

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
UNIDADE ACADÊMICA CENTRO DE TECNOLOGIA
CURSO DE ENGENHARIA QUÍMICA**

PEDRO ANTONIO BEZERRA SANTOS

**ESTUDO NUMÉRICO DA INFLUÊNCIA DA UMIDADE NA DINÂMICA DE
PARTÍCULAS NO INTERIOR DE TAMBORES ROTATÓRIOS**

Maceió
2024

PEDRO ANTONIO BEZERRA SANTOS

**ESTUDO NUMÉRICO DA INFLUÊNCIA DA UMIDADE NA DINÂMICA DE
PARTÍCULAS NO INTERIOR DE TAMBORES ROTATÓRIOS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de Engenharia Química da
Universidade Federal de Alagoas como
requisito parcial para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Junqueira
Brandão.

Coorientadora: Prof^a. Msc. Cleyla Janey
Peixoto Calheiros.

Maceió
2024

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária: Helena Cristina Pimentel do Vale CRB4 - 661

- S237e Santos, Pedro Antonio Bezerra.
Estudo numérico da influência da umidade na dinâmica de partículas no interior de tambores rotatórios / Pedro Antonio Bezerra Santos. – 2024.
53 f. : il.
- Orientador: Rodolfo Junqueira Brandão.
Coorientadora: Cleyla Janey Peixoto Calheiros.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Química) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Curso de Engenharia Química. Maceió, 2024.
- Bibliografia: f. 49.
Apêndices: f. 50-53.
1. Partículas coesas. 2. Tambor rotatório. 3. Modelo de contato (SJKR).
4. Simulação numérica (DEM). 5. Processos industriais. I. Título.

CDU: 66.02

Folha de Aprovação

PEDRO ANTONIO BEZERRA SANTOS

ESTUDO NUMÉRICO DA INFLUÊNCIA DA UMIDADE NA DINÂMICA DE PARTÍCULAS NO INTERIOR DE TAMBORES ROTATÓRIOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao curso de Engenharia Química da
Universidade Federal de Alagoas como
requisito parcial para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Química.

Banca Examinadora:



Documento assinado digitalmente
RODOLFO JUNQUEIRA BRANDAO
Data: 18/11/2024 21:47:23-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Junqueira Brandão
(Universidade Federal de Alagoas)



Documento assinado digitalmente
CLEYLA JANEY PEIXOTO CALHEIROS
Data: 18/11/2024 21:21:54-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Coorientadora: Profa. Dra. Cleyla Janey Peixoto Calheiros
(Universidade Federal de Alagoas)



Documento assinado digitalmente
CRISTIANE HOLANDA SODRE
Data: 19/11/2024 15:31:57-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Cristiane Holanda Sodré
(Universidade Federal de Alagoas)



Documento assinado digitalmente
JOAO INACIO SOLETTI
Data: 22/11/2024 05:42:03-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. João Inácio Soletti
(Universidade Federal de Alagoas)

Dedicado à minha mãe Euvânia Bezerra, ao meu pai José Edson, ao meu irmão Edson Vinicius, minha namorada Beatriz Maria e aos meus amigos e amigas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que me deu forças, discernimento e sabedoria nos momentos mais desafiadores desta jornada, permitindo-me seguir em frente com coragem e determinação.

Aos meus pais, que me deram a vida, cuidaram de mim com amor desde o berço e, com tanto esforço e dedicação, proporcionaram-me o privilégio de conquistar uma formação acadêmica. Obrigado por cada palavra de incentivo e por estarem sempre ao meu lado nos momentos mais difíceis. Ao meu irmão, Edson Vinícius, por quem tenho profunda admiração, pelos conselhos valiosos e pelo apoio incondicional ao longo desse caminho.

À minha companheira Beatriz Maria, meu amor, pelo carinho, companheirismo e por ser um porto seguro nos momentos mais desafiadores. Obrigado por acreditar em mim, torcer pelo meu sucesso e sonhar ao meu lado.

Ao meu primo Maicon, que considero como um irmão, pela paciência em ouvir meus desabafos nos momentos mais difíceis e por sempre me ajudar a pensar com clareza e seguir em frente com confiança. Sua presença foi essencial durante esta jornada.

Às minhas amigas de longa data, Júlia, Ingrid, Andressa, Isa e Mariana, que me acompanham desde a infância. Agradeço por todo o carinho, pela amizade genuína e pela escuta atenta nos momentos em que mais precisei. Ter vocês ao meu lado ao longo dos anos foi um presente que tornou essa jornada ainda mais especial. Aos meus amigos e amigas que caminharam comigo nesta jornada acadêmica: Adryelle, Carlos, Franciele, Gabriel, Rafael, Laura, Marlos, Samara, Domingos, e tantos outros que estiveram presentes. Agradeço pelos momentos de descontração, pela amizade verdadeira e pela ajuda que tornaram este percurso mais leve e significativo. Um agradecimento especial às minhas amigas Agda Guimarães, Maria Clara e Ana Carla, que, nos momentos mais difíceis da graduação, me ofereceram suporte e apoio inestimáveis, mostrando o verdadeiro significado de amizade. Minha gratidão também aos companheiros e amigos do laboratório Flowlab, que fizeram parte dessa jornada acadêmica e contribuíram com seus conhecimentos, apoio e parceria. A convivência e os aprendizados no laboratório foram fundamentais para o meu crescimento.

Por fim, agradeço especialmente ao meu orientador e amigo Rodolfo Brandão, pela oportunidade de trabalhar com este tema, pela confiança depositada em mim e pelos ensinamentos valiosos que não apenas enriqueceram minha formação acadêmica, mas também me inspiraram a crescer como profissional e pessoa.

“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.” José de Alencar

RESUMO

Tambores rotatórios são amplamente empregados na indústria para realizar operações de mistura, segregação, moagem e secagem de materiais granulares, dentre outras aplicações industriais. No entanto, uma problemática se apresenta nos casos em que as partículas são úmidas, visto que formam grânulos coesos e tendem a acumular em estruturas e equipamentos, causando bloqueios, tempo de inatividade operacional e redução de eficiência de processamento. À vista disso, este trabalho tem como objetivo investigar numericamente o comportamento de leitos granulares úmidos em tambores rotatórios, utilizando o método Discrete Element Method (DEM), que possibilita rastrear o comportamento da partícula. Para isto, foram utilizadas como metodologia simulações numéricas que permitiram analisar a influência dos seguintes parâmetros: coesão entre as partículas, altura de elevação, ângulo de repouso dinâmico e características do leito granular úmido, como adesão das partículas na parede. Através da técnica estatística DACE, objetivou-se otimizar os parâmetros do modelo de contato SJKR, visando uma melhor representação do comportamento coesivo. Na validação dos ângulos de repouso estático e dinâmico, compararam-se os valores experimentais aos resultados das simulações numéricas realizadas no software LIGGGHTS. Observou-se que os parâmetros configurados nas simulações, como os coeficientes de atrito e coesão, não foram suficientes para reproduzir com precisão os altos ângulos registrados experimentalmente, especialmente em condições de umidade elevada. A perda de umidade das sementes de mamão, causando encolhimento e aumento da rugosidade, intensificou a coesão entre as partículas, elevando os ângulos de repouso, um fator que não pôde ser completamente representado nas simulações. Essa discrepância destaca a necessidade de incorporar nos modelos numéricos o efeito do encolhimento e da mudança nas propriedades físicas das partículas para uma modelagem mais precisa. A metodologia proposta pode ser aplicada em diversas áreas da indústria, como mineração e processamento de materiais, auxiliando na otimização de processos e na prevenção de problemas operacionais.

Palavras-chaves: Partículas coesas, SJKR, DEM, Tambor rotatório.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Pontes líquidas de materiais granulares úmidos	12
Figura 2 - Volume de produção ScienceDirect	15
Figura 3 - Unidade experimental do tambor rotatório.....	18
Figura 4 - Software ImageJ para caracterização das partículas.....	19
Figura 5 - Caixa para determinação do ângulo de repouso estático.	20
Figura 6 - Disposição do material granular no aparato experimental.....	21
Figura 7 - Análise do ângulo de repouso estático pelo Paraview e Script em Python	22
Figura 8 - Aparato experimental para o ângulo de repouso dinâmico.....	23
Figura 9 - Medição do ângulo de repouso dinâmico com o Software Meazure.....	23
Figura 10 - Medida do ângulo de repouso dinâmico para as simulações numéricas.....	25
Figura 11 - Fluxograma software Dakota para a simulações numéricas	26
Figura 12 - ImageJ para caracterização de partículas.....	27
Figura 13 - Amostragem das partículas ao longo do tempo de secagem	29
Figura 14 - Partícula isolada em cada instante de tempo na secagem	30
Figura 15 - Imagens do ângulo de repouso estático em cada instante de tempo.....	33
Figura 16 - Utilização do software Meazure para medir ângulo de repouso dinâmico experimental.	35
Figura 17 - Análise do ângulo de repouso estático pelo script em Python.....	37
Figura 18 - Matriz de correlações das variáveis para ângulo de repouso estático.....	38
Figura 19 - Mapa de correlações das simulações do ângulo de repouso dinâmico	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Equacionamento modelo Hertz-Mindlin DEM	10
Tabela 2 - Limites de variação dos parâmetros DEM	24
Tabela 3 - Resultados da cinética de secagem das sementes de mamão	31
Tabela 4 - Resultado da cinética de secagem	34
Tabela 5 - Resultados do ângulo do repouso dinâmico experimental	35

LISTA DE SÍMBOLOS

α_{JKR}	Raio de contato da força de adesão
A_{cont}	Área de contato da força de adesão
D	Diâmetro do tambor
d_p	Diâmetro da partícula
D_p	Distância percorrida pela partícula
D_{pp}	Distância entre as partículas de uma ponte líquida
D_o	Distância de ruptura da ponte líquida
e_p	Coeficiente de restituição
e_{pw}	Coeficiente de restituição partícula-parede
e_{pp}	Coeficiente de restituição partícula-partícula
E_o	Módulo de Young (valor real)
E^*	Módulo de Young equivalente
F_n	Força normal
F_n^d	Força normal de amortecimento
F_t	Força tangencial
F_t^d	Força tangencial de amortecimento
$F_{t,max}$	Força tangencial máxima
F_{JKR}	Força de adesão
F_{cap}	Força de capilaridade
F_n^{vis}	Força viscosa normal
F_t^{vis}	Força viscosa tangencial Grau
g	Gravidade
G_i	Modulo de Cisalhamento da partícula i
G_j	Modulo de Cisalhamento da partícula j
G^*	Modulo de Cisalhamento equivalente
I_i	Momento de inercia da partícula i

m	Massa
m_i	Massa da partícula i
m^*	Massa equivalente
R	Raio
R_i	Raio da partícula i
R^*	Raio equivalente
R_c	Distância entre o centro da partícula e o ponto de contato da força de adesão
S_n	Rigidez normal
S_t	Rigidez tangencial
t_R	Tempo de uma onda de Rayleigh
v_n^{rel}	Velocidade normal relativa
v_n^{rel}	Velocidade tangencial relativa
v_{pi}	Volume total de partículas
V_{tambor}	Volume do tambor rotatório
V_{lb}	Volume da Ponte Líquida
V_{sLi}	Volume líquido na superfície da partícula ?

Símbolos gregos

α	Ângulo
β	Coeficiente de amortecimento
δ_n	Sobreposição normal
δ_t	Sobreposição tangencial
θ_c	Ângulo de contato da ponte líquida
μ_s	Coeficiente de atrito estático
μ_{spp}	Coeficiente de atrito estático partícula-partícula
μ_{spw}	Coeficiente de atrito estático partícula-parede
μ_r	Coeficiente de atrito de rolamento
μ_{rpp}	Coeficiente de atrito de rolamento partícula-partícula
μ_{rpw}	Coeficiente de atrito de rolamento partícula-parede
ρ	Densidade
ρ_p	Densidade da partícula
τ	Torque
τ_{ij}	Torque entre as partículas i e j
ν	Razão de Poisson
ν_i	Torque entre as partículas i
ω	Velocidade de rotação
ω_{cv}	Velocidade de rotação crítica
ω_i	Velocidade angular da partícula i
$\Delta\gamma$	Energia de contato de superfície
γ_i	Tensão superficial da partícula i
Ω_{CED}	Densidade de energia de coesão
μ	Viscosidade do líquido intersticial

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	4
2. OBJETIVOS	6
2.1. Geral.....	6
2.2. Específicos	6
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
3.1. Tambores Rotatórios	7
3.2. Secagem em Processos Industriais	8
3.3. Discret Element Method (DEM).....	9
3.4. Pontes líquidas entre partículas.....	11
3.5. Influência da umidade no leito granular	13
3.6. Propriedades coesivas no DEM	15
3.7. Design and Analysis of Computer Experiments - DACE.....	16
4. METODOLOGIA	18
4.1. Unidade experimental e caracterização granular	18
4.2. Secagem das sementes de mamão	19
4.3. Determinação experimental e numérica do ângulo de repouso estático	20
4.4. Determinação numérica e experimental do ângulo de repouso dinâmico	22
4.5. Configuração numérica para as simulações	25
4.6. Software Dakota Sandia.....	26
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	27
5.1. Caracterização de partículas	27
5.2. Secagem das sementes de mamão	29
5.3. Experimental do ângulo de repouso estático	33
5.4. Experimental do ângulo de repouso dinâmico	34
5.5. Numérico do ângulo de repouso estático	36
5.6. Numérico do ângulo de repouso dinâmico	41

5.7.	Validação numérico e experimental	45
6.	CONCLUSÃO	48
	REFERÊNCIAS	49
	APÊNDICE	50

1. INTRODUÇÃO

Tambores rotatórios são amplamente empregados na indústria para realizar operações que envolvem mistura, segregação, moagem e secagem de materiais granulares, dentre outras aplicações industriais. (Kosaku, Tsunazawa e Tokoro, 2023; Tokoro *et al.*, 2021). Estima-se que cerca de 60% dos materiais fabricados na indústria necessitam do processamento de materiais granulares (Bridgwater, 2003).

Na indústria, a eficiência dos processos que envolvem o manuseio de materiais particulados, como em tambores rotatórios, depende diretamente da calibração adequada dos equipamentos (Hobbs *et al.*, 2022). Em setores onde a umidade dos materiais é um fator crítico, como na secagem de grânulos (Lominé, Hellou e Roques, 2022), essa calibragem se torna ainda mais essencial. Materiais coesos e úmidos, quando não tratados adequadamente, podem se acumular e causar bloqueios no interior de equipamentos, reduzindo a eficiência de secagem e aumentando o tempo de inatividade operacional (Coetzee e Scheffler, 2023).

No entanto, simular o comportamento de materiais granulares que possuem umidade, conhecidos como partículas coesas, representa um grande desafio na engenharia. Quando essas partículas apresentam um teor de umidade significativo, como ocorre em grânulos agrícolas ou materiais orgânicos, a coesão entre as partículas aumenta, resultando em um comportamento mais complexo de ser modelado computacionalmente (Mitarai e Nori, 2007). Esse tipo de comportamento exige que modelos computacionais levem em consideração tanto as forças de adesão entre partículas quanto a interação partícula-parede (Johnson, Kendall e Roberts, 1971).

Para ilustrar a complexidade desse tipo de simulação, podemos considerar o exemplo das sementes de mamão. Embora não sejam diretamente utilizadas em processos industriais em larga escala, elas compartilham características com materiais coesos industriais, como a presença de umidade, o que as torna um objeto de estudo interessante. Ao simular o comportamento dessas sementes em um tambor rotatório, é possível observar desafios semelhantes aos encontrados em materiais coesos industriais, como a formação de aglomerados e a dificuldade de prever o escoamento eficiente. Esse tipo de estudo pode oferecer percepções valiosas sobre a manipulação e o processamento de materiais granulares úmidos em diferentes contextos industriais.

Diante desta problemática a utilização de técnicas numéricas vem se tornando cada vez mais frequente, dentre elas, a técnica numérica Discrete Element Method (DEM) surge como expoente por simular o comportamento de sistemas particulados rastreando forças e trajetórias de cada partícula. (Kosaku, Tsunazawa e Tokoro, 2023). Entretanto, quando o material está úmido, as forças capilares nos contatos resultam em comportamento coesivo, exigindo a inclusão de parâmetros que permita a predição de tal comportamento. (Coetzee e Scheffler, 2023).

