

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL DO
CONHECIMENTO

DAVI PRATES OLIVEIRA BARBOSA

UM MODELO MATEMÁTICO DE OTIMIZAÇÃO DA MISTURA DE DIFERENTES
VARIETADES DE AÇÚCAR PARA ATENDER AO PADRÃO DE QUALIDADE DE PAÍSES
IMPORTADORES

Maceió - AL

2016

Davi Prates Oliveira Barbosa

**UM MODELO MATEMÁTICO DE OTIMIZAÇÃO DA MISTURA DE DIFERENTES
VARIEDADES DE AÇÚCAR PARA ATENDER AO PADRÃO DE QUALIDADE DE PAÍSES
IMPORTADORES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional do Conhecimento, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional do Conhecimento pela Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. Dr. João Inácio Soletti
Coorientador: Prof. Dr. Henrique Pacca Loureiro Luna

Maceió - AL

2016

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale

B238u Barbosa, Davi Prates Oliveira.
Um modelo matemático de otimização da mistura de diferentes variedades de açúcar para atender ao padrão de qualidade de países importadores / Davi Prates Oliveira Barbosa. - 2016.
84 f. : il.

Orientador: João Inácio Soletti.
Coorientador: Henrique Pacca Loureiro Luna.
Dissertação (mestrado em Modelagem Computacional de Conhecimento) –
Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Computação. Maceió, 2016.

Bibliografia: f. 71-74.
Apêndices: 75-84.

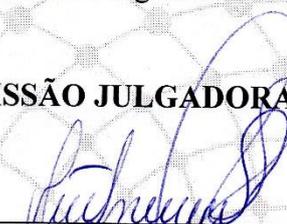
1. Programação linear. 2. Otimização. 3. Brasil – Produtos industrializados.
4. Açúcar – Exportação. I. Título.

CDU: 004.82:338.364



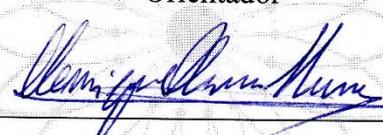
Membros da Comissão Julgadora da Dissertação de Mestrado de Davi Prates Oliveira Barbosa, intitulada: “Um modelo matemático de otimização da mistura de diferentes variedades de açúcar para atender ao padrão de qualidade de países importadores”, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional de Conhecimento da Universidade Federal de Alagoas, em 24 de agosto de 2016, às 9h00min, na sala de aula do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química – PPGEQ.

COMISSÃO JULGADORA



Prof. Dr. João Inácio Soletti

Ufal – Centro de Tecnologia
Orientador



Prof. Dr. Henrique Pacca Loureiro Luna

Ufal – Instituto de Computação
Coorientador



Profa. Dra. Sandra Helena Vieira de Carvalho

Ufal – Centro de Tecnologia
Examinadora



Dr. Rafael Piatti Oiticica de Paiva

PO2 – Planejamento e Otimização LTDA
Examinador

Maceió, agosto de 2016.

Dedico à Deus e a minha querida mãe, Leida Prates Oliveira Barbosa (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS:

À Danielle Marques, minha esposa, pela paciência, compreensão e apoio nesta caminhada.

Ao meu pai, Jazon, e minhas queridas irmãs, Laura Prates e Hadassa Prates.

Aos orientadores, João Inácio Soletti e Henrique Pacca Loureiro Luna, pela sabedoria, dedicação e paciência com que nortearam esse trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional do Conhecimento por suas colaborações no aprendizado e formação.

Aos colegas, com quem dividimos nossas dificuldades e conquistas.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Muito obrigado!

RESUMO

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo matemático com o objetivo de estabelecer a proporção mássica de variedades de açúcar numa mistura voltada à exportação do produto, onde são preenchidos alguns requisitos de qualidade. Atualmente, o Brasil é um dos maiores exportadores de açúcar do mundo, com um volume de exportação estimado em 32,6 milhões de toneladas para a safra 2019. Para atender às exigências de qualidade dos países importadores, faz-se necessário combinar as variedades de açúcar com características diferentes. O modelo proposto apresenta uma função objetivo que minimiza o custo total da mistura, respeitando essas características mínima e máxima exigidas por cada mercado importador. O modelo matemático foi concebido como um problema de Programação Linear. Os resultados foram apresentados a partir da análise de um estudo de caso, onde os dados foram validados no *software General Algebraic Modeling System (GAMS)*.

Palavras-chave: Programação Linear. Otimização. Problema de Mistura. Açúcar.

ABSTRACT

In this dissertation a mathematical model is developed to establish the weight ratio of sugar's varieties in a mixture directed to the export of the product, where are filled some quality requirements. Currently, Brazil is one of the world's largest sugar exporters, with an export volume estimated at 32.6 million tons for the harvest 2019. To meet the quality requirements of importing countries, it is necessary to combine the sugar's varieties with different characteristics. The proposed model presents an objective function that minimizes the total cost of the blend, respecting these minimum and maximum characteristics required for each export market. The mathematical model is designed as a Linear Programming problem. The results were presented from the analysis of a case study, where the data have been validated in the General Algebraic Modeling System software (GAMS).

Keywords: Linear Programming. Optimization. Blend Problem. Sugar.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Etapas da metodologia	16
Figura 2.1 – Produção Brasileira de Cana-de-Açúcar – Safra 2013	21
Figura 2.2 – Produção Alagoana de Cana-de-Açúcar – Safra 2013	22
Figura 2.3 – Produção Mundial de Açúcar	23
Figura 2.4 – Maiores Exportadores de Açúcar	24
Figura 2.5 – Exportações Brasileiras de Açúcar	24
Figura 2.6 – Etapas de produção do Açúcar	29
Figura 2.7 – Fluxograma do processo de fabricação de Açúcar	32
Figura 3.1 – Processo de Modelagem	39
Figura 3.2 – Exemplo de fluxograma	41
Figura 3.3 – Exemplo de modelo de fila	42
Figura A.1 – Estrutura do GAMS	76
Figura A.2 – Tela principal do GAMS	78
Figura A.3 – Ambiente de trabalho do GAMS	78
Figura A.4 – Estilo no programa GAMS	79
Figura A.5 – Exemplo Giapetto no GAMS	82
Figura B.1 – Modelo implementado no GAMS – Parte 1	84
Figura B.2 – Modelo implementado no GAMS – Parte 2	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Descrição dos dados do Problema da Dieta	49
Tabela 4.1 – Exigência de importação	58
Tabela 4.2 – Especificações das variedades de cana-de-açúcar	63
Tabela 4.3 – Resultado da simulação para o País 1	64
Tabela 4.4 – Custo do açúcar na simulação do País 1	65
Tabela 4.5 - Resultado da simulação para o País 2	65
Tabela 4.6 - Custo do açúcar na simulação do País 2	66
Tabela 4.7 - Resultado da simulação para o País 3	66
Tabela 4.8 - Custo do açúcar na simulação do País 3	67

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Objetivo do Trabalho	13
1.2	Justificativa e Relevância	14
1.3	Metodologia	15
1.4	Organização do Trabalho	17
2	O AÇÚCAR	18
2.1	Contextualização histórica	18
2.2	O açúcar no Brasil	18
2.3	O açúcar no mercado externo	23
2.4	Variedades de Cana-de-Açúcar	25
2.5	Variedade RB92579	26
2.6	Processo produtivo do Açúcar	28
2.7	Tipos de Açúcar	33
2.8	Propriedades físico-químicas do Açúcar	35
2.9	Coloração do Açúcar	36
3	MODELAGEM DE PROBLEMAS DE MISTURA	38
3.1	Modelos	38
3.1.1	Modelos e classificações	40
3.2	Simulação	43
3.3	Programação Linear	46
3.4	Problema da Dieta	48
3.5	Problema da Mistura de Minérios	51
3.6	Problemas de mistura no setor sucroalcooleiro	54
4	PROBLEMA PROPOSTO	57
4.1	O Problema Proposto	57
4.2	Modelo Proposto	58
4.2.1	Cor	59
4.2.2	Cinzas Condutimétricas	59
4.2.3	Polarização	60
4.2.4	Umidade	60

4.2.5	Dextrana	60
4.2.6	Amido	60
4.3	Estudo de Caso	61
4.4	Resultados	63
5	CONCLUSÃO	69
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	71

APÊNDICES

	APÊNDICE A – GAMS	76
	APÊNDICE B – RESOLUÇÃO DO MODELO NO GAMS	83

1 Introdução

A Pesquisa Operacional (PO) é um termo que designa uma área de conhecimento da matemática aplicada que faz uso de modelos matemáticos e estatísticos em sistemas complexos com o objetivo de prever e avaliar estratégias que dão suporte à tomada de decisões e às políticas de ações (MONTEVECHI, 2007).

Em 1939, um matemático russo apresentou um trabalho intitulado “Métodos matemáticos na organização e no planejamento de produção” cujo objetivo era englobar técnicas ou um conjunto de disciplinas que auxiliavam na tomada de decisões (CARDOSO, 2011).

Durante a Segunda Guerra mundial, os Aliados se viram confrontados com problemas complexos de natureza tática, logística e de estratégia militar. Então, para apoiar as tomadas de decisões, os comandos militares constituíram força tarefa composta por físicos, matemáticos, engenheiros e cientistas sociais que tinha o objetivo de desenvolver uma metodologia para solução de problemas relacionados às operações militares. Assim nasceu a ideia de desenvolver modelos matemáticos que permitissem perceber os dados e fatos reais e simular e avaliar o resultado hipotético das estratégias, auxiliando na tomada de decisões (MORAES, 2005).

O sucesso alcançado pelas aplicações desenvolvidas durante a guerra foi tão grande que motivou a comunidade acadêmica e empresarial. O progresso foi motivado, também, pelo desenvolvimento dos computadores em face de sua velocidade de processamento, capacidade de armazenamento e recuperação de informações e técnicas algorítmicas avançadas, fornecendo ferramentas para análise e tomada de decisões.

Atualmente, a PO tem estendido suas contribuições para praticamente todas as áreas do conhecimento humano, caracterizando-se como uma área multidisciplinar, envolvendo Simulação, Programação Linear, Teoria das Filas, Programação Dinâmica, dentre outras disciplinas. De modo geral, o principal objetivo da PO é determinar a programação otimizada de atividades ou recursos para auxiliar no processo de tomada de decisão.

1.1 Objetivo do trabalho

O objetivo deste trabalho é aplicar conceitos da área de Pesquisa Operacional num caso prático que visa a orientação do processo de mistura do açúcar produzido no Brasil, a partir da análise de características da matéria prima produzida e das especificações do açúcar requerido pelos países importadores.

Objetivo Geral

- ✓ Apresentar um modelo matemático capaz de orientar a otimização de misturas de variedades da cana-de-açúcar para atender às exigências de qualidade dos países importadores de açúcar.

Objetivos específicos

- ✓ Mostrar o termo 'variedade' no contexto da cana-de-açúcar;
- ✓ Identificar os parâmetros físico-químicos mais utilizados na avaliação da qualidade de uma variedade de cana-de-açúcar;
- ✓ Investigar mecanismos que auxiliam na estruturação de modelos matemáticos;
- ✓ Mostrar modelos que tratam de problemas similares;
- ✓ Verificar a viabilidade da utilização do modelo proposto.

1.2 Justificativa e relevância

Os produtos do complexo sucroalcooleiro constituem alguns dos principais produtos de exportação e contribuem expressivamente para provisão de divisas. Segundo dados de janeiro de 2015 do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA), as exportações do agronegócio brasileiro alcançaram a cifra de US\$ 5,64 bilhões. Os cinco principais setores exportadores do agronegócio foram: carnes, complexo sucroalcooleiro, produtos florestais, cereais e café. O setor sucroalcooleiro representa o segundo setor em termos de valor de exportação, com a cifra de US\$ 926 milhões. O principal produto exportado por esse setor foi o açúcar, com US\$ 837 milhões (MAPA, 2015).

Atualmente, o Brasil é o responsável por grande parte do açúcar comercializado no mundo, devendo alcançar taxa média de aumento da produção de 3,25%, até 2018/19, e colher 47,34 milhões de toneladas do produto, o que corresponde a um acréscimo de 14,6 milhões de toneladas em relação ao período 2007/2008. Para as exportações, o volume previsto para 2019 é de 32,6 milhões de toneladas (MAPA, 2015).

O Brasil não é apenas o maior produtor da cana. É também o primeiro do mundo na produção de açúcar e conquista, cada vez mais, o mercado externo com o uso do biocombustível como alternativa energética.

Atualmente a cultura da cana-de-açúcar tem como principais produtores as regiões Nordeste, Centro-Oeste e Sudeste do país. O processo de produção do açúcar inicia na escolha do solo e plantio das mudas, se estendendo até a etapa industrial, onde o açúcar passa por processos químicos de clarificação e preparação para o consumo. A qualidade do açúcar produzido depende, também, da variedade de cana-de-açúcar cultivada. Cada variedade possui características físico-químicas diferenciadas e devem ser cultivadas conforme as características de clima, solo, mercado, entre outros.

Apesar de tamanha importância na provisão de divisas para a economia brasileira e local, existem poucos trabalhos na literatura que apresentam mecanismos capazes de orientar a otimização de mistura de diferentes tipos de açúcar e de variedades de cana-de-açúcar para atender às exigências dos mercados externos.

Assim, a importância do complexo sucroalcooleiro para o agronegócio, em especial o açúcar, no contexto econômico na balança comercial brasileira, e os poucos trabalhos de orientação de mistura desse produto motivam a condução desse trabalho que trata do desempenho desse segmento exportador de forma particularizada.

1.3 Metodologia

Para atingir os objetivos apresentados, buscou-se uma metodologia capaz de orientar o planejamento da pesquisa, embasar a elaboração da dissertação e apresentar resultados satisfatórios e consistentes. Assim, era fundamental que a pesquisa pudesse trazer resultados que auxiliassem a tomada de decisões em um mercado tão exigente e tão fundamental para a economia brasileira, e, em especial, a economia do Estado de Alagoas.

A abordagem utilizada neste trabalho é a quantitativa, centrada na criação de um modelo quantitativo de otimização da mistura de açúcar, com modelagem experimental. As etapas deste trabalho compreendem: conceitualização, coleta de dados, modelagem, experimento, validação e documentação.

A primeira etapa estava relacionada à interpretação, em um modelo conceitual, da realidade ou parte dela. Nesta etapa foi realizado um levantamento bibliográfico e revisão da literatura técnica, ou seja, foi necessário pontuar elementos capazes de facilitar a identificação do que de fato é fundamental para a pesquisa. Nesse momento, limitou-se o problema de modo a torná-lo viável à realização da pesquisa, mantendo uma clareza dos pontos essenciais. Nesta etapa, a abordagem utilizada foi uma revisão bibliográfica que consistiu em avaliar conceitos sobre o açúcar, modelos e programação matemática.

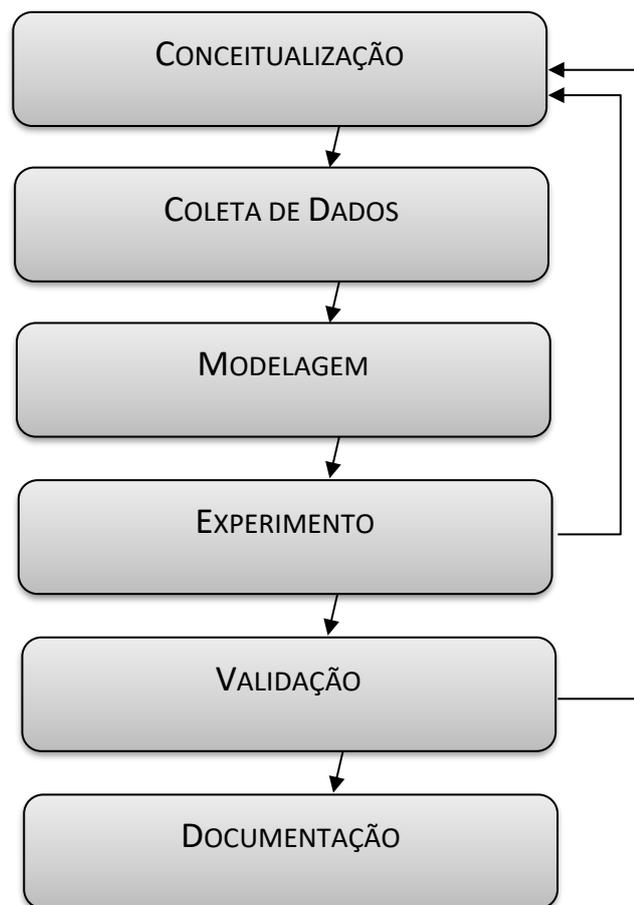
A coleta de dados consiste na obtenção dos valores dos parâmetros que são necessários para utilizar o modelo. Os dados utilizados nesse trabalho foram coletados da literatura técnica especializada e de pessoal técnico.

A etapa de modelagem ocorreu após a revisão de modelos matemáticos capazes de resolver problemas similares, representando o modelo conceitual em um modelo científico. Nesta dissertação, o modelo proposto está na seção 4.2.

