UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MÁTEMÁTICA

Lucas de Morais Carlos

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ATRAVÉS DO MÉTODO PICTÓRICO: Explorando o Modelo de Barras.

Maceió 2020

Lucas de Morais Carlos

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ATRAVÉS DO MÉTODO PICTÓRICO: Explorando o Modelo de Barras.

Trabalho de conclusão de curso, apresentado como requisito para a conclusão do curso de Licenciatura Plena em Matemática, Universidade Federal de Alagoas.

Maceió 2020

Lucas de Morais Carlos

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ATRAVÉS DO MÉTODO PICTÓRICO: Explorando o Modelo de Barras.

Trabalho de conclusão de curso, apresentado como requisito para a conclusão do curso de Licenciatura Plena em Matemática, Universidade Federal de Alagoas.

Data de aprovação: 11/ 09 / 2020

Prof. Amauri da Silva Barros

Prof. Ediel Azevedo Guerra

Prof. Givaldo Oliveira dos Santos

Prof. José da Silva Barros

Maceió 2020

Catalogação na fonte Universidade Federal de Alagoas Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

C284r Carlos, Lucas de Morais.
Resolução de problemas através do método pictórico: explorando o modelo barras / Lucas de Morais Carlos. – 2020.
90 f. : il., figs. e grafs. color.

Orientador: Amauri da Silva Barros.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática : Licenciatura) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática.. Maceió, 2020.

Bibliografia: f. 82-84.
Anexos: f. 85-90.

1. Transição aritmética – álgebra. 2. Modelo de barras. 3. Resolução de problemas. 4. Métodos de ensino. I. Título.

CDU: 51: 371.3

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, pelo dom da vida, por ter me concedido força, coragem e determinação para enfrentar quatro anos de graduação.

Ser professor é um sonho que acaba de se concretizar, porém para chegar aqui passei por muitas coisas, houveram dias de muito júbilo, assim como houveram os escuros, porém, sempre tive em mim um sonho, que com o passar do tempo descobri que não era só meu.

Devo agradecimentos à minha família, por sempre me apoiar e acreditar em mim nos momentos em que nem eu acreditava, pelas orações de meus pais e de minhas irmãs, eu amo vocês.

Agradeço ao professor, pesquisador e meu orientador Amauri da Silva Barros pelo carinho, paciência e respeito mútuo. Levarei seus ensinamentos por toda minha vida, afinal o senhor sempre acreditou e vem acreditando em mim.

Agradeço também a todos os professores e técnicos do Instituto de Matemática da UFAL por contribuírem com minha formação e na de centenas de outros professores.

Agradeço também as professoras deste instituto, Professora Juliana, Viviane, Isadora, Elisa e Claudia, vocês representam a força feminina dentro deste instituto, fazendo um trabalho admirável, obrigado professoras.

Eu não poderia deixar de mensurar meus agradecimentos ao Sidney, que viveu comigo este sonho, ao Marquinhos, que sempre me motivou mesmo que fosse puxando minhas orelhas, até mesmo porque ele ama a educação. À Bárbara, Barbie obrigado por sua paciência e por nunca desistir de mim, à Sandrinha e a Ewa pelos inúmeros momentos de estudos Juntos. Ao meu amigo Neto que me ajudou bastante no início desta graduação.

E, por fim, a minha companheira que chegou na metade desta graduação, e transformou minha vida, acreditando em mim todos os dias, me aplaudindo nos melhores momentos e me erguendo nos piores. Luana, obrigado por tudo, eu amo você.

Obrigado a todos.

Dedico esse trabalho e essa realização a minha mãe, estrela da minha vida, mulher que luta e lutou bastante para a chegada deste dia.

Aí dona Bernadete, a senhora é uma rainha!

“Mesmo um relógio parado consegue estar certo duas vezes por dia”

(Paulo Coelho)

RESUMO

Ensinar matemática no Brasil é um tema que vem sendo discutido a um bom tempo, sempre evoluindo e encontrando novos aspectos a serem discutidos. Mantendo a generalidade o mesmo se remete ao ensino de álgebra, enfatizando no processo transitivo aritmética- álgebra. Desta forma este trabalho tem como objetivo verificar a efetividade do modelo de barras no processo transitivo Aritmética- Álgebra em alunos do sexto e sétimo ano do ensino fundamental. No que se refere a matemática, Dotti(2016), Queiroz (2014) e Baldin (2013) apontam os problemas como fontes primárias do conhecimento matemático, dando relevância ao método de resolução de problemas munido do modelo de barras, onde sua aplicação em sala de aula vem sendo discutida por diversos ângulos. O processo de transição aritmética-álgebra não tem sido uma tarefa fácil para os professores do ensino fundamental, desta forma, esta pesquisa muni a metodologia de resolução de problemas com o modelo de barras de modo a analisar as contribuições para o ensino de pré-álgebra, através das impressões e avaliações formativas realizadas durante a aplicação de algumas oficinas. Com isto, este trabalho remete ao leitor uma reflexão a respeito de novos métodos de ensino de pré-álgebra, incrementando o aporte teórico e conhecimento sobre novas metodologias de ensino de matemática. Haja vista a considerável aceitação que o modelo obteve entre os participantes.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Modelo de Barras. Transição Aritmética-Álgebra.

ABSTRACT

Teaching mathematics in Brazil is a topic that has been discussed for a long time, always evolving and finding new aspects to be discussed. Maintaining the generality, the same refers to the teaching of algebra, emphasizing the transitive process of arithmetic-algebra. In this way, this work aims to verify the effectiveness of the bar model in the transitive process Arithmetic-Algebra in students of the sixth and seventh year of elementary school. With regard to mathematics, Dotti (2016), Queiroz (2014) and Baldin (2013) point out the problems as primary sources of mathematical knowledge, giving relevance to the problem solving method provided with the bar model, where its application in the classroom The classroom has been discussed from different angles. The arithmetic-algebra transition process has not been an easy task for elementary school teachers, so this research uses the problem solving methodology with the bar model in order to analyze the contributions to the teaching of pre-algebra. , through the impressions and formative evaluations made during the application of some workshops. With this, this work leads the reader to reflect on new methods of teaching pre-algebra, increasing the theoretical contribution and knowledge about new methodologies for teaching mathematics. In view of the considerable acceptance that the model obtained among the participants.

Keywords: Problem Solving - Bar Model - Arithmetic Transition - Algebra.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Os problemas matemáticos nascem no decorrer do tempo. A cada dia aparece um novo problema, uma nova solução e uma série de incompletudes. Com isso, podemos considerar os problemas como fontes primárias de conhecimento matemático (Baldin,2013). Podemos destacar, também, que para solucionar alguns desses problemas não é necessário apenas conhecê-los, mas, sim, ter criatividade de pensamento.

O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios e problemas que possam ser explorados e não apenas resolvidos. Desta forma, professores podem caracterizar problemas mais relevantes para o ensino de matemática, problemas que sigam algum algoritmo para construção do saber matemático, criando meios de aplicações no cotidiano. Sendo é desejável que tais problemas sejam aproveitados por diferentes ângulos, e não apenas resolvidos mecanicamente.

Segundo (Ponte e Martinho, 2012) o ensino da Álgebra na educação básica tem merecido uma atenção particular nos últimos anos, tanto ao nível da investigação como, e consequentemente, ao nível dos currículos escolares e práticas pedagógicas.

O ensino de Álgebra não está completamente vinculado à algoritmos e manipulações, haja vista, as inúmeras possibilidades de estratégias didáticas que permitem ao educador, desde os anos iniciais aos anos finais do ensino fundamental, trabalhar o processo transitivo da aritmética para a álgebra.

Dentre as estratégias possíveis, a que mais se destaca é a representação pictórica que o modelo de barras traz consigo, pois, a partir do momento em que os estudantes entendem o verdadeiro significado de uma expressão algébrica através de uma solução desenhada ou concreta, dar-se início a um novo ciclo de inovação e mudanças de práticas pedagógicas, tendo em vista que os estudantes são indivíduos cognitivos e merecem compreender o verdadeiro motivo ao qual estão sendo submetidos a estudar matemática.

“A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos" (Lupinacci e Botin, 2004). Seguindo a linha de raciocínio de Lupinacci e Botin, resolver um problema está muito além da aquisição de um valor absoluto, uma expressão algébrica ou uma solução geométrica, pois, em cada problema podemos explorar distintos elementos cognitivos dos alunos, embora não seja uma tarefa trivial, isto nos permite trabalhar a matemática de forma ampla e concisa.

A álgebra, nos dias atuais, tem sido o "terror" para a maioria dos estudantes da educação básica, tendo em vista a falta de afinidade dos discentes com a matemática, déficits anteriores, traumas passados, influência da aritmética e quantidades necessárias de generalizações, um menino do sétimo ano escreveu que a Álgebra: "É muito difícil e, apesar de muito instrutiva, noventa por cento das vezes é muito frustrante. Significa horas de aulas que nem chegamos perto de entender" (HOUSE, 1995, p.1). Tendo em vista estes acontecimentos é de suma importância, detectar deficiências algébricas em nossos alunos e conseguir corrigir estas falhas, buscando melhorar o entendimento da matemática, onde para isto, podemos utilizar como ferramenta de ensino o modelo de barras.

Amparado pelas reflexões acima, este trabalho consistiu em explorar o modelo de barras através de problemas aritméticos e algébricos, com alunos do ensino fundamental 2, a saber, alunos de sexto e sétimo ano, buscando, através de uma análise diagnóstica, analisar suas principais dificuldades afim de estabelecer uma sequência didática com problemas a serem resolvidos de forma pictórica, subsidiados pelo método de barras e, com isto, foi realizado uma análise da efetividade do modelo de barras no processo transitivo Aritmética-Álgebra a partir das oficinas realizadas e do desenvolvimento dos alunos que passaram por esta oficina.

A oficina citada acima teve o poder de fazer com que os estudantes compreendessem tais conteúdos de forma lúdica, coorporativa e interativa, deixando de lado o medo e receio de algumas manipulações aritméticas, generalizações algébricas ou interpretações geométricas.

Em linhas gerais, estimou-se que a pesquisa aqui apresentada sirva de subsídio para a reflexão de professores de matemática acerca do trabalho com as representações pictóricas e o modelo de barras na abordagem de álgebra com alunos do sexto e sétimo ano do ensino fundamental 2, para que, por meio das bases teóricas sugeridas e das análises realizadas, possam ser efetuadas relações contínuas entre teoria e prática de ensino na educação básica.

2. TEMA E CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

2.1 Tema

Este trabalho está inserido no ramo de “Resolução de Problemas em Matemática” onde abordou o método pictórico para explorar o modelo de barras, mais conhecido como matemática de Singapura.

O tema é bem amplo, logo não será possível retratar todos os aspectos sobre o mesmo, desta maneira delimitamos as análises para alunos do sexto e sétimo ano do ensino fundamental anos finais.

Desta forma o título deste trabalho de conclusão de curso é: Resolução de Problemas Através do Método Pictórico: Explorando o Modelo de Barras.

2.2 Objetivo Geral

Esta pesquisa visa verificar a efetividade do modelo de barras no processo transitivo Aritmética-Álgebra por meio de oficinas que unam a metodologia de resolução de problemas e o método de barras.

2.3 Objetivos Específicos

- Realização levantamento bibliográfico sobre a metodologia de resoluções de problemas.
- Realização levantamento bibliográfico sobre estratégias didáticas inovadoras.
- Levantamento de literatura sobre o método de barras e a matemática de Singapura, bem como suas contribuições para a pré-álgebra.
- Realização de uma avaliação diagnostica dos conhecimentos algébricos, aritméticos de um grupo de alunos da escola escolhida para a realização deste trabalho.
- Elaborar e selecionar problemas algébricos, desde os mais elementares aos mais elaborados em nível elementar.
- Analisar as impressões da aplicação das atividades antes e depois da pesquisa.
- Realização de oficinas sobre o modelo de barras.

2.4 Problema de Pesquisa

A questão em pesquisa ficou alinhada da seguinte forma:

"De que forma a metodologia de ensino de matemática através das representações pictóricas, subordinadas pelo modelo de barras podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Aritmética e Álgebra de forma integrada no ensino fundamental?"

Em consonância com o problema descrito acima, buscamos verificar como o método de barras pode contribuir efetivamente na transição da aritmética para álgebra, caso exista esta transição, e sua efetividade positiva ou negativa para os alunos que estão sendo subordinados para a pesquisa.

2.5 Hipóteses

A integração da Aritmética e Álgebra, juntamente com a metodologia de ensino citada, proporcionará ao aluno uma visão do que seja o verdadeiro sentido da matemática, fazendo com que os estudantes compreendam tais conteúdos de forma lúdica, coorporativa e interativa, deixando de lado o medo e receio de algumas manipulações aritméticas e generalizações algébricas, contribuindo para o desenvolvimento de competências e habilidades e instigando os alunos a conhecerem outros meios para se resolver um problema, situação problema ou exercício.

2.6 Justificativa e Relevância do Tema

Ensinar matemática nunca foi tão difícil quando se trata da transição Aritmética-Álgebra, os alunos criam uma euforia ao saber que letras podem representar números, podendo chegar a um colapso quando descobrem que as letras podem não ser apenas um número, mais uma família deles. Se é difícil para os professores? Será que é fácil para os alunos?

Para Matos (2001):

> Alunos e professores encontram dificuldades no processo ensino-aprendizagem da matemática, as quais são muitas e conhecidas. Por um lado, o aluno não consegue entender a matemática que a escola lhe ensina, muitas vezes é reprovado nesta disciplina, ou então, mesmo que aprovado, sente dificuldades em utilizar o conhecimento "adquirido", ou seja, não obtém muito sucesso (MATOS, 2001, p. 18).

A matemática por si mesma tem seu grau de engenhosidade, então cabe aos responsáveis pelos processos educacionais, estudar possibilidades de simplificar este processo.

Fragoso (2001) trata esta temática por meio da seguinte charge:

Figura 01- O medo da Matemática

FRAGOSO, T. O Medo da Matemática. 2001.

Os modelos algébricos são maravilhosos e simplificam, de forma inusitada, a vida de qualquer pessoa que tenha algum “problema” a ser resolvido, porém, no Brasil é uma das maiores dificuldades dos alunos e todos que compõe o ambiente escolar não podem e não devem tratar isto como normal. Quando se ignoram as dimensões educativas que eles têm, como uma forma vitoriosa de estimulação, a vida social e a atividade construtiva da criança ficam em prejuízo (KISHIMOTO, 2001).

3. O PROCESSO TRANSITIVO ARITMÉTICA-ÁLGEBRA

Neste capítulo iremos denotar os processos de transição Aritmética-Álgebra, bem como, caracterizar seus autores e como funciona este processo tanto para os docentes, quanto para os discentes.

3.1 QUEM SÃO OS INDIVIDUOS COGNITIVOS NESTE MOMENTO?

A pré-álgebra é fase em que ocorre um momento transitivo entre o pensamento aritmético, puramente numérico, que perdura desde as séries iniciais, e o pensamento algébrico, de abstração e generalizações. Segundo a BNCC (2019) é no 7º ano da Educação Básica que dar-se-á início aos estudos de uma matemática mais formal, simbólica e composta de uma linguagem própria.

Durante o 6° ano do ensino fundamental, a maioria dos alunos ainda não tem uma noção do que seja a álgebra propriamente dita.

> “Alfabetizar algebricamente os alunos no Ensino Fundamental tem sido cada vez mais desafiante. As dificuldades desse processo provêm da forma já pronta de como a álgebra é introduzida aos alunos, fazendo com que esses não saibam como aplicá-la de modo significativo.” (SORTISSO, 2011, p. 1)

Os alunos que estão submetidos a este processo chegam a encarar a aritmética e a álgebra como conteúdos isolados e bastante heterogêneos. Os alunos, desde os anos iniciais, encontram números como resultados de questões de matemática, então, é natural pensar que não é fácil entender que tais expressões também podem nos gerar incógnitas como resultados.

Conforme Lins e Gimenez (1997), na matemática escolar existe uma prática, que perdura por longos anos, que para aprender álgebra é necessário ter como pré-requisito ensinamentos de aritmética, estes autores, já em 1997, apresentaram pensamentos de que a aritmética e a álgebra devem ser aprendidas juntas, então, nossos alunos, que estão neste processo de transição, segundo Lins e Gimenez, nem deveriam estar em transição, pois, se ensinarmos álgebra juntamente com a aritmética, quando a álgebra tomar bastante espaço na vida escolar destes alunos, isto não terá um peso significativo.

Todo professor de matemática já passou por uma situação onde o aluno diz: "professor, não consegui entender com letra, pode dar um exemplo numérico?", fizemos isto quando crianças, nossos filhos tem grande probabilidade de fazer, até mesmo nossos netos, se algo não mudar no ciclo educativo em matemática, continuaremos com aulas enfadonhas que não retém a atenção dos alunos e muito menos ensinam, as vezes, chegam até atrapalhar. Por isso, "[...] é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra". (LINS e GIMENEZ, 1997, p.10).

É possível trabalhar aritmética juntamente com a álgebra, não é uma tarefa trivial, muito menos imediata, porém, se conseguirmos pesquisar e aplicar meios auxiliares de colocar em prática a álgebra em consonância com a aritmética, após a aplicação, duas pessoas dormirão tranquilos esta noite, você, professor, e seu aluno.

3.2 O professor e a transição.

É notória a dificuldade dos professores quando é chegado o momento da transição da aritmética para a álgebra, com isto, os insucessos em sua maioria dar-se-ão ao professor.

> "[...] O professor medeia à relação ativa do aluno com a matéria, inclusive com os conteúdos próprios de sua disciplina, mas considerando o conhecimento, a experiência e o significado que o aluno traz à sala de aula, seu potencial cognitivo, sua capacidade e interesse, seu procedimento de pensar, seu modo de trabalhar."Libâneo (1998, p.29)

É necessário então, que os professores busquem alternativas para facilitar este processo de transitivo, sendo assim, ele chegará em seu objetivo, o que na maioria das vezes, é chamar a atenção de alunos para que os mesmos tenham uma nova visão da aritmética em forma de álgebra. "Como educadores, devemos priorizar sempre as relações sociais e afetivas, para desenvolver habilidades cognitivas, respeitando diferenças individuais, na formação integral de cada aluno." (SILVA, 2008, p.11).

Devido ao excesso de dificuldade de sair da aritmética para a álgebra, ainda no ensino fundamental, é frustrante tanto para o aluno, quanto para o professor, sendo assim, cabe ao professor respeitar e ampliar todo conhecimento adquirido pelos alunos anteriormente, e em sintonia com isto, construir conhecimento da melhor forma possível para que não haja complicações futuras.

.