Compreender o comportamento dos fluxos granulares e a dinâmica de partículas úmidas é crucial para a concepção e otimização de tambores rotatórios. Este trabalho tem como objetivo estudar numericamente o comportamento do leito granular úmido em tambores rotatórios, aplicando o DEM com o auxílio do software LIGGGHTS 3.8. Serão investigados parâmetros como elementos coesivos no modelo de contato SJKR (Simplified Johnson-Kendall-Roberts), utilizando a técnica estatística DACE (Design Aided Computational Experiment) para avaliar o comportamento de grânulos coesos e a aglomeração de partículas devido à umidade do meio. A técnica DEM será utilizada para simular o comportamento das partículas sob diferentes condições de umidade, sendo a calibração desses parâmetros um dos objetivos centrais deste estudo. Espera-se que este trabalho contribua para uma melhor compreensão dos mecanismos que influenciam a coesão e a aglomeração de partículas em tambores rotatórios, auxiliando na otimização de processos industriais que utilizam esses equipamentos.

2. OBJETIVOS

2.1. Geral

Estudar, por meio de simulação numérica utilizando o Método dos Elementos Discretos (DEM), o comportamento de leitos granulares úmidos em tambores rotatórios, a fim de compreender os mecanismos que influenciam a coesão e a aglomeração de partículas, bem como otimizar os parâmetros de operação desses sistemas.

2.2. Específicos

- Investigar o comportamento do leito granular úmido em tambores rotatórios, considerando a influência de parâmetros como os elementos coesivos no modelo de contato SJKR (Simplified Johnson-Kendall-Roberts);
- Calibrar os parâmetros de simulação, como o coeficiente de atrito estático e o coeficiente de atrito de rolamento, para garantir a precisão dos resultados;
- Avaliar a influência da quantidade de ligante nas partículas no interior dos tambores rotatórios, visando entender o impacto na coesão e na eficiência do processo;
- Analisar a influência da umidade no comportamento das partículas, com foco na adesão, na altura de elevação e no ângulo de repouso dinâmico.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1. Tambores Rotatórios

Tambores rotatórios são amplamente utilizados em diversos processos industriais, como mistura, secagem, granulação e moagem. Eles são formados por um cilindro horizontal de design simples, que pode ser levemente inclinado, no qual o material a ser processado é colocado para girar a uma velocidade definida (Chen *et al.*, 2016). Esse movimento no cilindro gera a formação de duas zonas distintas dentro do tambor rotatório quando operando em regime de rolamento: as zonas ativa e passiva. Essas zonas apresentam diferentes padrões de movimento, resultando em coeficientes de transporte variados (Wan *et al.*, 2024).

As características operacionais de tambores rotatórios dependem de diversos fatores, como a inclinação do tambor, a velocidade de rotação e as propriedades do material processado, como o tamanho, a densidade e o grau de umidade das partículas (Santos *et al.*, 2015). O regime de rolamento mencionado, onde se formam as zonas ativa e passiva, é considerado um dos mais eficientes para a mistura e transporte de partículas, pois gera uma maior movimentação interna (Santos *et al.*, 2015). A zona ativa, localizada na superfície superior do leito granular, é responsável pelo movimento das partículas em direção à parede do tambor, enquanto a zona passiva, situada na parte inferior, é caracterizada por um fluxo mais lento de partículas que retornam para o ponto de queda (Wan *et al.*, 2024).

Esse comportamento dinâmico dentro do tambor é fortemente influenciado quando as partículas processadas apresentam coesão, especialmente em materiais úmidos. A presença de umidade cria forças capilares entre as partículas, alterando a fluidez do leito granular e modificando o regime de escoamento das partículas. Em situações onde a umidade é alta, observa-se uma tendência maior de aglomeração das partículas, o que pode afetar negativamente a eficiência do processo de secagem e mistura (Coetzee e Scheffler, 2023). Assim, o comportamento de materiais coesos em tambores rotatórios exige uma compreensão detalhada da interação entre os parâmetros de operação e as características do material, sendo as simulações numéricas, como o Método dos Elementos Discretos (DEM), uma ferramenta fundamental para prever e otimizar esses processos (Kosaku, Tsunazawa e Tokoro, 2023).

3.2. Secagem em Processos Industriais

A secagem é uma das operações unitárias essenciais em processos industriais, especialmente quando há a necessidade de reduzir o teor de umidade de materiais. Em ambientes industriais, a presença de umidade em partículas sólidas ou semissólidas, como sementes, grãos e produtos em pó, pode causar diversos problemas operacionais, incluindo incrustação, desgaste prematuro de máquinas e frequentes paradas para limpeza e manutenção. Esses fatores impactam diretamente a produtividade, a eficiência energética e a qualidade do produto final (Coetzee e Scheffler, 2023).

A secagem de sementes, como as sementes de mamão, apresenta desafios específicos. A semente é um material biológico que naturalmente contém umidade interna, tornando o processo de secagem uma etapa crítica para sua conservação e armazenamento. Além disso, em condições industriais, as partículas úmidas tendem a aderir umas às outras ou às superfícies de equipamentos, levando à formação de incrustações que afetam o fluxo de material e aumentam o risco de contaminação cruzada (Venturini *et al.*, 2012).

Para modelar a cinética de secagem, a Equação de Page é amplamente utilizada em processos de secagem de produtos biológicos e agrícolas. A equação é dada por:

$$RU = e^{-k \cdot t^n} \quad (1)$$

Onde RU é a razão de umidade (moisture ratio), t representa o tempo de secagem, k é a constante de secagem e n é um expoente que ajusta a taxa de secagem ao comportamento específico do material. A Equação de Page permite uma descrição mais precisa do processo de secagem de materiais complexos, como sementes, que têm propriedades higroscópicas e estruturais específicas (Venturini *et al.*, 2012).

Os métodos de secagem industrial variam amplamente em função das características do material a ser seco e das necessidades específicas do processo. Alguns dos métodos mais comuns incluem a secagem por convecção, secagem em leito fluidizado, secagem por atomização e secagem por micro-ondas.

3.3. Discret Element Method (DEM)

O DEM é capaz de simular o comportamento de grânulos utilizando algoritmos complexos, além de rastrear as forças em cada partícula e ao longo de suas trajetórias. Por essas vantagens em relação aos experimentos tradicionais, o DEM tornou-se uma abordagem confiável para desvendar os mecanismos de diversos processos envolvendo grânulos (Kosaku, Tsunazawa e Tokoro, 2023).

O método DEM trata cada partícula como um sistema discreto, submetido a forças de contato e de campo. Os movimentos de rotação e translação desses sistemas são descritos pelas equações de movimento de Newton, fornecendo a trajetória da partícula como resultado das forças das interações partícula-partícula e partícula-parede. (Mostafaei *et al.*, 2023). As equações para os movimentos de translação e rotação de uma partícula i com massa m_i e momento de inércia I_i são respectivamente (Cundall e Strack, 1979):

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_j (F_n^{ij} + F_t^{ij}) + m_i g \quad (2)$$

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_j (R_i + F_t^{ij}) + \tau_{rij} \quad (3)$$

Onde v_i , ω_i e R_i a velocidade linear, a velocidade angular e o raio da partícula, respectivamente. F_n^{ij} , F_t^{ij} e τ_{rij} são as forças normais e tangenciais e o torque entre as partículas i e j , respectivamente.

O método dos elementos discretos emprega modelos simplificados para quantificar as forças e torques gerados pelas interações entre partículas. Esses modelos, geralmente dependentes da magnitude das sobreposições e das velocidades das partículas em contato, são categorizados como lineares (esferas rígidas) ou não lineares (esferas macias).

Nesse trabalho terá como enfoque o uso do modelo não linear desenvolvido por Hertz-Mindlin, adequado para sistemas com alta concentração granular e longos períodos de contato entre as partículas (Kloss *et al.*, 2012), no qual as forças de contato normal e tangencial são calculadas e demais equações necessárias para o modelo de Hertz-Mindlin estão dispostas na Tabela 1

Tabela 1 - Equacionamento modelo Hertz-Mindlin DEM

Descrição	Equação
Força normal - F_n	$F_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*} \delta_n^{\frac{3}{2}}$ (4)
Força normal de amortecimento = F_n^d	$F_n^d = 2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^*} v_n^{rel}$ (5)
Raio equivalente de contato - R^*	$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j}$ (6)
Massa equivalente - m^*	$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j}$ (7)
Modulo de Young equivalente - E^*	$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{E_j}$ (8)
Rigidez normal - S_n	$S_n = 2 E^* \sqrt{R^*} \delta_n$ (9)
Coeficiente de amortecimento- β	$\beta = \frac{\ln e_p}{\sqrt{\ln^2 e_p + \pi^2}}$ (10)
Força tangencial- F_t	$F_t = -\delta_t S_t$ (11)
Força tangencial de amortecimento - F_t^d	$F_t^d = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^*} v_t^{rel}$ (12)
Rigidez tangencial- S_t	$S_t = 8 G^* \sqrt{R^*} \delta_n$ (13)
Modulo de cisalhamento equivalente - G^*	$\frac{1}{G^*} = \frac{2 - \nu_i}{G_i} + \frac{2 - \nu_j}{G_j}$ (14)

Onde v_n^{rel} a velocidade normal relativa, v_t^{rel} é a velocidade tangencial relativa e β é o coeficiente de amortecimento, dado pela Equação 15, como função do coeficiente de restituição da partícula e_p .

$$\beta = \frac{\ln e_p}{\sqrt{\ln^2 e_p + \pi^2}} \quad (15)$$

A força tangencial é limitada pela Lei de Coulumb, sendo seu valor máximo descrito pela relação:

$$F_{t,max}^d = \mu_s F_n \quad (16)$$

Em que μ_s é o coeficiente de atrito estático. Já a rigidez normal e tangencial (S_n e S_t) podem ser determinadas pelas Equações 17 e 18.

$$S_n = 2E^* \sqrt{R\delta_n} \quad (17)$$

$$S_t = 8G^* \sqrt{R\delta_n} \quad (18)$$

Como forma de garantir estabilidade numérica das simulações, é fundamental que o passo de tempo utilizado na integração numérica das equações de movimento seja suficientemente pequeno para assegurar que as perturbações não se propaguem além das partículas vizinhas diretas, garantindo assim a precisão da simulação (Cundall e Strack, 1979).

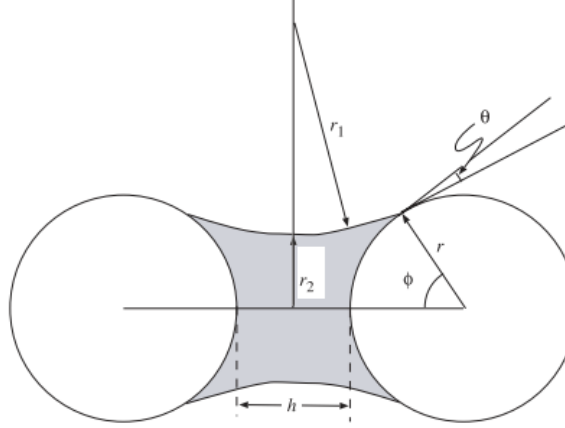
As colisões entre partículas geram ondas de Rayleigh que se propagam através dos corpos sólidos. O tempo de duração dessas ondas (t_R), calculado pela Equação 3.18, serve como referência para a definição do passo de tempo. De acordo com trabalhos realizados na literatura (Chen *et al.*, 2016; Wan *et al.*, 2024), o passo de tempo deve corresponder a, no máximo, 20% de t_R para garantir a estabilidade numérica dos cálculos.

$$t_R = \frac{\pi r_{min} \sqrt{\frac{\rho}{G}}}{(0,1613 \cdot v + 0,8766)} \quad (19)$$

3.4. Pontes líquidas entre partículas

Em sistemas granulares úmidos, a interação entre partículas não é determinada apenas pelo contato direto, mas também por forças capilares geradas pela presença de líquido entre as partículas. Essa presença de líquido forma o que é conhecido como "ponte líquida", que conecta duas ou mais partículas e exerce uma força coesiva, alterando significativamente o comportamento do material granular (Mitarai e Nori, 2007). As pontes líquidas são particularmente importantes em processos que envolvem materiais úmidos, como em tambores rotatórios, onde a umidade afeta diretamente o escoamento e a formação de aglomerados.

Figura 1 - Pontes líquidas de materiais granulares úmidos



Fonte: Adaptado, (Mitarai e Nori, 2007).

A formação de uma ponte líquida ocorre quando uma pequena quantidade de líquido preenche o espaço entre duas partículas. Essa ponte gera uma força de coesão devido à tensão superficial do líquido e à diferença de pressão entre a fase líquida e a fase gasosa. A força total F_{bridge} entre duas partículas devido a uma ponte líquida pode ser expressa pela seguinte equação:

$$F_{bridge} = 2\pi r \gamma \cos \theta + \frac{d\pi r^2}{d} \Delta P \quad (20)$$

A primeira parte da equação $2\pi r \gamma \cos \theta$ representa a força devido à tensão superficial, enquanto a segunda parte $\frac{d\pi r^2}{d} \Delta P$ refere-se à força gerada pela diferença de pressão através da ponte líquida.

3.5. Influência da umidade no leito granular

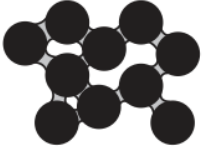
A aglomeração de partículas geralmente ocorre por via seca ou úmida. Na aglomeração por via seca, as partículas são compactadas através da aplicação de pressão. Já na aglomeração por via úmida, uma solução de glicerol ou água (0.42 a $0.54 \frac{mL \text{ líquido}}{mL \text{ sólido}}$) é atomizada sobre um leito de partículas que estão em constante agitação (Iveson e Litster, 1998).

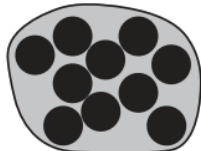
A coesão dos materiais granulares no estado pendular é predominantemente atribuída às pontes líquidas. As características mecânicas de um sistema composto por material granular úmido variam conforme a quantidade de umidade disponível. Pesquisadores frequentemente classificam os diferentes níveis de líquido presentes em um sistema através da saturação líquida S , que é a razão entre o volume de líquido (V_L) e o volume de vazios (V_V) do sistema (Iveson e Litster, 1998; Kosaku, Tsunazawa e Tokoro, 2023; Mostafaei *et al.*, 2023). Portanto, a saturação pode ser determinada a partir das frações de volume do líquido Φ_L e dos sólidos Φ_S no sistema, sendo expressa como na Equação 21 (Coetzee e Scheffler, 2023).

$$S = \frac{V_L}{V_V} \tag{21}$$

Mitarai e Nori, 2007, realizaram uma análise dos estudos de Iveson e Litster, 1998, assim como de Newitt e Conway-Jones, 1958, e identificaram cinco estados de saturação, definidos com base no grau de umidade no sistema, sendo eles: Dry, Pendular, Funicular, Capillary e Slurry.

Quadro 1 - Influência da umidade no leito granular. Adaptado de (Mitarai e Nori, 2007)

Liquid Content	State	Schematic Diagram	Physical description
No	Dry		Cohesion between grains is negligible.
Small	Pendular		Liquid bridges are formed at the contact points of grains. Cohesive forces act through the liquid bridges.

Middle	Funicular		Liquid bridges around the contact points and liquid-filled pores coexist. Both give rise to cohesion between particles.
Almost Saturated	Capillary		Almost all the pores are filled with the liquid, but the liquid surface forms menisci and the liquid pressure is lower than the air pressure. This suction results in a cohesive interaction between particles.
More	Slurry		The liquid pressure is equal to, or higher than, the air pressure. No cohesive interaction appears between particles.

Fonte: Adaptado de (Mitarai e Nori, 2007).

