

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS DO SERTÃO – EIXO DAS TECNOLOGIAS
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

ANTHONY MATHEUS CAVALCANTE DE MELO

**Estudo Comparativo entre o Método de Cálculo Simplificado, Analogia de Grelhas e
Método dos Elementos Finitos, na Análise Estrutural de Lajes Maciças de Concreto
Armado**

Delmiro Gouveia – AL

2022

ANTHONY MATHEUS CAVALCANTE DE MELO

Estudo Comparativo entre o Método de Cálculo Simplificado, Analogia de Grelhas e Método dos Elementos Finitos, na Análise Estrutural de Lajes Maciças de Concreto Armado

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas – Campus do Sertão, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. MSc. Vinicius Costa Correia.

Delmiro Gouveia – AL

2022

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca do Campus Sertão
Sede Delmiro Gouveia

Bibliotecária responsável: Renata Oliveira de Souza CRB-4/2209

M528e Melo, Anthony Matheus Cavalcante de

Estudo comparativo entre o método de cálculo simplificado, analogia de grelhas e método dos elementos finitos, na análise estrutural de lajes maciças de concreto armado / Anthony Matheus Cavalcante de Melo. – 2022.

136 f. : il. ; 30 cm.

Orientação: Vinícius Costa Correia.

Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Curso de Engenharia Civil. Delmiro Gouveia, 2022.

1. Construção civil. 2. Análise estrutural. 3. Método simplificado. 4. Método dos elementos finitos. 5. Método da analogia de grelha. 6. Lajes maciças. 7. Análise comparativa. I. Correia, Vinícius Costa. II. Título.

CDU: 624.012.3

Folha de Aprovação

ANTHONY MATHEUS CAVALCANTE DE MELO

Estudo Comparativo entre o Método de Cálculo Simplificado, Analogia de Grelhase Método dos Elementos Finitos, na Análise Estrutural de Lajes Maciças de Concreto Armado

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao corpo docente do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas – Campus do Sertão e aprovado em 4 de março de 2022.

Banca Examinadora:



Prof. MSc. Vinicius Costa Correia, UFAL – Campus do Sertão (Orientador)



Prof. MSc. Karlisson André Nunes da Silva, UFAL – Campus do Sertão
(Avaliador)



Eng. MSc. Iva Emanuely Pereira Lima, UFAL (Avaliadora)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, criador de todas as coisas, pelo dom da vida e por ter me proporcionado vivenciar a universidade, me dando forças a cada dia para vencer aos desafios impostos e me possibilitando chegar à reta final com muita gratidão e sentimento de dever cumprido.

Agradeço à minha mãe, Maria Helena, que com seu amor e afeto esteve sempre ao meu lado, me incentivando e encorajando para atingir aos meus objetivos. Agradeço também ao meu pai Ivanildo (*in memoriam*) pelo exemplo de pai guerreiro que foi e por todos os ensinamentos que deixou. Agradeço à minha avó Maria José, por ser uma luz em minha vida e às minhas irmãs Angélica e Anthonella, pelo companheirismo e todo o incentivo que me deram. Também agradeço ao meu cunhado Augusto, pelo grande apoio que me deu ao longo do curso.

Agradeço à minha namorada Vanessa, por todo o amor e por estar sempre ao meu lado nos bons e maus momentos, me apoiando e aconselhando da melhor forma.

Agradeço às grandes amigas que construí ao longo desses anos, em especial ao Ewerton e ao Murilo, parceiros de estudos, PET, grupos de pesquisa e extensão, além de serem grandes companheiros que compartilharam momentos memoráveis comigo. Agradeço também aos demais amigos, Felipe, Leonardo, Noé, Ailton, Laura, Beatriz, Micael, João Vitor, Nathan, Ítalo e Guilherme. Com vocês, minha trajetória na universidade foi mais feliz.

Agradeço ao grupo PET Engenharias, que me possibilitou vivenciar a universidade de forma mais completa, contribuindo no meu desenvolvimento pessoal, acadêmico e profissional, além de possibilitar a minha contribuição com o desenvolvimento da universidade e seu impacto no sertão. Em especial, agradeço aos professores tutores, Antonio Netto, Jonhatan e Alverlando, pelos ensinamentos e atenção em todos os momentos que precisei.

Agradeço ao Grupo de Análise de Materiais e Estruturas (GAME's), em especial ao professor e também orientador deste trabalho, professor Vinicius, por toda a paciência, contribuição e por ter possibilitado o aprofundamento dos meus conhecimentos na área de estruturas, o que motivou e me ajudou na escolha e desenvolvimento do tema desta pesquisa.

Por fim, agradeço a todos os meus professores, técnicos e demais funcionários da UFAL, que durante a minha graduação contribuíram e foram de grande importância para a minha formação. Sem vocês, não teria chegado até aqui.

“A vida é curta demais. Não corra o risco de passar seus dias apenas afinando seu instrumento sem jamais fazer um grande espetáculo” – Carlos “Wizard” Martins.

RESUMO

A análise estrutural é um dos procedimentos necessários no dimensionamento de estruturas de concreto armado, sendo uma das etapas mais importantes no desenvolvimento de um projeto estrutural. Ao longo dos anos, diversos métodos de análise foram desenvolvidos e aplicados. Porém, devido às limitações tecnológicas, era necessário adaptá-los por meio de simplificações, a fim de viabilizar sua utilização através de cálculos manuais. Com o desenvolvimento dos programas de cálculo estrutural, tais métodos foram automatizados, possibilitando assim, a elaboração de análises mais precisas e em um menor tempo de trabalho. Não obstante, o cálculo manual ainda é utilizado para o dimensionamento estrutural e, diante dos diversos *softwares* existentes, torna-se conveniente verificar como a aplicação desses métodos pode influenciar no resultado final de uma determinada análise. Assim, este trabalho se propõe a realizar uma análise comparativa entre o método simplificado, o método da Analogia de Grelha através do Eberick e o Método dos Elementos Finitos através do SAP2000, especificamente para a obtenção dos esforços solicitantes em lajes maciças de concreto armado, visando identificar as principais divergências e particularidades de cada método. Para tanto, foi desenvolvido um projeto de uma residência unifamiliar, sendo realizada a análise estrutural com o auxílio das tabelas de Bares para o método simplificado e posteriormente a modelagem nos *softwares* já mencionados. Os resultados demonstraram que houve variações significativas nos momentos fletores positivos e negativos, bem como nas flechas, onde os resultados obtidos pelos *softwares* apresentaram, no geral, valores mais próximos entre si. O cálculo manual apresentou maiores divergências em comparação com os valores dos programas, fato esse que se explica devido às diferenças existentes na aplicação de cada método. Assim, concluiu-se que, os resultados obtidos pelos programas são de maior precisão, tendo em vista que a estrutura é analisada de forma integrada.

Palavras-chave: Análise Comparativa; Lajes Maciças; Método Simplificado; Analogia de Grelha; Método dos Elementos Finitos.

ABSTRACT

The structural analysis is one of the necessary procedures in the design of reinforced concrete structures, being one of the most important steps in the development of a structural project. Along the years, several analysis methods were developed and applied. However, due to technological limitations, it was necessary to adapt them by means of simplifications, in order to make their use feasible through manual calculations. With the development of structural calculation programs, these methods were automated, making it possible to make more precise analyses in less time. Nevertheless, manual calculation is still used for structural design and, in face of the several existing softwares, it becomes convenient to verify how the application of these methods can influence the final result of a certain analysis. Thus, this paper proposes to perform a comparative analysis between the simplified method, the Grid Analogy method through Eberick and the Finite Element Method through SAP2000, specifically to obtain the internal forces in massive reinforced concrete slabs, aiming to identify the main differences and particularities of each method. For this, a project of a single-family residence was developed, and the structural analysis was performed with the help of Bares tables for the simplified method and then modeled in the softwares already mentioned. The results showed that there were significant variations in the positive and negative bending moments, as well as in the deflections, in which the results obtained by the software presented, in general, values closer to each other. The manual calculation presented greater divergence in comparison with the software values, a fact that can be explained by the differences in the application of each method. Once concluded by the programs, the results are more accurate, considering that a structure is integrated.

Keywords: Comparative Analysis; Solid Slabs; Simplified Method; Grid Analogy; Finite Element Method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Elemento Linear.....	28
Figura 2 - Elemento Bidimensional.....	29
Figura 3 - Elemento Tridimensional.....	29
Figura 4 - Esquema de uma estrutura com laje convencional.	32
Figura 5 - Seção transversal de uma laje nervurada.	33
Figura 6 - Laje nervurada dupla.	34
Figura 7 - Laje nervurada invertida.	34
Figura 8 - Laje nervurada normal (direta).	35
Figura 9 - Seções transversais de lajes pré-moldadas: a) tipo trilho; b) tipo treliça.....	35
Figura 10 - Seção transversal de uma laje maciça apoiada em vigas.	36
Figura 11 - Lajes maciças com bordas apoiadas e bordas livres.	37
Figura 12 - Laje cogumelo e laje lisa.	38
Figura 13 - Discretização da laje poligonal.	45
Figura 14 - Descontinuidades no diagrama de momento fletor.	47
Figura 15 - Espaçamento da grelha.	48
Figura 16 - Transformação de uma superfície contínua em uma malha de elementos finitos.	48
Figura 17- Representação dos tipos de apoio.	51
Figura 18 - Tipos de lajes em função dos vínculos nas bordas.	52
Figura 19 - Situações de vinculação das lajes consideradas nas tabelas de Bares.	53
Figura 20 - Caso específico de vinculação.	53
Figura 21 - Dimensões consideradas no cálculo do vão efetivo da laje.	54
Figura 22 - Vãos teóricos l_x e l_y na laje.	55
Figura 23 - Cobrimento da armadura.	57
Figura 24 - Parede paralela à direção principal da laje armada em uma direção.	61
Figura 25 - Parede perpendicular à direção principal da laje armada em uma direção.	62
Figura 26 - Laje armada em uma direção sobre apoios simples e carregamento uniforme.	65
Figura 27 - Laje armada em uma direção sobre apoio simples e engaste perfeito.	66
Figura 28 - Laje armada em uma direção bi engastada com carregamento uniforme.	66
Figura 29 - Compatibilização de momentos fletores.....	69
Figura 30 - Visualização do modelo de grelha 3D da laje no Eberick.	70
Figura 31 - Pórtico 3D da estrutura no SAP2000.....	71
Figura 32 - Localização da cidade de Canapi.....	72

Figura 33 - Planta baixa do pavimento térreo da edificação.	73
Figura 34 - Planta baixa do pavimento superior da edificação.....	74
Figura 35 - Perspectiva em 3D da residência.	74
Figura 36 - Planta de forma do pavimento superior.	76
Figura 37 - Perspectiva em 3D da estrutura modelada no Eberick.	78
Figura 38 - Vista frontal em 3D da estrutura modelada no Eberick.....	78
Figura 39 - Vista superior em 3D da estrutura modelada no Eberick.	78
Figura 40 - Perspectiva em 3D da estrutura modelada no SAP2000.....	80
Figura 41 - Vista frontal em 3D da estrutura modelada no SAP2000.....	80
Figura 42 - Vista superior em 3D da estrutura modelada no SAP2000.	81
Figura 43 - Momentos fletores pelo método de Bares em kN.m/m.	85
Figura 44 - Momentos fletores pelo método de Bares compatibilizados em kN.m/m.	87
Figura 45 - Momentos fletores calculados pelo Eberick em kN.m/m.	89
Figura 46 - Estrutura de grelha com intensidade dos momentos fletores em kN.m/m.	90
Figura 47 - Momentos fletores calculados pelo SAP2000 em kN.m/m.	91
Figura 48 - Malha de elementos finitos com momentos fletores (kN.m/m) no eixo x.....	92
Figura 49 - Malha de elementos finitos com momentos fletores (kN.m/m) no eixo y.....	92
Figura 50 - Momentos fletores positivos e negativos obtidos pelos três métodos (<i>kN.m/m</i>).	100
Figura 51 - Vinculações da laje L1.....	114
Figura 52 - Vinculações da laje L3.....	118
Figura 53 - Momentos fletores do segmento L1-L2-L4-L6 não compatibilizados.	124
Figura 54 - Momentos fletores do segmento L1-L2-L4-L6 compatibilizados.....	124
Figura 55 - Momentos fletores do segmento L3-L5-L6-L7-L8 não compatibilizados.	125
Figura 56 - Momentos fletores do segmento L3-L5-L6-L7-L8 compatibilizados.....	125
Figura 57 - Momentos fletores do segmento L2-L3 não compatibilizados.....	126
Figura 58 - Momentos fletores do segmento L2-L3 compatibilizados.	126
Figura 59 - Momentos fletores do segmento L4-L5 compatibilizados.	126
Figura 60 - Configurações dos painéis de lajes adotadas no Eberick.....	134
Figura 61 - Configurações de análise adotadas no Eberick.....	134
Figura 62 - Configurações da CAA e cobrimentos adotados no Eberick.....	135
Figura 63 - Configurações das propriedades do concreto no SAP2000.....	135
Figura 64 - Dimensões dos elementos de área que compõem a laje no SAP2000.....	136
Figura 65 - Redução na rigidez à torção das vigas (SAP2000).....	136

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Comparativo dos momentos fletores positivos na direção x.....	97
Gráfico 2 - Comparativo dos momentos fletores positivos na direção y.....	97
Gráfico 3 - Comparativos dos momentos fletores negativos.....	98
Gráfico 4 - Flechas máximas obtidas pelos três métodos.....	101
Gráfico 5 - Comparativo dos momentos positivos em x para os três métodos com altura das vigas igual 80 cm.....	103
Gráfico 6 - Comparativo dos momentos positivos em y para os três métodos com altura das vigas igual a 80 cm.	104
Gráfico 7 - Comparativo dos momentos negativos para os três métodos com altura das vigas igual a 80 cm.	105
Gráfico 8 - Comparativo das flechas para os três métodos com vigas de 80 cm de altura. ...	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Critérios para bordas com uma parte engastada e outra parte apoiada.	53
Tabela 2 - Classe de Agressividade Ambiental (CAA).....	56
Tabela 3 - Cobrimento nominal segundo a CAA para elementos de concreto armado.....	57
Tabela 4 - Valores característicos nominais das cargas variáveis.	62
Tabela 5 - Classificação das lajes quanto à direção.....	82
Tabela 6 - Altura das lajes.	83
Tabela 7 - Ações atuantes nas lajes.	83
Tabela 8 - Momentos fletores positivos das lajes armadas nas duas direções.	84
Tabela 9 - Momentos fletores negativos das lajes armadas nas duas direções.....	84
Tabela 10 - Momentos fletores positivos e negativos das lajes armadas em uma direção.....	84
Tabela 11 - Momentos fletores positivos compatibilizados (método de Bares).....	86
Tabela 12 - Momentos fletores negativos compatibilizados (método de Bares).....	86
Tabela 13 - Momentos fletores positivos calculados pelo Eberick.	88
Tabela 14 - Momentos fletores negativos calculados pelo Eberick.	88
Tabela 15 - Momentos fletores positivos calculados pelo SAP2000.	90
Tabela 16 - Momentos fletores negativos calculados pelo SAP2000.	90
Tabela 17 - Comparativo dos momentos fletores positivos entre o método simplificado e o Eberick.....	93
Tabela 18 - Comparativo dos momentos fletores positivos entre o método simplificado e o SAP2000.....	95
Tabela 19 - Comparativo dos momentos fletores positivos entre os <i>softwares</i> Eberick e SAP2000.....	96
Tabela 20 - Comparativo dos momentos negativos entre os três métodos.....	98
Tabela 21 - Comparativo dos momentos fletores negativos entre o Eberick e o SAP2000.....	99
Tabela 22 - Flechas máximas obtidas pelos três métodos.	101
Tabela 23 - Comparativos dos momentos fletores positivos do Eberick com altura das vigas igual a 80 cm.	102
Tabela 24 - Comparativo dos momentos fletores positivos do SAP2000 com altura das vigas igual a 80 cm.	103
Tabela 25 - Comparativo dos momentos fletores negativos dos <i>softwares</i> com altura das vigas igual a 80 cm.	105
Tabela 26 - Comparativo das flechas para os três métodos com vigas de 80 cm de altura....	106

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Coeficientes de Bares α para o cálculo de flechas elásticas nas lajes com carga uniformemente distribuída.....	128
Quadro 2 – Coeficientes de Bares μ_x, μ_y, μ'_x e μ'_y para o cálculo dos momentos máximos (casos 1, 2 e 3).....	129
Quadro 3 – Coeficientes de Bares μ_x, μ_y, μ'_x e μ'_y para o cálculo dos momentos máximos (casos 4, 5 e 6).....	130
Quadro 4 – Coeficientes de Bares μ_x, μ_y, μ'_x e μ'_y para o cálculo dos momentos máximos (casos 7 e 8).....	131
Quadro 5 - Coeficientes de Bares μ_x, μ_y, μ'_x e μ'_y para o cálculo dos momentos máximos (casos 9).....	132

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

3D	Três dimensões
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
C-25	Classe de resistência à compressão do concreto com valor característico de 25 MPa
CA	Concreto Armado
CAA	Classe de Agressividade Ambiental
ELS	Estado Limite de Serviço
ELS-DEF	Estado Limite de Deformação
ELS-F	Estado Limite de Fissuração
ELS-W	Estado Limite de Abertura de Fissuras
ELU	Estado Limite Último
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora

LISTA DE SÍMBOLOS

A_{laje}	Área da laje maciça
D	Rigidez à flexão da placa
E	Módulo de deformação longitudinal do concreto
E_{ci}	Módulo de deformação tangente inicial do concreto
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto
$F_{d,ser}$	Valor de cálculo das ações para combinações de serviço
$F_{gi,k}$	Ações permanentes diretas
$F_{qj,k}$	Ações variáveis diretas
I	Momento de inércia da seção transversal da laje
K	Rigidez à flexão das barras de grelha
\mathbf{K}_e	Matriz de rigidez de um elemento finito
K_t	Rigidez à torção das barras de grelha
M_d	Momento fletor de cálculo
$M_{negativo}$	Momento fletor máximo negativo em lajes armadas em uma direção
$M_{positivo}$	Momento fletor máximo positivo em lajes armadas em uma direção
M_{x0}	Momento fletor nas barras da grelha ao longo do eixo x
M_{y0}	Momento fletor nas barras da grelha ao longo do eixo y
MPa	Mega-pascal
\mathbf{N}	Matriz com as funções de interpolação dos elementos nodais
P_{par}	Carga total da parede na laje
R_d	Valores de cálculo dos esforços resistentes
S_d	Valores de cálculo dos esforços solicitantes
\mathbf{U}_e	Vetor com os deslocamentos nodais do elemento
X	Momento fletor negativo nas lajes
a_1	menor valor entre $t_1/2$ e $0,3h$
a_2	menor valor entre $t_2/2$ e $0,3h$
b	Largura da laje ou elemento da grelha equivalente
b_w	Largura unitária da seção retangular
$c_{mín}$	Cobrimento mínimo das armaduras da laje
c_{nom}	Cobrimento nominal das armaduras da laje
cm	Centímetros

d	Altura útil da laje
d_{\min}	Dimensão mínima do agregado graúdo do concreto armado
e	Espessura das camadas de materiais que compõem o pavimento
e_1	Espessura do tijolo
e_2	Espessura do reboco
f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_q	Flecha para a carga acidental
$f_{q,lim}$	Flecha limite admitida para a carga acidental
f_{imed}	Flecha imediata para a combinação quase permanente
$f_{total,lim}$	Flecha limite admitida para a combinação quase permanente
$f_{total,\infty}$	Flecha total considerando a fluência
f_{yd}	Resistência de cálculo à tração do aço
f_{yk}	Resistência característica à tração do aço
g	Somatório das cargas permanente na laje
g_{cp}	Carga proveniente do contra piso
g_{imp}	Carga proveniente da impermeabilização
g_p	Carga proveniente do piso
g_{pp}	Carga proveniente do peso próprio
g_{par}	Carga uniforme da parede
g_{rev}	Carga proveniente do revestimento inferior da laje
h	Altura ou espessura da placa (laje)
h_p	Altura da parede
kN	Quilonewton
$kN.m$	Quilonewton metro
$kN.m/m$	Quilonewton metro a cada metro
kN/m^2	Quilonewton por metro quadrado
kN/m^3	Quilonewton por metro cúbico
l	Comprimento da parede sobre a laje
l_0	Vão livre da laje
l_{ef}	Vão efetivo da laje na direção considerada
l_p	Comprimento da parede sobre a laje

l_{tot}	Soma dos comprimentos das barras da grelha
l_x	Comprimento do vão efetivo da laje na direção x
l_y	Comprimento do vão efetivo da laje na direção y
l_{y1}	Parcela da borda da laje engastada
l_{y2}	Parcela da borda da laje apoiada
l^*	Menor valor entre l_x e $0,7l_y$
m	Metro
m/s^2	Metro por segundo ao quadrado
m^2	Metro quadrado
m_x	Momento máximo positivo na direção x
m_y	Momento máximo positivo na direção y
n	Número de bordas engastadas
p	Intensidade da carga atuante na laje por metro quadrado
p_x	Parcela da carga atuante na direção x
p_y	Parcela da carga atuante na direção y
q	Somatório das cargas acidentais na laje
t	Período total, em meses, considerado para a verificação da fluência
t_0	Período, em meses, relativo à data de aplicação da carga de longa duração
t_1	Largura do apoio à esquerda do corte da laje
t_2	Largura do apoio à direita do corte da laje
u	Componente do deslocamento de um ponto da laje na direção x
\mathbf{u}	Deslocamentos de um ponto genérico dentro de um elemento
v	Componente do deslocamento de um ponto da laje na direção y
w	Deslocamento vertical da placa
x	Coordenada x de um ponto genérico de uma placa
x_x	Momento máximo negativo na direção x
x_y	Momento máximo negativo na direção y
y	Coordenada y de um ponto genérico de uma placa
Δc	Tolerância de execução do cobrimento mínimo das armaduras da laje
Δx	Espaçamento entre as barras da grelha na direção x
Δ_x	Variação do momento fletor na direção x
Δy	Espaçamento entre as barras da grelha na direção y

Δ_y	Variação do momento fletor na direção y
$\Delta\xi$	Variação do tempo de início do carregamento e tempo considerado para a fluência
α	Coefficiente para o cálculo de flechas elásticas
α_E	Coefficiente que depende do agregado graúdo para o cálculo do E_{ci}
α_f	Fator que considera a fluência do concreto na flecha total
β	Coefficiente de redução da rigidez à torção da laje
γ	Peso específico dos materiais
γ_c	Coefficiente de ponderação da resistência do concreto
γ_f	Coefficiente de ponderação das ações
γ_{reb}	Peso específico do reboco que compõe a parede
γ_s	Coefficiente de ponderação da resistência do aço
γ_{tij}	Peso específico do tijolo que compõe a parede
ε	Deformação de um ponto da placa (laje)
λ	Relação entre o maior e o menor vão da laje
\emptyset	Diâmetro da armadura principal da laje
μ_x	Coefficiente tabelado utilizado no cálculo do momento máximo positivo na direção x
μ'_x	Coefficiente tabelado utilizado no cálculo do momento máximo negativo na direção x
μ_y	Coefficiente tabelado utilizado no cálculo do momento máximo positivo na direção y
μ'_y	Coefficiente tabelado utilizado no cálculo do momento máximo negativo na direção y
ν	Coefficiente de Poisson
σ	Tensão em um ponto da placa (laje)
σ_z	Tensão normal à superfície de uma placa
Ψ_{2j}	Fator de redução da combinação quase permanente para o ELS
Ψ_2	Fator de redução da combinação quase permanente para o ELS

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	22
1.1	Considerações Iniciais	22
1.2	Justificativa do Trabalho	23
1.3	Objetivos	24
1.3.1	Objetivo Geral	24
1.3.2	Objetivos Específicos	24
1.4	Estrutura do Trabalho	24
2	REFERENCIAL TEÓRICO	26
2.1	Conceitos Fundamentais sobre o Concreto Armado	26
2.1.1	Sistemas e Elementos Estruturais	27
2.1.2	Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado	29
2.1.3	Estados Limites	30
2.2	Lajes	32
2.2.1	Lajes Nervuradas moldadas <i>in loco</i>	33
2.2.2	Lajes Pré-fabricadas	35
2.2.3	Lajes Maciças	36
2.3	Métodos de Cálculo Utilizados no Dimensionamento de Lajes Maciças	39
2.4	Método Elástico	40
2.4.1	Equação Fundamental das Placas Delgadas	40
2.4.2	Determinação de Esforços por meio de Séries	42
2.4.3	Método Simplificado de Marcus	44
2.4.4	Resolução por Analogia de Grelhas	44
2.4.5	Resolução pelo Método dos Elementos Finitos	48
2.5	Dimensionamento de Lajes Maciças	50
2.5.1	Discretização do pavimento	51
2.5.2	Vão efetivo das lajes	54

2.5.3	Classificação quanto à Direção.....	55
2.5.4	Classe de Agressividade Ambiental	56
2.5.5	Cobramento Mínimo	56
2.5.6	Pré-dimensionamento das Lajes	58
2.5.7	Ações nas Lajes	59
2.5.8	Verificação das Flechas	63
2.5.9	Cálculo dos Momentos Fletores	67
2.6	<i>Softwares</i> Computacionais Utilizados	69
2.6.1	AltoQI Eberick	70
2.6.2	SAP2000.....	71
3	METODOLOGIA	72
3.1	Procedimentos Iniciais	72
3.2	Definição da Área de Estudo	72
3.3	Coleta dos Dados	73
3.4	Procedimentos de Cálculo	76
3.4.1	Dimensionamento simplificado	77
3.4.2	Dimensionamento utilizando o Eberick	77
3.4.3	Dimensionamento utilizando o SAP2000.....	79
3.5	Análise dos Dados	81
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	82
4.1	Dimensionamento Utilizando as Tabelas de Bares.....	82
4.1.1	Classificação Quanto à Direção.....	82
4.1.2	Altura das Lajes	82
4.1.3	Ações Atuantes	83
4.1.4	Momentos Fletores Calculados	84
4.1.5	Compatibilização dos Momentos	86
4.2	Momentos Fletores Utilizando o <i>Software</i> Eberick 2021	88

4.3	Momentos Fletores Utilizando o <i>Software</i> SAP2000	90
4.4	Comparativos dos Momentos Fletores	92
4.5	Comparativos das Flechas	101
4.6	Influência da Rigidez das Vigas nos Esforços das Lajes	102
4.6.1	Comparativo dos Momentos Fletores com a Nova Altura das Vigas.....	102
4.6.2	Comparativos das Flechas com a Nova Altura das Vigas.....	106
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	107
	REFERÊNCIAS	110
	APÊNDICE A – ROTEIROS UTILIZADOS NO MÉTODO SIMPLIFICADO	113
	APÊNDICE B – COMPATIBILIZAÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES	123
	ANEXO A – QUADROS	127
	ANEXO B – CONFIGURAÇÕES DOS <i>SOFTWARES</i>	133

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

O dimensionamento de estruturas de concreto armado se constitui como um conjunto de análises e procedimentos, necessários para se determinar as formas e características que uma estrutura deve possuir para atender às necessidades de um projeto. Esse conjunto tem sido avaliado e aperfeiçoado ao longo dos anos, tendo em vista as constantes evoluções nas teorias e ferramentas voltadas para o cálculo estrutural, de maneira que, a partir de muitos estudos, foi possível obter modelos de cálculo fundamentados em diferentes teorias.

Tratando-se especificamente de lajes maciças de concreto armado, até alguns anos atrás, o dimensionamento desse elemento estrutural só era possível por meio de métodos simplificados, embasados na teoria da elasticidade, mas que devido à inexistência de ferramentas computacionais, os cálculos eram todos feitos de forma manual, por meio de tabelas e parâmetros pré-estabelecidos, sendo necessário considerar algumas simplificações para viabilizar a sua aplicação, como por exemplo, considerar as lajes como elementos isolados e apoiados em vigas indeformáveis. Além disso, a depender do nível e da quantidade de elementos a serem projetados, o cálculo manual pode se tornar uma tarefa bastante complexa e exaustiva.

Com a evolução tecnológica, foram desenvolvidos *softwares* de análise estrutural que possibilitaram a aplicação de métodos de cálculo anteriormente elaborados, mas que na prática eram de difícil resolução. Assim, tornou-se possível analisar o comportamento das estruturas de maneira mais precisa, considerando os efeitos globais e a interação entre todos os elementos que compõe a estrutura. Nesse cenário, os programas computacionais propiciaram uma maior produtividade na execução dos projetos e viabilizaram também a análise de sistemas mais complexos e arrojados, trazendo assim grandes avanços para a engenharia estrutural e para a construção civil como um todo.

Vale ressaltar que as teorias e os métodos clássicos de dimensionamento estrutural fazem parte da grade curricular dos cursos de engenharia civil, pois torna-se imprescindível que o profissional detenha o conhecimento teórico que, durante anos, foi aplicado nos projetos estruturais, além de ser necessário também para compreender e saber interpretar os resultados obtidos por meio dos programas.

Existem atualmente diversos *softwares* de análise estrutural, que utilizam diferentes processos de cálculo para o dimensionamento de lajes maciças e demais elementos estruturais, sendo os mais comuns aqueles que utilizam a analogia de grelha, como é o caso do Eberick e

os que utilizam o Método dos Elementos Finitos, a exemplo do SAP2000. Por meio desses e outros programas, é possível modelar a estrutura e calcular os esforços solicitantes, tais como os momentos fletores e os deslocamentos.

Assim, no presente trabalho, serão abordados os métodos de análise citados, bem como o método simplificado que pode ser aplicado a partir de diferentes concepções de cálculo, sendo este estudo voltado ao cálculo dos esforços solicitantes em lajes maciças de concreto armado.

1.2 Justificativa do Trabalho

Como já citado anteriormente, o método manual foi por muito tempo, e ainda é, aplicado em determinadas situações de dimensionamento, seja para estruturas mais simples, ou como ferramenta de verificação dos resultados obtidos por meio dos programas computacionais. Porém, as diversas simplificações e a complexidade por vezes encontradas para se calcular determinadas estruturas o tornam passível de imprecisões que influenciam diretamente no dimensionamento.

Em contrapartida, os programas de análise estrutural, ainda que sejam grandes ferramentas de cálculo, a depender dos dados de entrada e das particularidades da estrutura, podem apresentar também divergências entre si, sendo necessário entender quais os pontos que podem interferir nos resultados finais.

Dessa forma, sabendo que a análise estrutural pode ser realizada por meio de diferentes métodos de cálculo, sejam eles manuais ou por meio de *softwares*, é possível que a aplicação de tais métodos em um mesmo projeto possa apresentar divergências nos esforços obtidos. Afinal, nenhum método até então, por mais desenvolvido que seja, consegue reproduzir o comportamento e a interação de uma estrutura de forma 100% fidedigna, mas sim de maneira aproximada.

Assim, o presente trabalho justifica-se pela necessidade de se realizar um estudo comparativo entre alguns desses métodos, com o intuito de verificar as possíveis variações de resultados, analisando os prós e contras e como estas variações podem afetar no dimensionamento das lajes maciças de concreto armado.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Realizar uma análise comparativa entre os resultados dos esforços solicitantes em lajes maciças de concreto armado, obtidos por meio do cálculo manual (método simplificado), da Analogia de Grelhas, através do *software* Eberick e pelo Método dos Elementos Finitos, através do *software* SAP2000, verificando, posteriormente, as diferenças encontradas e a precisão de cada solução obtida.

1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Realizar o cálculo manual e compatibilização dos momentos fletores positivos e negativos, bem como o cálculo e verificação dos deslocamentos (flechas) das lajes;
- Modelar a estrutura nos programas de análise estrutural, de forma a considerar e reproduzir ao máximo as variáveis existentes na prática;
- Compilar os resultados dos esforços obtidos pelos diferentes métodos em tabelas, gráficos e figuras, a fim de verificar as possíveis variações ocorridas;
- Verificar o comportamento dos esforços nas lajes da estrutura modelada nos programas, quando sujeita a variações na altura das vigas de apoio.

1.4 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho foi estruturado em 5 capítulos, sendo o capítulo 1 destinado à uma contextualização do tema, além de trazer também a justificativa do estudo, o objetivo geral, objetivos específicos e a estrutura do trabalho.

No capítulo 2 é realizada uma revisão bibliográfica a respeito dos principais assuntos que fundamentam o estudo, onde são tratados sobre os conceitos fundamentais do concreto armado, alguns tipos de lajes, os métodos de cálculo utilizados no dimensionamento de lajes maciças, os procedimentos utilizados no cálculo simplificado e os *softwares* de análise estrutural utilizados.

O capítulo 3 aborda sobre os procedimentos metodológicos utilizados para a realização do trabalho, descrevendo de maneira sucinta sobre a definição da área de estudo, os dados utilizados, bem como os procedimentos de cálculo e a análise dos dados.

O capítulo 4 traz os resultados obtidos a partir da pesquisa realizada, bem como as discussões a respeito desses resultados, buscando analisar as diferenças e variações encontradas.

O capítulo 5 traz as considerações finais a respeito do trabalho, verificando o alcance dos objetivos e apresentando as principais contribuições da pesquisa, além de trazer sugestões para continuação da pesquisa em trabalhos futuros.

Ao final, encontram-se as referências bibliográficas utilizadas como embasamento teórico, os apêndices contendo informações complementares e os anexos com dados que foram utilizados para a execução da pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Conceitos Fundamentais sobre o Concreto Armado

Os sistemas estruturais são necessários e fundamentais em diversos tipos de construções, tais como residências, prédios, pontes, viadutos, entre outras. Diante disso, existem diferentes materiais que podem compor os elementos estruturais, sendo possível utilizar apenas um tipo de material ou até mesmo fazer uma combinação entre eles e, dentro das diversas opções existentes, destaca-se o concreto armado. Segundo Bastos (2019), as estruturas de concreto armado são utilizadas em todo o mundo e no Brasil é a mais utilizada quando comparada a outros tipos de estruturas, onde tal fato pode ser explicado principalmente pela facilidade na execução e aplicação dos materiais.

Giongo (2007) destaca que o concreto armado tem como uma de suas grandes vantagens, a possibilidade de se adaptar às formas estruturais requeridas pelas concepções arquitetônicas, podendo dessa forma, adequar-se a inúmeros projetos e com diferentes soluções. Conforme Pinheiro, Muzardo e Santos (2010), o concreto armado ainda apresenta vantagens como: boa resistência à maioria das solicitações nos sistemas estruturais; possui um baixo custo de materiais e mão de obra; os processos construtivos são amplamente conhecidos e o concreto é um material durável e que protege bem o aço contra a corrosão.

De acordo com Araújo (2014), o concreto armado é um material que possui em sua composição o concreto (composto por cimento, areia, brita e água) e o aço que é utilizado em forma de barras com tamanhos variados e é inserido no interior do concreto para se obter então o concreto armado. Segundo Bastos (2019), a junção do concreto e do aço é necessária, pois o concreto é um material que tem uma boa resistência aos esforços de compressão, porém não resiste tão bem à tração (em torno de 10% da resistência à compressão). Dessa forma, o aço é empregado de forma a combater os esforços de tração e, por consequência, auxilia também o concreto no combate às tensões de compressão. O funcionamento conjunto desses dois materiais só é possível graças à aderência.

De fato, se não houvesse aderência entre o aço e o concreto, não haveria o concreto armado. Devido à aderência, as deformações das barras de aço são praticamente iguais às deformações do concreto que as envolve (ARAÚJO, 2014, p. 1).

Bastos (2019) destaca ainda que a armadura presente no concreto armado é do tipo passiva, pois as tensões e deformações que ocorrem são exclusivamente devido às ações aplicadas nas peças estruturais, o que a distingue da armadura ativa presente nas peças de concreto protendido, que neste caso não será abordado no presente trabalho.

2.1.1 Sistemas e Elementos Estruturais

Carvalho e Figueiredo Filho (2021) definem o sistema estrutural como sendo a maneira na qual os elementos estruturais são arranjados e organizados entre si, de forma a garantir que a estrutura trabalhe de maneira satisfatória e atenda às condições impostas pela arquitetura da construção.

Segundo Pinheiro, Muzardo e Santos (2010), um sistema estrutural deve ser escolhido tomando-se como base alguns fatores técnicos e econômicos, destacando principalmente a capacidade técnica de um profissional para estudar e desenvolver as possíveis soluções para o caso analisado, bem como questões como a disponibilidade de materiais, equipamentos necessários e mão de obra qualificada para a execução da estrutura.

De acordo com o item 6.1 da NBR 6118 (2014), as estruturas de concreto armado devem ser construídas e projetadas de forma a conservar a sua segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante toda a sua vida útil, enquanto utilizada conforme recomendações previstas em projeto e dentro das condições ambientais consideradas. Ainda destaca no item 5.2.1 que o sistema estrutural adotado deve atender aos requisitos de segurança e qualidade apresentados nas normas técnicas que se aplicam às estruturas de concreto armado, no que tange às questões de capacidade resistente, durabilidade e desempenho em serviço da estrutura.

Outro fator que influencia diretamente na escolha e dimensionamento do sistema estrutural está relacionado à sua execução, tendo em vista que as estruturas de concreto armado podem ser moldadas *in loco* ou podem ser compostas por peças pré-moldadas. Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2021), as estruturas moldadas *in loco* são caracterizadas como uma estrutura monolítica, onde mesmo sendo possível distinguir visualmente os seus elementos, não existe uma separação física e o seu comportamento estrutural tem algumas particularidades decorrentes deste tipo de conexão. No caso das estruturas pré-moldadas, não existe um monolitismo entre os elementos e a interpretação e análise física difere do primeiro sistema apresentado.

Tendo em vista que existem diferentes métodos de execução das estruturas de concreto armado, é necessário que o projetista interprete de forma correta a maneira como a estrutura se comporta, para que então possa escolher os métodos de cálculo que mais se aproxime do comportamento real dos elementos. Com isso, é necessário também identificar os tipos de elementos estruturais que formam um sistema estrutural.

