações; e) estudo de métodos de minimização para cálculo de deslocamentos e deformações através da DIC, pois os resultados dependem do algoritmo de minimização que está sendo utilizado; f) estudo de um método para que se possa generalizar os estudos e obter respostas aproximadas de deslocamentos mesmo quando não houver como comparar com respostas analíticas, experimentais ou encontradas na literatura;

REFERÊNCIAS

- AMARANTE, R. M. **Estudo da estática e dinâmica de linhas, sob configuração de catenária, através da identificação geométrica, processamento e análise de imagens digitais**. 2010. 207f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- ASSIS, W. S. **Sistemas computacionais de apoio à monitoração de estruturas de engenharia civil**. 2007. 265f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222: Argamassa e concreto - determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 1994.
- BARBOSA, Amilton. **Petróleo Pré-Sal**. Engenharia é, Santa Rita do Sapucaí, set. de 2013. Disponível em: <<http://www.engenhariae.com.br/curiosidades/petroleo-pre-sal/>>. Acesso em: 07 set. 2013.
- BRITO, L. A. T. **Avaliação e análise paramétrica do ensaio de compressão diametral sob cargas repetidas em misturas asfálticas**. 2006. 180f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.
- CARNEIRO, F. L. **Um Novo Método para Determinação da Resistência a Tração dos Concretos**. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro. 1943.
- CHEN, J.; JIN, G.; MENG, L. Applications of digital correlation method to structure inspection. **Tsinghua science and technology**, Beijing, v. 12, n. 3, p. 237-243, Junho 2007. ISSN 1007-0214.
- CHENG, P. et al. Full-field speckle pattern image correlation with B-Spline deformation function. **Experimental Mechanics**, v. 42, n. 3, p. 344-352, Setembro 2002. ISSN 0014-4851.
- CHERMANT, J.-L. Why automatic image analysis? An introduction to this issue. **Cement & Concrete Composites**, Caen Cedex, v. 23, n. 2-3, p. 127-131, Abril 2001. ISSN 0958-9465.
- CHU, T. C.; RANSON, W. F.; SUTTON, M. A. Applications of digital-image-correlation techniques to experimental mechanics. **Experimental Mechanics**, v. 25, n. 3, p. 232-244, Setembro 1985. ISSN 0014-4851.
- DAS, B. M. **Fundamentos de Engenharia Geotécnica**. 6. ed. São Paulo: Thomson Learning, 2007.
- GAIN, A. L. **A hybrid technique to extract cohesive fracture properties of elasto-plastic materials using inverse analysis and digital image correlation**. 2010. 104f. Master Thesis (Civil Engineering) - University of Illinois, Urbana, 2010.

HANSELMAN, D.; LITTLEFIELD, B. **MATLAB 6 - Curso Completo**. Prentice Hall. São Paulo, Brasil. 2002.

JURJO, D. L. B. R. **Desenvolvimento de um sistema de visão computacional para a medição de deslocamentos em estruturas**. 2007. 214f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

LENOIR, N. et al. Volumetric digital image correlation applied to x-ray microtomography images from triaxial compression tests on argillaceous rock. **An International Journal of Experimental Mechanics**, v. 43, p. 193-205, August 2007.

LU, H.; CARY, P. D. Deformation measurements by digital image correlation: implementation of a second-order displacement gradient. **Experimental Mechanics**, v. 40, n. 4, p. 393-400, Dezembro 2000. ISSN 0014-4851.

MA, C.-C.; HUNG, K.-M. Exact full-field analysis of strain and displacement for circular disks subjected to partially distributed compressions. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 50, n. 2, p. 275-292, Fevereiro 2008.

MAFFRA, F. A.; GATTASS, M. **Uma implementação do método de Levenberg-Marquardt em C**. Tecgraf. Rio de Janeiro. 2008.

MASE, G. E.; MASE, G. T. **Continuum Mechanics For Engineer**. 2 ed. Florida: CRC Press, 1999.

MENEZES JUNIOR, L. F. **Processamento de imagens na análise dinâmica de risers de produção de petróleo com modelo de escala reduzida em ambiente de laboratório**. 2008. 108f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

MOREL, J.; YU, G. ASIFT: An Algorithm for Fully affine Invariant Image Comparison. **Image Processing On Line**, v. 2011, 2011.

PAN, B.; LI, K. A fast digital image correlation method for deformation measurement. **Optics and Lasers in Engineering**, v. 49, n. 7, p. 841-847, Julho 2011. ISSN 0143-8166.

PETERS, W. H.; RANSON, W. F. Digital imaging techniques in experimental stress analysis. **Optical Engineering**, v. 21, n. 3, p. 427, 1982.

PINTO, C. D. S. **Curso básico de mecânica dos solos**. 3. ed. São Paulo: Oficina de textos, 2006.

SHEN, B. **Functionally graded fiber-reinforced cementitious composites - manufacturing and extraction of cohesive fracture properties using finite elements and digital image correlation**. 2009. 179f. PHD Thesis (Doctor in Civil Engineering) - University of Illinois, Urbana, 2009.

SU, C.; ANAND, L. A new digital image correlation algorithm for whole-field displacement measurement. **Massachusetts Institute of Technology**, Cambridge, set. 2003. Innovation in Manufacturing Systems and Technology (IMST). Disponível em: <<http://hdl.handle.net/1721.1/3749>>. Acesso em: 07 set. 2013.

SUTTON, M. et al. Full-field representation of discretely sampled surface deformation for displacement and strain analysis. **Experimental Mechanics**, v. 31, n. 2, p. 168-177, Junho 1991. ISSN 0014-4851.

VENDROUX, G.; KNAUSS, W. Submicron deformation field measurements: Part 1. Developing a digital scanning tunneling microscope. **Experimental Mechanics**, v. 38, n. 1, p. 18-23, Março 1998. ISSN 0014-4851.

VISHAY PRECISION GROUP. Errors due to misalignment of strain gages. **Intertechnology**, Toronto, set. 2013. Strain gages and struments. Disponível em: <http://www.intertechnology.com/Vishay/pdfs/TechNotes_TechTips/TN-511.pdf>. Acesso em: 07 Setembro 2013.