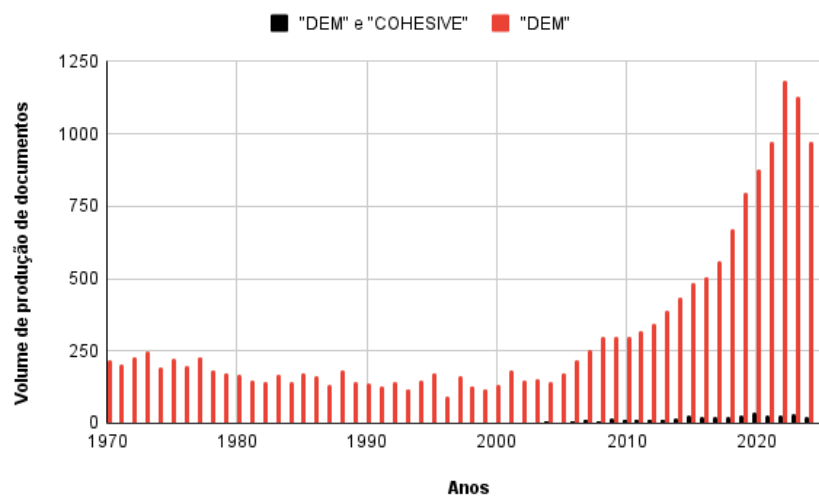
De acordo com Mitarai e Nori, 2007, a força exercida pela ponte líquida entre as partículas varia de acordo com o regime de umidade. Em baixos níveis de umidade, a quantidade de líquido é suficiente apenas para formar pontes líquidas isoladas entre as partículas. Esse regime é conhecido como regime pendular, onde as forças capilares dominam o comportamento do material granular, resultando em uma coesão moderada e estável. À medida que a umidade aumenta, mais líquido preenche os espaços intersticiais, e as pontes líquidas podem se fundir, levando ao regime funicular, onde as partículas estão conectadas por uma rede de líquido. Em níveis ainda mais altos de umidade, o material pode transitar para o regime capilar, em que as partículas ficam imersas em uma fase líquida contínua

Em aplicações industriais, como em tambores rotatórios, as pontes líquidas influenciam diretamente a coesão e o escoamento das partículas. Quanto maior a força coesiva gerada pelas pontes líquidas, maior é a resistência ao movimento das partículas, o que pode levar à aglomeração e dificultar o transporte de materiais no tambor. Esse comportamento é particularmente relevante em processos que envolvem secagem e mistura, onde a distribuição da umidade e a formação de pontes líquidas devem ser controladas para evitar a formação de blocos indesejados ou a redução da eficiência do processo (Kosaku, Tsunazawa e Tokoro, 2023; Wan *et al.*, 2024).

3.6. Propriedades coesivas no DEM

A maioria dos estudos numéricos sobre escoamentos granulares concentra-se em escoamentos não coesivos. Isso é evidenciado na Figura 1, que mostra o número total de publicações na plataforma ScienceDirect utilizando as seguintes ferramentas de pesquisa: 'DEM' e 'forças coesivas' em comparação com 'DEM'.

Figura 2 - Volume de produção ScienceDirect



Fonte: Autor, 2024.

A influência da umidade em escoamentos granulares pode ser simulada no Método dos Elementos Discretos (DEM) pela incorporação de uma força de coesão adicional nas equações de movimento das partículas. Essa força de coesão, que representa a adesão entre as partículas, pode ser modelada por diferentes mecanismos, como a adesão direta ou as forças capilares (Souza, 2023).

Os modelos de contato adesivo são amplamente empregados na simulação de pós finos e coesivos que interagem com superfícies. Entre as opções disponíveis, o modelo Johnson-Kendall-Roberts (JKR) é um dos mais utilizados, pois incorpora uma força de adesão que é determinada pela área de contato e pela densidade de energia, unindo as partículas (Johnson, Kendall e Roberts, 1971). Desse modo, o movimento de translação da partícula passa a ser definido como:

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_j (F_n^{ij} + F_t^{ij}) + F_{JKR} + m_i g \quad (22)$$

A Força de adesão F_{JKR} é definida por:

$$F_{JKR} = \frac{4E^* a_{JKR}^3}{3R^*} - 4\sqrt{2\pi\Delta\gamma E^* a^3} \quad (23)$$

Para viabilizar a aplicação do modelo JKR na abordagem DEM, uma versão simplificada é adotada. O modelo Simplificado de Johnson-Kendall-Roberts (SJKR) utiliza dois parâmetros de entrada: o raio da partícula e a densidade de energia coesiva para as interações entre partículas e entre partícula e parede. Nesse modelo, a força de coesão é definida pela seguinte equação:

$$F_{SJKR0} = F_n + \Omega_{CED} + A_{cont} \quad (24)$$

Sendo Ω_{CED} a densidade de energia de coesão e A_{cont} é a área de contato, definida como:

$$A_{cont} = \pi(R_l^2 - R_c^2) \quad (25)$$

R_c é a distância entre o centro da partícula e o ponto de contato.

3.7. Design and Analysis of Computer Experiments - DACE

A técnica Design and Analysis of Computer Experiments (DACE) é amplamente utilizada em estudos que envolvem simulações numéricas para otimização de modelos e análise de parâmetros complexos. Inicialmente proposta por Sacks et al. (1989), a DACE surgiu como uma abordagem estatística para explorar eficientemente o espaço de entrada de modelos computacionais, especialmente em casos onde os custos computacionais das simulações são elevados. Seu principal objetivo é construir modelos substitutos, como Kriging, que permitem prever a resposta de um sistema com base em um conjunto limitado de simulações numéricas. Antes de iniciar as simulações, define-se um conjunto estratégico de pontos no espaço de

entrada para garantir que as variáveis relevantes sejam bem representadas, utilizando métodos como planos fatoriais e amostragens de hipercubos latinos (Latin Hypercube Sampling - LHS), que maximizam a cobertura do espaço com o menor número de pontos. Com os dados dos experimentos computacionais, modelos estatísticos são construídos para interpolar e prever respostas em regiões não avaliadas diretamente, com destaque para o Kriging, que considera a correlação entre os pontos do espaço de entrada, oferecendo maior precisão nas previsões. Após a construção do modelo, é possível explorar o comportamento do sistema e identificar condições ótimas de operação ou áreas que demandam maior investigação por meio de superfícies de resposta ou métricas estatísticas (Sacks *et al.*, 1989).

4. METODOLOGIA

4.1. Unidade experimental e caracterização granular

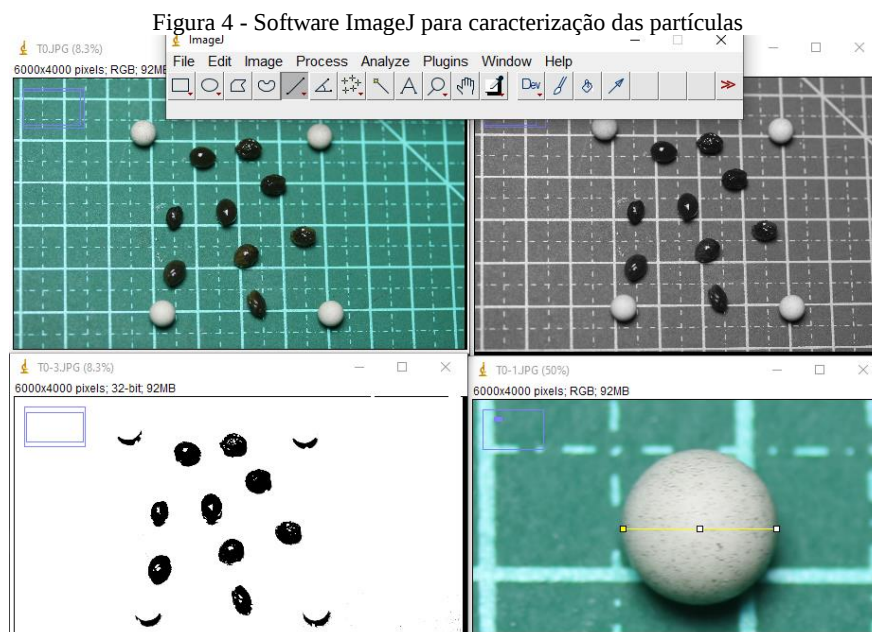
A unidade experimental que foi utilizada neste estudo é composta de um tambor rotatório fabricado em aço inoxidável, com diâmetro interno de 160 mm e comprimento de 200 mm. O tambor foi posicionado horizontalmente sobre dois pares de roldanas, sem inclinação, e será acionado por um motor trifásico de 0,75 cv e 1.750 rpm, acoplado a um motoredutor WEG (Figura 3). O equipamento permitirá a operação em uma faixa de velocidade de rotação de 2,0 a 17,0 rad/s, fornecendo flexibilidade para simular diferentes condições de processamento de materiais granulares.

Figura 3 - Unidade experimental do tambor rotatório.



Fonte: Autor, 2024.

A caracterização do tamanho e da forma das partículas foi realizada por meio de análise de imagem utilizando o software ImageJ, amplamente empregado para medir e analisar as dimensões de partículas. Para capturar as imagens das amostras, foi utilizada uma câmera semi-profissional, garantindo alta resolução e nitidez. Além disso, empregou-se um sistema de iluminação apropriado para eliminar sombras indesejadas, já que o ImageJ é extremamente sensível a variações de luz, e a presença de sombras pode interferir nas medições de tamanho e forma das partículas. A combinação de uma boa câmera e iluminação adequada garantiu resultados precisos ao evitar distorções causadas por condições de iluminação inadequadas.



Fonte: Autor, 2024.

Essas imagens foram processadas no ImageJ, que permitiu medir com precisão os diâmetros e outros aspectos morfológicos das partículas. Esses dados foram fundamentais para alimentar os parâmetros geométricos nas simulações numéricas subsequentes, realizadas com o Método dos Elementos Discretos (DEM).

A escolha do ImageJ garantiu a consistência dos resultados, permitindo o controle das condições de iluminação e contraste, assegurando que as medidas de tamanho fossem confiáveis e precisas. Essa caracterização foi crucial, pois o tamanho e a forma das partículas influenciam diretamente o comportamento do leito granular durante a operação em sistemas como o tambor rotatório.

4.2. Secagem das sementes de mamão

Para o processo de secagem das sementes de mamão, foi utilizada uma estufa convectiva, mantida a uma temperatura constante de 105 °C. Esse método de secagem permitiu a remoção controlada da umidade das sementes, garantindo uniformidade na perda de água ao longo do tempo.

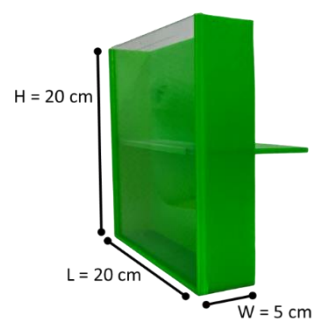
As sementes foram organizadas em um leito granular e inseridas na estufa para secagem, sendo retiradas em intervalos específicos de tempo para análise. O procedimento de retirada seguiu os tempos de 0, 10, 30, 60, 90, 120, 180 e 360 minutos, com o objetivo de monitorar a redução de umidade ao longo do processo. A cada intervalo, foram coletadas amostras de sementes em sete placas distintas, permitindo um acompanhamento detalhado da umidade no leito granular.

Para quantificar e acompanhar a umidade do leito granular durante o processo de secagem, o material foi pesado no início do ciclo de secagem (tempo zero) e ao final do processo, após 360 minutos.

4.3. Determinação experimental e numérica do ângulo de repouso estático

Para a determinação do ângulo de repouso estático, foi utilizado um aparato experimental construído com o auxílio de uma impressora 3D modelo Ender-3 Pro. O tamanho da caixa variou de acordo com o diâmetro da partícula, e suas dimensões estão expostas na Figura 5.

Figura 5 - Caixa para determinação do ângulo de repouso estático.

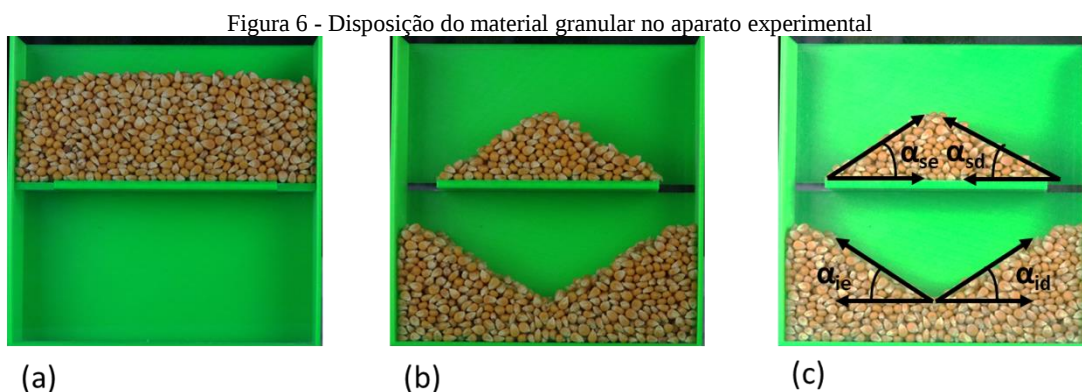


Fonte: Autor, 2024.

O equipamento consistiu em duas seções distintas, separadas por uma prateleira central fixa e duas abas laterais móveis, interligadas por uma haste central, permitindo o escoamento

do material granular. A parede frontal do dispositivo foi confeccionada em acrílico para permitir a visualização clara do comportamento do material granular durante o escoamento.

O experimento foi conduzido da seguinte forma: o material granular foi colocado na seção superior do dispositivo até preencher 80% da altura total (Figura 6a). Em seguida, as abas laterais móveis foram removidas simultaneamente, permitindo o escoamento livre das partículas para as seções inferiores. As partículas formaram uma pilha cônica na parte superior do leito e duas pilhas menores nas seções inferiores (Figura 6b). Após a estabilização do material, foram medidos os ângulos de repouso estático tanto na seção superior quanto nas seções inferiores (Figura 6c).



Fonte: Autor, 2024

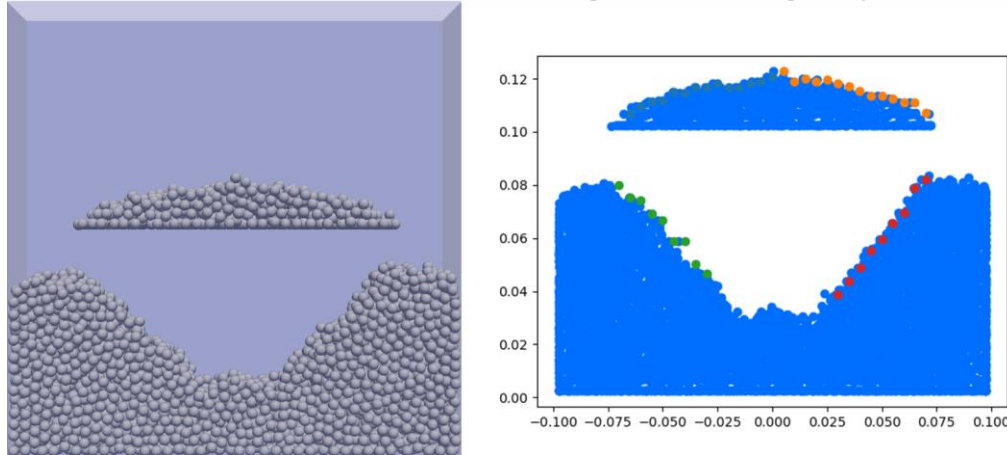
Para garantir a precisão e a confiabilidade dos resultados, cada medição foi realizada em triplicata. O ângulo de repouso foi calculado a partir da inclinação das superfícies formadas pelas pilhas de partículas em relação à base horizontal do dispositivo, utilizando imagens capturadas por uma câmera de alta resolução e analisadas pelo software ImageJ.

Paralelamente ao experimento, foi realizada uma simulação numérica utilizando o software LIGGGHTS, com o intuito de determinar o ângulo de repouso estático por meio do Método dos Elementos Discretos (DEM). As condições de simulação, como o tamanho e a forma das partículas e o coeficiente de atrito, foram configuradas com base nos dados experimentais obtidos na caracterização granular das amostras. Em paralelo, foi realizada uma análise exploratória utilizando a técnica DACE (Design and Analysis of Computer Experiments) para otimizar a parametrização das variáveis de entrada nas simulações, permitindo uma melhor compreensão dos fatores que influenciam o ângulo de repouso estático.

O comportamento do material granular durante o escoamento foi replicado na simulação, permitindo a formação de pilhas de partículas semelhantes às observadas experimentalmente. Os ângulos de repouso numéricos foram calculados da mesma forma que

no experimento, a partir da inclinação das superfícies simuladas. O pós-processamento dos dados simulados foi feito no software ParaView, e os dados foram analisados com scripts desenvolvidos em Python, para calcular o ângulo de repouso estático de forma precisa.

Figura 7 - Análise do ângulo de repouso estático pelo Paraview e Script em Python



Os ângulos de repouso estático obtidos experimentalmente e numericamente foram comparados para validar a precisão da simulação. Essa comparação permitiu ajustar os parâmetros do modelo numérico, caso discrepâncias fossem observadas, garantindo a calibração adequada dos dados simulados. A correlação entre os resultados experimentais e numéricos foi essencial para assegurar a fidelidade do modelo DEM em simular o comportamento de partículas granulares sob condições estáticas.

