



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS DO SERTÃO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

SAUL OLIVEIRA DA SILVA

**MECTOOL: FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA AUXÍLIO NAS
DISCIPLINAS DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS E DOS SOLOS**

Delmiro Gouveia

2021

SAUL OLIVEIRA DA SILVA

**MECTOOL: FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA AUXÍLIO NAS
DISCIPLINAS DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS E DOS SOLOS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Graduação em
Engenharia Civil na Universidade Federal de
Alagoas, Campus do Sertão, como requisito
parcial para obtenção do título de graduado
em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Msc. Alverlando Silva
Ricardo

Delmiro Gouveia

2021

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca do Campus Sertão
Sede Delmiro Gouveia

Bibliotecária responsável: Renata Oliveira de Souza CRB-4 2209

S586m Silva, Saul Oliveira da

Mectool: ferramenta computacional para auxílio nas disciplinas de mecânica dos sólidos e dos solos / Saul Oliveira da Silva. – 2021.
64 f. : il.

Orientação: Alverlando Silva Ricardo.
Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas.
Curso de Engenharia Civil. Delmiro Gouveia, 2021.

1. Engenharia civil. 2. Ferramenta computacional. 3. Círculo de Mohr. 4. Mectool. 5. Software. I. Ricardo, Alverlando Silva. II. Título.

CDU: 624.131.7

Folha de Aprovação

AUTOR: SAUL OLIVEIRA DA SILVA

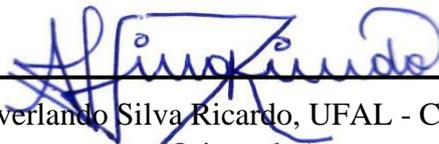
MECTOOL: FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA AUXÍLIO NAS DISCIPLINAS DE MECÂNICA DOS SÓLIDOS E DOS SOLOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Civil na Universidade Federal de Alagoas, Campus do Sertão, como requisito parcial para obtenção do título de graduado em Engenharia Civil e aprovado em 8 de Setembro de 2021.

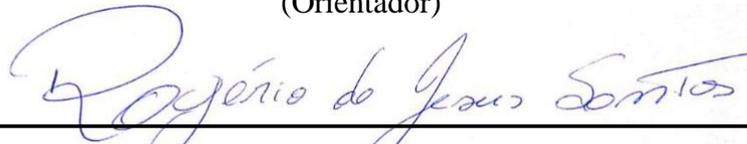


Prof. Msc. Alverlando Silva Ricardo, UFAL
(Orientador)

Banca Examinadora:



Prof. Msc. Alverlando Silva Ricardo, UFAL - Campus do Sertão
(Orientador)



Prof. Msc. Rogério de Jesus Santos, UFAL - Campus do Sertão
(Examinador Interno)



Prof. Msc. Vinicius Costa Correia, UFAL - Campus do Sertão
(Examinador Interno)

AGRADECIMENTOS

A Deus e à Virgem Maria, por tudo.

Aos familiares e amigos, de maneira especial aos meus pais, por todo o apoio e incentivo.

Ao meu orientador, por toda a ajuda, orientação, ensinamentos e disponibilidade.

Ao corpo técnico e docente do curso de Engenharia Civil da UFAL - Campus do Sertão, pelo suporte e prestatividade.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente para o desenvolvimento desta pesquisa.

RESUMO

A utilização de ferramentas computacionais nas disciplinas de engenharia civil é cada vez mais comum e necessária para facilitar o entendimento sobre o assunto e diminuir os esforços na resolução dos problemas. Apesar disso, ainda é escassa a disponibilidade de softwares que calculem alguns parâmetros importantes, sobretudo nas disciplinas relacionadas à mecânica dos sólidos e dos solos, como centro de gravidade e momento de inércia, círculo de Mohr, diagrama de tensões principais, torção em eixos estaticamente indeterminados, diagrama de tensões verticais efetivas, adensamento do solo e acréscimo de tensões em massa de solo. Em vista disso, o presente trabalho apresenta o desenvolvimento de uma ferramenta computacional cuja finalidade é auxiliar na determinação destes parâmetros. A linguagem de programação Python foi utilizada no desenvolvimento da ferramenta, que foi validada a partir da resolução de problemas clássicos encontrados na literatura. A ferramenta se mostrou eficiente, confirmando assim ser um programa confiável, com uma diferença média máxima de pouco mais de 0,48% com relação a outros softwares e autores. Em trabalhos futuros, novas funcionalidades poderão ser implementadas ao programa, de modo a se tornar uma ferramenta mais completa.

Palavras-chave: Ferramenta computacional. Software. Tensão. Torção. Momento de inércia. Círculo de Mohr.

ABSTRACT

The use of computational tools in the disciplines of civil engineering is increasingly common and necessary to facilitate understanding on the subject and decrease efforts to solve problems. Despite this, there is still little availability of software that calculates some important parameters, especially in disciplines related to the mechanics of solids and soils, such as center of gravity and moment of inertia, Mohr's circle, principal stress diagram, torsion in statically indeterminate axes, effective stress diagram, soil consolidation and stresses in a soil mass. In view of this, the present work presents the development of a computational tool whose purpose is to assist in the determination of these parameters. The Python programming language was used in the development of the tool, which was validated by solving classic problems found in the literature. The tool proved to be efficient, thus confirming be a reliable program, with a maximum average difference of just over 0.48% compared to other software and authors. In future works, new features can be implemented to the program, in order to become a more complete tool.

Keywords: Computational tool. Software. Stress. Torsion. Moment of inertia. Mohr's circle.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Exemplo de círculo de Mohr para o estado geral de tensões.....	15
Figura 2: Diagrama de tensões principais no estado plano de tensões.....	15
Figura 3: Diagrama de tensões verticais efetivas.....	17
Figura 4: Interface gráfica padrão do programa.....	22
Figura 5: Aba referente ao cálculo das reações de apoio em eixos bi-engastados submetidos a esforços normais.....	23
Figura 6: Aba referente ao cálculo das reações de apoio em eixos bi-engastados submetidos a torção.....	25
Figura 7: Esquemática de torque distribuído uniformemente.....	26
Figura 8: Esquemática de torque distribuído de variação linear crescente.....	27
Figura 9: Esquemática da semelhança de triângulos para o torque distribuído de variação linear crescente.....	27
Figura 10: Esquemática de torque distribuído de forma trapezoidal crescente.....	28
Figura 11: Aba referente à determinação do círculo de Mohr no estado plano e parâmetros pertinentes.....	30
Figura 12: Círculo de Mohr no estado plano.....	32
Figura 13: Aba referente à determinação do círculo de Mohr no estado geral de tensões.....	35
Figura 14: Aba referente à construção da curva de compactação.....	37
Figura 15: Aba relativa ao diagrama de tensões verticais efetivas.....	38
Figura 16: Aba para análise do recalque.....	40
Figura 17: Seção a ser determinado o centro de gravidade.....	45
Figura 18: Seção, centro de gravidade (valores em mm) e área total em mm ² obtidos pelo programa.....	46
Figura 19: Problema de esforço normal em barras bi-engastadas resolvido utilizando o programa.....	47
Figura 20: Esquemática do problema com o software Ftool.....	47
Figura 21: Reações de apoio determinadas com o software Ftool.....	48
Figura 22: Exemplo de eixos bi-engastados submetidos a esforço de torção.....	48
Figura 23: Exemplo de eixos bi-engastados submetidos a esforço de torção resolvido com o MecTool.....	49
Figura 24: Acréscimos de tensões verticais em massa de solo calculados pelo programa.....	50

Figura 25: Curva de compactação gerada pelo programa.....	51
Figura 26: Perfil de solo e diagrama de tensões efetivas gerados pelo MecTool.....	52
Figura 27: Curva de porcentagem de recalque x tempo elaborada pelo MecTool.....	54
Figura 28: Planos e tensões principais, bem como de cisalhamento máximo, obtidos pelo programa para o EPT.....	55
Figura 29: Círculo de Mohr elaborado pela ferramenta computacional para o EPT.....	55
Figura 30: Diagrama de tensões principais e de cisalhamento máximo para o exemplo analisado.....	56
Figura 31: Planos e deformações principais, bem como por cisalhamento máximo, obtidos para o EPD.....	56
Figura 32: Círculo de Mohr elaborado pela ferramenta computacional para o EPD.....	57
Figura 33: Círculo de Mohr elaborado pela ferramenta computacional para o estado geral de tensões	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tabela do coeficiente A'	20
Tabela 2: Métodos utilizados para calcular os acréscimos de tensões em massa de solo.....	36
Tabela 3: Dados do primeiro exemplo de adensamento do solo.....	52
Tabela 4: Dados do segundo exemplo de adensamento do solo.....	53
Tabela 5: Resultados do segundo exemplo de adensamento do solo pelo MecTool.....	53
Tabela 6: Parâmetros pertinentes aos círculos de Mohr calculados pelo MecTool e pela plataforma NEV.....	58
Tabela 7: Diferença média entre os valores encontrados pelo MecTool e por outros softwares ou autores.....	59

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 Centro de Gravidade e Momento de Inércia de Seções Planas Compostas	14
2.2 Círculo de Mohr para os Estados Planos e Geral de Tensões	14
2.3 Reações de Apoio em Eixos Estaticamente Indeterminados	16
2.4 Acréscimo de Tensões em uma Massa de Solo e Teor de Umidade Ótimo	16
2.5 Diagrama de Tensões Verticais Efetivas	17
2.6 Adensamento do Solo	17
2.7 Linguagem Python	18
2.8 Outras Ferramentas Computacionais Desenvolvidas	18
3. METODOLOGIA: CARACTERIZAÇÃO DO MECTOOL	20
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	45
4.1 Centro de Gravidade	45
4.2 Eixos Estaticamente Indeterminados Submetidos a Esforço Normal	46
4.3 Eixos Estaticamente Indeterminados Submetidos a Esforço de Torção	48
4.4 Acréscimo de Tensões em Massa de Solo	49
4.5 Curva de Compactação	50
4.6 Diagrama de Tensões Verticais Efetivas	51
4.7 Adensamento do Solo	52
4.8 Círculo de Mohr	54
5. CONCLUSÃO	60

1 INTRODUÇÃO

Estudantes e profissionais de Engenharia Civil geralmente lidam com situações que requerem a utilização de ferramentas computacionais a fim de otimizar tempo e esforço na resolução de problemas. Consequentemente, uma quantidade ampla de softwares e métodos computacionais, destinados a trabalhar com as mais diversas situações, foram desenvolvidos. Entretanto, há ainda uma escassez em algumas áreas, como Estruturas e Geotecnia, sobretudo no que diz respeito à determinação de alguns parâmetros abordados em assuntos de disciplinas de graduação, como Mecânica dos Sólidos e Mecânica dos Solos (PINTO *et al.*, 2016; MARTHA *et al.*, 2004; MARTHA, 2015; CONTADINI, 2018).

A determinação do centro de gravidade e momentos de inércia com relação aos eixos baricêntricos de seções planas compostas por mais de uma figura simples é um exemplo de assunto amplamente abordado no conteúdo das disciplinas básicas de Mecânica dos Sólidos, onde, na grande maioria das vezes, são utilizadas por estudantes e professores planilhas eletrônicas simples para a confirmação e obtenção dos resultados, que podem fornecer dados insuficientes ou até mesmo incorretos, a depender de como foram elaboradas.

Em determinados tópicos de Mecânica dos Solos, como a determinação do teor de umidade ótimo através da curva de compactação, são utilizadas ferramentas matemáticas simplificadas (NBR 7182, 2016) que fornecem resultados confiáveis, porém, por não serem destinadas especificamente para esses fins, apresentam uma maior probabilidade de erro por parte do usuário.

Há ainda assuntos em que os estudantes recorrem unicamente a livros e materiais didáticos convencionais, para os quais, ferramentas eletrônicas que solucionem problemas referentes a esses tópicos são ainda mais escassas, como esforços de torção em eixos estaticamente indeterminados, adensamento do solo e diagrama de tensões principais, por exemplo.

Mesmo ferramentas computacionais conhecidas e bastante utilizadas no meio acadêmico podem apresentar algumas limitações na determinação de parâmetros de alguns assuntos, como círculo de Mohr, diagrama de tensões verticais efetivas e acréscimo de tensões no solo devido a carregamentos aplicados na superfície do terreno (IFSP, 2015; MARTHA *et al.*, 2004; MARTHA, 2015; Martinello e Belchior, 2016).

Neste sentido, o presente trabalho busca contornar as lacunas apresentadas a partir do desenvolvimento de uma ferramenta computacional didática em Python. Tal ferramenta, aqui nomeada de MecTool, resolve problemas geralmente abordados nas disciplinas de Mecânica

dos Sólidos e Mecânica dos Solos, podendo servir de auxílio a discentes e docentes, uma vez que permite uma rápida verificação dos problemas que demandariam certo tempo se fossem realizados manualmente.

Para a validação da ferramenta desenvolvida, alguns problemas encontrados na literatura são resolvidos e os resultados são apresentados na Seção 4 deste trabalho. O restante do trabalho está organizado da seguinte forma: Uma abordagem teórica sobre centro de gravidade, momento de inércia, círculo de Mohr, tensões principais, eixos estaticamente indeterminados, acréscimo de tensões em uma massa de solo, teor de umidade ótimo, tensões efetivas e adensamento é apresentada na Seção 2. A seção 3 apresenta os procedimentos metodológicos aqui adotados, enquanto que comentários e considerações finais são apresentados na Seção 5.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Centro de Gravidade e Momento de Inércia de Seções Planas Compostas

O centro de gravidade é o ponto no qual se pode localizar o peso resultante de um sistema de pontos materiais (HIBBELER, 2005). Logo, para uma seção plana, totalmente homogênea, o centro de gravidade será o seu próprio centro geométrico, visto que todos os pontos materiais constituintes do sistema possuem o mesmo peso, portanto, sua diferenciação é feita apenas através da geometria.

Enquanto que o momento de inércia consiste em uma forma de mensurar a resistência inercial de um sistema a realizar movimentos de rotação em torno de um eixo estabelecido (LIMA, 2019), de modo que quando esse eixo passa exatamente pelo centro de gravidade do sistema pode ser chamado de eixo baricêntrico (LEGGERINI; KALIL, 2003).

Ademais, tratando-se de seções planas, estas podem ser subdivididas em várias figuras menores cujos centroides são mais fáceis de se obter e, através da metodologia descrita posteriormente no presente trabalho, é possível determinar o centro de gravidade e os momentos de inércia com relação aos eixos baricêntricos de seções compostas de maneira relativamente simples.