> "A exposição interrogada gera a dúvida, a dúvida gera o estresse positivo, e este estresse abre as janelas da inteligência. Assim formamos pensadores, e não repetidores de informações". Cury (2003, p.127)

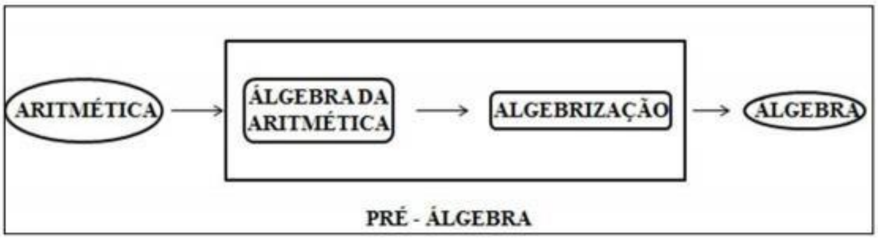
A interação do professor e do aluno devem ser continuas, haja vista, que quando o aluno tem um determinado grau de liberdade em sala de aula, para resolver exercícios e tirar dúvidas, ele passará a interagir mais e novas dúvidas começarão a surgir e os pensamentos serão ampliados. "Na educação, as ações devem ser efetivas e sistemáticas para obtermos bons resultados" (SILVA, 2008, p.11), em qualquer hipótese, é preciso não esquecer que os estudantes é que devem ter o papel mais ativo em sala de aula, o professor deve desempenhar o papel de um mediador, com muita compreensão e vontade de ensinar.

Se a transição, caso o professor acredite que a aritmética e a álgebra são coisas distintas, não for feita de forma significativa, teremos sérios problemas futuros, comprometendo então a matemática que será compartilhada aos alunos próximos anos letivos.

O ensino de matemática através da resolução de problemas pode revolucionar o processo de aprendizagem, bem como, guiar o professor durante sua jornada de ensino, haja vista que a engenhosidade na obtenção da solução de um problema matemático possui um valor estético intrínseco, impulsionando os alunos a querer conhecer cada vez mais o universo que a matemática pode nos proporcionar.

Queiroz (2014) elaborou um quadro para melhor compreensão deste processo transitivo, relacionando a aritmética e a álgebra.

Figura 02- Pré- Álgebra



Fonte: Elaborado por Queiroz (2014)

3.4 O Pensamento Algébrico

O pensamento algébrico aflora nos alunos desde os anos iniciais, embora muitos matemáticos, educadores matemáticos ou pedagogos tenham visões diferentes a respeito do pensamento algébrico, nesta sessão veremos o que alguns teóricos trazem a respeito disto.

> A concepção da compartimentação, do isolamento entre esses dois domínios, pode ser bem expressa pela existência de uma "pasta" para a aritmética e outra para a álgebra. "É preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra" (Lins e Gimenez, p. 10, 1997)

Enquanto processos matemáticos, a álgebra e a aritmética precisam ser desenvolvidas a partir do desencadeamento dos processos de abstração e generalização. Tanto os conceitos aritméticos quanto os conceitos algébricos necessitam de uma representação e de uma lógica matemática que possibilite sua elaboração. De acordo com Lins e Gimenez (1997), entende-se que a álgebra, a aritmética e a geometria constituem os alicerces da matemática escolar relativamente ao ensino fundamental. Ensinar álgebra é possibilitar a formação do pensamento algébrico do indivíduo; como professores, concordamos com essa premissa.

Ao pensar como se desenvolve esse pensamento nos alunos nos Anos Iniciais de escolaridade, Blanton e Kaput o definem como:

> ... um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade (BLANTON E KAPUT, 2005, p. 413).

Estes autores o categorizam de quatro formas:

> ... o uso da aritmética como o domínio da expressão e formalização da generalização (aritmética generalizada); a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais (pensamento funcional); a modelação como um domínio para a expressão e formalização das generalizações; e a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413).

Seguindo a linha de Raciocínio de Blanton e Kaput, quando o aluno utiliza a aritmética como domínio de expressão, podemos notar um avanço a respeito das formulações de ideias e familiarização com os números, bem como suas propriedades e generalizações operacionais.

Para os autores a Aritmética generalizada abrange as seguintes subcategorias:

- explorar propriedades e relações de números inteiros;
- explorar propriedades das operações com números inteiros;
- explorar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades;
- tratar o número algebricamente;
- resolver expressões numéricas com números desconhecidos,

Os alunos do sexto ano do ensino fundamental dois, após concluir os estudos de operações com números naturais e inteiros, com propriedades sólidas, a probabilidade dos alunos assimilarem expressões algébricas com incógnitas é alta, haja vista que durante as operações com números naturais os alunos veem a adição como operação inversa da subtração e a divisão com operação inversa da multiplicação, desta forma, a depender da visão do professor, existe espaço até mesmo para explorar equações de grau um de forma indireta, Ou seja, esta prática de aritmética implica em saberes algébricos de forma indireta

A outra categoria descrita por Blanton e Kaput (2005), o Pensamento Funcional lida diretamente com o conceito de variável, compreendendo cinco subcategorias:

- simbolizar quantidades e operar com as expressões simbólicas (usar símbolos para modelar problemas);
- representar dados graficamente;
- descobrir relações funcionais;
- prever resultados desconhecidos, usando dados conhecidos;
- identificar e descrever padrões numéricos e geométricos.

A existência de variações a respeito de descrições de processos, sejam elas, gráficas, aritméticas ou algébricas podem potencializar o pensamento algébrico dos alunos, haja vista, que o processo de irradiação do conhecimento caracterizado como funcional pode proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa.

4. Métodos de Ensino de matemática

Neste capítulo veremos algumas metodologias de ensino de matemática, suas características e relevância para educação básica, enfatizando que o método tradicional de ensino teve e tem um papel importante em qualquer ambiente educativo, porém, existem novos métodos de ensino e que nós, professores da educação básica devemos ter conhecimento sobre os mesmos.

4.1 Metodologias Ativas

Ensinar matemática utilizando metodologias ativas é um tanto inovador na contemporaneidade, conseguir atenção dos alunos tendo os mesmos como protagonistas na construção de seu próprio aprendizado é um desafio nos dias atuais, tanto para os alunos, quanto para os professores.

Segundo Moran (2014), as metodologias ativas incorporam a participação ativa dos alunos no seu aprendizado de maneira híbrida, isto é, as metodologias ativas são resultadas de uma combinação de dois ou mais elementos de aprendizagem, que possibilitam uma maior participação dos alunos.

Aprender de forma autônoma pode ser um grande desafio para os alunos, haja vista que durante todo seu percurso, desde os anos iniciais do ensino fundamental, os alunos presenciam aulas ministradas por métodos tradicionais, não que não seja válido, o método tradicional teve e tem uma posição relevante dentre as metodologias de ensino, porém é de grande satisfação introduzir novos meios de adquirir conhecimentos, pois, existem informações em diversos lugares, o grande papel dos alunos assistidos por metodologias ativas, é transformar estas informações em conhecimento.

"As metodologias ativas são estratégias didáticas no qual o processo de ensino e aprendizagem está centrado no estudante, dessa maneira o aluno participa de forma ativa, flexível e híbrida na aquisição do conhecimento." (VALENTE e MORAN,2018)

Assim, podemos trazer as metodologias ativas como um conjunto composto por estratégias de ensino as quais os alunos são o centro do processo de uma aprendizagem autônoma e participativa.

Mattar (2017) afirma que com a aplicação das metodologias ativas, os alunos tornam-se protagonistas no processo de ensino - aprendizagem, e, desta forma, são os principais responsáveis pelo seu próprio processo de aprendizagem.

Figura 03- Metodologias que são consideradas ativas.

Fonte: Autor desta pesquisa, 2020.

4.2 O que é um problema

Kantowski (1980) considera que um problema é uma situação com que os indivíduos a confronta através de procedimentos ou algoritmos que os conduzam a uma solução ou para uma descoberta.

Os problemas podem ser considerados bons, onde as pessoas que os resolvem os transformam em simples exercícios. Ou considerados frustrantes quando o indivíduo que estar resolvendo não consegue explora-lo da forma correta.

Já as Normas do Conselho Nacional dos Professores de Matemática (NCTM, 1991, p.11) referem que:

> "um problema genuíno é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja como insolúvel."

Krulik e Rudnik (1993) diferenciam, Questões, Exercícios e Problemas, vejamos a seguinte tabela:

Quadro 01- Questões, Exercícios e Problemas.

Questões	São situação que apelam à capacidade de memória.
Exercícios	Situações em que é necessário treinar ou reforçar algoritmos já aprendidos.
Problemas	Situações onde é necessário raciocinar e sintetizar o que já foi aprendido.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Considerando as ideias de Krulik e Rdnik (1993) podemos observar com a prática da sala de aula que uma mesma situação pode ser considerada Problemas para uns e exercícios para outros, vejamos a seguinte situação fictícia:

- Uma televisão foi anunciada por 1.000 reais, porém, para pagamentos avista o cliente receberá um desconto de 10%, desta forma o cliente optou pela opção de pagamento avista, desta forma determine o quanto esta pessoa economizou ao comprar o aparelho televisor.

Esta situação pode ser caracterizada como exercício para pessoas que conhecem a teoria de porcentagem e conseguem alinha-la a prática, como também pode ser considerada um problema para pessoas que não conhecem porcentagem.

Para que os problemas sejam interessantes e prendam a atenção dos alunos, eles devem conter, na maioria dos casos, as seguintes características:

- Ser interessante.
- Ser adequado.
- Ser problemático.

Quando um problema é interessante o aluno vai, de forma motivadora, desvendando-o de forma a explorar todos os aspectos presentes no problema.

Quando um problema é adequando ele respeita as limitações dos alunos, sendo propostos em momentos adequados, relacionando os conhecimentos que o aluno já tem com novos que podem ser construídos através do problema proposto.

Quando um problema é problemático os caminhos para as soluções são engenhosos e sua solução não está inteiramente visível.

4.3 Ensino de matemática através da resolução de problemas

O foco deste trabalho é resolver problemas matemáticos, porém precisamos compreender que podemos ensinar matemática para resolver problemas ou podemos ensinar matemática através dos problemas.

Para Quaranta e Wolman (2006) a resolução de problemas é uma atividade indispensável para construir o sentido dos conhecimentos. Desta forma, ensinar matemática através dos problemas pode propiciar uma aprendizagem significativa.

Os problemas, para serem caracterizados como problemas matemáticos, precisam em sua composição, abordar aspectos cognitivas que levem ao aluno um teor de investigação e exija dos mesmo um raciocínio matemático para encontrar uma resposta a determinada questão.

Para Chamarro e Vecino (2003), os problemas trazem possibilidades de construção de conhecimentos matemáticos e de modelização de situações que ajuda a compreender o mundo que nos rodeia. Assim, podemos ratificar que os problemas são fontes primárias do saber matemático e podem desencadear uma serie de aprendizados quando explorados e não apenas resolvidos.

Pozo (2002) refere que o componente externo da aprendizagem é aquilo que o professor propõe aos alunos. Deste modo, os problemas que ensinam matemática também estão ligados aos professores, haja vista que o professor, como mediador, irá selecionar problemas a serem explorados, que tenham significados e que promovam motivações.

“Os estudantes só se sentirão motivados a aprender Matemática, quando perceberem que não estão aprendendo a matemática pela Matemática” (FERREIRA, 2009, p.4) Aprender matemática pela matemática não é função de nossos alunos da educação básica, é dever dos alunos da academia de matemática, que cursam matemática para aprender a matemática propriamente dita.

O professor de matemática precisa de um bom critério para selecionar problemas que satisfaçam o que foi dito nas sessões anteriores. Situações problemas são ideais para conectar tudo que foi dito nas sessões acima, pois, em suas essências, os alunos irão explorar situações mais próximas possíveis de suas realidades, com elementos presentes em seu cotidiano que podem despertar interesse em aprender a matemática proposta pelo professor.

Segundo Dante (2003, p. 20)

> Situações-problema são problema de aplicação que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a Matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse.

Como destacado anteriormente, trabalhar com métodos diferentes do tradicional requer mais trabalho para o professor, pois, o mesmo irá trabalhar cuidadosamente selecionando materiais didáticos, incluindo as situações problemas, de modo a desencadear o interesse do aluno a aprender a resolver problemas matemáticos. Dante (1995, p.84) também destaca que:

> Aprender a resolver problemas matemáticos deve ser o maior objetivo da instrução matemática. Certamente outros objetivos da Matemática devem ser procurados, mesmo para atingir o objetivo da competência em resolução de problemas. Desenvolver conceitos matemáticos, princípios e algoritmos através de um conhecimento significativo e habilidoso é importante. Mas o significado principal de aprender tais conteúdos matemáticos é ser capaz de usá-los na construção das soluções das situações-problemas.

Assim, ensinar matemática através dos problemas podem potencializar o aprendizado matemático, aliado ao cotidiano, de forma lúdica e que prenda a atenção dos alunos, com problemas que respeitem o processo cognitivo dos mesmos, de modo a propiciar um ensino significativo, abrangente e exploratório.

“A resolução de problemas deve ser o foco central do currículo de matemática. A resolução de problemas não é um tópico distinto, mas um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas.” (NTCM, 1994, p. 29) Assim, é importante ratificar que o método de resolução de problemas não consiste apenas em resolver problema, pois o mesmo é abrangente, bem articulado e busca a promoção de habilidades e competências de acordo com cada problema, aqui no Brasil, tomamos como base a BNCC.

Ponte (1992) retrata esta ideia, deixando claro que resolver problemas não é apenas chegar em uma solução.

> Para alguns, parece tratar-se essencialmente duma solução que poderá ajudar, quiçá de forma decisiva, a acabar com o insucesso no ensino desta disciplina. Para outros, a sua inclusão nas orientações curriculares constitui acima de tudo mais um problema que é 10 necessário considerar nas suas diversas implicações, incluindo o desenvolvimento de capacidades dos alunos e sua avaliação, e a formação do professor. (p. 95)

Embasado nos autores acima, fica notório que não existe uma fórmula mágica para resolver problemas, existe inúmeras formas para se chegar a um determinado resultado, inclusive a ferramenta de resolução de problemas tem o poder de descobrir talentos dentro da sala de aula.

4.4 Resolução de problemas segundo George Polya

Resolver problemas é o foco principal deste trabalho, porém necessitamos conhecer novas metodologias, pois, o método tradicional, muitas das vezes tornam as aulas enfadonhas e não conseguem prender a atenção de ninguém, desta forma é necessário pensar um novo método para expor nossas aulas.

A publicação de George Polya, em 1945, do livro “A arte de resolver problemas” apontou novos rumos para o ensino-aprendizagem em Matemática, ele estabeleceu fases para aplicação do método, e Siveira (2001) fez aberturas para guiar as fases de Polya, vejamos:

Roteiro para resolver problemas

I- Entenda o problema:

- Primeiro, você tem que *entender* o problema:

- Qual é a incógnita? Quais são os dados? Quais são as condições?

- É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes para determinar a incógnita? Ou são insuficientes? Ou redundantes? Ou contraditórias?

- Faça uma figura. Outra se necessário. Introduza notação adequada.

- Separe as condições em partes

II- Construa uma estratégia de resolução

Ache conexões entre os dados e a incógnita. Talvez seja conveniente considerar problemas auxiliares ou particulares, se uma conexão não for achada em tempo razoável. Use isso para "bolar" um plano ou estratégia de resolução do problema.

- Você já encontrou este problema ou algum parecido?

- Você conhece um problema semelhante? Você conhece teoremas ou fórmulas que possam ajudar?

- Olhe para a incógnita! E tente achar um problema familiar e que tenha uma incógnita semelhante

- Aqui está um problema relacionado com o seu e que você já sabe resolver. você consegue aproveitá-lo? você pode usar seu resultado? Ou seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar de modo a viabilizar esses objetivos?

- você consegue enunciar o problema de uma outra maneira?

- Se você não consegue resolver o problema dado, tente resolver um problema parecido. Você consegue imaginar um caso particular mais acessível? Um caso mais geral e mais acessível?

- Você consegue resolver alguma parte do problema? Mantenha apenas parte das condições do problema e observe o que ocorre com a incógnita, como ela varia agora? você consegue obter alguma coisa desde os dados?

- Você consegue imaginar outros dados capazes de produzir a incógnita? você consegue alterar a incógnita ou os dados, ou ambos, de modo que a nova incógnita e os novos dados fiquem mais próximos?

- está levando em conta todos os dados? E todas as condições?

III- Execute a estratégia

Frequentemente, esta é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tendem a pular para essa etapa prematuramente, e acabam dando-se mal. Outros elaboram estratégias inadequadas e acabam se enredando terrivelmente na execução.

- *Execute* a estratégia.

- Ao executar a estratégia, *verifique cada passo*. Você consegue mostrar claramente que cada um deles está correto?

IV- Revise

- Examine a solução obtida.

- Verifique o resultado e o argumento.

- Você pode obter a solução de um outro modo?

- Qual a essência do problema e do método de resolução empregado? Em particular, você consegue usar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Desta forma, neste trabalho iremos combinar situações problemas com o método de resolução de problemas para trabalhar álgebra com alunos que estão em processo de transição da aritmética/álgebra através de métodos pictóricos, realizando associações do concreto ao abstrato subsidiados pelo método de barras, mais conhecido como matemática de Singapura.

4.5 Resolução de problemas e a BNCC.

Quadro 02 – Objetivos de conhecimento e habilidades relacionadas a Resolução de Problemas/ Álgebra no 6° Ano do Ensino Fundamental.

Objetivos de conhecimento	Habilidades
Propriedades da igualdade	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Quadro 03 – Objetivos de conhecimento e habilidades relacionadas a Resolução de Problemas/ Álgebra no 7° Ano Ensino Fundamental.

Objetivos de conhecimentos	Habilidades
Linguagem algébrica: variável e incógnita	(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando

	estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. (EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.
Equações polinomiais do 1º grau	(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. (EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos. (EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. (EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. (EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Relacionando os objetivos de conhecimento para álgebra, com suas respectivas habilidades podemos encarar a elaboração dos exercícios, situações problemas e problemas, subsidiados pela BNCC, de modo que estes venham propiciar uma irradiação do que seja o verdadeiro sentido da matemática.

5. Ensino de Matemática através de métodos Pictóricos.

Neste capítulo iremos relatar o que são os métodos pictóricos, bem como relatar o que é a filosofia de ensino de Singapura, suas características munidas do método de barras, enfatizando que o método de barras não é a matemática de Singapura, assim, iremos relatar o método e resolver situações problemas através do mesmo.

5.1 O que são métodos pictóricos

É intuitivo pensar em pinturas e imagens quando ouvimos a palavra pictórico, afinal, esta é sua definição. Para pesquisadores na área de ensino de matemática, o método pictórico, ou mais conhecido como matemática de Singapura, é uma ferramenta bastante poderosa que pode potencializar o ensino de álgebra para os alunos da educação básica. Em muitos países o sistema de ensino já se adaptou ao método, países como Japão, Estados Unidos, Canadá e recentemente vem chegando ao Brasil, através da professora e pesquisadora Yuriko Baldin.

O método consiste em uma representação de problemas por barras que facilitem uma visão generalizada de problemas aritméticos ou algébricos, onde o estudante consegue, na maioria dos casos, resolver problemas de álgebra, mesmo sem conhecer uma linguagem algébrica propriamente dita. Este método ajuda na ampliação da capacidade de abstração dos alunos, deixando generalizações mais intuitivas e interessantes.

O método pictórico também conhecido como Matemática de Singapura tem sido aplicado há algum tempo em países como Singapura, Japão, Estados Unidos e Canadá e está chegando ao Brasil, especialmente através da pesquisadora Yuriko Baldin. O método consiste, em parte, em uma representação do problema por barras que facilitam a visualização e a comparação de informações numéricas. Uma das vantagens do método é ajudar no pensamento genérico e na abstração. Analisando livros americanos sobre o método, encontra-se uma justificativa para o espaço que tem alcançado no cenário internacional:

Malta e Lopes (2018) estudaram diversos livros americanos sobre o método de barras e encontraram uma justificativa para o espaço internacional que o método vem alcançando.