Na etapa seguinte ocorreu o processo de obtenção da solução do modelo científico, com aplicação dirigida a solução de um problema específico. Assim, foram utilizados modelos conceituais e a construção do modelo computacional. Nesta etapa, foi utilizado o *General Algebraic Modeling System (GAMS)*, versão 24.7.1, em conjunto com o *solver CONOPT*, versão 3.17A.

Para melhorar a compreensão do modelo e verificar se ele corresponde à realidade ou ao recorte da realidade considerado, foi desenvolvido um exemplo ilustrativo que auxiliou na verificação do código computacional. Os dados apresentados no exemplo foram interpretados e analisados, validando o modelo utilizando literatura técnica especializada. A Figura 1.1 ilustra a metodologia utilizada neste trabalho.

Figura 1.1 – Etapas da metodologia.



Fonte: Autor, adaptado de Silva (2005).

1.4 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado em cinco capítulos. Neste primeiro capítulo faz-se um breve resumo do trabalho, com a definição do problema, objetivos e metodologia utilizada.

O Capítulo 2 inicia um levantamento sobre a produção do açúcar e suas variedades. Apresenta algumas características físico-químicas deste produto e mostra a importância dele no mercado internacional. Também é descrito brevemente o processo de fabricação do açúcar, desde a chegada da matéria prima até a saída do açúcar bruta, fazendo a devida distinção entre os termos variedades de cana-de-açúcar e tipos de açúcar.

O terceiro capítulo apresenta conceitos relacionados a modelagem de sistemas, mostrando os princípios sobre modelos e simulações. Em seguida, apresenta a ideia de Programação Linear, suas definições e exemplos de casos onde foi utilizada. Faz um levantamento dos trabalhos técnicos mais importantes no desenvolvimento do modelo a ser apresentado no Capítulo 4.

No Capítulo 4, apresenta-se o modelo do problema proposto, com sua função objetivo e as restrições. Em seguida, mostra a implementação proposta seguida dos resultados e discussões.

Por fim, o Capítulo 5 trata a conclusão e trabalhos futuros.

2 O açúcar

2.1 Contextualização histórica

Os primeiros registros sobre o açúcar remontam períodos anotados nas escrituras mitológicas hindus. Noutro momento, o açúcar era de uso restrito, sendo comercializado apenas em alguns mercados gregos e romanos (CESNIK, 2004). Nessa época, o açúcar não tinha as características próximas das que consumimos hoje. Era consumido como um tipo de suco fermentado.

Por volta do século VII, os persas já dominavam tecnologias de cultivo da cana. Com a expansão do domínio árabe, mudas do produto foram introduzidas em outras regiões, como Egito, Marrocos, Espanha e Sicília (SOUSA, 2016).

Durante o período da baixa idade média, o desenvolvimento das Cruzadas permitiu que os cristãos conhecessem melhor o açúcar consumido pelos árabes mulçumanos. Nesse período, o açúcar era um produto caro, sofisticado, um artigo de luxo e ostentação, sendo, também, utilizado como remédio.

2.2 O açúcar no Brasil

No século XVI, Portugal procurou desenvolver a produção no Brasil, instalando o primeiro engenho, possivelmente, em Pernambuco. O cultivo da cana-de-açúcar foi favorecido na região Nordeste devido à fertilidade do solo Massapé e ao clima quente. Nesse período, o Brasil se tornou o principal fornecedor de açúcar do mundo, assumindo importância significativa no continente europeu (FAUSTO, 1994; CESNIK, 2004).

Durante muito tempo, o açúcar foi a principal fonte de geração de riqueza, tendo desempenhado um papel fundamental na formação econômica do Brasil. Porém, as safras brasileiras estavam entregues às conveniências dos mercados consumidores, principalmente o europeu, e a produção se dava quase exclusivamente de forma artesanal nos chamados “engenhos”, onde a mão-de-obra era escrava (CARVALHO, 2009).

No período Colonial não houve grandes modificações no processo de produção de açúcar. Naquela época, o engenho utilizava tração animal ou era movido a água. Segundo Carvalho (2009), a única variedade de cana era a crioula. Porém, com a introdução dos engenhos a vapor e a importação da cana caiana para substituir a cana crioula, o rendimento em açúcar aumentou significativamente.

Nesse período, a produção de açúcar no Brasil era voltada para a exportação, dependendo fortemente do mercado externo. Com a produção do açúcar nas Antilhas, no meado do século XVII, e a produção do açúcar de beterraba na Europa, no século XIX, o produto brasileiro sofreu fortes crises (FAUSTO, 1994).

A indústria açucareira está intimamente ligada à história do desenvolvimento do Brasil, ocupando um papel de destaque na economia mundial. Para orientar, fomentar e realizar o controle deste setor agrícola, foi criado, na década de 1930, uma autarquia federal chamada de IAA – Instituto do Açúcar e do Alcool. Além disso, durante a crise do petróleo na década de 1970, o governo federal instituiu o programa “Proálcool”, que consistia na instalação de destilarias de álcool no Sudeste e no Nordeste brasileiro e melhoramento das já existentes. Em 1972, o IAA criou o Programa Nacional de Melhoramento da Cana-de-Açúcar (PLANALSUCAR) com a finalidade de desenvolver e transmitir pesquisas que visavam a melhoria da cana-de-açúcar (RIDESA, 2010).

Assim, com o objetivo de atender às necessidades dos produtores, o PLANALSUCAR possuía estrutura de pesquisa nas áreas de Melhoramento, Agronomia e Industrial, com ênfase em:

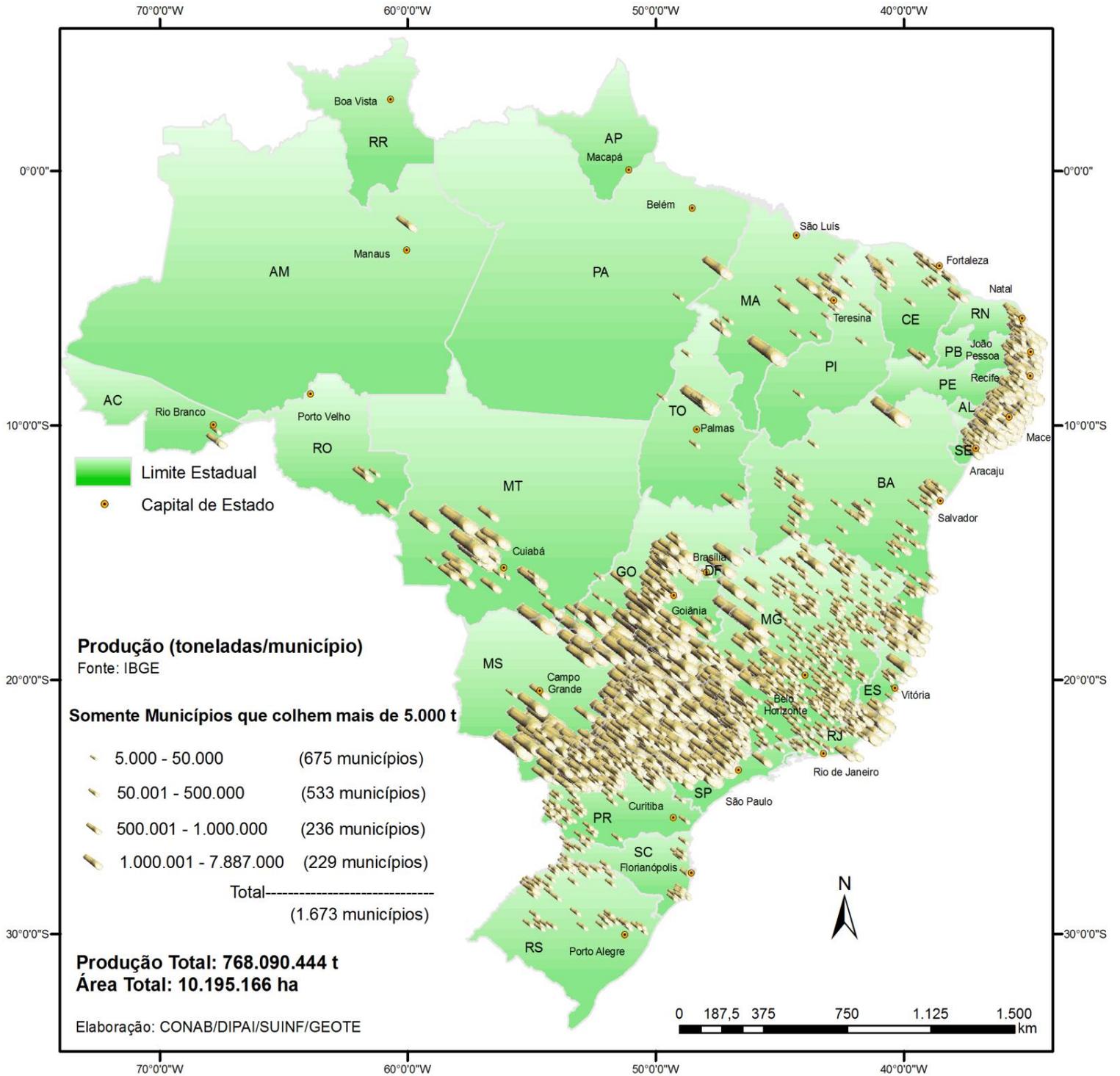
- Estabelecimento de sistemas de produção em áreas de expansão do cultivo da cana-de-açúcar e o aperfeiçoamento dos sistemas já utilizados nas áreas tradicionais, em que visava a elevação da produtividade agrícola e industrial de álcool e açúcar.
- Produção e incentivo ao uso de novas variedades de cana-de-açúcar que substituíssem aquelas utilizadas anteriormente. O objetivo dessa prática foi elevar o rendimento agrícola e industrial.

Durante a década de 1980, o setor sucroalcooleiro sofreu muitos altos e baixos. Nesse período houve redução do investimento no setor por parte do governo.

Em 1990, com a criação da RIDESA (Rede Interuniversitária para o Desenvolvimento do Setor Sucroalcooleiro), os trabalhos, pesquisas e recursos da PLANALSUCAR foram incorporados àquela. A rede, composta por algumas Universidades Federais, atingiu reconhecimento e o seu programa de melhoramento genético produz milhares de plântulas para o desenvolvimento de novas variedades.

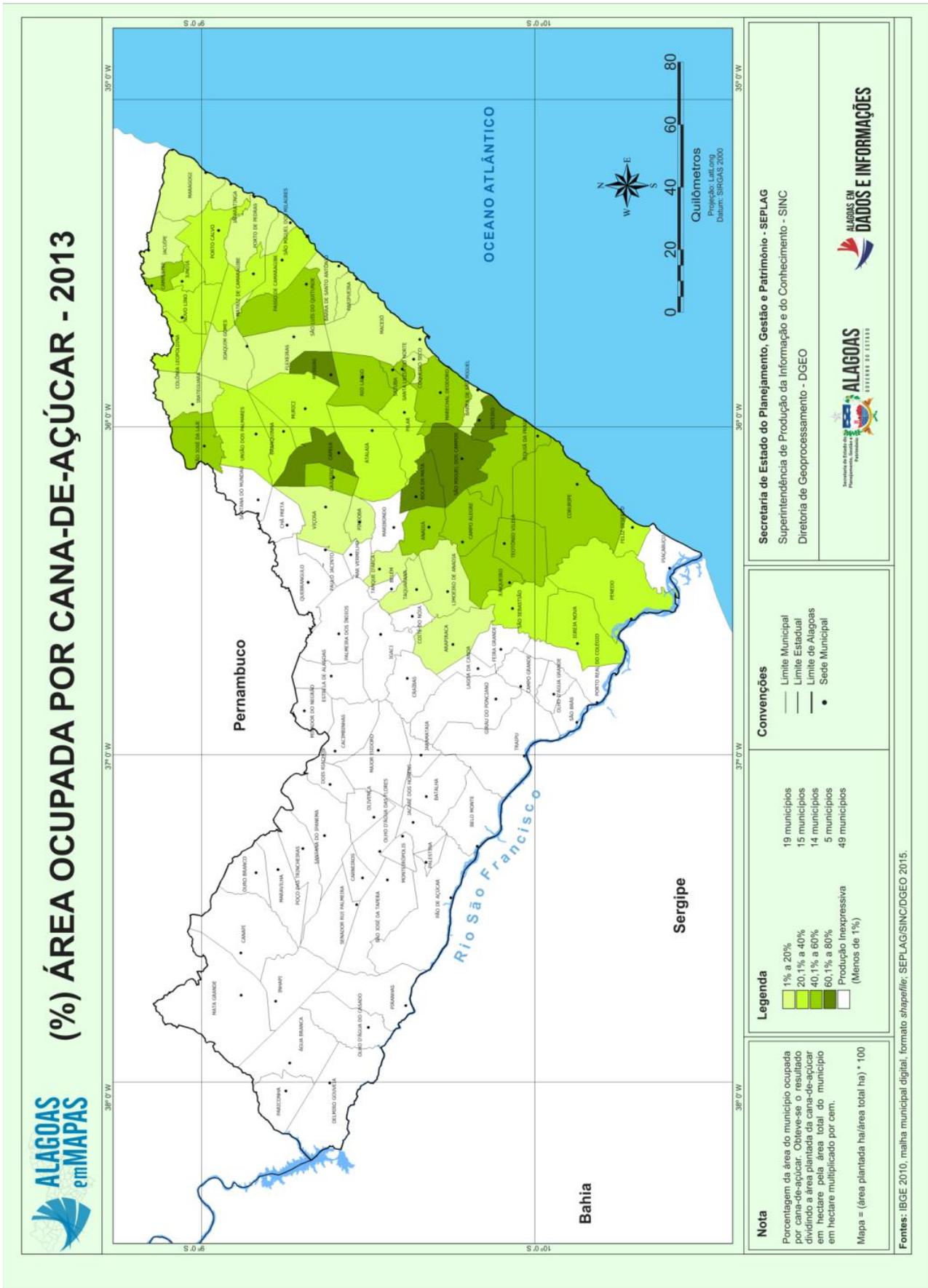
Apesar de tantos momentos de crise, muitas pesquisas foram realizadas no setor sucroalcooleiro o que conferiu ao Brasil liderança tanto em pesquisa da qualidade do produto quanto nas tecnologias aplicadas na produção e nos processos. Isso reflete na amplitude do setor, conforme se pode observar nas imagens a seguir.

Figura 2.1 – Produção Brasileira de Cana-de-Açúcar – Safra 2013.



Fonte: Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (2015).

Figura 2.2 – Produção Alagoana de Cana-de-Açúcar – Safra 2013.



Fonte: Alagoas em Dados e Informações (2015).

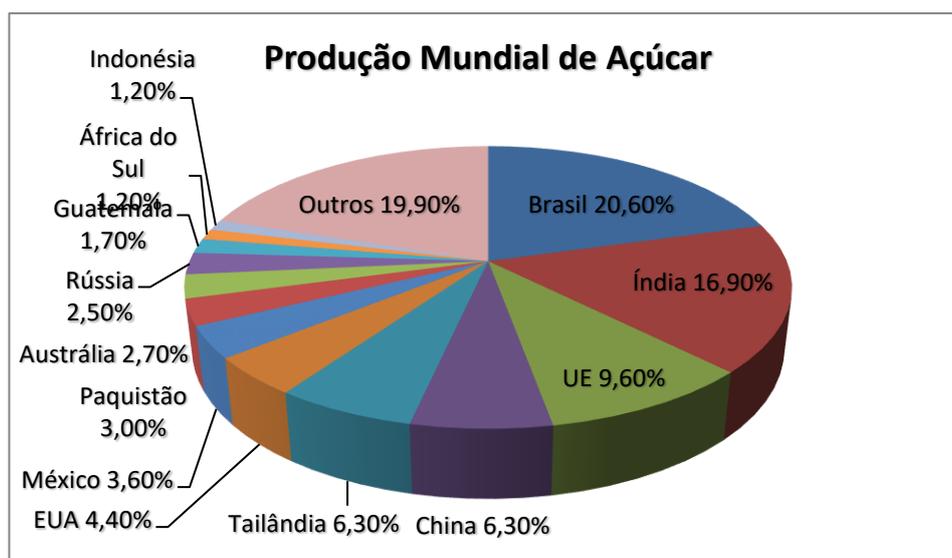
2.3 O açúcar no mercado externo

A cana-de-açúcar é uma das principais culturas do mundo, cultivada em mais de 100 países. Atualmente, o Brasil é referência internacional em tecnologia sucroalcooleira.

Segundo dados da CONAB, na safra 2014/2015 o Brasil produziu cerca de 670 milhões de toneladas de cana-de-açúcar, sendo 54% destinado à produção de etanol e 46% foi destinado à produção de açúcar. Do total de açúcar produzido, 75% foi destinado para exportação (CONAB, 2015).

As figuras a seguir ilustram a proporção dos maiores produtores e exportadores mundiais de açúcar na safra 2014/2015.