2.2 Círculo de Mohr para os Estados Planos e Geral de Tensões

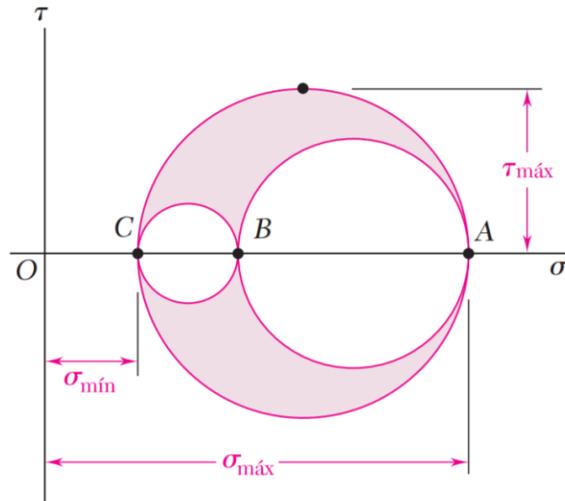
É atribuída ao engenheiro ferroviário Christian Otto Mohr a elaboração de uma ferramenta gráfica bastante utilizada na engenharia para a representação de tensões e deformações. Mohr teve como base as pesquisas do engenheiro alemão Karl Culmann e, a partir delas, desenvolveu um mecanismo para análise bidimensional e tridimensional de tensões e deformações (Parry, 2004). Tal mecanismo recebe o nome de círculo de Mohr.

Com o círculo de Mohr é possível determinar as componentes de tensão e/ou deformação em relação a um sistema rotacionado em relação a um determinado ponto. O círculo de Mohr permite avaliar visualmente a transformação de tensões e deformações nos pontos dos elementos analisados, de modo a ser amplamente abordado em disciplinas de Mecânica dos Sólidos e dos Solos.

Este mecanismo permite avaliar o chamado estado plano, onde são analisadas as tensões ou as deformações que atuam em uma situação bidimensional, e também permite analisar o que

acontece com as tensões e deformações no estado geral, também chamado de tridimensional. Como pode-se ver na Figura 1, no círculo de Mohr, o eixo horizontal do gráfico corresponde aos esforços normais e o eixo vertical aos esforços de cisalhamento (BEER *et al.*, 2009).

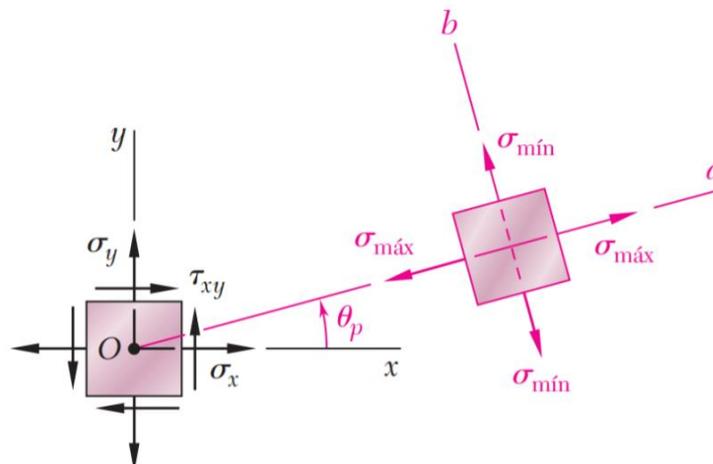
Figura 1: Exemplo de círculo de Mohr para o estado geral de tensões.



Fonte: Beer *et al.* (2009).

Há ainda uma ferramenta gráfica adicional diretamente ligada ao Círculo de Mohr que também permite a visualização das tensões atuantes no elemento em seus diversos estados, porém, mais utilizada especificamente no caso onde ocorrem as tensões principais e a tensão de cisalhamento máxima, trata-se do diagrama de tensões, que expressa não apenas as tensões atuantes no elemento, bem como os ângulos de inclinação dos planos em que elas ocorrem. A Figura 2 ilustra um exemplo de diagrama de tensões principais no estado plano de tensões.

Figura 2: Diagrama de tensões principais no estado plano de tensões.



Fonte: Beer *et al.* (2009).

2.3 Reações de Apoio em Eixos Estaticamente Indeterminados

Um sistema é denominado como estaticamente indeterminado quando não se pode calcular todas as reações de apoio de um sistema a partir, exclusivamente, das equações de equilíbrio da estática. Logo, é necessária a implementação de outros artifícios para serem determinadas essas reações (GERE, 2003). Em se tratando do esforço normal produzido em eixos estaticamente indeterminados, a determinação das reações ocorre através da análise dos deslocamentos, enquanto que para os momentos de torção são utilizadas equações que abordam o giro desenvolvido em torno do eixo longitudinal do elemento (BEER *et al.*, 2009).

Independente se a análise realizada é com base nas rotações ou nos deslocamentos, pode-se utilizar o método da superposição dos efeitos para se chegar ao resultado dos esforços produzidos nas reações de apoio. Esse método consiste em separar os efeitos provocados por cada uma das ações existentes e posteriormente superpô-los, como o próprio nome sugere, a fim de se obter o resultado buscado.

2.4 Acréscimo de Tensões em uma Massa de Solo e Teor de Umidade Ótimo

Define-se como acréscimo de tensões em uma massa de solo o incremento de tensões verticais imprimido a um elemento de solo localizado a uma dada profundidade no terreno. Para isso, considera-se a aplicação de um carregamento na superfície, que pode ser uma carga pontual, linhas de carga, faixas e áreas carregadas (DAS; SOBHAN, 2014), de modo que para cada tipo de carregamento é adotada uma metodologia diferente para o cálculo do acréscimo de tensões na massa de solo.

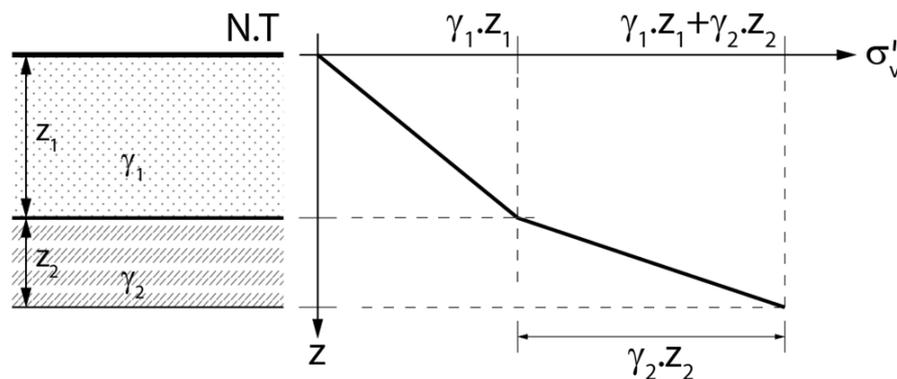
Quanto ao teor de umidade ótimo, sua obtenção é tida a partir da curva de compactação, cujo procedimento é descrito pela NBR 7182 (ABNT, 2016), onde é elaborada uma curva aproximadamente parabólica cujo vértice corresponde no eixo vertical ao ponto de peso específico aparente seco máximo e no eixo horizontal ao teor de umidade ótimo. Esse parâmetro é de relativa importância em ramos da engenharia geotécnica, como a pavimentação.

2.5 Diagrama de Tensões Verticais Efetivas

O peso próprio do solo causa tensões verticais consideráveis à medida que a profundidade aumenta, porém, em solos saturados tem-se uma diminuição da tensão transmitida entre as partículas de solo, já que a água contribuirá no combate à pressão exercida pelas camadas superiores. Logo, tem-se que as tensões verticais efetivas são aquelas tensões transmitidas exclusivamente através do esqueleto do solo, ou seja, não considerando a poropressão (pressão exercida pela água presente no solo).

As tensões efetivas podem ser representadas graficamente através do diagrama de tensões verticais efetivas, que tem no eixo vertical a profundidade e no eixo horizontal os valores correspondentes a essas pressões, como ilustra a Figura 3.

Figura 3: Diagrama de tensões verticais efetivas.



Fonte: Adaptado de Marinho (2018).

2.6 Adensamento do Solo

O adensamento do solo é o processo de redução do volume de vazios de um solo (CONTENCO, 2020). Para Gerscovich (2013), o estudo dos recalques (deformações sofridas pelo solo devido a aplicações de tensões verticais) são um dos aspectos mais importantes associados à engenharia geotécnica. Tais deformações ocorrem de maneira imediata ou com o tempo, por conta do adensamento do solo (recalque de adensamento ou primário) ou da estabilização das partículas sob pressão efetiva constante (recalque secular ou secundário).

Nessa linha de estudo também se pode avaliar como ocorre o recalque com o passar do tempo através da porcentagem de recalque e do fator tempo, que estão diretamente relacionados e podem contribuir para uma melhor análise de como ocorrerá o recalque de adensamento.

2.7 Linguagem Python

Python é uma linguagem de programação gratuita orientada a objetos que tem uma sintaxe simples e menos complexa do que outras, como C++ e Java (SONGINI, 2005). Além disso, dispõe de uma extensa quantidade de bibliotecas de funções e módulos auxiliares (KAY, 2005), que proporcionam a seus utilizadores uma grande flexibilidade no desenvolvimento de códigos que rapidamente podem ser convertidos em uma aplicação (SONGINI, 2005). Por isso, ao desenvolver um software que não se utiliza de cálculos complicados e de extensão razoável, tem-se como resultado um programa que requer pouco esforço computacional e pouco espaço de armazenamento se comparado com as ferramentas computacionais que são desenvolvidas utilizando outras linguagens de programação, acarretando em benefícios para o desenvolvedor e para o usuário.

Tendo em vista essas e outras vantagens, foi escolhido o Python como linguagem de programação para o MecTool, que não necessita da implementação de determinadas funcionalidades muito específicas para desempenhar bem suas finalidades.

2.8 Outras Ferramentas Computacionais Desenvolvidas

Pinto *et al.* (2016) desenvolveram um programa destinado ao cálculo do Círculo de Mohr nos estados planos de tensão e deformação, bem como no estado geral de tensões, porém, trata-se de uma ferramenta online implementada na plataforma NEV (IFSP, 2015) que não consegue plotar o diagrama de tensões e localizar pontos intermediários no círculo de Mohr, de modo a apontar apenas as tensões principais. Do mesmo modo, o software e-Mohr (MARTHA *et al.*, 2004) fornece as tensões principais, tensão de cisalhamento máximo e planos principais, porém, esta ferramenta não consegue informar com exatidão os valores intermediários no gráfico, exceto com a necessidade de alteração manual de valores, de modo que não é imediata sua visualização, o mesmo ocorre para a tensão normal média, além disso, esse software trabalha apenas com o estado plano de tensões, não impedindo sua utilização no estado plano de deformações, porém, incapacitando-o de trabalhar com o círculo de Mohr no estado geral de tensões.

O software Ftool (MARTHA, 2015) em sua versão 3.01 tem total capacidade de calcular reações de apoio em eixos estaticamente indeterminados submetidos a esforços normais, contudo, utiliza uma metodologia diferente da que é abordada nas disciplinas mais básicas de mecânica dos sólidos, diferindo um pouco em alguns resultados, ainda assim, não é possível,

ao menos na versão mencionada, trabalhar com esforços de torção nesse tipo de sistema de maneira simples.

Contadini (2018) desenvolveu uma ferramenta adicional para a plataforma NEV, que trata sobre o cálculo do acréscimo de tensões no solo, no entanto, limita-se apenas a casos onde o carregamento aplicado na superfície do terreno trata-se de uma carga pontual, de uma carga linear sem inclinação com relação ao eixo vertical e uma área retangular uniformemente carregada, não trabalhando com outros tipos de cargas lineares e áreas carregadas, além de não abordar faixas de carga, sejam elas crescentes ou uniformes.

O Geo5 (FINE, 2021), pacote de programas destinados ao uso específico da área da geotecnia, tem capacidade para calcular tensões verticais efetivas e o recalque devido ao adensamento do solo, no entanto, a complexidade do ambiente do software dificulta o seu uso para realizar apenas esses cálculos pontuais. Por conta disso, Martinello e Belchior (2016) desenvolveram um software gratuito capaz de informar as tensões verticais efetivas no solo, no entanto, o programa não plota o diagrama correspondente a essas tensões e não trabalha com o cálculo de recalques.

3. METODOLOGIA: CARACTERIZAÇÃO DO MECTOOL

A metodologia utilizada para desenvolver o software MecTool teve como base principal a linguagem de programação Python, de modo que com o auxílio das bibliotecas Numpy, PIL e Matplotlib, além dos módulos Math e Sys, foi possível implementar todos os cálculos e métodos necessários para a obtenção dos resultados esperados do programa.

A biblioteca Python Imaging Library, conhecida como PIL, é uma biblioteca importante no que diz respeito à abordagem de imagens com Python. Desde 2010 existe o Pillow, uma duplicação autorizada da PIL, que vem realizando atualizações e melhorias na biblioteca (REITZ, 2018). Esse conjunto de ferramentas tem como objetivo permitir ao programador, dentre outras finalidades, a possibilidade de expor imagens ao usuário de maneira prática. O conjunto de ferramentas foi utilizado no MecTool para apresentar as tabelas dos coeficientes A' e B', necessários para o cálculo do acréscimo de tensões provocado em uma massa de solo devido à aplicação de uma área circular carregada pelo método de Ahlvin e Ulery. A Tabela 1 mostra o coeficiente A' apresentado pelo programa.

Tabela 1: Tabela do coeficiente A'.

z/r	r/R																	
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.5	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14
0	1	1	1	1	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.9005	0.89748	0.88679	0.86126	0.78797	0.43015	0.09645	0.02787	0.00856	0.00211	0.00084	0.00042	0	0	0	0	0	0
0.2	0.80388	0.79824	0.77884	0.73483	0.63014	0.38269	0.15433	0.05251	0.0168	0.00419	0.00167	0.00083	0.00048	0.0003	0.0002	0	0	0
0.3	0.71265	0.70518	0.68316	0.6269	0.50281	0.34375	0.17964	0.07199	0.0244	0.00622	0.0025	0	0	0	0	0	0	0
0.4	0.62861	0.62015	0.59241	0.53767	0.44329	0.31048	0.18709	0.08593	0.03118	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.5	0.55279	0.54403	0.51622	0.46448	0.3839	0.28156	0.18556	0.09499	0.03701	0.01013	0.00407	0.00209	0.00118	0.00071	0.00053	0.00025	0.00014	0.00009
0.6	0.4855	0.47691	0.45078	0.40427	0.33676	0.25588	0.17952	0.1001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.7	0.42654	0.41874	0.39491	0.35428	0.29833	0.21727	0.17124	0.10228	0.04558	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.8	0.37531	0.36832	0.34729	0.31243	0.26581	0.21297	0.16206	0.10236	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.9	0.33104	0.32492	0.30669	0.27707	0.23832	0.19488	0.15253	0.10094	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.29289	0.28763	0.27005	0.24697	0.21468	0.17868	0.14329	0.09849	0.05185	0.01742	0.00761	0.00393	0.00226	0.00143	0.00097	0.0005	0.00029	0.00018
1.2	0.23178	0.22795	0.21662	0.1989	0.17626	0.15101	0.1257	0.09192	0.0526	0.01935	0.00871	0.00459	0.00269	0.00171	0.00115	0	0	0
1.5	0.16795	0.16552	0.15877	0.14804	0.13436	0.11892	0.10296	0.08048	0.05116	0.02142	0.01013	0.00548	0.00325	0.0021	0.00141	0.00073	0.00043	0.00027
2	0.10557	0.10453	0.1014	0.09647	0.09011	0.08269	0.07471	0.06275	0.04496	0.02221	0.0116	0.00659	0.00399	0.00264	0.0018	0.00094	0.00056	0.00036
2.5	0.07152	0.07098	0.06947	0.06698	0.06373	0.05974	0.05555	0.0488	0.03787	0.02143	0.01221	0.00732	0.00463	0.00308	0.00214	0.00115	0.00068	0.00043
3	0.05132	0.05101	0.05022	0.04886	0.04707	0.04487	0.04241	0.03839	0.0315	0.0198	0.0122	0.0077	0.00505	0.00346	0.00242	0.00132	0.00079	0.00051
4	0.02986	0.02976	0.02907	0.02802	0.02832	0.02749	0.02651	0.0249	0.02193	0.01592	0.01109	0.00768	0.00536	0.00384	0.00282	0.0016	0.00099	0.00065
5	0.01942	0.01938	0	0	0	0.01835	0	0	0.01573	0.01249	0.00949	0.00708	0.00527	0.00394	0.00298	0.00179	0.00113	0.00075
6	0.01361	0	0	0	0	0.01307	0	0	0.01168	0.00983	0.00795	0.00628	0.00492	0.00384	0.00299	0.00188	0.00124	0.00084
7	0.01005	0	0	0	0	0.00976	0	0	0.00894	0.00784	0.00661	0.00548	0.00445	0.0036	0.00291	0.00193	0.0013	0.00091
8	0.00772	0	0	0	0	0.00755	0	0	0.00703	0.00635	0.00554	0.00472	0.00398	0.00332	0.00276	0.00189	0.00134	0.00094
9	0.00612	0	0	0	0	0.006	0	0	0.00566	0.0052	0.00466	0.00409	0.00353	0.00301	0.00256	0.00184	0.00133	0.00096
10	0	0	0	0	0	0	0	0.00477	0.00465	0.00438	0.00397	0.00352	0.00326	0.00273	0.00241	0	0	0

Fonte: Adaptado de DAS; SOBHAN (2014).