> The math curriculum in Singapore has been recognized worldwide for its excellence in producing students highly skilled in mathematics. Students in Singapore have ranked at the top in the world in mathematics on the Trends In International Mathematics and Science Study(TIMSS) In 1993, 1995, 2003, and 2008. Because of this, Singapore Math has gained in interest and popularity in the United States. Singapore Math curriculum aims to help students develop the necessary math concepts and process skills for everyday life and to provide students with the ability to formulate, apply, and solve problems. Mathematics in the Singapore Primary (Elementary) Curriculum cover fewer topics but in greater depth. Key math concepts are introduced and built-on to reinforce various mathematical ideas and thinking. Students in Singapore are typlcally one grade level ahead of students in the United States.[4]

Nesta citação, autores Americanos afirmam que os estudantes de Singapura, por estarem conectados diretamente com o método estão um nível a frente dos alunos Americanos.

O currículo de Matemática de Singapura visa ajudar os alunos a desenvolver os conceitos matemáticos necessários e habilidades de processo para a vida cotidiana e para fornecer aos alunos a capacidade de formular, aplicar e resolver problemas, assim, em Singapura o método de barras é utilizado como ferramenta para ensinar matemática desde os anos inicias, buscando promover uma ligação direta da matemática com o cotidiano.

Desta forma, resolver problemas através do método pictórico pode nos proporcionar um resultado excelente, haja vista, sua forma inovadoras e instigadora de tratar os problemas, não é uma tarefa fácil, pois que aqui no Brasil os alunos ja estão acostumados com o método tradicional, porém, como professores, não devemos nos ater somente a um dos caminhos, e sim inovar e testar novas possibilidades, ocasionando um avanço na educação Brasileira.

“A aprendizagem da matemática não se limita apenas à apreensão de conceitos e técnicas para posteriormente usar em estudos de novos conceitos ou técnicas (mais avançados) ou em simples aplicações na vida prática” (Ponte, 1992, p. 95). A aprendizagem pode ser dinâmica, participativa e inclusiva, e as representações pictóricas apresentam tais características para promover uma aprendizagem sólida, interdisciplinar e que o aluno consiga fazer associações e comparações em seu cotidiano utilizando a linguagem matemática.

5.2 A Matemática de Singapura

Dotti (2016), orientanda da pesquisadora Yuriko Yamamoto Baldin que aqui no Brasil tem feito um excelente trabalho a respeito da matemática de Singapura, destaca que em oportunidades de leituras para conhecer a matemática de Singapura notou que não se trata apenas de métodos de ensino de matemática e sim de um grandioso sistema de ensino que permite aos estudantes obter os excelentes resultados em avaliações internacionais.

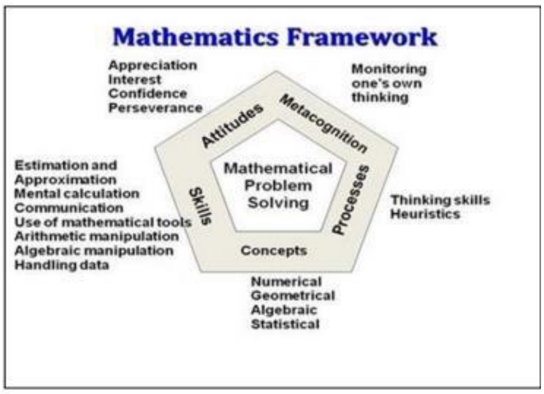
Dotti (2016) destaca que:

> o excelente desempenho em matemática que os alunos de Singapura vêm obtendo nos exames internacionais levou pesquisadores matemáticos a investigar o material didático de Singapura e descobrirem assim a riqueza deste material, que possui uma abordagem simples e eficaz. Perceberam a filosofia que há por trás da Matemática de Singapura, que possui uma estrutura lógica, um currículo coerente e foca nas habilidades necessárias para uma aprendizagem efetiva dos estudantes nos anos do Ensino Fundamental. Em particular o sucesso na aprendizagem da álgebra chama a atenção para a metodologia da Matemática de Singapura. (p. 09)

Desta forma, é importante salientar que, aqui no Brasil, por mais que surjam dificuldades, a matemática de Singapura pode se instalar ao menos que em partes, haja vista a dedicação de vários professores e pesquisadores que dedicaram parte de sua vida para incrementar e melhorar a educação Brasileira.

Para Queiroz (2014) a matemática de Singapura é uma filosofia de ensino que não pode ser confundida com o método de barras, se por um lado a matemática dos livros de Singapura traz uma cadeia de métodos para ensinar matemática, por outro o modelo de barras, contido neles, é uma das técnicas que o modelo descreve, além de ser a mais conhecida.

Figura 04- Matemática de Singapura



Fonte - http://lysigrey.wikispaces.com/Mathematics+Framework

Podemos notar que a metodologia de resolução de problemas estar no centro da filosofia da matemática de Singapura, assim como neste trabalho, onde buscamos resolver problemas e agregar conhecimento através dos mesmos, utilizando representações pictóricas e explorando o modelo de barras com foco na pré-álgebra e na álgebra.

5.3 O Método de Barras

É um método que permite a aprendizagem da matemática, e não apenas a sua memorização. Este método é uma representação pictórica por meio de barras, onde através dela podemos introduzir os números inteiros, realizar adições e subtrações, enxergar as operações inversas e o principal, que é o foco deste trabalho, a compreensão da álgebra através da aritmética.

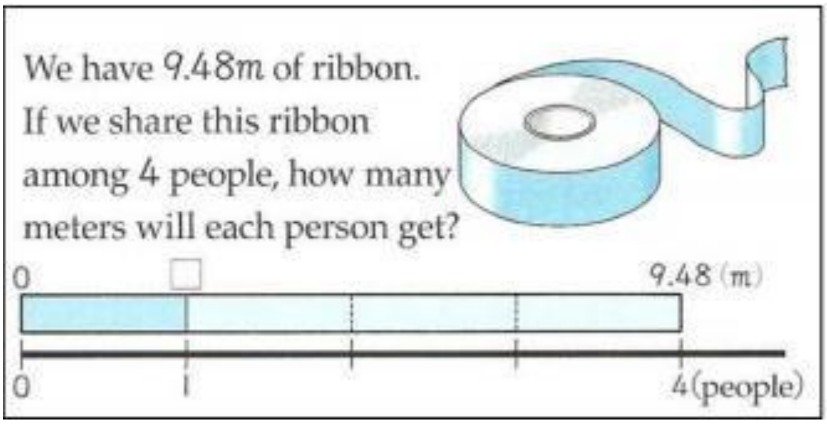
“O pensamento numérico deveria crescer de maneira contínua para desenvolver um pensamento algébrico, mantendo os significados do pensamento numérico adquirido.” (BALDIN, 2018, p. 34) Seguindo a linha de raciocínio de Baldin, a Aritmética e a Álgebra podem caminhar de mãos dadas, haja vista que um individuo que tem o pensamento numérico, por correspondência desenvolve o pensamento algébrico.

É importante destacar que o modelo de barras não é exclusivamente da matemática de Singapura, pois, também é encontrado a utilização do modelo em livros didáticos do Japão e também no Brasil.

Queiroz (2014) traz duas figuras como exemplos de utilização do modelo em livros Japoneses e Brasileiros.

“ Na figura abaixo temos um exemplo retirado de um livro didático japonês, *mathematics for elementary school 4b*, onde é utilizado este modelo.” (QUEIROZ,2014,p.40).

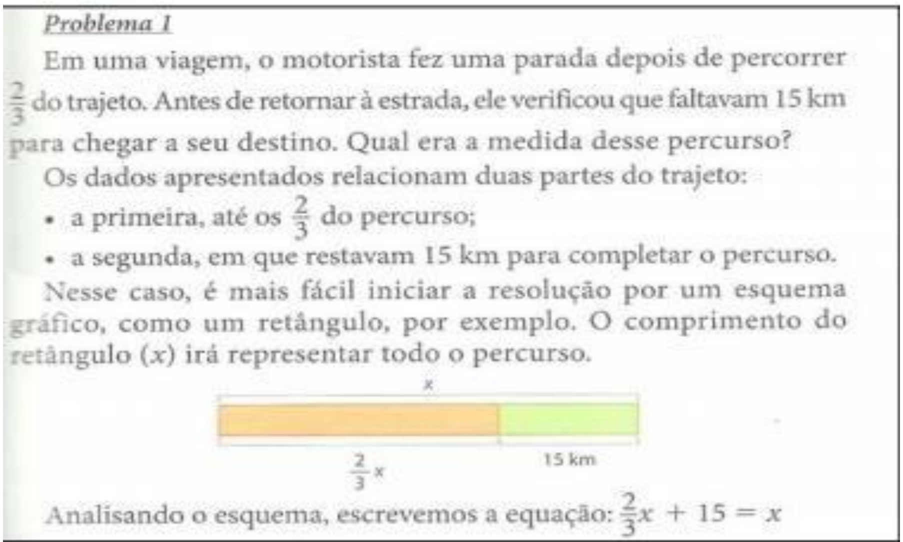
Figura 05- Modelo de barras no livro didático japonês



Fonte: Queiroz, 2014, p.40

No Brasil é comum autores relacionar álgebra de forma pictórica, ilustrando imagens do processo de resolução através de barrinhas, as mesmas utilizadas para o ensino de frações, Queiroz (2014) destacou um exemplo da editora moderna.

Figura 06- Modelo de barras no livro Araribá matemática



Problema 1

Em uma viagem, o motorista fez uma parada depois de percorrer $\frac{2}{3}$ do trajeto. Antes de retornar à estrada, ele verificou que faltavam 15 km para chegar a seu destino. Qual era a medida desse percurso?

Os dados apresentados relacionam duas partes do trajeto:

- a primeira, até os $\frac{2}{3}$ do percurso;
- a segunda, em que restavam 15 km para completar o percurso.

Nesse caso, é mais fácil iniciar a resolução por um esquema gráfico, como um retângulo, por exemplo. O comprimento do retângulo (x) irá representar todo o percurso.

Analisando o esquema, escrevemos a equação: $\frac{2}{3}x + 15 = x$

Fonte: Queiroz, 2014, p. 41

Neste problema o autor relaciona de forma indireta o modelo de barras, pois, mesmo com toda estrutura para irradiar o modelo ele ainda retoma as equações convencionais, levando aos alunos uma sequência algébrica.

5.4 Como Resolver problemas utilizando o método de barras.

Situação problema A: Joaquim, pintor desde os 15 anos de idade, com uma vasta experiência em decoração de muros de faixada está ensinando dois aprendizes a pintar com tinta óleo, assim, Joaquim deu uma missão para os dois, que consistia em pintar um muro de x metros de comprimento, sendo que no primeiro dia o primeiro aprendiz pintou $\frac{1}{3}$ do muro sozinho, pois seu amigo faltou o serviço, no segundo dia os dois juntos pintaram $\frac{1}{2}$ do muro, desta maneira determine a fração do muro a ser pintada pelos dois aprendizes no terceiro dia de modo a completar toda pintura.

Solução:

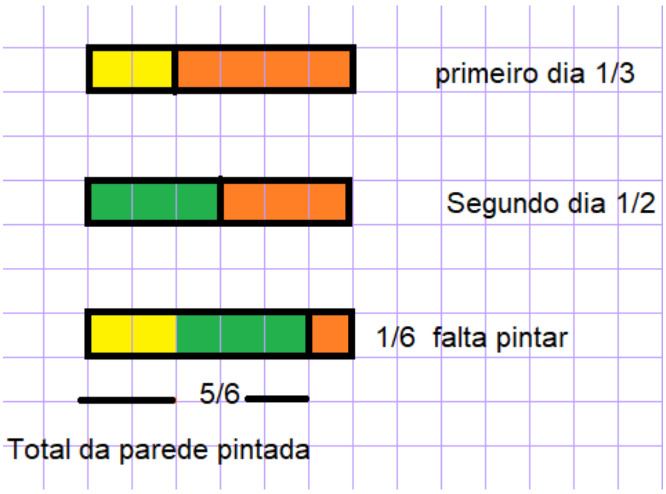
Estratégias algébricas não costumam combinar bem para a solução deste tipo de problema pelos estudantes que são alvo desta pesquisa, ao encarar a mistura entre letras e números o aluno pode desenvolver algum travamento que lhe conduza a alguma falha, vejamos:

$$x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{6}x$$

Assim, no terceiro dia os dois aprendizes devem pintar 1/6 do muro de comprimento x para terminar toda pintura.

Solução alternativa utilizando representações pictóricas do modelo de barras:

Figura 07- Solução da situação problema A utilizando a representação por barras.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Situação problema B: Marcos, artesão famoso, empreende no ramo de produção de cintos de couro para vaqueiros da região nordeste do Brasil, ele faz um cinto com 3/5 de um metro de couro. Quantos cintos do mesmo tipo poderão ser feitos com 18 metros de couro?

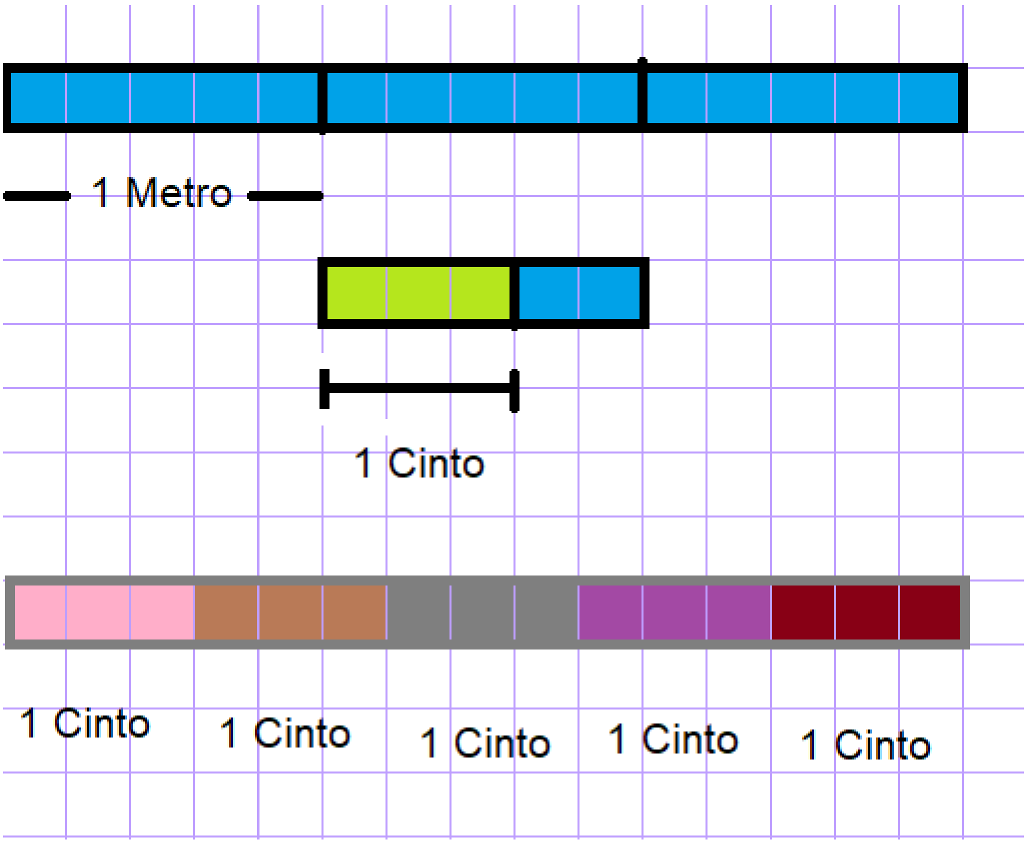
Solução algébrica:

Cintos	Metros de couro
1 unidade	3/5
X	18

$$\frac{1}{x} = \frac{\frac{3}{5}}{18} => \frac{3}{5}x = 18 => 3x = 90 => x = 30\ cintos$$

Solução alternativa:

Figura 08- Solução da situação problema B utilizando a representação por barras.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Esta representação conduz o aluno pensar: Se a cada 3 metros tenho 5 cintos, logo em 18 metros terei 30 cintos.

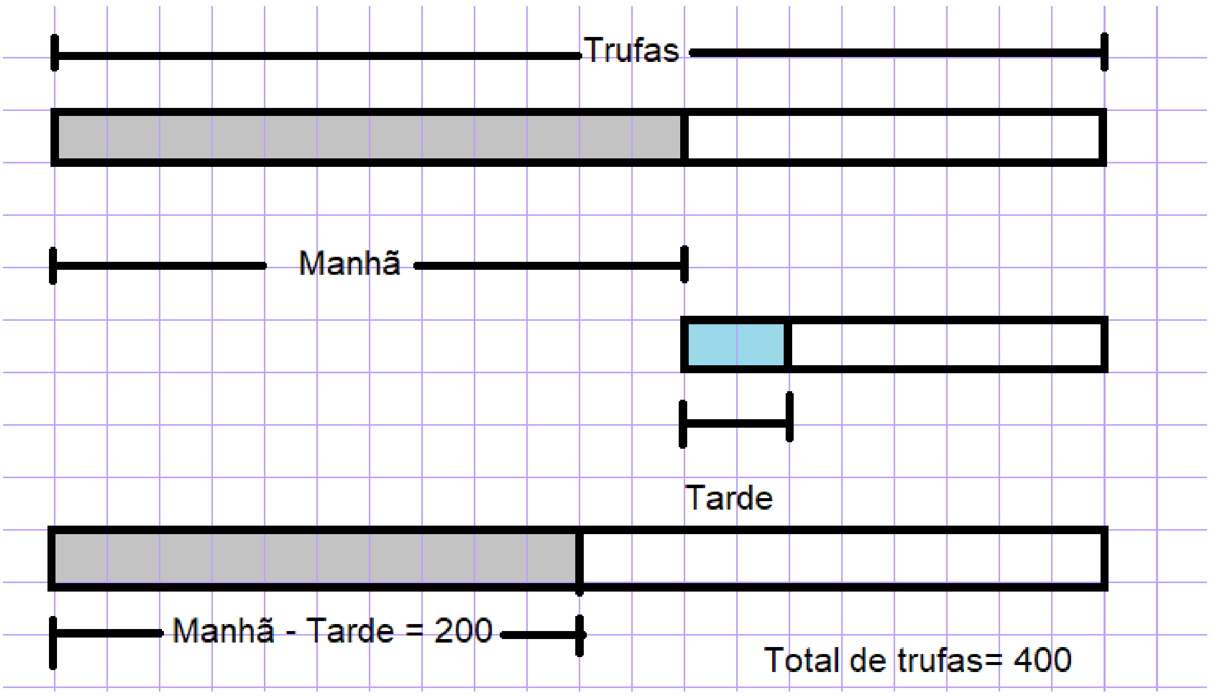
Situação problema C: Rita traz trufas para vender nos intervalos das aulas. Hoje Rita vendeu três quintos de suas trufas no período da manhã e um quarto do restante das trufas no período da tarde. Se Rita vendeu pela manhã 200 trufas a mais do que vendeu à tarde, quantas trufas Rita fez?