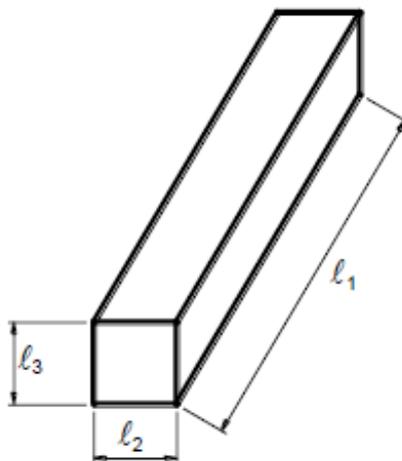
Cada elemento estrutural deve ter função compatível com os esforços solicitantes e sua segurança tem que ser garantida com relação aos Estados Limites Últimos e de Serviço. O arranjo dos elementos estruturais é muito importante para a segurança da estrutura e deve ser compatível com o projeto arquitetônico (GIONGO, 2007, p. 2).

Os elementos estruturais, conforme o item 14.4 da NBR 6118 (2014), são classificados e definidos de acordo com a sua função estrutural e a sua geometria, que é diferenciada comparando-se a ordem de grandeza das três principais dimensões, sendo elas altura, comprimento e espessura.

- Elementos Lineares

São aqueles em que o comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal (Figura 1), sendo também denominados barras (NBR 6118, 2014, item 14.4.1). Os elementos mais comuns em estruturas de concreto armado são as vigas e os pilares.

Figura 1 - Elemento Linear.

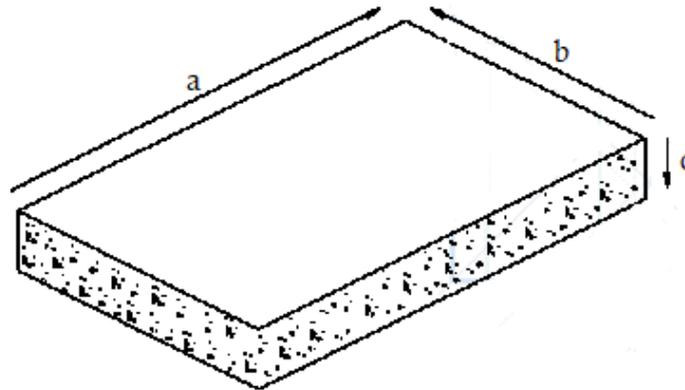


Fonte: Bastos (2019).

- Elementos Bidimensionais

Elementos em que uma dimensão, usualmente chamada de espessura, é relativamente pequena em face das demais (NBR 6118, 2014, item 14.4.2), conforme é ilustrado na Figura 2. Os exemplos mais comuns nos projetos de estruturas de concreto armado são as lajes, paredes de reservatório e piscinas.

Figura 2 - Elemento Bidimensional.

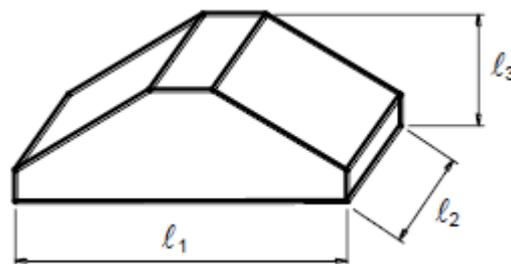


Fonte: Breternitz (2018).

- Elementos Tridimensionais

São os elementos onde as três dimensões têm a mesma ordem de grandeza, os elementos de volume (Figura 3). São exemplos mais comuns os blocos e sapatas de fundação (BASTOS, 2019, p. 66).

Figura 3 - Elemento Tridimensional.



Fonte: Bastos (2019).

2.1.2 Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado

O cálculo ou dimensionamento de uma estrutura deve garantir que ela suporte, de forma segura, estável e sem deformações excessivas, todas as solicitações a que estará submetida durante sua execução e utilização (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2021, p. 46).

Segundo o item 14.2.1 da NBR 6118 (2014), a análise estrutural, fundamental no dimensionamento de um sistema estrutural, tem como finalidade realizar verificações nos Estados Limites Últimos e de Serviço, onde permite estabelecer as distribuições de esforços internos, deslocamentos, tensões e deformações na estrutura.

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2021), de modo geral, os métodos de cálculo podem ser divididos em dois grupos, que são os métodos clássicos e os métodos de cálculo na ruptura ou método dos estados limites.

- Métodos Clássicos

Nos métodos clássicos, o dimensionamento é baseado nas cargas máximas de serviço, onde considera-se que os elementos estruturais possuem um comportamento elástico e calculam-se as tensões máximas nos elementos, limitadas em apenas uma fração da resistência dos materiais (não ocorre um bom aproveitamento dos materiais, pois não se considera a adaptação plástica, que pode ocorrer na prática).

- Métodos de Cálculo na Ruptura

Para o método de cálculo da ruptura, assegura-se o bom funcionamento da estrutura ao fazer com que as solicitações correspondentes às cargas majoradas sejam inferiores às solicitações últimas. Conforme preconiza a NBR 6118 (2014) no item 12.5.2, quanto às condições analíticas de segurança, deve-se verificar para todos os estados limites que as resistências de cálculo R_d devem ser maiores ou iguais às solicitações de cálculo S_d , ou seja, adota-se inicialmente valores característicos das solicitações e das resistências, transformando-os posteriormente em valores de cálculo.

Segundo a NBR 6118 (2014), os valores de cálculo das resistências do concreto à compressão f_{cd} e do aço à tração f_{yd} para situações normais e obras usuais em geral, são determinadas dividindo-se as resistências características do concreto f_{ck} e do aço f_{yk} pelos seus respectivos coeficientes de minoração, apresentados na tabela 12.1 da referida norma, que são: $\gamma_c = 1,4$ para o concreto e $\gamma_s = 1,15$ para o aço, nos casos de combinações normais.

2.1.3 Estados Limites

Conforme explanado em tópicos anteriores, o dimensionamento das estruturas de concreto armado é feito considerando os Estados Limites Últimos (ELU) e os Estados Limites de Serviço (ELS). Todos os elementos estruturais precisam ser verificados, pois desta forma a segurança e a boa utilização funcional é garantida.

O Estado Limite Último é aquele relacionado ao colapso ou a qualquer outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação, no todo ou em parte, do uso da estrutura (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2021, p. 52). Segundo o item 10.3 da NBR 6118

(2014), sempre deve ser verificada a segurança das estruturas em relação aos seguintes estados limites últimos:

- a) Perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- b) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido às solicitações normais e tangenciais, admitindo-se a redistribuição de esforços internos, desde que seja respeitada a capacidade de adaptação plástica definida na Seção 14, e admitindo-se, em geral, as verificações separadas das solicitações normais e tangenciais;
- c) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;
- d) Provocado por solicitações dinâmicas;
- e) Colapso progressivo;
- f) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando exposição ao fogo, conforme a ABNT NBR 15200;
- g) Esgotamento da capacidade resistente da estrutura, considerando ações sísmicas, de acordo com a ABNT NBR 15421;
- h) Outros estados-limites últimos que eventualmente possam ocorrer em casos especiais.

Os estados limites de serviço, de acordo com a NBR 6118 (2014), estão relacionados à aparência e durabilidade das estruturas, ao conforto dos usuários e à boa utilização dos usuários, máquinas e equipamentos. Ainda no item 3.2 da norma, são apresentados os estados limites de serviço aos quais a segurança das estruturas pode exigir a verificação (exceto aqueles relacionados exclusivamente às estruturas de concreto protendido) que são eles:

- a) Formação de fissuras (ELS-F): estado em que se inicia a formação de fissuras;
- b) Abertura de fissuras (ELS-W): estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados em 13.4.2;
- c) Deformação excessiva (ELS-DEF): estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal, dados no item 13.3;
- d) Vibrações excessivas (ELS-VE): estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção.

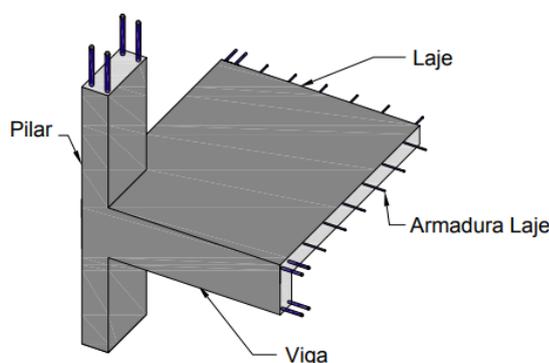
No projeto das estruturas de Concreto Armado e Protendido, o dimensionamento dos diferentes elementos estruturais é feito no Estado-Limite Último (ELU), onde os elementos

estruturais são dimensionados como se estivessem prestes a romper, mas isso apenas teoricamente (BASTOS, 2019, p. 42).

2.2 Lajes

De acordo com Alva (2007), as lajes são elementos estruturais planos bidimensionais, conforme é mostrado na Figura 4, cuja espessura é bem menor que as outras duas dimensões e tem como função básica receber os carregamentos (ações gravitacionais) provenientes da utilização que são aplicados no piso (pessoas, móveis, paredes, etc.) e, em seguida, transmiti-los aos elementos de apoio, que são compostos em sua grande maioria por vigas.

Figura 4 - Esquema de uma estrutura com laje convencional.



Fonte: Spohr (2008).

As ações são comumente perpendiculares ao plano da laje, podendo ser divididas em distribuídas na área, distribuídas linearmente ou forças concentradas. Embora menos comuns, também podem ocorrer ações externas na forma de momentos fletores, normalmente aplicados nas bordas das lajes (BASTOS, 2015, p. 1).

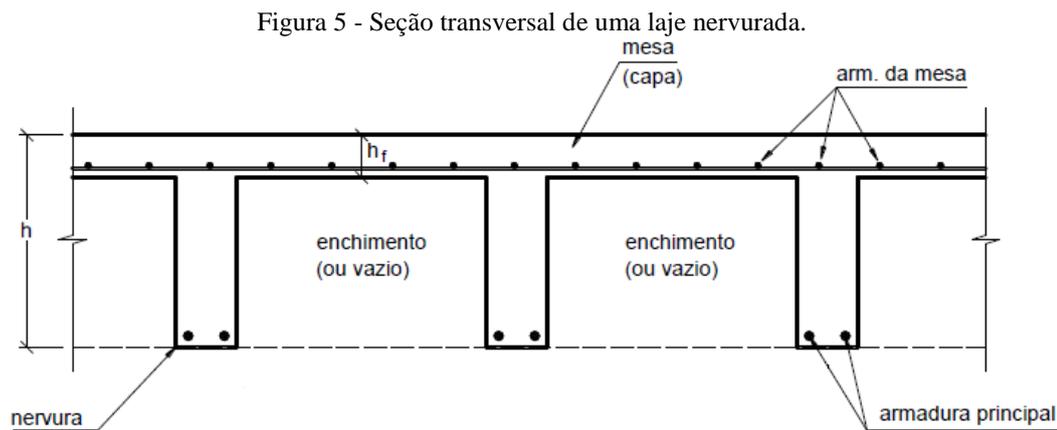
Conforme Araújo (2010), os pavimentos de edifícios podem ser constituídos por diferentes tipos de lajes, como por exemplo, as lajes maciças, lajes nervuradas, lajes cogumelo, lajes pré-moldadas, entre outras. A escolha do tipo de laje depende estritamente das considerações de segurança e questões econômicas, sendo essas condições que estão diretamente ligadas ao projeto arquitetônico em análise.

Nos tópicos seguintes, serão apresentadas algumas características dos tipos mais usuais de lajes de concreto armado, visando assim entender o funcionamento e alguns fundamentos que cada uma possui, sendo possível, dessa forma, diferenciar a maneira como cada laje trabalha dentro dos sistemas estruturais.

2.2.1 Lajes Nervuradas moldadas *in loco*

Segundo a NBR 6118 (2014, p. 97), “Lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”. Vale ressaltar que o material inerte utilizado como enchimento não possui função estrutural na laje, servindo apenas para preencher o espaço entre as nervuras que, em união com a capa de concreto, formam o conjunto que resiste aos esforços solicitantes.

De acordo com Bastos (2015), o material para preenchimento dos espaços entre as nervuras pode ser composto por bloco cerâmico furado (conhecido como lajota), bloco de concreto simples, bloco de concreto celular autoclavado, isopor, ou também pode não haver material de preenchimento, ficando assim as nervuras expostas, conforme é mostrado na Figura 5.



Fonte: Adaptado de Bastos (2015).

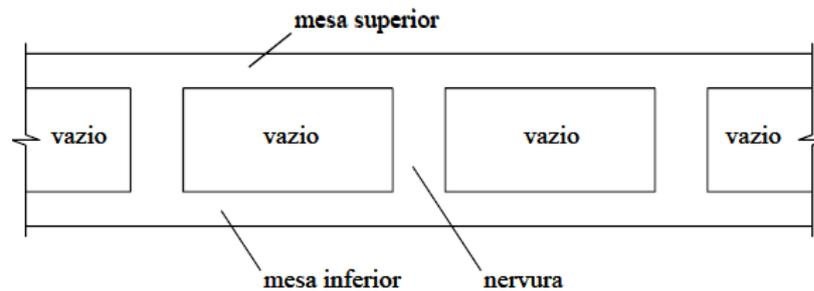
Araújo (2010) explica que as lajes nervuradas se constituem principalmente como solução para vencer grandes vãos, geralmente iguais ou superiores à 8 m, por vezes necessário devido às imposições da arquitetura, ondes são empregadas armaduras longitudinais de tração nas nervuras, sendo essa uma das opções de laje mais favoráveis para estes casos, tendo em vista que os espaços vazios ou preenchidos por material inerte de baixo peso específico diminui uma grande quantidade de concreto, reduzindo assim o peso próprio da laje.

De acordo com Silva (2005), as lajes nervuradas do tipo moldadas no local ainda apresentam grande resistência aos esforços em vãos de grande comprimento devido à sua elevada rigidez, tendo em vista que o braço de alavanca (distância entre as resultantes das forças de tração no aço e de compressão no concreto) é maior, comparada aos demais tipos de lajes, sendo possível obter um maior aproveitamento do aço e do concreto.

As lajes nervuradas podem se configurar de algumas maneiras, sendo possível classificá-las em três tipos, que neste caso, diz respeito à forma e disposição das nervuras na seção transversal, sendo elas: dupla, invertida e a normal (direta).

A laje nervurada do tipo dupla, conforme afirma Silva (2005), é composta por duas capas de concreto, uma inferior e outra superior, e as nervuras ficam situadas no centro dessas mesas, separadas pelo material de enchimento, que serve de forma para as duas capas de concreto, como é mostrado na Figura 6.

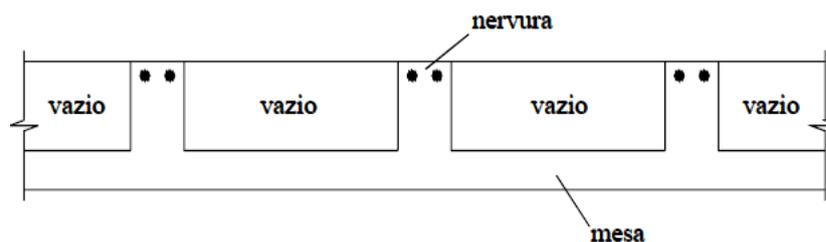
Figura 6 - Laje nervurada dupla.



Fonte: Silva (2005).

Segundo Bastos (2015), a laje nervurada do tipo invertida possui a mesa de concreto no lado inferior, conforme é mostrado na Figura 7, e é utilizada para combater momentos fletores negativos, como é o caso das lajes em balanço.

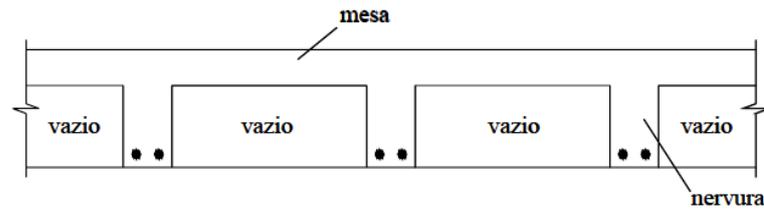
Figura 7 - Laje nervurada invertida.



Fonte: Silva (2005).

A laje nervurada normal ou direta, de acordo com Silva (2005), é o tipo mais usual (Figura 8) e é o oposto da laje invertida no que diz respeito à sua função, pois é utilizada para combater principalmente momentos fletores positivos, onde é possível utilizar materiais de preenchimento como forma, a exemplo das formas mais usuais feitas de madeira e polipropileno, que são utilizadas e após a cura do concreto são removidas, deixando os espaços vazios entre as nervuras.

Figura 8 - Laje nervurada normal (direta).



Fonte: Silva (2005).

2.2.2 Lajes Pré-fabricadas

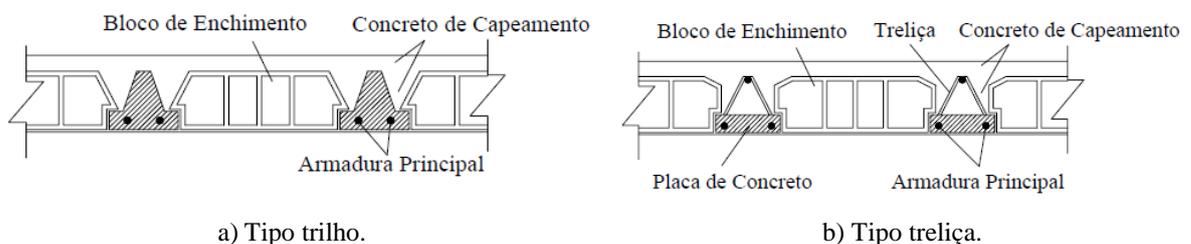
Define-se como laje pré-fabricada ou pré-moldada a laje que tem suas partes constituintes fabricadas em escala industrial no canteiro de uma fábrica. Pode ser de concreto armado ou de concreto protendido. São aplicadas tanto nas construções de pequeno porte como também nas de grande porte (BASTOS, 2015, p. 75).

Existem vários tipos de lajes pré-fabricadas que podem ser dimensionadas e empregadas nos mais variados sistemas estruturais, como por exemplo, as lajes pré-moldadas protendidas em forma de π (ou duplo Tê) e as lajes alveolares protendidas. Aqui serão destacados os tipos mais usuais utilizados em edifícios residenciais e comerciais de pequeno e médio porte, que são neste caso as lajes nervuradas formadas por vigotas pré-moldadas ou lajes pré-moldadas como também são conhecidas.

Segundo Silva (2005), as lajes pré-moldadas são executadas com vigotas pré-fabricadas unidirecionais que podem ser do tipo trilho (pode ter o formato de T invertido ou I) ou do tipo treliça (constituídas por uma base de concreto e armadura em formato de treliça espacial), blocos de enchimento que podem ser de material cerâmico ou EPS colocados entre as nervuras e uma capa de concreto executada no local após a montagem das partes pré-fabricadas, conforme é ilustrado na Figura 9.

A NBR 14859-1 (2016) ressalta que as vigotas pré-fabricadas devem ter sua base constituída por concreto estrutural e englobam total ou parcialmente toda a armadura de tração localizada na parte inferior, na seção composta pelo concreto.

Figura 9 - Seções transversais de lajes pré-moldadas: a) tipo trilho; b) tipo treliça.



a) Tipo trilho.

b) Tipo treliça.

Fonte: Silva (2005).

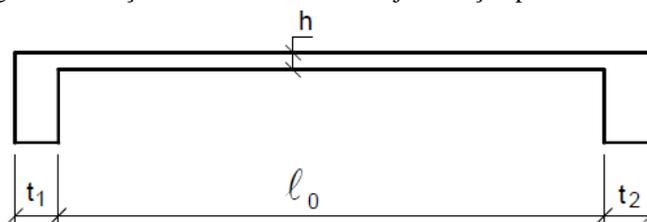
As vigotas, segundo Silva (2005), são dispostas na direção do menor vão da laje e são apoiadas apenas nas extremidades, trabalhando dessa forma como vigas bi apoiadas e que, a depender da necessidade, podem haver também a execução de nervuras transversais (perpendiculares às vigotas). Devido a isso, as lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas têm um comportamento diferente das lajes de seção constante, como é o caso das lajes maciças, onde ela apresenta maiores esforços solicitantes, bem como maiores deformações, pelo fato de que trabalha na maioria dos casos apenas em uma direção. Assim, os cálculos dos esforços solicitantes e dos deslocamentos são feitos considerando-se a laje como sendo um conjunto de vigas que trabalham de forma paralela e independente.

Ainda conforme o item 3.1.3 da NBR 14859-1 (2016), deve ser colocada uma armadura de distribuição posicionada na capa nas duas direções, para combater as tensões oriundas de cargas concentradas e para o controle da fissuração.

2.2.3 Lajes Maciças

Laje maciça é aquela onde toda a espessura é composta por concreto (Figura 10), contendo armaduras longitudinais de flexão e eventualmente armaduras transversais, e apoiada em vigas ou paredes ao longo das bordas (BASTOS, 2015, p. 1).

Figura 10 - Seção transversal de uma laje maciça apoiada em vigas.

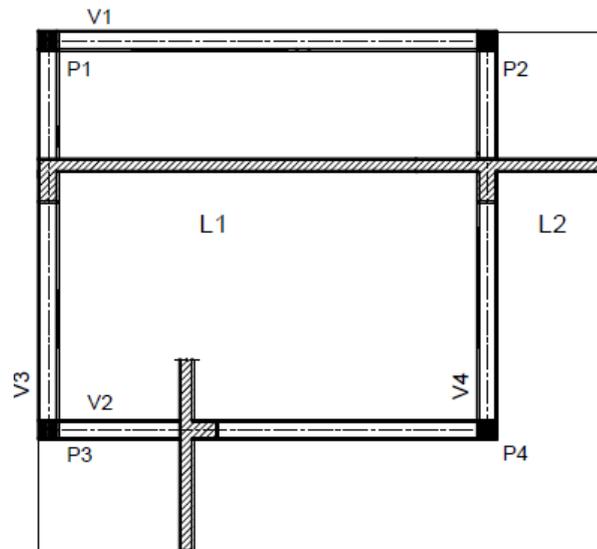


Fonte: Bastos (2015).

Esse tipo de laje tem aplicação em diversos tipos de construção, como é o caso de edifícios de múltiplos pavimentos, muros de arrimo, reservatórios, escadas, pontes, entre outras. Conforme Carvalho e Figueiredo Filho (2021), as lajes maciças, diferentemente das lajes pré-moldadas, distribuem todo o seu carregamento ao longo de todos os apoios que a contornam, sendo quatro vigas nos casos mais comuns de lajes retangulares. Isso resulta em um melhor aproveitamento das vigas de apoio que, a depender das condições de contorno e cálculos realizados, podem receber os carregamentos na mesma ordem de grandeza.

Bastos (2019) destaca que as lajes maciças também podem ter bordas não apoiadas, como são os casos das lajes em balanço, e essas bordas são chamadas de bordas livres, conforme é mostrado na Figura 11.

Figura 11 - Lajes maciças com bordas apoiadas e bordas livres.



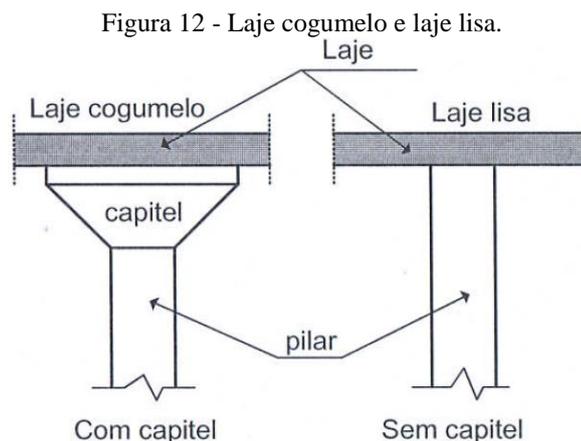
Fonte: Bastos (2019).

O sistema de lajes apoiadas em vigas, seja em todo o perímetro ou apenas em alguns de seus lados, é o que se denomina de sistema convencional, porém existem os casos de lajes maciças que se apoiam diretamente nos pilares de modo que as ações são transmitidas das lajes aos pilares e posteriormente para as fundações. Esse tipo de laje é denominado pela NBR 6118 (2014) como laje lisa.

Segundo Bastos (2019), as lajes lisas são usuais principalmente em edifícios altos e, ainda que tenham uma espessura maior comparada às lajes convencionais, possuem vantagens como custos menores e maior rapidez na execução, mas estando suscetíveis à maiores deformações verticais.

De acordo com Carvalho e Pinheiro (2013), esse tipo de sistema faz gerar na ligação da laje com o pilar uma grande intensidade de forças cortantes que provoca, consequentemente, altas tensões de cisalhamento, causando assim o fenômeno da punção. Este fenômeno ocorre quando um conjunto de forças de alta intensidade age em uma pequena área de uma placa, provocando assim a sua perfuração.

Dessa forma, quando o sistema de lajes lisas apresenta alto risco de punção, surge a alternativa de engrossar a seção dos pilares em contato com a laje, de forma a aumentar a área de contato e, consequentemente, reduzir a tensão atuante por unidade de área. Esse engrossamento na parte superior do pilar é chamado de capitel. As lajes maciças que se apoiam em pilares com capitel são denominadas de lajes cogumelo. A representação de ambos os tipos de lajes são apresentadas na Figura 12.



Fonte: Araújo (2010).

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2021), a espessura das lajes maciças costumam variar de $1/40$ a $1/60$, sendo essa a relação entre a sua altura h e o menor vão da laje, o que caracteriza uma altura considerada pequena para efeitos de cálculo. Araújo (2010) afirma que as lajes maciças devem ser dimensionadas com uma espessura capaz de combater às deformações causadas pelas ações aplicadas, bem como garantir que não ocorram vibrações que causem desconforto aos usuários. No geral, a NBR 6118 (2014) em seu item 13.2.4.1 estabelece as espessuras mínimas para as lajes maciças conforme a sua finalidade. São elas:

- a) 7 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- b) 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- c) 10 cm para lajes em balanço;
- d) 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- e) 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- f) 15 cm para lajes com protensão apoiada em vigas, com o mínimo de $l/42$ para lajes de piso biapoiadas e $l/50$ para lajes de piso contínuas;
- g) 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes cogumelo fora do capitel.

Tendo em vista que as lajes maciças são moldadas no local, existem algumas vantagens principalmente com relação à facilidade em colocar as passagens das tubulações dos sistemas existentes (hidrossanitário e elétrico, por exemplo) antes da concretagem, destacando-se a necessidade de se prever um reforço estrutural nas aberturas realizadas.

Há uma economia de formas quando se é utilizado lajes maciças se os pavimentos se repetem várias vezes, pois se utiliza o mesmo jogo de formas e escoramentos em todos os pavimentos (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2021, p. 319).

De acordo com Carvalho e Pinheiro (2013), as lajes maciças também apresentam vantagens com relação à facilidade na sua execução, sendo um tipo de laje bastante difundido na construção civil em todo o país e a sua configuração garante uma boa rigidez a deslocamentos verticais.

2.3 Métodos de Cálculo Utilizados no Dimensionamento de Lajes Maciças

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2021), existem dois métodos de cálculo para se determinar os esforços e deslocamentos em lajes maciças, que são: o elástico e o de ruptura. O método elástico é baseado na análise do concreto não fissurado e submetido às cargas de serviço, já o método de ruptura baseia-se nos mecanismos de ruptura das lajes e para essa situação são calculados os esforços por meio da teoria das charneiras plásticas.

A NBR 6118 (2014) estabelece ainda que, para situações de projeto, a análise estrutural pode ser efetuada por alguns métodos que se diferenciam pelo comportamento admitido aos materiais constituintes da estrutura, sendo considerado em todos os casos, que os deslocamentos da estrutura são pequenos. Os métodos são os seguintes:

- **Análise linear**

NBR 6118 (2014) item 14.5.2: É admitido um comportamento elástico-linear para os materiais e na análise global determinam-se as características geométricas pela seção bruta do concreto. O módulo de elasticidade utilizado é o secante E_{cs} e o tipo de análise linear é empregado na maioria das vezes para a verificação dos esforços no Estado Limite de Serviço.

- **Análise linear com redistribuição**

NBR 6118 (2014) item 14.5.3: Neste caso, ocorre a redistribuição dos efeitos das ações, determinados em uma análise linear, para as combinações de carregamento do ELU. As condições de equilíbrio e de ductilidade devem ser obrigatoriamente satisfeitas. Os esforços internos devem ser recalculados para garantir o equilíbrio de todos os elementos estruturais e as verificações de combinações de carregamento de ELS ou de fadiga podem ser baseadas na análise linear sem redistribuição.

- **Análise plástica**

NBR 6118 (2014) item 14.5.4: Ocorre quando as não linearidades puderem ser consideradas, admitindo-se materiais de comportamento rígido-plástico perfeito ou elastoplástico perfeito. Este tipo de análise deve ser usado apenas para verificações de ELU.

- **Análise não linear**

NBR 6118 (2014) item 14.5.5: Considera-se o comportamento não linear dos materiais. Toda a geometria da estrutura, bem como todas as suas armaduras, precisa ser conhecida para que a análise não linear possa ser efetuada e condições de equilíbrio, de compatibilidade e de ductilidade devem ser necessariamente satisfeitas.

2.4 Método Elástico

Os métodos tradicionais, ou clássicos, para a determinação da distribuição de momentos em uma laje têm sido através de modelos elásticos. Estes métodos baseiam-se na solução da equação diferencial que governa o comportamento de uma placa (BANKI & COELHO, 2013).

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2021), o método elástico, também conhecido como teoria das placas delgadas ou teoria de Kirchhoff, é fundamentado na lei de Hooke que considera os materiais em regime elástico-linear e baseia-se nas equações de equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa, bem como nas relações de compatibilidade das deformações do concreto, tendo em vista que as lajes de concreto são placas delgadas e, portanto, a teoria se aplica a elas.

De acordo com a NBR 6118 (2014), em seu item 14.7.3, os métodos baseados na teoria da elasticidade podem ser utilizados para as lajes de concreto armado, adotando-se o coeficiente de Poisson ν (relação entre as deformações transversal e longitudinal de elementos submetidos a uma determinada força) igual a 0,2. Devem ser atendidas também as prescrições apresentadas nos itens 14.7.3.1 e 14.7.3.2 que trata sobre os valores de rigidez e das condições de ductilidade e redistribuição dos momentos. Assim, este tipo de análise corresponde ao método de análise linear, apresentado no item 14.5.2.

2.4.1 Equação Fundamental das Placas Delgadas

Segundo Araújo (2010), na teoria das placas finas com pequenas deflexões, são determinadas algumas hipóteses necessárias para o seu desenvolvimento:

- O material da placa é elástico linear, homogêneo e isótropo (mesmas propriedades independentemente da direção observada);
- A espessura da placa é pequena em relação às outras dimensões;
- As deflexões são pequenas em relação à espessura da placa;
- As rotações da superfície média deformada são pequenas em relação à unidade;

- Linhas retas, inicialmente normais à superfície média, permanecem retas e normais após as deformações;
- As deflexões são normais ao plano indeformado inicial;
- As tensões normais à superfície média são desprezíveis ($\sigma_z \cong 0$).

Com base nas hipóteses apresentadas, a equação diferencial fundamental das placas delgadas, também conhecida como equação de Lagrange, pode ser determinada por meio do equilíbrio e a compatibilidade das deformações e os deslocamentos de um elemento infinitesimal, através da análise da deformada da placa, chegando assim a uma equação diferencial parcial de 4ª ordem, conforme é apresentado a seguir.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{p}{D} \quad (\text{Equação 2.1})$$

Em que:

w = deslocamento vertical;

x, y = coordenadas de um ponto genérico da placa;

p = intensidade da carga atuante;

D = rigidez à flexão da placa, onde:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (\text{Equação 2.2})$$

Sendo:

E = módulo de deformação longitudinal do concreto;

ν = coeficiente de Poisson;

h = altura da placa.

Conforme apresenta Carvalho e Figueiredo Filho (2021), ao se resolver a equação fundamental (Equação 2.1), obtém-se a expressão para a superfície elástica $w = w(x, y)$ e por meio de suas derivadas, é possível determinar os momentos fletores m_x e m_y , nas direções x e y , respectivamente:

$$\frac{m_x}{D} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (\text{Equação 2.3})$$

$$\frac{m_y}{D} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (\text{Equação 2.4})$$

De acordo com Banki e Coelho (2013), a solução analítica exata da equação diferencial das placas é restrita para uns poucos casos particulares. Isso fez com que diversos pesquisadores e profissionais da área desenvolvessem métodos de resolução que pudessem ser aplicados de forma prática nos casos mais gerais de placas delgadas. Os principais métodos e também os mais conhecidos são: a resolução por meio de séries, o método simplificado de Marcus, a resolução por analogia de grelhas, o método das diferenças finitas e o método dos elementos finitos. Alguns desses métodos serão melhor explanados nos itens seguintes.

2.4.2 Determinação de Esforços por meio de Séries

Segundo Araújo (2010), as soluções para a equação fundamental das placas, nos casos mais gerais de condições de contorno e carregamento, podem ser encontradas adotando expansões em série de Fourier. De maneira geral, algumas condições de contorno são consideradas, onde admite-se que os apoios são indeformáveis, introduzindo assim a condição de contorno nas bordas $w = 0$ (deslocamento vertical nulo). Vale ressaltar que essa condição de contorno é necessária para desenvolver o cálculo, porém na prática ocorre a possibilidade de haver deformações das vigas de apoio.

Ainda conforme Araújo (2010), a resolução por meio de séries tem duas soluções principais que foram desenvolvidas por Lévy e Navier. A solução desenvolvida por Lévy considera uma placa retangular delgada, com dois bordos paralelos apoiados e os demais com condições de contorno distintas. A carga é considerada distribuída ao longo do eixo x , não dependendo, portanto, de y . A carga p da equação fundamental expandida em série de Fourier é dada por:

$$p(x) = \sum_{m=1}^{\infty} P_m \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \quad (\text{Equação 2.5})$$

Ao substituir a carga $p(x)$ na equação fundamental e realizando as demais substituições necessárias, encontra-se a equação diferencial expandida. Esta equação é linear, homogênea de quarta ordem, com coeficientes constantes:

$$\frac{m^4 \pi^4}{a^4} Y_m(y) - 2 \frac{m^2 \pi^2}{a^2} Y_m''(y) + Y_m^{IV}(y) = 0 \quad (\text{Equação 2.6})$$

A solução da Equação 2.6 é dada por:

$$Y_m(y) = (A_m + B_m \eta) \cos(h\eta) + (C_m + D_m \eta) \operatorname{sen}(h\eta) \quad (\text{Equação 2.7})$$

Conforme Carvalho e Figueiredo Filho (2021), a solução proposta por Navier baseia-se na substituição do valor de $p(x, y)$ por uma série de Fourier dupla, composta por funções trigonométricas, obtendo assim uma solução para a integração da equação fundamental. A equação da carga é a seguinte:

$$p = p(x, y) = \sum_m \sum_n p_{mn} \cdot \text{sen} \frac{m\pi x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (\text{Equação 2.8})$$

Ao desenvolver as demais equações e realizando uma superposição de efeitos colocando p_{mn} na equação da linha elástica e em seguida derivando-a, encontram-se os momentos fletores m_x e m_y , por faixa de comprimento unitário:

$$m_x = \frac{16 \cdot \bar{p}}{\pi^4} \sum_m \sum_n \frac{\left(\frac{m^2}{a^2} + \nu \cdot \frac{n^2}{b^2}\right)}{m \cdot n \cdot \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \cdot \text{sen} \frac{m\pi x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (\text{Equação 2.9})$$

$$m_y = \frac{16 \cdot \bar{p}}{\pi^4} \sum_m \sum_n \frac{\left(\frac{n^2}{b^2} + \nu \cdot \frac{m^2}{a^2}\right)}{m \cdot n \cdot \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \cdot \text{sen} \frac{m\pi x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (\text{Equação 2.10})$$

Segundo Araújo (2010), as equações de Lévy e Navier são soluções gerais para a equação fundamental das placas, mas para ambos os casos, os cálculos a serem efetuados são diversos e exaustivos, o que torna o processo demorado. Conforme Carvalho e Figueiredo Filho (2021), as equações desenvolvidas por meio de séries possibilitaram a confecção de quadros e tabelas, desenvolvidas por diversos autores de diferentes origens, onde a partir dos dados apresentados é possível determinar os momentos fletores e deslocamentos máximos (flechas) em função da geometria e das condições de vinculação da placa (laje).

Segundo Bastos (2015), existem na literatura diversas tabelas de autores, sendo as mais conhecidas as tabelas de Czerny, Bares, Stiglat/Wippel e Szilard. Essas tabelas apresentam de modo geral, coeficientes e formulações para o cálculo dos esforços em lajes retangulares, circulares, triangulares, apoiadas em pilares, com bordas livres, seja para carregamentos uniformes ou carregamentos triangulares. Atualmente, outros autores, bem como a maioria dos cursos de graduação em engenharia civil têm utilizado para o dimensionamento simplificado de lajes, as tabelas de Czerny e de Bares, sendo ambas de formatos semelhantes, mas que ainda possuem algumas diferenças em suas formulações.

De acordo com Banki e Coelho (2009), o cálculo por meio de tabelas restringe-se ao dimensionamento de lajes de forma isolada e para vinculações de apoios do tipo simples, engastados ou livres. No caso de pavimentos compostos por lajes contíguas apoiadas em vigas, é necessário utilizar alguns critérios de correção dos esforços devido à continuidade.

