



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL
CENTRO DE TECNOLOGIA – CTEC
ENGENHARIA CIVIL



David Moraes de Lima Cabral

Análise estrutural de pórticos planos com vínculos rígidos e elásticos: aplicações do método da rigidez direta em elementos de concreto armado.

Maceió

Maio/2025

Análise estrutural de pórticos planos com vínculos rígidos e elásticos: aplicações do método da rigidez direta em elementos de concreto armado.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do curso de Engenharia Civil, do Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: João Carlos Cordeiro Barbirato.

Maceió

Maio/2025

Catálogo na Fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

- C17a Cabral, David Moraes de Lima.
Análise estrutural de pórticos planos com vínculos rígidos e elásticos :
aplicações do método da rigidez direta em elementos de concreto armado / David
Moraes de Lima Cabral. - 2025.
100 f. : il.
- Orientador: João Carlos Cordeiro Barbirato.
Monografia (Trabalho de conclusão de curso em Engenharia Civil) –
Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2025.
- Bibliografia: f. f. 76-77.
Apêndices: f. 78-100.
1. Pórticos. 2. Modelagem no FTool e no TQS. 3. Método da rigidez direta.
4. Flexibilização na ligação viga-pilar. 5. Correção do encurtamento de pilares I.
Título.

CDU: 691.332.2

Folha de aprovação

Análise estrutural de pórticos planos com vínculos rígidos e elásticos: aplicações do método da rigidez direta em elementos de concreto armado.

Trabalho de Conclusão de submetido à banca examinadora do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 23 de maio de 2025.



Documento assinado digitalmente
JOAO CARLOS CORDEIRO BARBIRATO
Data: 28/05/2025 09:42:45-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Orientador – Prof. João Carlos Cordeiro Barbirato, UFAL.

Banca examinadora:



Documento assinado digitalmente
EVANDRO FONSECA SARMENTO
Data: 28/05/2025 10:17:09-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Examinador Interno – Prof. Evandro Fonseca Sarmento, UFAL.



Documento assinado digitalmente
FRANCISCO PATRICK ARAUJO ALMEIDA
Data: 28/05/2025 14:48:50-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Examinador Interno – Prof. Francisco Patrick Araújo Almeida, UFAL.

A luz, o sol, o ar livre
envolvem o sonho do engenheiro.
O engenheiro sonha coisas claras:
superfícies, tênis, um copo de água.

O lápis, o esquadro, o papel;
o desenho, o projeto, o número:
o engenheiro pensa o mundo justo,
mundo que nenhum véu encobre.

(Em certas tardes nós subíamos
ao edifício. A cidade diária,
como um jornal que todos liam,
ganhava um pulmão de cimento e vidro).

A água, o vento, a claridade,
de um lado o rio, no alto as nuvens,
situavam na natureza o edifício
crescendo de suas forças simples.

(Melo Neto, 2007, p.76)

AGRADECIMENTOS

Gostaria de começar agradecendo aos meus pais, Cícero e Cristina, por estarem comigo, me apoiando em cada passo desde o início. Vocês são a base de tudo. Ao meu irmão, Thiago, por ser um parceiro de vida, alguém com quem sempre pude contar. À minha filha, Sophia, que me inspira a buscar um futuro melhor, e que um dia também trilhará o caminho das pedras acadêmicas.

Agradeço aos professores da UFAL, especialmente do curso de Engenharia Civil, que compartilharam, com excelência e domínio, seu conhecimento. Em especial, ao professor Barbirato, orientador deste trabalho, que, com atenção e dedicação, tornou possível realizá-lo, e me ajudou a quebrar a cabeça analisando as diferenças entre os modelos de cada programa.

À minha namorada, Juliana, por todo apoio, paciência e parceria. Você esteve comigo no sol e na chuva, ajudando a manter minha sanidade e deixando as coisas mais leves.

Aos amigos que estiveram comigo na faculdade, enfrentando provas, prazos e noites sem dormir — valeu demais por tudo! E aos amigos de sempre, que me acompanharam antes da graduação e continuaram presentes, meu obrigado por nunca deixarem de estar por perto.

RESUMO

A análise estrutural de edifícios em concreto armado busca avaliar, com ferramentas fundamentadas na mecânica dos sólidos, a resistência das estruturas, sendo indispensável para a garantia de sua estabilidade e segurança. Busca-se sempre a melhor modelagem da estrutura frente às construções reais. Em pórticos planos, por exemplo, são analisados os elementos de vigas e pilares que o constituem, bem como a ligação entre esses elementos. A norma que estabelece critérios para estruturas do tipo é a NBR 6118-2023, onde é possível encontrar, entre outras coisas, os coeficientes de segurança, os limites aceitáveis de deformação e a rigidez que deve ser considerada nos apoios ao analisar elementos isolados. No presente trabalho, fez-se uso dos *softwares* FTOOL e TQS, além de cálculos manuais, para analisar as distorções entre as modelagens em pórticos espaciais e planos de uma edificação em concreto armado de quatro pavimentos, utilizando o Método da Rigidez Direta, tanto nos pórticos completos, quanto em elementos de horizontais (vigas) isolados pertencentes à estrutura. São testadas hipóteses e correções com relação às ligações viga-pilar e à rigidez dos pilares à deformação axial. Após uma avaliação comparativa dos resultados, verificou-se a diferença nos momentos fletores considerados para o cálculo estrutural, e como isso possivelmente afeta a segurança e longevidade da estrutura, e também a possível diferença nos dimensionamentos das peças relativo aos diagramas de esforços internos solicitantes da estrutura em cada caso, observando se peças com o mesmo dimensionamento podem ser adotadas em todas as abordagens, ou os impactos das convenções normativas interferem tanto na segurança quanto no quantitativo de material. A análise comparativa entre os modelos evidenciou que a ausência de ajustes que representem a realidade construtiva compromete significativamente a segurança e durabilidade das estruturas, podendo levar a erros que ultrapassam as margens previstas pela NBR 6118:2023. Embora *softwares* como o TQS já incorporem essas correções, o engenheiro deve dominar os conceitos para aplicá-los conscientemente, inclusive em ferramentas mais simples. Aproximações normativas, como a flexibilização de vigas contínuas, ajudam a reduzir erros, mas ainda geram distorções relevantes, que podem afetar o dimensionamento e gerar patologias. Por isso, recomenda-se que estudantes e profissionais apliquem correções manuais, como o uso de MULAXI e apoios com molas, mesmo em *softwares* como o FTOOL, a fim de obter resultados mais condizentes com o comportamento real da estrutura.

Palavras chave: Pórtico Plano em Concreto Armado; Modelagem no FTool e no TQS; Método da Rigidez Direta; Flexibilização na Ligação Viga-Pilar; Correção do Encurtamento de Pilares

ABSTRACT

The structural analysis of reinforced concrete buildings seeks to evaluate, using tools grounded in solid mechanics, the strength of the structures, being indispensable for ensuring their stability and safety. The aim is always to achieve the best modeling of the structure in comparison to real constructions. In plane frames, for example, the beam and column elements that constitute it are analyzed, as well as the connection between these elements. The standard that establishes criteria for such structures is NBR 6118-2023, where it is possible to find, among other things, the safety factors, acceptable deformation limits, and the stiffness that should be considered in the supports when analyzing isolated elements. In the present work, the software FTOOL and TQS were used, in addition to manual calculations, to analyze the distortions between spatial and plane frame models of a four-story reinforced concrete building, using the Direct Stiffness Method, both in complete frames and in isolated horizontal elements (beams) belonging to the structure. Hypotheses and corrections are tested regarding beam-column connections and the stiffness of the columns to axial deformation. After a comparative evaluation of the results, the difference in the moments considered for structural calculation was verified, and how this possibly affects the safety and longevity of the structure, as well as the possible difference in the sizing of the elements relative to the internal force diagrams acting on the structure in each case, observing whether elements with the same sizing can be adopted in all approaches, or whether the impacts of normative conventions interfere both with safety and the amount of material. The comparative analysis between the models highlighted that the lack of adjustments reflecting the construction reality significantly compromises the safety and durability of structures, potentially leading to errors that exceed the margins established by NBR 6118:2023. Although software like TQS already incorporates these corrections, the engineer must master the concepts to apply them consciously, even when using simpler tools. Normative approximations, such as the flexibility of continuous beams, help reduce errors but still generate significant distortions that can affect the design and lead to structural pathologies. Therefore, it is recommended that students and professionals apply manual corrections, such as the use of MULAXI and spring supports, even in software like FTOOL, in order to achieve results that are more consistent with the actual behavior of the structure.

Keywords: Flat Frames in Reinforced Concrete; FTOOL and TQS Computational Modeling; Direct Stiffness Method; Beam-Column Connection Flexibility; Compensation for Column Shortening.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
2 OBJETIVOS.....	13
2.1 Objetivo Geral.....	13
2.2 Objetivos Específicos	13
3 METODOLOGIA.....	14
4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
4.1 Formalização matemática	17
4.2 Modelagem computacional.....	19
4.3 Ponderações e Correções consideradas.....	21
4.3.1 Flexibilização nas ligações Viga-Pilar.	21
4.3.2 Seções Transversais dos Pilares.	23
5 APLICAÇÕES: DISCUSSÕES E RESULTADOS	25
5.1 Aplicação 1:	25
5.1.1 Modelagem no TQS	25
5.1.2 Considerações sobre rigidez nos diagramas do TQS.....	32
5.1.3 Modelagem do pórtico plano no FTOOL	38
5.1.4 Viga 205 destacada conforme a NBR6118/2023	41
5.1.5 Dimensionamento e Detalhamento no TQS	48
5.1.6 Dimensionamento e Detalhamento Para o Pórtico Plano.....	53
5.1.6.1 Pórtico Plano Sem Correção.....	53
5.1.6.2 Pórtico Plano Corrigido	64
5.1.7 Dimensionamento e Detalhamento Para a Viga Destacada.....	65
5.1.8 Comparação Entre as Quantidades de Aço de Cada Modelo	65
5.2 Teste de Momentos Para um Edifício Simétrico	66
5.3 Consideração dos offsets no FTOOL.....	72
6 CONCLUSÕES.....	74
7 REFERÊNCIAS	76
APÊNDICE A - DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DA VIGA 205 NO MODELO PPC	78

APÊNDICE B - DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DA VIGA 205 NO MODELO VCD.....	90
---	----

1 INTRODUÇÃO

A análise estrutural é o ramo da engenharia que busca estudar o comportamento de elementos interconectados no que diz respeito à sua resistência a esforços externos e internos e deformações. Esse estudo é crucial para a execução de um projeto, fundamentando sua confiabilidade, tanto pela ótica da segurança quanto pela qualidade da obra, que terá maior durabilidade se estruturalmente bem projetada. O comportamento da estrutura “pode ser expresso por diversos parâmetros, como pelos campos de tensões, deformações e deslocamentos na estrutura” (Martha, 2010, p.1). Seja por meio de métodos simplificados, baseados em categorização de estruturas referentes às restrições de movimentos e tipos de apoios teoricamente adotados, bem como por características específicas de cada material, cuja deformabilidade e rigidez auxiliam ou prejudicam a eficácia de cada estrutura; ou, ainda, pelo uso de *softwares*, mais precisos e abrangentes; a análise estrutural pode ser vista como o fundamento de toda a construção civil. Como menciona Martha (2010), a origem da teoria da engenharia estrutural é atribuída a Galileu, no século XII, apesar de Da Vinci, no século XV, já ter feito algumas anotações sobre estática e mecânica dos sólidos. Hoje, com o avanço computacional, e consideração de fatores de influência antes desconhecidos, a análise estrutural tomou uma forma muito mais precisa, rápida e eficaz.

No que concerne ao grau de liberdade, ou à restrição de movimento gerado por esforços ou tensões, as estruturas podem ser classificadas como: hipostática, quando não possui apoio suficiente para impedir seu movimento, estando passível de locomoção em uma ou mais direções; isostática, quando os apoios são de forma tal a restringirem o movimento da peça na exata necessidade para torná-la estática, ou seja, com reações de apoio não mais do que suficientes para que não haja deslocamento global da estrutura; e hiperestáticas, quando há mais vínculos de restrições ao movimento do que o suficiente para a estaticidade da peça, o que não apenas favorece a segurança, como, pragmaticamente, é o que acontece na quase totalidade das estruturas reais.

Ao contrário de materiais como o Aço ou a Madeira, cujas peças conseguem trabalhar bem sem adição de outros materiais, posto que a diferença entre a resistência de tração ou compressão não são tão significativas, o Concreto tem a particularidade de possuir uma resistência à compressão muito superior a sua resistência à tração, de 5 a 15 vezes maior, segundo Clímaco (2008), e, para contornar essa característica, estruturas de concreto são armadas com aço, geralmente com pequenas nervuras e irregularidades em sua superfície para

incrementar a aderência ao concreto por tensão superficial para que, na peça de concreto armado, o aço desempenhe o papel de resistência à tração para o qual o concreto é ineficaz. Ou seja, além do dimensionamento da peça bruta, é preciso calcular a área de aço necessária, e determinar seu posicionamento dentro de cada peça. No concreto armado simples, as armaduras são passivas, quando “seu objetivo é apenas resistir às tensões provenientes das ações atuantes, sem introduzir nenhum esforço adicional à peça. Ou seja, as armaduras em peças de concreto armado só trabalham se houver solicitação.” (Clímaco, 2008, p. 36)

Quanto à geometria de cada elemento de concreto armado, tem-se, em geral, pórticos, formados por vigas (elementos horizontais ou inclinados), e pilares (elementos verticais) que distribuem as cargas de toda a estrutura para a fundação, formando uma cadeia de elementos conectados que, apesar de tratados a princípio como corpos rígidos, apresentam flexibilidade e deformabilidade, na prática, que exigem reconsiderações teóricas para a melhor descrição e idealização do modelo. Há também, menos usuais, elementos formados em arco, onde a consideração dos esforços tem suas especificidades.

O método da rigidez direta pode ser implementado em pórticos hiperestáticos de concreto armado, estrutura elementar e presente na maioria das edificações do país, para determinar os deslocamentos a que cada peça estará submetida e, com esse parâmetro, observar se a resistência da estrutura é suficiente para suportar tanto as solicitações de uso quanto as cargas e tensões provenientes de seu próprio peso e geometria, ou se a deformação é maior do que a recomendada em norma (NBR 6118-2023), devendo ser, então, redimensionada e calculada novamente.

Pode-se ainda seccionar um pórtico em elementos isolados e somar cada deformação a fim de obter a deformação total da estrutura. Além disso, pode-se desprezar determinados esforços em observância de como cada elemento está sendo solicitado, como, por exemplo, considerando apenas a deformação devida ao momento fletor em vigas, ou apenas a deformação devida ao esforço normal em treliças, simplificando os cálculos.

Deste modo, pode-se determinar a curva de deformação elástica de uma estrutura, considerando o pórtico deslocável, que terá deslocamento lateral quando a carga de atuação não tiver simetria na estrutura (Hibberler, 2013, p. 349), e comparar a deformação máxima com a deformação admissível. No entanto, apesar de preciso, o método é aproximado, e ainda podem haver variações não previstas de distribuição de cargas, por isso os esforços devem ser

majorados com os coeficientes indicados na NBR 6118-2023. Sobre o caráter de aproximação do método, Martha (2010) reitera:

“Em muitas situações na análise de estruturas, é necessário impor condições de compatibilidade a uma configuração deformada. Por exemplo, quando se calcula uma componente de deslocamento em um ponto de uma estrutura, o que se deseja é o valor do deslocamento que é compatível com a configuração deformada da estrutura, que é provocada por alguma solicitação.” (Martha, 2010, p. 190)

Um detalhe que aproxima ainda mais a curva elástica daquela de uma situação real é a consideração sobre a rigidez dos apoios entre as peças. Considerando ligações com apoios elásticos, pode-se encontrar resultados mais coerentes do que aqueles que se obtém calculando pórticos com engastes perfeitos entre as vigas e os pilares, assim como a consideração de semi rigidez apontada por Santos, em comparação entre modelos rígidos e semi rígidos teóricos, e modelos experimentais (SANTOS, J.B., 2016). Pode-se ainda, comparando com modelos computacionais, ou mesmo com resultados reais, encontrar-se a rigidez desses apoios que melhor representa o pórtico em análise.

2 OBJETIVOS

Para o fim a que o estudo se propõe, observou-se:

2.1 Objetivo Geral

Analisar pórticos planos com modelagens feitas nos *softwares* FTOOL e TQS, além de cálculos manuais, para estrutura em concreto armado, e, ao mesmo tempo, analisar por modelagem de elementos isolados da estrutura, com os apoios elásticos indicados na NBR 6118, 2023 para adaptar a análise isolada das vigas do pórtico, e comparar os resultados, verificando as possíveis diferenças nos momentos negativos e positivos extremos em cada caso, bem como entre a quantidade de aço utilizado.

2.2 Objetivos Específicos

- Explorar melhor os carregamentos aplicados nas estruturas;
- Aprofundar o estudo sobre o comportamento das estruturas, em especial, o modelo de pórtico plano;
- Explorar a NBR 6118-2023 no que tange à análise de elementos isolados ao invés de integrados em pórticos;
- Investigar a modelagem adequada dos pórticos e das considerações em suas ligações;
- Verificar as diferenças de comportamento estrutural entre os modelos propostos.

3 METODOLOGIA

O presente trabalho foi desenvolvido em fases distintas. Iniciou-se por executar uma pesquisa bibliográfica consistente sobre o tema abordado, destacando trabalhos que já utilizaram os *softwares* FTOOL e TQS. Para tanto, foram utilizadas as ferramentas de busca da internet geral e, particularizando, no Google Acadêmico e o Periódicos da CAPES. Ressalte-se que a pesquisa bibliográfica fica presente no trabalho até bem próximo ao seu término, para citação pertinente de trabalhos publicados.

Segue-se com o estudo aprofundado de análise matricial de estruturas, destacando-se o Método da Rigidez Direta, a fim de entender a mecânica computacional das modelagens estruturais. Ensaio pormenorizados foram simulados no FTOOL (Martha, 1999) e no TQS (Kimura, 2018), para análise de pórticos. Para o uso do Método da Rigidez Direta, calculou-se, para os pórticos, as reações de apoio, os esforços internos solicitantes, normal, cortante e fletor, com seus respectivos diagramas, fazendo uso dos *softwares* FTOOL e TQS. Determinados os diagramas, observou-se os momentos máximos, positivos e negativos, em cada elemento que o compõe, com ênfase para a viga escolhida para uma análise individual.

A seguir, houve o destaque de alguns elementos lineares da estrutura. Os pontos de ligação entre vigas e pilares foram analisados cuidadosamente, inclusive nos *softwares*, pois, como aponta Kimura, “O cálculo de um edifício de concreto por um pórtico espacial sem a devida calibração das ligações entre as vigas e os pilares pode se tornar totalmente inviável na prática” (Kimura, 2018, p. 165). Como essas vigas fazem parte de um pórtico feito de concreto armado, a NBR 6118-2023 recomenda o uso de apoios elásticos na viga, então adotada como biapoiada, e são feitas algumas observações. Dentre elas, as relevantes para o presente estudo são:

- 1- Não considerar momentos positivos máximos menores do que haveriam se os apoios centrais fossem engastados.
- 2- Caso não haja um cálculo mais preciso, os momentos negativos, nas extremidades, pode ser aproximado por uma redução que leva em consideração as rigidezes dos pilares e da viga, aplicando, para os momentos negativos nas extremidades, o fator:

$$\frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}}$$

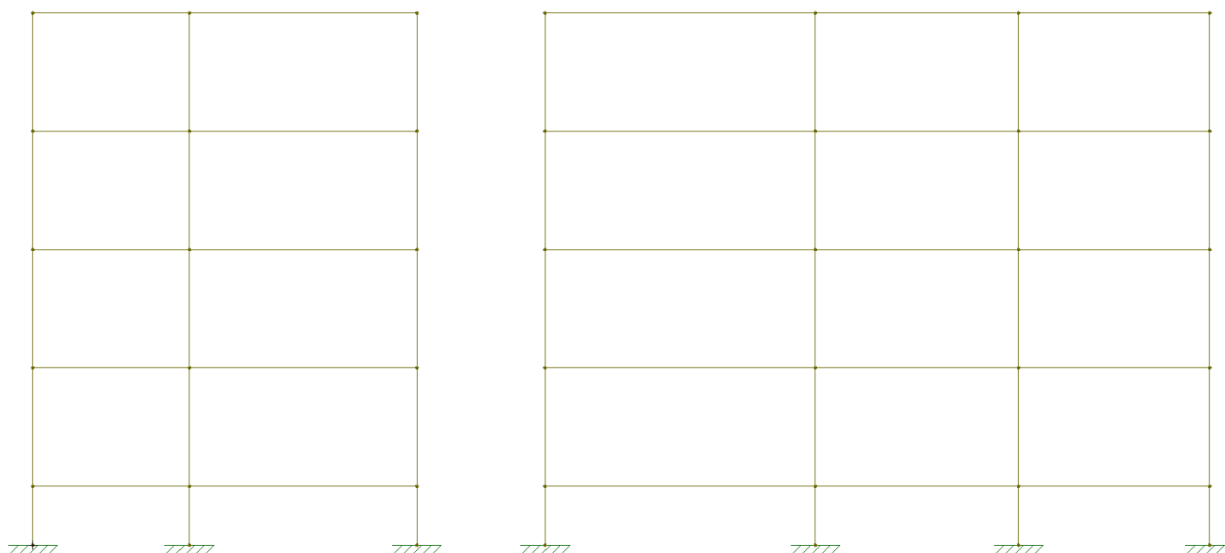
$$\text{sendo: } r_i = \frac{I_i}{\ell_i}$$

na qual r_i é a rigidez do elemento i no nó considerado (NBR 6118, 2023, p. 93).

Destacadas as vigas, além do uso de *softwares*, também foram efetuados os cálculos manuais para os dimensionamentos e detalhamentos das vigas em cada caso considerado, a fim de comparar o quantitativo de material utilizado.

Os pórticos a serem analisados, conforme o uso mais frequente na construção civil, são, inicialmente, pórticos de uma edificação de quatro pavimentos, e com os carregamentos estipulados de acordo com o usual e majorados conforme recomendado pela NBR 6118-2023, para estruturas de concreto armado. Pode-se observar os pórticos do primeiro edifício conforme apresentados nas Figuras 1, a seguir, produzidos no FTOOL.

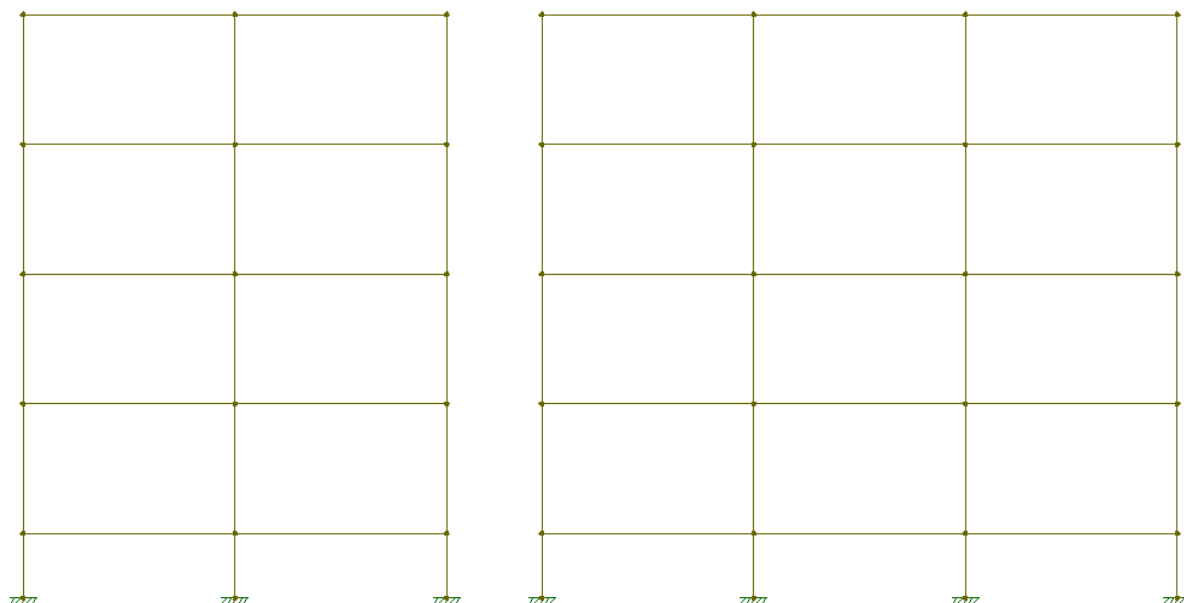
Figura 1: Pórticos planos em cortes do edifício 1, em vista frontal, à esquerda, e lateral, à direita.



Fonte: Autor, 2025.

A princípio, fez-se uma análise mais detalhada acerca do edifício acima. Contudo, observando-se diferenças significativas entre erros em cada trecho dos mesmos modelos, optou-se por fazer uma segunda análise, mais breve, de um edifício simétrico, visando observar se a melhor distribuição, mais próxima da simetria, também influenciaria para que as diferenças fossem menores. Os pórticos do segundo edifício analisado podem ser observados na Figura 2.

Figura 2: Pórticos planos em cortes do edifício 2, em vista frontal, à esquerda, e lateral, à direita.



Fonte: Autor, 2025.

Após isso, os resultados foram comparados entre si, de onde se analisou o impacto das aproximações recomendadas no destacamento de elementos isolados em relação ao modelo mais preciso de cálculo, envolvendo a estrutura espacial e plana completas. Para uma maior aproximação com as considerações utilizadas em projetos reais, todos os cálculos do primeiro edifício foram feitos utilizando o Estado Limite Último, com carregamentos devidamente majorados. Esforços horizontais devidos ao vento, no entanto, não foram considerados. Para os cálculos do segundo edifício, no entanto, foram usados valores característicos dos carregamentos.

Resalta-se, entretanto, que correções foram aplicadas no que concerne à flexibilização das ligações entre vigas e pilares, bem como às deformações axiais dos pilares, e, sem as quais, ocorrem acúmulos de erros e imprecisões que inviabilizam a comparação entre os modelos teóricos e as construções reais, como será elucidado no item da fundamentação teórica. Devido a isso, foram considerados quatro modelos para o pórtico espacial, dois modelos para o pórtico plano, e dois modelos para a viga contínua destacada na análise do primeiro edifício. Para o segundo edifício, foram analisados dois modelos de pórtico espacial, dois de pórtico plano, e um de viga contínua. Observa-se ainda que apenas para o primeiro edifício a viga foi

dimensionada e detalhada, visto que o segundo projeto analisado tinha como objetivo apenas comparar o efeito da simetria nos diagramas de momento.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A ideia por trás do Método da Rigidez Direta é o princípio dos trabalhos virtuais, onde, pela conservação de energia, o trabalho gerado por uma força qualquer aplicada à peça, gerando determinada deformação, equivale à energia de deformação interna armazenada na estrutura, desprezando-se dissipações térmicas, o que é factual, posto que, sobretudo nas regiões Norte e Nordeste, temos pouca variação de temperatura. A força usada na formulação do trabalho é arbitrária, adicionada virtualmente para fins teóricos e, por esse motivo, unitária, visando minimizar sua interferência nos cálculos. Essa força resultará em uma energia interna também virtual, que pode ser obtida integrando-se a tensão interna em relação à deformação da peça.

