



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA (PPGECIM)**

FELIPE MIRANDA MOTA

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ARCO DE MAGUIERES NO
ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA EM UMA TURMA DA 3ª
SÉRIE DO ENSINO MÉDIO SOB O OLHAR DO CONTRATO
DIDÁTICO**

**Maceió - AL
2023**

FELIPE MIRANDA MOTA

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ARCO DE MAGUERZ NO
ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA EM UMA TURMA DA 3ª
SÉRIE DO ENSINO MÉDIO SOB O OLHAR DO CONTRATO
DIDÁTICO**

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração “Ensino de Matemática”, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Linha de pesquisa: Saberes e Práticas Docentes

Orientadora: Profa. Dra. Claudia de Oliveira Lozada

**Maceió - AL
2023**

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

M917r Mota, Felipe Miranda.

Resolução de problemas e o Arco de Maguerz no ensino de matemática financeira em uma turma da 3ª série do ensino médio sob o olhar do contrato didático / Felipe Miranda Mota. – 2024.
501 f. : il. color. + material adicional.

Orientadora: Claudia de Oliveira Lozada.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Maceió, 2024.

Produto educacional: Resolução de problemas e o arco de Maguerz no ensino de matemática financeira no ensino médio.

Bibliografia: f. 413-427.

Apêndices: f. 429-479.

Anexos: f. 480-501.

1. Sequência didática. 2. Resolução de problemas. 3. Matemática financeira. 4. Arco de Maguerz. 5. Contrato didático. 6. Ação comunicativa. I. Título.

CDU: 51

DEDICATÓRIA

*Aos meus pais, José do Nascimento Mota e Maria Cremilda Miranda Mota, meus
maiores e melhores orientadores da vida.*

AGRADECIMENTOS

O percurso acadêmico não é fácil, e estar em um programa de Pós-Graduação não seria diferente. As dúvidas, angústias e medos perfazem todo o processo. Com isso, antes de tudo, agradeço, de maneira especial, ao bom Deus que me deu saúde, coragem e discernimento para concluir este estudo, mesmo que em momentos de tribulações eu tenha me afastado dEle e questionado: por que isso está acontecendo comigo?

De modo especial e particular, quero mencionar aqui duas das pessoas mais importantes da minha vida, José do Nascimento Mota e Maria Cremilda Miranda Mota (meus pais), cidadãos semianalfabetos, que, por meio do trabalho na roça, não deixaram nada faltar para os seus quatros filhos, dando-lhes educação, instruindo-os no caminho do bem e apoiando-os em suas escolhas. Agradeço, também, de forma carinhosa, aos meus três irmãos: Catiana, a primogênita, por ter me cuidado, me apoiado e sempre estar disposta a fazer tudo por mim (minha segunda mãe); Maciel e Vital, por em todo o percurso acadêmico e profissional estarem dispostos a me levar para onde fosse necessário, permitindo-me o alcance dos meus sonhos. Aos meus sobrinhos, Gilcarlos e Rafael, obrigado por existirem e alegrarem toda à família!

Sou grato à Profa. Dra. Cláudia de Oliveira Lozada, minha orientadora neste estudo e em inúmeros outros trabalhos apresentados e divulgados em anais de eventos científicos e revistas. Obrigado pelos seus ensinamentos na disciplina de Didática da Matemática Francesa e Cognição Matemática, como também por ter me acolhido quando decidi mudar de orientador, mesmo já passados cinco meses de curso. Este trabalho não seria o mesmo sem a sua contribuição. A senhora é peça fundamental. Muito obrigado pela confiança depositada em mim e por ser exemplo para os seus orientandos. A senhora é fonte de inspiração!

Meu muito obrigado aos professores que aceitaram o convite e se dispuseram a compor a Banca de Qualificação e Defesa desta dissertação, Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença e Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos: suas contribuições são de grande valia. Cada palavra, cada ponto destacado, cada parágrafo em que foi solicitada uma

melhoria na sua articulação servem-me como aprendizado neste texto e em outros que serão desenvolvidos posteriormente. Muito obrigado!

Gratifico ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática e à Universidade Federal de Alagoas, por me permitirem o desenvolvimento desta pesquisa. Aos professores e professoras que fazem parte deste curso de Mestrado, obrigado por seus ensinamentos nas disciplinas ministradas!

Para chegar até aqui, a presença dos amigos foi fundamental. Inicialmente, para não ser injusto, destaco meus agradecimentos a Júnior Oliveira, que esteve comigo desde a seleção para ingresso no Programa de Pós-Graduação, todas as disciplinas, a participação nos eventos científicos e o desenvolvimento da dissertação. Obrigado por ter me ajudado nas inúmeras dúvidas relacionadas à gramática, por ter sido presente em inúmeros momentos difíceis, por me ajudar em tudo. Sem você o caminho teria sido mais árduo. Obrigado pela presença e apoio!

Sou grato às amigadas conquistadas durante a realização de Mestrado, destaco um carinho especial aos “Perdidos e Ariados” - Nickson, Ana Patrícia, Marta e Jaciara -, vocês tornaram o caminho mais divertido. Também menciono os que partilhavam comigo da mesma orientadora, especialmente Ewellyn, que com suas “resenhas” deixava alguns momentos mais alegres e Sidney pela parceria em muitos artigos. Não posso deixar de mencionar os amigos de vida: Suelene, Marcia, Elitânia, Fernanda, Geovana, Oudson, Leidiane e Jackciara. Obrigado a todos!

Obrigado também à Escola de Referência em Ensino Médio Padre Antônio Barbosa Júnior por ter sido campo de pesquisa para o desenvolvimento desta dissertação e aos alunos que participaram, foram essenciais neste estudo. À gestão, à coordenação e aos professores, meus sinceros agradecimentos!

Por fim, evidencio a minha gratidão a todos e todas que contribuíram de maneira direta e indireta para a realização do Curso de Mestrado e desta dissertação: muitíssimo obrigado!

*“Nenhum problema pode ser resolvido pela
mesma consciência que o criou. Temos de reaprender a ver o mundo.”*
(Albert Einstein)

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo investigar, a partir da proposição de uma Sequência Didática utilizando a Resolução de Problemas sobre Matemática Financeira e o manuseio do Arco de Maguerez, as negociações, regras, rupturas e renegociações do Contrato Didático, bem como a fuga dos efeitos perversos do Contrato Didático, e as contribuições para ressignificação de saberes, tomando como base a Ação Comunicativa e o Discurso Pedagógico em uma turma da 3ª série do Ensino Médio. Elegemos como referencial a Teoria das Situações Didáticas e a noção de Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986), a Teoria da Ação Comunicativa (HABERMAS, 1988) e a Teoria do Discurso Pedagógico (BERNSTEIN, 1996), a Resolução de Problemas (PROENÇA, 2018) e a metodologia da problematização com o Arco de Maguerez (BORDENAVE; PEREIRA, 2015). Optamos por uma metodologia de pesquisa qualitativa (LUDKE; ANDRÉ, 2018) por meio de um estudo de caso (YIN, 2010), a qual compreende a análise dos fenômenos didáticos no espaço da sala de aula, considerando a contribuição da Ação Comunicativa – a partir de perguntas feitas pelo professor e pelos estudantes –, do Discurso Pedagógico, da Resolução de Problemas e do Arco de Maguerez. Como instrumentos de coleta de dados utilizamos a observação participante, videografia, gravação de áudios, questionários a priori e a posteriori e atividades contidas no Produto Educacional originado desta dissertação. Diante dos achados da pesquisa, notamos a contribuição do Arco de Maguerez na Resolução de Problemas, no que diz respeito à relevância de situações norteadoras advindas da realidade na proposição de problemas nas aulas de Matemática, sendo visto o envolvimento dos estudantes na criação de perguntas sobre os temas tratados a respeito da Matemática Financeira, a sua aplicabilidade em sociedade, discussões sobre as relações do que estava sendo abordado e suas vidas pessoais e a busca de saberes já construídos e nas suas ressignificações. Foi notório também, que o preenchimento das etapas do Arco de Maguerez nas resoluções dos problemas, permitiu aos estudantes momentos de leitura e releitura (tanto das situações norteadoras como dos problemas), interpretação, análise e tratamento de dados, como também a implicância de cada resultado numérico dos problemas acerca do que estava sendo investigado na aplicação dos saberes. Com os pontos elencados, sendo importantes na investigação do Contrato Didático, destacamos que as negociações do contrato não são suficientes para a gestão de um saber, acontecendo rupturas e renegociações para que o ensino e a aprendizagem aconteçam. Entretanto, enxergamos que para os momentos de renegociações do Contrato Didático em aulas que utilizem a resolução de problemas com o Arco de Maguerez, a Ação Comunicativa é de fundamental importância, podendo ser regida por tipos perguntas feitas pelo professor e pode funcionar como efeito propulsor. Ainda destacamos que mesmo que as funções e papéis do estudante e do professor tenham ficado claras na resolução de problemas com a utilização do Arco de Maguerez, em um momento foi um efeito do contrato foi evidenciado, o efeito Topázio, e enxergamos ele como efeito ambivalente, quando o professor o estudante porque ele não tem saberes suficientes e quando o professor ajuda quando o estudante não quer fazer sua tarefa por falta de interesse.

Sobre isso, destacamos que o agir do professor, fazendo a intermediação, levando os estudantes a pensarem, questionando-os e dando tempo para que realizassem as suas tarefas, é de suma relevância nas situações de ensino e aprendizagem. Com isso, entendemos que as situações de aprendizagem não são unilaterais, mas que, ao considerar a realidade e a ação comunicativa no trabalho com a resolução de problemas, ficando em evidência as funções do professor e do estudante por meio das negociações e renegociações do Contrato Didático, a aprendizagem pode se transformar em autônoma e espontânea.

Palavras-Chave: Contrato Didático; Resolução de Problemas; Arco de Maguerez; Ação Comunicativa; Matemática Financeira.

ABSTRACT

This work aims to investigate, from the proposition of a Didactic Sequence using Problem Solving on Financial Mathematics and the handling of the Arch of Maguerez, the negotiations, rules, ruptures and renegotiations of the Didactic Contract, as well as the escape of the perverse effects of the Didactic Contract, and the contributions for the redefinition of knowledge, based on the Communicative Action and the Pedagogical Discourse in a class of the 3rd year of High School. We chose as a reference the Theory of Didactic Situations and the notion of Didactic Contract (BROUSSEAU, 1986), the Theory of Communicative Action (HABERMAS, 1988) and the Theory of Pedagogical Discourse (BERNSTEIN, 1996), Problem Solving (PROENÇA, 2018) and the methodology of problematization with the Arch of Maguerez (BORDENAVE; PEREIRA, 2015). We opted for a qualitative research methodology (LUDKE; ANDRÉ, 2018) through a case study (YIN, 2010), which comprises the analysis of didactic phenomena in the classroom space, considering the contribution of Communicative Action - the from questions asked by the teacher and students -, from the Pedagogical Discourse, from Problem Solving and from Maguerez Arch. As data collection instruments we used participant observation, videography, audio recording, a priori and a posteriori questionnaires and activities contained in the Educational Product originated from this dissertation. In view of the research findings, we noted the contribution of the Arch of Maguerez in Problem Solving, with regard to the relevance of guiding situations arising from reality in proposing problems in Mathematics classes, considering the involvement of students in the creation of questions about the themes dealt with regarding Financial Mathematics, its applicability in society, discussions about the relationships of what was being approached and their personal lives and the search for already constructed knowledge and its resignifications. It was also noticeable that completing the stages of the Arch of Maguerez in problem solving allowed students to read and reread (both the guiding situations and the problems), interpretation, analysis and treatment of data, as well as the implication of each numerical result of the problems about what was being investigated in the application of knowledge. With the points listed being important in the investigation of the Didactic Contract, we emphasize that contract negotiations are not enough for the management of knowledge, with ruptures and renegotiations taking place for teaching and learning to take place. However, we see that for moments of renegotiation of the Didactic Contract in classes that use problem solving with the Maguerez Arch, Communicative Action is of fundamental importance, and can be governed by the types of questions asked by the teacher and can work as a propelling effect. We also emphasize that even though the functions and roles of the student and the teacher have become clear in solving problems with the use of the Arch of Maguerez, at one point it was an effect of the contract that was evidenced, the Topázio effect, and we see it as an ambivalent effect, when the teacher helps the student because he does not have enough knowledge and when the teacher helps when the student does not want to do his homework due to lack of interest. In this regard, we emphasize that the teacher's actions, mediating, leading students to think, questioning them and giving them time to carry out their tasks, is of paramount importance in teaching and learning situations. With this, we understand that the learning situations

are not unilateral, but that, when considering the reality and the communicative action in the work with the resolution of problems, the functions of the teacher and the student are highlighted through the negotiations and renegotiations of the Contract Didactic, learning can become autonomous and spontaneous.

Keywords: Didactic Contract; Problem solving; Arch of Maguerez; Communicative Action; Financial math.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Triângulo de uma situação de ensino	36
Figura 2: Esquema que coloca o aluno como sujeito autônomo.....	37
Figura 3: Triângulo das Situações Didáticas	40
Figura 4: O Contrato Didático nas situações de ensino e aprendizagem	47
Figura 5: Currículo prescrito, avaliado e implementado e aprendido	69
Figura 6: Tríade professor-aluno-conhecimento e a Resolução de Problemas	97
Figura 7: Problematização: resolução de problemas e o Arco de Maguerez.....	108
Figura 8: Esquema inicial do Arco de Maguerez	110
Figura 9: Esquema atual do Arco de Maguerez	111
Figura 10: Arco de Maguerez utilizado para o desenvolvimento das tarefas	114
Figura 11: Fórmulas para o cálculo de juros simples e compostos.....	122
Figura 12: Capa inicial do Livro Matemática Interligada.....	145
Figura 13: Páginas de apresentação do Livro Matemática Interligada.....	147
Figura 14: Contextualização para introdução do conteúdo no Livro Matemática Interligada	148
Figura 15: Sumário disponível no capítulo de Matemática Financeira no Livro Matemática Interligada.....	149
Figura 16: Questões disponíveis no livro didático.....	150
Figura 17: Simuladores on-line no Livro Matemática Interligada	151
Figura 18: Tópico Conectando ideias no Livro Matemática Interligada	152
Figura 19: O tratamento da Resolução de Problemas no Livro Matemática Interligada	153
Figura 20: Capa inicial do Livro Quadrante Matemática.....	153
Figura 21: Organização do livro Quadrante Matemática e suas tecnologias.....	155
Figura 22: Situação Inicial no capítulo de Matemática Financeira – Quadrante Matemática e suas Tecnologias.....	156
Figura 23: Problema e suas respectivas soluções no Livro Quadrante Matemática	157
Figura 24: LibreOffice Calc na simulação de empréstimos e sistema de amortização no Livro Quadrante Matemática	158
Figura 25: Capa inicial do Livro Prisma Matemática.....	159
Figura 26: Organização dos capítulos no Livro Prisma Matemática	160
Figura 27: Capítulo de Porcentagem e juros e de Matemática Financeira.....	162
Figura 28: Exemplo de questão resolvida no Livro Prisma Matemática	163
Figura 29: Tópico Conexões no Livro Prisma Matemática.....	164
Figura 30: Percepção dos autores do Livro Prisma Matemática acerca da Resolução de Problemas.....	165
Figura 31: Capa Inicial do Livro Matemática em Contextos	166
Figura 32: Estrutura dos capítulos do Livro Matemática em Contextos	167
Figura 33: Sumário de Matemática Financeira no Livro Matemática em Contextos	168
Figura 34: Justificativa para o estudo de Matemática Financeira no Livro Matemática em Contextos	169

Figura 35: Situação inicial no capítulo de Matemática Financeira no Livro Matemática em Contextos	170
Figura 36: Tópico Leitura e compreensão no Livro Matemática em Contextos ...	171
Figura 37: Tópico Além da sala de aula no Livro Matemática em Contextos	172
Figura 38: Capa inicial do Livro Conhecer e transformar: projetos integradores	174
Figura 39: Sumário do Livro Conhecer e transformar: projetos integradores	175
Figura 40: Investigação 2: Matemática Financeira no Livro Conhecer e transformar: projetos integradores	176
Figura 41: Exercícios e situações problema no Livro Conhecer e transformar: projetos integradores	177
Figura 42: Capa inicial do Livro Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias	178
Figura 43: Sumário do Livro Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias	179
Figura 44: Objetivos do projeto de Planejamento Financeiro no Livro Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias	180
Figura 45: Tópico Entendendo os Juros no Livro Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias	181
Figura 46: Situações e questões sobre juros esboçadas no Livro Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias	182
Figura 47: Espaço para perguntas/questionamentos comum à todas as situações norteadoras.....	194
Figura 48: Problemas da tarefa de ambientação	194
Figura 49: Espaço para resolução comum a todos os problemas	195
Figura 50: Molde do Arco de Maguerez para preenchimento nas demais tarefas	197
Figura 51: Instruções do jogo e tabuleiro	199
Figura 52: Cartões com perguntas e respostas para o jogo do tabuleiro.....	200
Figura 53: Problemas da aula 2.....	203
Figura 54: Problemas da aula 3.....	205
Figura 55: Problemas da aula 4.....	208
Figura 56: Arco de Maguerez montado na mesa para a aula 4	209
Figura 57: Questões do jogo digital.....	211
Figura 58: Situação norteadora para elaboração do problema matemático	212
Figura 59: Espaço para elaboração do problema e resolução dele.....	213
Figura 60: Gráfico das respostas da questão 1 do Questionário a Priori	219
Figura 61: Gráfico das respostas da questão 2 do Questionário a Priori	220
Figura 62: Gráfico das respostas da questão 3 do Questionário a Priori	221
Figura 63: Gráfico das respostas da questão 4 do Questionário a Priori	222
Figura 64: Gráfico das respostas da questão 5 do Questionário a Priori	223
Figura 65: Gráfico das respostas da questão 6 do Questionário a Priori	224
Figura 66: Gráfico das respostas da questão 7 do Questionário a Priori	225
Figura 67: Gráfico das respostas da questão 8 do Questionário a Priori	225
Figura 68: Gráfico das respostas da questão 9 do Questionário a Priori	226
Figura 69: Gráfico das respostas da questão 10 do Questionário a Priori	227
Figura 70: Gráfico das respostas da questão 11 do Questionário a Priori	228
Figura 71: Gráfico das respostas da questão 12 do Questionário a Priori	229

Figura 72: Gráfico das respostas da questão 13 do Questionário a Priori	230
Figura 73: Gráfico das respostas da questão 14 do Questionário a Priori	231
Figura 74: Gráfico das respostas da questão 15 do Questionário a Priori	231
Figura 75: Gráfico das respostas da Questão 16 do Questionário a Priori.....	232
Figura 76: Gráfico das respostas da questão 17 do Questionário a Priori	233
Figura 77: Gráfico das respostas da questão 18 do Questionário a Priori	234
Figura 78: Estudantes na tarefa de ambientação	240
Figura 79: Perguntas criadas pelos grupos a respeito da situação norteadora da tarefa de ambientação	241
Figura 80: Problema 1 da tarefa de ambientação	242
Figura 81: Resolução dos grupos do problema 1 da tarefa de ambientação	243
Figura 82: Primeira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 1	245
Figura 83: Segunda etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 1	246
Figura 84: Terceira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 1	247
Figura 85: Quarta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 1	248
Figura 86: Quinta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 1	249
Figura 87: Problema 2 da tarefa de ambientação	250
Figura 88: Resoluções do problema 2 da tarefa de ambientação	251
Figura 89: Primeira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 2	252
Figura 90: Segunda etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 2	253
Figura 91: Terceira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 2	254
Figura 92: Quarta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 2	255
Figura 93: Quinta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 2	256
Figura 94: Problema 3 da tarefa de ambientação	257
Figura 95: Resoluções do problema 3 da tarefa de ambientação	258
Figura 96: Primeira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 3	259
Figura 97: Segunda etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 3	261
Figura 98: Terceira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 3	262
Figura 99: Quarta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 3	263
Figura 100: Quinta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 3	264
Figura 101: Problema 4 da tarefa de ambientação	265

Figura 102: Resoluções do problema 4 da tarefa de ambientação.....	266
Figura 103: Primeira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 4	267
Figura 104: Segunda etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 4	268
Figura 105: Terceira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 4	269
Figura 106: Quarta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 4	270
Figura 107: Quinta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 4	271
Figura 108: Estudantes no desenvolvimento do jogo de tabuleiro	276
Figura 109: Momento de leitura da situação norteadora da aula 2.....	283
Figura 110: Perguntas/questionamentos elaboradas a partir da situação norteadora da aula 2	285
Figura 111: Problema matemático 1 da aula 2.....	286
Figura 112: Primeira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2	287
Figura 113: Segunda etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2.....	288
Figura 114: Terceira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2	289
Figura 115: Quarta etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2	290
Figura 116: Resolução do problema 1 da aula 2	291
Figura 117: Quinta etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2	293
Figura 118: Problema 2 da aula 2.....	293
Figura 119: Primeira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula 2	294
Figura 120: Segunda etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula 2.....	295
Figura 121: Terceira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula 2	296
Figura 122: Quarta etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula 2	296
Figura 123: Respostas do problema 2 da aula 2	297
Figura 124: Última etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula 2	298
Figura 125: Perguntas elaboradas pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 a partir da situação norteadora da aula 3	307
Figura 126: Perguntas elaboradas pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 a partir da situação norteadora da aula 3.....	308
Figura 127: Perguntas elaboradas pelos estudantes 11, 12 e 13 a partir da situação norteadora da aula 3.....	309
Figura 128: Problema 1 da aula 3.....	311

Figura 129: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 1 da aula 3.....	311
Figura 130: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 1 da aula 3.....	311
Figura 131: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 1 da aula 3.....	312
Figura 132: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 1 da aula 3.....	313
Figura 133: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 1 da aula 3.....	313
Figura 134: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 1 da aula 3.....	314
Figura 135: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 1 da aula 3.....	315
Figura 136: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 1 da aula 3.....	315
Figura 137: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 1 da aula 3.....	316
Figura 138: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 1 da aula 3.....	317
Figura 139: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 1 da aula 3.....	317
Figura 140: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 1 da aula 3.....	318
Figura 141: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 2, 3, 5 e 6	319
Figura 142: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 7, 8, 9 e 10	320
Figura 143: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 11, 12 e 13	321
Figura 144: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 1 da aula 3.....	323
Figura 145: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 1 da aula 3.....	323
Figura 146: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 1 da aula 3.....	324
Figura 147: Problema 2 da aula 3.....	325
Figura 148: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 2 da aula 3.....	326
Figura 149: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 2 da aula 3.....	327
Figura 150: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 2 da aula 3.....	327
Figura 151: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 2 da aula 3.....	328
Figura 152: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 2 da aula 3.....	328
Figura 153: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 2 da aula 3.....	329

Figura 154: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 2 da aula 3.....	330
Figura 155: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 2 da aula 3.....	330
Figura 156: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 2 da aula 3.....	331
Figura 157: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 2 da aula 3.....	332
Figura 158: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 2 da aula 3.....	332
Figura 159: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 2 da aula 3.....	333
Figura 160: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 2, 3, 5 e 6	334
Figura 161: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 7, 8, 9 e 10	335
Figura 162: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 11, 12 e 13	336
Figura 163: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 2 da aula 3.....	338
Figura 164: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 2 da aula 3.....	338
Figura 165: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 2 da aula 3.....	339
Figura 166: Perguntas criadas a partir da situação norteadora da aula 4.....	346
Figura 167: Mesa para o desafio do arco e problemas	348
Figura 168: Resolução do grupo 1 ao problema 2	349
Figura 169: Resolução do grupo 2 ao problema 1	350
Figura 170: Estudantes após o desafio do arco	354
Figura 171: Estudantes na execução do jogo.....	358
Figura 172: Questões do jogo digital.....	360
Figura 173: Primeira etapa do arco preenchida de acordo com o jogo.....	361
Figura 174: Segunda etapa do arco preenchida de acordo com o jogo.....	362
Figura 175: Terceira etapa do arco preenchida de acordo com o jogo	363
Figura 176: Quarta etapa do arco preenchida de acordo com o jogo	364
Figura 177: Quinta etapa do arco preenchida de acordo com o jogo.....	365
Figura 178: Situação norteadora da segunda tarefa da aula 5.....	366
Figura 179: Perguntas elaboradas pelo grupo 1	367
Figura 180: Problema elaborado e respondido pelo grupo 1.....	368
Figura 181: Arco preenchido de acordo com o problema elaborado pelo grupo 1	369
Figura 182: Perguntas elaboradas pelo grupo 2	369
Figura 183: Problema elaborado e respondido pelo grupo 2	370
Figura 184: Arco preenchido de acordo com o problema elaborado pelo grupo 2	371
Figura 185: Perguntas elaboradas pelo grupo 3	372
Figura 186: Problema elaborado e respondido pelo grupo 3.....	372
Figura 187: Arco preenchido de acordo com o problema elaborado pelo grupo 3	373

Figura 188: Grupos no desenvolvimento da atividade de elaboração de problemas	374
Figura 189: Gráfico das respostas da questão 1 do Questionário a Posteriori	379
Figura 190: Gráfico das respostas da questão 2 do Questionário a Posteriori	380
Figura 191: Gráfico das respostas da questão 3 do Questionário a Posteriori	381
Figura 192: Gráfico das respostas da questão 4 do Questionário a Posteriori	382
Figura 193: Gráfico das respostas da questão 5 do Questionário a Posteriori	383
Figura 194: Gráfico das respostas da questão 6 do Questionário a Posteriori	383
Figura 195: Gráfico das respostas da questão 7 do Questionário a Posteriori	384
Figura 196: Gráfico das respostas da questão 8 do Questionário a Posteriori	385
Figura 197: Gráfico das respostas da questão 9 do Questionário a Posteriori	386
Figura 198: Gráfico das respostas da questão 10 do Questionário a Posteriori ..	387
Figura 199: Respostas da questão 11 do Questionário a Posteriori	387
Figura 200: Gráfico das respostas da questão 12 do Questionário a Posteriori ..	388
Figura 201: Gráfico das respostas da questão 13 do Questionário a Posteriori ..	389
Figura 202: Gráfico das respostas da questão 14 do Questionário a Posteriori ..	389
Figura 203: Gráfico das respostas da questão 15 do Questionário a Posteriori ..	390
Figura 204: Gráfico das respostas da questão 16 do Questionário a Posteriori ..	391
Figura 205: Gráfico das respostas da questão 17 do Questionário a Posteriori ..	391
Figura 206: Gráfico das respostas da questão 18 do Questionário a Posteriori ..	392
Figura 207: Gráfico das respostas da questão 19 do Questionário a Posteriori ..	393
Figura 208: Gráfico das respostas da questão 20 do Questionário a Posteriori ..	394
Figura 209: Gráfico das respostas da questão 21 do Questionário a Posteriori ..	395
Figura 210: Gráfico das respostas da questão 22 do Questionário a Posteriori ..	395
Figura 211: Esquema da relação professor-aluno-saber com complementações	411

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Matemática Financeira no 2º ciclo do Ensino Fundamental (PCNs)....	125
Quadro 2: Matemática Financeira no 2º ciclo do Ensino Fundamental (PCNs)....	126
Quadro 3: Competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco para o Ensino Fundamental (PERNAMBUCO, 2019).....	129
Quadro 4: Conteúdos que estão interligados na Matemática Financeira no Ensino Fundamental: BNCC (BRASIL, 2018) e Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019).....	130
Quadro 5: Competências e habilidades de conteúdos que envolvem Matemática Financeira no Ensino Médio na BNCC (BRASIL, 2018) e no Currículo de Pernambuco para o Ensino Médio (PERNAMBUCO, 2021)	138
Quadro 6: Planejamento tarefa de ambientação e aula 1	191
Quadro 7: Situação norteadora da tarefa de ambientação	192
Quadro 8: Molde de preenchimento do Arco de Magueréz na tarefa de ambientação	195
Quadro 9: Situação norteadora para o desenvolvimento do jogo da aula 1.....	198
Quadro 10: Planejamento da aula 2.....	201
Quadro 11: Situação norteadora da aula 2.....	202
Quadro 12: Planejamento da aula 3.....	203
Quadro 13: Situação norteadora da aula 3.....	205
Quadro 14: Planejamento da aula 4.....	206
Quadro 15: Situação norteadora da aula 4.....	207
Quadro 16: Planejamento da aula 5.....	209
Quadro 17: Categorização de análise para os elementos do Contrato Didático ..	214
Quadro 18: Categorias de análise envolvendo a Ação Comunicativa.....	215
Quadro 19: Categorias de análise envolvendo o Discurso Pedagógico	215
Quadro 20: Etapas do Arco de Magueréz e da Resolução de Problemas e a sua categorização para análise dos dados	216
Quadro 21: Recorte da transcrição da fala inicial do professor na aula 1	235
Quadro 22: Recorte da transcrição do momento do primeiro momento de renegociação na aula 1.....	237
Quadro 23: Situação norteadora da tarefa de ambientação (aula 1)	237
Quadro 24: Recorte da transcrição das falas dos grupos durante a criação das perguntas na tarefa de ambientação	239
Quadro 25: Recorte da transcrição dos estudantes na leitura do problema 2 na tarefa de ambientação	250
Quadro 26: Recorte da transcrição da fala dos estudantes no primeiro contato com o problema 3.....	257
Quadro 27: Situação norteadora para o segundo momento da aula 1	273
Quadro 28: Recorte da transcrição da discussão dos estudantes sobre a segunda situação norteadora da aula 1.....	274
Quadro 29: Recorte da transcrição do momento inicial da aula 2.....	281
Quadro 30: Recorte da transcrição do momento de negociação da aula 2	281
Quadro 31: Situação norteadora da aula 2.....	282

Quadro 32: Recorte da transcrição do questionamento feito pelo professor no primeiro contato dos estudantes com a situação norteadora da aula 2	283
Quadro 33: Recorte da transcrição do momento de negociação do Contrato Didático na aula 3.....	303
Quadro 34: Situação norteadora da aula 3.....	304
Quadro 35: Recorte da transcrição do momento de questionamento sobre a situação norteadora da aula 3.....	305
Quadro 36: Recorte da transcrição do momento de negociação do Contrato Didático na aula 4.....	343
Quadro 37: Situação norteadora da aula 4.....	345
Quadro 38: Recorte da transcrição do primeiro do contato dos estudantes com a situação norteadora da aula 4.....	345
Quadro 39: Transcrição do momento de resolução do problema 1 pelo grupo 2	351
Quadro 40: Recorte da transcrição do momento do desafio do arco.....	352
Quadro 41: Recorte da transcrição do momento inicial da aula 5	357

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	26
INTRODUÇÃO.....	28
1 CAPÍTULO I: TEORIAS QUE ALICERÇAM A PESQUISA.....	34
1.1 A Teoria das Situações Didáticas.....	34
1.1.1 A Teoria das Situações Didáticas e o ensino de Matemática em estudos brasileiros.....	38
1.1.2 O conceito de mediação.....	42
1.2 Noção de Contrato Didático.....	43
1.2.1 Características do Contrato Didático.....	46
1.2.2 Negociações, regras, rupturas e renegociações.....	49
1.2.3 Efeitos do Contrato Didático.....	51
1.2.4 O Contrato Didático e o ensino de Matemática em estudos brasileiros.....	53
1.3 A teoria da ação comunicativa de Habermas nas práticas docentes e as implicações para o Contrato Didático.....	58
1.4 O discurso pedagógico e as tensões geradas pela ação comunicativa de professores e alunos para o Contrato Didático: as contribuições da teoria de Basil Bernstein.....	66
1.5 As correlações entre Contrato Didático, a ação comunicativa e o discurso pedagógico do professor.....	73
2. CAPÍTULO II: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ARCO DE MAGUIREZ.....	77
2.1 Os tipos de tarefas no Ensino de Matemática.....	77
2.1.1 Tipos de problemas matemáticos.....	90
2.1.2 Problema ou situação-problema: o que é realmente aplicado no ensino de Matemática.....	82
2.2 As concepções sobre a Resolução de Problemas e o Arco de Maguires.....	84

2.2.1	Contexto histórico da Resolução de Problemas.....	84
2.2.2	A Resolução de Problemas no NCTM e no PISA: parâmetros, competências e habilidades.....	87
2.2.3	A importância do uso da Resolução de Problemas no ensino de Matemática.....	91
2.2.4	O ensino de Matemática com a Resolução de Problemas.....	95
2.2.5	Processos e estratégias: as etapas de Resolução de Problemas.	99
2.2.6	A Resolução de problemas enlaçada com o Arco de Maguerez.....	107
2.2.7	As dificuldades dos alunos com a Resolução de Problemas no ensino de Matemática.....	116
3	CAPÍTULO III: A MATEMÁTICA FINANCEIRA.....	120
3.1	Elementos históricos da Matemática Financeira e sua inserção no currículo de Matemática na Educação Básica.....	120
3.2	Análise dos livros didáticos do PNLD e a Matemática Financeira.	143
4.	CAPÍTULO IV - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E O PRODUTO EDUCACIONAL.....	184
4.1	Abordagem, tipo de pesquisa e instrumentos de coleta de dados.....	184
4.2	Lócus da pesquisa e sujeitos envolvidos.....	186
4.3	A concepção do Produto Educacional e sua aplicação.....	188
4.4	Método de análise de dados: a construção de ferramentas e análise de dados.....	213
5.	CAPÍTULO V: RESULTADOS E DISCUSSÕES DOS DADOS.....	218
5.1	Embasamento para apresentação, resultados e discussões dos dados.....	218

5.2	Questionário a Priori	219
5.3	Resultados e discussões da aula 1.....	235
5.3.1	Tarefa de ambientação.....	235
5.3.2	Autoavaliação da tarefa ambientação.....	272
5.3.3	Jogo de tabuleiro.....	273
5.3.4	Autoavaliação do jogo.....	277
5.3.5	Autoavaliação dos aspectos gerais da aula.....	278
5.4	Resultados e discussões da aula 2.....	280
5.4.1	Autoavaliação 1 da aula 2.....	297
5.4.2	Autoavaliação 2 da aula 2.....	300
5.5	Resultados e discussões da aula 3.....	303
5.5.1	Autoavaliação 1 da aula 3.....	340
5.5.2	Autoavaliação 2 da aula 3.....	341
5.6	Resultados e discussões da aula 4.....	343
5.6.1	Autoavaliação 1 da aula 4.....	353
5.6.2	Autoavaliação 2 da aula 4.....	355
5.7	Resultados e discussões da aula 5.....	356
5.7.1	Autoavaliação 1 da aula 5.....	375
5.7.2	Autoavaliação 2 da aula 5.....	376
5.8	O questionário a Posteriori.....	378
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	397
	REFERÊNCIAS.....	412
	APÊNDICES.....	427
	ANEXOS.....	478
	ANEXO A.....	479
	ANEXO B.....	485
	ANEXO C.....	486
	ANEXO D.....	487
	ANEXO E.....	488

ANEXO F.....	490
ANEXO G.....	494
ANEXO H.....	598

APRESENTAÇÃO

Trajetória do pesquisador, motivações e opções teóricas

Em um primeiro momento pontuamos como relevante tratar do percurso acadêmico do pesquisador, já que a pesquisa é fruto de suas pretensões e escolhas feitas ao longo dessa trajetória. Todo trabalho nasce de um compilado de experiências, assim, durante o seu percurso na Educação Básica, o pesquisador, e hoje professor, desenvolveu encanto pela busca de conhecimentos, sempre destacando aptidão pela área das Ciências Exatas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, quando ainda era estudante de uma escola na zona rural no município de Jupi, interior do Estado de Pernambuco. Nos anos finais do Ensino Fundamental, quando passou a estudar em uma escola da zona urbana do mesmo município, a sua aptidão pela Matemática ficou ainda mais em evidência, no desenvolvimento de suas tarefas na disciplina, nas notas e no envolvimento nas feiras de Matemática, recebendo medalhas, algumas vezes.

Desse modo, ainda na Educação Básica, sempre era solicitado para que ajudasse os seus colegas que apresentavam dificuldades nas tarefas de Matemática, nascendo, assim, o desejo pela docência. Por esse viés, sua escolha pela Licenciatura em Matemática aconteceu na última série dessa etapa de escolaridade. No curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade de Pernambuco (UPE), encantou-se pela Educação Matemática, nascendo o desejo de pesquisar nessa área no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), sendo apresentadas por uma professora a Teoria das Situações Didáticas e as noções de Contrato Didático e de Variável Didática.

Nesse sentido, devido ao tempo dedicado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso na graduação, 30 horas, não foi possível pesquisar sobre Contrato Didático, apenas variável didática com a análise de livros didáticos. Assim, o desejo do iniciante pesquisador ainda ficou pendente. Mais tarde, com a especialização, teve contato com a Resolução de Problemas e com o intuito de entrar em um Programa de Pós-Graduação, pensou em somar as ideias abordadas no Contrato Didático e na Resolução de Problemas em um único estudo, uma vez que a partir da Resolução de Problemas observou que os papéis e funções dos parceiros em uma situação didática

ficava em evidência e o conhecimento poderia ser construído pelo próprio estudante a partir da intervenção do professor, da sua mediação e que a partir de ações bem pensadas não seria necessário que o professor facilitasse as tarefas dos estudantes, evidenciando Efeitos Perversos do Contrato Didático.

Por esse viés, após entrar no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Federal de Alagoas, utilizando o projeto com as ideias mencionadas anteriormente, encantou-se ainda mais pela Teoria das Situações Didáticas e do Contrato Didático, diante da disciplina Didática da Matemática Francesa e Cognição Matemática ministrada pela professora doutora Cláudia de Oliveira Lozada (orientadora desta dissertação). A professora supracitada em muitas aulas da disciplina destacava o apreço pelo projeto apresentado pelo estudante, sendo convidada pelo discente para ser sua orientadora. A partir do aceite da orientadora, ela destacou a inserção de outras teorias para o desenvolvimento do estudo: Teoria da Ação Comunicativa, Teoria do Discurso Pedagógico e a metodologia da problematização com a utilização do Arco de Maguerez.

Por esse viés, ao tratar do Arco de Maguerez, a orientadora destacou a necessidade de um ensino e aprendizagem que considere situações a partir da realidade, com o intuito de, ao resolverem problemas, os estudantes esboçarem suas percepções sobre o que está sendo investigado a partir de processos de leitura, interpretação, análise, resultados e reflexões. Como contribuinte, ainda destacou a importância das falas, dos tipos de perguntas, pois, assim, seria pertinente uma maior análise das ações discursivas, destacando para isso a Ação Comunicativa e o Discurso Pedagógico. Diante disso, pontuamos que, para tratar do Contrato Didático, consideramos as ideias expostas por Brousseau (1986, 1997, 2008); para a Ação Comunicativa o que é salientado por Habermas (1998) e outros; para a Teoria do Discurso Pedagógico as ideias de Bernstein (1996) e outros; para a Resolução de Problemas o que abordado na literatura internacional e nacional com destaque para Brito (2012) e Proença (2018); por fim, para a metodologia da problematização por meio do Arco de Maguerez, os escritos de Berbel (2012) e Bordenave e Pereira (2015).

INTRODUÇÃO

A Matemática se caracteriza por ser uma Ciência que estuda relações, desenvolvendo ao longo do tempo sistemas de representações e modelos de análise, que possibilitam a interpretação de determinados eventos e fenômenos. Dessa maneira, o ensino da matemática é uma parte essencial da educação, sobretudo, quando são consideradas as exigências da sociedade moderna, uma vez que esta sociedade é “permeada por tecnologias de base científica e por crescente acúmulo de troca de informações, é consenso reconhecer que as competências matemáticas se tornaram um imperativo” (PERNAMBUCO, 2008, p.71).

Por muito tempo a sociedade foi impregnada por uma formação escolar, cujo ensino era caracterizado pelo enfoque no acúmulo de informações fragmentadas e socialmente irrelevantes, o que configura uma educação bancária, como afirma Bordenave e Pereira (2015). Assim sendo, um processo de ensino baseado no método de transmissão dos conhecimentos, de acordo com os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), era, sem dúvida, a concepção mais encontrada nas salas de aula.

Em contrapartida, as atuais propostas pedagógicas – metodologias diversificadas –, em vez da mera transferência de conteúdo, apontam para outra vertente, que valoriza a interação do aluno com o objeto de estudo através da mediação por parte do professor, ou seja, alunos e professor passam a ser considerados sujeitos didáticos no processo de construção de saberes. Todos esses pontos são considerados por nós importantes para aquisição do conhecimento por parte do estudante e o papel fundamental que o professor ocupa nas situações de ensino e aprendizagem.

Nessa perspectiva, a aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à construção de significados relativos aos conceitos de saber. Logo, aprender o significado de um objeto pressupõe enxergá-lo relacionando-o a outros objetos e eventos. Espera-se dessa maneira que os resultados do trabalho escolar possam ultrapassar os limites da sala de aula gerando benefícios à sociedade (ALMEIDA, 2009). Nesse sentido, a escola faz parte de um sistema de ensino, cujo objetivo é fazer com que os alunos se apropriem dos saberes que devem ser ensinados e que

influenciam na construção da cidadania, conforme proposto Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018).

Menezes (2006) define o sistema de ensino como um sistema aberto, tendo em vista que existem relações entre esse sistema e um ambiente mais amplo: o social. Isto posto, pais, pesquisadores, instituições, estabelecem entre si inter-relações, as quais influenciam tal sistema. Ainda segundo esse autor, esse sistema tem seu “coração” no sistema didático, em que se configura a relação triangular que envolve o professor, o aluno e o saber que se pretende que seja ensinado (e aprendido). A essa relação triangular, Brousseau (1986) chamou relação didática.

De acordo com Chevallard *et al.* (2001) uma relação didática se estabelece a partir do momento em que algumas pessoas se deparam com um problema, cuja resposta não seja evidente, e decidem fazer algo para resolvê-lo. Portanto, em face do que fora pontuado, a pesquisa empenhada justifica-se pela necessidade de adentrar no campo de interação aluno-professor-saber, fazendo proposições, de maneira que seja possibilitado a cada um desses componentes da relação didática o cumprimento de seu papel e que a construção de saberes aconteça considerando o ativismo do estudante.

Assim sendo, alguns estudos que tratam do Contrato Didático (SANTOS, 2005; SOUZA, 2010; OLIVEIRA, 2016; ELOI, 2019) salientam que existem regras do Contrato Didático: o professor apenas fazendo a transmissão do conteúdo e o estudante como receptor e que algumas ações dos estudantes vão além do que é esperado pelo professor, gerando, assim, rupturas do contrato e, logo, renegociações. Nesse sentido, esta pesquisa se mostra relevante por poder proporcionar ao pesquisador uma melhor compreensão da dinâmica de uma aula, de maneira que seja capaz de traçar caminhos mais eficazes para a construção de saberes, tomando o estudante como sujeito ativo nesse processo.

Sendo esse nosso propósito, é cabível investigar a noção de Contrato Didático e averiguar o seu funcionamento na prática, em uma aula de Matemática no Ensino Médio. Desse modo, a nossa opção por esta temática representa um esforço de fuga de metodologias que concebem o aluno como mero receptor passivo. Para isso, será analisado o rompimento de algumas regras de Contrato Didático – que se caracteriza por ser o conjunto de atitudes do professor esperado pelos alunos e o conjunto de

atitudes dos alunos esperado pelo professor –, através de uma proposta de tarefa utilizando a Resolução de Problemas envolvendo Matemática Financeira.

A escolha da Resolução de Problemas se explica pelo fato de ser considerada por muitos pesquisadores - Onuchic e Allevato (2012), Brito (2010), Proença (2012, 2018) – como uma proposta pedagógica atual que promove a aprendizagem significativa dos alunos, tornando-o um indivíduo ativo na construção do seu conhecimento. Diante da aplicação dessa proposta pedagógica, pretendemos investigar os comportamentos dos estudantes e como acontecem suas aprendizagens, quando existe uma metodologia diferente do habitual em jogo. Para investigar esses comportamentos, utilizaremos outros pontos considerados importantes na relação professor-aluno: mediação pedagógica, ação comunicativa e o discurso pedagógico.

Em relação ao conteúdo matemático, foi eleito Matemática Financeira como o saber em jogo, por se tratar de uma parte da Matemática que está intimamente ligada ao cotidiano de cada pessoa e é, assim, amplamente aplicada na prática, fato que consideramos importante na utilização do Arco de Maguerez - o ensinar e aprender a partir da realidade. Outro ponto importante a ser considerado é que esse conteúdo, com a proposta do Novo Ensino Médio, vem sendo colocado em livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), como projeto integrador.

Contudo, o conteúdo não será abordado de maneira tradicional – consideramos tradicional o uso abusivo de exercícios, sem nenhuma relação com o contexto em que os alunos estão inseridos. Desse modo, quando há mudanças nos modelos de tarefas propostas – aqui consideramos que há uma transgressão de um dos envolvidos na relação didática e acontece uma ruptura de um Contrato Didático anteriormente evidenciado – surge grande dificuldade por parte dos alunos, fazendo com que os professores tomem atitudes “incorretas”, o que reflete nos Efeitos Perversos do Contrato Didático, como está elencado no tópico de Fundamentação Teórica.

No entanto, com a utilização de uma abordagem para o ensino e a promoção da aprendizagem focada na Resolução de Problemas, na Ação Comunicativa, consideramos que esses efeitos podem ser evitados e que a aprendizagem pode acontecer de maneira mais abrangente, dado que, além de enfatizarmos o uso da Resolução de Problemas como proposta nas aulas de Matemática e tentarmos validá-

la, consideramos um ensino que seja permeado pela realidade do aluno (Arco de Magueréz) e suas interações comunicacionais. Vale destacar ainda que, na utilização da Resolução de Problemas, também destacamos aqui os processos cognitivos realizados por cada estudante para chegar a uma solução e que a postura do professor em todo o processo é de fundamental importância para a construção de saberes pelos próprios aprendizes.

Como problema de pesquisa, apresentamos a seguinte indagação: *A partir da proposição de uma Sequência Didática por meio da Resolução de Problemas e do manuseio do Arco de Magueréz para tratar de Matemática Financeira, de que maneira é possível explicar a resignificação de saberes de alunos da 3ª série do Ensino Médio, tomando como base a Ação Comunicativa, o Discurso Pedagógico, o Contrato Didático e seus elementos?*

Considerando o problema de pesquisa proposto, delineamos as seguintes hipóteses de pesquisa:

Com base em estudos anteriores sobre Contrato Didático e considerando que, quando um novo tipo de tarefa diferente do habitual entra em cena, os estudantes apresentam uma certa dificuldade para resolução, havendo uma quebra de contrato inicialmente evidenciado, supomos que serão visíveis as rupturas e as renegociações do Contrato Didático. Nesse sentido, para que os estudantes não apresentem “fracasso” em uma tarefa proposta, o professor tende a facilitar essa resolução, recorrendo a atitudes equivocadas; quanto a isso, é possível que tornem evidentes os Efeitos Perversos do Contrato Didático proposto por Brousseau. No entanto, com uma atitude correta do professor, tomando como base a Ação Comunicativa, será possível evitar esses efeitos, fazendo, assim, com que a aprendizagem por parte dos estudantes aconteça e que as regras de Contrato Didático anteriormente instaurados saiam de cena. A respeito da resignificação dos saberes, ela será possível diante da organização de situações favoráveis de ensino, que permitam a aprendizagem, ficando em evidência as responsabilidades e funções do professor e dos estudantes: o professor organiza o ambiente, utiliza de meios para isso, age como mediador; o estudante, é responsável pela execução de suas tarefas, manipula dados na busca de solução de problemas, entre outros.

Sendo assim, esta pesquisa tem como objetivo geral *investigar, a partir da proposição de uma Sequência Didática utilizando a Resolução de Problemas sobre Matemática Financeira e o manuseio do Arco de Maguerez, as negociações, regras, rupturas e renegociações do Contrato Didático, bem como a fuga dos efeitos perversos do Contrato Didático, e as contribuições para ressignificação dos saberes, tomando como base a Ação Comunicativa e o Discurso Pedagógico em uma turma da 3ª série do Ensino Médio.* Para se alcançar o objetivo geral, traçamos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar possíveis rupturas e renegociações das regras de Contrato Didático estabelecidas em relação à resolução do tipo de tarefa proposto envolvendo Matemática Financeira;
- Identificar, a partir dos procedimentos, ações e atitudes empregadas pelo professor, a fuga dos efeitos de Contrato Didático com relação à resolução do tipo tarefa envolvendo Matemática Financeira;
- Analisar o processo de aprendizagem pelo aluno em relação ao saber em jogo, por meio do seu papel desempenhado em interação com o professor durante a realização do tipo de tarefa proposto.

Deste modo, esta dissertação está organizada em cinco capítulos. No Capítulo I, tratamos do aporte teórico que fundamenta a pesquisa, focando na Teoria das Situações Didáticas, na noção de Contrato Didático, da Teoria da Ação Comunicativa e da Teoria do Discurso Pedagógico. No Capítulo II, abordamos sobre os tipos de tarefas matemáticas, os tipos de problema, história da Resolução de Problemas, concepções de diversos pesquisadores, o Arco de Maguerez e a sua utilização na Resolução de Problemas, as dificuldades na Resolução de Problemas de acordo com pesquisas anteriores. No Capítulo III, tratamos da Matemática Financeira nos documentos norteadores da Educação Básica e o que é abordado sobre ela em livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). No Capítulo IV, trazemos os procedimentos metodológicos para a coleta e análise de dados e o Produto Educacional. E no Capítulo V, apresentamos a análise dos dados com sua respectiva discussão, mostrando os resultados alcançados.

Por fim, esboçamos as considerações finais da pesquisa, demonstrando as contribuições e direcionamentos para pesquisas futuras acerca da temática que não foram foco do presente trabalho, mas que servirão para expandi-lo posteriormente.

CAPÍTULO I

TEORIAS QUE ALICERÇAM A PESQUISA

Neste capítulo abordamos o aporte teórico que fundamenta esta dissertação – a Teoria das Situações Didáticas, o Contrato Didático, a Teoria da Ação Comunicativa e a Teoria de Basil Bernstein -, trazendo as ideias e analisando quais pontos são relevantes para alicerçar a presente pesquisa.

1.1. A Teoria das Situações Didáticas

Para iniciar este estudo, antes de mais nada, é preciso identificar na concepção de Guy Brousseau – que concebeu a Teoria das Situações Didáticas junto com colaboradores – o que é uma situação, que, para ele “é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado” (BROUSSEAU, 2008, p. 21). Por esse viés, considerando o meio como um desafio, um problema, um exercício, é dito que “a situação didática é todo contexto que cerca o aluno, nele incluídos o professor e o sistema educacional” (BROUSSEAU, 2008, p. 21).

Nesse sentido, é visível que existe uma interação/relação entre aluno e professor, e para Brousseau (2008), ela só se torna didática quando um dos envolvidos manifesta interesse em remodelar o sistema de conhecimento do outro. Da mesma maneira, é assentado por Kuzniak (2004) que uma situação didática “é uma situação em que o desejo de ensinar se manifesta direta ou indiretamente” (p. 19, tradução nossa). Com isso, Brousseau (1997) coloca que se um indivíduo quer ensinar um determinado conhecimento, ele utiliza meios para isso.

Assim, considerando os meios que são utilizados para que o conhecimento possa emergir e que eles provocam situações, é importante ressaltar que a construção/aquisição de um conhecimento – aprendizagem – ocorre pela adaptação do indivíduo que faz a assimilação do meio através da situação, ou seja, a aprendizagem acontece no decorrer das situações (BROUSSEAU, 2008).

Dessa maneira, é colocada por Brousseau (1997, 2008) uma abordagem da classificação das situações didáticas, a saber: situação de ação, situação de

formulação, situação de validação e, por fim, através de uma necessidade, a situação de institucionalização. Para evidenciar essas situações, foram utilizadas por Brousseau (1997, 2008) as fases descritas em uma lição “Quem vai dizer 20?” que tinha por objetivo revisar as operações de divisão, utilizando uma maneira diferente de tarefas anteriores.

De acordo com Brousseau (1997, 2008) uma situação de ação é identificada quando depois de o estudante analisar o meio – desafio, problema, jogo – que lhe é colocado, ele toma algumas decisões, desenvolve estratégias – razões que o levam a seguir um caminho ou outro. Para ser mais específico, “a sucessão de situações de ação constitui o processo pelo qual o aluno vai aprender um método de resolução de um problema” (BROUSSEAU, 2008, p. 25).

Por conseguinte, a situação de formulação ocorre quando há uma comunicação entre os indivíduos que estão envolvidos na resolução de um problema. Enquanto um discente está na situação de ação – tomando decisões, desenvolvendo estratégias – outro pode estar observando o que está acontecendo e recolhendo informações, para que, assim, cheguem à conclusão de que aquele caminho que possivelmente podem seguir levará à resolução ou não, ou seja, “a formulação de um conhecimento corresponderia a uma capacidade do sujeito de retomá-lo” (BROUSSEAU, 2008, p. 29). Assim, quem está observando pode concordar ou não com as estratégias.

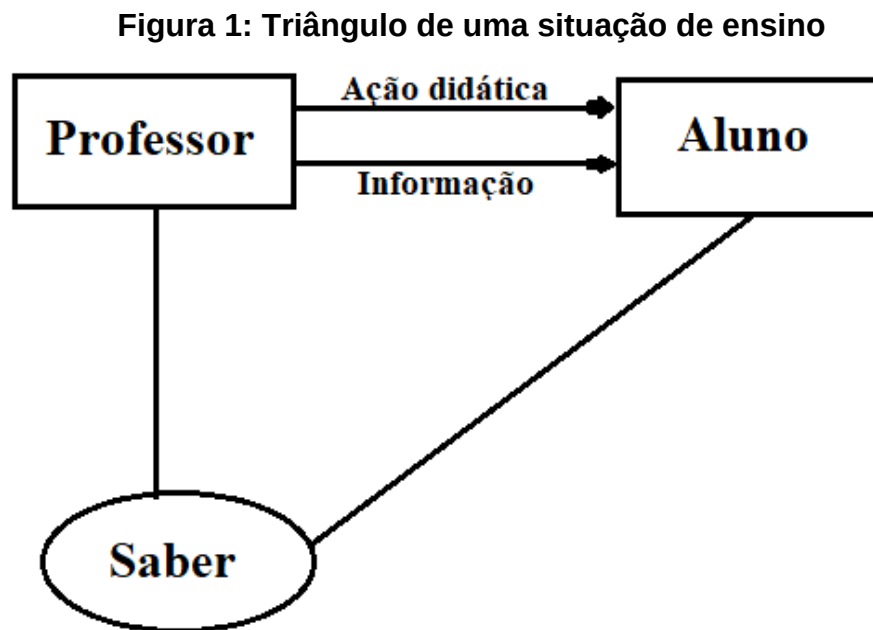
A situação de validação acontece quando se tenta comprovar o que foi feito ou invalidar o que foi elaborado pelo adversário – isso acontece no momento em que “cada equipe cria e propõe um enunciado” (BROUSSEAU, 2008, p. 26). Nesse sentido, esse é o momento de fazer demonstrações, a fim de convencer o outro sobre o que fora elucidado “o aluno não só deve comunicar uma informação, como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro dentro de um sistema determinado; deve sustentar sua opinião ou apresentar uma demonstração” (BROUSSEAU, 2008, p. 27).

Por fim, com o decorrer de algumas experiências, nasceu a situação de institucionalização que ocorre quando estudantes e professores dão a “determinados conhecimentos o status cultural indispensável do saber” (BROUSSEAU, 2008, p. 31). Assim, se faz necessário colocar na visão do teórico o que é conhecimento e o que é saber: “conhecimento é uma imagem cultural de compreensão, um meio de reconhe-

lo e gerenciá-lo, como o saber é uma forma de reconhecimento e gestão de conhecimento” (BROUSSEAU, 1997, p. 22, tradução nossa).

Para mais, é pertinente apontar aqui a respeito das situações adidáticas, que também são elucidadas por Brousseau (1997, 2008). Esta acontece quando é colocado um determinado problema para o estudante, e ele o toma como seu, atuando em busca de soluções. É abordado por Brousseau (2008) que os estudantes não podem resolver de imediato qualquer situação adidática, no entanto, o professor pode apresentar as que eles podem solucionar.

Visto isso, quando falamos de situação didática estamos falando de uma relação entre professor-aluno-saber, como já elucidado nos primeiros parágrafos desse tópico. De acordo com Brousseau (2008), muitas obras simbolizam a situação de ensino baseado em um triângulo, como exposto na figura 1, logo abaixo:

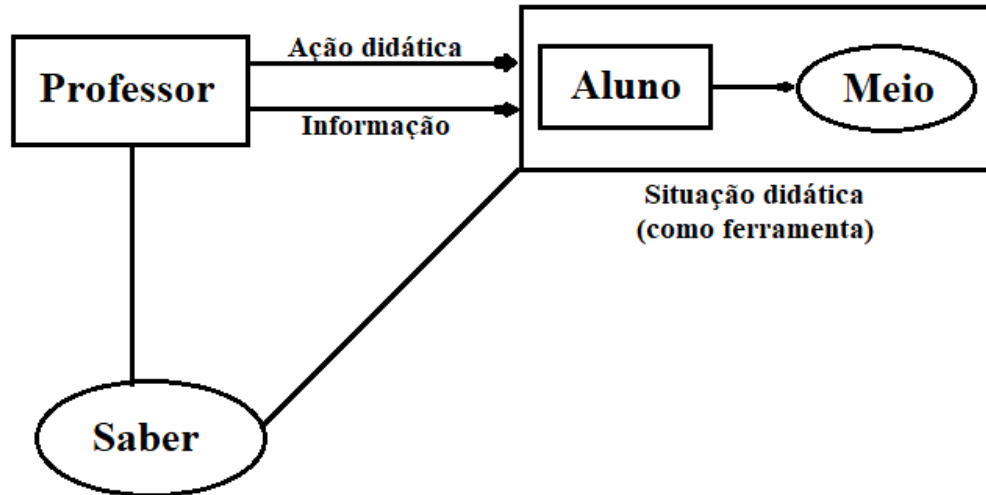


Fonte: Brousseau (2008, p. 54)

No entanto, essa situação de ensino colocada por alguns autores esboça o entorno didático baseado na ação do professor e não considera as relações do estudante/sujeito com o meio didático (BROUSSEAU, 2008). Nesse sentido, foi elencado que o professor precisa considerar, em relação aos conhecimentos que ensina, não só as circunstâncias que possuem relação com as situações com fins

didáticos e, desse modo, é criado um novo esquema em que o aluno possa atuar de maneira autônoma, como exposto na figura 2 abaixo:

Figura 2: Esquema que coloca o aluno como sujeito autônomo



Fonte: Brousseau (2008, p. 54)

Com isso, é importante considerar as posições do docente e do discente em relação a esse meio que está ligado à situação didática. Segundo Brousseau (2008), as interações do professor ou do aluno com o meio são diferentes; para que seja encarado esse meio, são tomadas decisões de acordo com regras, estratégias e conhecimentos, e a atuação ocorre em função das informações que um indivíduo recebe ou interpreta.

Para mais, foram apontados por Brousseau (2008) dois tipos de meio, a saber: o meio material e o meio objetivo. O meio material é considerado quando o docente prepara sua aula e nela estão incluídas regras que atestam o sucesso ou o fracasso do aluno; nele o professor deve considerar as interações do sujeito (aluno) com o meio para, então, chegar ao meio objetivo, em que o sujeito (aluno) é considerado como um ser que atua, ou seja, “o meio objetivo é mobilizado por situações de ação” (BROUSSEAU, 2008, p. 58).

Ainda foi pontuado por Brousseau (2008) que as relações do estudante com o meio podem ser classificadas em três categorias – troca de informações não codificadas ou sem linguagem, essas são identificadas pelas ações e decisões; troca de informações codificadas ou com linguagem, acontecem por meios de mensagens; por fim, a troca de opiniões. Essas categorias estão relacionadas às classificações dos

tipos de situações didáticas que já foram apontadas nos primeiros parágrafos deste tópico.

Dessa maneira, é enfatizado por Brousseau (1997, 2008) que o indivíduo aprende corrigindo suas ações e, assim, ele se envolve em uma situação de aprendizagem. A situação de aprendizagem está no cerne da construção de saberes. Portanto, é necessário considerar que o estudante é o administrador das situações de aprendizagem, tendo a ajuda do professor. O professor é o sujeito que se posiciona como aquele que ensina. Assim, as interações entre docente e discente, estabelecendo relações entre conhecimentos é o que constitui as situações didáticas.

Nesse sentido, consideramos a Teoria das Situações Didáticas como uma proposta que foi criada para ajudar no processo de ensino e aprendizagem. À vista disso, elencamos o que a Teoria das Situações Didáticas aborda de acordo com a concepção de Guy Brousseau; no subtópico a seguir esboçaremos o que alguns autores brasileiros escrevem sobre a Teoria das Situações Didáticas e o ensino de Matemática.

1.1.1 A Teoria das Situações Didáticas e o ensino de Matemática em estudos brasileiros

A Teoria das Situações Didáticas foi objeto de estudo em inúmeras pesquisas brasileiras. Nesse sentido, aqui apontaremos o que alguns pesquisadores brasileiros escreveram sobre a teoria, bem como sua influência no ensino de Matemática.

Pais (2002) afirma que uma situação didática acontece com o objetivo de desenvolver atividades orientadas para o ensino e para a aprendizagem, e é estabelecida por relações pedagógicas entre professor-aluno-saber. Também é considerado pelo autor que esses três elementos – professor, aluno e saber – caracterizam o espaço de uma sala de aula. Com isso, se não existe um dos constituintes, não é configurada como uma situação didática: quando envolve aluno e saber, sem a presença do professor, pode ser configurado uma situação de estudo; quando não há a valorização de um conteúdo, existe, apenas, uma reunião entre docente e discente.

Dessa maneira, Pais (2002) coloca que um aspecto também importante nas situações didáticas é como acontece a apresentação do conteúdo de maneira que tenha importância para o aluno, ou seja, um vínculo com a realidade. Por esse viés, o autor esboça que “a teoria das situações é colocada a partir da questão que consiste na forma de apresentação do conteúdo, buscando um campo de significado do saber para o aluno” (PAIS, 2002, p. 66).

Para Teixeira e Passos (2013), a Teoria das Situações Didáticas é um campo da Didática da Matemática que tem como finalidade fazer progredir o ensino de Matemática nas salas de aula da Educação Básica em que o professor, respaldado nela, orienta o estudante no desenvolvimento de novos saberes. Ainda para esses autores, essa teoria argumenta a respeito de maneiras de como pode ser apresentado um determinado conteúdo matemático para os alunos. Com essa postura, a Teoria das Situações Didáticas veicula a melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Por esse viés, Moçambique (2016) pontua que o professor de Matemática oportuniza situações de aprendizagem no momento em que cria uma situação que permite aos alunos a possibilidade de construir seus conhecimentos. Também é considerado pelo autor que as situações didáticas são protótipos que descrevem as atividades do docente e do discente, ou seja, tem por finalidade representações de situações de ensino e aprendizagem cabíveis, para que a tomada de ações do estudante acarrete na construção do seu conhecimento.

Dessa maneira, o autor acrescenta que as situações didáticas propostas por Brousseau são possíveis como proposta didática no ensino e na aprendizagem da Matemática:

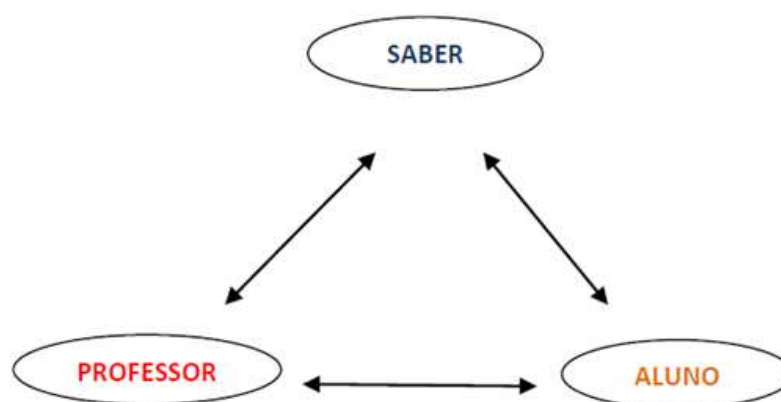
Pois nos permitem criar ou simular situações, com recursos didáticos que favorecem a interação entre os alunos e entre estes e o professor, e levam o aluno a tomar decisões, fazer escolhas por este ou aquele conhecimento matemático em busca de adaptar-se ao meio criado por essa situação e avançar em sua aprendizagem. (MOÇAMBITE, 2016, p. 44)

Assim, é apontado por Souza (2011) que professor e aluno têm papéis diferentes numa situação de ensino e aprendizagem de acordo com a Teoria das Situações Didáticas. O professor deve formular situações de ensino que façam com que os estudantes se apropriem do saber que está sendo construído, e que o aluno deve ser

um investigador nesse processo, criando, formulando, testando hipóteses e socializando modelos (SOUZA, 2011).

As relações entre professor-aluno-saber são representadas em algumas pesquisas brasileiras (OLIVEIRA, 2010; SOUZA, 2011; ALMEIDA, 2016; ALMEIDA, 2019) por meio de um triângulo equilátero, que foi chamado de Triângulo das Situações Didáticas; nele, cada vértice representa um dos elementos que constituem essa relação, como podemos ver na figura 3:

Figura 3: Triângulo das Situações Didáticas



Fonte: Oliveira (2010, p. 13)

Esse triângulo de acordo com o que é elucidado nas pesquisas, foi adaptado conforme o que foi exposto por Brousseau (1997, 2008) – Figura 1 e Figura 2 no tópico anterior. Em face dos estudos de autores brasileiros (OLIVEIRA, 2010; SOUZA, 2011; ALMEIDA, 2016; ALMEIDA, 2019), essa representação triangular permite interpretações diversas: relação professor-saber, relação professor-aluno, relação aluno-saber e relação professor-aluno-saber.

É importante mencionar que, no vértice em que está inserido o estudante, o meio tem que ser considerado, uma vez que para Almeida (2019) as interações do estudante com o meio constituem o sistema de ação, e através dessas ações o aluno adquire informações que podem ajudá-lo na tomada de suas decisões.

Vale declarar que todas as pesquisas citadas nesse subtópico tratam da Teoria das Situações Didáticas no ensino e aprendizagem da Matemática. Também são expostas nas pesquisas (PAIS, 2002; SOUZA, 2011; TEIXEIRA; PASSOS, 2013;

MOÇAMBITE, 2016; ALMEIDA, 2019) as Tipologias das Situações Didáticas: situação de ação, de formulação, de validação e de institucionalização.

Almeida (2019) considera que na situação de ação existe uma interação do aluno com o meio na tomada de decisões, uma vez que é o momento de ele buscar estratégias para a resolução de algo. Do mesmo modo, é colocado por Moçambite (2016) que na “situação de ação prevalece a intuição, o raciocínio implícito” (p. 44). Para Souza (2011), nessa situação o aluno toma iniciativas para que sua atividade fique organizada. Conforme Teixeira e Passos (2013), os estudantes simulam e tomam decisões para a resolução de um problema.

A formulação, para Souza (2011), tem por finalidade a comunicação de informações entre os discentes. Segundo Moçambite (2016), ocorre quando, durante um jogo, os estudantes que estão trabalhando em equipe comunicam as estratégias de sucesso com os seus pares. De acordo com Almeida (2019), essa comunicação entre os pares pode ser de maneira oral ou escrita, e não há necessidade obrigatória de utilizar uma linguagem matemática.

A validação, diferente do que fora pontuado sobre a formulação, o estudante faz uso da linguagem formal, a fim de demonstrar a veracidade das estratégias que foram utilizadas (ALMEIDA, 2019). Da mesma maneira, é apontado tanto por Moçambite (2016) como por Souza (2011) que, nessa situação, tenta-se convencer o outro do que foi utilizado na resolução de algo.

A última tipologia colocada é a institucionalização, que é quando “o conhecimento se torna objetivo e universal” (MOÇAMBITE, 2016). Conforme é colocado por Almeida (2019), essa situação surge com a necessidade de o professor rever os momentos anteriores com os alunos, antes de ir para outras atividades. Por esse viés, para Souza (2011), este é o momento das convenções formais, ou seja, o saber construído adota um significado social.

Para mais, também são apontadas nessas pesquisas, as situações adidáticas, que, de acordo com Souza (2011), são aquelas em que o estudante tem autonomia para a solução de uma determinada situação que lhe foi proposta, mas sem a intervenção do professor. Para Pais (2002), “uma situação adidática se caracteriza pela existência de determinados aspectos do fenômeno de aprendizagem, nos quais não

tem uma intencionalidade pedagógica direta ou controle didático por parte do professor” (p. 68).

Lozada (2007), a partir dos estudos realizados sobre a Teoria das Situações Didáticas concebeu a situação híbrida que inclui o “procedere” da cultura escolar, o saber, num momento a-didático, fora do ambiente escolar, pontuando que a situação híbrida está num sistema autodidático.

Assim, é pertinente mencionar que as situações didáticas fazem parte do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, porém não são rígidas e fixas. Outro ponto relevante, é considerar que nessas situações há uma interação entre professor-aluno, uma vez que estamos tratando de situações que acontecem dentro de um sistema em que existem personagens diferentes, cada um com funções e papéis diversificados. Falar do papel do docente, é mencionar as suas atitudes e comportamentos, o que nos leva a discorrer a respeito da mediação no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, no subtópico a seguir, traremos a definição de mediação, já que a consideramos de grande relevância para essa pesquisa.

1.1.2 O conceito de mediação

De acordo com Huberman (1999), a qualidade no processo de ensino e aprendizagem, está ligada a algumas dimensões, entre elas situações relacionadas à ação do professor no ambiente da sala de aula. Huberman (1999) destaca que, durante algum tempo, mas especificamente no século XIX, era papel do professor conduzir a aprendizagem, sendo dele a total responsabilidade sobre a questão da aquisição do conhecimento pelo aluno. Entretanto, isso tem mudado e o docente passou a ser visto como um sujeito que tem o dever de proporcionar aos estudantes oportunidades de aprendizagem, estimulando o protagonismo dos alunos na construção do conhecimento.

Nesse sentido, escrever sobre as situações de ensino e aprendizagem nos remete a apontar sobre o conceito de mediação nas ações que circundam o fazer pedagógico. Assim, abordaremos aqui sobre o conceito de mediação pedagógica, uma vez que estamos nos referindo ao relacionamento professor-aluno, quando se buscam e/ou oportunizam momentos de aprendizagem.

Segundo Masetto (2000), entende-se por mediação pedagógica as atitudes e comportamentos do docente, que tem por finalidade incentivar e motivar a aprendizagem, colocando uma ponte entre o sujeito que aprende e a sua aprendizagem, que colabore de maneira ativa para que o aluno chegue aos seus objetivos. Ainda de acordo com Masetto (2000), as maneiras como se expõe um determinado conteúdo ajudam o sujeito aprendente na coleta de informações e no seu relacionamento com elas – organização, manipulação, discussão – até chegar à construção de saberes; saberes estes que ajudam na compreensão de sua realidade humana e social.

É preciso apontar que o professor não é o único personagem numa situação didática que tem funções e responsabilidades. Por esse viés, é exposto por Masetto (2000) que a mediação pedagógica emprega que o sujeito aprendiz é o ator nas atividades que admitem aprender e atingir seus objetivos. Desta forma, vale salientar que o conceito de mediação pedagógica nasceu no contexto da pedagogia progressista – que tem por finalidade levar o estudante a refletir e desenvolver o espírito crítico e criativo nos processos de aprendizagem, levando-o a ser um sujeito participativo na vida em sociedade -, e que caracteriza uma nova relação professor-aluno.

Diante dos escritos de Masetto (2000), algumas características são atribuídas a mediação pedagógica, a saber: colaboração no estabelecimento de conexões entre conhecimentos adquiridos e novos conhecimentos; cooperação para que o sujeito aprendiz use e comande meios para sua aprendizagem; garantia da dinâmica no processo de aprendizagem; o incentivo de reflexões; orientação nos processos de aprendizagem quando o aprendente não consegue fazê-lo sozinho; entre outros. Assim, mencionar a respeito de mediação pedagógica quando se trata de situações de ensino e aprendizagem é fator indispensável, uma vez que elenca o papel do professor e do aluno na dinâmica de uma sala aula.

Todos os pontos assentados neste texto até o momento nos levam a falar de Contrato Didático, pois de acordo com Brousseau (1997, 2008), este diz respeito às atitudes do professor que são esperadas pelo aluno, bem como as atitudes do aluno que são esperadas do professor, sendo assim possível falar, de maneira mais

detalhada, sobre as funções de cada indivíduo em situações didáticas, considerando um conteúdo – saber – em questão.

1.2 Noção de Contrato Didático

A ideia inicial de contrato surgiu quando Brousseau (1986, 1997, 2008) mencionou em suas obras as responsabilidades existentes entre um sistema que ensina (emissor), um que aprende (receptor), e um terceiro sistema que foi chamado de meio. De acordo com o autor, essas responsabilidades se encontram inicialmente na emissão do conhecimento, ou seja, na comunicação. É pertinente dizer que essas responsabilidades podem ser explícitas ou implícitas.

Antes de definir Contrato Didático, é essencial colocar, que Brousseau (1997, 2008) apontou outros tipos de contratos que nascem da ideia de quando há a emissão do conhecimento sem intenção didática, como também contratos que são considerados fracamente didáticos em um conhecimento novo.

Os contratos que são apontados como aqueles que não têm intenção didática são: o contrato da emissão, esse acontece quando o emissor envia uma mensagem sem se preocupar como o receptor a recebe; ele pode ser visto em aulas quando existe apenas a fala do professor, sem levar em conta o que os alunos expõem, ou seja, podemos dizer que é contrato da transmissão; no contrato da comunicação, o transmissor emite a mensagem, leva em conta se o receptor está prestando atenção e a repete caso seja solicitado, no entanto, a interpretação do que foi transmitido – mensagem – é de responsabilidade do receptor; o contrato da especialização, ocorre quando o emissor garante a validade do que expõe, ou seja, ele torna aquilo como verdade – um teorema; o contrato da produção, ocorre quando o transmissor garante uma novidade na sua mensagem, ou seja, mostra um novo teorema e mostra aquilo como verdade absoluta (BROUSSEAU, 1997, 2008).

Nesse sentido, podemos observar que nos contratos que são considerados sem intenção didática, a responsabilidade de transmissão está baseada no emissor – professor -, e não há nenhuma participação do receptor – aluno. Já nos contratos que são considerados fracamente didáticos em um conhecimento novo – veremos nos parágrafos a seguir, diferentemente do que foi abordado no anterior –, o receptor

começa a aparecer com algumas responsabilidades, e o emissor a organizar sua mensagem.

Os contratos fracamente didáticos são divididos em: contrato da informação, no qual o emissor tanto apresenta a novidade da sua mensagem, como sua validação, e se importa como o receptor a recebe, mostrando suas fontes e referências – se for solicitado pelo receptor; o contrato para uso do conhecimento, em que há uma novidade e ele substitui o anterior, caracteriza-se por quem informa ter a responsabilidade de mostrar a quem recebe a informação a utilidade do conhecimento que está expondo e se o receptor não entende, pode perguntar; o contrato da iniciação ou do controle, no qual o informante dá ao informado um critério para saber se ele entendeu corretamente a mensagem, podem ser atribuídos alguns problemas para que sejam resolvidos de acordo com o que foi passado; no contrato de instrução ou direção de estudos, o emissor – diretor -, começa a indicar como um conhecimento pode ser aprendido, propondo uma série de exercícios e considerando que o conhecimento pode ser construído através deles, e permite que os receptores – alunos – avaliem sua aprendizagem (BROUSSEAU, 1997, 2008).

Com isso, como afirmado por Brousseau (1997, 2008), nos contratos fracamente didáticos, o receptor – estudante – tem uma responsabilidade inicial na construção de saberes. Nos contratos que não tinham intenção didática, não era considerado como o receptor recebia uma determinada mensagem, tampouco se ele a compreendia; já nos contratos fracamente didáticos, há uma comunicação entre o emissor e o receptor, e quem recebe pode interferir no recebimento dessa mensagem, ou seja, se lhe é adequada ou não.

Com as exposições acima, levando em consideração que o receptor – estudante – não pode ser um mero ser passivo na recepção de uma mensagem e que ambos – emissor e receptor – têm responsabilidades numa situação que envolve a construção de saberes, chegamos ao Contrato Didático. De acordo com Kuzniak (2004), a noção de Contrato Didático é um tema central na Teoria das Situações Didáticas, e coloca em contato o sistema que ensina – professor - e o sistema ensinado – aluno.

Jonnaert e Borht (2002) explicam que um contrato aparece a partir de uma negociação que envolve elementos diversificados, ou seja, podemos dizer que é um

acordo prévio sobre o agir em um determinado espaço. Para ser mais específico, um contrato presume uma relação entre sujeitos, com o intuito de estabelecer um diálogo e chegar a um comum acordo. Com isso, vale salientar que existem contratos diversos no sistema educativo e para que não haja confusão, é pertinente apontar a diferença entre Contrato Pedagógico e Contrato Didático.

De acordo com Filloux (1974) – que tem seus estudos também citados no trabalho deBrousseau (2008) –, o Contrato Pedagógico diz respeito às relações entre professor e estudantes, que têm por finalidade direcionar o processo de ensino e aprendizagem, no entanto, nele não é considerado um saber específico; ou seja, é algo mais amplo que estabelece direitos e deveres de professor e alunos na execução de trocas por um determinado período. Nesse sentido, o Contrato Pedagógico se diferencia do Contrato Didático, quando se tem a entrada de um saber específico na relação docente-discente.

Diferente do que é colocado nos parágrafos anteriores a respeito dos contratos sem intenção didática e dos contratos fracamente didáticos, o Contrato Didático aparece com a modificação do receptor – aluno. Essa modificação do aluno está centrada em uma ação por parte do professor, e a legitimidade da ação necessita de algumas condições: que o conhecimento comunicado não deve ser uma produção, ou seja, uma invenção do professor; que o conhecimento não deve ser um registro simples de informação; e que essa ação termina quando o professor toma suas próprias decisões (BROUSSEAU, 1997).

Assim, é elucidado por Kuzniak (2004) que, na prática de uma sala de aula, as atitudes e comportamentos específicos tanto do professor como do estudante permitirão a gestão do ensinar e, com isso, Brousseau (1986) já tinha assentado que as ações do professor esperadas pelos alunos e os procedimentos do aluno esperados pelo professor são o que se chama de Contrato Didático que:

É o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas, sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar contas diante do outro. Este sistema de obrigações recíprocas se assemelha a um contrato. O que nos interessa é o contrato didático, quer dizer a parte do contrato que é específica ao conteúdo: o conhecimento matemático visado. (BROUSSEAU, 1986, p. 51, tradução nossa)

Por sua vez, Lozada (2007) denomina de gestão da situação didática e a classifica da seguinte maneira: gestão entre sujeitos (alunos e alunos, alunos e o

professor), gestão entre o sujeito e o objeto (neste caso, o objeto é o saber), gestão entre sujeitos e a instituição e gestão entre o objeto e a instituição. Para a autora, a gestão da situação didática implica numa forma de administrar tal situação e intervir quando necessário para que os objetivos propostos sejam alcançados.

Nesse sentido, podemos esboçar que o Contrato Didático está no centro das situações de ensino e aprendizagem e pode ser apresentado diante da configuração exposta na figura 4. Nela, assim como discutido em tópicos anteriores, consideramos o professor, o estudante e o saber como elementos centrais em uma situação didática, destacando a relação professor-saber, professor-aluno e aluno-saber, como podemos ver:

Figura 4: O Contrato Didático nas situações de ensino e aprendizagem



Fonte: Elaborada pelo autor da dissertação (2002)

A noção de Contrato Didático foi discutida e aprofundada por Brousseau em estudos sequentes (1986, 1997, 2008), e como colocado em outros parágrafos diz respeito ao conjunto de comportamentos dos envolvidos em uma situação didática, quando se tem um saber em jogo. Assim, é preciso apontar que o Contrato Didático tem características e, levando isso em consideração, no tópico a seguir trataremos dessas características.

1.2.1 Características do Contrato Didático

De acordo com Kuzniak (2004) o Contrato Didático é determinado pela distribuição de responsabilidades do aluno e do professor, na tomada de decisão frente à aprendizagem. Vale mencionar que essas responsabilidades podem ser implícitas ou explícitas. Também é colocado por Kuzniak (2004) que o Contrato Didático “não é um contrato real com cláusulas especificando a natureza do saber que será ensinado” (p. 28, tradução nossa).

Brousseau (1997, 2008) expõe que não é possível chegar a um acordo em um Contrato Didático entre o aluno e o professor. Nesse sentido, é pertinente apontar que em um Contrato Didático o que se pode analisar são as ações de cada um dos envolvidos em uma situação didática, bem com suas funções e quais são as estratégias da prática pedagógica. Sabemos que a função do professor em uma situação didática é a de oportunizar momentos de aprendizagem, não sendo apenas um comunicador/transmissor do conhecimento, mas que seja considerado como o aluno reage quando um novo saber entra em cena.

Assim, chegamos ao que Brousseau (1986, 1997, 2008) expõe, ao afirmar que um Contrato Didático tem por finalidade a possibilidade de transição de uma situação didática para uma situação adidática – quando o estudante toma o problema como seu e vai em busca de soluções. Por esse viés, Kuzniak (2004) aponta que o professor nesse processo age sobre dois aspectos: primeiro, oportuniza situações personalizadas e contextualizadas para dar vida ao conhecimento e, seguindo, deve fazer o contrário – descontextualizar e despersonalizar o conhecimento - para que não esteja ligado a uma situação específica e essa ligação possa ser feita pelo estudante.

Desse modo, para justificar essas ações do professor, que podem ser consideradas opostas e contraditórias, Brousseau (1997, 2008) apresenta dois componentes considerados essenciais do Contrato Didático: a devolução e a institucionalização.

Na devolução, o professor terá por objetivo fazer com que o aluno entre uma situação adidática, ou seja, que a resolução de um determinado problema seja de responsabilidade do estudante. Além disso, “devolução é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite, epode aceitar, para atuar em uma situação adidática”

(BROUSSEAU, 1997, p. 41, tradução nossa). Na devolução o professor não deve intervir com o intuito de mostrar a solução para o aluno.

O segundo elemento considerado essencial no Contrato Didático – institucionalização – diz respeito à passagem do conhecimento de uma situação vivenciada e descontextualizada, para uma situação contextualizada que pode ser utilizada em outros momentos de aprendizagem. Brousseau (1997, 2008) expressa que após a passagem de um conhecimento utilizando a resolução por meio da situação de ação, de formulação e de validação, chega-se ao momento de tomar esse conhecimento como referência para usos futuros, sendo eles pessoais ou coletivos.

Vale salientar que o contrato apresenta negociações, regras, rupturas e renegociações. Nesse sentido, apresentaremos como esses elementos se mostram em um Contrato Didático, já que não é um contrato físico com cláusulas a serem seguidas.

1.2.2 Negociações, regras, rupturas e renegociações

Como mencionado nos tópicos anteriores, de acordo com Brousseau (1986, 1997, 2008), o Contrato Didático não é algo físico, nesse sentido as regras e convenções que funcionam como cláusulas nesse tipo de contrato, raramente são explícitas, ou seja, são na maioria implícitas e podem ser identificadas no momento de suas transgressões. Desse modo, as negociações de um Contrato Didático são majoritariamente implícitas e não são enxergadas pelos parceiros de uma situação didática.

Também já foi visto que um Contrato Didático é identificado como o conjunto de ações dos envolvidos em uma Situação Didática, considerando o saber que vai ser ensinado (BROUSSEAU, 1986). Com isso, o conjunto de regras que podem ser explícitas ou implícitas, é identificado de acordo com a forma como os sujeitos agem nessa situação. Podemos citar duas situações distintas em que as regras são vistas de maneiras diferentes: uma aula em que o professor faz o uso abusivo da exposição, com definições, exemplos, exercícios, e outra aula em que os alunos realizam as atividades propostas e são colocados frente às tipologias das situações didáticas – ação, formulação, validação, institucionalização – a fim de concretizar o “conceito” trabalhado.

O conjunto de regras é diferente em cada uma dessas situações, ou seja, elas dependem do gerenciamento nas práticas de uma sala de aula.

As regras de um Contrato Didático ficam mais visíveis quando há mudanças nesse contrato e que acontece a ruptura e a renegociação – é preciso muitas vezes que isso ocorra para que aconteça aprendizagem. Para ficar mais claro, a ruptura de um Contrato Didático acontece quando o docente resolve abordar um novo conteúdo não como sempre trabalhou – aula expositiva com definição, exemplos, exercícios -, mas com uma situação-problema em que o aluno tem que trabalhar sozinho ou em dupla, até chegar à institucionalização – tipo de situação didática essencial no contrato didático – do conceito que está sendo construído.

Nesse sentido, podemos dizer que, quando isso acontece, o Contrato Didático vigente em uma sala foi transgredido por um dos indivíduos – no caso o professor. Com essa transgressão, alguns comportamentos dos estudantes podem mudar, uma vez que o processo de ensinar mudou. As ações dos estudantes colocam em evidência que existiam regras vigentes – mesmo que implícitas – internalizadas. Essas regras implícitas são: a espera da explicação do professor para começar a resolver o que foi proposto, as respostas de uma tarefa sempre são conhecidas pelo professor – o aluno responde e o professor corrige -, as soluções sempre são simples, não se tem relação entre o que é proposto e o que é vivido no cotidiano. Vale salientar que o estudo do Contrato Didático visa a aprendizagem do estudante.

Em suma, quando a transgressão acontece, um contrato sai de cena e entra outro; quando o processo de ensino e aprendizagem é mudado, o contrato é renegociado. Vale considerar que essa renegociação, na maioria das vezes, passa despercebida. A adaptação dos estudantes em um novo contrato não é fácil. Para ficar mais claro, algumas regras explícitas de um Contrato Didático podem ser: a atividade pode ser desenvolvida em dupla ou individual, a produção da dupla deve ser apresentada, entre outras. Essas regras configuram a negociação do contrato e muitos dos estudantes podem não as entender e tomar atitudes diferentes do que foi colocado, momento em que haverá renegociações.

Vale reafirmar que as negociações, regras, rupturas e renegociações podem ser implícitas e explícitas e podem ser identificadas com um olhar criterioso da dinâmica de

uma sala de aula. Citamos aqui dois exemplos de Contrato Didático em que podem ser identificadas algumas regras: um em que a exposição magistral na sala de aula partia do professor, outro que coloca o aluno como protagonista no desenvolvimento de sua aprendizagem. Esses exemplos aqui citados foram tomados como base nos estudos de Chevallard (1988), em que fez uma análise didática de uma experiência vivenciada.

É necessário mencionar que, nesta pesquisa, com a proposta da tarefa matemática utilizando a Resolução de Problemas, poderemos enxergar em nossas análises, regras implícitas e explícitas de um contrato anterior, bem como o momento de rupturas quando propusermos a tarefa. Cada Contrato Didático depende de como a proposta de ensino está sendo colocada.

Desse modo, em ambas as situações das regras de Contrato Didático, colocadas por nós, quando o docente acha que o seu ensino pode fracassar ele pode recorrer a algumas atitudes inesperadas, que foram consideradas por Brousseau (1986, 1997, 2008) como os Efeitos Perversos do Contrato Didático. Com isso, dedicaremos o próximo tópico para a escrita sobre esses efeitos.

1.2.3 Efeitos do Contrato Didático

Kuzniak (2004) coloca que, quando o ensino falha, o docente tenta manter que a aprendizagem aconteça recorrendo a alguns efeitos do Contrato Didático. Nos estudos de Brousseau (1986, 1997, 2008) são descritos alguns efeitos. Falaremos de alguns aqui neste tópico.

O efeito Topázio e o controle da incerteza que é colocado por Brousseau (1986, 1997, 2008) recebeu esse nome devido a uma cena de uma peça de teatro chamada Topaze de Marcel Pagnol, que ilustra um ditado a um estudante que não consegue realizar a tarefa com maestria. Nele, é colocado que o indivíduo que dita não aceita erros grandes de quem vai responder o problema, no entanto, “sugere” a resposta para que o sujeito que vai responder não falhe, uma espécie de “spoiler”. Essa sugestão de resposta acontece quando são colocadas para o sujeito que vai responder um problema explicações abundantes, pequenos truques, técnicas de memorização, entre outros. Kuzniak (2004) pontua que “este processo reflete em um colapso do ato de ensinar,

uma vez que o professor cuidou da maior parte do processo de aprendizagem” (p.29, tradução nossa).

Outro efeito é o Jourdain, também conhecido como o mal-entendido fundamental. Recebeu esse nome devido a uma cena em que um mestre de filosofia revela a Jourdain o que é prosa ou vogal. Esse efeito é considerado por Brousseau (1986, 1997, 2008) como uma maneira do efeito Topázio. Nesse efeito, é colocado que “o professor, para evitar o debate de conhecimento com o aluno e possivelmente a descoberta de falha, admite reconhecer o índice acadêmico em comportamentos ou respostas do aluno” (BROUSSEAU, 1997, p. 36, tradução nossa). Ou seja, o aluno mostra que fez algo e o professor declara que aquilo está correto, tornando a manifestação do aluno como a construção do saber científico.

O efeito Deslize Metacognitivo acontece quando, segundo Brousseau (1986, 1997, 2008), uma atividade de ensino falha, e o professor justifica por que isso aconteceu e continua sua ação, utiliza explicações próprias e não o conhecimento como de fato é. Brousseau (1997) expõe que este pode não ser “um erro didático em si, desde que a substituição seja temporária e que não se repita” (p. 36, tradução nossa). A substituição que é colocada é a de “um objeto de ensino, em vez de verdadeiro conhecimento matemático” (BROUSSEAU, 1997, p. 36, tradução nossa).

No mau uso da Analogia, outro efeito do Contrato Didático, o professor busca sempre fazer relação com coisas ou fatos distintos. Brousseau (1986, 1997, 2008) coloca um exemplo de que, se um aluno falhar em sua aprendizagem, o professor retoma o conteúdo, no entanto, o professor sempre tem a usar situações-problema que são parecidas – antigo e novo -, mesmo que tente se esconder essa semelhança, os estudantes vão em busca da solução que já tinha se dado anteriormente. Nesse comportamento dos estudantes, é visível que eles identificaram pistas, ou seja, esse efeito “é um meio formidável de produzir efeitos Topázio” (BROUSSEAU, 1997, p. 38, tradução nossa).

O último efeito encontrado nos escritos de Brousseau (1986, 1997, 2008) é a Situação de Envelhecimento de Ensino, que acontece quando um professor, tende a repetir a mesma situação de ensino em momentos diversificados, ou seja, a mesma história, mesma sucessão de atividades, mesma exposição. Vale salientar que esses

Efeitos do Contrato Didático foram expostos por Brousseau já há alguns anos, e que outros efeitos podem ser enxergados na dinâmica de uma sala de aula. Nesse sentido, um dos nossos objetivos neste estudo é a fuga desses efeitos, dado que consideramos a Resolução de Problemas como abordagem de ensino e aprendizagem e Ação Comunicativa como contribuinte nas ações do professor na tentativa de fazer uma mediação assertiva.

Vale salientar que, quando há uma ruptura de Contrato Didático – quando há mudanças no processo de ensino –, as atitudes dos envolvidos em situação didática muda, e, para que o ensino não falhe, o professor pode recorrer a “estratégias” que são vistas como esses efeitos elencados por Brousseau (1986, 1997, 2008).

1.2.4 O Contrato Didático e o ensino de Matemática em estudos brasileiros

O Contrato Didático tem sido alvo de muitos estudos nas últimas décadas no Brasil (PAIS, 2002; SANTOS, 2005; ARAÚJO, 2009; OLIVEIRA, 2010; SOUZA, 2011; DEGRAVA, 2013; POMMER; POMMER, 2013; ALMEIDA, 2016; ARRUDA, 2018; ELOI, 2019)¹. Todas as pesquisas anteriormente citadas retratam a dinâmica na sala de aula de Matemática. Propomo-nos, neste tópico, a elucidar o que é colocado em cada pesquisa sobre a temática.

Pais (2002) relata em seu livro “Didática da Matemática: uma análise da influência francesa” que o Contrato Didático se configura como as obrigações imediatas e recíprocas que são estabelecidas entre docente e discente, e que essas obrigações vão além do espaço da sala de aula, e coloca que uma das principais características desse tipo de contrato é que suas regras nem sempre estão explícitas. Também é evidenciado que as regras são enxergadas quando acontece de serem rompidas por uma das partes envolvidas nesse contrato. Nesse livro também é considerada a diferença de Contrato Pedagógico e Contrato Didático.

Quando fala de ruptura, o autor coloca que esta pode acontecer quando o estudante mostra desinteresse pela resolução de um problema proposto pelo professor,

¹Algumas das pesquisas utilizadas neste tópico foram encontradas por meio de uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) realizada pelo autor desta dissertação e a sua orientadora, a qual foi publicada em formato de artigo pela Revista de Educação Matemática e Tecnológica – EM TEIA e encontra-se disponível no link: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/250806>.

pois, mesmo que não se tenha uma regra explícita ou implícita que preveja como o aluno deva agir para responder o problema, o esperado é que ele se envolva com a situação. O pesquisador ainda destaca que o conjunto de regras de um Contrato Didático resulta de várias influências, entre elas: as ações do professor frente às situações de ensino, as crenças que o professor carrega e o modelo de ensino utilizado.

Santos (2005), em seu estudo dissertativo, investigando os procedimentos utilizados por alunos de 8ª série (atual 9º ano) na resolução de problemas envolvendo área do paralelogramo, utilizou a noção de Contrato Didático como suporte teórico e menciona que por meio dela é possível investigar a atitude dos alunos frente a um saber em jogo. A autora salienta que as regras de Contrato Didático tanto podem ser evidenciadas em livros didáticos como em procedimentos utilizados pelos estudantes, uma vez que os comportamentos dos discentes são vistos como indícios de um único funcionamento.

É mencionado que “um problema, envolvendo área do paralelogramo requer uma solução numérica e nos problemas que envolvem cálculos da área do paralelogramo, o lado tomado como base é o que se encontra na posição horizontal” (SANTOS, 2005, p. 137), ao tratar disso, é destacado que essas regras do Contrato Didático instauradas no livro didático, influenciam no comportamento dos alunos: por vezes não são respeitadas e que o aluno não resolve uma questão ou apresenta dificuldades na resolução dos problemas, isto é, existe um bloqueio.

Assim sendo, uma outra regra do Contrato Didático mencionada é que “o professor aplica um teste, logo após o expor determinado conteúdo, o aluno deverá usar esse conhecimento para resolver outras questões propostas” (SANTOS, 2005, p. 138). Sobre isso, é destacado que o aluno deveria responder as questões utilizando o que foi passado para ele, no caso os problemas de área do paralelogramo por meio da fórmula, no entanto, isso não aconteceu na maioria dos casos.

Oliveira (2010), em sua dissertação de Mestrado, com o objetivo de investigar as diferenças na negociação do Contrato Didático entre professores e alunos na sala de aula de Matemática, tendo como saber em cena a Álgebra, coloca que o Contrato Didático não se reduz ao sentido estrito da palavra “contrato”, uma vez que, em um

ambiente de sala de aula, as partes que envolvem uma situação didática são mais complexas de ser claramente elencadas. O autor explica que a ideia de Contrato Didático não caminha no sentido de ser um documento que pode ser feito com o professor e seus alunos, com suas regras bem definidas, mas que é “na implicitude de suas regras que ele nos revela toda a sua sutileza em gerenciar as relações didáticas dentro da sala de aula, entre os elementos da tríade (professor-aluno-saber)” (OLIVEIRA, 2010, p. 143). Na sua pesquisa, como regras do Contrato Didático, o autor cita que na investigação feita era citado que as equações tinham que ter uma letra e isso foi caracterizado como uma regra implícita do contrato.