A biblioteca externa mais utilizada no desenvolvimento do MecTool, o Matplotlib, trata-se de um pacote muito abrangente no que diz respeito à plotagem de gráficos, apresentação de imagens e diversas visualizações estáticas e animadas em Python (PYPI, 2021). Essa é a biblioteca mais utilizada na elaboração de gráficos dos mais variados tipos. No presente

trabalho, ela foi utilizada para gerar elementos visuais de oito dos nove assuntos abordados, não sendo usada apenas na aba referente ao acréscimo de tensões no solo.

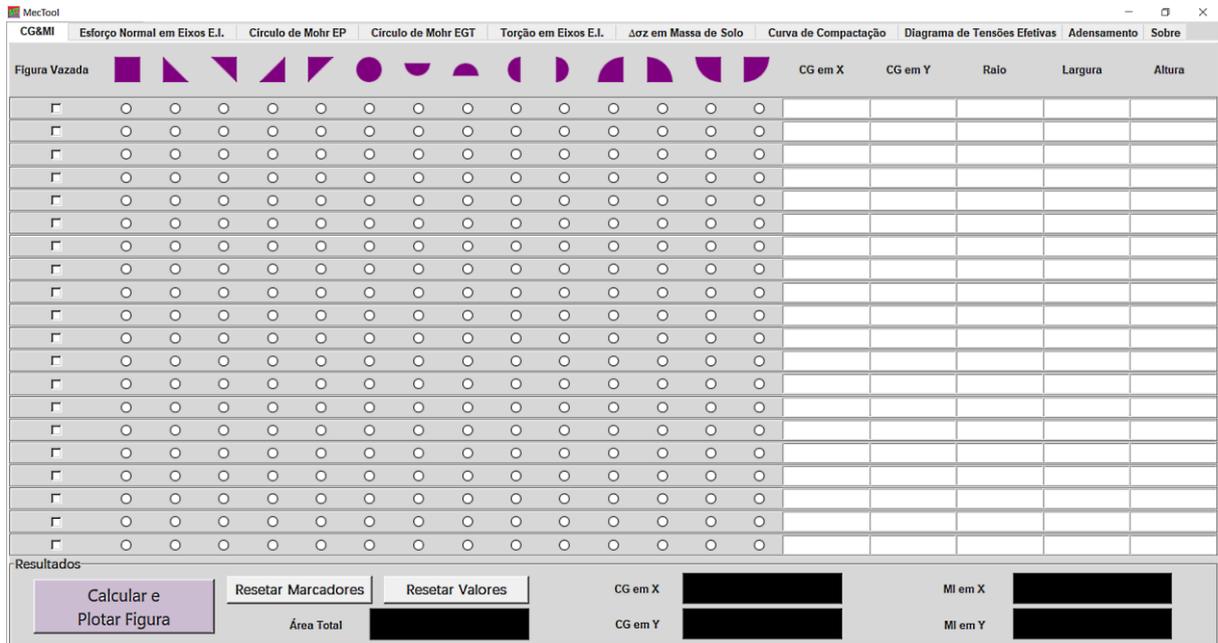
O Numpy, por sua vez, é considerado o pacote essencial para trabalhar com vetores ou matrizes multidimensionais em Python. Trata-se de uma vasta biblioteca que permite também trabalhar com funções matemáticas que não estão presentes na biblioteca padrão da linguagem. É uma das bibliotecas mais conhecidas e utilizadas por programadores em Python. Na ferramenta computacional desenvolvida, o Numpy foi utilizado para inserir funções simples, como constantes, trigonométricas, vetores, operações matriciais, de modo que esteve presente em cerca de 650 cálculos ao longo de todo o programa.

O módulo Math também foi utilizado para implementar funções simples que não são disponibilizadas previamente pelo Python padrão. No software desenvolvido, o Math teve como principal finalidade a implementação de funções trigonométricas, bastante utilizadas na maioria dos cálculos de praticamente todos os tópicos abordados pela ferramenta computacional.

O Sys trata-se de um módulo que dispõe de ferramentas que auxiliam a uma melhor maneira de interagir com variáveis e funções mantidas pelo interpretador, como é o caso da função *sys.platform*. Essa função é bastante útil para ferramentas executadas como dependentes do sistema (SUDHAKAR, 2020) ou para anexar componentes específicos de determinada plataforma (PYTHON, 2021), como foi o caso do MecTool.

O programa conta com uma interface gráfica (ver Figura 4) bastante intuitiva, que foi desenvolvida também em Python por meio da biblioteca Tkinter, aliada a um dos principais e mais atualizados geradores de GUI que consegue trabalhar em conjunto com Tkinter, a ferramenta PAGE (LIN; ZHOU, 2018).

Figura 4: Interface gráfica padrão do programa.



Fonte: Autoria própria.

Como pode ser observado na parte superior da Figura 4, o programa está dividido em dez abas, onde cada uma das nove primeiras é responsável por realizar diferentes cálculos e a última consiste na apresentação básica a respeito da autoria da ferramenta computacional.

Na primeira aba, mostrada de imediato para o usuário ao inicializar o software, é abordado o cálculo do centro de gravidade e dos momentos de inércia com relação aos eixos baricêntricos das seções planas simples ou compostas por uma certa quantidade de figuras simples. Nessa aba é solicitado ao usuário o formato de cada figura e suas informações geométricas.

Como dados de saída são informados o valor correspondente à área total da seção, dado a partir da adição simples das áreas que compõem a seção, considerando se cada figura é “vazada” ou “cheia”, como orientado por Beer *et al.* (2012). Os momentos de inércia são calculados por meio da utilização do teorema dos eixos paralelos em relação ao centro de gravidade da seção, que por sua vez é determinado através da média ponderada entre os centros de gravidade de cada figura componente da seção e suas respectivas áreas (BEER *et al.*, 2012).

A segunda aba (Figura 5) trata do cálculo das reações de apoio em barras estaticamente indeterminadas submetidas a esforços normais, onde são pedidas ao usuário algumas informações sobre as barras (posição e comprimento, área da seção transversal, módulo de elasticidade e coeficiente de dilatação térmica) e sobre os carregamentos aplicados (localização, magnitude e sinal).

Figura 5: Aba referente ao cálculo das reações de apoio em eixos bi-engastados submetidos a esforços normais.

The screenshot shows the MecTool software interface. At the top, there is a menu bar with options: CG&MI, Esforço Normal em Eixos E.I., Círculo de Mohr EP, Círculo de Mohr EGT, Torção em Eixos E.I., Δoz em Massa de Solo, Curva de Compactação, Diagrama de Tensões Efetivas, Adensamento, and Sobre. Below the menu bar is a table for defining beams (Barras) with columns: Início, Comprimento, Area Transversal, Módulo de Elasticidade, and Coef. Dil. Linear. To the right of this table is a table for defining loads (Carregamentos) with columns: Tipo, Localização, Intensidade, ΔTemperatura, and Sinal. The Tipo column has a dropdown menu with 'Pontual' selected. Below the tables is a 'Resultados' section containing a 'Calcular' button (highlighted in red) and a 'Resetar' button. The results area is currently empty.

Fonte: Autoria própria.

O usuário tem a possibilidade de escolher o tipo de cada carregamento que provoca os esforços normais, se consiste em uma carga aplicada ou em uma variação térmica, onde neste último não é necessário informar dados de localização do esforço externo ao programa. Logo, o *widget* de entrada correspondente é bloqueado automaticamente ao ser selecionada essa opção.

Os esforços nas barras, relativos a aumentos de temperatura, são determinados através da Equação 1, enquanto que os causados por esforços externos são determinados por meio da Equação 2, como é apresentado por Beer *et al.* (2009). Ambas tem como resultado um deslocamento imposto por um agente externo.

$$\delta = \alpha \times \Delta T \times L \quad \text{Eq. (1)}$$

Em que:

δ = deslocamento;

α = coeficiente de dilatação térmica;

L = comprimento da barra;

ΔT = variação de temperatura.

$$\delta = \frac{P \times L}{E \times A} \quad \text{Eq. (2)}$$

Em que:

δ = deslocamento;

P = carregamento aplicado;

L = comprimento da barra;

E = módulo de elasticidade longitudinal do material;

A = área da seção transversal da barra.

No Programa desenvolvido, utilizou-se o método da superposição dos efeitos para a obtenção dos valores das reações. Uma das reações de apoio é tratada como um redundante e os efeitos dos esforços externos em cada barra são tratados de maneira separada. Ao identificar cada um desses efeitos, é aplicado o princípio dos deslocamentos em eixos bi-engastados, onde o somatório de todos os deslocamentos, considerando seus sentidos, é tido como nulo. A reação tida como redundante, por sua vez, é tratada como um esforço externo e também é considerada no somatório dos efeitos. Assim, é possível determinar sua intensidade, e a partir de uma equação de equilíbrio simples, determinar a intensidade da outra reação de apoio.

De maneira similar, na quinta aba (Figura 6), é realizado o cálculo das reações em eixos solicitados por esforços de torção. Nessa aba também são requisitadas ao usuário informações sobre os eixos e sobre os carregamentos, mas com pequenas diferenças com relação à aba anterior, de modo que agora é requerido o módulo de elasticidade transversal do material constituinte de cada eixo. Ademais, sobre os carregamentos, o usuário pode escolher se cada solicitação trata-se de um carregamento pontual ou de um torque distribuído ao longo do comprimento da barra.

Figura 6: Aba referente ao cálculo das reações de apoio em eixos bi-engastados submetidos a torção.

Fonte: Autoria própria.

Do mesmo modo que no cálculo das reações nas barras estaticamente indeterminadas submetidas a esforços normais, é aplicado o princípio da superposição dos efeitos também para o caso dos esforços de torção. Nesse caso, para encontrar a redundante é utilizado o somatório de cada um dos efeitos tratados separadamente, onde cada um resulta em uma rotação. Porém, como o sistema de eixos está engastado em suas duas extremidades, a soma de todas as rotações é nula. Cada uma dessas rotações é determinada pela Equação 3.

$$\varphi = \frac{T \times L}{J \times G} \quad \text{Eq. (3)}$$

Em que:

φ = rotação;

T = torque;

L = comprimento da barra;

J = momento de inércia polar;

G = módulo de elasticidade transversal do material.

Vale ressaltar que para momentos torçores distribuídos, a rotação provocada na barra onde está sendo aplicado o carregamento é determinada através da integração ao longo de todo

o comprimento carregado, conforme a Equação 4, de modo que para as demais barras não solicitadas por esse esforço, deve-se considerar o efeito provocado nelas como se o carregamento fosse um torque pontual.

$$\varphi = \int_0^L \left(\frac{\tau \cdot x}{J \cdot G} \right) dx \quad \text{Eq. (4)}$$

Em que:

φ = rotação;

τ = torque;

x = variável de integração, correspondente a um comprimento infinitesimal presente na parte carregada da barra, variando ao longo de toda essa porção.

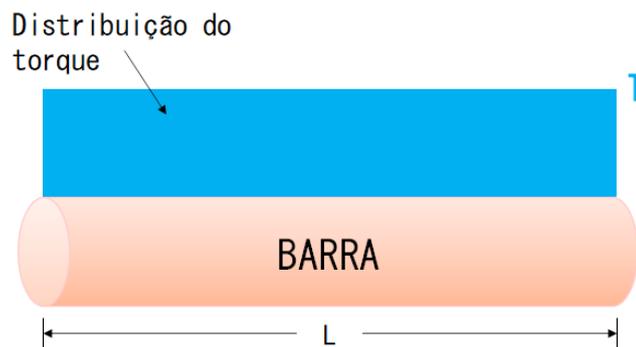
L = comprimento da barra;

J = momento de inércia polar;

G = módulo de elasticidade transversal.

Caso o torque seja considerado uniformemente distribuído, tem-se a esquematização apresentada na Figura 7.

Figura 7: Esquematização de torque distribuído uniformemente.



Fonte: Autoria própria.

Nesse caso, o valor de τ considerado no cálculo da rotação é o próprio T da Figura 7, visto que a magnitude do momento torçor não varia ao longo do comprimento da barra. Logo, pela equação anterior, tem-se que a rotação provocada por um torque distribuído dessa natureza é dada por:

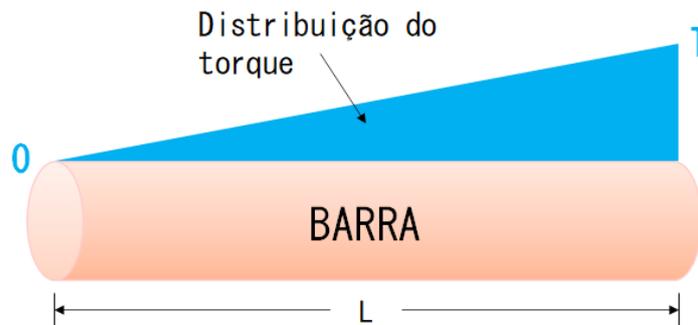
$$\varphi = \int_0^L \left(\frac{T \cdot x}{J \cdot G} \right) dx$$

Ou seja,

$$\varphi = \frac{T \cdot L^2}{2J \cdot G} \quad \text{Eq. (5)}$$

Para um carregamento distribuído de aspecto triangular, que varia linearmente de 0 até um valor T, tem-se a configuração ilustrada na Figura 8:

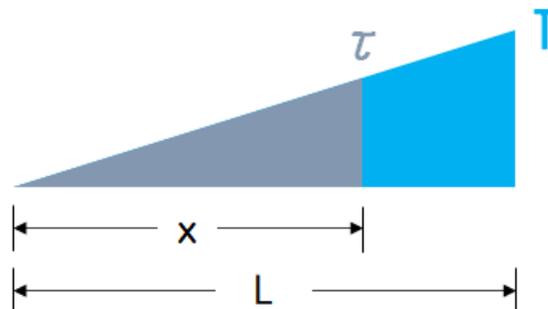
Figura 8: Esquematização de torque distribuído de variação linear crescente.