4.1 Formalização matemática

Matematicamente, tem-se, para o trabalho W , a energia interna U , a força F , o deslocamento D , a tensão σ e a deformação ε , Equação 1.

$$W = U \rightarrow \sum F \cdot D = \int \sigma \cdot \varepsilon dV \quad (1)$$

Aplicando-se, então um esforço externo, virtual e unitário, no ponto e na direção em que se deseja calcular a deformação de um sistema real, chega-se à Equação (2):

$$\delta = \int N' du + \int M' d\theta + \int Q' dh + \int T' d\phi, \quad (2)$$

na qual N' , M' , Q' e T' são, respectivamente, os esforços virtuais internos normal, fletor, cortante e torsor, e onde os diferenciais representam deslocamentos horizontais, angulares ou verticais, referentes ao sistema real que se está analisando. Portanto, para considerar o sistema real, é feita a associação conforme a Equação (3):

$$\delta = \int \frac{N'N}{EA} dx + \int \frac{M'M}{EI} dx + \int \chi \frac{Q'Q}{GA} dx + \int \frac{T'T}{GJ_t} dx, \quad (3)$$

na qual:

E é o módulo de elasticidade longitudinal;

A é a área da seção transversal;

I é o momento de inércia da seção transversal;

G é o módulo de elasticidade transversal;

J é o momento polar de inércia;

N, M, Q e T são os esforços reais a que a peça está submetida;

χ é o coeficiente de correção para a deformação devido ao esforço cortante.

No entanto, as deformações geradas sobre uma peça, devidas a determinados esforços internos, são desprezíveis em comparação com as deformações causadas por outros esforços, não havendo implicações práticas ao desconsiderá-las. Tendo isso em vista, podemos especificar alguns casos:

- Vigas e pilares: a deformação provocada pelo momento fletor ocorre em uma escala maior do que a gerada pelos outros esforços internos, de modo que, nesses casos, consideramos apenas

$$\delta = \int \frac{M' M}{EI} dx; \quad (4)$$

- Treliças e tirantes: para esses elementos, as deformações devidas ao esforço normal se sobressaem às demais, e é usualmente considerado

$$\delta = \int \frac{N' N}{EA} dx; \quad (5)$$

A implementação de apoios elásticos, por sua vez, elimina a simplificação de que os apoios restringem completamente o deslocamento e a rotação da peça, idealizando modelos mais próximos de situações reais. Tais apoios podem ser translacionais (quando flexibilizam o deslocamento) ou rotacionais (flexibilizando a variação angular). A elasticidade dos apoios pode acontecer, ou ser adotada, em diversos níveis e, para determinar o quanto o apoio restringirá a deformabilidade da peça em suas proximidades. Determina-se o coeficiente de rigidez de cada apoio elástico, funcionando de forma similar a uma mola cujo eixo de deformabilidade terá o sentido adotado para a modelagem do problema. Assim, além da deslocabilidade D, “componente de deslocamentos e rotações nodais que estão livres, isto é, que devem ser conhecidas para determinar a configuração deformada de uma estrutura” (MARTHA, 2010, p. 300), adotada em cada ponto e sentido que se deseja calcular o deslocamento pelo método dos deslocamentos, têm-se o implemento de não mais considerar deslocabilidade nula em seus apoios. Isso reduz, por exemplo, momentos negativos em engastes

perfeitos de barras, aumentando o momento máximo positivo na própria barra, o que é observado na prática.

Considerando deslocabilidade, coeficiente de rigidez e esforços, de 3 tipos, em um pórtico plano, tem-se então a equação matricial do Processo dos Deslocamentos, Equação (6):

$$\{\beta_0\} + \{K\}\{D\} = \{0\}, \quad (6)$$

na qual:

$\{\beta_0\}$ é o vetor dos termos de carga;

$\{K\}$ é a matriz de rigidez global;

$\{D\}$ é o vetor das deslocabilidades.

4.2 Modelagem computacional

Devido a característica matricial do Método dos Deslocamentos, o Método da Rigidez Direta usa os mesmos conceitos para uma implementação computacional da teoria, representando os carregamentos como cargas nodais e utilizando a matriz de rigidez global abrangendo todos os nós determinados, conseguindo, dessa forma, um resultado mais preciso e, ainda assim, viável matematicamente, posto que trabalha com um número finito de deslocabilidades. No *software* TQS, é possível ajustar a quantidade de nós utilizados no processamento, deixando a cargo do usuário moderar entre a maior precisão ou maior rapidez dos cálculos efetuados. Já no FTOOL, a quantidade de nós calculados é padronizada, ajustando-se apenas a escala dos diagramas, característica esta comum entre os programas.

Os módulos típicos de um programa de computador, apontados por Martha (2010), são:

- Montar o sistema de equações de equilíbrio do método da rigidez direta;
- Resolver esse sistema (determinando os valores dos deslocamentos e rotações dos graus de liberdade livres);
- Calcular as reações de apoio;

- Determinar esforços internos nas extremidades das barras nas direções dos seus eixos locais.

Inclusive esta é a sequência utilizada por ambos os *softwares* TQS e FTOOL, que, utilizando o Método da Rigidez Direta, determinam os diagramas de esforços internos solicitantes e a curva elástica da estrutura. O primeiro, mais completo, ainda possui outros programas em seu escopo, como os programas específicos TQS Vigas, TQS Pilar, TQS lajes, TQS Fundações, que dimensionam e detalham as peças, e ainda outros para determinar as formas utilizadas na construção, fazer o levantamento de material, estipular o orçamento, e outras funcionalidades, que trabalham em conjunto para uma elaboração completa de projetos estruturais. Para o presente estudo, utilizou-se tanto os diagramas dos pórticos espaciais, como o TQS Vigas, no *software* TQS, e os diagramas de momento fletor apenas, no *software* FTOOL.

Nos cálculos dos esforços, o TQS ainda disponibiliza, até então, 6 modelos de cálculo. O Modelo 4, único disponível na versão estudantil, utiliza o método da rigidez direta no pórtico espacial completo, porém, não considera as lajes nesses cálculos. As lajes são primeiramente descarregadas nas vigas pelo método simplificado, e então o método é aplicado no pórtico com vigas e pilares. O Modelo 6 faz o cálculo incluindo diretamente as lajes, sendo mais preciso, mas com um custo computacional elevado. O Modelo 5 utiliza o método dos elementos finitos para o cálculo dos diagramas. Já os modelos anteriores, mais primitivos, fazem cálculos mais simplificados, não sendo mais utilizados atualmente.

Há ainda algumas ponderações sobre a correção de rigidezes e deformações que, no TQS, já estão implementadas por padrão, podendo o projetista manipular alguns coeficientes utilizados nessas correções. No *software* FTOOL, por ter a função mais didática e focada em estudantes de engenharia, não apresenta opção de correção, seja na majoração dos carregamentos, nas rigidezes dos elementos ou nas deformações, embora essas correções possam ser adaptadas à parte e inseridas manualmente no *software*. Sobre essas ponderações, será mais detalhado no tópico subsequente.

4.3 Ponderações e Correções consideradas

4.3.1 Flexibilização nas ligações Viga-Pilar.

O *software* TQS, por padrão, aplica flexibilização nas ligações viga-pilar, simulando apoios com molas, cujos coeficientes de rigidez são calculados utilizando as seguintes equações (Equações 7 e 8):

$$k = \frac{(4 \cdot E \cdot I_y) / L}{\text{REDMOL}} \quad (7)$$

na qual, em I_y , ainda é feita a ponderação:

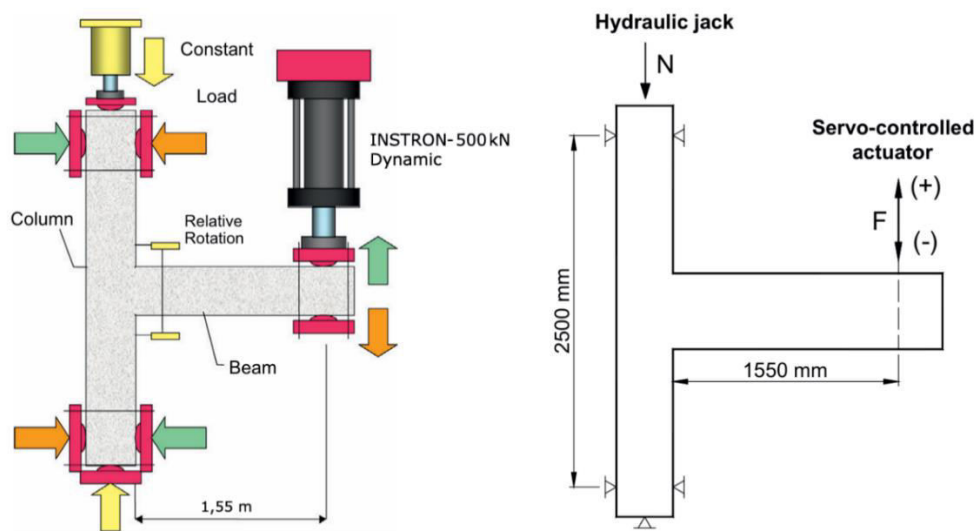
$$I_y = f(\text{LEPMOL} \cdot b) . \quad (8)$$

Ou seja, quando calculado o momento de inércia, pode-se multiplicar um coeficiente, LEPMOL, à espessura da viga, o que é mais indicado para casos em que a espessura do pilar é maior que a da viga, contribuindo para a rigidez. O programa indica que, se essa diferença de espessura for muito grande, deve-se limitar o coeficiente a 3. E ainda é possível reduzir o fator k a partir do coeficiente de redução REDMOL. Assim, o projetista pode calibrar a ligação viga-pilar alterando esses coeficientes, de modo a ajustar a rigidez de acordo com a melhor aplicação para cada projeto. Apesar disso, ainda é possível retirar a flexibilização, e fazer o programa calcular a estrutura de forma a considerar ligações rígidas.

Além da consideração de molas, o TQS ainda oferece duas opções de rigidez para os trechos rígidos, isto é, a parte do elemento da viga que está inserida no pilar, já que, na modelagem estrutural, os elementos são tratados como linhas, e as vigas vão, geralmente, de um centroide a outro dos pilares onde está apoiada. No entanto, essa parte da viga, entre a face viga-pilar e o centroide da seção transversal do pilar, por estar inserida em outro elemento, possui uma rigidez maior do que aquela do vão livre onde a viga se situa. Para lidar com isso, o programa fornece as opções de “barras rígidas” ou “offsets rígidos”. No primeiro caso, as barras são consideradas com a mesma rigidez em todo seu comprimento. No segundo caso, a parte do comprimento da viga entre o centroide do pilar e a face viga-pilar é considerada uma barra à parte, de rigidez superior ao resto da viga. Por padrão, o TQS calculou os edifícios com flexibilização e com offsets rígidos, mas as outras possibilidades também foram verificadas.

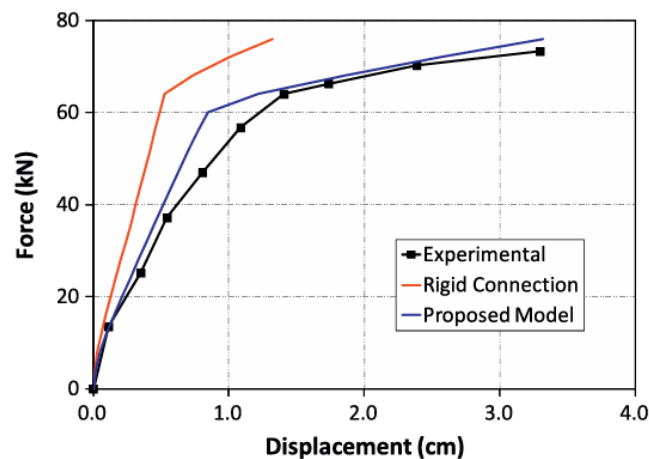
Comparações entre modelos de cálculo com ligações rígidas e experimentos laboratoriais justificam a razão pela qual a adoção dos modelos flexíveis é mais indicada do que a do modelo rígido. Propondo um modelo com offsets rígidos e flexibilização, Alva e El Debs constatarem experimentalmente a maior aproximação desse modelo e o experimental, se comparado com o modelo rígido (Alva and El Debs, 2013). Na Figura 3, pode-se ver a esquematização do experimento e alguns dos gráficos comparativos. Já na Figura 4, o gráfico relaciona o deslocamento vertical em um ponto a 1,55 m da ligação e, consequentemente, a variação angular devido ao momento fletor, no apoio da viga.

Figura 3: Esquema do experimento laboratorial sobre deformação em ligação viga-pilar.



Fonte: Alva and El Debs, 2013.

Figura 4: Gráfico relacionando o deslocamento nos modelos rígido (laranja), experimental (preto) e o proposto (azul).

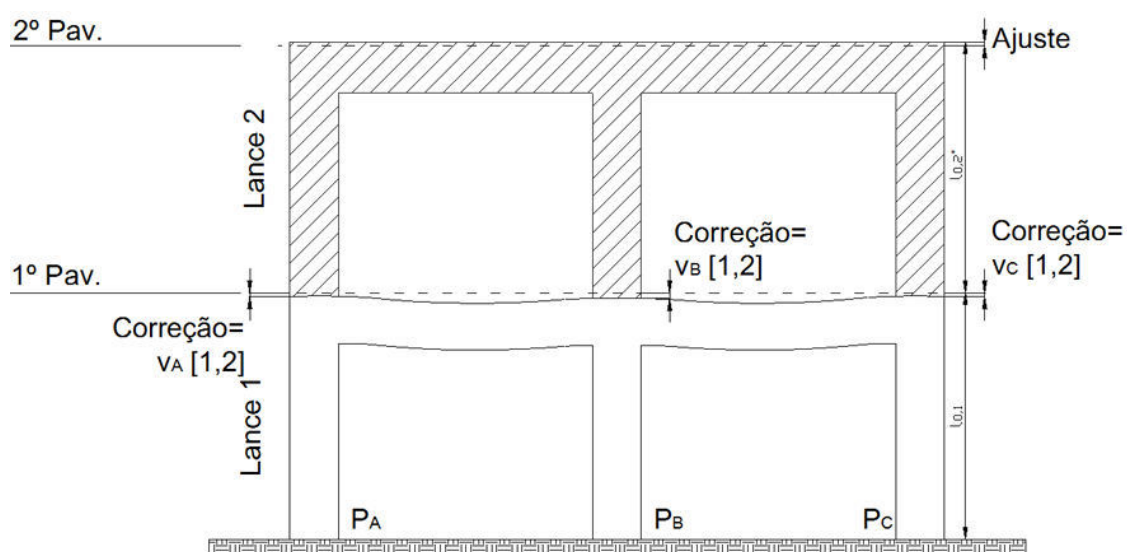


Fonte: Alva and El Debs, 2013.

4.3.2 Seções Transversais dos Pilares.

Em construções reais feitas em concreto armado, os pavimentos são construídos um a um, e, em cada piso, a execução é feita sobre o piso inferior já construído. Desse modo, o deslocamento vertical dos pilares não é acumulado. Quando a estrutura é modelada em algum programa que não leva isso em consideração, os deslocamentos axiais nos pilares é calculado sem seccionamento, como se todo o carregamento fosse posto no momento em que a obra terminou de ser construída. No entanto, apenas alguns carregamentos acidentais passam a ser exercidos só após a construção da obra. A maior parte do carregamento está sendo aplicado piso a piso, durante o processo de construção, de modo que o efeito do encurtamento dos pilares não se acumula e sua transferência aos esforços para elementos horizontais não chega a acontecer, posto que é feita essa correção piso a piso, nivelando o pavimento seguinte no lançamento da laje. Essa diferença na concepção da prática construtiva resulta em modelos onde os deslocamentos axiais diferenciais entre os pilares influenciam o diagrama de momento fletor de uma forma incompatível com a realidade (Fortes, 2019). Esse é o caso quando se usa, por exemplo, o *software* FTOOL considerando-se as dimensões reais dos pilares, bem como os valores físicos do material adotado. Os deslocamentos dos pilares são acumulados e geram modificações sobretudo nos valores dos momentos fletores negativos nos pavimentos mais altos.

Figura 5: Esquema da correção dos encurtamentos diferenciais de pilares durante o processo construtivo.



Fonte: Fortes, 2019

Para contornar esse problema, Fortes (2019) sugere o uso de um multiplicador, chamado MULAXI, na rigidez axial dos pilares. Desse modo, o encurtamento axial é minimizado. Para simular esse efeito no FTOOL, foram criadas seções genéricas para os pilares, mantendo o momento de inércia, para que a rigidez na ligação não seja afetada, mas considerando a área transversal o mais rígida possível. Para simular uma área infinita, considerou-se 10^{40} mm^2 . Essa consideração, por si só, eliminou parte considerável da distorção no pórtico plano em relação ao emprego das modelagens feitas no TQS e na viga destacada.

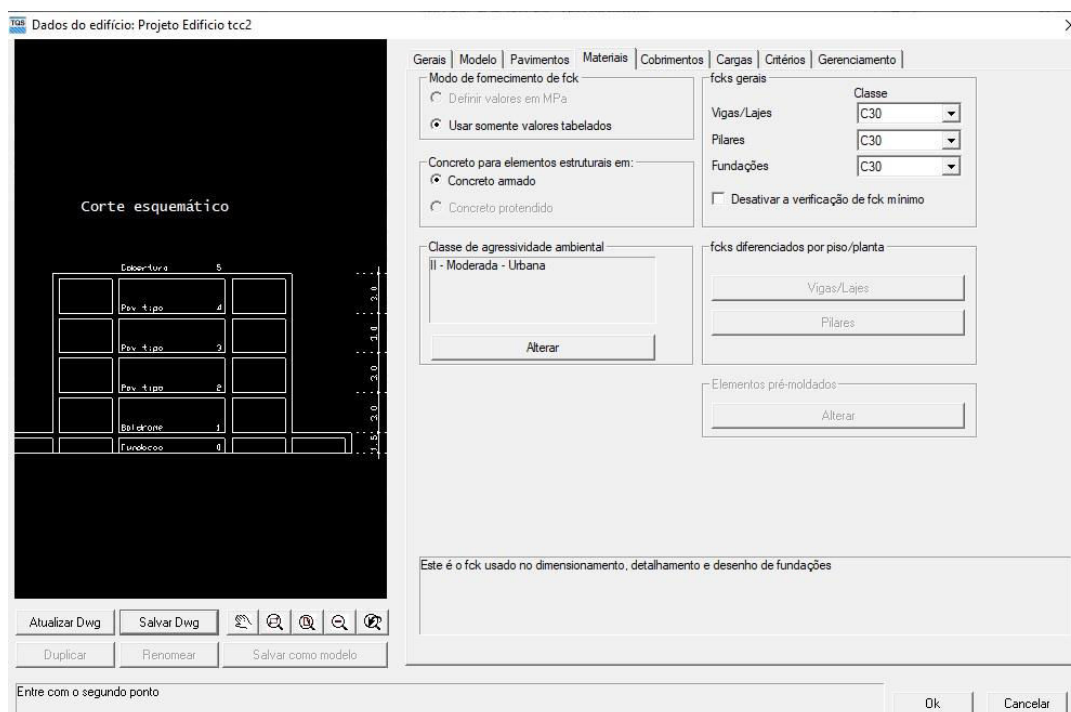
5 APLICAÇÕES: DISCUSSÕES E RESULTADOS

5.1 Aplicação 1:

5.1.1 Modelagem no TQS

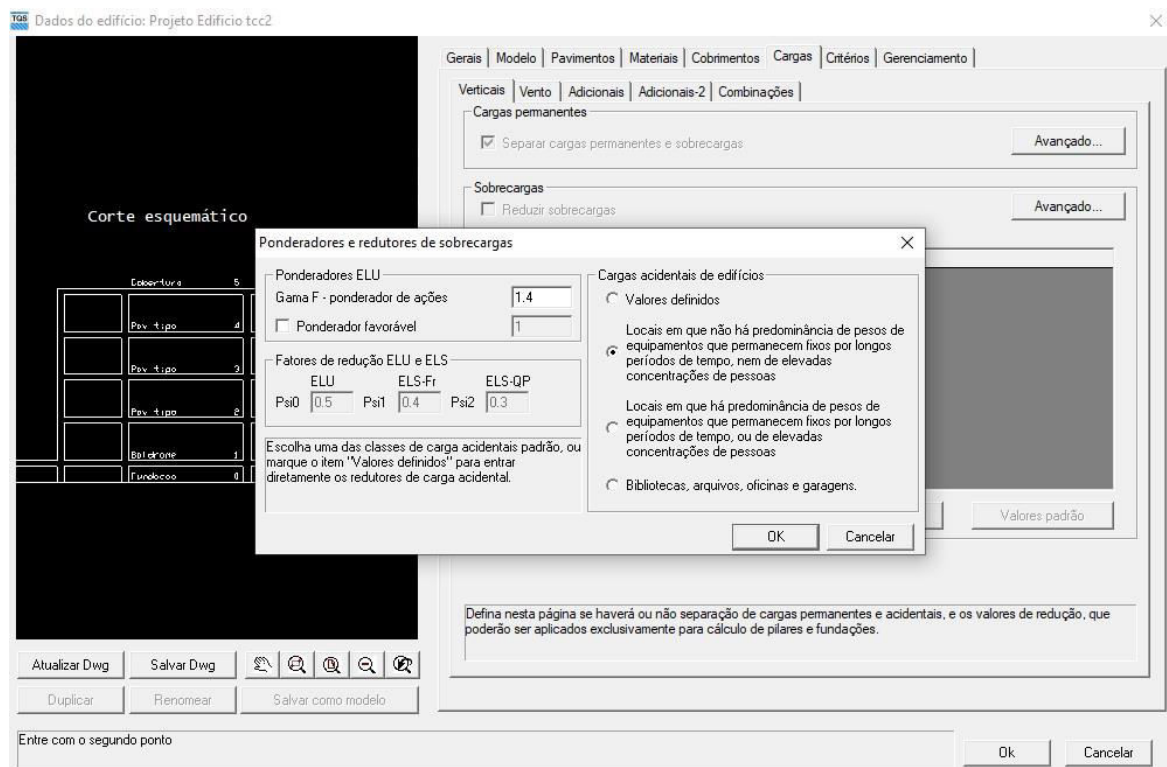
Primeiramente, foi feita a modelagem de edifício utilizando o TQS. O modelo de cálculo do *software* foi o Modelo 4, único disponível em sua versão estudantil. Nesse modelo, fazendo uso do Método da Rigidez Direta no pórtico espacial, são estabelecidos os carregamentos e esforços internos. No entanto, o modelo apenas calcula as influências das lajes no pórtico espacial, distribuindo os carregamentos, porém, efetua separadamente os cálculos do pórtico tridimensional e das lajes, ao contrário do Modelo 6, que inclui as lajes no pórtico espacial. Seguem abaixo as configurações utilizadas na modelagem computacional (Figuras 6 a 11).

Figura 6: Valor do f_{ck} adotado para o concreto



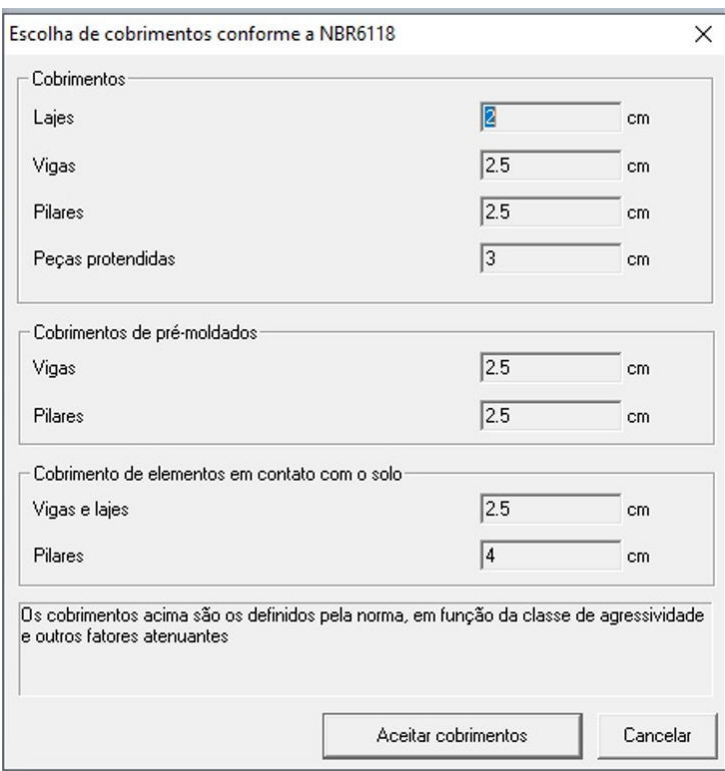
Fonte: Autor, 2025.

Figura 7: Fatores de ponderação adotados



Fonte: Autor, 2025.

Figura 8: Valores de cobrimentos adotados



Fonte: Autor, 2025.

Figura 9: Cargas adotadas para lajes tipo

Dados de lajes

Identificação Seção/Carga Modelo Grelha Temperatura/Retração Detalhamento Catalogadas BIM

Definição de carregamentos

Caso/Carga

0.000 tf/m2

Numéricas Alfanuméricas

Carga distribuída por área

APART1 0.100/0.150 tf/m2: SALA/COZINHA/DORMITÓRIO

Carga distribuída linear:

☒ P/unidade de comprimento

☐ P/unidade de área mais altura de parede

Altura de parede

0 m

Zerar C:\TQS\Edifício tcc2\TABCAR.DAT

Inserir Apagar Caso 0001- TODAS - Todas permanentes e acidentais dos pavimentos

Esta é a lista de tipos de cargas, que pode ser editada no gerenciador TQS Formas, através do comando "Editar, Tipos de cargas".

OK Cancelar

Fonte: Autor, 2025.

Figura 10: Cargas adotadas para lajes na cobertura

Dados de lajes

Identificação Seção/Carga Modelo Grelha Temperatura/Retração Detalhamento Catalogadas BIM

Definição de carregamentos

Caso/Carga

0.000 tf/m2

Numéricas Alfanuméricas

Carga distribuída por área

COBERT1 0.150/0.100 tf/m2: TERRAÇO DESCOBERTO (Impermeabilizado)

Carga distribuída linear:

☒ P/unidade de comprimento

☐ P/unidade de área mais altura de parede

Altura de parede

0 m

Zerar C:\TQS\Edifício tcc2\TABCAR.DAT

Inserir Apagar Caso 0001- TODAS - Todas permanentes e acidentais dos pavimentos

Esta é a lista de tipos de cargas, que pode ser editada no gerenciador TQS Formas, através do comando "Editar, Tipos de cargas".

OK Cancelar

Fonte: Autor, 2025.

Figura 11: Cargas adotadas em vigas tipo

Fonte: Autor, 2025.

Adotando-se o concreto com base em calcário, com fator α_e de 0,9, foram obtidas as seguintes constantes referentes às características do concreto:

$$E_{ci} = \alpha_e \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} = 27,6 \text{ GPa}$$

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci}$$

$$\text{na qual } \alpha_i = 0.8 + \frac{0.2 f_{ck}}{80} = 0,875 \quad \text{e} \quad E_{cs} = 24,15 \text{ GPa}$$

$$G_c = \frac{E_{cs}}{2,4} = 10,06 \text{ GPa} \quad \text{e} \quad \nu = 0,2$$

O modelo estrutural estabelecido para o pavimento tipo (planta baixa com lançamentos das lajes, das vigas e dos pilares) pode, portanto, ser observado na Figura 12:

A distribuição de cargas sobre a viga analisada (Viga 205), considerando-se seu peso próprio, carga de parede e a distribuição das cargas das lajes pelo método simplificado, foi processada com os resultados apresentados na Figura 13. Observa-se que as unidades estão em kNm e em metros.