No estudo de Almeida (2009), tendo como finalidade analisar como se estabelece o Contrato Didático na relação entre professor e alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, considerando o saber algébrico quando está em cena, a pesquisa foi realizada com dois professores de Matemática e seus respectivos alunos de duas escolas públicas de uma mesma cidade. Diante das análises, foi destacado no estudo que na aula de um professor era valorizado o diálogo e era procurado um equilíbrio entre regras e decisões, isto é, o professor tinha interesse em construir um ambiente favorável na relação didática; já o outro professor considerava uma Matemática mais voltada para os números, sem valorizar o contexto. Com isso, já percebemos que são contratos diferenciados em ambas as turmas. Tratando-se das regras do Contrato Didático, algumas são evidenciadas, já que o aluno é colocado apenas como um espectador e o professor faz explicações abusivas. Assim, é importante destacar que, mesmo inicialmente os docentes do estudo apresentando atitudes diferentes, chegou um momento em que as ações foram as mesmas: o professor utilizando-se apenas da transmissão sem considerar como o estudante está recebendo as informações.

Araújo (2009), com o objetivo de analisar os fenômenos didáticos em sala de aula com um olhar para a relação entre Contrato Didático e metacognição na resolução de problemas de Álgebra, detectou que o contrato didático posto em questão inicialmente foi rompido. Porém, para que isso acontecesse, foi necessário um redirecionamento sugerido pelos problemas propostos. É salientado pelo pesquisador que para uma tarefa diferente do habitual cumprir o seu papel nas situações de ensino,

é preciso que haja mudanças nos contratos já estabelecidos, principalmente, se estes estiverem sempre configurados como: explicação do professor, exemplos, exercícios.

Degrava (2013), pesquisando sobre o papel das atividades investigativas para a construção de saberes de forma crítica e reflexiva, apontou que a existência de um Contrato Didático negociado, assim como a parceria entre professor e aluno, pode edificar e fortalecer a construção dos saberes em jogo. O investigador menciona que por meio de uma roda de conversa, ficou combinado a participação dos envolvidos na situação didática – professor e alunos –, e que aqueles alunos tidos como mais “fracos” apresentaram evolução diante do estudo realizado e isso pôde ser visto diante dos registros das atividades investigadas realizadas. É mostrado como exemplo o trabalho realizado em equipe pelos alunos na busca do conhecimento matemático na construção de tabelas, gráficos, realizando o cálculo de porcentagem, entre outros.

Pommer e Pommer (2013), ao discutirem em um artigo a respeito da noção de Contrato Didático na sala de aula de Matemática, afirmam que esse contrato representa o conjunto de regras que regulam o comportamento do professor e do aluno em tarefa de ensino e de aprendizagem, e, expõem que essas regras geralmente são implícitas, dado que o contrato não pode ser totalmente explícito e que tais regras são visíveis diante das ações do professor e do estudante, tendo como exemplo: explicação do conteúdo, resolução de questão modelo (exemplo) e resolução de exercícios. Os autores pontuam que “o contrato didático pressupõe que o professor deve ensinar, fator incontestável; mas só pelo ato de ensino, feito pelo professor, tem como consequência que o aluno não aprenderá Matemática” (POMMER; POMMER, 2013, p. 3), ou seja, nem sempre ministrar uma aula, desencadeia a aprendizagem de conteúdos matemáticos pelos alunos, pois depende de vários fatores como interesse do aluno, defasagens em conteúdos que ancoram a aprendizagem de novo conceito, metodologia empregada para abordar o conteúdo, entre outros. Por esse viés, o aluno deve participar de maneira ativa nas situações de aprendizagem.

Souza (2011), em sua dissertação de Mestrado, com o objetivo de investigar como uma professora negocia o Contrato Didático na aplicação de uma sequência didática, escreve que foram vistas algumas rupturas, destacando que quase sempre se relacionavam com marcas de contratos anteriores, pois em atividades que os alunos

tinham que iniciar a sua resolução sem intervenção da professora, ela contrariava e dava pistas para a resolução. Também foi visto que em alguns momentos a professora dava explicações apenas para um grupo de estudantes e não para todos, o que a autora chamou de contrato diferencial.

Para Almeida (2016), ao analisar as relações entre o contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas no ensino da equação do segundo grau em sua tese de Doutorado, coloca que é por meio do Contrato Didático que se pode descobrir o dinamismo de uma relação didática. Ao analisar as aulas de dois professores, o pesquisador menciona o Contrato Didático como causador das características dos momentos didáticos, explicando que eles acontecem de maneira não sequenciada e não controlado, justificando que o papel do contrato, entre outros, é de construir uma relação didática dinâmica e não estática, em que seus acordos/cláusulas podem ser modificados durante as aulas.

Com o objetivo de investigar a relação entre o Contrato Didático e a metacognição na aprendizagem da Matemática em turmas da Educação de Jovens e Adultos (EJA), Arruda (2018), corroborando com o que já foi colocado, esclarece que um Contrato Didático se adapta a diferentes contextos - uma tarefa, as escolhas pedagógicas. Para além disso, a autora expõe que as análises do estudo mostraram que o Contrato Didático estabelecido pela professora não permitia avanços quanto às reflexões em relação às aprendizagens dos estudantes. Ainda salienta que isso se dava devido à postura da professora, sendo possível enxergar duas regras existentes do contrato: a prioridade estava na explicação do conteúdo e as questões pontuadas pela professora eram na maioria respondidas por ela mesma. Nesse sentido, não foram vistas oportunidades de reflexões sobre o que estava sendo ensinado, concluindo-se que esta forma de condução de aula contribui para um ensino entediante.

Para Eloi (2019), em sua dissertação de Mestrado, com o objetivo de analisar as relações entre Contrato Didático Potencial presente na abordagem do livro didático e o Contrato Didático, estabelecido entre professor e aluno, quando se tem o saber Função Afim em jogo, tece que o Contrato Didático define os deveres dos envolvidos em uma situação didática, mediante a gestão de um saber. A autora discute que as regras, os efeitos e as rupturas de Contrato Didático existem não só no interior de uma sala de

aula, mas que já vêm sendo colocadas desde a composição do livro didático, sendo importante pontuar como o saber matemático é esboçado nesse recurso didático tão utilizado por muitos professores.

A respeito dos Efeitos do Contrato Didático, a autora assenta sobre a presença do Deslize Metacognitivo no livro didático, ao tratar da Função Quadrática e a influência do coeficiente “a” na abertura da parábola, esboçando que é colocado no material que a relação entre o coeficiente e a abertura da parábola é explorada a partir da ideia dela ser mais fechada, não existindo uma explicação científica que assegure tal argumento. A respeito das rupturas do contrato, a pesquisadora expõe sobre a abordagem dos sistemas lineares, na qual as variáveis dos sistemas sempre são apresentadas pelas letras x, y, z e w, e que em um exercício, as variáveis do sistema linear são apresentadas pelas letras a, b, c e d e que não atende à regularidade expressa pela regra mencionada anteriormente. Cabe salientar, que segundo Eloi (2019), diante da exposição das variáveis sempre de uma única maneira, evidencia uma regra implícita do Contrato Didático.

Diante da discussão tecida a respeito das pesquisas citadas anteriormente, é perceptível que elas trazem alguns pontos em comum do que é um Contrato Didático, e de como ele é configurado, destacando como as principais regras na sala de aula, as seguintes: a explicação feita pelo professor e o estudante como receptor do conhecimento; alguns efeitos quando o professor facilita a tarefa do estudante; e, tratando do livro didático, algumas regras são vistas quando é esboçado um determinado saber de uma única maneira e que quando em um exercício a exposição é feita de uma outra forma, gera ruptura do contrato e os estudantes apresentam dificuldades em resolver as tarefas.

Vale salientar que, na medida em que os estudos vão sendo elaborados, ano após ano, vai se tomando o estudo anterior como referência. Nesta pesquisa, propusemo-nos inicialmente a elucidar o que é o Contrato Didático de acordo com as ideias de Guy Brousseau, para depois elucidarmos o que é pontuado em pesquisas brasileiras.

Nosso estudo não está centrado em verificar apenas as negociações, regras, rupturas e renegociações do Contrato Didático, mas em investigar como a

aprendizagem dos estudantes acontece com a utilização da Resolução de Problemas e abordagens do Arco de Maguerez, considerando esses elementos, bem como as estratégias de resolução dos alunos.

Assim sendo, resolvemos também discutir sobre pontos que consideramos fundamentais no dinamismo da sala de aula: a Ação Comunicativa e o Discurso Pedagógico. Para isso, dedicamos os tópicos seguintes para tratar dessas temáticas, somando suas ideias ao que foi escrito sobre Contrato Didático.

1.3 A teoria da ação comunicativa de Habermas nas práticas docentes e as implicações para o Contrato Didático

Quando escrevemos a respeito da dinâmica de uma sala de aula, fica visível que falamos de um processo em que há relações entres sujeitos – aluno-aluno, professor-aluno – e que essa relação é exposta por meio de uma interação. Nesse sentido, ao considerarmos o que expõe o Contrato Didático, que de acordo com Brousseau (1986, 1997, 2008) está centrado nas ações e comportamentos dos sujeitos – docente e discente -, é preciso, por meio de uma teoria, entender o que vem a ser a ação comunicativa no processo de ensino e aprendizagem e quais as suas implicações para o Contrato Didático, visto que este é assentado por uma série de constituintes: interação, rupturas, renegociações, efeitos.

Na prática de sala aula e não só nela, os sujeitos são regidos pela comunicação – entende-se por comunicação um processo que envolve trocas de informações e de conhecimentos -, assim, é possível dizer que no ambiente de uma sala de aula existe troca de informações, uma vez que o processo de comunicação acontece por dois ou mais interlocutores, permitindo criar e interpretar determinadas mensagens. Com isso, chegamos ao que é exposto a respeito da Teoria da Ação Comunicativa (TAC) de Habermas.

A ação comunicativa é uma expressão designada das “manifestações simbólicas (linguísticas e não linguísticas) com sujeitos capazes de linguagem e ação que estabelecem relações com a intenção de se entenderem sobre algo e coordenar assim suas atividades” (HABERMAS, 1988, p. 453).

Segundo Herrlein Jr (2007), a ação comunicativa acontece quando dois ou mais sujeitos se comunicam e procuram chegar a um consenso que permite o entendimento. E para que aconteça esse entendimento, Habermas (2014) atribuiu à linguagem essa função, isto é, a linguagem tem o papel de gerar o entendimento interpessoal – envolve uma ou mais pessoas. Para Gutierrez e Almeida (2013, p. 2013), a TAC “é uma teoria que se fundamenta no conceito da ação entendida com a capacidade que os sujeitos sociais têm de interagirem intra e entre grupos”. Para completar a ideia, é exposto por Meireles *et al.* (2017, p. 100) que esta teoria “prioriza as ações de natureza comunicativa, as quais se referem à intervenção oriunda do diálogo entre vários sujeitos”.

Ainda segundo Meireles *et al.* (2017), a preocupação de Habermas foi a de desenvolver uma teoria da racionalidade baseada no diálogo – razão comunicativa -, que superasse as limitações da racionalidade instrumental. Para Pinto (1995), a racionalidade-razão instrumental está estruturada no uso não comunicativo de um conhecimento e do mesmo modo expõe que Habermas constrói um conceito de racionalidade comunicativa intersubjetiva, melhor dizendo, uma comunicação que se efetiva entre dois ou mais sujeitos na busca de um entendimento. Pinto (1995) justifica o que foi colocado anteriormente utilizando as ideias de Aragão (1992), em que é exposto que na estrutura da linguagem, seja ela qual for, mesmo a cotidiana, é embutida uma exigência de racionalidade, pois ao se comunicar o homem revela o desejo de ser entendido/compreendido.

Ainda segundo Pinto (1995), para Habermas, para que uma comunicação linguística chegue a um alcance universal, é preciso abandonar a ideia egocêntrica do mundo e unificadora – apenas uma relação sujeito-objeto -, mas que seja colocada uma relação sujeito-objeto-sujeito. O autor ainda esboça que, para alcançar um entendimento decorrente da ação comunicativa, é preciso trazer a definição do contexto em que esta ação acontece, já que o que um falante expõe é fruto de um conhecimento acumulado culturalmente.

Nesse sentido, chegamos ao que expõe Gonçalves (1999), ao assentar que a comunicação entre os sujeitos, mediados por atos de fala, é estabelecida por três mundos: mundo objetivo das coisas, mundo social das normas e instituições e mundo

subjetivo das vivências e dos sentimentos, e que a relação entre esses mundos está presente nas interações sociais, isto é, o que as pessoas partilham do seu mundo objetivo depende do sucesso ou insucesso de suas ações; a interação entre as pessoas é orientada segundo normas sociais e, nas interações, as pessoas revelam algo de suas vivências. Desse modo, levando isso para o que é exposto no Contrato Didático, as normas que orientam a interação entre as pessoas definem expectativas de comportamentos, e estes comportamentos são vistos quando elucidamos o que é esperado pelo professor por parte do aluno e do aluno por parte do professor em uma situação didática.

Assim, é apontado por Lima (2020) que, quando as pessoas se comunicam por meio da razão comunicativa, esses três mundos estão envolvidos e que ainda há a existência de um mundo maior – Mundo da Vida (MV) – em que estes outros três estão inseridos. O MV é uma das categorias consideradas fundamentais por Habermas e esse mundo “é o lugar das relações interpessoais, onde os indivíduos interagem a procura de consenso” (LIMA, 2020, p. 59). Herrlein Jr (2007, p. 50) coloca como MV “a esfera da sociabilidade mediada por valores e conhecimentos compartilhados, no seio da qual se constitui a cultura e se forma a personalidade dos envolvidos”.

Nos escritos do próprio Habermas (1998), é evidenciado que o MV é um espaço em que quem fala e quem ouve – falante e ouvinte – saem ao encontro, são considerados os desejos de suas pretensões e que elas concordem com o mundo, e que nestas pretensões podem ser criticadas as suas validades, pode-se resolver os desentendimentos e chegar a um consenso. O consenso que até agora foi posto é visto como o que os indivíduos podem considerar como conhecimento.

Segundo Meireles *et al.* (2017), no MV é onde ocorre as comunicações livres, a linguagem é utilizada para a construção de saberes e para compreender a realidade, e a ação comunicativa acontece em prol do diálogo e do entendimento entre os indivíduos envolvidos. Nesse sentido, o MV está ligado à integração social. De acordo com Meireles *et al.* (2017) e Lima (2020), o conceito de MV complementa a ação comunicativa, já que acontece um conjunto de interações com a finalidade de chegar a um entendimento.

Por esse viés, trazendo o que já foi posto sobre o que é a ação comunicativa e como ela se configura e que o seu principal ponto é que ela vai contra uma racionalidade instrumental, e que é esboçada uma racionalidade comunicativa no entendimento de algo e conseqüentemente na construção de saberes, uma vez que como é colocado por Meireles *et al.* (2017, p. 105), a razão comunicativa “propicia a autonomia dos sujeitos”, podemos elucidar as contribuições dessa teoria no processo de ensino e aprendizagem.

Silva e Gasparin (2006) expõem que as contribuições da teoria de Habermas, considerando as relações que se dão no interior de uma sala de aula – professor e aluno – que cada sujeito pode ser o responsável pela construção de um saber baseado em entendimentos comunicacionais. É assentado por Meireles *et al.* (2017) que a construção de saberes a partir de racionalidade comunicativa – o que é exposto na ação comunicativa -, exige diálogo e partilha de saberes. Silva e Gasparin (2006, p. 16) escreveram que “quanto mais o sujeito se comunica, mais ele aprende”. Com isso, podemos dizer que a construção de saberes se dá a partir do encontro e do diálogo entre os sujeitos e que as ideias expostas corroboram com o que expõe Martinho (2007), que a interação em sala de aula propicia aos estudantes novas descobertas e os ajuda a construir sua aprendizagem, sendo o professor o responsável por potencializar as ações comunicacionais.

A TAC de Habermas coloca que “indivíduos capazes de falar e de agir se comunicam com um objetivo de entendimento intersubjetivo e são capazes de se emancipar individual e socialmente” (FIEDLER, 2006, p. 2006). Assim, levando isso para a relação professor-aluno nas práticas de sala de aula, é importante colocar que a construção de um saber não deve acontecer apenas pela transmissão de um conteúdo feita pelo professor, mas que o professor deve proporcionar para os estudantes: o desenvolvimento da liberdade, da emancipação e da responsabilidade (GOERGEN, 2005). Meireles *et al.* (2017) esboça que, nas práticas de ensino, a ação comunicativa alcançada pelos envolvidos em uma determinada situação, deve possibilitar aos sujeitos pensarem criticamente. Os autores ainda colocam que “a relação professor-aluno na razão comunicativa, com espaço para a interação e o entendimento mútuo

sem coações, é fundamental para o processo ensino-aprendizagem e para o conhecimento” (MEIRELES *et al.*, 2017, p.107).

Lima (2020) aponta em seu texto que, para Habermas, algumas condições são necessárias na ação comunicativa: os partícipes devem ter uma língua em comum, os partícipes devem dispor de informações semelhantes, os partícipes devem estar dispostos a chegar a um consenso, nenhum partícipe pode sofrer ameaça em razão de sua participação e que cada partícipe deve ter sua vez assegurada na ação comunicativa. Diante disso, coloca que, no dinamismo de uma sala de aula, o docente deve se adaptar ao nível do aluno e proporcionar momentos de aprendizagem, não deve fazer ameaças ao aluno por meio de notas e deve se utilizar de diversos canais para se expressar. Além disso, considera ainda que tanto aluno como professor devem carregar em mente que um tem por função aprender e o outro ensinar.

Perante o exposto, quando falamos de Contrato Didático, reitero mais uma vez, elucidamos as ações e comportamentos do professor e do estudante no dinamismo de uma sala de aula, melhor dizendo, os papéis/funções de cada um deles. É visto que a ação comunicativa está centrada na interação que acontecem entre sujeitos diferentes por meio da linguagem, com a finalidade de se entenderem e realizarem suas atividades. Foi visto também que na ação comunicativa têm que ser considerados os elementos que constituem a cultura dos indivíduos e que cada sujeito pode ser autônomo na construção do seu conhecimento, construção esta alicerçada na racionalidade comunicativa.

Assim sendo, é pertinente apontar que a didática comunicativa vem como uma maneira de dinamizar a aprendizagem e o ensino, e que o papel do professor não é daquele que conhece tudo e sua função não é apenas transmitir conhecimento, ele tem o dever de conhecer, orientar e acompanhar o desenvolvimento do estudante. A ação comunicativa não está presente apenas no diálogo entre dois envolvidos, mas vai além, pois, como foi colocado, busca o entendimento de um determinado conhecimento, e para se chegar a esse conhecimento é preciso considerar diversos fatores: cultural, social e individual.

É afirmado por Meireles *et al.* (2017) que a Educação tem como fundamento a formação de sujeitos críticos, autônomos e emancipados. Com isso, a TAC tem um

papel importante na fundamentação da prática docente, já que esses pontos são destacados na teoria, quando defendem o diálogo e o consenso entre os sujeitos. Desse modo, estudar as relações professor-aluno, considerando os fatores que dizem respeito ao Contrato Didático e reconhecer como este espaço deve ser constituído na promoção de momentos de aprendizagem, considerando o que é exposto na ação comunicativa, ajuda na efetividade no processo de ensino. Meireles *et al.* (2017) ainda expõe que o processo de ensino e aprendizagem não deve se limitar ao cognitivo, mas que o aluno é um sujeito cultural, um ser afetivo e relacional, nesse ponto consideramos o que foi exposto em parágrafos anteriores que a comunicação entre os sujeitos é estabelecida por três mundos: objetivo, social e subjetivo; melhor dizendo, tem que ser considerada sua cultura, suas relações e suas vivências.

Silva e Feil (2020) apontam que, utilizando a ação comunicativa no processo de ensino e de aprendizagem, os estudantes apresentam os seus pontos de vista sobre um determinado conteúdo e permite que eles desenvolvam diversas habilidades. Para ser mais claro, ao considerar os fatores que permeiam a racionalidade comunicativa, o professor oportuniza momentos de construção de saberes pelo próprio estudante.

Cabe mencionar, que as práticas escolares ainda estão permeadas por um ensino em que o professor é quem faz explanações excessivas dos conteúdos e em que o estudante aparece apenas na solução de exercícios baseados em exemplos expostos pelo docente. Nesse sentido, quando é inserida uma prática em que coloque o estudante como um sujeito que pode construir o seu conhecimento com a ajuda do professor, isso aparece como uma ruptura de um modelo de ensino anterior, no caso aqui, consideramos como uma ruptura do Contrato Didático – já evidenciado em tópicos anteriores.

Para mais, a Educação deve ser entendida como crítico-emancipatória e a ação comunicativa conduz uma aprendizagem ativa e participativa, uma vez que o conhecimento pode ser reelaborado, refletido e discutido pelos alunos e que isso reflete no modelo pelo qual os professores expõem suas aulas, seus métodos utilizados e como o estudante é considerado nesse espaço. O professor tem o dever de ensinar, mas não é o ensinar por ensinar, o aluno tem um papel importante nesse espaço.

Considerar o dialogismo, a interação e os consensos reflete nas práticas de sala de aula e consequentemente no que é colocado no Contrato Didático, em que se estuda o agir do professor e do aluno no sistema de ensino e aprendizagem, melhor dizendo, os comportamentos de cada envolvido numa situação didática. Nesse sentido, é importante considerar como os sujeitos interagem e se é permitida a fala de todos os partícipes numa situação didática, uma vez que, como já colocado neste tópico, quanto mais o sujeito se comunica mais ele aprende e será por meio dessa ação comunicativa que professor e estudante podem se entender sobre algo – um conteúdo ministrado, uma metodologia de ensino – e assim coordenar suas atividades.

Consideramos que a TAC é de suma importância para entendermos o dinamismo de uma sala de aula, em virtude de considerar vários elementos na relação professor-aluno. Temos que mencionar também que os estudantes dentro do espaço escolar têm que ser incentivados a falar para que assim ocorram os entendimentos comunicacionais e que eles apresentem o seu ponto de vista sobre algo, possam argumentar, como propõe a BNCC (BRASIL, 2018) em uma de suas competências gerais. Ponte (2003) esboça que a comunicação pode ser considerada como algo essencial no processo de ensino e de aprendizagem e que promove a interação, negociação de significados e construções de conjecturas.

Seguindo essas ideias, para Ponte e Serrazina (2000), a pergunta é algo essencial na comunicação e que perguntar significa interrogar, pedir informação, investigar, entre outros. Assim, são enfatizados por Love e Mason (1995) três tipos de perguntas: de focalização, de ensaio ou de confirmação e de inquirição. Para Machado e Lacerda (2020), as perguntas de focalização direcionam a uma resolução de problema e nelas é centrada a atenção dos estudantes em algo que se quer ser melhor discutido (Isso seria? Quanto é? Quanto seria mais ou menos?). As perguntas de ensaio ou confirmação são utilizadas com o objetivo de se certificar de algum conhecimento construído pelos alunos e de obter a atenção deles. As perguntas de inquirição têm o intuito de obter informações do aluno, isto é, apresentam-se como aquelas em que os estudantes são questionados sobre os processos de soluções (Por quê? E se? Concordam? Discordam? Por que não? Como assim?).

Em contrapartida, nos estudos de Menezes (1995), é esboçada a classificação de outros tipos de perguntas, a saber: Meta, Tematizante e Asserção. As metas solicitam que o estudante explique melhor uma informação dada (você pode explicar melhor?); as tematizantes são utilizadas para iniciar um novo conteúdo (você sabem o que é tal coisa?); as de asserção são utilizadas para manter contato com o estudante (não é? Correto?) (MACHADO; LACERDA, 2020). Segundo Love e Mason (1995), o tipo e a qualidade das perguntas podem aumentar a qualidade da comunicação, e o papel do professor é de fundamental importância. Para o NCTM (1994) algumas perguntas são sugeridas: Concordam? Discordam? Como chegou a essa conclusão? O que aconteceria se isso mudasse? E no caso contrário?. Assim, as perguntas feitas aos alunos e a maneira como o professor as coloca podem estimular os alunos nas situações de aprendizagem, principalmente, na resolução de questões propostas

Sabemos que a TAC de Habermas enfatiza em vários pontos a interação, o dialogismo e o consenso entre os sujeitos, e considerando isso, salientamos como relevante expor também a respeito de discurso, já que é vista como uma situação que envolve a comunicação dentro de um contexto. Desse modo, não podemos escrever a respeito de qualquer discurso e com isso dedicamos o próximo tópico a falar de discurso pedagógico à luz da Teoria de Basil Bernstein.

1.4 O discurso pedagógico e as tensões geradas pela ação comunicativa de professores e alunos para o Contrato Didático: as contribuições da teoria de Basil Bernstein

Como já elucidado no tópico anterior, quando acontece uma interação entre dois ou mais sujeitos com a finalidade de chegar a um entendimento sobre algo e coordenar as suas atividades estamos tratando da ação comunicativa (HABERMAS, 1988). Como também já exposto, levando isso para a sala de aula, professor e aluno têm papéis diversificados na construção de saberes, no entendimento de algo e no comando de suas atividades. O discente é um sujeito ativo nesse processo, podendo intervir, agir comunicativamente, atuar criticamente e o docente é o organizador de situações e ambientes de ensino e aprendizagem para que promova isto no estudante. Vimos que a racionalidade comunicativa está centrada em três esferas – cultural, social e individual -,

e no dinamismo de uma sala de aula tudo isto tem que ser considerado, para que o estudante possa agir criticamente não só na sala de aula, mas na vida, já que o objetivo da escola é formar cidadãos para atuarem criticamente em sociedade.

Para ser mais específico, quando tratamos da ação comunicativa, esta deve acontecer em prol do entendimento entre sujeitos envolvidos e foi considerado que a linguagem é um meio para que se chegue a uma compreensão intersubjetiva, melhor dizendo, a linguagem é utilizada para a construção/apreensão de um conhecimento e para compreensão da realidade. Desse modo, se considerarmos o que acontece dentro da ação comunicativa entre pares, não podemos deixar de escrever a respeito de discurso, uma vez que este é visto como toda situação que envolve comunicação e envolve três elementos: quem fala, para quem se fala e o que se fala.

Diante disso, como estamos tratando aqui de uma dissertação de Mestrado, com o objetivo de propormos uma situação de ensino e aprendizagem diferente do habitual – utilizando a Resolução de Problemas por meio do Arco de Magueres – com a finalidade de analisarmos as contribuições dela para o ensino, além de como professor e aluno podem agir – para isso estamos levando em conta o Contrato Didático – é preciso pontuarmos a respeito de um tipo de discurso em si, no caso, traçamos aqui uma discussão a respeito de discurso pedagógico baseado na teoria de Basil Bernstein, uma vez que este considera toda estrutura do discurso e as tensões que elas podem gerar no dinamismo de uma sala de aula.

Basil Bernstein (1924-2000) foi um sociólogo britânico que teve grande repercussão por seus trabalhos desenvolvidos na Sociologia da Educação. Seu foco foi ponderar como diferentes grupos sociais se comunicavam e como isso impactava na Educação. Em sua obra intitulada “A estruturação do discurso pedagógico: classe, códigos e controle”, ele investigou as relações entre linguagem e Educação e evidenciou que o acesso ao sistema educacional está bastante ligado à classe social. O autor esboçou uma atenção especial para a maneira que o discurso exerce em sociedade e as suas tensões no âmbito educacional e ainda expôs que o discurso da Educação pode ser analisado diante da sua reprodução (BERNSTEIN, 1996).

Assim como foi colocado quando expusemos a respeito de ação comunicativa, que a linguagem tem a função de promover o entendimento sobre algo entre indivíduos,

Bernstein (1996) coloca que a linguagem é a principal substância do discurso. Nesse sentido, já enxergamos uma relação entre ação comunicativa e discurso, dado que em ambos a linguagem é algo de suma importância. Faz-se pertinente apontar que, em sua obra, Basil Bernstein (1996) não considerou apenas o que é transmitido/mediado para alguém, mas as estruturas que permitem o discurso. Ainda esboçou que, por meio do discurso pedagógico, é possível entender outros discursos.

Segundo Bernstein (1996), o foco do discurso pedagógico é no que é passado como conhecimento educacional, e que este é conduzido por três regras ou princípios: distribuição, recontextualização e avaliação. Mainardes e Stremel (2010) delineiam que as regras de distribuição estabelecem relações de poder e elas que vão regular o tipo de conhecimento a que cada grupo social terá acesso, isto é, o governo juntamente com outras autoridades vão produzir um determinado conteúdo e vão apontar quem terá acesso a ele – grupos sociais – e o que está sendo considerado na produção desse conhecimento (esta é a produção do discurso); as regras de recontextualização são marcadas pela transformação de um saber, a constituição e transformação das disciplinas escolares, o que elas sofrem até chegarem às escolas e salas de aula (marca a constituição do discurso pedagógico específico, o discurso sobre uma transformação do seu contexto de produção e estas vão regular o que vai ser ensinado para os estudantes e como vai ser ensinado); as regras de avaliação acontecem na prática pedagógica, na relação entre professor e aluno, elas que vão regular a transformação do discurso na sala de aula, como acontece a comunicação.

Segundo Moraes e Neves (2007), considerando o aparelho pedagógico, essas regras anteriormente elucidadas vão estabelecer entre si uma relação de poder, de conhecimento e de consciência. Como já foi exposto na distribuição, há a relação de poder, na recontextualização aparece o que é considerado conhecimento educacional e na avaliação se toma consciência do conhecimento que está sendo evidenciado entre quem leciona e quem aprende. Essas regras são hierárquicas “em que o princípio da distribuição regula o princípio da recontextualização que por sua vez regula a avaliação” (CLARCK, 2005, p. 35, tradução nossa). Vale mencionar que, para que um discurso chegue até a sala ele passa por todo um processo de transformação, e na tomada de consciência, na ação do professor, é que ele de fato vai fazer sentido nas salas de aula.

Ainda segundo Moraes e Neves (2007), o discurso pedagógico é fruto de uma reprodução cultural, ele vem do seu contexto de produção, passa por uma recontextualização (modificação), até chegar a sua reprodução. Leite (2007) menciona que é no processo de recontextualização que a Pedagogia é colocada como um processo em que há a distribuição do conhecimento, e além disso questões de valores e comportamentos; nesse processo, vai haver uma interação com quem é o responsável por organizar situações de aprendizagem – o professor.

Para ficar mais claro, podemos mencionar que a produção dos conhecimentos é realizada pelo governo ou instituições de Ensino Superior, a recontextualização acontece no que e em como deve ser ensinado e isso é realizado por secretarias de Educação e autoridades educacionais e a reprodução acontece nas instituições de ensino. Como é pontuado, “a produção e reprodução do discurso pedagógico envolvem processos extremamente dinâmicos” (NEVES, 2007, p. 122).

Para Mota e Lozada (2021c, p. 589), “o discurso pedagógico começa a aparecer na produção de um novo conhecimento, no entanto, ele se concretiza nas práticas de sala de aula”. Por esse viés, evidenciamos que o discurso pedagógico, destacando o que é passado como conhecimento educacional (saber), pode ser estruturado da seguinte maneira: um determinado currículo é prescrito nos princípios ou regras de distribuição; ele é implementado nos princípios ou regras de recontextualização; por fim, ele é aprendido diante da reprodução do discurso. Observemos a figura a seguir:

Figura 5: Currículo prescrito, avaliado e implementado e aprendido



Fonte: Elaboração do autor da dissertação (2022)

Diante do que foi exposto, é perceptível que a produção de conhecimento e do próprio discurso em si não é algo tão simples como parece. Com nossas palavras, podemos dizer que ele passa por todo um processo de organização até chegar às salas de aula. Nesse sentido, considerando o que chega aos espaços escolares e como deve acontecer a ação comunicativa entre diferentes sujeitos – dois ou mais –, é necessário apontar como acontece a tomada de consciência, o que de fato está sendo ensinado e como está sendo ensinado e para quem está sendo ensinado. Diante disso, percebemos dois atores principais nesse processo, professor e estudante. Nos escritos do próprio Bernstein (1996), muito foi elucidado a respeito de transmissores e aquisidores. Nesta pesquisa, optamos por não utilizar esses substantivos, visto que como já viemos esboçando desde o início da redação desta dissertação, que o sujeito aluno não é um simples receptor de conhecimento, mas é um ser ativo nesse processo. Vimos que as relações culturais e de poder permeiam a estrutura do discurso pedagógico, e isso vai refletir no que é colocado nos currículos da Educação Básica.

À vista disso, partindo para a relação que queremos evidenciar – professor e aluno –, utilizamos como base o que foi exposto por Bernstein quando ele fala de transmissores e adquirentes e os elementos que se fazem presentes nessa interação. Inicialmente, é preciso mencionar um conceito central da teoria de Bernstein – o código (MORAIS; NEVES, 2007; MAINARDES; STREMELE, 2010). O código aparece como um regulador na interação entre professor e estudante e está na base dos sistemas de mensagens, podendo ser diferenciados de acordo com a classe social de cada indivíduo - citamos aqui filhos da classe trabalhadora e filhos da classe média - e isso pode interferir nas relações/interações comunicativas dentro da escola.

Isto posto, na interação comunicativa entre sujeitos no dinamismo de uma aula, o código tem que ser considerado para que as situações de aprendizagem cheguem ao alcance de todos, tanto de nível social alto como baixo. Com isso, Bernstein (1996) expôs dois tipos de situações em que um conhecimento é passado para o estudante e os chamou de tipos de Pedagogia – visível e invisível –, além de considerar que elas é quem vão definir o tipo de discurso pedagógico presente na comunicação intersubjetiva. A pedagogia visível vai ser marcada fortemente por conceitos centrais também da teoria

de Bernstein – classificação e enquadramento: a classificação vai descrever situações de poder e de controle do que é ensinado e aprendido e o enquadramento descreve as relações e controle que influenciam como o processo de ensinar e de aprender será conduzido. Para ficar mais claro, quando dizemos que um enquadramento é forte, o professor é quem regula explicitamente o que vai ensinar e o discurso que constitui o contexto da aprendizagem. Segundo Moraes e Neves (2007), na pedagogia visível não é permitido que o professor tenha um olhar individual para o estudante: é colocado um ritmo para todos.

Em virtude disso, ainda é evidenciado por Moraes e Neves (2007) que isso vai refletir no acesso à aprendizagem do aluno de maneira individual, posto que em uma sala de aula podemos ter estudantes com diferentes realidades sociais e aqueles de melhores condições podem buscar amparo em aulas de reforço, os pais podem acompanhar seus desenvolvimentos, entre outros. Em contrapartida, na pedagogia invisível não acontece dessa maneira, os elementos de classificação e de enquadramento aparecem fracamente. Moraes (2002) coloca que é preciso uma prática pedagógica que se tenha um pouco dessas duas pedagogias, pois assim seria permitido que os diferentes tipos de estudantes tivessem acesso aos diferentes códigos e conteúdo, mas que para isso é necessária uma organização do que se coloca para aprender e as oportunidades que são dadas para os estudantes.

A construção de um conhecimento e do seu discurso, sofre influências de uma organização maior até chegar à sala de aula, Clark (2005) aponta que o que vem a tornar um conteúdo escolar não é algo lógico, mas que é definido por quem regula e controla o currículo e que acreditam ser úteis para beneficiar a sociedade. Ainda segundo a autora, o discurso pedagógico de Bernstein aparece para explicar como acontece a produção de um conhecimento, suas transformações e como esse conhecimento é exposto nos diferentes espaços escolares – como acontece o discurso. Para Moraes e Neves (2007), o discurso pedagógico pode ser definido como instrucional e regular, o primeiro diz respeito a conhecimentos e competências cognitivas e o segundo à aquisição de valores e normas de conduta social. Percebe-se assim que, em uma interação comunicativa, os fatores a serem considerados vão além da cognição, mas o cultural e a linguagem dos envolvidos são fatores importantes nesse processo.

Assim, percebemos que, quando um conteúdo chega à sala de aula, já tem passado por inúmeras circunstâncias que partem desde a sua produção e, nesse sentido, o papel do professor em situação didática não é só ensinar por ensinar, fazer uma transmissão exacerbada, mas tem que ser considerado o ambiente em que o aluno está inserido, a promoção da aprendizagem em larga escala, dar acesso ao estudante independente do espaço que ele ocupa na sociedade. Tem que ser considerado o que se vai ensinar, como se vai ensinar, para quem se vai ensinar e visar uma transformação cultural, permitindo o acesso a todos os discentes do que é comunicado.

No contexto do Contrato Didático, isso tem que ser bastante explorado, pois estamos falando de ações e comportamentos do professor (e não só dele, já que o aluno tem um papel importante na aprendizagem). Bernstein (1996) ainda aponta que, em uma relação pedagógica, quem ensina um determinado conhecimento tem que saber como ensinar e tem que aprender a ser um bom organizador de situações de aprendizagem, que leve em conta regras de ordem social e de conduta – posicionamento, caráter e maneira. Outro ponto relevante de ser mencionado é que, em um processo de ensino, não se pode abordar o conteúdo de maneira desorganizada, tem que existir um sequenciamento – a aprendizagem acontece de maneira nivelada, de um menor grau para um maior, considerando conceitos centrais e seus desdobramentos e o desenvolvimento da estrutura cognitiva do aluno.

Para mais, ainda falando papel do professor nas práticas de ensino e como os alunos devem se comportar, quais as ações desses sujeitos numa relação didática, Bernstein (1998) esboça a respeito de dois tipos de conhecimento: impensável e pensável. O impensável é controlado por quem produz os novos conhecimentos (onde aparece a produção do discurso) e o pensável acontece nas práticas de sala de aula (onde o discurso é reproduzido), espaço em que há uma interação comunicativa entre estudantes e professores.

Para concluir, quando escrevemos neste e no tópico anterior, tanto a respeito de ação comunicativa como de discurso pedagógico, percebemos o lugar importante que ocupa a cultura do indivíduo em todo o processo educativo, e isso também influencia na maneira como o professor se comunica com os estudantes, como ele fala, a linguagem

que utiliza. Por vezes, o docente é alicerçado em situações de aprendizagem advindas de quando ainda era aluno e não muda quando ele, agora, assume o lugar da promoção da aprendizagem – há resquícios de sua formação acadêmica – e isso reflete nas suas ações. Todos os fatores mencionados vão ao encontro do que já mencionamos a respeito de Contrato Didático, de ação comunicativa e de discurso pedagógico e percebemos que estes possuem correlações. Com o objetivo de evidenciar ainda mais essa conexão, o próximo tópico foi dedicado a estabelecer correlações.

1.5 As correlações entre Contrato Didático, a ação comunicativa e o discurso pedagógico do professor

Durante a construção dos tópicos anteriores, apontamos que a noção de Contrato Didático está baseada nas ações e responsabilidades de dois importantes elementos de uma situação didática – professor e aluno -, e foi esboçado que essas responsabilidades se encontram na emissão do conhecimento, isto é, no agir comunicativo, na ação comunicativa entre os pares. Dito isto, já é notória uma forte relação entre os pontos teóricos aqui abordados – Contrato Didático, Teoria da Ação Comunicativa e Teoria de Basil Bernstein.

Escrever a respeito de professor e aluno no sistema didático, de imediato, é pensando que um terá o papel de ensinar (sistema emissor) e o outro deverá aprender o que fora ensinado (sistema receptor). Diante dessa emissão do conhecimento, há um importante instrumento destacado tanto na Teoria da Ação Comunicativa, como na Teoria de Basil Bernstein: a linguagem. A linguagem é quem permitirá o entendimento interpessoal entre os envolvidos em uma determinada situação, seja dentro ou fora do espaço escolar, como também é utilizada para a construção/apreensão de saberes. Para tanto, embora não tenha sido o aporte teórico desta pesquisa, cabe mencionar os estudos de Vygotsky sobre o papel da linguagem no desenvolvimento do pensamento colocando-a como um signo importante para promover a interação social num contexto histórico-social e cultural no qual o sujeito está inserido (VYGOTSKY, 1998).

Foi apontado quando escrito a respeito de Ação Comunicativa, que esta acontece com sujeitos capazes de manifestar-se por meio da linguagem e de ação, com

a finalidade de se entenderem sobre algo e coordenarem suas atividades. Diante do exposto, quando mencionamos a respeito de entendimento, podemos encarar isso como um possível acordo entre pares, isto podendo acontecer de maneira explícita ou implícita. Logo, estamos também relatando sobre Contrato Didático.

Quando se pesquisa a respeito de Contrato Didático dentro de um sistema – ensino –, estamos tratando do agir dos parceiros em uma relação didática e, muitas vezes, este agir está fundamentado nas ações e nos comportamentos de cada indivíduo. Quando um sujeito – professor – expõe um determinado conhecimento, ao fazer uma ação comunicativa com os seus alunos, ele releva o desejo de ser entendido, no entanto, para que isso aconteça, alguns fatores têm que ser considerados: linguagem adequada, organização das situações de ensino e aprendizagem, diálogo, troca de saberes.

Quando mencionamos a respeito de diálogo e troca de saberes, temos que elucidar que o conhecimento não está alicerçado apenas na figura do professor, mas que o estudante tem um importante papel nas vivências em sala de aula: ele é um sujeito que pensa, capaz de se comunicar, é portador de uma linguagem (seja ela verbal ou não). Com isso, a ação comunicativa entre docente-discente e discente-discente, dentro de um sistema de ensino e aprendizagem, é preciso que aconteça, pois como já mencionado em outros tópicos, quanto mais uma pessoa se comunica, mais ela aprende.

Assim, o Contrato Didático não deve estar fixado em situações em que apenas o professor faz exposição magistral de um conhecimento, mas tem que verificar como o sujeito aprendente – aluno - está recepcionando o que lhe é colocado como conhecimento. Desse modo, já é pertinente mencionar o que é apontado na Teoria de Basil Bernstein, que o foco do discurso pedagógico, é no que é passado como conhecimento educacional, dado que este conhecimento passa por uma série de transformações até chegar ao espaço da sala de aula.

Destarte, mencionando a respeito de Contrato Didático, Teoria da Ação Comunicativa e Teoria de Basil Bernstein, tratando da interação dos envolvidos, no agir comunicativo, quando é esboçado para os estudantes a respeito de algum conteúdo, o discurso pedagógico (o que é colocado para os estudantes como conhecimento

educacional) só fará sentido na ação do professor, por isso, é necessário que o professor saiba gerir suas atitudes, com perguntas adequadas, uma mediação assertiva.

Se pesquisarmos em documentos que norteiam a Educação, é visível perceber que a Educação tem como fundamento a formação de sujeitos críticos e autônomos (BRASIL, 2018). Com isso, a Teoria da Ação Comunicativa é colocada como um fator importante na construção desta pesquisa, pois como já mostrado, um ensino baseado na racionalidade comunicativa (um dos principais pontos destacados na teoria) proporciona a autonomia e permite que os estudantes desenvolvam diversas habilidades.

O agir comunicativo e o discurso pedagógico estão presentes em qualquer situação de ensino, dado que o conhecimento comunicado não deve ser um registro simples de informação (passar algo por passar, transmitir por transmitir), pois quando tratamos do transmitir por transmitir, estamos evidenciando contratos sem didática. É importante destacar, mais uma vez, que todo conhecimento comunicado, passa por uma série de situações – já abordado no tópico de discurso pedagógico – até chegar à sala de aula, este não podendo ser uma invenção do professor, mas que o professor deve ter discernimento de como poderá agir em situações diversas. Nesse sentido, para que o conhecimento chegue ao alcance de todos, alguns fatores devem ser considerados e o principal dentre eles é que quem ensina tem que saber como ensinar, o que ensinar e para quem está ensinando.

A respeito de como ensinar, dois pontos importantes são elencados quando tratamos da Teoria de Basil Bernstein – ritmo e sequenciamento -, melhor dizendo, tem que ser considerado que cada ser – estudante – é um indivíduo único, que tem sua cultura, costumes, aprende de maneira diversificada dos demais, e que tudo isso influencia no processo de aquisição do conhecimento. Um conteúdo não deve ser passado para os estudantes de maneira rápida, sem considerar como ele está entendendo e se está entendendo, tem que existir um sequenciamento de ações.

À vista do que já foi pontuado neste e em outros tópicos, com o intuito de contribuir para uma participação mais ativa do alunado na construção do seu conhecimento, consideramos todas as teorias aqui elucidadas como fundamentais para

este estudo, pois como já mostrado, para que o estudante seja ativo, crítico, participativo e autônomo, tudo dependerá de como o professor organizará as suas aulas, suas metodologias. Diante disso, já vimos que a ação comunicativa esboçada por Habermas contribui para uma aprendizagem ativa e participativa, já que, utilizando a ação comunicativa, os estudantes apresentam seus pontos acerca do que está sendo exposto e tem um papel fundamental durante todo processo construtivo do seu conhecimento, agindo sobre o que está sendo posto a ele.

Vale destacar que esta pesquisa foi desenvolvida em um momento de pandemia – Covid19 -, e fatores tanto esboçados na TAC como na Teoria de Basil Bernstein devem ser considerados, entre eles, a cultura dos envolvidos – tão discutida em ambas as teorias. A maneira que cada estudante e professor age pode ser determinante para um aproveitamento no espaço escolar. Além disso, considerar o dialogismo, a interação, o que é evidenciado no discurso (a maneira como um conhecimento é exposto e para quem é exposto), os consensos, reflete diretamente na noção de Contrato Didático.

Por fim, feitas as correlações das teorias, na seção seguinte trataremos a respeito dos métodos de ensino utilizados para o desenvolvimento do estudo.

CAPÍTULO II

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ARCO DE MAGUEREZ

Neste capítulo, explanamos a respeito da Resolução de Problemas, abordando os tipos de tarefas no ensino de Matemática, os tipos de problemas, o que realmente é aplicado no ensino de Matemática (problemas ou situações-problemas), a Resolução de Problemas no NCTM e no PISA, as concepções sobre a Resolução de Problemas sob olhares de diversos autores, a Resolução de Problemas e o Arco de Magueriez, e as dificuldades dos estudantes na Resolução de Problemas.

2.1 Os tipos de tarefas no Ensino de Matemática

Antes de mais nada, é preciso elucidar a diferenciação entre uma tarefa e uma atividade. As tarefas são os projetos, as questões, os problemas, as aplicações, os exercícios, já a atividade é a maneira de organização do trabalho dos estudantes. Ponte (2014, p. 16) destaca que “as tarefas são as ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática” e que na atividade e na sua reflexão sobre a tarefa é que o estudante aprende. Segundo o mesmo autor “uma atividade pode incluir a execução de numerosas tarefas” (PONTE, 2014, p. 15).

De acordo com Ponte *et al.* (2015), em um ensino que é baseado apenas pela transmissão de conhecimento, o conceito de tarefa é pouco utilizado, no entanto, em um ensino que valoriza o papel do estudante, este conceito é essencial, dado que as tarefas são utilizadas como instrumentos organizadores da atividade dos alunos. Desse modo, levando isso em consideração, assentamos que tratar, neste estudo, dos tipos de tarefas é algo necessário para o desenvolvimento da nossa pesquisa, pois acreditamos que um tipo de tarefa pode nos levar a outros, melhor dizendo, uma tarefa pode variar de acordo com quem está lidando com ela.

As tarefas podem ser de naturezas diversas. De acordo com Ponte (2014), nos estudos de Polya era destacada a distinção entre exercício e problema, no entanto, o autor pontua que outros estudiosos procuram ir além da dicotomia problema/exercícios

e procuram outras categorias de tarefas matemáticas. Em seus estudos, Ponte (2003, 2005, 2014) destaca os exercícios, os problemas, as explorações e as investigações. Os exercícios são questões que o aluno dispõe de um método de resolução; os problemas são questões para as quais o aluno não dispõe de um método pronto de resolução e que são necessárias capacidades que vão além da repetição e da memorização dos fatos; as investigações e explicações são contextos de trabalhos que convidam os estudantes a formularem questões e procurarem explicações. Diante do exposto, enxergamos que, em uma tarefa do tipo problema, as investigações e explicações também podem ser trabalhadas, visto que os alunos podem formular questões, buscar justificativas, investigar e analisar situações, entre outros.

Corroborando com isso, Smole e Diniz (2016, p. 11) pontuam que um problema “é toda situação que não possui solução evidente e que exige que o solucionador combine seus conhecimentos e decida pela forma de usá-los em busca de solução”. Entendemos que o termo forma apresentado pelas autoras está relacionado às estratégias ou maneiras que serão utilizadas para chegar à solução de um problema. Nos estudos de Echeverría e Pozo (1998), é pontuado que só reconhecemos um problema como tal, se não temos métodos automáticos para sua solução. Em consonância, Chapman (2015) expõe que um problema é um modelo de tarefa em que a pessoa que o enfrenta tem anseio ou necessita encontrar uma solução, não possui procedimentos prontos e deve tentar encontrar uma solução. Já para Proença (2018), uma situação de Matemática é um problema, quando é necessária a mobilização de conceitos e procedimentos, não fazendo uso direto de uma fórmula para se chegar a uma resposta.

Em face disso, consideramos que um problema será toda tarefa em que o estudante é levado a pensar, indo em busca de conhecimentos adquiridos na sua bagagem acadêmica e fora dela, para que trace estratégias com o intuito de chegar a uma solução, diante de uma exigência cognitiva e nesta exigência cognitiva poderá somar conhecimentos diferentes para que chegue a um novo conhecimento. Quando destacamos o pensar ao definirmos o que é problema, consideramos as ideias de Carson (2007) que esboça o pensar como uma integração entre teoria e prática, o abstrato e o concreto, o conceitual e o particular.

Ponte *et al.* (2015), ao considerar os exercícios e os problemas, tratando de duas dimensões, expõe o que são tarefas fechadas afirmando que são consideradas importantes para o desenvolvimento da capacidade de relacionar informações dadas, e que as explorações e investigações são consideradas tarefas abertas que auxiliam os discentes na capacidade de lidar com situações complexas. Além disso, ainda pontua que os exercícios e as explorações são tarefas de grau mais reduzido, e problemas e investigações são tarefas mais desafiantes que proporcionam aos alunos experiências matemáticas mais profundas.

Em contrapartida, autores como Fonseca e Contijo (2021) vão além das dimensões expostas por Ponte *et al.* (2015), e esboçam que os problemas matemáticos podem ser fechados ou abertos. Abertos são os problemas que admitem variadas estratégias para solução, os fechados apresentam apenas uma forma para chegar à solução e ambos são importantes para o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo. Além disso, é preciso também apontar a respeito dos problemas convencionais e não convencionais: os convencionais possuem frases curtas, dados explícitos e pensamento menos elaborado; os não convencionais necessitam de uma leitura cuidadosa, seleção de dados adequados e pensamento mais elaborado (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014).

É relevante mencionar que, ao chegar à solução de um problema, seja ele fechado ou aberto, é preciso que o estudante interprete aquele número obtido, identificando as suas significâncias na situação proposta. Ainda destacamos que a proposição de situações que utilizem este tipo de tarefa matemática contribui para experiências matemáticas desafiadoras na construção de saberes pelo próprio estudante e que implica na mobilização cognitiva de cada sujeito na busca de respostas.

Com o exposto, é possível verificar que cada tipo de tarefa tem um papel de relevância nas situações de ensino e aprendizagem. Ponte (2005) destaca que, no processo de ensinar, é necessária a diversificação das tarefas, dado que cada tipo desempenha um papel na aprendizagem. Destarte, as tarefas no ensino de Matemática devem por finalidade: envolver os alunos em atividades intelectuais, exigir formulação e

resolução de problemas, promover comunicações acerca da Matemática, promover o desenvolvimento da disposição dos estudantes para fazer Matemática (PONTE, 2014).

Um ponto relevante destacado nos estudos de Ponte (2012) quando trata das tipologias das tarefas, é o contexto (o universo experiencial associado às tarefas) que desempenha um papel central nas situações de ensino e aprendizagem, podendo ser real, semirreal e puramente matemático. Dessa maneira, destacamos que, nesta pesquisa, apoiamo-nos em contextos reais, visto que consideramos a realidade como ponto de partida, levando em consideração o que é proposto com a utilização do Arco de Magueres – o ensino e a aprendizagem a partir da realidade (aprofundado nos tópicos seguintes).

Ainda para Ponte (2014), é destacado que a maneira como as tarefas são trabalhadas nas práticas docentes, ou seja, nas salas de aula, interfere de modo decisivo na aprendizagem dos estudantes. Com isso, o autor, mencionando os estudos de Stein e Smith (1998), pontua que, quando abordado sobre esse assunto, as tarefas matemáticas podem ser organizadas e distinguidas em três fases: como aparecem nos materiais curriculares, como são apresentadas pelo professor e como são realizadas pelos estudantes. Com o exposto, ainda é assentado que as tarefas mudam de natureza quando passam de uma fase para outra, isto é, as tarefas que são apresentadas pelo professor, na maioria das vezes, são diferentes das que aparecem nos materiais curriculares. Dessarte, levando isso em consideração, pontuamos a importância de se fazer análises nos materiais curriculares disponíveis para professores e estudantes, e que isso também será discutido na seção seguinte, quando analisamos e discutimos os livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD.

Dito isso, nos subtópicos seguintes, abordamos a respeito dos tipos de problemas matemáticos e, em seguida, do que está sendo realmente aplicado no ensino de Matemática, problemas ou situações-problemas.

2.1.1 Tipos de problemas matemáticos

Nos estudos a respeito dos problemas no ensino de Matemática, é discutido por alguns pesquisadores a respeito da classificação dos problemas matemáticos (CHARLES; LESTER, 1986; VALE; PIMENTEL, 2004; BOAVIDA *et al.* 2008).

Nos estudos de Charles e Lester (1986), também destacado por Vale e Pimentel (2004), os escritores apontam para a classificação dos problemas em cinco tipos: de um passo; dois ou mais passos; de processo; de aplicação; e do tipo *puzzle*. Os problemas de um passo são aqueles que podem ser resolvidos com uma operação aritmética. Os problemas de dois ou mais passos necessitam de duas ou mais operações aritméticas. Nos problemas de processo é necessária a mobilização de recursos para uma ou mais estratégias. Nos problemas de aplicação, é necessária uma análise, recolhimento de dados e tomada de decisões. Os problemas do tipo *puzzle* têm por finalidade fazer com que os alunos olhem para as situações sob diversos pontos de vista.

Já para Vale e Pimentel (2004), as classificações dos problemas envolvem quatro tipos: de processo, de conteúdo, de aplicação e de aparato experimental. Ao tratar dos de processo, concordam com o exposto por Charles e Lester (1986) e acrescentam que eles não se resolvem por meio apenas da aplicação de algoritmo. Os problemas de conteúdo necessitam da aplicação de conteúdo, conceitos e definições matemáticas. Para os problemas de aplicação, os autores assentam que eles envolvem dados da vida real e para resolução é preciso utilizar variadas estratégias. Os de aparato experimental precisam que o solucionador exerça suas ações e utilize experimentos.

Segundo Boavida *et al.* (2008), existem três tipos de problemas matemáticos e para isso considera o enunciado e o processo de resolução: problemas de cálculo, problemas de processo e problemas abertos. Os problemas de cálculo precisam apenas da tomada de decisão e escolha de qual (is) operação (ões) utilizar na sua resolução. Os problemas de processo apresentam um contexto mais complexo, existindo várias estratégias para chegar à solução. Os problemas abertos exigem um processo de exploração e criação de estratégias.

À vista disso, percebe-se que os problemas são variados e suas classificações dependerão de quais ações são necessárias para sua solução. Destacamos que, diante de tais classificações, os problemas podem ser de mais de um tipo em só uma

proposição, por exemplo, um problema de aplicação (envolvendo dados reais) pode ser também um problema de processo, uma vez que para sua solução também podem ser necessários variados algoritmos e estratégias, assim como pode ser de aparato experimental, problemas abertos, entre outros.

Dito isso, no próximo subtópico destacamos sobre o que realmente está sendo aplicado no ensino de Matemática.

2.1.2 Problema ou situação-problema: o que é realmente aplicado no ensino de Matemática

No tópico anterior, vimos o que se configura como uma tarefa do tipo problema e os tipos de problema. Diante disso, também é preciso pontuar o que realmente vem sendo aplicado nas aulas de Matemática da Educação Básica, se problemas ou situações-problema.

Por serem similares, alguns estudos defendem situações-problema e problemas como sinônimos, como é visto em Braga (2021). Nos estudos de Braga (2021), ao citar Verçosa, Rocha e Teles (2010), ainda é pontuado que do ponto de vista da Matemática é difícil conceituar o que é de fato um problema, embora sejam vistas, como já pontuamos em tópicos anteriores, algumas considerações do que venha a ser um problema.

Nos estudos de Lozada e D'Ambrosio (2018), tratando das distinções para nomear as questões matemáticas, eles apontam que há vários termos utilizados para qualificar cada tipo de questão matemática, entre eles: problema, situação-problema, investigação, exploração, exercício. Vale destacar que os estudiosos, ao esboçarem essas nomeações, suas ideias vão ao encontro do que é exposto por Ponte (2014), quando o autor assenta a respeito dos tipos de tarefas matemáticas e explicita os problemas, as investigações, as explorações e os exercícios. Além disso, em ambos os estudos – Ponte (2014) e Lozada e D'Ambrosio (2018) –, é afirmado que cada questão matemática exposta para os alunos possui uma finalidade e contribui para o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas.

Indo além dos escritos de Ponte (2014), Lozada e D'Ambrósio (2018) apresentam algumas distinções entre situações-problema e problemas matemáticos, no

entanto, as questões podem estar interligadas. Nas palavras dos autores é mencionado que uma questão é um problema quando:

(..) o aluno se depara com algo que ele não conhece, não tem consolidado um caminho, um procedimento, deste modo, lança-se uma exigência cognitiva, coloca-se o aluno diante de uma necessidade do conhecimento, ele não sabe e precisa saber, é uma necessidade cognitiva. (LOZADA; D'AMBRÓSIO, 2018, p. 14)

É importante destacar que tal elucidação sobre o que é um problema corrobora com o que citamos quando foram discutidos os tipos de tarefas matemáticas. Entretanto, os autores ainda trazem explicações para o que vem a ser uma situação-problema, expondo que “a situação-problema orienta a aprendizagem, é constituída por um problema construído com finalidade didática e cria a necessidade de se aprender por meio de elementos reais ou abstratos” (LOZADA; D'AMBROSIO, 2018, p. 14). Nesse sentido, entende-se que, em uma situação-problema, há a existência de um problema e que ele é elaborado com o objetivo de contribuir para uma situação de ensino e aprendizagem dentro da sala de aula.

Assim, Lozada e D'Ambrosio (2018) complementam a tipologia de tarefas acrescentando a situação-problema que é uma tarefa didatizada elaborada com a finalidade de se aprender determinado conteúdo matemático por meio de situações reais ou fictícias. Viana (2020), com base no que foi exposto por Lozada e D'Ambrosio (2018), complementa o esquema de Ponte (2005) sobre os tipos de tarefas matemáticas colocando a situação-problema no centro do esquema, afirmando que:

(...) a situação-problema pode apresentar um desafio elevado, bem como reduzido e além disso, pode apresentar-se de forma fechada e de forma aberta, sem que seja perdida a natureza dessa classificação de problema e favoreça os critérios de um ambiente de aprendizagem adequado, que constituem uma situação de aprendizagem, apresentados por Lozada e D'Ambrósio (op.cit) (VIANA, 2020, p. 42-43).

Dessarte, os autores ainda afirmam que “o que se vê comumente nas aulas de Matemática são situações-problema e, de fato, poucos problemas são propostos” (LOZADA; D'AMBROSIO, 2018, p. 14). Assim sendo, fica evidente que, na utilização em sala de aula, as situações-problema ocupam maior espaço e que são preponderantes nos livros didáticos. Um outro ponto ainda salientado pelos autores é que:

A situação-problema também pode constituir-se como uma situação de aprendizagem, favorecendo os desafios, tomada de decisões, reflexão sobre o conteúdo e evolução conceitual, portanto, tem um viés mais problematizador e pode conter etapas, sendo mais abrangente, inclusive exige sistematização do conhecimento para que o aluno possa aplicar tal conhecimento em diferentes contextos. (LOZADA; D'AMBROSIO, 2018, p. 14)

Com isso, percebe-se que as situações-problema, sendo constituídas por problemas com o objetivo da didatização, têm o seu grau de importância para a aprendizagem matemática e que contribuem em diversos fatores. Diante das ideias apontadas, infere-se que as situações-problema e os problemas andam lado a lado, no entanto, há especificações e contribuições singulares para o processo de ensinar e aprender. Diante de uma situação-problema, constituindo uma situação de aprendizagem, como afirmado por Lozada e D'Ambrósio (2018), pode-se contribuir para uma maior problematização dentro da sala de aula.

Com isso pontuado, nos próximos tópicos escrevemos sobre a Resolução de Problemas, as suas concepções, entre outros pontos.

2.2 As concepções sobre a Resolução de Problemas e o Arco de Maguerz

Neste tópico traçamos um histórico da Resolução de Problemas, sua inserção no currículo de Matemática e em macro avaliações, apresentando seus principais aspectos apontados pelos pesquisadores da área de Educação Matemática, trazendo por fim, a abordagem com o Arco de Maguerz.

2.2.1 Contexto histórico da Resolução de Problemas

Inicialmente, é preciso elucidar a respeito da construção histórica da Resolução de Problemas tanto no âmbito internacional como nacional. De acordo com Onuchic (1999), o ensino de Resolução de Problemas, tratando-se do campo de pesquisa da Educação Matemática, foi iniciado por Polya, nos Estados Unidos, na década de 60. Para Moraes e Onuchic (2014), em 1942 Polya passou a ser reconhecido como um nome de destaque da Resolução de Problemas, sendo que em 1945 foi lançado o livro "A arte de resolver" problemas de sua autoria. Nessa mesma perspectiva, é salientado por Andrade (1998) que embora os estudos de Polya datem dos anos 60/70, os trabalhos do pesquisador eram desenvolvidos muito antes. Assim, mesmo com o

lançamento do livro de Polya na década de 40, a ascensão da Resolução de Problemas nos Estados Unidos e em outros países só ganhou força mais tarde, tendo contribuições também de outros pesquisadores, a exemplo, Jeremy Kilpatrick (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

Segundo Morais e Onuchic (2014), Polya, para alguns estudiosos, pode não ter sido um dos primeiros autores a trabalhar com Resolução de Problemas, no entanto, afirmam que a história mostra que uma visão mais aprofundada e compreensiva dessa abordagem só foi possível a partir de seus estudos. Assim sendo, Andrade (1998) pontua que as pesquisas iniciais sobre Resolução de Problemas estavam preocupadas apenas com a solução bem sucedida das questões e não com o processo que era desenvolvido. Em seguida, nas décadas de 60 e 80, a preocupação com o estudo foi centrado no processo de desenvolvimento da Resolução de Problemas.

É importante abordar que, nos escritos de Morais e Onuchic (2014), é destacado que em 1975 ocorreu o primeiro Seminário de Pesquisa sobre Resolução de Problemas, tendo como sede a Universidade de Georgia, sediando cinco encontros durante todo o ano, nos quais reuniram-se diversos pesquisadores e que diversas concepções sobre a temática foram discutidas. Lester (1994) esboça que o evento salientado estimulou a colaboração entre os diversos pesquisadores da Educação Matemática.

Nesse sentido, cabe-nos mencionar também a respeito do documento “Uma Agenda para Ação” publicado pelo NCTM - *National Council of Teachers Mathematics* (1980), propondo a Resolução de Problemas como foco da Matemática escolar na década de 80. No entanto, Morais e Onuchic (2014) apontam que foram conturbados os anos posteriores à publicação do documento anteriormente citado. Alguns autores, como Lester (1994), discutem que o motivo da conturbação se deveu ao fato de, nas recomendações dadas pelo documento “Uma Agenda para Ação”, não terem sido dados caminhos sobre como fazer da Resolução de Problemas foco da Matemática escolar. Já Schoenfeld (2008) esboça que a Resolução de Problemas se tornou um *slogan*, e que, de fato, a implementação dessa abordagem não se dava nas salas de aula americanas, sendo colocada como uma farsa.

Entretanto, ainda de acordo com Moraes e Onuchic (2014), com os “*Standards 2000*”, refletindo no trabalho empregado pelo NCTM desenvolvido nas décadas de 80 e 90, nele, além de uma relevante fundamentação teórica, muitas orientações foram elencadas para o professor de Matemática considerando o espaço da sala de aula, o que não tinha sido esboçado no documento citado no parágrafo anterior.

Levando isso em consideração, a partir das questões elucidadas e dando especial atenção às publicações do NCTM (1980, 1989, 1994, 2000), Onuchic e Allevato (2011) expõem que foi diante do último documento salientado – NCTM (2000) - , que “os educadores matemáticos passaram a pensar numa metodologia de ensino-aprendizagem da Matemática através da Resolução de Problemas” (p. 79 – 80). À vista do elucidado, faz-nos mencionar que diferentes concepções são expostas a respeito da Resolução de Problemas enquanto possibilidade de ensino e aprendizagem de Matemática na literatura.

Assim sendo, discorreremos no próximo subtópico desta dissertação sobre a Resolução de Problemas no NCTM e no PISA, para posteriormente tratarmos das concepções abordadas por autores diversos.

2.2.2 A Resolução de Problemas no NCTM e no PISA: parâmetros, competências e habilidades

De acordo com Freitas e Andrade (2021), o Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos – NCTM, é um dos espaços mais relevantes de reflexões a respeito das questões relacionadas ao ensino da Matemática. Para Guérios e Medeiros Jr. (2016), desde os anos de 1980, o NCTM propõe que a Matemática seja ensinada através da Resolução de Problemas. Também afirmado pelos autores, os documentos apontam para um ensino de Matemática cuja finalidade seja a compreensão do conhecimento matemático.

Ao fazer uma leitura das publicações realizadas pelo NCTM, é perceptível que eles apontam a Resolução de Problemas como um dos meios para que se faça Matemática e que ela pode ser uma estratégia para o ensino dessa Ciência. As publicações do NCTM, ocorridas entre 1980 até o ano 2000, serviram de influência de como pensar as propostas de ensino da Matemática e impactaram nas propostas

curriculares dos diversos países, inclusive, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) tiveram grande influência.

Assim, como apontando em tópicos anteriores, no NCTM (2000) também é exposto a respeito do que é um problema, esboçando como aquele em que é preciso “se envolver em uma tarefa para a qual o método de solução não é conhecido antecipadamente” (NCTM, 2000, p. 52, tradução nossa). Com isso, o que é salientado no documento a respeito desse tipo de tarefa corrobora com tudo já salientado por nós em outros parágrafos.

Vale salientar o que é exposto por Mulyono e Hadiyante (2017), que o NCTM dá excelente atenção às habilidades de Resolução de Problemas e que tais habilidades são o foco do currículo da disciplina de Matemática, sendo que tal abordagem (Resolução de Problemas) é o centro da investigação e da aplicação.

No NCTM (1980) é exposto que a Resolução de Problemas é caracterizada como uma das dez áreas de capacidade básica na Matemática e que existe uma relação direta entre o ato de resolver problemas nas aulas de Matemática e essa prática em outras áreas das nossas vidas. Com isso, entendemos que a Resolução de Problemas é relevante além da sua utilização nas salas de aulas matemáticas e que o uso pode impactar no seu manuseio fora do espaço escolar, ou seja, os estudantes aprendem a resolver problemas nas situações de ensino e aprendizagem e depois podem reproduzir nas suas vidas particulares, pois nos deparamos com problemas nas mais diversas situações. No NCTM (2000) foram fornecidos alguns padrões e princípios que devem ser considerados quando se discute a Matemática escolar e nele é destacada a Resolução de Problemas.

Além disso, no NCTM (2010) é exposto que a Resolução de Problemas é aceita como um meio para o aprimoramento das habilidades de pensamento e que se destaca como um ponto de relevância para a aprendizagem no currículo da Matemática. À vista do elucidado, nas várias edições do documento, é salientada a importância dessa abordagem como uma possibilidade para o ensino da Matemática, e que a sua contribuição é bem vasta, uma vez que interfere no desenvolvimento e melhoria das habilidades cognitivas dos estudantes e que isso reflete na vida deles dentro e fora do espaço escolar.

Sendo assim, é importante pensar sobre o modo como esta abordagem pode ser contemplada dentro do espaço escolar e que o seu manuseio e articulação, partindo da organização do trabalho do professor, interferirá sobremaneira na aquisição do conhecimento pelo próprio estudante. Os pontos elucidados anteriormente também nos levam a escrever a respeito do que vem sendo pontuado no PISA- *Programme for International Student Assessment* - sobre a Resolução de Problemas, visto que podemos contemplar diversos pontos relacionados à temática, a saber: habilidades elucidadas para o viver no século XXI, o impacto da Resolução de Problemas, competências, entre outras.

O PISA foi desenvolvido e organizado pela Organização para Cooperação e desenvolvimento Econômico (OCDE), suas avaliações são realizadas a cada três anos com estudantes a partir de 15 anos de idade, testando-os quanto às habilidades de leitura, Matemática e Ciências (LEITE *et al.*, 2021). O Brasil é um dos países convidados à avaliação, tendo participado de todas as edições. Leite *et al.* (2021) destacam que, tratando-se da Resolução de Problemas, o programa iniciou com a solução de problemas analíticos através de testes impressos em 2003; em 2012, teve como foco a solução interativa de problemas em computadores; e, em 2015, o foco foi na avaliação cooperativa de solução de problemas.

É importante ser relatado sobre os pontos considerando o programa, porque em sua avaliação, como visto, é cobrado o desenvolvimento dos estudantes ao resolver problemas, inclusive a Resolução de Problemas em equipe. De acordo com Leite *et al.* (2021), o PISA foi a primeira avaliação que incluiu a Resolução de Problemas em sua matriz de referência. Ao tratar da Resolução de Problemas em equipe ou colaborativa, autores como Graesser *et al.* (2017) descrevem que ela é uma competência de fundamental importância para a sociedade moderna e que é uma habilidade crítica e necessária para os espaços da sala de aula e fora dela, pois as partes do planejamento, da solução de problemas e da tomada decisão são realizadas de maneira colaborativa.

Desse modo, foi divulgada em 2018 uma estrutura do PISA 2022, com a estrutura da avaliação, evidenciando que na avaliação da alfabetização matemática será considerada a resolução de problemas e os seus processos. Na Estrutura

Matemática do PISA 2022 – esboço (2018), é destacado que a alfabetização matemática pode ser analisada em termos de três aspectos interrelacionados e a resolução de problemas faz parte deles, esboçando que ela “inclui os processos matemáticos que descrevem o que os indivíduos fazem para conectar o contexto do problema com a matemática e, assim, resolver o problema” (ESTRUTURA DO PISA 2022, 2018, p. 14, tradução nossa).

No Relatório Brasil no PISA (BRASIL, 2020), divulgado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP e também na Estrutura Matemática do PISA 2022 – esboço (2018), é escrito que o primeiro aspecto da organização do domínio da Matemática refere-se aos processos matemáticos, ou seja, às atitudes que os estudantes executam para abordar ou resolver problemas que envolvam a Matemática. No documento é exposto que a avaliação considera três categorias de processo, a saber: formular, empregar e interpretar (e avaliar). A formulação matemática está relacionada à capacidade dos indivíduos de reconhecerem e identificarem oportunidades para usar a Matemática, estabelecendo estruturas matemáticas para um problema apresentado de maneira contextualizada. O segundo processo matemático, empregar conceitos, fatos, procedimentos e raciocínios matemáticos, está relacionado à aptidão dos sujeitos de resolverem problemas matemáticos, com a finalidade de obter conclusões matemáticas. Já o último processo, interpretar (e avaliar), refere-se à idoneidade de os estudantes refletirem sobre soluções, resultados e conclusões matemáticas, interpretando-as no contexto do problema (BRASIL, 2020).

Na Estrutura Matemática do PISA 2022 – esboço (2018), é salientado que a:

Facilidade dos alunos em aplicar matemática a problemas e as situações dependem das habilidades inerentes a todos esses três estágios, e uma compreensão da eficácia dos alunos em cada categoria pode ajudar a informar tanto a nível de política de discussões e decisões sendo tomadas mais perto do nível da sala de aula. (ESTRUTURA MATEMÁTICA NO PISA – ESBOÇO, 2018, p. 20, tradução nossa)

Com a citação, percebe-se que a Resolução de Problemas é cobrada nos processos matemáticos esboçados na avaliação e, além disso, subentendidas nesses processos estão as capacidades cognitivas que já podem estar disponíveis para os

sujeitos ou podem ser aprendidas, com a finalidade de que eles entendam e se envolvam com a Resolução de Problemas.

Ainda tratando-se dos processos matemáticos, o processo de formulação de situações matematicamente inclui as seguintes atividades: seleção de um modelo apropriado; identificação dos aspectos matemáticos de um problema situado em um contexto real e das vários significados; simplificar um problema com o intuito de torná-lo acessível à Matemática; representação do problema de maneira diferente; compreensão e explicação das relações existentes na situação ou problema, utilizando a linguagem do problema ou simbólica, entre outras. Por sua vez, o processo de empregar requer as atividades de: realizar um cálculo simples; tirar conclusões; selecionar e implementar estratégias; usar ferramentas matemáticas, a exemplo tecnologia; manipular números, dados gráficos, expressões algébricas; fazer generalizações e conjecturas; entre outras. No processo de interpretação (e avaliação) as atividades são: interpretação das informações; avaliação do resultado matemático; avaliar a razoabilidade de uma solução; explicar o motivo de um resultado matemático fazer ou não sentido; criticar e identificar um modelo matemático para resolver um problema; compreender como o mundo real interfere nos resultados dos cálculos (ESTRUTURA MATEMÁTICA PISA 2020 – ESBOÇO, 2018).

Diante dessas elucidações sobre o que vem a ser cobrado no PISA 2022 e que muitas dessas competências foram cobradas em edições anteriores da avaliação, se faz preciso pontuar a respeito do desempenho dos estudantes brasileiros. Na última avaliação ocorrida em 2018 (ao considerar o tempo de escrita desta dissertação), a média de proficiência foi de 384 pontos, sendo 108 pontos abaixo da média de estudantes de outros países (BRASIL, 2020). Desse modo, pode-se considerar que os estudantes apresentam defasagens no que é cobrado na avaliação e nos processos matemáticos, o que nos serve como alerta para implementação da abordagem da Resolução de Problemas nas salas de aula brasileiras.

No documento, ainda é exposto sobre as médias do Brasil nas edições do PISA, destacando que em 2003 a média foi 356, em 2006 foi 370, em 2009 foi 386, em 2012 foi 389, em 2015 foi 277 e em 2018 foi 384 (BRASIL, 2020). Com isso, percebe-se que

há um avanço entre a primeira e a última edição, no entanto, no decorrer das edições, do mesmo modo que aconteceram melhorias na média também ocorreram quedas.

Os pontos mencionados e discutidos neste tópico nos fazem repensar sobre as abordagens que estão sendo utilizadas no ensino de Matemática, mesmo o NCTM (1980) destacando que a Resolução de Problemas deva ser o foco da Matemática, aparentemente isto não está acontecendo no Brasil, dado que, quando a abordagem é cobrada em uma avaliação, os estudantes apresentam dificuldades nos processos que são exigidos por ela. Dessarte, consideramos que as ideias tecidas neste tópico são suficientes para o desenvolvimento deste estudo e para repensarmos em propostas eficazes para o ensino de Matemática.

Assim sendo, no tópico seguinte abordaremos sobre as concepções de diversos autores acerca da Resolução de Problemas.

2.2.3 A importância do uso da Resolução de Problemas no ensino de Matemática

Após os estudos de Polya, que, como esboçado, estão entre os pioneiros encontrados na literatura, e, por conseguinte, os diversos artigos que compõem as publicações do NCTM, vários pesquisadores passaram a discutir e investigar a Resolução de Problemas como uma abordagem para o ensino de Matemática. Por esse viés, vamos apresentar e discutir neste tópico as concepções de diferentes autores.

Nos PCNs(BRASIL, 1997, p. 40)é esboçado que:

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

Com isso, a utilização da Resolução de Problemas permite que os estudantes ampliem seus conhecimentos e sejam levados a refletirem sobre os problemas matemáticos. Segundo Schoenfeld (2016), a Resolução de Problemas é o que faz sentido dentro da Matemática e ela que pode levar os estudantes a pensarem matematicamente, dado que pode possibilitar conjecturas e procurar soluções.

Do mesmo modo, de acordo com os PCN Mais (BRASIL, 2002, p. 112 -113, grifo nosso):

A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa **competência** não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticas, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

Quando é exposto no documento que a competência de resolver problemas não se desenvolve com exercícios, subentendemos a importância do conhecimento sobre os tipos de tarefas matemáticas, pois, assim, será possível a utilização de cada tarefa para finalidades específicas. Se queremos que os alunos pensem, ajam ativamente, reflitam e exponham suas ideias de maneira crítica é preciso propor tarefas desafiadoras que contribuam para isso, desenvolvendo habilidades variadas.

Assim sendo, Allevato e Onuchic (2014) destacam alguns pontos sobre a Resolução de Problemas, entre eles: que ela coloca o foco na atenção do aluno; que ela desenvolve o poder matemático; desenvolve a crença que os alunos são capazes de fazer Matemática e que a Matemática faz sentido, permitindo a compreensão do conteúdo. Desse modo, o trabalho com a resolução de problemas permite um contato maior do estudante com a Matemática, fazendo com que ele se envolva nas situações que são colocadas. Alvarenga e Vale (2007, p. 3) explicam que:

A resolução de problemas vai muito além de resolver um problema. Trata-se de um conceito complexo e, por isso, é importante olhar para ele a partir de diferentes perspectivas. É através dos problemas que o aluno pode seguir, tal como os matemáticos, um processo de envolvimento e interesse pela descoberta que leva a conseguir, em primeiro lugar, intuir os resultados e só depois prova-los. A resolução de problemas surge, pois, como uma forma, entre outras, de colocar os alunos numa situação de fazer Matemática e ainda contribui para uma maior motivação, permitindo reduzir o insucesso nesta disciplina.

Com o que expõe as autoras, não podemos pensar apenas no resolver do problema propriamente dito, mas que outros fatores estão interligados. Nesta abordagem não podemos colocar uma situação para o estudante e considerar apenas se ele errou ou acertou na solução encontrada, ele tem que ser levado a pensar, se envolver, agir criticamente, para que construa seus conhecimentos.

Stanic e Kilpatrick (1989) defendem que a Resolução de Problemas nos currículos de Matemática foi um meio para conseguir que os estudantes estudassem Matemática e que três temas gerais são discutidos, a saber: Resolução de Problemas como contexto, Resolução de Problemas como habilidades e Resolução de Problemas como arte. Assim, McIntosh e Jarrett (2000) pontuam que a Resolução de Problemas como contexto dá realce em encontrar tarefas interessantes, ajudando a iluminar os conceitos matemáticos ou procedimentos; na Resolução de Problemas como habilidades, são ensinadas habilidades para resolver problemas; na Resolução de Problemas como Arte, é defendido o desenvolvimento de habilidades dos alunos para se tornarem bons solucionadores de problemas.

Com isso, para este estudo, defendemos duas dessas concepções bem evidentes - a Resolução de Problemas como contexto e como arte -, pois consideramos os contextos nas tarefas matemáticas (apontados no Arco de Magueres) de maneira problematizadora e que os estudantes consigam articular processos cognitivos diante da organização do trabalho do professor, além de ajudar no desenvolvimento de habilidades como criticidade e colaboração, entre outras.

Para Gagné (1974) a resolução de problemas matemáticos é um dos tipos mais elevados de aprendizagem, sendo que, por meio dela, o sujeito combina e elabora novos princípios. Mendes (2009) destaca que a relevância da Resolução de Problemas está em ajudar os alunos a desenvolverem capacidades como: justificar suas respostas, usar fatos desconhecidos e propriedades para expor como pensam. Ao encontro das ideias de Mendes (2009) está a utilização, neste estudo, da Ação Comunicativa, uma vez que consideramos o relacionamento interpessoal acontecendo por meio das falas e justificativas dos estudantes, diante de questionamentos realizados pelo professor.

Nos estudos de Bahtiyar e Can (2016), é mencionado que a Resolução de Problemas necessita de habilidades cognitivas complexas e que desde a infância as pessoas resolvem ativamente vários tipos de problemas. Assim, toda vez que o sujeito encontra situações em que não se tem uma solução imediata na vida, ele está lidando com a Resolução de Problemas. Nessa mesma ideia, Szaboet *al.* (2020) expõe que a Resolução de Problemas é algo central na Educação Matemática e que ela é uma abordagem poderosa para expandir conceitos e habilidades matemáticas. Do mesmo

modo, para Dante (2000), ela é o melhor caminho para que o estudante consiga desenvolver o pensamento produtivo.

Lupinacci e Botin (2004), por sua vez, discutem que a Resolução de Problemas permite inúmeras abordagens dos objetos do conhecimento estudados e, além disso, proporciona uma melhor compreensão deles. Para as pesquisadoras, a abordagem é uma maneira eficaz para desenvolver o raciocínio e a motivação dos estudantes. Todos esses pontos expostos pelos autores justificam a nossa escolha por essa abordagem, dado que precisamos proporcionar momentos eficazes de aprendizagem.

Além disso, para Szaboet *al.* (2020), ensinar utilizando a Resolução de Problemas é uma maneira eficiente para o desenvolvimento das habilidades do século XXI. As habilidades consideradas pelos autores são: as de aprendizagem (pensamento crítico, criatividade, colaboração e comunicação); de alfabetização (midiática, informacional e tecnológica); para a vida (flexibilidade, liderança, iniciativa, produtividade e sociais). Destarte, a contribuição da abordagem enquanto estratégia para a promoção da aprendizagem é eficaz em diversos fatores e é preciso pensar em todas essas habilidades, consideradas do século XXI, quando pensamos na preparação do estudante para dentro do espaço escolar e fora dele.

2.2.4 O ensino de Matemática com a Resolução de Problemas

Diante da importância dada à abordagem e a sua contribuição para o ensino e a aprendizagem da Matemática, é importante destacar sobre três modos diferentes de abordar a Resolução de Problemas apontados nos estudos de Schroeder e Lester Jr (1989): ensinar *sobre* Resolução de Problemas, ensinar *para* resolver problemas e ensinar Matemática *via* Resolução de Problemas. Na primeira abordagem, seria o professor ensinar sobre Resolução de Problemas como uma teoria, isto é, apresentam um modelo para se resolver problemas. No ensinar *para* resolver problemas, o professor está alicerçado na maneira como a Matemática é ensinada e ela pode ser aplicada na solução de problemas diversos, além disso, podemos expressar que, nesta, o envolvimento dos estudantes está no fato deles resolverem os problemas após o estudar o conteúdo, e o objetivo nessa perspectiva é que “a única razão para aprender

Matemática é ser capaz de usar o conhecimento obtido para resolver problemas” (SCHROEDER, LESTER JR, 1989, p. 32, tradução nossa).

Ao ensinar Matemática *via* Resolução de Problemas, os problemas são considerados como o primeiro passo de fazer Matemática e aprendê-la, Schroeder e Lester Jr. (1989) esboçam que nessa abordagem:

(...) o ensino de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas são desenvolvidas como respostas razoáveis para problemas razoáveis (p.33, tradução nossa).

É importante salientar que esta perspectiva também é defendida nos PCN (BRASIL, 1998), dado que é colocado que o problema deve ser o pontapé e não a definição dos conteúdos. No entanto, já era salientado por Schroeder e Lester Jr (1989) – na época dos seus escritos – que a abordagem *via* Resolução de Problemas era pouco adotada e, isso, até os dias atuais é bem presente, pois, por mais que diversas pesquisas defendam esse modelo, o que muito se vê nas aulas de Matemática é o professor apresentando a conceituação dos conteúdos, para posteriormente trabalhar com problemas ou situações-problema.

É importante mencionar que nos estudos de Allevato e Onuchic (2014), é sugerida a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação *através* – em analogia ao termo *via* – da Resolução de Problemas, e se opõe aos ensinios *sobre* e *para* Resolução de Problemas destacados nos estudos dos autores citados nos parágrafos anteriores. Proença (2017), por sua vez, em um estudo realizado com o intuito de analisar as dificuldades dos estudantes na visão de um grupo de professores, quando é realizado o ensino *via* Resolução de Problemas, destacou que uma das grandes dificuldades de se trabalhar com essa abordagem de ensino está nas escolhas das situações matemáticas que são manuseadas para introduzir determinado saber.

Por esse viés, mais à frente, Proença (2018), considerando também o ensino *via* Resolução de Problemas, propôs um percurso para condução nas aulas de Matemática apresentando uma sequência de cinco ações. A primeira ação, *a escolha do problema*, diz respeito ao momento em que o professor está preparando a aula e busca possíveis problemas para trabalhar com seus alunos. O autor destaca que que nesse momento três aspectos são relevantes:

[...] direcionar os alunos a utilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente [...] levá-los a construir o conteúdo/conceito/assunto a ser introduzido [...] estabeleçam relações entre os conhecimentos matemáticos utilizados e entre estes e o novo conhecimento (PROENÇA, 2018, p. 46).

Assim sendo, é importante que o professor escolha um problema que possua vários caminhos para ser resolvido, levando em consideração as possibilidades de estratégias para a solução. A segunda ação é a *introdução do problema*, em que se deixa os estudantes livres para buscarem soluções, ocorrendo em sala de aula e tendo como preferência o trabalho em grupo. A terceira ação, *auxílio aos alunos durante a resolução*, acontece quando os alunos começam a resolver o problema, nela o docente observa, direciona e incentiva os alunos. A quarta ação, *discussão das estratégias dos alunos*, o professor busca debater sobre as estratégias e procedimentos utilizados pelos estudantes e os possíveis equívocos, para isso ocorre a exposição das estratégias utilizadas para resolver o problema na lousa, de modo que a intenção é fazer com que os alunos compreendam de forma racional se resolveram de maneira correta ou incorreta o problema. Na última ação, *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, ocorre a articulação das estratégias empregadas ao saber matemático em questão e caso não seja possível essa articulação, a resolução do problema deve acontecer de maneira direta pelo uso do conteúdo matemático a ser estudado.

Assim sendo, nos estudos de Proença (2021), considerando ainda as abordagens de ensino expostas por Schroeder e Lester (1989), é mencionada uma proposta de organização de ensino para aprendizagem de conceitos matemáticos conciliando os ensinios *via*, *sobre* e *para* Resolução de Problemas, a saber: uso do problema como ponto de partida, em que o professor considera a abordagem *via* Resolução de Problemas; formação do conceito, em que o professor propõe atividades que levem os estudantes a aprenderem e desenvolverem a compreensão de propriedades dos conceitos a serem formados; definição do conteúdo, em que é abordada tanto a definição do conceito quanto os procedimentos algorítmicos de resolução; aplicação de novos problemas, em que acontece a proposição de novos problemas, para que os estudantes possam desenvolver o conceito compreendido e os procedimentos algorítmicos.

Assim sendo, é destacado por Lester Jr (2013, p. 4, tradução nossa), que:

A resolução de problemas é uma atividade que requer do indivíduo (ou grupo) para envolver-se em uma variedade de ações de cognitivas, cada uma das quais requer algum conhecimento e habilidade, e alguns dos quais não são rotineiros.

Em consequência disso, é preciso pensar na Resolução de Problemas sob o âmbito da Didática da Matemática, visto que neste estudo também estamos utilizando, como já discutido, teorias centradas nesta temática. Assim sendo, o que Guérios e Medeiros Jr (2016) escrevem é pertinente, apontando que a Resolução de Problemas “não se trata apenas de um método”, mas também da “compreensão do processo didático em sua essência” (p. 212 – 213).

Assim, é preciso considerar três elementos centrais quando a Resolução de Problemas está sendo utilizada: o professor, o aluno e o conhecimento matemático. Guérios e Medeiros Jr (2016, p. 215) assentam que a sala de aula é um espaço complexo e dinâmico “que se movimenta e se desequilibra constantemente”. Diante disso, as autoras expõem uma figura que representa tal afirmação, como podemos ver a seguir:

Figura 6: Tríade professor-aluno-conhecimento e a Resolução de Problemas



Fonte: Guérios e Medeiros Jr (2016, p. 215)

A figura apresentada e discutida pelas autoras representa o movimento do ensino e da aprendizagem, dado que eles são considerados como processos complementares (GUÉRIOS; MEDEIROS JR, 2016). A imagem apresentada vai ao encontro do que esboçamos no segundo capítulo desta dissertação, quando abordamos a respeito da Teoria das Situações Didáticas e do Contrato Didático. No escrito, ainda das autoras, é dito que:

Identificamos o movimento estabelecido na tríade professor-aluno-conhecimento matemático quando se ensina matemática por meio da resolução de problemas retornando-se as interpretações dos registros escritos e orais circunstanciando as contribuições da didática e da resolução de problemas. (GUÉRIOS; MEDEIROS JR, 2016, p. 217)

Desse modo, a afirmação anterior nos remete a elucidar a respeito das situações adidáticas expostas por Brousseau (1986), as quais podem ser favorecidas pela Resolução de Problemas, uma vez que diante desta é possível que o estudante caminhe sozinho, com base na mediação do professor, na busca de soluções dos problemas e na construção do seu conhecimento.

Por esse viés, é preciso escrever também sobre a figura do professor, os processos e as estratégias fundadas em ideias cognitivas e metacognitivas que os estudantes podem apresentar na Resolução de Problemas. Destarte, no próximo tópico, esboçaremos sobre os processos e estratégias considerando as etapas de Resolução de Problemas e, por conseguinte, da figura do professor, uma vez que iremos elucidar sobre ela evidenciando a abordagem aqui discutida com o Arco de Magueréz (também objeto de estudo nesta dissertação).

2.2.5 Processos e estratégias: as etapas de Resolução de Problemas

Diante das diferentes concepções dadas à Resolução de Problemas sob os olhares de autores diversos, como salientado no subtópico anterior, alguns autores escrevem a respeito de algumas fases na Resolução de Problemas, considerando que sejam chamadas de caminhos para uma melhor orientação do trabalho com a abordagem ou de etapas de pensamento no ato de resolver problemas.

Tanto no âmbito internacional como no nacional, as etapas discutidas são diversas, mas é importante mencionar que não há uma maneira linear para se resolver problemas, como esboça Allevato e Onuchic (2014). Diante disso, para uma melhor organização na exposição dessas etapas neste estudo, resolvemos esboçá-las considerando uma linha do tempo, isto é, aquelas que vamos encontrando na literatura de acordo com os seus anos de publicações. Além disso, também esboçaremos aqui, a respeito das semelhanças entre as etapas discutidas pelos diversos autores.

Não dá para iniciar escrevendo sobre etapas de Resolução de Problemas e deixar de mencionar as heurísticas de Polya, uma vez que, desde o tratamento inicial da Resolução de Problemas, o autor aparece como um dos pioneiros no estudo sobre a temática. O autor em sua obra “A arte de resolver problemas”, publicada em várias edições e também traduzida para a Língua Portuguesa, descreve a respeito de quatro fases para se resolver um problema: *compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução e retrospecto* (POLYA, 1995). O autor pondera que “é uma tolice responder a uma pergunta que não se tenha sido compreendido; é triste trabalhar para um fim que não se deseja” (POLYA, 1995, p. 4). Nesse sentido, destaca que a fase de *compreensão do problema* é algo importante, mas não se deve apenas ao fato de compreender o problema, uma vez que o estudante “deve também desejar resolvê-lo” (POLYA, 1995, p. 4). A fase inicial na resolução de um problema dar-se-á no entendimento do que está sendo posto e na identificação dos dados do problema.

Por conseguinte, na fase nomeada por *estabelecimento de um plano*, o autor expõe que “temos um plano quando conhecemos, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar” (POLYA, 1995, p. 5). É exposto ainda pelo autor que o caminho alicerçado desde a compreensão ao estabelecimento de um plano não é fácil, podendo surgir gradualmente ou diante de inúmeras tentativas. Na *execução do plano*, o autor esboça que é mais fácil que concebê-lo, pois para criá-lo é preciso de conhecimentos anteriores e de concentração.

Segundo Polya (1995, p. 9):

O plano proporciona apenas um roteiro geral. Precisamos ficar convictos de que os detalhes inserem-se nesse roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e que não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro.

Com isso, entendemos que, na execução do plano, de acordo com os escritos do autor, é preciso ficar atento para que nada passe despercebido. Por fim, na sua última etapa, chamada de *retrospecto*, o autor salienta que:

[...] se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a capacidade de resolver problemas (POLYA, 1995, p.10).

Nesse sentido, apontamos que, diante dos escritos de Polya, a fase de retrospecto é de fundamental importância no ato de resolver problemas, pois nela será possível o estudante enxergar se existem erros e também o aperfeiçoamento da compreensão de solução.

Para não tornar o tópico cansativo, dado que muitas das etapas expostas na literatura por diversos autores são sinônimas, mudando apenas suas nomeações, como exposto por Yusuf *et al.* (2021), optamos por expor apenas como as etapas estão sendo nomeadas, considerando os seus autores e aquelas que julgamos diferentes trataremos de modo mais detalhado. Nos estudos de Schoenfeld (1985), também foram expostas quatro etapas para a resolução de problemas, a saber: compreender o problema, escolha da abordagem ou estratégia, resolver o problema, verificação da solução. Para Mayer (1989), as etapas são: representação do problema traduzido; integração do problema, envolvendo métodos a seleção de métodos; planejamento de solução; implemento da solução. Já para Lester (1994), seis etapas são destacadas: identificação do problema; compreensão do problema; análise de metas; estratégias de planejamento; implementação de estratégias; reavaliação das respostas finais.

Dessarte, como pode ser observado quando esboçamos as etapas, as suas nomenclaturas são sinônimas e, Yusuf *et al.* (2021), fazendo uma revisão de literatura sobre a Resolução de Problemas, em que mencionaram também os estudos anteriormente citados, esboçaram que as mudanças nos nomes podem se dar “devido à cultura, lugar e ambiente de relevância da Matemática” (YUSUF *et al.*, 2021, p. 1148, tradução nossa).

Além dos estudos anteriormente mencionados, Sternberg (2001) também apresenta etapas julgadas por ele necessárias ao se trabalhar com a Resolução de Problemas, a saber: identificação do problema; definição do problema; formulação de

estratégia; organização de informações; alocação de recursos; monitoramento; avaliação. As etapas mencionadas pelo autor também são semelhantes às que foram escritas em parágrafos anteriores, mostrando-se como diferente a nomeada por *alocação de recursos* que, para o autor, diz respeito à organização de recursos mentais. Nas demais etapas apenas os nomes também são diferentes: um exemplo é a etapa que o autor chama definição do problema, que nada mais é que a compreensão da questão. Cabe-nos mencionar que a etapa de identificação do problema está presente nos estudos de Lester (1994) e de Sternberg (2001), sendo descrita como uma constatação da questão central do problema.

À vista disso, é importante pontuar que todas as etapas anteriormente elucidadas fazem parte de estudos estrangeiros e, que, também, precisamos considerar o que vem sendo abordado a nível nacional, dado que é o que está mais próximo de nós culturalmente. Assim sendo, dedicamos os parágrafos seguintes para escrever a respeito das etapas que estão expostas em literatura nacional quando é estudado a respeito da Resolução de Problemas.

Brito (2010) esboça em suas pesquisas quatro etapas na Resolução de Problemas: representação, planejamento, execução e monitoramento. Mais tarde, em estudos realizados por Proença (2018) tais etapas foram descritas, salientando que a etapa de representação diz respeito à compreensão do problema; o planejamento é o momento que o estudante apresenta uma estratégia para ajudar a chegar à solução; na execução, o sujeito executa a estratégia anteriormente proposta, isto é, pode executar os cálculos; o monitoramento acontece diante da verificação e racionalidade da resposta encontrada e na análise do processo de resolução seguido (PROENÇA, 2018).