Fonte: Autoria própria.

A metodologia de cálculo é idêntica à do caso ilustrado anteriormente, de modo que há a necessidade de se determinar o valor de τ , porém, visto que o momento de torção varia ao longo do comprimento da barra, τ passa a ser um valor variável, que nessa situação passa a ser calculado utilizando a técnica da semelhança de triângulos, conforme ilustra a Figura 9.

Figura 9: Esquematização da semelhança de triângulos para o torque distribuído de variação linear crescente.



Fonte: Autoria própria.

Nota-se que τ é proporcional ao valor máximo de torque T ao passo que x é proporcional a L , portanto:

$$\frac{\tau}{T} = \frac{x}{L}$$

$$\tau = \frac{Tx}{L} \quad \text{Eq. (6)}$$

Logo, com o valor de τ , pode-se utilizar a Equação 4 para determinar a rotação provocada na barra por esse carregamento. Assim, obtém-se a Equação 7.

$$\varphi = \int_0^L \left(\frac{T \cdot x}{L} \cdot \frac{x}{J \cdot G} \right) dx$$

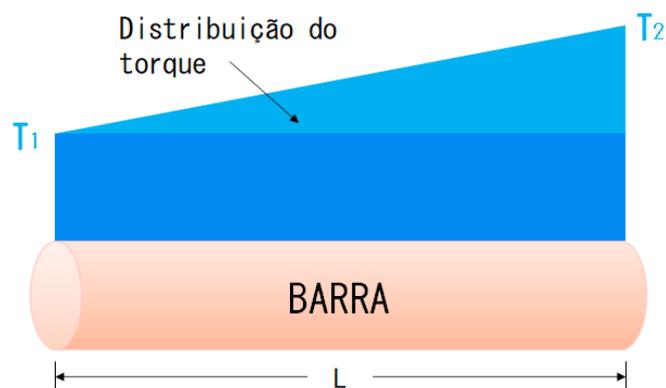
$$\varphi = \int_0^L \left(\frac{T \cdot x^2}{L \cdot J \cdot G} \right) dx$$

$$\varphi = \frac{T \cdot L^3}{3L \cdot J \cdot G}$$

$$\varphi = \frac{T \cdot L^2}{3J \cdot G} \quad \text{Eq. (7)}$$

O caso trapezoidal, por sua vez, consiste basicamente na superposição dos dois casos anteriores, podendo ser dividida a área carregada em duas: uma triangular e uma retangular, como ilustrado na Figura 10.

Figura 10: Esquematização de torque distribuído de forma trapezoidal crescente.



Fonte: Autoria própria.

Tem-se a junção de uma região uniforme com intensidade T_1 para o torque e uma região crescente com momento torçor aumentando de T_1 até o valor de T_2 . Da mesma forma que no caso triangular, o trapezoidal pode ocorrer de modo decrescente, mas o procedimento de cálculo é o mesmo para ambos os casos. Considerando apenas a região variável, tem-se, por semelhança de triângulos a Equação 8.

$$\frac{\tau}{T_2 - T_1} = \frac{x}{L}$$

$$\tau = \frac{(T_2 - T_1)x}{L} \quad \text{Eq. (8)}$$

Acrescentando-se a parcela da região uniforme, cujo valor de τ é igual ao torque mínimo T_1 e inserindo o resultado na Equação 4, a fim de se determinar a rotação provocada, obtém-se a Equação 9.

O MecTool permite ao usuário calcular as reações provocadas pelos efeitos de cargas distribuídas de maneira uniforme, triangular ou trapezoidal.

$$\varphi = \int_0^L \left(\frac{x}{J \cdot G} \left[\frac{(T_2 - T_1)}{L} x + T_1 \right] \right) dx$$

$$\varphi = \int_0^L \left(\frac{T_2 \cdot x^2}{L \cdot J \cdot G} - \frac{T_1 \cdot x^2}{L \cdot J \cdot G} + \frac{T_1 \cdot x}{J \cdot G} \right) dx$$

$$\varphi = \frac{T_2 \cdot L^3}{3L \cdot J \cdot G} - \frac{T_1 \cdot L^3}{3L \cdot J \cdot G} + \frac{T_1 \cdot L^2}{2J \cdot G}$$

$$\varphi = \frac{T_2 \cdot L^2}{3J \cdot G} - \frac{T_1 \cdot L^2}{3J \cdot G} + \frac{T_1 \cdot L^2}{2J \cdot G}$$

$$\varphi = \frac{L^2}{6J \cdot G} (T_1 + 2T_2) \quad \text{Eq. (9)}$$

A terceira aba trata sobre a elaboração do Círculo de Mohr no estado plano de tensões e deformações, além da plotagem do diagrama de tensões e a determinação de outros parâmetros importantes, como as tensões, deformações e planos principais e as tensões e deformações nos planos onde ocorre o cisalhamento máximo, bem como suas inclinações.

Como é possível observar na Figura 11, o layout desta aba consiste em 6 caixas de entrada, um *labelframe* (onde são exibidos os dados de saída) e um *canvas* para a plotagem do

Círculo de Mohr no estado plano. Além disso, tem-se os botões de cálculo, de plotagem do diagrama de tensões e de limpar as caixas de entrada. O usuário pode escolher tratar com deformações ou tensões, sendo necessário preencher apenas 3 das 6 caixas de entrada mostradas.

Figura 11: Aba referente à determinação do círculo de Mohr no estado plano e parâmetros pertinentes.

The screenshot shows the 'Círculo de Mohr EP' tab in the MecTool software. It features three input sections: 'Tensões' with fields for normal and shear stresses, 'Deformações' with fields for normal and shear strains, and 'Resultados' which lists calculated values such as principal plane inclinations (0.00000°), principal stresses (0.00000), and maximum shear (0.00000).

Fonte: Autoria própria.

Para determinar os resultados dessa aba, o programa utiliza a metodologia convencional abordada nas disciplinas de Mecânica dos Sólidos e dos Solos. Todos os parâmetros importantes podem ser calculados a partir das informações do estado atual de tensões ou de deformações do elemento, como é o caso das tensões principais, que para o EPT (estado plano de tensões) são determinadas através da equação 10.

$$\sigma_{\max,\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (10)$$

Em que:

$\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$ = tensões principais;

σ_x, σ_y = tensões normais atuantes;

τ_{xy} = tensão de cisalhamento atuante.

Quando as tensões normais atingem seus valores absolutos máximos e mínimos, a tensão de cisalhamento é nula, logo, é possível determinar a inclinação dos planos correspondentes às tensões principais por meio da equação da transformação de tensões cisalhantes (Equação 11).

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \operatorname{sen}2\theta + \tau_{xy} \operatorname{cos}2\theta \quad (11)$$

Em que:

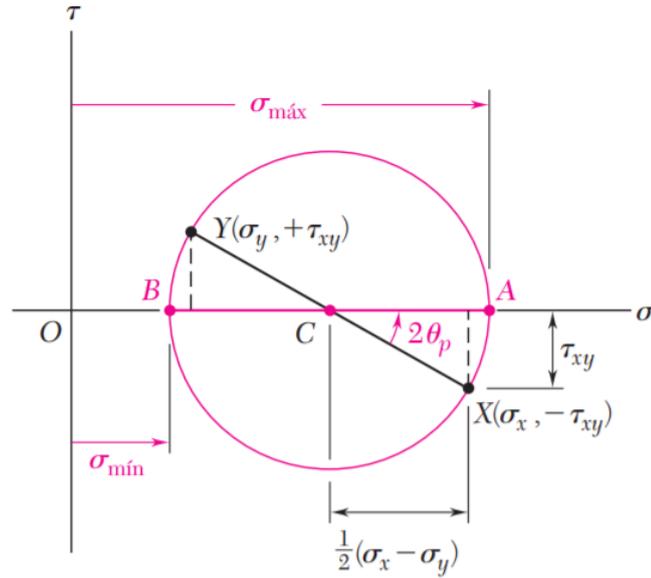
θ = inclinação sofrida pelo elemento;

$\tau_{x'y'}$ = tensão de cisalhamento correspondente ao ângulo θ .

Visto que se pretende encontrar as tensões principais, pode-se igualar $\tau_{x'y'}$ a 0 e substituir θ por θ_p , indicando que o ângulo corresponde a um plano principal, logo:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \operatorname{sen}2\theta_p &= \tau_{xy} \operatorname{cos}2\theta_p \\ \operatorname{tg}(2\theta_p) &= \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \\ \theta_p &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

Sendo um círculo, a representação gráfica das tensões no estado plano pode ser feita através da localização de dois pontos. Tendo as informações sobre um estado de tensões qualquer do elemento, pode-se encontrar esses pontos e plotar o círculo de Mohr (Figura 12).

Figura 12: Círculo de Mohr no estado plano.

Fonte: Beer *et al.* (2009).

Com os pontos marcados referentes às tensões normais e cisalhantes atuantes no elemento, pode-se determinar o centro do segmento de reta que os intercepta e com o raio correspondente traçar o gráfico, como ilustrado na Figura 12. Esse raio é expresso através da Equação 13.

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (13)$$

Através de uma simples visualização, nota-se da Figura 12 que o máximo valor que a tensão de cisalhamento pode atingir é igual ao raio do círculo, já que o centro encontra-se no eixo horizontal. As tensões de cisalhamento máximas ocorrem em planos defasados exatamente em 45° com relação aos planos principais, logo, basta somar a θ_p (Equação 12) o valor de 45° ou utilizar a Equação 14 para determinar as inclinações dos planos de cisalhamento máximo.

$$\theta_c = \frac{1}{2} \arctg\left(-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}\right) \quad (14)$$

Em que:

θ_c = planos onde ocorrem as tensões de cisalhamento máximas;

Ainda analisando a Figura 12, pode-se obter o valor da tensão normal correspondente à tensão de cisalhamento máxima, que consiste na média entre qualquer dupla de tensões normais opostas (Equação 15).

$$\sigma_{\text{med}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (15)$$

Em que:

σ_{med} = tensão média, correspondente à tensão de cisalhamento máxima.

A mesma análise pode ser feita para o EPD (estado plano de deformações), de modo que as deformações principais são determinadas por meio da Equação 16.

$$\varepsilon_{p1, p2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \quad (16)$$

Em que:

$\varepsilon_{p1}, \varepsilon_{p2}$ = deformações principais;

$\varepsilon_x, \varepsilon_y$ = deformações normais atuantes;

γ_{xy} = deformação por cisalhamento atuante.

Os planos onde ocorrem as deformações principais, por sua vez, são encontrados por meio da Equação 17.

$$\text{tg}(2\theta_p) = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad (17)$$

Em que:

θ_p = ângulos onde ocorrem as deformações principais;

Comparando as duas equações anteriores com as respectivas equações para o EPT, observa-se que a única diferença prática entre elas é que o cisalhamento foi dividido por 2. O

mesmo acontece para o cálculo da tensão de cisalhamento máxima (Equação 18) e da inclinação dos planos em que elas ocorrem (Equação 19).

$$\gamma_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \quad (18)$$

$$\theta_c = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(-\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{\gamma_{xy}}\right) \quad (19)$$

Em que:

γ_{\max} = valor da deformação por cisalhamento máxima;

θ_c = planos onde ocorrem as deformações por cisalhamento máximas.

Vale ressaltar que a deformação normal correspondente à deformação por cisalhamento máxima é calculada a partir da média das deformações normais x e y atuantes no elemento.

Ainda na mesma aba o MecTool realiza a plotagem do diagrama de tensões principais e para o caso onde ocorre o cisalhamento máximo. Sua elaboração é simples e consiste em representar as tensões que atuam no elemento na configuração inicial e após sofrer inclinação correspondente a θ_c e θ_p . As tensões são indicadas com setas e o elemento analisado é plotado como um quadrado.

De maneira semelhante, o círculo de Mohr para o estado geral de tensões é abordado na quarta aba (Figura 13). Nessa aba são apresentadas ao usuário 6 caixas de entrada, porém, dessa vez 3 delas se referem a tensões cisalhantes e 3 a tensões normais, sendo necessário o total preenchimento dos dados de entrada.

Figura 13: Aba referente à determinação do círculo de Mohr no estado geral de tensões.

The screenshot shows a software window titled 'MecTool' with several tabs: 'CG&MI', 'Esforço Normal em Eixos E.L.', 'Círculo de Mohr EP', 'Círculo de Mohr EGT', 'Torção em Eixos E.L.', 'Δoz em Massa de Solo', 'Curva de Compactação', 'Diagrama de Tensões Efetivas', 'Adensamento', and 'Sobre'. The active tab is 'Círculo de Mohr EGT'. The interface is divided into two main sections: 'Tensões Normais' and 'Tensões Cisalhantes'. Under 'Tensões Normais', there are three input fields labeled 'Tensão Normal X', 'Tensão Normal Y', and 'Tensão Normal Z'. Under 'Tensões Cisalhantes', there are three input fields labeled 'Tensão Cisalhante XY', 'Tensão Cisalhante YZ', and 'Tensão Cisalhante ZX'. Below these fields are three buttons: 'Resetar Tensões Normais', 'Resetar Tensões Cisalhantes', and a red 'Calcular' button. The bottom half of the window is a large empty white area for the results.

Fonte: Autoria própria.

A diferença com relação ao caso bidimensional para a elaboração do Círculo de Mohr consiste na plotagem de três círculos ao invés de um único. Nesse caso, é necessária a utilização dos chamados invariantes de tensão, definidos com base nas tensões atuantes no elemento informadas pelo usuário, para calcular as tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 , que são dadas através das seguintes equações:

$$\sigma_1 = \frac{I_1}{3} + \frac{2\sqrt{I_1^2 - 3I_2}}{3} \times \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{2I_1^3 - 9I_1I_2 + 27I_3}{2(I_1^2 - 3I_2)^{3/2}}\right)\right) \quad \text{Eq. (20)}$$

$$\sigma_2 = \frac{I_1}{3} + \frac{2\sqrt{I_1^2 - 3I_2}}{3} \times \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{2I_1^3 - 9I_1I_2 + 27I_3}{2(I_1^2 - 3I_2)^{3/2}}\right) - 120^\circ\right) \quad \text{Eq. (21)}$$

$$\sigma_3 = \frac{I_1}{3} + \frac{2\sqrt{I_1^2 - 3I_2}}{3} \times \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{2I_1^3 - 9I_1I_2 + 27I_3}{2(I_1^2 - 3I_2)^{3/2}}\right) - 240^\circ\right) \quad \text{Eq. (22)}$$

Em que:

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ = tensões principais;

I_1, I_2, I_3 = invariantes de tensão.