4.4. Determinação numérica e experimental do ângulo de repouso dinâmico

Para a determinação do ângulo de repouso dinâmico, o tambor rotatório foi preenchido com 30% de seu volume com partículas de sementes de mamão. A velocidade de rotação do tambor foi fixada em aproximadamente 3 rad/s, garantindo um regime de escoamento onde o leito granular apresentava comportamento de rolamento. O ângulo de repouso dinâmico foi determinado medindo-se a inclinação do leito granular formado pelo movimento contínuo das partículas dentro do tambor.

A medição experimental do ângulo de repouso dinâmico foi realizada utilizando uma câmera profissional. A câmera foi posicionada lateralmente ao tambor rotatório, de forma a

registrar o movimento das partículas com alta precisão. A captura de imagem em alta qualidade permitiu capturar com exatidão o momento de formação do ângulo de repouso dinâmico, minimizando erros causados por movimentos rápidos ou oscilações.

Figura 8 - Aparato experimental para o ângulo de repouso dinâmico



Fonte: Autor, 2024

As imagens capturadas foram analisadas utilizando o software Meazure. A partir das imagens, foi possível medir a inclinação do leito granular em relação à horizontal, representando o ângulo de repouso dinâmico.

Figura 9 - Medição do ângulo de repouso dinâmico com o Software Meazure



Fonte: Autor, 2024.

A simulação numérica do ângulo de repouso dinâmico foi realizada utilizando o software LIGGGHTS, que implementa o Método dos Elementos Discretos (DEM). Foram

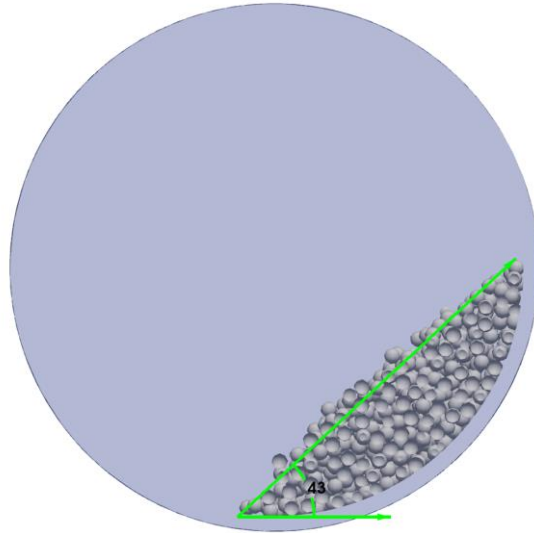
aplicados os mesmos parâmetros experimentais, como o preenchimento de 30% do volume do tambor e a rotação constante de 3 rad/s. Além disso, foram inseridos os dados físicos das partículas, como o coeficiente de atrito, densidade e os parâmetros coesivos, previamente obtidos na caracterização granular.

Tabela 2 - Limites de variação dos parâmetros DEM

Variável DEM – Sem coesão	-1	0	+1
epp - coeficiente de restituição partícula-partícula (-)	0,4	0,5	0,6
epw - coeficiente de restituição partícula-parede (-)	0,4	0,5	0,6
μ_{spp} - coeficiente de atrito estático partícula-partícula (-)	0,4	0,5	0,6
μ_{spw} - coeficiente de atrito estático partícula-parede (-)	0,04	0,06	0,08
μ_{rpp} - coeficiente de atrito de rolamento partícula-partícula (-)	0,04	0,06	0,08
μ_{Rpw} - coeficiente de atrito de rolamento partícula-parede (-)	0,04	0,06	0,08
Variável DEM – Com coesão	-1	0	+1
D_{min} - Mínima Razão de Distância de Separação (m)	1.01	1.0325	1.055
D_{max} - Máxima Razão de Distância de Separação (m)	1.055	1.0775	1.10
liqC - Conteúdo Líquido da Superfície Inicial (-)	0,1	0,3	0,5
surT - Tensão Superficial (N/m)	0,043	0,058	0,073
vis - Viscosidade do Fluido (Pa·s)	0,001	0,014	0,027
cA - Ângulo de Contato (o)	15	40,95	67,9
DEC - Densidade Energética de Coesão (10^5 J/m ³)	1,64	5	8,36

Os dados gerados pelas simulações no LIGGGHTS foram exportados e pós-processados no software ParaView, que permitiu a visualização e análise detalhada das trajetórias e do comportamento dinâmico das partículas. No ParaView, foram aplicadas ferramentas específicas para calcular o ângulo de repouso dinâmico com base nas posições e inclinações das partículas simuladas, facilitando uma análise precisa dos dados obtidos na simulação.

Figura 10 - Medida do ângulo de repouso dinâmico para as simulações numéricas



Fonte: Autor, 2024

Os ângulos de repouso dinâmico obtidos experimentalmente e numericamente foram comparados para validar a precisão das simulações e ajustar os parâmetros do modelo, se necessário. A comparação entre os dados experimentais capturados pela câmera profissional e os resultados numéricos gerados pelo LIGGGHTS, pós-processados e analisados no ParaView, permitiu uma avaliação detalhada da influência de fatores como umidade e coesão na formação do ângulo de repouso dinâmico.

4.5. Configuração numérica para as simulações

Para o estudo numérico, optou-se pela abordagem numérica Lagrangiana, realizada por meio do Método dos Elementos Discretos (DEM). Nesta abordagem, as partículas individuais ou grupos representativos de partículas foram monitorados ao avaliar o equilíbrio de forças na posição atual de cada partícula (Chen *et al.*, 2016; Santos *et al.*, 2016). Isso permitiu uma compreensão mais precisa do comportamento dinâmico das partículas dentro do tambor rotatório.

Todas as simulações foram realizadas utilizando o software de código aberto LIGGGHTS 3.8.0, empregando uma malha poligonal e o modelo de contato SJKR.

4.6. Software Dakota Sandia

Neste trabalho, o software Dakota, desenvolvido pelo Sandia National Laboratories, foi utilizado para o gerenciamento completo das simulações numéricas realizadas com o software LIGGGHTS, além de controlar o processo de pós-processamento no Paraview e a análise de dados com Python. O Dakota desempenhou um papel essencial na automatização e otimização dessas etapas, facilitando o ajuste dos parâmetros de simulação.

O objetivo central do uso do Dakota neste trabalho foi encontrar parâmetros numéricos que correspondem aos resultados experimentais, de forma a modelar o comportamento observado experimentalmente em tambores rotatórios com diferentes níveis de umidade. O fluxo de trabalho se organizou nas seguintes etapas:

Primeira etapa, definição das Variáveis e Parametrização: O Dakota permitiu a definição e parametrização das variáveis de interesse, como o nível de umidade e as propriedades das partículas, gerando diferentes conjuntos de parâmetros para as simulações. Esses conjuntos foram então aplicados no LIGGGHTS para simular a dinâmica das partículas.

Figura 11 - Fluxograma software Dakota para a simulações numéricas



Fonte: Autor, 2024.

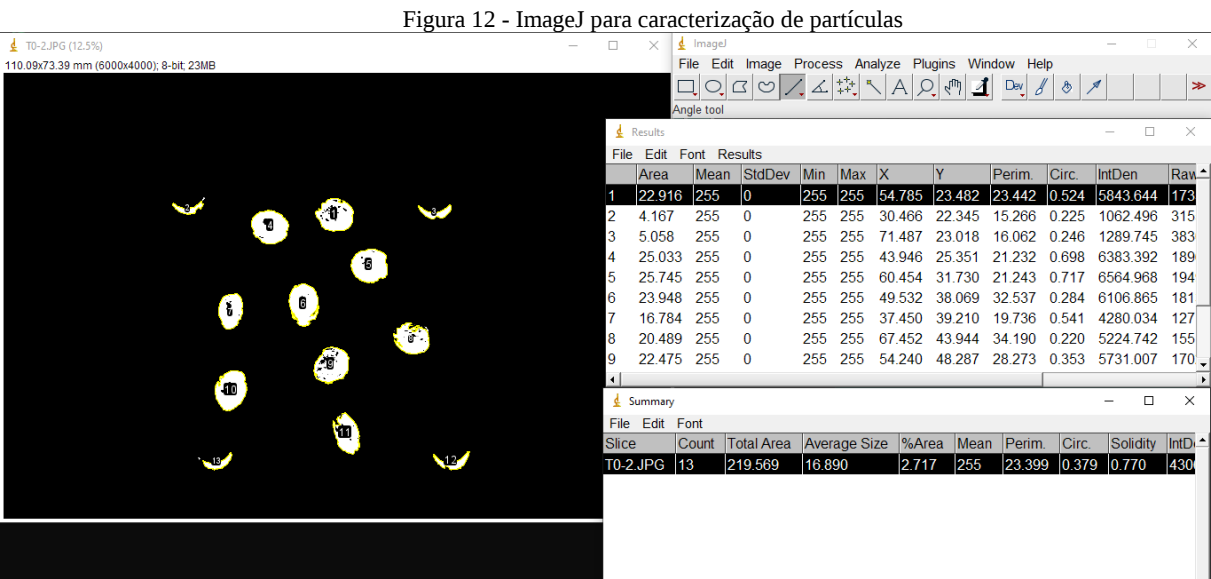
Segunda etapa, Execução das Simulações no LIGGGHTS: Com os parâmetros fornecidos pelo Dakota, o LIGGGHTS realizou as simulações que modelaram o comportamento das partículas no tambor rotatório, levando em consideração as interações físicas entre as partículas e os efeitos da umidade.

Dessa forma, o Dakota gerenciou de forma integrada todas as etapas do processo — desde a definição de parâmetros até a execução das simulações. Sua automação reduziu a necessidade de intervenção manual e otimizou o tempo de execução, permitindo um estudo iterativo e eficiente. A importância do Dakota, evidenciada pelo seu uso em projetos de instituições como a NASA, reforçou sua relevância no presente trabalho, contribuindo para a validação numérica do modelo proposto e para a obtenção de resultados robustos sobre a influência da umidade na dinâmica de partículas em tambores rotatórios.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1. Caracterização de partículas

A caracterização das partículas utilizadas no estudo é realizada por meio do software ImageJ (Figura 12), uma ferramenta amplamente utilizada para a análise de imagens e extração de dados morfológicos. O software permite a medição de parâmetros geométricos essenciais, que são fundamentais para descrever a forma e o tamanho das partículas. Entre os parâmetros avaliados estão: perímetro, circunferência e solidez.



Fonte: Autor, 2024.

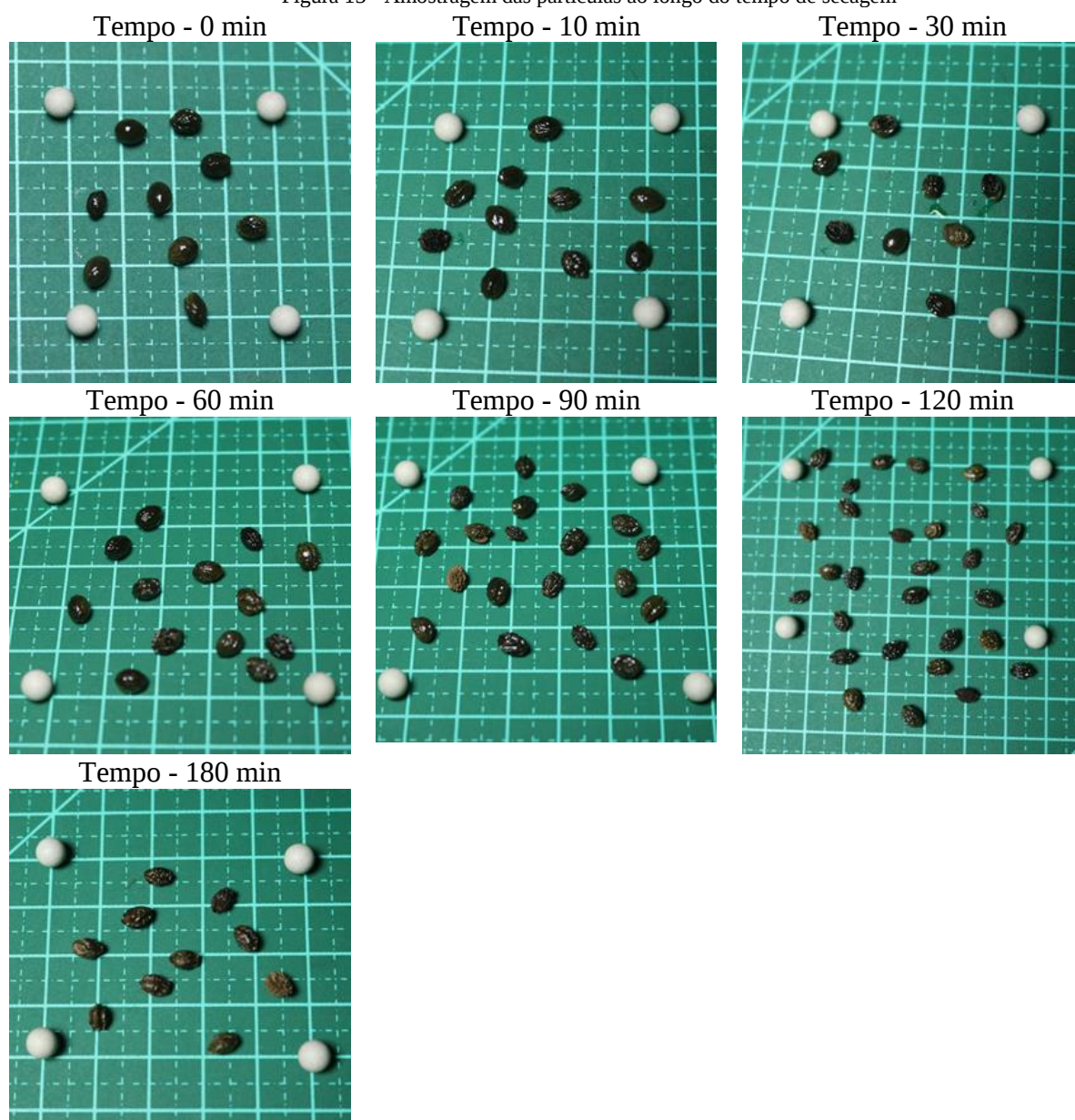
Esses parâmetros são utilizados para calcular o diâmetro médio das partículas. O cálculo do diâmetro médio é realizado com base nos valores obtidos para o perímetro e a área das partículas, facilitando uma descrição precisa da distribuição de tamanho. As informações geométricas obtidas no ImageJ permitem uma caracterização detalhada das partículas, essencial para modelar seu comportamento no tambor rotatório.

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} \quad (26)$$

Os dados de perímetro e área são usados para definir o diâmetro médio, adotando o diâmetro equivalente da área como referência. Essas medidas contribuem para a simulação precisa dos experimentos numéricos e para a análise da influência da umidade e outros fatores dinâmicos nas propriedades das partículas.

Ao longo do processo de secagem das sementes de mamão, observa-se uma redução significativa no diâmetro médio das partículas. No tempo inicial (T0), as sementes apresentam um diâmetro médio de 5,7445 mm. No entanto, após 180 minutos de secagem (T180), o diâmetro médio das partículas é reduzido para 4,79 mm. Essa diminuição no tamanho é atribuída à perda de umidade durante a secagem (encolhimento), que provoca a contração das estruturas internas das sementes, resultando em uma redução do volume e do diâmetro (Figura 13).

Figura 13 - Amostragem das partículas ao longo do tempo de secagem



Fonte: Autor, 2024.

5.2. Secagem das sementes de mamão

No processo de secagem das sementes de mamão, são capturadas imagens representativas de uma partícula em intervalos de tempo regulares (0, 10, 30, 60, 90, 120 e 180 minutos) para acompanhar visualmente as alterações morfológicas causadas pela perda de

umidade. Conforme as imagens mostram (Figura 14), a secagem afeta diretamente a superfície das partículas, evidenciando mudanças visíveis na textura e rugosidade ao longo do tempo.

Figura 14 - Partícula isolada em cada instante de tempo na secagem



Fonte: Autor, 2024.

No início do processo, em tempo 0 minutos, a superfície das sementes apresenta-se relativamente lisa e uniforme, refletindo o alto teor de umidade inicial. No entanto, a partir dos 10 minutos de secagem, observa-se um aumento na rugosidade superficial, sugerindo o início da evaporação da água superficial.