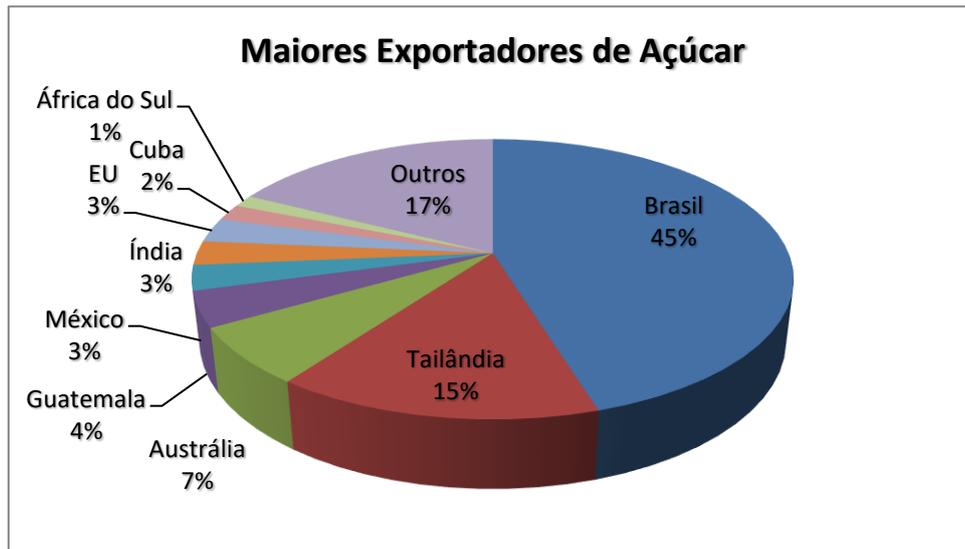
Figura 2.3 – Produção Mundial de Açúcar.



Fonte: CONAB, 2015; DEPEC, 2016.

Os dados do CONAB indicam que o Brasil é o maior produtor mundial de açúcar, seguido da Índia e União Europeia. Na safra 2014/2015, o Brasil produziu cerca de 20% de toda produção mundial de açúcar.

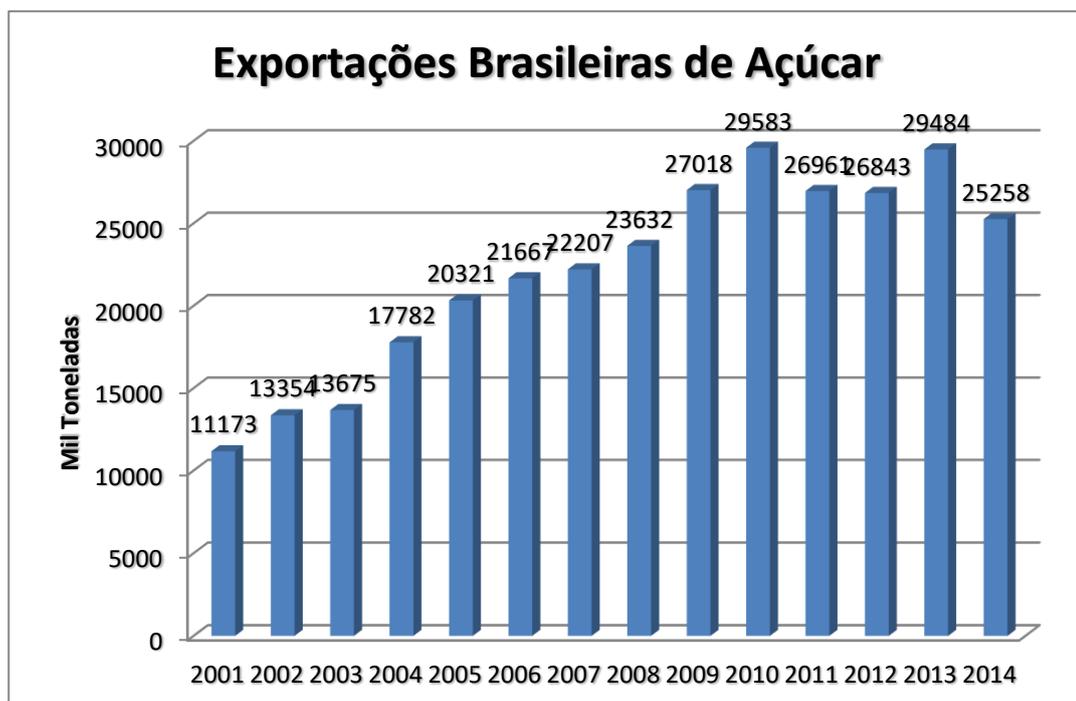
Figura 2.4 – Maiores Exportadores de Açúcar.



Fonte: CONAB, 2015; DEPEC, 2016.

Comparando a Figura 2.3 com a Figura 2.4 é possível perceber a importância que o açúcar brasileiro tem no mercado internacional. Segundo dados do CONAB, o Brasil responde por 45% das exportações de açúcar, seguido pela Tailândia (15%) e Austrália (7%).

Figura 2.5 – Exportações Brasileiras de Açúcar.



Fonte: CONAB, 2015; DEPEC, 2016.

Pela Figura 2.5 nota-se que as exportações do açúcar brasileiro tiveram um crescimento entre os anos de 2001 e 2010. Em 2011 e 2012, as exportações tiveram uma ligeira queda sucessiva. Em 2013, o gráfico demonstra um novo aumento seguido, em 2014, por uma nova queda.

É fundamental destacar que, para que o açúcar seja exportado para um determinado país, ele deve preencher certos requisitos de qualidade exigidos. Do contrário, o país importador não irá comprar o produto.

2.4 Variedades de Cana-de-Açúcar

Linneu, em 1753, descreveu a cana-de-açúcar como sendo da variedade *Saccharum Officinarum* e *Saccharum Spicatum*. À medida que os anos iam passando, essas variedades atendiam cada vez menos às necessidades daquela sociedade. Foi percebido, então, que na cadeia produtiva da cana, era necessário cultivar variedades que possuíssem determinadas características de forma tal que permitissem uma maior produtividade juntamente com a melhor qualidade, além de ter um menor custo (CESNIK, 2004).

As canas plantadas no mundo inteiro são híbridas desses primeiros exemplares botânicos. Porém, atualmente, o desenvolvimento de novas tecnologias de melhoramento genético tem contribuído na adequação da cana às necessidades de mercado. Convencionou-se, então, chamar esses híbridos de “variedades”, nomeando esses compostos com siglas e números da instituição que realizou o cruzamento.

Assim, o termo “variedade” de cana-de-açúcar é entendido como a plântula que é cultivada no processo agrícola, sendo escolhida por suas características que melhor se adequam ao solo, à capacidade produtiva, ao mercado comprador, entre outras. Como exemplo, na próxima sessão é apresentada uma variedade de cana-de-açúcar.

2.5 Variedade RB92579

O setor sucroalcooleiro tem forte impacto socioeconômico na região nordeste. Nela existem agroindústrias de produção de açúcar, álcool e eletricidade, sendo os Estados de Alagoas, Pernambuco e Paraíba os mais produtivos.

Os meses de março a agosto concentram a distribuição das chuvas, período em que há baixa luminosidade, noites mais longas e menores temperaturas. Por outro lado, no período da safra, meses de setembro a fevereiro, ocorre deficiência hídrica, maior brilho solar, maiores temperaturas e dias longos. Esses fatores são responsáveis por uma menor produtividade agrícola, se comparado com a região centro-sul do país, pois provocam menor fotossíntese da planta (RIDESA, 2010).

Vários investimentos têm sido feitos nos recursos hídricos da região de forma a minimizar os impactos da irregularidade climática. Contudo, o melhoramento da cana-de-açúcar tem se mostrado uma boa opção, viabilizando economicamente o setor na região.

Em 2003, em parceria com a RIDESA, o Programa de Melhoramento Genético da Cana-de-Açúcar (PMGCA) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), liberou a variedade RB92579. Esta variedade tem como principais características:

Excelente produtividade agrícola, ótimo perfilhamento, bom fechamento da entrelinha, ótima brotação das socarias, garantindo longevidade dos canaviais; porte semiereto, com ótima colheitabilidade; boa recuperação após períodos de seca; altamente responsiva à irrigação e muito eficiente no uso da água; alta eficiência no uso dos principais nutrientes; ótimo teor de sacarose, maturação média com *PUI*¹ longo, recomendada para colheita do meio para o final de safra; florescimento baixo; tolerante em relação ao ataque da broca comum, resistente a ferrugem marrom e escaldadura das folhas e moderadamente resistente ao carvão (RIDESA, 2010).

Além dessas, a variedade RB92579 possui ainda as seguintes características:

¹O Período de Utilização Industrial (PUI) é o número de dias em que uma cultivar apresenta ART (Açúcar Recuperável Total) acima de 12,5% e extração de açúcar superior a 80 kg/t com base na extração de açúcar a partir de uma amostra de 500 gramas, utilizando uma prensa hidráulica (245 kg/cm² durante 60 segundos).

- *Morfológicas*: Hábito de crescimento ereto, arquitetura foliar com pontas curvas, copa de volume regular e tonalidade intermediária, folhas de limbo largo e fraco serrilhamento do bordo, difícil despalha, palmito curto de seção circular de cor verde-roxa e fraca presença de cera, entrenós cilíndricos de comprimento e diâmetro médios de aspecto manchado com pouca cera, de cor roxa ao sol e amarelo-verde sob a palha e gema do tipo triangular.
- *Agroindustriais*: Ótima brotação na planta e na soca com colheita manual queimada, e boa com colheita manual crua. Alto perfilhamento em planta e soca, proporcionando ótimo fechamento de entrelinhas. Floresce pouco. Velocidade lenta de crescimento. Alta produtividade agrícola nas quatro primeiras folhas. Alto teor de açúcares totais recuperáveis (ATR), maturação média (outubro a janeiro), longo PUI e médio teor de fibra. Amplas épocas de plantio (julho a janeiro), sem restrição a ambientes para produção. Tolerante à seca e a herbicidas. Difícil despalha no período vegetativo e fácil na colheita. Resistente à ferrugem marrom e ao carvão. Tolerante à cigarrinha da folha. Resistência intermediária à escaldadura das folhas e à podridão vermelha. Ausência de amarelinho.

Segundo dados do Catálogo Nacional de Variedades da RIDESA, a RB92579 tem apresentado expressivas elevações das áreas colhidas, sendo entre 30% e 60% mais produtiva quando comparada a outras variedades. Um exemplo notável ocorreu no Estado da Bahia, quando foi colhido cerca de 260t/ha, um recorde mundial de máximo comercial. Outro exemplo foi na safra de 2008/2009. Nesta, cerca de 20% da área plantada foi da variedade RB92579, sendo, porém, responsável por mais de 25% dos açúcares produzidos.

Além das várias plântulas que podem ser cultivadas no processo agrícola, há, também, vários produtos que podem ser obtidos no processamento da cana-de-açúcar. Nas próximas sessões serão apresentados o processo produtivo do açúcar e os tipos de açúcar mais comuns.

2.6 Processo produtivo do Açúcar

A cana-de-açúcar pertence à família das gramíneas. Tem um caule semelhante ao do bambu e atinge uma altura de 2,5 a 4,5m. Contêm cerca de 11 a 15% de sacarose, em peso. O período de crescimento é de aproximadamente 1 ano. O percentual dos principais componentes da cana-de-açúcar varia em função das condições climáticas, da variedade da cana, com a natureza e as condições do solo, com a classe de fertilizantes, com a idade da cana (estado de maturação) e uma série de outros fatores. Por esta razão, as usinas realizam um controle rígido da qualidade da cana recebida para o processamento, sendo analisados os seguintes componentes:

- *Brix*: Mede sólidos solúveis e está diretamente associado ao teor de sacarose, tendo um valor de aproximadamente 18% na cana madura.
- *POL*: Teor de sacarose na cana, medido por polarímetro ou sacarímetro.
- *Pureza*: É a relação entre o teor de sacarose e o teor de sólidos solúveis.
- *Açúcares Redutores*: Conteúdo de açúcares simples (glicose e frutose).
- *Fibra*: Conteúdo de celulose, lignina, pentosanas (xilana), gomas (arabana). Interfere negativamente no processo, um aumento de 1% de fibra da cana, implica em uma redução na extração normal em 1,5%. O teor de fibra na cana pode variar entre 7 a 15%.
- *Cinzas*: São fatores negativos para produção de açúcar, pois altera a eficiência das etapas de clarificação, evaporação e cristalização. Quanto maior teor de cinzas maior será a quantidade de melaço no açúcar final. Por outro lado, cátions como Ca, Mg e Si podem aumentar as incrustações nos equipamentos.
- *Gomas*: Aumentam a viscosidade do xarope. Os maiores teores são detectados em canas verdes (impróprias para o corte). O teor de gomas também pode aumentar após a colheita da cana, decorrente do desenvolvimento de bactérias durante o período de estocagem. O aumento do teor de gomas pode ocasionar: dificuldade na formação dos cristais de açúcar, aumento das perdas de açúcar nos méis, entupimento de tubulações, trocadores de calor etc.

A produção do açúcar e álcool passa pelas seguintes etapas principais (PAIVA, 2009): agrícola, CCT (corte, carregamento e transporte) e industrial, como mostrado na Figura 2.6. O processo de fabricação de outros subprodutos da cana-de-açúcar, como o Alcool, não será abordado neste trabalho.

Figura 2.6 – Etapas de produção do Açúcar.



Fonte: Paiva (2009).

A etapa agrícola inicia com a preparação do solo. A cana-de-açúcar deve ser plantada em solos leves, sem excesso de umidade, ricos em matéria orgânica e minerais. Solos pesados, argilosos e mal drenados são limitantes para esta cultura.

Após a análise do solo, pode-se detectar a necessidade do uso de corretivos e fertilizantes, a fim de minimizar deficiências, empregando-se quantidades de calcário e adubo no solo. As carências minerais são minimizadas por meio de fertilizantes químicos. Por outro lado, o uso de matéria-orgânica privilegia as propriedades físicas e biológicas do solo.

Em seguida, é necessário atentar para a escolha da variedade de cana-de-açúcar a ser utilizada. Nesse sentido, as variedades certificadas podem garantir as características desejadas em relação à maturação, teor de açúcar, adequação às condições do solo, resistência a doenças, despalha e porte.

Deve-se verificar a origem da produção das mudas, se o fornecedor sofre fiscalização e se o produto atende às necessidades em termos de germinação, e resistência a doenças entre outros.

A próxima etapa inicia com a colheita. A colheita da cana de açúcar pode ser realizada manualmente com facões, ou por cortadeiras mecânicas. Para proporcionar uma maior produtividade da colheita e maior proteção e ganho do trabalhador rural, tem sido muito empregado a queima da cana antes da colheita. Porém, o processamento

da cana-de-açúcar deve ser realizado sem grandes demoras após a colheita, para evitar modificações na composição original desta matéria prima decorrentes de diversas causas, como:

- Ressecamento dos colmos
- Inversão de sacarose (acidez, temperatura, invertase)
- Desenvolvimento de microrganismos (leveduras, fungos, bactérias)
- Produção de compostos indesejáveis ao processo.

Após o processo de colheita, a matéria prima deve ser encaminhada para processamento na usina. Nela, a cana é inicialmente lavada, para remover a terra e os detritos. Esta operação é realizada em uma mesa alimentadora através de chuveiros verticais de água limpa ou reciclada. A lavagem pode ser a frio ou a quente. No caso de lavagem à quente é utilizada água dos condensadores. A adição de água sob pressão aumenta a eficiência de lavagem.

Em seguida, a cana é preparada para a moagem. A cana é esmagada em moendas para a remoção do caldo. Entende-se por moenda todo o conjunto de rolos ou cilindros agrupados na unidade de moagem de funcionamento simultâneo, geralmente, precedido de mais alguns rolos cilindros especiais, denominados de esmagadores, mais destinados a reduzir a cana a pedaços do que propriamente a espremê-la. Em termos gerais, a extração do caldo aumenta percentualmente com o número de ternos ou de cilindros ou rolos pelos quais passam a cana e o bagaço. Os cilindros são providos de ranhuras ou frisos, que tem a finalidade de aumentar a superfície útil de contato com o bagaço.

Logo após a moagem, o caldo passa por um tratamento de retirada de impurezas através de um aquecimento a uma temperatura de 70° C. Feito isso, o caldo segue para a torre de sulfitação, onde é colocado para reagir com elementos químicos, produzindo gases anídricos e sulfurados oriundos da queima de enxofre. Esse processo serve para a retirada de coloides (moléculas grandes, ceras e pigmentação) ainda presentes, purificando assim o caldo.