Figura 13: carregamento da viga 205, pav. tipo

Cargas nos vãos da VIGA 205						

VÃO= 1	/L=	397.5	/B=	20	/H=	60
1- PARC.DIST.PMAX=		3.00	INÍCIO=		.00	COMPR= 3.975
1- PARC.DIST.PMAX=		18.20	INÍCIO=		.10	COMPR= 3.775
VÃO= 2	/L=	577.5	/B=	20	/H=	60
2- PARC.DIST.PMAX=		3.00	INÍCIO=		.00	COMPR= 5.775
2- PARC.DIST.PMAX=		25.80	INÍCIO=		.10	COMPR= 5.525

Fonte: Autor, 2025.

Os carregamentos das vigas simétricas no pavimento baldrame e na cobertura, diferenciados por suas características particulares, também foram processados. No pavimento baldrame, ou térreo, não há a distribuição de cargas das lajes. Já na cobertura, a sobrecarga considerada para as lajes foi distinta, optando-se pela sobrecarga automática para cobertura do TQS, de 1,5 kN/m² de sobrecarga permanente, e 1 kN/m² de sobrecarga acidental, enquanto, no pavimento tipo, foi considerado 0,1 tf/m² de sobrecarga permanente, e 1,5 kN/m² de sobrecarga acidental. Além disso, na cobertura, a carga de parede foi menor, pois optou-se por um parapeito de 1,5 kN/m. Assim, os carregamentos obtidos foram aqueles apresentados nas Figuras 14 e 15.

Figura 14: Carregamentos da Viga 105, pav. Baldrame

Cargas nos vãos da VIGA 105						

VÃO= 1	/L=	397.5	/B=	20	/H=	60
1- PARC.DIST.PMAX=		3.00	INÍCIO=		.00	COMPR= 3.975
1- PARC.DIST.PMAX=		4.30	INÍCIO=		.10	COMPR= 3.775
VÃO= 2	/L=	577.5	/B=	20	/H=	60
2- PARC.DIST.PMAX=		3.00	INÍCIO=		.00	COMPR= 5.775
2- PARC.DIST.PMAX=		4.30	INÍCIO=		.10	COMPR= 5.525

Fonte: Autor, 2025.

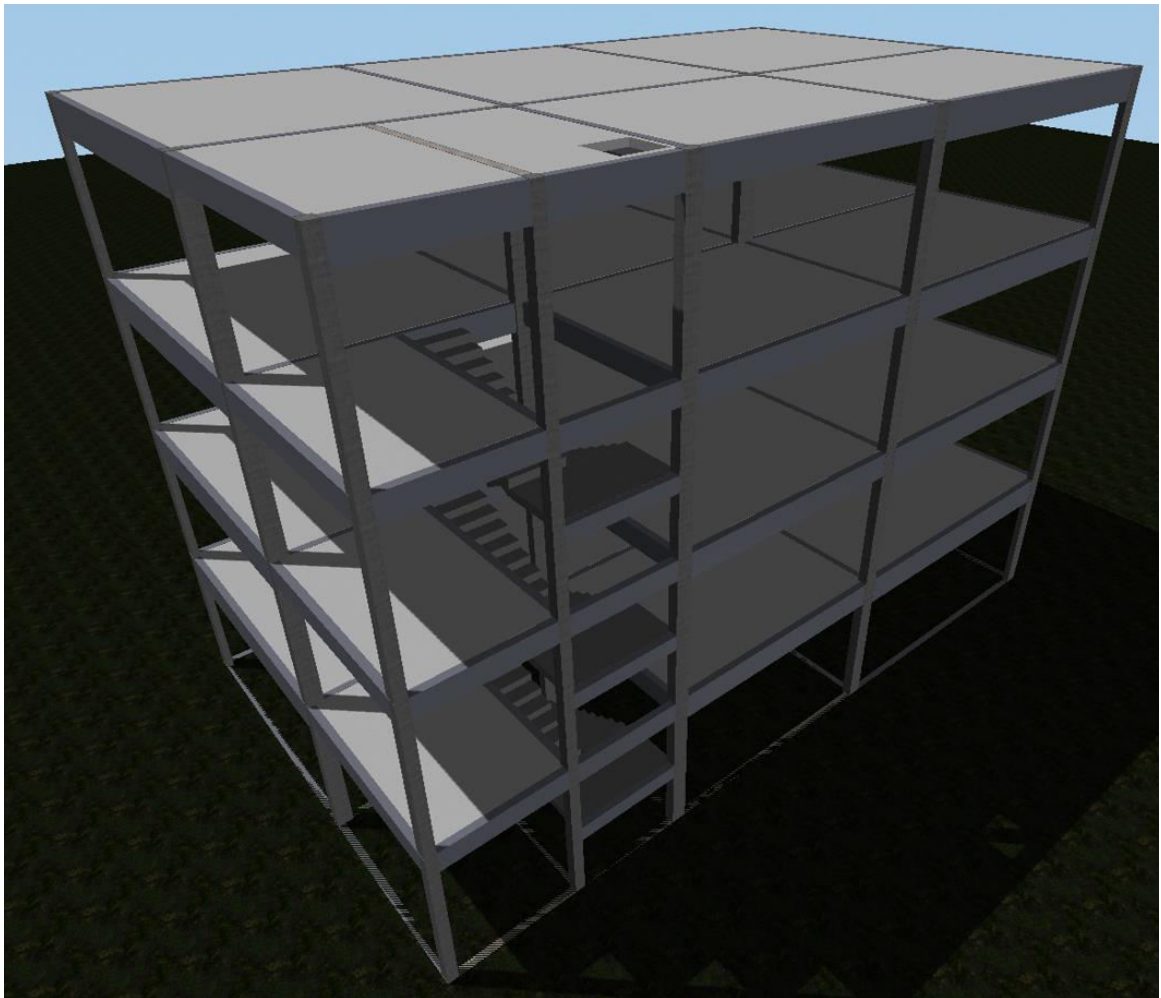
Figura 15: Carregamentos Viga 305, cobertura

Cargas nos vãos da VIGA 305

VÃO= 1	/L=	397.5	/B=	20	/H=	60			
1-	PARC.DIST.PMAX=	3.00	INÍCIO=	.00	COMPR=	3.975			
1-	PARC.DIST.PMAX=	9.70	INÍCIO=	.10	COMPR=	3.775			
VÃO= 2	/L=	577.5	/B=	20	/H=	60			
2-	PARC.DIST.PMAX=	3.00	INÍCIO=	.00	COMPR=	5.775			
2-	PARC.DIST.PMAX=	19.10	INÍCIO=	.10	COMPR=	5.525			

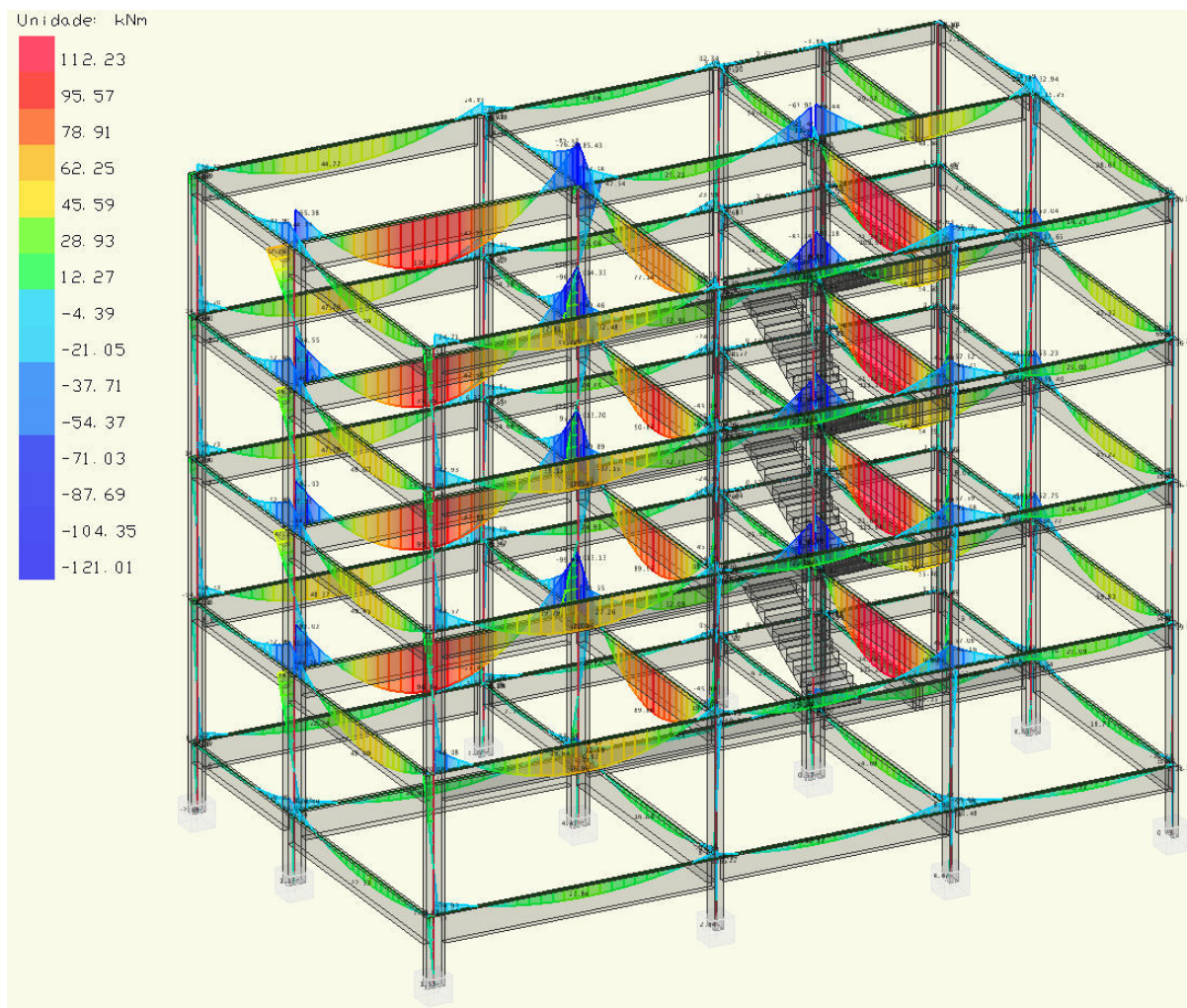
Fonte: Autor, 2025.

Com o projeto modelado, após o processamento global, foram observados os esforços internos do estado limite último (ELU), bem como a simulação espacial do projeto, observados nas Figuras 16 e 17.

Figura 16: Simulação espacial do projeto no TQS

Fonte: Autor, 2025

Figura 17: DMF nas vigas a partir da modelagem espacial do projeto no TQS

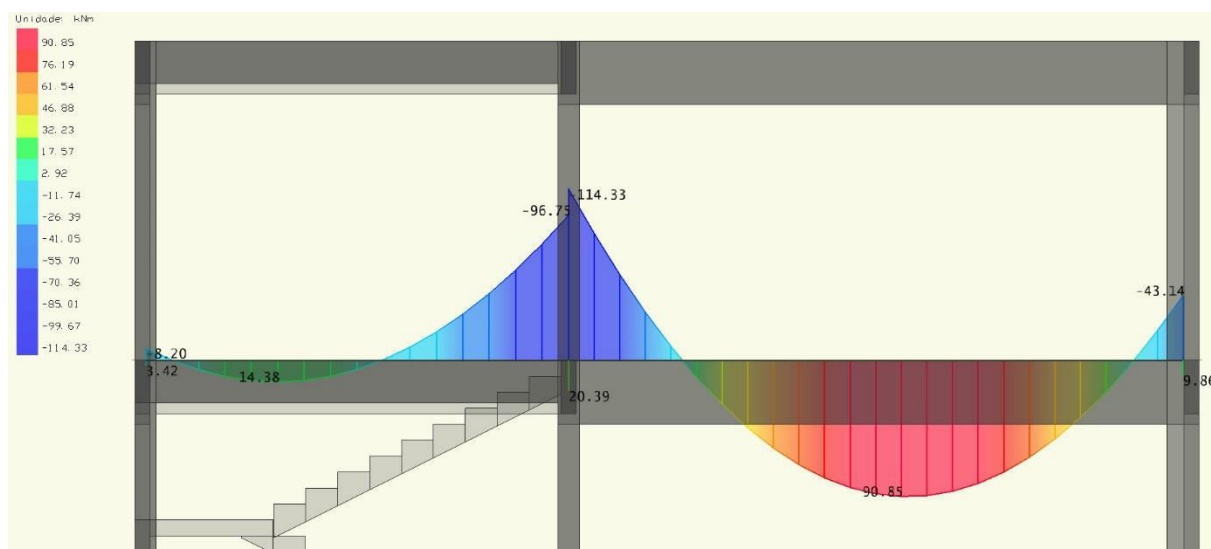


Fonte: Autor, 2025.

5.1.2 Considerações sobre rigidez nos diagramas do TQS

No terceiro pavimento tipo, aproximando os diagramas da viga 205, e isolando o elemento desejado para maior distinção e uma análise mais precisa, podemos observar o diagrama de momento fletor apenas da viga, com os valores dos momentos positivos máximos, e os momentos negativos em suas extremidades, bem como no pilar intermediário.

Figura 18: DMF da Viga 205 do terceiro pavimento tipo, com flexibilização e com offsets rígidos.



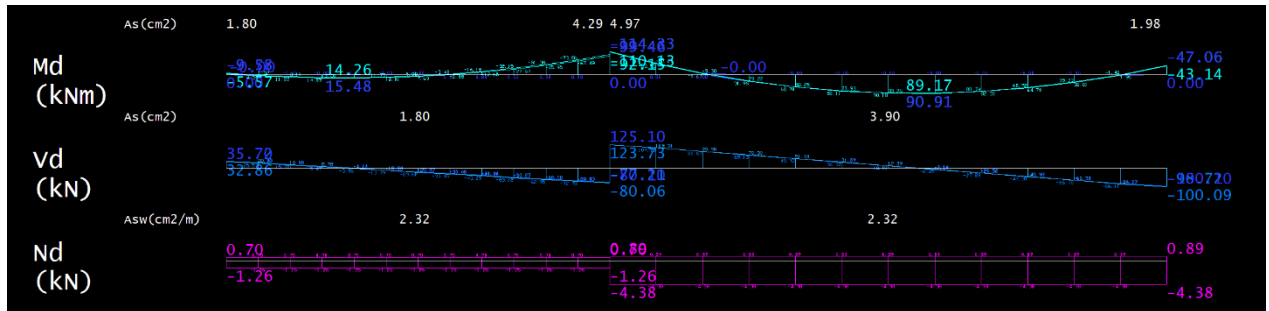
Fonte: Autor, 2025.

O TQS é composto por diversos *softwares* especializados, cada um voltado para uma área específica do projeto estrutural. No TQS vigas, pode-se analisar mais detalhadamente os diagramas de esforços internos, como momento fletor, força cortante e momento torsor, bem como realizar o detalhamento das armaduras de forma precisa. No entanto, no escopo da atual análise, o detalhamento das armaduras não foi considerado, uma vez que o foco principal foi a avaliação dos esforços internos.

Ressalta-se que, no módulo TQS vigas, não é plotado apenas o diagrama de momento fletor, mas também a envoltória de momento fletor. A envoltória é utilizada para o cálculo de dimensionamento das armaduras, garantindo que todas as possíveis variações de esforços sejam contempladas no projeto estrutural. Isso assegura que o dimensionamento das vigas seja adequado e que a estrutura tenha a capacidade necessária para suportar as cargas previstas.

Além disso, o TQS permite a consideração de diferentes combinações de carregamentos, otimizando o processo de análise e garantindo um projeto mais seguro e eficiente. Dessa forma, os diagramas de esforços internos solicitantes apresentados pelo TQS vigas foram os mostrados na Figura 19:

Figura 19: DMF da Viga 205 do terceiro pavimento tipo, do módulo TQS vigas



Fonte: Autor, 2025.

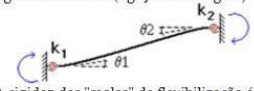
No entanto, há um detalhe no *software* em que o tipo de ligações entre vigas e pilares pode ser configurado e calibrado. Com relação à rigidez das peças, podem ser consideradas barras rígidas ou um offset rígido na ligação com o pilar, de modo que o trecho da viga entre a face e o centroide da seção transversal do pilar seja considerado com uma rigidez muito alta, não permitindo deformação. Com relação à flexibilização, existem as opções sem flexibilização, ou seja, considerando a ligação totalmente rígida entre as peças; ou com a flexibilização, onde é simulada uma mola, tornando a ligação semi-rígida e permitindo um grau de flexibilização em relação ao momento fletor. Nesse caso, pode ser calibrado por coeficientes específicos LEPMOL e REDMOL, onde o primeiro multiplica a largura da viga, enquanto o segundo divide o coeficiente de rigidez da mola. Como padrão, o TQS considera o offset rígido e a flexibilização, utilizando os coeficientes LEPMOL=1 e REDMOL=1. Essa foi a configuração utilizada para a Viga 205 destacada acima. Segundo Kimura (2007), “Com toda certeza, a modelagem com a consideração da flexibilização das ligações resulta num comportamento muito mais condizente com a realidade.” (Kimura, 2007, pag. 267)

Figura 20: Modelos de ligação viga-pilar utilizados no TQS

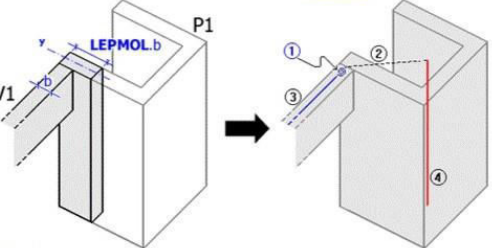
Flexibilização

Informações gerais

No pórtico espacial, é fundamental que a rigidez efetiva da ligação entre os elementos, principalmente em casos de vigas se apoiando em pilares alongados seja considerada de forma adequada no modelo. Por meio do critério em questão, a rigidez efetiva na ligação viga-pilar pode ser automaticamente incorporada ao modelo por meio de "molas" posicionadas nos extremos das barras. Ou seja, as ligações são flexibilizadas. A técnica utilizada para simular esse comportamento é baseada na manipulação das matrizes de rigidez das barras (ligação semi-rígida).



A rigidez das "molas" de flexibilização é atribuída, de forma aproximada, como sendo o termo $4EI/L$ definido pelo pilar junto às barras das vigas, onde: E é o módulo de elasticidade longitudinal do pilar, L é o pé-direito do pilar e I é o momento de inércia calculado a partir de uma seção equivalente do pilar que efetivamente será considerada na rigidez da ligação. Dois parâmetros definidos nos critérios gerais do Pórtico-TQS®, chamados de LEPMOL e REDMOL, permitem que o Engenheiro faça ponderações no cálculo da rigidez dessas molas.

$$I_y = f(\text{LEPMOL} \cdot b) \Rightarrow \textcircled{1} = \frac{(4 \cdot E \cdot I_y / L)}{\text{REDMOL}}$$


(1) Mola
(2) Offset rígido
(3) Barra da viga
(4) Barra do pilar

Flexibiliza ligações viga-pilar  Não ☐ Sim ☐

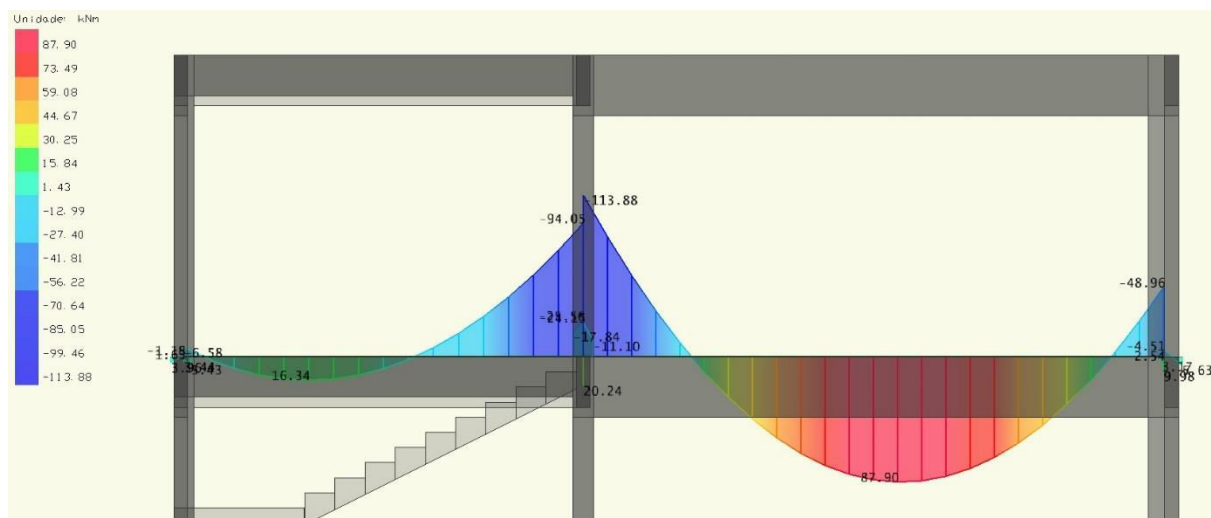
Divisor do coeficiente de mola [REDMOL]  

Multiplicador da largura da viga [LEPMOL]  

Fonte: Autor, 2025.

Para fins comparativos, todos os modelos mencionados foram calculados, e a Viga 205 isolada para a observação do diagrama de momento fletor em cada caso. A seguir, observam-se o caso de flexibilização com barras rígidas, não flexibilização com offsets rígidos, e não flexibilização com barras rígidas, respectivamente (Figuras 21, 22 e 23).

Figura 21: DMF da Viga 205, caso com flexibilização e com barras rígidas.



Fonte: Autor, 2025.

Figura 22: DMF da Viga 205, caso sem flexibilização e com offsets rígidos.

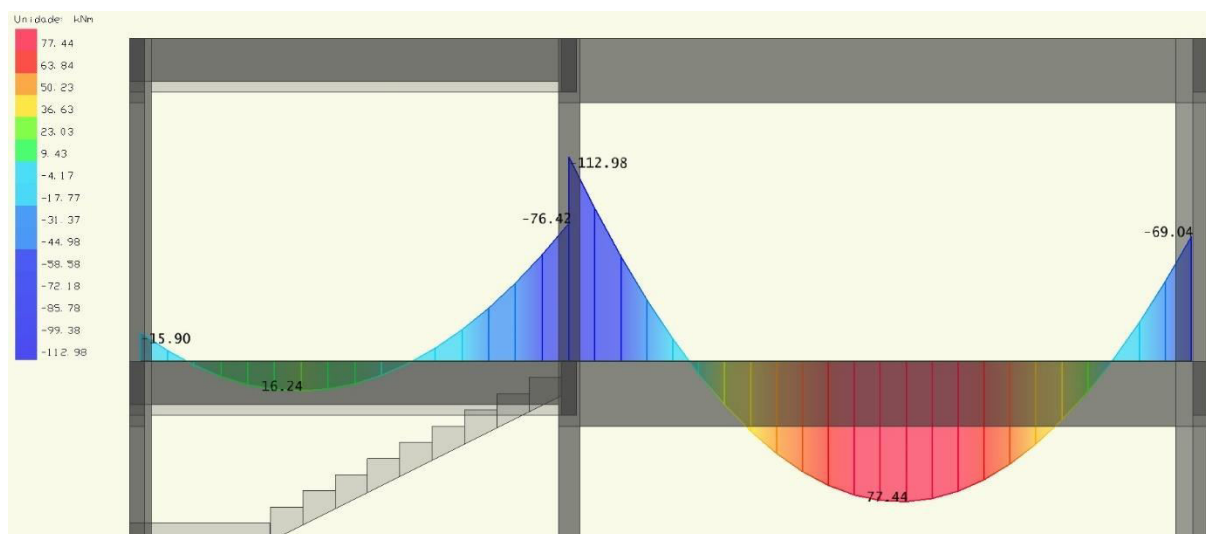
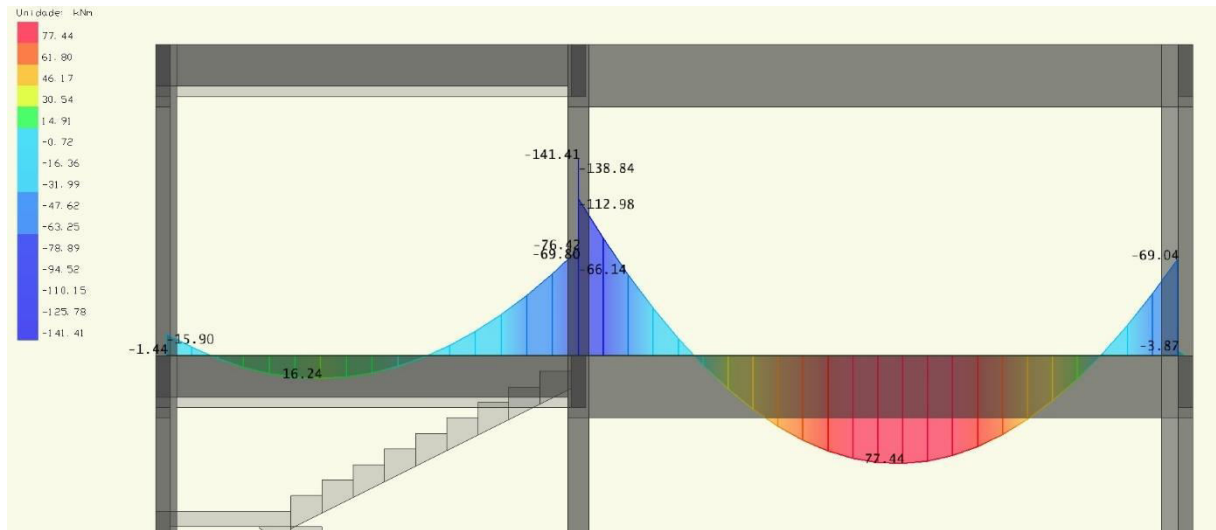


Figura 23: DMF da Viga 205, caso sem flexibilização e com barras rígidas.



Fonte: Autor, 2025.

Os valores mais relevantes em cada caso estão explicitados no Quadro 1 a seguir, com valores em kN.m.

Quadro 1: valores de momentos fletores (kN.m) para os tipos de ligação disponíveis no TQS.

	CFOR	CFBR	SFOR	SFBR
T_{esq}, M_{esq}^-	8,20	6,58	15,90	15,90
T_{esq}, M_{max}^+	14,38	16,34	16,24	16,24
T_{esq}, M_{dir}^-	96,75	94,05	76,42	76,42
T_{dir}, M_{esq}^-	114,33	113,88	112,98	112,98
T_{dir}, M_{max}^+	90,85	87,90	77,44	77,44
T_{dir}, M_{dir}^-	43,14	48,96	69,04	69,04

Fonte: Autor, 2025.

As siglas no Quadro 1 significam:

- **CFOR:** Com flexibilização e offsets rígidos;
- **CFBR:** Com flexibilização e barras rígidas;
- **SFOR:** Sem flexibilização e offsets rígidos;
- **SFBR:** Sem flexibilização e barras rígidas;
- T_{esq}, M_{esq}^- : Trecho esquerdo, momento negativo à esquerda;

- T_{esq}, M_{max}^+ : Trecho esquerdo, momento positivo máximo;
- T_{esq}, M_{dir}^- : Trecho esquerdo, momento negativo à direita;
- T_{dir}, M_{esq}^- : Trecho direito, momento negativo à esquerda;
- T_{dir}, M_{max}^+ : Trecho direito, momento positivo máximo;
- T_{dir}, M_{dir}^- : Trecho direito, momento negativo à direita.