Solução algébrica:

$$\frac{3}{5}x = \frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}x\right) + 200 => \quad \frac{3}{5}x = \frac{1}{10}x + 200 => \; \frac{1}{2}x = 200 => x = 400$$

Solução Alternativa:

Figura 09- Solução da situação problema C utilizando a representação por barras.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Situação problema D: Sidney e Marcos possuíam juntos 131 cartões. Sidney possuía 2 cartões a mais do que Marcos. Quando Marcos perdeu alguns cartões, Sidney passou a ter o quádruplo dos cartões de Marcos. Quantos cartões Marcos perdeu?

Solução Algébrica:

1ª Etapa:

$s = Quantidade\ de\ cartões\ de\ Sidney$

$m = Quantidade\ de\ cartões\ de\ Marcos$

$s + m = 131$

$s = m + 21$

$pelo\ método\ da\ substituição, teremos: m + 21 + m = 131 => 2m = 110 => m = 55$

Logo, se m= 55, s= 76.

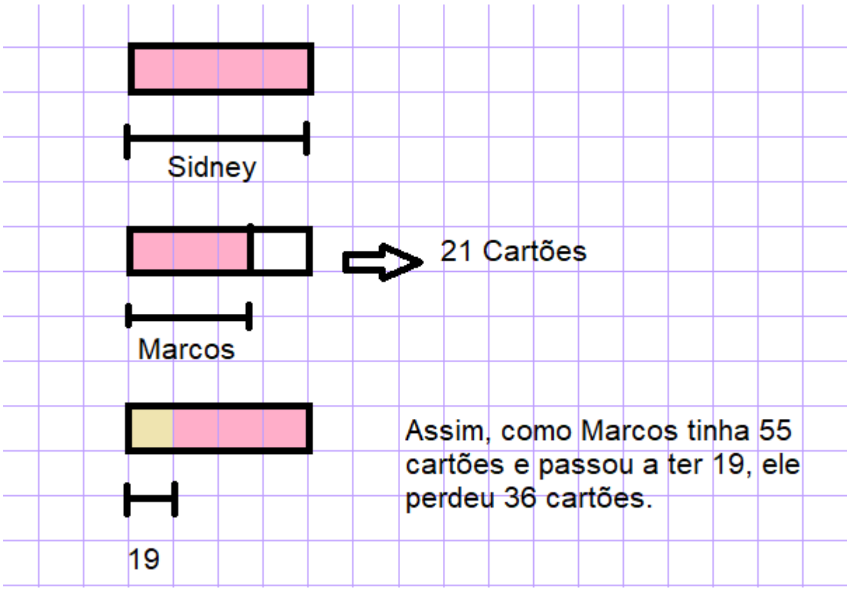
2° Etapa:

$Pelo\ enunciado, s = 4(m - x), assim: 76 = 4(55 - x) => 19 = 55 - x => x = 36$

Desta forma, Marcos perdeu 36 cartões.

Solução Alternativa:

Figura 10- Solução da situação problema D utilizando a representação por barras.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Situação problema E: Rita foi trabalhar e deixou uma bandeja de brigadeiros para seus três filhos com o seguinte bilhete: “Queridos, dividam igualmente esses brigadeiros que estou deixando. Beijos da mamãe” O primeiro filho chegou, pegou a terça parte que lhe cabia e saiu. Em seguida, o segundo filho chegou e não viu nenhum dos irmãos. Pensando que fosse o primeiro, pegou a terça parte dos brigadeiros que havia e saiu. Mais tarde, o terceiro filho encontrou 12 brigadeiros na bandeja. Acreditando que fosse o segundo, pegou metade e saiu. Quantos brigadeiros a mãe havia deixado para os três filhos?

(Clube de Matemática da OBMEP – adaptada por Rangel et al(2017)

Solução algébrica:

$$\frac{1}{2}\left[\left(\mathrm{x}-\frac{1}{3}\mathrm{x}\right)-\frac{1}{3}\left(\mathrm{x}-\frac{1}{3}\mathrm{x}\right)\right]= 6$$

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{2}{3}\mathrm{x}\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\mathrm{x}\right)\right]=6$$

$$\left[\left(\frac{2}{3}\mathrm{x}\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\mathrm{x}\right)\right]=12$$

$$\left[\left(\frac{2}{3}\mathrm{x}\right)-\left(\frac{2}{9}\mathrm{x}\right)\right]=12$$

$$\left[\frac{4}{9}x\right]=12$$

$$x=27$$

Ou simplesmente:

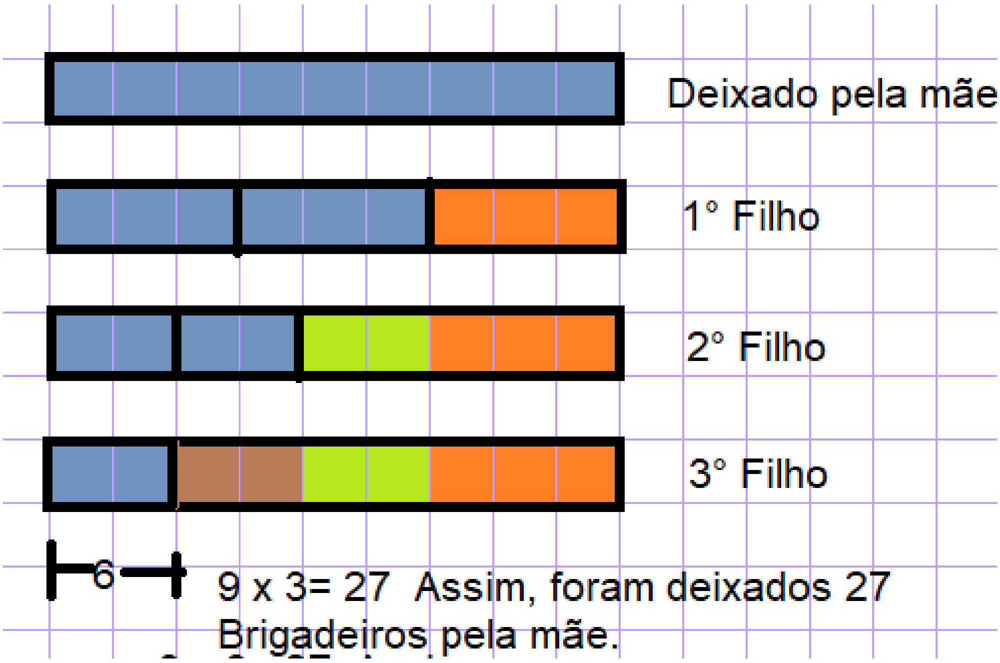
$$\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}x\right)\right]\right\}=6$$

$$\frac{4}{18}x=6$$

$$x=27$$

Solução alternativa:

Figura 11- Solução da situação problema E utilizando a representação por barras.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Resolver este tipo de problema não é nada fácil para alunos do sexto e sétimo ano, dos anos finais do ensino fundamental, qualquer professor da educação básica pode atestar esta afirmação. A representação algébrica é reconhecidamente desafiadora para o ensino da matemática nessa etapa da escolaridade (USINSKIN, 1994).

O modelo de barras nos permite a fugir de algoritmos ou de imitações. É comum seguir um certo padrão para resolver alguma situação proposta pela matemática, onde na maioria das vezes se mudarmos um parâmetro os alunos já não conseguem atingir o objetivo da atividade proposta.

Com o modelo de barras podemos fugir destes algoritmos e iniciar nosso pensamento algébrico, Rangel et al(2017) escreve que:

> É importante observar que a resolução de problemas pelo Modelo de Barras deve ser encarada como uma etapa (inicial) para a construção de um raciocínio algébrico. A resolução de problemas exige a habilidade de leitura e de compreensão do que se lê, estabelecer uma estratégia de resolução, efetuar os cálculos necessários e verificar a solução. O Modelo de Barras se faz presente na compreensão do que se lê, na construção de estratégia e no processo de cálculo. No

> entanto, é importante que os alunos sejam incetivados a também construir a linguagem algébrica e a representar e solucionar os problemas dessa forma.

Ancorado no que foi dito acima por Rangel et al(2017) e nos estudos supracitados, podemos enxergar o modelo de barras como ferramenta facilitadora para o desenvolvimento do pensamento algébrico, onde através dele, levamos aos alunos possibilidades de pensamentos, estabelecimento de estratégia de resoluções, bem como suas verificações.

6. Avaliação Quanti-Qualitativa

Neste capítulo iremos relatar como se deu a pesquisa, bem como resultados das análises obtidas ao realizar as oficinas.

6.1 Escolha dos Estudantes Participantes da Pesquisa

Como o processo transitivo Aritmética-Álgebra esta inteiramente ligado aos alunos do sexto e sétimo ano, as oficinas e análises ocorrerão com alunos de uma escola privada de Maceió, Alagoas, Brasil. Haja vista, a Pandemia do COVID-19 (*Coronavirus Disease* ou Doença do Corona Vírus) todas as aulas estão ocorrendo de forma remota, assim, as oficinas a serem ministradas serão realizadas pela plataforma *Microsoft Teams,* munido de toda uma estrutura de espelhamento de tela, caneta digital, gravações e outros recursos necessários.

Ainda quando estudante da graduação em Licenciatura em Matemática, percebi que as vezes se faz necessário adaptações quanto professor, reinventar-se a cada dia, com todos os dias sendo propícios a novas conquistas, onde as mesmas dependem de inúmeros fatores.

Este trabalho de conclusão de curso era para ser realizado de forma presencial, porém o ambiente atual não nos permite nenhuma forma de contato físico, assim, se fez necessário uma série de mudanças e adaptações para que todas as fases fossem concluídas com louvor.

A internet quando bem utilizada pode desencadear uma ramificação de conhecimentos sólidos, onde é possível ensinar matemática com qualidade e online, assim, o grande trabalho dos atores da educação será mediar a transformação das informações em conhecimentos, Borba (2011) aponta que:

> ...os alunos podem ser convidados a se tornarem mais ativos nos processos de aprendizagem e a rapidez da comunicação, característico da Internet, bem como a possibilidade de todos publicarem seus trabalhos, favorece o emprego de tal abordagem. Neste cenário, eles podem ser encorajados a produzir matemática da mesma forma que eles fazem com a Arte. Poderiam realizar performances matemáticas na Internet, expressando seus entendimentos e sentimentos acerca da matemática em performances matemáticas digitais.

Considerando o que foi dito por Borba (2011) podemos saber com clareza que sim, é possível ensinar matemática de forma online, no nosso caso de modo remoto.

6.2 Avaliação Diagnóstica

Realizar avaliações diagnósticas é interessante para professores da educação básica? Está é uma pergunta a ser refletida por todos que atuam como docentes, independentemente das disciplinas em que lecionam.

Para Ribeiro (2010):

> "É importante que os docentes tenham clara a definição de avaliação diagnóstica, que esta é o princípio da avaliação da aprendizagem dos alunos, que através dela serão diagnosticado dificuldades e posteriormente, sanar dificuldade e promover o desenvolvimento dos discentes, oferecendo recursos para reorientá-los a uma aprendizagem satisfatória"

Seguindo a linha de raciocínio de Ribeiro(2010) podemos ratificar que respeitar as limitações de nossos alunos é respeitar o título que carregamos consigo, ser professor não é uma tarefa fácil, assim como ser aluno também não é trivial, desta forma, como aluno e futuro professor sei da importância da avaliação diagnóstica, pois, é através dela que iremos planejar e guiar nossas aulas, respeitando as limitações, dificuldades e incrementando possibilidades ao processo de mediação do conhecimento.

Para Luckesi (2005):

> Para que a avaliação diagnóstica seja possível, é preciso compreendê-la e realizá-la comprometida com uma concepção pedagógica. No caso, consideramos que ela deve estar comprometida com uma proposta pedagógica histórico-crítica, uma vez que esta concepção está preocupada com a perspectiva de que o educando deverá apropriar-se criticamente de conhecimentos e habilidades necessárias à sua realização como sujeito crítico dentro desta sociedade que se caracteriza pelo modo capitalista de produção. A avaliação diagnóstica não se propõe e nem existe de uma forma solta e isolada. É condição de sua existência a articulação com uma concepção pedagógica progressista (LUCKESI, 2005, p.82).

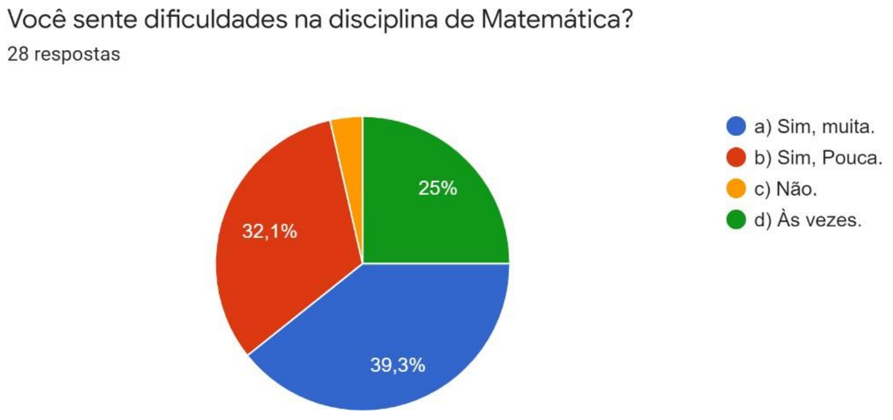
Se o processo de avaliar diagnosticamente for feito de forma correta estaremos contribuindo para uma democratização do ensino, novo pilares surgirão e haverá uma equidade no ato de aprender por parte dos alunos, desta forma, antes de selecionar os problemas a serem abordados nas oficinas, realizamos no primeiro encontro uma avaliação diagnóstica, como as oficinas ocorrerão de forma remota, a avaliação diagnóstica proposta para este momento também foi feita de forma online, através de um questionário hospedado no *google forms.*

O questionário que foi aplicado através do *google forms* está disponível em: https://forms.gle/jDr8ZkdgbRGNMUbh7, contendo onze questões que visavam compreender se estes alunos gostavam de matemática, se gostavam de aula interativas e suas dificuldades com relação a álgebra, aritmética e geometria.

A avaliação diagnóstica foi respondida por 28 alunos dos 32 que participaram efetivamente das oficinas desta pesquisa, 4 alunos não conseguiram responder por dificuldades ao acessar o formulário. O momento de resposta foi feito de forma acompanhada, por meio de uma conferência, explicando cada questão ou dúvidas ao decorrer da aplicação.

Analisando o questionário temos os seguintes dados:

Gráfico 01- Alunos que sentiam dificuldades em matemática



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Dos 28 alunos que responderam esta pesquisa, analisando o gráfico apresentado acima, podemos observar um equilíbrio entre alunos que sentem muitas/poucas dificuldades com matemática, porém é preocupante saber que a minoria não sente dificuldade, embora ter dificuldades não implique diretamente no processo de sucesso/ insucesso dos alunos na disciplina.

Segundo uma matéria da Tv Online SP e de acordo com o relatório De Olho nas Metas 2011, 89 % dos estudantes Brasileiros chegam ao final do ensino médio sem dominar o mínimo necessário, sujeitando o Brasil a uma desconfortável 57ª posição no ranking mundial de aprendizagem de matemática em uma lista de 65 países contemplados pelo Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa). Será que os responsáveis por estes dados são apenas os alunos ou de todos os responsáveis pelos processos educacionais?

Em matéria publicada, Blog Escola da inteligência e educação socioemocional relata estudos do movimento todos pela educação, onde consta a seguinte contribuição:

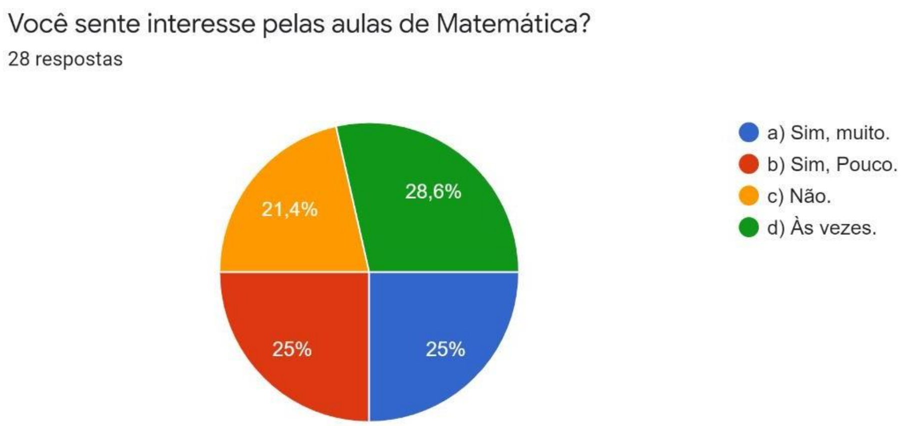
> conforme o relatório produzido pelo movimento Todos Pela Educação, apenas sete Estados conseguiram atingir metas de aprendizagem estabelecidas para 2009. O pior desempenho ficou com o Maranhão, com apenas 4,3% do alunado com conhecimentos satisfatórios no 3º ano do Ensino Médio. Na outra ponta, o Rio Grande do Sul ostentou o resultado menos terrível: 19,4% de estudantes com desempenho adequado. Mas não há qualquer motivo para comemoração, conforme o levantamento: a meta para o Estado era de 23,6% — ainda assim, um parâmetro bastante acanhado em comparação com o objetivo final de que, até 2022, sete em cada 10 alunos tenham aprendido o que é adequado para a série que cursam.

Este trecho é bastante preocupante para todos os professores comprometidos com a educação Brasileira, pois, se nossos alunos chegam ao fim da educação básica sem aprender o mínimo necessário o que fizemos durante 12 anos de nossas vidas?

Pontuando que as afirmações e indagações que foram feitas acima não servem para encontrar culpados, pois o professor do ensino médio culparia o professor do ensino fundamental anos finais, o professor do ensino fundamental anos finais apontaria a culpa para a professora do ensino fundamental anos iniciais, a professora dos anos iniciais apontaria como culpada a professora da educação infantil, a professora da educação infantil apontaria os pais como culpados e assim tornar um ciclo de culpas.

Os apontamentos feitos acima enfatizam a importância do dado coletado acima, segundo a avaliação poucos alunos relataram não sentir dificuldades constantes com matemática básica. O que demonstra uma necessidade de um maior acompanhamento destes alunos para que no Brasil a matemática venha evoluir, enfatizando que para isto é necessário a união de todos os responsáveis pelo processo educativos, todos os atores da função social da escola.

Gráfico 02- Interesse pelas aulas de matemática



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Neste resultado podemos destacar que mesmo com dificuldades com matemática os alunos responderam sentir interesses pelas aulas de matemática. Todos sabemos que a matemática, de forma natural, tem um grau elevado de engenhosidade, o que é um dos aspectos a serem considerados para os questionamentos feitos no gráfico anterior.