De modo que cada invariante de tensão é determinado da seguinte forma:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad \text{Eq. (23)}$$

$$I_2 = \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_z \cdot \sigma_x + \sigma_y \cdot \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 \quad \text{Eq. (24)}$$

$$I_3 = \det \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad \text{Eq. (25)}$$

Em que:

I_1, I_2, I_3 = invariantes de tensão;

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ = tensões normais atuantes;

$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ = tensões de cisalhamento atuantes.

No programa admite-se $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, de modo que, com a localização de cada uma dessas tensões no gráfico, é traçado cada círculo e identificado, através do ponto máximo no eixo das ordenadas, o valor da tensão de cisalhamento máxima.

A sexta aba trata sobre o cálculo do acréscimo de tensões verticais em uma massa de solo devido a variados carregamentos aplicados na superfície do terreno. Na ferramenta computacional foram abordados seis tipos de carregamentos: carga pontual, área retangular uniformemente carregada, área circular uniformemente carregada, linha infinita de carga, faixa infinita de carga vertical uniforme e faixa infinita de carga vertical crescente. Cada um apresenta metodologias de cálculo diferentes e requer diferentes dados de entrada. Os métodos de cálculo e os dados de entrada requeridos ao programa para cada caso encontram-se resumidos na Tabela 2.

Tabela 2: Métodos utilizados para calcular os acréscimos de tensões em massa de solo.

Carregamento aplicado na superfície do terreno	Método	Dados de entrada
Carga Pontual	Boussinesq (1885)	- Carga P - Distâncias x e y - Profundidade
Área Retangular Uniformemente Carregada	Newmark (1940)	- Carregamento q - Profundidade - Dimensões da área L e B - Posições x e y
Área Circular Uniformemente Carregada	Ahlvin; Ulery (1962)	- Carregamento q - Valores tabelados A' e B'

Linha Infinita de Carga	Melan (1932) Holl (1941)	- Carregamento q - Ângulo α em graus - Distância - Profundidade
Faixa Infinita de Carga Vertical Uniforme	Carothers (1924)	- Carga/área específica q - Largura B da faixa - Distância x - Profundidade
Faixa Infinita de Carga Vertical Crescente	Gray (1936) Holl (1941)	- Carga/área específica q - Largura B da faixa - Posição x - Ângulos α e δ em radianos

Fonte: Autoria própria.

A sétima aba do programa foi elaborada com a finalidade de construir a curva de compactação, bem como determinar o teor de umidade ótimo e a massa específica aparente seca máxima, conforme procedimento descrito pela norma NBR 7182 (ABNT, 2016), sendo necessária ao usuário a inserção apenas dos valores obtidos no ensaio para teor de umidade e massa específica aparente seca, como ilustrado na Figura 14.

Figura 14: Aba referente à construção da curva de compactação.

Fonte: Autoria própria.

O diagrama de tensões efetivas é analisado através da oitava aba do MecTool, que conta com um *canvas* para a plotagem do diagrama e do perfil de solo, *radiobuttons* para definição das unidades de medida e um espaço para inserir informações importantes sobre o solo (quantidade de camadas, pesos específicos, sobrecarga e espessura de cada camada). Há ainda

botões de cálculo e limpeza de dados de entrada, como em outras abas. A Figura 15 apresenta a configuração dessa aba.

Figura 15: Aba relativa ao diagrama de tensões verticais efetivas.

The screenshot shows the 'Diagrama de Tensões Efetivas' tab in the MecTool software. The interface is divided into a left sidebar for data entry and a main plot area on the right. The sidebar contains a table with columns for 'Camada' (Layer), 'Espessura' (Thickness), 'Peso Específico' (Specific Weight), and 'Tipo' (Type). The 'Tipo' column is currently set to 'γ Natural' for all 20 layers. Below the table, there are input fields for 'Sobrecarga no terreno' (Ground surcharge) and 'γ da água' (Water specific weight), along with 'Plotar' (Plot) and 'Resetar Valores' (Reset Values) buttons. The top of the window shows various other tabs like 'Esforço Normal em Eixos E.I.', 'Círculo de Mohr EP', etc.

Fonte: Autoria própria.

No caso mais simples, sem a presença de sobrecarga e com o solo não saturado, a tensão vertical efetiva é igual à tensão vertical total e é calculada através da Equação 26.

$$\sigma_v' = \sigma_v = h \cdot \gamma \quad (26)$$

Em que:

- σ_v' = tensão vertical efetiva;
- σ_v = tensão vertical total;
- h = espessura da camada de solo;
- γ = peso específico natural do solo.

Quando há a presença de água no solo, ocorre uma diminuição na tensão efetiva causada pela poropressão, de modo que o cálculo passa a ser descrito da seguinte forma:

$$\sigma_v' = h(\gamma_{sat} - \gamma_w) \quad (27)$$

Ou ainda:

$$\sigma_v' = h \cdot \gamma_{sub} \quad (28)$$

Em que:

γ_w = peso específico da água;

γ_{sat} = peso específico do solo saturado;

γ_{sub} = peso específico submerso do solo.

Quando há a presença de sobrecarga na superfície tem-se um acréscimo na tensão vertical, que pode ser considerado através da Equação 29.

$$\sigma_v' = h \cdot \gamma + q \quad (29)$$

Em que:

q = contribuição da sobrecarga aplicada na superfície do terreno.

Vale ressaltar que com mais de uma camada de solo, os valores de tensão efetiva nas camadas inferiores devem ser acrescidos das tensões provocadas nas camadas superiores, de modo que não se pode negligenciar o peso do solo localizado acima do ponto que está sendo analisado.

Por fim, a nona aba analisa o fenômeno do recalque. A configuração dessa aba consiste em cinco zonas de cálculo, como pode ser observado na Figura 16.

Figura 16: Aba para análise do recalque.

Fonte: Autoria própria.

Metade da área dessa aba corresponde ao cálculo dos valores de recalque devido ao adensamento primário, ocasionado por um acréscimo de tensões no solo. Há nessa zona 9 caixas de entrada, não sendo necessário o preenchimento de todas, de modo que cabe ao usuário inserir as informações que julgar necessárias. Caso não seja possível calcular o recalque com os dados informados, o programa comunica ao usuário o mínimo que resta a ser inserido. A caixa branca localizada na parte inferior esquerda da aba é responsável pela apresentação dos resultados e mensagens informativas ao usuário.

O programa dispõe de três possibilidades para determinar o recalque, de modo que para a primeira é possível identificar se o solo é normalmente adensado, pré-adensado (na zona de recompressão ou na zona de compressão virgem) ou está em adensamento. Tal informação é determinada a partir do cálculo do OCR (*over consolidation ratio* ou razão de pré-adensamento), descrito na Equação 30.

$$\text{OCR} = \frac{\sigma_{vm}'}{\sigma_{v0}'} \quad (30)$$

Em que:

σ_{vm}' = tensão de pré-adensamento;

σ_{v0}' = tensão efetiva inicial.

A tensão efetiva inicial consiste na tensão atuante no solo antes de ser imposto o acréscimo de tensões, de modo que nos casos onde ela assume valores maiores que a tensão de pré-adensamento tem-se que o solo ainda está em adensamento, ou seja, a tensão inicial é a maior tensão a qual aquele solo já foi submetido.

Quando a tensão inicial é igual à tensão de pré-adensamento e, portanto, $OCR=1$, o solo é considerado normalmente adensado, de modo que nesse caso é possível calcular o recalque com base na Equação 31.

$$\rho = \frac{h}{1 + e_0} \cdot C_c \cdot \log \frac{\sigma_{vf}'}{\sigma_{v0}'} \quad (31)$$

Sendo:

$$\sigma_{vf}' = \sigma_{v0}' + \Delta\sigma_v \quad (32)$$

Em que:

ρ = recalque;

e_0 = índice de vazios no estado inicial;

C_c = índice de compressibilidade;

$\Delta\sigma_v$ = acréscimo de tensões verticais;

σ_{vf}' = tensão efetiva final (após o acréscimo de tensões).

Quando a tensão de pré-adensamento é maior que a tensão inicial, tem-se que o solo é pré-adensado e nesse caso é preciso comparar também a tensão final com a tensão de pré-adensamento.

Se a tensão de pré-adensamento for maior que a tensão final, o solo é pré-adensado na zona de recompressão, ou seja, o solo já passou por um estado de tensões mais crítico do que o atual, mesmo com o acréscimo de tensões instituído. Dessa forma, o cálculo do recalque muda e passa a ser descrito pela Equação 33.

$$\rho = \frac{h}{1 + e_0} \cdot C_r \cdot \log \frac{\sigma_{vf}'}{\sigma_{v0}'} \quad (33)$$

Em que:

C_r = índice de compressibilidade.

Caso a tensão de pré-adensamento não ultrapasse o valor da tensão final, tem-se que o solo está na zona de compressão virgem, ou seja, a tensão final passará a ser o maior valor de tensões sofrido pelo solo. A Equação 34 descreve o cálculo do recalque para esse caso.

$$\rho = \frac{h}{1 + e_0} \cdot \left(C_r \cdot \log \frac{\sigma_{vm}'}{\sigma_{v0}'} + C_c \cdot \log \frac{\sigma_{vf}'}{\sigma_{vm}'} \right) \quad (34)$$

Há ainda a possibilidade de calcular o recalque por meio da espessura da camada de solo e da variação do índice de vazios apenas, porém, nesse caso não se pode determinar se o solo é pré-adensado, normalmente adensado ou está em adensamento, sendo um cálculo mais simples, como mostra a Equação 35.

$$\rho = \frac{h}{1 + e_0} \cdot \Delta e \quad (35)$$

Em que:

Δe = variação do índice de vazios.

A terceira possibilidade de cálculo proporcionada pela ferramenta é através do coeficiente de compressibilidade utilizando a Equação 36.

$$\rho = \frac{h}{1 + e_0} \cdot \Delta \sigma_v \cdot a_v \quad (36)$$

Em que:

a_v = coeficiente de compressibilidade.

A metade direita dessa aba consiste na análise da relação entre o recalque e o tempo em que ocorre. Está dividida em quatro partes, sendo três de cálculos específicos e uma para plotagem. A primeira parte é responsável por calcular o coeficiente de adensamento a partir da Equação 37.

$$c_v = k \frac{1+e}{a_v \cdot \gamma_w} \quad (37)$$

Em que:

c_v = coeficiente de adensamento;

k = coeficiente de permeabilidade do solo.

A segunda parte calcula o tempo correspondente ao fator tempo informado pelo usuário, de modo que a Equação 38 é a responsável pela obtenção desse resultado.

$$t = \frac{T \cdot H_d^2}{c_v} \quad (38)$$

Em que:

t = tempo correspondente;

T = fator tempo;

H_d = distância de drenagem.

Na terceira parte é calculado o fator tempo e a porcentagem de recalque associada, com base no coeficiente de adensamento e na distância de drenagem (maior distância percorrida por uma partícula de água até sair da camada de solo pela superfície ou por outra camada permeável). O programa calcula o fator tempo utilizando a mesma equação do cálculo do tempo (Equação 38), resolvendo-a para a variável T . A porcentagem de adensamento, por sua vez, pode ser determinada por meio das Equações 39 e 40 (ALMEIDA, 2014).

$$U \leq 60\% \Rightarrow T = \frac{\pi}{4} U^2 \quad (39)$$

$$U > 60\% \Rightarrow T = -0,933 \cdot \log(1 - U) - 0,085 \quad (40)$$

O quarto espaço reservado nessa aba para a análise do recalque com o tempo consiste em um *canvas* para a plotagem da curva “porcentagem de recalque x tempo”. A construção dessa curva se dá a partir dos botões de plotagem da segunda ou da terceira parte, tendo como informações apenas os valores de tempo e porcentagem de recalque determinados.

Logo, utilizando a metodologia de cálculo e programação descrita, foi possível desenvolver o software MecTool e com ele obter os resultados que são apresentados na seção seguinte.

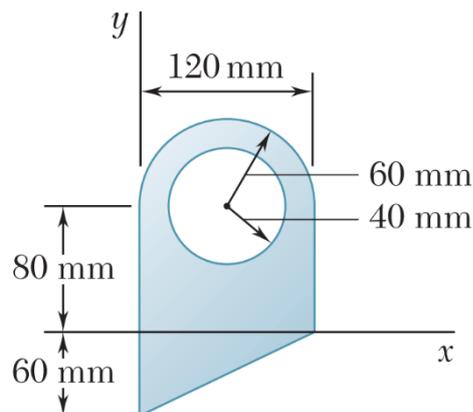
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A ferramenta computacional foi aplicada a exemplos da literatura, levando a resultados coerentes com os apresentados na mesma. No presente trabalho, apresentam-se os resultados de algumas dessas análises. A fim de comprovar a eficácia do programa para a resolução de problemas práticos, são apresentados exemplos de questões resolvidas pelo software para cada um dos nove tópicos e, posteriormente, por outros programas e autores encontrados na literatura, de modo que foram realizadas comparações entre os resultados obtidos.

4.1 Centro de Gravidade

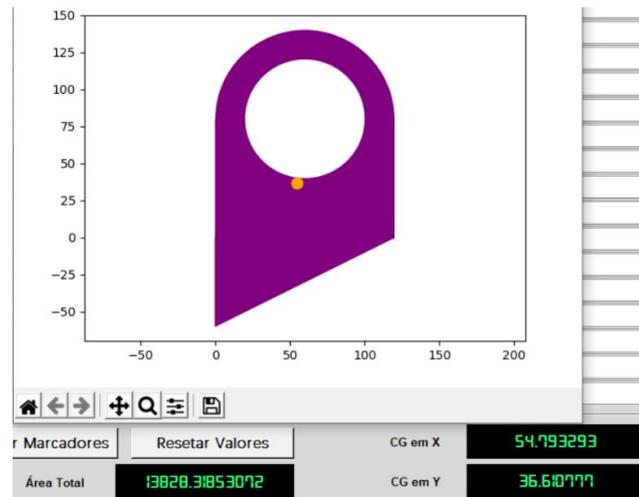
Inicialmente, para o cálculo de centro de gravidade é apresentada a resolução de um exemplo ilustrado na Figura 17, proposto por Beer *et al.* (2012), onde é determinada a localização do centroide de uma seção plana que pode ser facilmente subdividida em quatro figuras simples (um retângulo, um triângulo e um semi-círculo cheios, além de um círculo de raio 40 mm vazado). Os resultados apresentados pelo programa, bem como a plotagem da seção bidimensional, são apresentados na Figura 18.

Figura 17: Seção a ser determinado o centro de gravidade.



Fonte: Beer *et al.* (2012).

Figura 18: Seção, centro de gravidade (valores em mm) e área total em mm² obtios pelo programa.