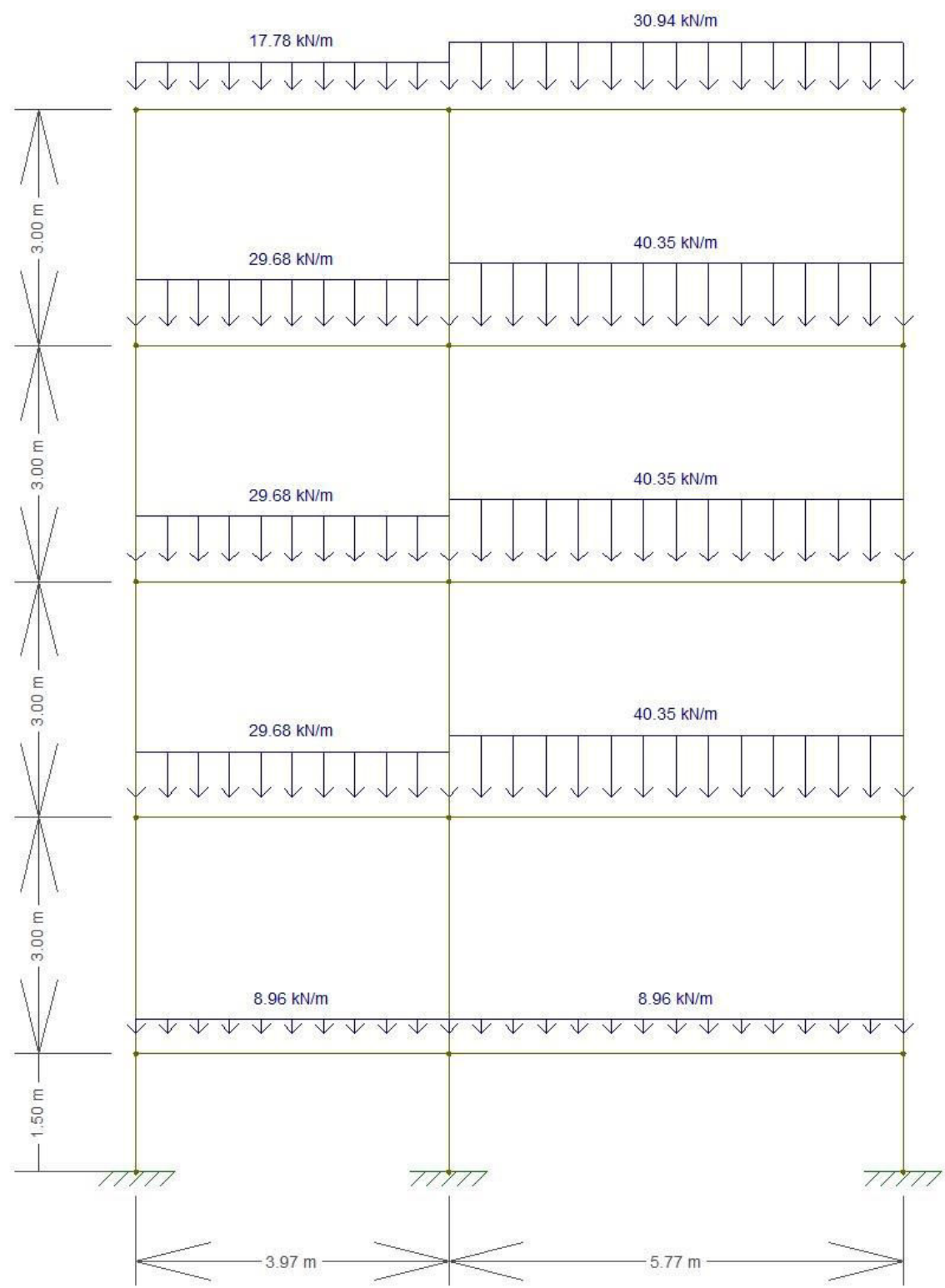
Nota-se, portanto, que, para os casos sem flexibilização, em que a ligação já é considerada rígida, os modelos de offsets rígidos ou barras rígidas não apresentam diferenças entre si. Entre os modelos com flexibilização, há uma diferença notável entre as considerações de offsets ou barras rígidos. E entre os modelos com e sem flexibilização, as diferenças são acentuadas. Mais adiante neste estudo, serão analisadas as diferenças entre todos os modelos considerados.

5.1.3 Modelagem do pórtico plano no FTOOL

A seguir, o pórtico plano, extraído de um corte frontal do edifício, e contendo as Vigas 205 dos pavimentos tipo, bem como as Vigas 105, do pavimento baldrame, e a Viga 305, da cobertura, foi modelado no *software* FTOOL. Este modelo foi desenvolvido com os mesmos carregamentos considerados nas vigas do pórtico espacial, visando garantir a coerência na análise estrutural de toda a edificação.

As cargas projetadas sobre as vigas do pórtico plano já foram previamente majoradas pelos fatores do estado limite último, contando com os possíveis efeitos de sobrecarga, defeitos de execução, entre outros fatores que possam influenciar o comportamento da estrutura. Dessa forma, obteve-se o pórtico plano da Figura 24, que permite encontrar os esforços internos com as condições solicitantes definidas para a análise.

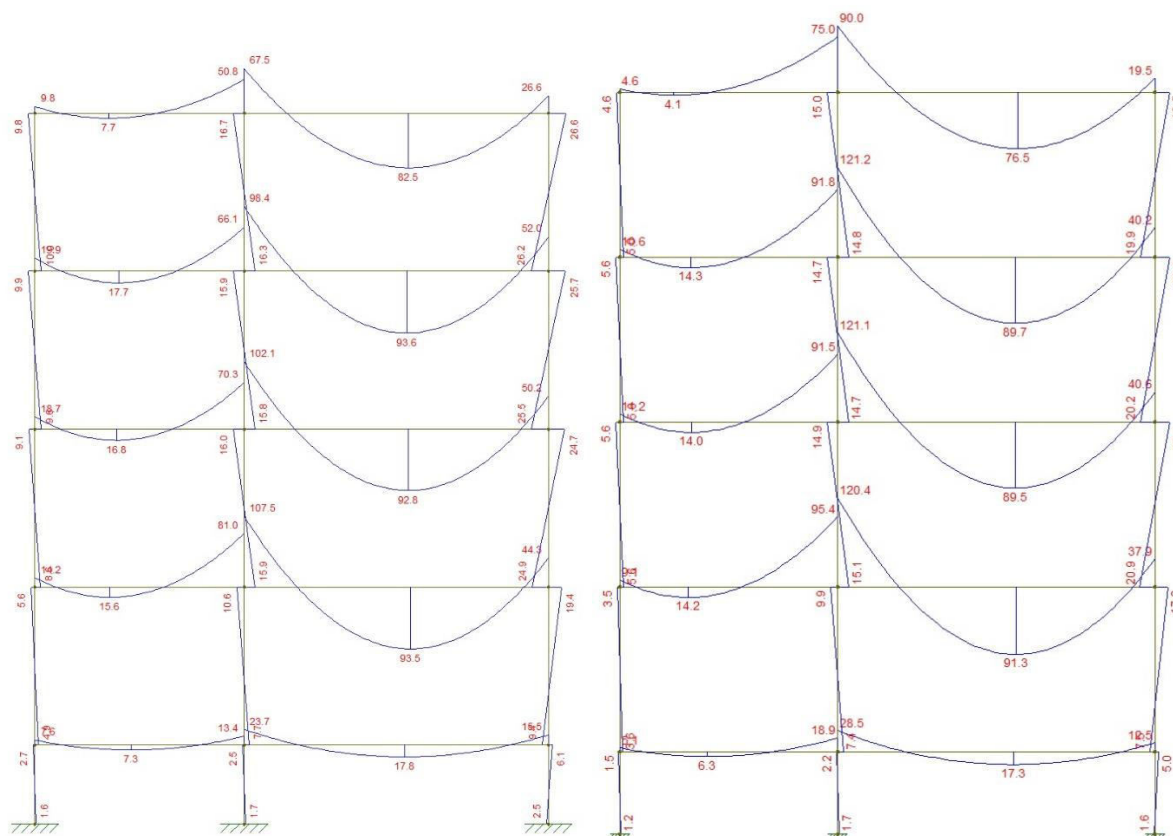
Figura 24: Pórtico plano modelado no FTOOL (relativo à Viga 205)



Fonte: Autor, 2025.

Como resultado, obteve-se o diagrama de momento fletor para o pórtico plano. No entanto, dois modelos foram considerados (Figura 25). No primeiro, todas as seções foram adicionadas conforme as dimensões reais das peças. No segundo modelo, as seções transversais dos pilares foram modificadas, tornando sua área muito elevada ($10^{(40)}$ mm²), porém, mantendo o momento de inércia real, conforme indicado por Fortes (2019), de modo a minimizar o efeito do acúmulo de deformações axiais nos pilares, que interfere, de forma incompatível com a realidade da construção, nos diagramas de esforços internos, sem, no entanto, interferir na rigidez das ligações, que dependem dos momentos de inércia.

Figura 25: DMF (kN.m) do pórtico plano modelado no FTOOL: à esquerda, com as áreas reais; à direita, com áreas corrigidas.



Fonte: Autor, 2025.

Nota-se, portanto, na viga considerada para análise, na modelagem em pórtico plano com áreas reais nos pilares, e para o terceiro pavimento tipo:

- Viga 205, trecho esquerdo: momento positivo máximo de 17,7 kNm, momento negativo na extremidade referente ao pilar do lado esquerdo equivalente a 19,9 kNm, e momento negativo no pilar intermediário de 66,1 kNm;

- Viga 205, trecho direito: momento positivo máximo de 93,6 kNm, momento negativo referente ao pilar do lado direito da viga equivalente a 52,0 kNm, e momento negativo no pilar intermediário de 98,4 kNm.

Já para a modelagem em pórtico plano com áreas corrigidas nos pilares, e para o terceiro pavimento tipo, observou-se os valores:

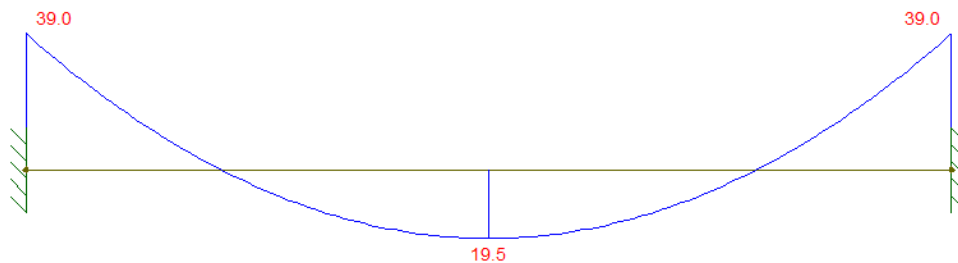
- Viga 205, trecho esquerdo: momento positivo máximo de 14,3 kNm, momento negativo na extremidade referente ao pilar do lado esquerdo equivalente a 10,6 kNm, e momento negativo no pilar intermediário de 91,8 kNm;

- Viga 205, trecho direito: momento positivo máximo de 89,7 kNm, momento negativo referente ao pilar do lado direito da viga equivalente a 40,2 kNm, e momento negativo no pilar intermediário de 121,2 kNm.

5.1.4 Viga 205 destacada conforme a NBR6118/2023

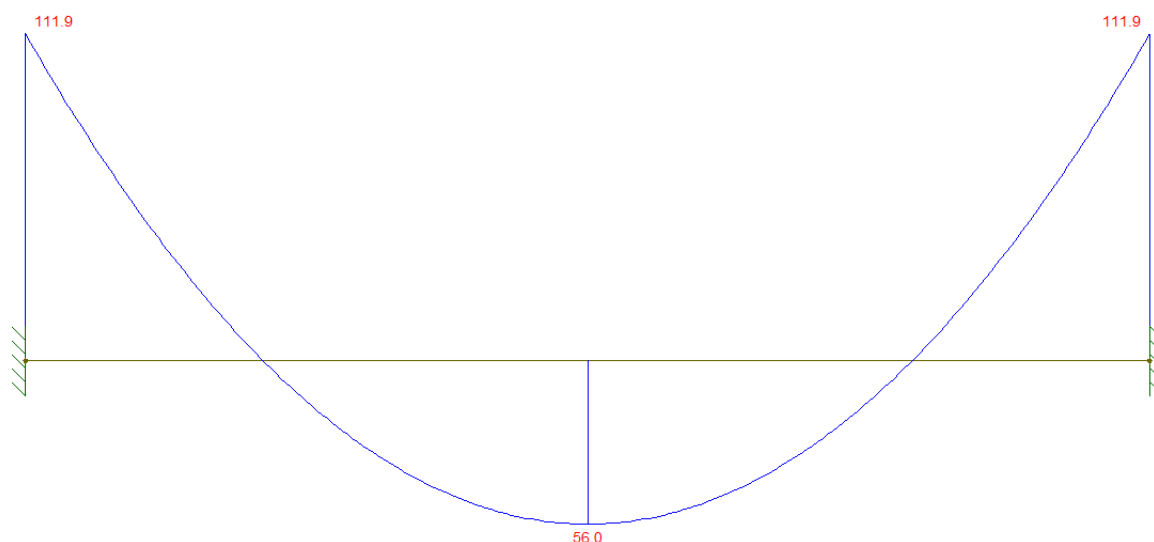
Para a análise da viga como elemento estrutural destacado, foi inicialmente considerado, para cada extremidade da viga contínua, o engastamento perfeito, no qual viria a ser aplicada a adaptação normativa para a aproximação da redução dos momentos negativos nas extremidades. O pilar intermediário, no entanto, foi considerado simplesmente apoiado, pois, segundo indicação da NBR6118/2023, um pilar intermediário deve ser adotado como engaste na modelagem da viga se a sua espessura, ao longo do eixo longitudinal da mesma, for igual ou superior a um quarto do vão, o que não se aplica no presente caso. Nesse contexto, foram extraídos os diagramas de momentos fletores (em kN.m) apresentados nas Figuras 26 e 27 (tramos da esquerda e direita), oriundos do emprego do FTOOL.

Figura 26: DMF (kN.m) da Viga 205 isolada, considerada biengastada no trecho esquerdo (FTOOL).



Fonte: Autor, 2025.

Figura 27: DMF da Viga 205 isolada, considerada biengastada no trecho direito (FTOOL).



Fonte: Autor, 2025.

Observa-se, portanto, que o momento de engastamento perfeito, no trecho esquerdo, equivale a 39 kNm, enquanto, no trecho direito, o momento foi calculado como 111,9 kNm. Já para os momentos positivos máximos, observou-se 19,5 kNm no trecho esquerdo, e 56 kNm no trecho direito.

Calibrando os momentos das extremidades segundo as recomendações da NBR 6118:2023, obteve-se as rigidezes de vigas e pilares explicitadas a seguir:

- Na extremidade esquerda da viga 205:

$$r_{inf} = \frac{3I_{inf}}{l_{inf}/2} = \frac{3 * 0,3 * 0,2^3}{12 * 1,5} = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$r_{sup} = \frac{3I_{sup}}{l_{sup}/2} = \frac{3 * 0,3 * 0,2^3}{12 * 1,5} = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$r_{vig} = \frac{4I_{vig}}{l_{vig}} = \frac{4 * 0,2 * 0,6^3}{12 * 3,97} = 3,627 \cdot 10^{-3}$$

Desse modo, o momento da extremidade esquerda passa a ser:

$$M_1 = \left(\frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}} \right) * M_{e1} = \left(\frac{4 * 10^{-4} + 4 * 10^{-4}}{3,627 * 10^{-3} + 4 * 10^{-4} + 4 * 10^{-4}} \right) * 39$$

$$M_1 = 7,05 \text{ kNm}$$

- Na extremidade direita da viga 205:

$$r_{inf} = \frac{3I_{inf}}{l_{inf}/2} = \frac{3 * 0,2 * 0,3^3}{12 * 1,5} = 9 \cdot 10^{-4}$$

$$r_{sup} = \frac{3I_{sup}}{l_{sup}/2} = \frac{3 * 0,2 * 0,3^3}{12 * 1,5} = 9 \cdot 10^{-4}$$

$$r_{vig} = \frac{4I_{vig}}{l_{vig}} = \frac{4 * 0,2 * 0,6^3}{12 * 5,77} = 2,496 \cdot 10^{-3}$$

Desse modo, o momento da extremidade esquerda passa a ser:

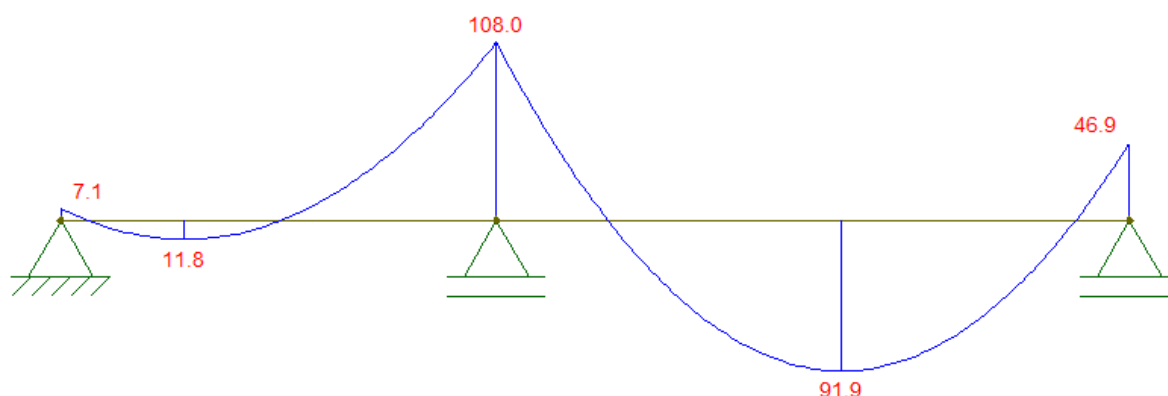
$$M_2 = \left(\frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}} \right) * M_{e2} = \left(\frac{9 * 10^{-4} + 9 * 10^{-4}}{2.496 * 10^{-3} + 9 * 10^{-4} + 9 * 10^{-4}} \right) * 111,9$$

$$M_2 = 46,89 \text{ kNm}$$

onde M_{e1} e M_{e2} representam os momentos de engastamento perfeito em cada uma das vigas.

As vigas destacadas, acrescentando-se os momentos calculados, obteve o diagrama de momento fletor conforme a Figura 28.

Figura 28: DMF (kN.m) na viga contínua (Viga 205 isolada com os ajustes da NBR6118:2023), apenas destacando-se a mesma.

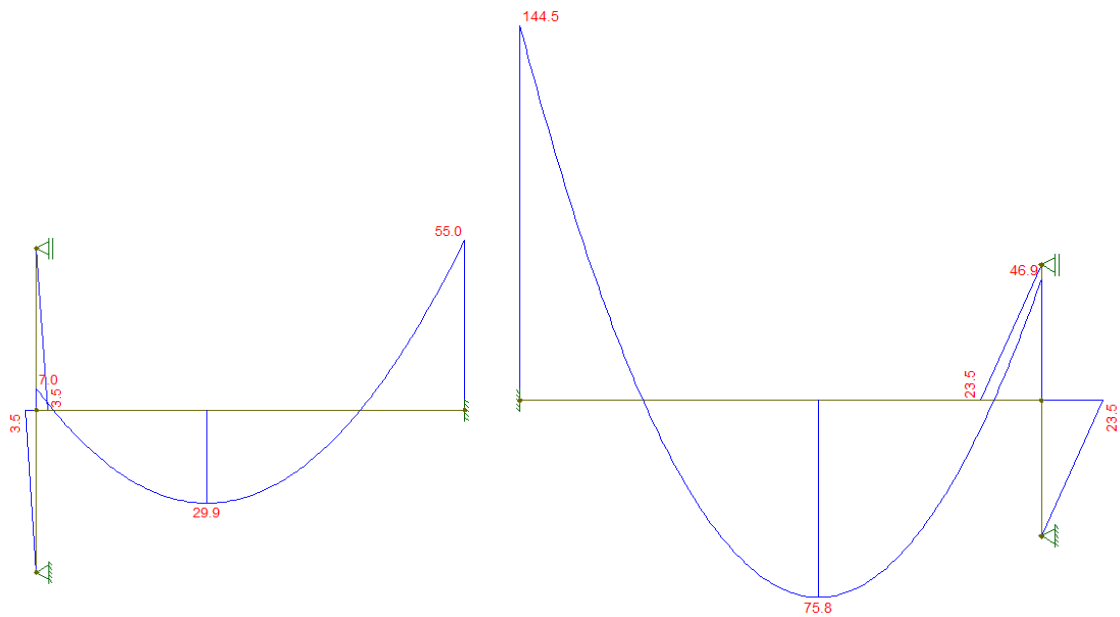


Fonte: Autor, 2025.

Observou-se, portanto, que, com as recomendações para aproximação de momentos negativos em vigas contínuas, os momentos máximos positivos passaram a ser de 11,8 kNm para o trecho esquerdo, e de 91,9 kNm para o trecho direito, enquanto, no pilar intermediário, o momento negativo passou a ser equivalente a 108 kNm.

Considerou-se ainda o modelo em que a viga é destacada com metade da altura superior e inferior de cada pilar da extremidade, e engastada na parte intermediária, como mostrado a seguir, na Figura 29. Neste caso, as correções nas seções dos pilares já foram acrescentadas.

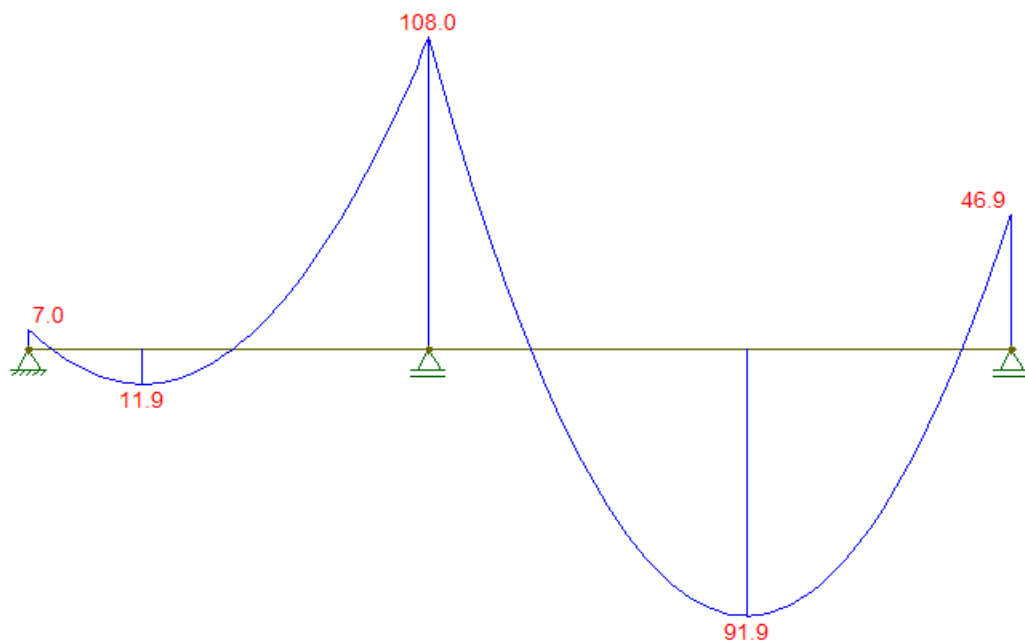
Figura 29: Trechos esquerdo e direito, destacados com influência do pilar de extremidade.



Fonte: Autor, 2025.

Neste último caso, observou-se um momento negativo de 7,0 kNm na extremidade do trecho esquerdo, e de 46,9 kNm na extremidade do trecho direito. Aplicando esses momentos no modelo de viga contínua, obtém-se o diagrama de momentos fletores destacado na Figura 30.

Figura 30: DMF (kN.m) na viga contínua, destacando-se, também, os pilares extremos corrigidos.



Fonte: Autor, 2025.

Adotou-se, para a análise de erro percentual, os valores de momentos obtidos no pórtico espacial, com flexibilização e offsets rígidos, como os de referência, considerando-o como o mais preciso, devido não apenas à maior fidelidade com construções reais fornecida pela flexibilização, mas também à modelagem matricial mais completa em relação ao pórtico plano ou ao elementos isolados, como menciona Bandeira (2015):

“Tais simplificações, de alguma forma, implicam no prejuízo de informações, tais como: influência dos pavimentos (diafragmas rígidos) no comportamento global, efeito de pórtico para absorção de cargas horizontais (vento), impossibilidade de verificação da torção global e localizada. Considera-se que tais medidas, apesar de refletirem de maneira simplificada o comportamento dos elementos do pórtico espacial, sejam a melhor maneira de se formar uma intuição estática. Este sentimento pode fornecer resultados qualitativos, sobretudo, para a compreensão e interpretação dos resultados advindos da análise tridimensional.”
(Bandeira, 2015, p. 91)

Os erros inferidos podem ser observados no Quadro 2.

Quadro 2: Erros, em %, calculados para momentos na Viga 205, em relação ao modelo do TQS com flexibilização e com offsets rígidos.

	T_{esq}, M_{esq}^-	T_{esq}, M_{max}^+	T_{esq}, M_{dir}^-	T_{dir}, M_{esq}^-	T_{dir}, M_{max}^+	T_{dir}, M_{dir}^-
CFBR	-19,76	13,63	-2,79	-0,39	-3,25	13,49
SFOR	93,90	12,93	-21,01	-1,18	-14,76	60,04
SFBR	93,90	12,93	-21,01	-1,18	-14,76	60,04
PP	142,68	23,09	-31,68	-13,93	3,03	20,54
PPC	29,27	-0,56	-5,12	4,76	-1,27	8,72
VCD	-13,41	-17,94	11,63	-5,54	1,16	8,72
VCDPE	-14,63	-17,25	11,63	-5,54	1,16	8,72

Fonte: Autor, 2025.

As siglas que constam no Quadro 2 significam:

- **CFBR:** Com flexibilização e barras rígidas;
- **SFOR:** Sem flexibilização e offsets rígidos;
- **SFBR:** Sem flexibilização e barras rígidas;
- **PP:** Pórtico plano;

- **PPC**: Pórtico plano corrigido;
- **VCD**: Viga contínua destacada;
- **VCDPE**: Viga contínua destacada com os pilares extremos;
- T_{esq}, M_{esq}^- : Trecho esquerdo, momento negativo à esquerda;
- T_{esq}, M_{max}^+ : Trecho esquerdo, momento positivo máximo;
- T_{esq}, M_{dir}^- : Trecho esquerdo, momento negativo à direita;
- T_{dir}, M_{esq}^- : Trecho direito, momento negativo à esquerda;
- T_{dir}, M_{max}^+ : Trecho direito, momento positivo máximo;
- T_{dir}, M_{dir}^- : Trecho direito, momento negativo à direita.

Já o erro dos elementos isolados em relação ao pórtico plano, com áreas reais, modelado no FTOOL, ou seja, adotando-se, dessa vez, o pórtico plano como a referência, e comparando-o com o elemento de viga contínua destacado, foram obtidas as seguintes diferenças percentuais, compiladas no Quadro 3.

Quadro 3: Erros, em %, calculados para momentos na Viga 205, com relação ao pórtico plano sem correção.

	T_{esq}, M_{esq}^-	T_{esq}, M_{max}^+	T_{esq}, M_{dir}^-	T_{dir}, M_{esq}^-	T_{dir}, M_{max}^+	T_{dir}, M_{dir}^-
VCD	-64,32	-33,33	63,39	9,76	-1,82	-9,81
VCDPE	-65,83	-32,20	63,69	9,96	-1,60	-11,15

Fonte: Autor, 2025.

Já em relação ao modelo com áreas corrigidas de seções dos pilares, obteve-se (Quadro 4):

Quadro 4: Erros, em %, calculados para momentos na Viga 205, com relação ao pórtico plano corrigido.