É comum adicionar um pouco de ácido fosfórico, pois os caldos que contém baixo teor de fosfato (teor normal deve estar situado entre 70 a 400 ppm), não são

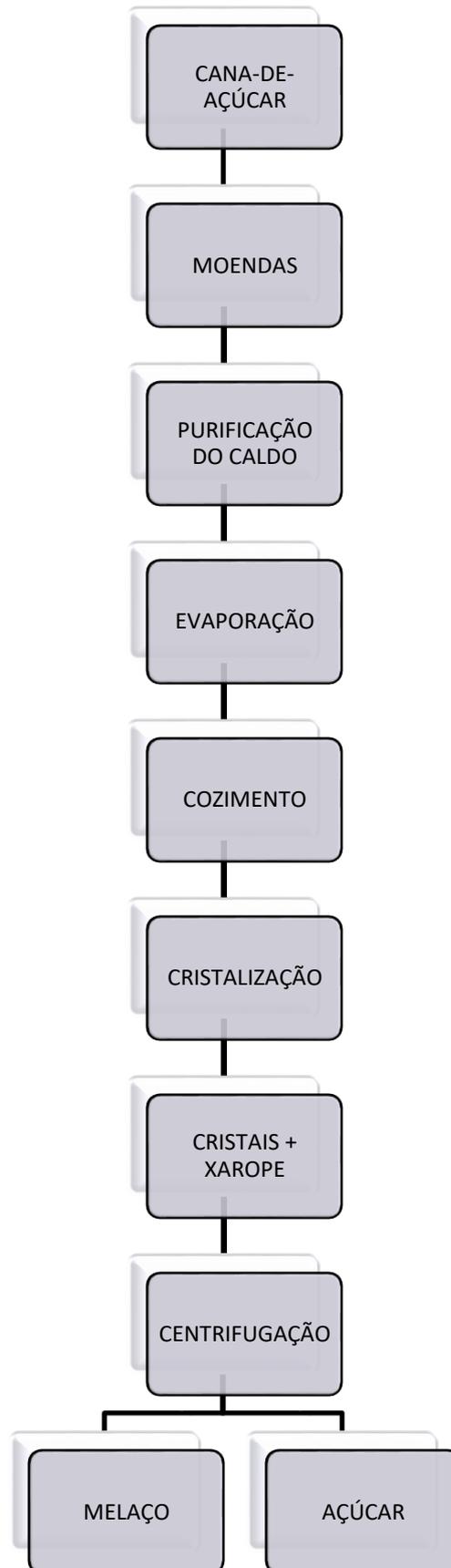
clarificados adequadamente. Baixos teores de fósforo acarretam: caldos escuros, pequeno volume de borras, baixa remoção de cálcio, clarificação dificultada e borras não compactas.

A caleação consiste na adição ao caldo, de leite de cal em forma contínua ou intermitente até pH 7,2 a 8,2. Pelo tratamento do caldo com leite de cal, resulta a formação de substâncias insolúveis e floculação. Após a adição do leite de cal, a mistura é aquecida com vapor d'água a alta pressão e as impurezas contidas no caldo formam uma borra que é separada do caldo, através de decantadores.

O caldo clarificado é então, submetido a uma concentração gradativa. Primeiro, o caldo toma consistência de xarope nos evaporadores (a etapa de evaporação, geralmente reduz a concentração original de água no caldo de 80% para 40%, resultando na formação de um xarope grosso e amarelado). O xarope resultante dos evaporadores passa, então aos cozedores. Nesta etapa, num conjunto de vasos que funcionam sob vácuo (maior que o empregado nos evaporadores) tem lugar a segunda fase da concentração e o xarope levado até a supersaturação toma consistência de mel e começam a se formar os cristais de açúcar que após crescerem em tamanho e aumentado o volume da massa cozida (uma mistura de cristais envolvida em mel) é descarregado nos cristalizadores, onde se completa a cristalização do açúcar. Uma vez completada a cristalização, a massa cozida é então centrifugada, para separar os cristais de açúcar do mel que os envolve. Os cristais obtidos são de açúcar demerara de boa qualidade e o xarope obtido é reciclado para os cristalizadores. O mel final, mel exausto, mel residual ou melaço é, portanto, o subproduto resultante de massas cozidas que já foi pelo menos reciclada duas vezes. O melaço pode ser utilizado para ração de gado e como matéria-prima para diferentes tipos de processos fermentativos.

Um fluxograma do processo de fabricação de açúcar não refinado é apresentado na Figura 2.7.

Figura 2.7 – Fluxograma do processo de fabricação de açúcar.



Fonte: Adaptado de Paiva (2009).

2.7 Tipos de Açúcar

De acordo com o tipo de refino recebido pelo açúcar, e do resultado das análises feitas das suas amostragens, o açúcar pode ser classificado das seguintes formas:

- a. Açúcar branco (tipo exportação): Há dois tipos para exportação: o branco para consumo direto (humano), com baixa cor, produzido diretamente em usina, sem refino; e o branco para reprocessamento no destino, também produzido diretamente em usina, sem refino, e possui cor mais escura.
- b. Açúcar cristal: É o açúcar com cristais grandes e transparentes, difíceis de serem dissolvidos em água. Depois do cozimento, ele passa apenas por um refinamento leve.
- c. Açúcar demerara ou bruto: Ele passa por um refinamento leve e não recebe nenhum aditivo químico. Por isso, seus grãos são marrom-claros e têm valores nutricionais altos, parecidos com os do açúcar mascavo.
- d. Açúcar mascavo: É o açúcar bruto, escuro e úmido, extraído depois do cozimento do caldo de cana. Como o açúcar mascavo não passa por processo de cristalização ou refino, ele conserva o cálcio, o ferro e os sais minerais.
- e. Açúcar orgânico: Açúcar de granulação uniforme, produzido sem qualquer aditivo químico tanto na fase agrícola como na industrial. O açúcar orgânico é mais caro, mais grosso e mais escuro que o refinado, segue padrões internacionais e certificação por órgãos competentes.
- f. Açúcar refinado (granulado e amorfo) e açúcar de confeitiro: Na produção do açúcar refinado o açúcar cristal é dissolvido em água e novamente purificado, gerando uma calda que é então transferida para bate-deiras, a massa resultante é então secada e peneirada. Da parte mais fina da peneiração é extraído o açúcar de confeitiro e do restante o açúcar refinado. Ainda existe uma separação entre o açúcar refinado: O açúcar que possui cristais bem definidos e granulometria

homogênea é chamado de açúcar refinado granulado e o açúcar com granulometria mais fina é titulado açúcar refinado amorfo.

- g. Açúcar VHP: O açúcar VHP (*Very High Polarization*) é o tipo mais exportado pelo Brasil. Mais claro que o demerara, apresenta cristais amarelados.
- h. Açúcar VVHP: O açúcar VVHP (*Very Very High Polarization*) possui *pol* acima de 99,5º, enquanto que o VHP tem *pol* abaixo de 99,3º - e cor mais baixa. É quase um intermediário entre os açúcares crus e os refinados.
- i. Xarope de açúcar invertido: O termo invertido decorre de uma característica física da sacarose, que se altera nesse processo: originalmente, um raio de luz polarizada que incide sobre a sacarose gira para a direita. Após o processamento de inversão, a luz desvia para a esquerda. O açúcar invertido é uma solução aquosa com 1/3 de glicose, 1/3 de sacarose e 1/3 de frutose, têm alto grau de resistência à contaminação microbológica, poder umectante e anticristalizante. É utilizado em produtos aditivados, com microbiologia e temperatura controladas, além de frutas em calda, sorvetes, balas, bebidas, massa, geleias, biscoitos, licores e bebidas carbonatadas.
- j. Xarope simples ou açúcar líquido: O processo de produção do açúcar líquido consiste basicamente por seis etapas. Na primeira delas, ocorre a dissolução do açúcar cristal sólido em água. A solução formada passa por um processo de clarificação e em seguida, a calda resultante é filtrada. Após a filtração, ocorre o resfriamento e a esterilização. Por último, a calda, já sob a forma de produto final (açúcar líquido), é armazenada em tanques de aço por um período de até quarenta e oito horas. Transparente e límpido é uma solução aquosa usada pela indústria farmacêutica e aplicado onde a ausência de cor é essencial, como bebidas claras, balas e outros confeitos.
- k. Light: Surge da combinação do açúcar refinado com adoçantes artificiais, como o aspartame, o ciclamato e a sacarina, que quadruplicam o poder de adoçar.

2.8 Propriedades físico-químicas do Açúcar

O açúcar, assim como qualquer produto alimentício, deve atender a padrões de qualidade definidos em estudos e legislação específica, as quais abordam características físico-químicas, microbiológicas, microscópicas e sensoriais. Nesta seção, abordaremos as características físico-químicas: teor de sacarose ou polarização, cor (ICUMSA), dextrana, teor de umidade, cinzas e amido (OLIVEIRA, 2007; GENEROSO, 2009; FIGUEIRA, 2009; ARAÚJO, 2011; BETANNI, 2014).

- Polarização: está relacionada à capacidade de adoçar, definindo a porcentagem de sacarose no açúcar. Açúcares com porcentagem de sacarose inferior a 99,5% são utilizados basicamente como matéria-prima para posterior refino, não sendo consumido diretamente. Açúcares de consumo direto são sempre superiores a 99,7%, sendo considerado um produto de alta pureza.
- Cor (ICUMSA): a cor é um parâmetro importante da aparência, pois é percebido logo no primeiro contato do consumidor com o produto e pode fornecer informações sobre o processamento. Mede a maior ou menor capacidade de passagem da luz através de uma solução de açúcar na concentração de 50%, em um comprimento de onda definido (420mm). A coloração do açúcar está relacionada com (1) o número de partículas carbonizadas presentes, o que pode representar falha no processo de higienização do equipamento que entra em contato com o produto e (2) ao tamanho dessas partículas, ou seja, quanto menores forem as partículas, mais branco é o açúcar. Assim, uma coloração mais clara é associada diretamente à qualidade do açúcar: quanto mais claro melhor é a qualidade do produto.
- Dextrana: é um polissacarídeo de alto peso molecular, formada pela deterioração da sacarose pela ação de micro-organismos. Sua presença altera a polarização do açúcar e alonga os cristais de açúcar. Contribui para aumentar a viscosidade das soluções açucaradas.
- Umidade: o teor de umidade verifica a quantidade de água presente no açúcar. A presença de água no açúcar pode decorrer o empedramento, ocasionado pela aglomeração dos cristais, dificultando, assim, o seu uso. Além disso, o alto teor de umidade em alguns gêneros alimentícios pode trazer riscos para a saúde do

consumidor por criar um ambiente propício para a proliferação de micro-organismos.

- Cinzas: segundo o INMETRO, o valor de cinzas deve ser inferior a 0,2%. Para uma melhor qualidade do açúcar, é importante que a variedade de cana utilizada forneça uma garapa com baixo teor de cinzas, pois altos teores de cinza significam um teor alto de potássio, e isto confere um sabor desagradável ao açúcar e dificulta a cristalização (INMETRO, 1999).
- Amido: é encontrado na cana-de-açúcar como um polissacarídeo. A quantidade depende da variedade, estágio de desenvolvimento e condições de crescimento da planta. Concentrações de amido elevadas no caldo de cana podem resultar na produção de açúcar com problemas de filtração, baixa cristalização e menor rendimento de produção. Açúcar com alto teor de amido pode resultar em soluções aquosas turvas o qual é inaceitável para muitas aplicações, especialmente em indústrias de bebidas não alcoólicas.

A literatura apresenta outras características físico-químicas, além de várias metodologias de análise do açúcar. Porém, foge ao escopo desse trabalho aprofundar nesse tema. Aqui, então, se limita apenas a pincelar as características que serão avaliadas no modelo proposto no Capítulo 4.

2.9 Coloração do Açúcar

Como apresentado na sessão anterior, o Brasil como maior produtor e exportador de açúcar do mundo deve satisfazer uma conjunção de parâmetros de qualidade para atender as necessidades do mercado externo. Uma das principais exigências para a exportação do açúcar está relacionada a sua cor, que deve estar em conformidade com a Comissão Internacional para Métodos Uniformes de Análise de Açúcar – ICUMSA (*International Commission for Uniform Methods of Sugar Analysis*). Quanto menos intensa for a cor, mais claro será o açúcar. À medida que esta cor aumenta o açúcar vai adquirindo coloração mais escura, tornando-se inadequado para exportação (OLIVEIRA, 2007).

Uma coloração mais escura representa uma questão visual que pode influenciar na decisão de compra do consumidor ao optar por um açúcar "mais branco".

Assim, um açúcar que não está em conformidade com o padrão estabelecido pela ICUMSA não representa riscos para a saúde, mas influencia diretamente no processo de comercialização (INMETRO, 1999).

Com uma produtividade 30% superior a outras variedades, a RB92579 apresenta alto desempenho na produção de sacarose. Porém, possui um desempenho em relação à coloração fora do esperado. Assim, para manter produção adequada para a exportação, é necessário misturar o açúcar produzido por algumas variedades da cana para gerar o produto final exigido pelo mercado importador, mantendo a qualidade e maximizando o lucro.

Portanto se faz necessária uma mistura de açúcar, numa proporção tal que ela atenda a um conjunto de restrições impostas para manter a qualidade e aceitação do produto em cada país importador, ou seja, cada país importador tem seu próprio padrão de qualidade e especificação do açúcar e para que as exportações brasileiras tenham sucesso no mercado externo, é necessário atender, individualmente, cada especificação.

Dessa forma, são necessários mecanismos capazes de orientar a composição da mistura do açúcar. Nos próximos capítulos serão discutidos os tópicos que permitem que essa mistura de açúcar esteja dentro do padrão exigido por um país importador.

3 Modelagem de Problemas de Mistura

Neste capítulo serão levantados os fundamentos necessários ao desenvolvimento do trabalho nos aspectos da modelagem e simulações de problemas e o software que executa o problema proposto. Além disso, serão apresentados modelos de programação linear aplicados a problemas de mistura.

3.1 Modelos

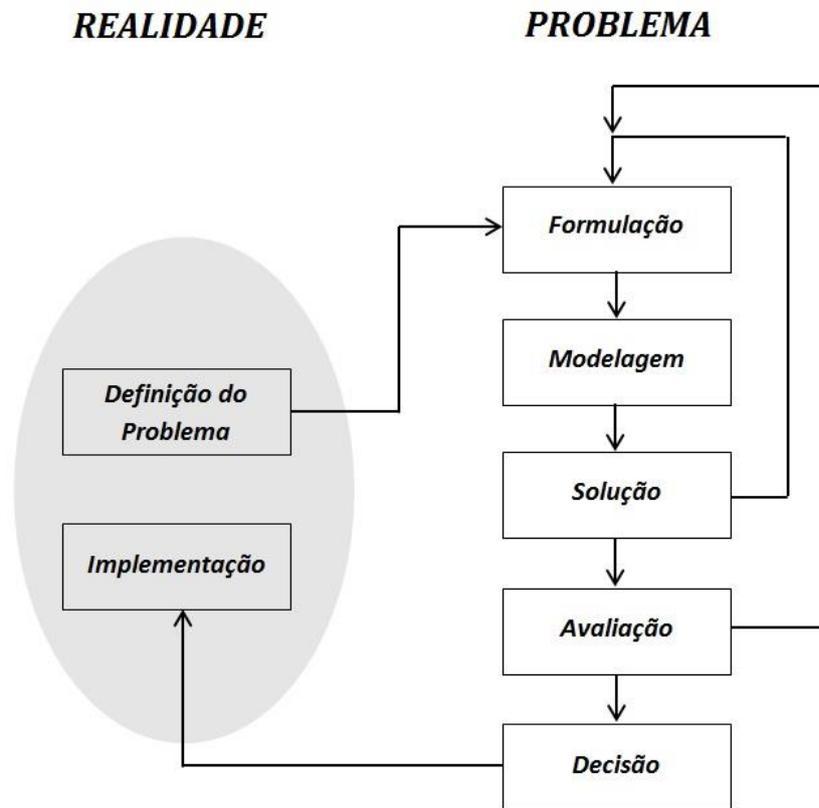
Modelo é uma abstração da realidade que tem o objetivo de capturar as características realmente importantes para a análise pretendida, se aproximando do verdadeiro comportamento do sistema. Além disso, deve manter a característica de ser mais simples que o sistema real. Assim, podemos entender que um modelo é a representação externa e explícita de uma parte da realidade, tal como vista por aqueles que desejam utilizá-lo para entender, alterar, gerenciar e controlar parte da realidade (PIDD, 1998, *apud* CECILIANO, 2007).

A construção de um modelo reflete uma parte importante do processo de solução de um problema. Construir um modelo de forma eficaz requer conhecimento minucioso do cenário ou do arranjo estudado, envolvendo empirismo e técnicas variadas (CECILIANO, 2007).

Segundo Goldberg e Luna (2005), o principal elemento caracterizador do sucesso de um modelo é a correta adequação de sua tradução. As fórmulas e equações necessárias para isto devem ser criadas ou identificadas a partir da análise envolvendo intuição, experiência, criatividade, poder de síntese, entre outros fatores.

Para Cardoso (2011), o processo de modelagem pode ser traduzido nas fases indicadas do esquema abaixo.

Figura 3.1 – Processo de Modelagem.



Fonte: Cardoso (2011).

Identificado o problema a ser estudado, a fase de formulação consiste na estruturação dos dados e informações disponíveis. A próxima fase de modelagem concentra-se na construção do modelo que é uma representação simplificada do sistema, em geral descrito por um conjunto de equações e desigualdades matemáticas. A solução é obtida através de um método que pode ser um procedimento matemático ou algoritmo para alcançar o resultado. A avaliação consiste na validação do modelo, nesta fase ajustes podem ser realizados. A decisão é a escolha e operacionalização da solução encontrada.

Algumas questões precisam ser definidas no processo de modelagem, entre elas destacam-se duas:

- Qual deve ser o escopo do modelo?
- Que nível de detalhe deve ser considerado?

É necessário verificar quais os fatores que apresentam impacto significativo no comportamento do modelo. Assim, todas as variáveis que afetam o problema e a sua resposta devem estar correta e claramente de acordo com o propósito da modelagem.