2.4.3 Método Simplificado de Marcus

Conforme Araújo (2010), o método de Marcus consiste em um método simplificado para o cálculo de esforços e deslocamentos em placas baseado na teoria das grelhas, mas que insere em sua formulação o efeito da torção da laje. Assim, devido à rigidez à torção, os momentos fletores, bem como as flechas resultam em valores menores que os calculados pela teoria das grelhas.

De maneira geral, o cálculo é desenvolvido supondo os apoios nas direções l_x e l_y como sendo indeformáveis e a carga de aplicação p é dividida em quinhões de carga p_x e p_y . A partir do desenvolvimento teórico do método, algumas tabelas foram elaboradas por Marcus, onde os coeficientes dependem principalmente das condições de contorno aplicadas e da relação entre os vãos da laje.

Este método possui algumas vantagens, principalmente com relação à facilidade de aplicação, devido à sua simplicidade e por existirem soluções analíticas para as equações desenvolvidas. No entanto, como as lajes são consideradas rígidas ao esforço de torção, o cálculo recai nas mesmas limitações e restrições existentes nos métodos desenvolvidos por meio de séries. Além disso, ao se considerar as lajes como rígidas à torção, ocorre uma redução nas deflexões e, conseqüentemente, nos valores dos momentos fletores.

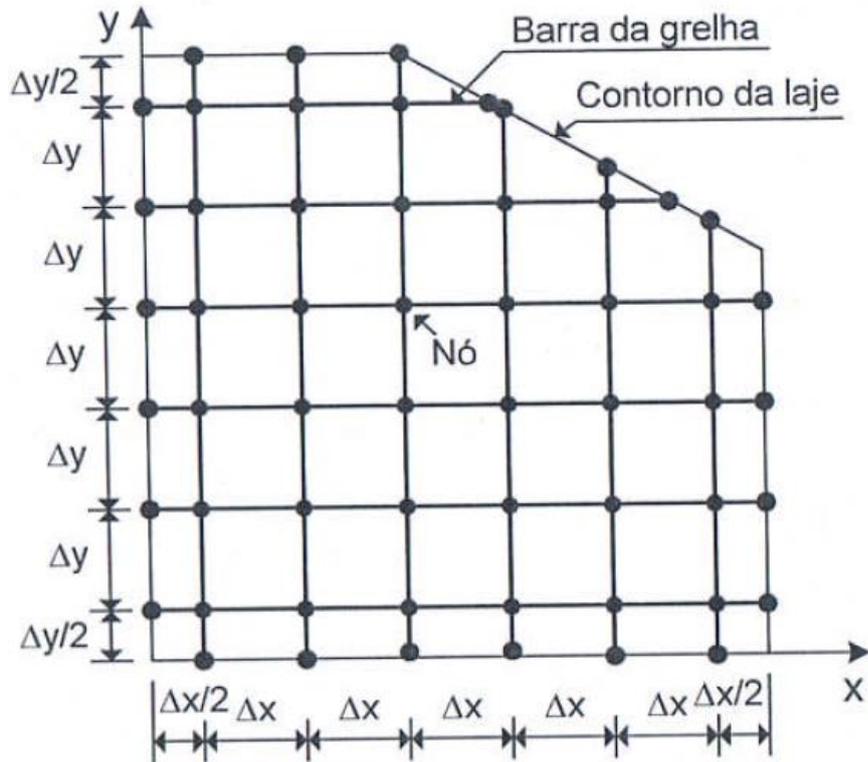
2.4.4 Resolução por Analogia de Grelhas

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2021), a resolução da equação fundamental das placas utilizando a analogia de grelhas ou processo de grelha equivalente foi utilizado inicialmente por Marcus, como visto no item anterior, para calcular os esforços considerando em seu modelo algumas simplificações, tendo em vista que seus cálculos foram desenvolvidos de forma manual, sem o auxílio de programas de computador.

A analogia de grelha equivalente é um dos métodos numéricos mais usados para a análise de lajes em concreto armado, estando implementado em diversos *softwares* comerciais. O método pode ser utilizado para a análise de lajes poligonais de formas diversas, incluindo também as vigas de apoio. Desse modo, podem-se calcular os esforços no pavimento como um todo, levando-se em conta as deformações das vigas (ARAÚJO, 2010, p. 111).

O processo de grelha equivalente consiste em discretizar a laje em dois conjuntos de linhas, um na vertical e outro na horizontal, igualmente espaçadas, sendo interligadas por pontos chamados de nós, conforme é apresentado na Figura 13. Essa malha é utilizada no cálculo dos esforços, substituindo de forma aproximada a laje poligonal.

Figura 13 - Discretização da laje poligonal.



Fonte: Araújo (2010).

De acordo com Araújo (2010), para as barras que estão dispostas ao longo do eixo x , a seção retangular tem largura $b = \Delta y$ e altura h , sendo Δy o espaçamento entre as barras. Para as barras na direção y , tem-se $b = \Delta x$ e altura h . Com isso, a rigidez da flexão das barras de grelha é dada por:

$$K = \frac{E_{cs} \cdot b \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (\text{Equação 2.11})$$

A rigidez à torção das barras da grelha neste caso é equivalente a:

$$K_t = \beta(1 - \nu)K \quad (\text{Equação 2.12})$$

Sendo $\beta \leq 1$ um coeficiente de redução da rigidez à torção. Mantendo o valor de $\beta = 1$, resulta em momentos torçores de grande intensidade. Em contrapartida, ao se diminuir o valor

de β , diminui-se a rigidez à torção e, conseqüentemente, os momentos fletores e as flechas no centro da laje aumentam.

Segundo Banki e Coelho (2009), os resultados dos esforços e deslocamentos calculados por meio da analogia de grelha tem influência direta do valor da rigidez à torção considerado. Dessa forma, é necessário que os valores de rigidez adotados estejam de acordo com a natureza do problema e conforme os resultados que se deseja obter, respeitando sempre as recomendações das normas vigentes.

Conforme Carvalho e Figueiredo Filho (2021), as cargas aplicadas se dividem e são distribuídas ao longo dos elementos de grelha conforme a área de influência de cada elemento ou podem ser distribuídas de forma equivalente como cargas concentradas nos nós da malha. Para o caso de cargas concentradas, estas são aplicadas nos nós e caso o ponto de aplicação não coincida com algum nó, é necessário adequar a malha ou então redistribuir as cargas em nós próximos, de forma equivalente.

Para o caso das cargas distribuídas nas barras da grelha, segundo Araújo (2010), a carga considerada é a carga uniforme equivalente p_{eq} , dada por:

$$p_{eq} = \frac{(g + q)A_{laje}}{l_{tot}}, kN/m \quad (\text{Equação 2.13})$$

Onde:

g = carga permanente na laje maciça (kN/m^2);

q = carga acidental na laje maciça (kN/m^2);

A_{laje} = área da laje maciça (kN/m^2);

l_{tot} = soma dos comprimentos das barras da grelha (m).

Assim, ao se resolver a grelha pelo método da rigidez, é possível obter os deslocamentos nodais, os momentos fletores, os momentos torçores e os esforços cortantes em cada barra.

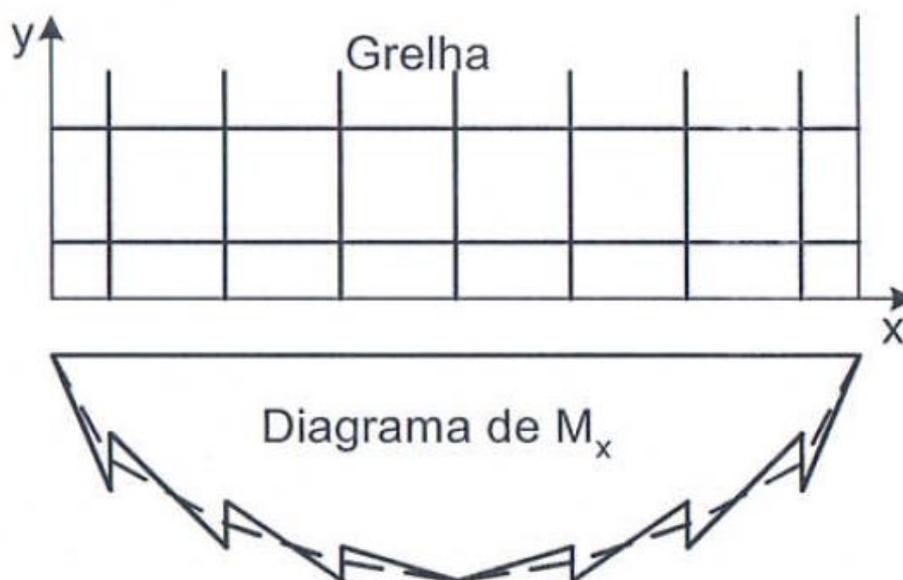
Araújo (2010) mostra que momentos fletores por unidade de comprimento calculados pelo método da analogia de grelha é calculado pelas seguintes fórmulas:

$$M_x = \frac{M_{x0}}{\Delta y} ; M_y = \frac{M_{y0}}{\Delta x} \quad (\text{Equação 2.14})$$

Sendo M_{x0} e M_{y0} os momentos fletores nas barras da grelha, segundo as direções x e y , respectivamente.

Ao se calcular os momentos fletores da laje como grelha, ocorrem descontinuidades no diagrama de momento devido à torção das barras na direção ortogonal, como é mostrado na Figura 14. Dessa forma, Araújo (2010) explica que é conveniente calcular o momento médio em cada nó, a fim de se obter um diagrama de curva suavizada, conforme é indicado na Figura 14, pela linha tracejada.

Figura 14 - Descontinuidades no diagrama de momento fletor.



Fonte: Araújo (2010).

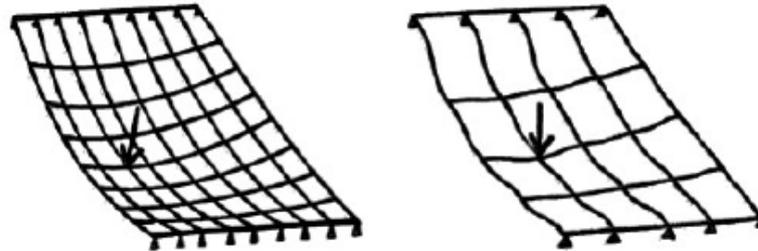
Assim como visto no diagrama de momento fletor, o cálculo por analogia de grelhas possui algumas aproximações em seus resultados, fato que se explica, segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2021), devido à diferença de características das duas configurações (laje e grelha).

Outra adaptação feita neste método está relacionada à rigidez à torção e a rigidez à flexão, que são tratadas como concentradas nos elementos correspondentes da grelha equivalente (assim como foi visto para as cargas). Devido a isso, é desejável que tais parâmetros apresentem o mesmo resultado na estrutura real e na grelha equivalente, quando submetidas ao mesmo carregamento nas mesmas condições de vinculação. Porém, Neves (2010) explica que para que isso ocorra, é necessário que o momento de torção e a curvatura sejam iguais nas direções ortogonais, condição que se torna difícil de se reproduzir no modelo de grelha, pois não existe um princípio físico para esta situação em específico.

Ainda assim, caso a malha seja suficientemente fina, ela irá fletir de forma bastante aproximada à uma superfície suave, com curvatura igual em ambas as direções, como é mostrado na Figura 15. Dessa forma, é importante que na elaboração do modelo, a malha

esteja o mais próximo possível da configuração real da laje, tendo em vista que a influência de parâmetros como o espaçamento da malha e a rigidez a torção dos elementos contribui diretamente no cálculo dos esforços e deslocamentos.

Figura 15 - Espaçamento da grelha.



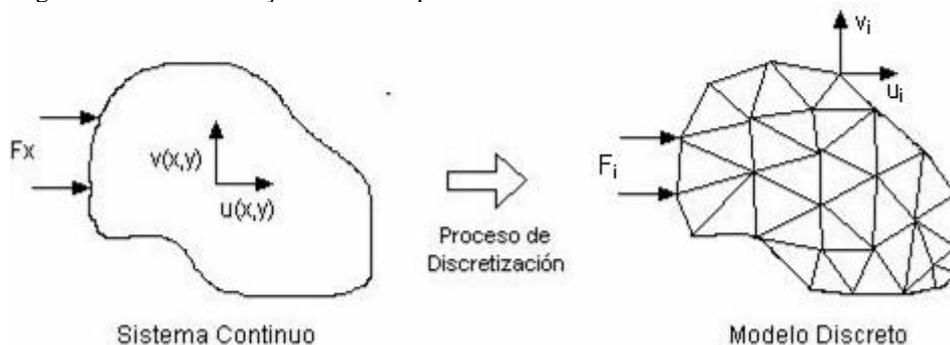
Fonte: Neves (2010).

2.4.5 Resolução pelo Método dos Elementos Finitos

Segundo Banki e Coelho (2013), lajes que possuem uma maior complexidade, principalmente relacionada à geometria, não possuem uma solução fechada pela teoria da elasticidade. Assim, para que seja possível resolver problemas desse tipo, é necessário aplicar os procedimentos numéricos que são viáveis apenas em *softwares* computacionais. Dentre esses métodos, um dos mais conhecidos é o Método dos Elementos Finitos (MEF).

De acordo com Assan (2003), o MEF é baseado no método de Rayleigh-Ritz, que consiste em tomar um determinado elemento, no caso de lajes, uma superfície bidimensional e, por meio de um processo de discretização, dividir o domínio de integração que é contínuo em uma quantidade finita de regiões, transformando assim um meio contínuo em um meio discreto, conforme é mostrado na Figura 16.

Figura 16 - Transformação de uma superfície contínua em uma malha de elementos finitos.



Fonte: Menandro (2016).

Essa divisão do domínio dá-se o nome de rede de elementos finitos. A malha desse reticulado pode ser aumentada ou diminuída variando o tamanho dos elementos finitos. Os pontos de intersecção das linhas dessa rede são chamados nós (ASSAN, 2003, p. 57).

Através da compatibilidade do equilíbrio entre os nós dos elementos, a Formulação variacional permite localizar o conjunto dos deslocamentos nodais, de modo que para este conjunto de valores, a estrutura encontra-se em equilíbrio. Assim, a partir do conhecimento dos deslocamentos dos nós, consegue-se calcular o comportamento interno de cada elemento e da estrutura como um todo (ALVES FILHO, 2000).

Conforme Neves (2010), nos casos clássicos de elementos finitos, as variáveis do problema são o valor das funções que descrevem o comportamento da placa em um determinado número de nós, de acordo com o tipo de elemento utilizado. Os nós e as componentes da solução diferencial têm associado uma função de forma ou interpolação cujo seu valor é unitário em um determinado nó e é nulo nos demais. No geral, a combinação linear das funções define a solução do problema e a ligação entre os elementos é feita de forma que os nós coincidentes tenham, obrigatoriamente, parâmetros iguais.

Segundo Araújo (2010), observa-se que a precisão dos resultados obtidos na análise de cada elemento aumenta conforme se aumentam o número de nós. Dessa forma, quando for utilizado no modelo um elemento com poucos nós, a malha terá que ser mais refinada.

Ainda conforme Araújo (2010), para o caso de análise estrutural, é possível empregar o método tanto para a formulação dos deslocamentos, como também para a formulação de forças, sendo essas duas formulações semelhantes ao método da rigidez e ao método das forças que são utilizados na análise de estruturas reticuladas. Dessa forma, no Método dos Elementos Finitos, a análise dos deslocamentos parte de uma formulação matricial, onde os deslocamentos de um ponto genérico dentro de um elemento finito são dados por:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} \quad (\text{Equação 2.15})$$

onde u e v são as componentes do deslocamento nas direções x e y , respectivamente.

Esses deslocamentos podem ser encontrados de maneira aproximada por meio de uma interpolação dos elementos nodais, onde as funções de interpolação são polinômios das coordenadas cartesianas x e y . Assim, é possível escrever os deslocamentos na forma:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{U}_e \quad (\text{Equação 2.16})$$

sendo \mathbf{N} a matriz com as funções de interpolação e \mathbf{U}_e o vetor com os deslocamentos nodais do elemento. Dessa forma, por meio dos deslocamentos, é possível obter a formulação matricial das deformações ε , e conseqüentemente das tensões σ , que ocorrem em um ponto do elemento finito.

Com relação às forças aplicadas nos nós, por meio das formulações desenvolvidas neste método, chega-se a seguinte equação:

$$\mathbf{P}_e = \mathbf{K}_e \mathbf{U}_e \quad (\text{Equação 2.17})$$

onde \mathbf{P}_e é um vetor composto por três parcelas, sendo elas as forças aplicadas nos nós, as ações nodais equivalentes às forças de volume e as ações nodais equivalentes às forças de superfície. A matriz \mathbf{K}_e corresponde à matriz de rigidez do elemento. Em suma, o vetor \mathbf{P}_e é um conjunto de equações algébricas lineares que representam o equilíbrio do elemento.

Todos os conceitos explanados resumidamente constituem a base fundamental do Método dos Elementos Finitos que, por meio de técnicas apropriadas de programação computacional, apresenta-se como uma das possíveis soluções para o cálculo dos esforços e deslocamentos de estruturas de concreto armado.

Cada um dos métodos apresentados possui particularidades que de alguma forma os diferem entre si, existindo assim a possibilidade de ocorrerem algumas variações nos valores de esforços e deslocamentos calculados. De acordo com Zenzen (2012), o cálculo dos esforços por meio das tabelas de Bares, Marcus e Czerny divergem muito pouco entre si, tanto nos momentos fletores positivos como nos momentos fletores negativos. Sendo assim, como as tabelas de Bares e Czerny partem do mesmo método de cálculo (resolução por meio de séries) e as tabelas de Marcus possuem também a maioria das aproximações e condições de contorno do método anterior, torna-se justificável e conveniente a escolha de apenas um autor desses métodos para uma análise comparativa com outros meios de resolução que não tenham procedimentos semelhantes.

Dessa forma, dentre os métodos abordados, no presente trabalho será dado ênfase à análise do método de resolução pelo cálculo simplificado, utilizando as tabelas de Bares, em comparação com o método de resolução por analogia de grelhas e o método dos elementos finitos.

2.5 Dimensionamento de Lajes Maciças

O cálculo de lajes de qualquer natureza deve ser sempre realizado com base nas recomendações e procedimentos especificados pelas normas e também nas recomendações específicas para cada tipo de laje. No caso de lajes maciças, o cálculo deve ser feito tomando-se como base principalmente as normas vigentes, sendo as principais delas, a ABNT NBR 6118 que trata dos procedimentos do projeto de estruturas de concreto e a ABNT NBR 6120 que estabelece os valores das ações para o cálculo de estruturas de edificações. Ademais,

existem ainda algumas recomendações e procedimentos complementares que são utilizados com base na literatura e pesquisas de diversos autores, condizentes com as normas, que também são necessários para algumas etapas do dimensionamento. Com isso, serão apresentados a seguir, os procedimentos utilizados para o cálculo de lajes maciças de concreto armado.

2.5.1 Discretização do pavimento

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2021), para iniciar o dimensionamento de lajes maciças, é necessário discretizar o pavimento, de forma a transformá-lo em um conjunto de lajes isoladas, a fim de possibilitar o tratamento individual de cada uma delas, como propõe o método simplificado. O principal critério utilizado na discretização é considerar cada região delimitada por quatro vigas como sendo uma laje. Alguns casos particulares devem ser observados, como por exemplo, as lajes em balanço, que não necessariamente possuem apoios nas quatro bordas. Neste caso, a laje é delimitada pelo seu próprio contorno livre e pelas bordas em contato com as vigas.

Com isso, nota-se que a quantidade e o formato das lajes estão diretamente ligados com a concepção estrutural, principalmente na forma como são dispostas as vigas ou outro elemento de apoio, tendo em vista que, segundo Bastos (2015), as lajes podem ser vinculadas a três tipos básicos de apoio, que são as paredes de alvenaria (estrutural) ou de concreto, as vigas ou os pilares de concreto, sendo as vigas os elementos mais comuns em estruturas convencionais.

Ainda conforme Bastos (2015), além da discretização do pavimento, para se calcular os esforços e deslocamentos, é necessário estabelecer condições de vínculos entre as lajes e os elementos de apoio, além de determinar a vinculação entre lajes adjacentes. De acordo com Pinheiro, Muzardo e Santos (2010), para simplificar a questão da vinculação, no cálculo simplificado são considerados três tipos básicos de vínculos que uma laje pode ter. São eles: borda livre, borda simplesmente apoiada e borda totalmente engastada. A representação de cada uma dessas bordas é apresentada na Figura 17.

Figura 17- Representação dos tipos de apoio.

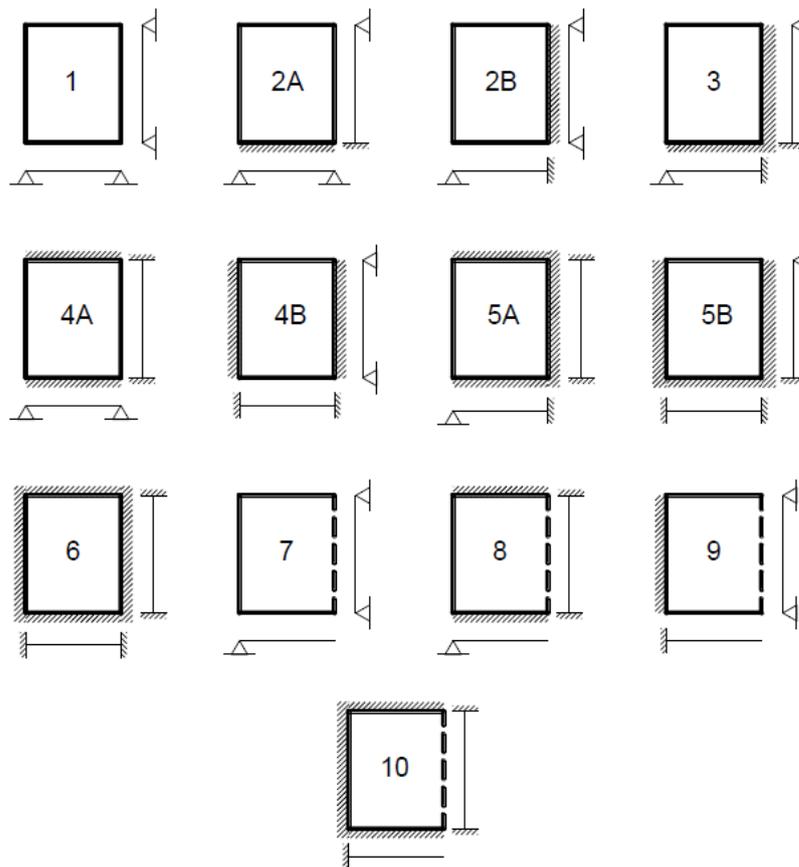
Borda livre	Borda simplesmente apoiada	Borda engastada
-----	—————	// // // // //

Fonte: Pinheiro, Muzardo e Santos (2010).

Segundo Campos filho (2014), as bordas livres ocorrem quando a laje não tem nenhum tipo de vinculação naquele vão; bordas apoiadas se caracterizam por suportar o vão da laje de forma contínua ao longo de todo o seu comprimento, onde a laje tem o deslocamento impedido na vertical e na horizontal, mas pode sofrer rotações; as bordas engastadas ocorrem quando a borda da laje possui continuidade com outras lajes, além do apoio que a delimita.

Diante da variedade de combinações de vinculação que as lajes podem ter, é possível organizar de forma numerada cada um desses tipos de combinações. A Figura 18 mostra as possíveis variações e como os apoios se comportam em cada vão.

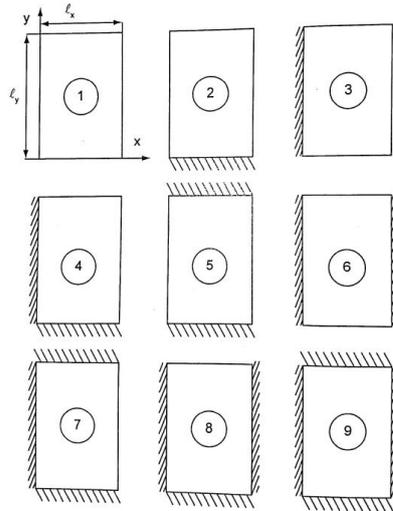
Figura 18 - Tipos de lajes em função dos vínculos nas bordas.



Fonte: Bastos (2015).

No presente trabalho, as situações de vinculação utilizadas serão referentes aos tipos de apoio considerados para a elaboração das tabelas de Bares, conforme é mostrado na Figura 19.

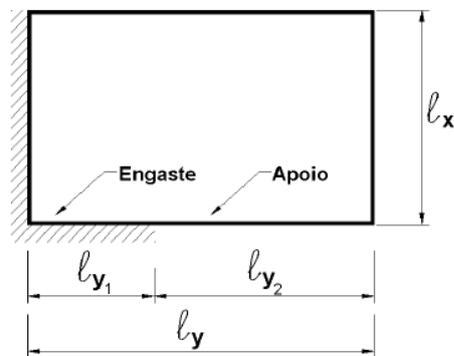
Figura 19 - Situações de vinculação das lajes consideradas nas tabelas de Bares.



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2021).

Pinheiro, Muzardo e Santos (2010) explicam que, as tabelas de dimensionamento consideram para fins práticos que as bordas são sempre totalmente apoiadas ou totalmente engastadas, o que na prática pode ocorrer situações como a apresentada na Figura 20, com bordas parcialmente apoiadas e parcialmente engastadas.

Figura 20 - Caso específico de vinculação.



Fonte: Pinheiro, Muzardo e Santos (2010).

Para definir qual vinculação utilizar na borda com as duas situações, utilizam-se os critérios apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Critérios para bordas com uma parte engastada e outra parte apoiada.

$l_{y1} \leq \frac{l_y}{3}$	Considera-se a borda totalmente apoiada
$\frac{l_y}{3} < l_{y1} < \frac{2 \cdot l_y}{3}$	Calculam-se os esforços para as duas situações – borda totalmente apoiada e borda totalmente engastada – e adotam-se os maiores valores no dimensionamento
$l_{y1} \geq \frac{2 \cdot l_y}{3}$	Considera-se a borda totalmente engastada

Fonte: Pinheiro, Muzardo e Santos (2010).

Uma outra consideração apontada por Pinheiro, Muzardo e Santos (2010) acerca das vinculações entre lajes diz respeito à ordem de grandeza dos momentos fletores negativos, onde torna-se mais conveniente considerar uma laje simplesmente apoiada na outra, caso a relação entre o maior e o menor momento negativo seja maior que 2. Assim, a laje que teve o maior momento negativo é recalculada considerando-a apoiada na laje de menor momento negativo.

2.5.2 Vão efetivo das lajes

O vão efetivo nada mais é do que o vão teórico considerado para a determinação da geometria da laje. De acordo com o item 14.7.2.2 da NBR 6118 (2014), quando os apoios da laje puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, o vão efetivo deve ser calculado pela seguinte expressão:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (\text{Equação 2.18})$$

Onde:

l_{ef} = Vão efetivo na direção considerada;

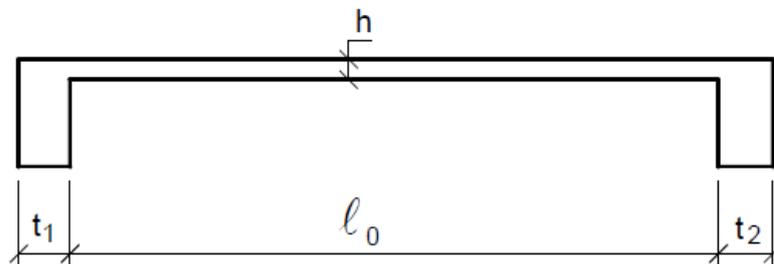
l_0 = Vão livre entre as faces dos apoios;

a_1 = menor valor entre $t_1/2$ e $0,3h$;

a_2 = menor valor entre $t_2/2$ e $0,3h$.

Sendo t_1 e t_2 a largura dos apoios da laje conforme é ilustrado na Figura 21.

Figura 21 - Dimensões consideradas no cálculo do vão efetivo da laje.



Fonte: Bastos (2015).

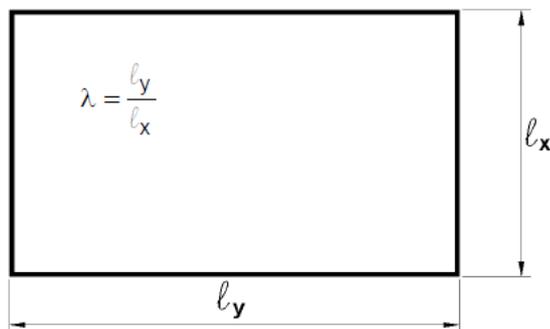
Uma observação feita por Araújo (2010) é que, quando a largura das vigas de apoio não é muito grande, o valor limite de $0,3h$ não é muito diferente de $t_1/2$ e $t_2/2$, sendo conveniente na maioria das estruturas convencionais, adotar como vão efetivo a distância entre os centros dos apoios.

2.5.3 Classificação quanto à Direção

As lajes podem ter diferentes formas geométricas, porém a forma retangular é a mais comum e utilizada nas estruturas de concreto armado. Assim, para as lajes retangulares existe uma classificação importante que diz respeito à direção ou às direções da armadura principal que a compõe. Vale ressaltar que essa classificação implica diretamente na maneira em que a laje será dimensionada, pois os procedimentos não são iguais para os dois casos.

Segundo Araújo (2010), existe essa distinção de casos, pois em uma laje retangular, a flecha no centro tem um único valor, concluindo assim que as flechas nas duas faixas x e y também terão o mesmo valor no centro. Considerando uma laje que tem os vãos l_x e l_y diferentes, sendo $l_x < l_y$ (Figura 22) e sabendo que as flechas são iguais em um mesmo ponto, as curvaturas, conseqüentemente, são diferentes, ou seja, a curvatura na direção x é maior. Como o momento fletor é proporcional à curvatura, então o momento na direção x também será maior que o momento na direção y . Nesta condição, quando o vão l_y é muito maior que o l_x a curvatura na direção y torna-se desprezível, resultando assim um momento relativamente pequeno nessa direção. Assim, a laje nesses casos necessita ser armada apenas na direção x , que tem o maior momento.

Figura 22 - Vãos teóricos l_x e l_y na laje.



Fonte: Pinheiro; Muzardo; Santos (2003).

De acordo com Bastos (2015), a maneira como a laje será armada é definida de acordo com a relação entre seus vãos l_y e l_x , representado por:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (\text{Equação 2.19})$$

Conforme o valor de λ , é feita a seguinte classificação:

$\lambda \leq 2 \rightarrow$ Laje armada em duas direções

$\lambda > 2 \rightarrow$ Laje armada em uma direção

2.5.4 Classe de Agressividade Ambiental

Para se dimensionar qualquer elemento estrutural de concreto armado, é necessário verificar as condições do ambiente em que a estrutura será construída e classificá-lo segundo a NBR 6118 (2014) por meio do parâmetro denominado Classe de Agressividade Ambiental (CAA).

A agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas (NBR 6118, 2014, p. 16).

Assim, a agressividade ambiental pode ser classificada de acordo com o apresentado na Tabela 2, podendo ser avaliada de acordo com a exposição da estrutura ou de seus elementos.

Tabela 2 - Classe de Agressividade Ambiental (CAA).

Classe de agressividade Ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de Projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{1,2}	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹	Grande
		Industrial ^{1,2}	
IV	Muito forte	Industrial ^{1,3}	Elevado
		Respingos de maré	

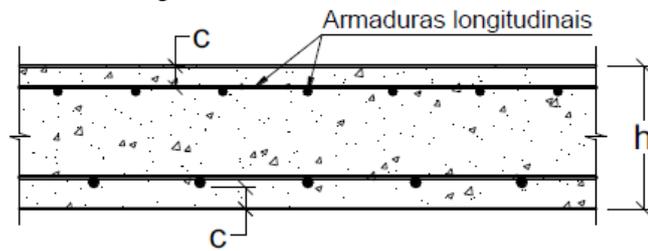
NOTAS: 1) *Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).*
 2) *Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.*
 3) *Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.*

Fonte: NBR 6118 (2014).

2.5.5 Cobrimento Mínimo

A partir da classificação da agressividade do ambiente, é possível determinar o cobrimento mínimo que o elemento estrutural, neste caso a laje, deve ter. Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2021, p. 179) “cobrimento mínimo é a menor distância livre entre uma face da peça e a camada de barras mais próxima dessa face, e deve ser observado ao longo de todo o elemento considerado (Figura 23); tem por finalidade proteger as barras tanto da corrosão como da ação ao fogo”.

Figura 23 - Cobrimento da armadura.



Fonte: Bastos (2015).

Para garantir o cobrimento mínimo $c_{mín}$, o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal c_{nom} , que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução Δc (NBR 6118, 2014, p. 19).

$$c_{nom} = c_{mín} + \Delta c \quad (\text{Equação 2.20})$$

A NBR 6118 (2014) determina também que o valor do cobrimento nominal deve ser sempre maior ou igual ao diâmetro \emptyset da barra e que a dimensão máxima do agregado utilizado na composição do concreto $d_{máx}$ deve ser menor ou igual que $1,2c_{nom}$.

De maneira geral, para projeto de estruturas correntes, os valores de cobrimento nominal dos elementos estruturais, considerando uma tolerância de execução Δc de 10 mm, são dados em função da CAA por meio da Tabela 3, encontrada na NBR 6118 (2014).

Tabela 3 - Cobrimento nominal segundo a CAA para elementos de concreto armado.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (CAA)			
		I	II	III	IV ²
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto Armado ⁴	Laje ¹	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ³	30		40	50

Notas: 1) "Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm."

2) "Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV."

3) "No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm."

4) Para parâmetros relativos ao Concreto Protendido consultar a Tabela 7.2 da NBR 6118. "No caso de elementos estruturais pré-fabricados, os valores relativos ao cobrimento das armaduras (Tabela 7.2) devem seguir o disposto na ABNT NBR 9062."¹ (item 7.4.7.7).

Fonte: NBR 6118 (2014).

2.5.6 Pré-dimensionamento das Lajes

Segundo Pinheiro, Muzardo e Santos (2003), é necessário inicialmente estimar uma altura para a laje, onde posteriormente, por meio de verificações, essa altura poderá ser ajustada. Para tanto, é possível estimar a altura útil d (distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada e a face comprimida da seção, em cm), por meio da seguinte equação:

$$d = (2,5 - 0,1n)l^*/100 \quad (\text{Equação 2.21})$$

Em que:

n = é o número de bordas engastadas;

l^* = menor valor entre l_x e $0,7l_y$.

Para verificar a altura útil encontrada, é necessário calcular a altura útil mínima $d_{mín}$, dada pela Equação 22. A partir de então, comparam-se os valores calculados. O valor adotado será o maior entre d e $d_{mín}$.

$$d_{mín} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}} \quad (\text{Equação 2.22})$$

Onde:

$d_{mín}$ = altura útil mínima (m);

M_d = momento fletor de cálculo ($kN \cdot m/m$);

b_w = largura unitária da seção retangular (m);

f_{cd} = resistência de cálculo à compressão do concreto (kN/m^2).

Dessa forma, a altura total da laje h pode ser estimada. De acordo com Bastos (2015), como não se conhece inicialmente o diâmetro da armadura, deve-se estimar esse valor, sendo mais usual adotar $\emptyset = 10 \text{ mm}$. Sabendo-se que as lajes podem ser armadas em uma ou duas direções, a disposição das armaduras difere de um modelo para o outro. Assim, o cálculo da altura total é feito para os dois casos.

- **Altura total para lajes armadas em duas direções**

Considerando que neste caso existem duas camadas de armadura (uma sobreposta à outra), a altura total é dada pela Equação 23.

$$h = d + c + 1,5\emptyset \quad (\text{Equação 2.23})$$

- **Altura total para lajes armadas em uma direção**

Para lajes unidirecionais, existe apenas uma camada de armadura.

$$h = d + c + \frac{\emptyset}{2} \quad (\text{Equação 2.24})$$

2.5.7 Ações nas Lajes

Denomina-se ação qualquer influência, ou conjunto de influências, capaz de produzir estados de tensão ou de deformação em uma estrutura (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO, 2021, p. 53).

Segundo a NBR 6118 (2014), no item 11.2.1, é necessário verificar, dentro da análise estrutural, a influência de todas as ações que possam comprometer a segurança da estrutura avaliada, considerando os possíveis estados limites últimos e de serviço.

Conforme é definido na NBR 8681 (2003), as ações podem ser classificadas como permanentes, variáveis e excepcionais, ressaltando que, para cada tipo de construção, deve-se analisar quais os tipos de ações atuantes e quais as suas classificações, para obter uma análise o mais próximo possível da realidade. Neste trabalho, as ações principais a serem consideradas são as do tipo permanentes e as variáveis.

Ações permanentes são definidas pela NBR 6118 (2014) como sendo aquelas que ocorrem com valores constantes em praticamente toda a vida útil da estrutura. De modo geral, alguns tipos mais comuns de ações permanentes são constituídos pelo peso próprio da estrutura e pelos pesos dos elementos construtivos fixos e das instalações permanentes. O exemplo mais comum deste tipo de ação é o peso específico do concreto armado, cujo valor é de 25 kN/m^3 .

Ações variáveis segundo o item 11.4.1 da NBR 6118 (2014), são constituídas pelas ações do tipo diretas, que são as cargas acidentais previstas para o uso da construção, ação do vento e ação da água; as ações variáveis indiretas são as variações de temperatura e ações dinâmicas.

Todas as ações, quando consideradas em projeto, devem ser multiplicadas pelo coeficiente de ponderação das ações γ_f , onde seus valores estão previstos nas tabelas 11.1 e 11.2 da ABNT NBR 6118, sendo possível então, majorar ou minorar as cargas, de acordo com a necessidade de cada situação específica. Assim, por meio dos coeficientes de ponderação, é possível realizar combinações das ações que irão determinar qual é o carregamento final da laje. Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2021), tais combinações

devem ser realizadas de maneira que possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura.