	T_{esq}, M_{esq}^-	T_{esq}, M_{max}^+	T_{esq}, M_{dir}^-	T_{dir}, M_{esq}^-	T_{dir}, M_{max}^+	T_{dir}, M_{dir}^-
VCD	-33,02	-17,48	17,65	-10,89	2,45	16,67
VCDPE	-33,96	-16,78	17,65	-10,89	2,45	16,67

Fonte: Autor, 2025.

Os erros observados, portanto, foram bastante consideráveis, evidenciando uma problemática em não se adotarem métodos mais precisos. Nota-se, porém, que os erros

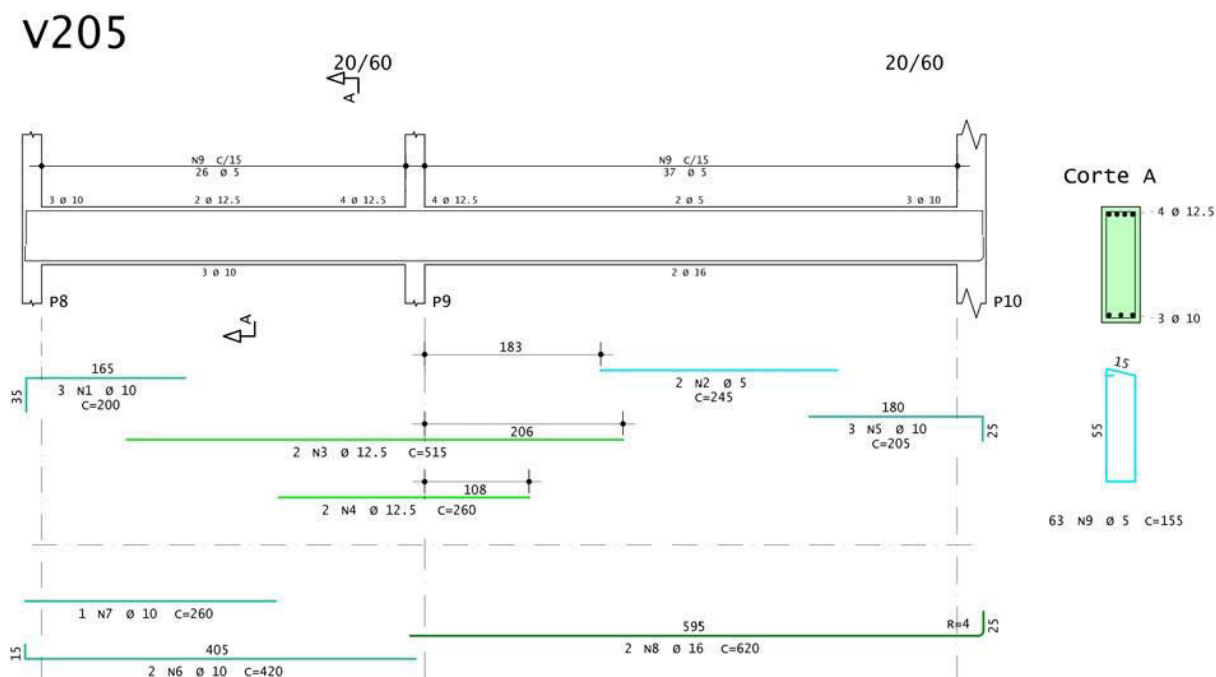
observados em relação ao trecho esquerdo da viga foram muito maiores do que os erros observados no trecho direito. Um possível motivo para isso é a característica assimétrica da viga em questão, que pode contribuir para o acúmulo de erros nos cálculos matriciais utilizados no Método da Rigidez Direta. No entanto, mesmo a comparação entre o pórtico plano e a viga destacada resultou em uma aproximação razoável no trecho direito, e uma diferença acentuada nos dados do trecho esquerdo, reforçando o maior cuidado a ser observado com a precisão dos cálculos para projetos assimétricos.

Além da segurança da construção, que pode apresentar mais patologias devido ao uso de aproximações menos precisas, é importante também analisar a diferença que o material utilizado pode gerar nos resultados estruturais. No caso específico do aço, a escolha desse material pode impactar significativamente o comportamento da estrutura, exigindo um dimensionamento adequado da taxa de aço para a viga em análise, em todos os três cenários apresentados. Muito embora deva ser enfatizado que a aparente economia de aço não deve ser considerada como um mérito do projeto, posto que a adoção de valores inferiores àqueles mais precisos e condizentes com a obra real podem acarretar em gastos excessivos com reparos estruturais, ou mesmo com o comprometimento da estrutura em questão, reduzindo a vida útil da obra.

5.1.5 Dimensionamento e Detalhamento no TQS

No que diz respeito ao pórtico tridimensional, o próprio *software* TQS, Módulo Vigas, realiza o dimensionamento das vigas e os seus desenhos esquemáticos automaticamente, o que garante um nível de precisão e confiabilidade no processo. Este tipo de *software* é amplamente utilizado na engenharia estrutural, pois automatiza muitas das etapas de cálculo, reduzindo os riscos de erros humanos e aumentando a eficiência do projeto. Portanto, neste estudo, foram utilizados os dados fornecidos diretamente pelo programa, que se mostram adequados para a análise proposta. Esses dados podem ser observados a seguir na Figura 31, permitindo uma avaliação mais detalhada e visual dos resultados obtidos nas simulações.

Figura 31: Detalhamento da Viga 205, com flexibilização e offsets rígidos, elaborado pelo TQS Vigas.



Fonte: Autor, 2025.

É possível, ainda, extrair, do relatório geral elaborado pelo TQS Vigas, a taxa média de aço para cada elemento estrutural, cujo conteúdo permite uma análise mais detalhada de cada componente. Por exemplo, pode-se observar a taxa de aço da Viga 205 e, a partir dessa informação, multiplicá-la pelo volume da viga correspondente. Esse procedimento proporciona uma estimativa mais precisa da quantidade de aço necessária para a execução da peça, facilitando o planejamento e o controle dos recursos. Além disso, é fornecida a taxa média para todas as vigas de cada pavimento (Quadro 5), facilitando, juntamente com os relatórios de pilares e lajes, a estimativa de todo o quantitativo de material para a construção da estrutura.

Quadro 5: Resultado do relatório do TQS vigas para o pavimento tipo, caso com flexibilização e offsets rígidos.

Viga	L (cm)	Vãos	Seção (cm)	H/L (%)	ρ_s (%)	ρ_{sw} (%)	Taxa de aço (kgf/m ³)
V201	397.5 a 577.5	2	14X60	10.39 a 15.09	0.33 a 0.47	0.21 a 0.21	45.3
V202	397.5 a 397.5	1	15X50	12.58 a 12.58	0.26 a 0.42	0.25 a 0.25	39.9
V203	397.5 a 397.5	1	14X40	10.06 a 10.06	0.25 a 0.36	0.32 a 0.32	42.1
V204	577.5 a 577.5	1	20X60	10.39 a 10.39	0.44 a 0.61	0.21 a 0.21	60.0
V205	397.5 a 577.5	2	20X60	10.39 a 15.09	0.36 a 0.74	0.21 a 0.21	55.2
V206	400.5 a 585.5	2	14X60	10.25 a 14.98	0.33 a 0.56	0.21 a 0.21	47.1
V207	627.5 a 627.5	1	14X60	9.56 a 9.56	0.33 a 0.47	0.21 a 0.21	46.7
V208	515 a 515	1	14X50	9.71 a 9.71	0.28 a 0.45	0.25 a 0.25	46.2
VE	223 a 223	1	14X30	13.45 a 13.45	0.52 a 0.61	0.44 a 0.44	75.6
V210	227 a 252.5	2	14X40	15.84 a 17.62	0.18 a 0.36	0.32 a 0.32	44.1
V211	618.5 a 618.5	1	20X60	9.7 a 9.7	0.44 a 0.91	0.21 a 0.21	71.4
V212	472.5 a 505	2	14X50	9.9 a 10.58	0.5 a 1.09	0.25 a 0.55	83.5
V213	620.5 a 620.5	1	14X60	9.67 a 9.67	0.34 a 0.57	0.21 a 0.21	50.0
V214	485.5 a 515	2	14X50	9.71 a 10.3	0.27 a 0.58	0.25 a 0.25	49.8

L: Comprimento dos vãos das vigas

H/L: Relação entre altura e comprimento dos vãos das vigas

ρ_s : Taxa geométrica de armadura longitudinal. Obtida em diversas seções ao longo do vão, não considera a armadura lateral.

ρ_{sw} : Taxa geométrica de armadura transversal. Obtida nas faixas existentes no vão

Taxa de aço: Massa de aço por volume de concreto

Taxa média de aço = 54.9 kgf/m³

Fonte: Autor, 2025.

Para a Viga 205, portanto, o volume estabelecido para a peça é:

$$V = b * h * (L_1 + L_2),$$

na qual os comprimentos são, respectivamente, os do trecho esquerdo e direito. Logo:

$$V = 0,2 * 0,6 * (3,97 - 0,20 + 5,77 - 0,25) = 1,11 \text{ m}^3$$

Multiplicando-se pela taxa de aço de 55,2 kgf/m³, obtém-se a massa de aço M_5 :

$$M_5 = 1,11 * 55,2 = 61,27 \text{ kgf}$$

Os dados fornecidos para os demais casos de modelagens feitas no TQS, caso com flexibilização e barras rígidas, caso sem flexibilização e offsets rígidos e caso sem flexibilização e barras rígidas estão mostrados a seguir nos Quadros 6, 7 e 8, respectivamente.

Quadro 6: Resultado do relatório do TQS Vigas para o pavimento tipo, caso com flexibilização e barras rígidas.

Viga	L (cm)	Vãos	Seção (cm)	H/L (%)	ρ_s (%)	ρ_{sw} (%)	Taxa de aço (kgf/m ³)
V201	397.5 a 577.5	2	14X60	10.39 a 15.09	0.23 a 0.47	0.21 a 0.21	42.8
V202	397.5 a 397.5	1	15X50	12.58 a 12.58	0.26 a 0.42	0.25 a 0.25	39.9
V203	397.5 a 397.5	1	14X40	10.06 a 10.06	0.36 a 0.6	0.32 a 0.32	57.1
V204	577.5 a 577.5	1	20X60	10.39 a 10.39	0.37 a 0.64	0.21 a 0.21	58.8
V205	397.5 a 577.5	2	20X60	10.39 a 15.09	0.34 a 0.61	0.21 a 0.21	52.6
V206	400.5 a 585.5	2	14X60	10.25 a 14.98	0.33 a 0.56	0.21 a 0.21	47.0
V207	627.5 a 627.5	1	14X60	9.56 a 9.56	0.33 a 0.47	0.21 a 0.21	46.6
V208	515 a 515	1	14X50	9.71 a 9.71	0.28 a 0.56	0.25 a 0.25	50.2
VE	223 a 223	1	14X30	13.45 a 13.45	0.52 a 0.61	0.44 a 0.44	75.6
V210	227 a 252.5	2	14X40	15.84 a 17.62	0.18 a 0.36	0.32 a 0.32	44.1
V211	618.5 a 618.5	1	20X60	9.7 a 9.7	0.44 a 0.91	0.21 a 0.21	72.6
V212	472.5 a 505	2	14X50	9.9 a 10.58	0.56 a 1.09	0.25 a 0.55	90.9
V213	620.5 a 620.5	1	14X60	9.67 a 9.67	0.33 a 0.47	0.21 a 0.21	46.4
V214	485.5 a 515	2	14X50	9.71 a 10.3	0.28 a 0.56	0.25 a 0.25	49.1

L: Comprimento dos vãos das vigas

H/L: Relação entre altura e comprimento dos vãos das vigas

ρ_s : Taxa geométrica de armadura longitudinal. Obtida em diversas seções ao longo do vão, não considera a armadura lateral.

ρ_{sw} : Taxa geométrica de armadura transversal. Obtida nas faixas existentes no vão

Taxa de aço: Massa de aço por volume de concreto

Taxa média de aço = 55.2 kgf/m³

Fonte: Autor, 2025.

Quadro 7: Resultado do relatório do TQS vigas para o pavimento tipo, caso sem flexibilização e offsets rígidos.

Viga	L (cm)	Vãos	Seção (cm)	H/L (%)	ρ_s (%)	ρ_{sw} (%)	Taxa de aço (kgf/m ³)
V201	397.5 a 577.5	2	14X60	10.39 a 15.09	0.23 a 0.47	0.21 a 0.21	42.3
V202	397.5 a 397.5	1	15X50	12.58 a 12.58	0.26 a 0.42	0.25 a 0.25	40.8
V203	397.5 a 397.5	1	14X40	10.06 a 10.06	0.36 a 0.6	0.32 a 0.32	57.1
V204	577.5 a 577.5	1	20X60	10.39 a 10.39	0.34 a 0.52	0.21 a 0.21	55.3
V205	397.5 a 577.5	2	20X60	10.39 a 15.09	0.34 a 0.61	0.21 a 0.21	52.6
V206	400.5 a 585.5	2	14X60	10.25 a 14.98	0.33 a 0.56	0.21 a 0.21	46.9
V207	627.5 a 627.5	1	14X60	9.56 a 9.56	0.23 a 0.56	0.21 a 0.21	44.2
V208	515 a 515	1	14X50	9.71 a 9.71	0.45 a 0.56	0.25 a 0.25	54.4
VE	223 a 223	1	14X30	13.45 a 13.45	0.61 a 0.61	0.44 a 0.44	78.0
V210	227 a 252.5	2	14X40	15.84 a 17.62	0.36 a 0.36	0.32 a 0.32	44.1
V211	618.5 a 618.5	1	20X60	9.7 a 9.7	0.34 a 0.75	0.21 a 0.21	66.5
V212	472.5 a 505	2	14X50	9.9 a 10.58	0.75 a 1.09	0.25 a 0.51	95.6
V213	620.5 a 620.5	1	14X60	9.67 a 9.67	0.33 a 0.56	0.21 a 0.21	50.8
V214	485.5 a 515	2	14X50	9.71 a 10.3	0.28 a 0.56	0.25 a 0.25	51.1

L: Comprimento dos vãos das vigas

H/L: Relação entre altura e comprimento dos vãos das vigas

ρ_s : Taxa geométrica de armadura longitudinal. Obtida em diversas seções ao longo do vão, não considera a armadura lateral.

ρ_{sw} : Taxa geométrica de armadura transversal. Obtida nas faixas existentes no vão

Taxa de aço: Massa de aço por volume de concreto

Taxa média de aço = 55.2 kgf/m³

Fonte: Autor, 2025.

Quadro 8: Resultado do relatório do TQS vigas para o pavimento tipo, caso sem flexibilização e barras rígidas.

Viga	L (cm)	Vãos	Seção (cm)	H/L (%)	ρ_s (%)	ρ_{sw} (%)	Taxa de aço (kgf/m ³)
V201	397.5 a 577.5	2	14X60	10.39 a 15.09	0.23 a 0.47	0.21 a 0.21	42.3
V202	397.5 a 397.5	1	15X50	12.58 a 12.58	0.26 a 0.42	0.25 a 0.25	40.8
V203	397.5 a 397.5	1	14X40	10.06 a 10.06	0.36 a 0.6	0.32 a 0.32	57.1
V204	577.5 a 577.5	1	20X60	10.39 a 10.39	0.34 a 0.52	0.21 a 0.21	55.3
V205	397.5 a 577.5	2	20X60	10.39 a 15.09	0.34 a 0.61	0.21 a 0.21	52.6
V206	400.5 a 585.5	2	14X60	10.25 a 14.98	0.33 a 0.56	0.21 a 0.21	46.9
V207	627.5 a 627.5	1	14X60	9.56 a 9.56	0.23 a 0.56	0.21 a 0.21	44.2
V208	515 a 515	1	14X50	9.71 a 9.71	0.45 a 0.56	0.25 a 0.25	54.4
VE	223 a 223	1	14X30	13.45 a 13.45	0.61 a 0.61	0.44 a 0.44	78.0
V210	227 a 252.5	2	14X40	15.84 a 17.62	0.36 a 0.36	0.32 a 0.32	44.1
V211	618.5 a 618.5	1	20X60	9.7 a 9.7	0.34 a 0.75	0.21 a 0.21	66.5
V212	472.5 a 505	2	14X50	9.9 a 10.58	0.75 a 1.09	0.25 a 0.51	95.6
V213	620.5 a 620.5	1	14X60	9.67 a 9.67	0.33 a 0.56	0.21 a 0.21	50.8
V214	485.5 a 515	2	14X50	9.71 a 10.3	0.28 a 0.56	0.25 a 0.25	51.1

L: Comprimento dos vãos das vigas

H/L: Relação entre altura e comprimento dos vãos das vigas

ρ_s : Taxa geométrica de armadura longitudinal. Obtida em diversas seções ao longo do vão, não considera a armadura lateral.

ρ_{sw} : Taxa geométrica de armadura transversal. Obtida nas faixas existentes no vão

Taxa de aço: Massa de aço por volume de concreto

Taxa média de aço = 55.2 kgf/m³

Fonte: Autor, 2025.

Nota-se, portanto, que a quantidade de aço, na viga em específico (Viga 205), para as demais configurações, permaneceu a mesma, resultando em:

$$M_5 = 1,11 * 52,6 = 58,39 \text{ kgf}$$

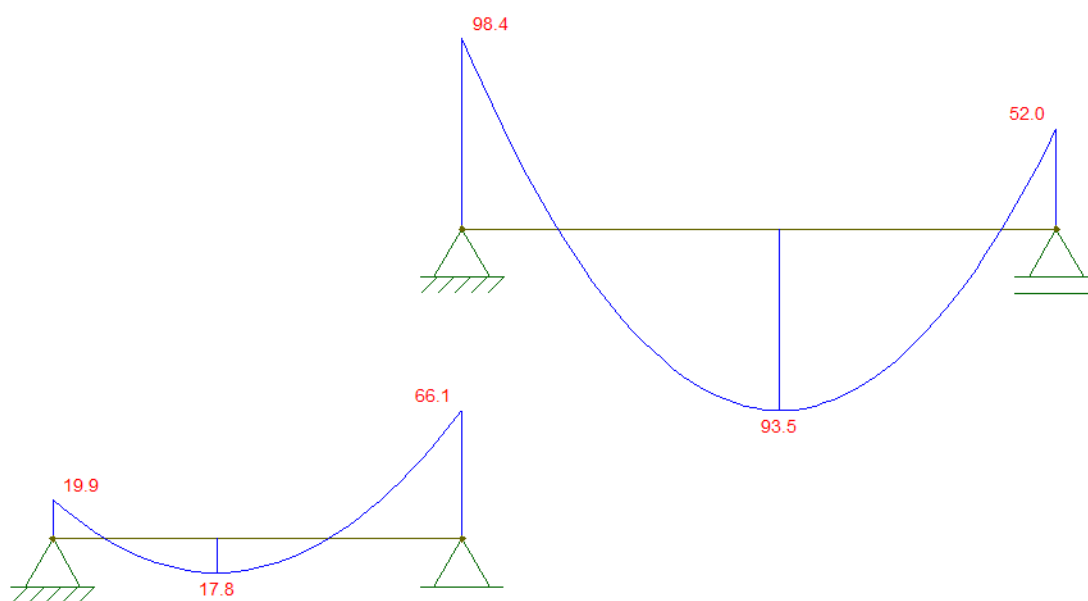
5.1.6 Dimensionamento e Detalhamento Para o Pórtico Plano

Procurou-se, também, analisar a quantidade de aço necessária para a modelagem em pórtico plano e para os elementos destacados.

5.1.6.1 Pórtico Plano Sem Correção

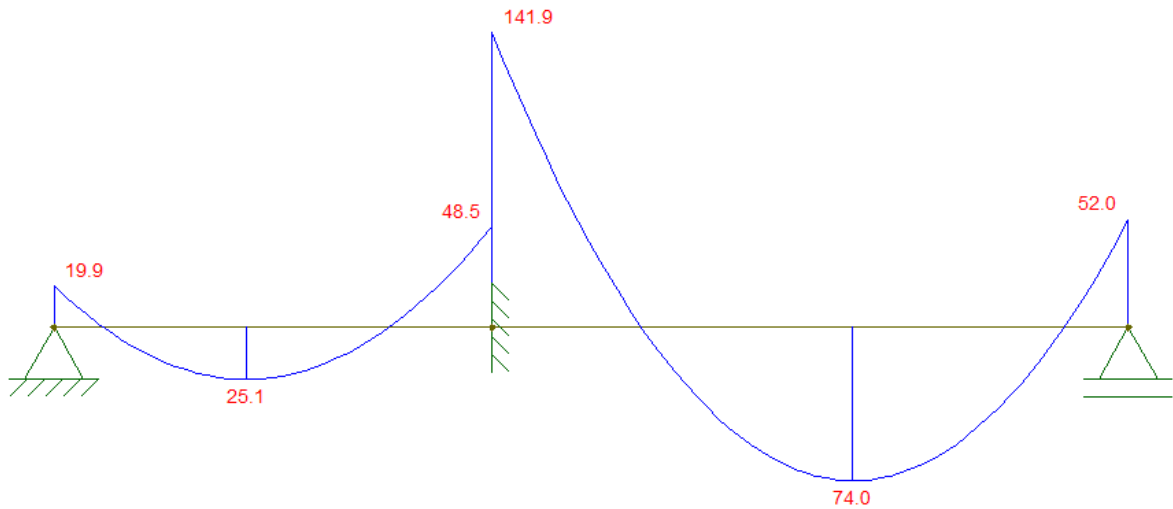
Para a viga 205, dimensionada e detalhada de acordo com os diagramas do pórtico plano, com as áreas reais dos pilares, considerou-se os momentos fletores da Figura 32, seguindo a recomendação normativa para não trabalhar com momentos máximos positivos inferiores àqueles que resultariam do engaste perfeito central. Portanto, observou-se os diagramas a seguir.

Figura 32: DMF (kN.m) da Viga 205 extraída do pórtico plano



Fonte: Autor, 2025.

Figura 33: DMF (kN.m) da Viga 205 extraída do pórtico plano, com engaste intermediário



Fonte: Autor, 2025.

Feito isso, dimensionou-se as armaduras longitudinais, positivas e negativas, bem como a armadura transversal, seguindo o modelo I de cálculo.

Armadura longitudinal:

Valores adotados:

$$d = 56 \text{ cm}$$

$$\alpha_c = 0,85$$

$$\lambda = 0,8$$

$$\text{Aço CA50, com } f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Valores calculados:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = 2,143 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = 43,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$M_{d,min} = 0,8 * W_0 * f_{ctk,sup}$$

nas quais:

$$f_{ctk,sup} = 1,3 * f_{ct,m} = 1,3 * 0,3 * f_{ck}^{2/3} = 0,377 \frac{kN}{cm^2}$$

$$W_0 = \frac{I_c}{y_t} = \frac{20 * 60^3 / 12}{60 / 2} = 12000 \text{ cm}^3$$

$$M_{d,min} = 0,8 * 12000 * 0,377 = 3619,2 \text{ kNcm}$$

Para o valor de ξ , fez-se:

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)}$$

Se $M_d = M_{d,min}$, $\xi = 0,04$

Para a área mínima, fez-se:

$$A_{s,min} = \frac{M_{d,min}}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)}$$

Todos os valores foram obtidos dentro do domínio 2, onde se considera $\sigma_{sd} = f_{yd}$.

Portanto,

$$A_{s,min} = \frac{3619,2}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,04)} = 1,51 \text{ cm}^2$$

Portanto, onde a armadura mínima for adotada, irá considerar-se a área efetiva como:

$$A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 10mm$$

Em posse desses valores, calculou-se a armadura em cada trecho, como se segue.

Pilar da extremidade esquerda, armadura negativa:

$$M_d = 1990 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{1990} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,022$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{1990}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,022)} = 0,824 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima que foi adotada, irá considerar a área efetiva como:

$$A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2 \quad \text{sendo } 2\Phi 10\text{mm}$$

Armadura positiva para o trecho esquerdo:

$$M_d = 2510 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{2510} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,028$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{2510}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,028)} = 1,042 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima que foi adotada, considera a área efetiva como:

$$A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 10\text{mm}$$

Pilar central, armadura negativa:

$$M_d = 9840 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{9840} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,113$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{9840}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,113)} = 4,23 \text{ cm}^2$$

A área efetiva adotada foi:

$$A_{ef} = 4,45 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 12,5\text{mm} \text{ e } 1\Phi 16\text{mm}$$

Armadura positiva para o trecho direito:

$$M_d = 9360 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{9360} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,107$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{9360}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,107)} = 4,014 \text{ cm}^2$$

A área efetiva foi adotada como sendo:

$$A_{ef} = 4,45 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 12,5\text{mm} \quad \text{e} \quad 1\Phi 16\text{mm}$$

Pilar da extremidade direita, armadura negativa:

$$M_d = 5200 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{5200} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,058$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{5200}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,058)} = 2,185 \text{ cm}^2$$

E a área efetiva foi adotada como:

$$A_{ef} = 2,44 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 12,5\text{mm}$$

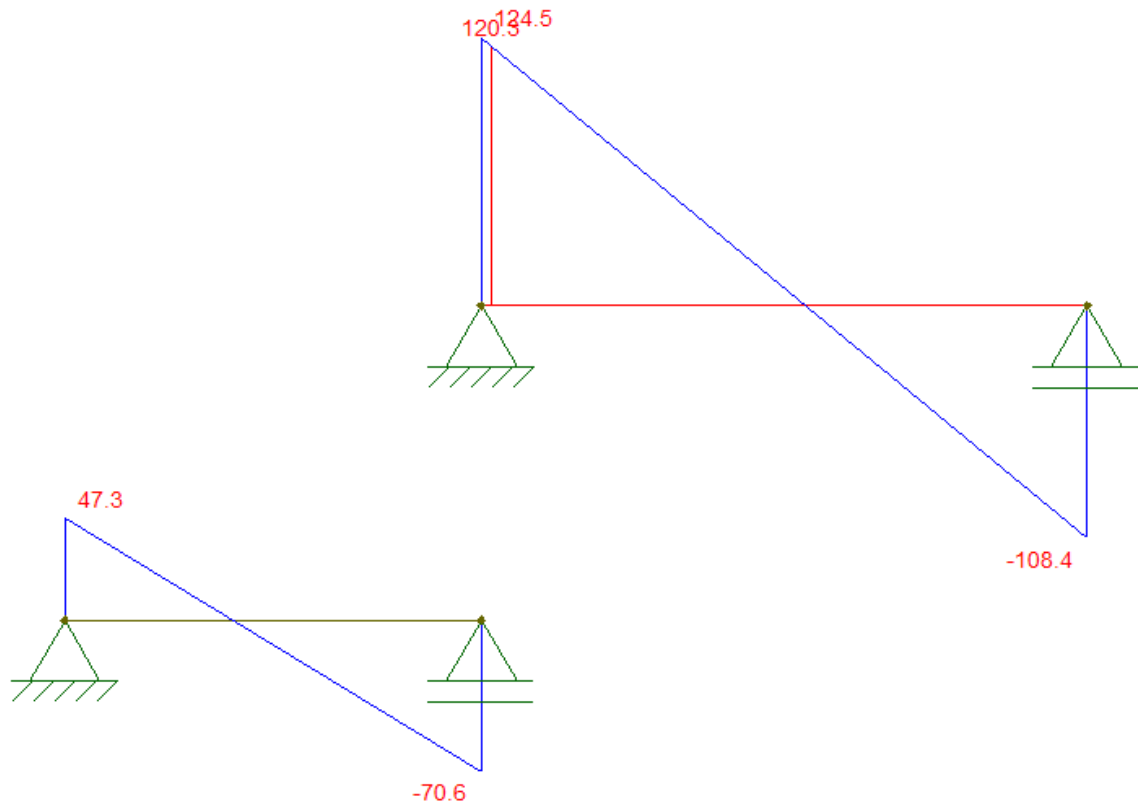
Detalhamento

Primeiramente, calculou-se o comprimento de decalagem das barras, fazendo:

$$a_l = d * \left[\frac{V_{sd,max}}{2 * (V_{sd,max} - V_c)} * (1 + \cot \alpha) - \cot \alpha \right]$$

na qual $V_{sd,max} = 120,3 \text{ kN}$, como pode-se observar no diagrama de esforço cortante da Figura 34. Importante ressaltar que o valor crítico é considerado a partir da face de interseção viga-pilar.