Dessa forma, a modelagem de dados pode ser resumida em três etapas fundamentais:

- Coleta;
- Tratamento;
- Inferência.

A coleta de dados pressupõe um processo de amostragem do problema real. É praticamente inviável realizar o levantamento de dados de toda a população ou de todos os elementos que compõem o problema. A amostra é um conjunto de valores retirados do objeto de análise que representa as características fundamentais do estudo, respeitando o balanço estatístico. Dessa forma, a amostra tende a ser mais fiel e representativa do fenômeno em estudo.

O tratamento de dados utiliza técnicas para descrever os dados levantados, identificando possíveis falhas nos valores da amostra e aumentando o conhecimento sobre o objeto representado. Por fim, cabe a etapa de inferência o papel de fazer afirmações a partir da amostra.

Segundo Ceciliano (2007), após a fase de construção e validação do modelo, retorna-se à fase de experimentação, na qual várias alternativas propostas serão consideradas e testadas.

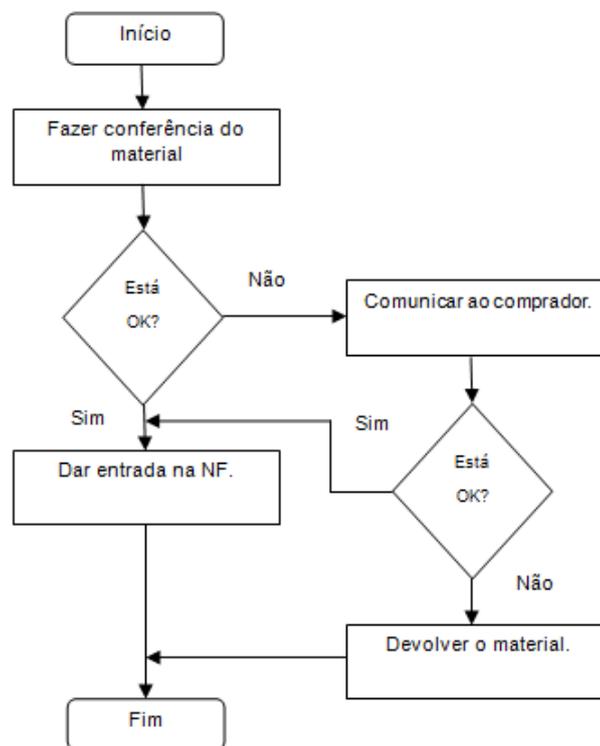
3.1.1 Modelos e Classificações

Segundo Goldbarg e Luna (2005), os modelos possuem várias classificações, podendo estar relacionados a sua natureza, propriedade e variáveis controladas.

Chwif e Medina (2015) apresentam um conjunto elementar composto de três tipos básicos de modelos: simbólicos, matemáticos e de simulação.

O simbólico é caracterizado por elementos gráficos que representam um sistema de maneira estática. Como exemplo, pode-se citar um fluxograma de processo. Esse modelo apresenta limitações como sua representação estática, falta de elementos quantitativos e dificuldade de representação de muitos detalhes num mesmo sistema, sendo utilizado principalmente na documentação de projetos e como ferramenta de comunicação. A Figura 3.2 apresenta um modelo de fluxograma.

Figura 3.2 – Exemplo de fluxograma.



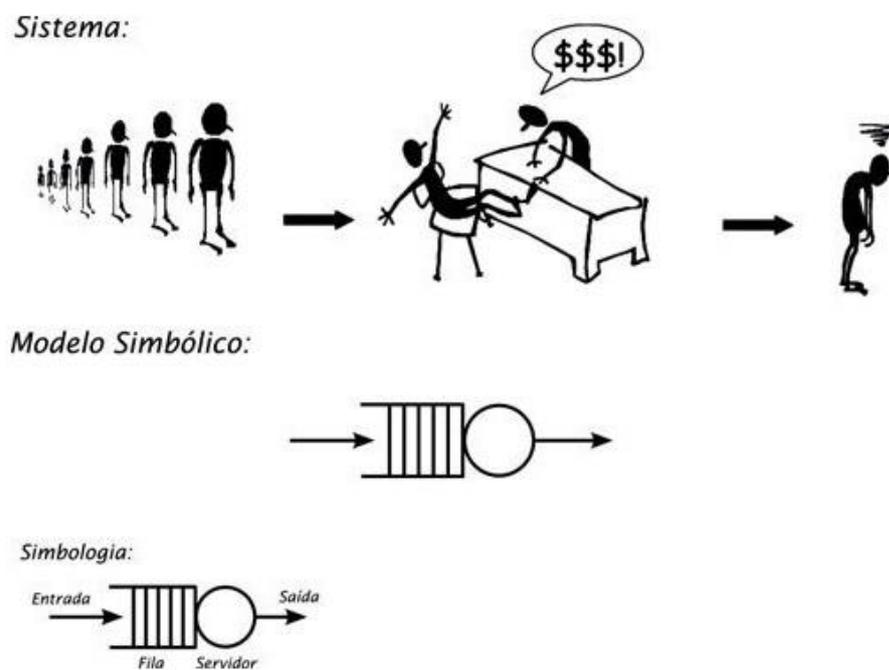
Fonte: Chwif e Medina (2015).

Modelos matemáticos ou analíticos podem ser identificados como um conjunto de fórmulas matemáticas, como os modelos de programação linear ou os modelos de Teoria das Filas.

O sistema da figura a seguir representa uma fila de pessoas que precisam de algum serviço. Cada pessoa que chega, deve ficar imediatamente atrás da pessoa que ocupa a última posição na fila. Por outro lado, o atendimento é realizado na ordem de chegada à fila, ou seja, obedece a uma estrutura de dados conhecida pela propriedade

FIFO (*First In, First Out*), ou o primeiro a chegar é o primeiro a sair. Percebe-se que a fila só se forma quando a procura por um determinado serviço é maior do que a capacidade do serviço de provê-lo. Nesse exemplo, a fila segue apenas a propriedade FIFO, mas outras características poderiam ser incluídas no sistema de forma a aumentar a complexidade do mesmo, como filas prioritárias por idade, e, provavelmente, seria necessário construir um modelo de simulação.

Figura 3.3 – Exemplo de modelo de fila.



Fonte: Chwif e Medina (2015).

Os sistemas reais apresentam maior complexidade, pois contêm vários elementos que modificam seu comportamento ao longo do tempo e adicionam variáveis aleatórias. Assim, um modelo de simulação procura capturar esse dinamismo, replicando em um computador os resultados esperados no sistema real.

O modelo de simulação normalmente é utilizado quando se precisam obter respostas a perguntas como:

- O que ocorre se adicionarmos um terceiro turno?
- O que ocorre se houver um pico de demanda de 30%?
- O que ocorre se aumentarmos a quantidade de ingredientes na mistura?
- O que ocorre se adquirirmos um novo equipamento?

Na próxima sessão será abordado o tema simulação em mais detalhes.

3.2 Simulação

Simulação é a experimentação de um sistema real que foi construído através de modelos. As primeiras simulações foram construídas em FORTRAN. Porém, as dificuldades de programação e de tempo desencorajavam muitos modeladores. Na década de 1960, esforços para simplificar o processo de construção de modelos iniciou um novo paradigma. Novas tecnologias surgiram que ofereciam sentenças de programação que manipulavam lógicas de estruturas de dados comuns aos sistemas. Mesmo assim, ainda era necessário um modelador com experiência em programação e recursos substancial ao projeto (CHWIF & MEDINA, 2015).

Vários fatores podem ser elencados como fomentadores da simulação. A simulação pode trazer mais criatividade ao processo de resolução de problemas, prever resultados, pode ser economicamente mais viável, apresentar soluções totais, entre outros. Algumas vezes, uma ideia pode ser útil, trazendo melhoria significativa em produtividade ou qualidade. Porém, o medo de errar ou perder recursos impede que essa ideia seja levada adiante, e isso pode ser um forte limitador da capacidade de criatividade, iniciativa e busca de novas ideias. Nesse caso, a simulação permite testar o impacto de uma sugestão com baixo custo. Portanto, é um mecanismo importante para testar e vender uma nova ideia.

Simulação é um processo de experimentação com um modelo detalhado de um sistema real para determinar como o sistema responderá a mudanças em sua estrutura, ambiente ou condições de contorno. Um sistema pode ser definido como a combinação de elementos que interagem para cumprir um objetivo específico.

A simulação é essencialmente uma ferramenta que auxilia na solução de problemas. Um modelo bem definido e com uma construção adequada à solução de um

problema proposto é uma técnica muito útil. A área de tomada de decisões sofre forte influência das representações criadas pelos modelos que são simulados. Assim, é evidente a sua importância e crescimento.

Há que se perceber, também, que a simulação não tem por objetivo ser uma imitação do mundo real, onde o modelador tem a função de criar uma réplica exata do sistema, pois mesmo que se tenha um computador capaz de manipular todos os dados, o tempo e o custo gasto para modelar corretamente todas as variáveis seriam inviáveis.

O gerenciamento de um sistema é uma ação baseada em previsão. A previsão racional requer aprendizado e comparações sistemáticas das previsões dos resultados de curto e longo prazo das alternativas de ação. Vamos considerar o seguinte exemplo. Suponha que existe um novo equipamento capaz de melhorar a produção numa fábrica de carros: uma grande esteira, onde todo processo de produção dos veículos se desenvolva nela. Considere, também, que o equipamento é caro e de dimensões avantajadas, porém é considerado útil no aumento da produtividade. Para avaliar a aquisição desse equipamento, provavelmente será mais viável construir um modelo do que instalar a esteira em fase de teste. Imagine quão trabalhoso seria ter que modificar a posição e a configuração do aparelho, ou quão custoso seria descobrir que o equipamento ocupa mais espaço que anteriormente calculado. Nesse caso, é evidente que a construção de um modelo seria muito mais plausível.

Com preços acessíveis, hardwares mais rápidos e softwares mais completos, é economicamente mais viável avaliar os modelos numa simulação por computador.

Segundo Ceciliano (2007), a modelagem e simulação podem ser aplicadas em diversas situações:

- Saber identificar a melhor estratégia de um investimento futuro para iniciar uma operação ou novo projeto, ou ainda, ampliar e desenvolver um já existente, antes que ocorra algum comprometimento da organização;
- Identificar gargalos ou pontos críticos nos processos (estoques desnecessários, recursos ociosos, “setups” desnecessários, entre outros);

- Ter uma ideia e compreensão mais clara do processo que se deseja melhorar;
- Testar novas alternativas e métodos, antes de sua implementação, de forma a não causar interferências no processo em uso naquele momento;
- Determinação, nas operações logísticas, do sistema de transporte mais adequado quanto a números, tipo e tamanho de veículos, a depender dos produtos, rotas, tempos de carga e descarga, vida útil dos veículos, entre outras;
- Dimensionamento de estoques de segurança, a partir de incertezas no suprimento;
- Determinar a localização de estoques – centralizados ou distribuídos;
- Determinação do tipo de centro de distribuição – central ou regional – e do custo de se elevar o nível de serviço e a disponibilidade de produtos;
- Dimensionamento das operações de movimentação, levando-se em consideração equipamentos, área de preparação e separação, quantidade de docas, entre outros aspectos;
- Estruturação do arranjo produtivo com o dimensionamento de máquinas, equipamentos, estações de trabalho, recursos humanos.

Além dessas situações, várias outras poderiam fazer uso de modelagens e simulações. Acrescente-se a isso as vantagens em se utilizar as simulações num sistema real, pois, por exemplo, pode-se compreender melhor quais variáveis são as mais importantes em relação ao desempenho e como interagem entre si e com outros elementos dos sistemas.

Nesse contexto, é necessário ter mecanismos que possibilitem a executar as simulações e avaliar e validar seus resultados. Para isso, algumas ferramentas são utilizadas. No Apêndice A foi abordada a ferramenta utilizada neste trabalho para validar o modelo proposto.

3.3 Programação Linear

Os fundamentos matemáticos abordados nessa sessão buscam embasar a modelagem utilizada neste trabalho. Para solucionar problemas de modelos quantitativos são utilizados conceitos da disciplina de *Pesquisa Operacional* (PO). Nesta, os modelos são organizados de forma lógica e apresentando ferramental matemático. Segundo Goldberg e Luna (2005), a PO utiliza modelos dos quais são conhecidos por Programação Matemática (PM):

Programação aqui é entendida no sentido de planejamento. Apesar do termo ter se consagrado ultimamente como associado ao processo de comando computacional ou “programação” computacional, ele é igualmente adequado para expressar as atividades genéricas de programação de atividades. Inevitavelmente, contudo, a Programação Matemática irá implicar programação computacional, uma vez que o número de variáveis de decisão e restrições é enorme na prática.

O objetivo em um problema de otimização é encontrar a solução ótima, maximizando ou minimizando uma função chamada de função objetivo, respeitando um sistema linear de igualdades ou desigualdades que recebem o nome de restrição do modelo. Estas restrições do modelo determinam uma região conhecida por conjunto de soluções viáveis. As soluções que satisfazem o conjunto de restrições são chamadas de soluções viáveis e a solução que maximiza ou minimiza a função objetivo e tem o melhor valor é chamada de solução ótima.

Assim, a PM, que também é chamada de otimização, estuda problemas cujos objetivos são minimizar ou maximizar uma determinada função a partir das escolhas das variáveis e seus valores, visando o melhor desempenho ou solução ótima do sistema modelado, auxiliando na tomada de decisões.

Na Programação Linear, o modelo contém funções lineares da variável contínua. De forma geral o problema de Programação Linear é descrito como se segue:

Otimizar:

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (3.1)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (3.2)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad i = p + 1, p + 2, \dots, m \quad (3.3)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (3.4)$$

$$x_j \in \mathfrak{R}, \quad j = q + 1, q + 2, \dots, n \quad (3.5)$$

Adotadas as seguintes notações:

$M = \{1, 2, \dots, m\}$, o conjunto dos índices das restrições do problema;

$N = \{1, 2, \dots, n\}$, o conjunto dos índices das variáveis;

$M_1 \subset M$ e $N_1 \subset N$;

$A = \{a_{ij}\} \equiv$ matriz de restrições;

$a_j \equiv$ j-ésima coluna de A ;

$x = (x_j), \quad j \in N$ / vetor coluna de n componentes;

$c = (c_j), \quad j \in N$ / vetor linha de n componentes;

$b = (b_i), \quad i \in M$ / vetor coluna de m componentes.

Um problema de programação linear deve ser equacionado obtendo-se um modelo que será, então, reduzido à forma-padrão para que seja permitida a aplicação de algoritmos que possam determinar a solução ótima para o problema. O algoritmo mais utilizado para resolvê-lo é o SIMPLEX.

Goldbarg e Luna (2005) conceitua o método SIMPLEX como um algoritmo que se utiliza de um ferramental baseado na Álgebra Linear para determinar, por um método iterativo, a solução de um problema de PL. Assim, o método SIMPLEX é um artifício matemático utilizado em programação que torna possível, de forma mais rápida e segura, a resolução de problemas com muitas equações e variáveis.

Nas próximas sessões serão apresentados exemplos de problemas de otimização nos quais são abordadas soluções para uma classe específica de problemas, o problema de mistura.

3.4 Problema da Dieta

Um problema clássico que pode ser apresentado como referência em Programação Linear é o Problema da Dieta. Esse problema foi proposto por Stiger em 1945 e consiste em: dado um conjunto de alimentos, escolher quais e quantos usar de cada um para compor uma dieta alimentar, que atenda quantidades pré-determinadas de nutrientes, segundo algum critério.

Geralmente, o critério utilizado é o custo, de forma que o modelo respeite as restrições de nutrientes pré-estabelecidos. Segundo Goldbarg e Luna (2005), a programação linear é uma subárea da programação matemática, onde “as variáveis são contínuas e apresentam comportamento linear, tanto em relação às restrições como à função objetivo”.

Para ilustrar o Problema da Dieta, apresenta-se um exemplo que consiste em obter o consumo diário de determinados alimentos que atinjam um conjunto mínimo de nutrientes exigidos, minimizando o custo.

Suponha que, por motivos justificáveis, uma certa dieta alimentar esteja restrita a leite desnatado, carne magra de boi, carne de peixe e uma salada de composição bem conhecida. Sabendo-se que os requisitos

nutricionais serão expressos em termos de vitaminas A, C, e D e controlados por suas quantidades mínimas (em miligramas), uma vez que são indispensáveis à preservação da saúde da pessoa que estará se submetendo à dieta. A Tabela 2.2 resume a quantidade de cada vitamina em disponibilidade nos alimentos e sua necessidade diária para a boa saúde de uma pessoa (Goldbarg; Luna, 2005, p.30).

Tabela 3.1 – Descrição dos dados do Problema da Dieta.

Vitamina	Leite (litro)	Carne (kg)	Peixe (kg)	Salada (100g)	Requisito Nutricional Mínimo
A	2 mg	2 mg	10 mg	20 mg	11 mg
C	50 mg	20 mg	10 mg	30 mg	70 mg
D	80 mg	70 mg	10 mg	80 mg	250 mg
Custo	2 reais	4 reais	1,5 real	1 real	

Fonte: Goldbarg e Luna (2005, p.30).