Nas etapas salientadas por Brito (2010) e Proença (2018), também se observa uma grande semelhança com as que são colocadas desde os primeiros estudos encontrados na literatura, por exemplo, as de Polya. No entanto, é relevante mencionar que cada autor tem objetivo diferente: uns estão preocupados apenas no ensinar sobre Resolução de Problemas, enquanto outros estão fundamentados na psicologia cognitiva e destacam nessas etapas uma íntima relação com os conhecimentos necessários à Resolução de Problemas destacados por Mayer (1992).

Mayer (1992) descreve quatro tipos de conhecimentos necessários à resolução de problemas: conhecimentos linguísticos e semânticos, que se dá na tradução das informações contidas no problema, utilizando a representação mental; conhecimento esquemático, que diz respeito a conhecer o que está sendo abordado naquele problema e a que objeto do conhecimento se refere, por exemplo; conhecimento estratégico, que é necessário para gerar e monitorar um plano de solução; por fim, o conhecimento procedimental, que se dá na hora executar o plano de solução. Assim, pode-se perceber que cada conhecimento destacado está relacionado às etapas que podem ser contempladas quando se resolve problemas, isto é, na etapa de representação ou compreensão do problema, os conhecimentos linguísticos, semânticos e esquemáticos possibilitam que a pessoa entenda a situação ou problema que está sendo colocada e que elabore uma representação mental (MAYER, 1992).

Para mais, em Proença (2018) é destacado que, na etapa de representação, a utilização dos conhecimentos linguísticos pode ser analisada diante da identificação de termos no enunciado de uma questão que podem ser entendidos com base na língua materna do estudante; a utilização dos conhecimentos semânticos se dá com base na presença de termos matemáticos conhecidos pelos estudantes; a utilização dos conhecimentos esquemáticos na percepção dos estudantes sobre o que trata o problema, se é sobre Juros, Porcentagem, Probabilidade. Na etapa de planejamento, a utilização do conhecimento estratégico se dá na análise sobre se o aluno utilizou estratégias adequadas; o tipo de mente matemática (lógico-verbal, viso-pictórico ou ambas); pensamento de símbolos matemáticos; generalização de forma rápida e abreviação do processo de raciocínio matemático, podemos elencar que é nesta etapa que o estudante mostra o caminho que resolveu o problema. Na etapa de execução dá para constatar se o aluno realizou os cálculos de acordo com a proposta anteriormente colocada por ele; se ele faz os cálculos matemáticos necessários e utiliza os conhecimentos procedimentais para saber se os cálculos estão adequados. Proença *et al.* (2022, p. 267) menciona que a etapa de execução “revela os quão formados estão, na estrutura cognitiva de uma pessoa, os seis conhecimentos de procedimentos algorítmicos, de técnicas e de fazer desenhos”. Na etapa de monitoramento, acontece a

verificação da resposta apresentada, se ela tem racionalidade; é o momento de rever a solução seguida; identificação da habilidade de reconstrução rápida.

Nesse sentido, Brito (2010) destaca que “a solução de problemas é, portando, geradora de um processo através do qual o aprendiz vai combinar, na estrutura cognitiva, os conceitos, princípios, procedimentos, técnicas e conhecimentos previamente adquiridos” (p.19). Assim, podemos considerar que tanto nos estudos de Brito (2010) como nos desenvolvidos por Proença (2018, 2021) era considerada a estrutura cognitiva dos indivíduos ao expor sobre essas etapas.

Diante das ponderações, é observado que muito se fala de etapas na literatura e, com isso, é preciso que consideremos a respeito de processo e estratégias, visto que são indispensáveis quando falamos de Resolução de Problemas, bem como das etapas que ela envolve. Yusufet *al.* (2021) aponta que “resolver problemas matemáticos é único, pois a solução pode ser feita com várias maneiras de estratégias e acompanhar o processo” (YUSUF *et al.*, 2021, p. 1145, tradução nossa). Assim sendo, as etapas de solução de problemas formam a base do processo de resolução.

Com isso, também é exposto por Yusufet *al.* (2021), quando realizaram uma revisão de literatura sobre algumas etapas da Resolução de Problemas expostas por alguns autores, sobre as estratégias. Reiteramos que as etapas mencionadas fazem parte do processo de resolução e, em linhas gerais, as estratégias serão desenhar uma imagem, encontrar um padrão, escrever uma equação, escolher operação, trabalhar para trás, criar uma tabela, listar resultados, entre outras. Assim, dentro de todo o processo de resolução, descritos diante das etapas mencionadas, várias estratégias podem ser utilizadas e cada resolvidor de um problema pode utilizar as estratégias que lhe forem mais apropriadas ou tiverem mais familiaridade. Os autores expressam que o processo de resolução de problemas tem semelhanças com as estratégias e destacam que o processo pode ser entender o problema, resolver o problema e verificar o problema e que estratégia é uma ferramenta para chegar à solução.

Oliveira e Proença (2022b), ao apresentarem e discutirem um estudo que trata da estratégia da ‘tabela’ no ato de resolver problemas com estudantes da Licenciatura em Matemática, abordam que, segundo os solucionadores, a tabela possibilitou uma melhor organização dos dados e informações, permitiu o mapeamento do início ao fim

durante a resolução, possibilitando também encontrar padrões. No entanto, também foram colocadas pelos autores algumas limitações expostas pelos estudantes, entre elas: resolução extensa e cansativa, não ser possível resolver todos os tipos de problema utilizando a tabela; o fato de a tabela depender de quem esteja resolvendo o problema e o problema que será resolvido. Diante do estudo, evidenciamos que é uma única estratégia dificilmente caberá na resolução de todos os tipos de problemas e a importância de apresentar diversas estratégias para os estudantes para que assim eles utilizem a que acharem mais cabível.

Assim sendo, segundo Schoenfeld (2013), as estratégias de Resolução de Problemas são ferramentas para resolver algo e ao fazer Matemática é preciso fazer explorações, sistematizações e previsões. Com isso, não há uma única maneira para se resolver um problema e podem existir inúmeras estratégias para resolver um só problema. As ideias expostas nos levam a refletir sobre a figura do estudante diante das estratégias e, é importante pontuar, sobre o fato de que muitos deles conhecem diversas estratégias, no entanto, não têm conhecimento de quais são mais eficazes para resolver uma atividade específica da Matemática.

Para Yusufet *al.* (2021):

O processo de resolução de problemas requer um conjunto de atividades sistemáticas onde há um planejamento lógico e produz alternativa, incluindo estratégias a serem utilizadas e seleção de métodos para implementá-lo. Cada processo de resolução de problemas requer um método ou estratégia para resolver o problema, realizar cálculos para atingir a meta e revisar a implementação do que foi feito para obter a resposta correta. (YUSUF *te al.*, 2021, p. 1150, tradução nossa)

Diante disso, os processos são vistos pelos autores como entender o problema, planejar uma solução e verificar a racionalidade da resposta encontrada e para isso são necessárias as estratégias, por exemplo, no planejamento da solução uma estratégia seria separar os dados numa tabela.

Assim, como não dá para considerar em um estudo todas as fases, etapas expostas na literatura, e assim optamos por, em nossas análises, considerar as etapas expostas por Brito (2010) e também discutidas por Proença (2018, 2021): representação, planejamento, execução, monitoramento. No julgamento dessas etapas para este estudo, consideramo-las, pois nelas existem dois aspectos importantes da

habilidade metacognitiva – representação e planejamento -, como afirmado por Mulyono e Hadiyanti (2017).

Na BNCC (BRASIL, 2018, p. 535) é salientado que:

Para resolver problemas, os estudantes podem, no início, identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários ou os que possam ser utilizados na chamada formulação matemática do problema. Depois disso, eles precisam aplicar esses conceitos, executar procedimentos e, ao final, compatibilizar os resultados com o problema original, comunicando a solução aos colegas por meio de argumentação consistente e linguagem adequada.

As ideias tecidas anteriormente vão ao encontro do que já vem sendo pontuado sobre o fato de que, na resolução de um problema matemático, os estudantes passam por algumas etapas. Ainda na BNCC (BRASIL, 2018, p. 535), é exposto que “a resolução de problemas pode exigir processos cognitivos diferentes”, isto é, há situações em que o estudante compreenderá de maneira mais rápida e há outras que exigem um maior grau de compreensão e interpretação.

Assim sendo, para Silva e Siqueira Filho (2011, p. 145), a Resolução de Problemas matemáticos:

[...] aguça processos cognitivos, uma vez que dá ao aluno possibilidades de reflexão, análise dos procedimentos efetivados, descobertas de caminhos diferenciados para conclusão do problema, releitura do resultado encontrado, dentre outras.

Ponderamos que é importante deixar os estudantes livres para escolherem o caminho, a técnica, a estratégia, os passos para que resolvam problemas e, diante disso, algumas dessas etapas podem ser ou não contempladas, como também acrescidas. Essa questão de contemplar ou não certas etapas na resolução de problemas, foi apontada em um estudo realizado por Viana e Lozada (2020) sobre a aprendizagem baseada em problemas. Os autores constataram que os alunos costumam negligenciar certas etapas, outras não são consideradas importantes, algumas são realizadas de forma oral, sem registro em folha de papel. Assim, os autores apontam que em geral os alunos não apreciam seguir etapas para resolver problemas e preferem seguir um caminho mais livre, sem linearidade de como fazer a resolução e por onde começar.

Yusufet *al.* (2021) salientam que “qualquer método escolhido depende da vontade e do conhecimento existente para responder à questão problemática” (p. 1150, tradução nossa). Além disso, Yusufet *al.* (2021) ainda ponderam que “estudar como os alunos resolvem problemas matemáticos é uma tarefa complexa” (p. 1151, tradução nossa). Numa relação com essas ideias, Echeverría e Pozo (1998, p. 14) escrevem que não é suficiente “dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes”, mas é preciso “criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta”.

Somando a isso, Maharani (2014), ao abordar sobre o pensamento criativo na utilização de problema matemáticos, escreveu que, por meio dele, é possível gerar novas ideias, que os estudantes podem ser ativos e que a criatividade é um pré-requisito para se resolver problemas. No entanto, “para o pensamento criativo é necessária a liberdade de pensamento, não estando sob controle ou pressão” (MAHARANI, 2014, p. 121, tradução nossa). Com esse ponto de vista, para que os estudantes usem a criatividade é preciso de tempo na resolução de problemas matemáticos e ela exige pensamento lógico e intuitivo.

Brito (2012, p 18) traz uma reflexão sobre os mecanismos cognitivos da resolução de problemas:

Solução de problemas é entendida como uma forma complexa de combinação dos mecanismos cognitivos disponibilizados a partir do momento em que o sujeito se depara com uma situação para a qual precisa buscar alternativas de solução. Pode ser definida como um processo cognitivo que visa transformar uma dada situação em uma situação dirigida a um objetivo, quando um método óbvio de solução não está disponível para o solucionador, apresentando quatro características: é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal, pois depende do conhecimento prévio do indivíduo.

Com base nisso, Fonseca e Contijo (2021) defendem que, ao se trabalhar com problemas matemáticos, a riqueza está na organização mental do sujeito, uma vez que demanda dele a elaboração de estratégias, testagem, verificação, entre outros passos já expostos anteriormente. Todos os pontos discutidos refletem sobre as habilidades metacognitivas essenciais na resolução de problemas que se fundam no: prever, planejar, monitorar e avaliar (MULYONO; HADIYANTI, 2017).

Acrescido a essas ideias, para Bahtiyar e Can (2016, p. 2109, tradução nossa) “do ponto de vista dos behavioristas, a resolução de problemas é um processo que se desenvolve através de mecanismos de reforço positivo e negativo”. Além dessas contemplações, para os autores, por meio da resolução de problemas, os estudantes desenvolvem capacidades de pensar sobre situações e problemas, lidando com eles por meio de estratégias criativas, sistemáticas e analíticas.

Com as elucidações, chegamos a um ponto que nos leva a refletir sobre o enlace aqui proposto por nós, a utilização da Resolução de Problemas com o Arco de Magueréz. Assim, como já foi destacado sobre as diferentes concepções da Resolução de Problemas, os processos e as estratégias, no próximo tópico destacamos as suas relações, o que nos levou a utilizar as abordagens em conjunto, e como juntamos os processos e estratégias, considerando, também, as etapas que são discutidas na problematização com o Arco de Magueréz.

2.2.6 A Resolução de Problemas enlaçada com o Arco de Magueréz

Com as discussões apresentadas em tópicos desta dissertação, subentende-se que a nossa opção, enquanto professores que ensinam Matemática, é a de Educação Libertadora, dado que o nosso estudo vai contra a educação bancária e defende a educação problematizadora. Em linhas gerais, para Bordenave e Pereira (2015), a educação bancária apresenta as características a seguir: o professor que faz a transmissão do conhecimento, diante de suas experiências; espera-se que os estudantes absorvam o conteúdo das matérias sem modificá-lo e o reproduzam; não se preocupa com o estudante como sujeito integral e membro de uma comunidade; o estudante é passivo, memorizador, mero reprodutor.

Por outro lado, para Bordenave e Pereira (2015), a educação problematizadora defende que: um sujeito só conhece algo bem quando o transforma; a solução de problemas implica na participação ativa e na ação comunicativa entre estudantes e professores; a aprendizagem acontece diante de uma pesquisa em que o estudante passa por uma série de processos que aguçam o seu sistema cognitivo. Assim, comungamos do que Bordenave e Pereira (2015) descrevem em seus estudos, e defendemos propostas de ensino e aprendizagem, nas quais seja valorizado o papel do

estudante nas diferentes esferas em que ele está inserido, bem como o dialogismo diante da relação professor-aluno e aluno-aluno.

Diante disso, para somar ao que já é discutido na Resolução de Problemas, considerando o estudante como um sujeito que atua ativamente nas situações de aprendizagem, abordamos também sobre a problematização com o Arco de Magueres. De acordo com Berbel (2012), a problematização com o Arco de Magueres considera a realidade como ponto de partida e aplicação nela. Nesse sentido, entendemos que abordar sobre ela junto com a Resolução de Problemas trará grandes contribuições para o ensino de Matemática, e que uma das concepções de Stanic e Kilpatrick (1989) pode ser contemplada – a Resolução de Problemas enquanto contexto. Sobre isso, destacamos a figura apresentada abaixo.

Figura 7: Problematização: resolução de problemas e o Arco de Magueres



Fonte: Elaboração do autor da dissertação (2022)

Com a figura esboçada, pontuamos que tanto a Resolução de Problemas como o Arco de Magueres são abordagens que estão dentro da problematização, logo, que consideram o ensino e a aprendizagem a partir de contextos problematizadores, os quais permitem visões críticas e reflexivas ao seu respeito.

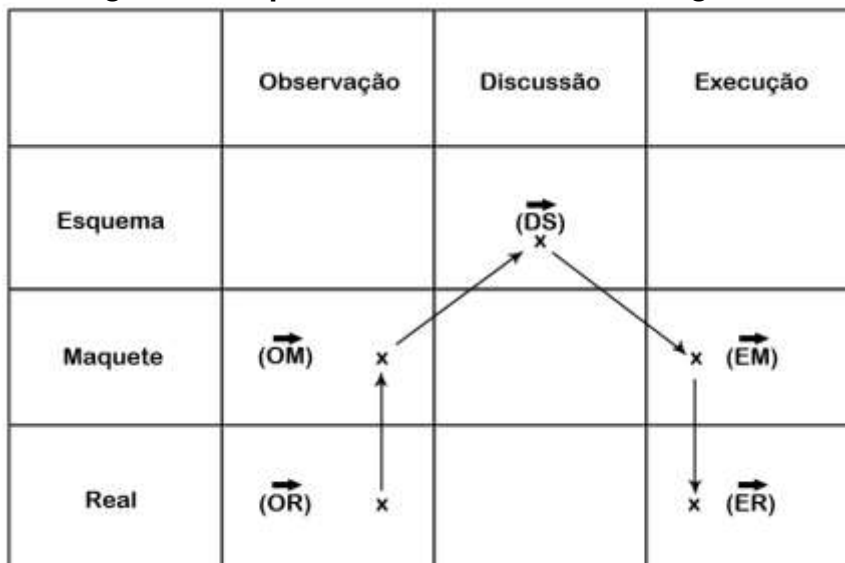
Para que fique mais fácil o entendimento do leitor, primeiramente, faremos uma descrição histórica sobre o Arco de Maguerez, para depois expormos sobre suas características e como se dá o seu enlace com a Resolução de Problemas aqui neste estudo. Nesse sentido, de acordo com Colombo e Berbel (2007), o Arco de Maguerez foi elaborado na década de 70 e tornou-se público com os escritos de Bordenave e Pereira, sendo por muito tempo o estudo dos autores o único disponível no meio acadêmico e que tal proposta recebeu inspiração de Paulo Freire – educação libertadora X educação bancária.

Para Colombo e Berbel (2007, p. 123), a educação problematizadora com o Arco de Maguerez aparece com “o fortalecimento da necessidade de uma perspectiva de ensino mais voltada para a construção do conhecimento pelo aluno”. Para as autoras ainda:

A riqueza dessa metodologia está em suas características e etapas, mobilizadoras de diferentes habilidades intelectuais dos sujeitos, demandando, no entanto, disposição e esforços pelos que a desenvolvem no sentido de seguir sistematizando a sua orientação básica, para alcançar os resultados pretendidos. (COLOMBO; BERBEL, 2007, p. 124)

Com a descrição dada pelas autoras, já se percebe que a abordagem, considerada metodologia da problematização, está alicerçada em etapas. Assim sendo, diante do livro publicado por Berbel (2012) – A Metodologia da Problematização com o Arco de Maguerez – faremos o esboço de como essas etapas são configuradas e quais as modificações que elas sofreram até chegar a sua configuração atual.

Berbel (2012) explicita três versões para explicação do Arco de Maguerez. A primeira versão exposta por Charles Maguerez – criador do Arco – foi apresentada no esquema da figura abaixo:

Figura 8: Esquema inicial do Arco de Maguerez

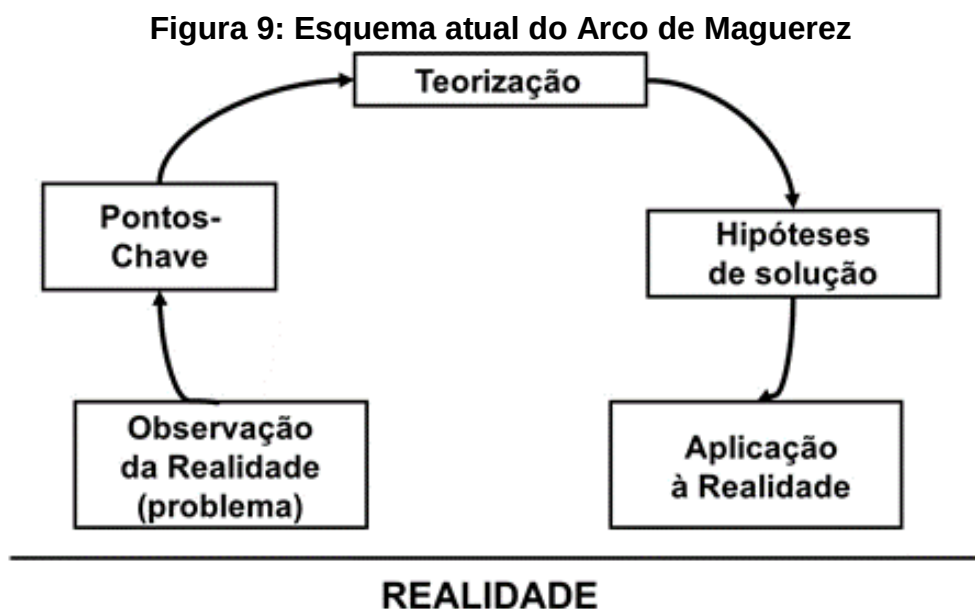
Fonte: Berbel e Gamboa (2012, p. 268)

Berbel (2012) descreve que a dinâmica da aprendizagem com base nesse esquema acontece da seguinte maneira: observação da realidade (dados de um problema); observação de uma maquete, simplificando e simbolizando a realidade (elaboração de um resumo dessa realidade); discussão sobre esquemas (de conteúdos), permitindo uma generalização; execução sobre a maquete, permitindo dar imediatamente um valor aos símbolos; por fim, execução na realidade. A autora afirma que para Charles Maguerez é importante a “associação da palavra com a imagem do real que lhe corresponde para formação do conceito, da generalização abstrata e do desenvolvimento do raciocínio do aprendiz” (BERBEL, 2012, p. 35).

Com isso, a autora trata das etapas expostas na figura 8 e considera que as fases de observação – realidade, maquete – têm o objetivo de ligar o objeto do conhecimento (conteúdo) à realidade (BERBEL, 2012). Com a afirmação, percebe-se que o arco está embasado em dar sentido ao que é estudado dentro do espaço escolar, isto é, a aplicação do conhecimento em desenvolvimento. Sobre as etapas, ainda é salientado pela autora que as quatro primeiras podem ser desenvolvidas dentro do espaço da sala de aula e a quinta etapa é a aplicação na realidade, e que ela pode acontecer “segundo regras comuns do ensino trabalhado, em um laboratório ou local de trabalho real” (BERBEL, 2012, p. 35). Aplicando o arco no ensino e a aprendizagem da

Matemática, a última etapa pode ficar a critério do estudante, para que ele aplique o conhecimento adquirido em situações de sua vida real no contexto em que vive ou que o professor leve os estudantes a espaços para aplicação conhecimento.

Na segunda versão explicada do Arco de Maguerez exposta por Berbel (2012), já é mostrado o esquema do arco como é configurado nos dias atuais. Verifique a figura a seguir:



Fonte: Bordenave e Pereira (2015, p. 10)

Para que não fique confuso aos olhos do leitor, Berbel (2012) em sua obra utilizou os escritos de Bordenave e Pereira, pois, como já salientado, por muito tempo foi o único escrito disponível sobre o arco. Assim, pode parecer contraditório quando utilizamos Berbel (2012) e depois a figura do arco com a fonte de Bordenave e Pereira (2015), mas isso justifica-se pela obra de Bordenave e Pereira ter tido várias edições e estarmos utilizando como referência a mais atual.

Assim como Berbel (2012) salienta, também observamos que, nos escritos de Bordenave e Pereira (2015), as etapas do Arco de Maguerez foram referidas de várias maneiras. Diante disso, como uma mesma temática pode ser tratada por diversos vieses, pesquisadores têm que seguir uma linha de pensamento e, desse modo, vamos discutir sobre a maneira que achamos pertinente para este estudo. Ao falar propriamente das etapas expostas no arco, mais uma vez reiteramos que tudo parte da

observação da realidade, no entanto, pontuamos que há modificações da versão inicial para a final, por exemplo: observação da maquete e execução da maquete passaram a ser os pontos-chave e as hipóteses de solução, respectivamente.

Destarte, para uma maior contemplação falaremos das etapas expostas no Arco de Maguerez de maneira mais detalhada, para que assim seja possível alinhar à Resolução de Problemas. Na última versão exposta por Berbel (2012), o Arco se dá diante da observação da realidade, pontos-chave, teorização, hipóteses de solução e aplicação na realidade (como exposto na figura 9). Colombo e Berbel (2012) destacam que na primeira etapa se dá a observação da realidade e a definição do problema, e que este é o início do processo de apropriação de informações diversas pelos participantes. Para este estudo, salientamos que os problemas, em sua maior parte, serão levados prontos para os estudantes. No entanto, para isso, consideramos situações ligadas à realidade, principalmente aquelas que fazem parte dos contextos dos estudantes que são sujeitos de pesquisa, para que assim eles se sintam mais engajados em problematizar as situações esboçadas.

É diante da situação observada que as pessoas poderão problematizá-las. Na segunda etapa, ainda segundo as autoras, após os problemas estarem em mãos, os pontos-chave permitirão uma maior compreensão do problema, permitindo uma maior reflexão sobre ele, uma vez que diz respeito ao que está sendo tratado no problema, ou seja, o que está sendo investigado, os termos matemáticos e não matemáticos presentes. Partindo disso, na etapa de observação de realidade e dos pontos-chave, também é onde acontece a representação quando consideramos a Resolução de Problemas e suas etapas de pensamento de acordo com Brito (2010), pois, para que os estudantes reflitam sobre o que está sendo esboçado da realidade, precisarão compreender os problemas e, assim, enxergar o que será investigado, permitindo o uso da sua criatividade, além dos esforços cognitivos na busca de estratégias para resolver a situação.

Por conseguinte, na etapa de Teorização, os estudantes serão levados a discutir sobre o que o problema aborda, o conteúdo matemático. Nessa etapa destacamos os processos de representação trazidos também nos estudos de Resolução de Problemas. Colombo e Berbel (2007, p. 125) assentam que, nesta etapa, “os dados obtidos,

registrados e tratados, são analisados e discutidos, buscando-se um sentido para eles, tendo sempre em vista o problema”.

Na etapa de hipóteses de solução do Arco de Magueres, pontuamos que podem acontecer, no mesmo período do planejamento, execução e monitoramento das etapas de Resolução de Problemas, pois a partir disso os estudantes decidem as estratégias para resolver o problema, se existe apenas um meio e qual seria o mais eficaz, utilizando dos diversos registros (operações matemáticas, gráficos, tabelas). Além disso, também será possível observar os conhecimentos dos diversos ramos da Matemática (como por exemplo, Álgebra, Geometria, entre outros), o pensamento com símbolos, abreviação do processo de raciocínio, execução da estratégia proposta, utilização dos conhecimentos procedimentais, verificação da resposta apresentada, revisão da solução apresentada e habilidades de reconstrução.

Por fim, na última etapa, a aplicação na realidade permitirá uma análise de onde o problema partiu, até onde chegou e quais as implicações do possível conhecimento construído para aquele meio. Para ser mais específico, nessa última fase, os estudantes podem expor suas reflexões com base no problema e na situação norteadora e os impactos do resultado numérico na realidade (BERBEL, 2012).

À vista do que vem sendo pontuado, para uma maior contemplação da proposta envolvida à Resolução de Problemas, utilizaremos o Arco de Magueres para que o estudante exponha o seu pensamento a partir dos problemas matemáticos entregues. Assim, eles poderão fazer uma análise crítica e ver em que os dados implicam nas suas vidas, diante da observação da realidade; identificarão os objetos de investigação (conceitos matemáticos e não-matemáticos) diante dos pontos-chave; verificarão qual a teoria matemática envolvida na problema com base na teorização, isto é, o conteúdo matemático presente e quais símbolos matemáticos estão sendo utilizados; apresentarão soluções matemáticas para o problema, refletindo a maneira pela qual podem resolver a situação e se existe apenas uma, como devem tratar os dados do problema e quais operações devem fazer para chegar à solução; por fim, na aplicação da realidade, farão a descrição de como o resultado matemático pode ser aplicado à realidade e qual o impacto dele.

Para uma simplificação do que foi exposto anteriormente, a imagem a seguir esboça como o Arco de Magueréz, baseado em Bordenave e Pereira (2015), será utilizado pelos estudantes no desenvolvimento das tarefas. A partir dos estudos sobre o Arco de Magueréz, expandimos o significado das etapas para especificá-las e ficar mais claro para os alunos o significado de cada uma, assim como para o professor quando for aplicá-las, comose pode ver a seguir:

Figura 10: Arco de Magueréz utilizado para o desenvolvimento das tarefas
O ARCO DE MAGUERÉZ



Fonte: Elaboração do autor da dissertação (2022)

Assim sendo, a partir do Arco de Magueréz com a nossa proposta e aplicação para o desenvolvimento desta dissertação, considerando contextos reais e ao alcance dos estudantes, contemplamos também pontos relacionados ao Discurso Pedagógico salientando por Basil Bernstein, uma vez que serão proporcionadas aos diversos estudantes situações de aprendizagem que consideram o objeto matemático, mas, além disso, situações em que estes estudantes estão inseridos.

Pontuamos, diante disso, o estudante como sujeito participante e agente que pode transformar a sua realidade social. Berbel (2012, p. 80) afirma que “é a partir da prática social vivida que se busca sentido, explicação, justificativa e os próprios meios para transformá-la”. Com todas essas considerações, é pertinente mencionar que estamos problematizando o ensino de Matemática a partir da realidade e utilizando nela processos ligados à Resolução de Problemas. É importante mencionar que quando, consideramos a realidade, o conhecimento compreendido e discutido em sala de aula será lembrado quando o estudante estiver frente à situação fora do espaço escolar. Tratando-se da Matemática Financeira, que é o objeto de estudo desta pesquisa de Mestrado, os estudantes poderão enxergar e utilizar o conhecimento construído ou em desenvolvimento em inúmeras ocasiões e isso permitirá uma análise e reflexão maior das situações em que ele terá que agir.

Sobre considerar a realidade como ponto de partida na resolução de problemas, apontamos o que Echeverría e Pozo (1998, p. 15) escreveram:

A aprendizagem da solução de problemas somente se transformará em autônoma e espontânea se transportada para o âmbito do cotidiano, se for gerada no aluno a atitude de procurar respostas para suas próprias perguntas/problemas, se ele se habituar a questionar-se ao invés de receber somente respostas já elaboradas por outros, seja pelo livro-texto, pelo professor ou pela televisão.

Corroborando com essas ideias e fazendo jus a nossa proposta, Lupinacci e Botin (2004) descrevem que, quando se está preocupado com a envoltura dos estudantes na busca de soluções para problemas, é preciso que situações reais e abertas sejam apresentadas. De acordo com esse mesmo critério, Chamberlin (2010, p. 66, tradução nossa) assenta que “autênticas tarefas de resolução de problemas matemáticos têm um contexto que tem um alto grau de realismo em oposição a problemas matemáticos, que pode ou não ter um contexto”. Com isso, a articulação descrita por nós abordará problemas que terão autenticidade e que, nesse tipo de tarefa, são considerados de nível cognitivo elevado (CHAMBERLIN, 2010). Por esse mesmo viés, consideramos também o que aponta Alvarenga e Vale (2007, p. 3) que “a ligação entre a realidade e a sala de aula pode ser estabelecida através da resolução de problemas”.

Diante dessas elucidações, é preciso pensar também sobre a postura do professor na utilização dessas abordagens. Assim, o próximo tópico foi dedicado para tratar desse componente tão importante nas situações de ensino e aprendizagem da Matemática.

2.2.7 As dificuldades dos alunos com a Resolução de Problemas no ensino de Matemática

Como visto nos tópicos anteriores, as discussões sobre Resolução de Problemas não são recentes, no entanto, a sua utilização nas salas de aula da Educação Básica vem ganhando muito destaque nas últimas décadas, seja em pesquisas a nível de Mestrado, Doutorado, como também em pesquisas publicadas em artigos científicos. Mesmo que a proposta seja pontuada como uma possibilidade para o desenvolvimento cognitivo do estudante, dado que ele é colocado como um sujeito que atua no processo de Resolução de Problemas, nem tudo é tão simples como parece, visto que alguns estudos apontam algumas dificuldades que os alunos apresentam. Desse modo, buscamos estudos que tratam das dificuldades apresentadas pelos estudantes na Resolução de Problemas.

Mayer (1987) esboça que os alunos costumam apresentar dificuldades na compreensão do texto de um problema. Do mesmo modo, para Schwieger (2003), abordando a respeito das dificuldades vivenciadas por professores e alunos na resolução de problemas matemáticos, as principais são: linguagem e terminologia, materiais textuais e escritos, atitudes e expectativas. Tratando da linguagem, é colocado que tanto a escrita como a falada são uma preocupação crítica e usada por professores e alunos pode ajudar ou atrapalhar na resolução de qualquer problema ou situação-problema.

Quando é esboçado sobre os materiais textuais, o autor assenta que vários aspectos podem tornar a resolução de problemas difícil, citando que o problema geralmente é deixado como uma reflexão mais tardia, ou seja, geralmente em livros didáticos as tarefas mais desafiadoras aparecem nos finais dos capítulos. Tratando-se das atitudes e expectativas dos estudantes, o estudioso delineia alguns equívocos que os discentes cometem na resolução de problemas: tentam uma única vez e desistem,

acreditam que existe apenas uma estratégia ou método para chegar à solução, têm a ideia que toda Matemática é cumulativa e hierárquica, têm na mente que não possuem habilidades necessárias para a resolução de problemas.

Corroborando com o que Schwieger (2003) pontua a respeito da linguagem, Cagliari (2010) afirma que, muitas vezes, o motivo de os estudantes não resolverem um problema matemático se dá pelo fato de não saberem ler o enunciado da questão e não porque não sabem Matemática, ou seja, as dificuldades estão centradas na leitura e compreensão. Entretanto, Araújo (2015), em sua pesquisa de Mestrado, menciona que essas dificuldades relacionadas aos enunciados dos problemas se dão porque os estudantes não querem lê-los, mas que, quando são levados a fazerem releituras, isso ajuda na compreensão do problema.

Segundo Gonçalves (2014), ao fazer uma análise das estratégias e erros dos alunos do 9º ano em questões de Álgebra, as dificuldades estavam centradas no uso da linguagem matemática, na transformação de linguagens – materna para Matemática -, na falta de leitura e interpretação do enunciado do problema, na dificuldade de resolver produtos, multiplicação e divisão com números decimais, falta de atenção a dados importantes nas questões, organização das informações.

Muller (2015), em sua dissertação de Mestrado envolvendo a Resolução de Problemas matemáticos no Ensino Fundamental, corroborando com estudos citados anteriormente, também destaca que as dificuldades dos estudantes estavam baseadas na compreensão e interpretação dos problemas. Já Melo (2015), ao investigar a respeito das dificuldades dos alunos o 6º ano do Ensino Fundamental na interpretação de enunciados em problemas de Aritmética, destaca a compreensão do enunciado, a busca pelos dados coerentes que estão na questão, conhecimentos de conceitos e não saber utilizar os algoritmos corretamente.

Alvarenga *et al.* (2016), ao concluir uma pesquisa envolvendo estudantes do 7º ano e a Resolução de Problemas, detectou que as principais dificuldades apresentadas foram, também, interpretar o enunciado, identificar e saber usar os dados da questão (problema), mencionando que isto pode ter acontecido pelo fato de os estudantes estarem habituados a fazerem aplicações de fórmulas.

Corroborando com isso, Braga (2020) menciona que muitos alunos possuem dificuldades na leitura e compreensão de um problema e que os obstáculos não são os conceitos matemáticos em si, mas a falta de interpretação. Com isso, o mesmo autor pontua que um dos desafios no trabalho com a Resolução de Problemas está no enunciado do problema, sendo preciso realizar adaptações e releituras.

Para Proença *et al.* (2022), diante de um estudo bibliográfico realizado com dissertações que utilizaram propostas de ensino baseadas na Resolução de Problemas, os estudantes da Educação Básica apresentam dificuldades nas quatro etapas do processo de resolução (representação, planejamento, execução e monitoramento), sendo que com maior frequência acontece na representação (compreensão do problema), o que se soma aos estudos expostos anteriormente. Os autores ainda acrescentam que tais dificuldade “são decorrentes da má formação de conceitos e de procedimentos matemáticos” (PROENÇA *et al.* 2022. p. 282), uma vez que os estudos analisados utilizam a Resolução de Problemas após o conteúdo estudado.

Diante dos estudos apontados, fica visível que a principal dificuldade dos estudantes na Resolução de Problemas está relacionada à linguagem, principalmente nos que diz respeito a compreensão, interpretação e organização dos dados dos enunciados, o que nos leva a reflexões, visto que esses elementos são essenciais na resolução de qualquer problema e é de onde tudo parte. Cabe-nos mencionar que, de acordo com as etapas que os estudiosos – Pólya (1994), Onuchic (1999), Allevato e Onuchic (2014), Brito (2010), Proença (2018) - mostram como propostas para a Resolução de Problemas no ensino de Matemática, a compreensão, interpretação e organização dos dados aparecem nas fases/etapas iniciais e essas dificuldades vistas em pesquisas anteriores nos servem de alerta para o desenvolvimento deste estudo. Nesse sentido, essas etapas iniciais merecem uma atenção especial por parte dos professores e de outros pesquisadores, uma vez que podem resultar em outras dificuldades, ou seja, a não compreensão de um problema levará à utilização de estratégias e procedimentos ineficazes para chegar a uma solução.

Por fim, consideramos que tais ponderações nos levam a um olhar mais atento para a construção de enunciados dos problemas, visto que o modo como estará explícito poderá ajudar ou atrapalhar na compreensão, na interpretação e no

recolhimento de dados necessários para resolver um problema. Não obstante, também é pertinente apontar a respeito da mediação do professor nesse processo: se o aluno apresenta dificuldades o docente tem que buscar meios para que o ajude na compreensão das situações, bem como na organização dos dados e isso nos remete a reiterar o que discutimos em capítulos anteriores: a ação comunicativa, pontos do discurso pedagógico (sequenciamento e ritmo), fatores ligados ao Contrato Didático e aos seus efeitos nocivos (não dar respostas, ter uma mediação assertiva).

CAPÍTULO III

A MATEMÁTICA FINANCEIRA

Neste capítulo discutiremos a respeito dos elementos históricos da Matemática Financeira, como ela aparece nos documentos que norteiam a Educação Básica – PCNs, PCNEN, PCNs Mais, OCEM e o Referencial Curricular do Estado de Pernambuco – e também como ela é abordado nos livros didáticos aprovados pelo PNLD.

3.1 Elementos históricos da Matemática Financeira e sua inserção no currículo de Matemática na Educação Básica

Inicialmente, destacamos que compreender os elementos históricos de um saber – conteúdo – é fator de grande relevância para entendermos o seu espaço no currículo escolar, bem como seus conceitos atuais. Tratando-se da Matemática Financeira, historicamente escrevendo, “esteve muito ligada ao conceito e história de comércio, tanto que a maioria dos autores de livros desta área do conhecimento denominou suas obras de Matemática comercial e Financeira” (GRANDO; SCHNEIDER, 2010, p. 44).

Se considerarmos as civilizações mais antigas, após a iniciação da comunicação entre os primeiros povos, começaram as trocas de mercadorias e daí surge a primeira forma de comércio. No entanto, não existia, inicialmente, uma moeda, uma vez que se trocavam diretamente gêneros e mercadorias para que fossem supridas as necessidades fundamentais dos povos. Porém, com o aumento do comércio e percebendo-se que não havia uma medida comum entre os objetos que eram trocados, surgiu a necessidade de criar um meio de equivalência para avaliar o que estava sendo trocado, surge, então, o que foi chamado de moeda-mercadoria ou padrões fixos.

Os padrões fixos ou moedas-mercadorias eram diferentes em cada lugar que se habitava. De acordo com Grando e Schneider (2010), na China, por exemplo, nos

séculos XVI a XI a.C., os gêneros e mercadorias eram trocados por dentes, chifres e couros de animais; enquanto, na América Central, se usava pedaços de tecido, sementes de cacau, entre outros. Depois de um certo tempo isso mudou e passou-se a usar como base armas e ferramentas, podendo ser de pedras em um primeiro momento e logo depois de bronze. Mais tarde, o metal passou a ser difundido e as mercadorias passaram a ser pagas com cobre, bronze, prata e ouro; com isso, o comércio foi ganhando cada vez mais espaço.

Ainda segundo Grando e Schneider (2010), com o auge do comércio e com todos esses metais já em vista, foi iniciado uma nova atividade: o comércio do próprio dinheiro. Como o comércio acontecia entre países diferentes, diversas moedas eram comercializadas, no entanto, a que valesse mais teria que ser paga em maior quantidade pela que tivesse menor valor. Com isso, as trocas foram aumentando e alguns comerciantes ficaram interessados em acumular o ouro ou a prata – dinheiro do momento -, para depois dedicar-se à atividade de troca do dinheiro.

Consequentemente, chegou a um novo momento, em que a atividade consistia em guardar e emprestar dinheiro. De acordo com Robert (1989), uma pessoa acumulava uma certa quantia de dinheiro e emprestaria esse dinheiro a quem pedir, e o devedor podendo empregar esse dinheiro no que quisesse, teria que devolver ao dono o que foi emprestado e também uma soma adicional. A partir disso chegamos ao que hoje é visto como operação de crédito e é evidenciado um lucro, ou melhor, um juro.

Vale mencionar que essas pessoas que emprestavam dinheiro eram chamadas de cambistas e um ponto importante que Grando e Schneider (2010) esboçam, era a maneira como estas pessoas exerciam suas atividades, que eram sentadas em um banco de madeira em algum lugar de seus mercados, e daí faziam os seus empréstimos. Desse modo, podemos dizer que isso deu origem ao que é chamado hoje de banco e banqueiros. Gonçalves (2007) explica que o surgimento dos bancos está diretamente ligado ao cálculo de juros e ao uso da Matemática Comercial e Financeira.

À vista disso, resolvemos, inicialmente, elencar alguns pontos que consideramos importante sobre a origem da Matemática Financeira, com a finalidade de chegarmos ao que se expõe sobre essa temática nos documentos oficiais que norteiam a Educação Básica Brasileira, visto que essa temáticatem um lugar de destaque nas

práticas cotidianas do indivíduo e que está presente em todos os níveis de escolaridade – Ensino Fundamental e Médio, além de constar como disciplina em vários cursos de graduação.

Para Santos (2005, p. 157) ao explicar sobre o que estuda a Matemática Financeira, expõe que esta:

[...] é o ramo da Matemática Aplicada que estuda o comportamento do dinheiro no tempo. A Matemática Financeira busca quantificar as transações que ocorrem no universo financeiro levando em conta a variável tempo, ou seja, o valor monetário no tempo (*time value money*). As principais variáveis envolvidas no processo de quantificação financeira são a taxa de juros, o capital e o tempo.

Para simplificar o que é exposto, podemos esboçar o que é colocado por Grando e Schneider (2010), ao exporem que um determinado capital hoje poderá não ser o mesmo em outro tempo, visto que além das variáveis valor e tempo, existe a taxa de juros. Ainda segundo os autores, a Matemática Financeira é composta de vários conteúdos interligados – razão, proporção, porcentagem, regra de três, juros simples, composto – e que eles constituem um sistema de conhecimento diante de sua relação. Sob esse ponto de vista, é importante salientar que nas salas de aulas da Educação Básica Brasileira o que muito se vê sendo abordado na Matemática Financeira são os cálculos de juros, simples e compostos, sendo, na maioria das vezes, apresentados aos estudantes através de fórmulas, como pode ser visto na figura a seguir. No entanto, é relevante pensar sobre isso, e que esse tópico da Matemática vai além do cálculo de juros.

Figura 11: Fórmulas para o cálculo de juros simples e compostos

JUROS SIMPLES	JUROS COMPOSTOS
$J = C \cdot T \cdot I$	$M = C \cdot (1 + I)^T$ $J = M - C$
J – juros; C – capital; I – taxa; T – tempo.	M – montante; J – juros; C – capital; I – taxa; T – tempo.

Fonte: Elaborada pelo autor da dissertação (2022)

A respeito das elucidações anteriores, temos que ter em mente que no estudo da Matemática Financeira, além dos cálculos com juros simples e compostos, é preciso compreender outros conceitos igualmente importantes: sistemas de amortização, taxas de inflação, correção monetária, índices de natureza socioeconômica (IDH – Índice de Desenvolvimento Humano, IPCA – Índice de Preço do Consumidor). Como afirma Mota e Lozada (2021b), o objetivo dos conhecimentos nesta área devem contribuir para compreensão de suas aplicações na vida em sociedade e que os estudantes analisem de maneira reflexiva e crítica situações que envolvam tais conceitos.

De acordo com Reis Filho e Santos (2016), os conceitos de Matemática Financeira são relevantes para a formação crítica dos estudantes, dado que eles servem como ferramentas para o desenvolvimento de outras áreas de estudos que permeiam Matemática, a exemplo, a Educação Financeira. Nas Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica (BRASIL, 2008), é exposto sobre a importância de os estudantes compreenderem a Matemática Financeira aplicada em situações reais. Além disso, a Matemática Financeira pode estar presente “nas decisões de ordem pessoal e social”, desde “o trato de dívidas, com crediários à interpretação de desconto, à compreensão dos reajustes salariais, à escolha de aplicações financeiras, entre outras (BRASIL, 2008, p. 61).

Assim, trabalhar com Matemática Financeira não é apenas focar no empréstimo e devolutiva de um capital, mas que existem diversos outros fatores que ela também é aplicada, entre eles: venda de objetos a longo prazo, compra de objetos parcelados, acréscimo de juros por não pagamento de uma conta em dia. Outro ponto, é a importância desse conteúdo na Educação Básica e como ele deve ser explorado nas salas de aulas, pois Silva (2016) descreve que as dificuldades apresentadas pelos estudantes em relação aos conceitos de Matemática Financeira, vão desde a identificação à associação das variáveis envolvidas na aplicação de suas respectivas fórmulas, uma vez que somente as reproduzem, mesmo apresentando lacunas em seus conceitos essenciais.

Nesse sentido, abordar como vem sendo exposta a Matemática Financeira nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, PCNEM, PCNsMais), Orientações

Curriculares para o Ensino Médio, Referencial Curricular de Pernambuco e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é de fundamental importância para o desenvolvimento desta pesquisa, como também para ajudar na melhoria das aprendizagens dos estudantes.

Nos PCNs (BRASIL, 1997, 1998) o Ensino Fundamental é dividido em duas partes – séries iniciais e séries finais – cada qual com dois ciclos. É exposto no documento que a Matemática é componente importante na construção da cidadania, que ela precisa estar ao alcance de todos, que a atividade matemática não deve ser dada como algo pronto, mas que aconteça a construção e apropriação pelo estudante, que o conhecimento matemático deve ser apresentado como algo construído historicamente e que permanece em evolução (BRASIL, 1997). Nesse sentido, ensinar Matemática não é tarefa fácil e enxergar como é cada conteúdo nesses documentos podem nos ajudar em sua efetivação em sala de aula.

À vista disso, buscamos expor como está sendo tratada a Matemática Financeira nesses documentos, os conteúdos que a compõem e as habilidades e competências que os alunos tem que desenvolver. Sabe-se que nos PCNs (BRASIL, 1997), os conteúdos matemáticos são divididos por blocos, chamados hoje em dia de unidade/eixo temático. Os blocos são: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. Nos PCNs (BRASIL, 1997,1998) são vistos espaços que mencionam os objetivos da Matemática em cada ciclo, os conteúdos propostos e os conceitos e procedimentos, nesse sentido, é possível enxergar os conteúdos que estão interligados da Matemática Financeira.

Como já mencionado nesse tópico, a Matemática Financeira é composta por vários conteúdos interligados e alguns deles como apontado nos PCNs (BRASIL, 1997), começam a aparecer desde os primeiros anos da vida escolar. Como apontado anteriormente, nos PCNs (BRASIL, 1997) o Ensino Fundamental era dividido por ciclos – 1º ciclo: antiga 1ª e 2ª série, 2º ciclo: antiga 3ª e 4ª série -, desse modo, alguns conteúdos que interligam e/ou compõem a Matemática Financeira não aparecem no 1º ciclo, mas começam a aparecer no 2º. Vale mencionar, que o que foi identificado como conteúdos que compõem a Matemática Financeira, não aparecem nos objetivos dos

ciclos – 1º e 2º -, mas nos conceitos e procedimentos é possível visualizar, como mostra o quadro abaixo:

Quadro 1: Matemática Financeira no 2º ciclo do Ensino Fundamental (PCNs)

Unidade Temática	Conteúdo que é utilizado na Matemática Financeira	Conceitos e procedimentos
Números e Operações	Razão	• Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão. • Observação de que os números naturais podem ser expressões na forma fracionária. • Relação entre representações fracionárias e decimal de um mesmo número racional.
Números e operações	Porcentagem	• Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário. • Cálculo simples de porcentagens.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação baseado nos PCNs (BRASIL, 1997)

Podemos dizer que os elementos necessários na Matemática Financeira fazem parte de um processo construtivo que vem aparecendo desde muito cedo na vida escolar dos estudantes.

Um objetivo que podemos destacar envolvendo conteúdo da Matemática Financeira no 3º ciclo, é o que envolve proporcionalidade “observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam proporcionalidade” (BRASIL, 1998, p. 65). Já o objetivo do 4º ciclo é “resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três” (BRASIL, 1998, p. 82). É

importante destacar que os conteúdos supracitados podem ser trabalhos na Matemática Financeira, como por exemplo, na variação de preço de uma determinada mercadoria, mas que também são utilizados com outras temáticas.

Nos PCNs (BRASIL, 1998), mais especificamente, no 4º ciclo de aprendizagem é colocado que:

Para compreender, avaliar e decidir sobre algumas situações da vida cotidiana, como qual a melhor forma de pagar uma compra, de escolher um financiamento etc. é necessário trabalhar situações-problema sobre a Matemática Comercial e Financeira, como calcular juros simples e compostos e dividir em partes proporcionais pois os conteúdos necessários para resolver essas situações já estão incorporados nos blocos. (BRASIL, 1998, p. 84)

Com isso, é notório o que já havíamos elucidado anteriormente, que a Matemática Financeira está interligada por diversos conteúdos e que o seu estudo e aplicação vai além de empréstimos, mas está relacionada às diversas situações corriqueiras da vida cotidiana e por isso é importante o seu estudo nas salas de aula. Ainda, como exposto no próprio PCNs (BRASIL, 1998), é necessário o trabalho com situações-problema, o que se faz na pesquisa apresentada nesta dissertação, já que estamos utilizando a Resolução de Problemas juntamente com o Arco de Maguerez.

Com isso, no quadro abaixo está esboçado os conteúdos que envolvem Matemática Financeira, levando em conta o que foi evidenciado em cada objetivo dos PCNs (BRASIL, 1998). Destacamos os conceitos e procedimentos relacionado a cada conteúdo:

Quadro 2: Matemática Financeira no 2º ciclo do Ensino Fundamental (PCNs)

3º ciclo – antigas 6ª e 7ª série		
Unidade Temática	Conteúdo que é utilizado na Matemática Financeira	Conceitos e procedimentos
Números e operações	Razão	Reconhecimento de números racionais em diferentes contextos – cotidianos e históricos – e exploração de situações-problema em que indicam relação parte-todo, quociente, razão ou funcionam como operador.

Números e operações	Proporcionalidade	Resolução de situações-problema que envolvem a ideia de proporcionalidade, incluindo os cálculos com porcentagens, pelo uso de estratégias não-convencionais.
Números e operações	Porcentagem	Resolução de situações-problema que envolvem a ideia de proporcionalidade, incluindo os cálculos com porcentagens, pelo uso de estratégias não-convencionais.
4º ciclo – antigas 8ª e 9ª série		
Números e Operações	Proporcionalidade	• Identificação da natureza de variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de uma sentença algébrica e representando no plano cartesiano. • Resolução de problemas que envolvam grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas, incluindo a regras de três.
Números e operações	Juros simples e compostos	• Resolução de situações-problemas que envolvem juros simples e alguns casos de juros compostos, construindo estratégias variadas, particularmente as que fazem uso de calculadora.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação baseado nos PCNs (BRASIL, 1998)

Quando é elucidado a respeito dos critérios de avaliação no 4º ciclo, é colocado que uma das expectativas de aprendizagem é a de “resolver situações-problema que envolvam variação de duas grandezas direta ou inversamente proporcionais e representar em um sistema de coordenadas cartesianas essa variação” (BRASIL, 1988). Por meio desse critério/expectativa, o docente pode verificar se o estudante é capaz de resolver situações-problema – escalas, porcentagem e juros simples – que envolvam a variação de grandezas (BRASIL, 1998).

Assim, é possível verificar que os conteúdos que estão interligados na Matemática Financeira têm que ser estudados desde os anos iniciais da Educação

Básica e que isso vai se aprimorando com o passar dos anos letivos. Com o intuito de fazer um paralelo entre o que é evidenciado nos PCNs (BRASIL, 1997, 1998) a respeito dos conteúdos que estão interligados na Matemática Financeira e o que é exposto na BNCC (BRASIL, 2018), inicialmente vamos pontuar o que é colocado no Ensino Fundamental, dado que fizemos primeiro essa análise nos PCNs (BRASIL, 1997, 1998). Vale mencionar, que o nosso objeto de estudo está centrado no Ensino Médio, no entanto, tudo que é trabalhado nesta etapa de ensino passa por um processo construtivo, para que se tenha um aprofundamento nessa fase, por isso, resolvemos fazer toda essa análise.

Na BNCC (BRASIL, 2018), diferente do modo que estava organizado nos PCNs (BRASIL, 1997, 1998), o Ensino Fundamental é dividido como anos iniciais – compreende do 1º ao 5º ano escolar – e anos finais – compreende do 6º ao 9º ano escolar. Reiteramos que neste documento o modelo de apresentação das unidades temáticas, objetos de conhecimento (conteúdos) e o que chamamos agora de habilidades, aparece de uma maneira mais organizada, o que facilita na organização dos currículos regionais (nível de Estado) e locais (nível de município).

Nesse sentido, como o Currículo de Pernambuco na área de Matemática para o Ensino Fundamental (PERNAMBUCO, 2019), foi construído de acordo com o que é evidenciado na BNCC (BRASIL, 2018) e, fazendo a análise de ambos os documentos perceberemos que tanto as competências específicas da Matemática e os objetos de conhecimento se repetem em ambos, existindo complementações apenas nas habilidades, e optamos por esboçar os dois paralelamente. No entanto, para iniciar, tratando da área de Matemática na Educação Básica é exposto na BNCC (BRASIL, 2018) que:

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. (BRASIL, 2018, p. 266)

No Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019), é exposto que é indiscutível a relevância da Matemática na formação dos sujeitos e que se dá por fazermos parte de uma sociedade permeada pela Ciência e pela Tecnologia e que as diversas profissões, seja ela qual for, exigem conhecimentos matemáticos.

A BNCC (BRASIL, 2018), no ensino de Matemática, aparece com cinco unidades temáticas -Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, do mesmo modo também é exposto no Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019). Vale destacar, inicialmente, que em ambos os documentos são elucidadas 8 competências específicas da Matemática, as quais estão expostas no quadro abaixo:

Quadro 3: Competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco para o Ensino Fundamental (PERNAMBUCO, 2019)

Competências
1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, além de que é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos como fluxogramas e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada

questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação baseado na BNCC (BRASIL, 2018) e no Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019)

Diante do quadro, é notório que tem que ser assegurado aos estudantes momentos de ensino e aprendizagem que contribuam para a aprendizagem em longa escala e, para que a Matemática estudada na escola sirva como aplicação em situações diversas, é preciso que sejam contempladas algumas capacidades: formular, compreender, interpretar, analisar, criar (PERNAMBUCO, 2019). Com isso, já é notória a importância da Matemática nessa fase ensino, pois as suas competências são bem amplas e vão além de um ensino apenas conteudista, a promoção da aprendizagem matemática tem que ir além disso, para que as suas competências sejam contempladas. No Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019, p. 69) é assentado que:

No contexto da Matemática escolar, para o acompanhamento do processo de ensino e aprendizagem e a garantia do seu sucesso, é fundamental que se reflita não apenas sobre os objetos de conhecimentos a serem ensinados, mas também sobre as habilidades básicas, as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas ao estudante na expectativa de que ele as desenvolva ao longo do seu percurso escolar.

Com base nisso, pontuando a respeito dos conteúdos que estão interligados na Matemática, organizamos em um quadro abaixo as unidades temáticas, as habilidades e o ano escolar dos conteúdos (objetos do conhecimento) assentados tanto na BNCC (BRASIL, 2018) quanto no Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019), como vemos a seguir:

Quadro 4: Conteúdos que estão interligados na Matemática Financeira no Ensino Fundamental: BNCC (BRASIL, 2018) e Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019)

Unidade Temática: Números			
Ano escolar	Objetos do conhecimento	Habilidades na BNCC (BRASIL, 2018)	Habilidades no Currículo de Pernambuco (Pernambuco, 2019)
3º	Significado de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte.	(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima parte.	(EF03MA09PE) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes (por exemplo,

			15:3 = 5 pode ser escrito como $15/3 = 5$, indicando que 5 é a terça parte de 15).
5°	Cálculo de porcentagens e representação fracionária	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.	(EF05MA06PE) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora em contextos de educação financeira, entre outros.
6°	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.	(EF06MA07PE) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros (parte/todo) e resultado de divisão e suas aplicabilidades no cotidiano por meio da utilização de materiais manipuláveis, identificando também frações equivalentes. (EF06MA08PE) Reconhecer, comparar e ordenar os números racionais positivos que podem ser expressos nas formas fracionária, decimal e percentual, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA09PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora, explorando situações do cotidiano. (EF06MA10PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
6°	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”	(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.	(EF06MA13PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora em contextos de educação

			financeira, entre outros.
7º	Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.	(EF07MA02PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
7º	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. (EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.	(EF07MA08PE) Reconhecer, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. (EF07MA09PE) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
8º	Porcentagens	(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.	(EF08MA04PE) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais, em contextos de situações cotidianas e educação financeira.
9º	Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos	(EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.	(EF09MA05PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, inclusive, no contexto da educação financeira.
Unidade Temática: Grandezas e Medidas			
1º	Sistema monetário brasileiro: reconhecimento de cédulas e moedas	(EF01MA19) Reconhecer e relacionar valores de moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações simples do cotidiano do estudante.	(EF01MA19PE) Reconhecer e relacionar valores de moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações reconhecimento de cédulas e moedas simples do cotidiano do

			estudante, explorando diversos tipos de materiais manipuláveis.
2º	Sistema monetário brasileiro: reconhecimento de cédulas e moedas e equivalência de valores	(EF02MA20) Estabelecer a equivalência de valores entre moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações cotidianas.	(EF02MA20PE) Estabelecer a equivalência de valores entre moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações cotidianas.
3º	Sistema monetário brasileiro: estabelecimento de equivalências de um mesmo valor na utilização de diferentes cédulas de dinheiro	(EF03MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situação de compra, venda e troca.	(EF03MA24PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situações de compra, venda e troca, sem ou com suporte de imagens ou materiais manipuláveis.
4º	Problemas utilizando o sistema monetário brasileiro	(EF04MA25) Resolver e elaborar problemas que envolvam situações de compra e venda e formas de pagamento, utilizando termos como troco e desconto, enfatizando o consumo ético, consciente e responsável.	(EF04MA25PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam situações de compra e venda e formas de pagamento, utilizando termos como troco e desconto, enfatizando o consumo ético, consciente e responsável.
Unidade Temática: Álgebra			
6º	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.	(EF06MA15PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão ou quociente entre as partes e entre uma das partes e o todo.
8º	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente	(EF08MA12PE) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando

	proporcionais ou não proporcionais	por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.	a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano (utilizando tecnologias digitais). (EF08MA13PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas.
9º	Razão entre grandezas de espécies diferentes	(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.	(EF09MA07PE) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes em diversos contextos como velocidade e densidade demográfica.
9º	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.	(EF09MA08PE) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação baseado na BNCC (BRASIL, 2018) e no Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019)

Vale destacar, que quanto ao exposto na BNCC (2018) e no Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019) a respeito das habilidades, há uma complementação mínima em algumas no currículo, sendo que na maioria elas se repetem, sendo acrescentado apenas a sigla do Estado, por exemplo: EF09MA08 (BRASIL, 2018), já no currículo a mesma habilidade é exposta EF09MA08PE (PERNAMBUCO, 2019).

Com base nos quadros que foram expostos a respeito dos PCNs e da BNCC a respeito dos conteúdos/objetos do conhecimento que estão interligados na Matemática Financeira, é perceptível alguns pontos de distinção como também em comuns no que é abordado no Ensino Fundamental. Em ambos é visto que as primeiras ideias relacionadas à temática aparecem desde os primeiros anos escolares e que isso vai

tomando espaço à medida que os conteúdos vão sendo aprofundados: ideias de razão, proporção, porcentagens, chegando ao cálculo de juros.

Vale mencionar, que não foi visível nas habilidades expostas na BNCC (BRASIL, 2018) e no Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019), no Ensino Fundamental, situações que envolvessem juros simples e compostos, no entanto, é exposto na BNCC (BRASIL, 2018) que nos anos finais do Ensino Fundamental “os alunos devem dominar também o cálculo de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p. 269). Por esse viés, apesar de não aparecerem nas habilidades, não ter um aprofundamento maior, seu estudo tem que acontecer para que o estudante quando chegue ao nível médio não apresente dificuldades quanto ao que é trabalhado na Matemática Financeira.

À vista disso, analisado o que é exposto nos documentos norteadores da Educação Básica sobre o que expõem a respeito de Matemática Financeira – seus conteúdos interligados -, faz-nos necessário agora verificar e analisar como estão postos nos documentos que estão centrados no Ensino Médio. Desse modo, optamos por seguir os mesmos passos que seguimos quando analisamos o Ensino Fundamental, analisaremos os documentos em ordem cronológica: Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 1999), Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio Mais – PCN Mais (BRASIL, 2002), Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006), BNCC (BRASIL, 2018) e Currículo de Pernambuco para o Ensino Médio (PERNAMBUCO, 2021).

Nos PCNEM (BRASIL, 1999) é colocado que:

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. (BRASIL, 1999, p. 40)

Com isso, a Matemática é uma Ciência que contribui de maneira significativa para o desenvolvimento do estudante. Além disso é elucidado que:

A essas concepções da Matemática no Ensino Médio se junta a ideia de que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de

problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade. (BRASIL, 1999, p. 44)

Nesse sentido, tudo o que já foi explorado no Ensino Fundamental agora tem que ser aprofundado e não é diferente no estudo da Matemática Financeira, dado que no Ensino Fundamental aparecem seus primeiros fundamentos e agora o objetivo é aprimorá-lo. É colocado no documento alguns objetivos para que a disciplina de Matemática resulte em aprendizagem para os estudantes, entre eles: “aplicar seus conhecimentos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas” (BRASIL, 1999, p. 42). Nesse documento, é exposto a respeito da importância da Matemática no Ensino Médio e quais os seus objetivos, no entanto, não especifica os conteúdos que devem ser trabalhados, mas aponta que os conteúdos vistos no Ensino Fundamental devem ser ampliados.

Como complemento aos PCNEM (BRASIL, 1999) em 2002 foi publicado os PCN Mais (BRASIL, 2002). Nele é apresentado pontos iguais aos dos PCNEM (BRASIL, 1999), quando é relatado que a “a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação dos jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade” (BRASIL, 2002, p. 111). Nessa perspectiva, é visto também o destaque dado a importância se trabalhar com a Matemática no Ensino Médio. Além disso, é patenteado que a Matemática elegeu três competências que são colocadas como metas nesse nível de ensino e complemento aos anos anteriores da Educação Básica: representação e comunicação, investigação e compreensão e contextualização. A primeira competência envolve leitura, interpretação e a produção de textos, a segunda pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, e a terceira diz respeito ao âmbito sociocultural (BRASIL, 2002).

Quando é abordado sobre as unidades temáticas, no que trata da Álgebra, envolvendo números e funções, é colocado que nesse tema é possível aprofundar os conhecimentos dos discentes sobre números e operações – eixo que vimos nos anos anteriores que os conteúdos que fazem a Matemática Financeira estão presentes -, entre eles: cálculos aproximados, porcentagens (BRASIL, 2002). Nesse documento é

evidente que tudo o que o estudante construiu na sua vida escolar no Ensino Fundamental deve ser contemplado, para que ele consiga atuar em sociedade e faça relações do que é visto em sala de aula com o que é vivido fora dela. No entanto, quando analisamos os conteúdos e habilidades a serem desenvolvidas, não vimos os conteúdos que integram a Matemática Financeira.

Já nas OCEM (BRASIL, 2006) é declarado que para escolher os conteúdos que serão contemplados no Ensino Médio, é importante levar em consideração diferentes propósitos que a formação matemática pode propiciar, dado que a Matemática deve ser explorada com o intuito dos estudantes conseguirem resolver ao final de sua formação problemas práticos do cotidiano. Tratando mais uma vez da unidade temática “Números e Operações”, esta deve capacitar os alunos para resolverem problemas do cotidiano: operar com frações, porcentagens, problemas de proporcionalidade direta e inversa. Ainda é posto que o trabalho com os conteúdos dessa unidade temática, deve fazer com que os estudantes possam decidir quais as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo, calcular impostos e contribuições previdenciários, avaliar modalidades de juros bancários. Nesse sentido, é pertinente dizer que os últimos pontos colocados fazem parte do que é trabalhado na Matemática Financeira.

Sobre a Matemática Financeira em si, é dito que “dentre as aplicações da Matemática, tem-se o interessante tópico de Matemática Financeira como um assunto a ser tratado quando do estudo da função exponencial – juros e correção monetária fazem uso desse modelo” (BRASIL, 2006, p. 75). À vista disso, além de todos os conteúdos já colocados no Ensino Fundamental, aparecem outros que fazem do estudo da Matemática Financeira e, assim, declaramos que o manuseio com este tópico nos traz uma gama de contemplações.

Isto posto, em uma ordem cronológica, em nível nacional, o último documento que fizemos algumas ponderações sobre a Matemática no Ensino Médio e consequentemente da Matemática Financeira foi a BNCC (BRASIL, 2018). Como em todos os documentos anteriormente citados, neste é exposto que a “área de Matemática e suas tecnologias propõe a consolidação, a ampliação e aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018). Reiteramos que as habilidades nesta etapa de ensino também estão divididas em

unidades temáticas, respeitando as áreas: Números e Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Com relação às competências específicas de Matemática no Ensino Médio são expostas cinco na BNCC (BRASIL, 2018). Desse modo, para ficar mais fácil o entendimento do leitor optamos por criar um quadro elucidando cada competência específica, as habilidades que contemplam algum conteúdo que envolve Matemática Financeira e a unidade temática. Vale mencionar que no Ensino Médio, na BNCC (BRASIL, 2018), não é colocado o objeto do conhecimento.

No entanto, assim como fizemos no Ensino Fundamental, resolvemos analisar o Currículo de Pernambuco para o Ensino Médio (PERNAMBUCO, 2021) – área de Matemática – juntamente com a BNCC (BRASIL, 2018), dado que as competências específicas da Matemática se repetem, as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) são expostas no Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2021) e nele foram evidenciadas habilidades específicas do componente, como também o objeto do conhecimento.

Consideramos que diante da organização do currículo estadual analisado, ficou mais fácil de enxergarmos os conteúdos relacionados à Matemática Financeira, uma vez que, diferente da BNCC (BRASIL, 2018), ele separa as habilidades mostrando os objetos do conhecimento relacionados, como também a série escolar. Desse modo, resolvemos por meio de um quadro, organizar as competências específicas da Matemática, as habilidades expostas na BNCC (BRASIL, 2018) e as habilidades específicas de cada componente e os objetos do conhecimento assentados no Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2021), bem como a série escolar:

Quadro 5: Competências e habilidades de conteúdos que envolvem Matemática Financeira no Ensino Médio na BNCC (BRASIL, 2018) e no Currículo de Pernambuco para o Ensino Médio (PERNAMBUCO, 2021)

Competência específica 1²

² Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

Unidade Temática	Habilidade da BNCC	Habilidade do Currículo de Pernambuco	Objeto do conhecimento	Série escolar
Números e álgebra	(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	(EM13MAT101PE01) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, por meio de análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Gráficos de funções. Variação de grandezas. Taxas de variação.	1ª série
Números e álgebra	(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.	(EM13MAT503PE43) Investigar e reconhecer pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos, envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Pontos de máximo e de mínimo de funções quadráticas	1ª série
Números e álgebra	(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumento	(EM13MAT104PE07) Compreender e aplicar o conceito de taxa e de índice, investigando, analisando criticamente e produzindo argumentos no contexto socioeconômico.	Conceitos de Taxa e Índice: compreensão e aplicação.	1ª série

Números e álgebra	(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.	(EM13MAT104PE08) Interpretar os conceitos envolvendo taxas e índices na resolução de situações-problema relacionados às atividades humanas, como por exemplo, taxas de inflação, analisando criticamente a realidade e produzindo argumentos. (EM13MAT104PE09) Investigar os processos de cálculo envolvendo as noções de taxas e de índices de natureza socioeconômica (produzindo argumentos e explorando taxas como: IR, ICMS, IPTU, IPVA), a fim de produzir análise e argumentos.	Conceitos de Taxa e Índice: resolução de situações-problema. Conceitos de Taxa e Índice: investigação.	2ª série
Competência específica 2³				
Números e operações	(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.	(EM13MAT203PE16) Utilizar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações para o uso de aplicativos e criação de planilhas (por exemplo, nas atividades envolvendo o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomada de decisão em situações diversas, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Planilhas financeiras: planejamento, execução e análise orçamentária e de renda.	2ª série
Competência específica 3⁴				

³ Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

Números e álgebra	(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.	(EM13MAT303PE19) Interpretar e comparar situações-problema que envolvam os tipos de juros (simples e composto), utilizando como ferramentas de análise, planilhas e gráficos, enfatizando o comportamento linear e exponencial dos mesmos em cada caso, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Juros Simples e Compostos: planilhas e gráficos de funções afins e exponenciais	3ª série
	(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.	(EM13MAT304PE20) Resolver e elaborar situações-problema, envolvendo funções exponenciais, interpretando a variação das grandezas envolvidas em diversos contextos como, por exemplo, no estudo da Matemática Financeira, entre outros, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Funções Exponenciais: variação de grandezas	2ª série
	(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.	(EM13MAT305PE21) Resolver e elaborar situações-problema, envolvendo funções logarítmicas, interpretando a variação das grandezas em contextos diferentes como, por exemplo, o estudo da radioatividade, Matemática Financeira, entre outros, com e/ou sem o uso de tecnologias digitais.	Funções Logarítmicas: variação de grandezas	2ª série

⁴ Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Competência específica 5 ⁵				
Números e álgebra	(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.	(EM13MAT503PE43) Investigar e reconhecer pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos, envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com e/ou sem apoio de tecnologias digitais.	Pontos de máximo e de mínimo de funções quadráticas	1ª série

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação baseado na BNCC (BRASIL, 2018) e no Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2021)

Diante do quadro, fica visível que o estudo com a Matemática Financeira no Ensino Médio se relaciona com outros conteúdos desta etapa de ensino, valendo mencionar que que faz parte de uma única unidade temática: Números e Álgebra. Com as elucidações das séries escolares, é notório que em todos as séries do Ensino Médio têm conteúdos interligados com a Matemática Financeira, sendo que a sua finalização acontece na 3ª série do Ensino Médio, quando são discutidos sobre Juros Simples e Compostos, de acordo com o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2021). Nesse sentido, para que a esta pesquisa contribua de maneira satisfatória para todos os envolvidos, salientamos que a série escolar para realização do estudo é a 3ª série do Ensino Médio.

Como já mencionado em parágrafos anteriores, a BNCC (BRASIL, 2018) não elucida os objetos do conhecimento no Ensino Médio e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2021) mostra cada objeto do conhecimento relacionado às habilidades, o que facilitará na organização do planejamento do trabalho docente, bem como na sua análise para pesquisas a serem desenvolvidas.

Feito toda a análise dos documentos oficiais da Educação Básica, em nível nacional e estadual, acreditamos que outro ponto fundamental neste estudo também é

⁵ Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

fazer uma análise dos livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), verificando como a Matemática Financeira está sendo abordada. Nesse sentido, dedicamos o próximo tópico para a apresentação desta análise.

3.2 Análise dos livros didáticos do PNLD e a Matemática Financeira

Nas aulas de Matemática, como também em outros componentes curriculares, o livro didático aparece como uma das principais ferramentas no processo de ensino e aprendizagem, como é afirmado nos PCNs (BRASIL, 1998). Muitas vezes, ele é visto como um direcionador (principal roteiro) nas aulas e não apenas como um instrumento de auxílio para o professor. Nesse sentido, verificar como esses livros são organizados, bem como os objetos dos conhecimentos que estão sendo colocados, as questões e as contextualizações, se faz necessário.

Sabe-se que o professor, na escolha do livro didático, tem um papel de fundamental importância, pois como afirma o guia do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD (BRASIL, 2007), entre tantas coisas, na sua escolha:

É preciso observar, no entanto, que as possíveis funções que um livro didático pode exercer não se tornam realidade, caso não se leve em conta o contexto em que ele é utilizado. Noutras palavras, as funções acima referidas são histórica e socialmente situadas e, assim, sujeitas a limitações e contradições. Por isso, tanto na escolha quanto no uso do livro, o professor tem o papel indispensável de observar a adequação desse instrumento didático à sua prática pedagógica e ao seu aluno. (BRASIL, 2007, p.12)

A partir disso, além de na análise de um livro didático olhar a adequação desse instrumento de acordo com o que esboça os documentos norteadores da Educação Básica, é necessário que se pense no perfil do estudante em que o livro será utilizado, para que assim a promoção da aprendizagem aconteça de acordo com as inúmeras esferas sociais. Alguns pontos sobre isso tratamos no tópico sobre o Discurso Pedagógico, em que ponderamos sobre as oportunidades de aprendizagem para todas as classes sociais.

Para Rosa, Ribas e Barazzuti (2012):

Ao analisar livros didáticos é possível perceber a existência de falhas na sua composição, às vezes na forma de apresentação do conteúdo, nas atividades propostas, no desenvolvimento dos conceitos no decorrer das páginas, ou ainda de inadequação à realidade local, às práticas sociais do grupo escolar em questão. Por esse motivo destaca-se a importância de utilizar diversos livros,

mas, também, variados recursos pedagógicos, para oferecer ao aluno uma vasta fonte de informações. (ROSA; RIBAS; BARAZZUTI, 2012, p. 3)

Com o elucidado, é notória a importância de se analisar livros didáticos, ainda mais nos dias de hoje, que tratando-se do Ensino Médio, novas propostas curriculares estão sendo implantadas nas escolas nacionais. Não dá para falar do Ensino Médio nos dias atuais e não tratar do Novo Ensino Médio, que de acordo com o Guia de Implementação do Novo Ensino Médio (BRASIL, 2018):

Sua proposta considera três grandes frentes: o desenvolvimento do protagonismo dos estudantes e de seu projeto de vida, por meio da escolha orientada do que querem estudar; a valorização da aprendizagem, com a ampliação da carga horária de estudos; e a garantia de direitos de aprendizagem comuns a todos os jovens, com a definição do que é essencial nos currículos a partir da BNCC. (BRASIL, 2018, p. 3)

Nesse sentido, acreditamos que os livros didáticos também devem considerar o protagonismo e a aprendizagem dos estudantes e se isso não acontece, as modificações nessa nova proposta não dar-se-ão de maneira satisfatória. Diante disso, nos parágrafos seguintes tratamos de uma análise realizada em alguns livros didáticos e de projetos integradores aprovados pelo PNLD para o Ensino Médio no ano de 2020.

Vale salientar, que a área de Matemática e suas tecnologias no Ensino Médio, é uma das poucas que terá livros didáticos específicos com a reforma, visto que a divisão agora acontece por área do conhecimento. Sendo assim, ainda tratando-se da área de Matemática e suas tecnologias, os livros didáticos são divididos por objeto do conhecimento, buscando áreas que tem uma maior proximidade.

À vista disso, para este estudo foram analisados quatro livros didáticos da área de Matemática e suas tecnologias, considerando os livros que tratam da Matemática Financeira. Os livros são: Matemática Interligada: Grandezas, Sequências e Matemática Financeira – Editora Scipione (ANDRADE, 2020); Quadrante Matemática e suas tecnologias: Estatística, Probabilidade e Matemática Financeira – Editora SM(CHAVANTE, 2020); Prisma Matemática: Sistema, Matemática Financeira e Grandezas – Editora FDT (BONJORNO, 2020); Matemática em Contextos: Estatística e Matemática Financeira – Editora Ática (DANTE, 2020). O critério de escolha para estes livros está fundado em todos terem sido disponibilizados para a instituição de ensino na qual a pesquisa foi desenvolvida, sendo assim, foi possível ter um olhar mais

cuidadoso para aquela realidade escolar e para que o está sendo desenvolvido nesta pesquisa; e que um deles foi adotado na escola no ano de 2022.

Diante da exposição, a análise aqui apresentada está baseada em três aspectos: organização dos capítulos e tópicos esboçados; o que está sendo exposto no(s) capítulo(s) que tratam da Matemática Financeira; a parte que trata do manual do professor e suas relações com as temáticas apresentadas nesta dissertação. Tratando de uma questão de organização nas análises, pontuamos que optamos por tratar de cada livro de maneira individual, possibilitando um paralelo entre elas. A seguir, trazemos o 1º livro analisado:

Figura 12: Capa inicial do Livro Matemática Interligada



Fonte: Andrade (2020)

No livro, “Matemática Interligada: Grandezas, Sequências e Matemática Financeira” – Editora Scipione (ANDRADE, 2020), antes da exposição do sumário é colocada a apresentação da obra, o que é considerado na iniciação de cada capítulo e os tópicos presentes em cada um dele: Você cidadão, no qual são tratadas questões de formação cidadã; Conversando, objetivando um diálogo entre professor e estudante

sobre os conteúdos abordados; Problemas e exercícios, em que são apresentadas algumas resoluções de tarefas e também tarefas propostas para os estudantes resolverem; Você produtor, tendo por finalidade a elaboração de problemas com base em imagens e informações; Desafio, que também são tarefas propostas que vão além de uma simples resolução; Em grupo, que tem por finalidade a resolução de tarefas em equipe; Finalizando a conversa, tem o intuito de fazer uma análise do que foi estudado; Explorando problemas, na qual são apresentadas maneiras de organizar o pensamento para resolver problemas; Acesso digital, sendo apresentado em alguns capítulos e abordam sobre softwares e sites que podem ajudar no desenvolvimento de atividades; Saiba mais, que se perfaz com a relação do conteúdo estudado com outras áreas do conhecimento; por fim, Conectando ideias, que se dá na leitura e interpretação de infográficos envolvendo diferentes temas, levando a responder algumas questões.

Sobre o que é pontuado nessa apresentação do livro, nos chama a atenção o quanto é esboçado sobre problemas e mais que isso, sobre as tarefas matemáticas. A respeito disso, podemos considerar o que expõe Ponte (2015) que para quem se preocupa com desenvolvimento das aprendizagens dos estudantes, o conceito de tarefa é bem importante, uma vez que elas têm um poder central no desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes. Sobre os problemas, é perceptível que além da resolução, também é explorado sobre a elaboração de problemas, sendo tão discutido sobre isso nas habilidades de Matemática expostas na BNCC (BRASIL, 2018). Não obstante, no livro também é discutido sobre o objetivo da obra e a sua justificativa, sendo alicerçado a isso, competências gerais da Educação da Básica, competências específicas da área de Matemática e suas tecnologias e suas respectivas habilidades. Sobre as competências e habilidades, as que estão elencadas são descritas em quais capítulos foram contempladas. Tratando-se do capítulo de Matemática Financeira, a ele estão relacionadas as habilidades específicas 1, 2 e 3 (podem ser vistas no tópico anterior) e as habilidades de código: EM12MAT104, EM13MAT203, EM13MAT304, EM13MAT315.

A respeito dos pontos tratados anteriormente, esboçamos as figuras a seguir que representam uma parte da apresentação do livro didático:

Figura 13: Páginas de apresentação do Livro Matemática Interligada

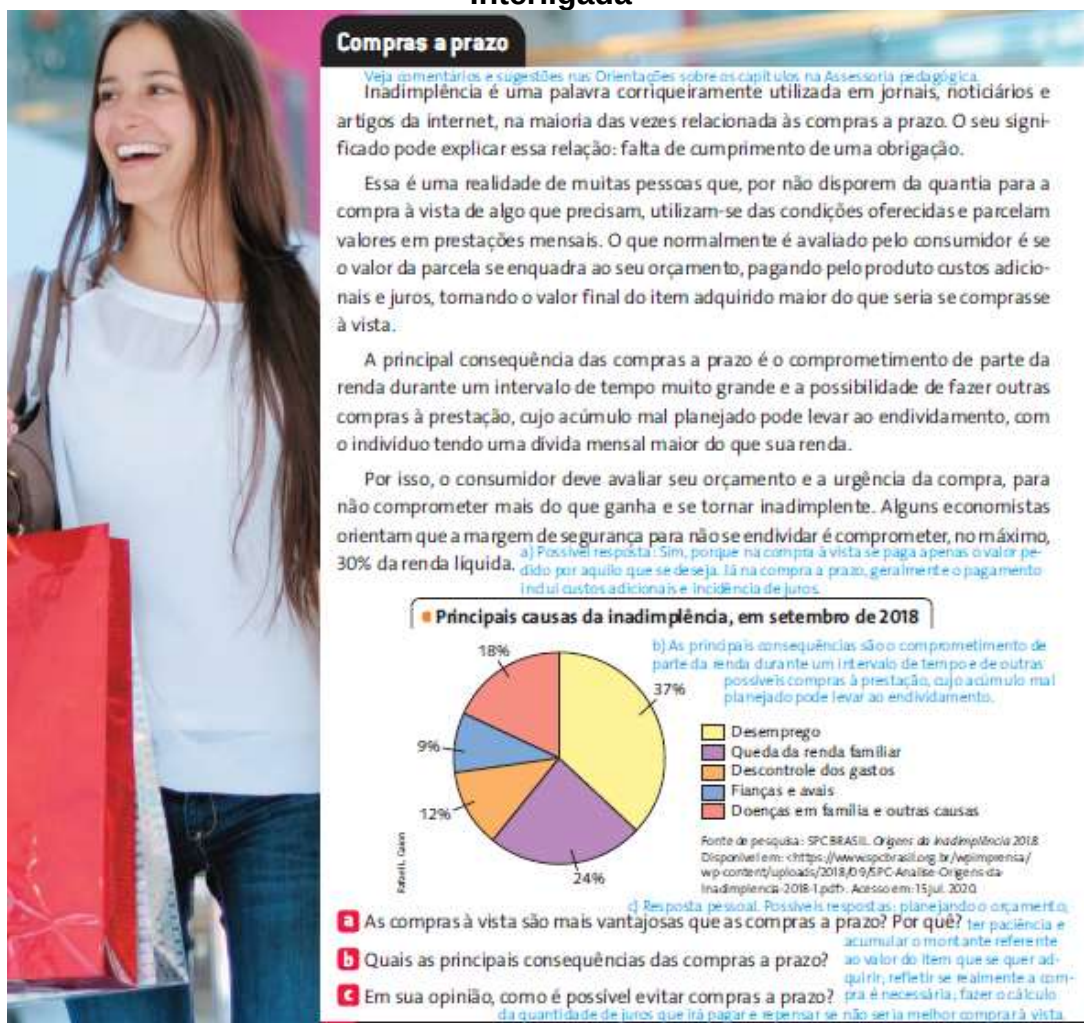


Fonte: Andrade (2020, p. 3 -7)

Com isso exposto, vamos agora tratar do que é exposto no capítulo destinado à Matemática Financeira. Na página inicial do capítulo é esboçado sobre compras à prazo, com a finalidade de introduzir o conteúdo e sendo abordado sobre o acréscimo de juros e algumas questões para reflexão, como mostra a figura abaixo (Figura 14). Podemos dizer que as questões iniciais servem como norteadoras para dar

embasamento ao que será estudado no capítulo, trazendo um viés problematizador e reflexivo a respeito de situações reais. Além dos estudantes exporem os seus pontos de vista, na questão de número 3 observa-se que ele também terá que justificar o que defende, com isso, será possível o conflito de ideias e debates entre eles.

Figura 14: Contextualização para introdução do conteúdo no Livro Matemática Interligada



Fonte: Andrade (2020, p. 111)

A respeito das questões mencionadas no final da situação, percebemos a preocupação em considerar as interações dos estudantes, sejam mencionadas pela oralidade ou escrita. Sobre isso, mencionamos um ponto fundamental que consideramos nesta pesquisa, a Teoria da Ação Comunicativa, como a finalidade de

que os estudantes se posicionem de maneira crítica, criativa e reflexiva, já que estas representam habilidades do século XXI.

Tratando dos conceitos de Matemática Financeira e da organização dos conteúdos que compõem este tópico da Matemática, percebe-se a preocupação em abordar sobre diversos, a saber: proporção numérica, porcentagem, indicadores econômicos e socioeconômicos, acréscimos e descontos, juros, juros e funções, taxas equivalentes, equivalência de capitais e amortizações. Sobre esses conteúdos apresentamos o sumário disponível dentro do capítulo:

Figura 15: Sumário disponível no capítulo de Matemática Financeira no Livro Matemática Interligada

1	Introdução	112
2	Proporção numérica	113
3	Porcentagem	115
4	Indicadores econômicos e socioeconômicos	118
5	Acréscimo e desconto	122
6	Juros	130
7	Juros e funções	135
8	Taxas equivalentes	137
9	Equivalência de capitais	140
10	Amortizações	144

Fonte: Andrade (2020, p. 111)

A respeito desses conteúdos, percebe-se também a preocupação em contemplar as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) que dizem a respeito à Matemática Financeira, um exemplo é habilidade de código EM13MAT104 que trata da interpretação de taxas e índices de natureza socioeconômica. Outro ponto importante é que o livro trata de tópicos considerados bases da Matemática Financeira, como porcentagem e proporção numérica, infere-se que isso é relevante, pois permitirá ajudar aqueles estudantes que apresentem algumas dificuldades advindas do Ensino Fundamental.

Sobre as questões que são colocadas, percebemos que elas partem de um nível elementar de dificuldade para um mais complexo. Sobre o tópico de problemas e exercícios, não há a distinção do que é um problema ou exercício e nos remete a pensar sobre o professor ter conhecimento dos tipos de tarefas matemáticas para que

consiga fazer essa distinção. Observemos a figura a seguir que representa as questões colocadas para os estudantes:

Figura 16: Questões disponíveis no livro didático

Problemas e exercícios propostos

8. Veja uma possível resposta na Resolução dos problemas e exercícios.

6. Determine a taxa percentual correspondente a cada um dos números fracionários a seguir.

a) $\frac{1}{5}$ 20% b) $\frac{3}{8}$ 37,5% c) $\frac{70}{50}$ 140% d) $\frac{1}{2}$ 50% e) $\frac{15}{10}$ 150%

7. A quantia de R\$ 126,00 corresponde a que porcentagem de:

a) R\$ 250,00? 50,4% c) R\$ 1 000,00? 12,6% e) R\$ 4 000,00? 3,15%
b) R\$ 500,00? 25,2% d) R\$ 2 000,00? 6,3%

8. Escreva um algoritmo que possibilite calcular a porcentagem a que uma quantia em reais corresponde, em relação a um valor dado. Depois, organize esse algoritmo em um fluxograma.

9. Marcelo comprou uma geladeira cujo preço é R\$ 1450,00. De entrada, ele pagou R\$ 406,00, e o restante parcelou em cinco vezes iguais sem acréscimos.

a) A entrada paga corresponde a quantos por cento do valor total da geladeira? 28%
b) Qual é o valor de cada uma das parcelas a serem pagas? R\$ 208,80

10. Em junho de 2020, certo aposentado recebeu um salário mínimo no valor de R\$ 1 045,00. Dessa quantia, 27% eram gastos com medicamentos.

a) Quantos reais sobraram a esse aposentado para pagar outras despesas, como alimentação e moradia? R\$ 762,75

Fonte: Andrade (2020, p. 117)

Perceba que as questões 6 e 7 podem ser configuradas como exercícios, visto que os estudantes poderão resolvê-las de maneira imediata (PONTE, 2014; POLYA, 1995). No entanto, em questões seguintes, como nas 9 e 10, essas questões podem ser vistas como problemas, visto que os estudantes poderão não dispor de uma maneira imediata para sua solução (PONTE, 2014; LOZADA; D'AMBROSIO, 2018). A questão 8 também nos chama a atenção, sobre ela destacamos a sua relação com a habilidade de código EM13MAT315 que trata do registro, por meio de um fluxograma de um algoritmo. Diante dessas questões, percebe-se que as situações contextualizadas abordam sobre temas que estão presentes em situações do cotidiano e da vida pessoal, como compra de objetos e aposentadoria.

Sobre o tópico Acesso digital, neles são tratados sobre simuladores on-line, o que é bem importante para que os professores e estudantes tenham acesso às ferramentas diversas, contribuindo para a inserção dos alunos na cultura digital como propõe a BNCC (BRASIL, 2018). A respeito disso, esboçamos na figura abaixo sobre o que foi pontuado:

Figura 17: Simuladores on-line no Livro Matemática Interligada

Acesso digital

Simuladores on-line

Ao financiar um determinado bem ou capital, são inseridos juros em relação ao valor financiado. Esse juro representa o custo de quem cede o dinheiro a quem o recebe.

A taxa de juro aparece em diversos momentos nas relações económicas. No site do Banco Central do Brasil existem alguns simuladores que podem ser usados para realizar alguns tipos de cálculos que envolvem juro. Entre eles é possível realizar o cálculo do Financiamento com prestações fixas e Correção de valores da poupança. Disponível em: <<https://www3.bcb.gov.br/CALCULADAO/jsp/index.jsp>>. Acesso em: 20 ago. 2020.

Suponhamos que queremos simular um financiamento no valor de R\$ 25.000,00, durante o período de 60 meses e com prestações no valor de R\$ 571,39. Veja como podemos realizar esse cálculo utilizando a ferramenta Financiamento com prestações fixas, que utiliza o sistema Price. *Clique aqui para saber mais sobre o sistema Price.*

1º Inicialmente acesse o site <<https://www3.bcb.gov.br/CALCULADAO/jsp/index.jsp>> e na janela Calculadora do cidadão selecione a opção Financiamento com prestações fixas. Na janela que aparecerá, preencha o campo Nº. de meses com "60", o campo Valor da prestação com o valor "571,39" e o campo Valor financiado com o valor "25.000,00" e, em seguida, clique em Calcular. O campo Taxa de juros mensal indicará o valor de 11%.

Financiamento com prestações fixas
Simule o financiamento com prestações fixas

Nº. de meses	60
Taxa de juros mensal	11,000000 %
Valor da prestação	571,39
Valor financiado	25.000,00

(Considere-se que a taxa de prestação não seja no ano)
(O valor financiado não inclui o valor da entrada)

O total desse financiamento de 60,00 parcelas de 571,39 reais é 34.283,40 reais, sendo 9.283,40 de juros.

Calcular Limpar Voltar Imprimir

Agora iremos simular o valor da prestação de um financiamento no valor de R\$ 18.000,00 durante o período de 42 meses e a uma taxa de juros mensais no valor de 0,75%.

2º Inicialmente clique em Limpar. O campo Nº. de meses preencha com "42", o campo Taxa de juros mensal com "0,75", o campo Valor financiado com o valor "18.000,00" e, em seguida, clique em Calcular. Aparecerá no campo Valor da prestação o valor R\$ 501,20.

Financiamento com prestações fixas
Simule o financiamento com prestações fixas

Nº. de meses	42
Taxa de juros mensal	0,750000 %
Valor da prestação	501,20
Valor financiado	18.000,00

(Considere-se que a taxa de prestação não seja no ano)
(O valor financiado não inclui o valor da entrada)

O total desse financiamento de 42,00 parcelas de 501,20 reais é 21.050,40 reais, sendo 3.050,40 de juros.

Calcular Limpar Voltar Imprimir

Fonte: Andrade (p. 148 – 149)

A respeito desse tratamento, destacamos que não é colocado apenas para que o professor vá em busca da ferramenta, mas que é disponibilizado um passo a passo para sua utilização, o que pode ajudar professores e estudantes no seu manuseio. No

tópico de Conectando ideias, a situação esboçada também é bastante interessante, uma vez que trata do processo de compra com o cartão de crédito, finalizando com questões a respeito da situação e do conhecimento construído. Observemos a figura abaixo:

Figura 18: Tópico Conectando ideias no Livro Matemática Interligada



Fonte: Andrade (2020, p. 150 – 151)

Com os pontos discutidos, agora vamos tratar das orientações dados ao professor na utilização desse recurso didático. Como não é possível elencar sobre tudo que é tratado, vamos focar em pontos que salientamos no desenvolvimento desta

dissertação. Um ponto que nos chamou bastante atenção nessas orientações dadas, foi a respeito do papel do professor e que algumas ideias traçadas casam com o estudo desenvolvido nesta dissertação, pois os autores discutiram a respeito do Contrato Didático, as negociações, suas regras, a relação professor-aluno-saber, entre outros fatores. Além disso, outro ponto foi sobre a Resolução de Problemas, como visto na figura abaixo e, mais uma vez, ao assentar sobre essa abordagem os autores tratam da figura do professor, já que ele é um dos componentes quando discutimos as relações didáticas no processo de ensino e aprendizagem. Como podemos observar na imagem, também trata da resolução de problemas em contextos práticos, que permite aos estudantes encontrar variadas respostas e, mais que isso, serem os protagonistas por sua aprendizagem:

Figura 19: O tratamento da Resolução de Problemas no Livro Matemática Interligada

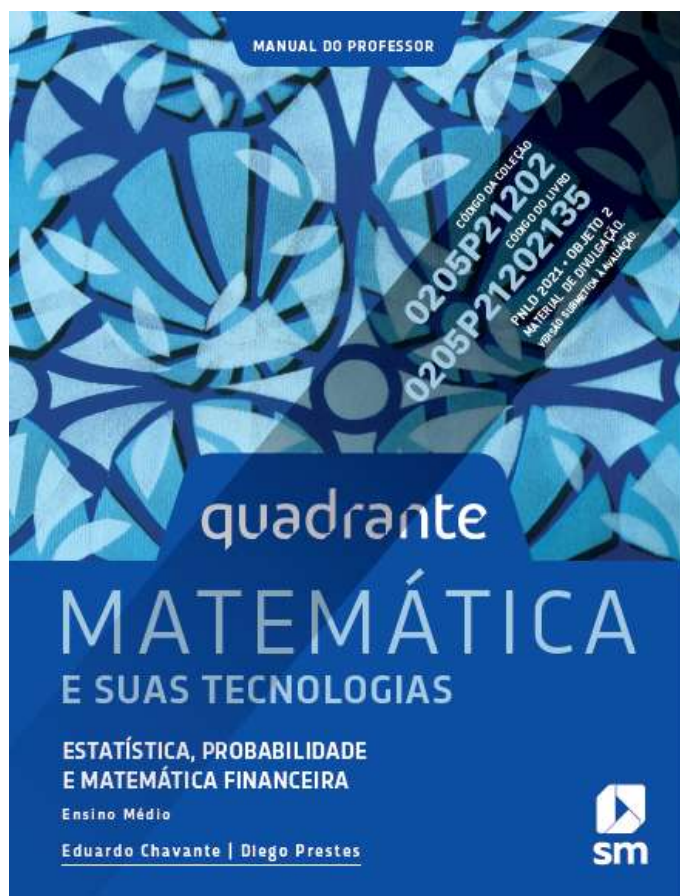
Para que o trabalho com a resolução de problemas possa ser viabilizado, é necessário que o professor promova situações em sala de aula que possibilitem aos alunos vivenciar experiências nas quais estejam presentes, dando a eles a oportunidade de resolver problemas em contexto prático. Além disso, é preciso oferecer experiências com problemas cujas resoluções não sejam únicas, isto é, que permitam várias respostas. Tudo isso pode contribuir para que os alunos deixem de ser meros espectadores e tornem-se agentes ativos no processo de aprendizagem em Matemática.

Fonte: Andrade (2020, p. 189)

Diante desses pontos aqui discutidos sobre essa obra, acreditamos que se o professor fazer bom uso dela, sabendo a sua função no dinamismo de uma sala de aula, bem como na organização de situações que contribuam para o desenvolvimento dos estudantes, poderá contribuir de maneira significativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática Financeira.