À medida que o tempo avança, os efeitos da secagem tornam-se mais pronunciados. Aos 30 e 60 minutos, é perceptível que a superfície começa a se contrair de maneira irregular, o que aumenta significativamente a rugosidade das partículas. Esse efeito é causado pela desidratação das camadas superficiais, que perdem água para o ambiente, alterando a estrutura superficial.

Nos tempos de 90, 120 e 180 minutos, a rugosidade torna-se ainda mais evidente, com a formação de depressões e microfissuras na superfície da semente. Essas mudanças são características do processo de secagem em materiais biológicos, nos quais a contração das fibras internas, associada à perda progressiva de água, causa uma modificação estrutural acentuada. Esse aumento na rugosidade, ao final do processo de secagem, impacta a dinâmica do leito granular, influenciando aspectos como o ângulo de repouso e a coesão entre as partículas.

A Tabela 4 apresenta a cinética de secagem das sementes de mamão no leito granular, onde são registradas as massas das amostras em diferentes tempos para calcular a umidade residual das sementes. Os dados de umidade são determinados com base na diferença entre as massas inicial e final das sementes, conforme extraídas em intervalos específicos (0, 10, 30, 60, 90, 120, 180 e 360 minutos).

Tabela 3 - Resultados da cinética de secagem das sementes de mamão

Tempo	Úmidade (%)	RU (Page)
0	0,78607	1,0000
10	0,78429	0,9957
30	0,76862	0,9514
60	0,73451	0,7929
90	0,69525	0,5652
120	0,55353	0,3393
180	0,09612	0,0701
360	0,00554	0,0000

A partir do tempo inicial (0 minutos), observa-se que as sementes possuem um alto teor de umidade, com valor calculado de 78,61%. Esse teor inicial de umidade é comum em sementes frescas e caracteriza o estado "in natura" do material, onde o conteúdo de água contribui para uma superfície mais lisa e menos rugosa. Neste ponto inicial, a razão de umidade

relativa (RU) obtida pela Equação de Page é 1,000, indicando a condição de saturação total da semente.

À medida que o processo de secagem progride, observa-se uma redução gradual da umidade. Nos primeiros 90 minutos, a taxa de perda de umidade é relativamente constante, indicando uma etapa inicial onde a evaporação da água superficial é mais intensa. Esse comportamento inicial da secagem é típico de materiais biológicos, onde a água livre ou superficial é removida com mais facilidade. Durante essa etapa, a diminuição da umidade também se reflete nas mudanças visuais observadas anteriormente na textura das partículas, onde a superfície começa a mostrar sinais de rugosidade. Nos cálculos da Equação de Page, observa-se uma redução progressiva na razão de umidade, com valores de $RU = 0,9957$ aos 10 minutos, $RU = 0,9514$ aos 30 minutos e $RU = 0,7929$ aos 60 minutos, indicando que o material ainda retém uma quantidade significativa de água, mas com evaporação constante.

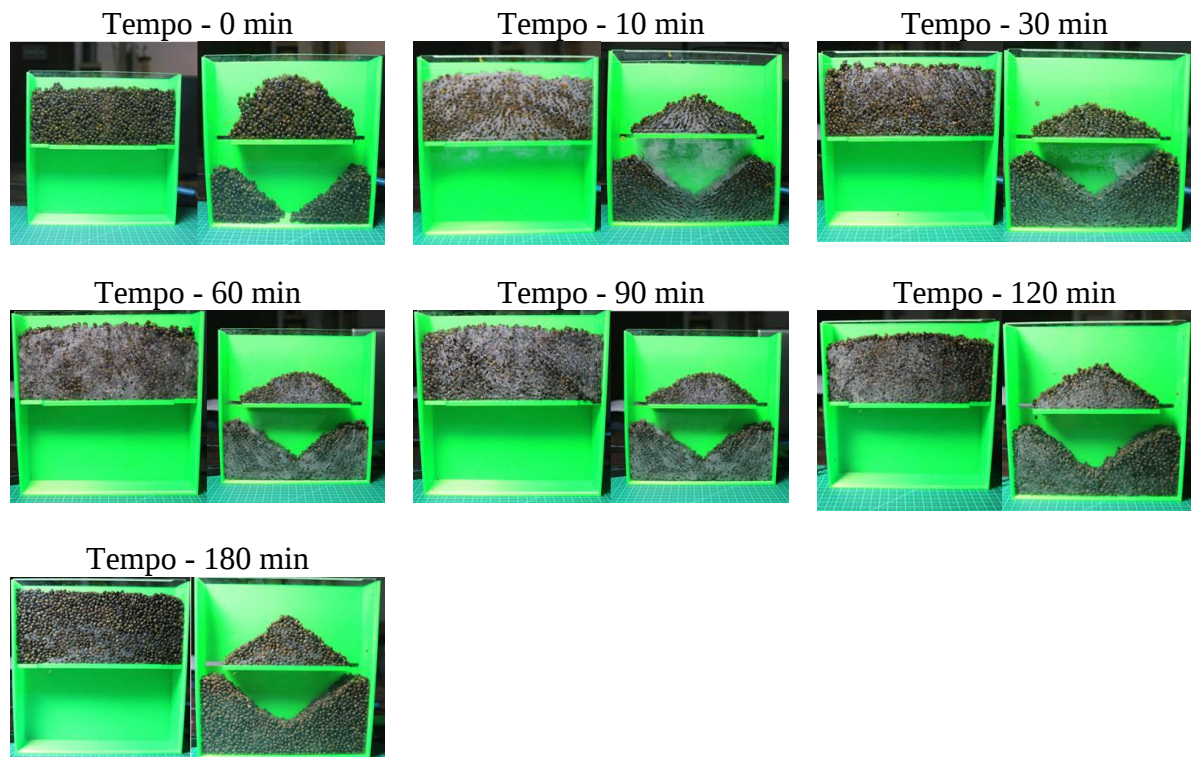
Nos tempos entre 120 e 180 minutos, observa-se uma diminuição mais acentuada na umidade, indicando a fase em que a água ligada internamente começa a ser liberada. Esse ponto representa a transição para uma secagem mais lenta e complexa, onde a remoção de água exige maior tempo e energia, pois está mais fortemente retida pelas estruturas internas da semente. Nesse intervalo, a razão de umidade continua a cair rapidamente, com $RU = 0,3393$ aos 120 minutos e $RU = 0,0701$ aos 180 minutos, refletindo a perda da água fortemente ligada nas camadas internas.

Por fim, após 360 minutos, a umidade das sementes atinge praticamente zero (0,55%), caracterizando o fim do processo de secagem. A razão de umidade calculada pela Equação de Page atinge $RU = 0,0000$ neste ponto final, indicando que a água residual é mínima. Esse ponto final é crítico, pois a baixa umidade minimiza o risco de degradação e aglomeração, tornando as sementes mais estáveis para armazenamento ou processamento em operações subsequentes.

5.3. Experimental do ângulo de repouso estático

Para avaliar o comportamento em massa dos materiais granulares, são medidos os ângulos de repouso estático superior e inferior (Figura 15), e os resultados são apresentados na Tabela 5.

Figura 15 - Imagens do ângulo de repouso estático em cada instante de tempo



Fonte: Autor, 2024.

A partir da análise da Tabela 5, observa-se que a média do ângulo superior é de $38,54^\circ$, enquanto o ângulo inferior é de $34,29^\circ$. Esse resultado sugere que as partículas tendem a formar uma inclinação mais acentuada na superfície superior. Isso pode ocorrer devido à forma ou irregularidade das partículas das sementes de mamão, que contribuem para a formação de um "amontoamento" mais alto ao serem depositadas em repouso.

Tabela 4 - Resultado da cinética de secagem

Tempo (min)	$\alpha 1$ (°)	$\alpha 2$ (°)	$\alpha 3$ (°)	$\alpha 4$ (°)
0	59,70 ± 6,16	56,00 ± 1,77	38,70 ± 1,60	37,50 ± 5,30
10	32,40 ± 0,06	33,70 ± 1,65	36,30 ± 0,64	34,40 ± 0,93
30	32,40 ± 1,56	32,70 ± 0,76	31,60 ± 0,48	32,90 ± 1,93
60	34,00 ± 0,09	40,20 ± 0,97	32,80 ± 1,00	33,20 ± 0,91
90	32,90 ± 2,59	30,70 ± 0,69	35,10 ± 3,77	31,50 ± 0,93
120	37,60 ± 0,57	39,70 ± 0,06	38,10 ± 0,93	32,00 ± 0,72
180	38,70 ± 0,40	38,80 ± 0,27	32,80 ± 2,92	33,2 ± 5,76

O desvio padrão para o ângulo superior (9,00°) é significativamente maior que o desvio do ângulo inferior (2,03°). Essa diferença na variabilidade pode indicar que o ângulo superior é mais sensível a fatores externos, como a velocidade de deposição das partículas, pequenas variações de umidade e o próprio formato da semente. Já o ângulo inferior apresenta uma menor dispersão, sugerindo uma tendência mais estável.

Em ambientes industriais, essa informação é relevante, pois indica que ajustes específicos podem ser necessários para cada tipo de material particulado. Em casos em que o ângulo superior é muito elevado, pode haver maior risco de entupimento ou aglomeração indesejada no transporte do material.

5.4. Experimental do ângulo de repouso dinâmico

Para avaliar o comportamento dinâmico das partículas de sementes de mamão ao longo do tempo, é analisado o ângulo de repouso dinâmico ($\alpha 1$) em diferentes intervalos (0, 10, 30, 60, 90, 120 e 180 minutos). Os ângulos são medidos com o auxílio do software Meazure, que permite a análise precisa dos dados de inclinação e posição das partículas ao longo das simulações, facilitando a obtenção de valores confiáveis para os ângulos de repouso.

Figura 16 - Utilização do software Measure para medir ângulo de repouso dinâmico experimental.



Fonte: Autor, 2024.

Os resultados experimentais mostram variações no ângulo de repouso dinâmico conforme o tempo de secagem aumenta, sugerindo uma influência direta do teor de umidade e das mudanças nas características das partículas, como a rugosidade e a coesão superficial, no comportamento do leito granular.

Tabela 5 - Resultados do ângulo do repouso dinâmico experimental

Tempo (min)	α_1 (°)
0	$42,30 \pm 0,52$
10	$42,90 \pm 1,54$
30	$46,30 \pm 0,84$
60	$44,70 \pm 0,26$
90	$47,30 \pm 3,94$
120	$44,90 \pm 9,85$
180	$38,60 \pm 11,52$

No tempo inicial (0 minutos), o ângulo de repouso dinâmico é de $42,30^\circ \pm 0,52^\circ$, refletindo o comportamento das partículas no estado "in natura", quando o teor de umidade ainda é elevado. Com o aumento do tempo de secagem para 10 minutos, o ângulo sobe ligeiramente para $42,90^\circ \pm 1,54^\circ$, indicando uma leve mudança nas condições de estabilidade, possivelmente devido à perda inicial de umidade superficial.

Aos 30 minutos, o ângulo aumenta de forma mais pronunciada para $46,30^\circ \pm 0,84^\circ$, sugerindo que a perda de água livre contribui para o aumento da rugosidade das partículas, o

que gera maior resistência ao movimento. Essa fase inicial é caracterizada por uma coesão crescente, que estabiliza o leito granular em ângulos mais elevados.

Ao longo de 60 e 90 minutos, o ângulo de repouso dinâmico se mantém relativamente elevado, com valores de $44,70^\circ \pm 0,26^\circ$ e $47,30^\circ \pm 3,94^\circ$, respectivamente. Esse comportamento pode ser atribuído à contínua remoção de água, que causa alterações na superfície das partículas, aumentando a interação e o atrito entre elas. Em 120 minutos, observa-se uma leve diminuição para $44,90^\circ \pm 9,85^\circ$, indicando uma possível transição onde a umidade remanescente começa a diminuir a influência coesiva, conforme a perda de água ligada internamente nas sementes.

Aos 180 minutos, o ângulo de repouso dinâmico reduz-se para $38,60^\circ \pm 11,52^\circ$, com um aumento na variabilidade dos dados. Essa redução e dispersão indicam que, com a perda significativa de umidade, as partículas se tornam mais independentes umas das outras, reduzindo a coesão e o ângulo de repouso. Esse estágio final reflete um comportamento típico de partículas secas, onde o efeito coesivo é mínimo e o ângulo de repouso tende a diminuir, aproximando-se de um valor mais baixo e menos estável.

Esses resultados experimentais revelam que o teor de umidade e as mudanças nas características de superfície das partículas afetam diretamente o ângulo de repouso dinâmico das sementes de mamão. A análise sugere que, no início do processo de secagem, a coesão entre as partículas é alta, resultando em ângulos de repouso elevados. Com o avanço da secagem e a redução da umidade, o ângulo de repouso diminui, refletindo um comportamento mais livre e menos estável entre as partículas, o que é importante para ajustar os parâmetros de controle em simulações e em processos industriais envolvendo sementes de mamão.

5.5. Numérico do ângulo de repouso estático

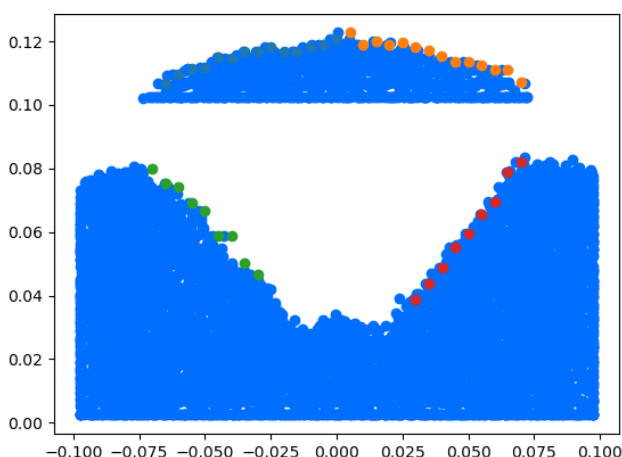
Para investigar o comportamento dinâmico das partículas e obter o ângulo de repouso estático das sementes de mamão, são realizadas 50 simulações com um tempo simulado de 20 segundos para cada uma (Apêndice 1). Durante essas simulações, as partículas são modeladas em diferentes condições, permitindo a observação de seu comportamento em um leito granular sob diversas variáveis.

O ângulo de repouso estático é determinado para as sementes de mamão em diferentes condições de umidade e para diferentes configurações de parâmetros no modelo numérico. Esse ângulo é uma medida importante que indica a inclinação máxima que uma pilha de partículas pode alcançar antes de começar a deslizar. Em materiais granulares, como sementes, o ângulo de repouso estático é influenciado por características físicas como forma, tamanho e rugosidade das partículas, além das interações entre elas, especialmente em função do teor de umidade.

Para realizar a análise e obter os ângulos de repouso, é utilizado o software ParaView no pós-processamento dos dados gerados nas simulações. O ParaView permite a visualização detalhada da dinâmica das partículas, possibilitando identificar o momento em que o sistema atinge uma configuração estável. Com as partículas estabilizadas, é possível extrair os dados necessários para análise.

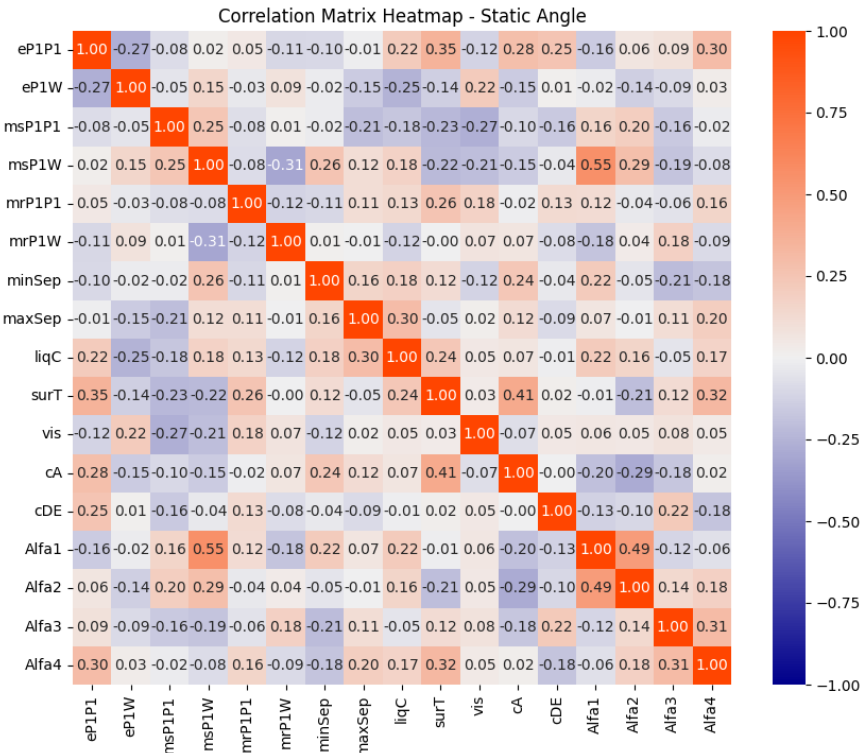
Os dados extraídos no ParaView são então processados em um script em Python, desenvolvido especificamente para calcular os ângulos superiores e inferiores (α_1 , α_2 , α_3 , α_4) do aparato experimental da caixa. Esse script analisa as posições e inclinações das partículas para determinar com precisão os ângulos de repouso estático (Figura 18), fornecendo um conjunto de resultados que reflete o comportamento das sementes de mamão em diferentes condições de umidade. Esses cálculos são essenciais para avaliar como variáveis como teor de umidade e parâmetros físicos influenciam a estabilidade das partículas no leito granular.