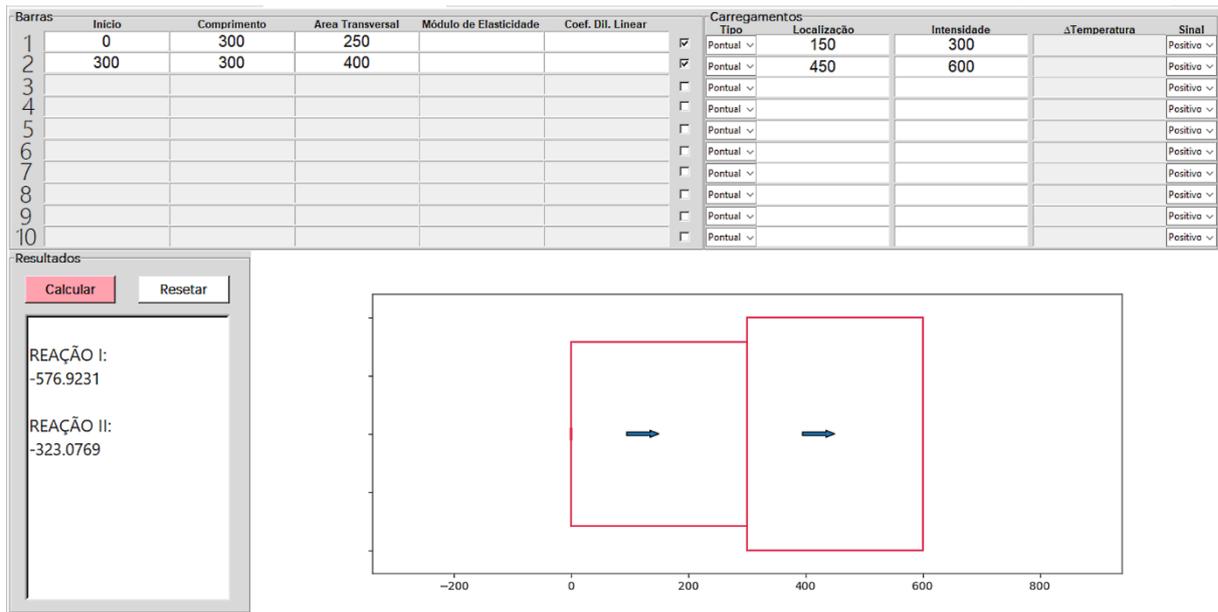
Fonte: Autoria própria.

O programa apresentou ainda os resultados dos momentos de inércia com relação aos eixos baricêntricos da seção, que para X e Y foram respectivamente $34244488,636263 \text{ mm}^4$ e $18543877,911576 \text{ mm}^4$. Os resultados encontrados são semelhantes aos apresentados por Beer *et al.* (2012).

4.2 Eixos Estaticamente Indeterminados Submetidos a Esforço Normal

Na segunda aba, um problema encontrado em BEER *et al.* (2009) foi resolvido, considerando duas barras de mesmo módulo de elasticidade e coeficientes de dilatação térmica, mas características geométricas diferentes, com a presença de esforços normais de 300 kN e 600 kN, como pode ser observado na Figura 19.

Figura 19: Problema de esforço normal em barras bi-engastadas resolvido utilizando o programa.



Fonte: Autoria própria.

A reação da direita, chamada de reação I, tem sentido contrário ao das forças, que foi adotado como positivo em direção à extremidade direita do sistema. Essa reação tem intensidade igual a 576,9231 kN, enquanto que a reação II, também negativa, equivale a 323,0769 kN, de acordo com os cálculos realizados pelo programa, como pode-se observar na Figura 19. Nota-se que, como esperado, a soma de ambas as reações equivale, em módulo, ao esforço externo ao qual é submetido o sistema.

O exemplo do cálculo das reações de apoio nas barras estaticamente indeterminadas foi lançado também no software Ftool, com as mesmas configurações geométricas e de solicitações externas, de modo que o esquema montado pode ser observado na Figura 20.

Figura 20: Esquemática do problema com o software Ftool.



Fonte: Autoria própria.

Como pode ser verificado na Figura 21, a reação da direita obtida pelo Ftool também foi de 576,9231 kN, em sentido contrário ao das cargas pontuais aplicadas, bem como a reação da esquerda resultou em 323,0769 kN, também em sentido contrário ao do carregamento.

Figura 21: Reações de apoio determinadas com o software Ftool.

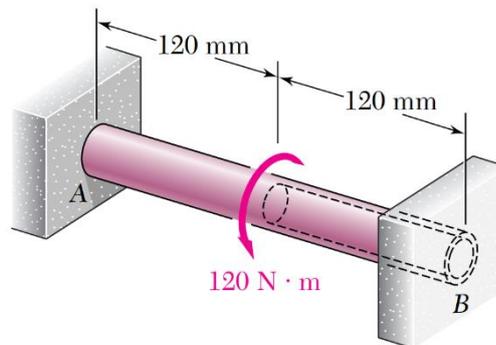


Fonte: Autoria própria.

4.3 Eixos Estaticamente Indeterminados Submetidos a Esforço de Torção

Para o caso onde os eixos são submetidos a esforços de torção, foi utilizado um exemplo ilustrado na Figura 22 e proposto por Beer *et al.* (2009), onde é requerida a determinação das reações de apoio.

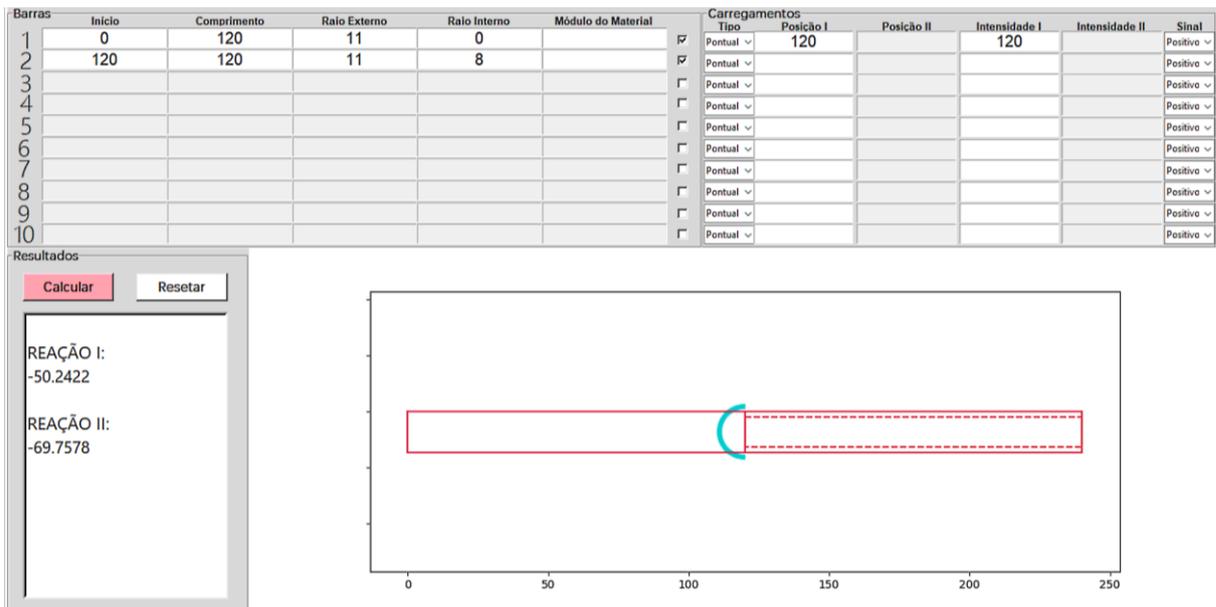
Figura 22: Exemplo de eixos bi-engastados submetidos a esforço de torção.



Fonte: Beer *et al.* (2009).

Na Figura 22, o raio externo do eixo vazado, bem como o raio do eixo maciço, equivale a 11 mm, enquanto que o raio interno do eixo vazado é de 8 mm. Utilizando essas informações e sabendo que o módulo de elasticidade é o mesmo para ambas as barras (BEER *et al.*, 2009), a ferramenta computacional chegou aos resultados de 69,7578 N·m e 50,2422 N·m para as reações A e B, respectivamente, ambas com sentido contrário ao do torque aplicado, como pode ser visto na Figura 23.

Figura 23: Exemplo de eixos bi-engastados submetidos a esforço de torção resolvido com o MecTool.



Fonte: Autoria própria.

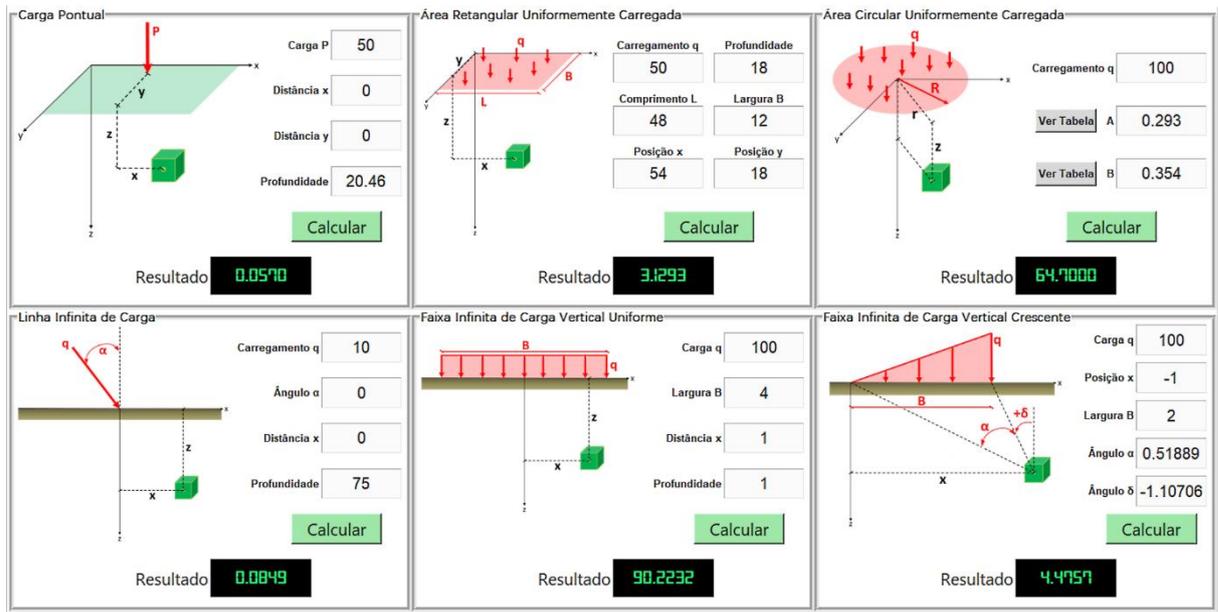
Nota-se mais uma vez que, segundo a equação de equilíbrio, a soma das reações e dos carregamentos externos é igual a zero. Beer *et al.* (2009) apresenta as reações de apoio em A e B como sendo momentos de torção de 69,77 N·m e 50,23 N·m, respectivamente.

4.4 Acréscimo de Tensões em Massa de Solo

Para averiguar o desempenho do software em resolver os problemas de acréscimos de tensões em massa de solo foram propostos seis exemplos, apresentados por Sousa Pinto (2006), Das e Sobhan (2014) e NEV (IFSP, 2015). Cada exemplo aborda um tipo de carregamento superficial que o programa pode trabalhar, de modo que tanto os dados de entrada, inseridos nas caixas de texto, quanto os resultados obtidos são apresentados na Figura 24. Os resultados encontrados são condizentes aos determinados pelos respectivos autores, diferindo apenas em questão de arredondamento.

Cabe ressaltar que as interfaces apresentadas na Figura 24 são independentes, de modo que é possível resolver os seis casos e manter os seis resultados na tela simultaneamente.

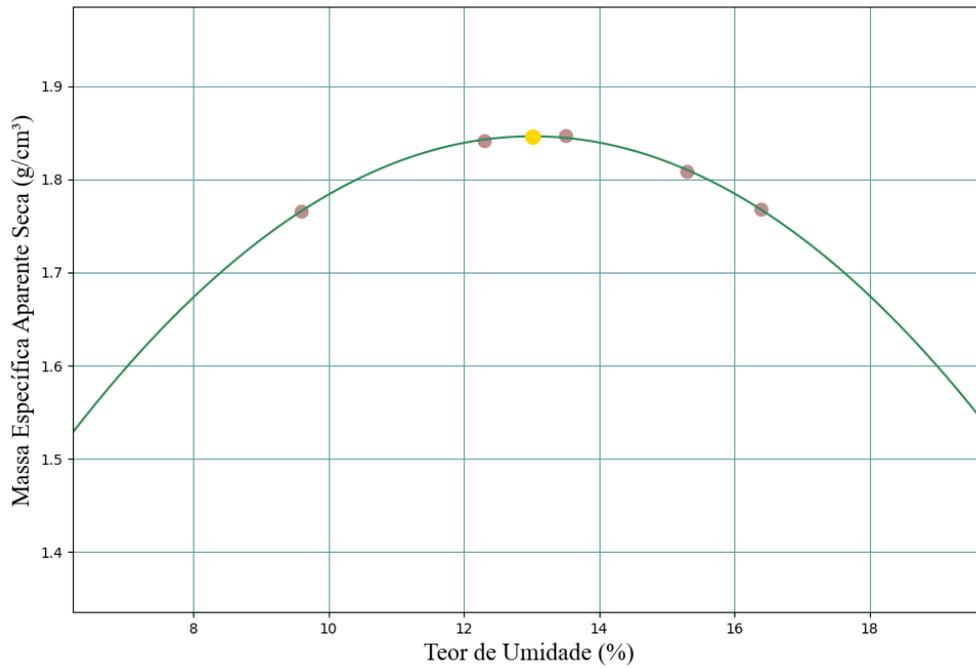
Figura 24: Acréscimos de tensões verticais em massa de solo calculados pelo programa.



Fonte: Autoria própria.

4.5 Curva de Compactação

Para o teste da aba que trata da curva de compactação, foi utilizado um exemplo real de laboratório abordado por Salas *et al.* (2018), onde o teor de umidade ótimo encontrado pelo programa foi de aproximadamente 13% e a densidade seca máxima foi equivalente a 1,846 g/cm³. O software também tem como resultado de saída a curva de compactação com a localização dos pontos utilizados no ensaio e do vértice da curva ajustada (correspondente à umidade ótima e à densidade aparente seca máxima), conforme pode ser observado na Figura 25. O programa encontrou valores semelhantes aos determinados por Salas *et al.* (2018), com o teor de umidade ótimo também de 13% e a massa específica aparente seca máxima de 1,845 g/cm³.