Gráfico 02- Interesse pelas aulas de matemática

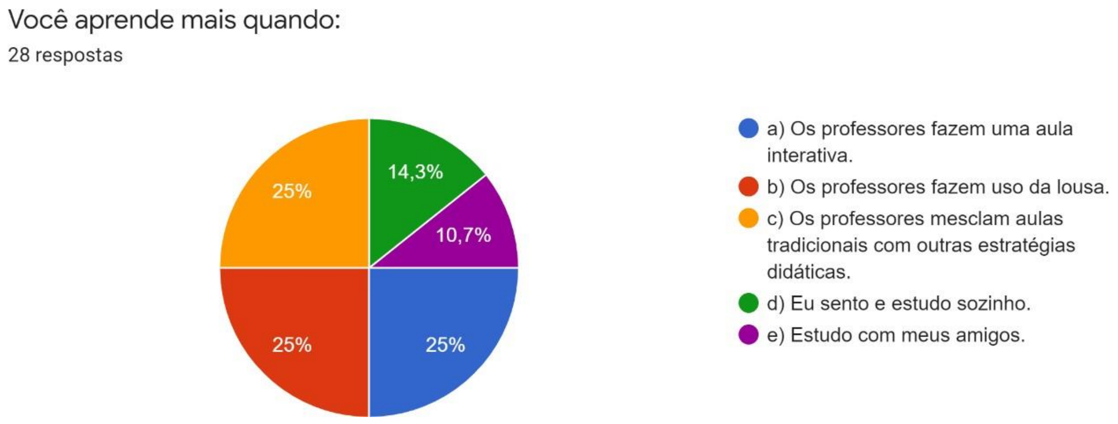
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

No decorrer da aplicação muitos alunos relataram não saber o que responder, pois, principalmente os alunos do sexto ano, relataram que não viveram tanto momentos com aulas diferentes, apenas aulas tradicionais com espelhamentos de mídia digital e lousa.

Aulas interativas podem prender a atenção dos alunos por mais tempo, o que torna a aula mais interessante tanto para os alunos quanto para os professores.

Existem várias possibilidades de aulas interativas, podemos destacar a modelagem matemática, o Modelo de Barras, Aprendizagem baseada em projetos, Aprendizagem baseada em problemas entre outras. Inclusive até a aula tradicional pode ser interativa. fazer aulas interativas não garantem o sucesso dos objetivos de aprendizagem, porém, cabe ao docente enquadrar suas aulas de modo que as mesmas venham satisfazem o melhor percentual possível de alunos e a avaliação diagnóstica, munida das experiências diárias podem guiar o docente.

Gráfico 04- O modelo de aulas



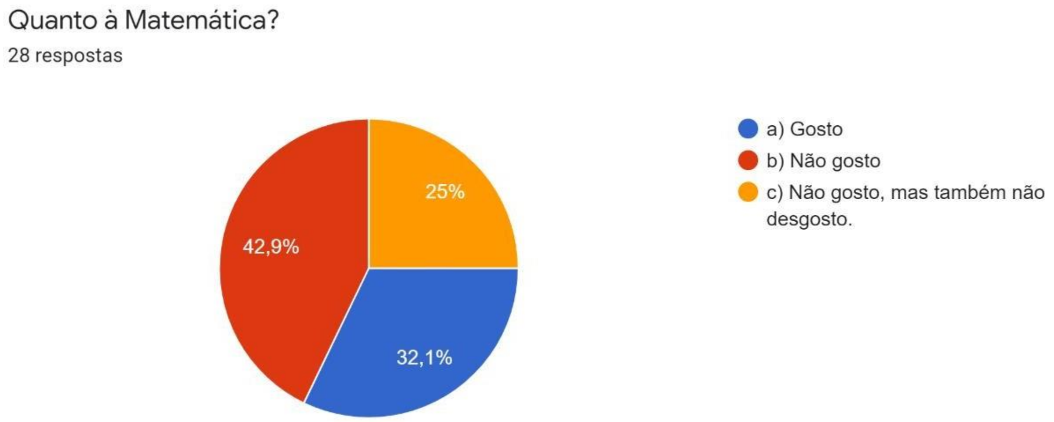
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Ter conhecimento sobre a preferência do modelo de aula que mais satisfazem as condições de concentração de nossos alunos podem potencializar o aprendizado, haja vista que o ambiente ficará participativo e satisfatório a todos que estão participando do processo de construção do conhecimento. “...ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção". (Freire, 1996, p.26)

Ensinar Matemática qualquer aluno da terceira série do ensino médio, que tenha domínio sobre a mesma, consegue. Porém ensinar provocando aprendizagem para o aluno, somente um professor é capaz. Por isso é fundamental o estudo de novos meios e incrementação de novas possibilidades no ambiente escolar.

"Embora nenhum de nós possa voltar atrás e fazer um novo começo, qualquer um pode começar agora e fazer um novo fim." (Chico Xavier - 1910/2002) Ser professor é carregar uma missão, difícil, cansativa e cheia de júbilo, pois, para um professor, nunca é tarde para reconstruir conceitos e se reinventar todos os dias.

Gráfico 05- Quanto à Matemática



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Dos alunos que responderam esta pesquisa, podemos notar que a maioria não gosta de matemática, caso comum dentro das salas de aula da educação básica, onde qualquer professor da educação básica pode atestar tranquilamente.

É comum ouvir que pessoas que gostam de matemática tem um dom, é muito inteligente ou nascem com uma certa aptidão, isto é verdade, porém são exceções. Qualquer pessoa pode gostar e aprender matemática, umas com um processo mais lento, outras mais rapidamente.

Algumas pessoas sentes um desinteresse enorme pela matemática e tudo que envolva a mesma, Prado (2000, p. 93) pontua a falta de: “atenção às aulas, atenção nos cálculos, base na matéria, interesse, tempo, treino e repetição, cumprir as tarefas de casa e acompanhamento dos pais”. São fatores determinantes para decidir o sucesso ou insucesso dos estudantes com a disciplina de matemática.

Na sexta questão de nossa avaliação diagnóstica foi indagado sobre a segurança no momento de resolver questões envolvendo matemática básica, abaixo iremos destacar as principais respostas obtidas.

Figura 12- Segurança e a Matemática Básica

Nas questões mais elementares eu consigo desenvolver bem, em questões mais detalhadas com mais contas eu me perco no conteúdo ou nas contas

1 resposta

Quando eu sei o que preciso usar é bastante aconchegante, por mais que minhas amigas digam que é ruim e minha professora é uma fofa

1 resposta

Por mais que eu goste de Matemática e dos professores que tive eu as vezes não consigo fazer as atividades e fico triste e vou achando que não sou de exatas

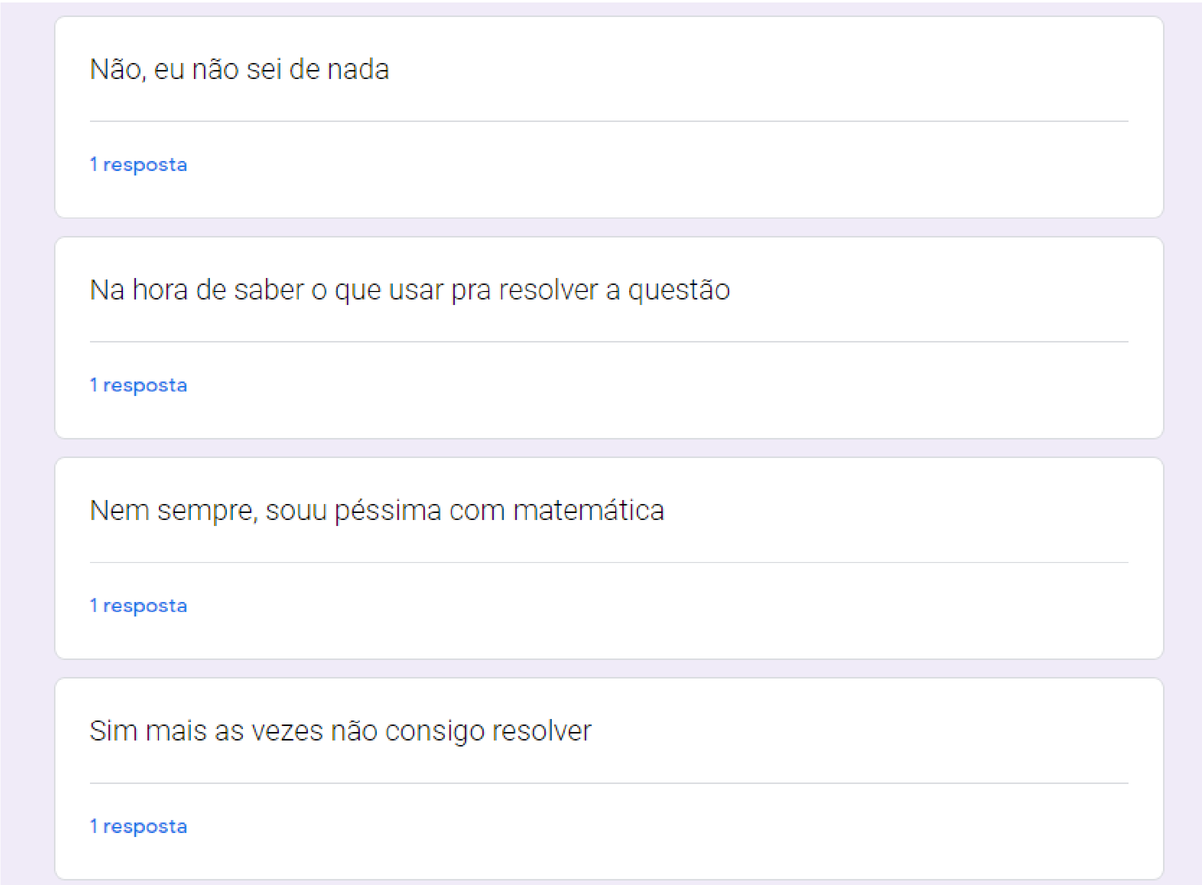
1 resposta

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Podemos verificar que os alunos apontam que sentem dificuldades em questões mais elaboradas, possivelmente na parte de interpretação textual, ou relacionar os dados das questões, até mesmo fazer o processo do tratamento da informação.

Outra aluna destaca que gosta de matemática e dos professores, porém ela afirma que as vezes não consegue resolver os problemas que lhes são propostos, afirmando que isto leva a mesma acreditar que não é de exatas, o que pode causar um travamento e falta de confiança, que se não for sanado, irá perdurar por muito tempo.

Figura 13- Segurança e a Matemática Básica



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

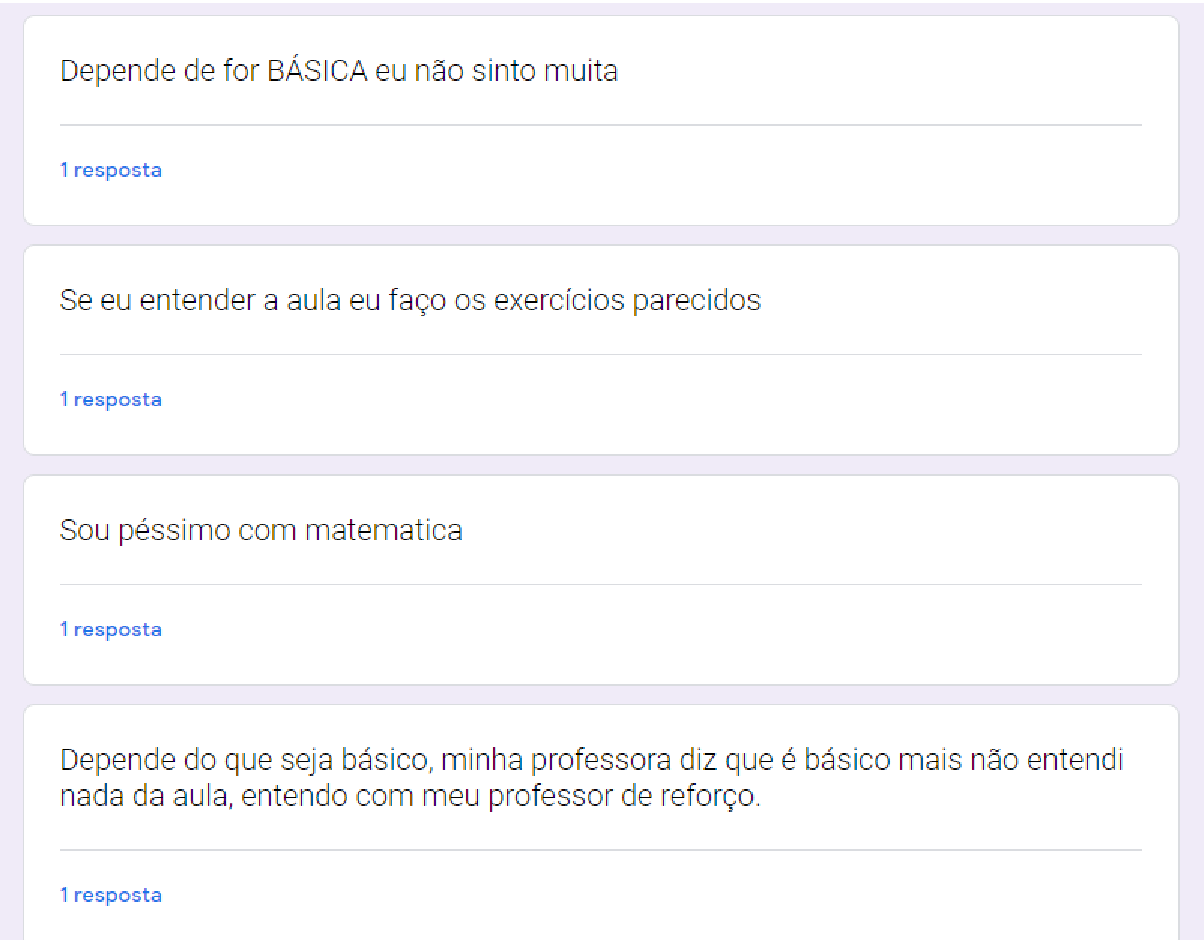
Em sua maioria, os alunos apontaram não sentir segurança na hora de resolver problemas de matemática básica, esta resposta já era esperada, em virtude de estudos anteriores.

Infelizmente no Brasil a matemática não é um dos componentes curriculares marcantes na aprendizagem dos alunos, uma Pesquisa feita pelo Instituto Paulo Montenegro, em março de 2008, aponta que:

> Cada cinco brasileiros com mais de 16 anos apenas um é capaz de resolver um problema matemático com mais de uma operação, como por exemplo: 1+6–5.2. São 77% de semi-analfabetos matemáticos, incapazes de fazer contas, interpretarem tabelas ou decidir se vale mais a pena comprar uma lata de leite em pó de 400 gramas a R$5,00 ou uma de 150 gramas a R$4,20. (INSTITUTO PAULO MONTENEGRO, 2008).

Assim, podemos apontar a falta de fundamentação teórica no momento de resolver situações do nosso cotidiano, o que é importante e implica diretamente na situação: Gostar/Não Gostar de Matemática. Assim podemos deixar a seguinte pergunta, como gostar de algo que não conhecemos ou não sabemos aplicar?

Figura 14- Segurança e a Matemática Básica



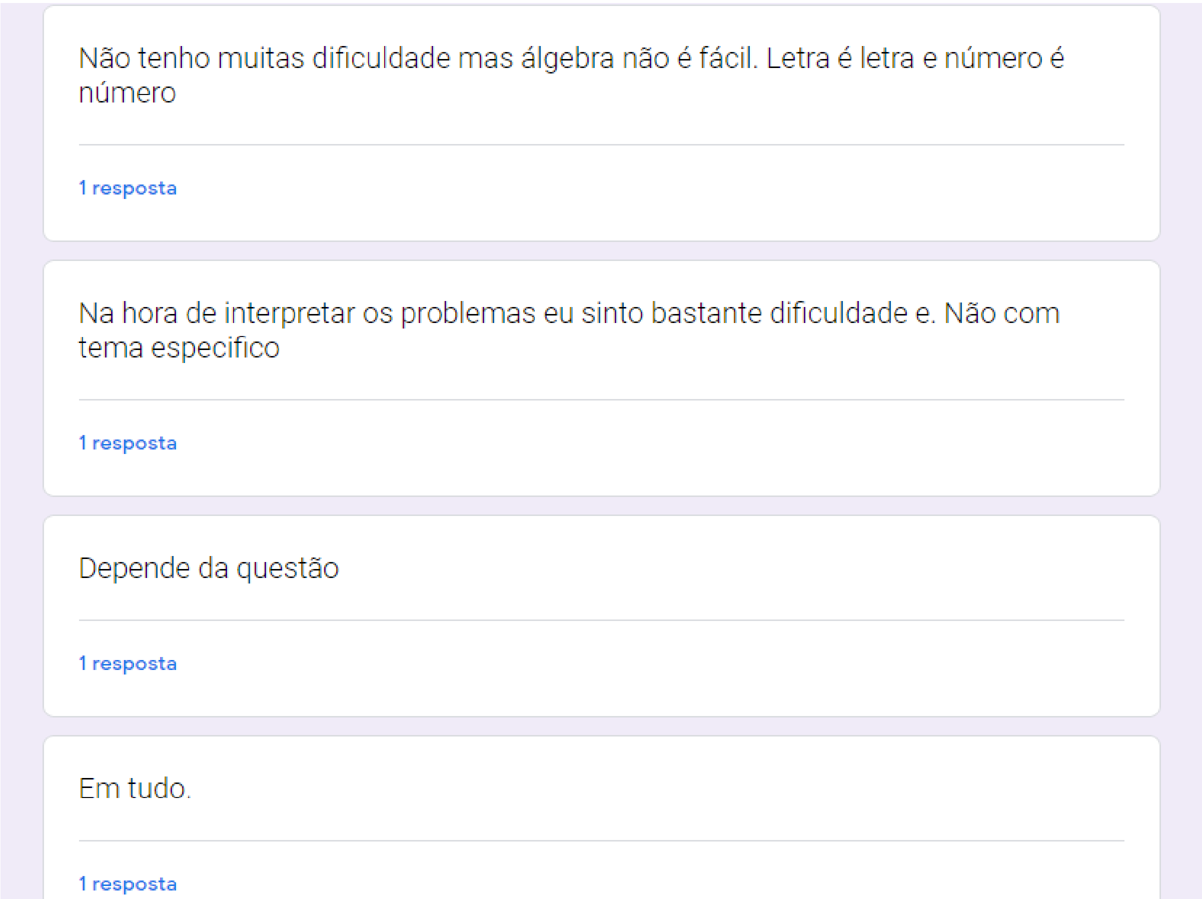
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

“Se eu entender a aula eu faço os exercícios parecidos” isto é comum na educação básica, durante os estágios supervisionados, todos os professores colaboradores afirmaram que se a prova não for igual a revisão com os números diferentes o resultado é devastador, o que me levou a pensar, estamos ensinando matemática ou fórmulas mágicas?

O método de barras não tem um algoritmo específico, através dele podemos desenvolver a capacidade de pensar e resolver, de diferentes maneiras, um mesmo problema, por isso meu TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) foi voltado a resolver problemas para ensinar matemática utilizando as barras.