A próxima obra a ser discutida é a “Quadrante Matemática e suas tecnologias: Estatística, Probabilidade e Matemática Financeira” (CHAVANTE, 2020). Como pode ser visto, na figura abaixo apresentamos a capa inicial do livro:

Figura 20: Capa inicial do Livro Quadrante Matemática

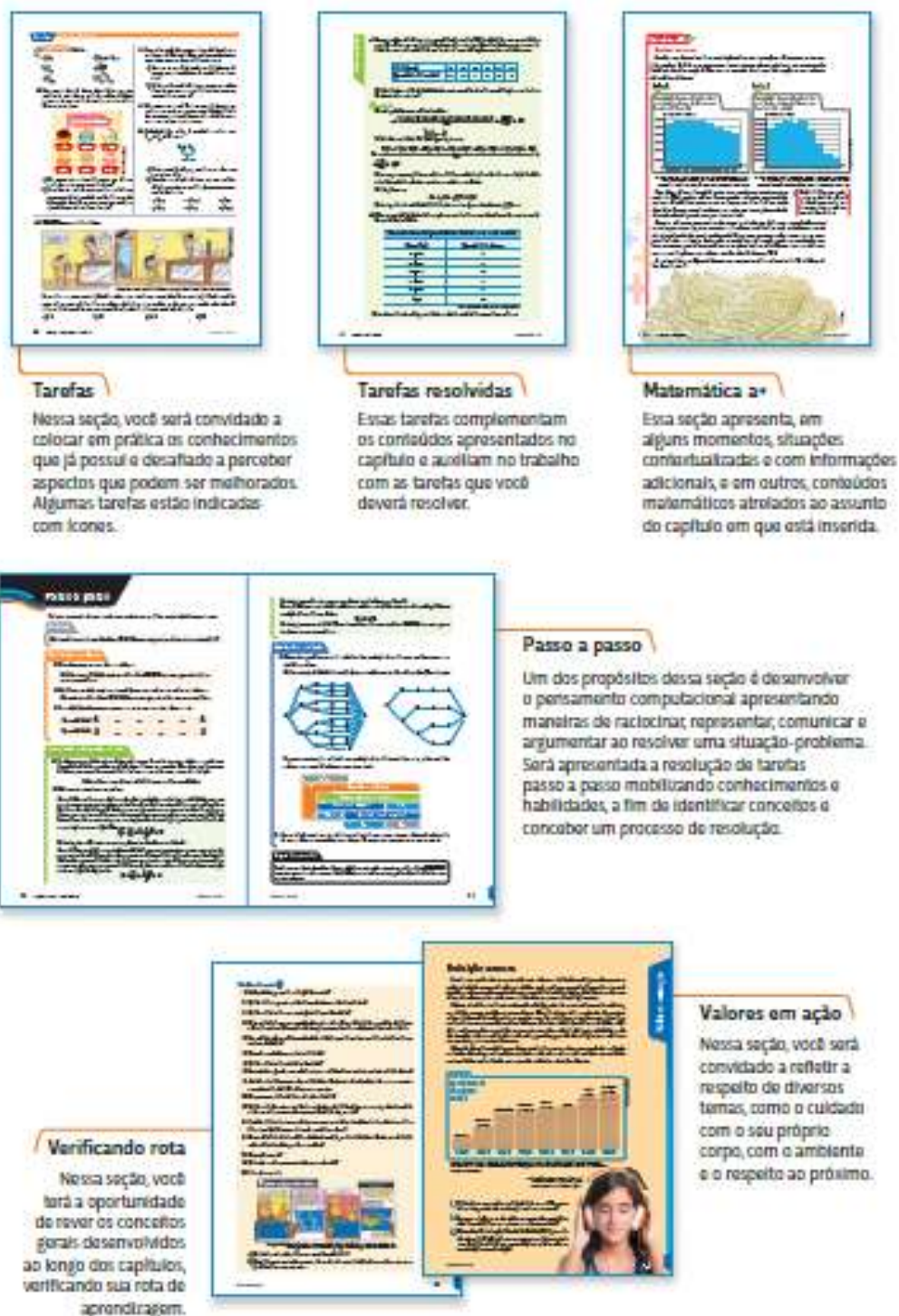


Fonte: Chavante (2020)

Como na obra anterior, o livro apresenta como é a organização dos seus capítulos, do mesmo modo também esboça as competências e habilidades que são contempladas de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018). Tratando-se da organização, os tópicos são nomeados da seguinte maneira: Tarefas, que tem por finalidade colocar em prática os conhecimentos já construídos; Tarefas resolvidas, que visam auxiliar no trabalho em outras tarefas que o estudante deve resolver; Matemática a+, em que são apresentadas situações contextualizadas com informações adicionais sobre o conteúdo que está sendo tratado; Passo a passo, com o propósito de desenvolver o pensamento computacional; Verificando rota, servindo para verificar a sua rota de aprendizagem; Valores em ação, que é um momento de reflexão sobre temas diversos; Ampliando fronteiras, em que são apresentados textos permitindo a ampliação do conhecimento; Matemática em ação, com a finalidade de colocar a Matemática em Ação dentro e fora do espaço escolar; Ferramentas, na qual são apresentadas ferramentas eletrônicas

para utilização em situações didáticas. Na figura a seguir, apresentamos um esboço da organização do livro:

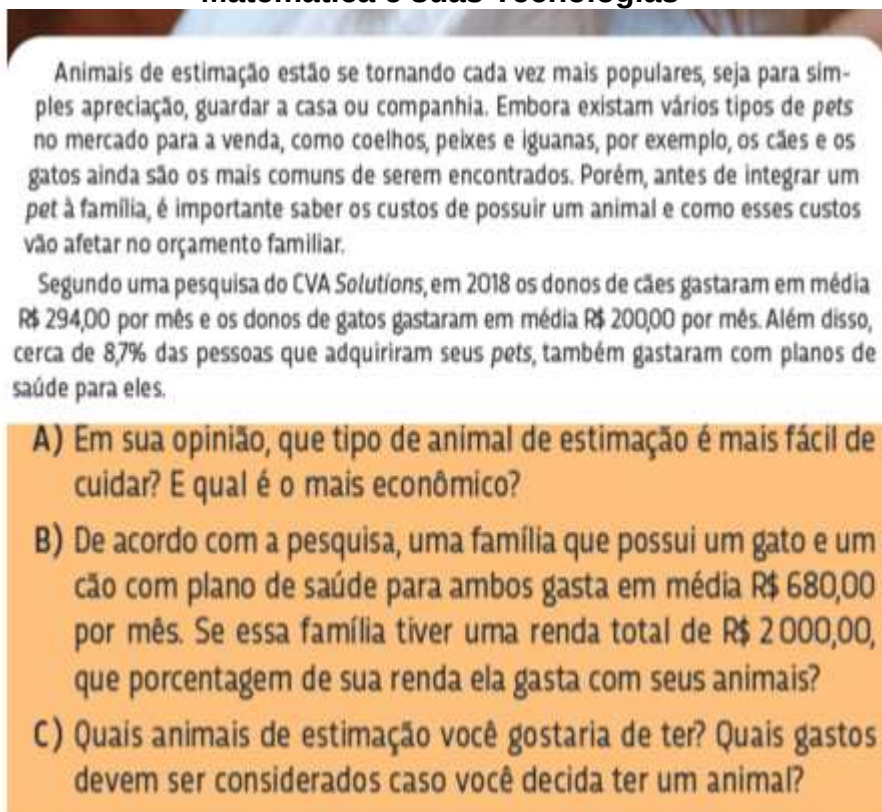
Figura 21: Organização do livro Quadrante Matemática e suas tecnologias



Fonte: Chavante (2020, p. 2 – 3)

Assim como no livro anterior, damos destaque a utilização da nomenclatura tarefa para se referir as questões diversas. Neste livro, também para iniciar o capítulo de Matemática Financeira é colocada uma situação em que os estudantes podem ser levados a refletirem e exporem seus pontos de vista, como exposto na figura abaixo:

Figura 22: Situação Inicial no capítulo de Matemática Financeira – Quadrante Matemática e suas Tecnologias



Animais de estimação estão se tornando cada vez mais populares, seja para simples apreciação, guardar a casa ou companhia. Embora existam vários tipos de *pets* no mercado para a venda, como coelhos, peixes e iguanas, por exemplo, os cães e os gatos ainda são os mais comuns de serem encontrados. Porém, antes de integrar um *pet* à família, é importante saber os custos de possuir um animal e como esses custos vão afetar no orçamento familiar.

Segundo uma pesquisa do CVA Solutions, em 2018 os donos de cães gastaram em média R\$ 294,00 por mês e os donos de gatos gastaram em média R\$ 200,00 por mês. Além disso, cerca de 8,7% das pessoas que adquiriram seus *pets*, também gastaram com planos de saúde para eles.

A) Em sua opinião, que tipo de animal de estimação é mais fácil de cuidar? E qual é o mais econômico?

B) De acordo com a pesquisa, uma família que possui um gato e um cão com plano de saúde para ambos gasta em média R\$ 680,00 por mês. Se essa família tiver uma renda total de R\$ 2 000,00, que porcentagem de sua renda ela gasta com seus animais?

C) Quais animais de estimação você gostaria de ter? Quais gastos devem ser considerados caso você decida ter um animal?

Fonte: Chavante (2020, p. 124 – 125)

É relevante elucidar que a situação colocada está ao alcance dos diferentes estudantes, visto que a temática abordada está presente nas diferentes culturas. A situação também considera os saberes prévios dos estudantes, sendo possível analisar se eles possuem dificuldades quando se trata do cálculo de porcentagem. Sobre os conteúdos tratados da Matemática Financeira, nesta coleção eles estão mais resumidos, abordando sobre: porcentagem, acréscimos e descontos, juros e sistema de amortização. Nesse sentido, faltou pontuar a respeito de taxas equivalentes e indicadores econômicos e socioeconômicos e que a habilidade de código

EM13MAT104 não foi contemplada, uma vez que diz respeito à interpretação de taxas e índices de natureza socioeconômica.

Sobre o tópico de Tarefas, podemos dizer que diferentes tipos são esboçados, a exemplo exercícios e situações-problema. Sobre isso, um ponto que nos chamou a atenção na obra foi uma questão respondida, em que duas maneiras de resolução foram esboçadas, vejamos a figura abaixo:

Figura 23: Problema e suas respectivas soluções no Livro Quadrante Matemática

Tarefas resolvidas

RL Um aparelho de telefone celular foi comprado a prazo com um desconto de 4% sobre o preço da etiqueta. Se a compra tivesse sido efetuada à vista, o valor pago pelo aparelho seria de R\$ 1300,00. Qual é a taxa de desconto que incide sobre o preço da etiqueta no caso do pagamento à vista, tendo o cliente pago a prazo um total de R\$ 1560,00?

Resolução

Vamos resolver esse problema de duas maneiras.

1ª maneira

Como o aparelho de telefone celular foi comprado a prazo com um desconto de 4%, foi pago 96% do preço da etiqueta. Sendo P esse preço, temos:

$$1560,00 = 0,96 \cdot P \Rightarrow 1560 = \frac{96}{100} \cdot P \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1560 \cdot 100}{96} = P \Rightarrow P = 1625$$

Logo, o preço da etiqueta é R\$ 1625,00.

Sendo i o percentual incidido sobre o preço da etiqueta, no caso de a compra ser efetuada à vista, temos:

$$P - (P \cdot i) = 1300 \Rightarrow 1625 - (1625 \cdot i) = 1300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1625 \cdot (1 - i) = 1300 \Rightarrow i = 0,2$$

Assim, a taxa de desconto que incide sobre o preço da etiqueta no caso do pagamento à vista é 20%.

2ª maneira

Podemos calcular o preço P da etiqueta utilizando uma regra de três simples.

Preço (R\$)	Porcentagem
1560	96
P	100

$$96 \cdot P = 1560 \cdot 100 \Rightarrow 96 \cdot P = 156000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{156000}{96} \Rightarrow P = 1625$$

De maneira semelhante, determinamos o percentual incidido sobre o preço da etiqueta no caso da compra à vista fazendo:

Preço (R\$)	Porcentagem
1625	100
1300	x

$$1625 \cdot x = 1300 \cdot 100 \Rightarrow 1625 \cdot x = 130000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{130000}{1625} \Rightarrow x = 80$$

Logo, a taxa de desconto que incide sobre o preço da etiqueta no caso do pagamento à vista é 20%.

Fonte: Chavante (2020, p. 129 – 130)

Destacamos essa resolução, pois consideramos importante que sejam esboçadas tanto para o professor como para os estudantes diversas maneiras para se resolver uma situação, com intuito de que quando os discentes forem resolver as questões colocadas para eles não queiram seguir apenas uma maneira já evidenciada pelo professor ou pelo próprio livro didático. Apontamos, também, que a contextualização da questão considera os vários perfis de estudantes.

A respeito do tópico de Ferramentas, para utilização na Matemática Financeira é mencionado o uso do *LibreOfficeCalc* na simulação de empréstimos e no sistema de amortização, como visto na figura abaixo:

Figura 24: LibreOfficeCalc na simulação de empréstimos e sistema de amortização no Livro Quadrante Matemática

■ Sistema de amortização

Nas páginas 141 e 142, ao discutir os sistemas de amortização, elaboramos quadros com o juro pago em cada prestação, o valor amortizado e o saldo devedor em cada mês em um empréstimo, tanto no sistema Price quanto no SAC. A seguir, vamos reproduzir esses quadros no LibreOffice Calc usando recursos comuns em qualquer planilha eletrônica.

■ Sistema Price

No exemplo apresentado na página 141, foi realizado um empréstimo de R\$ 36 500,00 a uma taxa de juro de 8% ao mês, a ser pago em 6 prestações mensais de R\$ 7 895,51. Vamos reproduzir o quadro com os valores relevantes desse empréstimo mês a mês. Mas, em vez de digitar todos os valores, usaremos fórmulas na planilha eletrônica para calculá-los.

1º passo:

Na primeira linha, digite os nomes que identificam as informações de cada coluna: ***n***, **Prestação**, **Juro**, **Valor amortizado** e **Saldo devedor**. Na linha de baixo, preencha a célula **A2** com o valor 0 (zero) e a célula **E2** com o valor do empréstimo, R\$ 36 500,00, para indicar o saldo devedor no período inicial.

	A	B	C	D	E
1	<i>n</i>	Prestação	Juro	Valor Amortizado	Saldo devedor
2	0				R\$ 36.500,00
3					
4					

Fonte: Chavante (2020, p. 150 – 151)

Sobre esse tópico, discutimos a importância da utilização de instrumentos diversos em situações que envolvam conteúdos da Matemática Financeira e a maneira que são discutidas tais proposições, sempre deixando tutoriais para a utilização.

Desse modo, com essas ideias tecidas, agora iremos tratar das orientações para o professor. Do mesmo modo que no livro anterior, esta também elucida sobre o papel do professor e coloca esse como um mediador nas situações de ensino e aprendizagem. Não obstante, ao tratar da resolução de problemas, esboçam as etapas salientadas por Polya (1995), colocando que quando os estudantes resolvem problemas, eles têm a oportunidade de refletirem sobre suas resoluções e que se constitui em um processo dinâmico de idas e voltas ao problema (CHAVANTE, 2020). A partir disso, consideramos que mesmo o livro pecando quando se discute os objetos do conhecimento que estão dentro da Matemática Financeira, acreditamos que este livro

pode ser útil para o trabalho do professor e o desenvolvimento do estudante, no entanto, ele não pode ser a única ferramenta de ensino, o professor deve buscar outras maneiras para ensinar e complementar o que está no livro didático.

Assim sendo, a obra que iniciamos agora a discussão é a “Prisma Matemática: sistemas, Matemática Financeira e Grandezas” – Editora FTD (BONJORNO, 2020). A seguir, apresentamos a capa inicial do livro didático:

Figura 25: Capa inicial do Livro Prisma Matemática



Fonte: Bonjorno (2020)

Nesta obra, nas páginas iniciais, diferente do que era exposto nas outras, ela não apresenta as competências e habilidades da BNCC (BRASIL, 2018), apenas é esboçado sobre a organização de cada capítulo. Sobre a organização dos capítulos, destacamos a figura a abaixo:

Figura 26: Organização dos capítulos no Livro Prisma Matemática



Fonte: Bonjorno (2020, p. 4 - 5)

Como visto na imagem, na organização do capítulo é elencado a abertura do capítulo, que assim como nas outras obras, é exposta uma situação e questões sobre ela. Ainda na página de abertura do capítulo, são colocadas as competências e habilidades de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018) que pretende se desenvolver com o estudo dos conteúdos presentes em cada capítulo. Os outros tópicos na organização do capítulo são: Atividades resolvidas e atividades, em que são apresentadas situações já resolvidas e para que o estudante resolva, além da elaboração de questões; Fórum, sendo uma oportunidade para se trocar ideias, destacamos aqui o trabalho em equipe e o relacionamento interpessoal; História da Matemática, com histórias acerca dos conteúdos abordados; Explorando a tecnologia, com o objetivo de desenvolver o pensamento computacional; Conexões, com temas diversos referentes aos conteúdos; Atividade complementares, em que é possível encontrar questões sobre exames oficiais, a exemplo o ENEM e vestibulares; Para refletir, oportunizando uma reflexão sobre o que foi estudado.

Assim, quando fomos analisar o capítulo destinado à Matemática Financeira, percebemos que apenas três conteúdos eram tratados – Sistemas de Amortização, Orçamento Familiar (que está mais atrelado à Educação Financeira) e Inflação –, no entanto, conseguimos identificar que havia um outro capítulo nomeado por Porcentagem e Juros. Sobre isso, consideramos que se o professor der ênfase ao capítulo de Matemática Financeira e não apresentar que em outro capítulo também há conceitos dessa área, o estudante poderá apresentar defasagens, pois pode não considerar a porcentagem e os juros como elementos dessa área. Sobre a organização desses diferentes capítulos, apresentamos a figura abaixo:

Figura 27: Capítulo de Porcentagem e juros e de Matemática Financeira

CAPÍTULO 2	Porcentagem e juros	82	CAPÍTULO 3	Matemática financeira	90
» Introdução		84	» Introdução		92
» Porcentagem		84	» Sistemas de amortização		92
Aumentos e descontos		84	Sistema Price		93
Lucro e prejuízo		87	Sistema de Amortização Constante (SAC)		94
» Juros		71	História da Matemática		100
Juro simples		72	• Luca Pacioli – um dos precursores dos processos contábeis		
Juro composto		73	» Orçamento familiar		101
» Juros e funções		78	» Inflação		104
Juro simples e função afim		78	Conexões • Imposto de renda		109
Juro composto e função exponencial		78	Explorando a tecnologia		110
Explorando a tecnologia		82	• Antecipar ou não a restituição do imposto de renda		
• Planilha eletrônica e o cálculo de juros			Atividades complementares		112
Conexões		84	Para refletir		113
• Os juros do cartão de crédito					
Atividades complementares		87			
Para refletir		89			

Fonte: Bonjorno (2020, p. 6 - 7)

Ao observarmos esses dois capítulos, em ambos, situações cotidianas são colocadas para introduzir o capítulo, no de “Porcentagem e Juros” a situação engloba questões relativas à *Black Friday* e conseqüentemente descontos e três questões foram colocadas. No capítulo nomeado por “Matemática Financeira”, a situação é sobre formas de pagamento nas compras e quatro questões sobre ela são elencadas. Sobre os conteúdos, percebemos que nesta obra também alguns não são explorados e que isso reflete na não contemplação de todas as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) sobre que tratam da Matemática Financeira.

Um ponto importante que destacamos nas outras obras, foi sobre a nomeação das questões, sempre sendo nomeadas por tarefas, neste livro tudo é colocado como

atividade. Ainda tratando das questões, percebemos que nas questões com resolução, apenas uma maneira de responder é apresentada, o que pode interferir na maneira como os estudantes podem resolver outras tomando essa como base, caso o professor não apresente outras maneiras (observemos a figura a abaixo):

Figura 28: Exemplo de questão resolvida no Livro Prisma Matemática

> ATIVIDADE RESOLVIDA

7. Uma pessoa aplicou R\$ 3.000,00 à taxa de 2% a.m. durante 5 meses no regime de juro simples.

a) Quanto receberá de juros ao final desse período?

b) Que montante terá ao final dessa aplicação?

Resolução

a) Sendo $C = 3000$, $i = 2\% = 0,02$ e $t = 5$, temos: $J = 3000 \cdot 0,02 \cdot 5 \Rightarrow J = 300$

Portanto, a pessoa receberá R\$ 300,00 de juros.

b) O montante é a soma do capital com os juros: $M = 3000 + 300 \Rightarrow M = 3300$

Logo, o montante será R\$ 3.300,00.

Fonte: Bonjorno (2020, p. 72)

Tratando dos tópicos que organizam os capítulos, como na obra anterior quando é apresentando recursos tecnológicos, nesta também é ofertado um tutorial para utilização do *LibreOffice* em ambos os capítulos, assim podemos destacar que essa ferramenta é algo de destaque quando se trata da Matemática Financeira. No tópico de Conexões, no capítulo de Porcentagem e Juros foi esboçado sobre os juros no cartão de crédito e no capítulo de Matemática Financeira sobre o imposto de renda, consideramos ambas as discussões muito importantes para a formação dos estudantes (observemos a figura abaixo):

Figura 29: Tópico Conexões no Livro Prisma Matemática

> CONEXÕES

Os juros do cartão de crédito

Você já viu alguém utilizando um cartão de crédito? Sabe como funciona a compra por meio desse método e como é feito o respectivo pagamento? Leia a seguir algumas informações a respeito.

[...]

O que é um cartão de crédito?

É um meio de pagamento pós-pago que possui um limite de crédito predefinido, que permite que o consumidor adquira bens e/ou serviços, mediante pagamento do valor devido em uma ou mais parcelas aos estabelecimentos comerciais que aceitam cartão como forma de pagamento.

[...]

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS EMPRESAS DE CARTÕES DE CRÉDITO E SERVIÇOS. Cartão: a dica é saber usar. 2. São Paulo, 2018. Disponível em: <https://api.abecs.org.br/wp-content/uploads/2019/04/CartaABEC830-A-dica-ao-CCN81-saber-usar.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2019.

Observe, na parte inferior destas páginas, algumas informações em uma representação ilustrativa de cartão.

O diagrama mostra um cartão de crédito laranja e branco sobre uma superfície de madeira. Linhas vermelhas conectam legendas coloridas às partes correspondentes do cartão:

- Chip:** dispositivo de segurança que contém as informações do cartão. (aponta para o chip dourado no canto superior esquerdo)
- Bandeira:** identifica os locais, tanto no Brasil como no exterior, onde o cartão pode ser utilizado. (aponta para o logotipo da bandeira no canto superior direito)
- Número de identificação do cartão:** (aponta para o número 0123 4567 8901 2345 no centro)
- Validade do cartão:** indica, no formato mês e ano, até quando o cartão poderá ser utilizado. (aponta para as datas 01/2021 e 12/2026)
- Nome de quem é o portador do cartão:** (aponta para o campo NOME COMPLETO)

Material para divulgação da Editora FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Fonte: Bonjorno (2020, p. 84 e 108)

Outro ponto discutido nas análises, é sobre as orientações para o professor e mais uma vez é esboçado sobre o papel do professor e mencionam a Resolução de

Problemas enquanto metodologia de ensino, para isso destacam as etapas discutidas por Onuchic. Sobre a Resolução de Problemas neste livro, apresentamos que quando os autores consideram os estudos da Onuchic e a chamam de metodologia de Resolução de Problemas, há uma falha, pois a autora, junto como seus colaboradores defendem sobre a metodologia ensino-aprendizagem-avaliação via Resolução de Problemas. Observemos na figura a seguir como os autores do livro fazem o esboço do que foi apresentado:

Figura 30: Percepção dos autores do Livro Prisma Matemática acerca da Resolução de Problemas

A metodologia de resolução de problemas propõe uma abordagem em que a construção do conhecimento se faz a partir de problemas geradores, propostos como ponto de partida para o ensino de conceitos e conteúdos matemáticos. O problema matemático é apresentado antes de se iniciar o conteúdo, e o estudante, ao resolvê-lo, construirá um conceito que ainda não conhece. Segundo Huanca e Onuchic (2011), pesquisadores citados por Melo e Justulin (2019), nessa metodologia “os professores, através e durante a resolução dos problemas, devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos”. Eles indicam que as atividades podem ser organizadas em dez etapas:

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| (1) proposição do problema, | (7) plenária, |
| (2) leitura individual, | (8) busca do consenso, |
| (3) leitura em conjunto, | (9) formalização do conteúdo, e |
| (4) resolução do problema, | (10) proposição e resolução de novos |
| (5) observar e incentivar, | problemas. |
| (6) registro das soluções na lousa, | |

Fonte: Bonjorno (2020, p. 175)

É importante salientar que sempre estamos pontuando sobre o papel do professor e a Resolução de Problemas quanto às orientações para o professor, porque são temas discutidos nesta dissertação e que outros temas também são discutidos nessa parte do livro didático. Diante disso, elucidamos que a obra para utilização em sala de aula, necessitará de uma boa articulação do professor, tratando desde os objetos do conhecimento que são englobados fora da Matemática Financeira, até os conhecimentos teóricos sobre a Resolução de Problemas.

Seguindo, o livro agora analisado e discutido é o “Matemática em Contextos: Estatística e Matemática Financeira” – Editora Ática (DANTE, 2020). Nesse sentido, apresentamos abaixo a capa inicial do documento:

Figura 31: Capa Inicial do Livro Matemática em Contextos



Fonte: Dante (2020)

Como no livro anterior, este quando faz a apresentação da organização dos capítulos não evidencia inicialmente as competências e habilidades da BNCC (BRASIL, 2018), estando elas presentes no início de cada capítulo. Desse modo, cada capítulo é organizado da seguinte maneira: Abertura, com uma situação inicial e questionamentos; Conheça o capítulo, em que são fornecidos os objetivos, a justificativa e as competências e habilidades a serem desenvolvidas; Explore para descobrir, nas quais existentes atividades de objetivos diversos, entre elas, exploração; Atividade resolvidas, apresentando uma solução detalhada das questões; Fique atento, com o objetivo de chamar atenção para algo que está sendo estudado no momento; Atividades, nas quais são fornecidas questões envolvendo contextos do cotidiano; Reflita, fazendo questionamentos e trazendo reflexões sobre o conteúdo estudado; Sobre o assunto, apresentando informações e curiosidades sobre o conteúdo; Glossário, que apresenta a

Ao tratar especificamente do capítulo de Matemática Financeira, percebemos que os conteúdos contemplados são: porcentagem, acréscimos e descontos, inflação e juros. Nesse sentido, já é notória a falta de alguns conteúdos, entre eles, sistemas de amortização e, conseqüentemente, falhas em contemplar todas as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) referentes à Matemática Financeira. Sobre os conteúdos, podemos observar a figura abaixo que apresenta o sumário deste capítulo:

Figura 33: Sumário de Matemática Financeira no Livro Matemática em Contextos

Capítulo 2: Matemática financeira	86
O dinheiro e a Matemática	90
Explorando a porcentagem	91
Leitura e compreensão	96
Fator de atualização	98
Aumentos e descontos	99
Além da sala de aula	103
Termos de Matemática financeira	105
Formalizando alguns conceitos de Matemática financeira	107
Inflação	107
Juros simples	108
Juros compostos	109
Além da sala de aula	116
Tecnologias digitais	119
Conexão entre juros e funções	123
Leitura e compreensão	126
Vestibulares e Enem	129
Respostas	134
Lista de siglas das atividades extraídas de provas oficiais	137
A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)	138
Referências bibliográficas comentadas	143

Fonte: Dante(2020, p.7)

Na abertura do capítulo, a justificativa do estudo da Matemática Financeira nos chama a atenção e, consideramos, que os pontos evidenciados são bem importantes para o desenvolvimento dos estudantes, dado que, como é afirmado, existem alguns conteúdos dessa parte da Matemática que, muitas vezes, são desconhecidos pelos estudantes. Observemos a figura abaixo:

Figura 34: Justificativa para o estudo de Matemática Financeira no Livro Matemática em Contextos

Justificativa

É comum lermos ou ouvirmos nos meios de comunicação, por exemplo, que a inflação subiu, a taxa de juros do cartão de crédito e do cheque especial aumentou, etc. Mas muitas vezes não sabemos o que isso significa e como interpretar esses dados. Há ainda situações em que precisamos decidir que tipo de financiamento, de acordo com a nossa realidade, é mais vantajoso, calcular a porcentagem de desconto ou aumento sobre o preço de um produto ou, ainda, fazer um planejamento financeiro para concretizar um objetivo. Todas essas situações, com as quais temos contato diariamente, envolvem conceitos de Matemática financeira, tema que será abordado neste capítulo.

Fonte: Dante(2020, p. 89)

Na situação inicial esboçada, percebemos que as ideias tratam intimamente da Educação Financeira, uma vez que é abordado sobre controle de gastos, disciplina e planejamento. Assim sendo, é importante deixar claro para os estudantes que a Matemática Financeira e Educação Financeira, embora, andem lado a lado, suas definições são diferentes (observemos a figura abaixo):

Figura 35: Situação inicial no capítulo de Matemática Financeira no Livro Matemática em Contextos

Não escreva no livro.

Professor, as sugestões para o desenvolvimento desta abertura encontram-se nas Orientações específicas deste Manual.

Segundo uma pesquisa realizada em 2019 pela Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas (CNDL) e pelo Serviço de Proteção ao Crédito (SPC Brasil), 67% dos consumidores brasileiros não conseguem guardar nenhuma parte de seus rendimentos mensais. Entre as justificativas apresentadas, 18% das pessoas apontam os imprevistos financeiros e 13% dizem ter perdido o controle sobre os próprios gastos.



Um estudo realizado pela S&P Ratings Services Global Financial Literacy Survey (Pesquisa Global de Educação Financeira da divisão de ratings e pesquisas da Standard & Poor's) mediu o grau de educação financeira em 140 países e mostrou que o Brasil ocupava a 74ª posição no ranking global.

Para conseguir guardar dinheiro e lidar com possíveis imprevistos financeiros, é preciso, sobretudo, ter controle sobre os gastos, disciplina e planejamento financeiro. Por isso, a educação financeira é primordial para uma vida financeira organizada. Não se restringe a saber economizar, mas também a fazer escolhas conscientes, evitar desperdícios e rever necessidades e prioridades.

[...] Além dos gastos com produtos de necessidades básicas e fundamentais, também somos movidos pelos desejos e impulsos do que vemos na mídia. Porém, ao colocarmos na ponta do lápis os custos destes impulsos, podemos ter a noção exata do quanto é possível poupar para investir em algo mais produtivo e rentável.

Nem tudo que nos é oferecido é realmente vantajoso. Todo cuidado é pouco ao lidarmos com dinheiro, e as possíveis armadilhas que podem provocar um colapso nas finanças pessoais. Valorize qualquer Real conquistado. Gastamos melhor quando o dinheiro que recebemos é fruto de um esforço.

A solução é montar um cuidadoso e bem elaborado planejamento financeiro, e gastar de forma equilibrada de acordo com as suas necessidades. [...]

SENA, Marianne B. L. *Educação financeira para jovens adultos*. Salvador: SENAR/BA, 2013. Disponível em: https://bibliotecas.senar.com.br/arquivos/ARQUIVOS_CHRONUS/Arquivos_nsf/3c27166228388968621f12121cd88228Pdfs/4677.pdf. Acesso em: 31 jul. 2020.

Fonte: Dante (p. 87)

A respeito das questões resolvidas no capítulo, apenas uma solução é evidenciada, reiteramos que para que os estudantes entendam que existem diversas

maneiras para solução, cabe ao professor mostrar outras formas. As questões também esboçadas vão desde exercícios a problemas, do mesmo modo que aconteceu nos outros livros. No tópico de Leitura e Compreensão, é tratado sobre o dinheiro e a Matemática por meio da história, isso é muito importante para a aprendizagem dos estudantes, para terem conhecimento de como se deu as ideias iniciais do que é estudado hoje na Matemática Financeira (observemos a figura abaixo):

Figura 36: Tópico Leitura e compreensão no Livro Matemática em Contextos

Leitura e compreensão

Professor, as sugestões para o desenvolvimento desta seção encontram-se nas Orientações específicas deste Manual.

O dinheiro e a Matemática

O dinheiro tem feito parte da história do mundo nos últimos três milênios; antes disso, o comércio era realizado por meio de trocas entre produtos ou serviços, prática chamada de escambo. Com o aumento do fluxo comercial e das relações comerciais entre diferentes povos, o escambo tornou-se uma operação cada vez mais inviável, pois ficou difícil decidir quantas unidades de um produto x seriam equivalentes a certo número de unidades de um produto y .

O dinheiro nasceu da necessidade de se referir a todos os produtos com uma mesma escala de valores e, provavelmente, surgiu simultaneamente na Mesopotâmia e na China antes de 1000 a.C. A partir daí, tornou-se a peça-chave na organização e no estabelecimento de todas as sociedades.

O *shekel* era uma unidade antiga utilizada na Mesopotâmia para definir tanto um peso específico da moeda quanto quantidades equivalentes de materiais como prata, bronze e cobre. O uso de uma única unidade para definir tanto a massa quanto o valor da moeda é um conceito semelhante ao da libra britânica – originalmente definida como massa de uma libra de prata (equivalente a 457 gramas), passou a designar também o nome da moeda.

Na China, as primeiras unidades usadas para trocas adotadas foram as espadas e outros tipos de armas e ferramentas. Desse modo, era possível que um comerciante chinês perguntasse a outro: "Quantas espadas você me dá por 20 sacos de arroz?". Por volta de 1000 a.C., os chineses passaram a utilizar réplicas das armas e das ferramentas, em miniatura e fundidas em bronze. Assim, as trocas de produtos por armas ou ferramentas passaram a ser feitas, não com os objetos reais, mas com os modelos deles – mais fáceis de transportar e guardar. Veja na imagem a seguir alguns desses modelos, representando o primeiro dinheiro de que se tem notícia. Os buracos nos cabos serviam para passar uma corda que mantinha as miniaturas de espada juntas, facilitando o transporte e o manuseio.

Entretanto, o formato desse dinheiro, que imitava objetos reais, ainda não era muito prático. Com o passar do tempo, por volta de 600 a.C., surgiu o dinheiro com um formato arredondado, parecido com o das moedas que utilizamos atualmente. Essas moedas apareceram no Reino da Lídia (que atualmente é o oeste da Turquia).



Miniaturas de espadas utilizadas como dinheiro na China entre 475 a.C.-221 a.C. À esquerda, modelo do estado Zhao (403 a.C.) e, à direita, do estado Yan (222 a.C.).

Antigo Reino da Lídia (700 a.C.-546 a.C.)



Adaptado de DUBY, G. Atlas historique mondial. 2. ed. Paris: 2007. p. 12.

Fonte: Dante (2020, p. 96 – 97)

A respeito das tecnologias digitais, mais uma vez foi explorado o *LibreOffice*. No tópico Além da sala de aula, é mostrado para os estudantes alguns tipos de moeda sociais, que podem ser utilizadas dentro de uma comunidade, a saber: palmas, cocal, rios. Assim, esta situação permitirá que os estudantes possam buscar onde essas moedas são utilizadas, fazendo com que sejam pesquisadores e investigadores nas situações de aprendizagem (observemos a figura abaixo):

Figura 37: Tópico Além da sala de aula no Livro Matemática em Contextos



Fonte: Dante (2020, p. 103)

Dessarte, nas orientações para o professor, mais uma vez é tratado sobre o seu papel nas situações de ensino e aprendizagem. No entanto, sobre a Resolução de Problemas não foi esboçado, sendo mencionado sobre a aprendizagem baseada em problemas, tratando que nela os estudantes aprendem de modo individual e também colaborativo. Diante desses pontos elencados, consideramos que tratar dos conteúdos que estão sendo esboçados sobre a Matemática Financeira, das tarefas matemáticas, das situações expostas e de alguns pontos que é destacado nas orientações para o professor, foi necessário para fazermos articulações com a nossa pesquisa.

À vista disso, de agora em diante trataremos dos livros de Projetos Integradores, observando o que é exposto neles sobre a Matemática Financeira, visto que ela também é abordada de maneira transversal. É importante salientar que os Livros de Projetos Integradores são obras que contemplam uma dimensão integrada das áreas do conhecimento, isto é, em um só livro diversas áreas podem ser abordadas. A partir disso, a nossa análise sobre essas obras está alicerçada no que está sendo tratado a respeito da Matemática Financeira. Assim, afirmamos que os livros analisados foram “Conhecer e transformar: projetos integradores – Matemática e suas tecnologias” (MUSSARA *et al*, 2020) e “Práticas na escola: projetos integradores – Matemática e suas tecnologias” (GARCIA GAY, 2020). Cabe mencionar, que estes livros também foram disponibilizados para a escola na qual esta pesquisa foi realizada, sendo um deles adotado com implementação do Novo Ensino Médio no ano de 2022. Na figura abaixo está representada a capa inicial do primeiro livro de Projeto Integrador analisado:

Figura 38: Capa inicial do Livro Conhecer e transformar: projetos integradores



Fonte: Mussaraet al. (2020)

Ao analisar o sumário do livro percebemos que ele está organizado em seis projetos: Intensidade sonora e saúde; Plano de investimento – o futuro em nossas mãos; As tecnologias a serviço da localização e mobilidade; Risco agrícola e mudanças climáticas; A irregularidade das chuvas; Nativos e imigrantes digitais. Cabe-nos mencionar, que em todo livro de Projeto Integrador deve ser contemplado o STEAM, o Protagonismo Juvenil, a Mídiaeducação e a Mediação de conflitos. Observemos na figura abaixo o sumário do livro em questão:

Figura 39: Sumário do Livro Conhecer e transformar: projetos integradores

SUMÁRIO	
COMEÇO DE CONVERSA 8	
PROJETO 1	
INTENSIDADE SONORA E SAÚDE 12	PROJETO 2
Riscos à audição 14	PLANO DE INVESTIMENTO – O FUTURO EM NOSSAS MÃOS 48
Qual é o plano? 20	O que você quer para os próximos 10, 20 ou 30 anos? 50
INVESTIGAÇÃO 1 A matemática e o som 22	Qual é o plano? 54
INVESTIGAÇÃO 2 A física do som 28	INVESTIGAÇÃO 1 Sistema econômico 56
INVESTIGAÇÃO 3 Como escutamos? 33	INVESTIGAÇÃO 2 Matemática financeira 62
INVESTIGAÇÃO 4 Produção de multimídia informativa 40	INVESTIGAÇÃO 3 Plano de Investimento financeiro pessoal 66
Fazendo acontecer 41	INVESTIGAÇÃO 4 Planilha eletrônica para controle financeiro 69
Olhando o que vi e fiz 43	Fazendo acontecer 74
Competências e habilidades desenvolvidas 46	Olhando o que vi e fiz 79
	Competências e habilidades desenvolvidas 80
PROJETO 3	
AS TECNOLOGIAS A SERVIÇO DA LOCALIZAÇÃO E MOBILIDADE 82	
Descrevendo uma localização 84	
Qual é o plano? 86	
INVESTIGAÇÃO 1 Sistema de coordenadas 89	
INVESTIGAÇÃO 2 Conflito de gerações 92	
INVESTIGAÇÃO 3 Como funciona o GPS? 95	
INVESTIGAÇÃO 4 Riscos e dilemas que envolvem o GPS 101	
Fazendo acontecer 105	
Olhando o que vi e fiz 110	
Competências e habilidades desenvolvidas 111	

Fonte: Mussaraet *al.* (2020, p. 6 – 7)

Diante do sumário, percebe-se que o projeto 2 aborda situações da Matemática Financeira. A respeito dele, nos debruçamos em uma análise mais detalhada. O foco neste projeto está no Plano de investimento, com isso o capítulo é iniciado com três

questões: Você acha importante planejar o futuro? Ao pensar em futuro, você seria capaz de repensar o momento presente? Você acha possível, com planejamento transformar seus sonhos em realidade? Esses questionamentos são o pontapé inicial para as investigações no projeto, chegando à investigação 2, que foi nomeada por Matemática Financeira. Observemos a figura abaixo:

Figura 40: Investigação 2: Matemática Financeira no Livro Conhecer e transformar: projetos integradores

INVESTIGAÇÃO 2 **MATEMÁTICA FINANCEIRA**

Orientação ao Professor

A Matemática e o dinheiro

O objetivo deste projeto, vale lembrar, é desenvolver um produto final que atenda à questão: Como ensinar alguém, de um grupo predefinido de pessoas, a fazer um plano de investimento futuro. Um plano de investimento vai trabalhar várias competências e habilidades de naturezas distintas. Vamos aprender novos conceitos e novos conteúdos, analisar questões e avaliar as melhores soluções, além de interagir muito com novos saberes multidisciplinares e pesquisar tudo o que for relevante para cada caso.

O que é e para que serve a matemática financeira?

Matemática financeira é uma área de aplicação prática da Matemática que consiste em cálculos direcionados à melhor organização e ao maior controle do dinheiro.

Mais do que uma ciência, é uma ferramenta bastante útil no dia a dia, tanto para cuidar das contas pessoais quanto daquelas que pertencem a uma empresa.

A partir de diferentes fórmulas é possível ter uma visão integral sobre as finanças, utilizar bem o dinheiro, aumentar o seu valor e evitar prejuízos.

É também a partir dos instrumentos da matemática financeira que sonhos são concretizados.

Para entender melhor, basta lembrar da importância da organização e planejamento ao contratar um empréstimo ou obter um financiamento, seja para aquisição de um veículo ou imóvel.

Se não se possui toda a quantia para realizar o pagamento à vista, terá que fazer cálculos para entender o impacto desse produto financeiro e suas prestações no orçamento pessoal.

Para tanto, são necessários conhecimentos básicos sobre porcentagem, juros e fórmulas que permitam compreender exatamente o tamanho da conta.

Sempre lembrando que, nesse tipo de operação, o custo final é diferente do contratado, justamente devido à incidência de juros.

Outro bom exemplo é o de investimentos, quando os números jogam a seu favor.

Você pode planejar o seu aposentadoria, deixando dinheiro na poupança. Mas é importante que essa decisão seja tomada depois de comparar a rentabilidade com outras opções.

Então, planeje os ganhos que vai obter em um determinado período.

E você só conseguir fazer isso a partir de instrumentos de Matemática Financeira.

[...]

ATIVIDADE

1. Em grupo, após você e os colegas lerem o texto acima, elenquem cinco experiências comuns, de natureza econômica, vivenciadas por vocês e que usam a Matemática Financeira. O importante nesta atividade é descrever oralmente o que sentiram e perceberam nessas ocasiões, por exemplo, curiosidade, receio, surpresa etc. Será interessante anotar as emoções e percepções recorrentes e tentar descobrir por que ocorreram.

Porcentagem e suas aplicações elementares

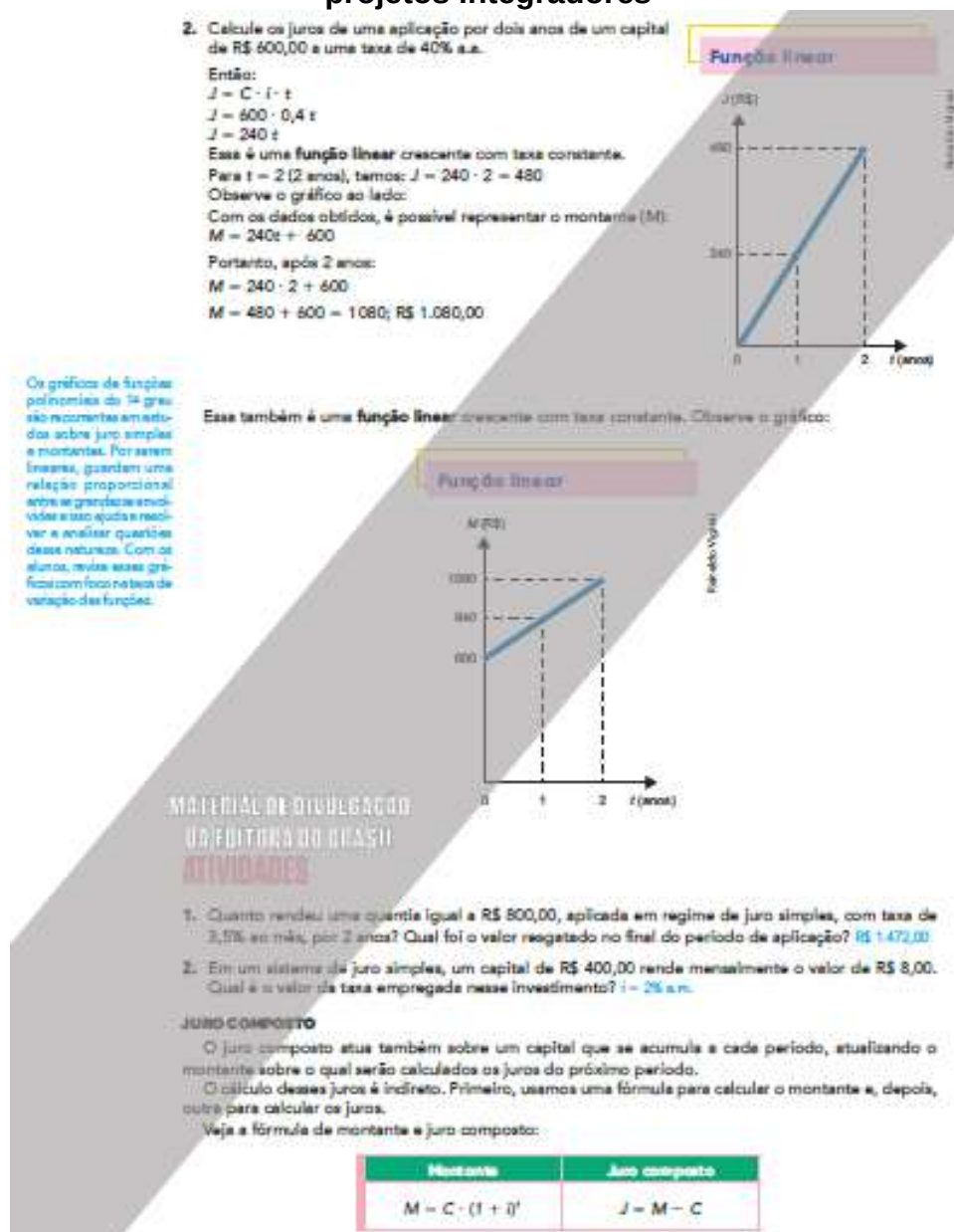
A porcentagem é a representação usada para uma fração centesimal de um inteiro. Ela é representada pelo símbolo % e nos dá uma ideia matemática da representatividade de certo dado em relação ao todo.

O cálculo com porcentagem pode ser feito com o auxílio de frações ou de decimais, da maneira descrita a seguir.

Fonte: Mussareet *et al.* (2020, p. 64)

Durante esse tópico de investigação, foi tratado sobre porcentagem, descontos e acréscimos e juros, sendo colocados alguns exercícios e também problemas já respondidos como exemplos e também para responder, vejamos na figura abaixo.

Figura 41: Exercícios e situações problema no Livro Conhecer e transformar: projetos integradores



Fonte: Mussaraet al. (2020, p. 64)

Percebemos que as questões elencadas são parecidas com as que foram tratadas nos livros didáticos utilizados para formação geral básica. Apesar de apenas uma investigação estar nomeada por Matemática Financeira, notamos que outras também são exploradas sobre a temática, um exemplo é a Investigação 1 que trata do Sistema Econômico sendo abordado sobre questões de porcentagens e juros. Com base em toda explanação no capítulo, nota-se que várias competências e habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) foram contempladas e destacamos as habilidades de código EM13MAT101 que trata de interpretar situações socioeconômicas e EM13MAT303 que trata de interpretar e comprar em situações que envolvem juros simples e compostos.

Desse modo, com a implementação desta obra, será possível um maior aprofundamento quanto à Matemática Financeira, visto que ela é abordada tanto na formação geral básica quanto em Projetos Integradores. No entanto, na escolha das obras é bom tomar cuidado para que não fique repetido o que é abordado em projetos e na formação geral básica.

O segundo livro analisado de Projeto Integrador é “Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias” – Editora Moderna (GARCIA GAY, 2020), do mesmo que no livro anterior, nele também seis projetos são apresentados. Abaixo apresentamos a figura da capa inicial do livro:

Figura 42: Capa inicial do Livro Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias



Fonte: Garcia Gay (2020)

Os projetos apresentados no livro são nomeados por: Qual é a melhor embalagem?; Espaço espelho da nossa cultura; A escassez da água, o que eu posso fazer?; Estabelecendo uma cultura de paz; Planejamento financeiro; Depressão na adolescência: o que fazer para combater?. Nesse sentido, já podemos elencar que conteúdos relacionados à Matemática Financeira serão contemplados no projeto de Planejamento Financeiro. A seguir, observemos a figura com o sumário da obra:

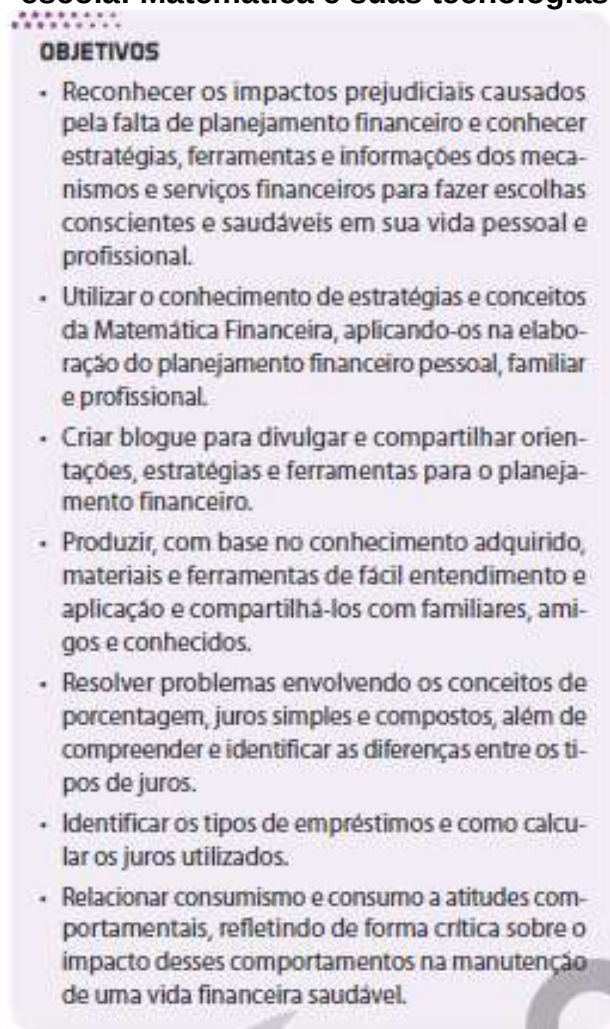
Figura 43: Sumário do Livro Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias

SUMÁRIO	
Projeto 1: Qual é a melhor embalagem?	6
ETAPA 1: Com que embalagem eu vou?	13
ETAPA 2: A embalagem certa	18
ETAPA 3: Pensando no futuro: Impacto no meio ambiente	22
ETAPA 4: A economia na confecção das embalagens	26
ETAPA 5: Embalagem e rótulo: a arte para se comunicar com o público	30
ETAPA 6: Montando o protótipo final	33
ETAPA 7: Testando a embalagem	34
ETAPA 8: Enfim, a embalagem!	35
ETAPA 9: Avaliação do projeto	36
Referências	37
Projeto 2: Espaço espelho da nossa cultura	38
ETAPA 1: Pesquisa e análise de dados	42
ETAPA 2: Rodas de conversa e reuniões	52
ETAPA 3: Pesquisa, estudo e tomada de decisões	54
ETAPA 4: Projeção do espaço	56
ETAPA 5: Sistematização e finalização do projeto	60
ETAPA 6: Avaliação do projeto	62
Referências	63
Projeto 3: A escassez da água, o que eu posso fazer?	64
ETAPA 1: Recursos hídricos do Brasil em perigo	69
ETAPA 2: O consumo individual diário	73
ETAPA 3: A água que você não vê	77
ETAPA 4: Como propor mudanças?	82
ETAPA 5: Apresentação dos resultados do projeto	85
ETAPA 6: Avaliação do projeto	87
Referências	88

Fonte: Garcia Gay (2020, p. 4 – 5)

Tratando especificamente do projeto de Planejamento Financeiro, já que nele encontramos conteúdos que dizem respeito à Matemática Financeira, entre os objetivos mencionados, encontra-se o de “resolver problemas envolvendo os conceitos de porcentagem, juros simples e compostos, além de compreender e identificar as diferenças entre os tipos de juros”(GARCIA GAY, 2020, p. 111). Com isso, já se nota que também nesse dá ênfase às questões ligadas à porcentagem e juros, parecido com o que era esboçado no livro anterior. Observemos a figura abaixo:

Figura 44: Objetivos do projeto de Planejamento Financeiro no Livro Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias



Fonte: Garcia Gay (2020, p. 111)

Com essa exposição, destacamos que os autores do livro didático dão muita atenção ao cálculo de porcentagem e de juros, deixando de lado outras questões que

também poderiam ser englobadas da Matemática Financeira nesse projeto. No projeto há um tópico identificado por “Entendendo os juros”, sendo destacado sobre juros simples e compostos. Observemos a figura abaixo:

Figura 45: Tópico Entendendo os Juros no Livro Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias

ETAPA 2 ENTENDENDO OS JUROS

PERGUNTAS MOBILIZADORAS

- Provavelmente você já ouviu falar em juros. Como poderíamos explicar o que são juros?
- Em que situação você pode ganhar juros? E quando você tem de pagá-los?
- Há mais de um tipo de juro?



Capacete que os alunos observem que, em ambas as situações, os credores do dinheiro ganham um valor acima do emprestado. Isso acontece pelo fato de o credor ter investido o dinheiro para o qual ele ganhou o valor e poder utilizá-lo durante esse período.

Há muitas formas de pagar pelas compras efetuadas. Cada vez mais, as opções de pagamento visam a facilitar a liberação de crédito para o consumidor. No entanto, paga-se por essa “facilidade”.

Por exemplo, se você optar por comprar um produto parcelado em várias vezes, em vez de comprar à vista, é possível que pague juros. Já se você investir uma quantia de dinheiro, ganhará o valor referente aos juros sobre esse montante.

Nas duas situações, o que acontece com o credor do dinheiro? Por que isso acontece?

Entendendo juros simples e compostos

- 1 Calcule qual será o montante de um investimento de R\$ 200,00 aplicado a uma taxa de juros de 2% ao mês, durante três meses, nos seguintes casos:
 - a) para um investimento pagando juros simples;
 - b) para um investimento pagando juros compostos.

Questões 1 e 2. Professor, veja as Orientações para o professor.
- 2 Utilizando os mesmos dados da questão anterior, calcule o montante do investimento, utilizando juros simples e compostos e considerando um período de 14 meses (você pode utilizar as fórmulas apresentadas a seguir).

Fonte: Garcia Gay (2020, p. 127 – 128)

Observe que diante da imagem, há uma caixinha que explica como se dá o cálculo de juros simples e o de juros compostos, geralmente, é o que também é exposto

nos livros didáticos da formação geral básica. Entretanto, posterior a isso, as questões que são colocadas nos chamam bastante atenção, observemos a figura abaixo:

Figura 46: Situações e questões sobre juros esboçadas no Livro Práticas na escola: Matemática e suas tecnologias

Agora é a sua vez!
Imagine três cenários em diferentes momentos no tempo:

Cenário 1
(Hoje) Você tem R\$ 200,00 reais e quer fazer uma viagem que custará R\$ 300,00. Você quer muito fazer essa viagem e acaba pagando os R\$ 100,00 restantes com cartão de crédito. Você não sabe quando receberá mais dinheiro. Considere que, nesse mês, a taxa de juros do **rotativo do cartão de crédito** nesse banco é de 11,7% ao mês.

Observação: considere que, no pagamento com cartão de crédito, os R\$ 100,00 só serão debitados quando completar um mês, e os juros serão cobrados a partir de então.

Cenário 2
(Em três meses) Você precisou esperar três meses para fazer a viagem, mas agora, depois de alguns serviços prestados, tem os R\$ 300,00 e consegue pagar a viagem à vista.

Cenário 3
(Em 12 meses) No terceiro mês você juntou os R\$ 300,00. Em vez de usá-lo, decidiu investir esse valor por oito meses, num fundo de investimento que apresentava rendimento de 0,31% ao mês.

❶ Antes de fazer qualquer cálculo, em duplas, façam o esboço do gráfico para cada cenário e respondam às questões a seguir.

- Como seria a curva do valor devido (rotativo do cartão de crédito) no cenário 1 pelos próximos 12 meses? Considerando que a dívida segue a curva dos juros compostos, vocês acham que pode saná-la tranquilamente?
- Como vocês representariam o cenário 2?
- Como seria a curva do valor investido e obtido no cenário 3?
- Analisem e façam comparações entre os cenários.

❷ Em seguida, ao fazer os cálculos, representem os três cenários em um gráfico. Vocês poderão utilizar a planilha eletrônica para o cálculo de dados e a construção dos gráficos. E, então, respondam:

- No cenário 1, qual seria o valor da dívida após os 12 meses?
- No cenário 3, qual seria o valor total acumulado no 12º mês?
- Ainda no cenário 3, supondo que no ano seguinte o valor da viagem sofreu reajustes de acordo com o índice da inflação, que foi de 3,25%, quanto pagou pela viagem? Valeu a pena investir por 12 meses? Por quê?

Fonte: Garcia Gay (2020, p. 128 – 129)

Podemos observar que três cenários foram colocados e a respeito deles, algumas questões. Na questão 1, quando a autora solicita que os estudantes desenhem um gráfico para os cenários, podemos dizer que isso é uma estratégia para se chegar à solução do problema e todos os pontos elencados na situação, tem por finalidade fazer com que os estudantes reflitam sobre cada cenário, o que consideramos de fundamental importância para o tratamento da Matemática Financeira. Os cenários colocados também representam situações que podem ser trabalhadas com estudantes de diferentes perfis, uma vez que pode ser aplicada a uma situação real próxima das diversas culturas.

Diante disso, apesar de considerarmos que mais questões ligadas à Matemática Financeira poderiam ter sido trabalhadas no livro, a exemplo questões de amortização, salientamos que o livro aborda situações importantes tratando dos juros e que ele pode contribuir para atos de reflexão, comunicação, criatividade e criticidade. Não obstante, algumas habilidades relacionadas à Matemática Financeira foram contempladas neste capítulo, destacamos a de código EM13MAT303 que diz respeito à interpretação e comparação de situações que envolvem juros simples com as que envolvem juros compostos.

Com o elucidado a respeito de alguns pontos presentes nos livros didáticos, tanto nos da formação geral básica, como nos de Projeto Integrador, apesar de alguns estarem bem completos (ao nosso ver), eles não podem ser o único recurso didático na utilização nas aulas. Os livros abordam sugestões sobre a implementação dos recursos tecnológicos, mencionando exemplos e tutoriais, é importante que para as escolas que tenham recursos tecnológicos essas abordagens comecem a fazer a parte da realidade no processo de ensino e aprendizagem. Vale salientar, que um livro didático por si só não fará milagres, mas que é preciso a articulação do professor no seu manuseio e nas situações colocadas para os estudantes.

Por ora, acreditamos que as ideias neste tópico são suficientes para o desenvolvimento deste estudo e que na seção seguinte abordamos a respeito do percurso metodológico da pesquisa.

CAPÍTULO IV

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E O PRODUTO EDUCACIONAL

Neste capítulo tratamos dos procedimentos metodológicos da pesquisa, bem como do produto educacional desenvolvido e aplicado diante das bases teóricas expostas e discutidas em seções anteriores.

4.1 Abordagem, tipo de pesquisa e instrumentos de coleta de dados

Em virtude do problema e objetivos desta pesquisa, expostos na introdução desta dissertação, destacamos que o estudo apresenta uma abordagem qualitativa através de um estudo de caso. Para tal, buscamos apoio no que é salientado por Ludke e André (1986), que as pesquisas nessa abordagem têm o ambiente natural como fonte direta de dados e os pesquisadores são um de seus principais instrumentos. Ainda de acordo com os autores, uma investigação de abordagem qualitativa, supõe contato direto e prolongado entre quem pesquisa e o ambiente (ou situação) que está sendo investigado. Sobre isso, destacamos que temos a sala de aula como ambiente (ou situação) investigada e o investigador (pesquisador) como objeto principal na busca de informações.

Para mais, acrescentamos o que é exposto por Chizzotti (2001), que a pesquisa qualitativa “[...] parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito” (CHIZZOTTI, 2001, p. 79). Assim, nas pesquisas qualitativas há uma partilha entre pessoas, fatos e locais, estes que fazem parte do objeto de pesquisa, permitindo a extração de significados que são perceptíveis a partir de um olhar cuidadoso, isto é, nesse tipo de abordagem se investiga determinados fenômenos, fazendo uma análise de suas manifestações e que a sua preocupação está em todo o processo e não apenas no produto final.

De acordo com André (2007), a pesquisa qualitativa pode se manifestar no trabalho de campo, em que o investigador se envolve na coleta de dados, utilizando de instrumentos diversos, entre eles: filmadora, gravador, entrevistas, diário de bordo

(anotações). No meio educacional, para André (2007), a abordagem qualitativa está presente em diferentes métodos e técnicas de pesquisas, que contemplam estudos de caso, pesquisa-ação, pesquisa intervenção, pesquisas bibliográficas, entre outras.

A respeito disso, pontuamos que para esta pesquisa consideramos o estudo de caso que, segundo Yin (2010, p. 39), “[...] é uma investigação empírica que se investiga um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes”.

A partir disso, podemos elencar que por meio do estudo de caso, utilizando-se de dados qualitativos, coletados diante de situações reais, será possível explicar, explorar e descrever fenômenos inseridos em seus respectivos contextos. Desse modo, para que esses dados sejam tratados, alguns instrumentos para coleta de dados são necessários, e para o estudo em questão utilizamos da observação participante, questionários a priori e a posteriori, videografia, gravações de áudio, diário de bordo e uma sequência didática com tarefas sobre Matemática Financeira.

De acordo com Gil (2008), a observação participante permite a participação real do investigador/pesquisador com a situação que está sendo investigada, isto é, o observador se insere no grupo investigado. Assim, podemos dizer que o pesquisador é mais um elemento do grupo. Deste modo, sabendo que a observação participante pode não ser possível para captar a totalidade de informações durante o processo investigado, a videografia contribuirá para a produção dos dados. Oliveira (2010) afirma que a videografia é o instrumento mais adequado quando é considerada a investigação dos fenômenos didáticos, uma vez que através dela é possível o registro das diferentes interações no ambiente pesquisado. Destacamos a respeito da videografia e das gravações de áudio a sua relevância no uso em pesquisas que tratam das ações comunicativas, baseadas em atos de falas de perguntas e respostas.

Por esse viés, destacamos também a importância dos questionários em uma pesquisa qualitativa, pois pode ajudar na concretização de algumas respostas sobre a realidade investigada. Para Gil (2008), as perguntas de um questionário poderão ter conteúdos sobre fatos, atitudes, comportamentos, sentimentos, entre outros, o que

ajudará na investigação a respeito do Contrato Didático, os seus elementos e na busca das percepções dos estudantes sobre as tarefas desenvolvidas.

4.2 Lócus da pesquisa e sujeitos envolvidos

A pesquisa foi desenvolvida na Escola de Referência em Ensino Médio Padre Antônio Barbosa Júnior, a qual faz parte da Rede Estadual de Ensino do Estado de Pernambuco, localizada na cidade de Jurema no Agreste Meridional. É importante salientar que a economia na cidade, onde a pesquisa foi desenvolvida, é baseada na agricultura, comércio e vínculos com a prefeitura, o que foi julgado como importante para a criação do Produto Educacional que serviu como instrumento para coleta dos dados aqui apresentados, uma vez que nos alicerçamos em contextos reais, considerando o Arco de Magueres e a Resolução de Problemas. A cidade em questão dista 243 km da capital pernambucana, Recife, e 164 km da capital alagoana, Maceió, onde encontra-se a Universidade Federal de Alagoas, *Campus* A. C. Simões, do qual faz parte o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática que permitiu o desenvolvimento deste estudo.

Os sujeitos de pesquisa foram estudantes de uma turma da 3ª série do Ensino Médio e o professor/pesquisador. Para o desenvolvimento do estudo contamos com 13 estudantes, dos quais foram selecionados os dados para apresentação nesta pesquisa. Os estudantes possuem entre 16 e 18 anos de idade, alguns com distorção idade-série e dificuldades de aprendizagem, não apenas tratando-se da Matemática, mas também de outras áreas do conhecimento, o que pode ser derivado do período enfrentado durante a pandemia do Covid-19, na qual um vírus se alastrou por todo o mundo, sendo necessário o distanciamento social, desencadeando, assim, o afastamento das aulas presenciais.

Por esse viés, sabendo que na maioria dos casos o ensino passou a ser por meio virtual, a maioria dos estudantes tiveram problemas em acompanhar as aulas, visto que o acesso à internet ainda não era uma realidade para aquela população e os estragos causados podem ser vistos agora com a volta das aulas presenciais, dado que os estudantes passaram, em média, dois anos sem um contato maior com os professores, pois aqueles que não tinham acesso à rede de internet recebiam apenas

material impresso com resumos dos conteúdos e atividades, muitos optando por nem realizá-las.

Assim, é importante reiterar que precisamos considerar esse período vivenciado, pois os prejuízos deixados, podendo citar internações, mortes, economia, mexeu com as estruturas da sociedade e com cada estudante de modo particular. Da mesma forma, a Educação também foi impactada e, consequentemente, o aprendizado de cada estudante, pois aqueles que não tinham tantos subsídios para enfrentar aquele momento de afastamento das aulas físicas, foram os mais prejudicados, o que é realidade da população da qual estamos tratando.

Para mais, ainda destacamos que com o intuito de preservar a identidade dos estudantes sujeitos de pesquisa, visto que isso também foi mencionado no Termo de Esclarecimento Livre e Esclarecido (TCLE) e Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), termos assinados pelos estudantes e seus responsáveis, os seus nomes não serão divulgados na escrita desta dissertação, logo, eles serão chamados por: Estudante 1, Estudante 2, Estudante 3, Estudante 4, Estudante 5, Estudante 6, Estudante 7, Estudante 8, Estudante 9, Estudante 10, Estudante 11, Estudante 12 e Estudante 13.

Vale salientar, que mesmo fazendo parte da aplicação do estudo 13 estudantes, nem todos estavam presentes em todas as aulas e que isso será apresentado durante a análise e discussão dos dados. É importante mencionar que a turma da 3ª série do Ensino Médio da qual esses estudantes fazem parte é formada por 27 estudantes no total, entretanto, como a pesquisa envolvia gravações de vídeo e áudio, fotografias, muitos deles optaram por não participar e não assinar o TALE e TCLE, sendo preciso uma organização por parte do professor/pesquisador e a pesquisa ser aplicada em contraturno às suas aulas. A partir disso, destacamos que a pesquisa foi aplicada somente com os 13 alunos anteriormente citados e, por isso, o estudo foi desenvolvido em horário contraturno às aulas, com o intuito de não tornar a sala de aula um ambiente desconfortável para que aqueles que não aceitavam a gravação de áudio, vídeos e fotografias.

4.3 A concepção do Produto Educacional e sua aplicação

De acordo com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), um Produto Educacional ou produto educativo “pode ser, por exemplo, uma sequência de didática, um aplicativo computacional, um jogo, um vídeo, um conjunto de videoaulas, um equipamento, uma exposição, entre outros” (BRASIL, 2019, p. 15). Do mesmo modo, é salientado que a dissertação ou tese a respeito da elaboração e aplicação de um Produto Educacional respaldado no referencial teórico metodológico escolhido, deve ser uma reflexão do que foi desenvolvido (BRASIL, 2019).

Diante disso, para a construção do Produto Educacional fruto desta dissertação, optamos pela construção de uma Sequência Didática, que de acordo com Zabala (1998) é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (p. 18). Nesse sentido, cabe-nos pontuar que diante da construção das atividades de maneira articulada, o nosso objetivo é analisar as contribuições do Arco de Magueres, da Resolução de Problemas, da Ação Comunicativa e do Discurso Pedagógico no trabalho com o Contrato Didático.

Para mais, Oliveira (2013) descreve, corroborando com os escritos de Zabala (1998), que a Sequência Didática é:

Um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino-aprendizagem. (OLIVEIRA, 2013, p. 39).

Assim sendo, os conteúdos trabalhados na Sequência Didática que aqui está sendo discutida estão em volta da Matemática Financeira (juros, acréscimos e decréscimos, amortização, descontos e aumentos). Considerando o que a autora afirma a respeito dos passos para a construção de uma Sequência Didática – escolha do tema, questionamentos para problematização, planejamento dos conteúdos, objetivos a serem atingidos, delimitação das atividades, formação de grupos, material didático, cronograma, integração entre as atividades e avaliação dos resultados -, pontuamos

que o nosso tema é a Matemática Financeira (como já é notório), os conteúdos trabalhados também já foram expostos, que cada tarefa possui objetivos gerais e específicos, como será o desenvolvimento de cada tarefa (individual ou em grupo), o material necessário desenvolvido e que todas as tarefas estão interligadas. A respeito do cronograma, é preciso salientar que para uma maior verificação da construção e ressignificação de saberes a curto e longo prazo, as atividades foram desenvolvidas em cinco momentos/dias diferentes.

Desse modo, para uma maior verificação das aprendizagens construídas pelos estudantes, utilizamos na aplicação da sequência didática questionário a priori, aula de ambientação e sondagem, três aulas intermediárias, aula final e questionário a posteriori. Assim, para um melhor entendimento do leitor quando chegar na seção de resultados e discussões dos dados, optamos por esboçar nesse espaço cada atividade e o seu objetivo. Além disso, para a construção das aulas, das situações norteadoras e dos problemas matemáticos, mencionamos que o conteúdo Matemático envolvido na pesquisa, no caso a Matemática Financeira, já havia sido estudado pelos sujeitos da pesquisa em anos escolares anteriores e trouxemos uma ressignificação do saber, considerando para isso a organização de ensino de Proença (2021): uso do problema como ponto de partida, formação do conceito, definição do conteúdo e aplicação em novos problemas. Assim sendo, como a Sequência Didática aplicada se baseia no uso de conhecimentos de Matemática Financeira, o nosso foco foi a quarta etapa da organização de ensino de Proença (2018):

Nesta etapa, as aulas devem ser elaboradas com base na utilização de uma variedade de novas situações ('novos problemas' ou possíveis problemas), as quais visam à transferência da aprendizagem pelos alunos do conceito matemático, bem como dos procedimentos algorítmicos estudados. De alguma forma, isso envolve o ensinar para resolução de problemas, porém com o trabalho advindo da formação conceitual. As novas situações a serem trabalhadas devem ser situações contextualizadas (envolvendo aspectos da vida cotidiana (social, política e econômica), a história da Matemática e/ou outras áreas como a Física, Química, Biologia etc.). (PROENÇA, 2021, p. 10).

Cabe salientar, que “ao se deparar com os contextos envolvidos, isso exigirá, certamente, uma reorganização cognitiva pelos alunos tanto do conceito a ser transferido quanto de outros conceitos anteriores” (PROENÇA, 2021, p. 10). Com isso,

utilizando essa quarta etapa da organização de ensino, o trabalho em sala de aula na perspectiva da Resolução de Problemas, ocorre na avaliação dos estudantes nas quatro etapas do processo de resolução – representação, planejamento, execução e monitoramento - (PROENÇA, 2018) e na explicação dos conhecimentos utilizados – linguísticos, semânticos, esquemáticos e procedimentais (MAYER, 1992). Assim, o professor deve observar e sanar as dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas, levando os alunos a ressignificarem “o conceito matemático em meio às situações contextualizadas que são trazidas para o ensino em sala de aula” (PROENÇA, 2021, P. 10).

Com isso, para a escolha das situações norteadoras e a criação dos problemas matemáticos foi utilizada a Resolução de Problemas como contexto (STANIC; KILPATRICK, 1989) e o Arco de Maguerezao tratar da realidade (BERBEL, 2012). Na criação dos problemas foram considerados os diferentes tipos de problemas salientados na literatura, problemas convencionais com frases curtas, dados explícitos; problemas não convencionais, sendo primordial uma leitura mais cuidadosa para a sua compreensão e atenção aos dados necessários para resolução; problemas de dois ou mais passos; problemas de aplicação, que precisam de análise recolhimento dos dados e tomadas de decisão; problemas do tipo *puzzle*, que permitem um olhar para as situações tratadas sob diversos pontos de vista (CHARLES; LESTER, 1986). Além disso, foi considerado também o que os autores pontuam e que acreditamos, do que vem a ser um problema matemático, como uma situação que os estudantes são levados a pensar, não dispõem de procedimentos prontos para a solução, tampouco de fórmulas.

Por esse viés, dedicamos este tópico para fazer a apresentação dos materiais criados e que serviram para coleta do estudo. Assim, primeiramente, tratando do questionário a priori, ele teve por objetivo identificar as percepções dos estudantes (sujeitos de pesquisa) sobre a Matemática Financeira, a resolução de problemas, a ação comunicativa e o agir do professor e foi composto por 18 questões, e pode ser visualizado nos apêndices desta dissertação.

De maneira comum, na maioria das aulas, o início foi a partir de uma situação norteadora baseada em contextos reais, uma vez que foi utilizado o Arco de

Maguerezque serviria de norte para a resolução dos problemas, sendo solicitado o preenchimento de suas etapas. Diante disso, como exposto no Produto Educacional, para cada aula, eles tinham em mãos as coordenadas do que fazer em cada etapa do arco, isto é, um arco entregue para eles com todas as instruções.

Na aula 1, foi aplicada a tarefa de ambientação e sondagem e um jogo: as tarefas tinham por objetivo analisar o envolvimento dos estudantes em situações que envolvam porcentagem, acréscimos e decréscimos e juros, para produção de argumentos, análise crítica e tomada de decisões e de que maneira o professor poderá intervir caso os estudantes apresentem dificuldades, o que poderia interferir nas tarefas futuras.

Observemos no quadro a seguir o planejamento da aula 1:

Quadro 6: Planejamento tarefa de ambientação e aula 1

Ano escolar: 3ª série do Ensino Médio.
Objetivo Geral: Explorar situações que envolvam porcentagem, acréscimos e decréscimos e juros, para produção de argumentos, análise crítica e tomada de decisões.
Objetivo Específico: Analisar e refletir sobre situações reais que envolvem porcentagem, acréscimos, descontos e juros.
Objetos do conhecimento: Porcentagem, juros simples e compostos, acréscimos e decréscimos, função exponencial e linear.
Competências Gerais da BNCC: CG2 – Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. CG7 - Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos e a consciência socioambiental em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. CG10 - Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões, com base nos conhecimentos construídos na escola, segundo princípios éticos democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.
Competências Específicas da área de Matemática e suas tecnologias da BNCC: CE1 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. CE2 - Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. CE3 - Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir

argumentação consistente.

Habilidades da área de Matemática e suas tecnologias da BNCC: EM13MAT203 - Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões. EM13MAT303 - Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

Recursos didáticos: Tabuleiro, dados, orientação do jogo, marcadores, cartões de perguntas e respostas.

Desenvolvimento da aula: O professor entrega a notícia aos estudantes e solicita que eles façam a leitura; Após a leitura, o professor faz questionamentos sobre os saberes matemáticos presentes na notícia, sobre o que poderia ser investigado diante dela e se ela apresenta algo de suas realidades; O professor apresenta o jogo e diz que ele foi criado a partir da observação daquela notícia, incentiva a execução do jogo, observa, faz registros do que os estudantes apresentam dificuldades e ajuda-os no processo. Após a execução, o professor solicita que os estudantes preencham as etapas do Arco de Magueres.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

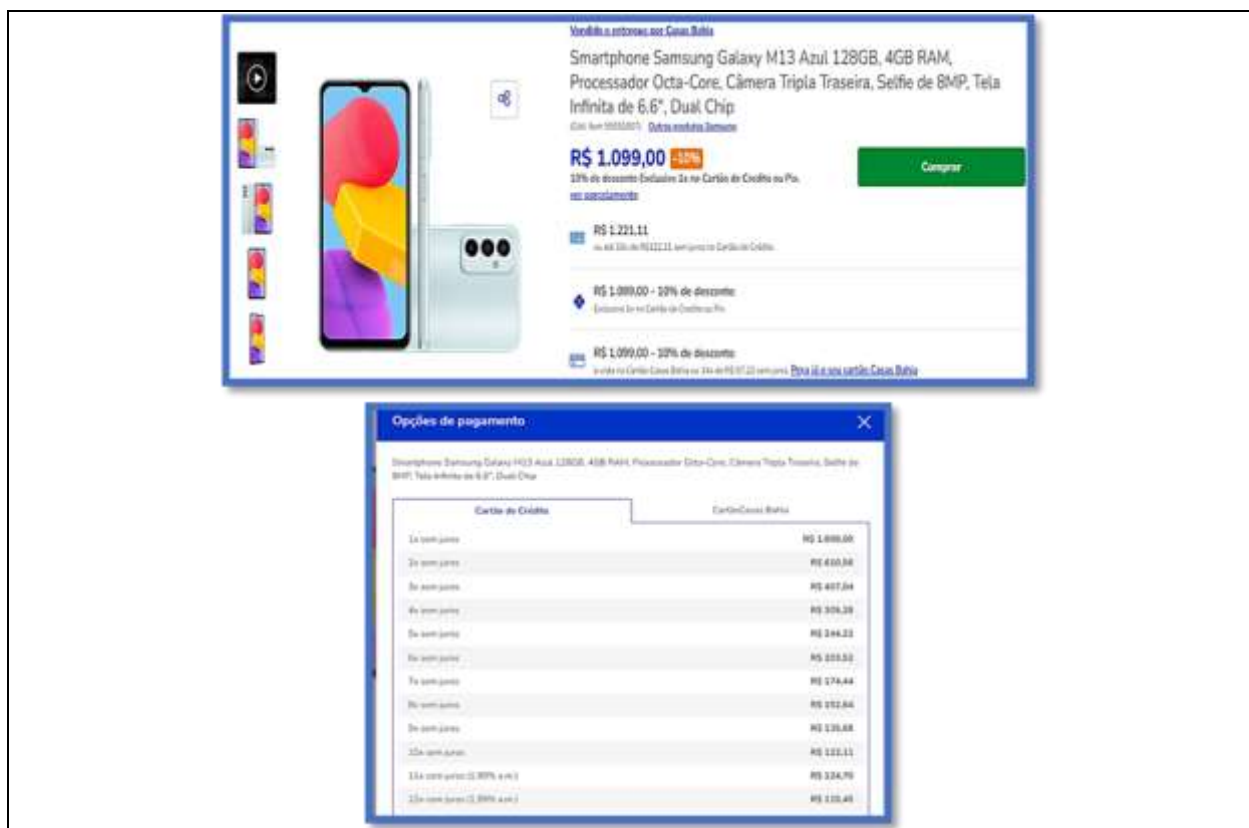
No planejamento da aula 1, assim como nos demais, foram apresentados os objetivos, as habilidades, as competências, o material necessário e o desenvolvimento. Para mais, o tempo dedicado para a execução é de três aulas de 50 minutos cada, sendo dois tempos de 50 minutos para a atividade de ambientação e um tempo para o desenvolvimento do jogo.

Observemos no quadro abaixo a situação norteadora da tarefa de ambientação que envolvia a compra de um Smartphone:

Quadro 7: Situação norteadora da tarefa de ambientação

SITUAÇÃO NORTEADORA E SEUS DESDOBRAMENTOS

No site das Casas Bahia, o Smartphone Samsung Galaxy M13 Azul 128GB, 4GB RAM, Processador Octa-Core, Câmera Tripla Traseira, Selfie de 8MP, Tela Infinita de 6.6" e Dual Chip está sendo vendido com algumas condições. Observe as figuras abaixo:



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Como a pesquisa desenvolvida considerou o Arco de Maguerez, as situações norteadoras consideram situações da realidade, uma vez que essa abordagem utiliza a realidade e a aplicação do conhecimento construído nela (BERBEL, 2012). Assim sendo, com o intuito de analisar as percepções dos estudantes e também os envolver nas discussões a respeito de cada situação norteadora, uma vez que estamos trabalhando com a Ação Comunicativa, após analisarem e discutirem do que se tratava cada situação norteadora, os estudantes tinham um espaço para colocarem seus questionamentos/perguntas a respeito de cada situação; vale salientar que não eram apenas questionamentos matemáticos, mas o que eles refletiam a partir de cada situação sob o ponto de vista social e econômico. Com isso, o espaço para perguntas foi comum a todas às situações norteadoras e para não ser repetitivo, eles serão mostrados uma única vez neste tópico:

Figura 47: Espaço para perguntas/questionamentos comum à todas as situações norteadoras

— ESCREVA QUESTIONAMENTOS (PERGUNTAS) PARA DEBATER O TEMA ABORDADO NA SITUAÇÃO NORTEADORA SOB O PONTO DE VISTA SOCIAL E ECONÔMICO

Pergunta 1:

Pergunta 2:

Pergunta 3:

Fonte: Elaborada pelo autor da dissertação(2022)

Após a discussão inicial a respeito de cada situação norteadora, os estudantes tinham contato com o material de cada aula, podendo ser problemas impressos, jogos de tabuleiro e jogos digitais. Na aula 1, durante a atividade de ambientação, foram entregues quatro problemas para os estudantes. Observemos abaixo os problemas da atividade de ambientação:

Figura 48: Problemas da tarefa de ambientação

1. Se o comprador optar por fazer o parcelamento do smartphone em 11x, qual será o valor dos juros pagos em relação ao valor à vista do aparelho? E se a compra for realizada em 12x?

2. Considere que João queira comprar esse smartphone à vista, no entanto, ele tem, no momento, R\$ 1.000,00, o que não é suficiente para realizar a compra. Se ele aplicar esse dinheiro à taxa de 0,5% a.m sob o regime de capitalização simples, em quantos meses ele poderá comprar o telefone à vista, considerando que o preço do telefone permaneça sem alteração?

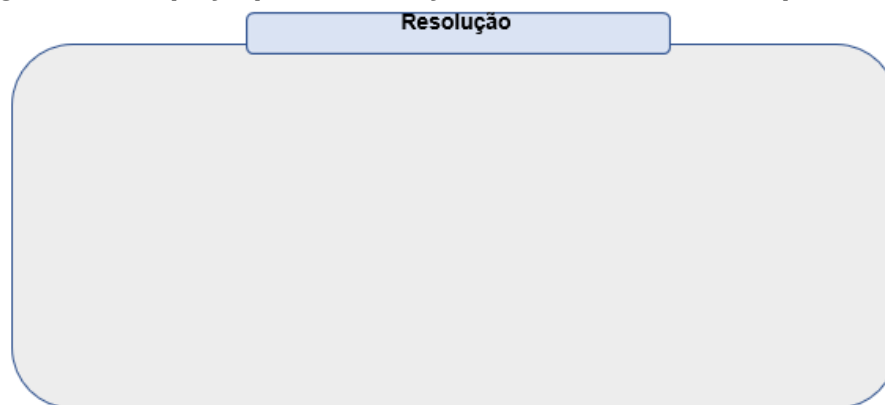
3. Se o preço do Smartphone à vista é de R\$ 1.099,00 e em 10x que é, sem juros, R\$ 1.221,11, segundo a loja. Caso o consumidor opte por realizar o pagamento em 10x, quanto por cento ele pagará a mais referente ao valor à vista? Realmente não houve juros?

4. Suponha que seu José irá realizar a compra de dois desses smartphones para os seus filhos, Joana e Maurílio. Referente à forma de pagamento, caso ele opte por realizar o pagamento em 11x, qual o valor pago por seu José após quitar os celulares? Quanto por cento ele teria economizado caso tivesse realizado o pagamento à vista? Qual o valor dos juros pago por ele?

Fonte: Elaborada pelo autor da dissertação (2022)

Como se tratava de problemas para ambientação dos estudantes, optamos por colocar enunciados não tão longos. Assim sendo, também foi comum a todos os problemas os espaços para resolução. Vejamos a figura abaixo:

Figura 49: Espaço para resolução comum a todos os problemas



Fonte: Elaborada pelo autor da dissertação (2022)

Durante o desenvolvimento de cada tarefa, seja a resolução de um problema ou na execução de um jogo, os estudantes com o Arco de Magueréz em mãos com algumas instruções preenchem o que tinham observado em cada tarefa que dizem respeito às etapas do Arco. Deste modo, foi comum em todas as tarefas de todas as aulas as instruções recebidas pelos estudantes.

Assim sendo, o molde para preenchimento do que foi observado em cada etapa do Arco a respeito dos problemas e das situações norteadoras, teve uma configuração diferente apenas na tarefa de ambientação, uma vez que precisamos da familiarização dos estudantes com tais etapas. Observemos no quadro a seguir com o molde para preenchimento das etapas do Arco de Magueréz na tarefa de ambientação:

Quadro 8: Molde de preenchimento do Arco de Magueréz na tarefa de ambientação

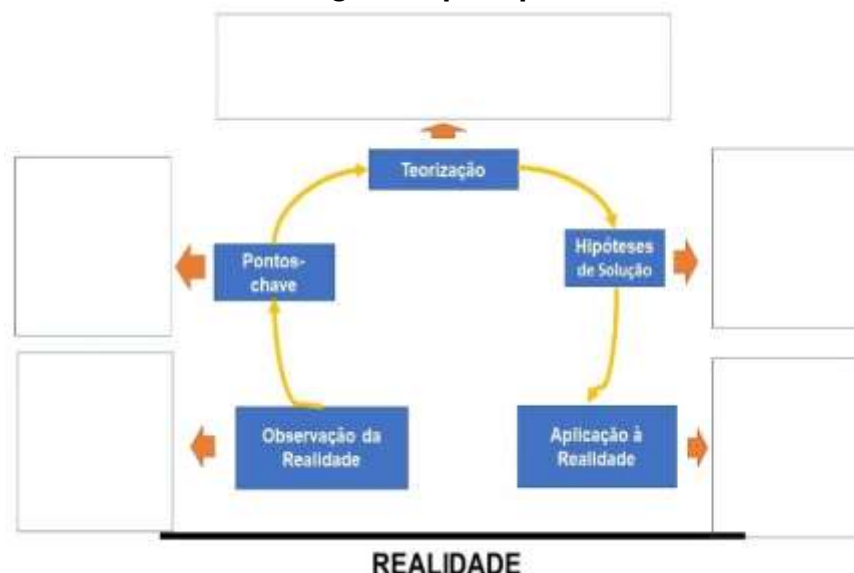
ASPECTOS	DESCRIÇÃO (ESCREVA A RESPOSTA COM BASE NAS PERGUNTAS-GUIAS DE CADA ASPECTO)
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	

PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda, juros, aumento, desconto, aumento da pobreza, injustiça social, etc. Em seguida, escreva o que cada termo significa.	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados (operações matemáticas, gráficos, fluxogramas).	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	

Fonte: elaboração do autor da dissertação (2022)

Nas demais etapas de todas as aulas, o Arco foi preenchido na configuração da figura a seguir:

Figura 50: Molde do Arco de Maguerez para preenchimento nas demais tarefas



Fonte: Elaborada pelo autor da dissertação (2022)

Ao final de cada aula, foi aplicada dois tipos de autoavaliação, uma tratando do preenchimento do Arco, dos problemas que tinham apresentado facilidade e dificuldade, entre outros; e outra com aspectos mais gerais, que tinha por objetivo colher dados a respeito da aprendizagem dos estudantes, do seu envolvimento na aula, no que a aula contribuiu, entre outras. No entanto, mesmo a tarefa de ambientação fazendo parte da aula 1, para ela, optamos por criar uma autoavaliação individual, sem considerar o jogo que também fez parte da aula 1, já que era preciso analisar de maneira particular as percepções dos estudantes sobre esse primeiro contato com o material do Produto Educacional. Todas as autoavaliações estão presentes no apêndice desta dissertação.

Após a tarefa de ambientação, ainda tratando da aula 1, embora dividida em dois momentos diferentes, ocorreu a aplicação de um jogo de tabuleiro com o intuito de verificar os conhecimentos que os estudantes já possuíam a respeito da Matemática Financeira; nele tratamos de juros, fórmulas matemáticas, empréstimos, porcentagem, entre outros. Como situação norteadora para o jogo, buscamos uma notícia que trata de empréstimos no Caixa Tem – aplicativo utilizado para o pagamento do auxílio emergencial. Vejamos o quadro a seguir:

Quadro 9: Situação norteadora para o desenvolvimento do jogo da aula 1

Caixa Tem libera empréstimos de até R\$ 1.000

O Caixa Tem está liberando empréstimos de até R\$ 1.000,00 para as pessoas que estão negativadas. De acordo com a Caixa Econômica Federal, as parcelas de pagamento podem ser parceladas em 18 a 24 vezes. Já as taxas de juros ao mês são de 3,99%.

Crédito Caixa Tem

É um empréstimo destinado aos clientes da Caixa, nos valores entre R\$ 300 e R\$ 1.000 e com prazo para pagamento de até 24 meses, disponível para contratação direto pelo aplicativo Caixa Tem, com jornada 100% digital e simples.

Quem pode solicitar?

Segundo o banco, vão poder solicitar o empréstimo, os clientes da Caixa, a partir da liberação para solicitação e atualização cadastral, que ocorrerá nos períodos indicados no calendário de abertura escalonada.

Só terá direito ao empréstimo quem for aprovado pela análise de crédito realizada pela instituição, automaticamente pelo Caixa Tem. Depois da atualização cadastral e ter o limite disponível para contrastar. Quem tiver restrição em órgãos de proteção ao crédito como SPC/Serasa, não poderá solicitar o crédito.

Para quem ainda não é cliente Caixa Tem vai poder abrir sua conta Poupança+, conforme calendário específico, a partir do dia 8 de novembro de 2021.

Quais são os tipos de empréstimos liberados pelo o aplicativo?

O aplicativo oferece duas modalidades de empréstimos, que podem ser solicitadas automaticamente pelo Caixa Tem.

Crédito Caixa Tem pessoal: o cliente poderá utilizar para cobrir despesas gerais e pagamentos de contas, pois esse empréstimo é de livre destinação.

Crédito Caixa Tem para seu negócio: crédito produtivo orientado para despesas com fornecedores, salário de ajudantes/funcionários, contas de água, luz e aluguel, compra de matérias-primas e mercadorias para revenda, entre outros.

Fonte: Wrigt (2021)

Após a situação norteadora, como já especificado anteriormente, também ocorreu a discussão pelos estudantes, no entanto, não aconteceu a criação de perguntas, uma vez que já tinha acontecido no primeiro momento da aula. Assim sendo, o jogo de tabuleiro que teve como base a situação norteadora da figura anterior, consistia em um jogo de perguntas e respostas, que na medida que cada estudante fosse acertando ou errando seguia os comandos da posição onde estava no tabuleiro. Para o desenvolvimento do jogo foi preciso de dados, marcadores, tabuleiros e cartões de perguntas. Observemos na figura abaixo as instruções do jogo e o tabuleiro:

Figura 51: Instruções do jogo e tabuleiro

JOGO EDUCATIVO – TABULEIRO DE ESTUDO COM A UTILIZAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMAS

ORIENTAÇÕES GERAIS

Número de jogadores: de 2 a 4.

As perguntas podem variar de acordo com os conteúdos estudados, podendo variar de níveis mais simples para os mais complexos (aqui foram expostos alguns exemplos de perguntas).

INSTRUMENTOS

1 Tabuleiro – 1 Dado – 4 Marcadores de Casas – 40 Cartas com Perguntas e Respostas (mais uma vez reitero que aqui utilizamos apenas uma parcela de cartas e que elas podem ser repetidas, como ser complementadas).

REGRAS

- 1- Cada jogador escolhe um marcador e coloca na posição **INÍCIO!**
- 2- Entre os jogadores, decide-se quem será o primeiro a jogar (podendo também utilizar o dado, para aquele que tiver a maior pontuação iniciar e ser seguido essa ordem).
- 3- O primeiro jogador lançará o dado e andará, com o marcador, o número de casas indicado nele.
- 4- Ao chegar à casa correspondente, o jogador deverá seguir a instrução que há nela. Caso seja para responder a uma pergunta, um outro jogador é quem deve puxar uma carta e fazer a pergunta, verificando se a resposta dada é correta.
- 5- Seguidas as instruções, o próximo jogador da rodada deverá lançar o dado e seguir as regras 3 e 4.
- 6- O vencedor é aquele que chegar primeiro à posição **FIM!**

BOA SORTE E BONS ESTUDOS!



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Para o jogo, também foram distribuídos cartões com perguntas e respostas, uma vez que para avançar no tabuleiro, como descrito nas orientações, os estudantes precisam responder as questões do tabuleiro. Vejamos a figura a seguir:

Figura 52: Cartões com perguntas e respostas para o jogo do tabuleiro

PERGUNTA Em um empréstimo é cobrada a taxa de juros sob capitalização composta, os juros crescem de forma linear ou exponencial? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Exponencial, para verificação você poderá pegar um determinado capital e fazer uma simulação utilizando o mesmo tempo e taxa de juros e, por fim, analisar o comportamento dos dados por meio de um gráfico.	PERGUNTA Em um empréstimo é cobrada a taxa de juros sob capitalização simples, os juros crescem de forma linear ou exponencial? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Linear, para verificação você poderá pegar um determinado capital e fazer uma simulação utilizando o mesmo tempo e taxa de juros e, por fim, analisar o comportamento dos dados por meio de um gráfico.	PERGUNTA Com o aumento da inflação a taxa de juros também aumenta? Justifique sua resposta. RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Sim!
PERGUNTA Pedro está precisando de R\$ 300,00 para quitar uma dívida, o que compensa mais: solicitar um empréstimo no caixa tem ou em outro banco que a taxa é de 3,89% ao mês (considere que ele pagará qualquer um dos empréstimos em 4 meses)? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Pegar o empréstimo em um outro banco	PERGUNTA Quais as variáveis envolvidas no cálculo de juros simples? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO J = Juros, C = Capital, i = taxa de juros, t = tempo	PERGUNTA Quais as variáveis envolvidas no cálculo de juros compostos? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO J = juros, C = capital, M = montante. I = taxa de juros, t = tempo.
PERGUNTA Por que na realização de um empréstimo os juros são sempre cobrados sob taxa de juros compostos? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Porque a sua incidência ocorre sobre o valor acumulado da dívida ao invés do capital inicial, fazendo com que os juros aumentem a cada mês, gerando, assim, um montante total maior do que a dos juros simples	PERGUNTA Na realização de um empréstimo no Caixa Tem, o que seria mais vantajoso para o cliente, pagar em 18 ou 24 meses? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Pagar em 18 meses, uma vez que em empréstimo é cobrado taxa de juros compostos.	PERGUNTA Seu José solicitará um empréstimo no Caixa Tem no valor de R\$ 500,00, após quitar o empréstimo, o montante seria maior na taxa de juros simples ou compostos? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Na taxa de juros compostos.
PERGUNTA O que são juros? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Remuneração cobrada pelo empréstimo de dinheiro.	PERGUNTA Matematicamente falando, o que é capital? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Possível resposta: ao conjunto dos bens utilizados na atividade produtiva, com um objetivo reprodutivo.	PERGUNTA O que vem a ser Montante na Matemática? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Soma do capital com o juro.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Para o posicionamento dos jogadores/estudantes nos jogos, as sugestões são marcadores coloridos, já para decidir qual estudante iniciar a partida e quantas “casas” percorrer, um dado numerado de 1 a 6.