Esse exemplo pode ser formulado da forma que se segue. O primeiro passo é definir as variáveis de decisão.

- x_1 : quantidade de litros de leite na dieta escolhida;
- x_2 : quantidade de quilos de carne na dieta escolhida;
- x_3 : quantidade de quilos de peixe na dieta escolhida;
- x_4 : quantidade de porções de 100 g de salada na dieta escolhida.

Em seguida, a função objetivo passa a ser definida por:

$$z = 2x_1 + 4x_2 + 1,5x_3 + 1x_4$$

O próximo passo é definir equações que representem as restrições. Nesse exemplo, a ingestão de vitaminas deve ser maior ou igual aos requisitos estabelecidos como quantidades mínimas.

Vitamina A:

$$2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 20x_4 \geq 11$$

Vitamina C:

$$50x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 30x_4 \geq 70$$

Vitamina D:

$$80x_1 + 70x_2 + 10x_3 + 80x_4 \geq 250$$

Além dessas restrições, é necessário considerar as restrições de não negatividade.

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$$

Dessa forma, se obtém o seguinte modelo de Programação Linear, que está representado a seguir.

Minimizar:

$$z = 2x_1 + 4x_2 + 1,5x_3 + 1x_4 \tag{3.6}$$

Sujeito a:

$$2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 20x_4 \geq 11 \tag{3.7}$$

$$50x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 30x_4 \geq 70 \tag{3.8}$$

$$80x_1 + 70x_2 + 10x_3 + 80x_4 \geq 250 \tag{3.9}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \tag{3.10}$$

Este modelo representa o Problema da Dieta do exemplo.

3.5 Problema da Mistura de minérios

O trabalho de Costa (2005) aborda o planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto onde são apresentados e modelados problemas relativos à mistura de minérios provenientes de várias frentes de lavra. Cada frente de lavra possui características de qualidade diferentes, tais como o teor de determinado elemento químico ou a porcentagem de minério em determinada granulometria. Dessa forma, cada frente deve contribuir com uma quantidade apropriada para que o produto final esteja em conformidade com as exigências do cliente.

Naquele trabalho, o autor apresentou modelos de otimização baseados em programação matemática e técnicas heurísticas. O problema, então, passou a ser tratado como um análogo ao Problema da Mochila Inteira Múltipla com restrições adicionais. Assim, cada equipamento de carga que contém o minério foi considerado uma mochila i de capacidade máxima b_i (em t/h). Cada frente de lavra foi considerada como um objeto j para o qual estão disponíveis u_j unidades (em t/h). O problema consistiu em determinar quantas unidades x_{ij} (em t/h) de cada objeto j alocar à mochila i de forma a maximizar o benefício pelo uso das frentes, satisfazendo à condição de que cada mochila teria sua capacidade respeitada e que cada objeto estivesse em uma única mochila.

Segundo Costa (2005), alguns modelos encontrados na literatura apresentam soluções para o problema de mistura de minérios. Apresentaremos dois desses modelos. O primeiro trata do planejamento de lavra utilizando a programação linear na resolução do problema considerando a relação estéril/minério e as capacidades de produção. Este modelo é apresentado a seguir.

$$\max \sum_{i \in M} e_i x_i + \sum_{i \in E} e_i x_i \quad (3.11)$$

$$s.a: \quad \sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad j = \text{variavel de controle} \quad (3.12)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad j = \text{variavel de controle} \quad (3.13)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \leq C_{BB} \quad (3.14)$$

$$x_i \leq Qu_i \quad \forall i \in F \quad (3.15)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \geq W \quad (3.16)$$

$$\sum_{i \in E} x_i - rem \sum_{i \in M} x_i = 0 \quad (3.17)$$

$$\sum_{i \in F} x_i L_i \leq C_S \quad (3.18)$$

$$\sum_{i \in F} x_i T_i \leq C_T \quad (3.19)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.20)$$

Neste modelo, M representa o conjunto de blocos de minério, E o conjunto de blocos de estéril e F o conjunto de blocos formado por $M \cup E$. A variável de decisão que retorna a quantidade a ser lavrada em um bloco i é dada por x_i . A função objetivo do problema, equação (3.11), consiste em maximizar a economia e_i obtida com a utilização do material proveniente do bloco i . As restrições de qualidade (3.12) e (3.13) definem que o parâmetro de controle j na mistura não deve ser superior ao limite tu_j e não ser inferior ao limite tl_j , dado que cada bloco i possui um teor t_{ij} . A produção é limitada pela restrição (3.14), onde a capacidade máxima da pilha a ser formada por período é dada por C_{BB} . Em cada bloco i não pode ser lavrado mais do que sua capacidade Qu_i (restrição (3.15)). A quantidade mínima de estéril a ser lavrada por período, definida por W , e a relação estéril/minério (rem) são contempladas, respectivamente, pelas restrições (3.16) e (3.17). O tempo necessário para o carregamento de uma tonelada de material do bloco i é denominado fator de carregamento (L_i) que multiplicado pela quantidade de material lavrado não deve superar o tempo total de carga disponível dado por C_S (restrição (3.18)). O tempo necessário para transportar uma tonelada de material do bloco i até o seu destino é denominado fator de transporte (T_i) e multiplicado pela quantidade de material lavrado não deve ultrapassar o tempo total de transporte disponível dado por C_T (restrição (3.19)). A restrição (3.20) define que as variáveis de decisão não podem assumir valores negativos.

No segundo modelo apresentado por Costa (2005), a quantidade de minério a ser retirada de cada pilha deve ser múltipla da capacidade de caçamba do equipamento de carga. O modelo é representado a seguir.

Dados de Entrada	
M	Conjunto das pilhas de minério;
S	Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
t_{ij}	Teor do parâmetro j na pilha i (%);
tl_j	Teor mínimo admissível para o parâmetro j no produto final (%);
tu_j	Teor máximo admissível para o parâmetro j no produto final (%);
Qu_i	Quantidade máxima disponível na pilha i (t);
C_C	Capacidade da carregadeira (t).

Variáveis de Decisão	
x_i	A quantidade de minério a ser retirada da pilha i (t);
N_i	O número de caçambadas a serem efetuadas na pilha i .

$$\max \sum_{i \in M} x_i \quad (3.21)$$

$$s.a: \quad tl_j \leq \sum_{i \in M} t_{ij} x_i / \sum_{i \in M} x_i \leq tu_j \quad \forall j \in S \quad (3.22)$$

$$x_i \leq Qu_i \quad \forall i \in M \quad (3.23)$$

$$x_i = C_C N_i \quad \forall i \in M \quad (3.24)$$

$$N_i \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in M \quad (3.25)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (3.26)$$

Neste modelo, o objetivo (equação (3.21)) é maximizar a quantidade de minério retirada de um conjunto M de pilhas de forma a gerar um produto final no qual o valor do j -ésimo parâmetro esteja dentro das especificações estabelecidas (restrição

(3.22)). Considera-se, pela restrição (3.23), que a quantidade de minério retirada de uma pilha i não deve superar a sua quantidade disponível Qu_i e que esta quantidade seja múltipla da capacidade da caçamba C_C do equipamento de carga (restrição (3.24)). A restrição (3.25) determina que o número de caçambadas a serem efetuadas em uma pilha i deve ser um valor inteiro positivo e a restrição (3.26) impede que valores negativos sejam aceitos para x_i .

O conjunto de restrições (3.22) é não-linear. Assim, o modelo proposto pode conduzir a soluções sub-ótimas, não havendo garantia da otimalidade da solução final gerada. Tais restrições são facilmente linearizadas, resultando nas restrições equivalentes:

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j)x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.27)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j)x_i \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.28)$$

Na próxima seção serão abordados problemas de mistura no setor sucroalcooleiro.

3.6 Problemas de mistura no setor sucroalcooleiro

No processo de revisão da literatura foram encontrados alguns trabalhos fundamentais no embasamento teórico desta dissertação. Estes trabalhos serão apresentados nesta seção.

Ravagnani (2007) apresenta um modelo de programação não linear desenvolvido para estabelecer a quantidade de etanol produzido nas destilarias brasileiras dividindo a composição final deste combustível para exportação, sendo

usado como combustível automotivo renovável, misturado à gasolina. O modelo leva em conta a minimização do custo anual global da produção, considerando as especificações exigidas pelos países importadores. As propriedades de etanol são convertidas numa base volumétrica para obter as propriedades de mistura.

Naquele trabalho foi utilizado o *solver* Baron, disponível no GAMS, para resolver o problema. Um estudo de caso foi considerado para testar a aplicabilidade do modelo e os resultados apresentaram solução ótima.

No modelo, a função objetivo foi apresentada de forma a obter a combinação do volume do etanol vindo de várias destilarias e os respectivos custos para comporem uma mistura homogênea final. Então, o modelo buscava o minimizar o custo final do etanol. As restrições do problema estavam relacionadas com parâmetros internacionais, devendo estar entre limites mínimo e máximo exigidos. Estes parâmetros foram:

- Etanol;
- Metanol;
- Goma;
- Água;
- Cloro;
- Cobre;
- Acidez em ácido acético;
- pH;
- Enxofre;
- Densidade em 20° C.

Para testar o modelo, dois casos foram escolhidos, considerando uma mistura de etanol formada por 30 destilarias diferentes, onde a mistura final deveria ter as especificações mínimas para serem aprovadas num controle de qualidade. No primeiro caso, cada destilaria deveria contribuir com o máximo de 10 mil litros. No segundo caso não houve limite para a contribuição de cada destilaria. O modelo proposto conseguiu encontrar a solução ótima.

Soletti et al. (2010, 2011, 2014) apresentam problemas de mistura relacionados ao etanol e o açúcar.

O problema na mistura do etanol é abordado como um conjunto de destilarias que produzem um etanol com características diferentes, mas que precisam ter uma mistura final homogênea capaz de atender aos critérios de qualidade de diferentes países importadores.

Similarmente, o problema da mistura do açúcar é tratado como um conjunto de usinas que produzem açúcar que deve ser exportado. Cada usina produz um açúcar com especificações variadas. O produto a ser exportado deve atender a padrões de qualidade variados exigidos pelos países importadores. A mistura final deve ser composta pelo açúcar produzido por cada usina de forma tal que apresente as características físico-químicas exigidas para a exportação, além de apresentar o menor custo total.

No próximo capítulo será apresentado o modelo do problema proposto e serão discutidos os seus resultados.

4 Problema Proposto

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo matemático para otimizar a venda do açúcar, respeitando o padrão de açúcar exigido por cada país importador. O modelo, os resultados e as discussões serão apresentados neste capítulo.

4.1 O Problema Proposto

O modelo apresentado neste trabalho, que teve como referência os estudos de Ravagnani et al. (2007) e Soletti et al. (2010, 2011, 2014), combina diferentes tipos de açúcar, vindos de usinas que utilizam como matéria prima as mais diversas variedades de cana-de-açúcar, de forma a respeitar os padrões de qualidade dos países importadores.

As variedades de cana-de-açúcar produzem açúcar com valores diferentes para os parâmetros físico-químicos, alterando a qualidade do produto. Esta qualidade, segundo o modelo que será mostrado na próxima seção, está relacionada com os parâmetros: cor, cinzas condutimétricas, polarização, umidade, dextrana e amido. As restrições são especificações de qualidade impostas que devem ser seguidas.

Para cada cliente, os parâmetros do açúcar devem estar dentro de valores predefinidos. Estes valores, apresentados na Tabela 4.1, são hipotéticos, mas que guardam grande similaridades com o trabalho de Soletti et al. (2010). Na tabela, as linhas correspondem aos parâmetros de qualidade e as colunas representam o intervalo entre os valores mínimo e máximo exigidos por três países importadores.

Tabela 4.1 – Exigência de importação.

Propriedade / Limite	País 1		País 2		País 3	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
cor (UI)	0	1000	200	900	0	950
cc (%)	0	0.2	0.1	0.3	0.05	0.35
pol (°S)	99.15	99.45	99.2	99.5	99.2	99.9
um (%)	0	0.15	0	0.15	0	0.10
dex (ppm)	0	250	0	220	0	200
ami (mg/kg)	0	150	10	135	0	130

Fonte: Adaptado de Soletti et al. (2010).

Para atender às necessidades de cada país, o produto exportado deve manter-se dentro dos limites estabelecidos. Portanto, se uma variedade não produzir um açúcar que esteja dentro desses limites será penalizada no seu custo. Por outro lado, caso o açúcar produzido esteja dentro dos limites mínimo e máximo, não será aplicada nenhuma penalização no custo.

4.2 Modelo Proposto

O modelo apresenta uma função cujo objetivo é minimizar o custo final da mistura de açúcar, conforme mostrada a seguir.

Minimizar:

$$cost = \sum_{i=1}^n cost_i f v_i \quad (4.1)$$

cost: é a variável que representa o custo final calculado a partir da proporção da quantidade de açúcar e seu custo;

cost_i: é a variável que representa o custo do açúcar produzido pela variedade *i*;

fv_i : é a variável que representa a proporção mássica (em quilograma) do açúcar produzido pela variedade i na mistura final;

i : é o índice que representa as variedades de cana-de-açúcar.

As restrições do modelo estão relacionadas ao padrão de qualidade adotado no mercado internacional. Em todas os casos existe um limite mínimo, Min_j , e máximo, Max_j , referente a especificação do parâmetro j , identificado em forma de sigla entre parênteses. A seguir, serão apresentadas as inequações que representam as restrições do modelo para cada parâmetro avaliado.

4.2.1 Cor

A Restrição 4.2 apresenta os limites mínimo, Min_{cor} , e máximo, Max_{cor} , aceitos para a característica cor (cor), em UI (Unidade ICUMSA).

$$Min_{cor} \leq \sum_{i=1}^n fv_i cor_i \leq Max_{cor} \quad (4.2)$$

4.2.2 Cinzas Condutimétricas

A Restrição 4.3 apresenta os limites mínimo, Min_{cc} , e máximo, Max_{cc} , aceitos para a característica *cinzas condutimétricas* (cc).

$$Min_{cc} \leq \sum_{i=1}^n fv_i cc_i \leq Max_{cc} \quad (4.3)$$

4.2.3 Polarização

A Restrição 4.4 apresenta os limites mínimo, Min_{pol} , e máximo, Max_{pol} , aceitos para a característica *polarização* (*pol*).

$$Min_{pol} \leq \sum_{i=1}^n f v_i pol_i \leq Max_{pol} \quad (4.4)$$

4.2.4 Umidade

A Restrição 4.5 apresenta os limites mínimo, Min_{um} , e máximo, Max_{um} , aceitos para a característica *umidade* (*um*).

$$Min_{um} \leq \sum_{i=1}^n f v_i um_i \leq Max_{um} \quad (4.5)$$

4.2.5 Dextrana

A Restrição 4.6 apresenta os limites mínimo, Min_{dex} , e máximo, Max_{dex} , aceitos para a característica *dextrana* (*dex*).

$$Min_{dex} \leq \sum_{i=1}^n f v_i dex_i \leq Max_{dex} \quad (4.6)$$

4.2.6 Amido

A Restrição 4.7 apresenta os limites mínimo, Min_{ami} , e máximo, Max_{ami} , aceitos para a característica amido (ami).

$$Min_{ami} \leq \sum_{i=1}^n f v_i ami_i \leq Max_{ami} \quad (4.7)$$

As restrições 4.8 e 4.9 representam, respectivamente, os dados de produção (restrições de capacidade mássica de produção de açúcar) mínima – $lmin$ e máxima – $lmax$, para as variedades de cana usadas nos estudos de caso deste trabalho.

$$f v_i \geq lmin \quad (4.8)$$

$$f v_i \leq lmax \quad (4.9)$$

4.3 Estudo de Caso

Para testar o modelo apresentado, é necessário realizar algumas considerações. Primeiramente, os dados utilizados são hipotéticos, mas que guardam similar proporção com os valores e parâmetros reais e foram baseados em outros trabalhos, conforme já citado.

Um segundo ponto a ser esclarecido é em relação à variável custo. O custo é uma estimativa que faz referência direta à qualidade do açúcar produzido por uma variedade específica de cana-de-açúcar quando comparada com as exigências de um mercado importador, ou seja, o custo não faz referência direta ao valor monetário da unidade mássica (quilograma) do produto, mas em quão próximo o açúcar está ou não do padrão exigido, ou seja, a variável custo é entendida como uma penalização. Dessa

forma, o custo de uma mesma variedade é diferente quando as exigências não são iguais. Nesse raciocínio, estabeleceu-se que quando os parâmetros físico-químicos estão dentro dos limites exigidos por um país importador, não há penalização e mais próximo do valor real do produto no mercado. Caso contrário, a penalização é proporcional à distância do limite exigido. Assim, o custo estimado para cada açúcar que está dentro das exigências do importador, teve como referência o praticado no mercado internacional, em torno de U\$ 0,40 o quilograma. Com essa consideração, o modelo proposto pôde ser tratado como uma minimização de custos (minimização de penalidades).

Um terceiro aspecto importante no estudo de caso é a demanda do açúcar. Para os estudos de caso, foi adotada uma demanda de mil toneladas (1000 ton.) de açúcar. É importante destacar, também, que a demanda simulada trata do açúcar bruto, que não tenha passado pelo processo de refinamento, produzido por variedades diferentes de cana-de-açúcar, onde a avaliação dos parâmetros exigidos ocorre na mistura final e não nas particularidades de cada variedade.