Figura 34: DEC (kN) da Viga 205 no pórtico plano com seções reais.



Fonte: Autor, 2025.

Para o cálculo do V_c , fez-se:

$$V_c = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d$$

Onde:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 * 0,3 * f_{ck}^{2/3}}{1,4} = 1,448 \text{ MPa} = 0,145 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{logo, } V_c = 0,6 * 0,145 * 20 * 56 = 97,44 \text{ kN}$$

Assim, tem-se, considerando $\alpha=90^\circ$:

$$a_l = 56 * \left[\frac{120,3}{2 * (120,3 - 97,44)} * (1 + \cot 90^\circ) - \cot 90^\circ \right] = 147,35 \text{ cm}$$

No entanto, como $a_l \leq d$, considera-se $a_l = 56 \text{ cm}$

Em posse desses dados, dimensionou-se os comprimentos das armaduras longitudinais para cada trecho da Viga 205.

Pilar da extremidade esquerda, armadura negativa:

Para o comprimento necessário de ancoragem ao longo da viga, calculou-se:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = \alpha * \frac{\Phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{0,824}{1,57} = 17,5 \text{ cm}$$

Observando que:

$$l_{b,nec} \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ 10\Phi \\ 0,3 * l_b \end{cases}$$

Portanto, o comprimento necessário calculado se verifica.

Para a ancoragem, foi feito:

$$A_{s,anc} = \frac{a_l}{d} * \frac{V_{sd}}{f_{yd}} = \frac{56}{56} * \frac{44,4}{43,5} = 1,02 \text{ cm}^2$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,anc}}{A_{s,ef}} = 1 * \frac{1}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{1,02}{1,57} = 21,65 \text{ cm}$$

Como o valor é maior que b_w , fez-se $\alpha = 0,7$, do que resulta $l_{b,nec} = 15,16 \text{ cm}$, que será arredondado para 15,5 cm, e acrescentou-se um comprimento de gancho de $8 * \Phi = 8 \text{ cm}$.

Desse modo, os comprimentos dessas duas barras, total, será de:

$$L_1 = 50 - 10 + 56 + 22 + 15,5 + 8 = 141,5 \text{ cm}$$

Armadura positiva para o trecho esquerdo:

Foi adotada a armadura de $2\Phi 10\text{mm}$ para todo o trecho.

Para a ancoragem, os valores foram idênticos aos da armadura negativa, resultando em:

$$L_2 = 397 - 10 + 15,5 + 2 * 8 = 418,5 \text{ cm}$$

Pilar central, armadura negativa:

Para o comprimento necessário de ancoragem ao longo da viga, calculou-se:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = \alpha * \frac{\Phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{4,23}{4,45} = 39,6 \text{ cm} \rightarrow 40 \text{ cm}$$

Observando que:

$$l_{b,nec} \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ 10\Phi \\ 0,3 * l_b \end{cases}$$

Portanto, o comprimento necessário calculado se verifica.

E o comprimento das duas barras de 12,5 mm será:

$$L_3 = (397 - 269 - 10) + 92 + 2 * 56 + 2 * 40 = 402 \text{ cm}$$

Para a barra de 16 mm, calcula-se:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow 2,44 = \frac{M_d}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,113)}$$

$$M_d = 5675,2 \frac{kN}{cm^2}$$

E ainda

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1,6}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{4,23}{4,45} = 56,7 \text{ cm} \rightarrow 51 \text{ cm}$$

De modo que o comprimento da barra será

$$L_4 = (397 - 384) + 35 + 2 * 56 + 2 * 51 = 262 \text{ cm}$$

Armadura positiva para o trecho direito:

As duas barras de 12,5 mm passarão por todo o trecho.

Para a ancoragem, foi feito:

$$A_{s,anc} = \frac{a_l}{d} * \frac{V_{sd}}{f_{yd}} = \frac{56}{56} * \frac{102,3}{43,5} = 2,35 \text{ cm}^2$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,anc}}{A_{s,ef}} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{2,35}{2,44} = 40,13 \text{ cm}$$

Como o valor é maior que b_w , fez-se $\alpha = 0,7$, do que resulta $l_{b,nec} = 28 \text{ cm}$, que será arredondado para 27 cm devido ao cobrimento, e acrescenta-se um comprimento de gancho de $8 * \Phi + 1 = 11 \text{ cm}$. E o comprimento das barras ficou:

$$L_5 = 577 - 15 + 28 + 11 = 601 \text{ cm}$$

Para a barra de 16 mm, foi feito:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow 2,44 = \frac{M_d}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,107)}$$

$$M_d = 5689,5 \frac{kN}{cm^2}$$

E ainda

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1,6}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{4,014}{4,45} = 48,11 \text{ cm} \rightarrow 48,5 \text{ cm}$$

De modo que o comprimento da barra é

$$L_6 = (443 - 174) + 2 * 56 + 2 * 48,5 = 478 \text{ cm}$$

Pilar da extremidade direita, armadura negativa:

Para o comprimento necessário de ancoragem ao longo da viga, calculou-se:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = \alpha * \frac{\Phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{2,185}{2,44} = 37,31 \text{ cm} \rightarrow 37,5 \text{ cm}$$

Observando que:

$$l_{b,nec} \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ 10\Phi \\ 0,3 * l_b \end{cases}$$

Portanto, o comprimento necessário calculado se verifica.

Para a ancoragem, foi feito:

$$A_{s,anc} = \frac{a_l}{d} * \frac{V_{sd}}{f_{yd}} = \frac{56}{56} * \frac{36,4}{43,5} = 0,837 \text{ cm}^2$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,anc}}{A_{s,ef}} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{0,837}{2,44} = 14,29 \text{ cm} \rightarrow 15 \text{ cm}$$

E pode ser feita a ancoragem reta.

Desse modo, os comprimentos dessas duas barras, total, será de:

$$L_7 = (577 - 524 - 10) + 56 + 37,5 + 15 = 151,5 \text{ cm}$$

Por fim, para as barras de continuidade na parte superior, foram adotadas barras de $2\Phi 6,3\text{mm}$, com área $0,62 \text{ cm}^2$ e comprimentos de:

$$L_8 = 397 - (141,5 - 8 - 15,5 + 10) - (397 - 269 - 10 + 56 + 51) + 2 * 10 * 0,63 = 31,4 \text{ cm} \rightarrow 32 \text{ cm}$$

No trecho da esquerda, e:

$$L_9 = 577 - (92 - 10 + 56 + 40) - (151,5) + 2 * 10 * 0,63 = 260 \text{ cm}$$

No trecho da direita.

Armadura transversal

Calculou-se os parâmetros para a verificação das bielas comprimidas.

$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{V2} * f_{cd} * b_w * d$$

Onde

$$\alpha_{V2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

Logo

$$V_{Rd2} = 0,27 * 0,88 * \frac{3}{1,4} * 20 * 56 = 570,24 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} \geq V_{sd} = 120,3 \text{ kN, ok}$$

Dimensionou-se, então, os estribos, calculando, primeiramente, a armadura mínima.

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = 0,2 * \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} * b_w * \sin \alpha = 0,2 * \frac{0,3 * f_{ck}^{2/3}}{50 * 10} * 20 * 1 = 0,0232 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

Adotando $\Phi_t = 5 \text{ mm}$, usando estribos com dois tramos, têm-se $A_{sw} = 0,4 \text{ cm}^2$. Deste modo, encontrou-se o espaçamento para a razão mínima, fazendo:

$$s = \frac{0,4}{0,0232} = 17,24 \text{ cm} \rightarrow 17 \text{ cm}$$

Observa-se também que

$$V_{sd} \leq 0,67 * V_{Rd2} \quad \text{e, portanto,} \quad s_{max} = 0,6 * d = 33,6 \text{ cm} \rightarrow 33,5 \text{ cm}$$

Anteriormente, o valor de V_c já foi calculado, ou seja, $V_c = 97,44 \text{ kN}$

Notou-se que, mesmo para o esforço cortante de maior solicitação, a razão entre a área de armadura transversal e o espaçamento entre os estribos resultou menor do que a mínima, pois:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 120,3 - 97,44 = 22,86 \text{ kN}$$

Portanto,

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 * d * f_{ywd} * (\sin \alpha + \cos \alpha)} = \frac{22,86}{0,9 * 56 * 43,5 * (1 + 0)} = 0,0104 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

Consequentemente, foi adotada a razão mínima em toda a extensão da viga 205, aplicando-se estribos de $\Phi_t = 5 \text{ mm}$, com $s=17\text{cm}$. Como a viga tem exatamente 60 cm de altura, não foi aplicada armadura de pele.

Pode-se, portanto, calcular a quantidade de aço na Viga 205, para o pórtico plano. Para isso, foi utilizada a Tabela 1, contendo dados das barras de aço.

Tabela 1: Propriedades das barras de aço CA50

Valor nominal para cálculo		Área de aço da seção conforme número de barras – A _s [cm ²]									
φ diâmetro (mm)	massa linear (kg/m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5,0	0,16	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	0,25	0,315	0,63	0,945	1,26	1,575	1,89	2,205	2,52	2,835	3,15
8,0	0,40	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10,0	0,63	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,80
12,5	1,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
16,0	1,60	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
20,0	2,50	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
25,0	4,00	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
32,0	6,30	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
40,0	10,00	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00

Fonte: SLIDESHARE (2017). Disponível em: <https://www.slideshare.net/slideshow/tabela-de-aco-2/77410011>.

Acesso em: 20 abril 2025.

Multiplicando-se cada comprimento pela massa linear de sua respectiva bitola, e somando o comprimento total de estribos, com ganchos de 5cm, obteve-se:

$$L_e = \left[\frac{(577 + 397 - 10 - 20 - 15)}{17} + 1 \right] * (2 * (20 - 5 + 60 - 5) + 2 * 5) = 8400 \text{ cm}$$

$$M = 2 * 0,63 * \frac{L_1}{100} + 2 * 0,63 * \frac{L_2}{100} + 2 * 1 * \frac{L_3}{100} + 1,6 * \frac{L_4}{100} + 2 * 1 * \frac{L_5}{100} + 1,6 * \frac{L_6}{100} \\ + 2 * 1 * \frac{L_7}{100} + 2 * 0,25 * \frac{L_8}{100} + 2 * 0,25 * \frac{L_9}{100} + 0,16 * \frac{L_e}{100} = 56,90 \text{ kg}$$

5.1.6.2 Pórtico Plano Corrigido

A seguir, como pode ser visto no memorial de cálculo, disponível no Apêndice A, calculou-se as armaduras para a viga 205 no modelo PPC, encontrando-se uma quantidade de aço equivalente a 59,18 kg.

5.1.7 Dimensionamento e Detalhamento Para a Viga Destacada

Fez-se, também, como pode ser visto no memorial de cálculo, disponível no Apêndice B, os cálculos das armaduras para a viga 205 no modelo VCD, encontrando-se uma quantidade de aço equivalente a 55,05 kg.

Devido aos valores muito próximos no diagrama da viga destacada com os pilares, não se considerou necessário dimensionar a mesma, posto que ela passaria com a mesma armadura da viga destacada isoladamente.

5.1.8 Comparação Entre as Quantidades de Aço de Cada Modelo

Considerando-se como padrão o dimensionamento calculado pelo TQS com a flexibilização, estimou-se os erros na quantidade de aço utilizado na Viga 205, representados no Quadro .

Quadro 9: Quantidade de aço calculada para cada modelo.

	CFOR	CFBR	SFOF	SFBR	PP	PPC	VCD
Massa de aço (kg)	61,27	58,39	58,39	58,39	56,90	59,18	55,05
Erro (%)	0	-4,70	-4,70	-4,70	-7,13	-3,41	-10,15

Fonte: Autor, 2025.

Percebe-se, portanto, que a quantidade de aço não varia significativamente entre os modelos do TQS. A diferença que, apesar de pequena, é significativa, ocorre entre os modelos calculados separadamente e os do *software*, o que pode indicar considerações de cálculo um pouco distintas, porém, apesar disso, as quantidades permaneceram próximas. Isso se nota também, caso talvez mais interessante, devido ao erro muito alto nos momentos negativos do pórtico plano, sem correção, em relação aos demais modelos, quando se compara a quantidade de aço no pórtico plano e na viga destacada, que, tomando esta última como referência, é de apenas 3,34%, enquanto, para o pórtico corrigido, tem-se 7,5%, sendo ambos calculados pelos mesmos parâmetros.

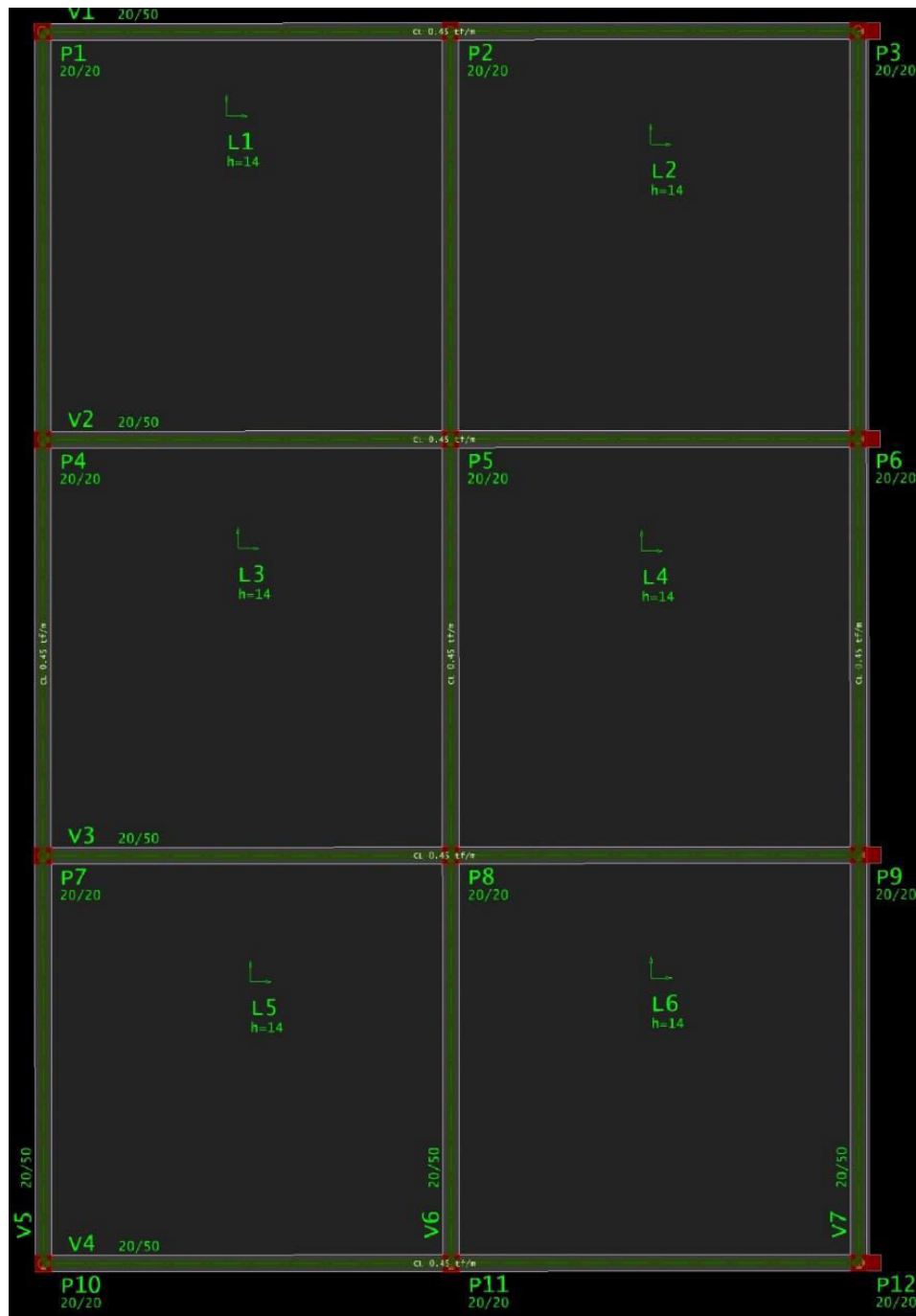
Consequentemente, percebe-se que a variação no uso de material, e, portanto, no orçamento, embora não possa ser desprezada, não é tão significativa, independente da consideração sobre os apoios, em vigas iguais e com os mesmos carregamentos. Contudo, isso não significa que a diferença entre os modelos deve ser desconsiderada, pois se, no conjunto, a massa de aço não variou grandemente, ainda assim os momentos, sobretudo negativos, mostraram erros extremamente altos entre alguns dos modelos analisados, e, portanto, se o modelo flexibilizado do TQS apresenta uma melhor conformidade com construções reais, adotar alguns dos outros modelos, como os diagramas do pórtico plano sem correção, ou as versões não flexibilizadas do pórtico espacial, pode resultar em seções subarmadas ou superarmadas na viga, que podem, coincidentemente, compensar-se na quantidade de material, mas que ainda assim podem comprometer a resistência e durabilidade da estrutura, inclusive com erros que ultrapassam as margens de segurança já consideradas no cálculo. Desse modo, potencializam o surgimento de patologias prematuras no edifício, e que seriam evitadas fazendo considerações mais precisas sobre a distribuição dos esforços nas peças.

Notou-se, também, uma incidência maior de erros no trecho esquerdo da viga 205, comparando-se todos os modelos. Por conta disso, duas hipóteses foram levantadas: primeiro, sobre a possibilidade de as diferenças nos diagramas serem também um resultado da assimetria no edifício em específico; em segundo, foi considerado que a distribuição dos erros seria mais equilibrada em uma estrutura simétrica, porém, esses erros ainda seriam consideráveis devido às diferenças nos modelos. Por conta disso, um novo edifício, com todos os pilares com a mesma seção quadrada de 20 x 20 cm, e com todas as vigas idênticas, de 20 x 50 cm, e com os mesmos vãos, foi analisado no item 5.2, a seguir. Dessa vez, comparou-se apenas os momentos fletores.

5.2 Teste de Momentos Para um Edifício Simétrico

Para que a análise da simetria fosse feita, projetou-se um segundo edifício, com pilares de 20 cm x 20 cm e vigas de 20 cm x 50 cm, todos padronizados e com os mesmos vãos, e com todas as lajes maciças e com espessura de 14 cm. Segue-se, na Figura 41, a planta baixa do modelo estrutural do pavimento tipo.

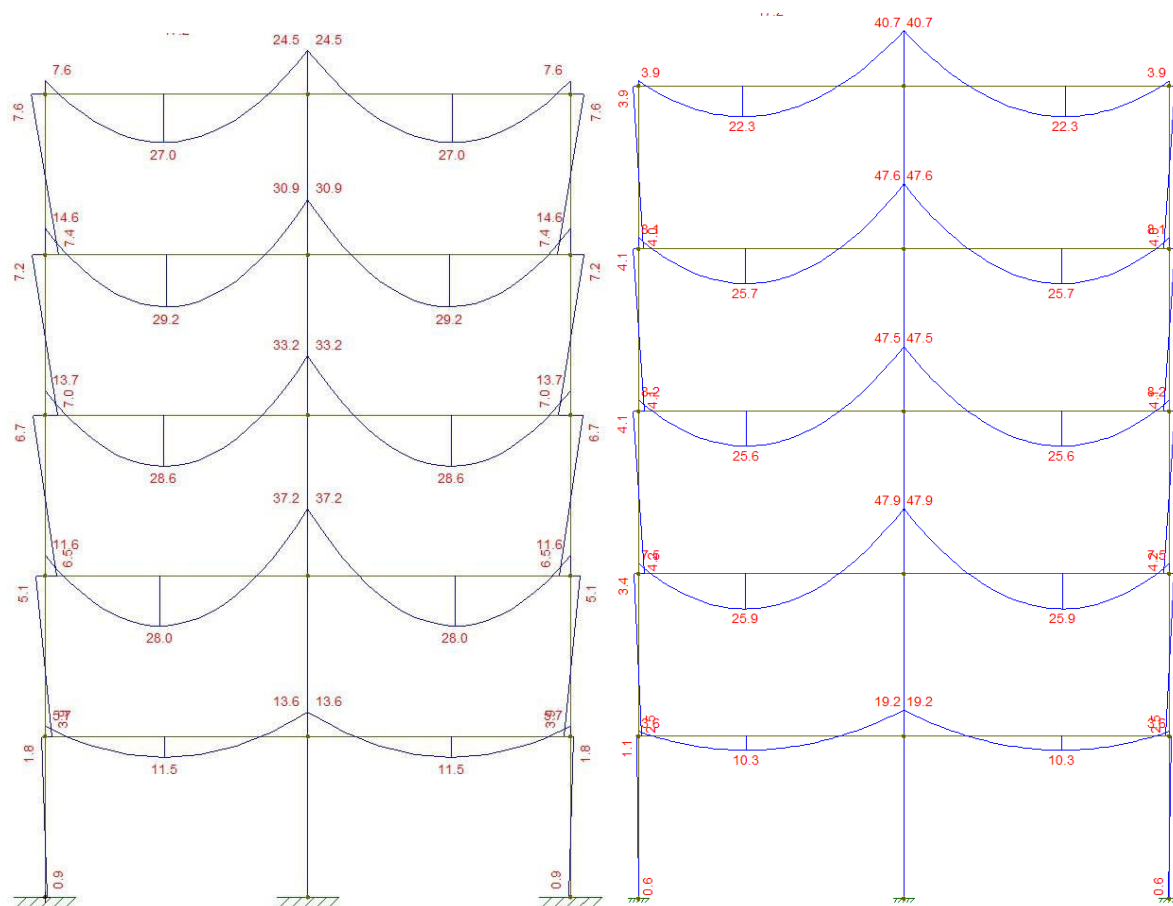
Figura 35: Planta do modelo do pavimento tipo do segundo edifício.



Fonte: Autor, 2025.

Na Figura 42 são apresentados os pórticos planos do segundo edifício, considerando-se a análise linear feita no FTOOL, com as áreas reais dos pilares e com uma correção para evitar deslocamentos acumulados nos mesmos.

Figura 36: DMF (kN.m) de pórtico plano extraído do segundo edifício, e contendo a viga V3, com as seções transversais dos pilares, reais à esquerda, e corrigidas à direita.



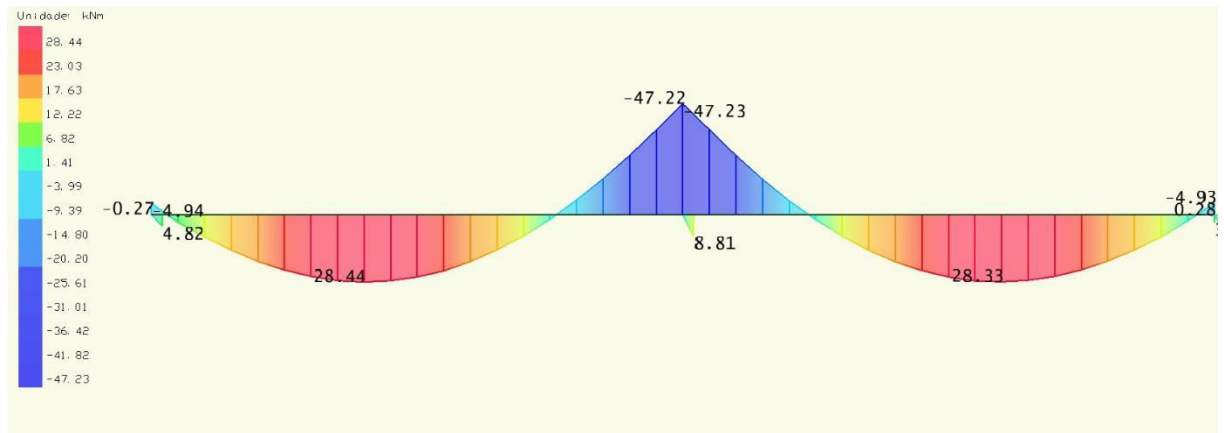
Fonte: Autor, 2025.

Na viga V3, no terceiro pavimento tipo, tem-se, para o pórtico sem correção, momentos negativos extremos de 14,6 kNm, momentos negativos centrais de 30,9 kNm, e momento positivo máximo de 29,2 kNm. Esses valores, devido à simetria, ocorrem em ambos os trechos da viga.

Já no pórtico com a correção das seções dos pilares, os momentos negativos extremos foram de 8,1 kNm, momentos negativos centrais de 47,6 kNm, e momento positivo máximo de 25,7 kNm. E, também devido à simetria, os valores ocorrem em ambos os trechos da viga.

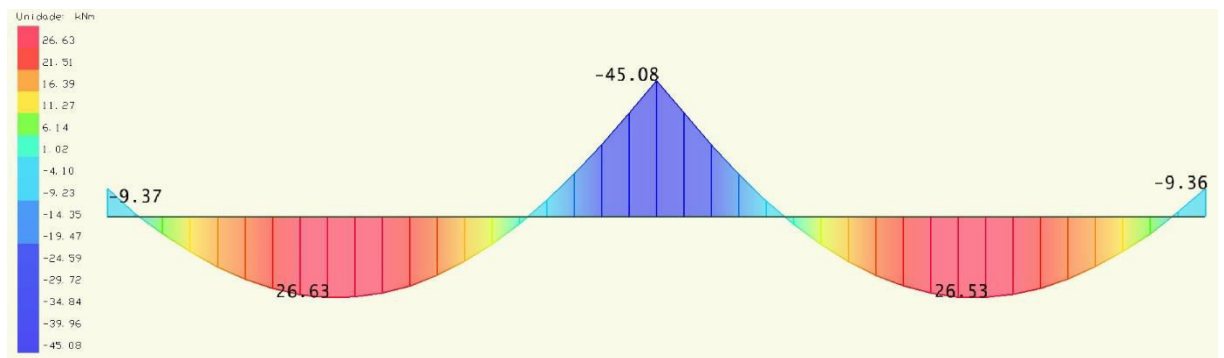
Para a viga V3 analisada, no TQS, adotando, em ambos, offsets rígidos e, na flexibilização, coeficientes iguais a 1, foram obtidos diagramas de momentos fletores (kN.m), conforme Figuras 43 e 44.

Figura 37: DMF (kN.m) para a viga V3, com flexibilização.



Fonte: Autor, 2025.

Figura 38: DMF (kN.m) para a viga V3, sem flexibilização.



Fonte: Autor, 2025.