A aula 2 teve por objetivo analisar e resolver problemas por meio de situações reais envolvendo taxas e índices de natureza econômica e socioeconômica e para sua organização os estudantes foram divididos em grupos e teve como tempo de duração duas horas/aulas de 50 minutos cada. A sua configuração foi a mesma da atividade de ambientação em que os estudantes tinham em mãos a situação norteadora e a partir dela, foram feitas a discussão e perguntas, resolução de problemas e preenchimento do arco. Observemos no quadro a seguir, o planejamento da aula em questão:

Quadro 10: Planejamento da aula 2

Ano escolar: 3ª série do Ensino Médio.
Objetivo Geral: Analisar situações reais de taxas e índices de natureza econômica e socioeconômica.
Objetivo Específico: Interpretar situações taxa e índices de natureza socioeconômica, investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade. Reconhecer e refletir sobre a importância dos indicadores econômicos e socioeconômicos que impactam na vida dos cidadãos. Resolver problemas envolvendo taxas e índices de natureza socioeconômica.
Objetos do conhecimento: Taxas e índices de natureza econômica e socioeconômica, porcentagem, acréscimos.
Competências Gerais da BNCC: CG2 – Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. CG7 - Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos e a consciência socioambiental em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. CG10 - Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões, com base nos conhecimentos construídos na escola, segundo princípios éticos democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.
Competências Específicas da área de Matemática e suas tecnologias da BNCC: CE1 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. CE2 - Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. CE3 - Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos,

analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. CE4 – Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

Habilidades da área de Matemática e suas tecnologias da BNCC: EM13MAT104 – Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números.

Recursos didáticos: Lápis, caneta, notícia, problemas, espaço para cálculos.

Desenvolvimento da aula: O professor entrega a notícia aos estudantes e solicita que eles façam a leitura; Após a leitura, o professor faz questionamentos sobre os saberes matemáticos presentes na notícia, sobre o que poderia ser investigado diante dela e se ela apresenta algo de suas realidades; O professor entrega os problemas e diz que eles foram criados a partir da observação daquela notícia, pede para os que os estudantes sigam o Arco de Magueres como norteador e que evidenciem as suas etapas através de registros escritos e orais, incentiva a resolução, observa, faz questionamentos, faz registros do que os estudantes apresentam dificuldades e ajuda-os no processo de resolução (desde a representação do problema ao monitoramento das soluções).

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Com isso, a situação norteadora para essa aula foi sobre uma notícia divulgada no Diário de Pernambuco a respeito da inflação. Observemos o quadro com a situação norteadora:

Quadro 11: Situação norteadora da aula 2

Inflação rompe teto e é a maior em seis anos



Arte: CB

A inflação terminou 2021 com variação acima de 10% pela primeira vez desde 2015, corroendo a renda e o poder de compra da população. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), subiu 0,73% em dezembro, acima das estimativas do mercado, resultando em uma variação de 10,06% no acumulado do ano. Isso significa que, em cada R\$ 1 mil de salário do trabalhador, R\$ 100 foram engolidos pelo dragão da inflação ao longo de 2021.

Todos os nove grupos pesquisados pelo IBGE registraram aumento de preços, com destaque para o de transportes, que acumulou alta de 21,03% no ano e foi responsável por 41,2% da variação do IPCA. A gasolina e o etanol tiveram altas de 47,49% e de 62,23%, respectivamente.

A variação anual do indicador superou a taxa de 4,52% de 2020 e o teto da meta de inflação de 2021, de 5,25%. Outro vilão foi a energia elétrica residencial, que acumulou elevação de 21,21%, por conta da estiagem e do uso das usinas térmicas. "Boa parte dessa alta do IPCA foi explicada pelos aumentos dos preços da energia elétrica e

dos combustíveis. Eles responderam por cerca de 50% da inflação acumulada no índice no ano passado", explicou André Braz, coordenador dos Índices de Preços do Instituto Brasileiro de Economia da Fundação Getulio Vargas (FGV Ibre).

Na avaliação de Braz, a desvalorização do real perante o dólar, de 7%, também teve impacto na inflação, assim como os problemas na safra devido à crise hídrica. Ele ressaltou que a quebra da safra da cana de açúcar ajudou os preços do açúcar e do etanol subirem. O café moído, por conta das geadas em julho, registrou alta de 50,24%, em 2021.

Fonte: Hessel (2022)

Os problemas criados a partir da situação norteadora são os que estão expostos abaixo na figura:

Figura 53: Problemas da aula 2

1. Nos postos de gasolina do Agreste Meridional de Pernambuco, no início de 2021 a gasolina custava, em média, R\$ 4,20, chegando no final do ano, em média, a R\$ 6,30. Diante da notícia, sabe-se que esse produto sofreu um grande acréscimo no ano em questão, o que impactou, sobremaneira, para que a inflação terminasse o ano com variação acima de 10%. É sabido que o aumento nesse produto interfere na vida do cidadão Pernambuco e, principalmente, em suas finanças. Considerando isso, Paulo que é Fiscal de Obras e trabalha em uma cidade vizinha de onde mora com salário de R\$ 1.200,00, gasta, em média, 100 litros de gasolina mensal para ir trabalhar usando sua motocicleta. Quantos por cento representa o seu gasto de combustível no seu salário no início 2021? E no final de 2021? O aumento da inflação representa desconto para o trabalhador?

2. Alimento que faz parte da dieta do pernambucano, o arroz, também sofreu aumento no ano de 2021. Sua taxa de inflação é de, em média, 40%. Agora, o alimento é um dos que mais pesa no bolso dos responsáveis pela alimentação de suas famílias. Seu José, que vive de um salário mínimo (R\$ 1.212,00), fazendo os seus cálculos, percebeu que em dezembro de 2020 comprava, por mês, 5kg de arroz por R\$ 3,20 cada kg. Considerando o aumento, quanto do salário de seu José é destinado a compra de 5kg de arroz nos dias de hoje?

Fonte: Elaborada pelo autor da dissertação (2022)

Em cada um dos problemas os estudantes preenchiam o Arco de Maguerez de acordo com as suas resoluções, para isso foi utilizado o material já apresentado anteriormente, sendo explicado que em todas as aulas e problemas, os espaços para resoluções, as instruções e os moldes para preenchimento foram os mesmos.

Na aula 3, que teve por objetivo explorar situações reais em que é preciso o cálculo de porcentagem, acréscimos e decréscimos e juros, para produção de argumentos, análise crítica e tomada de decisões, durou 2 aulas de 50 minutos cada, os estudantes foram organizados de maneira individual e a partir da situação norteadora tinham que resolver dois problemas. Observemos no quadro abaixo, o planejamento da aula 2:

Quadro 12: Planejamento da aula 3

Ano escolar: 3ª série do Ensino Médio.

Objetivo Geral: Explorar situações reais em que é preciso o cálculo de porcentagem, acréscimos e decréscimos e juros, para produção de argumentos, análise crítica e tomada de decisões.

Objetivo Específico:Aplicar conceitos matemáticos na resolução de situações envolvendo porcentagem, acréscimos e decréscimos e juros, baseado em contextos reais.Analisar e refletir sobre situações reais que envolvem porcentagem, acréscimos, descontos e juros.
Objetos do conhecimento: Porcentagem, juros simples e compostos, acréscimos e decréscimos.
Competências Gerais da BNCC: CG2 – Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. CG7 - Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos e a consciência socioambiental em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. CG10 - Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões, com base nos conhecimentos construídos na escola, segundo princípios éticos democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.
Competências Específicas da área de Matemática e suas tecnologias da BNCC: CE1 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. CE2 - Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. CE3 - Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
Habilidades da área de Matemática e suas tecnologias da BNCC: EM13MAT203 - Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões. EM13MAT303 - Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
Recursos didáticos: Lápis, caneta, notícia, problemas, espaço para cálculos.
Desenvolvimento da aula: O professor entrega a notícia aos estudantes e solicita que eles façam a leitura;Após a leitura, o professor faz questionamentos sobre os saberes matemáticos presentes na notícia, sobre o que poderia ser investigado diante dela e se ela apresenta algo de suas realidades;O professor entrega os problemas e diz que eles foram criados a partir da observação daquela notícia, pede para os que os estudantes sigam o Arco de Magueres como norteador e que evidenciem as suas etapas através de registros escritos e orais, incentiva a resolução, observa, faz questionamentos, faz registros do que os estudantes apresentam dificuldades e ajuda-os no processo de resolução (desde a representação do problema ao monitoramento das soluções).

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Nesta aula, a situação norteadora foi a da figura abaixo, que tratava do Imposto Sobre Propriedade de Veículo Automotor (IPVA); vejamoso quadro abaixo:

Quadro 13: Situação norteadora da aula 3

IPVA 2022 PE: desconto no valor do imposto em Pernambuco; como obter?



Desconto do IPVA 2022 PE: desconto no valor do imposto em Pernambuco; como obter?(foto: Unsplash)

O pagamento antecipado em cota única do Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores (IPVA) 2022 pode gerar abatimento no valor do tributo. Em Pernambuco (PE) é possível parcelar em três vezes, mas sem obter desconto, sendo o calendário de pagamento organizado com base no último dígito da placa do veículo.

Segundo Miguel José Ribeiro de Oliveira, diretor executivo de Estudos e Pesquisas Econômicas da Associação Nacional de Executivos de Finanças, Administração e Contabilidade (Anefac), os descontos para pagamentos à vista são, muitas vezes, a retirada de juros associados ao parcelamento.

“Para quem tem o dinheiro para pagar à vista, sempre vale a pena porque o desconto é maior do que o rendimento de poupança ou de um fundo de investimento. Quem não tem o dinheiro é melhor parcelar do que recorrer a empréstimo nos bancos que cobram juros mais altos”, afirmou à Agência Brasil.

Para quem decidir efetuar o pagamento em cota única, o desconto obtido é de 7%. Para garantir o abatimento o pagamento deve ser efetuado integralmente em fevereiro, segundo o calendário proposto pela Sefaz-PE.

Fonte: Parente (2022)

Com isso, os problemas criados a partir da situação norteadora, foram os expostos na figura abaixo:

Figura 54: Problemas da aula 3

1. Os carros da marca Volkswagen e modelo Gol são, em Pernambuco, um dos carros mais populares. Em 2021 o IPVA desse modelo de carro custou em média R\$ 705,00. Sabendo que de 2021 para 2022 o reajuste do IPVA foi de, em média, 22%, qual o valor pago por um proprietário de carro nesse modelo no ano de 2022, considerando que ele optou por pagar à vista e teve um desconto de 7%?
2. Mesmo indo contra a notícia, para não deixar de pagar o IPVA de seu carro à vista, seu João, não possuindo todo o valor em mãos optou por fazer um empréstimo. O seu automóvel é da marca Chevrolet e modelo Corsa ano 2005 e o valor do seu IPVA era de R\$ 618,00 (sem desconto). Sabendo disso, o empréstimo feito por seu João foi de R\$ 600,00 para ser pago em 6 parcelas sendo cobrado sob ele uma taxa de juros composto de 3% ao mês. Diante disso, se o seu João tivesse optado por realizar o pagamento do IPVA parcelado (em 3x) quanto ele teria economizado referente à quantia paga ao quitar o empréstimo?

Fonte: Elaborada pelo autor da dissertação (2022)

Mais uma vez destacamos, que a configuração dessa aula e da resolução dos problemas foi a mesma da aula anterior: análise e discussão da situação norteadora, criação de perguntas, resolução dos problemas e preenchimento do Arco.

Na aula 4, que teve por objetivo analisar situações reais que envolvam descontos, cálculo de juros simples e composto, por meio da situação norteadora, na qual os estudantes precisam discutir e criar perguntas, divididos em dois grupos, eles teriam que responder (cada grupo) um problema matemático e partir dele teriam que percorrer o Arco expondo o que foi observado em cada problema. Além dos problemas, para percorrer o Arco (mudar a etapa) o grupo precisava responder perguntas *fast*, ou seja, perguntas rápidas feitas oralmente pelo professor que envolviam multiplicação, divisão, porcentagem, potenciação, raiz quadrada, entre outras. Para isso, inicialmente foi entregue a situação norteadora, os estudantes discutiram e criaram suas perguntas, em seguida através de um dado, o grupo que teve maior pontuação escolheu o problema que resolveria e o outro grupo, o problema que sobrou. Para a aula também foram dedicadas duas horas/aulas de 50 minutos cada. Vejamosno quadro a seguir o planejamento da aula 4:

Quadro 14: Planejamento da aula 4

Ano escolar: 3ª série do Ensino Médio.
Objetivo Geral: Analisar situações reais que envolvam descontos, cálculo de juros simples e composto.
Objetivo Específico: Comparar situações que envolvem juros simples com as que envolvem juros compostos, para analisar criticamente a realidade. Resolver problemas envolvendo descontos, juros simples e composto.
Objetos do conhecimento: Porcentagem, descontos, juros simples e compostos.
Competências Gerais da BNCC: CG2 – Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. CG7 - Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos e a consciência socioambiental em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. CG10 - Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões, com base nos conhecimentos construídos na escola, segundo princípios éticos democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.
Competências Específicas da área de Matemática e suas tecnologias da BNCC: CE1 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões

socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. CE2 - Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. CE3 - Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. CE4 – Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

Habilidades da área de Matemática e suas tecnologias da BNCC: EM13MAT303 - Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

Recursos didáticos: Lápis, caneta, notícia, problemas, espaço para cálculos, Arco de Magueres marcado no chão ou na mesa do professor.

Desenvolvimento da aula: O professor entrega as notícias aos estudantes e solicita que eles façam a leitura; Após a leitura, o professor faz questionamentos sobre os saberes matemáticos presentes na notícia, sobre o que poderia ser investigado diante dela e se ela apresenta algo de suas realidades; O professor faz a explicação de como dar-se-á a atividade, dizendo que será o desafio do Arco de Magueres, que dois problemas matemáticos baseados na situação norteadora foram colocados dentro da caixa e que cada grupo pegará um problema e diante disso terá que respondê-lo para em seguida ir percorrendo o Arco de acordo com o que foi observado por cada grupo e aquele que percorrer o grupo primeiramente será o grupo vencedor.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A situação norteadora nessa aula abordou sobre Poupança e o preço de uma TV, vejamos o quadro abaixo:

Quadro 15: Situação norteadora da aula 4

Rendimento da poupança hoje - 08/01/2022



Foto: Divulgação Rendimento da poupança hoje - 11/01/2022

O Banco Central divulgou nesta terça-feira (11/01) o rendimento da poupança referente ao dia 08 de janeiro de 2022. O rendimento da poupança mensal ficou em 0,5677 para depósitos feitos a partir de 04.05.2012 e anteriores a 03.05.2012, por que a Taxa Selic está em 9,25% a.a.

Preço de TV



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A respeito dos problemas, para essa aula foram dois, no entanto, cada grupo teve como responsabilidade a resolução de um deles cada. Vejamos os problemas na figura a seguir:

Figura 55: Problemas da aula 4

1. Pedro deseja comprar uma TV da que foi exposta na situação 2, sabendo que o produto à vista tem desconto de 5%. Se ele tem uma quantia de R\$ 1.280,00 e fizer uma aplicação na poupança à taxa de juros compostos, quantos meses ele precisará deixar o dinheiro render à taxa de 0,5% ao mês (rendimento atual da poupança, em média) para comprar a TV à vista?

2. Pedro ainda dispendo dos seus R\$ 1.280,00, apareceram duas possibilidades, aplicar o dinheiro na poupança à taxa de juros compostos de 0,5% ao mês ou emprestar ao seu compadre João à taxa de juros simples de 0,8% ao mês. Qual possibilidade seria mais vantajosa para comprar a TV o mais rápido possível pelo preço de à vista?

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A respeito do Arco de Maguerez, ainda tratando da mesma configuração já exposta neste tópico, como se tratou do Desafio do Arco, ele foi montado na mesa do professor, uma vez que dessa vez os estudantes tinham que expor apenas oralmente o que fizeram. Observemos na figura a seguir como o Arco foi montado na mesa:

Figura 56: Arco de Maguerez montado na mesa para a aula 4



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Os espaços coloridos destacados no Arco montado na mesa era onde estavam as perguntas *fast*, as quais os estudantes tinham um tempo para responder e avançar.

A aula 5 tinha como objetivo explorar por meio de um jogo digital situações baseadas em contextos reais sobre acréscimos, juros, rendimentos, porcentagem para análise crítica, reflexiva e produção de argumentos e criar um problema matemático utilizando uma situação norteadora. Para ela, foram organizados dois tipos de atividades, a primeira tratava de um jogo digital criado no *Wordwall*, que é plataforma disponível na internet, sendo gratuita e que serve para criação de jogos interativos, e a segunda que tratava da elaboração de um problema a partir de uma situação norteadora. Assim sendo, para cada atividade dessa aula o tempo foi de 50 minutos. Vejamos no quadro abaixo o planejamento da aula:

Quadro 16: Planejamento da aula 5

Ano escolar: 3ª série do Ensino Médio.
Objetivo Geral: Explorar por meio de um jogo digital situações baseadas em contextos reais sobre acréscimos, juros, rendimentos, porcentagem para análise crítica, reflexiva e produção de argumentos.
Objetivo Específico: Interpretar situações que envolvam o cálculo de juros, porcentagem, acréscimos e rendimentos baseado em contextos reais. Refletir o crescimento da taxa de juros simples e compostos.

Resolver problemas envolvendo porcentagem, acréscimos e juros baseado em contextos reais.
Objetos do conhecimento: Juros, porcentagem, acréscimo, taxas.
Competências Gerais da BNCC: CG2 – Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. CG7 - Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos e a consciência socioambiental em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. CG10 - Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões, com base nos conhecimentos construídos na escola, segundo princípios éticos democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.
Competências Específicas da área de Matemática e suas tecnologias da BNCC: CE1 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. CE2 - Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. CE3 - Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. CE4 – Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
Habilidades da área de Matemática e suas tecnologias da BNCC: EM13MAT303 - Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso. EM13MAT203 - Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões. EM13MAT303 - Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
Recursos didáticos: • Acesso à internet, computador ou smartphones, espaço para elaboração de problemas, situação norteadora.
Desenvolvimento da aula: O professor disponibiliza o link do jogo, durante a execução questiona se as situações colocadas esboçam semelhanças com suas realidades e se além do que está sendo perguntado o que mais poderia ser investigado; ajuda no processo de resolução (representação do problema ao monitoramento das soluções e em que o conhecimento produzido pode ser aplicado). Solicita que façam o preenchimento do Arco de Magueres.

Com isso, tratando-se do jogo digital ele era composto por problemas, sendo considerados problemas de um passo ou dois e problemas de aplicação. Para esse recurso didático, não foi colocada uma situação norteadora, no entanto, para iniciar o jogo tratamos dele como recurso didático norteador. Em cada questão, considerando o que o Arco de Maguerz trata sobre a realidade, foram colocados problemas considerando situações reais com o auxílio de imagens para ilustração. Vale salientar que o jogo está disponível no link <https://wordwall.net/pt/resource/19185884> e pode ser acessado por meio de computadores e smartphones. Observemos a figura a seguir que mostra as questões do jogo:

Figura 57: Questões do jogo digital

The figure displays four screenshots of a digital game interface, each containing a math problem and four multiple-choice options (A, B, C, D).

Top Left Screenshot: The problem asks, "Na aquisição, à vista, qual a TV com melhor preço?" (In the acquisition, cash, which TV has the best price?). It shows two TV models with their specifications and prices. The options are: A) 1ª opção, B) 2ª opção, C) R\$ 1.150,00, and D) R\$ 1.000,00.

Top Right Screenshot: The problem describes a credit card scenario: "Ninlar, no último mês, ultrapassou no uso do cartão de crédito, chegando sua fatura ao valor de R\$ 850,00. Não possuindo o valor completo para pagamento da fatura, decidiu que pagaria apenas R\$ 600,00, ficando o restante para ser pago sob uma taxa juros compostos de 1,2 % ao dia e que seria pago após três dias. Qual foi o valor do restante pago por ele após três dias?" (Ninlar, in the last month, exceeded the use of the credit card, reaching his bill at the value of R\$ 850.00. Not having the full value for payment of the bill, he decided that he would pay only R\$ 600.00, leaving the remainder to be paid under a compound interest rate of 1.2% per day and that would be paid after three days. What was the value of the remainder paid by him after three days?). It includes an image of a credit card. The options are: A) R\$ 179,00, B) R\$ 145,00, C) R\$ 259,10, and D) R\$ 1.000,00.

Bottom Left Screenshot: The problem describes a bank deposit: "Antônio, passando por dificuldades financeiras, resolveu pagar antecipado de seu título R\$ 1.000,00, pagando durante 1 mês uma taxa de juros simples de 3,5% ao mês. Passado o período, qual o montante que ele pagou ao seu banco?" (Antônio, passing through financial difficulties, decided to pay in advance of his title R\$ 1,000.00, paying during 1 month a simple interest rate of 3.5% per month. After the period, what was the amount that he paid to his bank?). It includes an image of two people shaking hands. The options are: A) R\$ 1.150,00, B) R\$ 125,00, C) R\$ 1.125,00, and D) R\$ 1.000,00.

Bottom Right Screenshot: The problem describes a stock market scenario: "No primeiro dia de certa mês, a cotação de uma ação estava em R\$ 12,00. Do dia cinco até dia dez do mesmo mês, ela sofreu uma queda de 5%. Do dia dez até dia vinte sofreu um aumento de 10%. Qual era a cotação dessa ação no dia vinte do mesmo mês?" (On the first day of a certain month, the quotation of a stock was at R\$ 12.00. From the fifth day to the tenth day of the same month, it suffered a drop of 5%. From the tenth day to the twentieth day it suffered an increase of 10%. What was the quotation of this stock on the twentieth day of the same month?). It includes an image of a bar chart showing an upward trend. The options are: A) R\$ 12,54, B) R\$ 13,00, C) R\$ 12,00, and D) R\$ 12,05.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

O molde do Arco para preenchimento após a execução do jogo foi o mesmo utilizado na maioria das aulas. Por fim, na última tarefa, ainda se tratando da aula 5, a situação norteadora para a elaboração do problema matemático abordava sobre descontos fornecidos na conta de energia. Veja a situação norteadora na figura abaixo:

Figura 58: Situação norteadora para elaboração do problema matemático

SITUAÇÃO NORTEADORA

Leia a notícia abaixo e a partir dela elabore um problema envolvendo conceitos de Matemática Financeira, apresentando a resolução, explicando por meio do Arco de Maquerez e propondo questionamentos sociais e econômicos a partir da realidade apresentada pela notícia de jornal

DIÁRIOde**PERNAMBUCO**

A Neoenergia Pernambuco, no Cabo de Santo Agostinho, vai oferecer até 65% de desconto na fatura de energia dos clientes de baixa renda da região. Os interessados devem estar inscritos no CadÚnico do Governo Federal e possuir o Número de Identificação Social (NIS) ou o Benefício de Prestação Continuada (BPC). Ainda será possível fazer negociação de dívidas, podendo dividir o débito em até 24 parcelas no crédito. Outros serviços, como: pedido de nova ligação, troca de titularidade, religação, entre outros, também serão realizados.

Fonte: Adaptado do Diário de Pernambuco, 23/09/2022

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A partir da situação norteadora os estudantes tinham que criar perguntas para embasar a discussão e o espaço foi comum a todas as aulas. Nessa atividade em específico houve um espaço para a elaboração do problema matemático e a resolução dele, como vemos na figura a seguir:

Figura 59: Espaço para elaboração do problema e resolução dele

PROBLEMA ELABORADO – ESCRIBA O ENUNCIADO

APRESENTE A RESOLUÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Após a criação do problema, na resolução os estudantes tinham que preencher o Arco com a mesma configuração utilizada na maioria das aulas.

Para finalizar, o Questionário a Posteriori foi o último material utilizado para a coleta de dados, com 20 questões, ele tinha por objetivo averiguar as percepções dos estudantes (sujeitos de pesquisa) após a aplicação da sequência didática. Cabe salientar que ele nos apêndices da dissertação.

Para a aplicação do Questionário a Posteriori foram dedicados 30 minutos e ele foi o último material para a coleta de dados desta pesquisa. Assim, após tratar do Produto Educacional, da sua concepção, das atividades e dos questionários utilizados no estudo, no próximo tópico apresentamos os métodos de análise dos dados coletados.

4.4 Método de análise de dados: a construção de ferramentas e análise de dados

Com o intuito de subsidiar na discussão dos dados que serão apresentados na seção seguinte, bem como traçar as considerações finais a respeito da pesquisa desenvolvida, dedicamos este tópico para a apresentação das ferramentas de análise considerando as bases teóricas que alicerçaram este estudo. Desde a introdução deste

texto, apontamos que para o desenvolvimento desta dissertação e a aplicação do Produto Educacional, consideramos o Contrato Didático, a Resolução de Problemas, o Arco de Maguerez, a Teoria do Discurso Pedagógico e a da Ação Comunicativa.

Desse modo, para que não venhamos a fazer repetições, uma vez que já apresentamos nas seções anteriores as discussões teóricas das abordagens utilizadas, optamos por esboçar, mais a frente, as ferramentas de análise de dados e as suas respectivas discussões. Assim, optamos por mostrar cada elemento das teorias utilizadas para o desenvolvimento da pesquisa, do mesmo modo que fizemos enlaces no trabalho com elas em conjunto.

Nesse sentido, conhecendo as teorias que alicerçam este estudo, a respeito do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1989) consideramos as seguintes categorias esboçadas no quadro a seguir:

Quadro 17: Categorização de análise para os elementos do Contrato Didático

Elementos do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1989) (Categorias)	Descrição
Negociações	Diz respeito a como o professor e estudante negociam seus papéis e deveres mediante a gestão de um saber.
Expectativas	O que o estudante espera do professor e o que o professor espera do estudante.
Rupturas	Momentos de tensão em que um dos parceiros (professor ou estudante), comportam-se de maneira não prevista.
Renegociação	Momento de superação de uma ruptura, redirecionamento no jogo didático.
Regras explícitas	São formuladas explicitamente pelo professor e estudante.
Regras implícitas	São formuladas explicitamente.
Efeitos do Contrato	Situações nas quais o professor tenta facilitar a tarefa do aluno.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Com isso, tratando-se da Ação Comunicativa, além do material escrito pelos estudantes, julgamos como necessário também tratar das suas falas oralizadas, com isso destacamos como categorias as mencionadas no quadro a seguir:

Quadro 18: Categorias de análise envolvendo a Ação Comunicativa

Categorias envolvendo a Ação Comunicativa	
1.	Adequação dos questionamentos/perguntas à cada situação norteadora.
2.	Tipos de perguntas feitas pelo professor, sua contribuição nos elementos do Contrato Didático, na Resolução de Problemas e no preenchimento do Arco de Maguerez.
3.	Relacionamento interpessoal no desenvolvimento das atividades.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A respeito do da Teoria do Discurso Pedagógico, apontamos as categorias expostas no quadro a seguir:

Quadro 19: Categorias de análise envolvendo o Discurso Pedagógico

Categorias de análise envolvendo o Discurso Pedagógico	
1.	Adequação do que estava sendo discutido com o perfil dos estudantes.
2.	Envolvimento dos estudantes nas tarefas e se todas estavam compreensíveis para a maioria.
3.	Ritmo e sequenciamento dos estudantes no desenvolvimento das tarefas.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Desse modo, para analisar as situações envolvendo a Resolução de Problemas e o Arco de Maguerez, consideramos que as etapas do Arco de Maguerez foram de fundamental importância para investigar de modo mais particular cada etapa do pensamento durante a Resolução dos Problemas. Nesse sentido, o quadro abaixo serviu para interligar as etapas do Arco de Maguerez e as etapas da Resolução de Problemas considerando os estudos de Proença (2018) para, assim, montar as categorias de análise em cada uma delas:

Quadro 20: Etapas do Arco de Maguerez e da Resolução de Problemas e a sua categorização para análise dos dados

Etapas do Arco de Maguerez	Etapas da Resolução de Problemas (PROENÇA, 2018)	Conhecimentos utilizados na Resolução de Problemas
Observação da realidade	Representação	Utilização dos conhecimentos linguísticos
Pontos-chave	Representação	Utilização dos conhecimentos semânticos
Teorização	Representação	Utilização dos conhecimentos esquemáticos
Hipóteses de solução	Planejamento	Utilização do conhecimento estratégico
		Tipo de mente matemática (lógico-verbal, visio-pictórico ou ambos)
		Pensamento com símbolos matemáticos
		Abreviação do processo de raciocínio matemático
	Execução	Utilização dos conhecimentos procedimentais
	Monitoramento	Verificação da resposta apresentada
		Apresentação de racionalidade de solução

		Rever a solução apresentada
		Habilidade de reconstrução
Aplicação à realidade		Exposição de como a solução de problema reflete na realidade
		Significâncias do resultado numérico para a vida em sociedade

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Assim sendo, é importante considerar que para a categorização criada para a análise dos dados, que contemplam o discurso oral, criação de perguntas, soluções criadas pelos estudantes, bem como das etapas do Arco de Magueres, utilizamos a análise de conteúdo proposta por Bardin (2016), dado que é um procedimento de interpretação de um texto por meio da categorização de informações que pode ser aplicada em contextos diversos – discursos, formas de comunicação - e que tal análise contempla algumas etapas, a saber: pré-análise, análise do material, tratamento dos dados, inferência e interpretação.

Por esse viés, após a exposição das categorias de análise, na seção seguinte apresentamos a análise e discussão dos resultados.

CAPÍTULO V

RESULTADOS E DISCUSSÕES DOS DADOS

Neste capítulo esboçamos os resultados e discussões dos dados coletados, considerando as categorias de análises expostas na seção anterior e as teorias utilizadas para fundamentar o estudo.

5.1 Embasamento para apresentação, resultados e discussões dos dados

Para esta seção, a apresentação dos dados, os resultados e discussões serão expostos considerando cada aula de modo individual, uma vez que com isso os diversos aspectos esboçados nas categorias de análise poderão ser contemplados de maneira mais singular. Nessa perspectiva, mais uma vez é preciso mencionar que os resultados aqui apresentados foram coletados durante cinco aulas diferentes durante o mês de outubro de 2022, sendo distribuídas da seguinte maneira: 1ª aula – 3 momentos de 50 minutos (05/10/2022); 2ª aula – 2 momentos de 50 minutos (06/10/2022); 3ª aula – 2 momentos de 50 minutos (13/10/2022); 4ª aula – 2 momentos de 50 minutos (19/10/2022); 5ª aula – 2 momentos de 50 minutos (20/10/2022). Desse modo, mencionamos os minutos de cada aula, porque na escola, campo de pesquisa cada hora-aula dura 50 minutos.

Além disso, é pertinente dizer que o Questionário a Priori foi aplicado um dia antes da aula 1 e para ele foi dedicado 30 minutos; quanto ao Questionário a Posteriori ele foi aplicado um dia após a aula 5 e para ele também foi dedicado 30 minutos. Colocamos isso como necessário para exposição, porque na apresentação dos dados eles serão colocados separados da aula inicial e final, ou seja, terá um tópico para a apresentação de cada um.

Assim sendo, antes de expor os dados, suas análises e as discussões, voltamos a pontuar que os estudantes estão sendo nomeados por Estudante e os números de 1 a 13, já que 13 participaram das tarefas que compõem o Produto Educacional fruto deste estudo. Um outro ponto não menos importante de ser apresentado aqui, é que durante as discussões das categorias de análise contemplando as bases teóricas que

nos serviram de apoio, não serão apresentadas em todos os momentos de maneira ordenada, mas que todas salientadas na seção anterior foram discutidas.

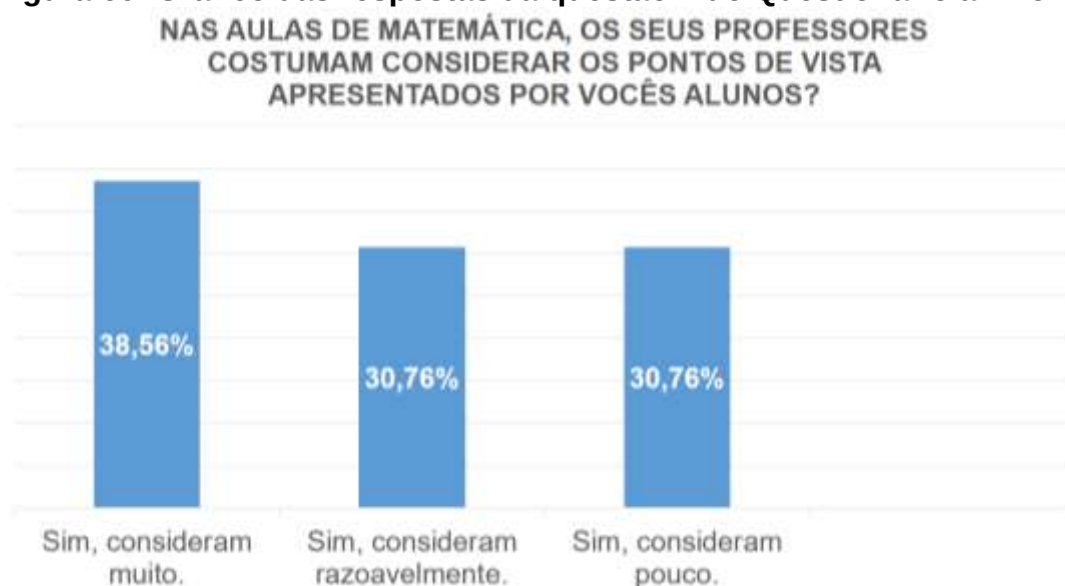
Assim, nos tópicos seguintes apresentamos o desenvolvimento de cada aula, seus dados, análises e discussões.

5.2 Questionário a Priori

Como exposto na seção anterior, o Questionário a Priori tinha por finalidade identificar as percepções dos estudantes a respeito da Matemática Financeira, da Resolução de Problemas, da Ação Comunicativa e do agir do professor. Para a sua construção foram consideradas 18 questões, sendo dedicados para elas 30 minutos para responder, visto que todas eram de múltipla escolha, curtas e apenas em 4 questões foi solicitado justificativa, não sendo obrigatório fazê-la.

Com isso, com o intuito de mostrarmos no final, por meio do Questionário a Posteriori, se as percepções dos estudantes foram modificadas após aplicação das tarefas, inferimos que é necessária a apresentação das respostas dos estudantes, destacando o que a maioria assinalou em cada questão. Assim, mostramos as questões e os seus respectivos resultados de maneira ordenada. Vejamos a questão 1 na figura abaixo:

Figura 60: Gráfico das respostas da questão 1 do Questionário a Priori



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Como é nítido, nessa questão buscamos saber a respeito do que seria importante na criação de uma tarefa matemática para os estudantes. Assim sendo, a respeito dos dados apresentados no gráfico, para cada barra foi considerado o 100%, isto é, de 100% que no caso eram 13 estudantes, 45,15% deles julgaram importante a contextualização das tarefas matemáticas com a realidade. Assim sendo, acerca dos 45,15% que julgaram a realidade como importante nas tarefas matemáticas, mencionamos a relevância dessa pesquisa tratando do Arco de Magueres (BERBEL, 2012). A respeito das imagens para representar situações com 69,23%, pontuamos que em todas situações norteadoras dos problemas elas estão presentes. A respeito das questões desafiadoras, com 23,07% considerando importante, acreditamos que os estudantes preferem questões mais fáceis, o que poderá refletir no desenvolvimento da pesquisa em problemas que precisam de maior empenho deles. E se tratando das questões curtas com 84,60%, assentamos que as tarefas da Sequência Didática são compostas por questões de ambos os tipos, e poderá contribuir para que os estudantes se familiarizem com as mais longas e mudem seus pensamentos.

Na questão 2, buscamos investigar a respeito da compreensão dos estudantes no que tange os conteúdos matemáticos. Observemos a figura abaixo com o resultado das respostas:

Figura 61: Gráfico das respostas da questão 2 do Questionário a Priori

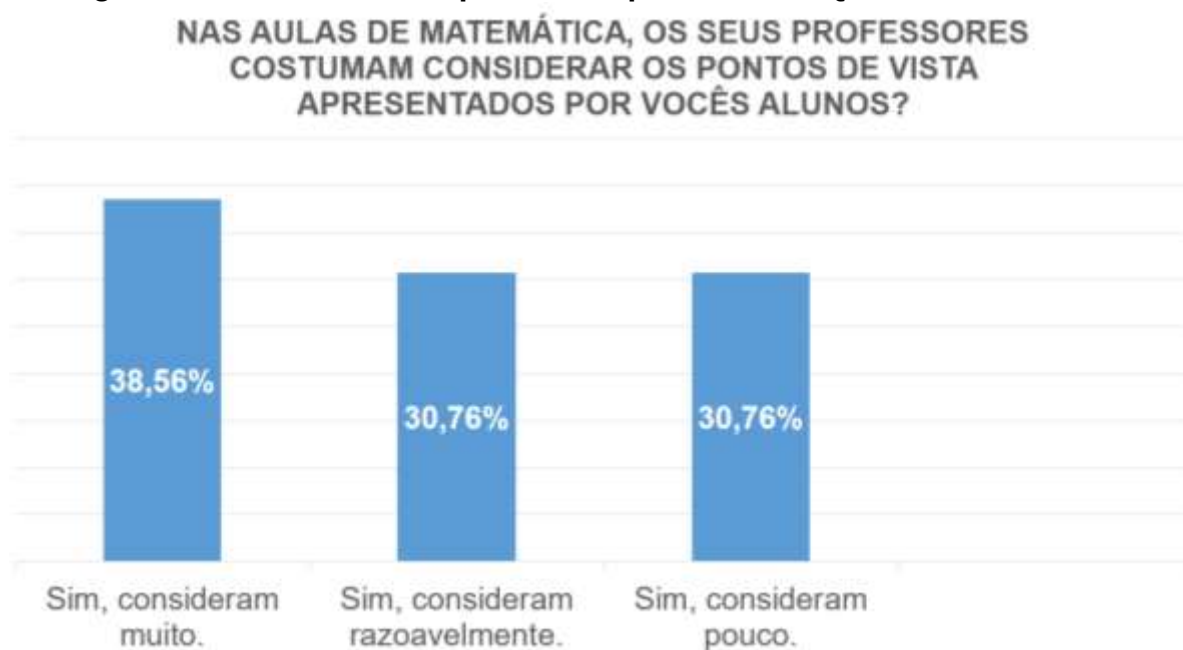


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A respeito dos dados apresentados da questão, tratando-se dos estudantes que apresentam dificuldades em entender os conteúdos matemáticos, 61,53%, acreditamos que a Resolução de Problemas, o Arco de Magueres e a Ação Comunicativa possam contribuir para que esta percepção mude e aqueles que já possuem facilidade, que isso seja ainda mais aprimorado.

Na questão 3 buscamos investigar sobre a consideração por parte do professor dos pontos de vista dos estudantes. Observemos abaixo a figura com as respostas dos estudantes:

Figura 62: Gráfico das respostas da questão 3 do Questionário a Priori

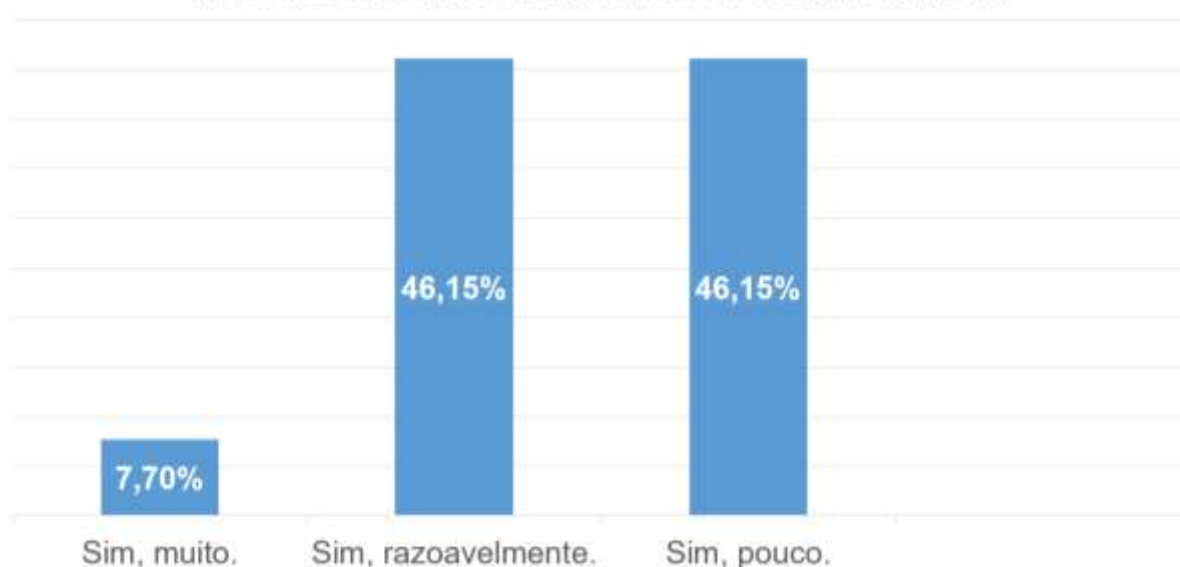


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

No que concerne ao resultado exposto no gráfico anterior, inferimos que o resultado é positivo, uma vez que todos os estudantes assinalaram que os professores de Matemática consideram seus pontos de vista, embora, 30,76% pontue que pouco seja considerado e outros 30,76% que seja considerado razoavelmente. Com isso, vemos a relevância de deixar o estudante livre nas aulas de Matemática para que exponha seu pensamento e articule de maneira reflexiva.

Nesse sentido, a questão 4 do questionário tratava dos direcionamentos do professor para que o estudante argumente de maneira crítica. Além da relevância das demais questões, tratamos essa como de fundamental importância, uma vez que diante dela sabemos se nas aulas os professores levam os estudantes a argumentarem. Tratando-se disso, observemos a figura abaixo:

Figura 63: Gráfico das respostas da questão 4 do Questionário a Priori
NAS AULAS DE MATEMÁTICA, VOCÊ É DIRECIONADO PELO
PROFESSOR A ARGUMENTAR DE MANEIRA CRÍTICA?



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

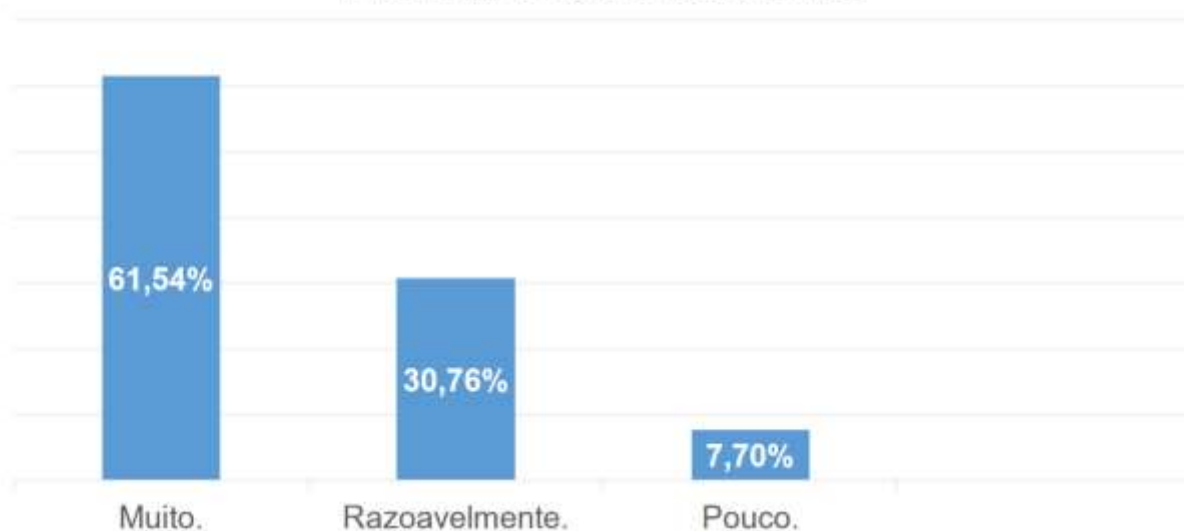
A respeito do resultado exposto no gráfico, consideramos como preocupante a questão de os professores não direcionarem os estudantes para argumentarem criticamente, 46,15%, uma vez que podem não considerar a criticidade como algo de extrema importância para a construção do conhecimento e consequentemente a aprendizagem. Além disso, isso servirá para notarmos como será o envolvimento dos estudantes nas tarefas, dado que eles precisam tratar de forma crítica e reflexiva cada um dos problemas colocados como tarefas para serem executadas, por meio das etapas do Arco de Magueres. Para mais, a maneira como o professor ministra determinada aula, os problemas como são criados e trabalhados em sala de aula, também podem ser determinantes para a criticidade, uma vez que se a solução de um

problema acaba quando o estudante chega a um resultado numérico, ele não é levado a refletir sobre aquele resultado nas suas situações cotidianas.

A questão 5 abordou a respeito dos conhecimentos matemáticos aprendidos em sala de aula e a sua aplicação na vida em sociedade, na resolução de problemas cotidianos. Diante dela, será possível notar se os estudantes já consideram a Matemática como algo fundamental para a vida em sociedade e a importância de relacionar os conteúdos matemáticos com situações norteadoras reais, como estamos fazendo no trabalho com o Arco de Magueres e a Resolução de Problemas. Observemos a figura abaixo a respeito das respostas encontradas:

Figura 64: Gráfico das respostas da questão 5 do Questionário a Priori

**VOCÊ CONSIDERA QUE OS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS
APRENDIDOS EM SALA DE AULA SERVEM PARA RESOLVER
PROBLEMAS DO SEU COTIDIANO?**

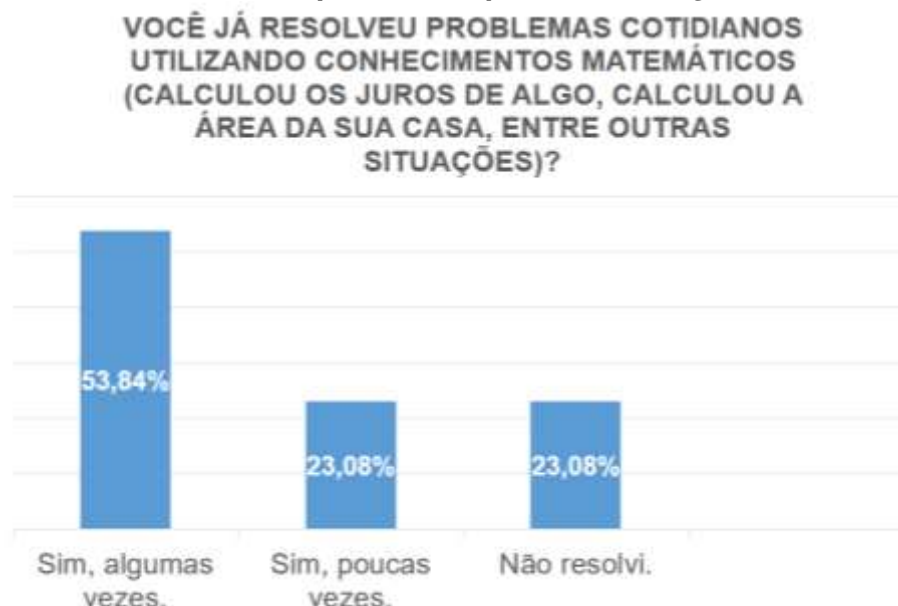


Fonte: elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Sobre esse resultado, mesmo com maioria dos estudantes já considerando que muito utilizam a Matemática para resolver problemas em sociedade, precisamos contribuir para o restante dos estudantes, os que consideraram razoavelmente e pouco, para que eles comecem a enxergar a Matemática com uma ampla aplicação na vida em sociedade e que façam o uso dela. Cabe salientar que muitos dos alunos não justificaram as suas respostas. A questão 6 questionou se os alunos já resolveram

problemas cotidianos utilizando conhecimentos matemáticos. Observemos a figura abaixo que trata das respostas da questão 6:

Figura 65: Gráfico das respostas da questão 6 do Questionário a Priori



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Nessas respostas nos chama a atenção o fato de 23,08% dos estudantes terem dito que não resolveram problemas de suas vidas cotidianas com conhecimentos matemáticos e outros 23,08% afirmarem que poucas vezes resolveram. Inferimos dessas situações que os estudantes podem não enxergar a Matemática como uma Ciência aplicada em diversas situações e que os professores podem trabalhar a Matemática apenas de forma abstrata, fazendo com que os estudantes não vejam a sua relação dentro e fora do espaço escolar, que eles não saibam aplicá-la na realidade. No entanto, com a pesquisa aplicada, acreditamos que os estudantes poderão mudar suas percepções e mesmo aqueles que afirmaram que não resolveram problemas fora escola com conhecimentos matemáticos, poderão mudar de opinião.

Na questão 7 foi questionado se caso os professores utilizassem problemas matemáticos relacionados ao cotidiano facilitaria o entendimento dos estudantes. Esse tipo de questionamento nos serve como orientação na utilização do Arco de Maguerez, considerando questões reais no estudo em sala aula e no desenvolvimento crítico e reflexivo do estudante. Considerando a questão 7, vejamos a figura abaixo:

Figura 66: Gráfico das respostas da questão 7 do Questionário a Priori

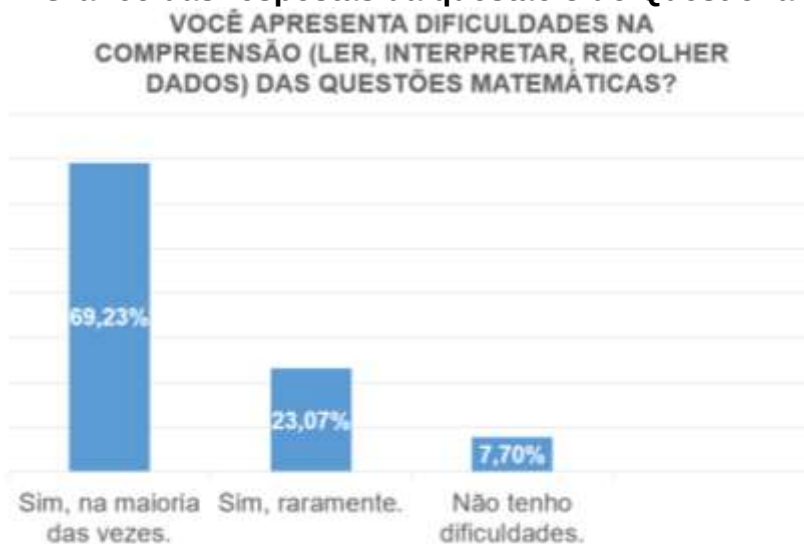


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Após a aplicação das tarefas, analisaremos uma nova percepção dos estudantes e verificaremos se a percepção daqueles que consideraram que pouco contribuiria tratar de situações cotidianas para o entendimento da Matemática mudou.

A questão 8 tratou sobre a compreensão dos estudantes em questões matemáticas, se eles apresentam dificuldades para ler, interpretar, coletar dados, entre outros. Observemos a figura com o gráfico da porcentagem de respostas abaixo:

Figura 67: Gráfico das respostas da questão 8 do Questionário a Priori

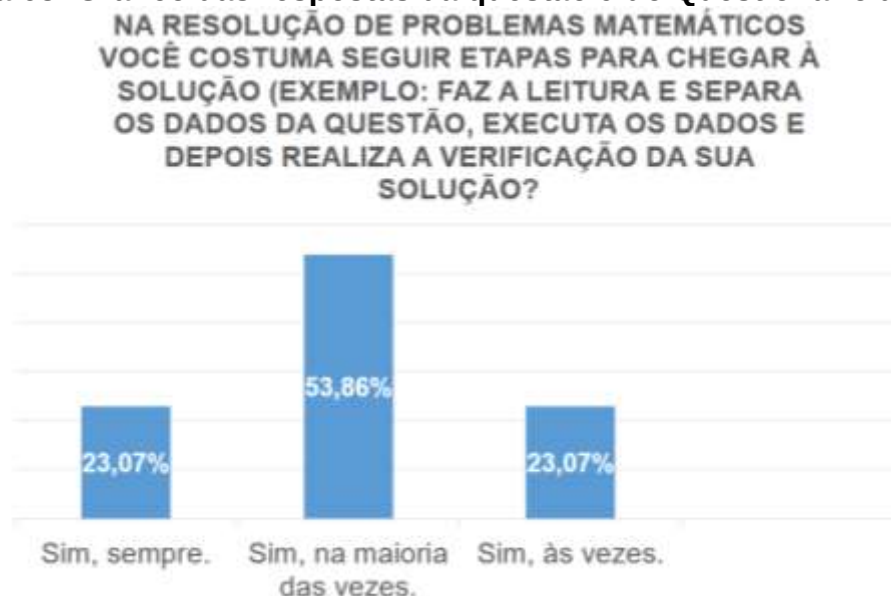


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Ao observar o gráfico, apenas uma pequena parcela expõe que não apresentam dificuldades na compreensão dos problemas, 7,70%, 1 estudante, logo inferimos que a ação do professor na aplicação das tarefas será de fundamental importância para que contribua de maneira positiva com aqueles que apresentam dificuldades, no entanto, sem dar respostas, nem facilitar a tarefa para não recorrer a Efeitos do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986).

A questão 9 tratou de os estudantes seguirem etapas para resolver problemas, sobre esse questionamento abordamos a sua menção devido às etapas expostas na literatura durante a resolução de um problema matemático e a organização no desenvolvimento das tarefas pelos estudantes. Vejamos na figura a seguir a porcentagem das respostas:

Figura 68: Gráfico das respostas da questão 9 do Questionário a Priori

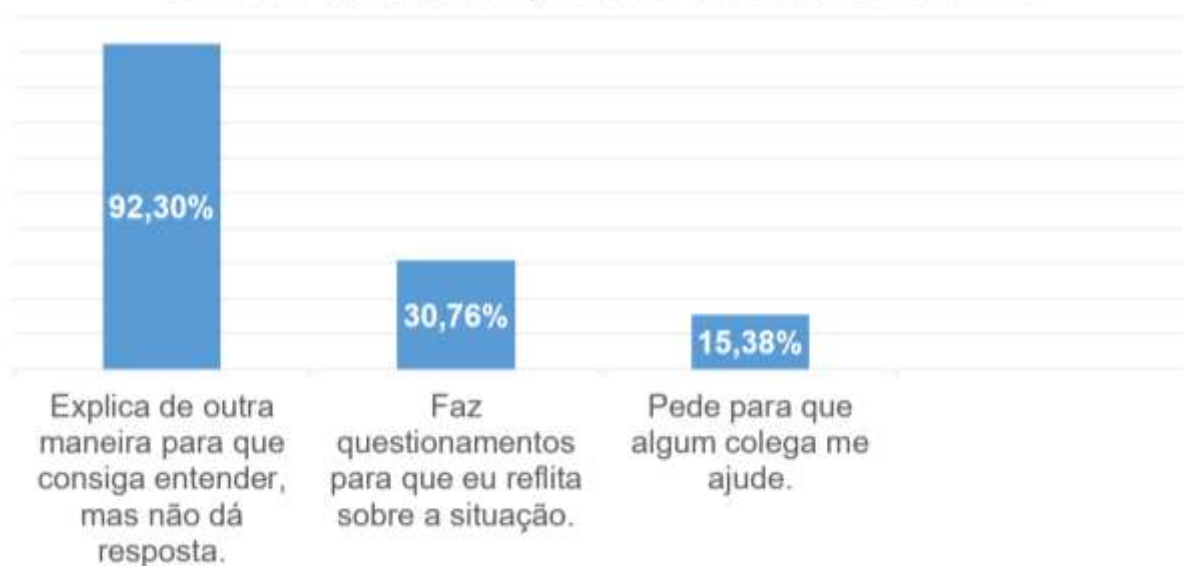


Fonte: elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A respeito dessas respostas, enxergamos todas como positivas, uma vez que mesmo tendo a opção de não usar etapas na resolução de problemas, todos os estudantes esboçaram que utilizam mesmo colocando como sempre 23,07%, 53,86% na maioria das vezes e 23,07% às vezes. No entanto, por se tratar de uma pergunta mais geral, podemos também inferir que os alunos podem não seguir todas as etapas, como iremos apurar mais adiante na análise da aplicação da sequência didática. A

questão 10 tratava sobre o agir do professor quando o estudante apresenta alguma dificuldade. Vejamos a figura com o gráfico das respostas da questão:

Figura 69: Gráfico das respostas da questão 10 do Questionário a Priori
QUANDO VOCÊ APRESENTA DIFICULDADE EM ALGUMA
QUESTÃO MATEMÁTICA, COMO O SEU PROFESSOR AGE?

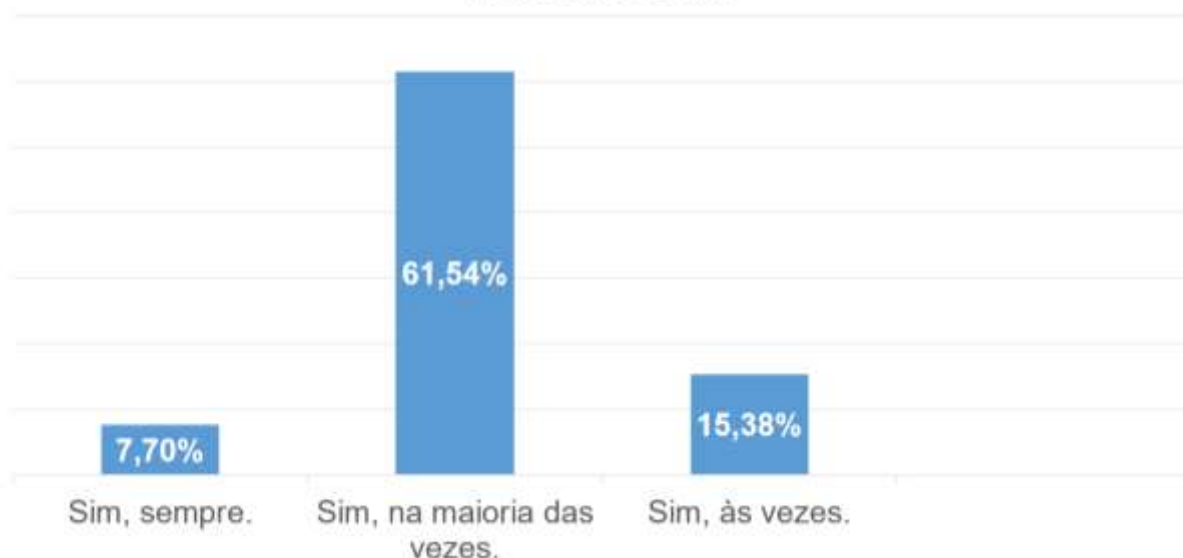


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Nessa perspectiva, queríamos saber se o professor poderia recorrer a Efeitos do Contrato Didático, recorrendo a facilitar a tarefa do estudante ou dando a resposta, e também sobre a presença da Ação Comunicativa por meio de questionamentos. Sobre isso mencionamos que consideramos o resultado positivo e que muito mais pode se contribuir com esses resultados, uma vez que o professor precisa entender a sua função como integrante de uma relação didática, sendo um mediador e organizador de momentos de aprendizagem. No entanto, a baixa porcentagem em relação a fazer questionamentos para que os alunos reflitam sobre a situação sinaliza que ainda a argumentação é pouco explorada nas aulas de Matemática, se contrapondo ao que prevê a BNCC (BRASIL, 2018) em sua competência geral 7.

Na questão 11 abordamos sobre a dificuldade com o cálculo de porcentagem, pois é um conteúdo de extrema importância quando trabalhamos com a Matemática Financeira. A respeito das respostas encontradas, vejamos a figura com o gráfico abaixo:

Figura 70: Gráfico das respostas da questão 11 do Questionário a Priori
VOCÊ APRESENTA DIFICULDADES COM O CÁLCULO DE PORCENTAGEM?

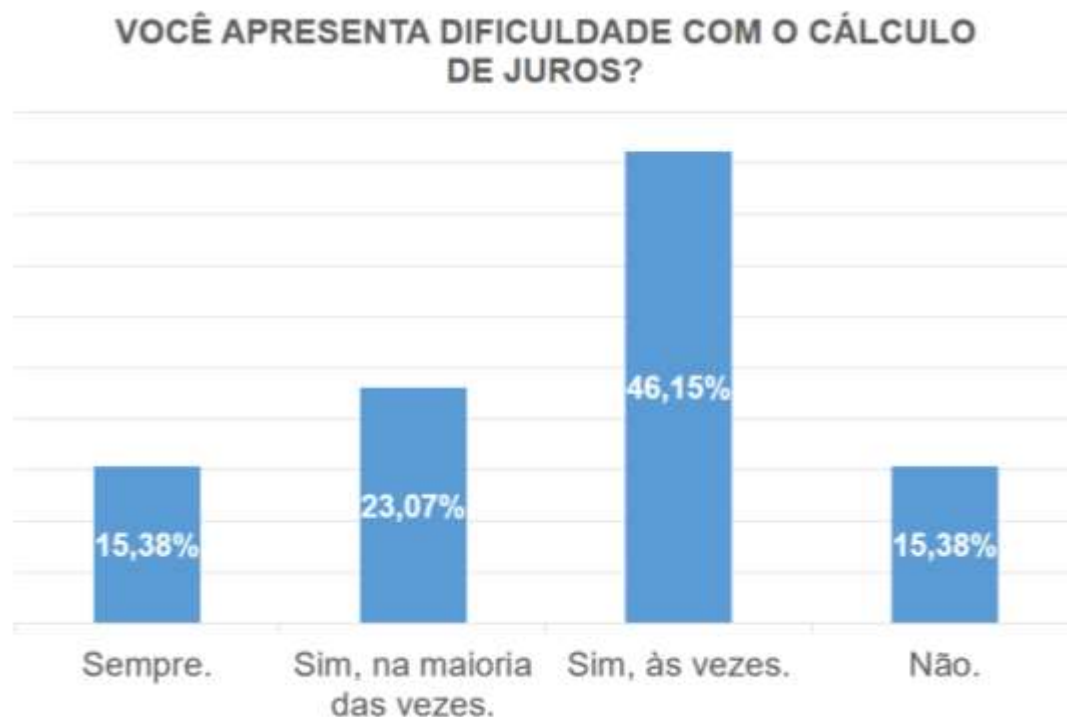


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A respeito das respostas, quando o professor/pesquisador percebeu o resultado, precisou fazer uma intervenção, logo após a aplicação do Questionário a Priori, explicando aos estudantes as diferentes maneiras para o cálculo de porcentagem, antes do início das tarefas do Produto Educacional. Esse resultado nos chama atenção, dado que estamos tratando de estudantes da 3ª série do Ensino Médio e é um conteúdo trabalhado desde o Ensino Fundamental. Do total de estudantes, apenas 15,38% deles dizem não terem dúvidas em relação ao conteúdo.

A questão 12 tratou sobre as dificuldades no cálculo de juros. Para abordar essa questão não queríamos saber se os estudantes sabiam a fórmula de tipo de juro, mas com suas próprias estratégias, se conseguiriam fazer seus cálculos. A respeito do que foi assinalado pelos estudantes, montamos a figura com o gráfico abaixo:

Figura 71: Gráfico das respostas da questão 12 do Questionário a Priori



Fonte: elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Diante da análise do gráfico, pudemos notar que a situação a respeito da dificuldade no cálculo de juros é mais complexa que na de porcentagem, visto que um número de estudantes apontou que sempre tem dificuldade com os seus cálculos. À vista disso, mais uma vez foi necessária a intervenção do professor, não apontando as fórmulas dos cálculos de juros, mas colocando que os estudantes pesquisassem a respeito e notassem a diferença entre as suas singularidades. Além disso, consideramos que o papel do professor nos problemas que tratam de juros é de fundamental importância para a aprendizagem dos estudantes, principalmente daqueles que sempre apresentam dúvidas.

Na questão 13 tratamos a respeito das dificuldades nos cálculos de acréscimo e decréscimo, já que também foi um conteúdo abordado no Produto Educacional aplicado.

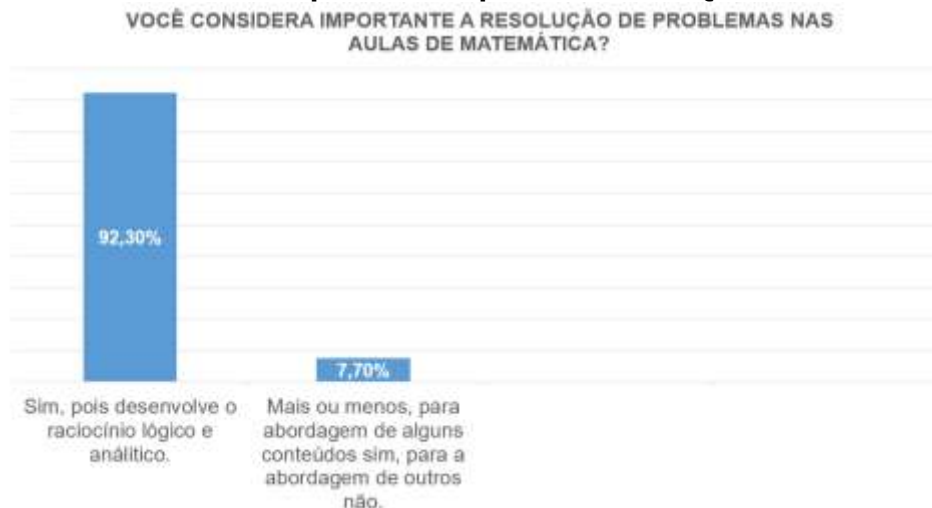
Sobre esse resultado, montamos a figura com o gráfico abaixo:

Figura 72: Gráfico das respostas da questão 13 do Questionário a Priori



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Tratando-se desse resultado, consideramos alta a porcentagem dos estudantes que apresentam dificuldades às vezes. Assim, consideramos que nos problemas que envolvem esse conteúdo, assim como os de juros, precisarão de uma atenção especial por parte do professor na organização dos seus posicionamentos, mediação e questionamentos que façam com que os estudantes se envolvam e construam seus conhecimentos. Na questão 14 foi questionado a respeito da importância da Resolução de Problemas nas aulas de Matemática. Por meio desse questionamento, teríamos uma percepção acerca de como os estudantes poderiam estar no desenvolvimento das tarefas. Vejamos a figura com o gráfico abaixo construído com base no resultado:

Figura 73: Gráfico das respostas da questão 14 do Questionário a Priori

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Diante do resultado apresentado no gráfico, inferimos que os estudantes consideram relevante a Resolução de Problemas nas aulas de Matemática, partindo de aspectos como o desenvolvimento do raciocínio lógico e analítico. Entretanto, é importante mencionar que eles podem não saber o que, de fato, é um problema e isso foi visto em uma aula seguinte, quando um estudante questionou sobre o que seria.

Na questão 15 foi perguntado se os problemas estimulam a criatividade para o desenvolvimento de estratégias. Nessa questão queríamos saber se os estudantes são estimulados a pensar de diversas maneiras diante de um problema matemático. Vejamos a porcentagem das respostas na figura que mostra o gráfico a seguir:

Figura 74: Gráfico das respostas da questão 15 do Questionário a Priori

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A respeito das porcentagens encontradas na questão, as ideias expostas pelos alunos a respeito do às vezes estimular, vão contra o que Szaboet *al.*(2020) pontua, que a Resolução de Problemas contribui para algumas habilidades do século XXI, entre elas, a criatividade. Sobre esse posicionamento dos estudantes, acreditamos que pode ser configurado diante dos problemas que foram apresentados para eles durante a sua trajetória escolar, como por exemplo, problemas-tipo que implicam na reprodução de procedimentos explanados pelo professor a partir de um problema tomado como exemplo, o que não auxilia no desenvolvimento da criatividade, uma vez que os alunos já sabem a forma de resolver e não se preocupam em elaborar uma nova estratégia de resolução.

Na questão 16, o questionamento foi a respeito deles pontuarem a presença de etapas para auxiliar na Resolução de Problemas, isto é, que os professores digam o que eles podem seguir – representação, planejamento, execução e monitoramento (PROENÇA, 2018) – ou outras. Além disso, acrescentamos que as etapas do Arco de Maguerex que os estudantes preencheram referente aos problemas, pode contribuir na organização do seu raciocínio. Vejamos a porcentagem das respostas na figura abaixo:

Figura 75: Gráfico das respostas da Questão 16 do Questionário a Priori
VOCÊ CONSIDERA IMPORTANTE QUE TENHA ETAPAS PARA
AUXILIAR NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS?



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A respeito dessas porcentagens da questão 16, consideramos importante que 84,69% dos estudantes tenham considerado a importância das etapas no auxílio da Resolução de Problemas e acreditamos que as etapas do Arco de Maguerez (BORDENAVE; PEREIRA, 2015) somadas às etapas da Resolução de Problemas (PROENÇA, 2018), serão importantes na demonstrar como o raciocínio dos alunos se configura para solucionar o problema, ressaltando que nem sempre seguem rigorosamente as etapas durante a resolução. Por sua vez, é preciso considerar que seguir etapas não deve se constituir como uma maneira de engessar o processo de resolução de problemas, mas nortear tal processo.

A questão 17 abordou sobre a presença de perguntas feitas pelos professores de Matemática, para que assim, observássemos se a Ação Comunicativa já se faz presente nas aulas dessa disciplina e que a sua presença pode contribuir para o desenvolvimento deste estudo. Vejamos a porcentagem das respostas na figura abaixo:

Figura 76: Gráfico das respostas da questão 17 do Questionário a Priori
OS SEUS PROFESSORES DE MATEMÁTICA COSTUMAM FAZER PERGUNTAS (EXEMPLO: POR QUE ISSO É ASSIM? VOCÊ CONCORDA OU DISCORDA? COMO? E SE FOSSE DIFERENTE?)?

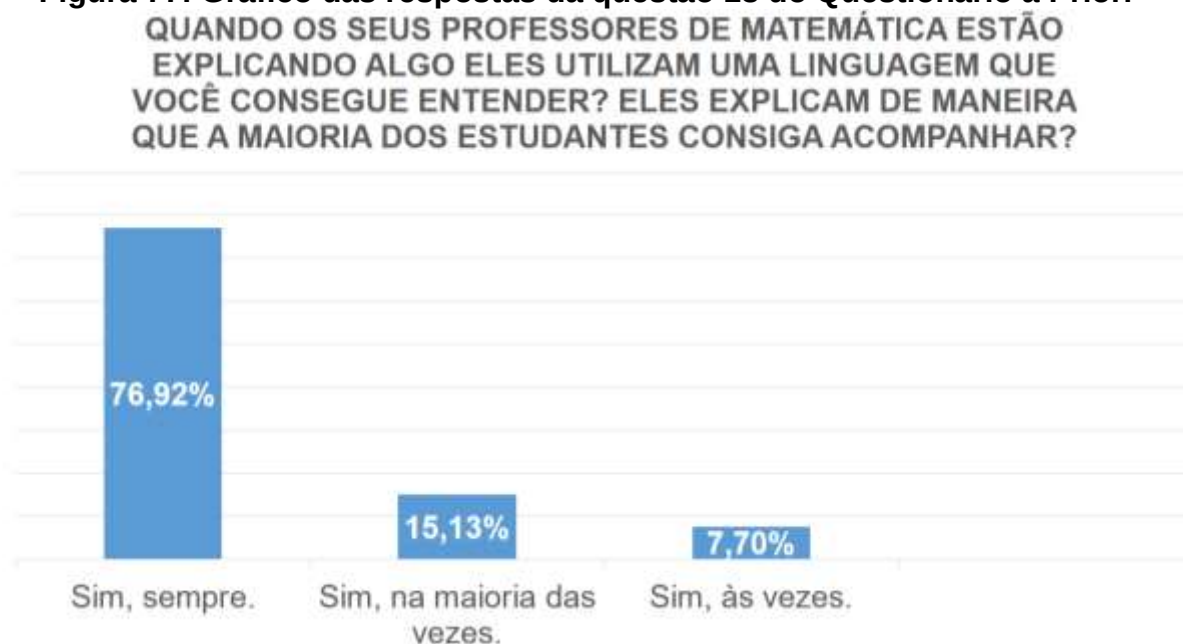


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

As porcentagens das respostas da questão 17, indicam que nem sempre o professor faz perguntas, visto que mais de 50% das respostas mencionaram na maioria das vezes e às vezes. Assim, pontuamos que este cenário necessita de uma mudança

e que são importantes os tipos de perguntas com o intuito que os estudantes reflitam a respeito dos diversos vieses contemplados na execução/resolução de um problema matemático e sobre as diversas temáticas abordadas em sala de aula. A questão 18 tratou da linguagem utilizada durante as explicações nas aulas de Matemática e a maneira de explicação do professor; para essa questão consideramos o Discurso Pedagógico (BERNSTEIN, 1996), ideias de ritmo e sequenciamento e se a construção de saberes, sendo mediada pelo professor, estava chegando ao alcance de todos. Sobre o resultado das respostas, vejamos a figura abaixo:

Figura 77: Gráfico das respostas da questão 18 do Questionário a Priori



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Vimos como positivo a maioria dos estudantes afirmarem que sempre o professor explica utilizando uma linguagem que a maioria entende e que os diversos estudantes conseguem acompanhar, entretanto, o professor precisa ter cuidado para que com isso não recorra sempre à analogias, não trate suas crenças como conhecimento matemático e assim recorra aos Efeitos do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986).

Feito tais ponderações a respeito do Questionário a Priori e no que as suas respostas podem contribuir para a aplicação das tarefas que estão presentes no

Produto Educacional, nos subtópicos seguintes tratamos da apresentação dos dados colhidos nas aulas, suas análises e discussões.

5.3 Resultados e discussões da aula 1

Como a aula 1 foi composta por atividade de ambientação, autoavaliação da tarefa de ambientação, jogo de tabuleiro, autoavaliação do jogo e autoavaliação dos aspectos gerais da aula, optamos de dividi-la em subseções.

5.3.1 Tarefa de ambientação

Como estamos tratando do Contrato Didático, considerando as ideias de Brousseau (1986, 1997, 2008), a aula foi iniciada com a negociação do contrato sobre isso observe o recortada transcrição das falas, como vemos no quadro a seguir:

Quadro 21: Recorte da transcrição da fala inicial do professor na aula 1⁶

Professor – Boa tarde, estudantes! Hoje, a dinâmica do nosso trabalho será a seguinte: no primeiro momento irei entregar uma situação para vocês, situação essa que partiu da realidade e tem o nome de situação norteadora, para que a partir dela vocês criem questionamentos, discutam, reflitam e resolvam alguns problemas, fazendo o preenchimento de alguns pontos em um quadro que também irei entregar, para esse quadro vocês irão dispor deste material que vou entregar (Arco de Magueres com instruções) e a partir dele vocês preencherão o que se pede a partir do problema. No segundo momento, iremos trabalhar com uma outra situação norteadora, que a partir dela vocês irão discutir sob o ponto de vista social e econômico, seguindo para a execução de um jogo. Em ambas as atividades iremos trabalhar em grupos, na primeira atividade três grupos e na última dois grupos.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

No decorrer da fala do professor, as funções de cada parceiro na situação didática ficaram em evidência, isto é, o professor estará como organizador das situações de aprendizagem (BROUSSEAU, 1986), entregando as tarefas de maneira ordenada, e os estudantes como sujeitos ativos no processo de aprendizagem. Assim sendo, cabe-nos apontar aqui o que é escrito por Araújo (2009), que para que uma tarefa diferente do habitual cumprir a sua função nas situações de ensino e aprendizagem, é necessário que haja mudanças nos contratos já estabelecidos. Nesse momento, todos os estudantes ficaram em silêncio observando a fala do professor. A

⁶Em todos os recortes de transcrições optamos por fazer as adequações relacionadas à gramática, no entanto, não modificamos o que foi falado pelos participantes.

respeito do que foi pontuado, enxergamos que a categoria sobre a *negociação* do Contrato Didático foi contemplada, não havendo momentos de *rupturas*, uma vez que os estudantes não se opuseram ao que estava sendo colocado pelo professor (BROUSSEAU, 1986, 2008). A respeito da transcrição anterior, regras do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008) já ficaram em evidência: *regras explícitas* – tarefas em grupo e ordenação para responder as tarefas (leitura, interpretação, análise, resolução de problemas).

Assim sendo, após a explicação feita pelo professor foi entregue as atividades para os estudantes, no caso, tarefa de ambientação que tratava da compra da venda de smartphone nas Casas Bahia de maneira virtual. Para o desenvolvimento da tarefa, os estudantes estavam divididos em três grupos: grupo 1 formado pelos Estudantes 1, 7, 8, 9 e 12; grupo 2 formado pelos Estudantes 3, 4, 11 e 13; grupo 3 formado pelos estudantes 2, 5, 6 e 10. A respeito do desenvolvimento dessa tarefa em grupo, destacamos que se deu por considerar o que é exposto por Szaboet *al.* (2020) ao tratar o trabalho colaborativo como uma habilidade do século XXI, por Graesseret *al.* (2017) que o trabalho em equipe é uma competência de extrema importância para a sociedade moderna e por Onuchic (1999) que o professor ajuda os estudantes a se apoiarem uns nos outros.

A partir do momento que foi entregue a tarefa aos estudantes, todos ficaram observando o material e esperando os comandos do professor, sobre isso destacamos a existência de uma *regra implícita* do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008): a espera pelo professor e que pode ser configurada pela existência de outros contratos nas aulas de Matemática das quais os estudantes fizeram parte. Além disso, considerando que essa espera dos estudantes não era o esperado pelo professor/pesquisador, pois se acreditava que os estudantes partiriam para a execução das tarefas, vemos isso como uma quebra do contrato anteriormente colocado, logo, uma *ruptura*, pois os comportamentos dos estudantes transgrediram o que era aguardado, assim o contrato precisou ser renegociado. A respeito disso, enxergamos essas atitudes semelhantes ao que foi pontuado por Souza (2011) em sua pesquisa de Mestrado ao tratar do Contrato Didático, destacando que as rupturas quase sempre se

relacionam com marcas de contratos anteriores.No que concerne ao momento de *renegociação*, observemos a transcrição abaixo:

Quadro 22: Recorte da transcrição do momento do primeiro momento de renegociação na aula 1

Professor – Vamos começar?
Estudante 1 – Pensei que o senhor ia explicar como fazer.
Estudante 7 – Eu também rsrs.
Professor – As orientações foram dadas, mas sigam a ordem das atividades que foram entregues: situação norteadora, perguntas, problema, preenchimento das etapas do arco.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

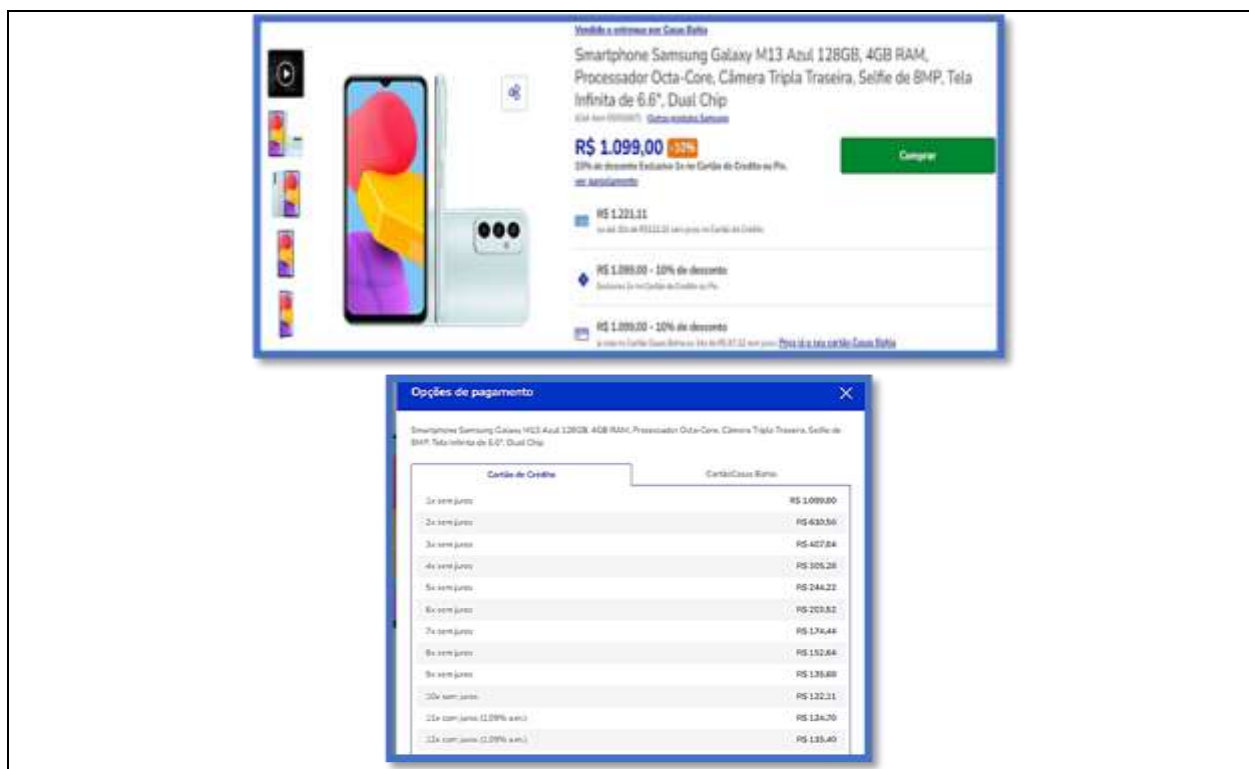
Destacamos que esse momento de *renegociação* foi necessário devido à não compreensão dos estudantes das tarefas que eles realizariam ou também a falta de hábito, uma vez que pode configurar que o professor sempre faz a explicação do que eles tenham que fazer de maneira mais detalhada – marcas de um contrato anterior (SOUZA, 2011). A respeito desses momentos iniciais e da entrega do material, inferimos que são situações didáticas, ao considerar que estão incluídos professor, estudante e o sistema educacional (BROUSSEAU, 2008). Para mais, as atitudes e o comportamento do professor após a entrega da atividade, não configura que ele não queira ensinar, mas que esperava que os estudantes tivessem compreendido o que fazer após a entrega do material. Sobre isso, mencionamos o que expõe Kuzniak (2004), que as atitudes e os comportamentos dos estudantes e professores permitem a gestão do ensinar.

Com o intuito de facilitar a discussão e análise dos dados, observemos a situação norteadora entregue para os estudantes no quadro abaixo e já exposta na descrição das atividades em um tópico anterior:

Quadro 23: Situação norteadora da tarefa de ambientação (aula 1)

SITUAÇÃO NORTEADORA E SEUS DESDOBRAMENTOS

No site das Casas Bahia, o Smartphone Samsung Galaxy M13 Azul 128GB, 4GB RAM, Processador Octa-Core, Câmera Tripla Traseira, Selfie de 8MP, Tela Infinita de 6.6" e Dual Chip está sendo vendido com algumas condições. Observe as figuras abaixo:



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Após se passar um tempo dos estudantes observando a situação, foram nítidas as suas dificuldades em criarem perguntas para a discussão, o que mais uma vez refletiu em uma ação não esperada pelo professor e uma *ruptura* do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008). Com isso, considerando a Ação Comunicativa e o que é apontado por Meireles *et al.* (2017) que a linguagem deve ser utilizada para a construção de saberes e sua ressignificação e para a compreensão da realidade, o professor utilizou o *tipo de pergunta tematizante*, que serve para iniciar novos temas (MENEZES, 1995), questionando sobre o que a situação envolvia, tendo como respostas: Estudante 1 – “*Compra de telefone*”; Estudante 7 – “*Compra de telefone na internet*.” A partir dessa intervenção do professor, foi notório que os estudantes começaram a discutir entre si e a criarem as suas perguntas considerando os pontos de vista social e econômico. Observemos a transcrição das falas dos estudantes durante a interpretação da situação norteadora:

Quadro 24: Recorte da transcrição das falas dos grupos durante a criação das perguntas na tarefa de ambientação

Grupo 2:

Estudante 13 – Temos que observar se o celular é bom e se cabe no bolso.

Estudante 3 – E se fosse uma compra internacional? Tipo esse relógio foi da china, mas tem que considerar o frete pago, a mesma coisa acontece com o celular, aí está o preço, mas tem que considerar o frete.

Estudante 13 – Com essas compras parceladas vai pagar juros. Tipo, pagar mais caro.

Estudante 4 – A gente também tem que olhar a questão de segurança.

Grupo 3:

Estudante 6 – À vista o preço é mais acessível.

Estudante 2 – A gente poderia ver como ficaria se a compra fosse feita com mais de um telefone, se teria desconto no frete e se sairia mais em conta.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Com a transcrição, observamos que a partir do questionamento do professor, os estudantes ficaram mais à vontade para tratarem dos seus diversos pontos de vista sobre a situação abordada (SILVA; FEIL, 2020). À vista disso, destacamos o que é esboçado por Ponte e Serrazina (2000) que a pergunta é algo essencial no processo de ensino e aprendizagem. É importante mencionar que esses pontos levantados pelos estudantes de maneira oral, através da ação comunicativa, fizeram com que partissem ao encontro de aquiescência para se chegar a um consenso, como afirma Habermas (1988).

O pensamento de Echeverria e Pozo (1998) também pode ser salientado, uma vez que expõem que a aprendizagem em Resolução de Problemas se transforma em autônoma e espontânea quando os estudantes procuram respostas para as suas próprias perguntas e que eles precisam se habituar a questionar. Observe que na descrição não tivemos falas do Grupo 1, a respeito da situação norteadora, isso aconteceu porque o grupo estava mais envolvido em responder o que estava no papel

e mesmo o professor questionando, não responderam. Observemos na figura abaixo os estudantes durante a realização da tarefa:

Figura 78: Estudantes na tarefa de ambientação



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Por esse viés, a partir do comportamento do Grupo 1, notamos que havia um estudante como líder, o Estudante 1, e ele conduzia a execução das tarefas atribuindo a cada integrante que deveria fazer. O referido estudante destacou que uns fariam as perguntas e outros resolveriam os problemas e preencheriam as etapas do Arco. Diante da conduta do grupo, ocorreu uma simplificação do que eles teriam que fazer nessa tarefa, podendo ser configurada também como uma *ruptura* do Contrato Didático e precisando da intervenção do professor para uma *renegociação*, salientando que era preciso que eles refletissem sobre as questões em conjunto, no entanto, não seguiram o solicitado. Assim, apontamos a respeito de *ritmo e sequenciamento* quando é discutido a respeito do Discurso Pedagógico (BERNSTEIN, 1996) que cada grupo tem um tempo para lidar com as situações que estão envolvidos e que a maneira de organização de cada grupo também é diferente.

Assim sendo, vejamos a seguir os questionamentos criados por cada um dos grupos diante da situação norteadora da tarefa de ambientação:

Figura 79: Perguntas criadas pelos grupos a respeito da situação norteadora da tarefa de ambientação

GRUPO 1

Pergunta 1: Por que há aumento quando parcela em 31x e 32x?

Pergunta 2: Quanto é o valor economizado à vista e parcelado?

Pergunta 3: Se o site proporcionar frete grátis ou não.

GRUPO 2

Pergunta 1: A qualidade do produto e se o preço é acessível ao consumidor.

Pergunta 2: Vale mais a pena pagar à vista ou à parcela?

Pergunta 3: Confiabilidade da loja e valor do frete para entrega.

GRUPO 3

Pergunta 1: Se o preço do celular seria mais acessível se comprasse à vista ou a prazo?

Pergunta 2: Se o site apontar um celular melhor e mais em conta, superaria a venda que o celular foi ofertado?

Pergunta 3: Se caso em uma loja física fizessem uma compra grande, teria um desconto no preço de pagar?

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Ao observar as perguntas colocadas pelos grupos 2 e 3, notamos que elas estão relacionadas com o que foi discutido pelo grupo e mostrado na transcrição anterior.

Assim, destacamos a importância do trabalho coletivo e da intervenção do professor, configurando o seu papel como um mediador da aprendizagem.

Nas perguntas do grupo 1, especificamente na pergunta de número 3, percebemos que está relacionada à pergunta 3 do grupo 2, como o grupo não falou na hora de discussão, inferimos que esse questionamento pode ser derivado do que o grupo 2 abordou. A respeito da *adequação das perguntas* às situações norteadoras, pontuamos que todas trazem pontos de vista considerando o tema em questão. Destacamos que no desenvolvimento desta tarefa, no que concerne ao material escrito, os estudantes cumpriram suas funções, esboçando três perguntas para cada situação, no entanto, é preciso dizer que os grupos 1 e 2 não colocaram interrogações no que expuseram como perguntas, sendo possível interpretar isso como uma *ruptura* do contrato e a ausência de algum conhecimento de ordem linguística.

Após a elaboração das perguntas, continuando com os grupos formados, os estudantes iniciaram a tarefa seguinte, a resolução dos problemas. Chamou-nos a atenção que o Estudante 4 ao ler o direcionamento no material escrito *Considere as condições da venda do Smartphone para a resolução dos problemas a seguir*, questionou “O que é um problema?”, sendo respondido por um integrante do mesmo grupo, o Estudante 1: “Ter um contexto sempre”. Com isso, esboçamos o que Martinho (2007) aborda que a interação em sala de aula propicia novas descobertas. Inferimos que o contexto pode ter sido evidenciado diante da situação norteadora e destacamos o que escreve Stanic e Kilpatrick (1989) sobre a Resolução de Problemas como contexto. Ainda, cabe-nos mencionar que autênticas tarefas de Resolução de Problemas tem um contexto que tem um alto grau da realidade (CHAMBERLIM, 2010). Observemos o problema 1 na figura abaixo:

Figura 80: Problema 1 da tarefa de ambientação

1. Se o comprador optar por fazer o parcelamento do smartphone em 11x, qual será o valor dos juros pagos em relação ao valor à vista do aparelho? E se a compra for realizada em 12x?

Fonte: Elaborado do autor da dissertação (2022)

Sobre o problema, como se trata de uma tarefa de ambientação, optamos por problemas mais curtos, sendo configurado como problema convencional e que é um

problema de dois ou mais passos (CHARLES; LESTER, 1986). Ao considerar as resoluções dos estudantes que serão apresentadas a seguir, pontuamos que o problema, mesmo curto exigiu dos estudantes mais de uma leitura para compreensão, disso consideramos dificuldades na etapa de representação/compreensão do problema (PROENÇA, 2018). A respeito dessa dificuldade inicial, ela corrobora com outros estudos, que expõem que, na resolução de problemas, os estudantes costumam apresentar dificuldades na compreensão do texto de um problema, como afirma Mayer (1987). Ainda destacamos, como salientado por Araújo (2015), que o processo de releitura ajuda na compreensão do problema.

Para traçarmos uma análise mais detalhada, de acordo com as categorias expostas em tópicos anteriores, optamos por mostrar a resolução do problema e o que foi considerado em cada etapa do Arco de Magueréz, como se vê na figura abaixo:

Figura 81: Resolução dos grupos do problema 1 da tarefa de ambientação

GRUPO 1

Resolução

Se o campo for feito em 11 x 11 a compra fica por 1373,70 reais tendo um acréscimo de 272,59 reais foi o de 12 x 12 1384,80 tendo um acréscimo de 285,80 reais.

GRUPO 2

Resolução

$127,70 \times 11 = 1371,70$, ou seja, 272,70 reais de juros.

$135,40 \times 12 = 1384,80$, ou seja, 285,80 reais de juros.

A diferença entre 11 e 12 parcelas é de 13,10 reais de juros.

GRUPO 3

Resolução

Ele pagaria um valor maior do que foi de juros em 12 parcelas. Porém não sabe qual o valor total da parcela de juros. Então em 12 parcelas seria que ficaria um parcelamento para ele pagar todos os juros, sabendo que ele pagaria um valor de R\$ 285,80 a mais que o valor inicial.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Desse modo, ao tratar das resoluções entregues pelos grupos, apesar de terem configurações/organizações de soluções diferentes, o grupo 1 e 2 responderam adequadamente o solicitado apresentando o que seria pago a mais no aparelho caso fosse dividido em 11x e 12x, entretanto, o grupo 3 mesmo destacando que se fosse dividido em 11x ele pagaria um valor maior que em 12x, não destacou quanto a mais pagaria que o valor inicial em 11x, apenas em 12x. Assim sendo, podemos dizer que isso não caracteriza uma falha na compreensão do problema, mas que o grupo pode ter realizado a estratégia apenas mentalmente. Quanto ao grupo 2, é notório que ele foi além do que foi solicitado, uma vez que ainda destacam a diferença de valor pago dividido entre o parcelamento de 11x e 12x e isso pode ser derivado da análise crítica que o grupo fez da questão. Todas as respostas foram esboçadas de maneira racional. A respeito do tipo de *mente lógico-verbal* dos estudantes, a partir das justificações e exposições, ficou evidente indícios de sua manifestação, uma vez que montam expressões para ir resolvendo, sendo um ponto de partida para que a argumentação seja estimulada nas aulas que envolvem resolução de problemas.

Para mais, ainda sobre as resoluções apresentadas, percebemos que os estudantes simplificaram alguns passos das resoluções, sendo vistas pelo professor/pesquisador em anotações nas mesas da sala de aula e em papéis utilizados por eles para rascunhos. Cabe mencionar, que no início da resolução de cada problema, o professor/pesquisador se dirigiu a cada grupo questionando se os estudantes entenderam o que estava sendo solicitado e sobre isso foi utilizada o *tipo de pergunta de inquirição*, que tem por objetivo obter informações dos estudantes e que os tipos de perguntas, de acordo com Love e Mason (1995), contribuem para aumentar o nível de comunicação.

Assim sendo, ainda sobre essa ação do professor, buscou-se identificar se os estudantes apresentaram dificuldades na representação/compreensão do problema e sobre os *conhecimentos linguísticos*, identificando que o enunciado da questão possuía termos que foram entendidos pelos estudantes (mesmo a resposta do grupo 3 estando incompleta) e que, usando o que é defendido na Teoria do Discurso Pedagógico (BERNSTEIN, 1996), o material estava *compreensível/adequado para a maioria dos envolvidos* na situação didática. Assim, para ter uma visão global da compreensão dos

estudantes e suas respectivas reflexões sobre o problema, veja o que foi apresentado por cada grupo no preenchimento do Arco de Magueres (figura 64). Cabe destacar que no desenvolvimento desta primeira aula, os estudantes não conseguiram utilizar o Arco como etapas a serem seguidas para a resolução dos problemas, mas que respondiam os problemas e depois tratavam dessas etapas.

Inicialmente, cabe salientar que os grupos apresentaram uma certa resistência para preencher as etapas do arco e configuramos isso como *ruptura* do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1989, 2008), precisando ser *renegociado* e o professor expondo que o preenchimento era necessário para ver como os estudantes se articularam para a resolução do problema e suas reflexões a respeito dele. A respeito do que foi solicitado em cada etapa, os estudantes tinham a descrição/instruções no quadro (configuração para a tarefa de ambientação como já exposto) e também numa folha entregue à parte (mostrada também na descrição das tarefas).

Vejamos na figura abaixo o que foi preenchido pelos grupos na primeira etapa do Arco em referência ao problema 1:

Figura 82: Primeira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 1

GRUPO 1	
ASPECTOS	DESCRIÇÃO (ESCREVA A RESPOSTA COM BASE NAS PERGUNTAS-GUIAS DE CADA ASPECTO)
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	A curto prazo o aumento é gradual gerando duas crises, um tempo maior para o pagamento mas ao tempo aumenta o valor da compra. Gerando assim uma capacidade maior de compra de pessoas de baixa renda, mas aumentando a despesa.
GRUPO 2	
ASPECTOS	DESCRIÇÃO (ESCREVA A RESPOSTA COM BASE NAS PERGUNTAS-GUIAS DE CADA ASPECTO)
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	Implicam que a loja proporciona diversas formas de pagamento, porém, não dá mais vantagem à vista.
GRUPO 3	
ASPECTOS	DESCRIÇÃO (ESCREVA A RESPOSTA COM BASE NAS PERGUNTAS-GUIAS DE CADA ASPECTO)
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	Têm um impacto na vida das pessoas. Existem alguns dados: Primeiro, não há na vida de um consumidor qual valor seria. Porém, o valor aumenta e a nota de juros que está no conhecimento de um valor total de uma compra caso ele não tenha a parcela uma compra.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Desse modo, tratando-se da primeira etapa do Arco, observação na realidade, consideramos que todos os grupos destacaram informações condizentes com o que estava sendo exposto no problema. Também é perceptível que os grupos conseguiram fazer uma análise crítica da realidade, destacando como impactaria em suas vidas, destacamos o que o Grupo 2 mencionou, que apesar de a loja oferecer diversas formas de pagamento, seria mais viável a compra à vista. Com isso, o grupo refletiu que com o pagamento à vista não seria pago nada de juros e o que seria mais vantajoso, financeiramente escrevendo, seria comprar pelo “menor preço”. A respeito dessas colocações, Berbel (2012) expõe que através de uma análise da realidade se busca sentido, explicação e justificativas para transformá-la.