O último aspecto a ser esclarecido está relacionado ao país importador. Nos estudos de caso, foi adotado que três países importam o açúcar. Cada país contém suas especificações de qualidade e elas estão dentro dos limites mínimos e máximos, representadas na Tabela 4.1. Assim, a qualquer açúcar que apresente características físico-químicas dentro dos parâmetros mínimo e máximo exigido pelo importador, não haverá aplicação de penalidade em seu valor final.

Foram simulados três casos hipotéticos:

Caso 1: Não há restrição de uso de variedades de cana-de-açúcar. Portanto, poderão ser utilizadas quaisquer proporções de açúcar produzido por quaisquer variedades. Nesse cenário, será calculado o menor custo total. Assim, a variedade que produz o açúcar dentro dos parâmetros mínimos e máximo estabelecido pelo importador terá a maior contribuição no volume final e a variedade que apresente um custo elevado por estar distante das exigências, não contribuirá.

Caso 2: Neste caso, existe uma restrição que estabelece que a mistura final seja composta pela contribuição mínima de 50 toneladas de açúcar produzido

por variedades de cana diferentes. Este cenário foi pensado de forma a apresentar uma contribuição de todos os produtores, independente da variedade cultivada. Assim, visa uma participação de todos no lucro gerado pela exportação.

Caso 3: No terceiro caso, a restrição estabelece um limite máximo por variedade. Desta forma, esta simulação limita em 250 toneladas de açúcar produzido por uma determinada variedade, de forma a representar, no máximo, $\frac{1}{4}$ da mistura, facilitando para que não haja produção exclusiva de um único produtor ou variedade.

4.4 Resultados

A Tabela 4.2 apresenta dados sobre as especificações das variedades de cana-de-açúcar. A coluna “Variedade” representa onze variedades de cana-de-açúcar nomeadas de “A” a “K”. As colunas seguintes, com exceção da última, apresentam os valores dos parâmetros referentes às variedades citadas. A última coluna apresenta o custo estimado do açúcar produzido por cada variedade.

Tabela 4.2 – Especificações das variedades de cana-de-açúcar.

Variedade	Cor (UI)	Cinzas (%)	Polarização (°S)	Umidade (%)	Dextrana (ppm)	Amido (mg/kg)	Custo (U\$)
A	820	0.117	99.20	0.13	100	145	0.466
B	893	0.115	99.27	0.16	105	158	0.451
C	913	0.132	99.12	0.09	129	118	0.499
D	945	0.128	99.19	0.08	92	107	0.479
E	760	0.105	99.40	0.14	142	162	0.490
F	810	0.112	99.02	0.18	119	171	0.528
G	952	0.139	99.07	0.15	213	115	0.506
H	1016	0.118	99.23	0.07	180	112	0.480
I	1031	0.121	99.15	0.19	273	146	0.517
J	914	0.123	99.21	0.11	251	133	0.475
K	805	0.131	99.09	0.06	194	139	0.510

Fonte: Autor (2016).

Para desenvolver esse modelo matemático, foi utilizado o software GAMS (*General Algebraic Modeling System*). O solver CONOPT (*Continuous Optimizer*) foi utilizado na resolução do problema. Ele é um sistema computacional que soluciona problemas de otimização não-convexos, problemas lineares, não lineares e mistos.

Após a simulação do modelo, foram encontrados os resultados apresentados a seguir. A Tabela 4.3 apresenta os quantitativos encontrados para o **País 1**.

Tabela 4.3 - Resultado da simulação para o País 1.

Dados da simulação do País 1			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Variedade	Quantidade em toneladas	Quantidade em toneladas	Quantidade em toneladas
A	0	50	250
B	845	500	250
C	0	50	0
D	155	50	250
E	0	50	0
F	0	50	0
G	0	50	0
H	0	50	0
I	0	50	0
J	0	50	250
K	0	50	0

Fonte: Autor (2016).

Quando não havia restrição em relação a proporção de cada variedade na mistura final, as variedades “B” e “D” foram as únicas escolhidas. No cenário onde existia uma limitação mínima de 50 toneladas por variedade, a variedade “B” foi a que apresentou maior contribuição, chegando a 50% do total da mistura. No Caso 3, quando existia uma limitação máxima por variedade, foram utilizadas as variedades “A”, “B”, “D”

e “J”. Então, pode-se concluir que para as restrições exigidas pelo País 1, a variedade que melhor atende as exigências é a “B”.

Na Tabela 4.4, é apresentado o custo encontrado em cada caso simulado.

Tabela 4.4 – Custo do açúcar na simulação do País 1.

Dados da simulação do País 1 – Custo Final			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Custo por kg	0.455	0.473	0.467

Fonte: Autor (2016).

A Tabela 4.5 apresenta os quantitativos encontrados para o País 2. Em seguida, na Tabela 4.6, é apresentado o custo encontrado na simulação para o País 2.

Tabela 4.5 - Resultado da simulação para o País 2.

Dados da simulação do País 2			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Variedade	Quantidade em toneladas	Quantidade em toneladas	Quantidade em toneladas
A	188	124	250
B	410	221	250
C	0	50	0
D	402	255	250
E	0	50	0
F	0	50	0
G	0	50	0
H	0	50	35
I	0	50	0
J	0	50	215
K	0	50	0

Fonte: Autor (2016).

Tabela 4.6 - Custo do açúcar na simulação do País 2.

Dados da simulação do País 2 – Custo Final			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Custo por kg	0.465	0.480	0.468

Fonte: Autor (2016).

Analisando os resultados relativos ao País 2, nota-se que quando não havia restrição em relação a proporção de cada variedade na mistura final, as variedades “A”, “B” e “D” foram as escolhidas. No cenário onde existia uma limitação mínima de 50 toneladas por variedade, novamente as variedades “A”, “B” e “D” foram aquelas que apresentaram maior contribuição. No Caso 3, quando existia uma limitação máxima por variedade, foram utilizadas as variedades “A”, “B”, “D”, “H” e “J”. Então, pode-se concluir que para as restrições exigidas pelo País 2, as variedades que melhor atendem as exigências são a “B” e “D”.

Tabela 4.7 - Resultado da simulação para o País 3

Dados da simulação do País 3			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Variedade	Quantidade em toneladas	Quantidade em toneladas	Quantidade em toneladas
A	286	50	166
B	0	56	84
C	0	50	0
D	431	50	250
E	0	50	0
F	0	50	0
G	0	50	0
H	283	494	250
I	0	50	0
J	0	50	250
K	0	50	0

Fonte: Autor (2016).

Os resultados da última análise estão mostrados na Tabela 4.7. Pode-se verificar que no cenário onde não foi estabelecida uma restrição na contribuição, as variedades “A”, “D” e “H” foram as únicas utilizadas. Porém, quando foi utilizado um limite mínimo de 50 toneladas para cada variedade, a variedade “H” contribuiu com quase 50% do total da mistura. Nesse mesmo cenário, a variedade “B” contribuiu com 6 toneladas a mais que o limite mínimo. No último caso, quando houve uma limitação de 250 toneladas por variedade, as variedades “D”, “H” e “J” contribuíram com o limite máximo, seguidas pela variedade “A”, com contribuição de 166 toneladas, e a variedade “B”, com 84 toneladas.

Para o País 3, o valor do custo do açúcar estimado é apresentado na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 - Custo do açúcar na simulação do País 3.

Dados da simulação do País 3 – Custo Final			
	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Custo por kg	0.471	0.486	0.474

Fonte: Autor (2016).

Analisando as simulações, foi possível concluir que é mais viável a produção ilimitada das variedades. O modelo proposto mostrou que quando se criam restrições para a contribuição das variedades na mistura final, o custo se torna mais elevado. Ficou claro que para a minimização do custo final é necessário permitir que o modelo encontre a combinação adequada, porém, sem ter nenhuma restrição.

Por outro lado, há um aspecto que precisa ser considerado. Quando o modelo escolhe apenas as variedades que minimizam os custos, ele exclui outras variedades. Nesse sentido, se uma determinada região produz apenas um tipo de variedade, e esta variedade não for escolhida pelo modelo por apresentar um custo mais elevado, toda produção daquela região será descartada do processo de combinação de mistura para a exportação. Deve-se ter ponderação nessa solução visto que pode se refletir em problemas do ponto de vista econômico e social.

De forma geral, o modelo apresentou resultados válidos, sempre encontrando valores ótimos como solução, mostrando a eficiência da combinação entre mecanismos matemáticos e computacionais na otimização de decisões.

5 Conclusão

O objetivo deste trabalho foi apresentar um modelo matemático que visa a minimização do custo final da exportação de uma mistura de açúcar a partir da combinação de açúcar com parâmetros físico-químicos diferentes produzidos por variedades de cana-de-açúcar diversas. O modelo representa as restrições impostas pelos países importadores.

O estudo de caso apresentou dados hipotéticos que, no entanto, estavam coerentes com trabalhos similares referenciados no texto e com parâmetros internacionais. O modelo foi implementado e executado no GAMS. Destaque-se o pequeno esforço computacional para realização das simulações.

O modelo mostrou-se coerente em todos os casos simulados. As restrições e as exigências dos países importadores foram atendidas.

Os resultados demonstraram que dos três cenários avaliados aquele que obteve o melhor custo foi quando não havia restrição de quantidade em relação ao tipo de açúcar na mistura final a ser exportada.

A vantagem na utilização de Pesquisa Operacional e Programação Matemática é oferecer um mecanismo de estudo e avaliação flexível, objetivando formulação de modelos mais completos. Foi possível perceber a importância da discussão das ferramentas apresentadas neste trabalho no auxílio de processos decisórios, potencializando o sucesso na solução de problemas.

O modelo proposto pode ser utilizado na prática, em usinas ou em terminais de escoamento da produção.

Como trabalho futuro, podem ser apontadas algumas novas abordagens, como:

1. Verificar o modelo com dados reais dos parâmetros físico-químicos das variedades de cana;
2. Verificar outros parâmetros que possam influenciar diretamente na especificação da qualidade do produto exportado.

3. Utilizar o modelo para auxiliar no processo de exportação do etanol, após as devidas adequações.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Eduardo Rodrigues et al. Qualidade de açúcares mascavo produzidos em um assentamento da reforma agrária. **Alimentos e Nutrição**. Araraquara, v. 22, n. 4, p. 617-621, 2011.

BETTANI, Silva Raquel et al. Avaliação físico-química e sensorial de açúcares orgânicos e convencionais. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**. Campina Grande, v. 16, n. 2, p. 155-162, 2014.

CARDOSO, Andréa. **Fundamentos da Pesquisa Operacional**. Disponível em: <<http://www.unifal-mg.edu.br/matematica/files/file/po.pdf>>. Acesso em: 14 dez. 2015.

CARVALHO, Marcelo Dias. **Proposta de um modelo de planejamento agregado da produção numa usina de açúcar e álcool vinculado à flutuação de preços em mercados à vista e no mercado futuro**. 199f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

CECILIANO, Wellington Rodrigo Aparecido. **Aplicação de um Método de Simulação-Otimização na Cadeia Produtiva de Minérios de Ferro**. 228f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Sistemas Logísticos). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

CESNIK, Roberto; MIOCQUE, Jacques. Melhoramento da cana-de-açúcar: marco sucroalcooleiro no Brasil. **Revista ComCiência**. Disponível em: <<http://comciencia.br/comciencia>>, acesso em: 25 out. 2015.

CHWIF, Leonardo; MEDINA, Afonso C. **Modelagem e simulação de eventos discretos: teoria e aplicações**. 4 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.

CONAB. Companhia Nacional de Abastecimento. **Acompanhamento da safra brasileira de cana-de-açúcar**, v. 2. Safra 2015/2016. Brasília, 2015.

COSTA, Felipe Pereira da. **Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto**. 140f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral). Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2005.

DEPEC. Departamento de Pesquisas e Estudos Econômicos – BRADESCO. Disponível em: <http://www.economiaemdia.com.br/EconomiaEmDia/pdf/infset_acucar_etanol.pdf>, acesso em: 1 mar. 2016.

FAUSTO, Boris. **História do Brasil**. Edusp, 1994.

FIGUEIRA, Joelise de Alencar. **Determinação e caracterização de amido de cana-de-açúcar e adequação de metodologia para determinação de alfa-amilase em açúcar bruto**. 105f. Dissertação (Mestrado em Ciência de Alimentos). Universidade de Campinas, São Paulo, 2009.

GENEROSO, Wesley Cardoso et al. Avaliação microbiológica e físico-química de açúcares mascavo comerciais. **Revista do Instituto Adolfo Lutz** (Impresso), v. 68, n. 2, p. 259-268, 2009.

GOLDBARG, Marco Cesar; LUNA, Henrique Pacca Loureiro. **Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos**. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

INMETRO. Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial. Açúcar. Disponível em: <<http://www.inmetro.gov.br/consumidor/produtos/acucar.asp>>, acesso em: 15 jan. 2016.

MAPA. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Exportações do Agronegócio. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/economia-e-emprego/2015/02/agronegocio-exportou-us-5-64-bilhoes-em-janeiro>>, acesso em: 12 jan. 2016.

OLIVEIRA, Danilo Tostes; ESQUIAVETO, Maria Madalena Manguê; SILVA JÚNIOR, José Felix. Impacto dos itens da especificação do açúcar na indústria alimentícia. **Ciência e Tecnologia de Alimentos**, v. 27, n. 1, p. 99-102, 2007.

PAIVA, Rafael Piatti Oiticica de. **Modelagem do planejamento agregado da produção em usinas cooperadas do setor sucroenergético utilizando programação matemática e otimização robusta**. 243f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2009.

PIDD, M. **Computer Simulation in Management Science**. 4th Ed. Great Britain: John Wiley and Sons, 1998.

RAVAGNANI, Mauro A. S. S.; THONERN, Werner I.; CABALLERO, Jose A. **A mathematical model for the composition of Brazilian ethanol shares for exportation to be blended to gasoline**. Maringá, PR: Elsevier, 2007.

RIDESA. Rede Interuniversitária para o Desenvolvimento do Setor Sucroalcooleiro. Catálogo nacional de variedades "RB" de cana-de-açúcar. Curitiba, 2010.

SOLETTI, J.; CARVALHO, S.; PEDULLA, M. C. O. **Mixture optimization and analysis of the chemical behavior of different types of ethanol for export**. In: **EngOpt 2014 - 4th International Conference on Engineering Optimization, 2014, Lisboa. Engineering Optimization**. London: Taylor & Francis Group, 2014.

SOLETTI, J.; CARVALHO, S.; PEDULLA, M. C. O. **Desenvolvimento de um modelo matemático que visa atender o padrão de qualidade dos países importadores de açúcar**. In: COBEQ, 2010, Foz do Iguaçu. XVIII Congresso Brasileiro de Engenharia Química, 2010.

SOLETTI, J.; CARVALHO, S.; PEDULLA, M. C. O.; XAVIER, L. G. **Desenvolvimento de modelos matemáticos para atendimento das especificações exigidas pelo padrão de qualidade dos diferentes países importadores de etanol**. In: COBEQ IC, 2011, Maringá. Anais do IX COBEQ-IC, 2011.

SOUSA, Rainer Gonçalves. História do açúcar. Brasil Escola. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/curiosidades/historias-acucar.htm>>, acesso em: 14 jan. 2016.

SILVA, Edna Lúcia da. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação** – 4 ed. Rev. atual. – Florianópolis: UFSC, 2005.

APÊNDICES

Apêndice A – GAMS

1 GAMS

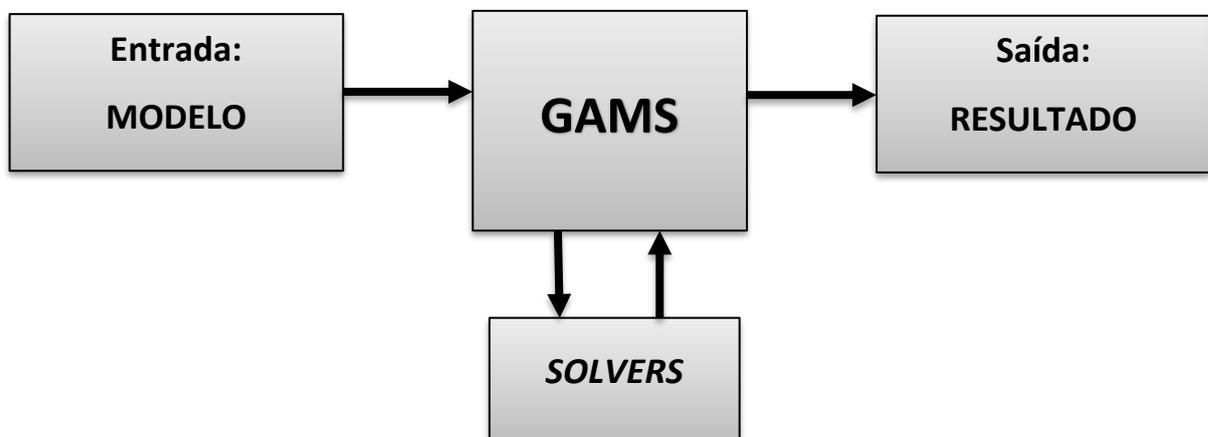
Neste apêndice apresentaremos o software utilizado na simulação do modelo tratado neste trabalho.