Figura 17 - Análise do ângulo de repouso estático pelo script em Python



Para aprofundar a compreensão dos fatores que influenciam os ângulos de repouso superiores e inferiores, é realizada uma Análise de Componentes Principais (PCA). Essa técnica permite avaliar a contribuição de cada variável nas respostas dos ângulos, destacando aquelas que exercem maior impacto no comportamento estático das partículas. Variáveis como o coeficiente de atrito estático partícula-parede (msp1w), o conteúdo líquido da superfície inicial (liqC) e a tensão superficial (surT) mostram-se particularmente influentes nos ângulos de repouso, refletindo a importância das interações de superfície e coesão entre partículas no leito granular.

Figura 18 - Matriz de correlações das variáveis para angulo de repouso estático



Fonte: Autor,2024.

A análise PCA revela que certas variáveis são particularmente significativas para os ângulos superiores e inferiores devido às suas influências nas interações físicas das partículas em contato com outras partículas ou superfícies. No caso dos ângulos superiores, variáveis como o coeficiente de atrito estático partícula-partícula (μ_{spp}), com valor de 0,16, e o coeficiente de atrito estático partícula-parede (μ_{spw}), com valor de 0,55, são significativas porque o atrito controla a resistência ao deslizamento inicial das partículas. Valores altos de atrito entre as partículas e entre partículas e paredes promovem maior estabilidade na posição de repouso, elevando o ângulo máximo antes de ocorrer movimento. Da mesma forma, a

Mínima Razão de Distância de Separação (minSep) e o conteúdo líquido da superfície inicial (liqSec), ambos com valor de 0,22, influenciam o ângulo superior ao afetarem a coesão e a compactação inicial do leito granular, dificultando o deslocamento das partículas.

Para os ângulos inferiores, variáveis como a Densidade Energética de Coesão (cDE), com valor de 0,22, e o coeficiente de atrito de rolamento partícula-parede (mrp1w), com valor de 0,18, são relevantes, pois refletem as forças que mantêm o leito coeso mesmo em ângulos mais baixos. Além disso, o coeficiente de restituição partícula-partícula (ep1p1), com valor de 0,3, a tensão superficial (surT), com valor de 0,32, a Máxima Razão de Distância de Separação (maxSep), com valor de 0,2, e o conteúdo líquido da superfície inicial (liqC), com valor de 0,17, afetam a aderência entre as partículas, contribuindo para a estabilidade em ângulos de inclinação menores. A Máxima Razão de Distância de Separação (maxSep) também é significativa, pois uma maior distância entre partículas reduz a coesão, permitindo a formação de ângulos inferiores. Esses fatores, portanto, demonstram que cada variável significativa influencia diretamente a resistência ao movimento no leito granular, ajustando a estabilidade em diferentes inclinações.

Para analisar a influência das variáveis sobre os ângulos de repouso superiores e inferiores das partículas, é realizada uma regressão linear multivariada. Essa análise resulta em quatro equações, uma para cada ângulo considerado (α_1 , α_2 , α_3 e α_4), as quais expressam os ângulos em função das 13 variáveis independentes, representadas nas equações a seguir:

$$\alpha_1 = - 0.204343x_1 - 0.194543x_2 + 0.056282x_3 + 0.620872x_4 + 0.110545x_5 + 0.016459x_6 + 0.079800x_7 - 0.046831x_8 + 0.054501x_9 + 0.191171x_{10} + 0.197602x_{11} - 0.151619x_{12} - 0.071512x_{13} \quad (27)$$

$$\alpha_2 = -0.223344x_1 - 0.223344x_2 + 0.109082x_3 + 0.312540x_4 + 0.005224x_5 + 0.179937x_6 - 0.042674x_7 - 0.070405x_8 + 0.121723x_9 - 0.130213x_{10} + 0.180377x_{11} - 0.243875x_{12} - 0.112288x_{13} \quad (28)$$

$$\alpha_3 = 0.015838x_1 - 0.126259x_2 - 0.052703x_3 - 0.029171x_4 - 0.211273x_5 + 0.188662x_6 - 0.196143x_7 + 0.261991x_8 - 0.135370x_9 + 0.331467x_{10} + 0.044476x_{11} - 0.336285x_{12} + 0.260594x_{13} \quad (29)$$

$$\alpha_4 = 0.345007x_1 + 0.242084x_2 + 0.160560x_3 - 0.171069x_4 + 0.019048x_5 - 0.126455x_6 - 0.157175x_7 + 0.310372x_8 + 0.061011x_9 + 0.328322x_{10} + 0.010738x_{11} - 0.187093x_{12} - 0.251394x_{13} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
x1 &= \frac{eP1pP1 - 0.5}{0.1} & x2 &= \frac{eP1W - 0.5}{0.1} & x3 &= \frac{msP1P1 - 0.5}{0.1} \\
x4 &= \frac{msP1W - 0.06}{0.02} & x5 &= \frac{mrP1P1 - 0.06}{0.02} & x6 &= \frac{mrP1W - 0.06}{0.02} \\
x7 &= \frac{minSep - 1.0325}{0.0225} & x8 &= \frac{maxSep - 1.0775}{0.0225} & x9 &= \frac{liqC - 0.3}{0.2} \\
x10 &= \frac{surT - 0.058}{0.015} & x11 &= \frac{vis - 0.014}{0.013} & x12 &= \frac{cA - 40.95}{25.95} \\
x13 &= \frac{cDE - 5.0}{3.36} & & & &
\end{aligned}$$

Para cada uma dessas regressões, o coeficiente de determinação (R^2) é calculado, indicando a proporção da variância dos ângulos explicada pelas variáveis independentes no modelo. Os valores de R^2 obtidos são: 0,4751025, 0,29866076, 0,31249559 e 0,38526949.

Esses valores de R^2 indicam que o modelo linear consegue explicar de forma moderada a variabilidade dos ângulos de repouso superiores e inferiores, mas também sugerem que fatores adicionais e não lineares podem estar influenciando os ângulos. O modelo apresenta maior poder preditivo para α_1 , com $R^2 = 47,5\%$, enquanto o menor ajuste é observado para α_2 , com $R^2 = 29,9\%$.

Essas equações fornecem uma base quantitativa para entender como cada uma das variáveis consideradas (como o coeficiente de atrito, o conteúdo líquido e a tensão superficial) influencia os ângulos de repouso estático, permitindo identificar as variáveis de maior impacto para cada tipo de ângulo. Trata-se de simulações complexas, com um tempo de processamento elevado, mas que são fundamentais para fornecer uma base sólida sobre o comportamento coesivo das partículas no leito granular. Assim, essa regressão multivariada contribui para orientar ajustes e previsões no comportamento das partículas em repouso, essencial para aplicações em simulações e no planejamento de processos envolvendo partículas com características similares às sementes de mamão.

No caso do ângulo superior α_1 , a variável que mais contribui positivamente é o coeficiente de atrito estático partícula-parede (μ_{spw}), com um coeficiente de 0,6209. Esse valor positivo indica que um aumento no atrito estático entre as partículas e as paredes tende a elevar o ângulo de repouso superior. Essa influência ocorre porque, com um atrito maior, as partículas experimentam maior resistência ao deslizamento quando em contato com a parede do aparato experimental, contribuindo para um ângulo de repouso mais elevado, pois a fricção extra proporciona maior estabilidade ao leito de partículas.

Já a tensão superficial ($surT$) também apresenta um impacto positivo relevante nos ângulos inferiores, particularmente em α_4 , com um coeficiente de 0,3283. A tensão superficial

entre as partículas promove coesão, ajudando a manter as partículas unidas e aumentando a resistência ao movimento em ângulos de repouso mais baixos.

Por outro lado, algumas variáveis exercem uma influência negativa significativa nos ângulos de repouso. No caso de α_1 , o coeficiente de restituição partícula-partícula (ep_{1p1}), com um valor de -0,2043, demonstra uma relação inversa com o ângulo de repouso superior. Esse coeficiente representa a elasticidade das colisões entre partículas. Quando o coeficiente de restituição é alto, as partículas tendem a se chocarem umas sobre as outras após a colisão, reduzindo a compactação e, por consequência, o ângulo de repouso. Essa relação negativa ocorre porque, com o aumento dessa variável, a resposta diminui, já que as partículas estão mais propensas a se rearranjar em posições que favorecem o deslizamento, comprometendo a estabilidade do leito granular.

Outra variável com impacto negativo é a Máxima Razão de Distância de Separação ($maxSep$) em α_4 , com um coeficiente de -0,1871. Esse valor indica que uma maior distância de separação entre as partículas reduz o ângulo de repouso inferior. Esse fenômeno é esperado, pois um aumento na distância entre as partículas reduz as interações coesivas e a capacidade do leito granular de manter uma estrutura estável. Em condições onde a separação entre partículas é grande, o leito torna-se menos coeso, favorecendo o deslizamento e a formação de ângulos de repouso mais baixos.

Essas variáveis destacadas proporcionam uma visão mais clara sobre como diferentes fatores influenciam o comportamento estático das partículas no leito granular. Enquanto variáveis relacionadas ao atrito e à tensão superficial favorecem a formação de ângulos de repouso mais altos, promovendo a coesão e estabilidade das partículas, variáveis associadas à elasticidade das colisões e à separação entre partículas tendem a reduzir o ângulo de repouso, facilitando o deslizamento. Esses resultados são fundamentais para entender e ajustar os parâmetros que controlam o comportamento das sementes de mamão em repouso, especialmente em contextos industriais onde a estabilidade do leito granular é essencial.

5.6. Numérico do ângulo de repouso dinâmico

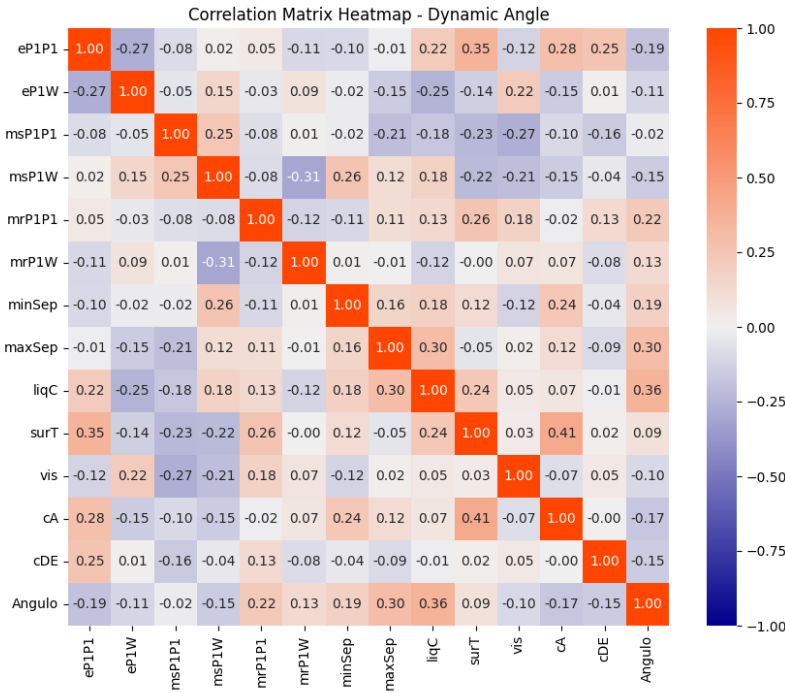
Para investigar o comportamento dinâmico das partículas e obter o ângulo de repouso dinâmico das sementes de mamão, são realizadas 50 simulações com um tempo simulado de

20 segundos para cada uma (Apêndice 2). Durante essas simulações, as partículas são modeladas em diferentes condições, permitindo a observação de seu comportamento em um leito granular sob diversas variáveis.

Com o auxílio do software ParaView, é possível calcular o ângulo de repouso dinâmico diretamente a partir das posições e inclinações das partículas simuladas. O ParaView possibilita a análise visual e quantitativa do comportamento do leito granular, facilitando a extração de dados precisos sobre o ângulo de repouso dinâmico. Essa abordagem permite uma avaliação detalhada de como as partículas se distribuem e inclinam ao longo do tempo, refletindo as condições dinâmicas do sistema.

A análise do ângulo de repouso estático é aprofundada com o uso de Análise de Componentes Principais (PCA), uma técnica estatística que permite avaliar a contribuição de cada variável na resposta final, ou seja, o ângulo de repouso estático. A PCA (Figura 20) revela o impacto relativo das variáveis em uma escala de -1 a 1, onde valores próximos de 1 indicam uma forte influência positiva, e valores próximos de -1 indicam uma forte influência negativa. Com essa análise, é possível identificar as variáveis de maior e menor influência, proporcionando entendimento sobre os fatores que controlam o comportamento das partículas no ângulo de repouso estático.

Figura 19 - Mapa de correlações das simulações do ângulo de repouso dinâmico



Fonte: Autor, 2024.

As variáveis com maior influência sobre o ângulo de repouso estático são o Conteúdo Líquido da Superfície Inicial (0,36), a Máxima Razão de Distância de Separação (D_{max}) (0,3) e o Coeficiente de Atrito de Rolamento Partícula-Partícula (μ_{rpp}) (0,22). O Conteúdo Líquido da Superfície Inicial apresenta o maior impacto no ângulo de repouso estático, o que é coerente com o fato de que o teor de umidade afeta diretamente as interações coesivas entre as partículas. Em materiais biológicos, como sementes, a umidade aumenta a coesão entre partículas, levando a uma maior resistência ao movimento e, conseqüentemente, a um ângulo de repouso mais elevado. Essa coesão causada pela umidade contribui para a adesão entre as partículas, dificultando o deslizamento e aumentando o ângulo de repouso.

A influência moderada da variável Máxima Razão de Distância de Separação (D_{max}) indica que a configuração espacial das partículas também afeta o ângulo de repouso. A distância de separação máxima entre partículas influencia a compactação e a estabilidade do leito granular. Com uma distância maior, as partículas têm mais liberdade para se mover, o que pode reduzir a coesão e, assim, o ângulo de repouso. Esse efeito reflete a importância das condições iniciais de empacotamento e da distribuição de partículas na formação do leito.

O coeficiente de atrito de rolamento (μ_{rpp}) demonstra uma influência significativa no ângulo de repouso. Um maior atrito de rolamento dificulta o movimento rotacional das partículas umas sobre as outras, estabilizando o leito granular e elevando o ângulo de repouso. Esse efeito é especialmente relevante em materiais granulares com superfícies rugosas, como as sementes de mamão, onde o atrito de rolamento contribui para o aumento da resistência ao movimento.

Por outro lado, a variável com menor influência é o coeficiente de restituição partícula-partícula (ep_{1p1}), com um valor de apenas -0,19. Esse coeficiente representa a elasticidade da colisão entre partículas, mas tem um papel menor no comportamento de repouso estático. Em um contexto de ângulo de repouso, as interações elásticas entre partículas são menos relevantes, pois o estado de repouso envolve pouca ou nenhuma colisão. Esse resultado é consistente com a natureza do ângulo de repouso estático, que depende mais de forças coesivas e de atrito do que de colisões entre partículas.