Assim sendo, observe o que foi mencionado pelo grupo na segunda etapa do Arco:

Figura 83: Segunda etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 1

GRUPO 1	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda, juros, aumento, desconto, aumento da pobreza, injustiça social, etc. Em seguida, escreva o que cada termo significa.	A compra de celular: usando termos matemáticos para definir qual o melhor método de compra; termos matemáticos: com fidelidade, qualidade, tempo de entrega, segurança, garantia pela loja.
GRUPO 2	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda, juros, aumento, desconto, aumento da pobreza, injustiça social, etc. Em seguida, escreva o que cada termo significa.	O preço do celular e o lucro que a loja tira, logo, parcelando, a loja sairia no lucro e o consumidor, dependendo da sua renda, conseguiria comprar o seu produto à vista, porém caso o consumidor queira dividir ao parcelar, terá um aumento no valor do produto, dependendo de quantas vezes o consumidor escolherá dividir.
GRUPO 3	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda, juros, aumento, desconto, aumento da pobreza, injustiça social, etc. Em seguida, escreva o que cada termo significa.	Análise da compra de um celular. O celular tem lucro, renda, juros, aumento, desconto e claro no compra a vista aumento da pobreza, injustiça social. Foi um valor dos juros ser maior que o valor que foi pago.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

A respeito da etapa dos pontos-chave, pode ser visto que todos os grupos conseguiram compreender o que estava sendo investigado, destacando que é a compra/venda do celular, lucro da loja, melhor método de compra, entre outros. A respeito dos termos matemáticos, o grupo 2 e 3 mencionam lucro, renda, juros, aumento e desconto, sobre isso mencionamos que eles conseguiram identificar os conteúdos matemáticos envolvidos no problema. Com relação aos termos não matemáticos, apenas o grupo 2 deixou claro quais seriam os termos, mencionando confiabilidade, qualidade e tempo de entrega e segurança gerada pela loja. Bordenave e Pereira (2015) mencionam que por meio dos pontos-chave pode se ter uma maior compreensão do problema. Por esse viés, considerando as etapas de observação da realidade e pontos-chave do Arco de Maguerez (BERBEL, 2012), nelas também é verificada a etapa de representação da Resolução de Problemas (PROENÇA, 2018).

Vejamos na figura abaixo o que foi exposto na terceira etapa do Arco:

Figura 84: Terceira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 1

GRUPO 1	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	Acrescimo, decrescimo, porcentagem e juros.
GRUPO 2	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	As seguintes operações: multiplicação e subtração; porcentagem; juros. Símbolos: (x), (-), (%).
GRUPO 3	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	Porcentagem, multipl. e divisão Porcentagem e qual mais abrange a porcentagem e a divisão

Fonte: Material da pesquisa (2022)

No tocante à etapa de teorização, foi destacado os conteúdos envolvidos, sendo eles porcentagem, juros, acréscimo, decréscimo e algumas operações, como divisão e multiplicação. Assim, sobre os símbolos matemáticos, apenas o grupo 2 que mencionou, mas que diante da resolução apresentada pelos grupos todos *utilizaram os símbolos matemáticos adequadamente*.

Verifiquemos o que foi pontuado pelos estudantes na quarta etapa do Arco na figura a seguir:

Figura 85: Quarta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 1

GRUPO 1	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados	<i>utilizando porcentagem. Sim tendo qual opção que varia maior confiabilidade e simplicidade.</i>
GRUPO 2	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados	<i>Observando e separando os dados e valores; à vista, parcelado em 11 vezes e em 12 vezes, após isso, multiplicamos o valor de cada parcela pela quantidade referente; para chegarmos ao valor dos juros, subtraímos o valor final das parcelas pelo valor à vista.</i>
GRUPO 3	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados	<i>usaremos Passos a Passos, primeiro vamos o valor inicial do telefone e depois de celular se era acessível para o cliente com isso, o valor dos juros que ele terá se ele vai lá pagando ou perdendo.</i>

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Acerca da etapa de hipóteses de solução, podendo, nela, serem evidenciadas as etapas de planejamento, execução e monitoramento (PROENÇA, 2018), vimos que para o planejamento da solução, os grupos 2 e 3 pontuaram que observaram e separaram os dados, viram o valor à vista, calcularam o valor parcelado em 11x, depois em 12x, para, assim chegar à solução do problema. O grupo 2, não detalhou como fez a solução e que desde a apresentação da resposta do problema, consideramos que eles simplificaram os seus cálculos. Para mais, sobre o momento de preenchimento dessa etapa, os estudantes apresentaram resistência, sendo vistas dificuldades de exporem como organizaram os as suas ações para solução. Todos os grupos fizeram o retrospecto das suas soluções, não precisando refazê-las.

Na figura abaixo, trazemos o que foi preenchido na etapa de Aplicação à realidade:

Figura 86: Quinta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 1

GRUPO 1	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	Entender qual a melhor opção de compra. Um desconto a curto prazo ou a longo prazo.
GRUPO 2	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	Se reflete de forma positiva, pois sabendo do aumento do valor do produto, decidirá como se encaixará na sua renda. O consumidor tem a possibilidade de esperar ou se for de urgência comprar o produto nas melhores condições possíveis.
GRUPO 3	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	muitas pessoas preferem comprar a vista porque acham mais em conta, já outros, preferem comprar a prazo, pois, não tem o dinheiro para pagar a vista.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Por fim, em relação à última etapa do arco, todos os grupos conseguiram destacar sobre o que o problema reflete nas suas vidas e os possíveis impactos do que foi encontrado nas soluções, destacando: a melhor opção de compra, sobre a preferência das pessoas na hora de comprar, que o sujeito comprador poderia esperar para comprar à vista, entre outras. Assim sendo, consideramos que todas as etapas do Arco são relevantes, uma vez que a última etapa acaba gerando reflexo positivo devido às etapas intermediárias, o que possibilita *uma reflexão crítica*.

Observemos na figura abaixo o problema 2 da tarefa de ambientação:

Figura 87: Problema 2 da tarefa de ambientação

2. Considere que João queira comprar esse smartphone à vista, no entanto, ele tem, no momento, R\$ 1.000,00, o que não é suficiente para realizar a compra. Se ele aplicar esse dinheiro à taxa de 0,5% a.m sob o regime de capitalização simples, em quantos meses ele poderá comprar o telefone à vista, considerando que o preço do telefone permaneça sem alteração?

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Neste problema, como fazia parte da mesma tarefa da anterior, os estudantes partiram para a resolução normalmente. Para eles, apesar de um pouco mais longo, é um problema simples de dois ou mais passos (CHARLES; LESTER, 1986). Durante a leitura do problema, que corresponde à etapa de representação (PROENÇA, 2018), notamos algumas falas dos estudantes grupo 1 que podem ter interferido na simplificação das suas resoluções expostas. Observemos a transcrição da fala do grupo:

Quadro 25: Recorte da transcrição dos estudantes na leitura do problema 2 na tarefa de ambientação

Grupo 1
 Estudante 1 – Nessa questão não precisa muitos cálculos, já que eu sei que vai aumentar 5 reais a cada mês.
 Estudante 5 – Como assim?
 Estudante 1 – Vê... se aumenta 0,5% ao mês, se fosse 1% seria R\$ 1,00 a cada R\$ 100,00, como é 0,5% será 50 centavos, se é 50 centavos em 100, em 1000 será R\$ 5,00.
 Estudante – Ah!

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Com base na transcrição, observamos que algo que é pontuado nos PCN (BRASIL, 1997), que a Resolução de Problemas possibilita aos estudantes a mobilização de conhecimentos e o desenvolvimento da capacidade para gerenciar informações. Assim, consideramos a mobilização de conhecimentos, por meio do raciocínio lógico na montagem de estratégias para a resolução da questão. A respeito das resoluções apresentadas pelos estudantes, vejamos a figura abaixo:

Figura 88: Resoluções do problema 2 da tarefa de ambientação

GRUPO 1

Resolução

1.000 a 0,5% = 5 reais ao mês, se ele precisa de mais 93 reais irá demorar 20 meses para obter o valor do preço de custo

GRUPO 2

Resolução

$$\begin{array}{rcl} 1000 & \times & 100\% \\ x & \times & 0,5\% \\ \hline 100x = 500 \\ x = \frac{500}{100} \\ x = 5 \end{array}$$

Para 20 meses, foram feitos testes utilizando a multiplicação de 5 em 5, até se chegar no resultado.

GRUPO 3

Resolução

O preço do celular é de R\$1099,00 e ele só tem R\$3.000, se ele aplica 0,5% em cada mês crescerá R\$5,00, totalizando R\$100,00 em 20 meses dando para comprar o celular.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

A resolução apresentada pelo grupo 1 tem relação com a discussão exposta no primeiro contato com o problema e a respeito disso enfatizamos a importância da comunicação nas aulas de Matemática (PONTE; SERRAZINA, 2000). Ainda sobre isso, as estratégias criadas pelos estudantes são eficazes para que chegue a uma solução

correta e, para tanto, Schoenfeld (2013) menciona que as estratégias de resolução de problemas são ferramentas para resolver algo e que é preciso fazer explorações, sistematizações e previsões.

Além disso, notamos que a resolução do grupo 3 apresenta muita familiaridade com o que foi mencionado pelo grupo 1, o que difere do grupo 2. Ainda sobre o modo como cada grupo apresentou as suas resoluções, na BNCC (BRASIL, 2018) é exposto que a Resolução de Problemas exige processos cognitivos diferentes. Podemos inferir que o grupo 1 utilizou a estratégia do pensamento lógico, simplificando o trabalho que poderia ser desenvolvido (YUSUF *et al.*, 2021). Todas as respostas dos grupos estão corretas, entretanto, eles parecem ter mais familiaridade para expor de maneira descritiva, do que expor os cálculos em si.

Para tratar das etapas do Arco de Magueres e da Resolução de Problemas, vejamos o que os estudantes expuseram:

Figura 89: Primeira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 2

GRUPO 1	
realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	Sim, pois demonstra a quantidade de dinheiro para obter um valor x , o que pode acontecer no cotidiano e quanto um valor pode render ao mês

GRUPO 2	
ASPECTOS	DESCRIÇÃO (ESCREVA A RESPOSTA COM BASE NAS PERGUNTAS-GUIAS DE CADA ASPECTO)
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na	Para evitar o pagamento de juros, ele poderia esperar o rendimento da poupança em 20 meses, mesmo que demorasse.

GRUPO 3	
ASPECTOS	DESCRIÇÃO (ESCREVA A RESPOSTA COM BASE NAS PERGUNTAS-GUIAS DE CADA ASPECTO)
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na	Para não comprar o celular a ter que parcelar e ficar com juros, seria melhor ele esperar
realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	os 20 meses para juntar todo o dinheiro e comprá-lo a vista

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Assim sendo, sobre o problema 2 e a primeira etapa do arco, na qual se buscou averiguar o que os estudantes expuseram a respeito da observação da realidade, todos mostraram ideias parecidas e que tem relação com o que está sendo perguntado, uma vez trataram da espera para comprar o aparelho à vista.

Vejamos na figura seguinte o que foi apresentado na etapa dos pontos-chave:

Figura 90: Segunda etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 2

PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda, juros, aumento, desconto, aumento da pobreza, injustiça social, etc. Em seguida, escreva o que cada termo significa.	GRUPO 1 <i>O tempo para que ele possa obter o dinheiro como também o dinheiro para o mesmo</i>
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo:	GRUPO 2 <i>Está sendo investigada a quantidade de meses necessária para a compra do aparelho à vista.</i>
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda,	GRUPO 3 <i>O tempo que ele precisa para ter todo o dinheiro para pagar o celular à vista.</i>

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Sobre os pontos-chave, etapa na qual questiona-se sobre o que está sendo investigado, todos colocaram que é sobre o tempo necessário para realizar a compra à vista. Assim sendo, ainda na etapa dos pontos-chave nos chama a atenção o que foi escrito pelo grupo 3, pois já expôs que estava sendo procurado os 20 meses de espera para a compra do celular à vista, isso aconteceu porque os estudantes ao preencherem as etapas do Arco já tinham respondido o problema matemático. Não foi exposto por nenhum grupo os termos matemáticos e não matemáticos, o que configura uma *ruptura* do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008), mesmo sendo

salientado pelo professor que isso deveria ser colocado, usando a *renegociação* do contrato, isso não aconteceu.

Na figura seguinte está apresentado o que foi escrito na etapa de teorização:

Figura 91: Terceira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 2

GRUPO 1	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	juros e dividendos
GRUPO 2	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	Regra de três, percentagem, multiplicação, divisão, juros simples.
GRUPO 3	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	utilizamos a percentagem e a multiplicação.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na terceira etapa do Arco, a de teorização, apesar de os grupos identificarem os conteúdos matemáticos envolvidos, percebemos uma maior contemplação no grupo 2, sendo destacado por ele os símbolos matemáticos também utilizados (PROENÇA, 2018). Com isso, considerando essas etapas iniciais, os estudantes não apresentam dificuldades com os *conhecimentos linguísticos e semânticos*, e que o enunciado possui termos que podem ser entendidos de acordo com a língua materna do estudante (MAYER, 1992). Mais uma vez, cabe mencionar a *adequação das tarefas* para a maioria

dos estudantes, uma vez que o Discurso Pedagógico tem o foco no que é passado como conhecimento educacional (BERNSTEIN, 1996).

Avistemos, na figura a seguir, o que exposto na etapa de hipóteses de solução:

Figura 92: Quarta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 2

GRUPO 1	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados (operações matemáticas, gráficos, fluxogramas).	usando o porcentagem, sim, tem o mesmo mais pratica e rapido para obtenção do dinheiro e tem se é a opção mais rapida e acertada
GRUPO 2	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar	Utilizando regra de três, cálculo de porcentagem, multiplicando e dividindo. Existe também outras formas de resolução.
GRUPO 3	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo	fazendo um passo a passo com operações matemáticas para a descoberta de quanto tempo ele gastaria para comprar o celular a custo.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa de hipóteses de solução, mais uma vez, os grupos apresentaram dificuldades em externarem como foi o seu planejamento para a solução (PROENÇA, 2018), o grupo 1 foi muito breve e não expôs como fez para chegar à solução, apenas mencionando que fez o cálculo de porcentagem; o grupo 2 salientou as operações realizadas; o grupo 3 destacou que fez passo a passo, mas não citou quais foram os

passos. Durante essa etapa, assim como no primeiro problema, os estudantes apresentaram dificuldades e que os *tipos de perguntas* metas (você poderiam explicar melhor?) e de *inquirição* (como?), uma vez que buscou-se obter mais informações dos estudantes e que eles explicassem melhor o que já tinha salientado (MENEZES, 1995). Os grupos de um modo geral *abreviaram o raciocínio utilizado* para chegar à solução do problema (PROENÇA, 2018).

Observemos na figura seguinte o que foi preenchido na etapa de aplicação à realidade:

Figura 93: Quinta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 2

GRUPO 1	
esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	Mortis o impacto do investimento de dinheiro em redes de investimento.
GRUPO 2	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	Se reflete de forma positiva, pois se considerar encontrou uma forma de ganhar dinheiro investindo seu dinheiro, logo tem a possibilidade de esperar o seu dinheiro lhe render mais dinheiro para que tenha a possibilidade de comprar o produto à vista.
GRUPO 3	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	Ele sempre querendo mais esperando juntar os dinheiros para comprar o celular à vista do que parcelar e pagar juros.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na última etapa do Arco de Magueres, a respeito do problema 2, todos os grupos destacaram que seria mais viável fazer um investimento do dinheiro, para, assim, comprar o aparelho à vista. Isso mostra que todos conseguiram *refletir de maneira*

crítica sobre a situação e que pode interferir em suas escolhas na vida em sociedade. Sobre a solução dos problemas e o discurso assentado pelos grupos no material escrito, mencionamos que para o pensamento criativo é necessário a liberdade de pensamento, não estando sob pressão (MAHARANI, 2021), que esta solução implica na participação ativa dos estudantes e na ação comunicativa (BORDENAVE; PEREIRA, 2015) e que utilizar a metodologia da problematização consiste em problematizar a realidade (ALVARENGA; VALE, 2007).

Observemos na figura a seguir, o problema 3 da tarefa de ambientação:

Figura 94: Problema 3 da tarefa de ambientação

3. Se o preço do Smartphone à vista é de R\$ 1.099,00 e em 10x que é, sem juros, R\$ 1.221,11, segundo a loja. Caso o consumidor opte por realizar o pagamento em 10x, quanto por cento ele pagará a mais referente ao valor à vista? Realmente não houve juros?

Fonte: Elaborada pelo autor da dissertação (2022)

Sobre a configuração do problema da figura anterior, ele também é um problema simples, de dois ou mais passos (CHARLES; LESTER, 1986), é um problema convencional. Nele, como os estudantes já estavam mais habituados, já que era o terceiro problema da aula, notamos que os estudantes foram de forma imediata ao que estava sendo cobrado. Vejamos na transcrição das falas dos estudantes no primeiro contato com o problema:

Quadro 26: Recorte da transcrição da fala dos estudantes no primeiro contato com o problema 3

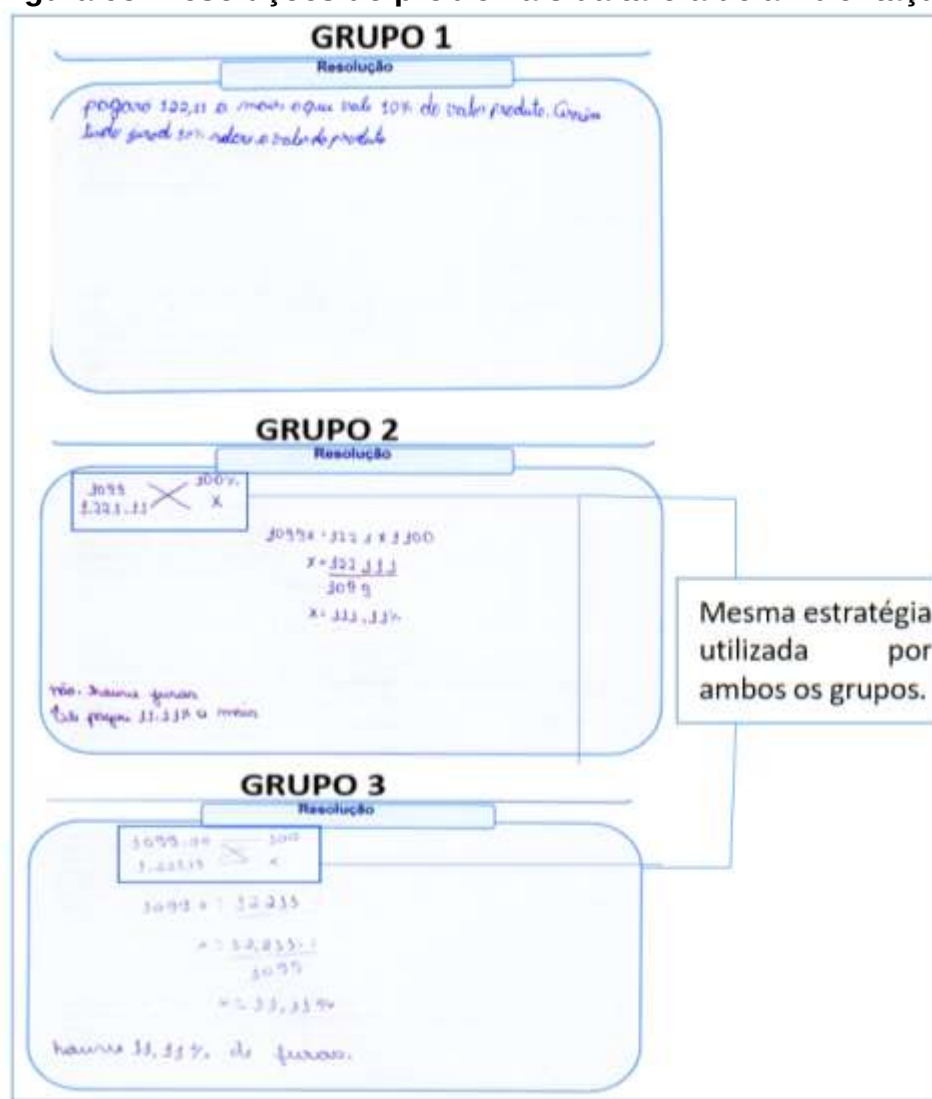
Grupo 1
Estudante 1 – Essa é fácil, é só calcular 10x o valor de cada prestação que está no anúncio do celular e no final ver a diferença do valor em relação ao valor inicial.
Grupo 2
Estudante 13 – Vamos olhar qual o valor de cada parcela se for parcelado em 10x para resolver a questão.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

As falas dos estudantes expressas na transcrição podem refletir na criação de planejamento para a solução dos problemas pelos grupos e que o grau de instrução dos integrantes de cada grupo é de fundamental importância na elaboração de

estratégias para executarem o planejamento (PROENÇA, 2018). Como os grupos 1 e 2 apresentaram de maneira oral um discurso a respeito da compreensão do problema, o professor/pesquisador não achou necessário o questionamento para eles a respeito da compreensão/representação e para isso pontua-se o que é afirmado por Lester (2013) que o professor precisa saber o que fazer e quando fazer. Entretanto, como não observou falas no grupo 3, questionou-os sobre a compreensão e eles destacaram que haviam compreendido o problema e que fariam a sua resolução. Vejamos na figura abaixo as resoluções entregues pelos estudantes:

Figura 95: Resoluções do problema 3 da tarefa de ambientação



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Diante das resoluções dos estudantes, percebemos que apenas duas resoluções estão corretas, as que afirmam que com o pagamento parcelado em 10x haveria um acréscimo de mais 11%. Notamos que nenhum dos grupos mostraram o cálculo a respeito das 10 parcelas e os seus respectivos valores, o que mostra que *simplificaram o raciocínio do problema*. A respeito das estratégias elaboradas pelos grupos, enquanto o grupo 1 escreveu a resolução, não mostrando como fez para chegar a esse resultado, os grupos 2 e 3 utilizaram estratégias parecidas: descobriram o valor total das parcelas em 11x e calcularam a porcentagem do acréscimo por meio de uma regra de três simples. Para ter uma visão mais global sobre a resolução do problema e os conhecimentos utilizados pelos grupos no desenvolvimento de suas tarefas, observemos a figura abaixo com o que foi escrito pelos grupos em cada etapa do Arco de Maguerez:

Figura 96: Primeira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 3

GRUPO 1	
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	Sim, porque há propagação de engano e se permitir a melhor forma de comprar / assistir
GRUPO 2	
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	Sim, pois o consumidor precisa saber de quanto percento a mais ele pagará caso escolha pagar 10x, sabendo do valor escolherá as melhores maneiras para o seu benefício.
GRUPO 3	
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	A loja oferece ao consumidor um celular, falando que não havia juros, mais havia juros da forma que o consumidor queria.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Com relação à etapa 1, que diz respeito ao que é observado da realidade, foi exposto pelos grupos: propaganda enganosa, levando o consumidor a fazer a compra sem efetuar os cálculos e que com o pagamento em 10x teria juros; a necessidade de procurar saber se com o pagamento haverá juros ou não; a loja oferecer dizendo que não tem juros. Assim sendo, inferimos que a partir do problema, os estudantes conseguiram relacioná-lo com a situação norteadora e que os dados para resolver o problema não estavam presentes apenas no enunciado da questão, sendo preciso voltar à situação norteadora. A partir disso pontuamos que os grupos conseguiram fazer uma *análise crítica da situação esboçada*, sendo possibilita a reflexão sobre a questão (SILVA; SIQUEIRA FILHO, 2011) e conseguiram problematizar a realidade que tem uma íntima relação com muitas situações vividas nos dias atuais, uma vez que grande maioria dos estudantes possuem smartphones e procuraram a melhor maneira para comprá-lo (BERBEL, 2012). Ainda sobre essa etapa, consideramos que a linguagem utilizada nas situações (BERNSTEIN, 1996) estava ao alcance de todos e que quando é abordadasituações do cotidiano permite uma maior reflexão sobre a situação. Sabemos que a linguagem utilizada nas questões permite a utilização dos *conhecimentos linguísticos* pelos estudantes (MAYER, 1992) por meio de termos entendidos em sua linguagem materna.

Vejamos na figura seguinte o que foi preenchido pelos grupos na etapa dos pontos-chave:

Figura 97: Segunda etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 3

GRUPO 1	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de	se o eu não existência de juros, se o preço. se é ou não verdadeiro
GRUPO 2	
juros, aumento, desconto, aumento da pobreza, injustiça social, etc. Em seguida, escreva o que cada termo significa.	Quanto sendo investigado o quanto percento ele pagará a mais referente ao valor a vista.
GRUPO 3	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos	O juros de um celular.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa 2, pontos-chave, a qual trata do que está sendo investigado, todos os grupos esboçaram ideias adequadas, tratando da existência de juros ou não no pagamento de 10x, o quanto seria pago a mais referente ao valor inicial do celular e os juros do celular. Nessa etapa, entretanto, não foi colocado pelos grupos, de forma direta, os termos matemáticos e não matemáticos presentes na questão, mas notamos os juros, preço e propaganda. A não demonstração dos termos matemáticos e não matemáticos de forma direta, pode apresentar uma dificuldade dos *conhecimentos semânticos* (MAYER, 1992).

Vejamos na figura a seguir o que foi preenchido pelos grupos na etapa de teorização:

Figura 98: Terceira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 3

GRUPO 1	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no	porcentagem
GRUPO 2	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria	Regra de três, porcentagem, multiplicações, divisões, juros simples
GRUPO 3	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema	Porcentagem e multiplicação.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Quanto à etapa de teorização, os grupos 1 e 3 destacaram a porcentagem, entretanto, como afirmado pelo grupo 2, a questão estava além de porcentagem, pois estávamos tratando também dos juros. Sobre a afirmação da porcentagem, mencionamos que isso pode ser derivado do cálculo que os estudantes fizeram envolvendo-a na regra de três simples. Com isso, os grupos conseguem notar os conteúdos matemáticos necessários para resolver o problema, mas perdem o foco do que se trata o problema, uma vez que o intuito era analisar os juros e se eles estavam presentes na compra do aparelho em 10x em relação ao valor à vista. Esse equívoco dos estudantes nos *conhecimentos linguísticos* (MAYER, 1992). Logo, na etapa de representação (PROENÇA, 2018). Somado ao que foi pontuado, mencionamos os estudos de Muller (2015) e de Gonçalves (2015), a respeito de equívocos na interpretação dos problemas.

Verifiquemos na figura a seguir o que foi preenchido na etapa de Hipóteses de Solução:

Figura 99: Quarta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 3

GRUPO 1	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma	rende 20% de lucro, mas em mesmo dia vende 1 parcela
GRUPO 2	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo	Interpretando e pagando os dados e valores: a vista, o percento de 10%, após isso multiplicamos o valor das parcelas, chegamos ao valor das parcelas e subtraímos o valor final dos parcelas pelo valor a vista.
GRUPO 3	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados	Separamos os dados para a parte, anulando o valor inicial de 10% e o valor que ficava em 10%, para descobrir que houve juros.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa de hipóteses de solução, como já foi mostrado como os estudantes resolveram os problemas, o grupo 1 não mencionou como fez para chegar à solução do problema e isso se dá em relação à maneira como expuseram a solução do problema, apenas escrevendo de forma descritiva, não esboçando os cálculos, o que mostra um déficit na utilização dos *conhecimentos estratégicos* (MAYER, 1992). O grupo 1 abreviou o processo de raciocínio e isso pode ter sido prejudicial para não chegar a uma resposta correta. Quanto ao grupo 2, notamos um avanço em relação aos problemas anteriores, pois foi destacado de maneira muito explicativa, todas as operações realizadas: interpretação do problema, separação dos dados, utilização da regra de três e as operações básicas utilizadas. Sobre o grupo 2, destacamos a organização mental (FONSECA; CONTIJO, 2021), a combinação de mecanismos cognitivos (BRITO, 2012), o conjunto de operações sistemáticas e o planejamento lógico para a execução da estratégia previamente pensada (YUSUF *et al.*, 2021). O grupo 3 também representou melhora em relação aos problemas anteriores, mas não

foram tão descritivos quanto o grupo 2. O tipo de *mente é lógico-verbal* em todos os grupos (PROENÇA, 2018).

Na figura abaixo, apresentamos o que foi escrito pelos grupos na etapa de Aplicação à realidade:

Figura 100: Quinta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 3

GRUPO 1	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	Que pode fazer fazer propagandas e rodar enganar o consumidor propondo algo e sendo outra coisa
GRUPO 2	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	Ele forma parâmetro, logo sabendo de quanto percento é o valor de 30%, que pode realmente confirmar se a loja está sendo verdadeira ou está lhe enganando, por isso é importante sabermos o valor do produto e seus respectivos descontos e juros.
GRUPO 3	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	O celular seria acessível para o consumidor, fazendo a compra a vista, pois não pagaria juros.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na última etapa, aplicação à realidade, foi tratado sobre as propagandas enganarem o consumidor e a veracidade das informações e essa constatação nasce da descoberta que o valor em 10x parceladas, mesmo a loja colocando que não haveria juros, os estudantes chegaram à conclusão que haverá. Também foi mencionado que o melhor para fazer compras é o pagamento à vista. De um modo geral, a questão

discutida tem um alto grau de realidade (CHAMBERLIM, 2010) e que o que foi tratado foi além de resolver um problema, mas um processo de descoberta (ALVARENGA; VALE, 2007).

Assim sendo, ainda considerando a situação norteadora inicial da aula 1, agora vamos tratar do último problema. Observemos, primeiramente, o problema na figura abaixo:

Figura 101: Problema 4 da tarefa de ambientação

4. Suponha que seu José irá realizar a compra de dois desses smartphones para os seus filhos, Joana e Maurílio. Referente à forma de pagamento, caso ele opte por realizar o pagamento em 11x, qual o valor pago por seu José após quitar os celulares? Quanto por cento ele teria economizado caso tivesse realizado o pagamento à vista? Qual o valor dos juros pago por ele?

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Sobre o problema, pontuamos que ele é de um ou dois passos e de aplicação, uma vez que requer análise e tomada de decisão (CHARLES; LESTER, 1986). Sobre o problema e o que ele trata, salientamos que tinha sido considerado pelo grupo 3, nas perguntas a partir da situação norteadora que se caso fizesse a compra de mais de um aparelho sairia mais em conta, mesmo que antes de os estudantes verem o problema, consideramos que o questionamento/pergunta esboçada pelo grupo é um subproblema da questão que agora iremos tratar.

Sobre o comportamento dos estudantes a respeito do primeiro contato com o problema, eles não apresentaram resistência, não foi configurada uma *ruptura* do Contrato Didático (1986, 2008). Entretanto, como havia mais de um questionamento no problema, foi necessária uma maior atenção dos grupos e alguns questionamentos surgiram tratando de ter três perguntas, não sendo observado que uma pergunta derivava da outra.

Assim sendo, sobre as resoluções entregues pelos grupos, observemos a figura abaixo:

Figura 102: Resoluções do problema 4 da tarefa de ambientação

GRUPO 1
Resolução

2743,40 economizado 30%, pagando 545,40

GRUPO 2
Resolução

$$\begin{array}{r} 1571,70 \\ \times 2 \\ \hline 2743,40 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 2198 & \times & 100\% \\ 545,4 & \times & x \\ \hline 2198x = 54540 \\ x = \frac{54540}{2198} \\ x = 24,81\% \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2743,40 \\ - 2198,00 \\ \hline 545,40 \end{array}$$

Seu José pagou no total 2743,40 reais após quitar os celulares. Teria economizado 24,81% à vista. No fim, pagou 545,40 reais de juros.

GRUPO 3
Resolução

$$\begin{array}{r} 2.198,00 - 100 \\ 2.743,40 \times x \\ \hline 2.198,00x = 274.340 \\ x = \frac{274.340}{2.198,00} \\ x = 124,8\% \end{array}$$

Ele tem economizado 24,8% caso tivesse pago à vista. Ele teve R\$ 545,40 reais de juros.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

A respeito das resoluções apresentadas, mais uma vez o grupo 1 *simplificou o raciocínio matemático*, que implicou na solução errada do problema. Os demais grupos apresentaram resoluções semelhantes, embora, não mostrassem as multiplicações feitas baseada nas parcelas da compra em 11x e a soma dos valores do aparelho à vista. Os grupos 2 e 3 conseguiram separar as respostas para cada questionamento do problema, valor a prazo em 11x dos dois celulares, a porcentagem da economia se tivesse realizado o pagamento à vista e o valor dos juros. Para uma maior visualização do que foi feito no problema, desde a compreensão, interpretação, análise, resultados e

reflexão, observemos na figura a seguir para o que foi preenchido nas etapas do Arco de Magueres:

Figura 103: Primeira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema
4

GRUPO 1	
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista.	Verde quais são as melhores formas de pagamento
O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	mostrando assim que os vendedores devem parar e contar para não ter prejuízo no longo prazo
GRUPO 2	
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista.	Sim, pois logo vemos uma situação onde José tem que comprar dois smartphones
O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	para seus filhos, analisando a situação encontra as melhores propostas e situações possíveis.
GRUPO 3	
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista.	Sabia mais em conta caso ele tivesse comprado a vista
O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	pois não teria tido esse tanto de juros.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa 1, observação da realidade, na qual ocorre a apropriação das informações, os grupos destacaram analisar as melhores formas de pagamento, parar e contar (fazer os cálculos) para não ter prejuízos e comprar à vista. A respeito do tratamento dado ao problema nesta etapa, os grupos destacam que não dá para realizar a compra de qualquer maneira, sem tratar as informações dadas para empresa vendedora. Desse modo, os estudantes conseguiram fazer uma *análise crítica* do problema exposto e que isso pode interferir na aplicação do conhecimento no

cotidiano. Foi possibilitado um momento de reflexão sobre a situação (SILVA; SIQUEIRA FILHO, 2011).

Avistemos na figura abaixo o que foi preenchido na etapa dos pontos-chave:

Figura 104: Segunda etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema
4

GRUPO 1	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos	Quanto ele pagar pelo produto e quanto poderia ter economizado
GRUPO 2	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda, juros, aumento, desconto.	O valor total pago por seu José pelos dois celulares, o percento que ele teria economizado caso tivesse comprado à vista e os valores de juros.
GRUPO 3	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos	O preço que ele pagaria comprando e parcelando os dois celulares.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Em relação à etapa 2, os grupos 1 e 2 conseguiram identificar todos os pontos que estão sendo investigados no problema – o preço pago nos aparelhos parcelados, quanto por cento teria economizado com o pagamento à vista e os juros pagos -, entretanto, o grupo 3 mencionou apenas o preço que ele pagaria comprando e parcelando os dois celulares. Assim, considerando o que foi pontuado pelos grupos, os dois primeiros não apresentaram dificuldades quanto à compreensão/representação do problema (PROENÇA, 2018) e na utilização dos *conhecimentos linguísticos* (MAYER, 1992).

Na figura a seguir esboçamos o que foi preenchido na etapa de Teorização:

Figura 105: Terceira etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema
4

GRUPO 1	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema	Porcentagem e juros
GRUPO 2	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos	Regra de três, porcentagem, multiplicações, divisões, juros simples, acréscimos e decréscimos.
GRUPO 3	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema	Porcentagem, Divisão e multiplicação

Fonte: Material da pesquisa (2022)

A etapa de teorização trata dos conteúdos matemáticos presentes no problema, o grupo 1 esboçou porcentagem e juros; o grupo 2 regra de três (variação de grandezas), juros simples, acréscimos e decréscimos, além das operações matemáticas básicas; o grupo 3 não citou juros. Quando ao grupo 1 e 2, eles falaram do foco do problema, que no caso foi o valor dos juros pagos nos aparelhos em 10x, representando que conseguiram utilizar os *conhecimentos semânticos*; o grupo 3 ao não esboçar a presença do conteúdo de juros, expressa a falta de atenção a informações importantes na questão e, logo, uma falha na compreensão e interpretação do problema, assim como foi visto nos estudos de Gonçalves (2015). Não foi apontado pelos grupos, mais uma vez, sobre os termos matemáticos e não matemáticos e apesar

do professor perguntar sobre isso, relataram que já estava presente quando disseram o que estava sendo investigado.

Na figura seguinte, esboçamos o que foi preenchido na etapa de hipóteses de solução:

Figura 106: Quarta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 4

GRUPO 1	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados	porcentagem e os valores dos juros e se eles existem
GRUPO 2	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados	Utilizando regra de três, cálculo de porcentagem, multiplicando, dividindo e subtraindo. Existe também outras formas de resolução.
GRUPO 3	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados	fazendo passo a passo as multiplicações e divisões e encontrando a solução para o problema, que era saber o total de juros.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa de hipóteses de solução, o grupo 1 destaca que utilizou porcentagem e o valor dos juros, não conseguiu mencionar o seu planejamento, mostrando apenas um conteúdo utilizado e um valor utilizado para chegar à solução. Inferimos que o grupo possui dificuldades para expor a organização mental para resolver problema. O grupo 2 mencionou todas as estratégias utilizadas, destacando que existem outras maneiras para resolução. O grupo 3 disse que fez passo a passo, mas não especificou como foi. Para essa etapa, cabe-nos mencionar que o professor enfatizou a necessidade de os estudantes reverem os seus cálculos, instigando, assim, a *verificação/monitoramento*

da solução (PROENÇA, 2018). O tipo de *mente matemática* é a *lógico-verbal* (PROENÇA, 2018). Os grupos 2 e 3, como visto em suas resoluções, mesmo que o 2 não tenha apresentado dificuldades para dizer como fez para chegar à solução, eles apresentaram domínio dos conhecimentos procedimentais e racionalidade na resolução.

Na figura abaixo, mostramos o que foi preenchido na etapa de aplicação à realidade:

Figura 107: Quinta etapa do arco preenchida pelos grupos a partir do problema 4

GRUPO 1	
quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do	Que podemos pagar a mais por um produto que poderíamos ter pago menor
GRUPO 2	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade	A questão em si já nos deu uma situação onde seu José terá que comprar para seus
quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	filhos dois celulares, mesmo sabendo de quanto poderia ter economizado tenho certeza que dentro da sua renda, teria buscado situações e possibilidades melhores.
GRUPO 3	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade	Pagando o celular a vista
quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade. qual o	não acorria juros.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na última etapa, sobre a aplicação na realidade, foi destacado pelos grupos que poderia pagar mais pelo que poderia pagar menos, buscar situações nas quais não pagam juros e pagar o celular à vista. As considerações mencionadas nesta etapa,

corroboram com o que foi salientado pelos grupos na etapa 1, inferimos que a partir do tratamento analítico dos dados e da conclusão que os grupos chegaram, o problema contribuiu para uma *percepção crítica* dos estudantes e que além de esboçar um resultado numérico, eles fizeram o tratamento desse dado e como poderia ser evitado.

5.3.2 Autoavaliação da tarefa de ambientação

Como mostrado em tópicos anteriores, utilizamos uma autoavaliação para a tarefa de ambientação. Desse modo, vamos mostrar o que foi esboçado pelos estudantes sobre esse primeiro contato com a proposta aplicada.

Na primeira pergunta da autoavaliação da tarefa de ambientação questionamos sobre a dificuldade de resolver utilizando o Arco de Magueres, 10 estudantes afirmaram ter dificuldades, entre eles, 8 disseram dificuldades parciais; 3 estudantes julgaram não ter dificuldades. A respeito disso pontuamos a importância desse primeiro momento com os estudantes para que o desenvolvimento em tarefas posteriores fosse satisfatório, uma vez que é uma abordagem nova e eles não tinham conhecimentos.

Assim sendo, tratando ainda do Arco, perguntamos sobre as etapas que apresentaram dificuldades, 3 estudantes não colocaram nenhuma etapa, 2 estudantes apontaram os pontos-chave, 4 estudantes a teorização e 4 estudantes a hipóteses de solução. A respeito dessas etapas, quando tratado dos pontos-chaves, percebemos que os estudantes conseguiam expor o que estava sendo investigado, no entanto, não mostravam os termos matemáticos e não matemáticos, o que pode representar uma dificuldade dos conhecimentos linguísticos e semânticos.

Quanto à teorização, os estudantes precisavam dizer os conteúdos matemáticos envolvidos no problema, como disseram ter dificuldades, isso mostra que eles não têm domínio dos conhecimentos semânticos. No que concerne à etapa de aplicação à realidade, essa percepção já era esperada, pois os grupos não conseguiram expor como o resultado numérico impacta na realidade, o que representa na realidade.

Assim sendo, ao tratar das dificuldades em identificar os conteúdos matemáticos em cada problema, foi reafirmado, por 8 estudantes que tiveram e 5 que não tiveram. Em relação aos problemas que apresentaram mais dificuldades, o problema 4 recebeu

8 votos, isso implica dizer que por ele ser uma questão maior e precisar de uma interpretação mais aguçada, os estudantes não estavam entendendo o que precisava fazer. Sobre as dificuldades em algum dos conteúdos matemáticos aplicados, os estudantes destacaram apenas o cálculo de porcentagem.

5.3.3 Jogo de tabuleiro

Após a tarefa de ambientação, que permitiu que os estudantes se familiarizassem com o que seria tratado de maneira global na aplicação das tarefas da Sequência Didática, foi aplicado um jogo para saber sobre o que os estudantes conheciam da Matemática Financeira: os tipos de juros, as variáveis envolvidas no cálculo de juros, o que é montante, as fórmulas matemáticas para o cálculo de juros simples e compostos, entre outros.

Durante a aplicação da Sequência Didática, na medida em que os estudantes apresentavam dificuldades sobre os conteúdos envolvidos, ocorreu a retomada deles. O jogo aplicado foi nomeado por Tabuleiro de Estudos com a utilização da resolução de situações-problema. Para o desenvolvimento desta tarefa, foi preciso, mais uma vez negociação do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008), sendo colocado pelo professor que os estudantes se dividiriam em dois grupos, um grupo para cada tabuleiro. Nesse momento da aula, alguns estudantes justificaram que precisariam se ausentar, ficando 11 estudantes na aula, a ausência foi dos estudantes 1 e 4.

Para dar embasamento ao jogo, utilizamos uma segunda situação norteadora, que tratava da liberação de empréstimos pelo Caixa Tem, aplicativo utilizado durante o período emergencial derivado da Covid-19 para o recebimento do Auxílio Emergencial disponibilizado pelo Governo Federal. Vejamos no quadro abaixo a situação norteadora:

Quadro 27: Situação norteadora para o segundo momento da aula 1

Caixa Tem libera empréstimos de até R\$ 1.000

O Caixa Tem está liberando empréstimos de até R\$ 1.000,00 para as pessoas que estão negativadas. De acordo com a Caixa Econômica Federal, as parcelas de pagamento podem ser parceladas em 18 a 24 vezes. Já as taxas de juros ao mês são de 3,99%.

Crédito Caixa Tem

É um empréstimo destinado aos clientes da Caixa, nos valores entre R\$ 300 e R\$ 1.000 e com prazo para pagamento de até 24 meses, disponível para contratação direto pelo aplicativo Caixa Tem, com jornada 100% digital e simples.

Quem pode solicitar?

Segundo o banco, vão poder solicitar o empréstimo, os clientes da Caixa, a partir da liberação para solicitação e atualização cadastral, que ocorrerá nos períodos indicados no calendário de abertura escalonada.

Só terá direito ao empréstimo quem for aprovado pela análise de crédito realizada pela a instituição, automaticamente pelo Caixa Tem. Depois da atualização cadastral e ter o limite disponível para contrastar. Quem tiver restrição em órgãos de proteção ao crédito como SPC/Serasa, não poderá solicitar o crédito.

Para quem ainda não é cliente Caixa Tem vai poder abrir sua conta Poupança+, conforme calendário específico, a partir do dia 8 de novembro de 2021.

Quais são os tipos de empréstimos liberados pelo o aplicativo?

O aplicativo oferece duas modalidades de empréstimos, que podem ser solicitadas automaticamente pelo Caixa Tem.

Crédito Caixa Tem pessoal: o cliente poderá utilizar para cobrir despesas gerais e pagamentos de contas, pois esse empréstimo é de livre destinação.

Crédito Caixa Tem para seu negócio: crédito produtivo orientado para despesas com fornecedores, salário de ajudantes/funcionários, contas de água, luz e aluguel, compra de matérias-primas e mercadorias para revenda, entre outros.

Fonte: Wrigt (2021)

A partir dessa situação norteadora, diferente do que aconteceu na tarefa de ambientação, os estudantes realizaram a leitura do material e notamos que já discutiam ideias acerca do tema tratado, no caso o empréstimo. Observemos a transcrição da discussão feita pelos estudantes:

Quadro 28: Recorte da transcrição da discussão dos estudantes sobre a segunda situação norteadora da aula 1

Estudante 7 – Minha mãe disse que se estiver negativado não pode pegar empréstimo.

Estudante 13 – Mas o Caixa Tem liberou.

Estudante 7 – Sem noção pegar um empréstimo para pagar uma dívida.

Estudante 3 – Melhor pegar com um agiota para não pagar juros.

Estudante 13 – Se pegar com um agiota pode pagar com a vida.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Acerca do que foi pontuado pelos estudantes, como aconteceu em uma mesma aula o tratamento de duas situações norteadoras, nesta não foi preciso a intervenção do professor para que os estudantes iniciassem a discussão do que estava sendo tratado. Para essa situação, em específico, não utilizamos a criação de perguntas pelos estudantes a partir da situação norteadora, uma vez que pensamos ficar cansativo para eles pois já haviam feito isso com a situação norteadora da tarefa de ambientação. Consideramos essa situação norteadora importante para o desenvolvimento do jogo,

pois a partir dela fizemos perguntas sobre vantagens e desvantagens nos empréstimos, os juros geralmente utilizados nos empréstimos e porcentagem.

Com isso, a partir do que foi salientado pelos estudantes a partir da situação norteadora, notamos uma *análise reflexiva e crítica* sobre o que está sendo tratado e que isso só foi possível por tratar de algo que os estudantes apresentam uma certa familiaridade (BERBEL, 2012). Percebemos também o tratamento pelos estudantes de conhecimentos que eles já possuem das suas vidas, salientamos o fato de o estudante citar que a mãe falou que quem está negativado não pode fazer empréstimo, não dedicando atenção que a notícia mostrava que os negativados também poderiam solicitar no caso específico liberado pelo aplicativo. Em contrapartida, outro estudante destacou que na situação norteadora foi abordado que podia fazer a solicitação. Sobre a situação norteadora, esta não apresenta apenas um fim didático, mas um caráter informacional, sendo possível a partir dela leitura, interpretação, análise e reflexão.

Assim, tratando do jogo em si, as suas regras eram claras, esclarecendo que seria escolhido pelos jogadores quem iniciaria a partida, também podendo utilizar o dado para ver quem começaria a partida. Na medida em que o estudante lançava os dados e chegava ao comando do tabuleiro, ele escolhia um cartão de pergunta e um outro faria a pergunta se acertasse ou errasse seguiria o comando. Cabe destacar que cada jogador tinha uma única chance de jogar, acertando ou errando ele seguiria o comando, e que a vez era do próximo jogador; a cada ciclo concluído tudo se iniciaria com o lançamento do dado, escolha do cartão, solução oral e comando do tabuleiro.

Sobre as questões do jogo, já esboçamos em tópico anterior, que tratavam da inflação, dos tipos de juros, das fórmulas de juros, das variáveis envolvidas no cálculo de juros, sobre que são juros, entre outras situações. Optamos por não mostrar aqui as perguntas novamente, pois já foram mostradas. Os estudantes ficaram divididos em quatro grupos, sendo que foram utilizados dois tabuleiros. Observemos na figura abaixo os estudantes no desenvolvimento do jogo:

Figura 108: Estudantes no desenvolvimento do jogo de tabuleiro



Fonte: Material da pesquisa (2022)

A respeito do envolvimento no jogo, os estudantes estavam bem atentos e curiosos. Não foi apresentado durante o jogo transgressão do Contrato Didático, todos os estudantes participaram. Entretanto, embora tenha acontecido a participação de todos, ficaram evidentes as dificuldades em vários fatores, a saber: a estudante 12 não sabia o que era montante; o estudante 11 não conseguiu calcular mentalmente uma porcentagem simples, no caso quanto por cento R\$ 300,00 representava de R\$ 1.000,00; de um modo geral tinham dificuldades para justificar as suas respostas; não sabiam o que era juros compostos (mais a frente, notaremos que isso teve interferência na resolução de alguns problemas); quando se tratava de uma pergunta maior, era necessária a repetição da leitura pelo colega e os estudantes também mostraram resistência para esse tipo de pergunta.

Além disso, cabe mencionar que as perguntas se repetiam, no entanto, os estudantes mesmo notando esse fator, não utilizaram como estratégia para melhorar os seus argumentos e tentar montar uma resposta para a questão que havia errado primeiramente. A aplicação do jogo permitiu uma visão do que seria preciso a intervenção do professor em momento futuros, como vocês verão em tópico seguintes, no cálculo de juros compostos.

É relevante mencionar, que logo após a aplicação do Questionário a Priori, como foi salientado, percebendo que os estudantes tinham dificuldades no cálculo de porcentagem de acordo com as suas respostas, houve a intervenção do professor

explicando de qual maneira poderiam fazer os cálculos. No que se trata dos Juros Simples e Compostos, também ocorreram intervenções do professor no desenvolvimento das aulas, na medida em que os estudantes apresentavam dificuldades.

À vista disso, é importante salientar que não aplicamos o jogo antes da tarefa de ambientação, porque tratamos de problemas mais simples na tarefa de ambientação e eles precisavam desse primeiro contato com o Arco de Maguerez, instrumento que foi muito utilizado nas demais aulas. Também pode ser observado que na tarefa de ambientação, não tratamos de questões mais complexas referentes à Matemática Financeira, por exemplo, o cálculo de Juros Compostos.

Ademais, no jogo de tabuleiro, optamos por não solicitar o preenchimento do Arco pelos estudantes, uma vez que isso já tinha acontecido em quatro problemas na tarefa de ambientação e que as perguntas dos cartões tinham vieses diferentes, algumas bastantes objetivas - que são juros, capital e montante – e que algumas etapas do Arco não seriam contempladas, a exemplo a de hipóteses de solução.

5.3.4 Autoavaliação do jogo

Como já exposto foram utilizados dois tipos de autoavaliação em cada aula, entretanto, como a primeira aula foi dividida em dois momentos diferentes, a tarefa de ambientação precisou de uma autoavaliação, o jogo uma outra e a autoavaliação dos aspectos gerais da aula, totalizando, assim, três autoavaliações para essa primeira aula.

Na autoavaliação a respeito do jogo, consideramos apenas três perguntas: a dificuldade de identificação dos conteúdos matemáticos no jogo; a percepção do jogo; dificuldades em algum dos conteúdos matemáticos contemplados no jogo. Como nesse segundo momento da aula tínhamos 11 estudantes, 9 deles destacaram dificuldades parciais em identificar os conteúdos matemáticos dos jogos e 2 deles apresentaram não ter dificuldades. Pontuamos que isso foi algo melhorado durante o desenvolvimento das tarefas e que contribuiu para o desenvolvimento dos conhecimentos linguísticos e semânticos (MAYER, 1992).

Na percepção do jogo, 2 estudantes mencionaram que o jogo é difícil, 1 estudante que o jogo é fácil e 8 estudantes que o jogo é mediano, destacando que exigia que eles pensassem e por isso se tornou difícil, isto é, eles demonstram desinteresse por coisas que os façam pensar, mas vimos que isso também foi melhorado.

Sobre as dificuldades nos conteúdos matemáticos presentes no jogo, destacaram porcentagem, as variáveis envolvidas no cálculo de juros simples e compostos e dificuldade na compreensão das questões perguntadas por outros colegas. Esse contato dos estudantes com o jogo e suas percepções, permitiu uma visão do pesquisador a respeito de quais momentos seria necessária sua intervenção e a sua mediação.

5.3.5 Autoavaliação dos aspectos gerais da aula

Agora iremos tratar das percepções gerais da aula. Como mencionado a aula 1 começou com 13 estudantes no primeiro momento, entretanto, no segundo momento tivemos 11 estudantes, visto que alguns precisaram se ausentar. Assim, para ter uma visão geral das percepções dos alunos, a autoavaliação 2 foi aplicada para os estudantes que estavam no segundo momento da aula e aqueles que não estavam presentes responderam posteriormente. Comum a todas as aulas, a autoavaliação 2 continha 11 questões, que tratavam desde a aprendizagem dos estudantes, a linguagem dos problemas, a mediação do professor, a utilização do Arco, entre outras.

Desse modo, ao tratar sobre o desenvolvimento na aula e na resolução dos problemas das tarefas propostas, 12 estudantes destacaram que ocorreram dificuldades, mas que foram sanadas e 1 estudante que não houve dificuldades. Os estudantes apresentaram consciência em relação ao primeiro contato com as abordagens utilizadas, mas que contribuiu para que eles conseguissem realizar as suas tarefas.

A respeito da compreensão dos conteúdos abordados em aula, 9 estudantes mencionaram dificuldades, mas que foram sanadas diante da intervenção do professor explicando como poderiam realizar algumas operações, entre elas, o cálculo de porcentagem que foi uma dificuldade expressa desde o Questionário a Priori; e 4 que não apresentaram dificuldades. Sobre o aprendizado na aula, todos aludiram ter

aprendido, sendo divididos em razoavelmente e bastante, sobre isso destacamos que essa percepção dos estudantes se deu ao fato de terem apresentado dificuldades em alguns momentos e que com a ajuda dos colegas e a mediação do professor contribuiu para a compreensão dos conteúdos que dizem respeito a Matemática Financeira e a sua aplicabilidade cotidiana.

No que tange aos problemas, 8 estudantes expuseram que o nível estava adequado e 5 estudantes que estava mediano. A respeito dos problemas mencionamos a nossa preocupação em levar situações considerando o grau de instrução do grupo e como o professor fazia parte daquela cultura, foi determinante para isso. No que concerne à linguagem utilizada nos problemas, 10 estudantes afirmaram ter dificuldades, mas depois a compreender e 3 estudantes que não tiveram dificuldades. A linguagem é algo essencial no tratamento dos problemas, pois se estiver muito distante do entendimento dos estudantes, interfere na resolução dos problemas e no seu ponto de vista sobre eles.

Na utilização do Arco de Magueres, 2 estudantes mencionaram ter dificuldades para seguir e preencher, 4 estudantes que não sentiram dificuldades para seguir e preencher, 4 estudantes que apresentaram dificuldades para seguir, mas não para preencher, 3 estudantes que apresentaram dificuldades só para preencher. Cabe destacar que sobre esse ponto, foi observado que os estudantes não estavam seguindo o Arco para resolver os problemas, mas que faziam o seu preenchimento só após a resolução dos problemas o que pode ter desencadeado essas percepções. Sobre a resolução dos problemas, 4 estudantes esboçaram sentir dificuldades nas operações necessárias e o restante que não apresentou. Cabe salientar que as operações são de extrema importância na resolução dos problemas, necessitando de articulação por parte dos resolvidores.

Sobre a comunicação entre o professor e os colegas, todos expuseram que conseguiram pensar de maneira crítica e expor as suas ideias, isso ficou bem evidente durante o tratamento das situações norteadoras e a resolução dos problemas. Todos os estudantes consideraram a aula como satisfatória, ao tratar da maneira como o professor conduziu a aula, fazendo a mediação e questionamentos. Sobre isso, é importante salientar que o professor precisa assumir o seu papel como mediador e

organizador das situações de ensino e aprendizagem, mas não como alguém que facilita as tarefas dos estudantes.

No que concerne ao desempenho dos estudantes na aula, 3 estudantes pontuaram que foi excelente, que realizaram as tarefas e acertaram a resolução dos problemas; 5 estudantes consideraram a aula ótima, que apresentaram dificuldades, mas que conseguiram resolver os problemas e acertar; 5 estudantes apontaram que a aula foi boa, realizaram as tarefas propostas, com bastante dificuldades, mas que conseguiram acertar a maioria dos problemas. As percepções sobre a aula são bastante positivas e isso faz-nos pensar sobre a diversificação de abordagens para o trabalho com os conteúdos.

Nas considerações sobre a aula e o que os estudantes mais gostaram os pontos destacados foram: o gostar da interação entre professores e colegas; a aula objetiva e de grande aprendizado; o gostar dos temas abordados; o precisar do conhecimento construído; o gostar de saber dos fatos da realidade; o quanto foi gratificante ouvir as ideias e opiniões dos colegas. Assim, com essas percepções percebemos a importância de problematizar a realidade (BERBEL, 2012) e considerar o contexto dos estudantes para a aplicação do conhecimento matemático.

Abordar sobre conteúdos matemáticos e a resolução de problemas com a utilização do Arco de Maguerez permite aos estudantes uma outra visão sobre a Matemática e a sua funcionalidade na vida de um modo geral e não podemos considerar a escola como um espaço à parte da vida social dos envolvidos, mas que é preciso essa articulação entre espaço escolar e o que se vive para que seja feita explorações e sistematizações a respeito do que é estudado (ALVARENGA; VALE, 2007).

Ademais, consideramos que as elucidações a respeito da aula 1 são suficientes para o estudo e que a seguir trataremos da aula 2.

5.4 Resultados e discussões da aula 2

Na aula 2, com o intuito de recordar o que foi abordado na aula 1, o professor iniciou questionando sobre as situações norteadoras discutidas, utilizando para isso a

pergunta do tipo de *inquirição* (MENEZES, 1995), dado que buscou obter mais informações dos estudantes. Observemos a transcrição desse momento inicial:

Quadro 29: Recorte da transcrição do momento inicial da aula 2

Professor – Estudantes, lembram sobre o que tratamos na aula anterior? Estudante 3 – A aula da compra do celular, professor? Estudante – Sim, o que investigamos na aula? Estudante 2 – Teve o problema do parcelamento, como era mais vantajoso fazer a compra...

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Esse momento inicial reflete sobre a articulação entre as aulas e o aprendizado a curto e longo tempo, e que a mediação do professor contribui para a construção de novos conhecimentos (MASETTO, 2000). Percebe-se que diante das falas dos estudantes, o foco ficou na situação norteadora inicial, a da tarefa de ambientação, e isso pode ser derivado da quantidade de problemas trabalhados, ou seja, o tempo dedicado para o tratamento da situação. Destacamos que no momento o professor contribuiu para o pensar dos estudantes e a busca por conhecimentos construídos que vão além de um resultado numérico, perfazendo a leitura, interpretação, análise, resultados, discussão e reflexão sobre as situações investigadas.

Assim sendo, as ações do professor e dos estudantes evidenciam as *regras implícitas* do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1989), derivadas por meio de perguntas e respostas, na qual as funções de cada integrante da situação didática ficaram em evidência: o professor questiona, busca informações dos alunos; os alunos, respondem e esboçam o que guardaram daquela aula. Destacamos sobre isso, o que foi pontuado por Pais (2002), que o Contrato Didático se configura como as obrigações imediatas e recíprocas que são estabelecidas entre professor e aluno.

Nesse sentido, agora tratando da organização para a aula 2 em si, foi iniciada a *negociação* do Contrato Didático, observemos a transcrição desse momento:

Quadro 30: Recorte da transcrição do momento de negociação da aula 2

Professor – Estudantes, para a aula de hoje, novamente vocês se organizarão em grupos. Estudante 7 – É obrigatório ser o mesmo da aula anterior? Professor – Vocês que decidem. Professor – Será entregue uma situação norteadora, espaço para perguntas, resolução e o Arco de Maguerez para preenchimento.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Sobre esse momento, ficaram em evidência as *regras explícitas* do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008): tarefas em grupo e organização da tarefa. A respeito das falas dos estudantes, apesar da formação dos grupos anteriores terem contribuído para a resolução dos problemas, observa-se que os estudantes tinham um bom relacionamento com os demais colegas e que eles estavam livres para a maneira como se organizariam, e que essa organização pode propiciar a descoberta de novos conhecimentos (MARTINHO, 2007). Com isso, destacamos que nessa aula, 12 estudantes estavam presentes e que a estudante 7 justificou suas faltas. Para mais, os grupos foram organizados da seguinte maneira: grupo 1 – Estudantes 1, 3, 4 e 12; grupo 2 – Estudantes 2, 5, 6 e 13; grupo 3 – Estudantes 8, 9, 10 e 11.

Observemos no quadro a seguir a situação norteadora da aula 2:

Quadro 31: Situação norteadora da aula 2

Inflação rompe teto e é a maior em seis anos



Arte: CB

A inflação terminou 2021 com variação acima de 10% pela primeira vez desde 2015, corroendo a renda e o poder de compra da população. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), subiu 0,73% em dezembro, acima das estimativas do mercado, resultando em uma variação de 10,06% no acumulado do ano. Isso significa que, em cada R\$ 1 mil de salário do trabalhador, R\$ 100 foram engolidos pelo dragão da inflação ao longo de 2021.

Todos os nove grupos pesquisados pelo IBGE registraram aumento de preços, com destaque para o de transportes, que acumulou alta de 21,03% no ano e foi responsável por 41,2% da variação do IPCA. A gasolina e o etanol tiveram altas de 47,49% e de 62,23%, respectivamente.

A variação anual do indicador superou a taxa de 4,52% de 2020 e o teto da meta de inflação de 2021, de 5,25%. Outro vilão foi a energia elétrica residencial, que acumulou elevação de 21,21%, por conta da estiagem e do uso das usinas térmicas. "Boa parte dessa alta do IPCA foi explicada pelos aumentos dos preços da energia elétrica e dos combustíveis. Eles responderam por cerca de 50% da inflação acumulada no índice no ano passado", explicou André Braz, coordenador dos Índices de Preços do Instituto Brasileiro de Economia da Fundação Getúlio Vargas (FGV Ibre).

Na avaliação de Braz, a desvalorização do real perante o dólar, de 7%, também teve impacto na inflação, assim como os problemas na safra devido à crise hídrica. Ele ressaltou que a quebra da safra da cana de açúcar ajudou os preços do açúcar e do etanol subirem. O café moído, por conta das geadas em julho, registrou alta de 50,24%, em 2021.

Fonte: Hessel (2022)

Sobre a situação, ela trata da inflação e os estudantes a partir dela teriam que criar perguntas/questionamentos. Sobre o primeiro contato com a situação, como os estudantes já estavam habituados com o tipo de tarefa, já que aconteceu o momento de ambientação na aula 1, começaram a discutir sobre as perguntas que poderiam ser criadas, apresentando cada um os seus pontos de vista sobre o tema (SILVA; FEIL, 2020). Assim sendo, notamos que após o comando inicial e a entrega do material eles estavam lendo a situação e que diferente da primeira aula não esperaram um comando/explicação para iniciar as suas tarefas, o que caracteriza um avanço em relação à aula 1 e que os hábitos dos alunos podem ser mudados considerando um processo de tarefas nas quais estão inseridos. Vejamos na figura seguinte os grupos no momento de leitura da aula 2:

Figura 109: Momento de leitura da situação norteadora da aula 2



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Com intuito de contribuir com esse momento de leitura, análise e reflexão, o professor buscou instigá-los por meio de questionamentos. Observemos a transcrição do questionamento feito pelo professor:

Quadro 32: Recorte da transcrição do questionamento feito pelo professor no primeiro contato dos estudantes com a situação norteadora da aula 2

Professor – O que entenderam da notícia?

Grupo 2

Estudante 6 – Que o custo das coisas hoje está mais caro que antes...

Estudante 2 – E a gasolina que teve um aumento grande, poderia ser utilizado carros movidos a energia, eu vi que já existem, daí economizaria.

Estudante 12 – Mas tem que pensar no preço da energia, porque se os carros forem recarregados à bateria, vai aumentar o preço e também tem a questão dos reservatórios de água.

Estudante 2 – Mas se for utilizado a energia solar?

Grupo 3
Estudante 9 – Essa inflação aumenta tudo, o arroz, o óleo quase 10 conto.
Grupo 1
Estudante 3 – A cada dia as coisas mais caras, agora a gente consegue entender como funciona.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Sobre esse primeiro momento, considerando que perguntar é algo essencial para que os estudantes exponham suas visões sobre o que está sendo tratado, pontuamos que a ação comunicativa exige a partilha de reflexões e que cada sujeito pode ser o responsável pela construção da sua aprendizagem baseado em atos comunicacionais (SILVA; GASPARIN, 2006).

Percebemos que os grupos não apresentaram resistência em responder os questionamentos, uma vez que estavam mais habituados com a dinâmica das tarefas. Chamamos uma atenção especial para o grupo 2, que discutiu diferentes pontos de vista sobre o tema (SILVA; FEIL, 2020), tratando da gasolina, tipos de energia, desperdício e gastos. Podemos também dizer que diante dos posicionamentos do grupo 2, eles estavam procurando respostas para as suas próprias perguntas e que buscaram justificativas com o intuito de transformar a sociedade (BERBEL, 2012).

Para mais, esse questionamento inicial contribuiu para a permanência do Contrato Didático *negociado*, não sendo apresentado nenhum *ruptura* (BROUSSEAU, 1986) e que essa discussão vai contra o *efeito do Contrato Didático* chamado de Jourdain, no qual se evita debate de conhecimentos. Assim, os estudantes seguiram para a elaboração de suas perguntas que consideraram a situação norteadora, vejamos na figura abaixo as perguntas expostas pelos grupos:

Figura 110: Perguntas/questionamentos elaboradas a partir da situação norteadora da aula 2

GRUPO 1

Pergunta 1: Por que mesmo o país se desenvolvendo a inflação ou aumento dos produtos não cresce?

Pergunta 2: O que podemos fazer para que a inflação diminua?

Pergunta 3: Como a inflação dos produtos pode afetar esses estudantes? Prejudica ou melhora?

GRUPO 2

Pergunta 1: Se caso as pessoas tiverem essas condições e preferirem comprar um carro elétrico o preço da gasolina diminuiria?

Pergunta 2: Por que o Real está sendo tão desvalorizado hoje em dia e dando mais valor ao dólar?

Pergunta 3: Como ficaria o valor da energia se fossem utilizados somente carros elétricos?

GRUPO 3

Pergunta 1: Qual foi porcentagem da alta do transporte?

Pergunta 2: Quantos grupos de pesquisadores pelo IBGE registraram o aumento dos preços?

Pergunta 3: Quanto e em qual ano o café moído teve aumento?

Fonte: Material da pesquisa (2022)

A respeito das perguntas criadas pelos grupos, o grupo 1 e o 2 apresentam maior *adequação* em relação ao que está sendo abordado na situação norteadora, entretanto, não consideramos que as perguntas do grupo 3 não se adequem à situação, mas que os integrantes do grupo apresentam uma certa dificuldade na articulação de ideias.

A respeito do grupo 2, nota-se que o que foi discutido quando o professor questionou a respeito do que tratava a situação norteadora ficou ainda mais em evidência e que o *relacionamento interpessoal*, em que os diversos estudantes do grupo expuseram o seu pensamento de maneira oralizada(visto em quadro anterior), serviu para que eles chegassem a um consenso do que adicionar como perguntas (HABERMAS, 1988). Na exposição sobre o carro elétrico pelo grupo 2, eles não consideraram apenas os gastos com a gasolina que seriam evitados, mas que esse tipo de automóvel pode ter um custo maior e que nem todos podem ter condições de possuírem e sobre isso destacamos a Educação como um lugar de formação de sujeitos críticos (BORDENAVE; PEREIRA, 2015).

Por esse viés, baseado nessa situação norteadora, dois problemas foram entregues para os grupos, para que assim os analisassem, refletissem e encontrassem suas soluções. Vejamos o problema 1 na figura abaixo:

Figura 111: Problema matemático 1 da aula 2

1. Nos postos de gasolina do Agreste Meridional de Pernambuco, no início de 2021 a gasolina custava, em média, R\$ 4,20, chegando no final do ano, em média, a R\$ 6,30. Diante da notícia, sabe-se que esse produto sofreu um grande acréscimo no ano em questão, o que impactou, sobremaneira, para que a inflação terminasse o ano com variação acima de 10%. É sabido que o aumento nesse produto interfere na vida do cidadão Pernambuco e, principalmente, em suas finanças. Considerando isso, Paulo que é Fiscal de Obras e trabalha em uma cidade vizinha de onde mora com salário de R\$ 1.200,00, gasta, em média, 100 litros de gasolina mensal para ir trabalhar usando sua motocicleta. Quantos por cento representa o seu gasto de combustível no seu salário no início 2021? E no final de 2021? O aumento da inflação representa desconforto para o trabalhador?

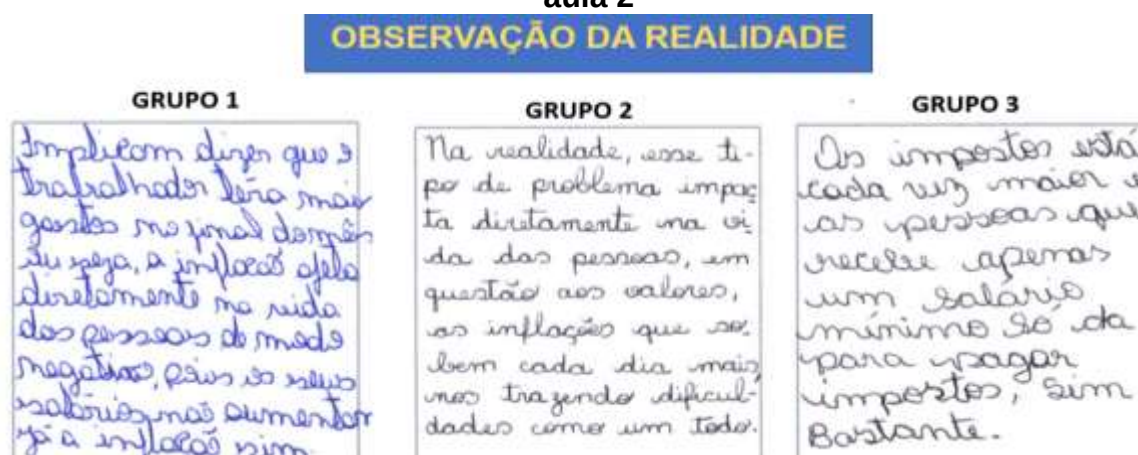
Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A respeito do problema 1, tratamos ele como problema de aplicação, uma vez que requer análise, recolhimento de dados e tomadas de decisão em busca da solução(CHARLES; LESTER, 1986). Com isso, tratando-se da resolução do problema em si, diferente da aula 1 na qual os alunos primeiramente responderam os problemas para depois preencherem as etapas do Arco de Magueres, notamos que os estudantes

estavam realizando suas tarefas seguindo as etapas do Arco e que isso muda o modo como vamos expor aqui as suas análises, isto é, na aula anterior primeiramente expomos a resolução do problema para depois tratar das etapas do arco e nesta iremos tratar das duas em conjunto.

Vale salientar que isso não foi uma regra criada pelo professor, mas que os alunos notaram que o Arco de Maguerez pode ser usado como guia para a resolução. Além disso, ainda pontuamos que o intuito do Arco de Maguerez não foi facilitar as resoluções pelos estudantes, pois isso configuraria um *efeito do Contrato Didático* (BROUSSEAU, 1986), dado que alguns efeitos do Contrato Didático são vistos quando o professor tende a facilitar a tarefa dos estudantes ou os direciona para a resposta de um problema proposto, sem deixá-los agir de maneira ativa; mas, que eles poderiam ter uma compreensão maior do que estava sendo tratado, visto o cenário abordado em cada questão. Assim, vejamos o que foi apresentado pelos grupos nas etapas do arco na figura a seguir:

Figura 112: Primeira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2



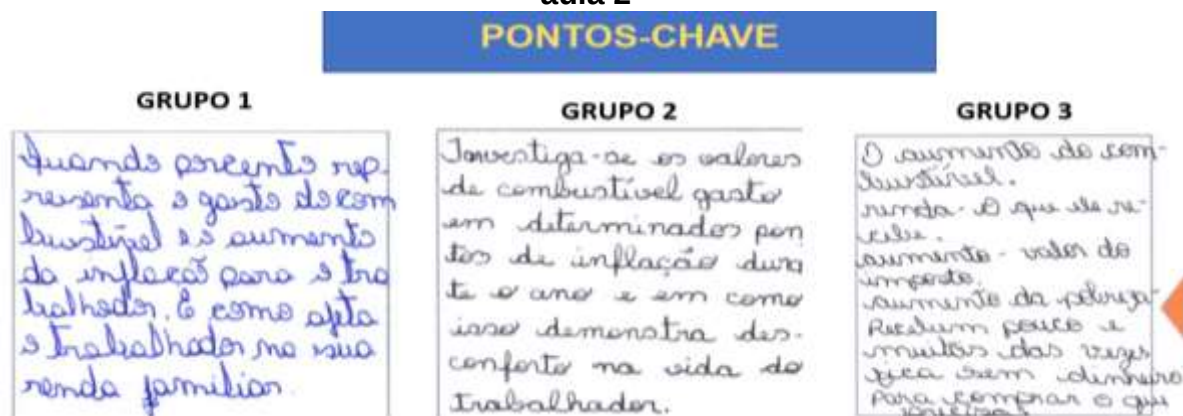
Fonte: Material da pesquisa (2022)

A respeito da etapa inicial, pontuamos que o seu tratamento a respeito da coleta das informações e *análise crítica* da realidade, pode interferir de maneira positiva na segunda etapa e consequentemente na compreensão/representação do problema matemático (PROENÇA, 2018), pois como afirma Berbel (2012) esse será o momento de apropriação de informações.

Ao observar o que os estudantes pontuaram, chama-nos a atenção para os grupos 1 e 2, pois enfatizaram que o aumento da inflação reflete de maneira direta na vida das pessoas. A partir disso, mesmo o problema trazendo uma questão sobre a gasolina, os alunos podem considerar outros produtos para exporem essas ideias. O grupo 3, abordou a questão dos impostos e que quem recebe um salário mínimo vive para pagá-los, isso mostra que os estudantes têm consciência que um salário mínimo é pouco para viver nos dias atuais. Essas ponderações refletem sobre a ligação entre a realidade e a sala de aula através da Resolução de Problemas (ALVARENGA; VALE, 2007) e que por meio dessas observações dos alunos podemos considerar a tarefa/questão com um alto grau de realidade, sendo uma tarefa autêntica da Resolução de Problemas (CHAMBERLIM, 2010).

Vejamos o que foi apresentado na etapa dos pontos-chave na figura a seguir:

Figura 113: Segunda etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2



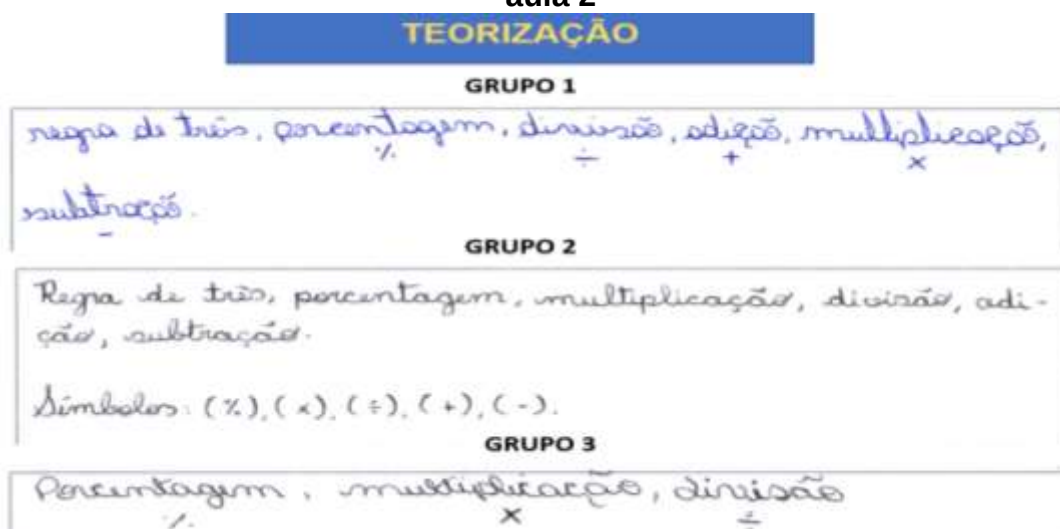
Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa 2, quando se trata do que está sendo investigado, todos os grupos apontaram de maneira correta sobre o que se tratava, no entanto, apenas o grupo 3 deixou em evidência os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema. Cabe salientar que os demais também mencionaram, entretanto, no decorrer da exposição do que estava sendo investigado no problema, não especificaram o que cada conceito trata. Ainda sobre o grupo 3, eles mencionam que o aumento da inflação reflete no aumento da pobreza, uma vez que quem vive com um salário mínimo não compra o que precisa por falta de dinheiro.

Nesse momento de compreensão/representação do problema, o professor sempre buscou questionar se os grupos possuíam dúvidas. Assim sendo, mencionamos que o enunciado possui termos matemáticos e não matemáticos que foram entendidos pelos estudantes e que os *conhecimentos linguísticos e semânticos* dos estudantes foram fatores determinantes para isso (MAYER, 1992) e o fato deles quererem resolver a situação também contribuiu, não sendo visto uma dificuldade na etapa de representação. Podemos tratar ainda que o problema em discussão estava compreensível para todos, ao considerar a Teoria do Discurso Pedagógico (BERNSTEIN, 1996), que retrata da *adequação as situações de ensino e aprendizagem para a maioria dos estudantes*.

Vejamos na figura a seguir o que foi preenchido na etapa de teorização:

Figura 114: Terceira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2



Fonte: Material da pesquisa (2022)

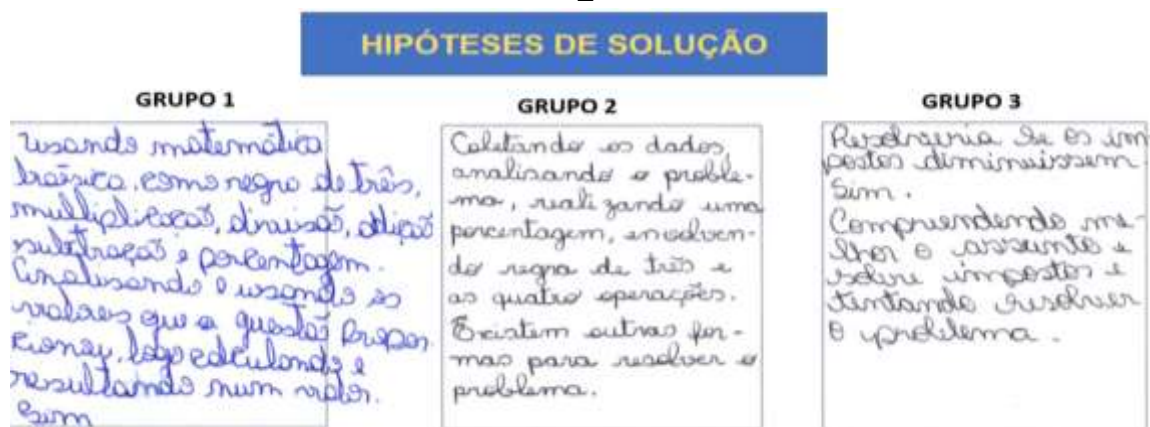
Na etapa de Teorização, em que tratamos do conteúdo matemático presente no problema, suas propriedades e símbolos, os estudantes destacam regra de três, isso pode configurar que entendem ela como conteúdo matemático e não como uma estratégia para a solução de problemas. No entanto, através dessa exposição podemos dizer que os estudantes trabalharam com variação de grandezas. Para mais, mencionaram porcentagem e as operações matemáticas básicas. Diante disso, pontuamos que os grupos apresentaram dificuldades em exporem os *conhecimentos*

esquemáticos, uma vez que não trataram da variação de grandezas, sempre colocando como regra de três.

A respeito dos símbolos matemáticos, consideramos um avanço todos os grupos exporem o símbolo de porcentagem e das operações matemáticas, algo não visto em todos os grupos na aula anterior, o que pode ser derivado da mudança na composição dos grupos, do *relacionamento interpessoal* e da ação comunicativa entre outros pares (HABERMAS, 1988).

Na figura a seguir esboçamos o que foi preenchido na etapa de Hipóteses de Solução:

Figura 115: Quarta etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa de hipóteses de solução, que trata da maneira que pode se resolver o problema, os grupos 1 e 2 mencionaram as estratégias que podem ser utilizadas – regra de três, porcentagem, divisão, multiplicação -, no entanto, o grupo 3 pode não ter entendido o solicitado, o que fez com que, o professor intervisse com um questionamento utilizando a pergunta do tipo *meta*, pela qual solicitou que os estudantes explicassem melhor a maneira que resolveram o problema, sendo respondido pelo Estudante 9 “foi assim que a gente fez” e releu o que tinha escrito.

Sobre essa ação, como foi algo que já havia sido trabalhado na aula anterior, o professor não esperava que isso aconteceria, sendo visto como uma *ruptura* do Contrato Didático (1986) e uma *renegociação* por meio do questionamento. Podemos destacar também que o grupo 3 apresenta dificuldades para descrever o conhecimento

estratégico. Nessa etapa, cabe-nos mostrar a solução entregue pelos grupos, pois assim será pertinente analisar se as estratégias ditas por eles foram utilizadas. Vejamos a figura abaixo com as resoluções dos problemas:

Figura 116: Resolução do problema 1 da aula 2

GRUPO 1

Resolução

2021/3 2021/12
6=5,20 6=6,30

30%
P=1.200,00
300L/m

300.5,20 300.6,30
1560 1890

$$\frac{1200}{420} \times x$$

$$3200x = 4200$$

$$x = \frac{4200}{3200}$$

$$x = 1,3125$$

$$x = 35\%$$

$$\frac{1200}{630} \times 100$$

$$1200x = 63000$$

$$x = \frac{63000}{1200}$$

$$x = 52,5\%$$

início=35%
fim=52,5
Sim, por porque de pouco mais de 1
de um valor para um pouco mais
do mesmo.

GRUPO 2

Resolução

início

$$\frac{1200}{420} \times 100$$

$$1200x = 42000$$

$$x = \frac{42000}{1200}$$

$$x = 35\%$$

final

$$\frac{1200}{630} \times 100$$

$$1200x = 63000$$

$$x = \frac{63000}{1200}$$

$$x = 52,5\%$$

Sim, representa muito do conforto.

GRUPO 3

Resolução

início

$$\frac{1200}{420} \times 100$$

$$1200x = 42000$$

$$x = \frac{42000}{1200}$$

$$x = 35\%$$

final

$$\frac{1200}{630} \times 100$$

$$1200x = 63000$$

$$x = \frac{63000}{1200}$$

$$x = 52,5\%$$

O preço de venda da unidade de 2021, foi de 35%.

O preço de venda da unidade de 2021, foi de 52,5%.

Sim, porque de preço com o aumento mais de 10% de um valor mínimo.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

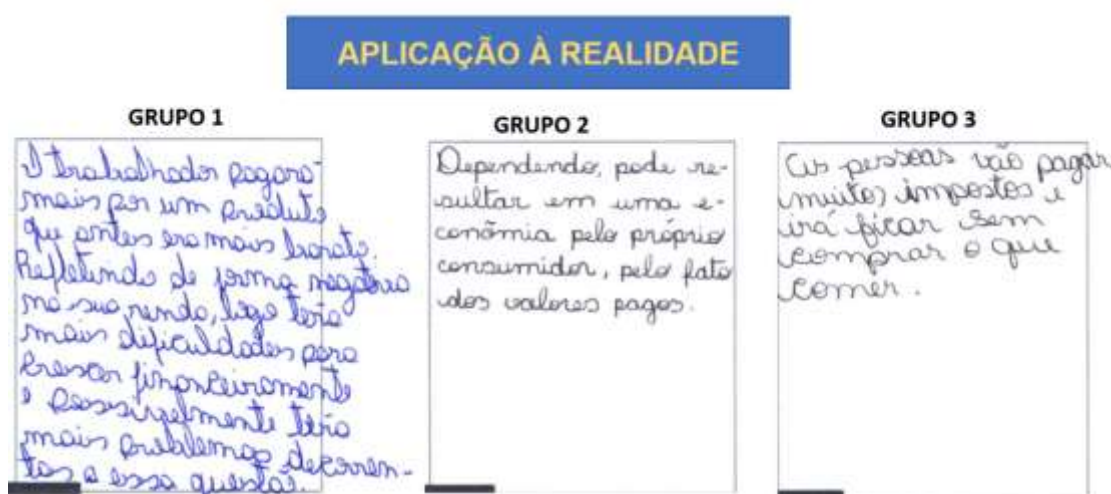
A respeito das resoluções, mesmo o grupo 3 não sabendo explicar como sucedeu sua resolução, ela está correta e com uma configuração parecida com as demais. Na resolução do grupo 1 é perceptível que os estudantes separaram as informações da questão, o que representa a organização dos dados para solução, destacando o valor da gasolina no início e no final de 2021. Os demais grupos não apresentam nos seus cálculos os valores da gasolina final e inicial, tampouco, mostraram como chegaram ao valor em dinheiro de 100 litros de gasolina, inferimos que podem ter utilizado anotações em outros materiais e que pode também ter *abreviado o raciocínio do problema* (PROENÇA, 2018). Todos os grupos expuseram a porcentagem do gasto da gasolina no início e no final do ano de 2021 pelo trabalhador, entretanto, o grupo 1 não colocou o símbolo de porcentagem.

Com isso, ainda destacamos que no problema tinha um questionamento sobre o aumento da inflação apresentar desconforto para o bolso do trabalhador e todos os grupos destacaram que sim, o que pode ser representado diante da capacidade deles para gerenciar informações (BRASIL, 1997).

Cabe salientar que o professor não disse se os resultados dos estudantes estavam errados ou certos, mas que os questionou, por meio da pergunta de *inquirição*, para obter mais informações, se eles acreditavam que o resultado estava certo, o que fez com que eles observassem os seus cálculos desde o início até à solução do problema e que essa verificação permitiu que os grupos 1 e 3 expusessem de maneira escrita (explicando) o valor da porcentagem para dos dois momentos, isso pode configurar como uma reafirmação do resultado encontrado.

Na figura abaixo tratamos do que foi preenchido na etapa de aplicação à realidade:

Figura 117: Quinta etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2

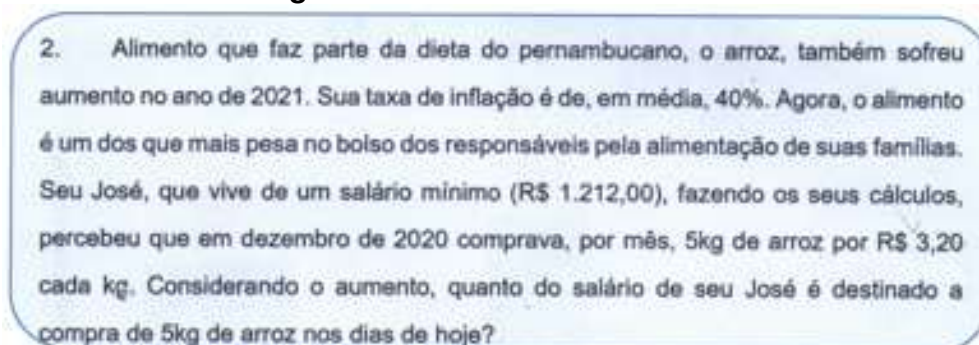


Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na última etapa do Arco de Maguerez, a respeito da implicância do resultado numérico do problema na realidade, foi destacado o crescimento financeiro pessoal prejudicado pelo alto preço das mercadorias e que, as pessoas vivendo com um salário mínimo, podem passar fome com a cobrança de impostos. Depreendemos que o problema permitiu uma *reflexão crítica* sobre a realidade, contribuindo para as habilidades de aprendizagem – criatividade, liderança, informacional (SZABO *et al.*, 2020).

Assim sendo, partimos agora para o tratamento de dados e discussão do problema 2 da aula 2. Vejamos a figura abaixo com o problema:

Figura 118: Problema 2 da aula 2



Fonte: elaborado pelo autor da dissertação (2022)

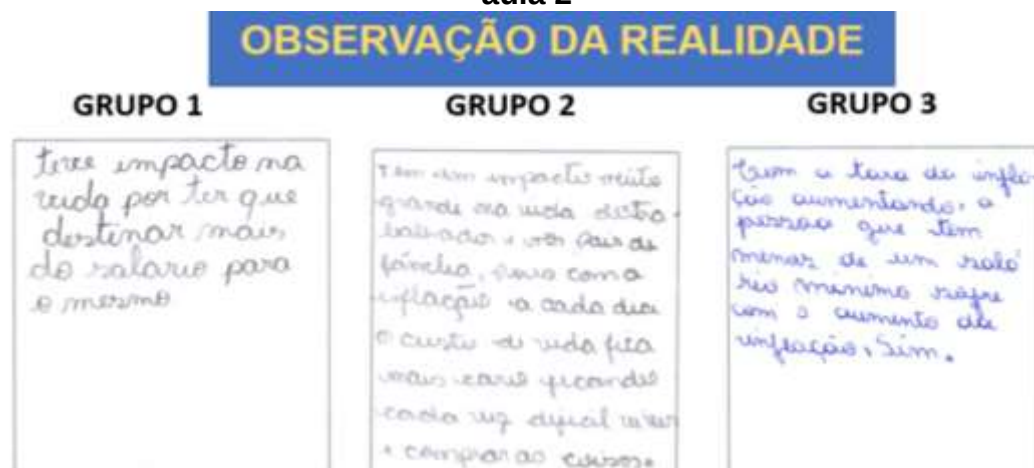
Também configuramos o problema em questão de aplicação e *puzzle*, visto que precisa de análise, recolhimento de dados, tomada de decisão. Para o problema, os estudantes seguiram as mesmas regras do anterior, preenchendo o arco na medida em que iam fazendo a leitura.

Destarte, iremos analisar as etapas do Arco, casando com a solução exposta do problema. Inicialmente, cabe-nos tratar que como os estudantes já tinham respondido o problema 1, a fala do Estudante 12 “*professor, ajude nessa*” chamou a atenção, uma vez que poderia querer a resposta pelo professor e assim configurar o *Efeito Topázio do Contrato Didático* (BROUSSEAU, 1986). Nesse momento, o professor não cedeu resposta, portanto, houve uma fuga do Efeito Topázio.

No estudo realizado por Arruda (2018) o *Efeito Topázio* foi recorrente, uma vez que o professor antecipava as respostas das questões com dicas e palavras-chave, para que assim os alunos respondessem corretamente e evitasse “fracasso”.

Observa na figura abaixo o que foi preenchido na etapa de observação da realidade do Arco:

Figura 119: Primeira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula 2



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Para iniciar, o professor questionou sobre a compreensão do problema, o que interfere nas etapas do Arco e todos os grupos expuseram que entenderam. Com isso, tratando-se da etapa um, observação da realidade, apesar do problema ser baseado na mesma situação norteadora do anterior, as percepções dos estudantes mostram o

entendimento sobre o tema abordado de um modo geral e o que está sendo tratado no problema em si. Nela também dá para notar que o *conhecimento linguístico* dos estudantes é aguçado e que eles se apropriam das informações do problema de um modo muito singular, uma vez que tecem suas reflexões sobre ele considerando o que está sendo tratado, no caso o dinheiro destinado à compra do arroz após o aumento, possibilitando uma reflexão ampla (SILVA; SIQUEIRA FILHO, 2011) e o pensamento criativo (MAHARANI, 2014).

Na figura abaixo apresentamos o que preenchido na etapa de Observação da Realidade:

Figura 120: Segunda etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula 2

OBSERVAÇÃO DA REALIDADE		
GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
tem impacto na vida por ter que destinar mais do salário para o mesmo.	Tem um impacto muito grande na vida da população, pois com a inflação a cada dia o custo de vida fica mais caro ficando cada vez difícil viver e comprar as coisas.	Com a taxa de inflação aumentando, a pessoa que tem menos de um salário mínimo sofre com o aumento da inflação. Sim.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa dos pontos-chave, os grupos mencionam o que estava sendo investigado, destacando o preço do arroz devido ao aumento da inflação. Ao tratar dos conceitos matemáticos e não matemáticos envolvidos, novamente merece destaque o grupo 3, que mencionou o aumento da pobreza e desigualdade social. Entretanto, de maneira geral todos os grupos trataram do preço. Com o grupo 1, assim como fez no problema 1, estava expondo as situações de maneira muito sucinta, o professor questionou se eles observavam algo a mais além do que está exposto, sendo mencionado pelo Estudante 1 que acham que o exposto era suficiente.

Avistemos na figura abaixo a seguir o que foi preenchido na etapa de Teorização:

Figura 121: Terceira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula 2

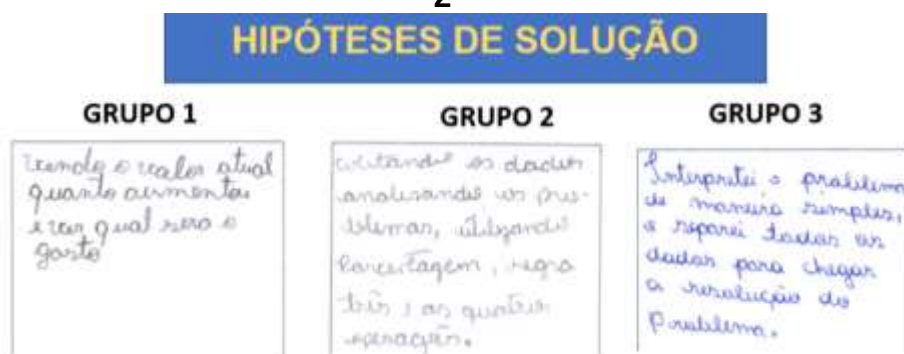


Fonte: Material da pesquisa (2022)

Sobre a etapa de teorização, todos os grupos destacam a porcentagem e as operações matemáticas básicas, entretanto, o grupo 1 não colocou os símbolos matemáticos. Cabe salientar, que o foco do problema estava no tratamento do aumento sobre o preço do arroz e na variação entre grandezas, e isso não foi salientado pelos grupos, o que pode representar uma falha dos *conhecimentos semânticos* (MAYER, 1992). Cabe salientar que os conhecimentos semânticos podem ser vistos na etapa de representação da Resolução de Problemas, assim, configuramos, mais uma vez, dificuldades dos estudantes na compreensão do problema e corroboramos com as pesquisas de Melo (2015).

Vejamos na figura a seguir o que foi preenchido na etapa de hipóteses de solução:

Figura 122: Quarta etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula 2

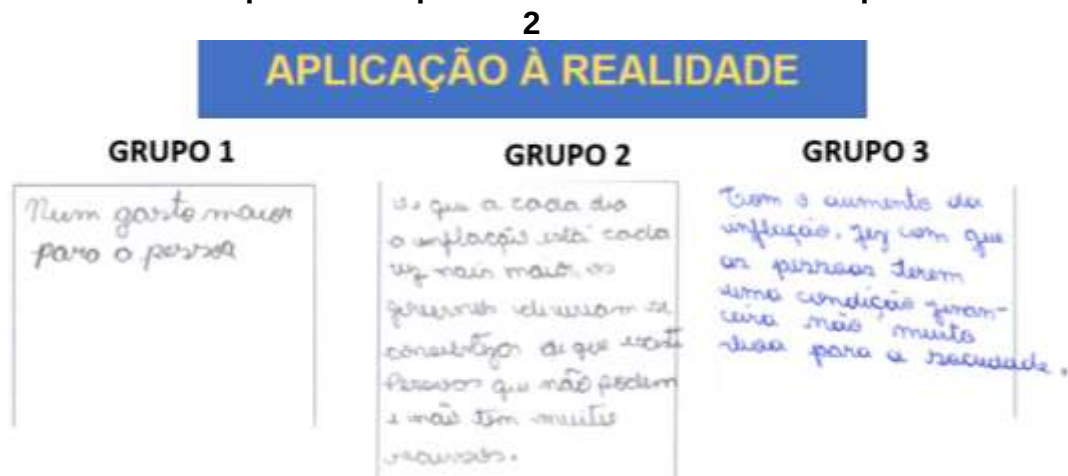


Fonte: Material da pesquisa (2022)

estudantes de outras maneiras para o cálculo de porcentagem, em que foi precisa a intervenção do professor para mostrar outras maneiras e que outras maneiras já haviam sido apresentadas na aula inicial. Além disso, cabe destacar que os grupos conseguiram planejar com a utilização dos conhecimentos estratégicos, que o tipo de *mente é lógico-verbal*, que não abreviaram o processo de raciocínio matemático, que conseguiram executar as estratégias propostas, fazer os cálculos matemáticos necessários e que, os indivíduos dos grupos atuaram em conjunto (PROENÇA, 2018).