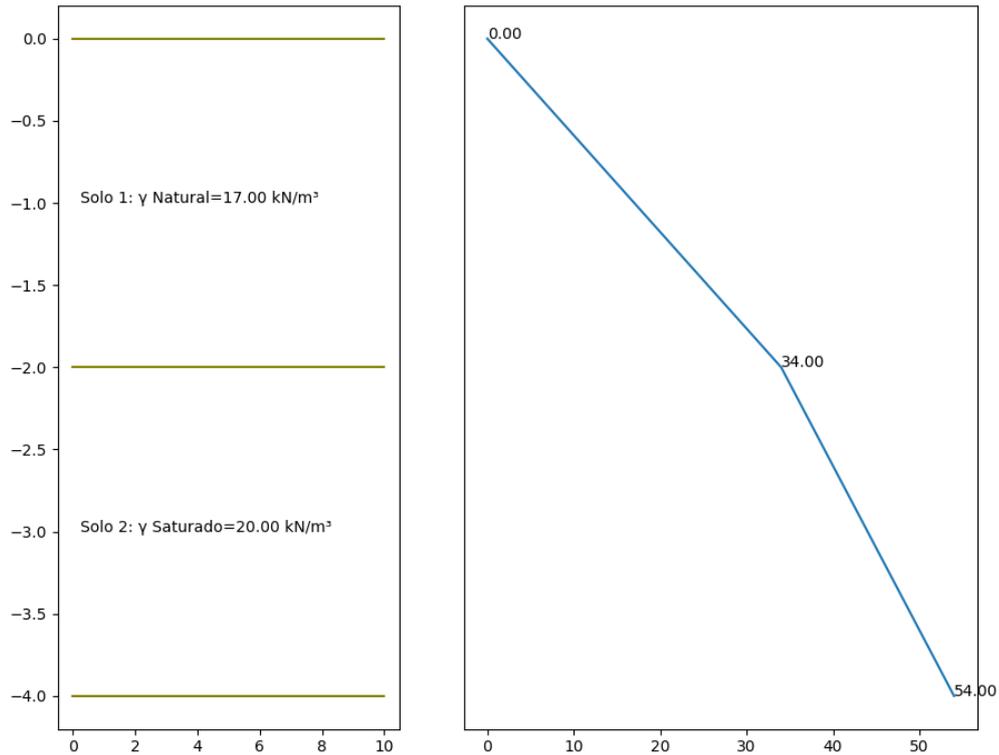
Figura 25: Curva de compactação gerada pelo programa.

Fonte: Autoria própria.

4.6 Diagrama de Tensões Verticais Efetivas

Em se tratando do diagrama de tensões efetivas, utilizou-se um exemplo abordado por Martinello e Belchior (2016), que apresenta um perfil de solo com uma camada não-saturada de peso específico natural de 17 kN/m^3 e com uma camada saturada cujo γ_{sat} é 20 kN/m^3 . Ambas as camadas tem 2 m de espessura e não há presença de sobrecarga na superfície. A Figura 26 apresenta os resultados encontrados pelo MecTool.

Figura 26: Perfil de solo e diagrama de tensões efetivas gerados pelo MecTool.



Fonte: Autoria própria.

Considerando o peso específico da água igual a 10 kN/m^3 , os resultados de tensão efetiva resultaram iguais aos encontrados por Martinello e Belchior (2016), porém, cabe ressaltar que é possível trabalhar com valores mais precisos para esse parâmetro utilizando o MecTool, já que o usuário pode alterar essa configuração como desejar.

4.7 Adensamento do Solo

Para a aba de adensamento do solo, utilizaram-se dois exemplos da literatura para validação do programa nessa análise. O primeiro trata sobre o cálculo do recalque propriamente dito e foi elaborado por Gerscovich (2013) com as informações presentes na Tabela 3.

Tabela 3: Dados do primeiro exemplo de adensamento do solo.

Informações	Valores numéricos
Razão de pré-adensamento (OCR)	1
Tensão vertical efetiva inicial (σ'_{v0})	100 kPa
Acréscimo de tensão vertical ($\Delta\sigma'$)	100 kPa
Espessura da camada de solo (h)	1,5 m

Índice de compressibilidade C_c	0,3
Índice de vazios (e)	0,9

Fonte: Gerscovich (2013).

A partir desses dados, o MecTool determinou que o recalque é de 0,071 m e que o solo é normalmente adensado ($OCR=1$). Os resultados são exatamente iguais aos encontrados por Gerscovich (2013).

O segundo exemplo dessa aba é sobre o cálculo do recalque com o tempo, elaborado por Bittencourt (2015), onde é preciso determinar o coeficiente de adensamento, o tempo correspondente a 28% do adensamento total, além do fator tempo e a porcentagem de recalque correspondentes a 100 dias. Os dados de entrada necessários são apresentados na Tabela 4, enquanto que os resultados obtidos pelo programa constam na Tabela 5 e na Figura 27.

Tabela 4: Dados do segundo exemplo de adensamento do solo.

Informações	Valores numéricos
Coeficiente de permeabilidade (k)	10^{-8} m/s
Índice de vazios (e)	2,4
Coeficiente de compressibilidade (a_v)	0,005 m ² /kN
Distância de drenagem (H_d)	4,5 m

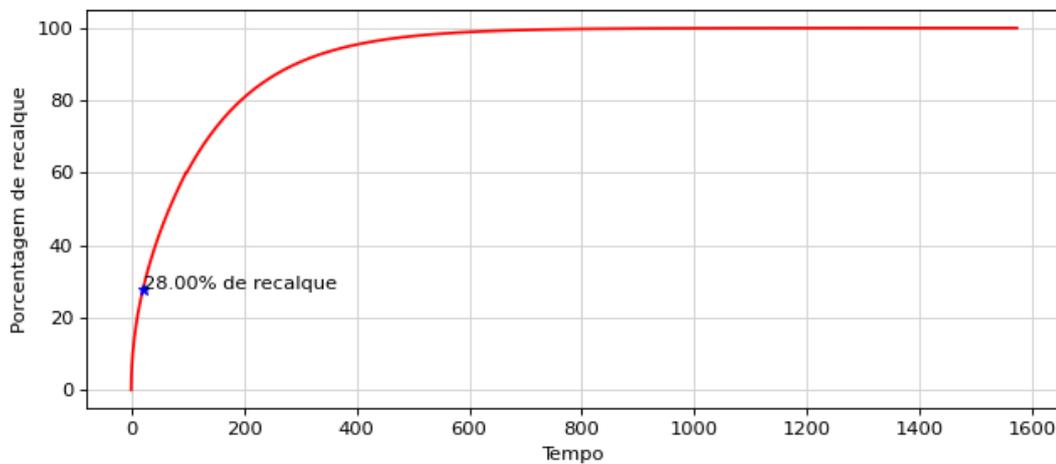
Fonte: Bittencourt (2015).

Tabela 5: Resultados do segundo exemplo de adensamento do solo pelo MecTool.

Informações	Valores numéricos
Coeficiente de adensamento (C_v)	6,8e-7
Tempo correspondente a $U=28\%$ (t)	21,13208 dias
Porcentagem de recalque para 100 dias (U)	60,5%
Fator tempo para 100 dias (T)	0,2914

Fonte: Autoria própria.

Figura 27: Curva de porcentagem de recalque x tempo elaborada pelo MecTool.



Fonte: Autoria própria.

Os resultados encontrados são equivalentes aos encontrados pelo autor do exemplo, diferindo apenas em questões de arredondamento, de modo que o tempo foi apresentado pelo autor como sendo igual a 21 dias e o fator tempo igual a 0,29, correspondente a uma porcentagem de recalque igual a 60%. O coeficiente de adensamento, por sua vez, foi igual ao encontrado pelo MecTool.

Nota-se que a porcentagem de recalque encontrada por Bittencourt (2015) foi 0,5% menor que a obtida pela ferramenta computacional, porém, isso se deu devido ao arredondamento realizado por parte do autor na determinação do fator tempo. Ao invés de 0,2914, foi expresso 0,29, e com esse valor a porcentagem de recalque é reduzida em aproximadamente 0,15%, de modo que após um arredondamento em seu resultado final pode ser expressa igual a 60%, como o autor assim procedeu.

Os valores encontrados são muito próximos, de tal forma que sem arredondamentos eles seriam exatamente iguais, o que mostra a capacidade do programa em determinar tais parâmetros.

4.8 Círculo de Mohr

Quanto aos círculos de Mohr, tanto nos estados planos de tensão e deformação, quanto no estado geral de tensões, foram utilizados os exemplos padrão da plataforma NEV (IFSP, 2015). Os dados de entrada pré-definidos do NEV para o estado plano de tensões são tensões normais de -20 MPa na direção x, 90 MPa na direção y e 10 MPa para o cisalhamento, sendo

que para o estado plano de deformações os valores numéricos são os mesmos. No estado geral de tensões, os dados já pré-definidos na plataforma são 0,3 MPa, 0,7 MPa e 0,8 MPa para as tensões normais nas direções x, y e z, respectivamente. Além de tensões de cisalhamento τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{zx} correspondentes a -0,4 MPa, 0,2 MPa e 0,5 MPa, respectivamente.

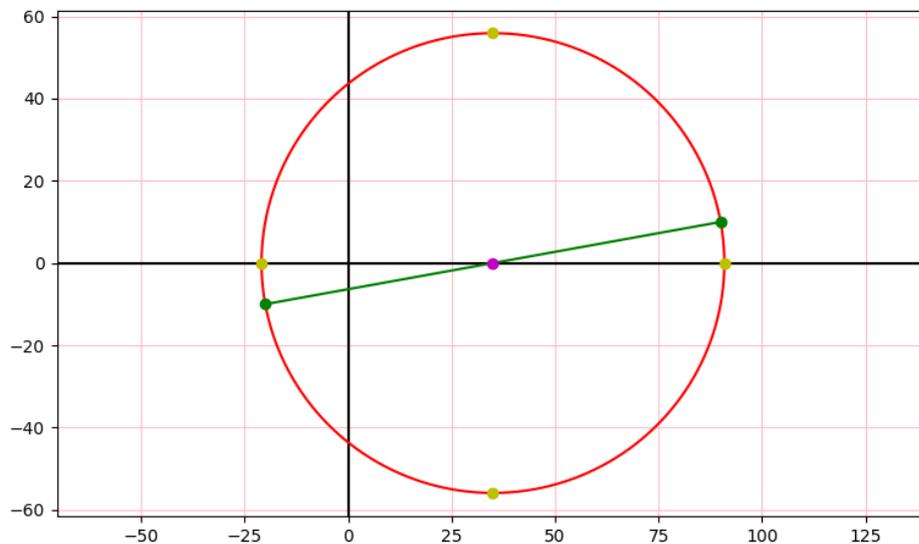
Os resultados obtidos com o programa MecTool, tendo como base as informações supracitadas, são apresentados nas Figuras 28 a 33.

Figura 28: Planos e tensões principais, bem como de cisalhamento máximo, obtidos pelo programa para o EPT.



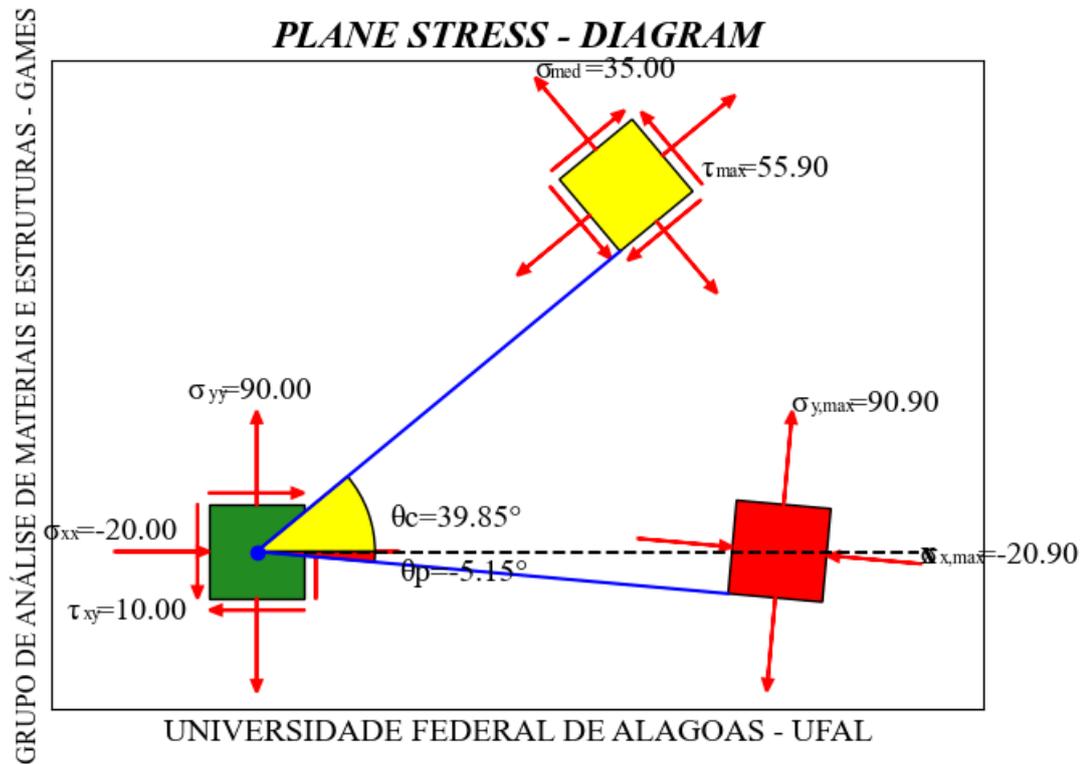
Fonte: Autoria própria.

Figura 29: Círculo de Mohr elaborado pela ferramenta computacional para o EPT.



Fonte: Autoria própria.

Figura 30: Diagrama de tensões principais e de cisalhamento máximo para o exemplo analisado.



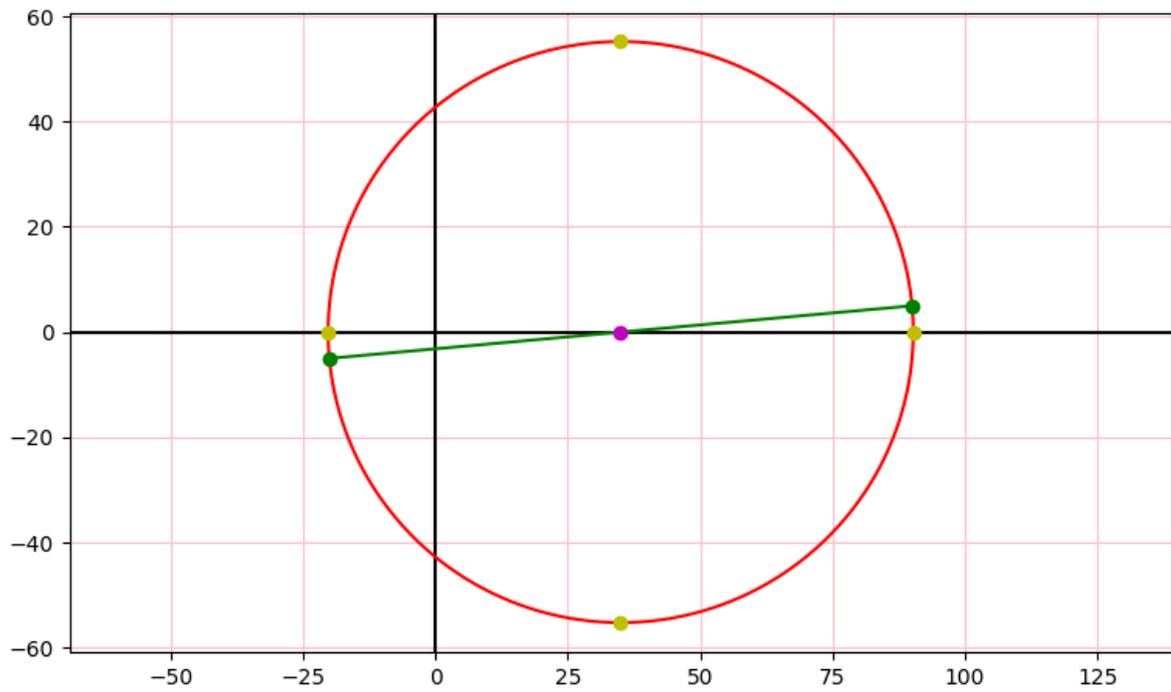
Fonte: Autoria própria.