A sétima questão desta avaliação diagnóstica foi: “Você acha que sente mais dificuldades algébricas, aritméticas ou geométricas?” e para a mesma, fizemos uma seleção das respostas que serão apresentadas a seguir:

Figura 15 - Dificuldades

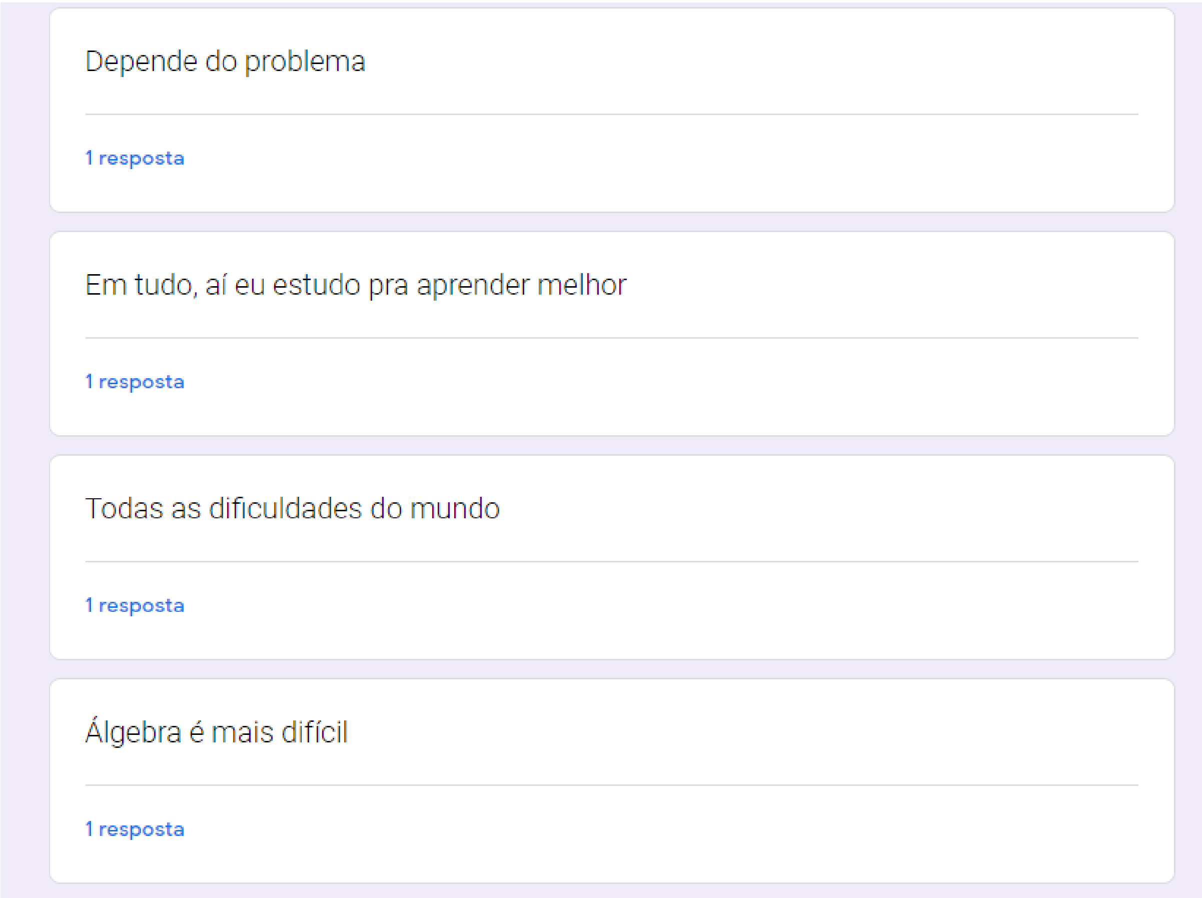


Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Alguns alunos relataram não ter dúvidas em tudo, e que as dúvidas iriam surgir ao decorrer da questão, o que denota o que foi dito acima pela pesquisa do Instituto Paulo Montenegro, quando a questão tem uma mistura de operações ou com um texto maior, em algum momento a maioria dos alunos se confundem e não conseguem finalizar com sucesso as questões.

Depender da questão é natural ter dúvidas, até mesmo porque existem questões bastante engenhosas, e este momento, em que os alunos estão no sexto e sétimo ano, gera dúvida, haja vista que os alunos do sexto estão na transição dos anos iniciais para os finais, e os do sétimo saíram da transição recentemente.

Figura 15 - Dificuldades



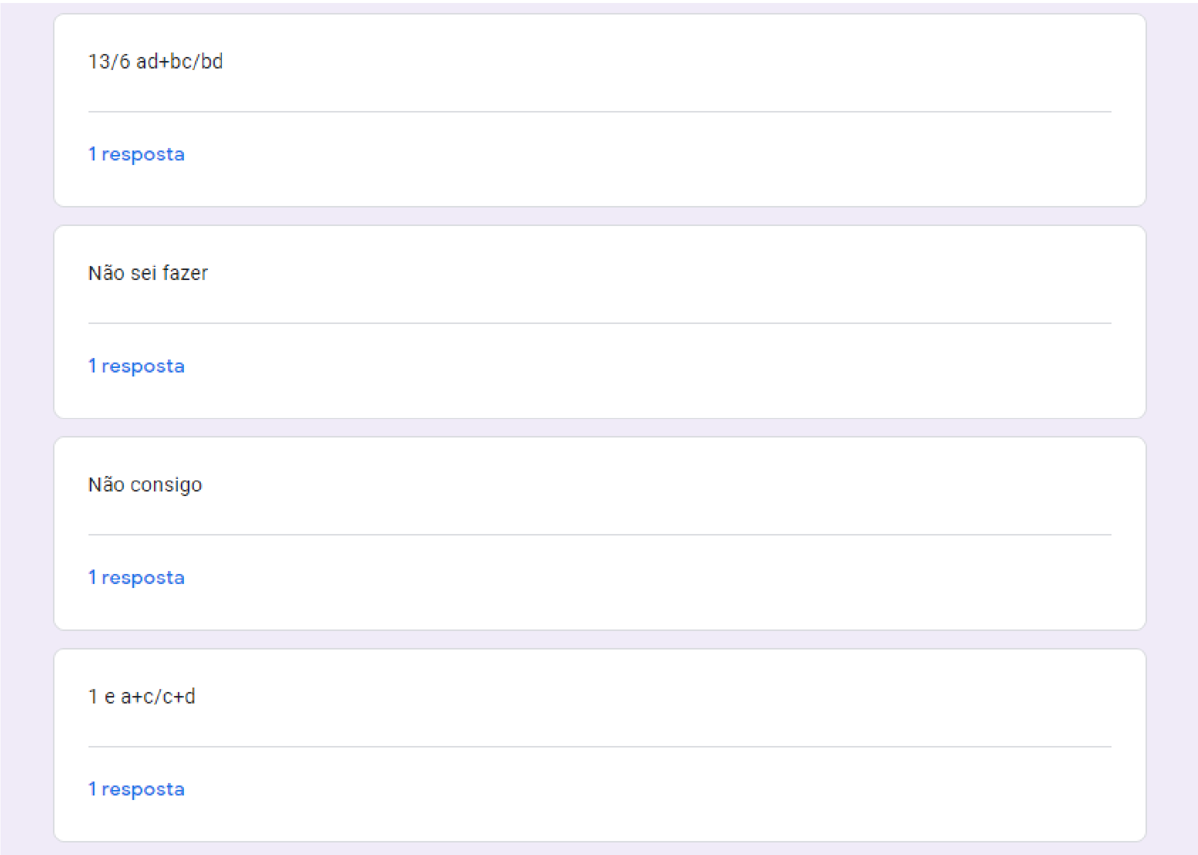
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Relatar dificuldades em tudo é normal, para os alunos do sexto ano, como não viram álgebra efetivamente, foi aconselhado a colocar dificuldades se o aluno possuísse bastante dificuldade em aritmética, pois ela será fundamental para o processo de pré-álgebra.

Os alunos do sétimo ano, no momento da pesquisa já estava vendo tópicos de pré-álgebra, o que contribuiu efetivamente para esta pesquisa, pois, sabendo disto, formulamos as situações problemas de acordo com os relatos feitos pelos alunos.

Buscamos tomar conhecimento se os alunos sabiam somar frações corretamente, então propusemos em uma mesma questão um modelo aritmético e um modelo algébrico, propondo a seguinte questão: Calcule as adições abaixo. Se tiver dúvida em alguma, escreva qual é a sua dificuldade em resolvê-la. 3/2+2/3=? a/b+c/d=? onde b e d são números diferentes de 0. Selecionamos as respostas que mais chamaram atenção para o objetivo desta pesquisa.

Figura 16 – Adição de Frações


13/6 ad+bc/bd

1 resposta

Não sei fazer

1 resposta

Não consigo

1 resposta

1 e a+c/c+d

1 resposta

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Nesta imagem pontuamos um acerto para o que foi proposto e um erro recorrente efetuado por alunos da educação básica, o primeiro caso o(a) aluno(a) representou corretamente o que foi proposto, nos dois casos da sequência os alunos relatam não saber efetuar as adições, resposta bastante comem no decorrer das respostas.

O ultimo caso apresenta um erro que deve ser estudado, pois, o erro pode permitir um horizonte de conhecimento, o aluno enquanto resolvia a questão, somou numerador com numerador e denominador com denominador, quando não se tem domínio sobre as operações com frações, este é um resultado recorrente.

Figura 17 – Adição de Frações

13/6 e a dificuldade da outra é que letra não é número, quanto é a/b?

1 resposta

a da primeira é 13/6 a outra eu não consegui.

1 resposta

13/6 e a outra eu não sei fazer com letras.

1 resposta

Não sei somar fração até hoje

1 resposta

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

No processo de pré-álgebra convencer os alunos que letras podem representar famílias de números não é uma tarefa trivial, ao acompanhar os alunos durante a realização da avaliação diagnóstica, os alunos que tiveram recursos para responder durante a conferência, relataram pronuncias como: “Letra não é número.”, “Professor quanto vale cada letra?”

Nesta Figura podemos verificar que existem alunos que provavelmente dominam o processor de adição/subtração com frações e não conseguem realizar o mesmo processo utilizando álgebra, assim como tem alunos que relataram nunca ter aprendido operar com frações, dado preocupantes quando parte de um aluno do 7° ano dos anos finais do ensino fundamental. Verificamos se os alunos sabiam adicionar frações, pois a subtração sairia como decorrência.

Com relação à potenciação, buscamos verificar a mesma essência do que foi verificado no problema anterior, porém buscamos um pouco mais de ousadia, propondo um possível trinômio quadrado perfeito, propusemos a seguinte questão: Calcule os produtos abaixo. Caso tenha alguma dúvida, explique qual foi a sua dificuldade. A) $(2+3)^2$=? B) $(a+b)^2$=?

Figura 18 – Potenciação

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

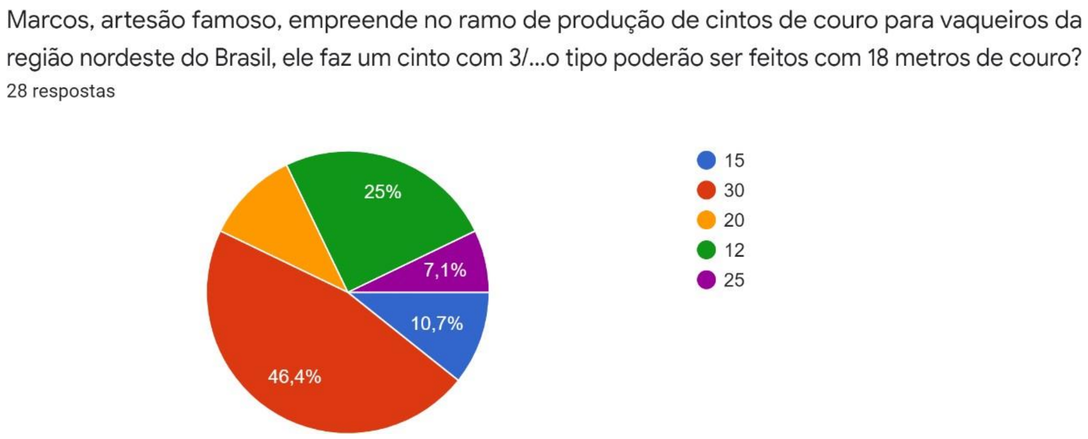
Era esperado que os alunos soubessem resolver a questão que envolvia aritmética, apenas dois alunos conseguiram resolver a questão algébrica, um de forma concreta e um com exemplo de como seria se tivesse letras, o resultado não é assustador, haja vista que estamos tratando de alunos do sexto e sétimo ano.

As duas últimas questões foram feitas de forma a instigar os alunos para suas soluções, resolvemos estas questões neste trabalho, utilizando álgebra e utilizando o modelo de barras, porém, um aluno conseguiu resolver e soltou as respostas durante a conferência, assim, não cabe análises das mesmas, pois, ainda faltavam respostas de alguns alunos e resolução completa de outros, desta forma não podemos fazer afirmações com plena clareza. Porém iremos disponibilizar os dados das respostas para conferência dos leitores.

Gráfico 06- Situação Problema/ Diagnóstica 1

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Gráfico 06- Situação Problema/ Diagnóstica 1



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

6.3 As oficinas remotas

Em virtude da pandemia do COVID-19, precisamos reinventar o pré-projeto deste TCC, assim, adaptamos as oficinas, que a priori seriam em alguma escola da esfera pública, para uma escola privada, haja vista a garantia da acessibilidade a equipamentos tecnológicos.

Para as oficinas selecionamos exercícios, situações problemas e problemas que seriam propostos de modo a serem resolvidos promovendo aprendizagem matemática. Estes problemas foram elaborados a partir dos resultados da avaliação diagnóstica e dos estudos apontados acima.

Como Krulik e Rdnik (1993) apontaram, um problema pode ser considerado problemas para uns e exercícios para outros, elaboramos as questões a serem apresentadas de modo a encontrar um melhor nível de equidade para os participantes, além disto buscamos elaborar situações problemas interessantes, respeitosas e desafiadoras.

Para as oficinas remotas utilizamos o seguinte roteiro para elaboração do plano de oficinas e realização das mesmas:

Quadro 04- Plano de elaboração e realização das oficinas

Etapas	Abordagens
1ª Etapa- Aula 01	Apresentação, Introdução à matemática de Singapura, Realização da avaliação Diagnóstica.
2ª Etapa- Análise das avaliações diagnósticas.	Estas análises foram fundamentais para a construção das situações problemas a serem abordadas.
3ª Etapa- Elaboração das situações problema.	A partir das análises, elaboramos os problemas para as oficinas de modo a utilizar o método de resolução de problemas munido do modelo de barras para resolver problemas de pré-álgebra e álgebra.

4ª Etapa- Aula 02	Resolvendo Situações problemas, seguindo o método de Polya, de pré-álgebra.
5ª Etapa- Aula 03	Resolvendo situações problemas seguindo o método de Polya e problemas elementares.
6° Etapa- Aula 04	Impressões dos alunos após as oficinas.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

6.3.1 Análises da Aula 02

Na aula 02 buscamos desenvolver situações problemas de modo a reter como aprendizagem central a pré-álgebra. Em todas as questões foram solicitadas a resolução utilizando o método de barras e um possível modelo algébrico.

6.3.2 Análises das validações da situação problema 01- Faltas e Excessos.

Situação problema 01- Faltas e excessos: Júlia pretende investir 25 reais em doces para revender a seus colegas de turma, suponha que Júlia vendeu todos os doces, não gastou nada do dinheiro obtido, e ficou no final do dia com um saldo de 20 reais. Assim, é correto afirmar que Júlia teve um prejuízo, que ocorreu por calcular errado o valor dos doces a serem revendidos.

Análise quantitativa:

Legenda:

RCUAMB- Resolução Completa Utilizando Dois Álgebra e o Modelo de Barras.

RCUMB- Resolução Completa Utilizando Um Modelo Barras.

RCUA- Resolução Completa Utilizando Álgebra.

RPPMUM- Resolução Parcial Pelo Menos Um Método.

NR- Não resolução.

Quadro 05- Análise quantitativa- Situação problema 01

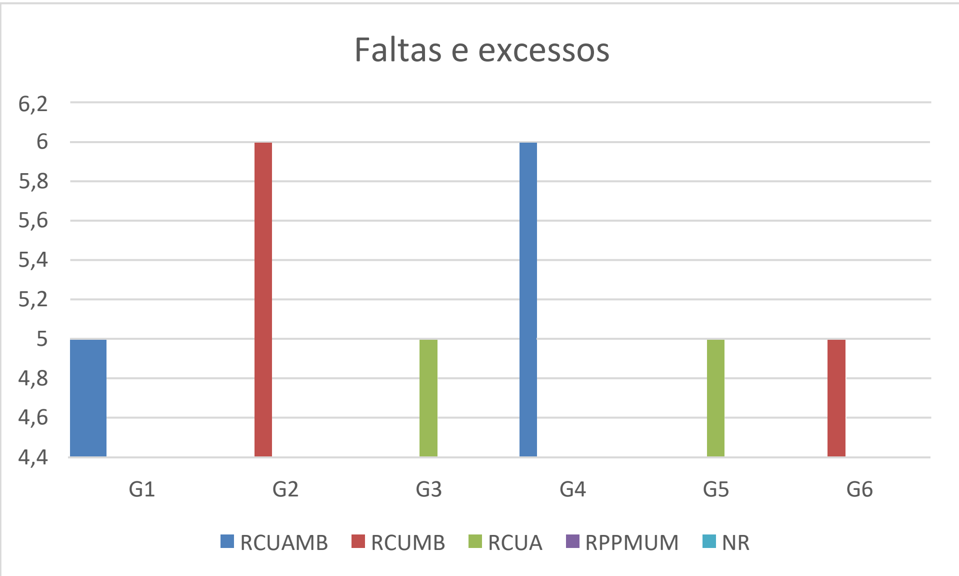
Grupos	RCUAMB	RCUMB	RCUA	RPPMUM	NR
G1	5				
G2		6			
G3			5		
G4	6				
G5			5		
G6		5			

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Participaram 32 alunos nesta oficina, distribuídos em 6 grupos, RCUAMB- G1 está marcado como 5, pois, neste grupo tínhamos 5 alunos, e como o resultado do grupo é resultado de todos os integrantes, tabelamos utilizando a quantidade de alunos em cada grupo.

Nas próximas análises expressaremos os resultados das tabelas em forma de gráficos mantendo a generalidade desta análise.

Gráfico 07- Situação problema 01



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Análise qualitativa:

No *Microsoft teams,* existe a possibilidade de separar integrantes de uma reunião em grupos isolados, assim foi feito a separação dos grupos. Os grupos eram monitorados pelo anfitrião da reunião, no caso, o autor deste trabalho, onde antes de iniciar as resoluções, relembrou os passos de Polya para resolução de problemas e solicitou a resposta dos mesmos.

Por se tratar de um problema bastante elementar, todos os grupos conseguiram resolver o problema obtendo êxito utilizando pelo menos um dos métodos, os integrantes de alguns grupos relataram que o problema era bastante elementar e tranquilo para sua resolução completa.

Notamos também uma grande variação no momento de aplicação do modelo de barras, isto é considerado afetivo para o método e de bastante satisfação, pois, trata diretamente a questão de comensurabilidade nos números naturais.

O grupo G3 que resolveu o problema apenas com o modelo aritmético-algébrico, pois, relataram que apenas uma solução era o suficiente. Os integrantes do grupo G5 relataram não conseguir uma forma de representar por barras uma perda.

Este problema, não só nos permite trabalhar a pré-álgebra, ele encandeia o estudo dos números inteiros no sétimo ano do ensino fundamental, pois no problema houve uma perda, ou seja, uma adição de um número negativo. Esta situação, munida do modelo de barras, trabalha diretamente a questão de comensurabilidade dos números naturais.