As combinações das ações estão inseridas em dois grupos principais, que são as combinações últimas e as combinações de serviço. Dentro de cada grupo de combinações, existem formulações específicas que combinam as cargas calculadas com diferentes coeficientes de ponderação. Aqui vale destacar a combinação quase permanente de serviço, que, segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2021), é necessária para a verificação do estado limite de deformação excessiva, onde os valores das cargas variáveis são considerados com os seus valores quase permanentes e essa combinação é dada pela Equação 2.25.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qj,k} \quad (\text{Equação 2.25})$$

Onde:

$F_{d,ser}$ = valor de cálculo das ações para combinações de serviço (kN/m^2);

$F_{gi,k}$ = ações permanentes diretas (kN/m^2);

$F_{qj,k}$ = ações variáveis diretas (kN/m^2);

ψ_{2j} = fator de redução de combinação quase permanente para o ELS.

Vale ressaltar que a Equação 2.25 é utilizada para a verificação dos deslocamentos na laje. Para a verificação do ELU, é utilizada a combinação do carregamento total atuante.

2.5.7.1 Cálculo das Cargas Atuantes

Visto os tipos de ações e combinações de carregamentos previstos para o dimensionamento de lajes, são apresentados agora de maneira mais específica, quais os tipos de cargas atuantes em lajes usuais de edifícios correntes e que também são consideradas no presente trabalho.

De acordo com Bastos (2015), para cargas permanentes como peso próprio, revestimento inferior e contrapiso, o cálculo é feito pela fórmula geral abaixo, onde para cada tipo de carga, utilizam-se os respectivos valores de peso específico γ (kN/m^3) dos materiais e a espessura e (m) de cada camada. Os valores de peso específico dos materiais são encontrados na NBR 6120 (2019).

$$g = \gamma \cdot e \quad (\text{Equação 2.26})$$

Sendo:

g = carga permanente de cada camada individual (kN/m^2).

Para a carga permanente de piso, a tabela 1 da ABNT NBR 6120 contém os valores de cada tipo de material usualmente empregados em pisos, já fornecidos em kN/m^2 .

As cargas de parede possuem dois casos distintos, que se referem principalmente ao tipo de armação da laje e a forma como a parede está disposta ao longo dela. Para o caso de laje armada em duas direções, segundo Pinheiro, Muzardo e Santos (2010), a carga da parede em contato com a laje pode ser admitida uniformemente distribuída nela, conforme a equação seguinte.

$$g_{par} = \frac{P_{par}}{A_{laje}} = \frac{(\gamma_{tij}e_1 + 2\gamma_{reb}e_2) \cdot h_p \cdot l_p}{A_{laje}} \quad (\text{Equação 2.27})$$

Onde:

g_{par} = carga uniforme da parede (kN/m^2);

γ_{tij} = peso específico do tijolo que compõe a parede (kN/m^3);

γ_{reb} = peso específico do reboco que compõe a parede (kN/m^3);

e_1 = espessura do tijolo (m);

e_2 = espessura do reboco (m);

h_p = altura da parede (m);

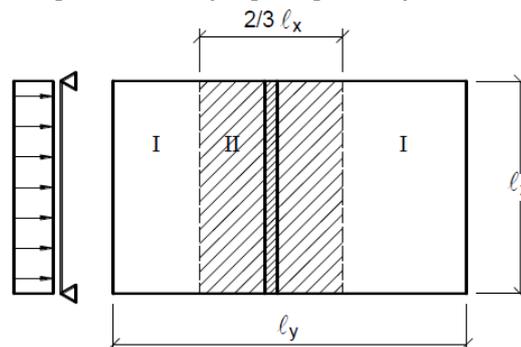
l_p = comprimento da parede sobre a laje (m);

A_{laje} = área da laje (m^2) = $l_x \cdot l_y$.

Os valores de peso específico da argamassa de reboco e do tijolo (vazado ou furado) são encontrados na tabela 1 da ABNT NBR 6120.

Quando a parede está sobre uma laje armada em uma direção, existem dois casos a serem analisados. O primeiro caso ocorre quando a parede é paralela à direção da armadura, onde se considera, segundo Bastos (2015), a carga da parede distribuída uniformemente numa área da laje adjacente à parede, com largura de $2/3$ de l_x , como mostrado na Figura 24.

Figura 24 - Parede paralela à direção principal da laje armada em uma direção.



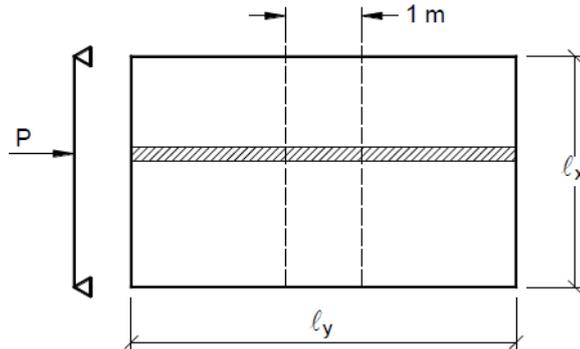
Fonte: Bastos (2015).

O cálculo da carga é dado pela seguinte fórmula:

$$g_{par} = \frac{3(\gamma_{tij}e_1 + 2\gamma_{reb}e_2) \cdot h_p \cdot l}{2 \cdot l_x^2} \quad (\text{Equação 2.28})$$

No segundo caso, quando a parede é perpendicular à direção principal, a carga é considerada como uma força concentrada na viga que representa a laje, conforme a Figura 25.

Figura 25 - Parede perpendicular à direção principal da laje armada em uma direção.



Fonte: Bastos (2015).

O valor da força concentrada é dado pela seguinte equação:

$$P = (\gamma_{tij}e_1 + 2\gamma_{reb}e_2) \cdot h_p \quad (\text{Equação 2.29})$$

A carga variável q é definida pela NBR 6120 (2019) como sendo “toda aquela que pode atuar sobre a estrutura de edificações em função do seu uso (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos, etc.)”. Assim, é possível encontrar para cada tipo de ambiente, os valores estimados de carga acidental, listados de acordo com o tipo de local, na tabela 10 da ABNT NBR 6120. Como exemplo, alguns valores mínimos de carga variável são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Valores característicos nominais das cargas variáveis.

LOCAL	CARGA (kN/m ²)
dormitórios, sala, copa, cozinha, banheiro	1,50
despensa, área de serviço, lavanderia	2,00
escadas (sem acesso ao público)	2,50
forros (sem acesso ao público)	0,50
terraços (sem acesso ao público)	2,00

Fonte: Adaptado da NBR 6120 (2019).

Ao determinar os valores das cargas permanentes (g) e das cargas variáveis (q), calcula-se então o valor da carga para a combinação quase permanente (P), utilizada inicialmente no cálculo dos deslocamentos. A equação da carga é a seguinte:

$$P = g + \psi_2 \cdot q \quad (\text{Equação 2.30})$$

2.5.8 Verificação das Flechas

As deformações que ocorrem nas lajes devido aos carregamentos aplicados devem ser verificadas para a combinação de serviço quase permanente (Equação 2.30) e essa verificação refere-se ao estado-limite de deformações excessivas (ELS-DEF) descrito no item 2.1.3. O item 17.3.2 da NBR 6118 (2014) trata dos deslocamentos (flechas) nas vigas de concreto armado, o que se aplica também para as lajes, tendo em vista que elas são calculadas como vigas de largura unitária. Assim, a verificação das flechas é feita comparando-se os valores limites estabelecidos na tabela 13.3 da ABNT NBR 6118 para a deformação da estrutura, com as flechas calculadas.

A maneira como a flecha é calculada depende da armação da laje (uma ou duas direções). Dessa forma, são apresentadas as equações para cada caso.

- **Lajes armadas em duas direções**

- Flecha limite admitida para a combinação quase permanente ($f_{total,lim}$)

De acordo com a tabela 13.3 da NBR 6118 (2014), o deslocamento total limite admitido para o efeito de aceitabilidade sensorial é dado pela relação abaixo:

$$f_{total,lim} = \frac{l_x}{250} \quad (\text{Equação 2.31})$$

- Flecha imediata para a combinação quase permanente (f_{imed})

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2021), a flecha imediata é calculada por meio da seguinte equação:

$$f_{imed} = \frac{p \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} \quad (\text{Equação 2.32})$$

Sendo:

p = carregamento uniformemente distribuído sobre a laje;

α = coeficiente para o cálculo de flechas elásticas segundo o método de Bares – Quadro 1 (Anexo A);

l_x = menor vão da laje (item 2.5.2);

h = altura total da laje (item 2.5.6);

E_{cs} = Módulo de elasticidade secante do concreto, utilizado segundo o item 14.6.4.1 da NBR 6118 (2014), onde:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \right) \cdot E_{ci} \leq E_{ci} \quad (\text{Equação 2.33})$$

Em que:

E_{ci} = módulo de deformação tangente inicial do concreto, dado por:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{Equação 2.34})$$

Onde o coeficiente α_E depende do agregado graúdo utilizado no concreto. Para o granito, por exemplo: $\alpha_E = 1$.

- Flecha total ($f_{total,\infty}$) considerando a fluência

A flecha diferida no tempo, segundo o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118 (2014), é decorrente das cargas de longa duração em função da fluência e pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f dado pela seguinte expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (\text{Equação 2.35})$$

Onde:

ρ' = fator que depende da área de armadura comprimida. No presente trabalho, não será considerada armadura comprimida, portanto $\rho' = 0$;

ξ = coeficiente função do tempo, que pode ser obtido por meio da expressão abaixo.

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (\text{Equação 2.36})$$

Em que:

$\xi(t) = 0,68 \cdot 0,996^{t_0} \cdot t_0^{0,32} \rightarrow$ para $t \leq 70$ meses;

$\xi(t) = 2 \rightarrow$ para $t > 70$ meses.

Sendo t o período total, em meses, considerado para a verificação da fluência e t_0 o período, em meses, relativo à data de aplicação da carga de longa duração, dado por:

$$t_0 = \frac{\text{tempo de escoramento (em dias)}}{30} \quad (\text{Equação 2.37})$$

Assim, a flecha total é calculada da seguinte forma:

$$f_{total,\infty} = f_{imed} \cdot (1 + \alpha_f) \quad (\text{Equação 2.38})$$

- Flecha limite admitida para a carga acidental ($f_{q,lim}$)

$$f_{q,lim} = \frac{l_x}{350} \quad (\text{Equação 2.39})$$

- Flecha para a carga acidental (f_q)

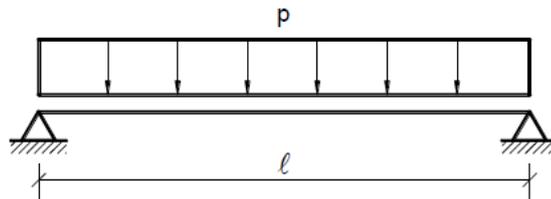
$$f_q = \frac{q \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} \quad (\text{Equação 2.40})$$

- **Lajes armadas em uma direção**

Assim como nas lajes bidirecionais, para as lajes armadas em uma direção, os valores limites estabelecidos pela ABNT NBR 6118 são iguais. Neste caso, apenas as equações de cálculo das flechas são distintas e dependem das condições de vinculação da direção principal.

- Laje sobre apoios simples (Figura 26).

Figura 26 - Laje armada em uma direção sobre apoios simples e com carregamento uniforme.



Fonte: Bastos (2015).

Flecha imediata para a combinação quase permanente (f_{imed})

$$f_{imed} = \frac{p \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot I} \cdot \frac{5}{384} \quad (\text{Equação 2.41})$$

Onde:

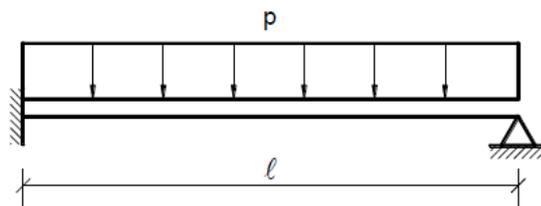
I = momento de inércia da seção transversal.

Flecha devido à carga acidental (f_q)

$$f_q = \frac{q \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot I} \cdot \frac{5}{384} \quad (\text{Equação 2.42})$$

- Laje sobre apoio simples e engaste perfeito (Figura 27).

Figura 27 - Laje armada em uma direção sobre apoio simples e engaste perfeito.



Fonte: Bastos (2015).

Flecha imediata para a combinação quase permanente (f_{imed})

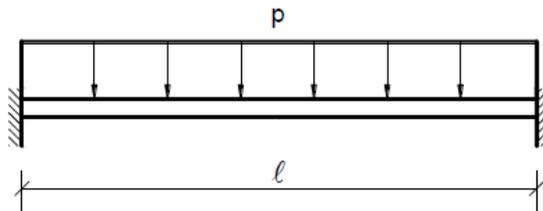
$$f_{imed} = \frac{p \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot I} \cdot \frac{1}{185} \quad (\text{Equação 2.43})$$

Flecha devido à carga acidental (f_q)

$$f_q = \frac{q \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot I} \cdot \frac{1}{185} \quad (\text{Equação 2.44})$$

- Laje bi engastada (Figura 28).

Figura 28 - Laje armada em uma direção bi engastada com carregamento uniforme.



Fonte: Bastos (2015).

Flecha imediata para a combinação quase permanente (f_{imed})

$$f_{imed} = \frac{p \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot I} \cdot \frac{1}{384} \quad (\text{Equação 2.45})$$

Flecha devido à carga acidental (f_q)

$$f_q = \frac{q \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot I} \cdot \frac{1}{384} \quad (\text{Equação 2.46})$$

Após o cálculo de todas as flechas, comparam-se os valores calculados com os valores limites estabelecidos por norma, visando assim garantir as condições prescritas. Se as condições forem satisfeitas e, por ventura, as flechas calculadas forem bem menores que as flechas limite, significa que a altura adotada para a laje pode ser diminuída, garantindo assim uma economia para a estrutura. Para tanto, utiliza-se a maior das flechas calculadas (caso mais crítico) e dessa forma, o cálculo da nova altura é dado pela seguinte equação:

$$h^3 = \frac{p \cdot l_x^4 \cdot (1 + \alpha_f)}{E_{cs} \cdot f_{total,lim}} \cdot \frac{\alpha}{100} \quad (\text{Equação 2.47})$$

Sendo:

$f_{total,lim}$ = flecha limite da laje que tiver a maior flecha total calculada.

Com a altura total recalculada, é possível calcular também a nova altura útil d_{util} de acordo com a Equação 2.23 ou a Equação 2.24, a depender do tipo de laje.

2.5.9 Cálculo dos Momentos Fletores

De forma análoga ao cálculo das flechas, os momentos fletores são calculados de maneira distinta para lajes bidirecionais e unidirecionais, sendo que, para as lajes bidirecionais serão utilizadas as tabelas de Bares, conforme definido anteriormente e para as lajes unidirecionais, serão utilizadas as fórmulas baseadas nos conceitos clássicos da teoria das estruturas.

- **Lajes armadas em duas direções**

Para os momentos fletores máximos positivos nas direções x e y, as equações são as seguintes:

$$m_x = \mu_x \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (\text{Equação 2.48})$$

$$m_y = \mu_y \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (\text{Equação 2.49})$$

Para os momentos fletores máximos negativos nas direções x e y, tem-se que:

$$x_x = \mu'_x \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (\text{Equação 2.50})$$

$$x_y = \mu'_y \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (\text{Equação 2.51})$$

Em que:

μ_x, μ_y, μ'_x e μ'_y = coeficientes tabelados que dependem do parâmetro λ e das vinculações da laje – Quadros 2 ao 5 (Anexo A);

m_x = momento máximo positivo na direção x;

m_y = momento máximo positivo na direção y;

x_x = momento máximo negativo na direção x;

x_y = momento máximo negativo na direção y.

- **Lajes armadas em uma direção**

- Laje sobre apoios simples

$$M_{positivo} = \frac{p \cdot l_x^2}{8} \quad (\text{Equação 2.52})$$

- Laje sobre apoio simples e engaste perfeito

$$M_{positivo} = \frac{p \cdot l_x^2}{14,22} \quad (\text{Equação 2.53})$$

$$M_{negativo} = \frac{p \cdot l_x^2}{8} \quad (\text{Equação 2.54})$$

- Laje bi engastada

$$M_{positivo} = \frac{p \cdot l_x^2}{24} \quad (\text{Equação 2.55})$$

$$M_{negativo} = \frac{p \cdot l_x^2}{12} \quad (\text{Equação 2.56})$$

Onde:

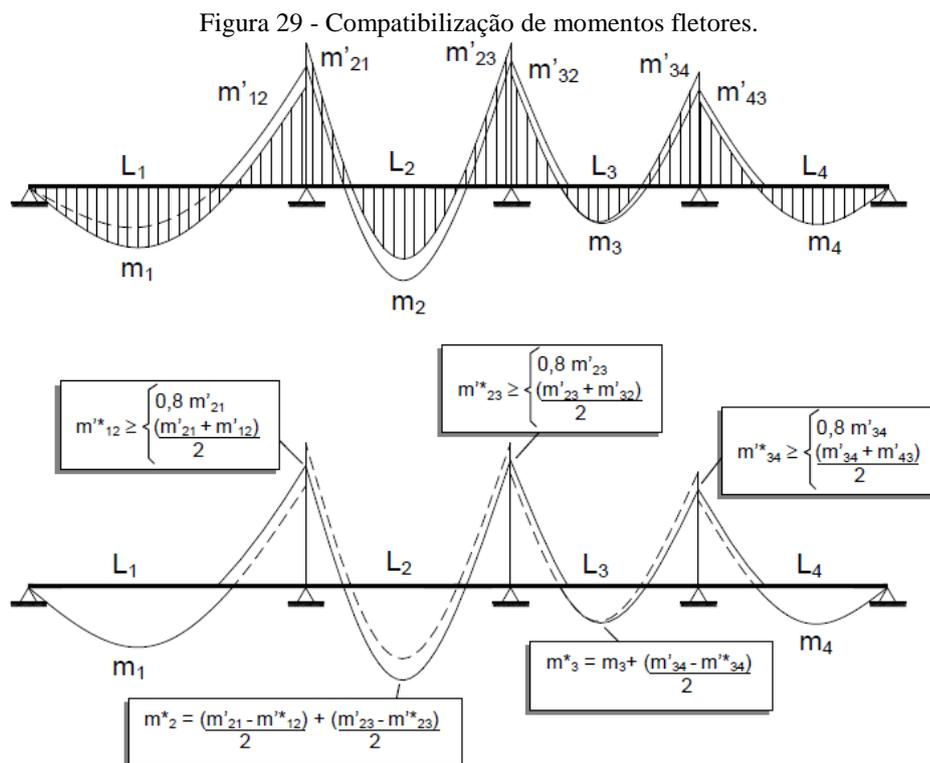
$M_{positivo}$ = momento máximo positivo na direção principal;

$M_{negativo}$ = momento máximo negativo na direção principal.

Vale ressaltar que as equações apresentadas para a laje armada em uma direção só são válidas para uma carga distribuída ao longo de todo o seu comprimento. Caso existam cargas pontuais ou a combinação de mais cargas, é necessário determinar um modelo específico e calcular os momentos fletores com base neste modelo.

2.5.9.1 Compatibilização dos momentos fletores

Em um pavimento, em geral, as lajes adjacentes diferem nas condições de apoio, nos vãos teóricos ou nos carregamentos, resultando, no apoio comum, dois valores diferentes para o momento negativo (PINHEIRO, MUZARDO E SANTOS, 2010, p. 11.13). Devido a isso, torna-se necessário, no cálculo simplificado, compatibilizar os momentos negativos, quando são da mesma ordem de grandeza, utilizando-se um critério usual, conforme apresentado na Figura 29. Percebe-se que, ao compatibilizar os momentos negativos, os momentos positivos precisam ser revisados, adotando novos valores ou não, conforme é mostrado também na Figura 29.



Fonte: Pinheiro, Muzardo e Santos (2010).

2.6 Softwares Computacionais Utilizados

O dimensionamento estrutural de lajes maciças de concreto armado por meio de programas computacionais representa uma evolução e otimização nos processos que, durante

muitos anos, foram desenvolvidos unicamente por meio dos métodos simplificados apresentados anteriormente. A utilização dos programas de cálculo estrutural é algo já consolidado no mercado dentre os profissionais da engenharia civil e algo que pode ser pontuado diz respeito à possibilidade que tais programas trouxeram, de analisar os pavimentos como um todo, podendo reproduzir a estrutura de forma mais realística e considerando condições que, nos métodos simplificados não tinham a possibilidade de serem contempladas.

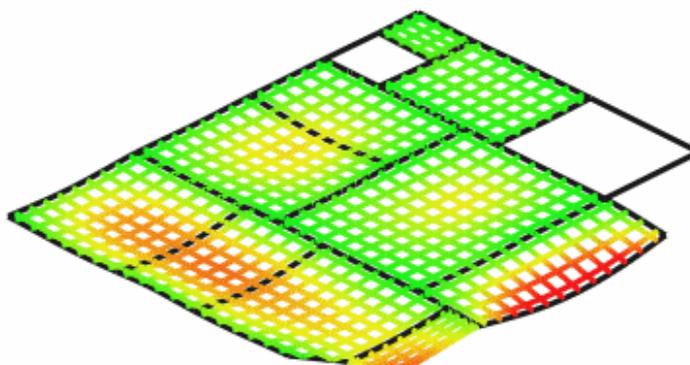
Dessa forma, o dimensionamento feito com o auxílio de um *software* traz uma maior eficiência e qualidade nos resultados obtidos, podendo calcular em um tempo hábil, os esforços e deslocamentos, além de calcular, analisar e detalhar as armaduras, gerar relatórios de cálculo e apresentar diagramas e modelos em 3D que simulam em tempo real o comportamento da estrutura como um todo.

Existem no mercado diversos *softwares* de cálculo estrutural, desenvolvidos por diferentes processos de resolução. No Brasil, alguns programas conhecidos e utilizados são o Eberick, o TQS, o SAP2000 e o CypeCAD. Cada um deles tem uma maneira específica de processar e analisar as estruturas. Diante disso, para o presente trabalho, foram escolhidos o AltoQi Eberick 2021, que utiliza como processo de cálculo a Analogia de Grelhas e o SAP2000, que utiliza o Método dos Elementos Finitos.

2.6.1 AltoQI Eberick

De acordo com Banki (2013), no programa Eberick, uma das maiores vantagens é a possibilidade de considerar as vigas de apoio em conjunto com as lajes, conforme o método de Analogia de grelhas, apresentado no item 2.4.4, numa análise global da estrutura como uma grelha plana (Figura 30). A laje e as vigas de apoio passam a ser uma única estrutura. Em pavimentos de lajes contínuas, este modelo é mais conveniente, obtendo-se uma configuração de deformação e esforços mais próxima da situação real em regime elástico.

Figura 30 - Visualização do modelo de grelha 3D da laje no Eberick.



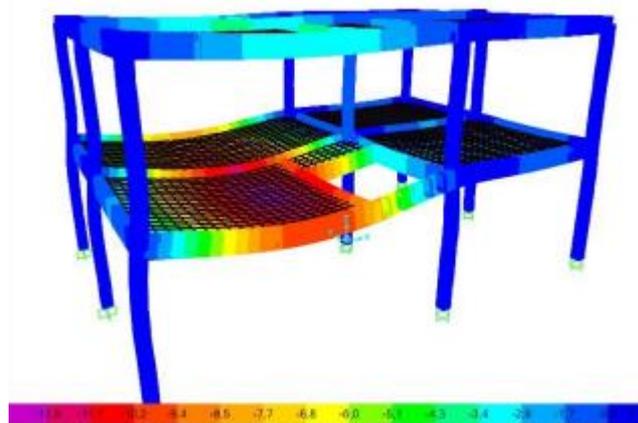
Fonte: Silva (2013).

O programa possibilita ao usuário, configurá-lo da maneira que achar mais conveniente, desde que, em consonância com as normas vigentes, sendo possível inserir propriedades específicas dos materiais, determinar o nível de rigidez dos elementos e, com isso, verificar as possíveis variações que podem ocorrer ao modificar determinados parâmetros.

2.6.2 SAP2000

A análise de estruturas feita através do programa SAP2000 é realizada com base no Método dos Elementos Finitos, cujos princípios de cálculo foram explanados no item 2.4.5. Assim como o Eberick, no SAP2000, é possível modelar a estrutura como um pórtico global, onde o *software* realiza uma análise integrada, considerando a estrutura como um todo (Figura 31). A possibilidade de configurar diversos dados no programa é um recurso que deve ser bem observado pelo projetista, pois é necessário padronizar os dados, propriedades e unidades utilizadas, a fim de se obter resultados corretos e condizentes com o modelo estrutural analisado.

Figura 31 - Pórtico 3D da estrutura no SAP2000.



Fonte: Oliveira e Silva (2020).

Destaca-se que a rede de elementos finitos utilizada na discretização das lajes pode ser dividida de diversas formas, ficando a cargo do projetista determinar a quantidade de elementos utilizados. Quanto maior o refinamento da malha, mais preciso e mais próximo da realidade o modelo estrutural será, porém, o tempo de processamento é maior.

3 METODOLOGIA

3.1 Procedimentos Iniciais

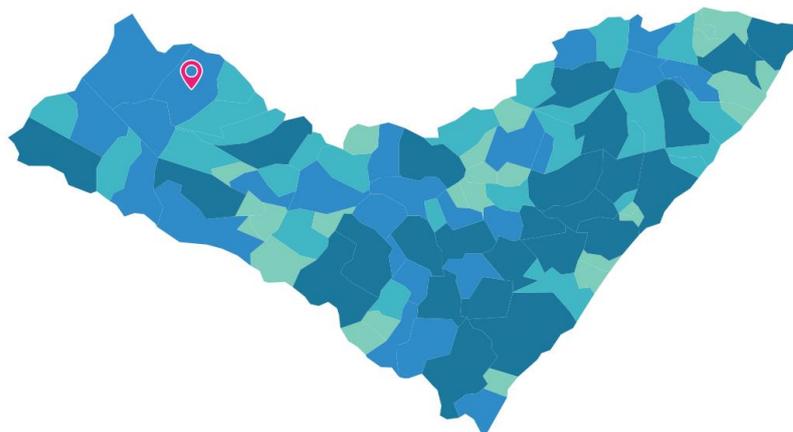
Para dar início à pesquisa, foi determinada a classificação do estudo, onde a abordagem utilizada é de caráter teórico com uma análise numérica dos dados, tendo em vista que o objeto de estudo é fundamentado em pesquisas já consolidadas na literatura e os dados a se obter são referentes à valores numéricos delimitados aos resultados extraídos de um projeto estrutural desenvolvido para o trabalho.

Com base nos objetivos propostos, foi realizada uma revisão bibliográfica das principais teorias e conceitos necessários para dar o suporte no desenvolvimento da pesquisa, onde definiram-se assuntos como: concreto armado, lajes maciças, métodos de cálculo utilizados no dimensionamento de lajes maciças, a equação fundamental das placas delgadas, determinação de esforços por meio de séries, resolução por analogia de grelhas, resolução pelo método dos elementos finitos, dimensionamento simplificado e os *softwares* computacionais de dimensionamento estrutural. Por meio do embasamento construído na fundamentação teórica, deu-se prosseguimento aos passos seguintes.

3.2 Definição da Área de Estudo

O projeto utilizado como base é de uma residência unifamiliar projetada para ser executada na cidade de Canapi, localizada na mesorregião do alto sertão alagoano (Figura 32). Segundo o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), a cidade conta com uma população estimada em 17.715 habitantes no ano de 2021, sendo Canapi uma localidade urbana de pequeno risco de deterioração, fator esse importante no que diz respeito à classe de agressividade ambiental.

Figura 32 - Localização da cidade de Canapi.



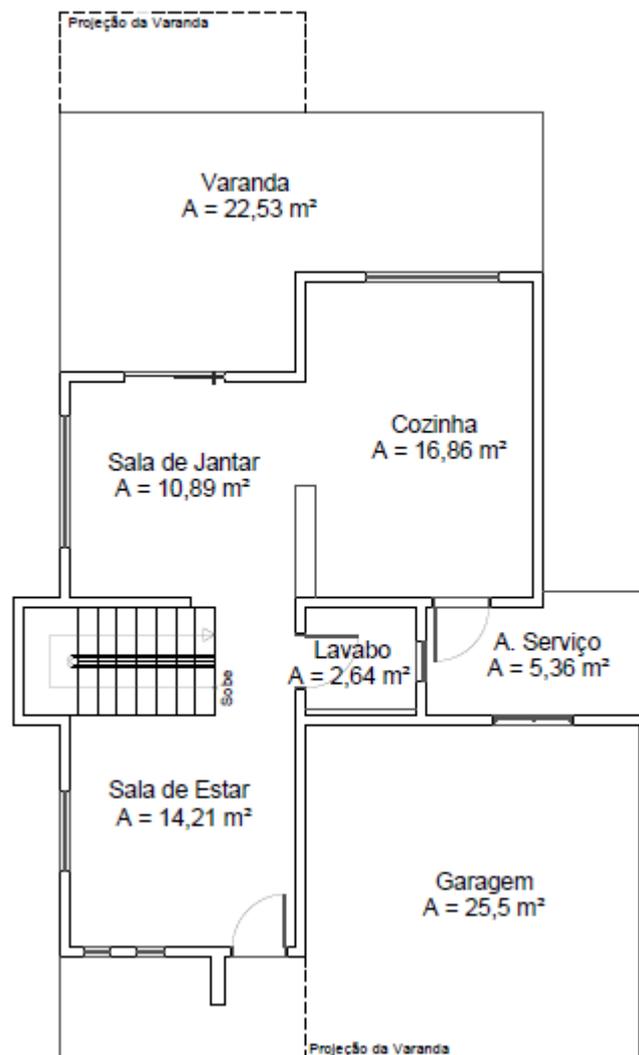
Fonte: IBGE (2021).

3.3 Coleta dos Dados

Para a realização da coleta de dados, foi feito inicialmente um estudo do projeto e com isso, foram definidos os valores de resistência característica dos materiais, ações atuantes conforme os materiais e ambientes existentes na residência, cobertura mínima com base na CAA referente à área de estudo, dimensões dos elementos lineares (vigas e pilares), entre outros.

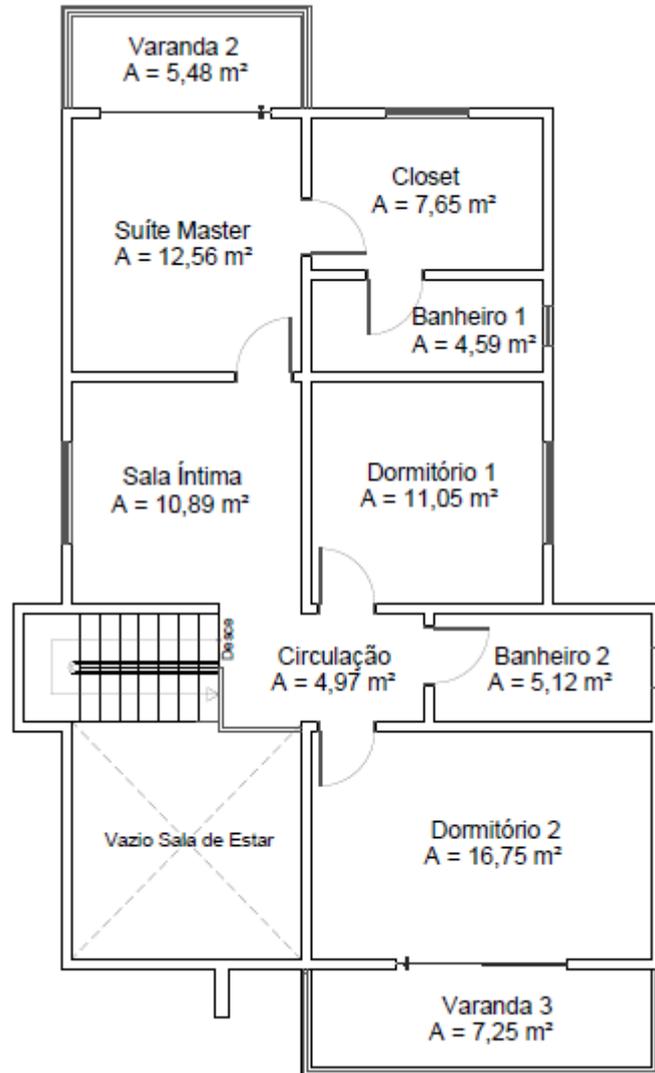
A residência é composta por dois pavimentos, com uma área total de 200 m^2 , onde a cobertura é composta por telhado apoiado diretamente nos pilares e vigas, não necessitando de lajes, assim como o piso do pavimento térreo. Assim, a residência possui lajes apenas no piso do pavimento superior. As plantas dos pavimentos térreo (Figura 33) e superior (Figura 34) da residência, bem como uma perspectiva em 3D (Figura 35) são apresentadas a seguir.

Figura 33 - Planta baixa do pavimento térreo da edificação.



Fonte: Autor (2022).

Figura 34 - Planta baixa do pavimento superior da edificação.



Fonte: Autor (2022).

Figura 35 - Perspectiva em 3D da residência.



Fonte: Autor (2022).

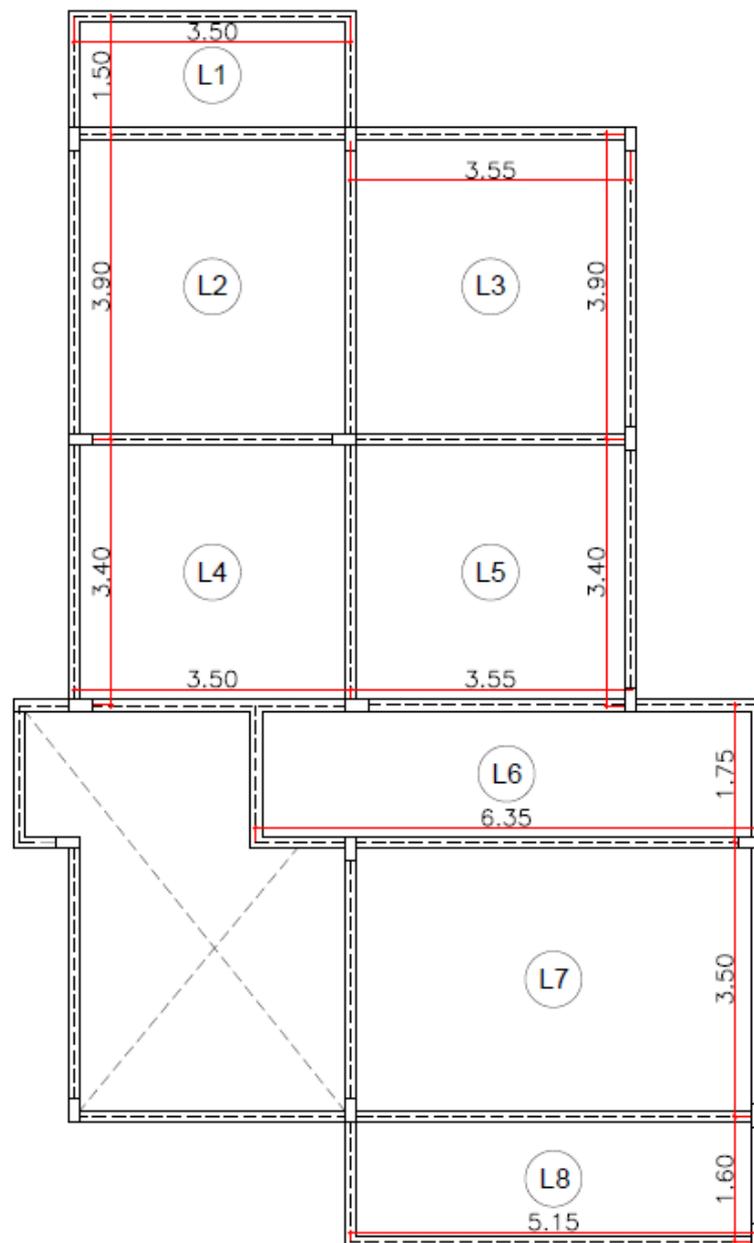
Os dados de projeto utilizados no dimensionamento estrutural das lajes em todos os métodos foram os seguintes:

- Classe de agressividade ambiental II (ambiente urbano);
- Cobrimento Nominal: Laje = 2,5 cm e Viga/Pilar= 3 cm;
- Classe de concreto armado C-25, cuja resistência característica à compressão é de $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;
- Tempo de escoramento da laje: 28 dias
- Seções das vigas: pavimento térreo = 15x30 cm; pavimento superior = 15x45 cm;
- Seção dos pilares: 15x30 cm;
- Aceleração da gravidade adotada de 10 m/s^2 .
- Diâmetro da armadura principal adotado inicialmente: $\emptyset = 10 \text{ mm}$;
- Paredes com espessura de 15 cm, altura de 2,70 m e peso específico de 14 kN/m^3 (considerando alvenaria de vedação com bloco cerâmico vazado – tabela 2 da ABNT NBR 6120);
- Cargas permanentes (conforme a ABNT NBR 6120):
 - Peso próprio do concreto armado: 25 kN/m^3 ;
 - Revestimento do teto com argamassa de 2 cm de espessura e peso específico de 19 kN/m^3 , sendo aplicado $0,38 \text{ kN/m}^2$ sobre a área útil;
 - Contrapiso de argamassa com 3 cm de espessura e peso específico de 21 kN/m^3 , sendo aplicado $0,63 \text{ kN/m}^2$ sobre a área útil;
 - Camada de impermeabilização com manta asfáltica em áreas molhadas (banheiros) com 0,3 cm de espessura, sendo aplicado $0,08 \text{ kN/m}^2$ sobre a área útil;
 - Piso cerâmico (incluso argamassa de assentamento) com 3 cm de espessura e peso específico de 20 kN/m^3 , sendo aplicado $0,6 \text{ kN/m}^2$ sobre a área útil.
- Cargas variáveis (conforme a ABNT NBR 6120):
 - Dormitórios de edifícios residenciais: $1,5 \text{ kN/m}^2$;
 - Sala, copa e cozinha: $1,5 \text{ kN/m}^2$;
 - Sanitários de edifícios residenciais: $1,5 \text{ kN/m}^2$;
 - Varanda residencial: $2,5 \text{ kN/m}^2$.