Já para a viga destacada segundo a aproximação recomendada em norma, calculou-se:

$$r_{inf} = \frac{3I_{inf}}{l_{inf}/2} = \frac{3 * 0,2 * 0,2^3}{12 * 1,5} = 2,667 \cdot 10^{-4}$$

$$r_{sup} = \frac{3I_{sup}}{l_{sup}/2} = \frac{3 * 0,2 * 0,2^3}{12 * 1,5} = 2,667 \cdot 10^{-4}$$

$$r_{vig} = \frac{4I_{vig}}{l_{vig}} = \frac{4 * 0,2 * 0,5^3}{12 * 4,90} = 1,70 \cdot 10^{-3}$$

Desse modo, o momento negativo da extremidade, tendo em vista que o momento de engastamento perfeito para cada trecho é de 34,4 kN, foi calculado como:

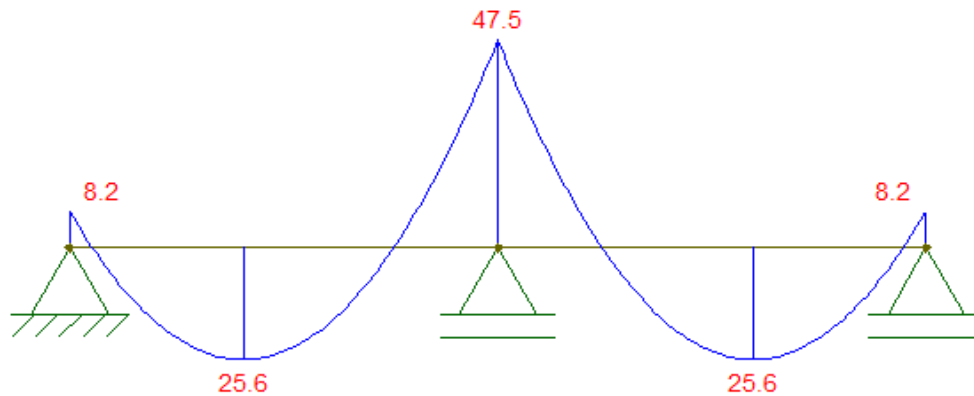
$$M_1 = \left(\frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}} \right) * M_{e1} = \left(\frac{2,667 * 10^{-4} + 2,667 * 10^{-4}}{1,70 * 10^{-3} + 2,667 * 10^{-4} + 2,667 * 10^{-4}} \right) * 34,4$$

$$M_1 = 8,22 \text{ kN.m}$$

sendo esse, por simetria, o momento negativo em ambas as extremidades.

O diagrama de momentos fletores da viga resultante, aplicando-se a aproximação normativa, é mostrado na Figura 39.

Figura 39: DMF (kN.m) para a viga V3, destacada conforme a NBR6118:2023.



Fonte: Autor, 2025.

Desse modo, tomando, novamente, a versão com flexibilização fornecida pelo TQS como referência, foi construído o Quadro 10, de erros com relação aos momentos fletores críticos, em kN.m.

Quadro 10: Erros, em %, calculados para momentos fletores na viga V3 do segundo edifício, para as diversas modelagens realizadas no TQS e no FTOOL.

	T_{esq}, M_{esq}^-	T_{esq}, M_{max}^+	T_{esq}, M_{dir}^-	T_{dir}, M_{esq}^-	T_{dir}, M_{max}^+	T_{dir}, M_{dir}^-
CFOR	0	0	0	0	0	0
SFOR	89,68	-6,36	-4,55	-4,55	-6,36	89,68
PP	195,55	2,67	-34,58	-34,58	2,67	195,55
PPC	63,97	-9,63	0,8	0,8	-9,63	63,97
VCD	66,40	-9,99	0,59	0,59	-9,99	66,40

Fonte: Autor, 2025.

Nos valores dos erros do Quadro 10, mais uma vez, tem-se:

- **CFBR**: Com flexibilização e barras rígidas;
- **SFOR**: Sem flexibilização e offsets rígidos;
- **PP**: Pórtico plano;
- **PPC**: Pórtico plano corrigido;
- **VCD**: Viga contínua destacada;
- T_{esq}, M_{esq}^- : Trecho esquerdo, momento negativo à esquerda;
- T_{esq}, M_{max}^+ : Trecho esquerdo, momento positivo máximo;
- T_{esq}, M_{dir}^- : Trecho esquerdo, momento negativo à direita;
- T_{dir}, M_{esq}^- : Trecho direito, momento negativo à esquerda;
- T_{dir}, M_{max}^+ : Trecho direito, momento positivo máximo;
- T_{dir}, M_{dir}^- : Trecho direito, momento negativo à direita.

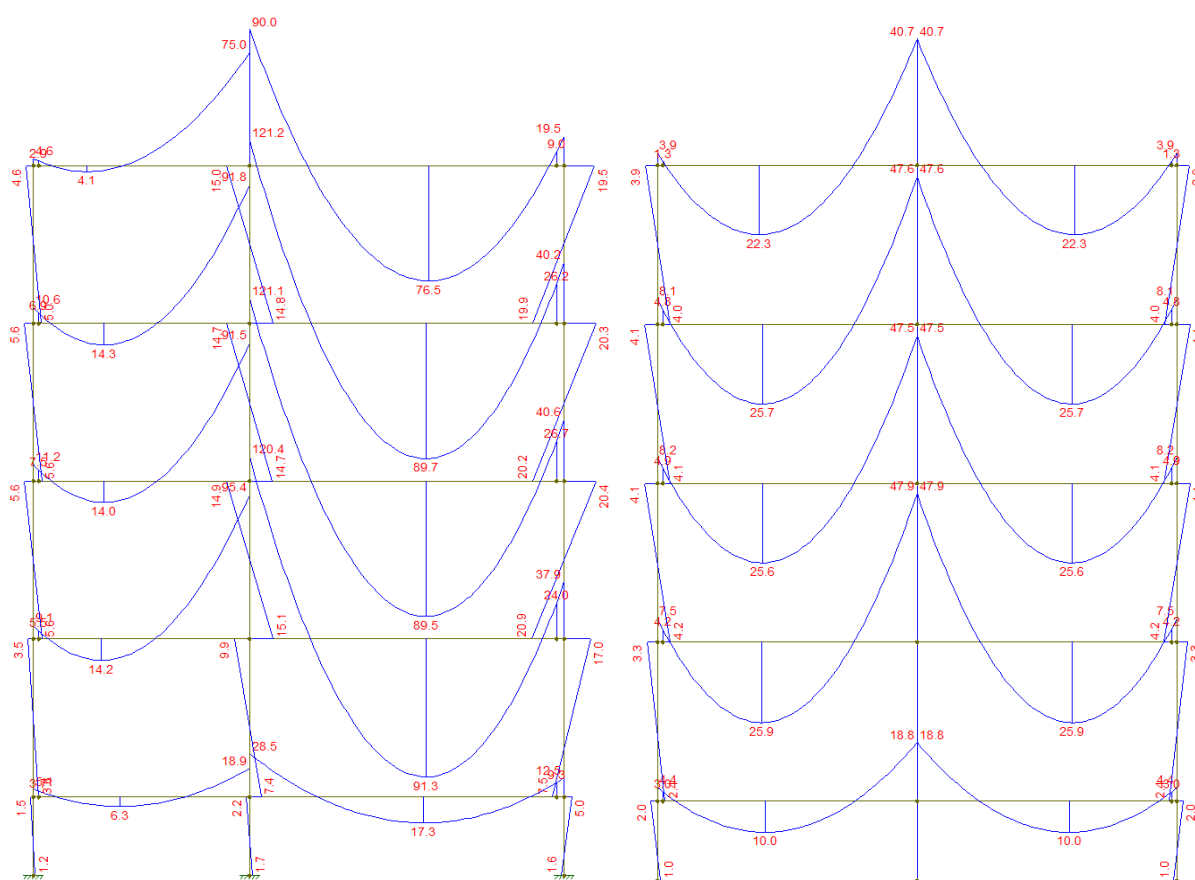
Observa-se que os resultados deixam claro que os erros ainda são muito altos, mesmo considerando um edifício simétrico, apenas havendo a simetria, na distribuição dos mesmos, consequência da geometria da estrutura. Portanto, a grande diferença que se observa, sobretudo nos momentos negativos extremos, deve-se às considerações feitas sobre a ligação entre peças, sobretudo em peças horizontais e verticais, e sobre a flexibilização que deve ser considerada para aproximar o cálculo da construção real, ao menos, no que se refere ao presente estudo, em estruturas de concreto armado *in loco*.

Novamente, alguns dos erros observados ultrapassam as margens de segurança consideradas pela norma pertinente, e, mesmo que a consideração de rigidez normativa reduza esses erros, em alguns pontos eles ainda ultrapassam a margem de segurança. Portanto, independentemente do impacto orçamentário, que não será muito relevante, a observância da segurança e durabilidade da estrutura é suficiente para que o calculista evite, sempre que possível, utilizar aproximações mais grosseiras, e faça os dimensionamentos provenientes das considerações corretas acerca das rigidezes das peças estruturais.

5.3 Consideração dos offsets no FTOOL

Após os resultados observados em ambos os projetos, fez-se também a simulação de consideração dos offsets no *software* FTOOL, de modo a aproximá-lo ainda mais dos modelos referenciados no TQS. No entanto, para não afetar a rigidez da ligação viga-pilar, esses offsets não tiveram as propriedades da peça modificadas ou corrigidas, acrescentando-se apenas nós adicionais nos pontos da viga localizados exatamente na face de interceção entre as vigas e os pilares. Como as vigas são, normalmente, consideradas de centro a centro das seções transversais dos pilares de apoio, foi preciso recuar metade da espessura do pilar, na direção longitudinal das vigas, em cada ligação. Feito isso, e passando a considerar os momentos fletores negativos, nas ligações viga-pilar, a partir da face de interceção, obteve-se os resultados observados na Figura 46.

Figura 40: DMF (kN.m) nos pórticos planos corrigidos e com a consideração de offsets, no edifício 1 à esquerda, e no edifício 2 à direita.



Fonte: Autor, 2025.

Feito isso, observou-se que, para o edifício 1, na viga 205 do terceiro pavimento tipo, os momentos das extremidades foram reduzidos para 6,9 kNm na esquerda, e 26,2 kNm na direita, resultando em erros de -15,85% e -39,27%, respectivamente, em relação ao modelo com flexibilização e com offsets rígidos do TQS. Nesse caso, em comparação com o pórtico plano corrigido e sem os offsets, o erro da esquerda diminuiu (era de 29,27%), porém houve um erro maior na extremidade direita (era de 8,72%). Nota-se ainda que, na direita, o erro passou a beirar a majoração dos esforços considerada pela NBR6118/2023.

Já para o edifício 2, o valor do momento fletor negativo nas extremidades, considerando a viga V3 no terceiro pavimento tipo, passou a ser de 4,8 kNm, de modo que o erro foi bastante reduzido, passando a ser de apenas -2,83% em relação ao modelo com flexibilização e com offsets rígidos no TQS. Em comparação com o pórtico plano corrigido e sem os offsets, o erro foi muito reduzido (era de 63,97%), o que tornou a versão com seções dos pilares corrigidas, e consideração de offsets nas vigas, muito próxima do melhor modelo no TQS.

Portanto, as considerações de correção pelo multiplicador MULAXI, e dos offsets, no FTOOL, tornam o modelo suficientemente próximo dos modelos no TQS, desde que haja simetria no edifício. O mesmo não pode ser afirmado para edifícios assimétricos, cujos erros podem alcançar a margem de segurança considerada pela NBR6118/2023, tornando a peça, assim dimensionada, insegura e com a durabilidade comprometida.

6 CONCLUSÕES

Comparando-se os modelos analisados, duas observações importantes foram evidenciadas.

Primeiro, a falta de ajustes para a melhor adequação de um modelo estrutural de projeto com a prática da construção civil real é inadmissível para um projetista que visa a garantia de segurança e durabilidade de seus projetos, pois, sem os devidos ajustes, os erros extrapolam em várias vezes a margem de segurança indicada pela NBR6118:2023. Os *softwares* mais completos do mercado do cálculo estrutural, no que se inclui o TQS, cuja versão estudantil foi utilizada no presente trabalho, já trazem essas considerações em seu funcionamento padrão. No entanto, além de elas serem ajustáveis, e esse ajuste requerer algum domínio teórico, o calculista deve conhecer essas nuances de modo a saber adaptá-las mesmo quando fazendo uso de *softwares* que não as incluem, para, assim, não se tornar apenas um bom técnico no uso dos *softwares* de cálculo estrutural, mas sim um engenheiro com domínio em sua área, e que utiliza os avanços da computação a seu favor.

Ademais, observa-se que aproximações simplificadas devem ser evitadas na análise estrutural, pois, embora a aproximação de flexibilização para vigas contínuas, indicada na norma, reduza consideravelmente os erros de momentos e deformações, em relação a construções reais, dos modelos adotados, e seja preferível a não fazer adaptação alguma, ainda assim a aproximação gera erros que não podem ser desprezados. Embora a maior parte dos erros, com aproximações, seja coberta pela margem de segurança normativa, que majora em 40% os esforços internos reais principais para o concreto armado, em algumas situações essa margem pode ser ultrapassada, e o dimensionamento, baseado na aproximação mais simplificada, pode acarretar em patologias prematuras na estrutura.

Por fim, indica-se, para estudantes de engenharia que fazem uso do FTOOL e *softwares* similares, que busquem, desde os primeiros contatos, implementar manualmente algumas dessas correções, como a utilização do multiplicador MULAXI para as seções dos pilares, e a adoção de flexibilização nos apoios das vigas destacadas, que pode ser representada por momentos negativos ou pelo uso de molas nos apoios externos. Assim, mesmo com os *softwares* mais simples, será possível fazer aproximações razoáveis dos esforços internos solicitantes reais das estruturas.

Diante dos resultados alcançados e das limitações inerentes ao escopo deste trabalho, algumas possibilidades de continuação e aprofundamento do estudo podem ser sugeridas.

É possível ampliar o estudo para estruturas tridimensionais completas, aplicando o Método da Rigidez Direta com vínculos elásticos em mais de um plano, tornando a análise mais próxima da realidade de edificações correntes, especialmente em projetos maiores e mais complexos.

Outra possibilidade é a análise não linear de pórticos planos com vínculos elásticos e rígidos, incluindo efeitos físicos e geométricos, como a plastificação de seções e a instabilidade por segunda ordem. Tal análise permitiria avaliar com mais precisão o comportamento real da estrutura, especialmente em situações-limite.

Sugere-se, também, a realização de estudos comparativos entre diferentes métodos de análise estrutural, com o objetivo de entender como cada abordagem influencia nos resultados e no grau de aproximação com a realidade construtiva.

Além disso, recomenda-se a aplicação das análises desenvolvidas neste trabalho em edifícios com maior número de pavimentos ou em estruturas com geometrias mais complexas, onde a influência da rigidez axial dos pilares tende a se acentuar e pode impactar significativamente os esforços solicitantes.

Para fins didáticos e de apoio ao uso de ferramentas simplificadas, como o FTOOL, seria interessante desenvolver planilhas ou pequenos scripts (em Excel ou Python) capazes de aplicar automaticamente correções como a flexibilização de apoios e a rigidez axial dos pilares, facilitando o uso acadêmico e técnico desses recursos.

7 REFERÊNCIAS

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – procedimento: NBR6118**. 2023

ALVA, G. M. S.; EL DEBS, A. L. H. C. **Moment-rotation relationship of RC beam-column connections: Experimental tests and analytical model**. Engineering Structures, v. 56, p. 1427-1438, 2013.

BANDEIRA, A. A. **Estruturas de Concreto Armado Segundo a NBR6118/2014 – Notas de aula**. Salvador, BA, 2015.

CLÍMACO, J. C. T. S. **Estruturas de Concreto Armado**. 2ª Edição. Brasília: Editora Unb, 2008.

FORTES, G. L. **Encurtamento de pilares de concreto armado e a influência do processo construtivo**. Monografia (Tese de Mestrado) – Universidade de São Paulo, Engenharia Civil. São Paulo, SP, 2019.

HIBBERLER, R. C. **Análise das estruturas**. 8ª Edição. São Paulo: Pearson, 2013.

KIMURA, A. **Informática Aplicada a Estruturas de Concreto Armado**. 2ª Edição. São Paulo: Oficina de Textos, 2018.

MARTHA, L.F. **Ftool: A Structural Analysis Educational Interactive Tool**. Proceedings of Workshop in Multimedia Computer Techniques in Engineering Education, Institute for Structural Analysis, Technical University of Graz, Áustria, Fev. 1999, pp. 51-65.

MARTHA, L. F. **Análise de estruturas: Conceitos e métodos básicos**. Rio de Janeiro: Elsevier Editora, 2010.

NETO, J. C. M. **O cão sem plumas**. Rio de Janeiro: Alfaguara, 2007. p. 76

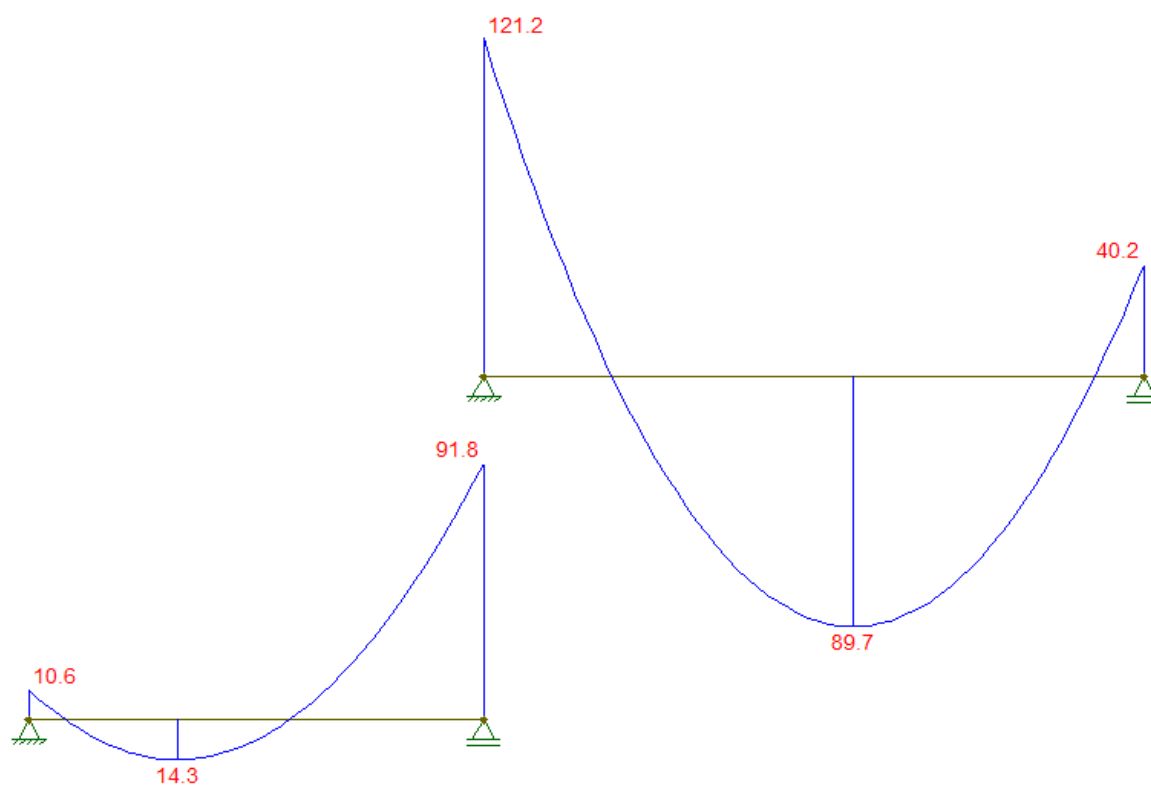
SANTOS, J.B. **Análise da influência da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento estrutural de edifícios de múltiplo pavimentos em concreto armado**. Monografia (Tese de Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Engenharia Civil. Uberlândia, MG, 2016.

SLIDESHARE. *Tabela de aço 2*. [S. l.], 2017. Disponível em: <https://www.slideshare.net/slideshow/tabela-de-aco-2/77410011>. Acesso em: 20 abril 2025.

APÊNDICE A - DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DA VIGA 205 NO MODELO PPC

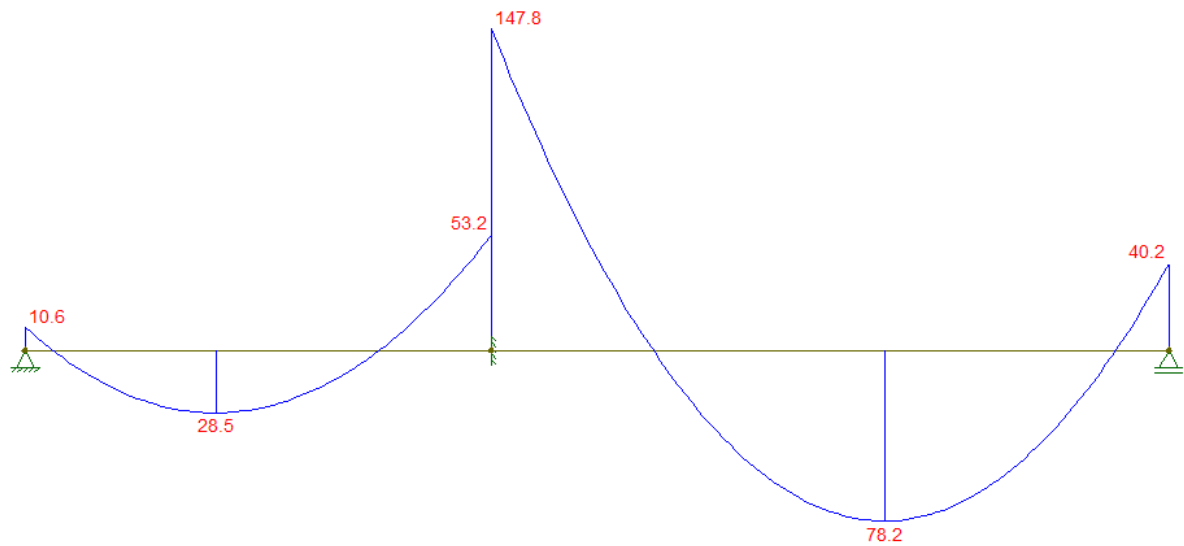
Foi feito o dimensionamento para o pórtico plano com as seções transversais dos pilares corrigidas. Para tal, considerou-se os diagramas apresentados nas Figuras 35 e 36.

Figura 41: DMF (kN.m) da Viga 205 destacada do pórtico plano corrigido



Fonte: Autor, 2025.

Figura 42: DMF (kN.m) da Viga 205 destacada segundo a norma, com engaste intermediário



Fonte: Autor, 2025.

Novamente, dimensionou-se as armaduras longitudinais, positivas e negativas, bem como a armadura transversal, seguindo o modelo I de cálculo.

Armadura longitudinal:

Valores adotados:

$$d = 56 \text{ cm}$$

$$\alpha_c = 0,85$$

$$\lambda = 0,8$$

$$\text{Aço CA50, com } f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Valores calculados:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = 2,143 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = 43,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$M_{d,min} = 0,8 * W_0 * f_{ctk,sup}$$

Onde:

$$f_{ctk,sup} = 1,3 * f_{ct,m} = 1,3 * 0,3 * f_{ck}^{2/3} = 0,377 \frac{kN}{cm^2}$$

$$W_0 = \frac{I_c}{y_t} = \frac{20 * 60^3 / 12}{60 / 2} = 12000 \text{ cm}^3$$

$$M_{d,min} = 0,8 * 12000 * 0,377 = 3619,2 \text{ kNcm}$$

Para o valor de ξ , fez-se:

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)}$$

Se $M_d = M_{d,min}$, $\xi = 0,04$

Para a área mínima, fez-se:

$$A_{s,min} = \frac{M_{d,min}}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)}$$

Todos os valores foram obtidos dentro do domínio 2, onde se considera $\sigma_{sd} = f_{yd}$.

Portanto,

$$A_{s,min} = \frac{3619,2}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,04)} = 1,51 \text{ cm}^2$$

Portanto, onde a armadura mínima for adotada, irá considerar-se a área efetiva como:

$$A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 10mm$$

Em posse desses valores, calculou-se a armadura em cada trecho, como se segue.

Pilar da extremidade esquerda, armadura negativa:

$$M_d = 1060 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{1060} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém: $\xi = 0,0117$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{1060}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,0117)} = 0,437 \text{ cm}^2$$

E a armadura mínima foi adotada, irá considerar-se a área efetiva como:

$$A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 10\text{mm}$$

Armadura positiva para o trecho esquerdo:

$$M_d = 2850 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{2510} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,0316$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{2850}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,0316)} = 1,185 \text{ cm}^2$$

E a armadura mínima foi adotada, irá considerar-se a área efetiva como:

$$A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 10\text{mm}$$

Pilar central, armadura negativa:

$$M_d = 12120 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{12120} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,0141$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{12120}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,0141)} = 5,273 \text{ cm}^2$$

E a área efetiva foi adotada como:

$$A_{ef} = 5,59 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 10\text{mm e } 2\Phi 16\text{mm}$$

Armadura positiva para o trecho direito:

$$M_d = 8970 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{8970} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,102$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{8970}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,102)} = 3,84 \text{ cm}^2$$

E a área efetiva foi adotada como:

$$A_{ef} = 4,01 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 12,5\text{mm e } 2\Phi 10\text{mm}$$

Pilar da extremidade direita, armadura negativa:

$$M_d = 4020 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{4020} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,045$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{4020}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,045)} = 1,68 \text{ cm}^2$$

E a área efetiva foi adotada como:

$$A_{ef} = 2,44 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 12,5\text{mm}$$

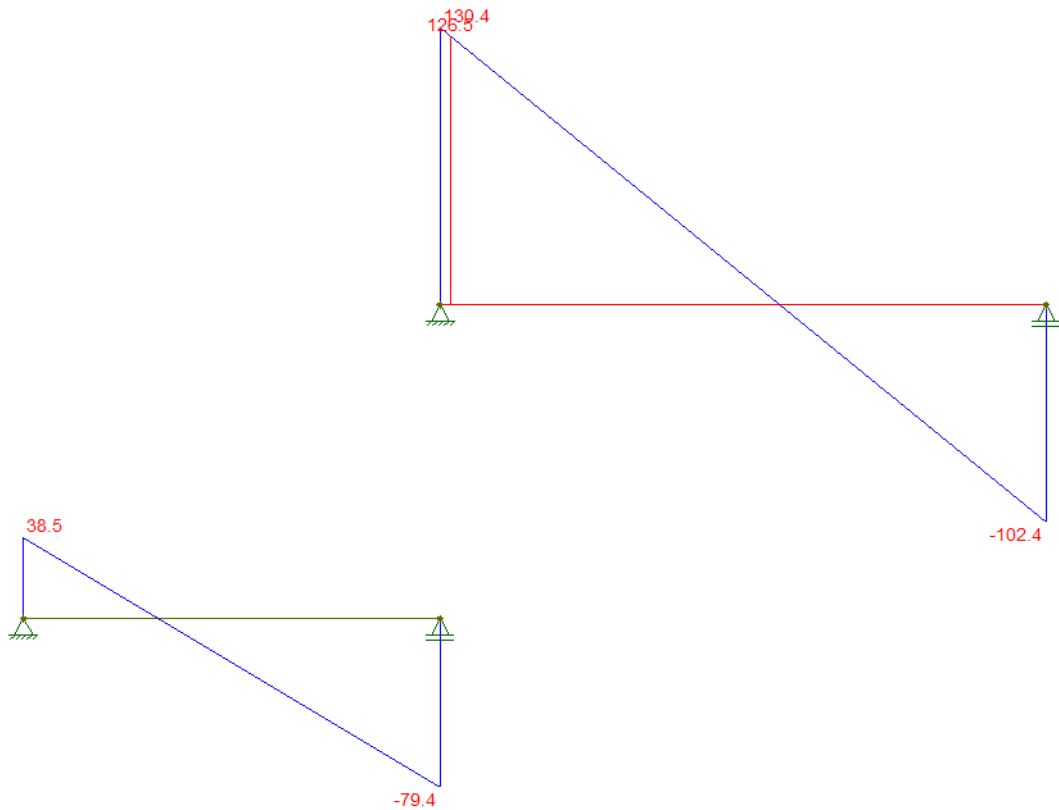
Detalhamento

Calculou-se o comprimento de decalagem das barras, fazendo:

$$a_l = d * \left[\frac{V_{sd,max}}{2 * (V_{sd,max} - V_c)} * (1 + \cot \alpha) - \cot \alpha \right]$$

na qual $V_{sd,max} = 126,5kN$, como pode-se observar no diagrama de esforço cortante da Figura 37. Importante ressaltar que o valor crítico é considerado a partir da face de interseção viga-pilar.