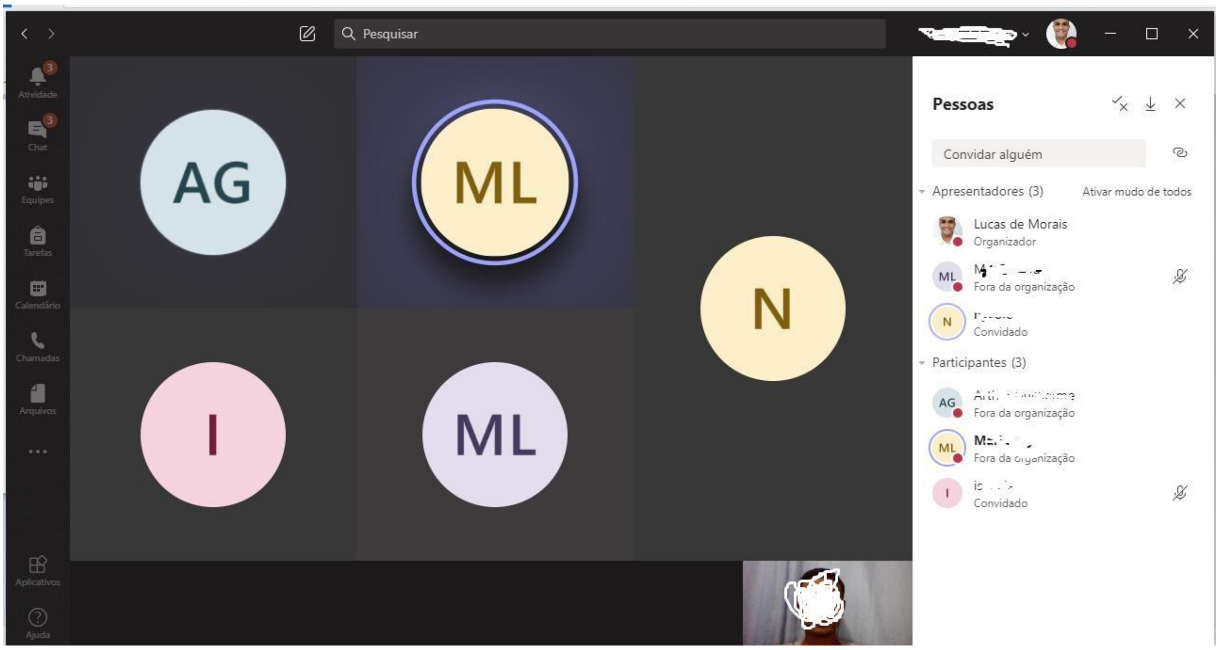
É relevante ressaltar que a partir do modelo de barras poderemos englobar todas estas habilidades em um único problema, inclusive promovendo introduções a conhecimentos a serem adquiridos em séries posteriores, vejamos alguns destes conhecimentos nos itens da BNCC que envolvem este problema quando solucionado através da resolução de problemas e do método de barras.

Quadro 05- BNCC e a Situação Problema 01

Objetivos de conhecimento	Habilidades
Problemas envolvendo medições	(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.
Propriedades da igualdade	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
Valor numérico de expressões algébricas	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura 19- Imagem de um dos grupos



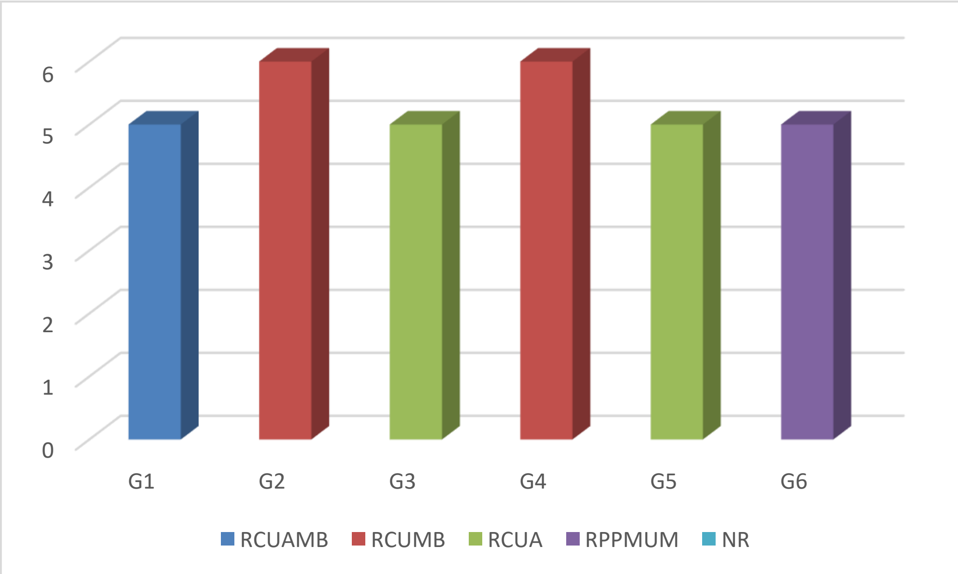
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

6.3.3 Análises das validações da situação problema 02- Partes do todo.

Como proposta para situação problema 02 utilizamos a Situação A que foi resolvida neste trabalho, pois a mesma elenca um modelo pré-algébrico de modo a estabelecer relações entre as partes e o todo.

Situação problema 02: Joaquim, pintor desde os 15 anos de idade, com uma vasta experiência em decoração de muros de faixada está ensinando dois aprendizes a pintar com tinta óleo, assim, Joaquim deu uma missão para os dois, que consistia em pintar um muro de x metros de comprimento, sendo que no primeiro dia o primeiro aprendiz pintou $\frac{1}{3}$ do muro sozinho, pois seu amigo faltou o serviço, no segundo dia os dois juntos pintaram $\frac{1}{2}$ do muro, desta maneira determine a fração do muro a ser pintada pelos dois aprendizes no terceiro dia de modo a completar toda pintura.

Gráfico 08- Situação problema 02



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Nesta situação problema analisamos a capacidade dos alunos relacionarem a parte e o todo, seja utilizando modelos algébricos ou barras, durante a aplicação os alunos denotaram bastante euforia com o modelo de barras, porém desta vez, apenas o grupo g1 conseguiu resolver utilizando os dois modelos.

O grupo G3 insistiu em resolver problemas utilizando apenas álgebra-aritmética, talvez pelo costume e familiarização com o método, porém ao acompanhar os processos de resoluções notei que os alunos do sexto ano estavam mais isolados, talvez desconfortáveis por compor grupo com alunos de outra série, isto ficará como proposta para estudos futuros.

O grupo G1 era o que mais se destacava durante as resoluções, talvez pela vontade de aprender ou porque já era composto por alunos com maiores afinidades com a matemática.

O grupo G6 não conseguiu sair da inércia, alegaram tentar utilizar o método de barras, porém, não sabiam ou não estimavam como iniciar a resolução, resolvendo a questão de forma parcial, dado importante, pois, a partir desta observação, partimos para um acompanhamento mais ostensivo com as situações problemas posteriores.

Todas as situações problemas que foram fornecidas buscaram obedecer a avaliação diagnóstica e a BNCC, como os alunos, em sua maioria, conseguiam somar frações aritméticas sem prejuízos, deduzimos que incrementando um comprimento desconhecido não alteraria a generalidade aritmética do problema, introduzindo o processo algébrico em situações aritméticas.

Comprovando a ideia apresentada acima, podemos notar facilmente que os alunos já começaram a entender que o modelo de barras tinha grande potencial de influência em questões que envolviam aritmética e álgebra, haja vista a resolução parcial ou completa da situação problema utilizando o modelo de barras.

Abaixo relacionamos a relação entre a situação problema 02, munida do modelo de barras e a BNCC.

Quadro 06- BNCC e a Situação Problema 02

Objetivos de Conhecimento	Habilidades propostas
Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão

	entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

6.4 Análises da Aula 03

Nesta aula, os alunos já estavam mais familiarizados com o modelo de barras, pois, além das oficinas, foram indicados vídeos e arquivos com soluções de problemas utilizando o modelo.

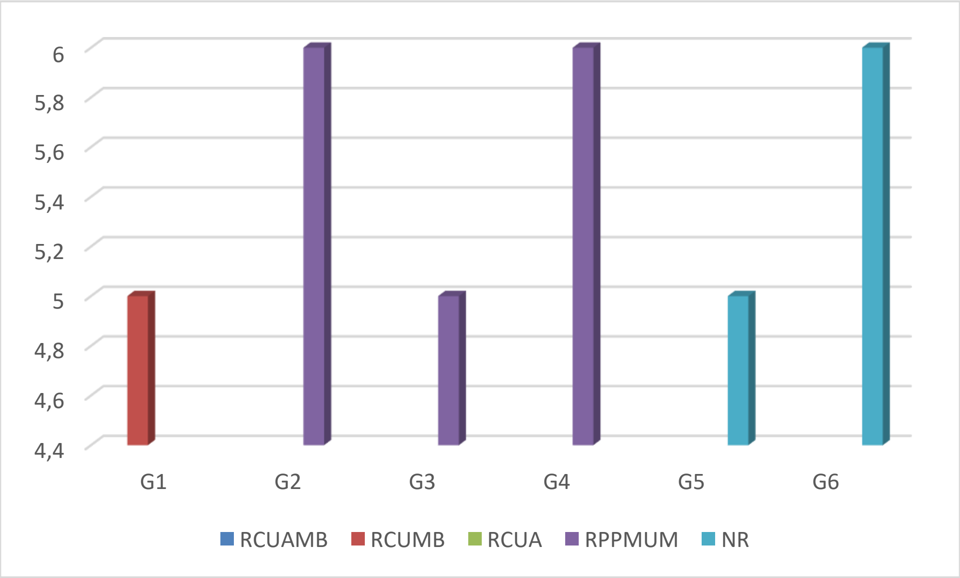
Este foi o momento mais ousado das oficinais, haja vista a proposta de resolver problemas que estavam acima do nível de conhecimento dos mesmos, os resultados foram aceitáveis e o modelo de barras se destacou com a resolução.

6.4.1 Análises das validações da situação problema 03- Os sistemas lineares.

Para a situação problema 03 utilizamos a situação problema D, de modo a desafiar os alunos a resolver um sistema linear.

Situação problema 03: Sidney e Marcos possuíam juntos 131 cartões. Sidney possuía 2 cartões a mais do que Marcos. Quando Marcos perdeu alguns cartões, Sidney passou a ter o quádruplo dos cartões de Marcos. Quantos cartões Marcos perdeu?

Gráfico 09- Situação problema 03



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Este problema foi um real desafio para todos, onde pudemos observar que apenas um grupo conseguiu resolver completamente a situação proposta e a solução foi obtida pelo método de barras. A não resolução de forma algébrica por nenhum dos grupos já era esperada, haja vista, a não linearidade do conteúdo com as turmas que estavam sendo submetidas à pesquisa.

O modelo de barras auxiliou e foi o grande alvo dos grupos, pois, não conseguiram nenhuma estrutura algébrica de modo a solucionar o problema. Alguns grupos resolveram parcialmente o problema com as barras, porém não conseguiram completar o processo, houve um avanço de aprendizado, porém não chegaram a adquirir de forma completa os objetivos de conhecimento propostos por este problema.

Este problema teve uma grande demanda de tempo para sua resolução, alguns grupos desanimaram, e desistiram de resolver o problema por não conseguir assimilar e compor uma estratégia de resolução.

O grupo G1, o que mais se destacou durante as oficinas, converteu bastante informações em aprendizagens, haja vista que mesmo obtendo insucessos com as estratégias estabelecidas os integrantes do grupo geravam planos distintos de execução de modo a concluir com êxito o problema proposto.

Durante o andamento das resoluções, não houve intervenção alguma por parte do aplicador, de modo a não interferir o processo de aprendizagem e nem interferir nos dados desta pesquisa.

“o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento” (Oliveira, 1997, p.26). A concepção vygotskyana de Oliveira denota que um elemento que interfere na relação a ser explorada, retém para si toda relação, desta forma, não houve intervenção nas estratégias propostas pelos grupos.

Abaixo, elaboramos uma tabela, à luz da BNCC, que apresenta os objetivos de conhecimentos e habilidades que a situação problema 03, quando aliada ao método de resolução de problemas, poderia proporcionar aos estudantes.

Quadro 07- BNCC e a Situação Problema 03

Objetivos de Conhecimento	Habilidades Propostas
Equações polinomiais do 1º grau	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.
Valor numérico de expressões algébricas	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados

	por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
Propriedades da igualdade	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

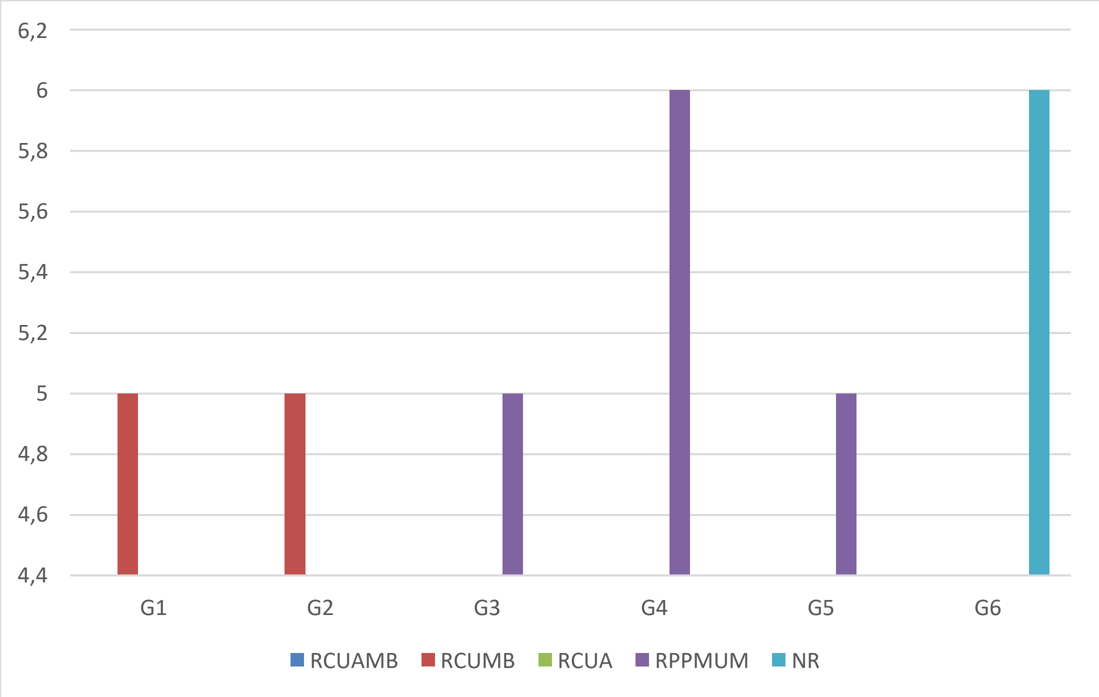
6.4.2 Análises das validações da situação problema 04- Barras/ OBMEP.

Em uma perspectiva mais ampla, buscamos desafiar os alunos a resolver uma questão do clube da OBMEP, enfatizando que o intuito desta olímpiada é descobrir talentos na área de matemática. Para isto, utilizamos a situação problema E deste trabalho.

Situação problema 04: Rita foi trabalhar e deixou uma bandeja de brigadeiros para seus três filhos com o seguinte bilhete: "Queridos, dividam igualmente esses brigadeiros que estou deixando. Beijos da mamãe" O primeiro filho chegou, pegou a terça parte que lhe cabia e saiu. Em seguida, o segundo filho chegou e não viu nenhum dos irmãos. Pensando que fosse o primeiro, pegou a terça parte dos brigadeiros que havia e saiu. Mais tarde, o terceiro filho encontrou 12 brigadeiros na bandeja. Acreditando que fosse o segundo, pegou metade e saiu. Quantos brigadeiros a mãe havia deixado para os três filhos?

(Clube de Matemática da OBMEP – adaptada por Rangel et al(2017).

Gráfico 10- Situação problema 04



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Nesta situação problema proposta, podemos observar que o grupo g1 e g2 conseguiram resolver o problema proposto pelo método de barras, os outros grupos se apararam pelo modelo, porém, não efetivaram 100 % a solução, não é um dado preocupante, haja vista que os estudantes não eram adeptos ao modelo e foi a primeira vez que eles tiveram contato com este tipo de resolução de problemas.

Ao decorrer da oficina, alguns alunos relataram não conseguir entender o texto ou montar uma estratégia de resolução, talvez pela quantidade de informações a serem processadas e o grau algébrico que a situação requeria para sua resolução por completo.

Este problema demonstra que por mais que seja bem elaborado o problema, o modelo de barras nos permite solucionar de modo a não distinguir a aritmética da álgebra.

Ao findar a oficina, resolvemos este problema, primeiro utilizando álgebra, onde uma parte dos alunos do 7° ano conseguiram entender o processo de resolução, de forma natural os alunos do 6° ano não compreenderam as operações que estavam sendo utilizadas, porém, ao resolver o problema pelo método de barras os alunos relataram entender e se posicionaram a favor do modelo.

6.5 Análises da Aula 04

Nesta aula coletamos as impressões dos alunos a respeito das oficinas realizadas e dos problemas propostos, onde auxiliamos no processo de respostas e nas laudas seguintes iremos deixar à vista as impressões dos alunos de acordo com o que foi relatado no formulário do *google.*

6.5.1 Impressões dos alunos

Para uma coleta de impressões dos aluns, utilizamos o *google forms,* onde 28 alunos responderam deixando suas impressões e contribuindo com esta pesquisa. O questionário está disponível em: *https://forms.gle/mennkRoQUfwHJLFK6.*

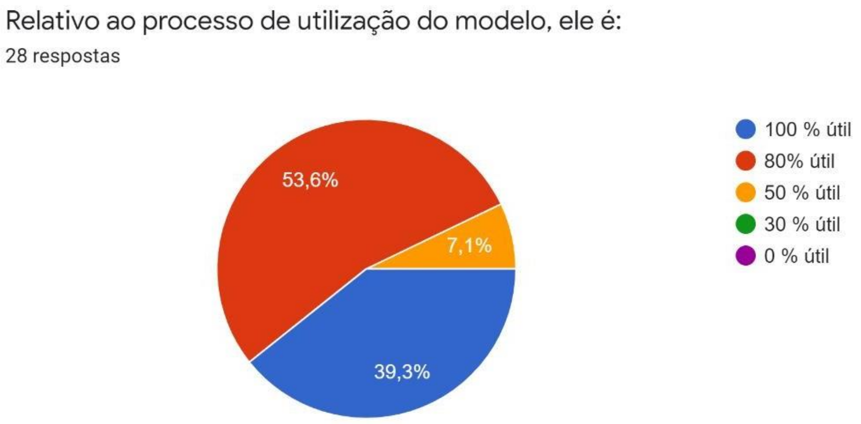
Gráfico 11- Impressões dos alunos

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

O gráfico acima mostra que os alunos gostaram do modelo, retornando que o modelo é excelente/bom, assim, comprovamos algumas hipóteses apresentadas no corpo deste trabalho, podendo pontuar que é de suma importância uma continuidade ostensiva deste modelo com turmas do ensino fundamental.

A boa aceitação de uma prática didática por meio discente nos permite acreditar em um possível sucesso na aquisição dos objetivos de conhecimento da aula que estará sendo proposta.