3.4 Procedimentos de Cálculo

Após a definição dos dados e informações relevantes para a execução do projeto, realizou-se a concepção estrutural, que se iniciou com a disposição dos pilares ao longo da planta, considerando as imposições arquitetônicas e visando, sempre que possível, a formação de pórticos ao longo da estrutura. Com os pilares alocados, foi feita a interligação das vigas que, de maneira intuitiva, delimitou os contornos, geometria e a quantidade de lajes no pavimento. A Figura 36 apresenta a planta de forma utilizada nos dimensionamentos.

Figura 36 - Planta de forma do pavimento superior.



Fonte: Autor (2022).

3.4.1 Dimensionamento simplificado

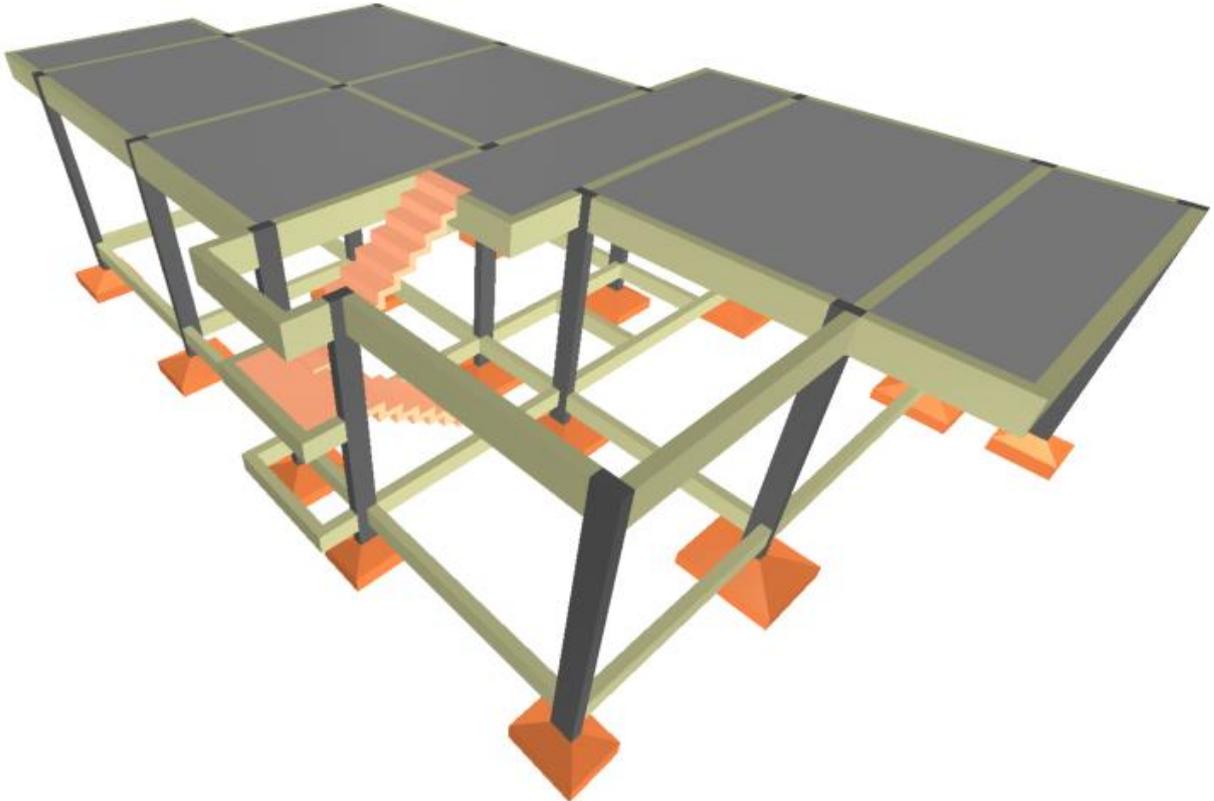
Os cálculos dos esforços atuantes nas lajes foram determinados inicialmente por meio do processo simplificado, utilizando as tabelas de Bares. No cálculo manual, para melhor organização dos resultados, as lajes foram divididas de acordo com a sua natureza, no que diz respeito à classificação quanto à direção das armaduras longitudinais e aos tipos de vínculos. Para tanto, foram utilizados os procedimentos de cálculo descritos do item 2.5.1 até o 2.5.9 para todas as lajes, na mesma sequência proposta, atentando-se às fórmulas utilizadas, tendo em vista que existem lajes bidirecionais e unidirecionais no projeto, além de questões como a distribuição de cargas acidentais, conforme a finalidade de cada laje e também a existência de cargas de paredes atuando diretamente na laje e demais particularidades. Os resultados obtidos foram organizados em tabelas e gráficos para posterior comparação com os valores obtidos pelos demais métodos de cálculo.

3.4.2 Dimensionamento utilizando o Eberick

A modelagem no *software* AltoQi Eberick versão 2021-08 v.15.292 foi feita com base na concepção estrutural desenvolvida e os procedimentos realizados no programa resumem-se em configurar inicialmente todos os dados pré-estabelecidos, conforme as recomendações da ABNT NBR 6118, ABNT NBR 6120 e demais normas necessárias. As principais abas de configurações verificadas foram as de ações, análise, dimensionamento, materiais e durabilidade e verificação ao ELS (algumas das configurações adotadas estão dispostas no Anexo B).

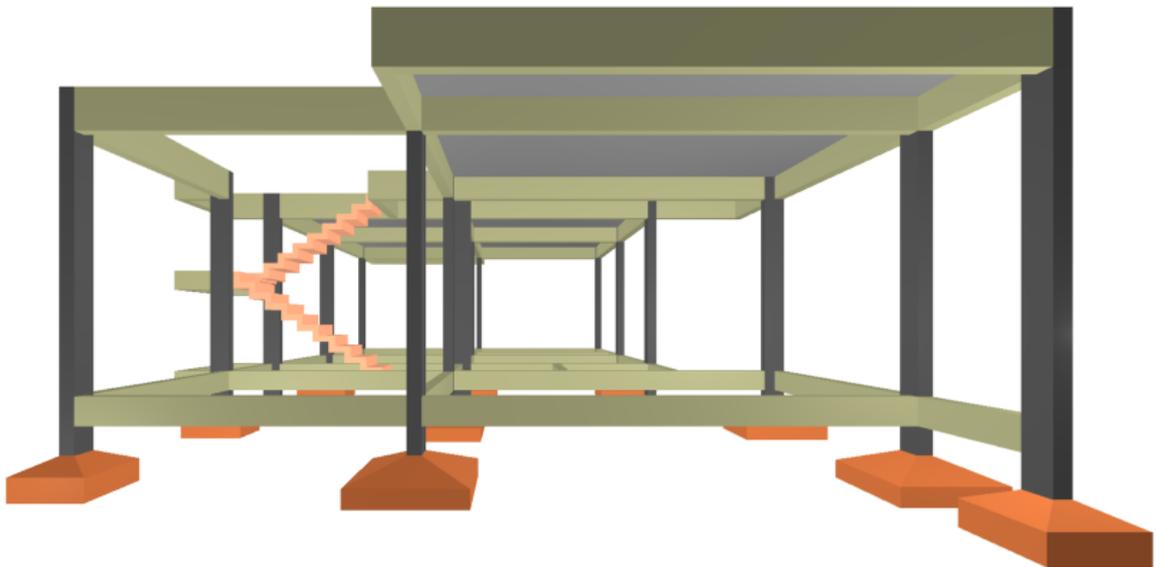
Vale destacar que, para o dimensionamento, foi utilizado o processo de grelha mais pórtico e o espaçamento entre faixas da grelha adotado foi de 50 cm, valor este recomendado pela literatura, com um grau de precisão considerável. Foi adotada também uma redução na rigidez à torção das vigas de 85%, valor esse disposto no item 17.5.1.2 da ABNT NBR 6118 como sendo a redução máxima permitida para os casos de torção de compatibilidade, o que ocorre no projeto em estudo. Posteriormente, a mesma estrutura foi processada aumentando-se a altura da seção transversal das vigas de apoio para 80 cm, a fim de verificar as possíveis variações nos esforços das lajes em virtude dessa modificação. Após as devidas configurações, modelou-se a estrutura e coletaram-se os resultados referentes aos esforços nas lajes. A modelagem em 3D é apresentada nas Figuras 37 a 39.

Figura 37 - Perspectiva em 3D da estrutura modelada no Eberick.



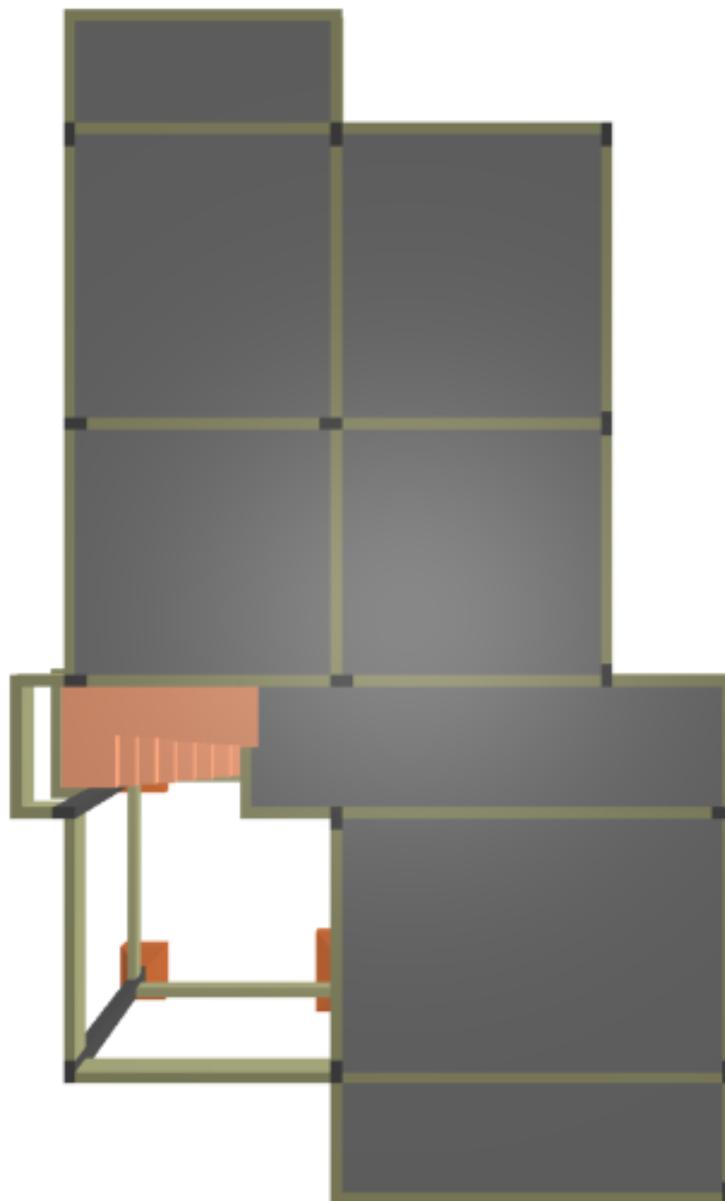
Fonte: Autor (2022).

Figura 38 - Vista frontal em 3D da estrutura modelada no Eberick.



Fonte: Autor (2022).

Figura 39 - Vista superior em 3D da estrutura modelada no Eberick.

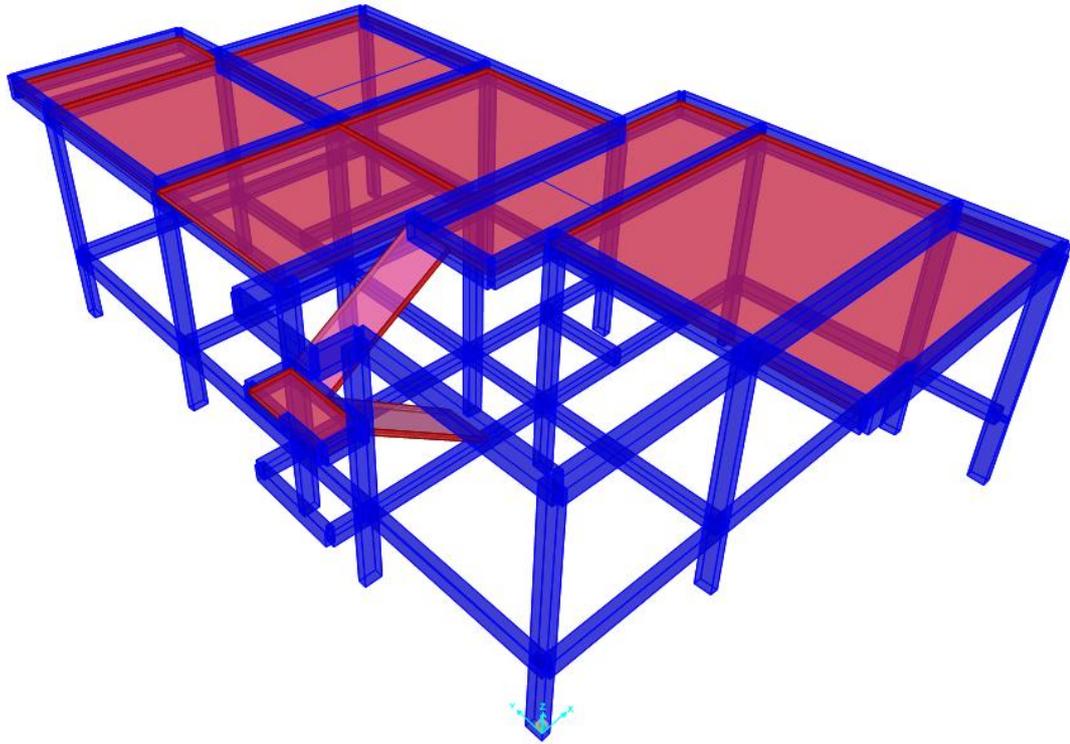


Fonte: Autor (2022).

3.4.3 Dimensionamento utilizando o SAP2000

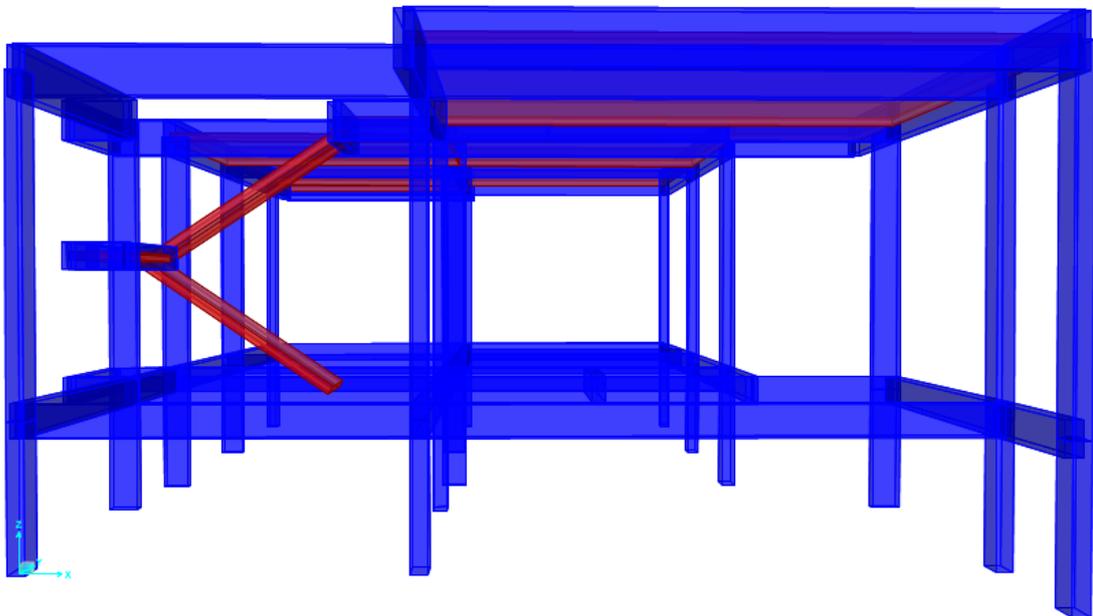
Para o SAP2000, cuja versão utilizada neste trabalho é a 22.2.0, os procedimentos utilizados foram similares aos realizados no Eberick, onde foram inseridos no programa valores referentes às propriedades dos materiais, geometria e condições de vinculação dos elementos estruturais (Anexo B). Destaca-se que, as lajes foram modeladas por meio do elemento tipo *shell*, sendo a malha dividida em elementos com dimensões quadradas, onde foi realizada uma análise de convergência, resultando na escolha final de elementos com dimensões de 30 cm. Também foi utilizado um coeficiente de redução na rigidez à torção das vigas de 0,15. A estrutura também foi reprocessada com a modificação na altura das vigas de apoio. O resultado da modelagem é apresentado nas Figuras 40 a 42.

Figura 40 - Perspectiva em 3D da estrutura modelada no SAP2000.



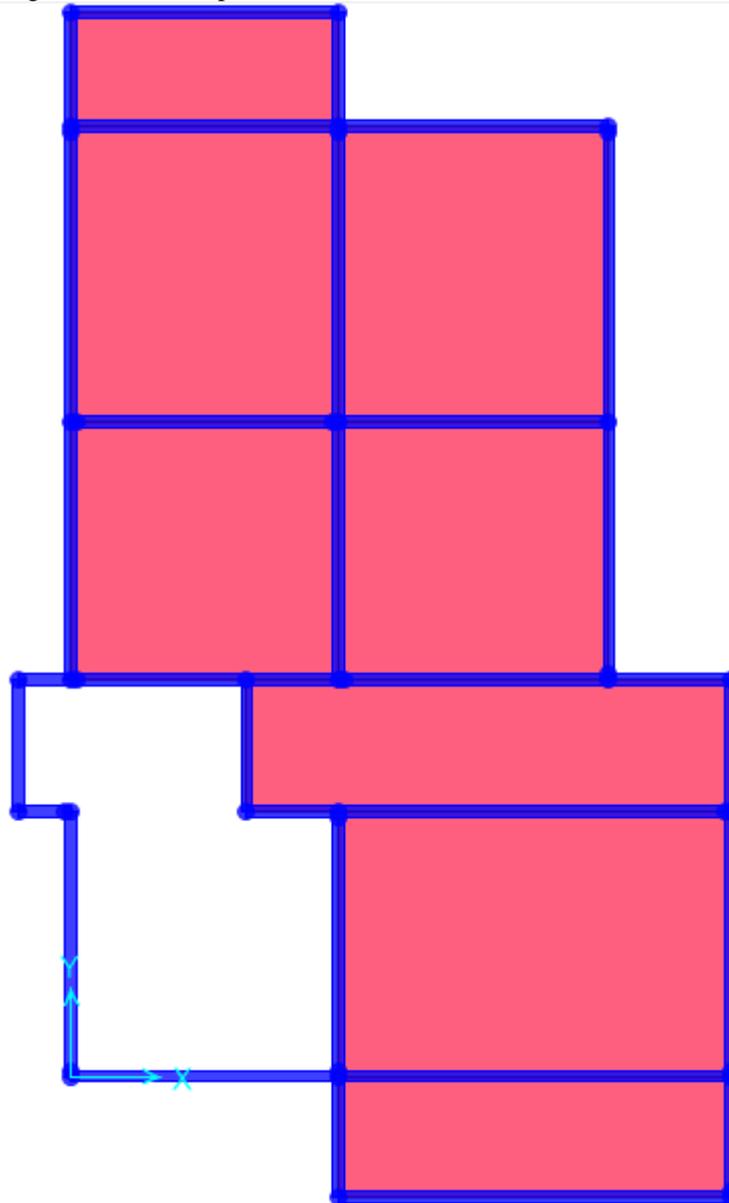
Fonte: Autor (2022).

Figura 41 - Vista frontal em 3D da estrutura modelada no SAP2000.



Fonte: Autor (2022).

Figura 42 - Vista superior em 3D da estrutura modelada no SAP2000.



Fonte: Autor (2022).

3.5 Análise dos Dados

Mediante o cálculo dos esforços por meio dos três métodos, buscou-se organizar os resultados através de tabelas, gráficos e plantas, que trazem uma melhor visualização da disposição dos valores ao longo das lajes e da estrutura. Inicialmente, foi realizada uma análise individual para cada método, buscando entender a dinâmica e as particularidades em cada situação. Logo após, foram realizados os comparativos entre os métodos, objetivando identificar, dentre os métodos estudados, quais os que apresentaram resultados mais fidedignos à realidade.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Dimensionamento Utilizando as Tabelas de Bares

Seguindo os procedimentos descritos no tópico 3.4.1 deste trabalho, foi realizado inicialmente o dimensionamento das lajes empregando o método simplificado por meio das tabelas de Bares. Para tanto, as lajes foram discretizadas e em seguida foram realizados os procedimentos necessários, cujos resultados estão dispostos nos tópicos subsequentes.

4.1.1 Classificação Quanto à Direção

A princípio, as lajes foram nomeadas de L1 à L8, segundo a identificação apresentada na Figura 36. De acordo com o cálculo dos vãos efetivos, consoante ao exposto no tópico 2.5.2, foi possível calcular o fator λ e, conseqüentemente, determinar a classificação de cada uma das lajes quanto à direção, conforme é apresentado na Tabela 5.

Tabela 5 - Classificação das lajes quanto à direção.

Laje	l_x (m)	l_y (m)	λ	Classificação
L1	1,50	3,50	2,34	Armada em uma direção
L2	3,50	3,90	1,12	Armada nas duas direções
L3	3,55	3,90	1,1	Armada nas duas direções
L4	3,40	3,50	1,03	Armada nas duas direções
L5	3,40	3,55	1,05	Armada nas duas direções
L6	1,75	6,35	3,63	Armada em uma direção
L7	3,50	5,15	1,48	Armada nas duas direções
L8	1,60	5,15	3,22	Armada em uma direção

Fonte: Autor (2022).

4.1.2 Altura das Lajes

O passo seguinte após a classificação das lajes foi a determinação da altura de cada uma delas. Para isto, foi realizado o pré-dimensionamento da altura útil conforme a equação 2.21 e, posteriormente, foi calculada a altura total utilizando as equações 2.23 e 2.24, considerando para a armadura principal constituinte um diâmetro de 10 mm. Nesta etapa, foi necessário também determinar em qual caso das tabelas de Bares cada laje melhor se enquadrava e, a partir de então, os cálculos foram efetuados. Os valores obtidos estão dispostos na Tabela 6.

Tabela 6 - Altura das lajes.

Laje	λ	Caso	n	l_x (m)	$0,7 \cdot l_y$ (m)	l^* (m)	d (cm)	h (cm)	$h_{adotado}$ (cm)
L1	2,34	3	1	1,50	2,45	1,50	3,60	6,60	10,00
L2	1,12	4	2	3,50	2,73	2,73	6,28	10,28	10,00
L3	1,1	4	2	3,55	2,73	2,73	6,28	10,28	10,00
L4	1,03	4	2	3,40	2,45	2,45	5,64	9,64	10,00
L5	1,05	4	2	3,40	2,49	2,49	5,72	9,72	10,00
L6	3,63	6	2	1,75	2,10	1,75	4,03	7,03	10,00
L7	1,48	1	0	3,50	3,61	3,50	8,75	12,75	10,00
L8	3,22	3	1	1,60	3,61	1,60	3,84	6,84	10,00

Fonte: Autor (2022).

Conforme apresentado, foi adotada para todas as lajes uma altura igual de 10 cm, objetivando uma uniformização no sistema estrutural e melhor execução deste. Vale ressaltar que, de início, a altura adotada foi de 12 cm, tendo em vista que a laje L7 atingiu valor ainda superior. Contudo, na verificação das flechas, os valores deram bastante inferiores aos limites preconizados pela ABNT NBR 6118, o que possibilitou uma redução da altura para 10 cm que, após nova verificação das flechas, também atendeu aos limites estabelecidos.

4.1.3 Ações Atuantes

A Tabela 7 apresenta a parcela de todas as ações atuantes em cada laje, bem como a carga total (p). As ações permanentes consideradas foram as de peso próprio (g_{pp}), peso do revestimento inferior (g_{rev}), piso (g_p), cargas de parede (g_{par}), contra piso (g_{cp}) e impermeabilização (g_{imp}). As ações variáveis (q) também constituem a carga total e foram determinadas conforme a finalidade de cada ambiente do projeto.

Tabela 7 - Ações atuantes nas lajes.

Laje	g_{pp} (kN/m^2)	g_{rev} (kN/m^2)	g_p (kN/m^2)	g_{par} (kN/m^2)	g_{cp} (kN/m^2)	g_{imp} (kN/m^2)	q (kN/m^2)	p (kN/m^2)
L1	2,5	0,38	0,6	0,00	0,63	0,00	2,5	6,61
L2	2,5	0,38	0,6	0,00	0,63	0,00	1,5	5,61
L3	2,5	0,38	0,6	1,45	0,63	0,08	1,5	7,14
L4	2,5	0,38	0,6	0,00	0,63	0,00	1,5	5,61
L5	2,5	0,38	0,6	0,00	0,63	0,00	1,5	5,61
L6	2,5	0,38	0,6	4,86	0,63	0,08	1,5	10,55
L7	2,5	0,38	0,6	0,00	0,63	0,00	1,5	5,61
L8	2,5	0,38	0,6	0,00	0,63	0,00	2,5	6,61

Fonte: Autor (2022).

4.1.4 Momentos Fletores Calculados

Mediante o cálculo das cargas atuantes, deu-se prosseguimento ao cálculo dos momentos fletores máximos pelo método simplificado. As Tabelas 8 e 9 apresentam os resultados dos momentos fletores positivos e negativos, respectivamente, das lajes armadas nas duas direções, e a Tabela 10 exhibe os valores dos momentos fletores positivos e negativos das lajes armadas em uma direção.

Tabela 8 - Momentos fletores positivos das lajes armadas nas duas direções.

Laje	Caso	l_x (m)	λ	p (kN/m ²)	μ_x	μ_y	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)
L2	4	3,50	1,12	5,61	3,53	2,80	2,43	1,92
L3	4	3,55	1,10	7,14	3,30	2,81	2,97	2,53
L4	4	3,40	1,03	5,61	3,05	2,81	1,98	1,82
L5	4	3,40	1,05	5,61	3,05	2,81	1,98	1,82
L7	1	3,50	1,48	5,61	7,86	4,25	5,40	2,92

Fonte: Autor (2022).

Tabela 9 - Momentos fletores negativos das lajes armadas nas duas direções.

Laje	Caso	l_x (m)	λ	p (kN/m ²)	μ'_x	μ'_y	x_x (kNm/m)	x_y (kNm/m)
L2	4	3,50	1,12	5,61	8,28	7,50	-5,69	-5,15
L3	4	3,55	1,10	7,14	7,87	7,36	-7,09	-6,63
L4	4	3,40	1,03	5,61	7,43	7,18	-4,82	-4,66
L5	4	3,40	1,05	5,61	7,43	7,18	-4,82	-4,66
L7	1	3,50	1,48	5,61	-	-	0,00	0,00

Fonte: Autor (2022).

Tabela 10 - Momentos fletores positivos e negativos das lajes armadas em uma direção.

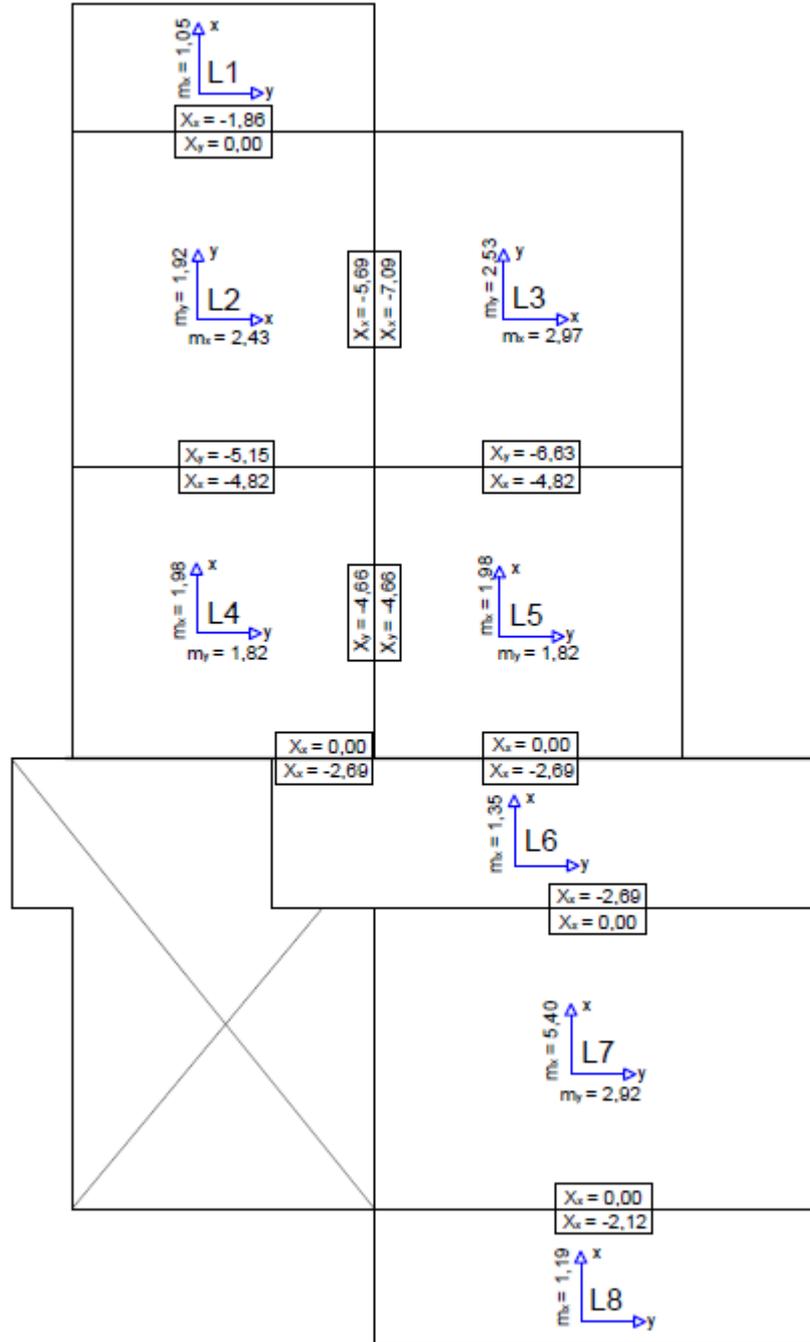
Laje	Vinculação	l_x (m)	p (kN/m ²)	m_x (kNm/m)	x_x (kNm/m)
L1	Engaste-Apoio simples	1,50	6,61	1,05	-1,86
L6	Engaste-Engaste	1,75	10,55	1,35	-2,69
L8	Engaste-Apoio simples	1,60	6,61	1,19	-2,12

Fonte: Autor (2022).

A fim de verificar se os valores encontrados podem ser atendidos pela altura útil adotada, foi verificada a altura mínima para os maiores momentos positivos e negativos, de acordo com a equação 2.22. No que se refere ao maior momento positivo ($m_x = 5,40$), a altura útil mínima calculada foi de 3,48 cm, menor que a altura útil de 6 cm. Para o maior momento negativo ($x_x = 7,09$), a altura mínima foi de 3,99 cm, menor que 7 cm. Dessa forma, os valores calculados estão em conformidade com as verificações de segurança.

Para uma melhor visualização dos resultados, os valores foram dispostos na Figura 43 conforme a localização de cada momento fletor máximo nas lajes.

Figura 43 - Momentos fletores pelo método de Bares em kN.m/m.



Fonte: Autor (2022).

Vale destacar que, para este método em particular, as lajes L2, L5 e L7 foram consideradas inicialmente engastadas nas lajes adjacentes, segundo os critérios básicos apresentados. No entanto, estas lajes apresentaram momentos fletores muito superiores às lajes vizinhas, o que tornou mais adequado, segundo o critério apresentado ao final do item

2.5.1, considerar as lajes supracitadas como simplesmente apoiadas nas lajes que deram menor momento fletor, resultando assim nos resultados apresentados nas tabelas anteriores.

4.1.5 Compatibilização dos Momentos

Conforme apresentado no item 2.5.9.1, os momentos fletores obtidos por meio do método simplificado precisam ser compatibilizados. Com isso, os valores calculados foram ajustados de acordo com o disposto no item citado e os resultados dos momentos compatibilizados estão apresentados nas Tabelas 11 e 12. É possível verificar os cálculos realizados de forma mais detalhada no Apêndice B.

Tabela 11 - Momentos fletores positivos compatibilizados (método de Bares).

Laje	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)
L1	1,05	-
L2	2,43	2,01
L3	3,32	2,98
L4	1,98	1,82
L5	1,98	1,82
L6	1,35	-
L7	5,4	2,92
L8	1,19	-

Fonte: Autor (2022).

Tabela 12 - Momentos fletores negativos compatibilizados (método de Bares).

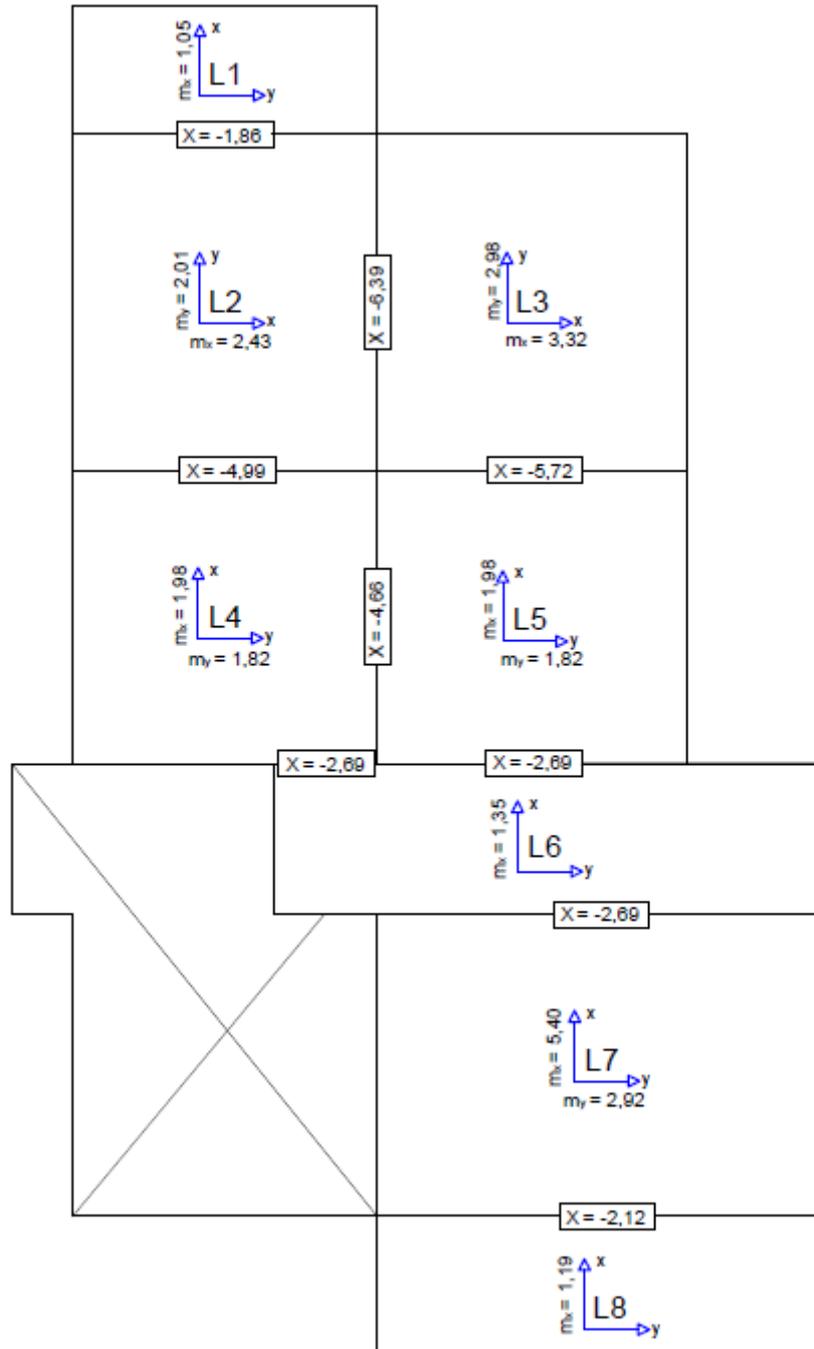
Lajes	x (kNm/m)
L1-L2	-1,86
L2-L3	-6,39
L2-L4	-4,99
L3-L5	-5,72
L4-L5	-4,66
L4-L6	-2,69
L5-L6	-2,69
L6-L7	-2,69
L7-L8	-2,12

Fonte: Autor (2022).

Os valores ajustados também estão dispostos na Figura 44. Com relação à compatibilização dos momentos negativos entre lajes em que uma delas apresentou valor igual à zero, especificamente falando dos casos L1-L2, L4-L6, L5-L6, L6-L7 e L7-L8, o

momento fletor considerado foi aquele pertencente à outra laje, sem aplicação de média ou reduções.

Figura 44 - Momentos fletores pelo método de Bares compatibilizados em kN.m/m.



Fonte: Autor (2022).

4.2 Momentos Fletores Utilizando o *Software Eberick 2021*

Após calculados os momentos fletores pelas tabelas de Bares, a estrutura foi modelada no Eberick conforme descrito no item 3.4.2 e, dessa forma, extraíram-se os valores dos momentos máximos positivos e negativos, por meio dos relatórios gerados no programa, bem como por meio da modelagem espacial do pórtico 3D, que também apresenta os valores dos esforços atuantes na estrutura.