Para avaliar a influência das variáveis independentes sobre o ângulo de repouso estático das sementes de mamão, é aplicada uma regressão linear com as 13 variáveis experimentais consideradas no estudo. Essa análise permite entender de forma quantitativa como cada variável

contribui para a resposta final, fornecendo uma visão das relações lineares diretas entre os parâmetros investigados e o ângulo de repouso dinâmico.

$$\alpha = -0.1666x_1 + 0.0566x_2 + 0.1122x_3 - 0.3749x_4 + 0.1876x_5 + 0.0883x_6 + 0.2190x_7 + 0.2443x_8 + 0.3757x_9 + 0.0925x_{10} - 0.2403x_{11} - 0.3326x_{12} - 0.0823x_{13} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{eP1pP1 - 0.5}{0.1} & x_2 &= \frac{eP1W - 0.5}{0.1} & x_3 &= \frac{msP1P1 - 0.5}{0.1} \\ x_4 &= \frac{msP1W - 0.06}{0.02} & x_5 &= \frac{mrP1P1 - 0.06}{0.02} & x_6 &= \frac{mrP1W - 0.06}{0.02} \\ x_7 &= \frac{minSep - 1.0325}{0.0225} & x_8 &= \frac{maxSep - 1.0775}{0.0225} & x_9 &= \frac{liqC - 0.3}{0.2} \\ x_{10} &= \frac{surT - 0.058}{0.015} & x_{11} &= \frac{vis - 0.014}{0.013} & x_{12} &= \frac{cA - 40.95}{25.95} \\ x_{13} &= \frac{cDE - 5.0}{3.36} \end{aligned}$$

Ao observar os coeficientes das variáveis na equação, é possível identificar a intensidade e direção do impacto de cada uma sobre o ângulo de repouso estático. Variáveis com coeficientes positivos, como x_9 (0,3757), x_8 (0,2443) e x_7 (0,2190), apresentam uma influência direta sobre o aumento do ângulo de repouso. Isso significa que, à medida que os valores dessas variáveis aumentam, o ângulo de repouso estático também tende a aumentar. Em contrapartida, variáveis com coeficientes negativos, como x_4 (-0,3749), x_{12} (-0,3326) e x_{11} (-0,2403), possuem uma relação inversa com o ângulo de repouso, indicando que um aumento nessas variáveis tende a reduzir o ângulo de repouso.

Entre as variáveis com maior impacto (coeficientes mais altos em valor absoluto) estão x_9 , x_4 , x_{12} , x_{11} e x_8 . A influência elevada de x_9 (positiva) e x_4 (negativa) sugere que estas são determinantes significativas no comportamento estático das partículas. O coeficiente negativo de x_4 , por exemplo, implica que essa variável reduz a inclinação do leito granular, possivelmente por uma redução nas forças coesivas ou de empacotamento entre as partículas. Já o impacto positivo de x_9 indica que essa variável favorece a estabilidade do leito granular, aumentando o ângulo de repouso estático.

Por outro lado, o modelo também revela variáveis com coeficientes relativamente baixos, como x_2 (0,0566) e x_{13} (-0,0823), que têm menor influência sobre o ângulo de repouso.

Essas variáveis parecem contribuir de forma mínima para a variação do ângulo, indicando que, em modelos futuros, elas poderiam ser consideradas menos prioritárias para a previsão do ângulo de repouso estático.

Adicionalmente, o valor de R^2 de 48,3% sugere que, embora o modelo linear ofereça insights iniciais sobre a influência das variáveis, ele requer mais simulações para capturar toda a complexidade do comportamento das partículas. Esse aspecto torna-se ainda mais relevante no contexto de partículas úmidas, onde o fenômeno de dinâmica granular envolve interações coesivas complexas. Durante o estudo, é possível observar a influência dessas interações, o que reforça a necessidade de métodos mais avançados para compreender completamente o fenômeno coesivo em sistemas granulares. Para o cálculo do ângulo de repouso dinâmico, são realizadas 50 simulações, com cada uma demandando aproximadamente 18 horas de processamento, refletindo a complexidade computacional envolvida.

5.7. Validação numérico e experimental

Na análise de validação do ângulo de repouso estático, comparam-se os resultados obtidos experimentalmente e aqueles gerados nas simulações numéricas. O objetivo é avaliar a precisão do modelo numérico ao simular o comportamento das partículas de sementes de mamão em um leito granular.

Os valores experimentais dos ângulos de repouso estático, medidos para quatro posições distintas (α_1 , α_2 , α_3 e α_4), revelam uma variação considerável. Para o ângulo superior (α_1), os valores experimentais situam-se em torno de $59,70^\circ$ a $32,40^\circ$, enquanto o ângulo inferior (α_4) apresenta uma média mais baixa, variando de $37,50^\circ$ a $32,00^\circ$. Esses resultados refletem a tendência do leito granular de apresentar ângulos mais elevados nas camadas superiores, possivelmente devido à influência da coesão e do atrito entre as partículas.

Por outro lado, os resultados numéricos demonstram uma variação significativa, com valores de α_1 que variam de $6,75^\circ$ a $17,51^\circ$, bem abaixo dos valores experimentais observados para o ângulo superior. Esse desvio pode indicar que o modelo numérico subestima a coesão e

a interação entre partículas, resultando em ângulos mais baixos para as configurações simuladas. Da mesma forma, os valores numéricos de α_4 , que variam de $31,64^\circ$ a $49,41^\circ$, também não refletem totalmente o comportamento do experimento, onde se observa uma menor variação nos ângulos inferiores.

A discrepância entre os valores experimentais e numéricos destaca alguns pontos críticos na modelagem das interações físicas no modelo DEM (Método dos Elementos Discretos) utilizado nas simulações. A baixa estimativa do ângulo superior em particular (α_1) indica uma limitação no modelo ao capturar adequadamente os fatores de atrito e coesão, especialmente em condições de umidade que impactam a estabilidade do leito granular. Essa diferença sugere que o modelo pode requerer ajustes nos parâmetros de atrito e nas condições de umidade para aproximar mais os valores simulados dos resultados experimentais.

Para a validação do ângulo de repouso dinâmico, comparam-se os resultados obtidos experimentalmente e aqueles gerados nas simulações numéricas. O objetivo dessa análise é verificar a capacidade do modelo numérico em replicar o comportamento dinâmico das partículas de sementes de mamão sob diferentes condições de velocidade de rotação e umidade.

Os valores experimentais para o ângulo de repouso dinâmico (α_1), medidos em diferentes momentos durante o experimento, variaram de $38,60^\circ$ a $47,30^\circ$, refletindo as mudanças nas condições de estabilidade e coesão das partículas ao longo do tempo. Em particular, os ângulos observados demonstram a tendência das partículas de se comportarem de forma coesa no leito granular, com flutuações que podem ser atribuídas à perda gradual de umidade e aos efeitos da rugosidade crescente na superfície das sementes.

Por outro lado, os resultados das simulações numéricas apresentam valores de ângulo de repouso dinâmico que variam entre $36,54^\circ$ e $50,45^\circ$, cobrindo um intervalo próximo aos valores experimentais. Embora as simulações capturem bem a faixa de ângulos observada, algumas variações são evidentes, como ângulos máximos mais pronunciados em algumas configurações numéricas e uma dispersão levemente mais ampla. Essa diferença pode indicar que, embora o modelo numérico represente de forma razoável o comportamento do leito granular, fatores adicionais como o ajuste refinado dos parâmetros de atrito e coesão podem ser necessários para melhor precisão.

É importante destacar que, para realizar o estudo numérico dos ângulos de repouso estático e dinâmico, foram executadas ao todo 100 simulações, com cada simulação do ângulo

dinâmico demandando uma média de 18 horas de processamento. Esse elevado número de simulações e o tempo de processamento destacam a alta complexidade e o custo computacional associados a esse tipo de análise, especialmente devido ao comportamento coesivo das partículas no leito granular. Esse investimento computacional foi fundamental para estabelecer uma base sólida de compreensão do fenômeno e permitiu observar como as partículas interagem e se estabilizam sob diferentes condições, tanto estáticas quanto dinâmicas.

A complexidade do fenômeno da coesão exige simulações de alto custo computacional para capturar com precisão a variabilidade dos ângulos de repouso e a natureza interativa do leito granular. Embora o modelo numérico apresente variações de ângulos de repouso, tanto estático quanto o dinâmico, que são em geral compatíveis com os valores experimentais, algumas discrepâncias observadas sugerem que ajustes adicionais nos parâmetros de entrada, como coeficientes de atrito e forças coesivas, poderiam ser explorados em estudos futuros para uma representação ainda mais precisa do comportamento experimental.

Em resumo, a análise dos resultados numéricos e experimentais dos ângulos de repouso estático e dinâmico reforça a importância de realizar simulações complexas e detalhadas para captar o comportamento coesivo das partículas. Este estudo fornece uma base importante para futuras investigações e aprimoramentos no modelo, essencial para aplicações práticas em simulações e na modelagem de sistemas de partículas em contextos industriais.

6. CONCLUSÃO

Na validação dos ângulos de repouso estático e dinâmico, compararam-se os valores obtidos experimentalmente com os resultados das simulações numéricas realizadas no software LIGGGHTS. Observou-se que os parâmetros configurados nas simulações, como os coeficientes de atrito e coesão, não foram suficientes para reproduzir com precisão os altos ângulos registrados experimentalmente, especialmente nos ângulos superiores e nos valores de ângulo dinâmico em condições de umidade elevada.

No experimento, o ângulo de repouso, tanto estático quanto o dinâmico, foi influenciado por um fator significativo que não pôde ser completamente representado nas simulações: o efeito de encolhimento das partículas. Com a progressiva perda de umidade, as sementes de mamão sofreram uma contração em seu tamanho, aumentando a rugosidade e intensificando a coesão superficial entre as partículas. Esse encolhimento gerou uma maior resistência ao movimento, elevando os ângulos de repouso, particularmente em condições de umidade intermediária, onde o efeito coesivo é mais pronunciado.

As simulações numéricas, por sua vez, não consideraram de forma adequada essa variabilidade do tamanho e da rugosidade das partículas ao longo do processo de secagem, resultando em uma subestimação dos ângulos de repouso, tanto estático quanto o dinâmico. Essa discrepância destaca que, para reproduzir de maneira mais fiel o comportamento das partículas em sistemas granulares, é necessário incluir nos modelos numéricos os efeitos do encolhimento e da mudança nas propriedades físicas das partículas causadas pela secagem. Incorporar essas variáveis possibilitaria uma modelagem mais precisa, alinhando os valores numéricos aos experimentais e permitindo um entendimento mais completo das interações coesivas e do comportamento do leito granular sob diferentes condições de umidade.

REFERÊNCIAS

- BRIDGWATER, J. The dynamics of granular materials - Towards grasping the fundamentals. **Granular Matter**, v. 4, n. 4, p. 175–181, 2003.
- CHEN, H.; ZHAO, X. Q.; XIAO, Y. G.; LIU, Y. L.; LIU, Y. Radial mixing and segregation of granular bed bi-dispersed both in particle size and density within horizontal rotating drum. **Transactions of Nonferrous Metals Society of China (English Edition)**, v. 26, n. 2, p. 527–535, 2016.
- COETZEE, C. J.; SCHEFFLER, O. C. Review: The Calibration of DEM Parameters for the Bulk Modelling of Cohesive Materials. **Processes**, v. 11, n. 1, 2023.
- CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D. L. A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies. **Geotechnique**, v. 331, n. 1968, p. 331–336, 1979.
- HOBBS, A. M.; OOI, J. Y.; ADEPU, M.; EMADY, H. Experimental validation of a particle-based method for heat transfer incorporating interstitial gas conduction in dense granular flow using a rotary drum. **Advanced Powder Technology**, v. 33, n. 2, p. 103426, 2022.
- IVESON, S. M.; LITSTER, J. D. Growth Regime Map for Liquid-Bound Granules. v. 44, n. 7, 1998.
- JOHNSON, K. L.; KENDALL, K.; ROBERTS, A. D. Surface Energy and the Contact of Elastic Solids. p. 301–313, 1971.
- KLOSS, C.; GONIVA, C.; HAGER, A.; STEFAN, A.; STEFAN, P. Models , algorithms and validation for opensource DEM and CFD-DEM Christoph Kloss *, Christoph Goniva , Alice Hager ,. v. 12, p. 140–152, 2012.
- KOSAKU, Y.; TSUNAZAWA, Y.; TOKORO, C. A coarse grain model with parameter scaling of adhesion forces from liquid bridge forces and JKR theory in the discrete element method. **Chemical Engineering Science**, v. 268, p. 118428, 2023.
- LOMINÉ, F.; HELLOU, M.; ROQUES, Y. An analysis of optimal segmented flight design in a rotary dryer. **Powder Technology**, v. 407, n. May, 2022.
- MITARAI, N.; NORI, F. Advances in Physics Wet granular materials. v. 8732, n. 2006, 2007.
- MOSTAFAEI, F.; DAVIES, C.; WONG, M.; TURKI, R.; LIU, P.; SARKAR, A.; DOSHI, P.; KHINAST, J. G.; JAJCEVIC, D. Analysis of powder behaviour in bin blending processes at different scales using DEM. **Advanced Powder Technology**, v. 34, n. 10, p. 104166, 2023.
- SACKS, J.; WELCH, W. J.; MITCHELL, T. J.; WYNN, H. P. Design and Analysis of Computer Experiments. **Statistical Science**, v. 4, n. 4, p. 409–435, 1989.
- SANTOS, D. A.; BARROZO, M. A. S.; DUARTE, C. R.; WEIGLER, F.; MELLMANN, J. Investigation of particle dynamics in a rotary drum by means of experiments and numerical simulations using DEM. **Advanced Powder Technology**, v. 27, n. 2, p. 692–703, 1 mar. 2016.
- SANTOS, D. A.; DADALTO, F. O.; SCATENA, R.; DUARTE, C. R.; BARROZO, M. A. S. A hydrodynamic analysis of a rotating drum operating in the rolling regime. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 94, n. August, p. 204–212, 2015.
- SOUZA, G. M. DE. Investigação numérica e experimental dos fenômenos de segregação e aglomeração em um disco rotatório Investigação numérica e experimental dos fenômenos de segregação e aglomeração em um disco rotatório. 2023.
- TOKORO, C.; ISHII, Y.; TSUNAZAWA, Y.; JIANG, X.; OKUYAMA, K.; IWAMOTO, M.; SEKINE, Y. Optimum design of agitator geometry for a dry stirred media mill by the discrete element method. **Advanced Powder Technology**, v. 32, n. 3, p. 850–859, 2021.
- VENTURINI, T.; BENCHIMOL, L.; BERTUOL, D.; ROSA, M. B. DA; MEILI, L. Estudo Da Secagem E Extração De Sementes De Mamão (Carica Papaya L.). **Revista Eletrônica em Gestão, Educação e Tecnologia Ambiental**, v. 5, n. 5, p. 950–959, 2012.
- WAN, Z.; YANG, S.; HU, J.; WANG, H. DEM analysis of flow dynamics of cohesive particles in a rotating drum. **Advanced Powder Technology**, v. 35, n. 4, p. 104379, 2024.