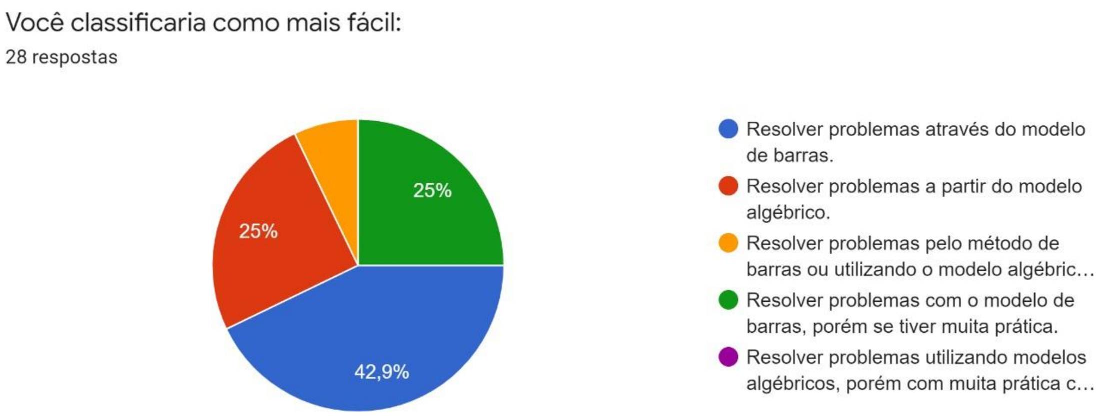
Gráfico 12- Impressões dos alunos



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Os alunos colaboradores desta pesquisa apontaram que o modelo é no mínimo 50% útil, denotando mais uma vez a aceitabilidade das oficinas e do modelo em conjunto.

Gráfico 13- Impressões dos alunos

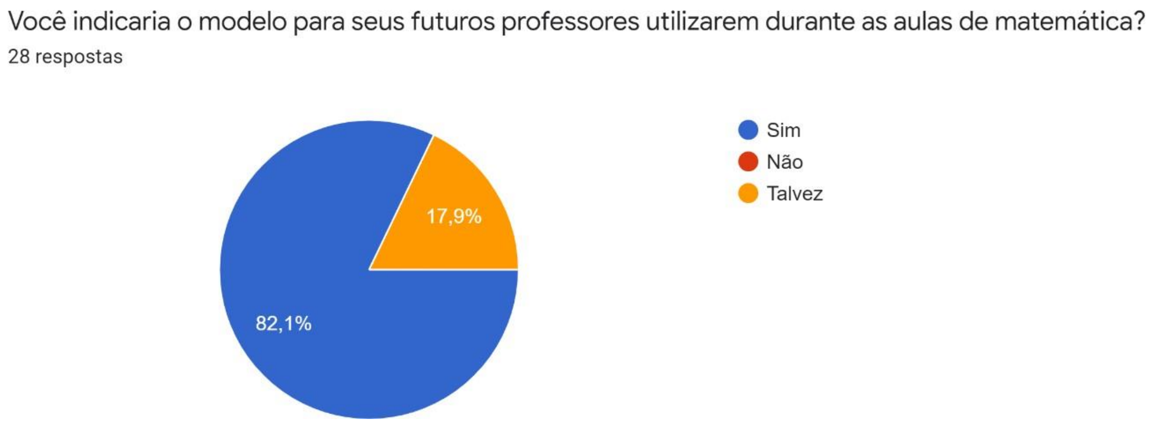


Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Este gráfico é muito pertinente no que diz respeito a construção do pensamento algébrico, haja vista a compatibilidade existente entre a aritmética e a álgebra. Segundo Baldin (2018) o pensamento numérico pode ser associado ao pensamento algébrico, e assim construir os elos da álgebra para estudantes que estão no processo transitivo.

Os alunos relataram, na maioria dos casos, que é mais fácil resolver os problemas que foram sugeridos utilizando o modelo de barras, comprovando a simplicidade e eficácia que Dotti (2016) relata sobre o modelo quando utilizado para integrar aritmética e álgebra.

Gráfico 14- Impressões dos alunos



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Os alunos relataram indicar o modelo de barras para os seus futuros professores utilizarem, o que denota interesse pelo método e consequentemente interesse em aprender matemática, que é de suma importância.

Com este resultado podemos abrir um espaço para estudos futuros, ou seja, estudar o método de barras em um estudo de pesquisa-ação, gerando proposições a partir das práticas pedagógicas, acreditando sempre em seu grande potencial transitivo aritmética-álgebra.

Gráfico 15- Impressões dos alunos

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Os alunos colaboradores apontaram estar satisfeitos com o modelo de barras, tendo em vista as oficinas que participaram, os problemas que resolveram ou tentaram resolver e todos os momentos que falamos sobre o método.

Gráfico 16- Impressões dos alunos

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Quanto ao futuro professor, autor desta pesquisa, os alunos caracterizaram como ótimo-excelente o desempenho do mesmo ao mediar as oficinas e auxiliar nos processos de resoluções das situações problema.

Figura 20- Impressões dos Alunos

Relate aqui sua opinião a respeito do modelo de barras, das oficinas e do professor aplicador.

28 respostas

Essa parte da matematica de singapura é muito interessante, talvez se os professores ensinassem assim facilitaria o entendimento na hora de resolver as questões. O professor que aplicou é muito inteligente, consegui compreender tudo, excelente.

O jeito de resolver os problemas é bem diferente e muito curioso, talvez aprender assim seja mais interessante. O Professor Lucas é sensacional, foi meu primeiro contato com aulas do tipo, e assim aprendi que Matemática pode ser divertido.

A oficina e o modelo foram ótimos, o Professor também.

É bastante interessante, porém as vezes é difícil pensar na divisão das barras não existe uma sequência pra servir de modelo, o professor é nota 10!

O modelo é bom basta saber usar, as oficinas foram muito boas e o prof também

É difícil entender como vai iniciar as barras, mais se você começar certo, consegue resolver, as oficinas foram boas por que é bom saber da existência de outros métodos, o Professor é muito inteligente, gostei bastante.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Selecionamos as respostas que mais chamaram atenção, como podemos notar na figura acima, os alunos caracterizaram a matemática de Singapura como excelente e o modelo de barras muito interessante e inovador, porém alguns alunos relatam que o modelo requer uma maior adaptação, haja vista a necessidade de diferentes pensamentos para solucionar um problema ou situação.

De modo geral, as oficinas e o método foram bem aceitos pelos alunos e conseguiram promover um avanço no aprendizado dos estudantes, agregando conhecimento aos alunos e novas perspectivas do modelo em estudantes do 6° e 7° ano.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com as análises do que foi apresentado acima, pode-se observar que o modelo de barras quando munido da metodologia de resolução de problemas, tem um grande potencial para transformar o espaço escolar em um ambiente ativo, participativo e reflexivo, seja de forma presencial ou à distância.

Devido ao insucesso de alguns grupos ao resolver alguns problemas com o modelo de barras, podemos ratificar que o modelo não apresenta uma resposta positiva quando aplicado de maneira aleatória, sem nenhum acompanhamento anterior, haja vista, a necessidade de acompanhamento que o modelo requer desde o momento em que o processo transitivo aritmética-álgebra começa a surgir. Entretanto, neste contexto, o modelo pode proporcionar aprendizado aos alunos, porém, naqueles que já possuem um pouco do pensamento algébrico.

Podemos afirmar, mediante o estudo realizado nesse trabalho, que o método de barras é eficaz para resolução de problemas de pré-álgebra com os alunos que estão no processo transitivo aritmética-álgebra, porém, para obter um resultado aplausível, o método precisa ser aplicado com um maior acompanhamento docente e com uma maior frequência em sala de aula para que os alunos possam desenvolver o pensamento algébrico sem a ajuda de algoritmos ou fórmulas mágicas.

Devido ao que foi pontuado, se faz necessário maiores reflexões das contribuições e falhas que o modelo de barras pode apresentar durante sua execução, e para isto, precisa-se de professores que conheçam o modelo, o executem e disponibilizem reflexões a respeito das experiências obtidas.

Espera-se, portanto, que esta pesquisa leve ao leitor, professor de matemática do ensino fundamental, uma reflexão a respeito de novas possibilidades de estratégias didáticas, incrementando seu conhecimento e gerando novas possibilidades de aprendizagem para seus alunos.

Quanto aos alunos que nunca tiveram contato com a linguagem algébrica propriamente dita, a saber alunos do 6° ano, podemos notar, de modo formativo, uma desenvoltura do pensamento algébrico a partir do modelo de barras, enfatizando então, o sucesso dos alunos que estão no processo transitivo.

Os alunos, de modo geral, tiveram impressões positivas do método, causando então, no ambiente de aprendizagem uma maior interação e participação dos mesmos, pontuando positivamente as possibilidades de aplicação em sala de aula, tendo em vista o interesse e participação dos alunos durante as oficinas.

REFERÊNCIAS

BACHIC, Lilian; MORAN, José (orgs.). Metodologias Ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

BALDIN, Y.Y.(2018). **Desenvolvimento do pensamento algébrico no currículo de escola básica: caso de modelagem pictórica da Matemática de Singapura**. Conferência paralela digitada pela autora no II CEMACYC. Disponível em: < file:///C:/Users/luana/Downloads/34362-Texto%20del%20art%C3%ADculo-107071-1-10-20180823.pdf> . Acesso em: 27 Março 2020.

BLANTON, M.; KAPUT, J. **Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning.** Journal for Research in Mathematics Education, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

Borba, M. C. Educação Matemática a Distância Online: Balanço e Perspectivas1. XII Conferência interamericana de educação Matemática, Recife-PE, 2011. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/xiiiciaem-edmatonline-balepersp.pdf> Acesso em: 12/05/2020.

CHAMORRO, M. C.; VECINO F**. El tratamiento y la resolución de problemas.** Madrid: Pearson Educación, 2003.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: Da teoria à prática. São Paulo: Papirus,1996.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.

DANTE, Luis Roberto**. Didática da resolução de problemas de Matemática.** São Paulo: Ática, 1995.

Dotti, T. G. P**. UM ESTUDO DO MODELO DE BARRAS NOS LIVROS DIDÁTICOS DA MATEMÁTICA DE SINGAPURA: FUNDAMENTAÇÃO DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL I CICLO.** São Paulo, Repositório UFSCar, 2016. Disponível em: < https://docplayer.com.br/57630335-Universidade-federal-de-sao-carlos-tamara-garcia-pinheiro-dotti.html>. Acesso em 22 Junho, 2020.

FRAGOSO, Wagner da Cunha. O Medo da Matemática. Revista Educação UFSM, Santa Maria - RS: Editora da UFSM, v. 26, n. 2, p. 95-109, jul./dez. 2001. Disponível em: < https://periodicos.ufsm.br/reveducacao/article/view/3686/2084> Acesso em: 25 jun. 2020.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo, Paz e Terra, 1996.

HOUSE, P**. Reformular a Álgebra da escola média: por que e como?** In: COXFORD, A. & SHULTE, A. (Orgs.) As Ideias da Álgebra. São Paulo: Atual Editora, 1995. p. 1-8.

KANTOWSKI, M. G. (1980**). Some thoughts on teaching for problem solving.** In R. E. Reys (Ed.), Problem solving in school mathematics. Reston, VA: NCTM.

KISHIMOTO, Tizuko M. O Brincar e suas Teorias. SP: Pioneira Educação, 1990.

KRULIK, S. & Rudnik, J. A. (1993**). Reasoning and Problem Solving – A Handbook for Elementary School Teachers.** Massachussets: Allyn and Bacon.

LUCKESI, Cipriano Carlos. Avaliação da Aprendizagem Escolar: estudos e proposições -17 ed.-São Paulo: Cortez, 2005.

MALTA, G. H. & LOPES S. A. (2018**). Resolução de Problemas Pelo Método Pictórico**. 1° edição, Rio de Janeiro.

MATTAR, João. **Metodologias Ativas para a Educação Presencial, Blended e a Distância.** Editora Artesanato Educacional, 2017.

NATIONAL Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2007). **Princípios e normas para a matemática escolar**. Lisboa: APM.

NCTM (1991). **Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar**. (Tradução portuguesa do original em inglês de 1989). Lisboa: APM & IIE.

NICOLINI, c.h., fick, d.m., fachini, f., rehfeldt, m.j.h., quartieri, m.t. **métodos utilizados pelos alunos na resolução de problemas algébricos.** Trabalho de pesquisa por um grupo de professores de matemática. Univates.

OLIVEIRA, Marta Kohl. Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sóciohistórico. São Paulo, Scipione, 1997.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro, Interciência,1994.

POLYA, G**. A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, J.P. (1992). **Problemas de matemática e situações da vida real**. Revista de educação. Vol.II, n.º 2, 95-108.

POZO, J. I.; CRESPO, M. Á. G. **A solução de Problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

POZO, Juan Ignacio**. Aprendizes e mestres - a nova cultura da aprendizagem.** Porto Alegre: Artmed, 2002.
QUARANTA, M. E.; WOLMANS. **Discussões nas aulas de matemática: o que para que e como se discute.** Porto alegre: Artmed, 2006.

QUEIROZ, J.M.S. **Resolução de problemas da pré-álgebra e álgebra para fundamental II do ensino básico com o modelo de barras.** São Paulo: São Carlos, 2014. Disponível em: < https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/4473/6507.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em 20 Março 2020.

RANGEL, et al. **A representação pictórica na resolução de problemas: explorando o modelo de barras.** Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <https://pfundaotec.files.wordpress.com/2017/04/oficina-bienal_material.pdf> Acesso em: 12, Março 2020.

RIBEIRO, L. P. O Professor PDE e os Desafios da Escola Pública Paranaense. Paraná, 2010.Disponívelem:<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_fafipa_ped_artigo_ledacy_paiva_ribeiro.pdf> Acesso em: 30/06/2020.

SILVA, J. **O ensino da álgebra no ensino fundamental: dificuldades e desafios,** Universidade Tecnológica Federal do Paraná, disponível em: <http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/2556/1/MD_ENSCIE_III_2012_39.pdf>. acesso em: 21 Março 2018

SOUZA, A. B. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**,disponível em: < https://docplayer.com.br/3418452-A-resolucao-de-problemas-como-estrategia-didatica-para-o-ensino-da-matematica.html >. acesso em: 26 Março 2020.

TELES, R.A.M. **A aritmética e a álgebra na matemática escolar**. Educação Matemática em Revista. Número 16, 2004.

USINSKIN, Z. (1994). Concepções sobre Algebra da Escola Média e Utilizações das Variáveis. Em: COXFORD, A. F. e SHULTE, A. P. (org). As Idéias da Álgebra. Atual Editora. São Paulo.

Anexo A- Avaliação Diagnostica

Olá, este questionário trata-se de uma avaliação diagnóstica.

Oi gente, este questionário foi desenvolvido para uma avaliação diagnóstica a respeito de conhecimentos de matemática adquirido por vocês ao longo de seus estudos.
E-mail para contato:
lucascarlosmorais@outlook.com

Você sente dificuldades na disciplina de Matemática? *

- a) Sim, muita.
- b) Sim, Pouca.
- c) Não.
- d) Às vezes.

Você sente interesse pelas aulas de Matemática? *

- a) Sim, muito.
- b) Sim, Pouco.
- c) Não.
- d) Às vezes.

Você gosta quando o(a) Professor(a) ministra aulas interativas? *

- a) Sim, muito.
- b) Sim, Pouco.
- c) Não.
- d) Às vezes.

Você aprende mais quando: *

- a) Os professores fazem uma aula interativa.
- b) Os professores fazem uso da lousa.
- c) Os professores mesclam aulas tradicionais com outras estratégias didáticas.
- d) Eu sento e estudo sozinho.
- e) Estudo com meus amigos.

Quanto à Matemática? *

- a) Gosto
- b) Não gosto
- c) Não gosto, mas também não desgosto.

Você se sente seguro(a) na hora de utilizar a matemática básica? *

Texto de resposta curta

Você acha que sente mais dificuldades algébricas, aritméticas ou geométricas? *

Texto de resposta curta

Calcule as somas abaixo. Se tiver dúvida em alguma, escreva qual é a sua dificuldade em resolvê-la. 3/2+2/3= a/b+c/d= b e d são números diferentes de 0. *

Texto de resposta longa

Calcule os produtos abaixo. Caso tenha alguma dúvida, explique qual foi a sua dificuldade. *
A) $(2+3)^2=$ B) $(a+b)^2=$

Texto de resposta longa

Joaquim, pintor desde os 15 anos de idade, com uma vasta experiência em decoração de muros de faixada está ensinando dois aprendizes a pintar com tinta óleo, assim, Joaquim deu uma missão para os dois, que consistia em pintar um muro de x metros de comprimento, sendo que no primeiro dia o primeiro aprendiz pintor 1/3 do muro sozinho, pois seu amigo faltou o serviço, no segundo dia os dois juntos pintaram 1/2 do muro, desta maneira determine a fração do muro a ser pintada pelos dois aprendizes no terceiro dia de modo a completar toda pintura. É correto afirmar que esta medida é igual a: *

- 1/6
- 1/5
- 2/6
- 5/2
- 3/5

Marcos, artesão famoso, empreende no ramo de produção de cintos de couro para vaqueiros da região nordeste do Brasil, ele faz um cinto com 3/5 de um metro de couro. Quantos cintos do mesmo tipo poderão ser feitos com 18 metros de couro? *

- 15
- 30
- 20
- 12
- 25

Anexo B- Avaliação das impressões

Impressões das oficinas relativas ao modelo de barras.

E-mail: lucascarlosmorais@outlook.com

Relativo ao Modelo de barras, você o classificaria como: *

- ◯ Excelente
- ◯ Ótimo
- ◯ Bom
- ◯ Regular
- ◯ Ruim

Relativo ao processo de utilização do modelo, ele é: *

- ◯ 100 % útil
- ◯ 80% útil
- ◯ 50 % útil
- ◯ 30 % útil
- ◯ 0 % útil

Você classificaria como mais fácil: *

- Resolver problemas através do modelo de barras.
- Resolver problemas a partir do modelo algébrico.
- Resolver problemas pelo método de barras ou utilizando o modelo algébrico, os dois tem o mesmo grau d...
- Resolver problemas com o modelo de barras, porém se tiver muita prática.
- Resolver problemas utilizando modelos algébricos, porém com muita prática com a linguagem algébrica.

Você indicaria o modelo para seus futuros professores utilizarem durante as aulas de matemática? *

- Sim
- Não
- Talvez

A partir das oficinas ministradas, Qual seu nível de satisfação com o modelo barras: *

- Muito(a) Satisfeito(a)
- Satisfeito(a)
- Regular
- Pouco satisfeito(a)
- Não estou satisfeito(a)

Quanto ao desempenho do professor que aplicou as oficinas: *

- Excelente
- Ótimo
- Bom
- Regular
- Ruim

Quanto ao seu desempenho com a pré-álgebra, após as oficinas ele: *

- Melhorou muito.
- Melhorou
- Continua igual
- Influenciou um pouco

Relate aqui sua opinião a respeito do modelo de barras, das oficinas e do professor aplicador.

Texto de resposta longa

Instituto de Matemática
Curso de Licenciatura em Matemática
Campus A. C. Simões. Av. Lourival Melo Mota, S/N,
Tabuleiro do Martins, **Maceió** - AL, Cep: 57072-970.