Os resultados obtidos foram divididos por 1,4, tendo em vista que os valores calculados por meio do método simplificado são característicos, não sendo adicionado coeficiente de majoração dos esforços. Assim, para equiparar de forma correta os valores, tais ajustes foram realizados e os resultados obtidos estão dispostos nas Tabelas 13 e 14, bem como são apresentados na Figura 45 e também é possível observar na Figura 46, o comportamento da estrutura de grelha que representa as lajes, segundo os esforços atuantes e a forma como a estrutura se deforma com a aplicação das ações.

Tabela 13 - Momentos fletores positivos calculados pelo Eberick.

Laje	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)
L1	0,44	1,11
L2	2,19	1,48
L3	4,55	4,35
L4	2,43	2,07
L5	1,29	1,57
L6	2,47	2,64
L7	3,52	3,69
L8	0,94	3,05

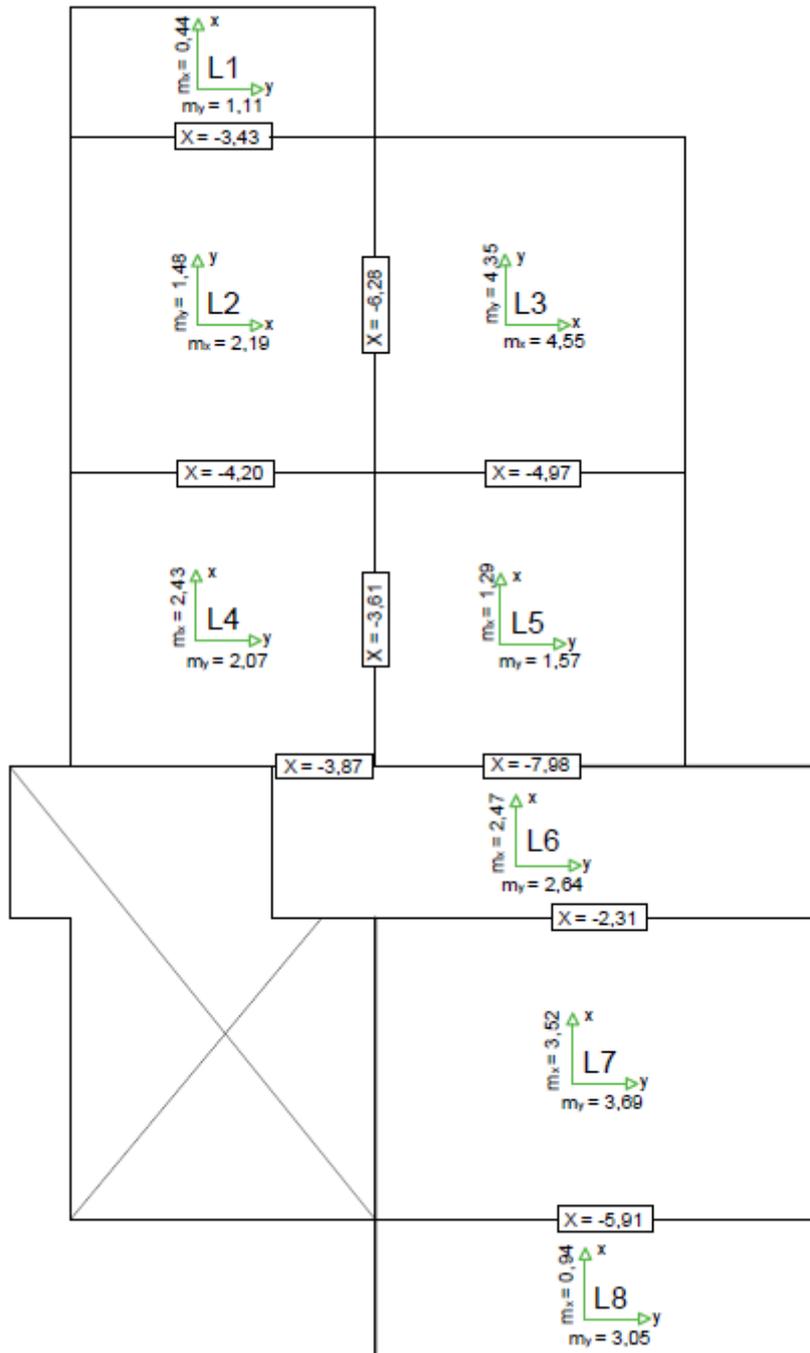
Fonte: Autor (2022).

Tabela 14 - Momentos fletores negativos calculados pelo Eberick.

Lajes	x (kNm/m)
L1-L2	-3,43
L2-L3	-6,28
L2-L4	-4,20
L3-L5	-4,97
L4-L5	-3,61
L4-L6	-3,87
L5-L6	-7,98
L6-L7	-2,31
L7-L8	-5,91

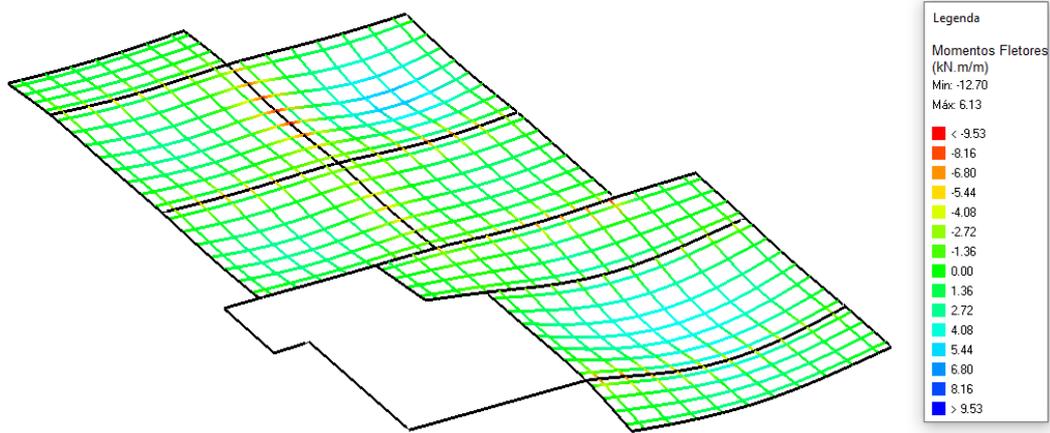
Fonte: Autor (2022).

Figura 45 - Momentos fletores calculados pelo Eberick em kN.m/m.



Fonte: Autor (2022).

Figura 46 - Estrutura de grelha com intensidade dos momentos fletores em kN.m/m.



Fonte: AltoQi Eberick (2022).

4.3 Momentos Fletores Utilizando o *Software* SAP2000

De forma análoga ao item 4.2, os valores dos momentos fletores foram obtidos por meio do *Software* SAP2000 e os resultados foram compilados nas tabelas 15 e 16.

Tabela 15 - Momentos fletores positivos calculados pelo SAP2000.

Laje	m_x (kNm/m)	m_y (kNm/m)
L1	0,35	1,16
L2	2,44	1,89
L3	2,96	2,66
L4	2,45	2,09
L5	1,66	2,01
L6	0,59	2,73
L7	3,84	4,56
L8	0,80	3,02

Fonte: Autor (2022).

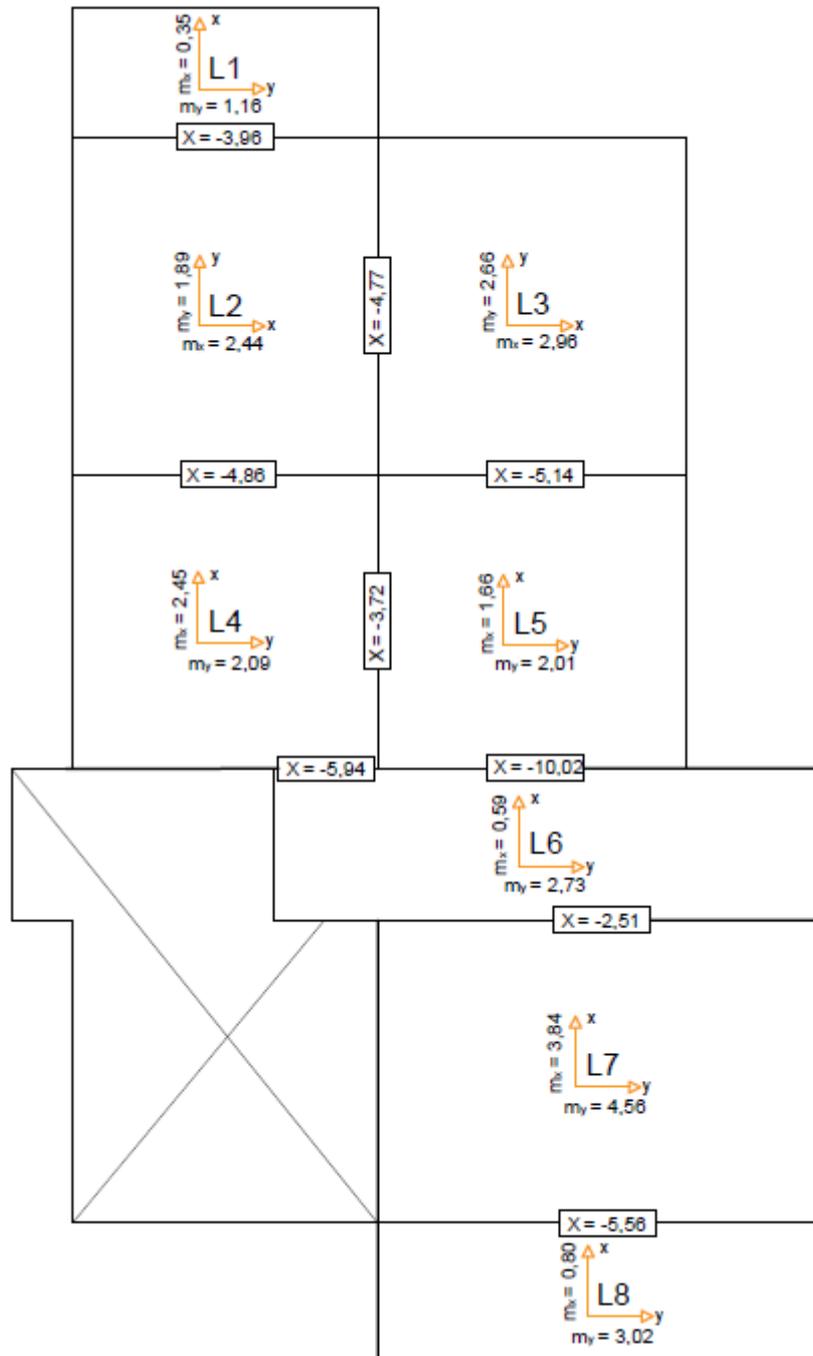
Tabela 16 - Momentos fletores negativos calculados pelo SAP2000.

Lajes	x (kNm/m)
L1-L2	-3,96
L2-L3	-4,77
L2-L4	-4,86
L3-L5	-5,14
L4-L5	-3,72
L4-L6	-5,94
L5-L6	-10,02
L6-L7	-2,51
L7-L8	-5,56

Fonte: Autor (2022).

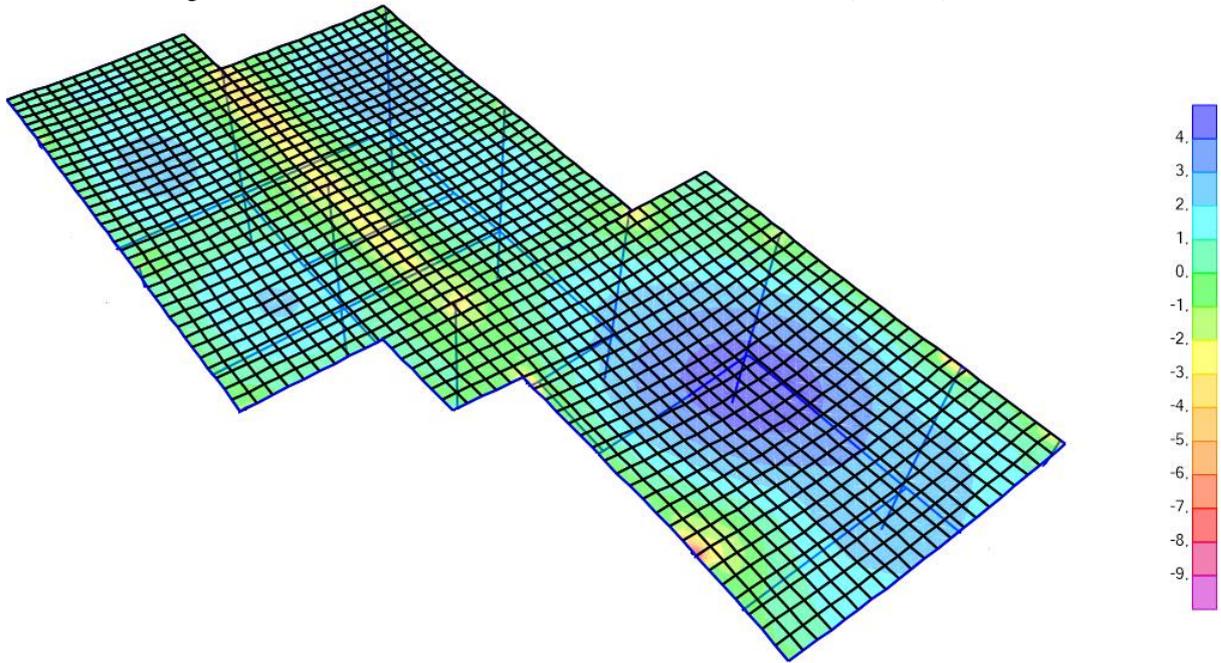
A Figura 47 apresenta a disposição dos momentos fletores ao longo das lajes. É possível observar também nas Figuras 48 e 49 a malha de elementos finitos que divide as lajes e, ao longo dela, os valores dos momentos fletores no eixo x e no eixo y do plano cartesiano.

Figura 47 - Momentos fletores calculados pelo SAP2000 em kN.m/m.



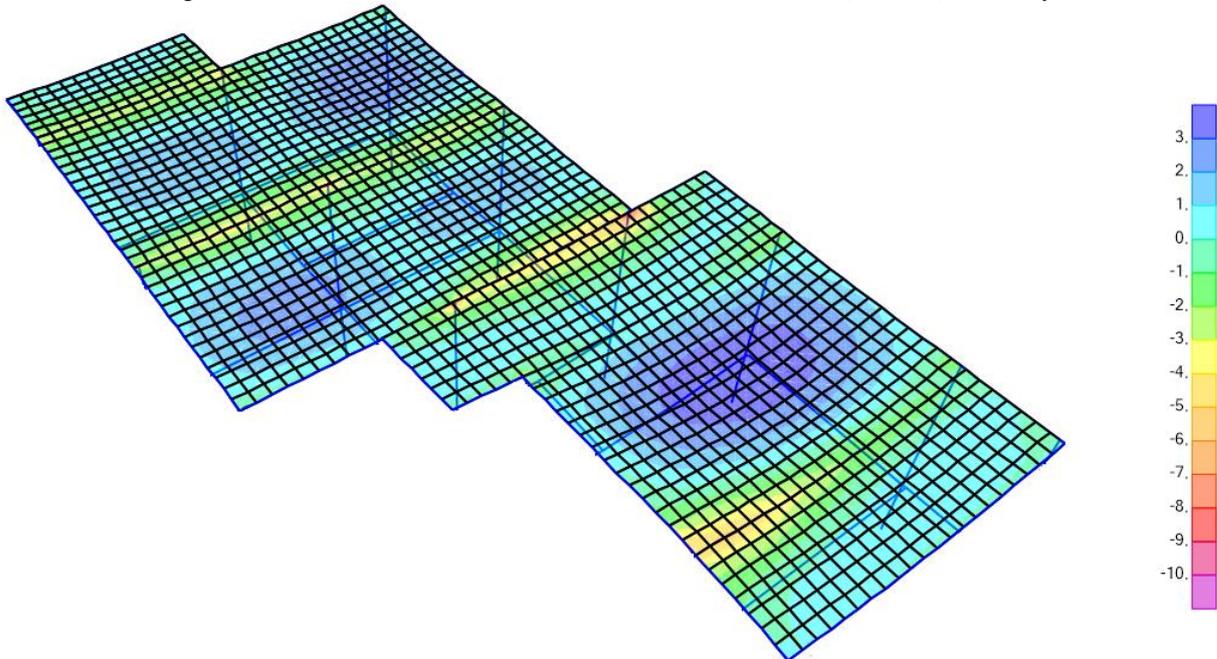
Fonte: Autor (2022).

Figura 48 - Malha de elementos finitos com momentos fletores (kN.m/m) no eixo x.



Fonte: Adaptado do SAP2000 (2022).

Figura 49 - Malha de elementos finitos com momentos fletores (kN.m/m) no eixo y.



Fonte: Adaptado do SAP2000 (2022).

4.4 Comparativos dos Momentos Fletores

Mediante os cálculos realizados, os valores foram organizados e dispostos nas tabelas subsequentes, objetivando assim comparar tais resultados. Os primeiros comparativos são referentes aos valores obtidos pelo método simplificado mediante tabelas de Bares e pelo método da analogia de grelhas, através do Eberick. A Tabela 17 apresenta, em percentual, as

variações entre os métodos para os momentos fletores positivos, em kN.m/m, sendo os valores do Eberick comparados aos do método simplificado. Dessa forma, diferenças percentuais negativas refletem menores valores do Eberick em relação aos de Bares. A situação oposta remete a momentos fletores maiores para o programa.

Tabela 17 - Comparativo dos momentos fletores positivos entre o método simplificado e o Eberick.

Laje	Bares (kNm/m)		Software Eberick (kNm/m)		Variação do Eberick (%)	
	m_x	m_y	m_x	m_y	Δ_x	Δ_y
L1	1,05	-	0,44	1,11	-58,10	-
L2	2,43	2,01	2,19	1,48	-9,76	-26,37
L3	3,32	2,98	4,55	4,35	37,05	45,97
L4	1,98	1,82	2,43	2,07	22,73	13,74
L5	1,98	1,82	1,29	1,57	-34,85	-13,74
L6	1,35	-	2,47	2,64	82,96	-
L7	5,4	2,92	3,52	3,69	-34,81	26,37
L8	1,19	-	0,94	3,05	-21,01	-

Fonte: Autor (2022).

Analisando os resultados da Tabela 17, é possível observar que os valores apresentaram variações em todos os momentos fletores das lajes. No geral, 57% dos momentos positivos do Eberick foram superiores aos do método simplificado, ocorrendo em maior parte para os momentos atuantes na direção y.

Os momentos fletores na direção x tiveram variações significativas, resultando em divergências que vão de -58,10% (L1) até 82,96% (L6), denotando uma alternância entre aumentos e decréscimos nos valores. Para a maior direção das lajes (direção y), os resultados apresentaram variações entre -26,37% (L2) e 45,97% (L3). A direção y apresentou variações em um intervalo menor, comparado ao apresentado pela direção x. Em uma visão geral, os momentos fletores nas direções x e y tiveram uma variação média (em módulo) de 32,88%, o que não expressa valores tão discrepantes, tendo em vista a ordem de grandeza dos momentos fletores calculados.

As variações ocorridas entre os valores apresentados se fundamentam principalmente nas diferenças de análise que existem entre os dois métodos. O cálculo simplificado, em sua análise, considera os elementos de apoio como sendo rígidos e indeformáveis, além de realizar uma análise individual para cada laje, ou seja, desconsiderando os efeitos globais que podem ocorrer na estrutura e, conseqüentemente, influenciar nos resultados dos esforços. Por outro lado, o Eberick efetua uma análise da estrutura como um todo, considerando as vigas de

apoio como sendo deformáveis, o que torna uma verificação mais fidedigna ao que de fato ocorre na prática.

Uma observação a se fazer para as lajes L1, L6 e L8, diz respeito aos valores de momento fletor na direção y , que foram calculados pelo Eberick, o que não aconteceu no método simplificado. Isso ocorre, pois no método manual, as lajes são consideradas como armadas em uma direção (a principal) quando o parâmetro λ é maior que 2. No Eberick, o critério utilizado é diferente, pois o programa considera as lajes armadas em uma direção apenas quando o momento positivo máximo em uma direção é inferior a 20% do momento positivo máximo na outra direção. Os valores calculados pelo Eberick para as lajes L1, L6 e L8 apresentaram uma relação entre momentos fletores de 40%, 94% e 31%, respectivamente, o que confirma o critério considerado.

Ao verificar os momentos positivos m_y da L2, m_x da L5 e m_x da L7, percebe-se que todos foram maiores para o cálculo manual. Isso ocorreu porque no método simplificado, essas lajes foram consideradas simplesmente apoiadas nas demais, desconsiderando assim a possibilidade de continuidade e de redução dos momentos fletores positivos através do engaste nas demais lajes, já que na compatibilização não se reduz os momentos positivos. Como no Eberick essas lajes foram consideradas engastadas, os valores foram redistribuídos, reduzindo assim uma parte dos momentos positivos, o que explica então essa divergência de valores entre os dois métodos. Neste caso, o Eberick apresenta valores mais condizentes com a realidade.

Os resultados obtidos pelo Eberick foram, em geral, maiores na direção y (direção do maior vão) e não na direção menor (considerada como a principal). Isso explica-se também pelo tipo de análise que o programa faz, onde considera a interação entre grelha e pórtico, levando em conta a flexibilidade das vigas de apoio. Com isso, torna-se possível que o maior vão seja o principal, como ocorreu na maior parte das lajes analisadas.

Dando prosseguimento, a Tabela 18 apresenta o comparativo realizado entre os momentos fletores máximos positivos, em kN.m/m, calculados pelo método simplificado e pelo método dos elementos finitos, através do SAP2000. Tal como foi feito para a análise anterior, os valores do SAP2000 foram comparados aos de Bares, sendo a variação percentual negativa correspondendo a menores momentos do programa.

Tabela 18 - Comparativo dos momentos fletores positivos entre o método simplificado e o SAP2000.

Laje	Bares (kNm/m)		Software SAP2000 (kNm/m)		Variação do SAP2000 (%)	
	m_x	m_y	m_x	m_y	Δ_x	Δ_y
L1	1,05	-	0,35	1,16	-66,67	-
L2	2,43	2,01	2,44	1,89	0,41	-5,97
L3	3,32	2,98	2,96	2,66	-10,84	-10,74
L4	1,98	1,82	2,45	2,09	23,74	14,84
L5	1,98	1,82	1,66	2,01	-16,16	10,44
L6	1,35	-	0,59	2,73	-56,30	-
L7	5,4	2,92	3,84	4,56	-28,89	56,16
L8	1,19	-	0,80	3,02	-32,77	-

Fonte: Autor (2022).

A partir da análise da Tabela 18, percebe-se que houve variações em todas as lajes, para todos os momentos fletores calculados. Neste caso, a divergência dos dados ocorreu de forma igualitária, sendo 50% dos valores do SAP2000 maiores que os de Bares, uma quantidade próxima ao que se verificou para o Eberick.

Para os momentos fletores positivos na direção x, as diferenças encontradas têm variações em um intervalo de -66,67% (L1) e 23,74% (L4), sendo os momentos positivos do SAP2000, em geral, menores que os encontrados no cálculo manual. Para os momentos fletores positivos na direção do maior vão (direção y), as diferenças entre os momentos variam de -10,74% (L3) a 56,16% (L7), sendo os momentos positivos do SAP2000 em geral, maiores que os encontrados no cálculo manual. Avaliando as oscilações apresentadas entre os dois métodos, encontra-se que os momentos fletores nas direções x e y tiveram uma variação média (em módulo) de 25,69%, valor ligeiramente menor que aquele encontrado entre o método de Bares e o Eberick.

As variações encontradas nos resultados ocorrem principalmente devido às diferenças existentes nos métodos de análise em cada um dos modelos. Como descrito anteriormente, o método simplificado desconsidera a interação entre todos os elementos da estrutura, onde a análise é realizada de forma individual para cada laje. Já o SAP2000, ao transformar as lajes em uma rede de elementos finitos, aplica condições de continuidade entre as propriedades de cada ponto nodal, garantindo assim, uma análise global da estrutura.

Observa-se que, grande parte dos momentos na direção y foram maiores que os na direção x, demonstrando assim que, da mesma forma que o Eberick, no SAP2000 a análise integrada dos elementos estruturais traz resultados mais precisos ao considerar as deformações dos elementos de apoio e, diferentemente do que se espera obter, encontram-se

como direções principais os vãos de maiores dimensões. A exemplo das lajes L1 e L8, que são apoiadas em vigas, que por sua vez encontram-se em balanço, essa é uma configuração que influencia diretamente nos resultados dos esforços devido à deformação considerável dos apoios e o método simplificado nesse quesito não realiza nenhum tipo de consideração nos cálculos.

Com o intuito de verificar as divergências ocorridas nas análises dos dois programas, gerou-se a Tabela 19, que apresenta, em percentual, as variações do SAP2000 em relação ao Eberick. Neste caso, variações negativas correspondem a menores valores do SAP2000.

Tabela 19 - Comparativo dos momentos fletores positivos entre os *softwares* Eberick e SAP2000.

Laje	Software Eberick (kNm/m)		Software SAP2000 (kNm/m)		Variação (%)	
	m_x	m_y	m_x	m_y	Δ_x	Δ_y
L1	0,44	1,11	0,35	1,16	-20,45	4,50
L2	2,19	1,48	2,44	1,89	11,27	27,70
L3	4,55	4,35	2,96	2,66	-34,95	-38,85
L4	2,43	2,07	2,45	2,09	0,82	0,97
L5	1,29	1,57	1,66	2,01	28,68	28,03
L6	2,47	2,64	0,59	2,73	-76,11	3,41
L7	3,52	3,69	3,84	4,56	9,09	23,58
L8	0,94	3,05	0,80	3,02	-14,89	-0,98

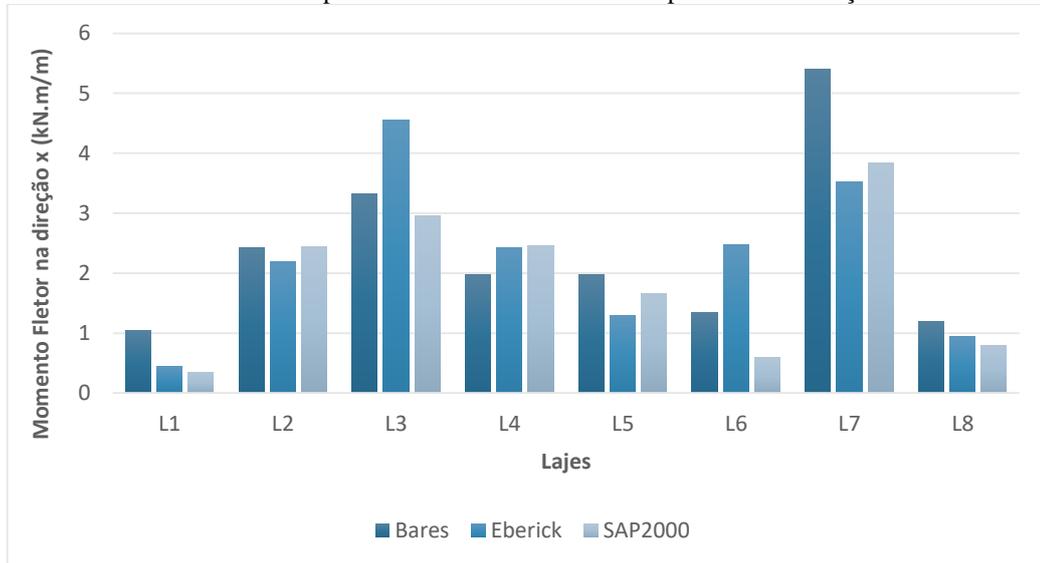
Fonte: Autor (2022).

A Tabela 19 mostra que os resultados obtidos pelo *software* SAP2000 foram maiores em 63% dos casos, onde na direção x as variações ocorrem entre -76,11% (L6) e 28,68% (L5) e para a direção y ocorrem variações entre -38,85% (L3) e 28,03% (L5).

Ao analisar os resultados dos dois programas, percebe-se que os valores apresentaram, no geral, uma variação média de 20,27%, percentual esse menor que aqueles encontrados nos comparativos anteriores. Em alguns casos específicos, nota-se que as divergências foram significantes, como é o caso das lajes L3, L5 e L6. Essas variações de maior magnitude ocorrem principalmente devido à forma na qual os métodos distribuem as cargas lineares, neste caso as de parede, nos elementos de grelha (para o Eberick) e nos pontos nodais (para o SAP2000). Como existem cargas de parede nas lajes L3 e L6, cada método faz essa consideração de uma forma específica e questões como a confluência entre pontos de aplicação das cargas com os pontos da grelha ou malha, por exemplo, são fatores que influenciam diretamente nas divergências encontradas.

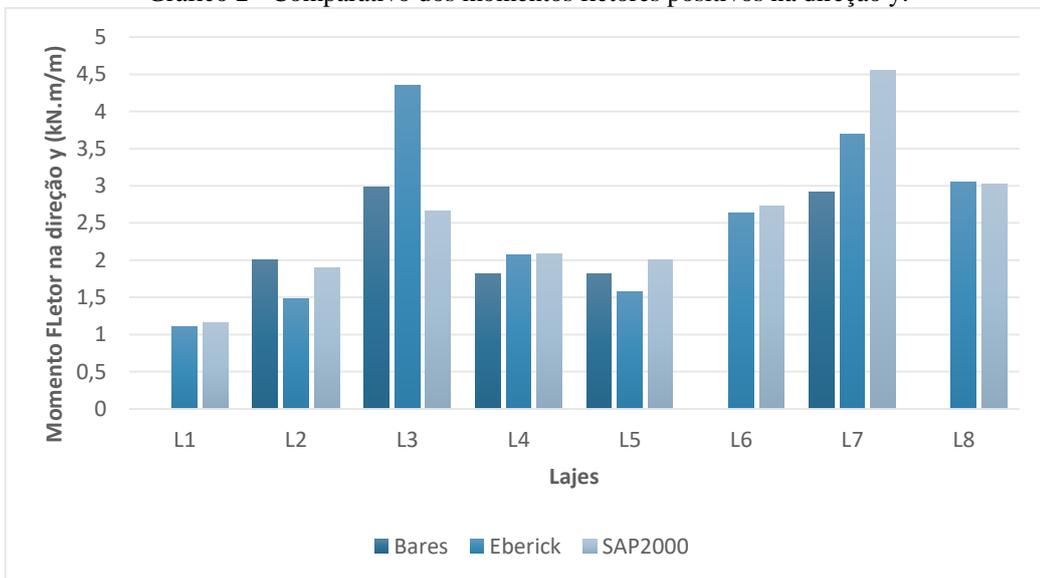
Com os resultados apresentados nas tabelas anteriores, foi possível gerar os Gráficos 1 e 2, que exibem os momentos fletores positivos na direção x e na direção y, respectivamente, obtidos pelos três métodos.

Gráfico 1 - Comparativo dos momentos fletores positivos na direção x.



Fonte: Autor (2022).

Gráfico 2 - Comparativo dos momentos fletores positivos na direção y.



Fonte: Autor (2022).

Analisando os gráficos, nota-se que as maiores disparidades de valores ocorreram para as lajes L3, L6 e L7 na direção x, L3 e L7 na direção y. As lajes L1, L6 e L8 não apresentaram momentos positivos na direção y para o método de Bares, pois foram consideradas armadas apenas na direção principal, como já mencionado anteriormente. Para as demais lajes (L2, L4 e L5), as variações entre os três métodos foram menores, apresentando uma média de 16%.

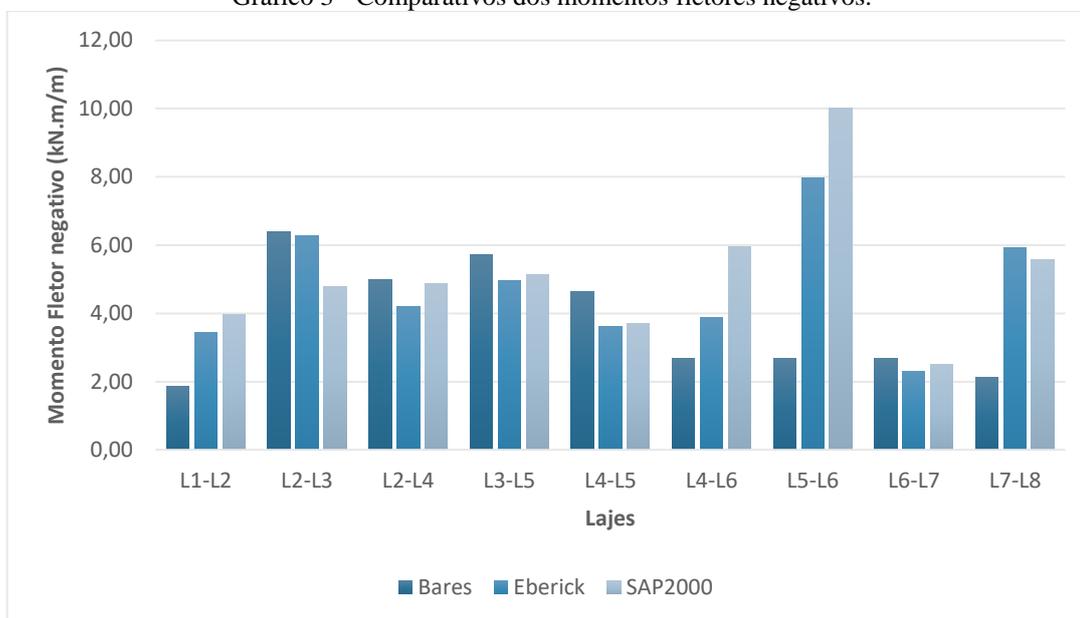
Os próximos comparativos realizados referem-se aos momentos negativos calculados nas regiões de engastamento entre lajes. A Tabela 20, em conjunto com o Gráfico 3, apresentam os resultados dos momentos para os três métodos, bem como a variação, em percentual, dos resultados obtidos pelos *softwares* Eberick e SAP2000 em comparação com o método de Bares.

Tabela 20 - Comparativo dos momentos negativos entre os três métodos.

Lajes	Bares (kNm/m)	Software Eberick (kNm/m)	Software SAP2000 (kNm/m)	Varição do Eberick (%)	Varição do SAP2000 (%)
L1-L2	-1,86	-3,43	-3,96	84,52	112,90
L2-L3	-6,39	-6,28	-4,77	-1,71	-25,33
L2-L4	-4,99	-4,20	-4,86	-15,77	-2,53
L3-L5	-5,72	-4,97	-5,14	-13,20	-10,19
L4-L5	-4,66	-3,61	-3,72	-22,53	-20,11
L4-L6	-2,69	-3,87	-5,94	44,03	120,82
L5-L6	-2,69	-7,98	-10,02	196,76	272,49
L6-L7	-2,69	-2,31	-2,51	-14,10	-6,69
L7-L8	-2,12	-5,91	-5,56	178,98	162,26

Fonte: Autor (2022).

Gráfico 3 - Comparativos dos momentos fletores negativos.



Fonte: Autor (2022).

Diante dos valores apresentados, observa-se que ocorreram variações em todos os casos, com algumas mais significativas em determinados trechos de engastamento. Ao comparar os resultados do Eberick com os do cálculo manual pela Tabela 20, percebe-se que os momentos sofreram variações entre -22,53% (L4-L5) e 196,76% (L5-L6), onde os valores

do cálculo manual foram maiores em 56% dos casos. No comparativo entre o cálculo manual e o SAP2000, as variações dos momentos ficaram entre -25,33 (L2-L3) e 272,49 (L5-L6), sendo os valores do cálculo manual também superiores em 56% dos casos. As variações médias para o Eberick e para o SAP2000 foram de 63,61% e 81,41%, respectivamente.

Mediante a análise dos dados obtidos para os momentos negativos, é possível observar pelo Gráfico 3 que as variações foram superiores àquelas encontradas para os momentos positivos, principalmente nos trechos L1-L2, L4-L6, L5-L6 e L7-L8, que atingiram maiores discrepâncias. Tal fato decorre em função ainda das divergências entre os métodos, como já descrito anteriormente, pois os *softwares* computacionais permitem que os elementos sejam analisados como uma estrutura única, permitindo as interações entre lajes, vigas e pilares, considerando assim, os efeitos simultâneos entre elementos.

Ao verificar os resultados que obtiveram uma maior variação, percebe-se que eles ocorrem nos trechos em que, no cálculo manual, uma das lajes foi considerada apoiada na outra, onde consideraram-se apenas os momentos negativos das menores lajes. Ao processar a estrutura nos programas, os esforços nos trechos de engaste sofreram redistribuições, considerando uma parcela de momento negativo também para as lajes maiores. Para o trecho L5-L6, que apresentou as maiores variações, tais valores explicam-se pelo fato de que, nos programas ocorrem picos de esforços, principalmente em regiões próximas a pilares, cuja rigidez é maior. No caso em questão, esse maior esforço ocorre próximo ao pilar da direita do trecho.

A Tabela 21 apresenta o comparativo entre os momentos negativos dos dois programas, onde as variações negativas representam menores momentos para o SAP2000.

Tabela 21 - Comparativo dos momentos fletores negativos entre o Eberick e o SAP2000.