APÊNDICE

Apêndice 1: Análise exploratório para ângulo de repouso estático

Simulação	eP1P1	eP1W	msP1P1	msP1W	mrP1P1	mrP1W	minSep	maxSep	liqC	surT	vis	cA	cDE	alfa1	alfa2	alfa3	alfa4
1	0,588	0,574	0,557	0,060	0,068	0,041	1,028	1,058	0,205	0,068	0,012	57,946	6,9841E+05	9,62	9,08	43,91	42,04
2	0,562	0,478	0,484	0,064	0,047	0,051	1,046	1,055	0,346	0,062	0,012	22,542	5,1827E+05	14,51	16,05	43,25	43,53
3	0,464	0,600	0,450	0,075	0,080	0,062	1,033	1,086	0,349	0,046	0,018	16,844	6,5968E+05	11,90	13,43	42,77	45,40
4	0,422	0,418	0,567	0,053	0,061	0,066	1,032	1,099	0,367	0,050	0,016	29,724	3,5580E+05	17,24	18,40	43,30	46,63
5	0,472	0,556	0,460	0,061	0,043	0,075	1,023	1,078	0,309	0,061	0,024	37,640	3,4736E+05	10,07	10,70	38,73	45,52
6	0,457	0,593	0,474	0,071	0,060	0,042	1,020	1,060	0,250	0,045	0,006	32,801	4,4243E+05	12,49	12,94	31,81	37,99
7	0,508	0,561	0,484	0,050	0,053	0,054	1,048	1,081	0,294	0,058	0,001	47,674	3,6888E+05	10,04	11,40	39,93	47,88
8	0,518	0,402	0,489	0,054	0,065	0,045	1,034	1,085	0,259	0,070	0,004	55,331	6,8425E+05	9,97	13,16	43,89	41,35
9	0,566	0,516	0,410	0,062	0,056	0,053	1,015	1,094	0,472	0,059	0,019	33,221	6,3019E+05	12,24	9,07	48,21	45,46
10	0,532	0,549	0,400	0,047	0,064	0,078	1,045	1,090	0,136	0,070	0,020	66,576	5,5249E+05	11,47	11,60	42,94	44,94
11	0,485	0,502	0,427	0,049	0,077	0,064	1,039	1,069	0,408	0,063	0,021	58,382	5,0212E+05	9,50	9,94	41,29	45,38
12	0,592	0,475	0,592	0,079	0,044	0,065	1,052	1,067	0,285	0,053	0,002	39,928	8,2003E+05	14,84	12,90	40,54	37,63
13	0,442	0,528	0,505	0,078	0,061	0,046	1,039	1,098	0,242	0,059	0,010	25,842	3,3714E+05	16,68	10,96	37,56	35,91
14	0,501	0,586	0,578	0,071	0,073	0,050	1,025	1,075	0,192	0,067	0,014	45,699	2,3933E+05	14,04	12,51	35,38	49,42
15	0,592	0,404	0,519	0,055	0,062	0,068	1,014	1,061	0,448	0,072	0,007	40,724	5,2910E+05	13,36	14,00	40,98	44,56
16	0,569	0,425	0,583	0,057	0,055	0,059	1,010	1,073	0,173	0,044	0,007	45,621	3,8612E+05	9,00	12,85	30,67	40,39
17	0,426	0,556	0,470	0,044	0,043	0,073	1,051	1,063	0,214	0,073	0,023	57,178	5,7349E+05	11,65	7,94	35,54	38,50
18	0,452	0,498	0,512	0,072	0,042	0,049	1,053	1,064	0,441	0,051	0,010	18,898	3,1956E+05	14,45	15,39	40,46	41,10
19	0,498	0,458	0,478	0,044	0,046	0,060	1,024	1,073	0,232	0,052	0,015	35,234	5,6377E+05	10,39	11,06	44,17	43,05
20	0,597	0,522	0,513	0,042	0,074	0,074	1,026	1,071	0,281	0,068	0,023	51,365	2,5298E+05	11,42	11,20	40,98	46,15
21	0,411	0,577	0,544	0,080	0,049	0,063	1,034	1,077	0,166	0,056	0,006	62,508	1,8109E+05	15,29	14,51	38,84	42,35
22	0,536	0,429	0,529	0,065	0,072	0,052	1,020	1,080	0,199	0,050	0,015	18,105	7,3767E+05	10,93	13,17	43,41	40,89
23	0,505	0,480	0,523	0,069	0,077	0,064	1,050	1,097	0,468	0,065	0,011	48,705	7,1956E+05	13,55	11,28	38,06	46,69
24	0,543	0,443	0,415	0,060	0,079	0,041	1,019	1,079	0,476	0,057	0,009	49,655	7,5911E+05	13,62	9,88	35,29	39,60
25	0,432	0,514	0,552	0,051	0,047	0,071	1,042	1,079	0,123	0,046	0,009	28,661	8,0286E+05	7,16	9,43	43,10	37,95
26	0,406	0,571	0,540	0,056	0,066	0,054	1,030	1,067	0,103	0,053	0,022	43,859	6,6455E+05	13,44	9,73	41,18	35,73
27	0,531	0,421	0,455	0,052	0,050	0,067	1,026	1,059	0,163	0,058	0,025	54,120	7,8577E+05	8,64	11,97	44,10	38,66

28	0,438	0,467	0,587	0,054	0,068	0,076	1,031	1,061	0,225	0,050	0,008	63,320	4,6517E+05	10,93	13,35	43,29	40,62
29	0,557	0,535	0,501	0,076	0,070	0,072	1,043	1,076	0,386	0,062	0,013	30,708	6,0516E+05	11,01	15,83	46,51	44,08
30	0,555	0,413	0,430	0,074	0,052	0,055	1,049	1,092	0,496	0,066	0,006	67,740	6,4621E+05	15,00	13,99	39,25	40,51
31	0,524	0,541	0,464	0,043	0,065	0,079	1,012	1,099	0,427	0,064	0,021	43,339	8,2503E+05	10,91	15,32	48,35	40,30
32	0,583	0,409	0,408	0,041	0,071	0,044	1,041	1,091	0,389	0,071	0,014	52,585	2,6274E+05	9,04	9,91	42,27	47,14
33	0,520	0,445	0,563	0,074	0,058	0,071	1,046	1,085	0,305	0,060	0,004	64,762	2,1621E+05	15,92	13,64	42,72	40,98
34	0,548	0,582	0,436	0,077	0,049	0,045	1,036	1,091	0,415	0,054	0,025	63,774	4,9348E+05	10,40	12,37	37,10	41,47
35	0,445	0,485	0,420	0,046	0,057	0,077	1,036	1,082	0,269	0,047	0,022	54,546	2,9576E+05	11,96	11,09	37,58	31,64
36	0,579	0,505	0,500	0,063	0,056	0,075	1,013	1,071	0,323	0,066	0,011	42,393	4,7870E+05	11,63	11,80	45,45	44,98
37	0,481	0,452	0,526	0,067	0,074	0,043	1,037	1,089	0,264	0,067	0,026	31,290	2,7930E+05	17,22	14,65	42,49	48,16
38	0,575	0,461	0,555	0,067	0,041	0,057	1,044	1,096	0,489	0,052	0,011	61,480	4,1743E+05	9,55	13,56	36,01	44,44
39	0,432	0,511	0,447	0,048	0,071	0,068	1,022	1,084	0,125	0,048	0,016	24,235	4,2869E+05	8,34	10,92	41,36	43,07
40	0,416	0,592	0,533	0,069	0,076	0,058	1,029	1,070	0,455	0,055	0,025	15,925	7,5321E+05	17,51	13,42	38,41	40,40
41	0,479	0,538	0,540	0,045	0,054	0,070	1,027	1,095	0,338	0,048	0,017	34,566	3,0413E+05	6,76	12,53	41,21	43,74
42	0,489	0,439	0,592	0,059	0,078	0,048	1,055	1,076	0,430	0,056	0,018	50,843	5,8938E+05	13,45	11,05	32,72	36,24
43	0,545	0,527	0,467	0,041	0,070	0,062	1,016	1,056	0,116	0,071	0,003	36,570	7,7369E+05	7,71	11,56	39,99	42,61
44	0,416	0,492	0,418	0,064	0,059	0,079	1,053	1,087	0,329	0,056	0,002	21,796	2,2242E+05	12,76	10,15	39,95	35,25
45	0,494	0,471	0,569	0,077	0,050	0,053	1,018	1,094	0,146	0,043	0,005	27,671	4,5648E+05	12,37	10,98	45,46	43,48
46	0,450	0,435	0,493	0,058	0,067	0,056	1,012	1,064	0,402	0,061	0,027	19,771	2,0296E+05	14,27	16,72	41,85	41,23
47	0,470	0,453	0,439	0,066	0,063	0,048	1,048	1,088	0,380	0,069	0,017	60,350	6,1183E+05	9,09	7,93	40,56	40,02
48	0,467	0,546	0,440	0,055	0,041	0,047	1,022	1,068	0,154	0,044	0,021	25,362	7,0638E+05	13,28	15,07	48,07	44,03
49	0,513	0,565	0,574	0,070	0,053	0,069	1,041	1,057	0,182	0,049	0,019	20,417	3,9294E+05	13,01	13,67	36,00	36,91
50	0,401	0,490	0,599	0,048	0,045	0,059	1,017	1,065	0,359	0,064	0,003	38,376	1,7595E+05	7,31	8,11	43,73	43,17

Apêndice 2: Análise exploratório para angulo de repouso dinâmico

Simulação	eP1P1	eP1W	msP1P1	msP1W	mrP1P1	mrP1W	minSep	maxSep	liqC	surT	vis	cA	cDE	Angulo
1	0,5879	0,5738	0,5570	0,0604	0,0677	0,0413	1,0285	1,0580	0,2052	0,0676	0,0120	57,9455	698413,68	45,30
2	0,5623	0,4783	0,4839	0,0642	0,0467	0,0509	1,0456	1,0554	0,3460	0,0623	0,0124	22,5421	518268,00	43,98
3	0,4219	0,4180	0,5674	0,0526	0,0615	0,0663	1,0318	1,0992	0,3669	0,0495	0,0165	29,7240	355800,35	48,48
4	0,4636	0,5999	0,4496	0,0748	0,0798	0,0616	1,0325	1,0862	0,3492	0,0462	0,0183	16,8442	659676,89	42,55
5	0,4722	0,5558	0,4596	0,0609	0,0435	0,0747	1,0232	1,0776	0,3093	0,0613	0,0244	37,6403	347361,79	45,04
6	0,4574	0,5931	0,4735	0,0706	0,0596	0,0418	1,0201	1,0603	0,2502	0,0454	0,0056	32,8010	442432,74	40,33
7	0,5082	0,5609	0,4840	0,0502	0,0529	0,0544	1,0476	1,0811	0,2937	0,0580	0,0012	47,6744	368881,04	44,23
8	0,5181	0,4017	0,4889	0,0535	0,0648	0,0453	1,0345	1,0851	0,2589	0,0705	0,0045	55,3309	684245,60	48,41
9	0,5660	0,5165	0,4104	0,0619	0,0559	0,0525	1,0150	1,0936	0,4717	0,0590	0,0191	33,2206	630190,54	43,37
10	0,5324	0,5492	0,4003	0,0472	0,0636	0,0781	1,0446	1,0899	0,1363	0,0697	0,0199	66,5758	552490,59	44,31
11	0,4849	0,5021	0,4265	0,0491	0,0770	0,0641	1,0392	1,0693	0,4076	0,0630	0,0210	58,3822	502120,19	45,63
12	0,5919	0,4747	0,5922	0,0785	0,0443	0,0649	1,0518	1,0671	0,2852	0,0532	0,0021	39,9283	820033,87	37,73
13	0,4422	0,5281	0,5047	0,0778	0,0607	0,0459	1,0386	1,0978	0,2422	0,0592	0,0102	25,8421	337138,12	41,92
14	0,5005	0,5862	0,5775	0,0713	0,0734	0,0499	1,0251	1,0746	0,1922	0,0665	0,0145	45,6990	239330,75	44,77
15	0,5923	0,4042	0,5185	0,0549	0,0623	0,0681	1,0142	1,0613	0,4479	0,0722	0,0075	40,7235	529096,16	43,18
16	0,5689	0,4254	0,5834	0,0572	0,0546	0,0592	1,0100	1,0727	0,1730	0,0441	0,0072	45,6207	386118,95	40,45
17	0,4260	0,5565	0,4698	0,0436	0,0430	0,0732	1,0510	1,0625	0,2135	0,0727	0,0231	57,1782	573487,45	41,89
18	0,4521	0,4979	0,5117	0,0723	0,0421	0,0489	1,0529	1,0635	0,4411	0,0514	0,0096	18,8977	319557,32	45,09
19	0,4984	0,4578	0,4782	0,0444	0,0464	0,0600	1,0241	1,0734	0,2325	0,0516	0,0150	35,2343	563769,66	41,14
20	0,5967	0,5222	0,5131	0,0416	0,0744	0,0739	1,0257	1,0712	0,2813	0,0683	0,0234	51,3655	252984,85	43,29
21	0,4110	0,5773	0,5444	0,0795	0,0487	0,0630	1,0342	1,0770	0,1659	0,0555	0,0065	62,5079	181090,78	43,61
22	0,5362	0,4292	0,5290	0,0649	0,0720	0,0515	1,0196	1,0805	0,1995	0,0500	0,0154	18,1046	737670,91	42,19
23	0,5052	0,4803	0,5232	0,0685	0,0766	0,0636	1,0496	1,0971	0,4678	0,0651	0,0106	48,7048	719561,56	50,16
24	0,5429	0,4428	0,4153	0,0597	0,0792	0,0407	1,0189	1,0795	0,4763	0,0574	0,0086	49,6554	759111,81	41,28
25	0,4322	0,5140	0,5517	0,0512	0,0473	0,0714	1,0416	1,0793	0,1233	0,0458	0,0091	28,6613	802858,20	36,54
26	0,4060	0,5712	0,5401	0,0563	0,0657	0,0542	1,0298	1,0667	0,1029	0,0526	0,0222	43,8593	664547,95	45,43
27	0,5315	0,4209	0,4555	0,0517	0,0500	0,0671	1,0263	1,0590	0,1633	0,0576	0,0247	54,1201	785767,78	39,61
28	0,4383	0,4669	0,5871	0,0540	0,0682	0,0762	1,0310	1,0606	0,2250	0,0505	0,0078	63,3204	465168,15	41,25
29	0,5575	0,5348	0,5010	0,0757	0,0696	0,0721	1,0432	1,0755	0,3858	0,0618	0,0133	30,7082	605163,89	45,16
30	0,5546	0,4126	0,4300	0,0741	0,0515	0,0553	1,0490	1,0921	0,4964	0,0656	0,0059	67,7399	646210,37	41,22
31	0,5243	0,5412	0,4636	0,0430	0,0646	0,0794	1,0122	1,0990	0,4272	0,0642	0,0213	43,3391	825029,45	45,61

32	0,5831	0,4087	0,4077	0,0405	0,0712	0,0436	1,0413	1,0914	0,3894	0,0713	0,0138	52,5849	262741,78	47,52
33	0,5204	0,4445	0,5632	0,0736	0,0576	0,0711	1,0462	1,0846	0,3048	0,0604	0,0037	64,7617	216211,06	41,14
34	0,5482	0,5816	0,4357	0,0767	0,0493	0,0446	1,0361	1,0906	0,4147	0,0538	0,0255	63,7742	493482,32	39,06
35	0,4450	0,4851	0,4203	0,0462	0,0573	0,0769	1,0360	1,0824	0,2691	0,0471	0,0225	54,5456	295761,77	45,98
36	0,5795	0,5053	0,4998	0,0631	0,0562	0,0752	1,0130	1,0713	0,3229	0,0663	0,0113	42,3928	478702,44	46,92
37	0,4807	0,4517	0,5259	0,0674	0,0739	0,0430	1,0375	1,0888	0,2640	0,0671	0,0263	31,2905	279301,65	41,70
38	0,5752	0,4612	0,5554	0,0665	0,0409	0,0574	1,0438	1,0956	0,4890	0,0524	0,0114	61,4801	417430,23	41,53
39	0,4318	0,5114	0,4468	0,0479	0,0706	0,0679	1,0224	1,0836	0,1254	0,0479	0,0158	24,2354	428690,53	42,25
40	0,4159	0,5916	0,5335	0,0691	0,0756	0,0577	1,0295	1,0697	0,4549	0,0549	0,0249	15,9252	753213,31	45,43
41	0,4787	0,5384	0,5397	0,0453	0,0540	0,0703	1,0275	1,0947	0,3378	0,0476	0,0171	34,5657	304125,21	50,45
42	0,4889	0,4387	0,5916	0,0592	0,0779	0,0479	1,0549	1,0764	0,4297	0,0564	0,0181	50,8429	589384,16	49,39
43	0,5452	0,5266	0,4668	0,0409	0,0700	0,0619	1,0161	1,0563	0,1156	0,0707	0,0027	36,5697	773692,01	40,45
44	0,4161	0,4923	0,4176	0,0636	0,0588	0,0789	1,0534	1,0869	0,3286	0,0560	0,0016	21,7956	222417,83	50,20
45	0,4498	0,4350	0,4931	0,0579	0,0667	0,0565	1,0118	1,0641	0,4020	0,0607	0,0267	19,7707	202964,50	45,34
46	0,4936	0,4709	0,5688	0,0774	0,0505	0,0530	1,0180	1,0941	0,1461	0,0432	0,0047	27,6711	456476,98	42,59
47	0,4668	0,5463	0,4400	0,0553	0,0407	0,0468	1,0216	1,0678	0,1544	0,0444	0,0206	25,3617	706381,82	40,22
48	0,4701	0,4531	0,4392	0,0656	0,0625	0,0482	1,0485	1,0877	0,3800	0,0693	0,0169	60,3500	611834,27	42,60
49	0,5135	0,5649	0,5738	0,0699	0,0528	0,0689	1,0405	1,0568	0,1820	0,0489	0,0194	20,4168	392943,14	43,13
50	0,4011	0,4895	0,5992	0,0481	0,0454	0,0595	1,0166	1,0654	0,3588	0,0637	0,0035	38,3758	175953,87	44,67