Vejamos o que o foi preenchido na etapa de aplicação à realidade na figura seguinte:

Figura 124: Última etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na última etapa do Arco, que se refere à aplicação à realidade, o grupo 1 destacou que o resultado numérico encontrado no problema impacta em um maior gasto para o consumidor, os demais destacaram, de um modo geral, os desconfortos que a inflação traz na vida do cidadão. A partir de todas as etapas do Arco e esboçadas as ideias dos estudantes, notamos a contribuição do processo de leitura, análise, partilha de ideias, tratamento de dados, produção, resultado e reflexão, uma vez que desde a etapa inicial até a última do Arco de Magueres, os estudantes já apresentavam suas ideias a respeito do aumento do arroz e o desconforto para o bolso do consumidor.

Assim, pontuamos que na aula de um modo geral, sendo tratados os dois problemas, as funções claras do professor e dos estudantes, as tentativas de fuga dos efeitos do Contrato Didático já expostos na literatura, as regras de contrato diferentes das que já vem sendo pontuadas, em que o professor é que faz sempre a exposição do conteúdo, contribuiu para a ressignificação de saberes e que isso pode ser reafirmado diante das suas percepções sobre a aula ao responderem as autoavaliações.

5.4.1 Autoavaliação 1 da aula 2

Primeiro vamos tratar da autoavaliação 1, uma vez que ela aborda aspectos mais singulares da aula, para em seguida tratar da autoavaliação 2, que engloba aspectos mais gerais.

Na primeira questão, perguntamos a respeito das dificuldades na resolução dos problemas utilizando a Arco de Maguerez, sendo que 9 dos estudantes afirmaram que não apresentaram dificuldades em resolver os problemas utilizando o Arco e sobre isso destacamos o modo como eles utilizaram como já mencionado, o que representa um avanço em relação à aula 1; 3 estudantes destacaram dificuldades parciais.

Na segunda questão, tratamos das etapas do Arco que os estudantes apresentaram dificuldades, 9 estudantes disseram não ter dificuldades, 2 estudantes apontaram a etapa de aplicação à realidade e 1 estudante na etapa de hipóteses de solução. Mesmo a maioria salientando que não apresentaram dificuldades, os que apresentaram dificuldades corroboram com o que discutimos a respeito em parágrafos anteriores, principalmente no que diz respeito à etapa de hipóteses de solução, a qual muitos estudantes não conseguiram descrever as estratégias utilizadas para resolver os problemas: esperávamos que eles descrevessem como fizeram para resolver o problema e quais os meios utilizaram para tal – montar uma tabela, criar uma figura, entre outros.

A respeito da aplicação na realidade, julgamos que foi colocado que apresentaram dificuldades, pois os estudantes, muitas vezes, não têm o hábito de tratar os problemas sob um viés reflexivo e crítico, diferente da proposta que aqui foi aplicada, já que na maioria das vezes os professores pedem que eles encontrem apenas um resultado para a questão colocada.

Na questão 3, sobre a percepção dos conteúdos matemáticos nos problemas, 10 estudantes destacaram não ter apresentado dificuldades em identificar os conteúdos matemáticos em cada problema e 2 estudantes dificuldades parciais. A respeito dessas dificuldades parciais, salientamos o que foi visto no segundo problema, que não apontaram o aumento como um conteúdo matemático. Sobre ela destacamos que, como analisado, quase todos pontuaram os conteúdos matemáticos presentes nos problemas, apenas não esboçaram a variação de grandezas.

Na questão 4, foi perguntando em qual dos problemas os estudantes apresentaram dificuldades, 3 estudantes mencionaram o problema 1, 2 estudantes o problema 2 e 7 estudantes disseram não ter dificuldades. Na questão 5, sobre as dificuldades nos conteúdos matemáticos dos problemas, 1 estudante disse que apresentou dificuldades e 11 estudantes destacaram não ter dificuldades em nenhum dos conteúdos dos problemas. Nessa questão, o estudante que pontuou apresentar dificuldades salientou que não fazia os cálculos de porcentagem. Para mais, sobre os aspectos gerais da aula e sobre a aprendizagem dos estudantes, veja o que foi respondido na autoavaliação 2.

5.4.2 Autoavaliação 2 da aula 2

Na questão 1 que tratava sobre o desenvolvimento na aula e na resolução dos problemas, 2 estudantes disseram ter apresentado dificuldades, mas que foram sanadas e 10 estudantes que não houve dificuldades. Sobre a questão destacamos o fato de uma parcela dos estudantes considerar que tiveram dificuldades, mas foram sanadas, sobre isso destacamos o papel do professor e as perguntas que fizeram eles refletirem sobre as situações expostas.

Na questão 2, tratamos da compreensão dos conteúdos abordados na aula, 2 estudantes disseram ter apresentado dificuldades, mas que foram sanadas e 10 estudantes que não houve dificuldades. Sobre essa questão, mais uma vez destacamos sobre as dificuldades sanadas e o papel do professor e da ação comunicativa por meio das perguntas e que no Questionário a Priori muitos estudantes disseram que sempre apresentavam dificuldades para entender.

Na questão 3, abordamos sobre o aprendizado dos estudantes, 3 estudantes mencionaram ter aprendido razoavelmente e 9 estudantes ter aprendido bastante. Nela todos os estudantes pontuaram que aprenderam, por mais que divididos entre razoavelmente e bastante.

Na questão 4, foi perguntado sobre os problemas propostos, 1 estudante mencionou que o nível estava elevado, 9 estudantes que estava adequado e 2 estudantes que o nível estava mediano. Nessa questão os alunos ficaram divididos, no entanto, a maioria colocou que o nível estava adequado, sobre isso frisamos que as tarefas elencadas consideraram o nível dos estudantes, para que assim estivesse ao alcance de todos.

Na questão 5, consideramos sobre a linguagem utilizada nos problemas. Assim, 10 estudantes pontuaram não apresentado dificuldades para entender, 1 estudante sentiu dificuldades, mas depois compreendeu e 1 estudante apenas assinalou que sentiu dificuldades. A maioria dos estudantes considerou que a linguagem estava adequada, para isso consideramos a língua materna dos estudantes e que o enunciado tinha termos matemáticos compatíveis com o nível de escolaridade do grupo pesquisado.

Na questão 6, tratamos da utilização do Arco de Magueres, 11 estudantes disseram não sentir dificuldades para seguir e preencher e 1 estudante que sentiu dificuldades para seguir, mas não para preencher. A resposta dos alunos é derivada da aula de ambientação, que permitiu a familiarização dos estudantes com a proposta aplicada e que nessa aula eles foram preenchendo o Arco na medida em que iam fazendo o tratamento do problema. Sobre a exposição de quem considerou ter dificuldades para seguir, pontuamos que eles não estão acostumados a fazer o tratamento do problema por meio da leitura, análise, interpretação, criação de hipóteses e aplicação à realidade.

Na questão 7, sobre a execução na resolução de problemas, 9 estudantes mencionaram não ter tido dificuldade para executar operações e 3 estudantes disseram ter apresentado dificuldades para executar. Sobre essa questão, destacamos que nos surpreende a dificuldade dos estudantes com as operações cobradas nos problemas (multiplicação, divisão, regra de três simples), uma vez que se trata de estudantes da 3ª

série do Ensino Médio. Entretanto, é preciso considerar o período da pandemia por todos enfrentado e os prejuízos deixados.

Na questão 8, questionamos sobre a comunicação em sala de aula entre o professor-estudante e estudante-estudante, todos os estudantes destacaram que conseguiram pensar de maneira crítica e expor suas ideias. Sobre as ponderações dos estudantes, consideramos isso bastante positivo, pois a comunicação é algo essencial nas aulas de Matemática e que esse ponto de vista dos estudantes é importante para validarmos o que já acreditamos.

Na questão 9, indagamos a respeito dos questionamentos realizados pelo professor e a sua mediação, nela todos os estudantes mencionaram que a aula foi satisfatória, clara e objetiva. Mais uma vez, sobre o posicionamento dessa questão, vimos como bastante positivo todos considerarem os questionamentos feitos pelo professor e a mediação como satisfatória, chegando ao alcance de todos e ajudando aqueles que apresentaram alguma dificuldade.

Na questão 10, tratamos sobre o desempenho do estudante na aula, 5 estudantes assinalaram que a aula foi excelente e que realizaram as tarefas propostas e acertaram as resoluções dos problemas; 6 estudantes mencionaram que a aula foi ótima, que embora tenham apresentado dificuldades, conseguiram resolver e acertar os problemas; 1 estudante pontuou que a aula foi boa, conseguiu realizar as tarefas, apresentou muitas dificuldades e que acertou parte dos problemas. Sobre as respostas anteriores, sabemos que nenhuma turma é 100%, no entanto, mesmo aqueles estudantes que apresentaram dificuldades conseguiram resolver os problemas e acertá-los.

A autoavaliação² tinha a 11ª questão, que tratava sobre as considerações da aula de um modo geral, a maioria dos estudantes destacou que gostaram da aula, que aprenderam bastante e que foi excelente a maneira como foram expostos os problemas. Sobre o último apontamento, consideramos que ao tratar dele, os estudantes consideraram a realidade como ponto de partida e aplicação nela.

Assim sendo, damos por satisfeito a exposição dessa aula e no próximo subtópico tratamos da aula 3.

5.5 Resultados e discussões da aula 3

Na aula 3, mais uma vez começamos com um momento de *negociação* entre professor e estudantes, para a gestão das tarefas propostas (BROUSSEAU, 1986, 2008). Nesta aula, tivemos a presença de 11 estudantes, sendo faltosos os estudantes 1 e 4, posteriormente justificando suas faltas. Observemos o momento de *negociação* do Contrato Didático na transcrição abaixo:

Quadro 33: Recorte da transcrição do momento de negociação do Contrato Didático na aula 3

Professor – Estudantes, a nossa atividade de hoje será individual, ela segue o mesmo padrão da aula anterior, uma situação norteadora e dois problemas.
 Estudante 11 – Professor, não gostei.
 Professor – Vejam, fizemos algumas atividades em grupo.
 Estudante 9 – Era para ser também em grupo, professor.
 Professor – Lembrem que a todo momento eu estarei em sala, fazendo a mediação da atividade.
 Estudante 8 – Espero que eu consiga fazer algo.
 Professor – Como foi feito nas aulas anteriores, agora vocês também terão a situação norteadora, elaboração perguntas, resolução dos problemas e preenchimento do Arco de Maguerez.
 Estudante 8 – É muita coisa para fazer sozinho.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observamos que nessa transcrição ficou claro a resistência dos estudantes em fazerem as tarefas individuais, isso é derivado das outras em que uns se apoiaram nos outros para fazer as suas tarefas. Entretanto, por mais que essa resistência possa prejudicar no desenvolvimento dos estudantes, julgamos ela como necessária, pois é preciso analisar como os estudantes, de maneira individual, agem diante da proposta investigada. Com isso, destacamos que o Contrato Didático desta aula foi diferente das demais e que a resistência dos estudantes se deu pelo fato do contrato instaurado nas aulas anteriores e como afirmado por Souza (2011) contratos anteriores sempre aparecem como influencia em contratos seguintes.

Assim sendo, nesse momento de *negociação* ficou claro o papel do professor, que os estudantes apresentando dúvidas, ele estaria como mediador da aprendizagem, organizando as situações de ensino e aprendizagem (BROUSSEAU, 2008). As regras do Contrato Didático destacadas para essa aula são: tarefa individual, leitura da situação norteadora, elaboração de perguntas, resolução dos problemas, preenchimento do arco (BROUSSEAU, 1986).

Assim, após esse momento de *negociação* e destaque das funções de cada parceiro na situação didática, foi entregue aos estudantes a situação norteadora da aula. Vejamos a situação norteadora no quadro a seguir:

Quadro 34: Situação norteadora da aula 3

IPVA 2022 PE: desconto no valor do imposto em Pernambuco; como obter?



Desconto do IPVA 2022 PE: desconto no valor do imposto em Pernambuco; como obter? (foto: Unsplash)

O pagamento antecipado em cota única do Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores (IPVA) 2022 pode gerar abatimento no valor do tributo. Em Pernambuco (PE) é possível parcelar em três vezes, mas sem obter desconto, sendo o calendário de pagamento organizado com base no último dígito da placa do veículo.

Segundo Miguel José Ribeiro de Oliveira, diretor executivo de Estudos e Pesquisas Econômicas da Associação Nacional de Executivos de Finanças, Administração e Contabilidade (Anefac), os descontos para pagamentos à vista são, muitas vezes, a retirada de juros associados ao parcelamento.

“Para quem tem o dinheiro para pagar à vista, sempre vale a pena porque o desconto é maior do que o rendimento de poupança ou de um fundo de investimento. Quem não tem o dinheiro é melhor parcelar do que recorrer a empréstimo nos bancos que cobram juros mais altos”, afirmou à Agência Brasil.

Para quem decidir efetuar o pagamento em cota única, o desconto obtido é de 7%. Para garantir o abatimento o pagamento deve ser efetuado integralmente em fevereiro, segundo o calendário proposto pela Sefaz-PE.

Fonte: Parente (2022)

Como pode ser visto, a situação norteadora trata do IPVA e o seu desconto no Estado de Pernambuco, essa situação foi colocada levando em consideração o perfil dos estudantes e a localização deles, o que também foi levando em conta nas demais aulas (BERBEL, 2012). Agora, tratando do momento de leitura da situação norteadora, percebemos que alguns estudantes não estavam realizando-a, destacando os estudantes 11 e 12 e isso pode ser configurado diante da falta de hábito e a não leitura nas aulas de Matemática. Assim sendo, ao observar isso o professor questionou-os acerca do motivo pelo qual não estavam fazendo a leitura, sendo destacado pelo estudante 11: “*É grande, professor*”.

Ao tratar dessa situação, era esperado que com as aulas anteriores, os estudantes já estivessem aptos à leitura, logo, vemos isso como uma transgressão do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008), uma *ruptura*. Destacamos sobre esse

comportamento o que foi escrito por Pais (2002), que a *ruptura* acontece quando o aluno mostra desinteresse pela tarefa que lhe é proposta, uma vez que é esperado que ele se envolva na situação. Com isso, foi preciso o professor enfatizar que esse momento de leitura, análise e interpretação era importante para o desenvolvimento das demais tarefas, sendo questionado aos estudantes, de um modo geral, sobre o que estava sendo tratado na situação. Ao questionar os estudantes, como é mostrado na transcrição seguinte, o professor confirma o que havia explicitado na *negociação* do contrato, que ele estaria como mediador e organizador nas situações didáticas. Em Souza (2011), para reafirmar a negociação do contrato e não dar respostas aos estudantes, a professora, em alguns momentos, também fez questionamentos.

Vejamos a transcrição desse momento:

Quadro 35: Recorte da transcrição do momento de questionamento sobre a situação norteadora da aula 3

Professor – Gente, do que trata essa situação norteadora? Estudante 11 – Do IPVA. E pode pagar parcelado? Estudante 10 – Professor, reajuste é aumentar ou diminuir? Estudante 8 – O que é abatimento?

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observe que mesmo o estudante 11 não querendo fazer a leitura da situação norteadora por completo, já havia observado sobre o que se trata a notícia. Destacamos que para colher essas informações dos estudantes, a pergunta *tematizante* (usada na introdução de um assunto – você sabe o que é isso?) foi essencial, para iniciar a discussão (LOVE; MASON, 1995). O questionamento do professor permitiu que alguns estudassem, perguntassem suas dúvidas, como pode ser visto no quadro anterior. Assim sendo, para que o professor não facilite as tarefas dos estudantes, foi permitido que os estudantes pesquisassem na internet as suas dúvidas. Ao pesquisar, destacamos que na tarefa também foi possível fazer investigações para esclarecimento de dúvidas, e que a investigação é um tipo de tarefa discutido por Ponte (2003).

Deste modo, considerando o que foi constatado na pesquisa, denominamos esse comportamento de estudar, pesquisar para sanar dúvidas derivado do questionamento

do professor (ou seja, da sua ação comunicativa assertiva), como Reverberação ou Efeito Propulsor, ou seja, o questionamento gerado pela pergunta tematizante num certo momento gera um efeito positivo que não provoca ruptura e nem efeito adverso, mas sim um efeito positivo no comportamento do aluno. Isso não ficou constatado nos estudos de Brousseau que identificou apenas efeitos negativos e esta pesquisa possibilitou identificar um novo elemento no contexto teórico-prático do Contrato Didático.

Sobre evitar gerar o Efeito Topázio, cabe salientar que para não o provocar o professor precisa conhecê-lo e acionar a sua metacognição para identificar sua iminência e não gerá-lo, ou seja, promover a fuga do efeito ou utilizar a ação comunicativa para gerar o Efeito Propulsor de natureza positiva.

Nesse sentido, agora, vamos tratar dos questionamentos/perguntas elaboradas pelos estudantes de maneira escrita. Vejamos na figura a seguir as perguntas dos estudantes 2, 3, 5 e 6:

Figura 125: Perguntas elaboradas pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 a partir da situação norteadora da aula 3

ESTUDANTE 2

Pergunta 1: Parcelando o IPVA em menos parcelas, aumenta ou não mais o valor a pagar?

Pergunta 2: Vale a pena pagar a vista ou dividir em 3 vezes?

Pergunta 3: Dependendo dos pagamentos efetuados o desconto pode aumentar?

ESTUDANTE 3

Pergunta 1: Vale mais a pena pagar o IPVA no tempo certo ou esperar para pagar depois para ter um desconto maior?

Pergunta 2: É melhor pagar à vista ou parcelado?

Pergunta 3: Quais benefícios nos três ter o IPVA pago?

ESTUDANTE 5

Pergunta 1: Caso o cliente não possa pagar o veículo mesmo sendo dividido em três parcelas, seria mais conveniente esperar para juntar todo o dinheiro ou parcelar em mais vezes o veículo mesmo com o juro?

Pergunta 2: Caso o cliente queira comprar mais de um veículo em dinheiro isso daria mais desconto ou o desconto seria o mesmo?

Pergunta 3: Pagar o IPVA à vista ou mais em conta?

ESTUDANTE 6

Pergunta 1: Se não juntar o valor fica melhor para pagar a vista?

Pergunta 2: Se for à vista de uma vez só de que não tira desconto, então pagar um valor a mais no caso de juros seria que valeria a pena?

Pergunta 3: Porque não é indicado a verificação e impedimentos antes disso?

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Vejamos a figura a seguir com as perguntas dos estudantes 7, 8, 9 e 10:

Figura 126: Perguntas elaboradas pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 a partir da situação norteadora da aula 3

ESTUDANTE 7

Pergunta 1: ~~Pergunta~~ Qual a melhor forma de pagar o IPVA?

Pergunta 2: ~~Qual a vantagem de pagar o IPVA em parcelas para quem não tem dinheiro?~~ Qual a vantagem de parcelar para quem não tem dinheiro?

Pergunta 3: Porquê não recorrer a empréstimos nessas coisas?

ESTUDANTE 8

Pergunta 1: Como obter o desconto no valor de impostos.

Pergunta 2: É possível obter descontos se parcelar em três vezes.

Pergunta 3: É melhor parcelar ou recorrer ao empréstimo.

ESTUDANTE 9

Pergunta 1: Vale a pena pagar à vista, o imposto?

Pergunta 2: Existe uma opção de pagar em parcelamento, do que fazer empréstimo?

Pergunta 3: Quando a parcela é dividida em 123 vezes aumenta o juros?

ESTUDANTE 10

Pergunta 1: Para quem decide fazer o pagamento em uma única, quantos percentos se vai obter?

Pergunta 2: Segundo o calendário proposto pela Supoz-PE, o pagamento deve ser efetuado em qual mês?

Pergunta 3: Quem não tem dinheiro e melhor parcelar ou recorrer a empréstimos em banco com juros altos?

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Abaixo, vejamos a figura com perguntas dos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 127: Perguntas elaboradas pelos estudantes 11, 12 e 13 a partir da situação norteadora da aula 3

ESTUDANTE 11

Pergunta 1: Pagar o IPVA a vista não é mais em conta?

Pergunta 2: Se eu quiser pagar parcelar não tenho todo o dinheiro para pagar todo de uma vez, a mulher quer emprestimo e pagar tudo, ou parcelar?

Pergunta 3: O pagamento antecipado do IPVA pode gerar abatimento no valor do imposto.

ESTUDANTE 12

Pergunta 1: Vale a pena pagar a vista se em 3 meses cancelado?

Pergunta 2:

Pergunta 3:

ESTUDANTE 13

Pergunta 1: Qual vantagem eu tenho se efetuar o pagamento em uma única vez?

Pergunta 2: Quais as vantagens e desvantagens de parcelar o pagamento?

Pergunta 3: Como os valores e a forma de pagamento podem implicar em nossa realidade?

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Inicialmente, destacamos que optamos por expor todas as perguntas porque fazemos o tratamento delas de maneira global, abordando os pontos positivos e

negativos visto em todas. Desse modo, conseguimos observar que todas as perguntas se *adequam* com o que foi apresentado na situação norteadora e que o que ficou em evidência nas perguntas criadas foi a vantagem e desvantagem do pagamento parcelado ou à vista, e inferimos que diante da situação e as suas informações, os estudantes fizeram um tratamento analítico do que foi pontuado.

A respeito do questionamento do professor durante a leitura da situação, já mostrado anteriormente em transcrição, notamos que contribuiu para que o estudante 11 realizasse a leitura e assim elaborasse os seus questionamentos, entretanto, o estudante 12 fez apenas uma pergunta e que a falta de leitura inicial e o não tratamento analítico da situação contribuiu para isso.

Assim sendo, sobre o estudante 12, ele ficou pedindo que o professor o ajudasse, oralizando “*professor, o que eu pergunto aqui?*”, caso o professor tivesse facilitado a sua tarefa, estaria evidenciando o *efeito Topázio* do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008). Arruda (2018) expõe em sua pesquisa de Mestrado que o *efeito Topázio* foi bastante visível, destacando que o professor pesquisado facilitava a tarefa dos estudantes, dando-lhes palavras-chave sobre a resposta que ele espera. É pertinente pontuar que, essa espera pelo professor para realizar as tarefas, já foi tratada em análises anteriores, configura uma *regra implícita* do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008) e pode ser derivada de contratos anteriores, como também foi visto nos estudos de Souza (2011).

Por esse viés, observando esse comportamento do estudante supracitado, inferimos que interferiu nas tarefas posteriores e isso poderá ser analisado. Para tratar dos problemas, suas soluções e o preenchimento do Arco a partir dele, vamos expor o que foi preenchido pelos estudantes a respeito de cada etapa do Arco. Assim sendo, observemos primeiramente o problema da 1 dessa aula na figura abaixo:

Figura 128: Problema 1 da aula 3

1. Os carros da marca Volkswagen e modelo Gol são, em Pernambuco, um dos carros mais populares. Em 2021 o IPVA desse modelo de carro custou em média R\$ 705,00. Sabendo que de 2021 para 2022 o reajuste do IPVA foi de, em média, 22%, qual o valor pago por um proprietário de carro nesse modelo no ano de 2022, considerando que ele optou por pagar à vista e teve um desconto de 7%?

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A partir do problema, observe que é uma questão que envolve acréscimo e decréscimo, e é um problema de dois ou mais passos. Sobre o primeiro contato com o problema, mais uma vez destacamos a resistência do estudante 12, na espera novamente pelo professor, entretanto, notando que o professor não iria dar a resposta começou a sua resolução. Sobre o preenchimento do Arco, o professor notando que alguns estudantes estavam resolvendo primeiro o problema, salientou que fossem seguindo as etapas, como já tinham feito na aula anterior. Vejamos o que foi destacado pelos estudantes nas figuras seguintes:

Figura 129: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 1 da aula 3

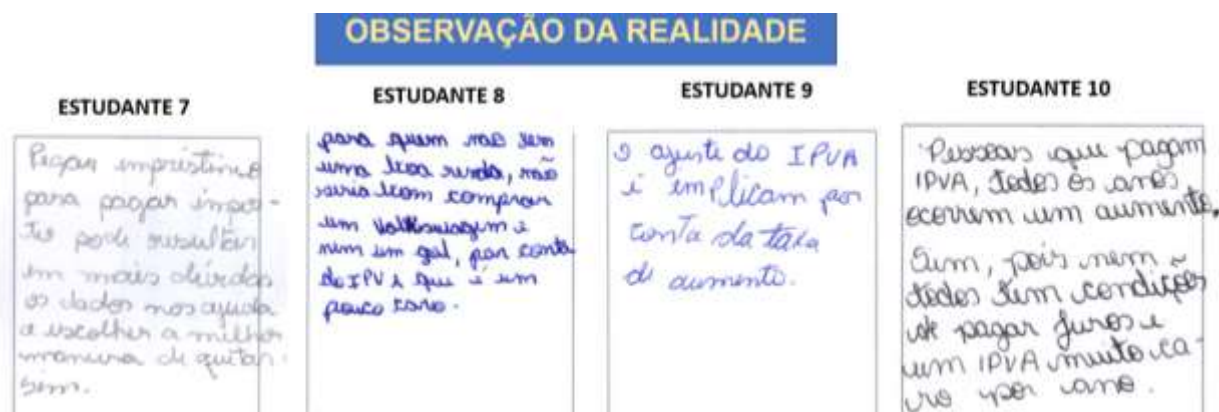
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE

ESTUDANTE 2	ESTUDANTE 3	ESTUDANTE 5	ESTUDANTE 6
pagando o IPVA em dia e a vista, ganha 7% de desconto, então seria mais vantajoso que pagasse a vista e tivesse o desconto de 7%.	Implica dizer que a marca Volkswagen e modelo Gol aumentou o IPVA em 22% em 2022. E já tem imposto de renda de 7% de desconto, então o IPVA ficou mais caro, logo o comprador deve pagar o imposto de renda de 7% de desconto no valor do carro.	Implica, pois quando compramos algo e temos um desconto, podemos usar o restante do dinheiro para alguma outra coisa importante.	Éss implicam de forma bem ruim. Porém se você quiser um valor mais baixo, compra a vista e tem um desconto, tem imposto. Porque se compra a vista você ganha mais.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 7, 8, 9 e 10:

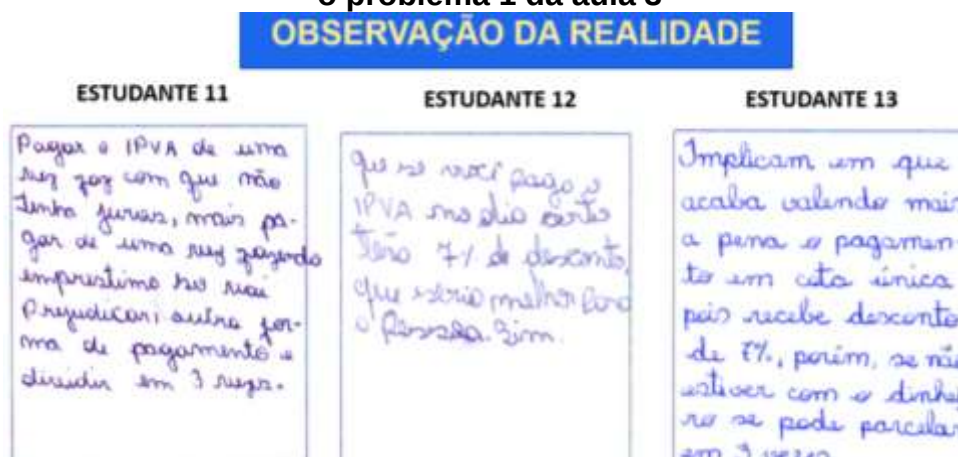
Figura 130: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 1 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 131: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 1 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Sobre a primeira etapa do arco, observação da realidade, todos os estudantes expuseram uma análise crítica do que estava sendo tratado, destacando uma relação com os questionamentos/perguntas por eles elaborados inicialmente e também uma *contribuição da pergunta* feita pelo professor no início da discussão sobre a situação norteadora. Vale salientar, que o destaque dos estudantes também na observação crítica da realidade foram as vantagens do pagamento do IPVA à vista ou prazo. Sobre essa etapa, cabe-nos dizer que os estudantes consideraram como tema central da situação norteadora e do problema matemático as vantagens e desvantagens das formas de pagamento.

Avistemos na figura a seguir o que preenchido na etapa de pontos-chave pelos estudantes 2, 3, 5 e 6:

Figura 132: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 1 da aula 3

PONTOS-CHAVE			
ESTUDANTE 2	ESTUDANTE 3	ESTUDANTE 5	ESTUDANTE 6
O valor do IPVA. lucro de 7%. fueras, descontos; 7%, injustiça social 33% do aumento do IPVA.	Está sendo investigado o valor do IPVA aumentou em 2022 e o valor do IPVA pelo pro- prietário do carro não mudou, sendo que ele optou pagar o valor.	O preço do veí- culo com o au- mento de um ano para o outro do veículo e o desconto que o cliente tem caso compare a venda.	Está sendo investigado se o lucro do carro de 2021 para 2022 e de onde o aumento do lucro se pagou a custo e onde recebeu um desconto de 7% sendo assim se terá descon- to e lucro.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 7, 8, 9 e 10:

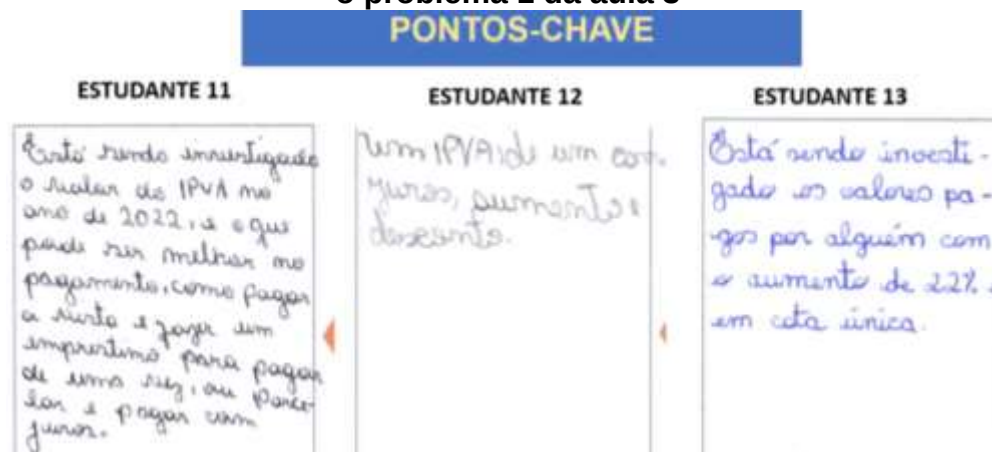
Figura 133: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 1 da aula 3

PONTOS-CHAVE			
ESTUDANTE 7	ESTUDANTE 8	ESTUDANTE 9	ESTUDANTE 10
quanto ele pode remanusar na participação de lucro dele.	IPVA de 709,086 em média de 33%.	imposto do valor Sobre o veículo automotivo desconto e a soma muito do produto re- sultado pelo vendedor Porcentagem multi- plicação	Está sendo investi- gado o total de imposto que as pes- soas pagam por carro em IPVA e aumentando quanto por ano, descontos o valor retirado do produto pelo vende- dor.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 134: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 1 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

No que tange à etapa de pontos-chave, o que está sendo investigado do problema, os estudantes, em sua maioria, destacaram que está sendo investigado o pagamento do IPVA, entretanto, nos chama a atenção o estudante 5 que menciona o preço de um veículo. Destacamos que esse equívoco se deu em virtude da não compreensão do problema, o que já foi destacado em outras pesquisas, como algo recorrente na resolução de problemas (CAGLIARI, 2010).

A respeito dos termos matemáticos e não matemáticos a maioria dos estudantes não esboça de maneira direta, mas é mencionado juros e aumento. O estudante 2 destaca que o aumento do IPVA gera injustiça social e sobre essa reflexão destacamos a criticidade dos estudantes (SAZBO *et al.*, 2020). Os estudantes, nessa etapa, fizeram uso dos *conhecimentos linguísticos e semânticos* para exporem as suas ideias, através de leitura, compreensão, interpretação e análise do problema. Vale reiterar que a interpretação que pontuamos aqui não é apenas a junção dos dados da questão para ir em busca de uma solução para o problema, mas olhar esse problema sob o ponto de vista social e econômico, considerando para isso a realidade a qual fazem parte. Observemos nas figuras seguintes o que foi apresentado pelos estudantes na etapa de teorização:

Figura 135: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 1 da aula 3

TEORIZAÇÃO	
ESTUDANTE 2	
multiplicação $\downarrow$ $\times$ subtração $\downarrow$ $-$	porcentagem $\downarrow$ $\%$ funções, corrente, $\downarrow$ $+$
ESTUDANTE 3	
Plano de 3, desconto, porcentagem, adição, multiplicação e subtração. Símbolos: $(\%)$, $(+)$, $(\times)$, $(-)$	
ESTUDANTE 5	
funções, porcentagem, multiplicação, divisão, subtração e adição $(\%)$, $(-)$, $(\times)$, $(+)$, $(\div)$	
ESTUDANTE 6	
Porcentagem, multiplicação, divisão e soma e para comprar níveis $(+)$, $(-)$, $(\times)$, $(\div)$	

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 7, 8, 9 e 10:

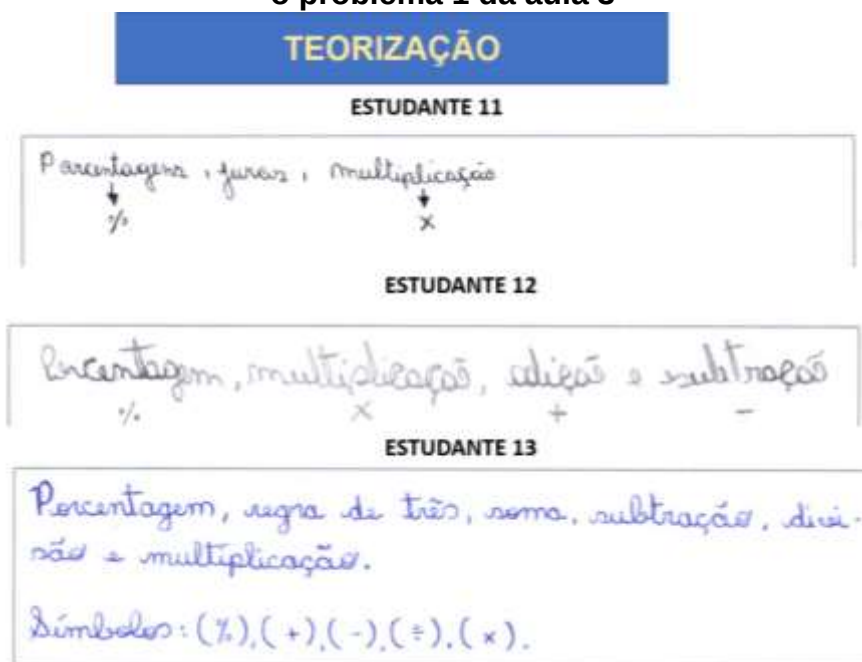
Figura 136: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 1 da aula 3

TEORIZAÇÃO	
ESTUDANTE 7	
Porcentagem, encontrar a melhor forma de pagamento em a situação.	
ESTUDANTE 8	
multiplicação $\downarrow$ $\times$	adição $\downarrow$ $+$ subtração $\downarrow$ $-$ porcentagem $\downarrow$ $\%$
ESTUDANTE 9	
Multiplicação $\downarrow$ $\times$	desconto $\downarrow$ $\div$ Porcentagem $\downarrow$ $\%$
ESTUDANTE 10	
multiplicação $\downarrow$ $\times$ subtração $\downarrow$ $-$	divisão $\downarrow$ $\div$ porcentagem $\downarrow$ $\%$ adição $\downarrow$ $+$

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 137: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 1 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa de teorização, em que aborda os conteúdos matemáticos envolvidos e os seus símbolos, os estudantes destacaram porcentagem, juros, as operações matemáticas básicas, aumento e desconto. Com isso, ao tratar sobre aumento e desconto, que era o foco do problema, não foi salientado pelos estudantes 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 13; destacamos que mencionaram a subtração e que isso pode ser visto por eles como o momento do desconto e a adição como o acréscimo.

Assim sendo, refletimos que os termos matemáticos são compreensíveis pelos estudantes, embora não saibam uma nomenclatura correta. Quanto aos símbolos, eles só não foram vistos no Arco do estudante 7, o que representa que a maioria conseguiu identificar os símbolos matemáticos necessários para a solução do problema.

Observemos nas figuras a seguir o que preenchido pelos estudantes na etapa de hipóteses de solução:

Figura 138: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 1 da aula 3

HIÓTESES DE SOLUÇÃO			
ESTUDANTE 2	ESTUDANTE 3	ESTUDANTE 5	ESTUDANTE 6
fundando todos os dados e chegando a uma conclusão mais fácil. Unificando os dados e analisando matematicamente.	Usando as possibilidades que a matemática disponibiliza como adição, multiplicação, divisão, porcentagem entre outros. Para de forma coerente e prática, separando, analisando e usando os dados que a questão nos proporciona.	Descobrimos primeiro de quanto foi o aumento do veículo e descobrimos depois qual o valor do desconto. Podemos então chegar ao resultado final que seria o preço que um pagaria pelo veículo.	Por meio de cálculos matemáticos usamos a porcentagem e o valor inicial de um veículo para descobrir se teria desconto e se compra a prazo ou como seria o preço.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 7, 8, 9 e 10:

Figura 139: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 1 da aula 3

HIPÓTESES DE SOLUÇÃO			
ESTUDANTE 7	ESTUDANTE 8	ESTUDANTE 9	ESTUDANTE 10
Resolvendo por etapas utilizando porcentagem.	pagar à vista tem desconto de 7%.	Analisar a redução para ver qual seria o preço de pagamento e se seria justo.	Pagando à vista, pois iria ter um desconto.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 140: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 1 da aula 3

HIPÓTESES DE SOLUÇÃO		
ESTUDANTE 11	ESTUDANTE 12	ESTUDANTE 13
Quem quiser pagar o IPVA de uma vez não vai ganhar, pois vai emitir o furo.	Usando todos os dados necessários para chegar a resposta sim.	Podemos solucionar através do cálculo de porcentagem e outros cálculos citados anteriormente. Existem outras formas para a realização do mesmo.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa de hipóteses de solução, os estudantes destacaram que observaram os dados matemáticos, para que daí realizassem as operações matemáticas necessárias. Nessa etapa, observamos que os estudantes 2 e 11 não relacionaram as hipóteses de solução com o desenvolvimento do problema, mas com o pagamento do IPVA do carro e destacaram que o problema poderia ser resolvido pagando o IPVA à vista, disso inferimos que os estudantes tomaram o problema como seu, colocando-o em suas vidas e que se tivessem um problema desse tipo pagariam logo o valor para “se livrar” do problema. A respeito da maneira como os estudantes resolveram o problema, vejamos a resolução da questão pelos estudantes nas figuras abaixo:

Figura 141: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 2, 3, 5 e 6

ESTUDANTE 2
Resolução

O valor do IVA pago em 2022 tem o acréscimo para de R\$ 860,00. Sendo que ele pagou a vista e teve um desconto de 7%, ele pagou R\$ 799,90.

ESTUDANTE 3
Resolução

$$\begin{array}{r} 705 \times \frac{100\%}{22\%} \\ 100x = 35.510 \\ x = \frac{35.510}{100} \\ x = 355,1 \end{array}$$

Deixa por 799,90 reais.

$$\begin{array}{r} 705 \\ + 155,1 \\ \hline 860,1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 860,1 \times \frac{100\%}{7\%} \\ 100x = 6.020,7 \\ x = \frac{6.020,7}{100} \\ x = 60,207 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 860,1 \\ - 60,2 \\ \hline 799,9 \end{array}$$

ESTUDANTE 5
Resolução

$$\begin{array}{r} 705 \times \frac{100}{22} \\ 100x = 35.510 \\ x = \frac{35.510}{100} \\ x = 355,1 \\ \begin{array}{r} 355,1 \\ - 705,0 \\ \hline 860,1 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 860,1 \times \frac{100}{7} \\ 100x = 6.020,7 \\ x = \frac{6.020,7}{100} \\ x = 60,207 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 860,1 \\ - 60,2 \\ \hline 799,9 \end{array}$$

R\$ 799,9

ESTUDANTE 6
Resolução

$$\frac{705,00 \times 22\%}{100} = \frac{155,10}{100} = 155,10 \text{ no aumento}$$

$$\frac{860 \times 7\%}{100} = \frac{60,2}{100} = 60,2 \text{ de desconto que ele tem}$$

Total que ele vai pagar R\$ = 799,90

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na figura seguinte, vejamos a resolução dos estudantes 7, 8, 9 e 10:

Figura 142: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 7, 8, 9 e 10

ESTUDANTE 7 Resolução

$705 - 100\%$
 $x = 22\%$
 $100x = 705 \cdot 22 = 15.510$
 $x = \frac{15.510}{100}$
 $x = 155,10$

$705,00$
 $+ 155,10$
 $\hline 860,10$

valor após o aumento.

$860 - 100$
 $x = 7$
 $100x = \frac{6.020}{100}$
 $x = 60,20$

valor do desconto

$860,10$
 $- 60,20$
 $\hline 799,90$

valor final

ESTUDANTE 8 Resolução

$705 \times \frac{22}{100} = \frac{15.510}{100} = 155$
 $705 \times \frac{100}{100} = 705$
 $155 + 705 = 860$
 $860 \times \frac{7}{100} = \frac{6020}{100} = 60,2$
 $860 - 60,2 = 799,8$

$705 \times \frac{60,2}{100} = \frac{42.441}{100} = 424,41$
 $155 \times \frac{60,2}{100} = \frac{9.331}{100} = 93,31$

ESTUDANTE 9 Resolução

$705 \times \frac{22}{100} = \frac{15.510}{100} = 155,1$
 $155,1 + 705 = 860,1$
 $860,1 \times \frac{7}{100} = \frac{6020,7}{100} = 60,207$
 $860,1 - 60,207 = 799,893$

ESTUDANTE 10 Resolução

$705 \times \frac{22}{100} = \frac{15.510}{100} = 155,1 + 705 = 860,1$
 $860,1 \times \frac{7}{100} = \frac{6020,7}{100} = 60,20$
 $860,1 - 60,20 = 799,9$

valor de aumento de 22%
 155,1 R\$
 valor do desconto de 7%:
 60,20 R\$

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na figura seguinte vejamos a resolução dos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 143: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 11, 12 e 13

ESTUDANTE 11
Resolução

$$705 \times \frac{22}{100} = \frac{155,10}{385} = 15,5\%$$

$$860 \times \frac{22}{100} = \frac{189,20}{385} = 18,9\%$$

$$\begin{array}{r} 155 \\ + 705 \\ \hline 860 \end{array}$$
 Total

ESTUDANTE 12
Resolução

R\$ 705,00 tem um reajuste de 22% que são 155,10 a mais que no termo R\$ 860,10 e esse valor tem um desconto de 7% que é 60,207 o mesmo do valor de R\$ 860,10 que no termo 799,893 o valor que será pago.

ESTUDANTE 13
Resolução

$$705 + 22\% = 860,1$$

$$860,1 - 7\% = 799,89$$

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Sobre as resoluções apresentadas pelos estudantes, abordamos que as estratégias foram diferentes: os estudantes 3, 5 e 7 utilizaram regra de três simples para calcular a porcentagem do aumento e do desconto do IPVA; os estudantes 6, 8, 9, 10 e 11 calcularam utilizando o valor da porcentagem e multiplicando pelo valor real dividindo-o em 100 partes; os estudantes 2 e 12 justificaram suas respostas, ao invés de mostrar os cálculos, no entanto, as respostas estão corretas e podem ter realizado os cálculos em outro material não entregue ao professor, como no próprio caderno.

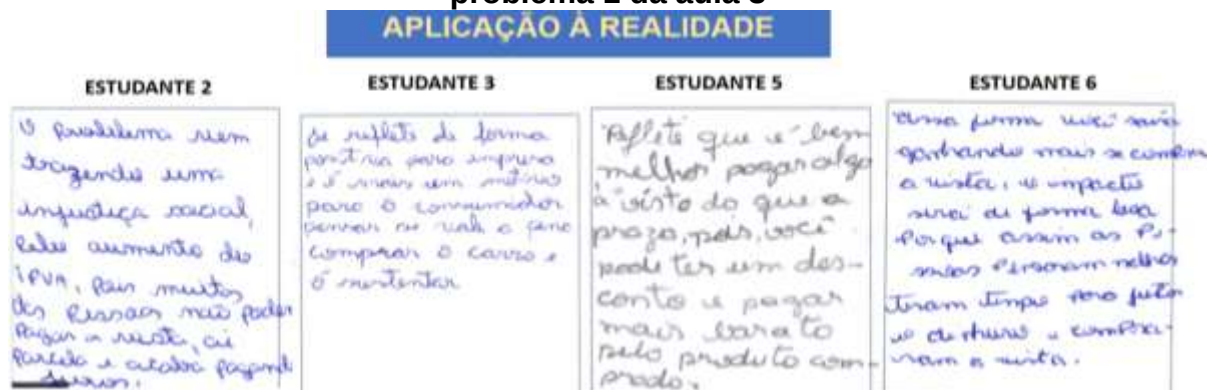
Chama-nos a atenção as diferentes maneiras utilizadas para o cálculo de porcentagem feita pelos estudantes e que os métodos escolhidos para resolver os problemas dependem do conhecimento existente de cada sujeito (YUSUF *et al.*, 2021) e que os processos cognitivos foram diferentes (BRASIL, 2018). Com isso, destacamos

que os estudantes 2, 3, 5, 8, 9, 10, 12 e 13 apesar de utilizam maneiras diferentes para o tratamento dos dados, conseguiram resolver os problemas adequadamente e que pra isso conseguiram compreender o problema por meio dos *conhecimentos linguísticos e semânticos*, utilizando o *conhecimento estratégico* para fazer seu planejamento através do tipo *mente lógico-verbal*. A resposta da estudante 13, revela a *abreviação do processo de resolução do problema*, dado que apenas mostra o valor real mais a porcentagem e já o resultado, sem evidenciar como fez esses cálculos.

Sobre os erros apresentados, o estudante 6 calculou adequadamente o valor do aumento, no entanto, mesmo utilizando os valores corretos, calculou errado o valor do desconto representando um erro nos *conhecimentos procedimentais*. Em relação ao estudante 7, seu erro foi ao subtrair o valor do desconto, isso representa que ele conseguiu entender o problema, fez o planejamento, montou as estratégias, mas pecou ao executá-las. Isso, já havia sido detectado por Gonçalves (2014) em seus estudos nos quais relata as dificuldades de resolver multiplicações e divisões, mas não havia salientado a subtração.

Sobre o estudante 11, seus erros são desde a compreensão do problema, não sabendo identificar e usar os dados o que prejudicou nas demais etapas (ALVARENGA, 2016); podemos observar que ele utilizou a porcentagem de aumento do IPVA e fez dois cálculos com ela, em cima do valor de R\$ 705,00 e R\$ 860,00, o que era para fazer somente do primeiro valor, encontrando o quanto teria aumentado o valor do IPVA e assim calcular o valor do desconto, que no caso foi de 7%. Esses estudantes, quando questionados pelo professor se os resultados estavam certos, afirmaram que não enxergavam outra maneira para resolver. Os estudantes não conseguiram fazer a avaliação dos seus cálculos, tampouco reconstruir. Quanto aos símbolos matemáticos, os estudantes 5 e 7 não utilizaram o símbolo de porcentagem na regra de três, enquanto, o estudante 6 usou erroneamente no cálculo de porcentagem quando montou a razão do valor da porcentagem com o 100. Sobre isso, os estudantes podem não saber qual a maneira correta de utilizar e qual momento certo utilizar. Observemos nas figuras a seguir o que foi preenchido pelos estudantes na etapa de Aplicação à realidade:

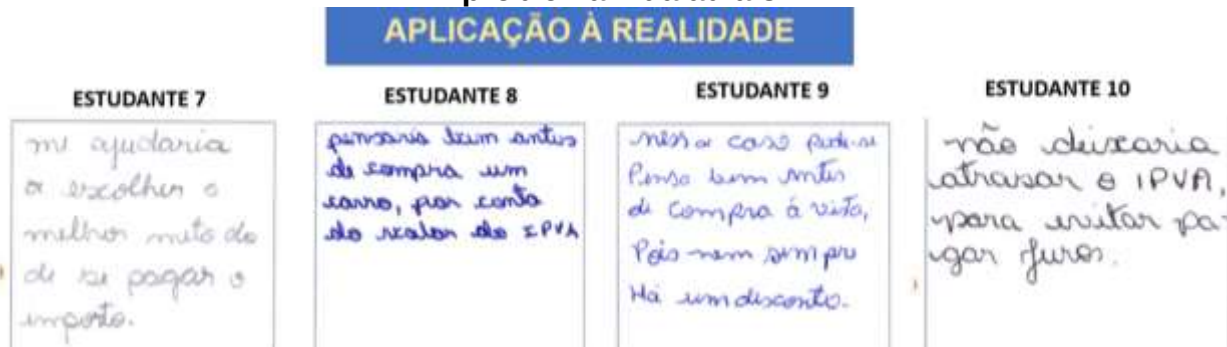
Figura 144: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 1 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 7, 8, 9 e 10:

Figura 145: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 1 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 146: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 1 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Sobre a última etapa do Arco, aplicação à realidade, o estudante 3, do mesmo modo que apresentou um erro na etapa de pontos-chave, expondo que estava sendo investigada a compra de um carro, mais uma vez tratou disso na última etapa. Sobre o conhecimento construído e *análise crítica*, os estudantes destacaram que é melhor o pagamento à vista; o estudante 10, destacou que não iria atrasar o pagamento do IPVA para não pagar juros. O estudante 12, não completou essa etapa do Arco, oralizando para o professor estar cansado e que não iria fazer, uma *ruptura* do Contrato Didático (1986, 2008), mais uma vez corroboramos do que Pais (2002) assenta, que a ruptura pode ser derivada do desinteresse do estudante.

De um modo geral, a situação estava ao *alcance da maioria* (BERNSTEIN, 1996), a linguagem do problema foi adequada, permitiu a conexão dos estudantes com a realidade através dos seus pontos de vistas traçados e que os estudantes conseguiram gerenciar informações (BRASIL, 2018). Cada estudante teve um tempo para montar sua solução, não sendo forçado pelo professor a resolver rapidamente, considerando para isso ideias de *ritmo e sequenciamento* e que o desenvolvimento nas tarefas não é algo unilateral. Os estudantes conseguiram problematizar a realidade (COLOMBO; BERBEL, 2007) e conseguiram justificar como fariam para que não fossem prejudicados, no caso com o pagamento de juros (BERBEL, 2012).

O segundo problema da aula tratou de comparar uma situação que estava envolvido o cálculo de juros compostos. Vejamos o problema na figura abaixo:

Figura 147: Problema 2 da aula 3

2. Mesmo indo contra a notícia, para não deixar de pagar o IPVA de seu carro à vista, seu João, não possuindo todo o valor em mãos optou por fazer um empréstimo. O seu automóvel é da marca Chevrolet e modelo Corsa ano 2005 e o valor do seu IPVA era de R\$ 618,00 (sem desconto). Sabendo disso, o empréstimo feito por seu João foi de R\$ 600,00 para ser pago em 6 parcelas sendo cobrado sob ele uma taxa de juros composto de 3% ao mês. Diante disso, se o seu João tivesse optado por realizar o pagamento do IPVA parcelado (em 3x) quanto ele teria economizado referente à quantia paga ao quitar o empréstimo?

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Consideramos o problema não convencional e do tipo *puzzle*, uma vez que é preciso leitura cuidadosa, análise e interpretação do que está sendo tratado. Ao tratar desse problema, com o primeiro contato, sem preencher o Arco, a maioria apresentou dificuldades, pois não sabiam como fazer o cálculo de juros compostos, sendo preciso a intervenção do professor mencionado que era juros em cima de juros, fazendo um exemplo no cálculo, mas sem usar fórmulas. Isso já era esperado, devido ao que foi pontuado no Questionário a Priori. Destacamos que sobre essa ação do professor, o intuito não foi facilitar a tarefa dos estudantes, tampouco responder o problema por eles, mas que não foi visto no momento como uma outra maneira para ajudar os estudantes. Logo, ficou configurado como um Efeito do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008). A maneira como o professor explicou no quadro, foi pegar um valor hipotético, calcular os juros no primeiro mês e em seguida utilizar o montante para calcular o segundo mês. Para o professor fazer essa intervenção foi averiguado o grau de instrução dos estudantes e como foi visto no jogo de tabuleiro da aula 1, os estudantes tinham pouco conhecimento sobre os juros compostos. Chamberlim (2010) descreve que considerar o grau de instrução dos estudantes na resolução de problemas é algo fundamental.

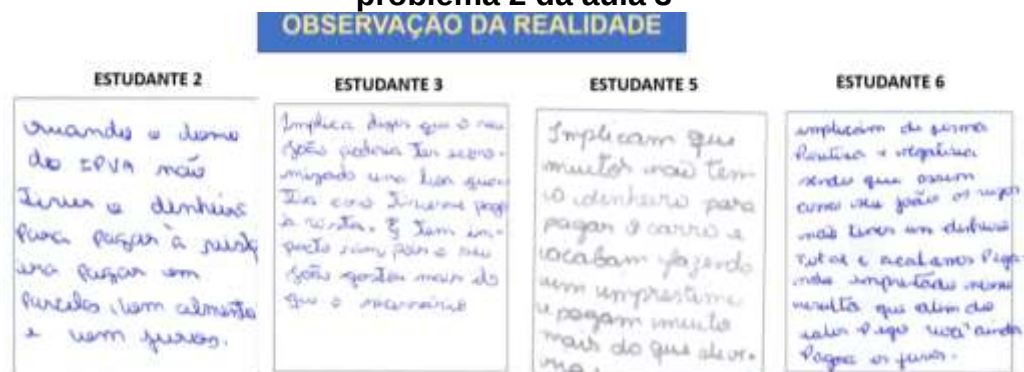
Assim sendo, após essa intervenção do professor, que pode ser justificada pela complexidade enxergada pelos estudantes sobre o problema, eles começaram as suas tarefas. É importante mencionar que se o professor não tivesse feito essa intervenção muitos estudantes não iriam responder o problema, e que ao considerar as ideias expostas por Bernstein (1996) sobre a reprodução do Discurso Pedagógico nas salas

de aula, o professor/pesquisador não consideraria os diferentes perfis dos estudantes e suas habilidades para compreender o problema, tampouco a falta de saberes dos estudantes. Embora, tenha gerado o Efeito Topázio, configurou-se no momento a única maneira encontrada pelo professor para auxiliar os alunos a começar a resolver as tarefas. Brousseau (1986) explica que em determinados momentos, os efeitos não são inevitáveis e isso faz parte da epistemologia do professor. Salientamos que ao longo da aplicação da Sequência Didática, esta foi a primeira vez que o Efeito Topázio foi gerado.

Destacamos que caso os estudantes conhecessem a fórmula poderiam utilizá-la, pois é visto na literatura que quando um sujeito já dispõe de procedimentos prontos para a resolução de uma situação matemática, temos o que é configurado como exercício, entretanto, na situação abordada a fórmula não permitiria chegar de imediato à solução do problema, mas poderia ser utilizada como uma estratégia na busca da solução.

Diante disso, para tratar das resoluções apresentadas pelos estudantes, vamos analisar o que foi apresentado por eles ao preencherem o Arco de Magueréz e para isso observe nas figuras a seguir o apresentado. Vejamos nas figuras a seguir o que foi preenchido pelos estudantes na etapa de observação da realidade:

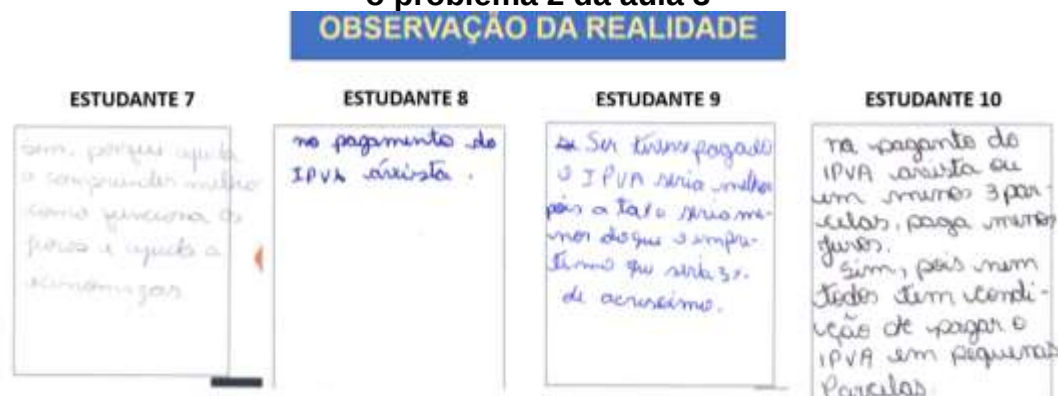
Figura 148: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 2 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 7, 8, 9 e 10:

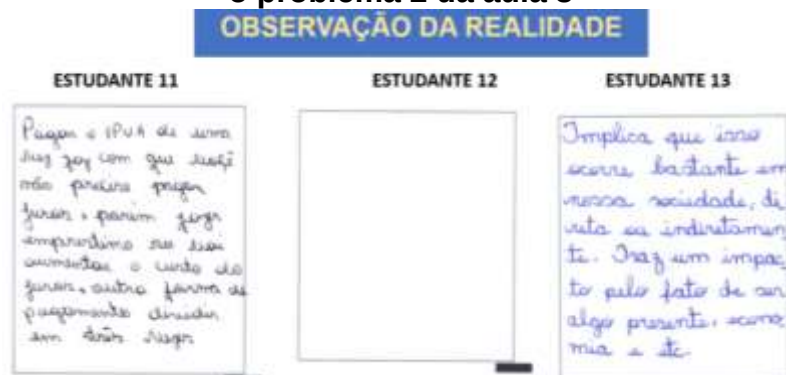
Figura 149: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 2 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 150: Primeira etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 2 da aula 3



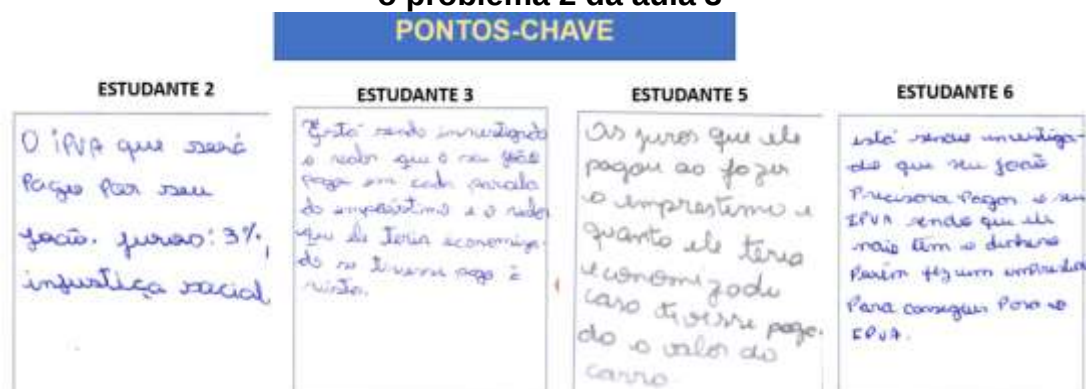
Fonte: Material da pesquisa (2022)

Acerca da primeira etapa do Arco, os estudantes refletiram sobre não ter dinheiro para pagar o IPVA e assim recorrer ao parcelamento, destacando que essa deve ser uma opção utilizada apenas em último caso. Destacaram também que muitas pessoas não tem o dinheiro para realizar o pagamento à vista e por isso recorrem ao parcelamento. Com a relação a esses apontamentos os estudantes se apropriaram do que estava sendo discutido e podem ter considerado suas realidades para tratar desses pontos de vista (BERBEL, 2012). Ao preencher essa etapa e na observação feita pelo professor, foi questionado sobre os estudantes conhecerem essa opção de parcelamento do IPVA, sendo exposto pela maioria que não e que muitas vezes as

peessoas não efetuam o pagamento do imposto por falta dessa informação. Ao tratar dessa situação, além de problematizar a realidade (COLOMBO; BERBEL, 2007) ela tem um caráter informacional, para que os estudantes levem para as suas vidas para ser aplicada. Mais uma vez, notamos que a estudante 12 não preencheu as etapas do Arco nessas tarefas e entre elas estão a observação da realidade e aplicação à realidade. Foi notória a *análise crítica* da realidade ao ser observado o problema.

Vejamos nas figuras a seguir o que foi preenchido pelos estudantes na etapa de pontos-chave:

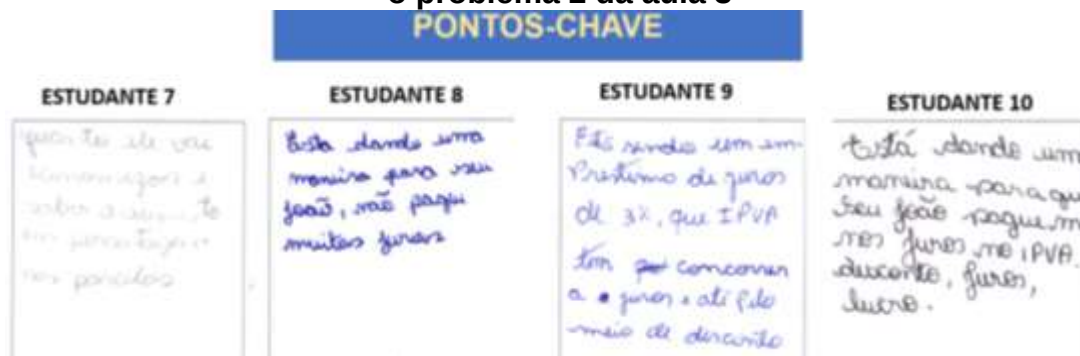
Figura 151: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 2 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 7, 8, 9 e 10:

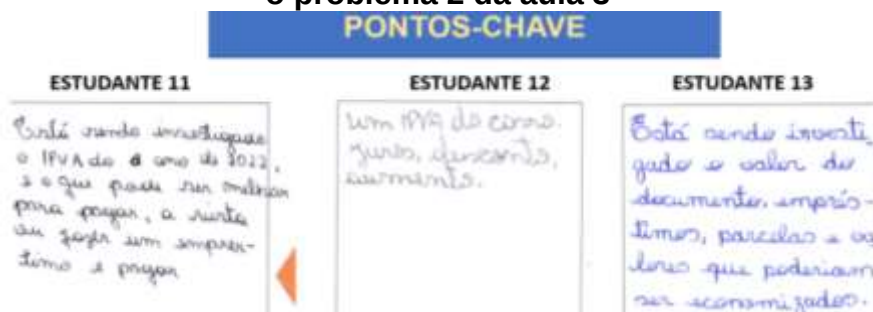
Figura 152: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 2 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 153: Segunda etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 2 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Em relação à segunda etapa, pontos-chaves, todos abordaram de maneira correta sobre o que está sendo investigado no problema e destacam que é o quanto o proprietário teria economizado caso tivesse pago o IPVA em 3x sem juros no lugar de ter solicitado um empréstimo. Notamos que o estudante 10 destacou os termos matemáticos, mencionando juros e descontos e o estudante 2 mencionando os juros que contribuem para a injustiça social. Nesse sentido, os estudantes, em sua maioria, não mencionaram os termos matemáticos conhecidos, entretanto, isso não configurou uma falha para que eles errassem a solução do problema e apresentassem um pensamento reflexivo sobre o problema.

Nas figuras a seguir, mostramos o que foi preenchido na etapa de Teorização:

Figura 154: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 2 da aula 3

TEORIZAÇÃO	
ESTUDANTE 2	
Porcentagem, subtração, adição, multiplicação, juros $\div$ $\%$ juros compostos.	
ESTUDANTE 3	
Porcentagem, adição, multiplicação, subtração, juros compostos. Símbolos: $(\%)$, $(+)$, (x) , $(-)$.	
ESTUDANTE 5	
Juros compostos, multiplicação, divisão, subtração, adição. $(-)$, $(\div)$, $(+)$, (x) .	
ESTUDANTE 6	
Porcentagem, multiplicação, divisão, soma, juros compostos. símbolos: $(+)$, (x) , $(-)$, $(+)$.	

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 7, 8, 9 e 10:

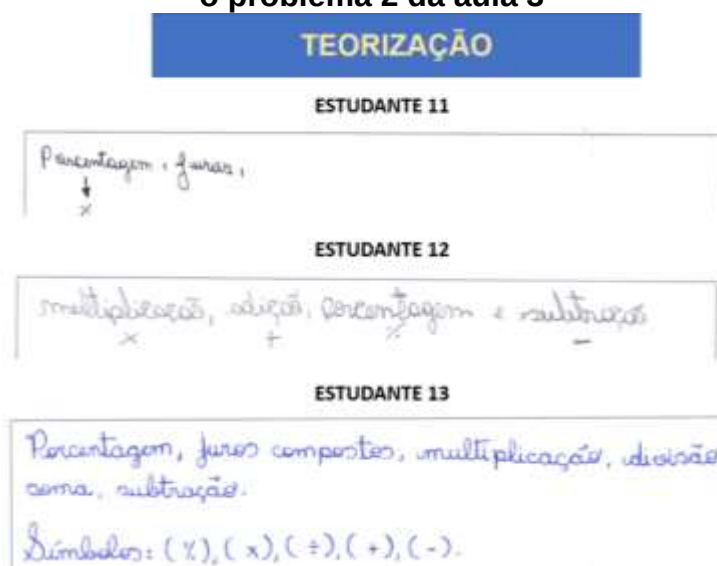
Figura 155: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 2 da aula 3

TEORIZAÇÃO	
ESTUDANTE 7	
Juros compostos	
ESTUDANTE 8	
multiplicação $\times$, divisão $\div$, porcentagem $\%$, subtração $-$, adição $+$, juros	
ESTUDANTE 9	
juros compostos, Porcentagem $\%$ soma $+$	
ESTUDANTE 10	
multiplicação $\times$, divisão $\div$, porcentagem $\%$, subtração $-$, adição $+$, juros	

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 156: Terceira etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 2 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Quanto à etapa de teorização, percebemos um avanço quanto aos símbolos, sendo esboçados por todos os estudantes, no entanto, quanto ao conteúdo matemático os estudantes 8, 10 e 11 citaram que envolvia juros, mas não o tipo de juros, e que isso estava muito evidente no enunciado do problema, o que configura falta de atenção. A não nomeação dos juros compostos pode ser derivada da dúvida inicial dos estudantes, quando mencionaram que não sabiam como fazer os cálculos. Importante, salientar a questão da falta de atenção na leitura do problema, também apontada por Gonçalves (2014).

Observemos nas figuras seguintes o que foi preenchido na etapa de Hipóteses de solução:

Figura 157: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 2 da aula 3

HIPÓTESES DE SOLUÇÃO			
ESTUDANTE 2 Recolhendo todas as dadas, vendo a maneira mais racional de responder e fazendo (chegando) um um resultados matematicamente.	ESTUDANTE 3 Resolvendo a questão com algumas propriedades matemáticas como a adição, multiplicação, divisão, porcentagem, que compõem. Sim, apenas os dados e não o quanto é ou não pago a mais e no final sair o valor do IPVA.	ESTUDANTE 5 Por meio de contas matemáticas que envolve problemas matemáticos. Vou observar o valor inicial, o juros e o valor total que dá.	ESTUDANTE 6 Por meio das contas matemáticas, de ver o valor que é o valor que não pago. Pagar em quantos parcelas que dá o valor que não pago e quantos dá o valor final.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 7, 8, 9 e 10:

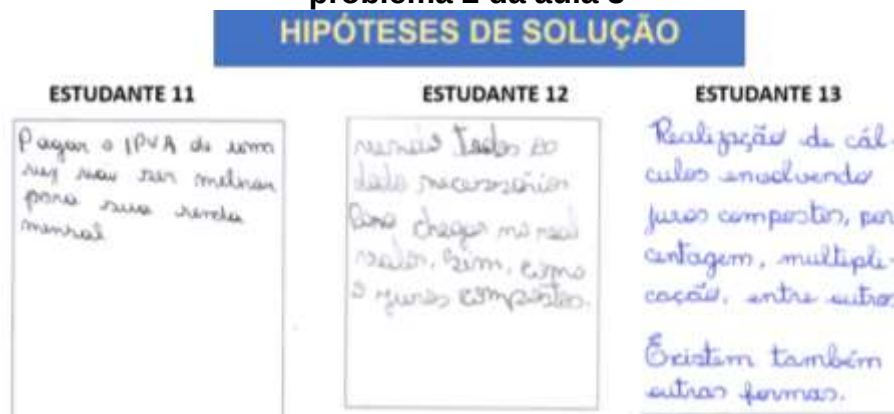
Figura 158: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 2 da aula 3

HIPÓTESES DE SOLUÇÃO			
ESTUDANTE 7 Subtraindo quanto percentagem acrescentar no valor total.	ESTUDANTE 8 Pagando um 3x ele irá economizar por causa do juros.	ESTUDANTE 9 não se faria o empréstimo, a taxa seria uma injustiça seria melhor se optar pelo pagamento do IPVA (um 3x).	ESTUDANTE 10 Pagando um apenas 3x ele irá economizar por causa do juros.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 159: Quarta etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 2 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa de hipóteses de solução, a maioria dos estudantes mencionou que fariam o tratamento dos dados, observariam os cálculos necessários, veriam o quanto iria aumentar no valor total no caso dos juros do empréstimo e depois fariam a subtração do valor do IPVA parcelado. Merece uma especial atenção o que foi colocado pelos estudantes 8, 9 e 10 que mencionaram que a solução para o problema era não fazer o empréstimo e que esse aspecto também foi evidente na aula anterior.

Sobre o pensamento dos estudantes, eles querem resolver o problema sem considerar a interpretação da questão, o tratamento dos dados. Entretanto, esse pensamento dos estudantes não interferiu nas suas soluções, eles não destacaram na solução do problema que seria melhor não resolver o problema.

Vejamos nas figuras seguintes a resolução do problema pelos estudantes:

Figura 160: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 2, 3, 5 e 6



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na figura seguinte apresentamos as resoluções dos estudantes 7, 8, 9 e 10:

Figura 161: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 7, 8, 9 e 10

ESTUDANTE 7 Resolução 618 600 57 $1^{\circ} \frac{600}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{1800}{100} = 18 \quad m = 600 + 18 = 618$ $2^{\circ} 618 \times \frac{3}{100} = 1854 : 100 = 18,54 \quad m = 618 + 18,54 = 636,54$ $3^{\circ} 636,54 \times \frac{3}{100} = \frac{1909}{100} = 19,09 \quad m = 636,54 + 19,09 = 655,63$ $4^{\circ} 655,63 \times \frac{3}{100} = \frac{1966,89}{100} = 19,66 \quad m = 655,63 + 19,66 = 675,29$ $5^{\circ} 675,29 \times \frac{3}{100} = \frac{2025,87}{100} = 20,25 \quad m = 675,29 + 20,25 = 695,54$ $6^{\circ} 695,54 \times \frac{3}{100} = \frac{2086,62}{100} = 20,86 \quad m = 695,54 + 20,86 = 716,40$ 716,40 - 618,00 ----- 98,40	ESTUDANTE 8 $618 \times \frac{3}{100} = \frac{1854}{100} = 18,54 + 618 = 636,54$ $636,54 \times \frac{3}{100} = \frac{1909,62}{100} = 19,09 + 636,54 = 655,63$
ESTUDANTE 9 618 600 57 $1^{\circ} \frac{600}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{1800}{100} = 18 + 600 = 618$ $2^{\circ} 618 \times \frac{3}{100} = \frac{1854}{100} = 18,54 + 618 = 636,54$ $3^{\circ} 636,54 \times \frac{3}{100} = \frac{1909,62}{100} = 19,09 + 636,54 = 655,63$ $4^{\circ} 655,63 \times \frac{3}{100} = \frac{1966,89}{100} = 19,66 + 655,63 = 675,29$ $5^{\circ} 675,29 \times \frac{3}{100} = \frac{2025,87}{100} = 20,25 + 675,29 = 695,54$ $6^{\circ} 695,54 \times \frac{3}{100} = \frac{2086,62}{100} = 20,86 + 695,54 = 716,40$ 716,40 - 618 = 98,40 Resposta: 98,40	ESTUDANTE 10 $1^{\circ} \frac{600}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{1800}{100} = 18 + 600 = 618$ $2^{\circ} 618 \times \frac{3}{100} = \frac{1854}{100} = 18,54 + 618 = 636,54$ $3^{\circ} 636,54 \times \frac{3}{100} = \frac{1909,62}{100} = 19,09 + 636,54 = 655,63$ $4^{\circ} 655,63 \times \frac{3}{100} = \frac{1966,89}{100} = 19,66 + 655,63 = 675,29$ $5^{\circ} 675,29 \times \frac{3}{100} = \frac{2025,87}{100} = 20,25 + 675,29 = 695,54$ $6^{\circ} 695,54 \times \frac{3}{100} = \frac{2086,62}{100} = 20,86 + 695,54 = 716,40$ 618 - 716,40 = -98,40

Fonte: Material da pesquisa (2022)

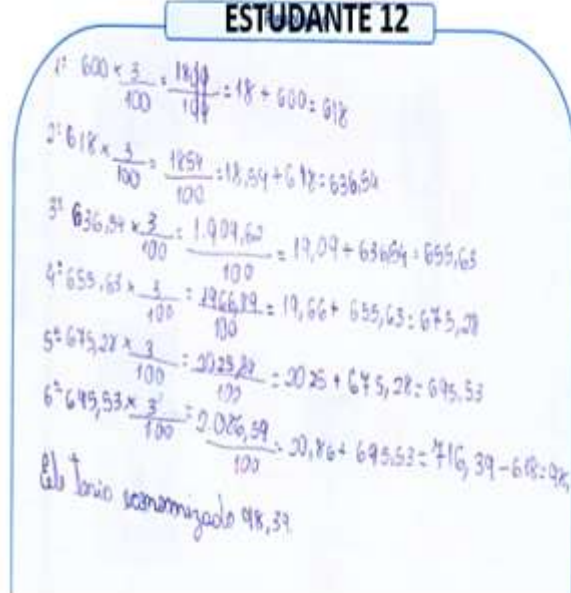
Na figura seguinte apresentamos as resoluções dos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 162: Resolução do problema 1 da aula 2 pelos estudantes 11, 12 e 13

ESTUDANTE 11



ESTUDANTE 12



1º: $600 \times \frac{3}{100} = \frac{1800}{100} = 18 + 600 = 618$
2º: $618 \times \frac{3}{100} = \frac{1854}{100} = 18,54 + 618 = 636,54$
3º: $636,54 \times \frac{3}{100} = \frac{1909,62}{100} = 19,09 + 636,54 = 655,63$
4º: $655,63 \times \frac{3}{100} = \frac{1966,89}{100} = 19,66 + 655,63 = 675,29$
5º: $675,29 \times \frac{3}{100} = \frac{2025,87}{100} = 20,25 + 675,29 = 695,53$
6º: $695,53 \times \frac{3}{100} = \frac{2086,59}{100} = 20,86 + 695,53 = 716,39$
O valor final economizado 98,39.

ESTUDANTE 13



Dados: Inicial = 600,00 Taxa = 3%
Período: 6 Juros = 18,00
Capitalização: 100% Total = 618,00
Capitalização: 100% Total = 636,54
Capitalização: 100% Total = 655,63
Capitalização: 100% Total = 675,29
Capitalização: 100% Total = 695,53
Capitalização: 100% Total = 716,39
O valor final economizado 98,39.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Por esse viés, tratando das resoluções apresentadas pelos estudantes, inferimos que a estratégia utilizada por todos estudantes é derivada da explicação do professor na intervenção da aula e que ele utilizou essa mesma estratégia tratando de uma situação hipotética: pegou o capital inicial e calculou os juros em cima dele e a cada

novo valor foi calculando. Em relação à estudante 2, observa-se que existem duas maneiras de cálculos esboçados, isso aconteceu devido ao momento de verificação/monitoramento, no qual a maioria dos estudantes perguntavam se os cálculos estavam caminhando certo e ao professor observar que ela havia errado, ela mencionou que ia pesquisar uma maneira fácil de calcular juros compostos, encontrando a fórmula e refazendo o seu cálculo. Apesar de a estudante ter refeito o cálculo, chegando ao montante correto do valor do empréstimo, ela não mostrou o resultado do que foi solicitado, no caso o quanto o cidadão teria economizado no pagamento parcelado do IPVA em 3x, isso pode ser visto como uma falta de compreensão da questão (BRAGA, 2020).

Assim sendo, os estudantes 2, 3, 7, 10, 12 e 13 apresentaram os seus cálculos e chegaram à resposta correta, foi notado que o estudante 3 utilizou a calculadora do celular e isso pode ser evidenciado na sua resposta ao mostrar várias casas decimais em seus resultados. O estudante 5, entendeu a proposta da questão, conseguiu compreendê-la, utilizar os *conhecimentos esquemáticos*, no entanto, errou na execução da estratégia, não chegando a uma solução correta.

O estudante 8 começou a executar a estratégia de maneira correta, o que mostra que ele conseguiu compreender o problema, no entanto, não executou toda a estratégia, deixando o problema sem responder. O estudante 9 conseguiu chegar ao montante correto em relação ao empréstimo, entretanto, na hora de efetuar as operações considerando o valor do IPVA para mostrar o quanto teria economizado, utilizou o valor do empréstimo, o que configura falta de atenção (GONÇALVES, 2014). O estudante 11 não realizou muitos cálculos, o que pode ser entendido como a não compreensão do problema que impediu as demais etapas.

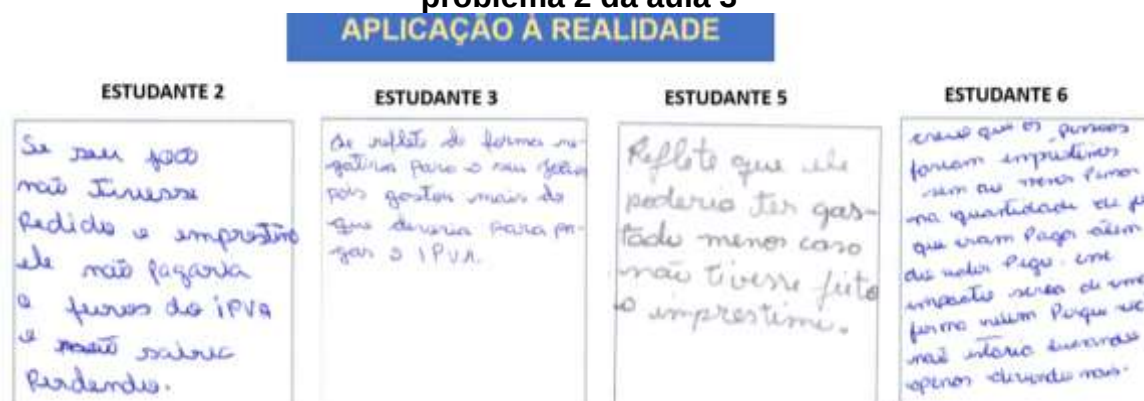
De maneira geral, tratando dos estudantes que resolveram os problemas, mesmo aqueles que erraram em alguma operação, o tipo de *mente é lógico-verbal*, não abreviaram o processo de raciocínio matemático, conseguiram executar a proposta, fazer a maioria dos cálculos, não ficando em evidência as multiplicações e divisões.

O estudante 13 nos chamou atenção nesse problema, pois diferente do problema anterior que simplificou a sua resolução, neste, desde o tratamento dos dados à solução problema, foi a que mais destacou o que estava fazendo e que isso representa

um avanço quanto às suas habilidades metacognitivas – prever e planejar (MULYONO; HADIYANTI, 2017). Sobre a etapa de monitoramento, nesse problema, pela complexidade talvez, o professor foi muito solicitado para dizer se os estudantes erraram, mas ele só disse que estava errado, não mostrando onde, com o intuito que os estudantes desenvolvessem habilidades de avaliação e de reconstrução. Nesse problema, consideramos que foi o que mais exigiu esforços cognitivos dos estudantes e mais tempo dedicado para a resolução, não sendo apressados pelo professor.

Observemos nas figuras seguintes o que foi preenchido pelos estudantes na etapa de aplicação à realidade:

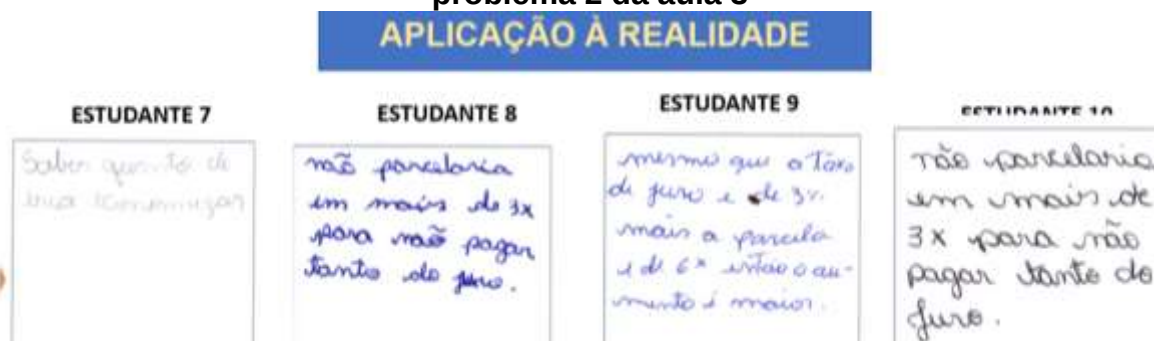
Figura 163: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 2, 3, 5 e 6 sobre o problema 2 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 7, 8, 9 e 10:

Figura 164: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 7, 8, 9 e 10 sobre o problema 2 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Observemos na figura seguinte o que foi mencionado pelos estudantes 11, 12 e 13:

Figura 165: Quinta etapa do arco preenchida pelos estudantes 11, 12 e 13 sobre o problema 2 da aula 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Sobre a última etapa, da aplicação à realidade, os posicionamentos dos estudantes apresentaram bastante relação com o que foi pontuado na primeira etapa, destacaram que se não pegar empréstimo não haverá o pagamento de juros, que o pagamento de juros é algo negativo para a vida do cidadão, que tem que ser pensado antes de solicitar um empréstimo e observar os juros que podem ser pagos. Acreditamos que através do Arco e da resolução de problemas o *pensamento crítico* dos estudantes ficou em evidência (MAHARANI, 2014), embora seus escritos tenham sido sucintos.

De um modo geral, nessa aula foi permitido o contato dos estudantes com os problemas considerando as ideias de *ritmo e sequenciamento* (BERNSTEIN, 1996), que as *perguntas contribuíram* para um maior desenvolvimento dos estudantes e apropriação do que estava sendo tratado e que a partir das perguntas elaboradas pelos estudantes, subproblemas podem ser criados. Na aula, com a dificuldade dos estudantes no problema 2, caso não estivéssemos atentos a como ajudá-los poderíamos ter evidenciado o Efeito Topázio do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008), quando não é aceitado que o aluno erre e a resposta é sugerida (SOUZA, 2011). Pontuamos que a linguagem utilizada pelo professor e nos momentos de dúvidas foi essencial para que os estudantes refletissem sobre o tema da aula (MEIRELES *et al.*,

2017). Foi proporcionada uma educação problematizadora aguçando o pensamento crítico (MARTINHO, 2007).

5.5.1 Autoavaliação 1 da aula 3

A respeito da autoavaliação 1, já que foi apresentada em tópicos anteriores, optamos por dizer do que a questão tratava e as percepções dos estudantes acerca dela. Em relação às dificuldades em resolver os problemas utilizando o Arco de Magueréz, 3 estudantes salientaram que apresentaram dificuldades e que as questões necessitavam que eles pensassem mais, isso mostra que os estudantes não estão acostumados com uma Matemática que os faça pensar; 4 estudantes destacaram que não apresentaram dificuldades e 4 que apresentaram dificuldades parciais.

Sobre as etapas do Arco de Magueréz que os estudantes apresentaram mais dificuldades, tivemos 2 estudantes com observação da realidade, 1 estudante com teorização, 2 estudantes com hipóteses de solução, 3 estudantes com aplicação à realidade e 3 que não apresentaram dificuldades. Os resultados refletem sobre o que foi discutido anteriormente quando apresentamos o que foi preenchido pelos estudantes nas etapas, visto que a estudante 12 deixou de preencher algumas etapas e, embora, outras mesmo sendo preenchidas foram de maneira sucinta. Perceba que o destaque dado na aplicação à realidade quanto à percepção dos estudantes, mostra que eles não têm o hábito de refletir sobre a solução de um problema.

Quanto à apresentação de dificuldades em identificar os conteúdos matemáticos em cada problema, 8 estudantes mencionaram que não apresentaram e 3 que apresentaram parcialmente. Na análise das etapas, mencionamos que alguns conteúdos deixaram de ser mencionados, entre eles, juros, isso destaca a dificuldade parcial dos estudantes, pois conseguiram identificar alguns conteúdos. Em relação ao problema que apresentaram mais dificuldades, 3 estudantes mencionaram o problema 1, 6 estudantes o problema 2 e 3 nenhum dos problemas. Chama-nos a atenção, que o que foi respondido pelos estudantes, corrobora com a dificuldade expressa por eles durante a aula, dado que no problema 2, que tratava de juros compostos, eles não sabiam como resolver, uma vez que desconheciam como se dava o cálculo desse tipo de juros.

A respeito das dificuldades nos conteúdos dos problemas, acreditamos que a intervenção do professor contribuiu para que 7 estudantes afirmassem que não apresentaram dificuldades, mesmo isso sendo evidente no problema 2; 4 estudantes destacaram a dificuldade no cálculo de porcentagem e no de juros compostos. Apesar de o cálculo de porcentagem ter sido algo comum durante a maioria das aulas, os estudantes destacaram a existência de dificuldades.

5.5.2 Autoavaliação 2 da aula 3

Sobre a autoavaliação dos aspectos gerais da aula, com o intuito de investigar as percepções dos estudantes acerca do desenvolvimento nas aulas, veja o que foi assinalado pelos estudantes. Sobre o desenvolvimento na aula e na resolução das tarefas propostas, 100% dos estudantes mencionaram que apresentaram dificuldades, mas que foram sanadas. A respeito disso, pontuamos a dificuldade apresentada pelos estudantes na compreensão/representação (PROENÇA, 2018) do problema 2 e a intervenção do professor.

Em relação à compreensão dos conteúdos abordados na aula, 1 estudante destacou que apresentou muitas dificuldades, 8 que houve dificuldades, mas foram sanadas e 2 que não apresentaram dificuldades. Sobre o conteúdo matemático, destacamos o tratamento com o cálculo de juros compostos que os estudantes não apresentavam familiaridade. O que, como salientado, interferiu na utilização dos seus conhecimentos semânticos e, conseqüentemente, nos conhecimentos procedimentais e estratégicos.

No que tange aos problemas propostas, 1 estudante destacou que o nível estava elevado, 6 que estava adequado e 3 que estava mediano. Entretanto, embora eles tenham apresentado dificuldades no manuseio com o cálculo de juros compostos, a partir do momento que entenderam o problema, viram que ele poderia ser respondido de acordo o grau de instrução deles e o conhecimento construído até o nível de escolaridade. Sobre a linguagem utilizada, 3 estudantes mencionaram não ter dificuldade para entender, 1 estudante que sentiu dificuldades e 5 que sentiram dificuldades, mas depois compreenderam. Mais uma vez, destacamos que o

compreender depois foi derivado da intervenção do problema, vendo-a como necessária para um melhor rendimento da turma.

No que concerne a utilização do Arco de Magueres, 4 estudantes apresentaram ter dificuldades para seguir e preencher, 2 que não sentiram dificuldades para seguir e preencher, 3 alegaram sentir dificuldades para seguir, mas não para preencher, 1 estudante aduziu não sentir dificuldades para seguir, mas para preencher. Notamos com isso que os estudantes sentiram dificuldades no manuseio do Arco a depender da complexidade do problema e quando é um conteúdo que eles não apresentaram conhecimento suficiente para o seu tratamento.

Acerca da resolução dos problemas, 5 estudantes aludiram sentir dificuldades para executar as operações necessárias e 6 que não apresentaram dificuldades. Quanto às operações necessárias, destacamos mais uma vez, o cálculo de juros compostos que precisava considerar o cálculo de juros baseado no novo capital a cada mês passado da aplicação, o que solicitou dos estudantes um tratamento analítico dos dados. Sobre a comunicação na aula, considerando todos os integrantes da situação didática, 10 estudantes afirmaram que conseguiram pensar de maneira crítica e expor as suas ideias e 1 que conseguiu pensar de maneira crítica, mas não expôs as suas ideias. A respeito da estudante que diz não ter expressado as suas ideias, consideramos a estudante 12 que não escreveu em algumas etapas do Arco, negando-se a fazer isso, mesmo com os questionamentos do professor.

No que se refere à forma que o professor conduziu as aulas, todos os estudantes consideram como satisfatória, que foi clara e objetiva. Destacamos que as ações do professor fazem total diferença nas situações de ensino e aprendizagem, contribuindo para um ambiente favorável.

Sobre o desempenho dos estudantes na aula, 5 estudantes apontaram que foi ótima, que realizaram as tarefas propostas, apresentaram dificuldades e acertaram a resolução da maioria dos problemas; 4 consideraram a aula boa, apresentaram dificuldades e acertaram a metade dos problemas; 2 apontaram a aula como regular, que tiveram muitas dificuldades e erraram a maior parte da resolução dos problemas. Inferimos que para os estudantes que consideraram a aula boa, ótima ou regular, é derivado do que foi abordado na aula e o seu nível de dificuldade. No tocante às

considerações a respeito da aula, de um modo geral foi apresentado as dificuldades nas operações do problema 2 e em completar as etapas do Arco de Magueréz.

Assim sendo, consideramos que as elucidações a respeito dessa aula são suficientes para termos uma visão de maneira global dos aspectos gerais. Ademais, no tópico seguinte tratamos da aula 4.

5.6 Resultados e discussões da aula 4

Diante da habituação dos estudantes com o Arco de Magueréz, uma vez que em três aulas utilizamos material impresso para que eles preenchessem de maneira escrita cada um dos pontos elencados, nesta aula resolvemos trabalhar com uma tarefa nomeada por Desafio do Arco que tinha por objetivo fazer com que os estudantes apresentassem suas considerações sobre a situação norteadora e o problema investigado de maneira oralizada.

Nesse sentido, a *negociação* do Contrato Didático para essa aula se fundou na explicação do que seria realizado, vejamos a fala do professor na transcrição abaixo:

Quadro 36: Recorte da transcrição do momento de negociação do Contrato Didático na aula 4

Professor – Estudantes, atenção. Nessa aula a atividade será o desafio do Arco de Magueréz, para o qual vocês terão uma situação norteadora, a partir dessa situação norteadora criarão três perguntas, responderão um problema matemático e após isso terão que me dizer cada ponto observado das etapas do Arco de Magueréz.

Estudante 9 – Oxente, professor, entendi nada.

Professor – Vejam só... Ali na mesa temos as etapas do arco que tem a mesma configuração da folhinha que vocês receberam para preencher nas aulas anteriores, agora, a partir dos problemas vocês terão que me falar sobre cada etapa de maneira oralizada (falada) sobre o que vocês observaram, só que antes eu vou entregar a situação norteadora, vocês vão criar as perguntas, irão lançar o dado e aquele que tirar maior pontuação escolhe o problema que vai resolver.

Estudante 5 – Será individual?

Professor – Não, vocês se dividirão em dois grupos.

Estuante 3 – Então cada grupo responderá um problema e a partir dele vamos dizer como resolvemos o problema?

Professor – Isso! Peço que prestem atenção ao arco que está na mesa, esses círculos coloridos será o momento de vocês responderem perguntas *fast*, ou seja, terão alguns segundos para responder algumas perguntas envolvendo operações matemáticas, se o grupo não responder corretamente, passa a vez para o outro.

Estudante 9 – Que coisa difícil, professor. Os problemas são fáceis?

Professor – Daqui a pouco vocês observam isso.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Esse momento da explicação de como aconteceria a tarefa apresentou-se a *negociação* do Contrato Didático, em que ficou evidente as funções de cada grupo: ler a situação norteadora, criar perguntas, responder os problemas e descrever o solicitado nas etapas do Arco (BROUSSEAU, 1986, 2008). As *regras* do Contrato Didático são tarefas em grupo, responder problemas, analisar o problema, discutir o problema e refletir sobre ele. Nesse momento, a fala do estudante 9 expressou que a linguagem do professor não estava clara o suficiente para que todos entendessem e que isso poderia interferir de maneira negativa no desenvolvimento deles, indo contra o que é assentado por Habermas (1988) e Bernstein (1996) ao exporem que a linguagem tem que ser compreensível para todos.

Além disso, o *ritmo* utilizado pelo professor para explicar poderia não ser adequado para todos e que é importante essa exposição oral dos estudantes quando não entendem algo e que é necessário esse momento de perguntas (PONTE; SERRAZINA, 2000). A ação comunicativa regida nesse primeiro momento exigiu partilha de diálogo (MEIRELES *et al.*, 2017). Para mais, cabe destacar que o professor/pesquisador acreditava que estava sendo claro o suficiente ao expor como fazer a tarefa e que não esperava essa fala da estudante, resultando assim numa *ruptura* do contrato e na *renegociação* a partir de uma nova explicação.

Por esse viés, consideramos que a explicação do professor, embora, inicialmente, não tenha sido clara para todos os estudantes, foi uma orientação de como se daria o desenvolvimento da tarefa, usando para isso a mediação pedagógica (MASETTO, 2000). As atitudes e os comportamentos dos estudantes na *negociação* de cada papel na situação didática (BROUSSEAU, 1986, 2008) permitiram a gestão de como aconteceria os momentos de ensino e aprendizagem (KUZNIAK, 2004).

Na organização dos grupos, agora divididos em dois, no grupo 1 estavam os Estudantes 1, 2, 3, 4, 12 e 13 e no grupo 2 os Estudantes 4, 6, 8, 9, 10 e 11, destacamos que a estudante 7 novamente não compareceu à aula e isso foi recorrente até a última, que pode ser derivado da pesquisa ter sido realizada em contraturno.

Assim, após esse momento, foi feita a entrega da situação norteadora desta aula, vejamos no quadro abaixo:

Quadro 37: Situação norteadora da aula 4

Rendimento da poupança hoje - 08/01/2022



Foto: Divulgação Rendimento da poupança hoje - 11/01/2022

O Banco Central divulgou nesta terça-feira (11/01) o rendimento da poupança referente ao dia 08 de janeiro de 2022. O rendimento da poupança mensal ficou em 0,5677 para depósitos feitos a partir de 04.05.2012 e anteriores a 03.05.2012, por que a Taxa Selic está em 9,25% a.a.