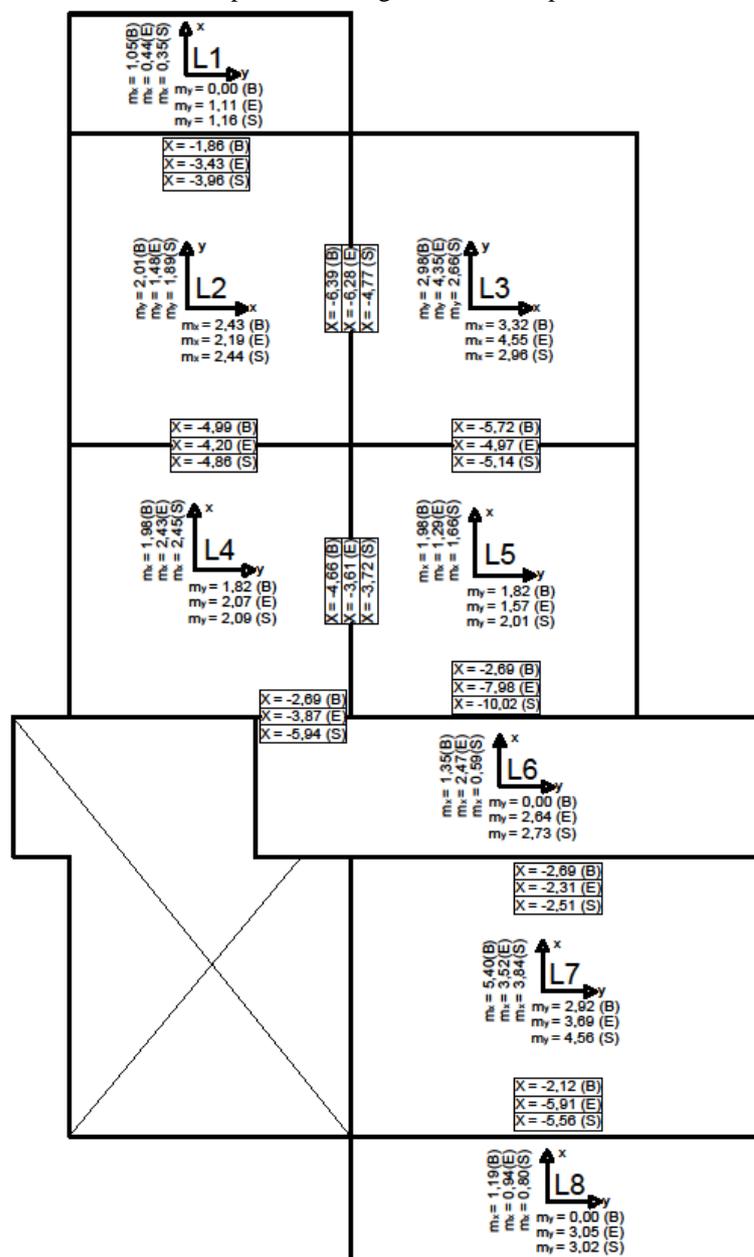
Lajes	Software Eberick (kNm/m)	Software SAP2000 (kNm/m)	Variação (%)
L1-L2	-3,43	-3,96	15,38
L2-L3	-6,28	-4,77	-24,03
L2-L4	-4,20	-4,86	15,71
L3-L5	-4,97	-5,14	3,47
L4-L5	-3,61	-3,72	3,13
L4-L6	-3,87	-5,94	53,32
L5-L6	-7,98	-10,02	25,52
L6-L7	-2,31	-2,51	8,62
L7-L8	-5,91	-5,56	-5,99

Fonte: Autor (2022).

Analisando a tabela, observa-se que ocorreram variações entre todos os resultados, sendo os valores do SAP2000 superiores em 78% dos casos. Os resultados oscilaram com variações entre -24,03% (L2-L3) e 53,32% (L4-L6). No geral, os valores foram bem próximos e a variação média ficou em torno de 17,24%, menor percentual de variação até então calculado.

A Figura 50 apresenta a compilação dos resultados de todos os momentos fletores finais, positivos e negativos, para o método simplificado por meio das tabelas de Bares (B), analogia de grelhas por meio do Eberick (E) e método dos elementos Finitos por meio do SAP2000 (S).

Figura 50 - Momentos fletores positivos e negativos obtidos pelos três métodos ($kN \cdot m/m$).



4.5 Comparativos das Flechas

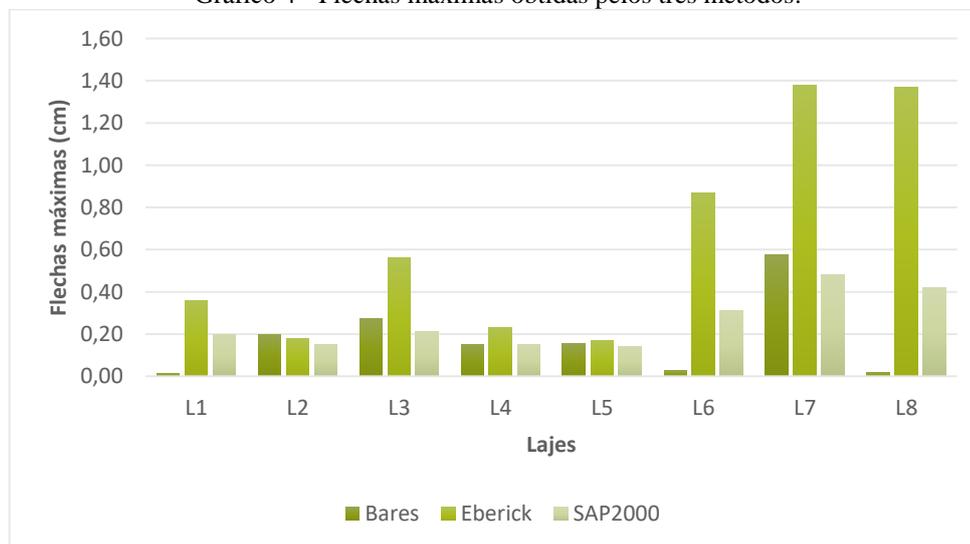
A Tabela 22, juntamente com o Gráfico 4, apresentam o comparativo entre os valores dos deslocamentos (flechas) no Estado Limite de Serviço, para os três métodos, onde foi considerada a combinação quase permanente, com fator de redução para as cargas variáveis (ψ_2) igual a 0,3, conforme a tabela 11.2 da NBR 6118 (2014).

Tabela 22 - Flechas máximas obtidas pelos três métodos.

Lajes	Bares (cm)	Software Eberick (cm)	Software SAP2000 (cm)	Varição do Eberick (%)	Varição do SAP2000 (%)
L1	0,02	0,36	0,20	2230,71	1194,84
L2	0,20	0,18	0,15	-9,10	-24,25
L3	0,27	0,56	0,21	105,57	-22,91
L4	0,15	0,23	0,15	51,74	-1,04
L5	0,16	0,17	0,14	7,96	-11,09
L6	0,03	0,87	0,31	3128,42	1050,36
L7	0,58	1,38	0,48	138,79	-16,94
L8	0,02	1,37	0,42	6751,59	2000,49

Fonte: Autor (2022).

Gráfico 4 - Flechas máximas obtidas pelos três métodos.



Fonte: Autor (2022).

Ao observar os resultados obtidos, nota-se que houve variações consideráveis, principalmente para as lajes L1, L3, L6, L7 e L8. Entre o Eberick e o cálculo manual, as diferenças percentuais ficaram entre -9,10% (L2) e 6751,59% (L8), sendo todos os valores do Eberick maiores, exceto para a laje L2. Para o SAP2000, as diferenças foram de -24,25% (L2) até 2000,49% (L8), sendo a maioria dos valores razoavelmente menores, enquanto que outros, drasticamente maiores. Essas divergências extremas que ocorrem nas flechas comprovam

ainda mais que os métodos de análise dos esforços influenciam consideravelmente nos resultados finais. Para as lajes L1 e L8, que são apoiadas em vigas que estão em balanço, ocorreram grandes variações (principalmente para o Eberick), pois os programas, ao contrário do cálculo manual, consideram o deslocamento conjunto das vigas com as lajes e, nesses casos, o deslocamento é ainda maior. Para a laje L6, que também obteve grande variação, essa diferença ocorre principalmente porque o seu vão maior tem uma extensão considerável, o que acarreta em uma alta deformação da viga de apoio, fator esse não considerado na análise simplificada.

4.6 Influência da Rigidez das Vigas nos Esforços das Lajes

Com o intuito de observar a influência da rigidez das vigas de apoio no comportamento da estrutura e, em particular, nos esforços solicitantes nas lajes, aumentou-se a altura das vigas de 45 cm para 80 cm, tanto no Eberick, como no SAP2000, aumentando assim a sua rigidez e aproximando a modelagem à maneira como é considerada no cálculo simplificado. Os tópicos seguintes apresentam os comparativos dos esforços para a nova altura das vigas.

4.6.1 Comparativo dos Momentos Fletores com a Nova Altura das Vigas

Com a altura das vigas ajustada para 80 cm, coletaram-se os dados referentes aos momentos fletores e com isso foram elaboradas as tabelas e gráficos que se seguem. As Tabelas 23 e 24 exibem os comparativos entre os momentos fletores positivos para o Eberick e o SAP2000, respectivamente, para as duas situações.

Tabela 23 - Comparativos dos momentos fletores positivos do Eberick com altura das vigas igual a 80 cm.

Laje	Eberick ($kN.m/m$) ($h_{viga} = 45\text{ cm}$)		Eberick ($kN.m/m$) ($h_{viga} = 80\text{ cm}$)		Variação (%)	
	m_x	m_y	m_x	m_y	Δ_x	Δ_y
L1	0,44	1,11	0,81	0,44	83,44	-60,10
L2	2,19	1,48	2,06	1,76	-6,19	18,92
L3	4,55	4,35	4,53	4,22	-0,44	-2,99
L4	2,43	2,07	2,48	2,12	2,06	2,42
L5	1,29	1,57	1,69	1,26	31,23	-19,93
L6	2,47	2,64	0,85	1,06	-65,59	-59,96
L7	3,52	3,69	3,54	1,68	0,57	-54,51
L8	0,94	3,05	0,74	0,56	-20,97	-81,50

Fonte: Autor (2022).

Tabela 24 - Comparativo dos momentos fletores positivos do SAP2000 com altura das vigas igual a 80 cm.

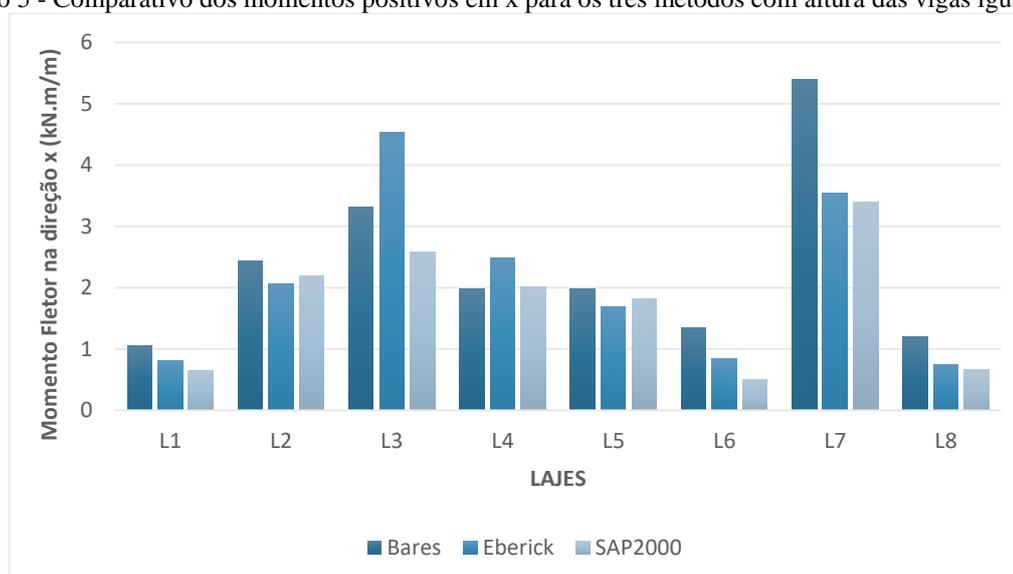
Laje	SAP2000 ($kN.m/m$) ($h_{viga} = 45\text{ cm}$)		SAP2000 ($kN.m/m$) ($h_{viga} = 80\text{ cm}$)		Variação (%)	
	m_x	m_y	m_x	m_y	Δ_x	Δ_y
L1	0,35	1,16	0,65	0,41	85,71	-64,66
L2	2,44	1,89	2,19	1,85	-10,25	-2,12
L3	2,96	2,66	2,59	2,22	-12,50	-16,54
L4	2,45	2,09	2,01	1,85	-17,96	-11,48
L5	1,66	2,01	1,81	1,60	9,04	-20,40
L6	0,59	2,73	0,50	0,45	-15,25	-83,52
L7	3,84	4,56	3,39	2,41	-11,72	-47,15
L8	0,80	3,02	0,66	0,67	-17,50	-77,81

Fonte: Autor (2022).

Analisando os dados, é possível observar que a maioria dos momentos fletores diminuíram após o aumento da altura das vigas, tanto para o Eberick (63% dos casos), como para o SAP2000 (88% dos casos). Dessa forma, nota-se que existe uma influência direta da rigidez e deslocamentos das vigas com os valores de momento fletor resultantes nas lajes. Como a rigidez das vigas é diretamente proporcional ao momento de inércia, com o aumento da sua altura, ocorre o aumento dessa rigidez, diminuindo a deformação dos elementos de apoio e, conseqüentemente, ocorre o decréscimo da maior parte dos momentos fletores das lajes.

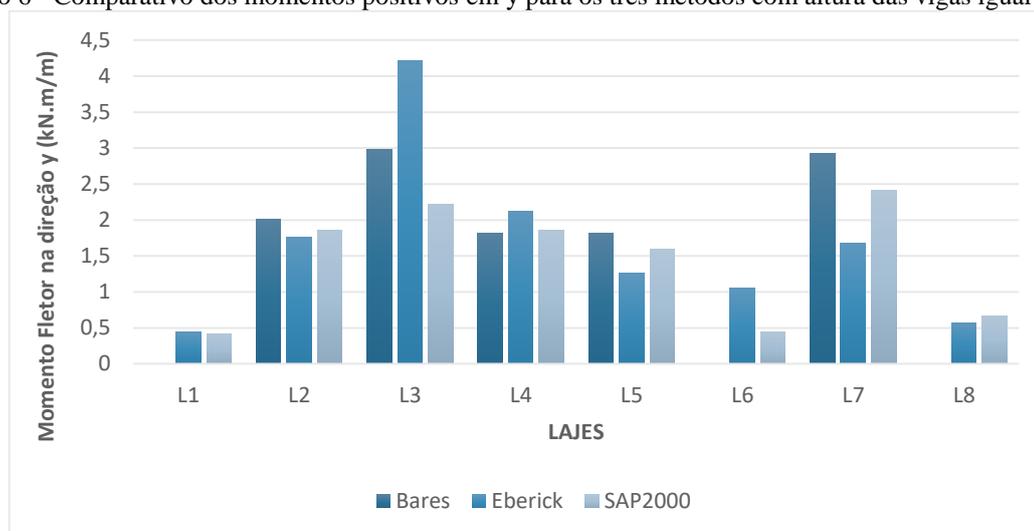
Por meio dos Gráficos 5 e 6, é possível visualizar as variações dos novos valores de momento fletor do Eberick e do SAP2000, em relação aos valores do cálculo manual que, como não se leva em consideração a deformação das vigas, não sofrem alterações.

Gráfico 5 - Comparativo dos momentos positivos em x para os três métodos com altura das vigas igual 80 cm.



Fonte: Autor (2022).

Gráfico 6 - Comparativo dos momentos positivos em y para os três métodos com altura das vigas igual a 80 cm.



Fonte: Autor (2022).

Ao observar os gráficos, percebe-se que, para os momentos fletores na direção x, as variações foram discretas, destacando modificações mais notáveis para as lajes L5 e L6 que, nas verificações anteriores, apresentaram maiores discrepâncias entre os métodos e com a nova altura, os valores alcançaram maior proximidade. No que concerne aos momentos na direção y, as principais mudanças ocorreram para as lajes L1, L6, L7 e L8, onde os momentos diminuíram de forma considerável e, dessa forma, aproximaram-se dos valores obtidos pelo método manual.

De maneira geral, foi possível observar que, aumentando a rigidez das vigas, os resultados dos momentos na direção x (menor vão) ficaram, em sua maior parte, maiores que os na direção y (maior vão). Anteriormente, boa parte dos momentos em x foram menores (para os momentos obtidos pelos *softwares*), contradizendo assim, o fato de que na menor direção, os momentos são os maiores (tendência que ocorre pelo método simplificado). Isso mostra que a rigidez das vigas influencia para que as menores direções das lajes tenham, de fato, os maiores momentos positivos.

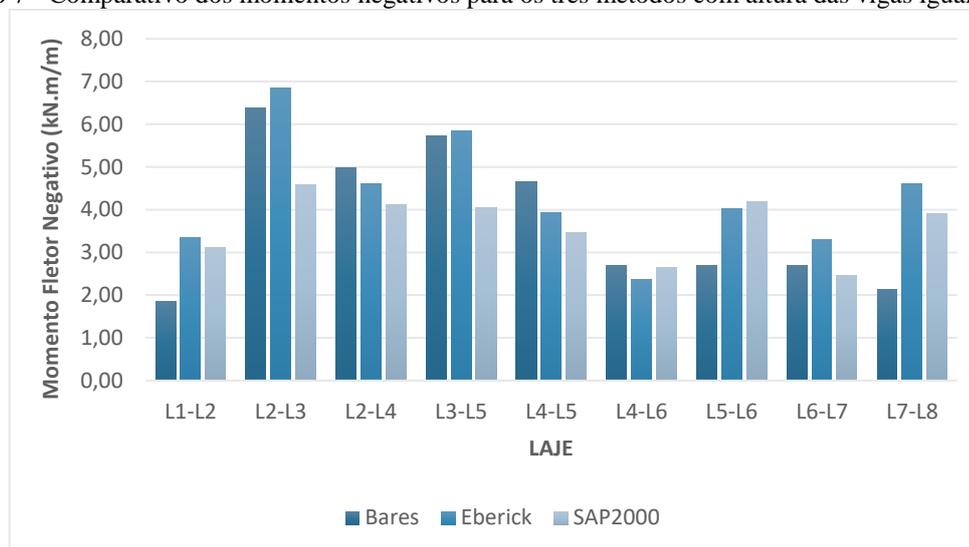
A Tabela 25 mostra o comparativo em percentual dos momentos fletores negativos para os dois programas, de acordo com a altura considerada para as vigas e o Gráfico 7 apresenta o comparativo dos momentos negativos entre os três métodos, para as vigas com altura de 80 cm.

Tabela 25 - Comparativo dos momentos fletores negativos dos *softwares* com altura das vigas igual a 80 cm.

Laje	Eberick (kNm/m)		SAP2000 (kNm/m)		Variação (%)	
	$h_{viga} = 45\text{ cm}$	$h_{viga} = 80\text{ cm}$	$h_{viga} = 45\text{ cm}$	$h_{viga} = 80\text{ cm}$	$\Delta_{eberick}$	$\Delta_{SAP2000}$
L1-L2	-3,43	-3,34	-3,96	-3,10	-2,71	-21,72
L2-L3	-6,28	-6,85	-4,77	-4,59	9,16	-3,77
L2-L4	-4,20	-4,60	-4,86	-4,12	9,44	-15,23
L3-L5	-4,97	-5,84	-5,14	-4,05	17,54	-21,21
L4-L5	-3,61	-3,93	-3,72	-3,45	9,01	-7,26
L4-L6	-3,87	-2,37	-5,94	-2,64	-38,79	-55,56
L5-L6	-7,98	-4,02	-10,02	-4,19	-49,62	-58,18
L6-L7	-2,31	-3,29	-2,51	-2,46	42,35	-1,99
L7-L8	-5,91	-4,60	-5,56	-3,91	-22,28	-29,68

Fonte: Autor (2022).

Gráfico 7 - Comparativo dos momentos negativos para os três métodos com altura das vigas igual a 80 cm.



Fonte: Autor (2022).

Analisando os resultados, pela Tabela 25, nota-se que para o Eberick, os valores aumentaram em 56% dos trechos, enquanto que para o SAP2000 todos os valores diminuiram, salientando assim as diferentes respostas dos *softwares* com a mudança realizada. Observando o Gráfico 7, percebe-se que houve, no geral, uma certa uniformização entre os resultados, principalmente para os trechos L4-L6 e L5-L6 que anteriormente apresentaram discrepâncias maiores, sendo que, neste caso, os resultados ficaram mais próximos e, caso as vigas fossem inicialmente consideradas com a altura de 80 cm, os valores do cálculo manual estariam em maior conformidade com os dos *softwares*. Assim, verifica-se mais uma vez a influência que a rigidez das vigas tem nos esforços das lajes, onde é necessário sempre levar em consideração esse fator nos cálculos dos esforços não apenas das lajes, mas da estrutura como um todo.

4.6.2 Comparativos das Flechas com a Nova Altura das Vigas

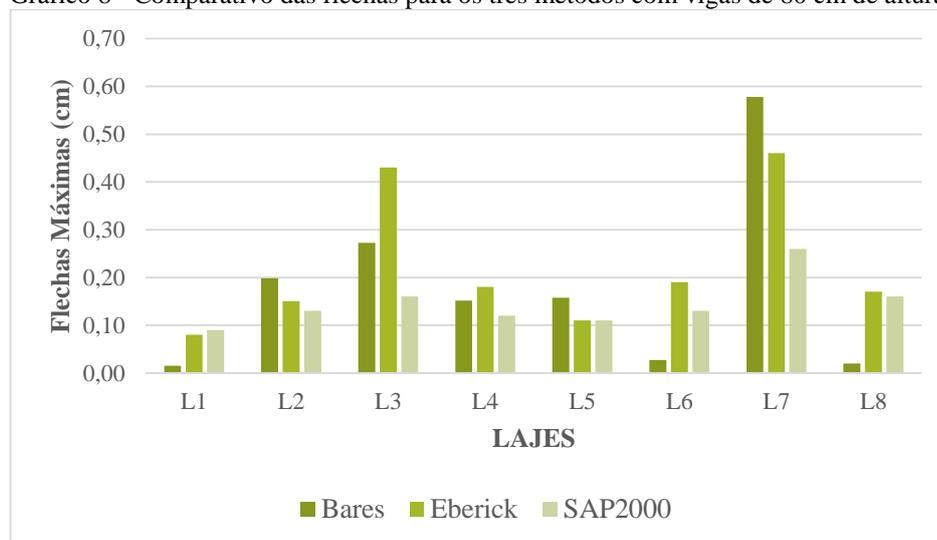
Mediante as novas verificações com a altura da viga de 80 cm, calculou-se também os novos valores de deslocamentos resultantes. Os resultados encontram-se dispostos na Tabela 26 e no Gráfico 8.

Tabela 26 - Comparativo das flechas para os três métodos com vigas de 80 cm de altura.

Lajes	Bares (cm)	Software Eberick (cm)	Software SAP2000 (cm)	Variação do Eberick (%)	Variação do SAP2000 (%)
L1	0,02	0,08	0,09	417,94	482,68
L2	0,20	0,15	0,13	-24,25	-34,35
L3	0,27	0,43	0,16	57,85	-41,27
L4	0,15	0,18	0,12	18,76	-20,83
L5	0,16	0,11	0,11	-30,14	-30,14
L6	0,03	0,19	0,13	605,06	382,41
L7	0,58	0,46	0,26	-20,40	-55,01
L8	0,02	0,17	0,16	750,20	700,19

Fonte: Autor (2022).

Gráfico 8 - Comparativo das flechas para os três métodos com vigas de 80 cm de altura.



Fonte: Autor (2022).

Por meio da Tabela 26 e do Gráfico 8, é possível observar que as diferenças percentuais continuam existindo, porém, com menores variações comparadas àquelas encontradas anteriormente, para a estrutura com vigas de 45 cm, principalmente para as lajes L6, L7 e L8 que agora tiveram resultados menos discrepantes. A laje L8 foi a que apresentou maior decréscimo de percentual (ocorrido na variação entre o Eberick e o cálculo manual), onde antes a variação foi de 6751,59% e agora reduziu para 750,20%, diminuindo a diferença em cerca de 6000%.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve a proposta de realizar uma análise comparativa entre os valores dos esforços atuantes em lajes maciças de concreto armado, calculados pelo método simplificado, Analogia de Grelhas e Método dos Elementos Finitos.

Os resultados obtidos mostram que as variações ocorreram entre os esforços de todos os métodos aplicados, evidenciando assim, que a configuração de cada modelo de análise influencia diretamente nos valores obtidos. Conforme visto, tais divergências explicam-se principalmente pelo fato de que, no método simplificado, as lajes são analisadas de forma individual e seus apoios são considerados como rígidos, desconsiderando assim, situações que podem interferir nos valores finais dos esforços. Por outro lado, os programas computacionais Eberick e SAP2000 realizam a análise integrada da estrutura, considerando os efeitos globais que realmente ocorrem na prática, além de considerarem a influência da rigidez das vigas de apoio nos esforços das lajes.

Constatou-se também que, a depender da configuração estrutural desenvolvida, nem sempre a menor direção das lajes (direção x) caracteriza-se como a principal, conforme é considerado no cálculo manual. Através das análises realizadas no Eberick e no SAP2000, foi possível observar que na maioria dos casos, os momentos fletores na direção y foram maiores que aqueles na direção x , fato esse que ocorre principalmente devido à flexão das vigas de apoio, que altera a distribuição dos esforços nas lajes. Em alguns casos, o método simplificado desconsiderou o momento na direção y (lajes armadas em uma direção) calculando apenas o momento na direção x , considerada como sendo a principal, ao passo em que, nos programas, calcularam-se os momentos nas duas direções e, ao final, o momento na direção y foi superior. Esta situação demonstra uma lacuna que o método simplificado permite para determinadas situações.

Ademais, foi possível observar situações em que os momentos fletores positivos obtidos pelo método simplificado foram superiores aos calculados pelos programas, enquanto que alguns momentos negativos foram inferiores. Conforme algumas lajes foram consideradas no cálculo manual como simplesmente apoiadas, devido às recomendações oriundas do próprio método, os momentos fletores tornaram-se maiores, tendo em vista que, tanto no Eberick, como no SAP2000, a análise considerou o engastamento e, conseqüentemente, uma determinada parcela de momento negativo nas referidas lajes, possibilitando uma redução dos momentos fletores positivos. Assim, o método simplificado neste quesito torna-se mais

conservador, apresentando valores acima do que realmente pode ocorrer, estando incompatíveis com a realidade, porém a favor da segurança.

No que concerne aos comparativos entre os momentos obtidos pelos programas, observa-se que também ocorreram algumas divergências (o que se compreende por serem métodos distintos), sendo os valores do SAP2000 ligeiramente superiores aos dos Eberick na maioria dos casos. Ainda que os dois programas tenham apresentado entre si variações nos momentos calculados, percebe-se que não houve as mesmas discrepâncias que ocorreram ao compará-los com o método manual, sendo a maioria dos valores obtidos pelos programas, compatíveis com a natureza do problema que, por meio das ferramentas computacionais, pôde ser formulado de forma mais completa e com maior exatidão.

Para o caso da estrutura com aumento na altura das vigas de apoio, nota-se que os valores dos esforços obtidos pelos programas aproximaram-se daqueles obtidos pelo método simplificado, tanto para os momentos fletores, como para as flechas, constatando-se que o cálculo manual melhor se aplica em situações onde as vigas de apoio possuem elevada rigidez, ainda assim possuindo variações, quando comparadas aos resultados dos *softwares* computacionais.

Na análise das flechas, constatou-se que, principalmente para as lajes apoiadas em vigas que estão em balanço, o método simplificado apresentou valores muito inferiores aos calculados pelos programas e, após o aumento da rigidez das vigas de apoio, as divergências diminuíram, mas ainda apresentando grandes disparidades. Conforme já mencionado, a consideração do comportamento global da estrutura é algo que interfere diretamente nos esforços das lajes. Para estas situações, a influência é ainda maior e, tendo em vista que o método simplificado não dispõe de verificações em relação às deformações totais do conjunto de elementos, é necessário recorrer aos *softwares* para obter maior precisão nos resultados.

Assim, conclui-se que, dentre os métodos utilizados, aqueles aplicados por meio dos *softwares* computacionais se adequaram melhor às particularidades e necessidades apresentadas pelo modelo estrutural estudado, visto que, por meio deles, foi possível considerar alguns aspectos que não são possíveis no cálculo manual, como exemplo a influência da rigidez das vigas.

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se realizar o cálculo e o comparativo da área de aço das lajes, obtida a partir de cada um dos três métodos utilizados neste trabalho. Outra sugestão é realizar o cálculo e o comparativo dos esforços solicitantes em diferentes tipos de lajes, utilizando os métodos aplicáveis e verificando também questões como a influência da rigidez das vigas à torção nos esforços resultantes das lajes. Por fim, pode-se

ainda desenvolver o dimensionamento completo de uma superestrutura (lajes, vigas e pilares), de forma manual, realizando o cálculo individual de cada elemento e também por meio dos *softwares* que realizam o cálculo da estrutura de forma integrada, visando identificar e comparar as possíveis divergências encontradas entre cada método.

REFERÊNCIAS

- ALVA, G. M. S. **Concepção Estrutural de Edifícios em Concreto Armado**. Estruturas de Concreto, Departamento de Estruturas e Construção Civil, do Centro de Tecnologia, da Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Santa Maria, 2007.
- ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos: A base da tecnologia CAE**. São Paulo: Editora Érica, 2000.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010.
- _____. **Curso de Concreto Armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014.
- ASSAN, A. E. **Método dos Elementos Finitos: Primeiros Passos**. 2. ed. Campinas: Editora da Universidade de Campinas, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto armado – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- _____. **ABNT NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.
- _____. **ABNT NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- _____. **ABNT NBR 14859-1**: Laje pré-fabricada – Requisitos: Parte 1: Lajes unidirecionais. Rio de Janeiro, 2016.
- BANKI, A. L.; COELHO, J. A. **Análise de lajes de concreto armado**: parte 1. AltoQi, 2009. Disponível em: <http://www.altoqi.com.br/suporte/Eberickgold/Dimensionamento/lajes_de_concreto_armado_Intro.htm>. Acesso em: 07 de dezembro de 2021.
- _____. **Método de análise de lajes de concreto armado**. AltoQi, 2013. Disponível em: <<https://faq.altoqi.com.br/content/245/588/pt-br/modelos-de-an%C3%A1lise-de-lajes-de-concreto-armado.html>>. Acesso em: 06 de dezembro de 2021.

BASTOS, P. S. S. **Fundamentos do Concreto Armado**. Estruturas de Concreto I, Curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia, da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Campus de Bauru, 2019.

_____. **Lajes de Concreto**. Universidade Estadual Paulista: Bauru, 2015.

BRETERNITZ, G. **Elementos Construtivos**. 2018. Disponível em: <<http://www.drbrm.org/cad/6elementosconstrutivos.htm>>. Acesso em: 20 de outubro de 2021.

CAMPOS FILHO, A. **Projeto de lajes maciças de concreto armado**. Departamento de Engenharia Civil, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, 2014.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2021.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2014**. 2. ed. São Paulo: Pini, 2013. Vol. 2.

GIONGO, J. S. **Concreto Armado: Projeto Estrutural de Edifícios**. Universidade de São Paulo: São Carlos, 2007.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **População da cidade de Canapi – Alagoas**. 2021. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/al/canapi/panorama>>. Acesso em: 12 de janeiro de 2022.

MENANDRO, F. C. M. **Elementos Finitos**. 2016. Disponível em: <<https://petmecanica.ufes.br/elementos-finitos>>. Acesso em: 15 de dezembro de 2021.

NEVES, L. F. C. S. **Comparação de Modelos de Grelha e de Elementos Finitos de Laje na Modelação de Estruturas de Edifícios de Betão Armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Militar) – Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2010.

OLIVEIRA, A. F.; SILVA, P. C. S. Análise de estruturas de concreto armado com o uso do *software* SAP2000. **Revista Tecnologias em Projeção**, Brasília, v. 11, n. 2, p. 19, 2020.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. São Carlos, 2010.

_____. **Lajes Maciças – Capítulo 11**. Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas – USP, São Carlos, 2003.

SILVA, M. A. F. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado**. 2005. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

SILVA, F. M. **Análise dos esforços: Analisando a Grelha 3D**. AltoQi, 2013. Disponível em: < <https://faq.altoqi.com.br/content/256/629/pt-br/analizando-a-grelha-3d.html>>. Acesso em: 20 de dezembro de 2021.

SPOHR, V. H. **Análise comparativa: sistemas convencionais e estruturas de lajes nervuradas**. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2008.

ZENZEN, A. **Comparação de métodos de cálculo para determinação dos momentos fletores em lajes de concreto armado**. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2012.

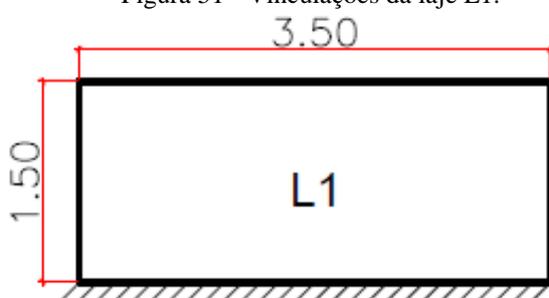
APÊNDICE A – ROTEIROS UTILIZADOS NO MÉTODO SIMPLIFICADO

Os cálculos mostrados a seguir apresentam o passo a passo utilizado na análise dos esforços através do método simplificado, sendo exemplificado o roteiro de duas lajes (L1 e L3), cujos procedimentos também foram replicados nas demais lajes, de acordo com a natureza de cada uma delas. Vale ressaltar que, os valores são referentes à segunda verificação realizada, tendo em vista que, após o primeiro cálculo, foi necessário modificar algumas considerações relacionadas à altura e vinculações das lajes.

- **LAJE L1 (Armada em uma direção)**

I). Vão Efetivo e Classificação

Figura 51 - Vinculações da laje L1.



Considerando inicialmente $h = 10 \text{ cm}$:

$$a_1 = a_2 \leq \begin{cases} t/2 = 15/2 = 7,5 \text{ cm} \\ 0,3h = 0,3 \cdot 10 = 3 \text{ cm} \end{cases}$$

Portanto: $a_1 = a_2 = 7,5 \text{ cm}$

Fonte: Autor (2022).

○ **Vão Efetivo:**

$$l_x = l_{x0} + a_1 + a_2 = 1,35 + 7,5 + 7,5 = 1,50 \text{ m}$$

$$l_y = l_{y0} + a_1 + a_2 = 3,35 + 7,5 + 7,5 = 3,50 \text{ m}$$

○ **Classificação quanto à direção:**

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{3,50}{1,50} = 2,34 \rightarrow \lambda > 2 \therefore \text{Laje armada em uma direção}$$

A laje L1 possui continuidade com a laje L2 em apenas um dos seus maiores vãos, sendo os demais lados simplesmente apoiados em vigas, resultando nas vinculações mostradas na figura acima. Dessa forma, ela se enquadra no Caso 3 das situações consideradas nas Tabelas de Bares.

II). Pré-dimensionamento da Laje

- **Estimativa da altura útil**

$$d = (2,5 - 0,1n)l^*/100$$

$n = 1$ (número de bordas engastadas)

$$l^* \leq \begin{cases} l_x = 1,50 \\ 0,7 \cdot l_y = 2,45 \end{cases} \rightarrow l^* = 1,50 \text{ m}$$

Substituindo:

$$d = (2,5 - 0,1 \cdot 1) \cdot 1,50 / 100 = 3,60 \text{ cm}$$

- **Altura total**

$$h = d + c + \frac{\emptyset}{2} = 3,60 + 2,5 + \frac{1}{2} = 6,60 \text{ cm}$$

Altura adotada $\rightarrow 10 \text{ cm}$ (Valor adotado para todas as lajes)

III). Ações Atuantes

- **Ações Permanentes**

$$\text{Peso Próprio} \rightarrow g_{pp} = \gamma_{conc} \cdot h = 25 \cdot 0,10 = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Revestimento} \rightarrow g_{rev} = \gamma_{rev} \cdot e_{rev} = 19 \cdot 0,02 = 0,38 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Contra Piso} \rightarrow g_{cp} = \gamma_{cp} \cdot e_{cp} = 21 \cdot 0,03 = 0,63 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Piso} \rightarrow g_p = \gamma_p \cdot e_p = 20 \cdot 0,03 = 0,6 \text{ kN/m}^2$$

Na laje L1 não incide pesos de parede nem de impermeabilização.

$$\text{Carga permanente total} \rightarrow g = 2,5 + 0,38 + 0,63 + 0,6 = 4,11 \text{ kN/m}^2$$

- **Ações Variáveis**

Finalidade do ambiente: Varanda $\rightarrow q = 2,5 \text{ kN/m}^2$

Carga Total da Laje L1 (Combinação quase permanente):

$\psi_2 = 0,3$ (Tabela 11.2 NBR 6118, para edifícios residenciais)

$$p = g + \psi_2 \cdot q = 4,11 + 0,3 \cdot 2,5 = 4,86 \text{ kN/m}^2$$

IV). Cálculo e Verificação das Flechas

- **Flecha para a Combinação quase permanente**

Flecha Total Limite

$$f_{total,lim} = \frac{l_x}{250} = \frac{150}{250} = 0,60 \text{ cm}$$

Flecha Imediata

Laje armada em uma direção, sobre apoio simples e engaste perfeito:

$$f_{imed} = \frac{p \cdot l_x^4}{E_{CS} \cdot I} \cdot \frac{1}{185}$$

Módulo de elasticidade secante:

$$E_{CS} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \cdot \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{25}{80}\right) \cdot 1 \cdot 5600 \cdot \sqrt{25}$$

$$E_{CS} = 24150 \text{ MPa}$$

Momento de Inércia:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{1,00 \cdot 0,10^3}{12} = 8,333 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Substituindo:

$$f_{imed} = \frac{4,86 \cdot 1,50^4}{24150000 \cdot 8,333 \times 10^{-5}} \cdot \frac{1}{185} \cdot 100 = 0,007 \text{ cm}$$

Consideração da Fluência

Para encontrar a flecha diferida no tempo é necessário incluir o efeito da fluência do concreto. Assim, é necessário multiplicar a flecha imediata pelo coeficiente $1 + \alpha_f$, onde:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \rho'}$$

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

Para um tempo infinito ($t > 70$ meses), tem-se que $\xi(t) = 2$.