Figura 43: DEC (kN) da Viga 205 no pórtico plano com seções dos pilares corrigidas.



Fonte: Autor, 2025.

Para o cálculo do V_c , fez-se:

$$V_c = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d$$

Onde:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 * 0,3 * f_{ck}^{2/3}}{1,4} = 1,448 MPa = 0,145 \frac{kN}{cm^2}$$

$$logo, V_c = 0,6 * 0,145 * 20 * 56 = 97,44 kN$$

Assim, considerando $\alpha=90^\circ$, tem-se:

$$a_l = 56 * \left[\frac{126,5}{2 * (126,5 - 97,44)} * (1 + \cot 90^\circ) - \cot 90^\circ \right] = 121,89 \text{ cm}$$

No entanto, como $a_l \leq d$, considera-se $a_l = 56 \text{ cm}$

Em posse desses dados, dimensionou-se os comprimentos das armaduras longitudinais para cada trecho da Viga 205.

Pilar da extremidade esquerda, armadura negativa:

Para o comprimento necessário de ancoragem ao longo da viga, calculou-se:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = \alpha * \frac{\Phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{0,437}{1,57} = 9,28 \text{ cm}$$

Observando que:

$$l_{b,nec} \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ 10\Phi \\ 0,3 * l_b \end{cases} \rightarrow l_{b,nec} = 10 \text{ cm}$$

Para a ancoragem, foi feito:

$$A_{s,anc} = \frac{a_l}{d} * \frac{V_{sd}}{f_{yd}} = \frac{56}{56} * \frac{35,6}{43,5} = 0,818 \text{ cm}^2$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,anc}}{A_{s,ef}} = 1 * \frac{1}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{0,818}{1,57} = 17,37 \text{ cm} \rightarrow 17,50 \text{ cm}$$

Observa-se que a ancoragem reta pode ser feita.

Desse modo, o comprimento para as duas barras, total, é igual a:

$$L_1 = 31 - 10 + 56 + 10 + 17,5 = 104,5 \text{ cm}$$

Armadura positiva para o trecho esquerdo:

Foi adotada a armadura de $2\Phi 10\text{mm}$ para todo o trecho.

Para a ancoragem, os valores foram idênticos aos da armadura negativa, resultando em:

$$L_2 = 397 - 10 + 17,5 = 404,5 \text{ cm}$$

Pilar central, armadura negativa:

Para o comprimento necessário de ancoragem ao longo da viga, calculou-se:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = \alpha * \frac{\Phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{5,273}{5,59} = 31,44 \text{ cm} \rightarrow 31,5 \text{ cm}$$

Observando que:

$$l_{b,nec} \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ 10\Phi \\ 0,3 * l_b \end{cases}$$

Portanto, o comprimento necessário calculado se verifica.

E o comprimento das duas barras de 10 mm é:

$$L_3 = (397 - 228) + 112 + 2 * 56 + 2 * 31,5 = 456 \text{ cm}$$

Para as barras de 16 mm, calcula-se:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow 1,57 = \frac{M_d}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,141)}$$

$$M_d = 3608,82 \frac{kN}{cm^2}$$

E ainda

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1,6}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{5,273}{5,59} = 46,46 \text{ cm} \rightarrow 46,50 \text{ cm}$$

De modo que o comprimento da barra é

$$L_4 = (397 - 315) + 75 + 2 * 56 + 2 * 46,5 = 362 \text{ cm}$$

Armadura positiva para o trecho direito:

As duas barras de 12,5 mm passarão por todo o trecho.

Para a ancoragem, foi feito:

$$A_{s,anc} = \frac{a_l}{d} * \frac{V_{sd}}{f_{yd}} = \frac{56}{56} * \frac{96,4}{43,5} = 2,22 \text{ cm}^2$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,anc}}{A_{s,ef}} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{2,22}{2,44} = 37,90 \text{ cm}$$

Como o valor é maior que b_w , fez-se $\alpha = 0,7$, do que resulta $l_{b,nec} = 26,5 \text{ cm}$, e acrescenta-se um comprimento de gancho de $8 * \Phi = 10 \text{ cm}$. E o comprimento das barras ficou:

$$L_5 = 577 - 15 + 26,5 + 10 = 598,5 \text{ cm}$$

Para as barras de 10 mm, foi feito:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow 2,44 = \frac{M_d}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,102)}$$

$$M_d = 5701,3 \frac{kN}{cm^2}$$

E ainda

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{3,84}{4,01} = 31,92 \text{ cm} \rightarrow 32 \text{ cm}$$

De modo que o comprimento da barra é

$$L_6 = (451 - 195) + 2 * 56 + 2 * 32 = 432 \text{ cm}$$

Pilar da extremidade direita, armadura negativa:

Para o comprimento necessário de ancoragem ao longo da viga, calculou-se:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = \alpha * \frac{\Phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{1,68}{2,44} = 28,69 \text{ cm} \rightarrow 29 \text{ cm}$$

Observando que:

$$l_{b,nec} \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ 10\Phi \\ 0,3 * l_b \end{cases}$$

Portanto, o comprimento necessário calculado se verifica.

Para a ancoragem, foi feito:

$$A_{s,anc} = \frac{a_l}{d} * \frac{V_{sd}}{f_{yd}} = \frac{56}{56} * \frac{96,4}{43,5} = 2,22 \text{ cm}^2$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,anc}}{A_{s,ef}} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{2,22}{2,44} = 37,90 \text{ cm}$$

Como o valor é maior que b_w , fez-se $\alpha = 0,7$, do que resulta $l_{b,nec} = 26,5 \text{ cm}$, e acrescenta-se um comprimento de gancho de $8 * \Phi = 10 \text{ cm}$. Desse modo, os comprimentos dessas duas barras, total, igual a:

$$L_7 = (577 - 535 - 15) + 56 + 29 + 26,5 + 10 = 148,5 \text{ cm}$$

Por fim, para as barras de continuidade na parte superior, foram adotadas barras de $2\Phi 6,3\text{mm}$, com área $0,62 \text{ cm}^2$ e comprimentos de:

$$L_8 = 397 - (104,5 - 17,5 + 10) - (397 - 228 + 56 + 31,5) + 2 * 10 = 63,5 \text{ cm}$$

para o trecho da esquerda, e:

$$L_9 = 577 - (112 - 10 + 56 + 31,5) - (148,5) + 2 * 10 = 259 \text{ cm}$$

para o trecho da direita.

Armadura transversal

Calculou-se os parâmetros para a verificação das bielas comprimidas.

$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{V2} * f_{cd} * b_w * d$$

Onde

$$\alpha_{V2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{30}{250} = 0,88$$

Logo

$$V_{Rd2} = 0,27 * 0,88 * \frac{3}{1,4} * 20 * 56 = 570,24 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} \geq V_{sd} = 126,5 \text{ kN}, ok$$

Dimensionou-se, então, os estribos, calculando, primeiramente, a armadura mínima.

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{min} = 0,2 * \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} * b_w * \sin \alpha = 0,2 * \frac{0,3 * f_{ck}^{2/3}}{50 * 10} * 20 * 1 = 0,0232 \frac{cm^2}{cm}$$

Adotando $\Phi_t = 5 \text{ mm}$, usando estribos com dois tramos, têm-se $A_{sw} = 0,4 \text{ cm}^2$. Deste modo, encontrou-se o espaçamento para a razão mínima, fazendo:

$$s = \frac{0,4}{0,0232} = 17,24 \text{ cm} \rightarrow 17 \text{ cm}$$

Observa-se também que:

$$V_{sd} \leq 0,67 * V_{Rd2}$$

E, portanto:

$$s_{max} = 0,6 * d = 33,6 \text{ cm} \rightarrow 33,5 \text{ cm}$$

Como já foi calculado, $V_c = 97,44 \text{ kN}$

Notou-se que, mesmo para o esforço cortante de maior solicitação, a razão entre a área de armadura transversal e o espaçamento entre os estribos resultou menor do que a mínima, pois:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 126,5 - 97,44 = 29,06 \text{ kN}$$

Portanto,

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 * d * f_{ywd} * (\sin \alpha + \cos \alpha)} = \frac{29,06}{0,9 * 56 * 43,5 * (1 + 0)} = 0,0133 \frac{cm^2}{cm}$$

Consequentemente, foi adotada a razão mínima em toda a extensão da Viga 205, aplicando-se estribos de $\Phi_t = 5 \text{ mm}$, com $s=17\text{cm}$.

Como a viga tem exatamente 60 cm de altura, não foi aplicada armadura de pele.

Pode-se, portanto, calcular a quantidade de aço na Viga 205, para o pórtico plano. Para isso, foi utilizada a Tabela 1. Multiplicando-se cada comprimento pela massa linear de sua respectiva bitola, e somando-se o comprimento total de estribos, com ganchos de 5cm obteve-se:

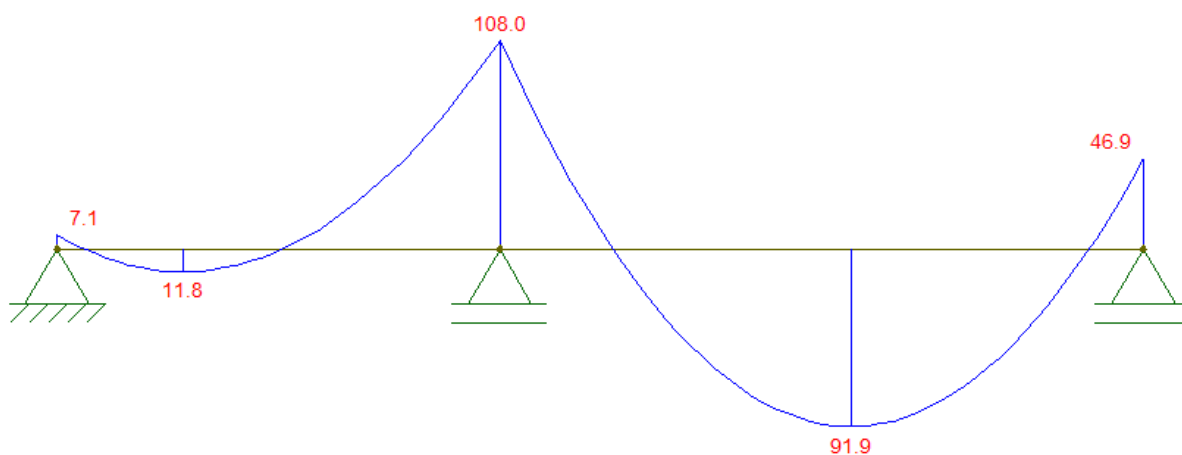
$$L_e = \left[\frac{(577 + 397 - 10 - 20 - 15)}{17} + 1 \right] * (2 * (20 - 5 + 60 - 5) + 2 * 5) = 8400 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} M &= 2 * 0,63 * \frac{L_1}{100} + 2 * 0,63 * \frac{L_2}{100} + 2 * 0,63 * \frac{L_3}{100} + 2 * 1,6 * \frac{L_4}{100} + 2 * 1 * \frac{L_5}{100} + 2 \\ &\quad * 0,63 * \frac{L_6}{100} + 2 * 1 * \frac{L_7}{100} + 2 * 0,25 * \frac{L_8}{100} + 2 * 0,25 * \frac{L_9}{100} + 0,16 * \frac{L_e}{100} \\ &= 59,18 \text{ kg} \end{aligned}$$

APÊNDICE B - DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DA VIGA 205 NO MODELO VCD

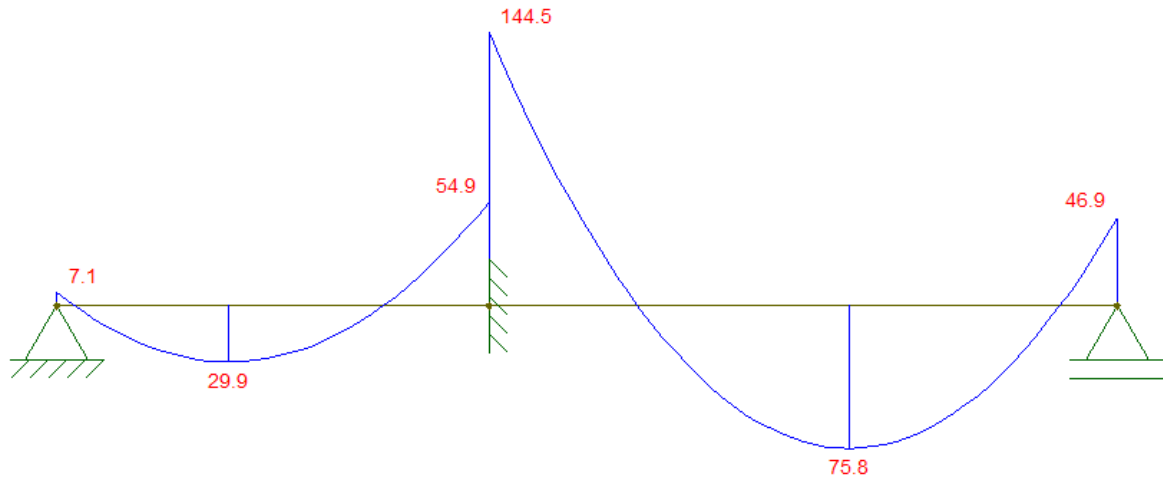
O mesmo procedimento foi aplicado à viga destacada, para ser analisada a quantidade de aço, também pelo modelo I de cálculo, para armaduras longitudinais e estribos. Para tal, observou-se os diagramas de momentos fletores, com e sem engaste intermediário, Figuras 38 e 39, respectivamente.

Figura 44: DMF (kN.m) da Viga 205 destacada segundo a norma NBR6118:2023



Fonte: Autor, 2025.

Figura 45: DMF (kN.m) da Viga 205 destacada segundo a norma NBR6118:2023, com engaste intermediário



Fonte: Autor, 2025.

Feito isso, dimensionou-se as armaduras longitudinais, positivas e negativas, bem como a armadura transversal, conforme se segue.

Armadura longitudinal:

Os valores adotados iniciais foram os mesmos:

$$d = 56 \text{ cm}$$

$$\alpha_c = 0,85$$

$$\lambda = 0,8$$

$$\text{Aço CA50, com } f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Valores calculados:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = 2,143 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = 43,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$M_{d,min} = 0,8 * W_0 * f_{ctk,sup}$$

Onde:

$$f_{ctk,sup} = 1,3 * f_{ct,m} = 1,3 * 0,3 * f_{ck}^{2/3} = 0,377 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$W_0 = \frac{I_c}{y_t} = \frac{20 * 60^3 / 12}{60 / 2} = 12000 \text{ cm}^3$$

$$M_{d,min} = 0,8 * 12000 * 0,377 = 3619,2 \text{ kNcm}$$

Para o valor de ξ , fez-se:

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)}$$

Se $M_d = M_{d,min}$, $\xi = 0,04$

Para a área mínima, fez-se:

$$A_{s,min} = \frac{M_{d,min}}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)}$$

Todos os valores foram obtidos dentro do domínio 2, onde se considera $\sigma_{sd} = f_{yd}$.
Portanto,

$$A_{s,min} = \frac{3619,2}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,04)} = 1,51 \text{ cm}^2$$

Portanto, onde a armadura mínima for adotada, considera-se a área efetiva como:

$$A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 10\text{mm}$$

Em posse desses valores, calculou-se a armadura em cada trecho, como se segue.

Pilar da extremidade esquerda, armadura negativa:

$$M_d = 710 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{710} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,0078$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{710}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,0078)} = 0,292 \text{ cm}^2$$

E a armadura mínima foi adotada, considerando-se a área efetiva como:

$$A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 10\text{mm}$$

Armadura positiva para o trecho esquerdo:

$$M_d = 2990 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{2990} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,0332$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{2990}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,0332)} = 1,244 \text{ cm}^2$$

E a armadura mínima foi adotada, irá considerar-se a área efetiva como:

$$A_{ef} = 1,57 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 10\text{mm}$$

Pilar central, armadura negativa:

$$M_d = 10800 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{10800} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,1243$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{10800}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,1243)} = 4,21 \text{ cm}^2$$

E a área efetiva foi adotada como:

$$A_{ef} = 4,45 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 12,5\text{mm e } 1\Phi 16\text{mm}$$

Armadura positiva para o trecho direito:

$$M_d = 9190 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{9190} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,105$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{9190}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,105)} = 3,938 \text{ cm}^2$$

E a área efetiva foi adotada como:

$$A_{ef} = 4,01 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 10\text{mm e } 2\Phi 12,5\text{mm}$$

Pilar da extremidade direita, armadura negativa:

$$M_d = 4690 \text{ kNcm}$$

$$\frac{b_w * d^2}{M_d} = \frac{1}{\alpha_c * f_{cd} * \lambda * \xi * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow \frac{20 * 56^2}{4690} = \frac{1}{0,85 * 2,143 * 0,8 * \xi * (1 - 0,4 * \xi)}$$

De onde se obtém $\xi = 0,0524$. Logo:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} = \frac{4690}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,0524)} = 1,967 \text{ cm}^2$$

E a área efetiva foi adotada como:

$$A_{ef} = 2,44 \text{ cm}^2, \quad 2\Phi 12,5\text{mm}$$

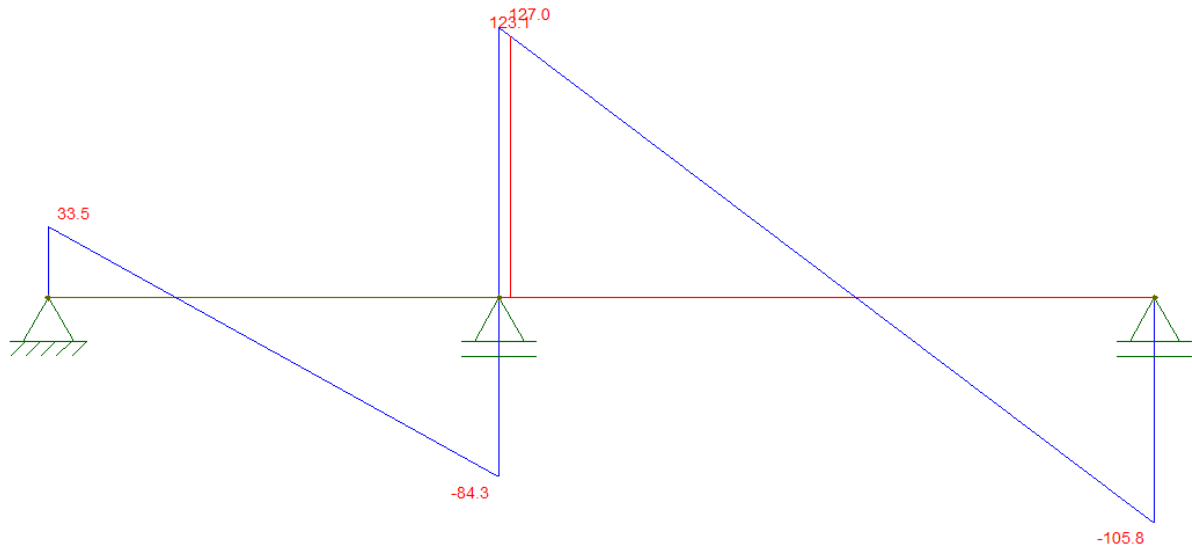
Detalhamento

Primeiramente, calculou-se o comprimento de decalagem das barras, fazendo:

$$a_l = d * \left[\frac{V_{sd,max}}{2 * (V_{sd,max} - V_c)} * (1 + \cot \alpha) - \cot \alpha \right]$$

na qual $V_{sd,max} = 123,1 \text{ kN}$, como podemos observar no diagrama de esforço cortante da Figura 40. Importante ressaltar que o valor crítico é considerado a partir da face de interseção viga-pilar.

Figura 46: DEC kN) da Viga 205 na viga destacada conforme a norma NBR6118:2023.



Fonte: Autor, 2025.

Para o cálculo do V_c , fez-se:

$$V_c = 0,6 * f_{ctd} * b_w * d$$

Onde:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 * 0,3 * f_{ck}^{2/3}}{1,4} = 1,448 \text{ MPa} = 0,145 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$V_c = 0,6 * 0,145 * 20 * 56 = 97,44 \text{ kN}$$

Assim, considerando-se $\alpha=90^\circ$, tem-se:

$$a_l = 56 * \left[\frac{123,1}{2 * (123,1 - 97,44)} * (1 + \cot 90^\circ) - \cot 90^\circ \right] = 134,33 \text{ cm}$$

No entanto, como $a_l \leq d$, considera-se $a_l = 56 \text{ cm}$

Em posse desses dados, dimensionou-se os estribos para cada trecho da viga 205.

Pilar da extremidade esquerda, armadura negativa:

Para o comprimento necessário de ancoragem ao longo da viga, calculou-se:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = \alpha * \frac{\Phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{0,292}{1,57} = 6,20 \text{ cm}$$

Observando que:

$$l_{b,nec} \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ 10\Phi \\ 0,3 * l_b \end{cases} \rightarrow l_{b,nec} = 10 \text{ cm}$$

Para a ancoragem, foi feito:

$$A_{s,anc} = \frac{a_l}{d} * \frac{V_{sd}}{f_{yd}} = \frac{56}{56} * \frac{44,4}{43,5} = 1,02 \text{ cm}^2$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,anc}}{A_{s,ef}} = 1 * \frac{1}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{1,02}{1,57} = 21,65 \text{ cm}$$

Como o valor é maior que b_w , fez-se $\alpha = 0,7$, do que resulta $l_{b,nec} = 15,16 \text{ cm}$, que será arredondado para 15,5 cm, e acrescentou-se um comprimento de gancho de $8 * \Phi = 8 \text{ cm}$.

Desse modo, os comprimentos dessas duas barras, total, é igual a:

$$L_1 = 24 - 10 + 56 + 10 + 15,5 + 8 = 103,5 \text{ cm}$$

Armadura positiva para o trecho esquerdo:

Foi adotada a armadura de $2\Phi 10\text{mm}$ para todo o trecho.

Para a ancoragem, os valores foram idênticos aos da armadura negativa, resultando em:

$$L_2 = 397 - 10 + 15,5 + 2 * 8 = 418,5 \text{ cm}$$

Pilar central, armadura negativa:

Para o comprimento necessário de ancoragem ao longo da viga, calculou-se:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = \alpha * \frac{\Phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{4,21}{4,45} = 39,4 \text{ cm} \rightarrow 39,5 \text{ cm}$$

Observando que:

$$l_{b,nec} \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ 10\Phi \\ 0,3 * l_b \end{cases}$$

Portanto, o comprimento necessário calculado se verifica.

Obsevação: para o lado esquerdo, as armaduras negativas se encontram. Desse modo, considera-se apenas o comprimento mínimo de 10Φ após a decalagem, ou seja, 12,5 cm

E o comprimento das duas barras de 12,5 mm é:

$$L_3 = (397 - 202) + 101 + 2 * 56 + 39,5 + 12,5 = 460 \text{ cm}$$

Para a barra de 16 mm, calcula-se:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow 2,44 = \frac{M_d}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,1243)}$$

$$M_d = 5648,3 \frac{kN}{cm^2}$$

E ainda

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1,6}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{4,21}{4,45} = 50,46 \text{ cm} \rightarrow 50,5 \text{ cm}$$

De modo que o comprimento da barra é igual a:

$$L_4 = (397 - 327) + 43 + 2 * 56 + 2 * 50,5 = 326 \text{ cm}$$

Armadura positiva para o trecho direito:

As duas barras de 12,5 mm passarão por todo o trecho.

Para a ancoragem, foi feito:

$$A_{s,anc} = \frac{a_l}{d} * \frac{V_{sd}}{f_{yd}} = \frac{56}{56} * \frac{100}{43,5} = 2,30 \text{ cm}^2$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,anc}}{A_{s,ef}} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{2,30}{4,01} = 23,89 \text{ cm} \rightarrow 24 \text{ cm}$$

Podendo ser feita a ancoragem reta. E o comprimento das barras ficou:

$$L_5 = 577 - 15 + 24 = 586 \text{ cm}$$

Para as 2 barras de 10 mm, foi feito:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * d * (1 - \frac{\lambda}{2} \xi)} \rightarrow 2,44 = \frac{M_d}{43,5 * 56 * (1 - 0,4 * 0,105)}$$

$$M_d = 5694,2 \frac{kN}{cm^2}$$

E ainda

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{3,938}{4,01} = 32,73 \text{ cm} \rightarrow 33 \text{ cm}$$

De modo que o comprimento das barras de 10 mm foi igual a:

$$L_6 = (445 - 174) + 2 * 56 + 2 * 33 = 449 \text{ cm}$$

Pilar da extremidade direita, armadura negativa:

Para o comprimento necessário de ancoragem ao longo da viga, calculou-se:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = \alpha * \frac{\Phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{1,967}{2,44} = 33,59 \text{ cm} \rightarrow 34 \text{ cm}$$

Observando que:

$$l_{b,nec} \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ 10\Phi \\ 0,3 * l_b \end{cases}$$

Portanto, o comprimento necessário calculado se verifica.

Para a ancoragem, foi feito:

$$A_{s,anc} = \frac{a_l}{d} * \frac{V_{sd}}{f_{yd}} = \frac{56}{56} * \frac{100}{43,5} = 2,30 \text{ cm}^2$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,anc}}{A_{s,ef}} = 1 * \frac{1,25}{4} * \frac{43,5}{2,25 * 0,145} * \frac{2,30}{2,44} = 39,28 \text{ cm} \rightarrow 40 \text{ cm}$$

Como o valor é maior que b_w , fez-se $\alpha = 0,7$, do que resulta $l_{b,nec} = 27,5 \text{ cm}$, e acrescentou-se um comprimento de gancho de $8 * \Phi = 10 \text{ cm}$.

Desse modo, os comprimentos dessas duas barras, total, é igual a:

$$L_7 = (577 - 528 - 15) + 56 + 34 + 27,5 + 10 = 161,5 \text{ cm}$$

Por fim, para as barras de continuidade na parte superior, foram adotadas barras de $2\Phi 6,3\text{mm}$, com área $0,62 \text{ cm}^2$, apenas no trecho direito, e comprimentos de:

$$L_8 = 577 - (101 + 56 + 39,5) - (161,5 - 10 - 27,5 + 15) + 2 * 10 * 0,63 = 254 \text{ cm}$$

Armadura transversal

Novamente, tem-se:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 123,1 - 97,44 =$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 * d * f_{ywd} * (\sin \alpha + \cos \alpha)} = \frac{22,66}{0,9 * 56 * 43,5 * (1 + 0)} = 0,0103 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

E como:

$$\frac{A_{sw}}{s} \leq \left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_{min}$$

Usou-se o mínimo, e, novamente, aplicou-se estribos de $\Phi_t = 5 \text{ mm}$, com $s=17\text{cm}$.

Portanto, a massa total de aço para a viga 205 destacada segundo a NBR6118, utilizando a Tabela 1 de peso linear, é:

$$\begin{aligned}
 M = & 2 * 0,63 * \frac{L_1}{100} + 2 * 0,63 * \frac{L_2}{100} + 2 * 1 * \frac{L_3}{100} + 1,6 * \frac{L_4}{100} + 2 * 1 * \frac{L_5}{100} + 2 * 0,63 \\
 & * \frac{L_6}{100} + 2 * 1 * \frac{L_7}{100} + 2 * 0,25 * \frac{L_8}{100} + 0,16 * \frac{L_e}{100} = 55,05 \text{ kg}
 \end{aligned}$$