O GAMS (*General Algebraic Modeling System*) é um sistema de modelagem e simulação algébrica desenvolvido para otimização. É utilizado especialmente para problemas grandes e complexos, sendo projetado para funcionar desde computadores pessoais até supercomputadores.

Utiliza uma interface simples, com um compilador da linguagem GAMS e um conjunto de *solvers*. Por ser baseado numa arquitetura aberta, o GAMS permite integração com outros componentes e com sistemas externos, podendo inclusive, ser portado para outras plataformas.

Os modelos são fornecidos pelo usuário ao GAMS em um arquivo de entrada sob a forma de equações algébricas usando uma linguagem de alto nível. Então o GAMS compila o modelo e faz a interface com um *solver* (algoritmo de otimização). O modelo compilado bem como a solução encontrada pelo *solver* são enviados para o usuário através de um arquivo de saída. O diagrama a seguir ilustra esse processo.

Figura A.1 – Estrutura do GAMS.



Fonte: Autor (2016).

Os principais tipos de problemas tratados pelo GAMS são:

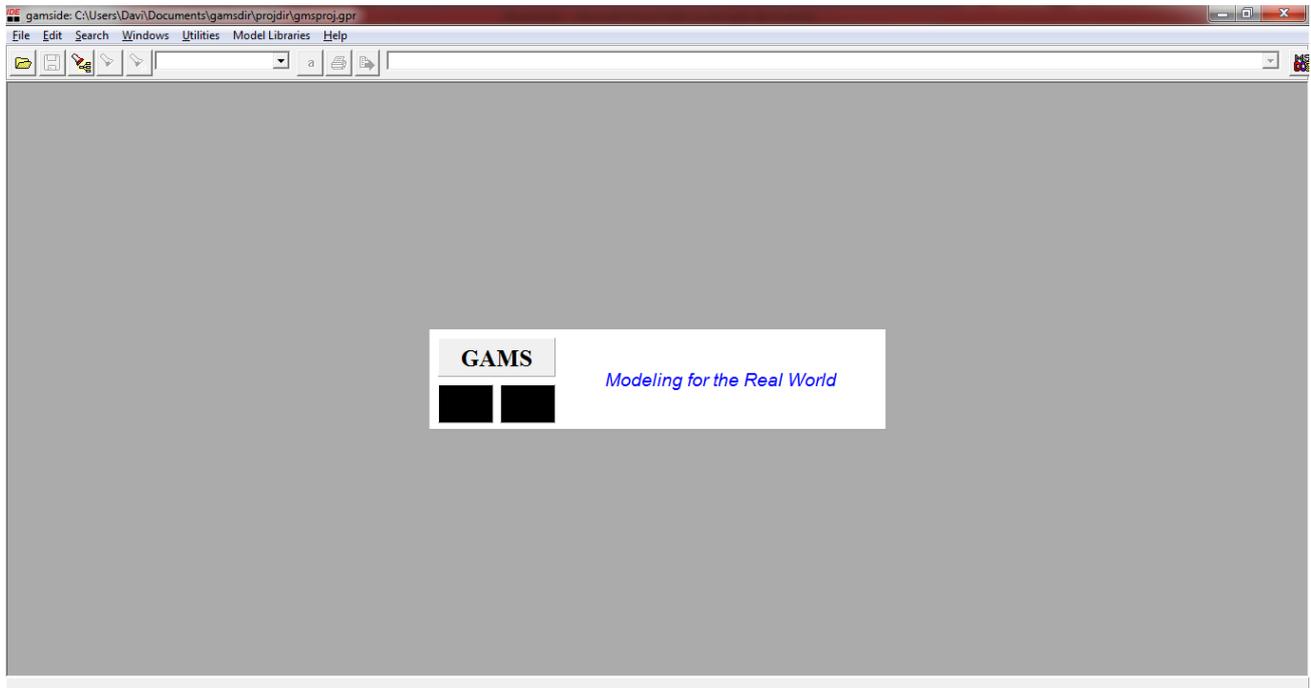
- Programação Linear: tem sido usada com sucesso na solução de problemas relativos à alocação de pessoal, mistura de materiais, distribuição, transporte, carteira de investimento, avaliação da eficiência;
- Programação Inteira: que é uma forma de programação linear onde as variáveis podem apenas apresentar números inteiros. Tem sido utilizada na resolução de problemas de investimento dentre outros;
- Programação linear mista: que é uma forma de programação linear onde as variáveis podem assumir valores binários, inteiros e contínuos, este modelo também é definido como otimização combinatória, enquadrando-se em problemas de dificuldades não polinomiais NP-HARD;
- Programação Não Linear: modelo matemático onde a função objetivo, as restrições ou ambas, apresentam não linearidade em seus coeficientes.

O GAMS pode ser baixado em sua página web² (a versão do GAMS utilizada nesse trabalho foi a 24.7.1, em conjunto com o *solver* CONOPT, versão 3.17A). O funcionamento básico do software será descrito a seguir. Após baixa-lo e instala-lo, deve-se clicar no ícone do aplicativo. Então, abrirá uma janela como a apresentada na Figura A.2.

Após abrir a janela do GAMS, clique em “File” e em seguida em “New”. Então uma nova guia será aberta dentro do contexto do programa (Figura A.3). Nesta guia, deverão ser declaradas as variáveis, os comandos a serem executados, as restrições, a função objetivo e as demais informações relativas ao programa.

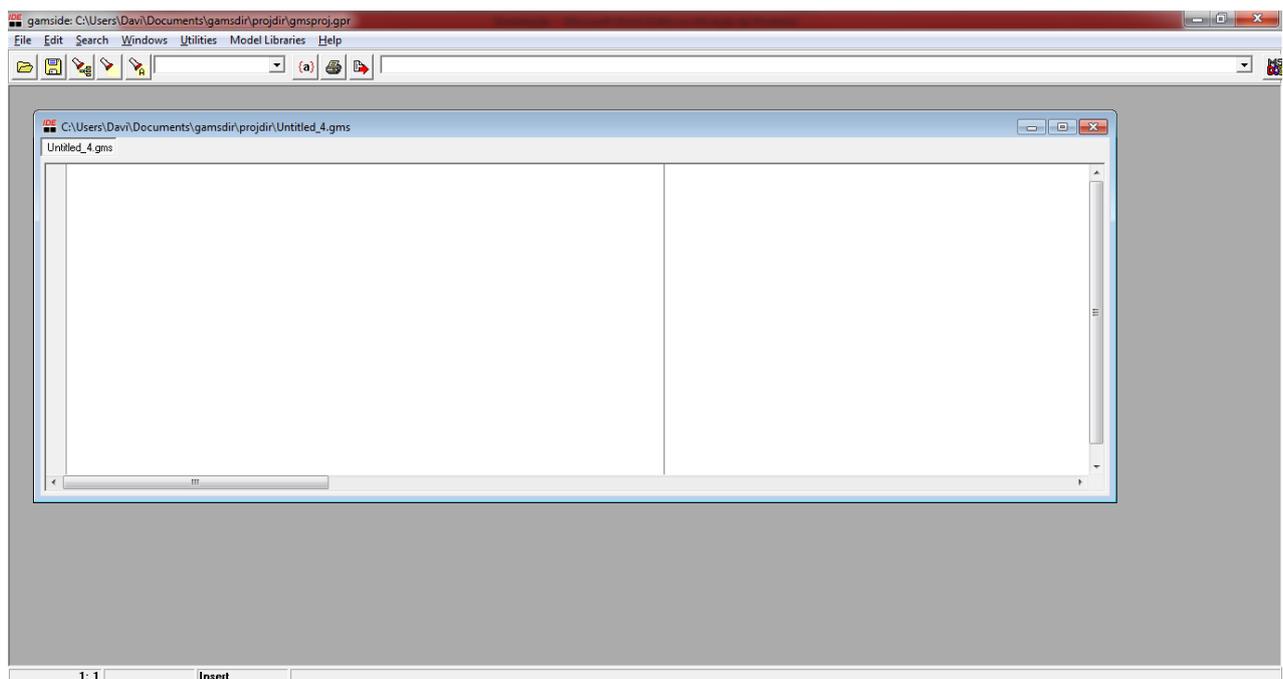
² <https://www.gams.com/>

Figura A.2 – Tela principal do GAMS.



Fonte: Autor (2016).

Figura A.3 – Ambiente de trabalho do GAMS.



Fonte: Autor (2016).

Um programa no GAMS pode ser escrito da seguinte forma: inicialmente declara-se os dados, seguidos pelo modelo e, por fim, as declarações da solução. Neste estilo de organização, os *sets* são colocados em primeiro lugar.

Em seguida, os dados são especificados com as declarações de parâmetro, escalares e de tabelas. Após isso, o modelo é definido com as declarações de variáveis, declaração e definição de equação, e declaração modelo. Finalmente, o modelo é resolvido e os resultados são apresentados. A Figura A.4 representa esse estilo de organização.

Figura A.4 – Estilo no programa GAMS.

Data:

- **Declaração e definição dos conjuntos (sets);**
- **Declaração e definição dos parâmetros;**
- **Atribuições;**
- **Displays.**

Modelo:

- **Declaração de variáveis;**
- **Declaração de equações;**
- **Definição de equação;**
- **Definição do modelo.**

Solução:

- **Solve;**
- **Displays**

Fonte: Autor (2016).

Na próxima sessão, será apresentado uma aplicação do GAMS.

1.1 Um exemplo no GAMS

Vamos iniciar a modelagem do problema a seguir.

“Giapetto fabrica dois tipos de brinquedos de madeira. Soldados e trens. Um soldado é vendido por R\$ 27,00 e usa R\$ 10,00 de matéria prima. Cada soldado que é fabricado tem um custo adicional de R\$ 14,00 relativo à mão de obra. Um trem é vendido por R\$ 21,00 e gasta R\$ 9,00 de matéria prima. O custo de mão de obra adicional para cada trem é de R\$ 10,00. A fabricação destes brinquedos requer dois tipos de mão de obra: Carpintaria e Acabamento. Um soldado necessita de 2 horas para acabamento e 1 para carpintaria. Um trem necessita de 1 hora para acabamento e 1 hora de carpintaria. Cada semana, Giapetto pode obter qualquer quantidade de matéria prima, mas tem a disposição até 100 horas de acabamento e 80 de carpintaria. A demanda por trens é ilimitada, mas a venda de soldados é de no máximo 40 por semana. Giapetto quer maximizar seu lucro diário. Formular o modelo matemático que poderia ser usado por Giapetto para maximizar seu lucro semanal.”

Primeiro passo: Modelar o problema. Vamos descrever as variáveis do problema, o que na linguagem GAMS é chamada de (*SETS*), numa tradução pode-se chamar de índices ou conjuntos.

Índices:

X_i : Quantidade a ser produzida do produto i . O GAMS é um software orientado ao objeto, logo temos que declarar esses objetos que no caso são os i produtos e os j recursos.

Segundo passo: Definir os parâmetros (*PARAMETER*) do modelo: Neste caso sabemos a margem de contribuição unitária por produto i . Portanto, é necessário esse parâmetro que estará ligado ao índice i . Vamos chamar este parâmetro de MC_i . Outro parâmetro é com relação à disponibilidade dos recursos, sendo este parâmetro ligado ao índice j . Vamos chamar este parâmetro de A_j . Finalmente, devemos criar um parâmetro que mostre o consumo unitário de cada recurso por produto, sendo este parâmetro

pertencente aos índices i e j . Neste caso na linguagem GAMS deve ser criado uma Tabela (TABLE), que vamos chamar de $R_{i,j}$.

Terceiro passo: Definir as variáveis de decisão: Temos uma decisão que é saber o valor da margem de contribuição, vamos definir essa variável de X_i . Na linguagem GAMS é necessário informar uma variável que vai definir a função objetivo, neste caso chamaremos de Z , que vai definir os valores ótimos de produção de cada produto.

Quarto passo: Definir as equações (EQUATIONS): as equações são definidas por meio do número de restrições mais a função objetivo. A primeira equação vai definir o valor da margem de contribuição, portanto chamaremos a mesma de margem. A segunda equação vai determinar o quanto será consumido por recurso J vamos chamar essa equação de consumo. E a última equação definirá o limite máximo de demanda do produto soldado.

Agora podemos resolver o problema Giapetto. A modelagem matemática está mostrada a seguir.

$$\text{Max } Z = \sum_{i \in I} MC_i \cdot X_i \quad (\text{A.1})$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in I} R_{ij} \cdot X_i \leq A_j \quad \forall j \in J \quad (\text{A.2})$$

$$X_{\text{"soldado"}} \leq 40 \quad (\text{A.3})$$

$$X_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (\text{A.4})$$

O modelo acima representado escrito na linguagem GAMS terá a forma representada na Figura A.5.

Após executar o código do problema de Giapetto, o GAMS fornece a seguinte solução ótima para o problema: produzir 20 soldados e 60 trens gerando um lucro máximo de R\$ 180,00.

Figura A.5 – Exemplo Giapetto no GAMS.

```

SETS
i produtos / soldados, trens /
j recurso / carpintaria, acabamento /;

PARAMETERS
MC(i) margem de contribuicao dos produtos
      / soldados 3
      trens 2 /

A(j) disponibilidade dos recursos
      / carpintaria 100
      acabamento 80 /;

TABLE R(i, j) fabricacao dos produtos i utilizando os recursos j
      carpintaria  acabamento
soldados 2 1
trens 1 1 ;

VARIABLE
X(i) define a equacao da margem de contribuicao
Z define os valores otimos de producao de cada produto;

POSITIVE VARIABLE X;

EQUATIONS
margem define o valor maximo da margem de contribuicao
cons(j) define o quanto sera consumido de cada recurso j
minsoldados(i) define o minimo produzido do produto "soldados";

margem.. Z =E= SUM((i), MC(i) * X(i));
cons(j).. SUM((i), R(i, j) * X(i)) =L= A(j);
minsoldados('soldados').. X('soldados') =L= 40;

MODEL giapetto / all /;
SOLVE giapetto using lp minimizing Z;

```

Fonte: Autor (2016).

Apêndice B – Resolução do modelo no GAMS

1 Resolução do modelo

Neste apêndice apresentaremos a resolução do modelo no GAMS.

Na Figura B.1 e na Figura B.2, a seguir, temos a representação do modelo nesse software.

Pode-se verificar na Figura B.1 a implementação do modelo no GAMS. Foram declarados dois conjuntos: o que representa os parâmetros de qualidade e o que representa as variedades. Na figura, o conjunto de variedades se estende até um fator n , significando que não foi abordada uma limitação em relação à quantidade de variedades.

Foram declaradas três estruturas. O vetor $A(j)$ e $B(j)$ representam, respectivamente, os limites mínimo e máximo especificados para o parâmetro j pelo país importador. Por fim, o vetor $C(i)$ contém o custo associado à variedade i .

A matriz $R(j, i)$ representa a especificação de uma variedade, contendo os parâmetros de cada especificação. Na Figura B.2 estão as declarações de variáveis e equações.

O modelo foi executado num PC Intel Core i3-2310M, 2.1 GHz, com 4 GB RAM DDR3, Windows 10 Pro 64 Bits, GAMS versão 24.7.1, em conjunto com o *solver* CONOPT, versão 3.17A. O tempo de execução médio do modelo foi de 0:00:00.185 e a solução ótima foi encontrada.

Figura B.1 – Modelo implementado no GAMS – Parte 1.

```

SETS
j parâmetro / cor, cinzas, polarizacao, umidade, dextrana, amido /
i variedade / v1 * vn /;

PARAMETERS
A(j) requisito mínimo de qualidade para o parâmetro j
      / cor          j1
        cinzas       j2
        polarizacao  j3
        umidade      j4
        dextrana     j5
        amido        j6 /
B(j) requisito máximo de qualidade para o parâmetro j
      / cor          j1
        cinzas       j2
        polarizacao  j3
        umidade      j4
        dextrana     j5
        amido        j6 /
C(i) custo da variedade i
      / v1          custo1
        v2          custo2
        .           ...
        .           ...
        .           ...
        vn          custom /;

TABLE R(j, i) quantidade do parâmetro j na variedade i
              v1    v2    ...    vn
      cor
      cinzas
      polarizacao
      umidade
      dextrana
      amido
;
```

Fonte: Autor (2016).

Figura B.2 – Modelo implementado no GAMS – Parte 2.

```
VARIABLE
z          Variável da função objetivo
x(i)      Proporção da variedade i a ser adquirida;

POSITIVE VARIABLE x(i);

EQUATIONS

COST       Função objetivo a ser minimizada
MINR(j)   Restrição de requisito MÍNIMO relacionado ao parâmetro j
MAXR(j)   Restrição de requisito MÁXIMO relacionado ao parâmetro j;

COST..    z =E= SUM(i, C(i) * x(i));
MINR(j).. SUM(i, R(j, i) * x(i)) =G= A(j);
MAXR(j).. SUM(i, R(j, i) * x(i)) =L= B(j);

MODEL acucar / All /;
SOLVE acucar MINIMIZING z USING LP;
```

Fonte: Autor (2016).