Considerando que as escoras da laje serão retiradas após 28 dias, temos:

$$t_0 = \frac{28}{30} = 0,9333$$

$$\xi(t_0) = 0,68 \cdot 0,996^{t_0} \cdot t_0^{0,32} \rightarrow \xi(t_0) = 0,68 \cdot 0,996^{0,9333} \cdot 0,9333^{0,32} \rightarrow \xi(t_0) = 0,663$$

Como não existe armadura estrutural de compressão: $\rho' = 0$

Substituindo os valores:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \rightarrow \alpha_f = \frac{2 - 0,663}{1 + 50 \cdot 0} \rightarrow \alpha_f = 1,34$$

Flecha Total

A flecha total no tempo infinito é dada por:

$$f_{total,\infty} = f_{imed} \cdot (1 + \alpha_f)$$

$$f_{total,\infty} = f_{imed} \cdot (1 + 1,34) \rightarrow f_{total,\infty} = 2,34 \cdot f_{imed}$$

Substituindo o valor da flecha encontrado:

$$f_{total,\infty} = 2,34 \cdot 0,007 \rightarrow f_{total,\infty} = 0,015 \text{ cm}$$

Para atender à condição da flecha limite, é necessário que a relação abaixo seja verificada:

$$f_{lim} \geq f_{total,\infty}$$

$$0,60 \geq 0,015 \quad \text{Condição Satisfeita!}$$

- **Flecha para a Carga Acidental**

Flecha limite

$$f_{q,lim} = l_x/350 = 150/350 = 0,429 \text{ cm}$$

Flecha da carga acidental

$$f_q = \frac{q \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot I} \cdot \frac{1}{185} = \frac{2,5 \cdot 1,50^4}{24150000 \cdot 8,333 \times 10^{-5}} \cdot \frac{1}{185} = 0,002 \text{ cm}$$

$$f_{q,lim} \geq f_q$$

$$0,429 \geq 0,002 \quad \text{Condição Satisfeita!}$$

V). Cálculo dos Momentos Fletores

Laje armada em uma direção, sobre apoio simples e engaste perfeito:

Momento Fletor Positivo na direção x

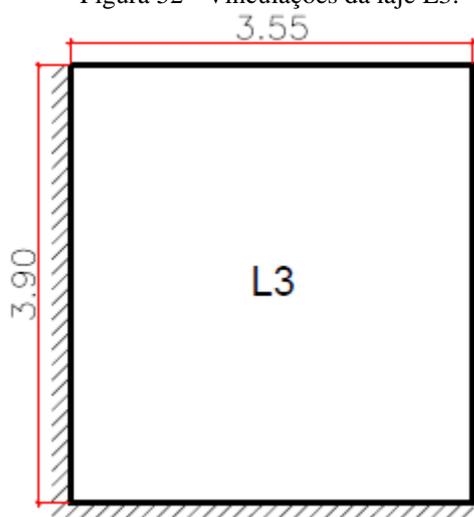
$$M_x = \frac{p \cdot l_x^2}{14,22} = \frac{6,61 \cdot 1,50^2}{14,22} = 1,05 \text{ kNm/m}$$

Momento Fletor Negativo na direção x

$$X_x = \frac{p \cdot l_x^2}{8} = \frac{6,61 \cdot 1,50^2}{8} = 1,86 \text{ kNm/m}$$

- **LAJE L3 (Armada nas duas direções)**

Figura 52 - Vinculações da laje L3.



Fonte: Autor (2022).

D). Vão Efetivo e Classificação

Assim como para a laje L1 e demais lajes: $a_1 = a_2 = 7,5\text{cm}$.

- **Vão Efetivo:**

$$l_x = l_{x0} + a_1 + a_2 = 3,40 + 7,5 + 7,5 = 3,55 \text{ m}$$

$$l_y = l_{y0} + a_1 + a_2 = 3,75 + 7,5 + 7,5 = 3,90 \text{ m}$$

- **Classificação quanto à direção:**

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{3,90}{3,55} = 1,1 \rightarrow \lambda < 2 \therefore \text{Laje armada nas duas direções}$$

A laje L3 possui continuidade com a Laje L2 pela esquerda e com a Laje L5 na parte inferior, resultando nas vinculações mostradas na figura acima. Dessa forma, ela se enquadra no Caso 4 das situações consideradas nas Tabelas de Bares.

II). Pré-dimensionamento da Laje

- **Estimativa da altura útil**

$$d = (2,5 - 0,1n)l^*/100$$

$n = 2$ (número de bordas engastadas)

$$l^* \leq \begin{cases} l_x = 3,55 \\ 0,7 \cdot l_y = 2,73 \end{cases} \rightarrow l^* = 2,73 \text{ m}$$

Substituindo:

$$d = (2,5 - 0,1 \cdot 2)2,73/100 = 6,28 \text{ cm}$$

- **Altura total**

$$h = d + c + 1,5\phi = 6,28 + 2,5 + 1,5 \cdot 1,0 = 10,28 \text{ cm}$$

Altura adotada $\rightarrow 10 \text{ cm}$ (Valor adotado para todas as lajes)

III). Ações Atuantes

- **Ações Permanentes**

$$\text{Peso Próprio} \rightarrow g_{pp} = \gamma_{conc} \cdot h = 25 \cdot 0,10 = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Impermeabilização} \rightarrow g_{imp} = \gamma_{imp} \cdot e_{imp} = 27 \cdot 0,003 = 0,08 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Revestimento} \rightarrow g_{rev} = \gamma_{rev} \cdot e_{rev} = 19 \cdot 0,02 = 0,38 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Contra Piso} \rightarrow g_{cp} = \gamma_{cp} \cdot e_{cp} = 21 \cdot 0,03 = 0,63 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Piso} \rightarrow g_p = \gamma_p \cdot e_p = 20 \cdot 0,03 = 0,6 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Carga de Parede: } g_{par} = \frac{P_{par}}{A_{laje}} = \frac{(\gamma_{tij}e_1 + 2\gamma_{reb}e_2) \cdot h_p \cdot l_p}{A_{laje}} = \frac{(13 \cdot 0,12 + 2 \cdot 21 \cdot 0,015) \cdot 2,70 \cdot 3,55}{3,55 \times 3,90} \rightarrow$$

$$\rightarrow g_{par} = 1,45 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Carga permanente total} \rightarrow g = 2,5 + 0,08 + 0,38 + 0,63 + 0,6 + 1,45 = 5,64 \text{ kN/m}^2$$

- **Ações Variáveis**

$$\text{Finalidade do ambiente: Quarto e Banheiro} \rightarrow q = 1,5 \text{ kN/m}^2$$

Carga Total da Laje L1 (Combinação quase permanente):

$$\psi_2 = 0,3 \text{ (Tabela 11.2 NBR 6118, para edifícios residenciais)}$$

$$p = g + \psi_2 \cdot q = 5,64 + 0,3 \cdot 1,5 = 6,09 \text{ kN/m}^2$$

IV). Cálculo e Verificação das Flechas

- **Flecha para a Combinação quase permanente**

Flecha Total Limite

$$f_{total,lim} = \frac{l_x}{250} = \frac{355}{250} = 1,42 \text{ cm}$$

Flecha Imediata

Laje armada nas duas direções:

$$f_{imed} = \frac{p \cdot l_x^4}{E_{cs} \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100}$$

De acordo com o Quadro 1, para $\lambda = 1,1$ e laje no Caso 4, tem-se $\rightarrow \alpha = 2,91$

Substituindo:

$$f_{imed} = \frac{6,09 \cdot 3,55^4}{24150000 \cdot 0,10^3} \cdot \frac{2,91}{100} = 0,117 \text{ cm}$$

Flecha Total

A flecha total no tempo infinito é dada por:

$$f_{total,\infty} = f_{imed} \cdot (1 + \alpha_f)$$

$$f_{total,\infty} = f_{imed} \cdot (1 + 1,34) \rightarrow f_{total,\infty} = 2,34 \cdot f_{imed}$$

Substituindo o valor da flecha encontrado:

$$f_{total,\infty} = 2,34 \cdot 0,117 \rightarrow f_{total,\infty} = 0,272 \text{ cm}$$

Para atender à condição da flecha limite, é necessário que a relação abaixo seja verificada:

$$f_{lim} \geq f_{total,\infty}$$

$$1,42 \geq 0,272 \quad \text{Condição Satisfeita!}$$

- **Flecha para a Carga Acidental**

Flecha limite

$$f_{q,lim} = l_x/350 = 355/350 = 1,014 \text{ cm}$$

Flecha da carga acidental

$$f_q = \frac{1,5 \cdot 3,55^4}{24150000 \cdot 0,10^3} \cdot \frac{2,91}{100} = 0,017 \text{ cm}$$

$$f_{q,lim} \geq f_q$$

$$1,014 \geq 0,017 \quad \text{Condição Satisfeita!}$$

V). Cálculo dos Momentos Fletores

Verificando no Quadro 3, para $\lambda = 1,1$ e laje no Caso 4, tem-se os seguintes valores de coeficientes: $\mu_x = 3,30$; $\mu_y = 2,81$; $\mu'_x = 7,87$; $\mu'_y = 7,36$. Assim, calculam-se os momentos fletores com a equação base, utilizando-se os coeficientes acima.

Momentos Fletores Positivos

Na direção x:

$$m_x = \mu_x \frac{p \cdot l_x^2}{100} = 3,30 \frac{7,14 \cdot 3,55^2}{100} = 2,97 \text{ kNm/m}$$

Na direção y:

$$m_y = \mu_y \frac{p \cdot l_x^2}{100} = 2,81 \frac{7,14 \cdot 3,55^2}{100} = 2,53 \text{ kNm/m}$$

Momentos Fletores Negativos

Na direção x:

$$x_x = \mu'_x \frac{p \cdot l_x^2}{100} = 7,87 \frac{7,14 \cdot 3,55^2}{100} = 7,09 \text{ kNm/m}$$

Na direção y:

$$x_y = \mu'_y \frac{p \cdot l_x^2}{100} = 7,36 \frac{7,14 \cdot 3,55^2}{100} = 6,63 \text{ kNm/m}$$

- **Verificação da Altura útil**

- Verificação para o momento positivo:

Altura útil calculada $\rightarrow d = h - c - 1,5\phi = 10 - 2,5 - 1,5 \cdot 1,0 = 6,0 \text{ cm}$

Altura útil mínima:

$$d_{min} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}}$$

O maior momento positivo calculado entre todas lajes foi o da L7, sendo $m_x = 5,40$, sendo essa laje armada em duas direções. Assim:

$$d_{\min} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{5,40 \cdot 1,4}{1,00 \cdot \frac{25000}{1,4}}} = 0,0412 \text{ m} = 4,12 \text{ cm}$$

$$d \geq d_{\min}$$

$$6,00 \text{ cm} \geq 4,12 \text{ cm}$$

Condição Satisfeita!

- Verificação para o momento negativo:

$$\text{Altura útil calculada} \rightarrow d = h - c - 0,5\phi = 10 - 2,5 - 0,5 \cdot 1,0 = 7,0 \text{ cm}$$

Altura útil mínima:

O maior momento negativo calculado entre todas lajes foi o da L3, sendo $x_x = 7,09$.

Assim:

$$d_{\min} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{7,09 \cdot 1,4}{1,00 \cdot \frac{25000}{1,4}}} = 0,0472 \text{ m} = 4,72 \text{ cm}$$

$$d \geq d_{\min}$$

$$7,00 \text{ cm} \geq 4,72 \text{ cm}$$

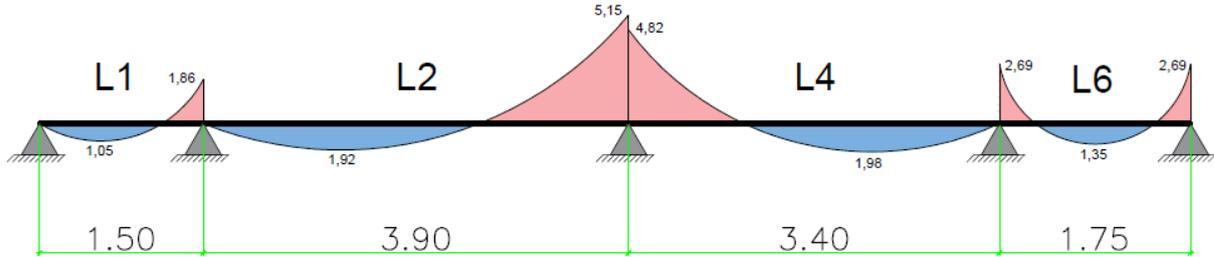
Condição Satisfeita!

APÊNDICE B – COMPATIBILIZAÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES

Os procedimentos realizados para a compatibilização dos momentos calculados pelo método simplificado seguem conforme o exposto no item 2.5.9.1 deste trabalho.

- **Compatibilização do segmento L1-L2-L4-L6**

Figura 53 - Momentos fletores do segmento L1-L2-L4-L6 não compatibilizados.



Fonte: Autor (2022).

- **Compatibilização dos momentos fletores negativos**

$m_{12}^{I*} = m'_{12} = 1,86 \text{ kNm/m}$ → Como $m'_{21} = 0$, adota-se o momento negativo existente, sem reduções.

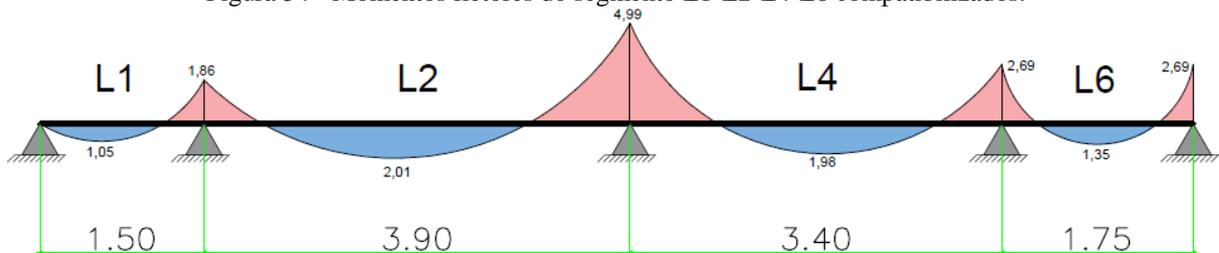
$$m_{24}^{I*} \geq \begin{cases} 0,8 \cdot m'_{24} \\ \frac{(m'_{24} + m'_{42})}{2} \end{cases} \rightarrow m_{24}^{I*} \geq \begin{cases} 0,8 \cdot 5,15 = 4,12 \\ \frac{(5,15 + 4,82)}{2} = 4,99 \end{cases} \therefore m_{24}^{I*} = 4,99 \text{ kNm/m}$$

$m_{46}^{I*} = m'_{46} = 2,69 \text{ kNm/m}$ → Como $m'_{64} = 0$, adota-se o momento negativo existente, sem reduções.

- **Compatibilização dos momentos fletores positivos**

$$m_2^* = m_2 + \frac{(m'_{24} - m_{24}^{I*})}{2} = 1,92 + \frac{5,15 - 4,99}{2} = 2,01 \text{ kNm/m}$$

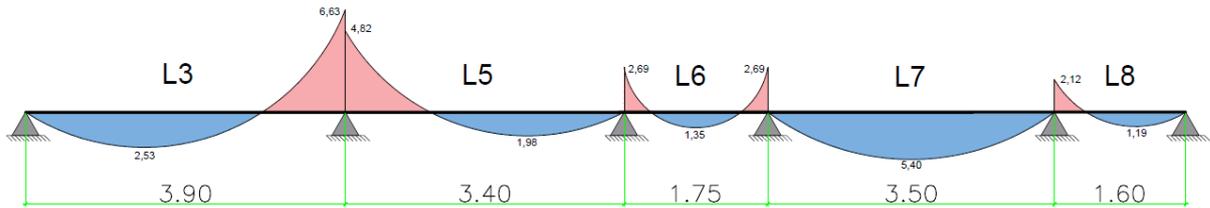
Figura 54 - Momentos fletores do segmento L1-L2-L4-L6 compatibilizados.



Fonte: Autor (2022).

- **Compatibilização do segmento L3-L5-L6-L7-L8**

Figura 55 - Momentos fletores do segmento L3-L5-L6-L7-L8 não compatibilizados.



Fonte: Autor (2022).

- **Compatibilização dos momentos fletores negativos**

$$m_{35}^{I*} \geq \begin{cases} 0,8 \cdot m'_{35} \\ \frac{(m'_{35} + m'_{53})}{2} \end{cases} \rightarrow m_{35}^{I*} \geq \begin{cases} 0,8 \cdot 6,63 = 5,30 \\ \frac{(6,63 + 4,82)}{2} = 5,72 \end{cases} \therefore m_{35}^{I*} = 5,72 \text{ kNm/m}$$

$m_{56}^{I*} = m'_{65} = 2,69 \text{ kNm/m} \rightarrow$ Como $m'_{56} = 0$, adota-se o momento negativo existente, sem reduções.

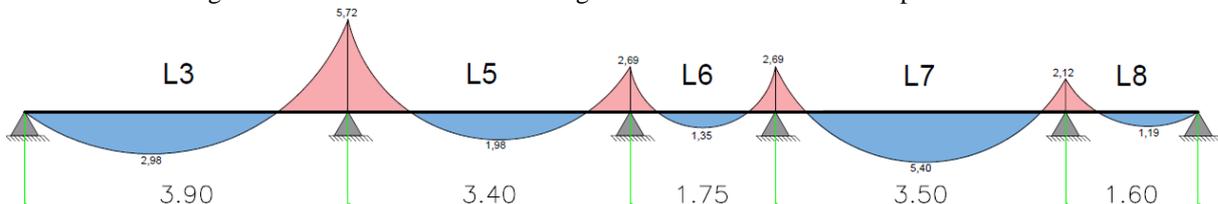
$m_{67}^{I*} = m'_{67} = 2,69 \text{ kNm/m} \rightarrow$ Como $m'_{76} = 0$, adota-se o momento negativo existente, sem reduções.

$m_{78}^{I*} = m'_{87} = 2,12 \text{ kNm/m} \rightarrow$ Como $m'_{78} = 0$, adota-se o momento negativo existente, sem reduções.

- **Compatibilização dos momentos fletores positivos**

$$m_3^* = m_3 + \frac{(m'_{35} - m_{35}^{I*})}{2} = 2,53 + \frac{6,63 - 5,72}{2} = 2,98 \text{ kNm/m}$$

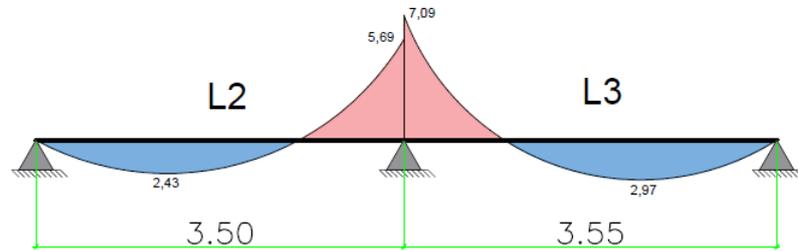
Figura 56 - Momentos fletores do segmento L3-L5-L6-L7-L8 compatibilizados.



Fonte: Autor (2022).

- **Compatibilização do segmento L2-L3**

Figura 57 - Momentos fletores do segmento L2-L3 não compatibilizados.



Fonte: Autor (2022).

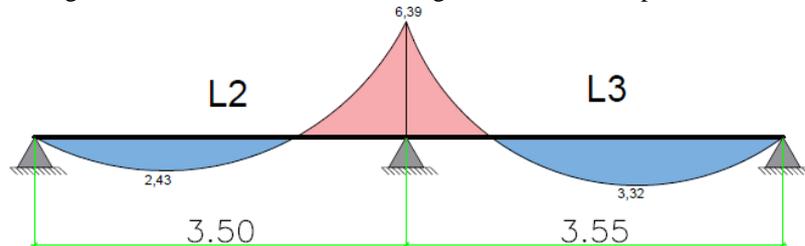
- **Compatibilização dos momentos fletores negativos**

$$m_{23}^{I*} \geq \begin{cases} 0,8 \cdot m'_{32} \\ \frac{(m'_{23} + m'_{32})}{2} \end{cases} \rightarrow m_{23}^{I*} \geq \begin{cases} 0,8 \cdot 7,09 = 5,67 \\ \frac{(5,69 + 7,09)}{2} = 6,39 \end{cases} \therefore m_{23}^{I*} = 6,39 \text{ kNm/m}$$

- **Compatibilização dos momentos fletores positivos**

$$m_3^* = m_3 + \frac{(m'_{32} - m_{23}^{I*})}{2} = 2,97 + \frac{7,09 - 6,39}{2} = 3,32 \text{ kNm/m}$$

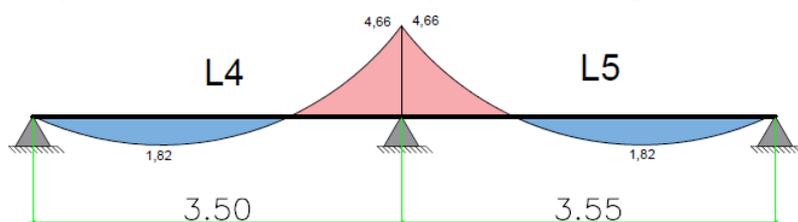
Figura 58 - Momentos fletores do segmento L2-L3 compatibilizados.



Fonte: Autor (2022).

- **Compatibilização do segmento L4-L5**

Figura 59 - Momentos fletores do segmento L4-L5 compatibilizados.



Fonte: Autor (2022).

Tendo em vista que os momentos negativos calculados foram iguais para as duas lajes, não foi necessário realizar a compatibilização.

ANEXO A – QUADROS

Quadro 1 – Coeficientes de Bares α para o cálculo de flechas elásticas nas lajes com carga uniformemente distribuída.

λ	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1,00	4,67	3,20	3,20	2,42	2,21	2,21	1,81	1,81	1,46
1,05	5,17	3,61	3,42	2,67	2,55	2,31	2,04	1,92	1,60
1,10	5,64	4,04	3,63	2,91	2,92	2,41	2,27	2,04	1,74
1,15	6,09	4,47	3,82	3,12	3,29	2,48	2,49	2,14	1,87
1,20	6,52	4,91	4,02	3,34	3,67	2,56	2,72	2,24	1,98
1,25	6,95	5,34	4,18	3,55	4,07	2,63	2,95	2,33	2,10
1,30	7,36	5,77	4,35	3,73	4,48	2,69	3,16	2,42	2,20
1,35	7,76	6,21	4,50	3,92	4,92	2,72	3,36	2,48	2,30
1,40	8,14	6,62	4,65	4,08	5,31	2,75	3,56	2,56	2,37
1,45	8,51	7,02	4,78	4,23	5,73	2,80	3,73	2,62	2,45
1,50	8,87	7,41	4,92	4,38	6,14	2,84	3,91	2,68	2,51
1,55	9,22	7,81	5,00	4,53	6,54	2,86	4,07	2,73	2,57
1,60	9,54	8,17	5,09	4,65	6,93	2,87	4,22	2,77	2,63
1,65	9,86	8,52	5,13	4,77	7,33	2,87	4,37	2,78	2,68
1,70	10,15	8,87	5,17	4,88	7,70	2,88	4,51	2,79	2,72
1,75	10,43	9,19	5,26	4,97	8,06	2,88	4,63	2,81	2,76
1,80	10,71	9,52	5,36	5,07	8,43	2,89	4,75	2,83	2,80
1,85	10,96	9,82	5,43	5,16	8,77	2,89	4,87	2,85	2,83
1,90	11,21	10,11	5,50	5,23	9,08	2,90	4,98	2,87	2,85
1,95	11,44	10,39	5,58	5,31	9,41	2,90	5,08	2,89	2,88
2,00	11,68	10,68	5,66	5,39	9,72	2,91	5,19	2,91	2,91
∞	15,35	15,35	6,38	6,38	15,35	3,07	6,38	3,07	3,07

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2021).

Quadro 2 – Coeficientes de Bares μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y para o cálculo dos momentos máximos (casos 1, 2 e 3).

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ_y	μ_x	μ_x	μ_y
1,00	4,41	4,41	3,07	3,94	8,52	3,94	8,52	3,07
1,05	4,80	4,45	3,42	3,78	8,79	4,19	8,91	2,84
1,10	5,18	4,49	3,77	3,90	9,18	4,43	9,30	2,76
1,15	5,56	4,49	4,14	3,97	9,53	4,64	9,63	2,68
1,20	5,90	4,48	4,51	4,05	9,88	4,85	9,95	2,59
1,25	6,27	4,45	4,88	4,10	10,16	5,03	10,22	2,51
1,30	6,60	4,42	5,25	4,15	10,41	5,20	10,48	2,42
1,35	6,93	4,37	5,60	4,18	10,64	5,36	10,71	2,34
1,40	7,25	4,33	5,95	4,21	10,86	5,51	10,92	2,25
1,45	7,55	4,30	6,27	4,19	11,05	5,64	11,10	2,19
1,50	7,86	4,25	6,60	4,18	11,23	5,77	11,27	2,12
1,55	8,12	4,20	6,90	4,17	11,39	5,87	11,42	2,04
1,60	8,34	3,14	7,21	4,14	11,55	5,98	11,55	1,95
1,65	8,62	4,07	7,42	4,12	11,67	6,07	11,67	1,87
1,70	8,86	4,00	7,62	4,09	11,79	6,16	11,80	1,79
1,75	9,06	3,96	7,66	4,05	11,88	6,24	11,92	1,74
1,80	9,27	3,91	7,69	3,99	11,96	6,31	12,04	1,68
1,85	9,45	3,83	8,22	3,97	12,03	6,38	12,14	1,64
1,90	9,63	3,75	8,74	3,94	12,14	6,43	12,24	1,59
1,95	9,77	3,71	8,97	3,88	12,17	6,47	12,29	1,54
2,00	10,00	3,64	9,18	3,80	12,20	6,51	12,34	1,48
∞	12,57	3,77	9,18	3,80	12,20	7,61	12,76	1,48

Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho (2021).

Quadro 3 – Coeficientes de Bares μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y para o cálculo dos momentos máximos (casos 4, 5 e 6).

λ	Caso 4				Caso 5			Caso 6		
	μ_x	μ_x'	μ_y	μ_y'	μ_x	μ_y	μ_y'	μ_x	μ_x'	μ_y
1,00	2,81	6,99	2,81	6,99	2,15	3,17	6,99	3,17	6,99	2,15
1,05	3,05	7,43	2,81	7,18	2,47	3,32	7,43	3,29	7,20	2,07
1,10	3,30	7,87	2,81	7,36	2,78	3,47	7,87	3,42	7,41	1,99
1,15	3,53	8,28	2,80	7,50	3,08	3,58	8,26	3,52	7,56	1,89
1,20	3,76	8,69	2,79	7,63	3,38	3,70	8,65	3,63	7,70	1,80
1,25	3,96	9,03	2,74	7,72	3,79	3,80	9,03	3,71	7,82	1,74
1,30	4,16	9,37	2,69	7,81	4,15	3,90	9,33	3,79	7,93	1,67
1,35	4,33	9,65	2,65	7,88	4,50	3,96	9,69	3,84	8,02	1,59
1,40	4,51	9,93	2,60	7,94	4,85	4,03	10,00	3,90	8,11	1,52
1,45	4,66	10,41	2,54	8,00	5,19	4,09	10,25	3,94	8,13	1,45
1,50	4,81	10,62	2,47	8,06	5,53	4,14	10,49	3,99	8,15	1,38
1,55	4,93	10,82	2,39	8,09	5,86	4,16	10,70	4,03	8,20	1,34
1,60	5,06	10,99	2,31	8,12	6,18	4,17	10,91	4,06	8,25	1,28
1,65	5,16	11,16	2,24	8,14	6,48	4,14	11,08	4,09	8,28	1,23
1,70	5,27	11,30	2,16	8,15	6,81	4,12	11,24	4,12	8,30	1,18
1,75	5,36	11,43	2,11	8,16	7,11	4,12	11,39	4,14	8,31	1,15
1,80	5,45	11,55	2,04	8,17	7,41	4,10	11,43	4,15	8,32	1,11
1,85	5,53	11,57	1,99	8,17	7,68	4,08	11,65	4,16	8,33	1,08
1,90	5,60	11,67	1,93	8,18	7,95	4,04	11,77	4,17	8,33	1,04
1,95	5,67	11,78	1,91	8,19	8,21	3,99	11,83	4,17	8,33	1,01
2,00	5,74	11,89	1,88	8,20	8,47	3,92	11,88	4,18	8,33	0,97
∞	7,06	12,50	1,95	8,20	12,58	4,13	11,88	4,18	8,33	0,97

Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho (2021).

Quadro 4 – Coeficientes de Bares μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y para o cálculo dos momentos máximos (casos 7 e 8).

λ	Caso 7				Caso 8			
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y
1,00	2,13	5,46	2,60	6,17	2,60	6,17	2,13	5,46
1,05	2,38	5,98	2,66	6,46	2,78	6,47	2,09	5,56
1,10	2,63	6,50	2,71	6,75	2,95	6,76	2,04	5,65
1,15	2,87	7,11	2,75	6,97	3,09	6,99	1,98	5,70
1,20	3,11	7,72	2,78	7,19	3,23	7,22	1,92	5,75
1,25	3,43	8,81	2,79	7,36	3,34	7,40	1,85	5,75
1,30	3,56	8,59	2,77	7,51	3,46	7,57	1,78	5,76
1,35	3,76	8,74	2,74	7,63	3,55	7,70	1,72	5,75
1,40	3,96	8,88	2,71	7,74	3,64	7,82	1,64	5,74
1,45	4,15	9,16	2,67	7,83	3,71	7,91	1,59	5,73
1,50	4,32	9,44	2,63	7,91	3,78	8,00	1,53	5,72
1,55	4,48	9,68	2,60	7,98	3,84	8,07	1,47	5,69
1,60	4,63	9,91	2,55	8,02	3,89	8,14	1,42	5,66
1,65	4,78	10,13	2,50	8,03	3,94	8,20	1,37	5,62
1,70	4,92	10,34	2,45	8,10	3,98	8,25	1,32	5,58
1,75	5,04	10,53	2,39	8,13	4,01	8,30	1,27	5,56
1,80	5,17	10,71	2,32	8,17	4,04	8,34	1,20	5,54
1,85	5,26	10,88	2,27	8,16	4,07	8,38	1,17	5,55
1,90	5,36	11,04	2,22	8,14	4,10	8,42	1,14	5,56
1,95	5,45	11,20	2,14	8,13	4,11	8,45	1,11	5,60
2,00	5,55	11,35	2,07	8,12	4,13	8,47	1,08	5,64
∞	7,07	12,50	2,05	8,12	4,18	8,33	1,09	5,64

Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho (2021).

Quadro 5 - Coeficientes de Bares μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y para o cálculo dos momentos máximos (casos 9).

λ	Caso 9			
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y
1,00	2,11	5,15	2,11	5,15
1,05	2,31	5,50	2,10	5,29
1,10	2,50	5,85	2,09	5,43
1,15	2,73	6,14	2,06	5,51
1,20	2,94	6,43	2,02	5,59
1,25	3,04	6,67	1,97	5,64
1,30	3,13	6,90	1,91	5,68
1,35	3,25	7,09	1,86	5,69
1,40	3,38	7,28	1,81	5,70
1,45	3,48	7,43	1,73	5,71
1,50	3,58	7,57	1,66	5,72
1,55	3,66	7,68	1,60	5,72
1,60	3,73	7,79	1,54	5,72
1,65	3,80	7,88	1,47	5,72
1,70	3,86	7,97	1,40	5,72
1,75	3,91	8,05	1,36	5,72
1,80	3,95	8,12	1,32	5,72
1,85	3,98	8,18	1,26	5,72
1,90	4,01	8,24	1,21	5,72
1,95	4,04	8,29	1,19	5,72
2,00	4,07	8,33	1,16	5,72
∞	4,19	8,33	1,17	5,72

Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo Filho (2021).

ANEXO B – CONFIGURAÇÕES DOS *SOFTWARES*

Figura 60 - Configurações dos painéis de lajes adotadas no Eberick.

Painéis de lajes

Espaçamento das faixas		Grelha não linear	
Lajes maciças	50 cm	Continuidades	
Número mínimo de faixas em uma direção	4	Redistribuição máxima	15 %
Capitéis	15 cm	Aplicar para taxas de armadura maiores que	0.3 %
Regiões maciças	15 cm	Demais Casos	
Vigas de fundação	20 cm	Redistribuição máxima	25 %
Paredes	50 cm	Aplicar para taxas de armadura maiores que	0.5 %
		Nº máximo de iterações	10

Fonte: AltoQi Eberick (2022).

Figura 61 - Configurações de análise adotadas no Eberick.

Análise

Geral Redução no engaste para nós semirrígidos: 15 % Redução na torção para os pilares: 0 % Redução na torção para as vigas: 85 % Aumento na rigidez axial dos pilares: 1 ... <input type="checkbox"/> Salvar automaticamente o projeto após o processamento		Não linearidade geométrica <input checked="" type="checkbox"/> Utilizar o processo P-Delta Número máximo de iterações: 10 Precisão mínima: 1 % Combinação vertical de cálculo: 1.4G1+1.4G2+1.4Q+1.1A ...	
Ligação viga-pilar <input checked="" type="checkbox"/> Flexibilizar ligação com pilar equivalente Aplicar para relação h/b maior que: 5 ...		Imperfeições globais Tipo de estrutura: Estruturas usuais Combinação vertical característica: G1+G2+Q+A ...	
Não linearidade física Rigidez das vigas: 0.4 Ec.lc Rigidez dos pilares: 0.8 Ec.lc Rigidez das lajes: 0.5 Ec.lc Rigidez das estacas: 0.8 Ec.lc Rigidez alvenaria estrutural: 0.8 Ea.l		Processo <input checked="" type="radio"/> Grelhas + pórtico espacial <input type="radio"/> Modelo integrado Painéis de lajes... Modelo da fundação... Modelo ELS... Avançado... Análise dinâmica...	
OK		Cancelar Ajuda	

Fonte: AltoQi Eberick (2022).

Figura 62 - Configurações da CAA e cobrimentos adotados no Eberick.

Materiais e durabilidade

Aplicação
 Projeto inteiro
 Por pavimento

Pavimento
 Pav. Superior
 Pav. Inferior

Avisos
 Todas as informações estão definidas corretamente
 Detalhes...

Geral
 Classe de agressividade: II (moderada) ...
 Dimensão do agregado: 19 mm
 Controle rigoroso nas dimensões dos elementos
 Considerar redução no cobrimento para peças com fck acima do requerido para a classe de agressividade

Abertura máxima das fissuras
 Contato com o solo: 0.2 mm
 Contato com a água: 0.1 mm
 Demais peças: 0.3 mm
 Combinações: Frequentes

Elementos

	Concreto	Cobrimento (peças externas)	Cobrimento (peças internas)	Cobrimento (contato com o solo)	
Vigas	C-25	3 cm	2.5 cm	3 cm	Bitolas...
Pilares	C-25	3 cm	2.5 cm	4.5 cm	Bitolas...
Lajes	C-25	2.5 cm		3 cm	Bitolas...
Reservatórios	C-25	2.5 cm			Bitolas...
Blocos	C-25			4.5 cm	Bitolas...
Sapatas	C-25			4.5 cm	Bitolas...
Tubulões	C-25			4.5 cm	Bitolas...
Muros	C-25			3 cm	Bitolas...
Radier	C-25			3 cm	Bitolas...

Fluência... Barras... Classes... OK Cancelar Ajuda

Fonte: AltoQi Eberick (2022).

Figura 63 - Configurações das propriedades do concreto no SAP2000.

S Material Property Data

General Data
 Material Name and Display Color: C25
 Material Type: Concrete
 Material Grade:
 Material Notes: Modify/Show Notes...

Weight and Mass
 Weight per Unit Volume: 25,
 Mass per Unit Volume: 2,5493

Units
 KN, m, C

Isotropic Property Data
 Modulus Of Elasticity, E: 24150000,
 Poisson, U: 0,2
 Coefficient Of Thermal Expansion, A: 1,000E-05
 Shear Modulus, G: 10062500,

Other Properties For Concrete Materials
 Specified Concrete Compressive Strength, f_c: 25000,
 Expected Concrete Compressive Strength: 25000,

Fonte: SAP2000 (2022).

Figura 64 - Dimensões dos elementos de área que compõem a laje no SAP2000.

S Divide Selected Areas

Divide Options

Divide Area into This Number of Objects (Quads and Triangles Only)

Along Edge from Point 1 to 2

Along Edge from Point 1 to 3

Divide Area Into Objects of This Maximum Size (Quads and Triangles Only)

Along Edge from Point 1 to 2 m

Along Edge from Point 1 to 3 m

Divide Area Based on Points on Area Edges (Quads and Triangles Only)

Fonte: SAP2000 (2022).

Figura 65 - Redução na rigidez à torção das vigas (SAP2000).

S Assign Frame Property Modifiers

Property Modifiers for Analysis

Cross-section (Axial) Area	<input type="text" value="1"/>
Shear Area in 2 Direction	<input type="text" value="1"/>
Shear Area in 3 Direction	<input type="text" value="1"/>
Torsional Constant	<input type="text" value="0,15"/>
Moment of Inertia about 2-Axis	<input type="text" value="1"/>
Moment of Inertia about 3-Axis	<input type="text" value="1"/>
Mass	<input type="text" value="1"/>
Weight	<input type="text" value="1"/>

Fonte: SAP2000 (2022).