Figura 31: Planos e deformações principais, bem como por cisalhamento máximo, obtidos para o EPD.

Resultados	
Plano principal de inclinação -2.59721°:	
Deformação Normal X	= -20.22681
Deformação Normal Y	= 90.22681
Deformação por Cisalhamento	= 0.00000
Plano principal de inclinação 87.40279°:	
Deformação Normal X	= 90.22681
Deformação Normal Y	= -20.22681
Deformação por Cisalhamento	= 0.00000
Cisalhamento Máximo:	
Inclinação do Plano 1	= 42.40279°
Inclinação do Plano 2	= 132.40279°
Deformação Normal X	= 35.00000
Deformação Normal Y	= 35.00000
Deformação por Cisalhamento	= 110.45361

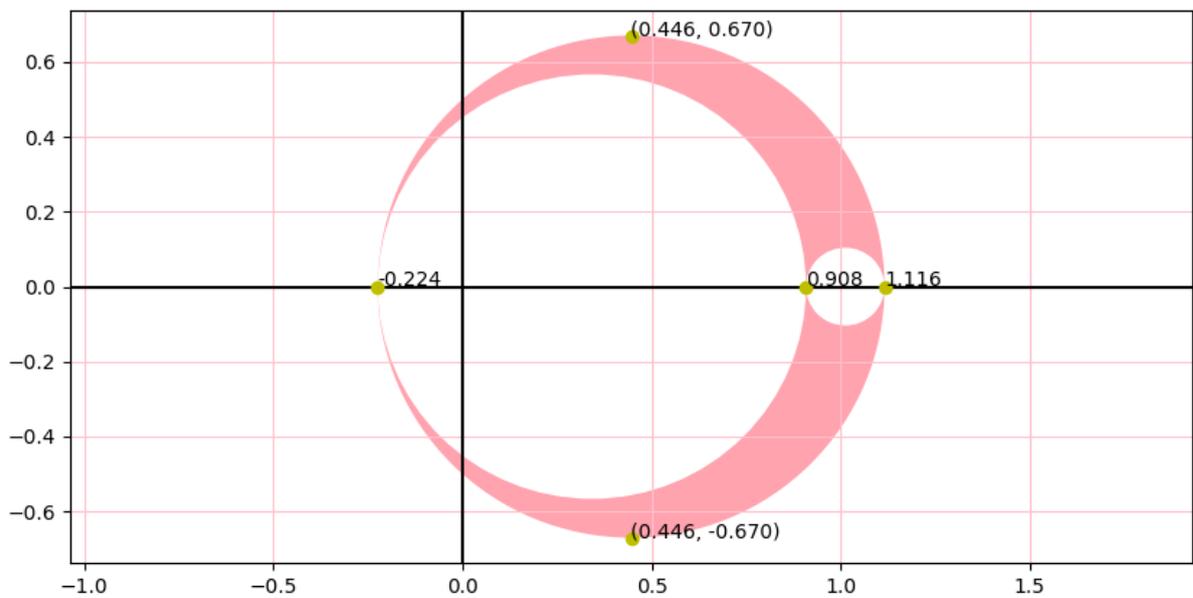
Fonte: Autoria própria.

Figura 32: Círculo de Mohr elaborado pela ferramenta computacional para o EPD.



Fonte: Autoria própria.

Figura 33: Círculo de Mohr elaborado pela ferramenta computacional para o estado geral de tensões.



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 6 resume os resultados determinados por meio do MecTool e por meio da plataforma NEV.

Tabela 6: Parâmetros pertinentes aos círculos de Mohr calculados pelo MecTool e pela plataforma NEV.

Estado	Parâmetros	Resultados obtidos com o MecTool	Resultados obtidos com o NEV (IFSP, 2015)
Plano de Tensões	Planos Principais	-5,15242° e 84,84758°	-5,152° e 84,848°
	Tensões Principais	90,90170 MPa -20,90170 MPa	90,902 MPa -20,902 MPa
	Cisalhamento Máximo	55,90170 MPa em 39,84758° e 129,84758°	55,902 MPa em 39,848° e 129,848°
Plano de Deformações	Planos Principais	-2,59721° e 87,40279°	-2,597° e 87,403°
	Deformações Principais	90,22681 e -20,22681	90,227 e -20,227
	Cisalhamento Máximo	110,45361 em 42,40279° e 132,40279°	110,454 em 42,403° e 132,403°
Geral de Tensões	Tensões Principais	-0,224 MPa 0,908 MPa 1,116 MPa	-0,224 MPa 0,908 MPa 1,116 MPa
	Cisalhamento Máximo	0,670 MPa	0,670 MPa

Fonte: Autoria própria.

Observa-se da Tabela 6 resultados praticamente iguais, de modo que as únicas diferenças entre os valores encontrados pelo MecTool e pelo NEV se resumem a aproximações em casas decimais diferentes, uma vez que o NEV sempre se utiliza de três casas decimais e o MecTool, com exceção do círculo de Mohr no estado geral de tensões, usa cinco casas decimais. Logo, nota-se que o programa resolve as questões de maneira acertiva e com uma melhor exatidão.

O mesmo ocorre se forem comparados os resultados dos outros exemplos, de modo que os cálculos da curva de compactação, acréscimo de tensões em massa de solo, adensamento, reações de apoio em eixos bi engastados e centro de gravidade apresentaram valores muito semelhantes aos encontrados por outros autores, diferindo na maioria dos casos, apenas no arredondamento do resultado final.

A seguir é apresentada a Tabela 7 com as diferenças médias para cada uma das nove abas (considerando todos os valores obtidos nos exemplos para cada aba) entre os resultados encontrados pelo programa e por outros autores e softwares.

Tabela 7: Diferença média entre os valores encontrados pelo MecTool e por outros softwares ou autores.

Aba	Diferença média
Centro de gravidade e momento de inércia	0,0205%
Esforço normal em eixos estaticamente indeterminados	0%
Círculo de Mohr nos estados planos	0,0016%
Círculo de Mohr no estado geral de tensões	0%
Torção em eixos estaticamente indeterminados	0,0209%
Acréscimo de tensões verticais em massa de solo	0,1397%
Curva de compactação	0,05%
Diagrama de tensões efetivas	0%
Adensamento do solo	0,4828%

Fonte: Autoria própria.

Os resultados mais discrepantes encontrados, se comparados com os de outro método, foram no cálculo dos acréscimos de tensões verticais em massa de solo, onde o programa encontrou valores próximos de 0,14% diferentes dos encontrados por outros autores, e no cálculo do adensamento do solo, com uma diferença de pouco mais de 0,48%. Mas como foi mencionado, isso ocorreu devido a questões de arredondamento.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado o desenvolvimento de uma ferramenta computacional denominada MecTool, que determina parâmetros abordados em disciplinas de mecânica dos sólidos e dos solos, como acréscimos de tensão no solo, curva de compactação, centro de gravidade e momento de inércia de seções planas compostas por figuras simples, reações de apoio em eixos estaticamente indeterminados, diagrama de tensões principais, diagrama de tensões efetivas, recalque e círculos de Mohr. O programa foi elaborado utilizando a linguagem de programação Python e ferramentas complementares. A ferramenta foi aplicada a exemplos da literatura para a análise dos resultados e validação da mesma.

A partir da análise e comparação dos resultados com outros softwares e autores, foi confirmada a capacidade da ferramenta em resolver problemas com exatidão, caracterizando-a como uma ferramenta confiável para auxílio do cálculo dos parâmetros citados nesse trabalho. A maior diferença encontrada nos resultados em comparação com outras fontes foi de aproximadamente 0,48%, por conta de arredondamentos realizados pela literatura em cálculos relativos ao recalque devido ao adensamento do solo.

Em trabalhos futuros poderão ser realizadas melhorias na ferramenta, de tal modo que ela também possa calcular o centro de gravidade de figuras volumétricas. Também serão inseridas no software outras funções relevantes em cálculos de outros assuntos de geotecnia e estruturas, e até mesmo de outras disciplinas, como mecânica dos fluidos.

REFERÊNCIAS

AHLVIN, R. G., ULERY, H. H. **Tabulated values for determining the complete pattern of stresses, strain and deflections beneath a uniform circular load on a homogeneous half space.** Highway Research Board Bulletin, n.342, 1962, 1-13 p.

ALMEIDA, J. G. R. **Deformações devido a carregamentos verticais.** Pontifícia Universidade Católica de Goiás. Goiânia/GO, 2014, 34 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7182 (2016): **Solo - Ensaio de Compactação.** Rio de Janeiro/RJ, 2016.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; MAZUREK, D. F.; DEWOLF, J. T. **Mechanics of Materials.** 5 ed. New York: MCGRAW HILL, 2009.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; MAZUREK, D. F.; EISENBERG, E. R. **Vector Mechanics for Engineers: Statics.** 9 ed. New York: MCGRAW HILL, 2012.

BITTENCOURT, D. M. A. **Evolução dos recalques com o tempo.** Pontifícia Universidade Católica de Goiás. Goiânia/GO, 2015, 25 p.

BOUSSINESQ, M. J. **Application des Potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques,** Paris: Gauthier-Villars, 1885.

CAROTHERS, S. D. **The Elastic Equivalence of Statically Equipollent Loads,** Anais, Intern. Mathematical Congress, Vol. 11, Toronto, 1924, 519-526 p.

CONTADINI, P. C. P. F. **Bulbo de tensões: Um desenvolvimento computacional gráfico a partir da teoria da elasticidade com geração de relatório em PDF.** Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo. Votuporanga/SP, 2018, 66 p.

CONTENCO. **Ensaio de adensamento do solo.** 2020. Disponível em: <<https://contenco.com.br/ensaio-de-adensamento-do-solo/>>. Acesso em 20 ago. 2021.

DAS, B. M.; SOBHAN, K. **Principles of geotechnical engineering**. 8 ed. Boston: Cengage Learning, 2014.

FINE. **Teoria**. 2021. Disponível em: <<https://www.finesoftware.com.br/ajuda-online/geo5/pt/teoria-01/>>. Acesso em 16 ago. 2021.

GERE, J. M. **Mecânica dos Materiais**. 1 ed. São Paulo/SP: Thomson, 2003.

GERSCOVICH, D. M. S. **Recalque em Solos Argilosos**. 2013. Universidade Estadual do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro/RJ. 2013.

GRAY, H. **Stress Distribution in Elastic Solids**, Anais, Intern. Conf. on Soil Mech. and Found. Engr., Vol. 2, Cambridge, 1936, 157-168 p.

HIBBELER, R. C. **Estática - Mecânica para Engenharia**. 10 ed. São Paulo/SP: Pearson Prentice Hall, 2005.

HOLL, D. L. **Plane Strain Distribution of Stress in Elastic Media**, Iowa Engineering Experiment Station Bull 148, 1941, 55 p.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO - CAMPUS VOTUPORANGA. **NEV - Núcleo de Engenharia Virtual**. 17 jun. 2015. Disponível em: <<http://vtp.ifsp.edu.br/nev/>>. Acesso em 22 jan. 2021.

KAY, R. Python. **Computerworld**, 09 mai. 2005. Disponível em: <<http://www.computerworld.com.au/index.php/id;826423396;fp;2;fpid;523913170>>. Acesso em 23 jan. 2021.

LEGGERINI, M. R. C.; KALIL, S. B. **Capítulo IV - Geometria das Massas**, Faculdade de Arquitetura - PUCRS. Porto Alegre/RS, 2003.

LIMA, I. S. **Aplicação da geometria para o cálculo do momento de inércia**. 2019. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual do Maranhão. São Luís/MA, 2019.

LIN, J.; ZHOU, A. **PyDraw: a GUI drawing generator based on Tkinter and its design concept**. arXiv e-prints, 2008.

MARINHO, F. Guia da Engenharia. **Distribuição de tensões nos solos: tensões geostáticas**. 20 dez. 2018. Disponível em: <<https://www.guiadaengenharia.com/tensoes-solos-geostaticas/>>. Acesso em: 16 ago. 2021.

MARTHA, L. F. **Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas. Versão Educacional 3.01**, Tecgraf/ PUC-Rio, 2015.

MARTHA, L. F.; CARBONO, A. J.; PEREIRA, A. R.; RAMIRES, F. B.; DALCANAL, P. R.; ARAÚJO, R. R. **e-Mohr - Círculo de Mohr para Estado Plano de Tensões**. 6 set. 2004. Disponível em: <<http://webserver2.tecgraf.puc-rio.br/etools/mohr/>>. Acesso em 18 fev. 2021.

MARTINELLO, L. H. Z.; BELCHIOR, I. M. R. M. **Desenvolvimento de Software Educacional para Determinação de Empuxos de Terra e Estabilidade de Muros de Gravidade**. Universidade do Extremo Sul Catarinense. Criciúma/SC, 2016.

MELAN, E. **Der Spannungszustand der durch eine Einzelkraft im Innern beanspruchten Halbscheibe**, Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 12, 1932, 343-346 p.

NEWMARK, N. M. **Stress Distribution in Soils**, Anais, Purdue Conf. on Soil Mech. and Its Applications, Lafayette, 1940, 295-303 p.

PARRY, R. H. G. **Mohr Circles, Stress Paths and Geotechnics**. 2 ed. New York: Spon Press, 2004.

PINTO, G. A. R. P.; MARIN, C. P.; NIRSCHL, G. C. **Cálculo on-line de círculo de Mohr**, Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2016, Matão/SP, 2016.

PYPI. **Matplotlib 3.4.2**, 2021. Disponível em: <<https://pypi.org/project/matplotlib/>>. Acesso em 02 jul. 2021.

PYTHON. **sys - Parâmetros e funções específicas do sistema**, 2021. Disponível em: <<https://docs.python.org/pt-br/3/library/sys.html#id1>>. Acesso em 02 jul. 2021.

REITZ, K. Manipulação de imagem. **The Hitchhiker's Guide to Python**. 2018. Disponível em: <https://python-guide-pt-br.readthedocs.io/pt_BR/latest/scenarios/imaging.html>. Acesso em 02 jul. 2021.

SALAS, F. B. F.; GANDRA, M. A.; BERTEQUINI, A. B. T. **Controle de compactação do solo**, Revista Engenharia em Ação, UniToledo, Vol. 03, n. 01 - jan./jun. - Araçatuba/SP: UniToledo, 2018, 130-146 p.

SONGINI, M. L. Put in Plain Language: The high portable, object-oriented Python language moves into enterprise application development. **Computerworld**. 12 set. 2005. Disponível em: <<http://www.computerworld.com/softwaretopics/software/story/0,10801,104484,00.html>>. Acesso em 23 jan. 2021.

SOUSA PINTO, C. **Curso Básico de Mecânica dos Solos**. 3 ed. São Paulo/SP: Oficina de Textos, 2006.

SUDHAKAR, K. Learn Python Sys Module. **TecMint**. 1 abr. 2020. Disponível em: <<https://www.tecmint.com/learn-python-sys-module-functions/>>. Acesso em 02 jul. 2021.