Preço de TV



Smart TV 32" LG HD 32LM627B WiFi, Bluetooth, HDR, ThinQAI compatível com Inteligência Artificial - 2021

(CNPJ: 06.940.590/0001-01) - Outros produtos LG

RG-1-0000-000

R\$ 1.424,05 **-11%**

5% de desconto Exclusivo 1a no Cartão de Crédito ou Boleto, com
para ver parcelamento

ECONOMIA DE R\$ 174,95

R\$ 1.499,00

ou até R\$ 15.107,38 sem juros no Cartão de Crédito

R\$ 1.424,05 - 5% de desconto

Exclusivo 1a no Cartão de Crédito ou Boleto

Comprar

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

A situação em questão trata do rendimento da poupança e da compra de uma TV. Para a situação, consideramos novamente a realidade com ponto de partida (BERBEL, 2012). Ao tratar do primeiro contato dos estudantes com a situação, no caso a leitura, por ter menos texto, notamos que os estudantes apresentaram uma certa dificuldade na discussão, sendo preciso a intervenção do professor, utilizando para isso a pergunta como pontapé para a reflexão (LOVE; MASON, 1995). Observemos a transcrição abaixo:

Quadro 38: Recorte da transcrição do primeiro do contato dos estudantes com a situação norteadora da aula 4

Estudante 10 – Estou entendendo é nada disso.

Professor – Entendendo nada?

Estudante 10 – Sim, professor.

Estudante 1 – Observa que tem duas situações diferentes, tenta relacionar elas.

Professor – Isso, tente relacionar os dois contextos.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

A dificuldade com a análise das situações em conjunto, visto que nas aulas anteriores não foi trabalhado assim, poderia interferir na análise crítica dos estudantes

durante o decorrer da aula, por isso a necessidade de intervenção do professor. Nesse momento o professor fez a mediação, entretanto, a fala de um estudante foi suficiente para ajudar os demais, então podemos dizer que os estudantes se apoiaram uns aos outros (BROUSSEAU, 1986). Para isso, também destacamos que o professor precisa contribuir para o desenvolvimento de estudantes criativos (MARAHANI, 2014), não dando respostas, nem facilitando as suas tarefas, para não recorrer a efeitos do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986).

Desse modo, veja as perguntas criadas pelos grupos a partir da situação norteadora na figura abaixo:

Figura 166: Perguntas criadas a partir da situação norteadora da aula 4

GRUPO 1

Pergunta 1: Vale mais a pena comprar a vista ou parcelado?

Pergunta 2: O produto a venda está sendo valorizado o suficiente para cobrir tal taxa?

Pergunta 3: A loja que está vendendo o produto é segura?

GRUPO 2

Pergunta 1: Como o depósito aumentou e previu que a taxa aumente?

Pergunta 2: Qual seria a melhor opção de compra Para o consumidor, à vista ou cartão de crédito?

Pergunta 3: Por mais que somente tenha 3x no cartão, 5% de desconto que ele teria, essa opção seria a mais vantajosa?

A partir da análise das perguntas elaboradas pelos estudantes, notamos que os grupos enfatizaram apenas a situação da compra e isso pode ser desencadeado da não familiaridade dos estudantes com a questão do rendimento da poupança e também do relacionamento entre as duas situações. Apesar do estudante 1 ter salientado de maneira oral que o outro estudante relacionasse as duas situações, notamos que o grupo dele também não fez isso. Diante disso, mesmo sendo elaboradas perguntas sobre a situação 2, elas se adequam ao tema tratado e que a compra de uma TV, considerando o contexto social dos estudantes, está mais próxima das suas realidades e que a linguagem da situação 2 permite uma maior compreensão do tema em evidência (MEIRELES *et al.*, 2017). Para mais, o perfil dos estudantes não contribuiu para o envolvimento na situação 1, no entanto, essa abordagem é necessária para a construção de novos saberes.

Assim sendo, percebendo essas perguntas dos grupos, o professor questionou-os sobre não tratarem da questão 1, sendo explicitado pelo estudante 4 que a situação da 2 era mais fácil de lidar. As perguntas criadas pelos alunos, uma vez que era esperado que eles tratassem das duas situações em conjunto, representou mais uma quebra de contrato e que a *renegociação* foi tentada a partir do questionamento do professor (BROUSSEAU, 1986, 2008).

Com isso, após o tratamento dessas análises, iremos abordar sobre os problemas respondidos por cada um dos grupos. Entretanto, antes de mostrar as resoluções, cabe-nos mencionar que após o lançamento do dado o Grupo 1 ficou responsável pelo problema 2 e o grupo 2 pelo problema 1. Vejamos na figura a seguir como foi montada a mesa para o desafio do Arco e os problemas criados a partir dela:

Figura 167: Mesa para o desafio do arco e problemas



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

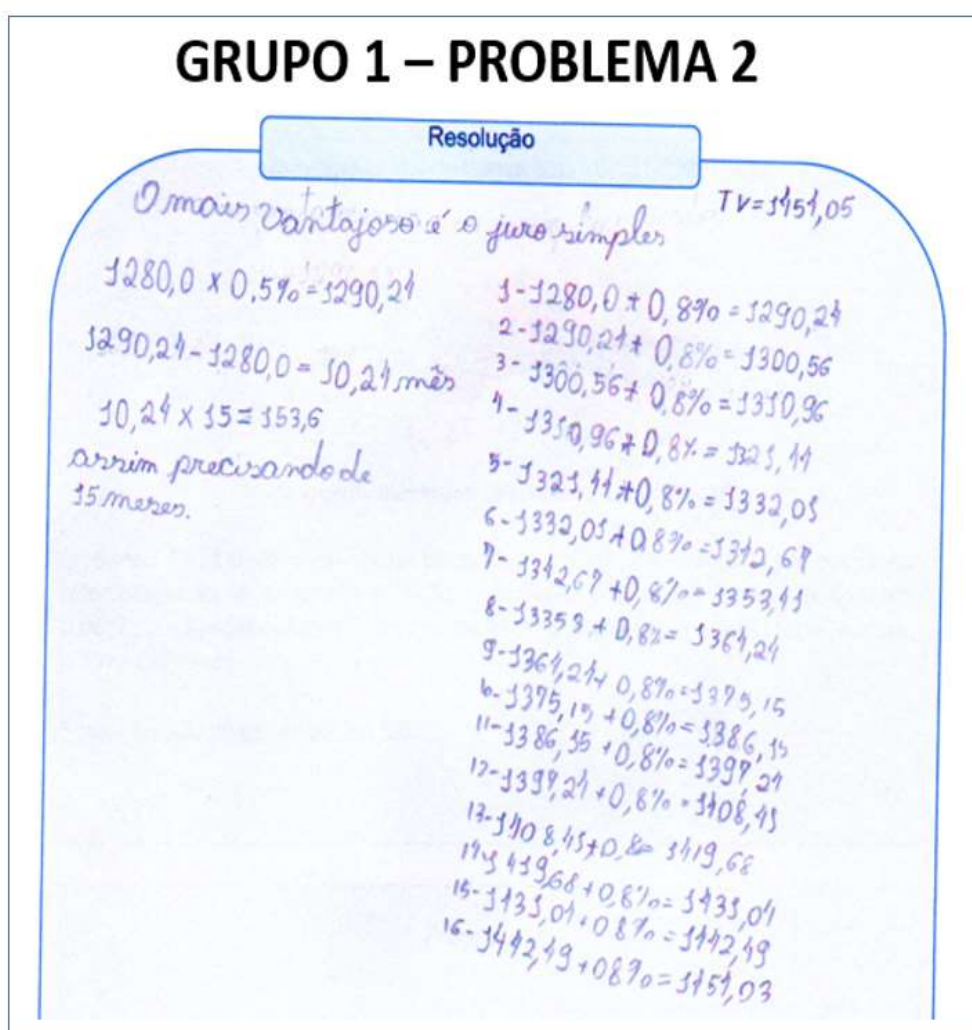
Como observado na figura, sobre a mesa também estavam os problemas, pois mesmo cada grupo ficando responsável apenas por um problema, eles poderiam ver do que se tratava o outro. Ambos os problemas são considerados não convencionais, de aplicação e do tipo *puzzle*, já que é preciso análise e tratamento dos dados (CHARLES; LESTER, 1986). Cabe destacar, que as etapas do Arco só foram discutidas após a resolução dos problemas porque o Arco contempla o problema desde a sua leitura/interpretação à aplicação de saberes construídos na realidade, a forma como impacta (BERBEL, 2012).

Assim sendo, quando os grupos fizeram a leitura do problema, o professor questionou sobre as possíveis dúvidas, usando para isso o tipo de pergunta *tematizante*, uma vez que ela contribui para a introdução a um conteúdo ou questão (MENEZES, 1995). Sobre questionamento inicial, todos os grupos relataram dificuldades, indagando como resolveria esse tipo de problema, isso pode ter ocorrido em virtude da mesma situação da aula 3, em que os alunos não sabiam como tratar questões que envolvem os conteúdos de juros compostos. Assim, como exposto na pesquisa de Mayer (1987), de Cagliari (2010), de Gonçalves (2014) e Proença et al. (2020) os estudantes não conseguiram compreender o problema e, tampouco, interpretá-lo o que pode prejudicar no desenvolvimento da solução. Entretanto, o

professor mencionou que os estudantes tentassem lembrar do que foi trabalhado na aula anterior, sendo mencionado pelo estudante 1 “*juros compostos é juros em cima de juros, né?!,*”o que serviu para clarear as ideias de todos os grupos. A respeito da fala do estudante, destacamos a contribuição da aula anterior, e que o *tipo de pergunta* usado pelo professor aumentou a comunicação entre grupos e exigiu a partilha de saberes (MEIRELES *et al.*, 2017) e que os grupos se ajudaram (ONUCHIC, 1999).

Veja na figura abaixo a resolução do grupo 1 do problema 2:

Figura 168: Resolução do grupo 1 ao problema 2



Fonte: Material da pesquisa (2022)

A respeito da solução encontrada pelo grupo 1 ao problema 2, como era uma situação na qual tinha que analisar situações envolvendo juros simples e juros

compostos, o grupo inverteu as situações e fez os cálculos errados, calculou os juros em cima de juros para situação de juros de simples e para a situação de juros compostos fez o cálculo dos juros apenas baseado no capital inicial. Assim como exposto Gonçalves (2014) a falta de interpretação do problema levou ao erro. Os estudantes tiveram problemas com os *conhecimentos semânticos* (MAYER, 1992). Não destacamos que eles tiveram problemas com o *conhecimento estratégico*, pois teriam acertado caso tivessem olhado para os dados com mais atenção. O tipo de mente do grupo foi o *lógico-verbal*, pensam com símbolos de maneira adequada, fizeram a *execução da proposta*, utilizam os conhecimentos procedimentais, entretanto, não fizeram o monitoramento/validação da resposta (PROENÇA, 2018).

Vejamos na figura abaixo a resolução do grupo 2 ao problema 1:

Figura 169: Resolução do grupo 2 ao problema 1

Resolução

$$\begin{array}{l}
 1424,05 \times \frac{100}{0,5} \\
 x = 7120,25 \\
 100x = 7120,25 \\
 x = \frac{7120,25}{100} \\
 x = 71,20 \\
 1424,05 \\
 - 71,20 \\
 \hline
 1352,85
 \end{array}$$

1º) $1280 \times \frac{0,5}{100} = \frac{640}{100} = 6,4 + 1280 = 1286,4$

2º) $1286,4 \times \frac{0,5}{100} = \frac{643,2}{100} = 6,43 + 1286,4 = 1292,83$

3º) $1292,83 \times \frac{0,5}{100} = \frac{646,41}{100} = 6,46 + 1292,83 = 1299,29$

4º) $1299,29 \times \frac{0,5}{100} = \frac{649,64}{100} = 6,49 + 1299,29 = 1305,78$

5º) $1305,78 \times \frac{0,5}{100} = \frac{652,89}{100} = 6,52 + 1305,78 = 1312,3$

6º) $1312,3 \times \frac{0,5}{100} = \frac{656,15}{100} = 6,56 + 1312,3 = 1318,86$

7º) $1318,86 \times \frac{0,5}{100} = \frac{659,43}{100} = 6,59 + 1318,86 = 1325,45$

8º) $1325,45 \times \frac{0,5}{100} = \frac{662,72}{100} = 6,61 + 1325,45 = 1332,06$

9º) $1332,06 \times \frac{0,5}{100} = \frac{666,03}{100} = 6,64 + 1332,06 = 1338,7$

10º) $1338,7 \times \frac{0,5}{100} = \frac{669,35}{100} = 6,67 + 1338,7 = 1345,37$

11º) $1345,37 \times \frac{0,5}{100} = \frac{672,68}{100} = 6,71 + 1345,37 = 1352,08$

12º) $1352,08 \times \frac{0,5}{100} = \frac{676,04}{100} = 6,74 + 1352,08 = 1358,82$

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Em relação ao grupo 2 e a solução do problema 1, o grupo mesmo diante do problema voltou à situação norteadora e considerou que a TV teria um desconto de 0,5% à vista, considerando o valor pago no boleto e para isso utilizou uma estratégia adequada, fazendo regra de três simples e em seguida calculando o desconto. Após esse cálculo inicial, o grupo começou a fazer os seus cálculos baseados nos juros compostos, que a cada novo mês os juros seriam baseados no novo capital, destacando no final que seriam necessários 12 meses para que o comprador tivesse o dinheiro total através de uma aplicação e fizesse a compra da TV à vista. Notamos que para o grupo chegar a essa conclusão, durante o momento de resolução a etapa de monitoramento foi de fundamental importância, pois por diversas vezes faziam a verificação da resposta apresentada e quando viam que tinham errado reconstruíam os seus cálculos, vejamos isso no diálogo transcrito durante a resolução:

Quadro 39: Transcrição do momento de resolução do problema 1 pelo grupo 2

Estudante 10 – Olha se eu calculei essa porcentagem certa. Estudante 8 – Confiro na calculadora, né?! Estudante 10 – Sim, pode ser. Estudante 9 – Faz direito para a gente não errar. Estudante 10 – Não pode esquecer que o valor dos juros é sempre calculado em cima do novo valor. Estudante 8 – Está errado aqui. Estudante 10 – Vou refazer na calculadora. Estudante 9 – Agora está certo.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Desse modo, mesmo esse grupo tendo dificuldades no início da interpretação, a fala do integrante do outro grupo, estudante 1, contribuiu para a articulação e elaboração das estratégias do grupo 2. O grupo 2 apresentou as habilidades metacognitivas do monitorar e avaliar de maneira bastante explícita (MULYONO; HADIYANTI, 2017).

Após a solução dos problemas, foi o momento de tratar as etapas do Arco de maneira oralizada, o professor estava como mediador na tarefa (BROUSSEAU, 1986) fazendo as perguntas *fast* e o que foi considerado em cada etapa pelo grupo. No lançamento do dado para ver quem começaria explanando sobre o que foi observado acerca das etapas do Arco, o grupo 1 ganhou. Vejamos a transcrição do momento do jogo:

Quadro 40: Recorte da transcrição do momento do desafio do arco

Professor – O que vocês destacam da etapa de observação da realidade?
 Estudante 1 – Qualquer um pode falar? (GRUPO 1)
 Professor – Pode, 30 segundos.
 Estudante 1 – Aparentemente os juros compostos podem ser mais vantajosos, mas quando a gente fez os cálculos percebemos que o juro simples saia mais vantajoso por questão de um mês, mas um mês pode fazer total diferença na hora de pagar uma conta. (GRUPO 1)
 Professor – Agora... como vocês avançaram uma etapa, vocês vão para a pergunta fast e vocês só conseguem avançar para os pontos-chave se acertar essa. Quanto é 25% de 200, 10 segundos?
 Estudante 2 – Pode usar calculadora? (GRUPO 1)
 Professor – Pode usar não. Pensamento rápido.
 Estudante 4 – 50.
 Professor – Em relação aos pontos-chave, o que vocês observaram do problema 2?
 Estudante 1 – Que o valor do produto pode nos levar ao engano... O ponto-chave principal da questão era ver o que era mais vantajoso para mim. (GRUPO 1)
 Professor – Certo. 20% de 80? 10 segundos.
 Estudante 1 – Repita... (GRUPO 1)
 Estudante 4 – 16.
 Professor – Certo. O que vocês observaram da teorização?
 Estudante 3 – Adição, multiplicação, divisão, porcentagem juros simples e também compostos. (GRUPO 1)
 Professor – Certo. 16×4 ? 2 segundos. Passou!
 Estudante 1 – Aí também foi demais. (GRUPO 1)
 Estudante 9 – Ah, não... O professor quer que a gente responda. (GRUPO 2)
 Estudante 3 – Não, professor, não. (GRUPO 1)
 Professor – Brincadeira, 5 segundos.
 Estudante 4 – 64. (GRUPO 1)
 Professor – Certo. Hipóteses de soluções? 30 segundos.
 Estudante 3 – Usamos matemática básica, analisamos os valores que a questão dava, logo calculamos e encontramos o resultado. (GRUPO 1)
 Estudante 12 – Também existem outras formas para encontrar o resultado. (GRUPO 1)
 Professor – Certo.
 Estudante 9 – Vou fingir um desmaio aqui. (GRUPO 2)
 Professor – Pronto! Quanto é 2^5 ? 10 segundos.
 Estudante 4 – 32.
 Estudante 9 – Ô, menino, tu saíesses de onde? Rsrtrs (GRUPO 2)
 Professor – Agora, a última etapa. Aplicação à realidade?
 Estudante 1 – Que muitas vezes a gente se deixa levar por um vendedor e não observa os valores, a aplicação da realidade pode ser dada a partir do momento que paramos para calcular o quanto pesa no nosso bolso e como eu posso investir, se fosse aplicar antes do contato com arco aplicaríamos nos juros compostos por achar que era mais vantajoso.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

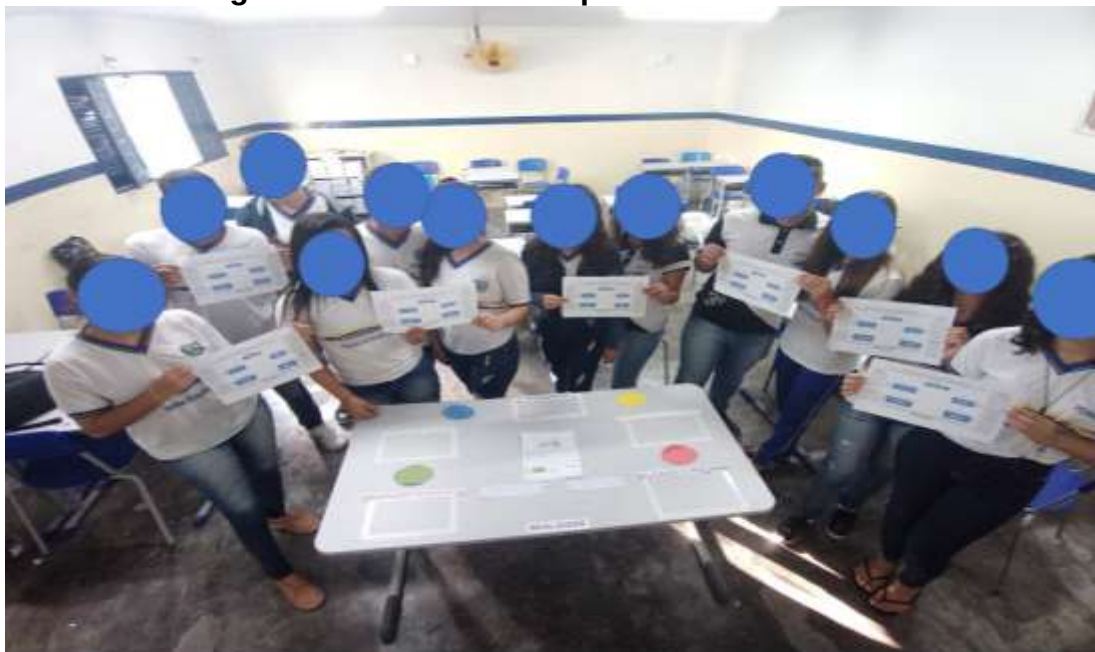
Como pode ser observado na transcrição, a participação maior foi do grupo 1, mesmo os seus cálculos expostos do problema sendo errados. Vemos que o grupo trabalhou em conjunto, evidenciando a importância do trabalho em equipe (GRAESSER *et al.*, 2017), mesmo tendo alguns estudantes como líderes. O estudante 1, foi quem praticamente respondeu todas as etapas do Arco, percebendo o seu grau de participação em todas as aulas e o seu avanço destacado sobre a utilização do Arco. O

grupo 1 teve o perfil de liderança e organização, pensamento rápido, entre outros fatores que contribuíram para realizar o desafio rapidamente. Inferimos que o grupo 1 realizou uma análise crítica da realidade, conseguiu dizer o que estava sendo investigado, os conteúdos expostos no problema, expor de maneira sucinta o conhecimento estratégico e que destacaram a forma como a solução pode impactar em suas vidas.

A respeito do Contrato Didático, inferimos que em vários momentos ocorreu a quebra de Contrato Didático, principalmente, porque esperava-se que os dois grupos participassem e que nas perguntas *fast*, ou nas etapas do Arco, algum grupo não respondesse. Notamos que mesmo o professor colocando menos tempo nas perguntas *fast*, uma forma de *renegociação* do contrato para que todos participassem, não foi possível. Os integrantes do grupo 1 tem habilidades muito fortes para o trabalho em equipe: comunicação, liderança, equidade, criatividade, entre outros. Nessa aula, pontuamos que a tarefa, mesmo ao *alcance de todos* precisava de uma nova configuração para sua aplicação, para assim permitir o envolvimento de todos (BERNSTEIN, 1996). O *ritmo e sequenciamento* do grupo 1, foi além do esperado, a rapidez, o cálculo mental, a desenvoltura para falar das etapas, foi algo muito articulado.

Cabe destacar que para essa aula, com a dificuldade do grupo 2 em resolver o problema já que se tratava do cálculo de juros compostos, o professor poderia ter facilitado a tarefa dos estudantes, evidenciando um *efeito do Contrato Didático* (BROUSSEAU, 1986, 2008). Observemos na figura abaixo, os estudantes ao redor da mesa do desafio do Arco após o desenvolvimento da tarefa:

Figura 170: Estudantes após o desafio do arco



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Após o desenvolvimento da aula, foi solicitado que os estudantes apresentassem as suas percepções também em duas autoavaliações.

5.6.1 Autoavaliação 1 da aula 4

Na primeira autoavaliação, 10 estudantes mencionaram não ter apresentado dificuldades para resolver problemas utilizando o Arco de Maguerez e 2 que apresentaram dificuldades parciais. Sobre os 10 estudantes disseram não ter dificuldades, enxergamos o avanço relativo à proposta aplicada, o hábito de os estudantes lidarem com problemas a partir do tratamento analítico dos dados e reflexões sobre eles.

No que tange às dificuldades nas etapas do Arco, 10 estudantes destacaram não apresentar dificuldades, 1 estudante disse ter dificuldade nas hipóteses de solução, 2 estudantes na aplicação da realidade; notamos que a dificuldade na aplicação à realidade foi algo muito recorrente, isso mostra que os estudantes têm impasse quanto a refletirem sobre aplicação do tema tratado em suas realidades e como agiriam frente a uma situação do tipo.

Com isso, nos conteúdos matemáticos presentes em cada problema, 10 estudantes disseram não ter adversidade em identificá-los, entretanto, 2 estudantes difundiram dificuldades parciais; sobre as dificuldades parciais, mencionamos o problema respondido pelo grupo 2 que tratava de juros compostos. Ao tratar do problema que de maneira singular, os integrantes do grupo 2 destacaram dificuldades em compreender o problema, mas que resgataram conhecimentos construídos de outros momentos, principalmente, da aula 3 na qual ocorreu a intervenção do professor. A respeito das dificuldades dos conteúdos matemáticos, foi destacado o cálculo de juros compostos, não mencionaram porcentagem, o que vemos como um avanço em relação anterior.

5.6.2 Autoavaliação 2 da aula 4

No que diz respeito à autoavaliação 2, 8 estudantes disseram ter dificuldades no desenvolvimento da aula na resolução das tarefas propostas e 4 disseram não ter dificuldades. Essa dificuldade salientada pode ter sido do tratamento dado ao Arco de Magueres, por meio do desafio, na qual os estudantes tinham que expor de maneira oralizada as suas falas. Na compreensão dos conteúdos na aula, 6 estudantes mencionaram ter apresentado dificuldades, mas que foram sanadas e 6 afirmaram que não apresentaram dificuldades. Sobre o aprendizado, 4 estudantes disseram ter aprendido razoavelmente e 8 que aprenderam bastante. Mencionamos que o tratamento dado às etapas no desafio podem ter contribuído para as percepções dos alunos, uma vez que exigiu deles mais esforços quanto à colaboração, interatividade, rapidez, entre outros.

Nos problemas propostas, 9 estudantes disseram que o nível estava adequado e 3 que estava mediano. Sobre o tratamento do mediano, inferimos que a aula passada contribuiu para essa percepção ao abordar o cálculo de juros compostos. No que diz respeito à linguagem utilizada nos problemas, 8 estudantes destacaram não apresentar dificuldades para entender e 4 que sentiram dificuldades, mas depois compreenderam. A linguagem considerada é algum fundamental para a apropriação dos estudantes sobre o que estava sendo tratado e mesmo que não consigam entender inicialmente, é preciso esforços dos alunos para uma análise mais atenciosa.

A respeito da utilização do Arco de Magueréz, como foi o desenvolvimento do desafio do Arco, foi mencionado pelos estudantes que não sentiram dificuldades, entretanto, notamos em suas falas orais que teriam dificuldades para falar de cada etapa e que com maior tempo para escrever teriam uma melhor análise de cada situação. Cabe destacar, que sobre as etapas o grupo 1 liderou no desafio do Arco.

Sobre as dificuldades para executar as operações necessárias nos problemas, 1 estudante disse que teve e 11 que não possuíram, vemos que o trabalho em equipe contribuiu para o tratamento positivo desses dados. Ao tratar da comunicação, todos os estudantes pontuaram que conseguiram pensar de maneira crítica e expor as suas ideias e julgamos isso como importante na elaboração de problemas a partir da situação norteadora. Ao considerar a condução da aula feita pelo professor, todos destacam como satisfatória, clara e objetiva.

Quanto ao desempenho dos estudantes nessa aula, notamos um crescimento quanto à percepção do excelente, o que destaca o entusiasmo e o envolvimento dos estudantes em tarefas que vão além do material escrito (impresso), colocando à disposição deles jogos e desafios. De um modo geral, sobre as considerações da aula, foi destacado que o momento foi ótimo, que a aula foi divertida, interativa, agradável e produtiva. Cabe destacar que as percepções dos pesquisadores, muitas vezes, não são suficientes para tratar sobre o que estudantes consideraram a respeito de uma situação de ensino e aprendizagem, mas que a visão dos estudantes é fundamental para mudanças na prática do professor.

Assim sendo, damos por satisfeito o que foi tratado sobre a aula 4, e a partir do próximo tópico esboçamos a análise e discussão da aula 5.

5.7 Resultados e discussões da aula 5

Como salientado em tópicos anteriores, a aula 5, último dia de aplicação, foi dividida em dois momentos, o primeiro momento foi a aplicação de um jogo digital, ao considerar que as Tecnologias da Informação e Comunicação (TDICs) são recursos que devem ser implementados nas salas de aula e a familiaridade dos adolescentes do século XXI com esse tipo de ferramenta, enfatizando a inserção dos alunos na cultura digital conforme propõe a BNCC (BRASIL, 2018, p. 9) na competência geral 5:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

. Com isso, esse primeiro momento foi realizado de forma individual, no qual os estudantes utilizaram os seus aparelhos celulares para acessar a ferramenta. Vejamos a transcrição da fala do professor para essa aula:

Quadro 41: Recorte da transcrição do momento inicial da aula 5

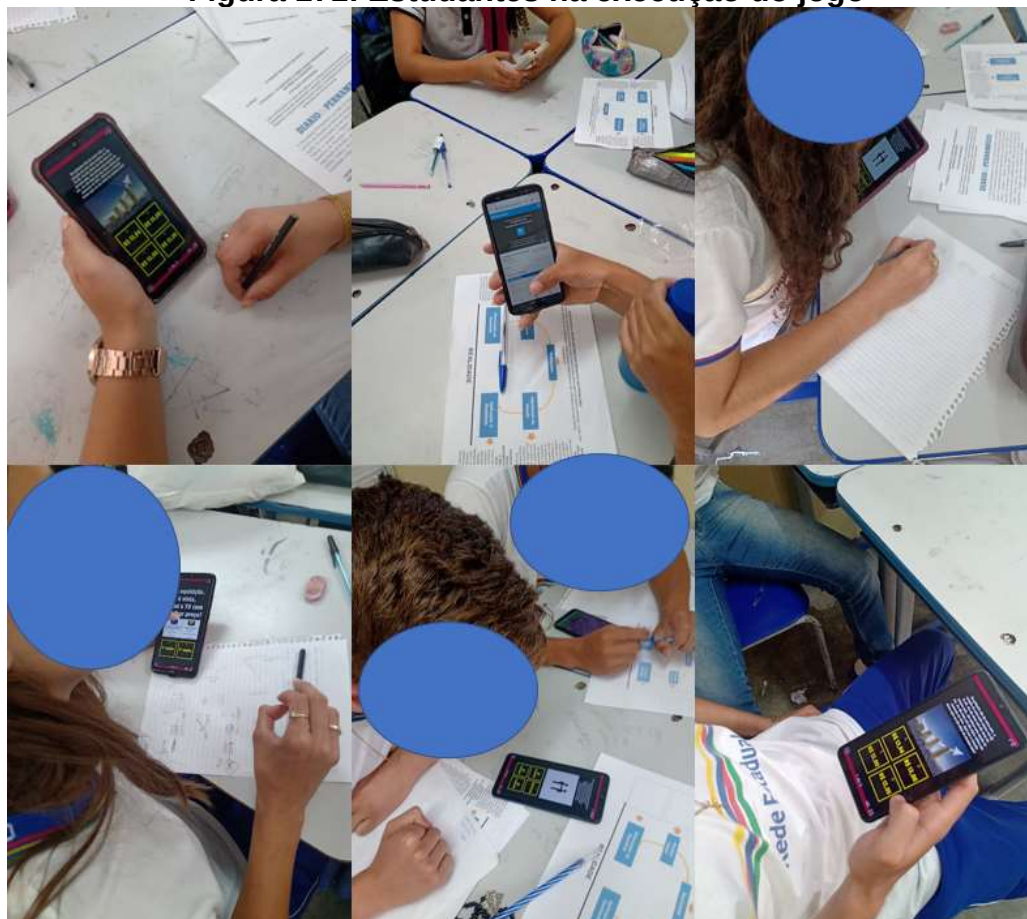
Professor – Vejam, estudantes, nessa aula teremos duas atividades, um jogo digital e a elaboração de um problema matemático a partir de uma situação norteadora. Estudante 9 – Como a gente vai acessar um jogo digital sem internet? Professor – Calma! Eu vou rotear internet do meu celular, vou disponibilizar o link do jogo no grupo e a partir daí vocês farão suas atividades. Estudante 1 – Agora sim! Professor – Cada problema no jogo trata de uma situação da realidade, mas não teremos o que chamamos até agora de situação norteadora. Estudante 13 – Entendi, professor.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Nessa explicação de como a aula acontecerá, já observamos a *negociação* das funções de cada parceiro na situação didática (BROUSSEAU, 1986, 2008). Não foi observado momentos de *ruptura*, acreditamos que a linguagem utilizada para a explicação estava ao alcance de todos (BERNSTEIN, 1996). Assim sendo, foi disponibilizado o jogo para os estudantes. O intuito foi verificar como os estudantes agiriam durante a execução da ferramenta.

Ao tratar do envolvimento dos estudantes no jogo, observamos que enquanto alguns estudantes estavam apressados para logo resolver os problemas e assim concluir o jogo, a fala do estudante 13 “*eu quero acertar tudo, vou fazer devagar, direito*”, chamou-nos a atenção, pois evidenciou que ele não queria apenas responder de qualquer modo os problemas, mas que além disso queria acertar. Cabe ressaltar que os estudantes que estavam interessados em resolver de maneira para acertar as questões, estavam fazendo os seus cálculos em papéis destinados para rascunho. Observemos as fotos abaixo com os estudantes durante a execução do jogo:

Figura 171: Estudantes na execução do jogo



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Percebemos que a falta de interesse maior nas questões foi do estudante 8, que é o perfil que apresentou maior dificuldade no envolvimento das tarefas individuais. No entanto, o professor salientou que era importante o envolvimento de todos e que no final, teria um ranking com o resultado de todos. A falta de interesse do estudante, mais uma vez, evidencia uma *ruptura* do Contrato Didático (PAIS, 2002). Nessa aula, tivemos a presença de 11 estudantes, faltando os estudantes 7 e 12 por motivos desconhecidos.

Assim sendo, como expusemos a ideia do ranking, os estudantes no final poderiam colocar seus nomes, ver suas pontuações e colocações, o que mostrou que o estudante 3 não ficando satisfeito com a sua pontuação, pediu para refazer a tarefa e o professor mencionou que ele poderia. Destacamos sobre isso a vontade do estudante

no envolvimento da tarefa e a maneira que ele poderia rever em que errou, podendo reconstruir as suas soluções.

O estudante 2 manifestou que estava com dificuldades em resolver alguns problemas, inferimos que isso pode derivar da não compreensão das situações envolvidas, entretanto, foi orientado pelo professor a fazer a releitura da situação e assim tentar resolver. Observamos, de um modo geral, que como as questões tinham enunciado mais simples, com poucos dados, as suas resoluções eram mais rápidas (*ideias de ritmo e sequenciamento*) e que estavam ao *alcance da maioria dos estudantes* (BERNSTEIN, 1996).

Desse modo, *orelacionamento interpessoal* também contribuiu para o desenvolvimento, uma vez que notamos vários momentos nos quais os estudantes perguntavam aos seus colegas como eles fizeram tal questão, mas que eles não deram as respostas, já que queriam ser os vencedores no ranking. Vejamos o que os estudantes salientaram das questões nas etapas do Arco preenchidas de maneira individual. É relevante mencionar que nas etapas do Arco, tínhamos consciência de que como tratava de 5 questões e só um Arco foi preenchido para o todo, algumas etapas poderiam evidenciar a discussão de só um problema ou mais, tipo as de hipóteses de solução, uma vez que não foi utilizada a mesma estratégia em todos os problemas. Primeiramente, observemos na figura abaixo as questões utilizadas no jogo virtual:

Figura 172: Questões do jogo digital

The figure displays four screenshots of a digital game interface, each showing a math problem related to finance and interest. The interface includes a score indicator (e.g., 100, 200) and a progress bar (e.g., 2 de 3, 3 de 3, 4 de 3, 5 de 3).

Top Left Screenshot: The question asks, "Na aquisição, à vista, qual a TV com melhor preço?" (In the acquisition, cash, which TV has the best price?). It shows two TV models with their specifications and prices. The options are: A) 1ª opção. and B) 2ª opção.

Top Right Screenshot: The question asks, "Jânior no último mês, ultrapassou no uso do cartão de crédito, chegando sua fatura no valor de R\$ 850,00. Não possuindo o valor completo para pagamento da fatura, decidiu que pagaria apenas R\$ 600,00, ficando o restante para ser pago sob uma taxa juros compostos de 1,2 % ao dia e que seria pago após três dias. Qual foi o valor do restante pago por ele após três dias?" (Jânior in the last month, exceeded the use of the credit card, reaching his bill at the value of R\$ 850.00. Not having the full value for payment of the bill, he decided that he would pay only R\$ 600.00, leaving the remainder to be paid under a compound interest rate of 1.2% per day and that would be paid after three days. What was the value of the remainder paid by him after three days?). It shows a credit card and the options: A) R\$ 179,00, B) R\$ 145,00, and C) R\$ 259,10.

Bottom Left Screenshot: The question asks, "Antônio, passando por dificuldades financeiras, resolveu pagar emprestado de sua irmã R\$ 1.000,00, pagando durante 8 meses uma taxa de juros simples de 2,5% ao mês. Passado o período, qual o montante que ele pagou na sua irmã?" (Antônio, passing through financial difficulties, decided to pay borrowed from his sister R\$ 1,000.00, paying during 8 months a simple interest rate of 2.5% per month. After the period, what was the amount that he paid to his sister?). It shows an icon of two people shaking hands and the options: A) R\$ 1.150,00, B) R\$ 125,00, C) R\$ 1.125,00, and D) R\$ 1.000,00.

Bottom Right Screenshot: The question asks, "Em certa aplicação, a quantia de R\$ 1250,00 rendeu R\$ 115,00. Quanto rendeu a quantia de R\$ 5043,00 nessa aplicação à mesma taxa de rendimento e no mesmo período?" (In a certain application, the amount of R\$ 1250.00 yielded R\$ 115.00. How much did the amount of R\$ 5043.00 yield in this application at the same rate of return and in the same period?). It shows a hand putting coins into a jar and the options: A) R\$ 463,96, B) R\$ 521,00, and C) R\$ 310,11.

Bottom Center Screenshot: The question asks, "No primeiro dia de certo mês, a cotação de uma ação estava em R\$ 12,00. Do dia cinco até dia dez do mesmo mês, ela sofreu uma queda de 5%. Do dia doze até dia vinte sofreu um aumento de 10%. Qual era a cotação dessa ação no dia vinte do mesmo mês?" (On the first day of a certain month, the quotation of a stock was at R\$ 12.00. From the fifth day to the tenth day of the same month, it suffered a 5% drop. From the twelfth day to the twentieth day it suffered a 10% increase. What was the quotation of this stock on the twentieth day of the same month?). It shows a bar chart with an upward arrow and the options: A) R\$ 12,54, B) R\$ 13,00, C) R\$ 12,00, and D) R\$ 12,05.

Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Por esse viés, como 11 estudantes participaram da atividade, vamos expor todos os Arcos preenchidos por eles. Para isso organizamos a exposição aqui na dissertação em três figuras, sendo que vamos apresentando os estudantes que dizem respeito aos Arcos esboçados. Vejamos na figura abaixo o preenchimento do Arco feito pelos estudantes:

Figura 173: Primeira etapa do arco preenchida de acordo com o jogo

OBSERVAÇÃO DA REALIDADE			
ESTUDANTE 1 mostram como vamos reagir no meio tecnológico	ESTUDANTE 2 investigar nosso aprendizado por meio tecnológico	ESTUDANTE 3 Implicam dizer que as pessoas tem que ter o mínimo de conhecimento lógico matemático financeiro para poderem se sair bem na sociedade. E tem impacto sim.	ESTUDANTE 4 Sim, pois o faturamento aumenta, e isso complica as coisas a nível das pessoas.
ESTUDANTE 5 Implicam em como resolveremos as situações.	ESTUDANTE 6 mostra como vamos reagir no meio tecnológico, natural.	ESTUDANTE 8 dependendo da situação como você compra o produto, vai mais em conta, ou você ganha ou você perde.	ESTUDANTE 9 Bom primeiro entrar e ter um bom senso para entrar nesse objetivo de seja os juros compramos um produto em desconto e sai mais claro do que pensamos.
ESTUDANTE 10 Dependendo de como você compra o produto ou você ganha ou perde, depende muito da situação.	ESTUDANTE 11 Dependendo de como você compra o produto, ou você ganha ou você perde.	ESTUDANTE 13 Os problemas propostos não aplicáveis à nossa realidade, principalmente, pela abordagem presente em cada questão.	

Fonte: Material da pesquisa (2022)

No que tange à primeira etapa, nos chama a atenção sobre o que os estudantes 1, 2, 6 esboçaram, que analisaram sobre o manuseio com o jogo, entretanto, esse não era o objetivo e podemos inferir que após eles resolverem os problemas já tinham esquecido sobre o que se tratava. O estudante 3 destacou na sua análise, descrevendo que as pessoas tinham que ter o mínimo de conhecimento de Matemática Financeira para poder se sair bem em sociedade; a percepção do estudante 3 diz respeito aos juros que estavam presentes nas situações. Os demais estudantes expuseram aspectos gerais: o agir em situações diversas, principalmente nas que existem o acréscimo de juros. A partir disso, percebemos que as análises dos estudantes 1, 2 e 6 foram contra o que havia sido solicitado.

Na figura abaixo observemos o que foi preenchido pelos estudantes na segunda etapa do Arco:

Figura 174: Segunda etapa do arco preenchida de acordo com o jogo

PONTOS-CHAVE			
ESTUDANTE 1 Nessa interação matemática em ambiente virtual	ESTUDANTE 2 Equações matemáticas	ESTUDANTE 3 Está sendo investigado nossas habilidades lógico-matemáticas em ambiente virtual. A menção é de ambiente digital.	ESTUDANTE 4 Interação matemática em ambiente
ESTUDANTE 5 Nessa interação matemática no ambiente virtual	ESTUDANTE 6 mostra qual os valores descontados, qual o custo e qual o valor final para o trabalho	ESTUDANTE 8 Investimentos, juros, impostos, rendimentos, lucros, aumento, desconto	ESTUDANTE 9 É investigado qual os de juros, rendimentos, lucros, aumento, desconto
ESTUDANTE 10 É investigado rendimentos, juros, impostos, lucros, aumento, desconto	ESTUDANTE 11 É investigado na redução, juros, impostos, rendimentos, lucros, aumento, desconto	ESTUDANTE 13 Está sendo investigado os gastos, porcentagens, critérios de pros e contras e etc.	

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa dos pontos-chave, alguns estudantes consideraram que o que estava sendo investigado eram suas habilidades sobre o manuseio com o jogo. Outros pontuaram sobre situações que envolviam juros, aumentos, descontos. Notamos que algumas respostas, de estudantes diferentes, estão iguais e que eles solicitaram ajuda do outro, respondendo da mesma maneira. Diante disso, pontuamos que a não utilização de uma situação norteadora inicial e o jogo abordando cinco questões, pode ter contribuído para essa abordagem.

Na figura seguinte apresentamos as percepções dos estudantes na etapa de teorização:

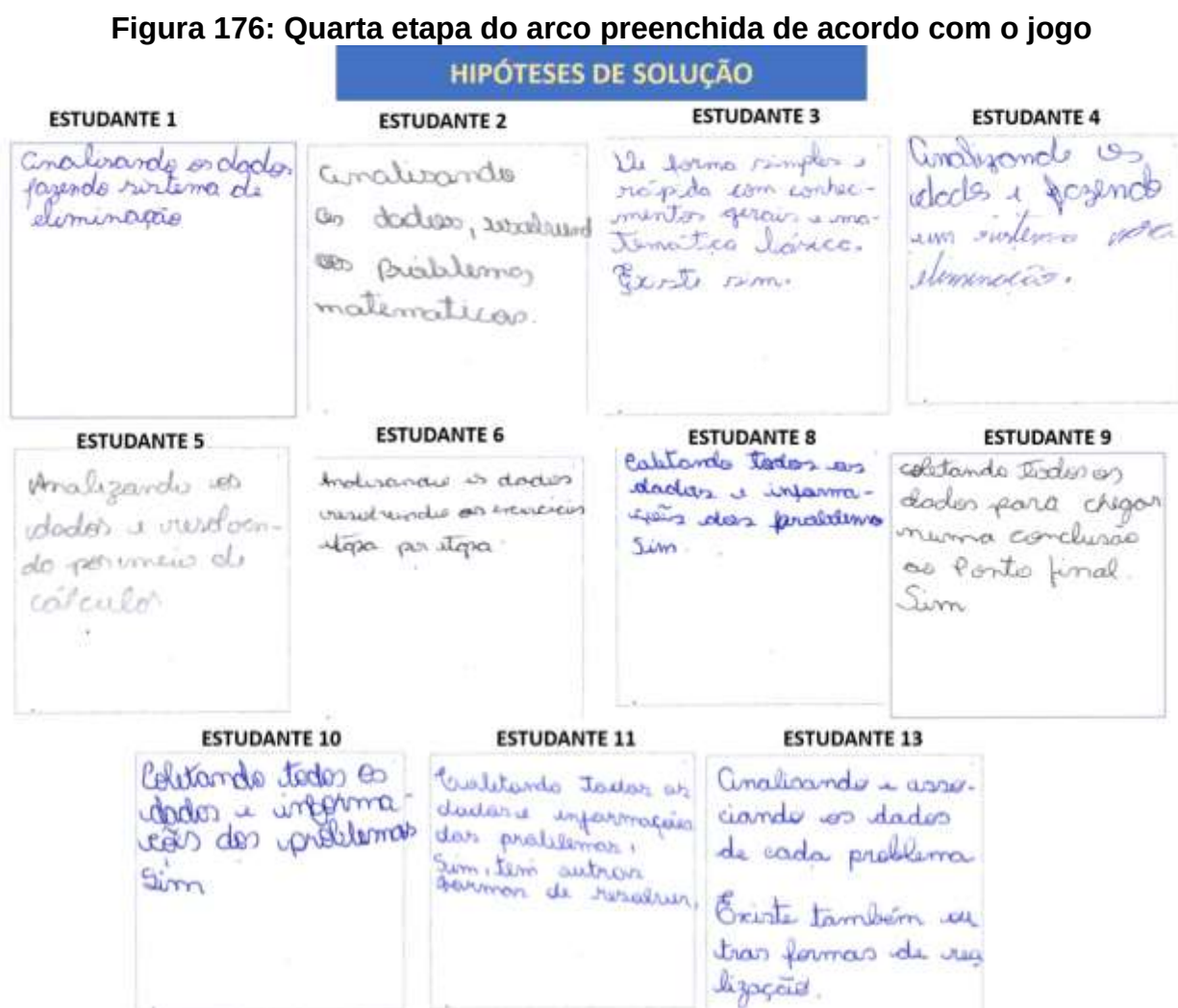
Figura 175: Terceira etapa do arco preenchida de acordo com o jogo

TEORIZAÇÃO	
ESTUDANTE 1	porcentagem, multiplicação, divisão, soma e subtração
ESTUDANTE 2	porcentagem, multiplicação, divisão, soma. %, $\times$, $\div$, +
ESTUDANTE 3	Regra de três; porcentagem; adição; multiplicação; divisão; subtração; quociente simples; quociente composto. símbolos: (%), (+), ($\times$), ($\div$), (-).
ESTUDANTE 4	Porcentagem, divisão, multiplicação, adição e subtração.
ESTUDANTE 5	Porcentagem, regra de três, divisão, subtração -(%), (-), ($\div$)
ESTUDANTE 6	Porcentagem, multiplicação, divisão, soma e subtração (-), (+), (-), (+), (-).
ESTUDANTE 8	adição, multiplicação, divisão, porcentagem, juros + $\times$ $\div$ %
ESTUDANTE 9	desconto, multiplicação, divisão, adição, juros % $\times$ $\div$ +
ESTUDANTE 10	multiplicação, adição, porcentagem, divisão, juros $\times$ + $\div$ %
ESTUDANTE 11	multiplicação, adição, divisão, desconto, juros $\times$ + $\div$ %
ESTUDANTE 13	Regra de três, porcentagem, multiplicação e outras operações, juros.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na etapa de Teorização, sobre os conteúdos matemáticos abordados nos problemas, todos conseguiram identificar, entretanto, nem todos esboçaram os símbolos. A questão dos símbolos foi uma falha recorrente em todas as aulas, podemos inferir que se trata de uma *regra implícita* do Contrato Didático (BROUSSEAU, 1986, 2008), todavia, não foram todos os estudantes que deixaram de mencionar os símbolos.

Observemos na figura a seguir o que foi preenchido na etapa de hipóteses de solução:



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Quanto à etapa de hipóteses de solução, foi destacado que foram analisando os dados e como se tratava de questões de múltipla escolha, o estudante 1 destacou a

eliminação como uma estratégia para chegar ao resultado, isto é, observou como a resposta se adequaria melhor ao que estava sendo solicitado e assim foi descartando as que não eram cabíveis para ele.

Vejamos na figura seguinte o que foi preenchido pelos estudantes na última etapa do Arco:

Figura 177: Quinta etapa do arco preenchida de acordo com o jogo

APLICAÇÃO À REALIDADE			
ESTUDANTE 1 Como eu reagiria em tais circunstâncias	ESTUDANTE 2 Como iremos analisar o problema.	ESTUDANTE 3 Se refletir de forma positiva tanto para a empresa quanto para o consumidor que com consequências.	ESTUDANTE 4 Como eu reagiria em algumas situações.
ESTUDANTE 5 Como me comportaria em tal situação.	ESTUDANTE 6 Como os pessoas vão reagir em meio a realidade.	ESTUDANTE 8 Não comprando coisas que paguem muitos juros.	ESTUDANTE 9 Não comprando produtos que paguem juros tão alto.
ESTUDANTE 10 Não comprando coisas que acabem pagando muito.	ESTUDANTE 11 Não comprando coisas que acabem pagando muito juros.	ESTUDANTE 13 Gerando análise de dados e fazendo reflexões na realidade.	

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Na aplicação à realidade, dois pontos de vista ficaram evidentes (SILVA; FEIL, 2020), foram eles: reação diante das situações e como poderiam resolver os problemas no contexto real. Nesse sentido, apesar de os estudantes irem contra o solicitado nas primeiras etapas, o que configura uma *ruptura* do Contrato Didático (BROUSSEAU,

1986, 2008), notamos que no final eles manifestaram uma *reflexão crítica*, mesmo que sucinta, diante do tratamento que foi dado às questões do jogo.

Por fim, como última tarefa da aplicação do Produto Educacional, os estudantes, novamente divididos em grupos, teriam que a partir de uma situação norteadora elaborar um problema matemático. É importante mencionar, que o nosso foco no estudo não foi a elaboração de problemas, mesmo sabendo que muitas pesquisas tratam disso, mas pontuamos que o contato dos estudantes nas demais aulas com problemas diversos poderia contribuir para isso, além de explorar a sua criatividade, vista como uma habilidade do século XXI (SZABO *et al.*, 2020). Na BNCC (BRASIL, 2018) também é salientado sobre as habilidades dos estudantes resolverem e elaborarem problemas, como pode ser visto nas habilidades utilizadas neste estudo para a confecção do Sequência Didática.

Desse modo, para a tarefa como fez parte da aula 5, foi preciso uma segunda *negociação*, dessa vez solicitando que os estudantes se organizassem em grupos e a que partir de uma situação norteadora criassem perguntas, elaborassem um problema, resolvessem e preenchessem as etapas do Arco. Ficam visíveis as *regras do Contrato Didático*: trabalho em grupo, ler a situação norteadora, elaborar o problema, preencher o Arco de acordo com o problema criado (BROUSSEAU, 1986, 2008).

Vejamos a situação norteadora da tarefa:

Figura 178: Situação norteadora da segunda tarefa da aula 5

DIÁRIO de PERNAMBUCO

A Neoenergia Pernambuco, no Cabo de Santo Agostinho, vai oferecer até 65% de desconto na fatura de energia dos clientes de baixa renda da região. Os interessados devem estar inscritos no CadÚnico do Governo Federal e possuir o Número de Identificação Social (NIS) ou o Benefício de Prestação Continuada (BPC). Ainda será possível fazer negociação de dívidas, podendo dividir o débito em até 24 parcelas no crédito. Outros serviços, como: pedido de nova ligação, troca de titularidade, religação, entre outros, também serão realizados.

Fonte: Adaptado do Diário de Pernambuco, 23/09/2022

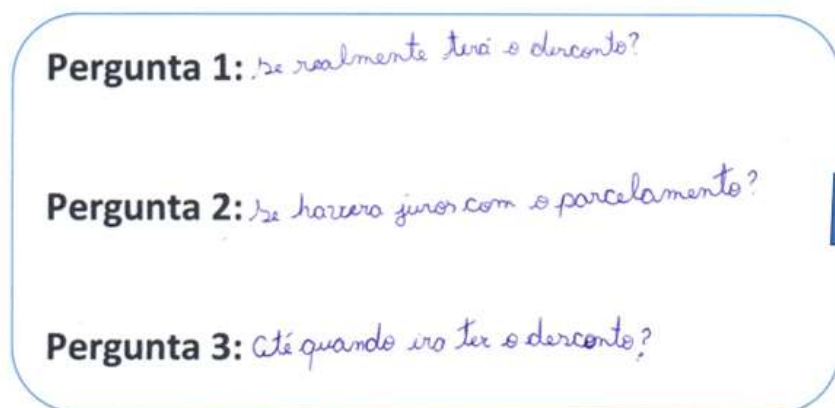
Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Consideramos o Diário de Pernambuco para essa tarefa, por considerar ainda mais o contexto dos estudantes e a elaboração dos problemas, visto que é possível a ligação entre a realidade e a sala de aula por meio da elaboração de problemas. Além disso, pontuamos que é através da realidade que os estudantes buscarão sentido para o que vão explorar (BERBEL, 2012).

Assim sendo, a partir da situação norteadora os estudantes criaram perguntas, sobre isso, vimos o avanço em relação à tarefa de ambientação, não sendo necessária a intervenção do professor e como era uma tarefa de elaboração, eles ficaram bem livres. Desse modo, podemos dizer que o professor deu tempo para os estudantes (ONUCHIC, 1999), contribuindo para o fortalecimento de estudantes criativos (MAHARANI, 2014) e considerando ideias de *ritmo e sequenciamento* (BERNSTEIN, 1996).

Por esse viés, como os grupos estavam livres para a tarefa, enquanto uns faziam as perguntas, outros estavam elaborando os problemas. Vejamos na figura a seguir as perguntas do grupo 1 (estudante 1, 3 e 4):

Figura 179: Perguntas elaboradas pelo grupo 1



Fonte: Material da pesquisa (2022)

A respeito do trabalho realizado por esse grupo, destacamos a contribuição e relação das perguntas feitas como a elaboração do problema. Vejamos que perguntas foram a respeito dos juros no caso do parcelamento e o problema elaborado sobre o pagamento de juros (como mostrado na figura seguinte). Destacamos que as perguntas se *adequam com a situação norteadora* e que o problema elaborado também:

Figura 180: Problema elaborado e respondido pelo grupo 1

PROBLEMA ELABORADO – ESCREVA O ENUNCIADO

Supondo que com o parcelamento até em 12x não haverá juros, mas após 12x terá juros mensais de 2%, quanto será o valor final após parcelar em 22x um valor de 100,00 qual será o valor final.



APRESENTE A RESOLUÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

$2\% \text{ de } 100,00 = 2$
 $\begin{array}{r} 10 \\ \times 2 \\ \hline 20 \end{array}$
 $20\% \text{ de } 100,00 = 20$

Após parcelar em 22 vezes, o valor final será de 120,00 reais.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Sobre o problema construído, destacamos que ele é de dois ou mais passos (CHARLES; LESTER, 1986). O grupo fez os cálculos matemáticos precisos, enquanto um respondia outro integrante fazia a verificação da resposta. Observemos o que foi preenchido pelo grupo no Arco referente ao problema elaborado:

Figura 181: Arco preenchido de acordo com o problema elaborado pelo grupo 1

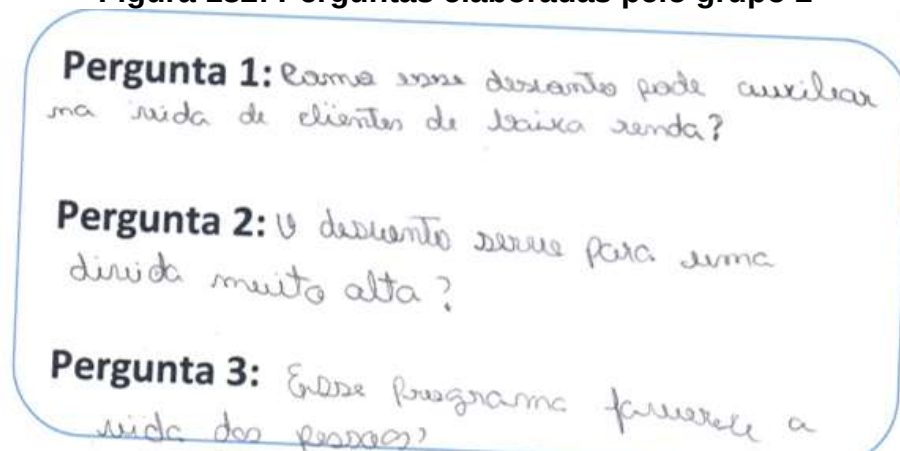


Fonte: Material da pesquisa (2022)

O grupo fez a análise da realidade, disse o que estava sendo investigado, os conteúdos matemáticos envolvidos (não mostrou os símbolos), mostrou como fizeram para responder, entretanto, na etapa de aplicação à realidade, o grupo tratou do parcelamento de maneira global, como ser visto na figura seguinte na apresentação do Arco preenchido de acordo com o problema.

Vejamos agora as perguntas elaboradas pelo grupo 2:

Figura 182: Perguntas elaboradas pelo grupo 2



Fonte: Material da pesquisa (2022)

O grupo 2 também conseguiu fazer a análise da situação norteadora e a partir dela criar perguntas condizentes e percebemos que as perguntas têm uma íntima relação com o problema criado, uma vez que a ideia central das perguntas em relação à situação norteadora foi sobre desconto e isso também foi elucidado no problema. Vejamos a figura seguinte com o problema elaborado e a sua resolução:

Figura 183: Problema elaborado e respondido pelo grupo 2
PROBLEMA ELABORADO – ESCREVA O ENUNCIADO

Joaquim tem uma renda mensal de R\$ 600,00, proposta pelo programa Auxílio Brasil. Mantém os seus gastos básicos, entre eles, a energia, a princípio, por ser agricultor, utiliza bastante, resultando em R\$ 550,00 por mês. Após a oferta de 65% de desconto na fatura mensal, quanto ele passará a pagar?

APRESENTE A RESOLUÇÃO E MATEMÁTICA DO PROBLEMA

R\$ 600,00 salário de Joaquim por mês
 R\$ 550,00 a dívida da energia que ele irá pagar
 65% desconto que a rede elétrica oferece,,

$$\begin{array}{r} 550 \\ - 65\% \\ \hline 192,5 \text{ desconto} \end{array}$$

Ele irá pagar R\$ 358,00 com o desconto oferecido pela rede elétrica.

Fonte: Material da pesquisa (2022)

A respeito do problema, apesar de ter problemas linguísticos, no que diz respeito à sua articulação entre o que o grupo queria questionar, é notório que além do tema

exposto na situação norteadora, o grupo utilizou outros conhecimentos da vida pessoal, ao tratar do Auxílio Emergencial, benefício pago às famílias em vulnerabilidade social no período da pandemia. O grupo ao expor a sua resolução, não mostrou no papel como calculou 65% de 550, podendo ter realizado em outro material não entregue ao professor/pesquisador. Vejamos o que foi preenchido pelo grupo no arco com relação ao problema elaborado:

Figura 184: Arco preenchido de acordo com o problema elaborado pelo grupo 2

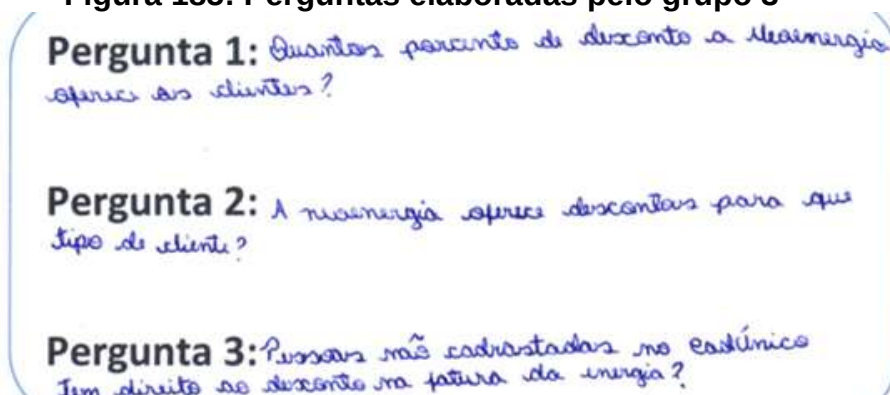


Fonte: Material da pesquisa (2022)

O grupo fez o tratamento dos dados de forma adequada em todas as etapas do Arco, destacou que é positivo se ter desconto na conta de energia, o que está investigado no problema, os conteúdos matemáticos envolvidos no problema, como pode resolver o problema e como acontece a sua aplicação à realidade.

A respeito do grupo 3, observemos na figura abaixo como os estudantes elaboraram suas perguntas:

Figura 185: Perguntas elaboradas pelo grupo 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

A respeito do grupo 3, as perguntas estão de acordo com a situação norteadora e elas se relacionam com o problema elaborado. A pergunta 3 nos chama atenção e poderia ser algo investigado pelo grupo, uma vez que questionaram se as pessoas não cadastradas no Cadúnico também tem desconto na fatura na conta de energia e isso configura que o grupo relacionou a situação tratada com aspectos de suas vidas (BERBEL, 2012). Vejamos na figura a seguir o problema elaborado pelo grupo 3 e a resolução:

Figura 186: Problema elaborado e respondido pelo grupo 3

Uma pessoa está com uma dívida de 1500 reais de energia, mas não possui 1500 reais de salário mínimo para a neomargia está oferecendo 65% para os clientes de baixa renda do bairro, os interessados tem que não cadastrado no cadúnico e preencher o mínimo de R\$15, ainda não possível uma negociação, podendo dividir em 24 parcelas no crédito, qual seria o valor que ele vai economizar?

APRESENTE A RESOLUÇÃO E A TEMÁTICA DO PROBLEMA

$$1500 \times \frac{100}{65} = 2307,69$$

$$100\% = 2307,69$$

$$x = \frac{975000}{100}$$

$$x = 9750$$

Ele vai economizar 975 R\$

Fonte: Material da pesquisa (2022)

Do mesmo modo que no grupo 2, o grupo 3 apresentou uma dificuldade de articulação de ideias para a elaboração do problema, no entanto, o que está sendo investigado dá para ser notado a partir do que foi preenchido na etapa dos pontos-chave do Arco. As ideias expostas pelo grupo nas etapas de observação e aplicação à realidade, ao tratarem dos impostos, estão relacionadas às mencionadas na aula 2, que o mesmo grupo ao expor sobre essas duas etapas trouxe à tona a ideia de impostos e inferimos que eles apresentam dificuldades de focar no tema da situação que está sendo discutida. Observemos a figura seguinte com o que foi preenchido pelos grupos no Arco:

Figura 187: Arco preenchido de acordo com o problema elaborado pelo grupo 3



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Para mais, observamos que as demais etapas, mesmo sucintas, foram preenchidas de acordo e que ocorreu o momento de representação/compreensão dos problemas criados, planejamento, execução e monitoramento das respostas.

Diante as elucidações feitas à cada grupo de modo particular, agora iremos traçar algumas considerações sobre a tarefa de maneira geral. Ao considerar essa tarefa para os estudantes, apontamos que ocorreu o fortalecimento de uma perspectiva

de aprendizagem mais voltada para a construção de estratégias pelos próprios estudantes (COLOMBO; BERBEL, 2007). Berbel (2012) aponta que é por meio da realidade que se busca sentido, explicação e justificativas para transformá-la e que inferimos que isso foi possível diante dessa tarefa que os estudantes realizaram. Os estudantes procuraram respostas para as suas próprias perguntas e que isso contribuiu para o hábito de questionar-se (ECHEVERRÍA; POZO, 1998). Habilidades metacognitivas ficaram visíveis: leitura, análise, reflexão, previsão, planejamento, monitoramento e avaliação (MULYONO; HADIYANTI, 2017). Observemos na figura abaixo, os grupos no desenvolvimento dessa atividade:

Figura 188: Grupos no desenvolvimento da atividade de elaboração de problemas



Fonte: Material da pesquisa (2022)

Assim sendo, para a execução dessa tarefa foi preciso a liberdade de pensamento, os grupos não estando sob controle ou pressão (MAHARANI, 2014). As ideias de ritmo de cada grupo tiveram que ser consideradas, do mesmo modo as de sequenciamento, uma vez que as habilidades de pensamento e articulação de ideias são divergentes (BERNSTEIN, 1996).

Na articulação entre situação norteadora, perguntas e elaboração os problemas, foi desenvolvido nos estudantes a capacidade de gerenciar informações (BRASIL, 1997). Não observamos nessa atividade quebra de contrato, uma vez que os grupos estavam dispostos a fazerem as tarefas, entretanto, quando a tarefa é individual a quebra de contrato é mais recorrente, ou seja, observamos que de um modo geral em tarefas em grupo, quando eles têm apoio uns dos outros se mostram mais engajados. A aprendizagem dos estudantes aconteceu no decorrer das situações, isto é, o processo

foi realizado (BROUSSEAU, 2008). A relação do estudante com o meio, através da troca de informações codificadas e não codificadas foi de fundamental importância. Ademais, a partir de agora iremos tratar das autoavaliações desta aula.

5.7.1 Autoavaliação 1 da aula 5

A respeito dos estudantes apresentarem dificuldades em preencher o Arco de Magueréz após a execução do jogo, 7 estudantes disseram que não apresentaram dificuldades e 4 estudantes dificuldades parciais. Sobre isso, destacamos o que foi salientando, que pelo fato de o jogo tratar de 5 problemas, os estudantes poderiam ter dificuldades para o tratamento das etapas, uma vez que diversos pontos foram investigados. No entanto, os estudantes terem destacado dificuldades parciais é um grande avanço, já que conseguem refletir sob diversos problemas em um único Arco.

Quanto às etapas do Arco em que foi perguntado em qual apresentaram mais dificuldades, 5 estudantes assinalaram a aplicação à realidade, 5 estudantes disseram não ter dificuldades e 1 estudante destacou a observação da realidade. Sobre as duas etapas destacadas, são aquelas que exigem dos estudantes uma reflexão que vai além de uma solução numérica. Foi um avanço menos de 50% dos estudantes dizer que não apresentaram dificuldades, o que foi contrário em uma autoavaliação da aula 1.

Acerca da identificação dos conteúdos matemáticos durante o jogo, 8 estudantes disseram não ter dificuldade, 1 estudante destacou ter dificuldade e 2 estudantes apontaram dificuldades parciais. Notamos isso também como um avanço em relação à aula 1 e a contribuição da proposta aplicada. Na percepção do jogo, 9 estudantes destacaram nível mediano e 2 estudantes como fácil. A partir disso, eles melhoraram o tratamento com os conteúdos abordados durante a aplicação da Sequência Didática e que o jogo digital, por utilizar a tecnologia, pode ter contribuído para o envolvimento de todos. No que diz respeito às dificuldades na execução do jogo diante das tecnologias digitais, foi esboçado que conseguiram realizar a atividade proposta, no entanto, disseram que a dificuldade era apenas resolver as questões. Assim sendo, eles não tiveram dificuldade com as ferramentas digitais, o que é bastante positivo, pois o jogo auxiliou de certo modo na inserção desses alunos na cultura digital.

No que concerne à elaboração do problema envolvendo Matemática Financeira, 10 estudantes mencionaram que conseguiram e não apresentaram dificuldades; 1 estudante disse que não estava acostumado a elaborar problemas nas aulas de Matemática. Pontuamos que o tratamento com os problemas nas aulas anteriores contribuiu para isso, do mesmo que as situações norteadoras permitiram a criação de subproblemas, contribuindo para a elaboração do problema nessa aula final. Sobre escrever o enunciado do problema encaixando os conceitos de Matemática Financeira considerando a situação real na qual ele foi baseado, foi afirmado por 7 estudantes que sim, mas com dificuldades e 4 estudantes disseram não ter dificuldades. Sobre os que disseram ter dificuldades, embora pouca, vemos isso como um maior grau de instrução ao tratar da primeira aula e dos conhecimentos semânticos (MAYER, 1992).

No que tange à elaboração das 3 perguntas propondo os questionamentos para o debate em sala de aula, todos os estudantes destacaram que sim e sem dificuldades. Perceba o avanço em relação à aula 1 que o professor tinha que questionar os estudantes para iniciar a discussão. Sobre a importância que se aborde problemas da realidade nas aulas de Matemática para a aprendizagem dos conteúdos, foi assinalado que sim e que é importante porque conseguem ver as aplicações dos conteúdos, tendo mais sentido e podendo discutir os problemas reais desenvolvendo a criticidade. Assim, julgamos como importante a ligação entre realidade e sala de aula (os temas discutidos) por meio da resolução de problemas e que através da realidade se busca sentido, explicação e justificativa para transformar os hábitos na vida em sociedade (BERBEL, 2012)

Em relação à necessidade de seguir etapas para a resolução de problemas, todos julgaram importante e que estruturam e organizam a forma de resolução. Desse modo, pontuamos acerca da importância das etapas do Arco de Maguerez, sendo possível uma análise de maneira geral sobre os processos de pensamento durante a resolução de questões, indo além de processos puramente matemáticos, isto é, permitiu a interpretação, análise dos dados, resultados e reflexões sobre isso.

5.7.2 Autoavaliação 2 da aula 5

Tratando agora da autoavaliação dos aspectos gerais da aula, sobre o desenvolvimento na aula e na resolução das tarefas, 4 estudantes disseram ter dificuldades, mas que foram sanadas e 7 estudantes que não apresentaram dificuldades. Vemos que as dificuldades no processo de aprendizagem não deixarão de existir, mas que é possível contribuir para a sua melhoria para que a aprendizagem aconteça. No que concerne à compreensão dos conteúdos abordados na aula, 3 estudantes afirmaram ter dificuldades, mas que conseguiram entender e 8 estudantes que não tiveram dificuldades na compreensão. Enxergamos o número de estudantes que entenderam sem dificuldades como algo bastante positivo, e que o trabalho com tarefas articuladas contribuiu para isso.

A respeito do aprendizado na aula, 9 estudantes salientaram ter aprendido bastante e 2 estudantes razoavelmente, notamos que sobre essa questão, nas aulas anteriores o número de estudantes que marcavam a opção de ter aprendido razoavelmente era superior ao dessa aula, e que com o passar das tarefas foi visível a melhoria da aprendizagem. Os problemas utilizados, dessa vez no jogo digital, 7 estudantes disseram que o nível estava adequado e 4 estudantes assinalaram nível mediano. A linguagem nos problemas foi pontuada por 7 estudantes como de fácil entendimento e por 4 estudantes que sentiram dificuldades, mas que entenderam. Considerar o nível de instrução dos estudantes nos problemas que serão trabalhados é algo fundamental para um maior aproveitamento de todos.

Ao tratar da utilização do Arco de Magueréz, foi apontado por 9 estudantes que não sentiram dificuldades para preencher e por 2 que apresentaram dificuldades e nessa questão comparada às outras aulas, também enxergamos como algo muito positivo, pois o melhoramento com o manuseio do Arco foi algo que ficou em evidência e que os estudantes precisam se habituar a resolver problemas por um viés problematizador, que solicite deles reflexões críticas sobre o tema tratado.

A respeito da execução com as operações matemáticas básicas, os 11 estudantes mencionaram não sentir dificuldades e observamos que nas outras autoavaliações sempre havia estudantes que mencionaram ter dificuldades, daí inferimos que a Sequência Didática também contribuiu para essa melhoria. A comunicação entre professor-estudante e estudante-estudante todos também

destacaram que conseguiram pensar de maneira crítica e expor as suas ideias, no final, notamos que isso se repetiu nesta aula e na anterior.

A aula foi considerada como satisfatória, clara e objetiva por todos os estudantes. Quanto ao desempenho na aula, chamou-nos a atenção que os estudantes pontuaram como excelente e ótima, sendo 8 estudantes como excelente e 3 como ótima, e que apesar das dificuldades, acertaram a resolução dos problemas. A esse respeito nas aulas anteriores alguns estudantes pontuavam a aula como boa, vemos que a inserção das tecnologias digitais contribuiu para melhorar a avaliação sobre esse aspecto. Nas considerações gerais a respeito da aula, foi mencionado que a aula foi ótima e que gostaram da proposta, no entanto, por falta de atenção acabaram errando algumas questões. Os estudantes conseguiram enxergar que a falta de atenção pode ser algo prejudicial na execução de suas tarefas e isso contribui para um melhor desenvolvimento em tarefas propostas futuras.

Ademais, pontuamos que a apresentação, análise e discussão das cinco aulas, foi essencial para termos uma visão global da contribuição da Ação Comunicativa, da Resolução de Problemas, do Arco de Maguerez e do Discurso Pedagógico, na investigação que considere o Contrato Didático e que no tópico seguinte trataremos das percepções dos estudantes após a aplicação da Sequência Didática por meio de um Questionário a Posteriori, que encerra a aplicação do Produto Educacional.

5.8 O questionário a posteriori

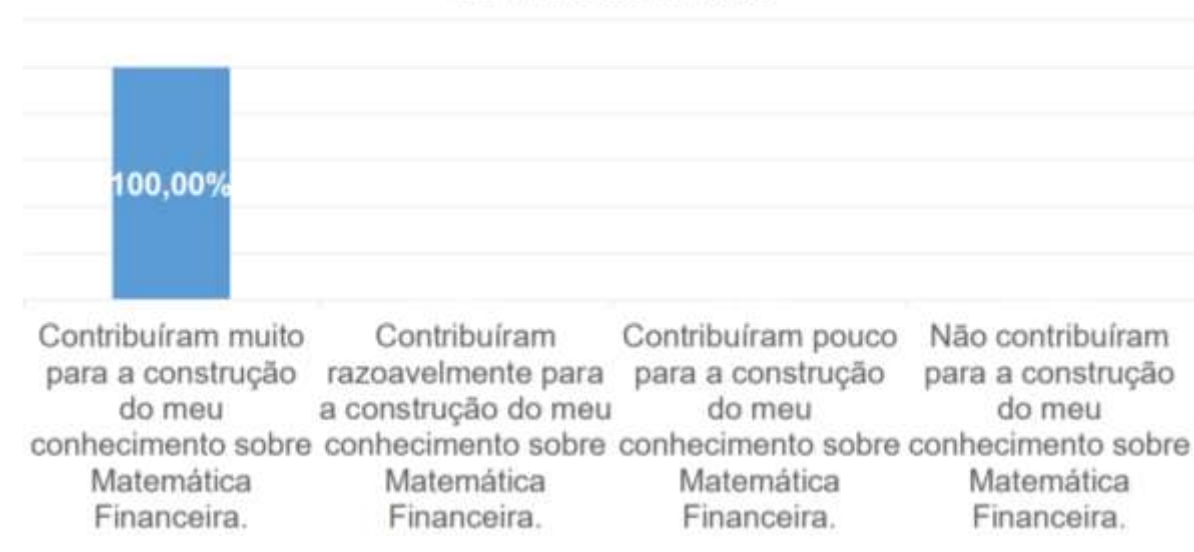
Exposto em seção anterior, o Questionário a Posteriori teve por objetivo averiguar as percepções dos estudantes após a aplicação da Sequência Didática. Assim sendo, por meio dele será possível observar as considerações feitas sobre as aulas de um modo geral, a respeito das principais dificuldades, da contribuição da abordagem aplicada para a construção de saberes e se as ações do professor foram favoráveis nas situações de ensino e aprendizagem.

Diante disso, o Questionário a Posteriori foi composto por 22 questões, as quais foram apresentadas também na seção anterior e que agora iremos discutir a respeito das respostas dos estudantes. Responderam o Questionário a Posteriori 12 estudantes, uma vez, como salientado, mesmo fazendo parte da pesquisa 13, um estudante não

frequentou as aulas 4 e 5 e não compareceu também no dia que foi aplicado este questionário.

Assim sendo, na questão 1 questionamos a respeito dos problemas envolvendo a Matemática Financeira partirem de contextos reais, pois a partir dela saberíamos o que os estudantes acharam com a aplicação dessa abordagem, ao considerar a realidade como ponto de partida. Observemos na figura abaixo o que foi assinalado:

Figura 189: Gráfico das respostas da questão 1 do Questionário a Posteriori
O QUE VOCÊ ACAHOU DOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS ENVOLVENDO MATEMÁTICA FINANCEIRA PARTIREM DE CONTEXTOS REAIS?



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Nessa questão, 100% dos estudantes assinalaram que os problemas criados a partir de situações reais contribuíram muito para a construção de saberes envolvendo Matemática Financeira. Diante disso, pontuamos que o que era esperado por nós, ao utilizar situações norteadoras a partir da realidade e permitir o tratamento dos dados de cada questão por meio análise, resultados e reflexões, permitiu uma nova roupagem ao tratar da Resolução de Problemas e a importância da utilização dessa abordagem com a utilização da realidade como ponto de partida e aplicação nela (BERBEL, 2012).

Na questão 2, questionamos a respeito das aulas nas quais os estudantes apresentaram mais dificuldades. Observemos a figura abaixo:

Figura 190: Gráfico das respostas da questão 2 do Questionário a Posteriori
OCORRERAM CINCO AULAS COM ATIVIDADES, EM QUAL
DELAS VOCÊ CONSIDERA QUE TEVE MAIS DIFICULDADES?

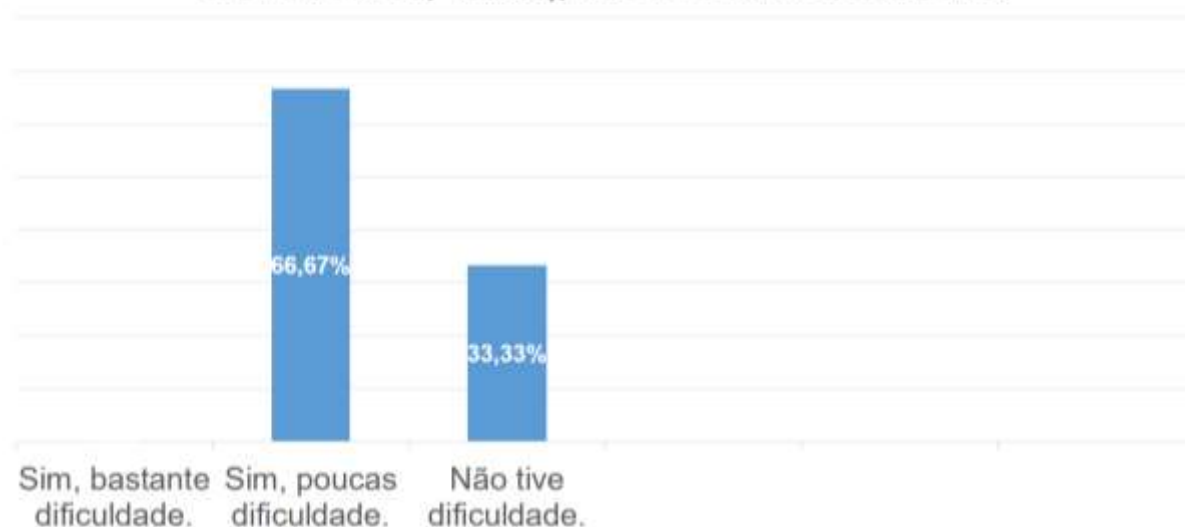


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Nessa questão, pontuamos que já era esperado esse tratamento sobre a aula 3, dado que nela as tarefas foram realizadas de maneira individual, que estudantes apresentaram resistência para preencher o Arco e, principalmente, a dificuldade e os erros na questão que tratava de juros compostos, pois eles não tinham conhecimento de como se dava o cálculo nesse tipo de juro. Cabe destacar que na primeira aula, no que concerne em especial à tarefa de ambientação, também já esperado, pois foi o primeiro contato dos estudantes com o Arco de Maguerz, embora os problemas fossem de fácil entendimento.

A questão 3, tratou dos conteúdos que foram cobrados nos problemas e as dificuldades dos estudantes. Vejamos a figura abaixo:

Figura 191: Gráfico das respostas da questão 3 do Questionário a Posteriori
SOBRE OS CONTEÚDOS QUE FORAM ABORDADOS NAS
QUESTÕES (JUROS, PORCENTAGEM, ACRÉSCIMOS,
DECRÉSCIMOS, TAXAS), VOCÊ TEVE DIFICULDADES?

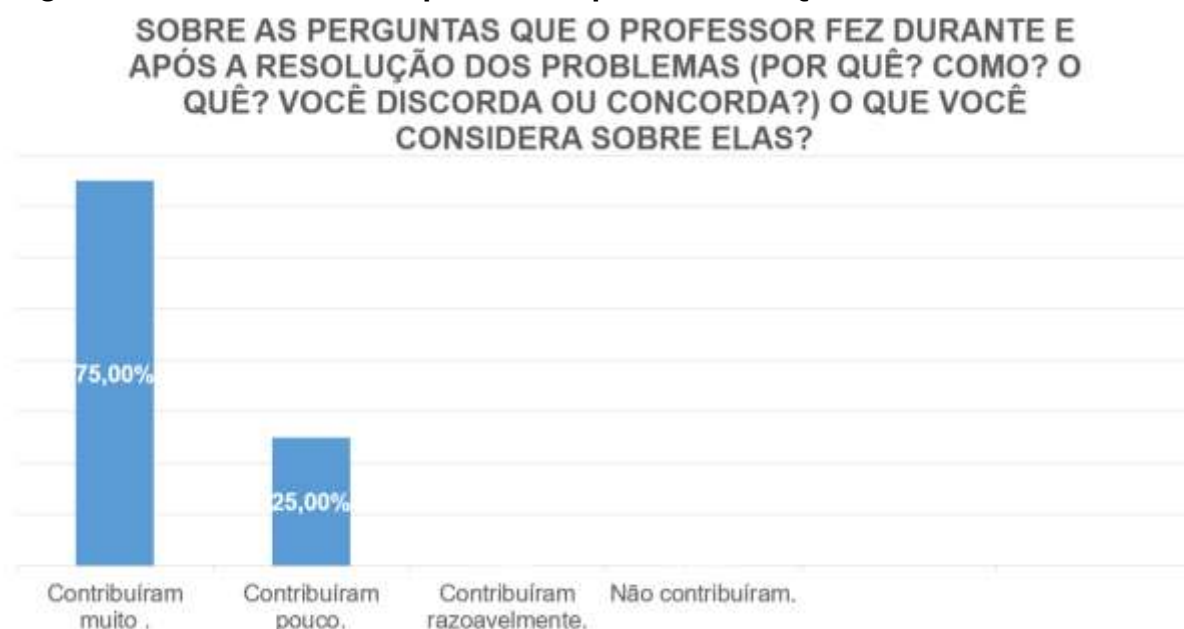


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Sobre as dificuldades, embora elas não tenham acontecido em todas as aulas, ficou em evidência principalmente no cálculo de juros, mas que com a intervenção do professor foi possível que os estudantes se envolvessem em suas tarefas e, assim, resolvessem o que era proposto, mesmo que, por algumas vezes, não tenham conseguido chegar a uma solução correta nos problemas. Cabe salientar, o quanto foi contribuído para a aprendizagem desses estudantes sobre esses conteúdos, pois 61,53% dos estudantes assinalaram no Questionário a Priori que tinham dificuldades, principalmente em juros e porcentagem.

Na questão 4, indagamos sobre as perguntas feitas pelo professor durante e após a resolução dos problemas. Vejamos a figura abaixo com as respostas:

Figura 192: Gráfico das respostas da questão 4 do Questionário a Posteriori

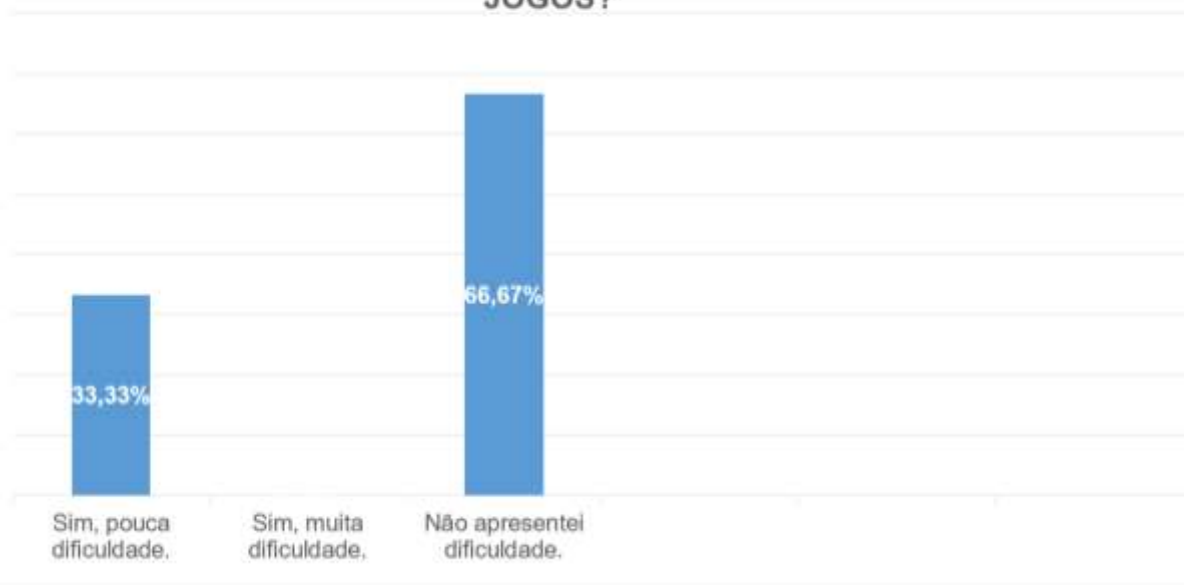


Ao tratar dessa questão, precisamos discutir a respeito das duas percepções dos estudantes. Os que afirmaram que as perguntas do professor contribuíram para o compartilhamento de ideias na resolução de problemas, vemos como algo bastante positivo, uma vez que no Questionário a Priori os sujeitos de pesquisa responderam que não eram direcionados pelo professor para argumentarem de maneira crítica, algo que é necessário para o desenvolvimento das habilidades do século XXI (SZABO *et al.*, 2020).

Entretanto, os estudantes que assinalaram que pouco contribuiu para o compartilhamento de ideias, acreditamos que para esses as perguntas podem não ter sido suficientes e que as dificuldades para expor as suas ideias podem ter interferido a respeito dessa resposta. Ainda cabe dizer que não vemos isso como negativo, dado que é impossível alcançar todos os estudantes em uma situação didática, mas que cabe-nos pensar sobre novos questionamentos.

Na questão 5, perguntamos sobre as dificuldades na execução dos jogos, vejamos a figura abaixo:

Figura 193: Gráfico das respostas da questão 5 do Questionário a Posteriori
VOCÊ APRESENTOU DIFICULDADE NA EXECUÇÃO DOS JOGOS?



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Apesar de uma parcela dos participantes mencionarem ter poucas dificuldades, salientamos que é importante a diversificação de tarefas em uma Sequência Didática.

Na questão 6, questionamentos sobre o agir do professor em sala de aula, vejamos o resultado na figura a seguir:

Figura 194: Gráfico das respostas da questão 6 do Questionário a Posteriori
SOBRE O AGIR DO PROFESSOR NAS ATIVIDADES, O QUE VOCÊ CONSIDERA?

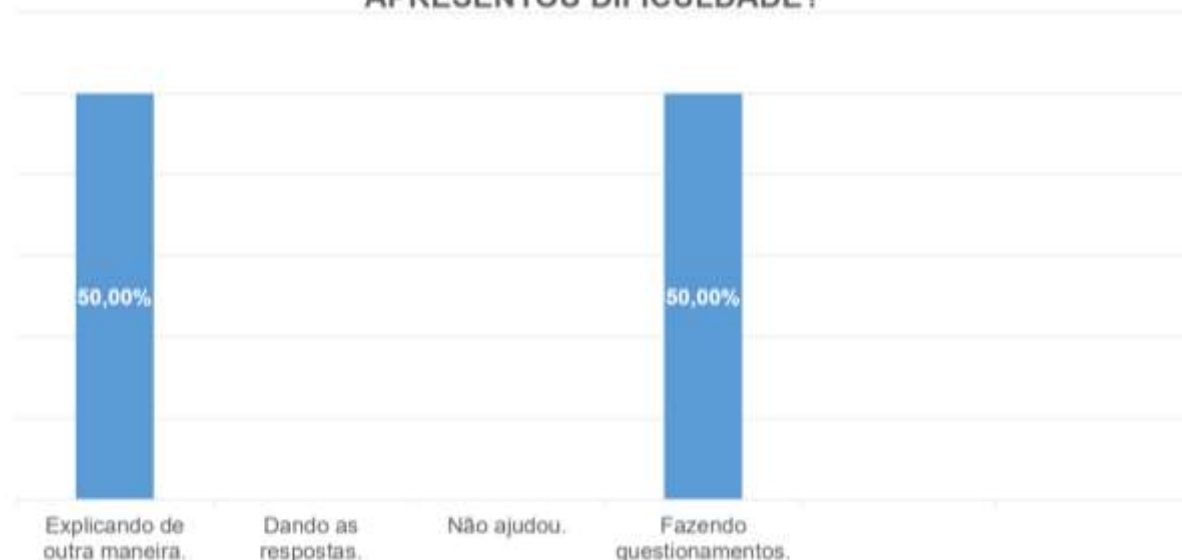


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Constatamos que por mais que o professor em alguns momentos não fez o que os estudantes queriam, no caso dar as respostas nos problemas ou facilitar as suas tarefas, (gerando o Efeito Topázio) isso não foi visto como ruim para eles. Sobre isso inferimos que o professor tem que organizar e mediar as situações de aprendizagem, para que os estudantes reflitam e busquem outras estratégias para o que estão fazendo.

Na questão 7, a pergunta foi sobre o comportamento do professor quando os estudantes apresentaram dúvidas. Vejamos a figura abaixo:

Figura 195: Gráfico das respostas da questão 7 do Questionário a Posteriori
DE QUE MANEIRA O PROFESSOR O AJUDOU QUANDO VOCÊ APRESENTOU DIFICULDADE?

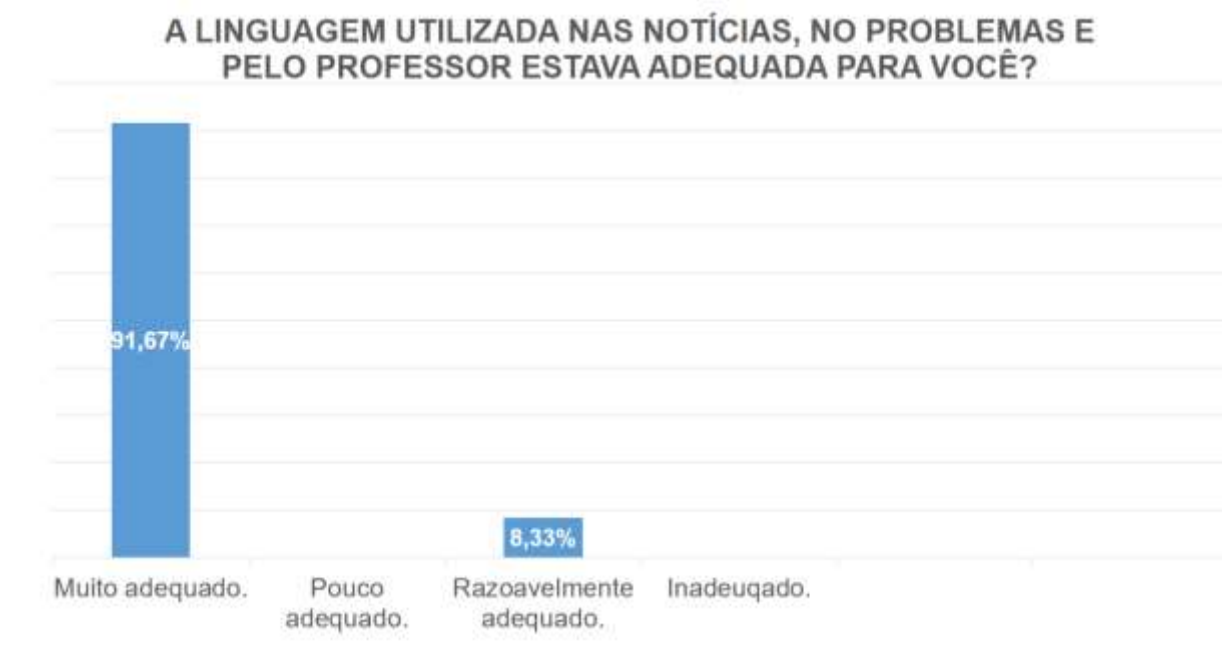


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

No que concerne ao que foi assinalado pelos estudantes, os resultados reafirmam o que já pontuamos nas análises e discussões, em que relatamos que quando surgiam dúvidas ou os estudantes não tinham domínio do conteúdo, não foi dado respostas, mas que buscou-se explicar de maneira que eles compreendessem e foram feitos questionamentos com o intuito de contribuir para o pensamento reflexivo. Apenas uma vez foi gerado o Efeito Topázio, o que consideramos que naquela situação, não houve como evitá-lo.

Na questão 8, tratamos da linguagem utilizada nas situações norteadoras, nos problemas e pelo professor. Observemos o que foi assinalado pelos estudantes na figura abaixo:

Figura 196: Gráfico das respostas da questão 8 do Questionário a Posteriori

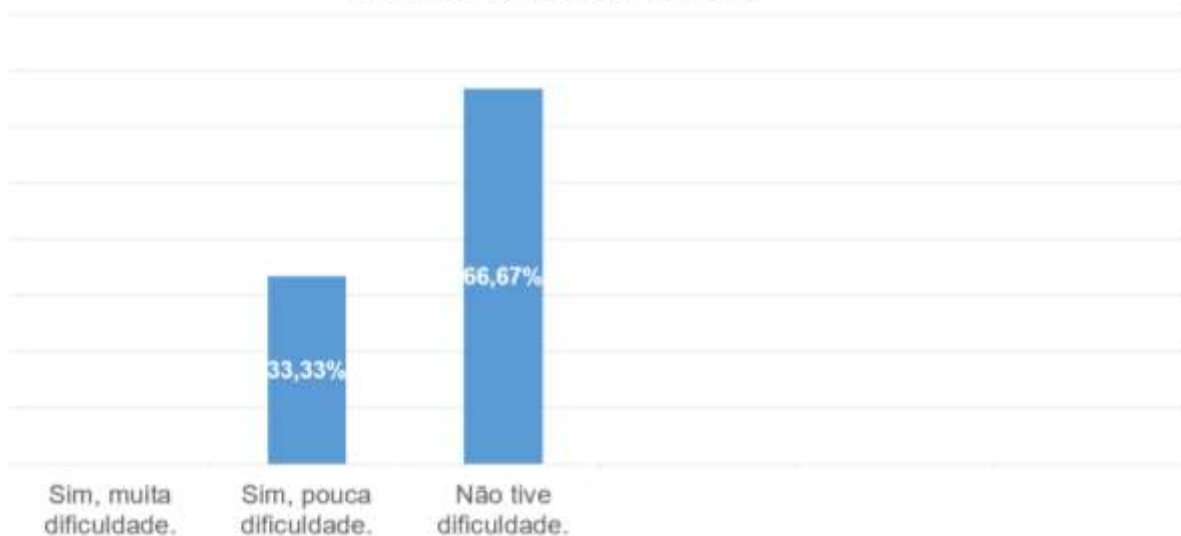


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Grande parte dos estudantes julgou a linguagem como adequada, a respeito disso pontuamos a necessidade de o material didático estar de acordo com o grau de instrução dos sujeitos envolvidos nas situações didáticas, pois isso permitirá uma maior contemplação na resolução de problemas, dado que se não compreendem a linguagem, não fazem uma representação correta do problema o que acaba interferindo em todo o seu desenvolvimento.

Na questão 9, foi questionado sobre as dificuldades de ler e interpretar os problemas. Vejamos na figura a seguir:

Figura 197: Gráfico das respostas da questão 9 do Questionário a Posteriori
VOCÊ TEVE DIFICULDADE NA COMPREENSÃO DAS
QUESTÕES COLOCADAS (LER, INTERPRETAR)? QUAL A
PRINCIPAL DIFICULDADE?



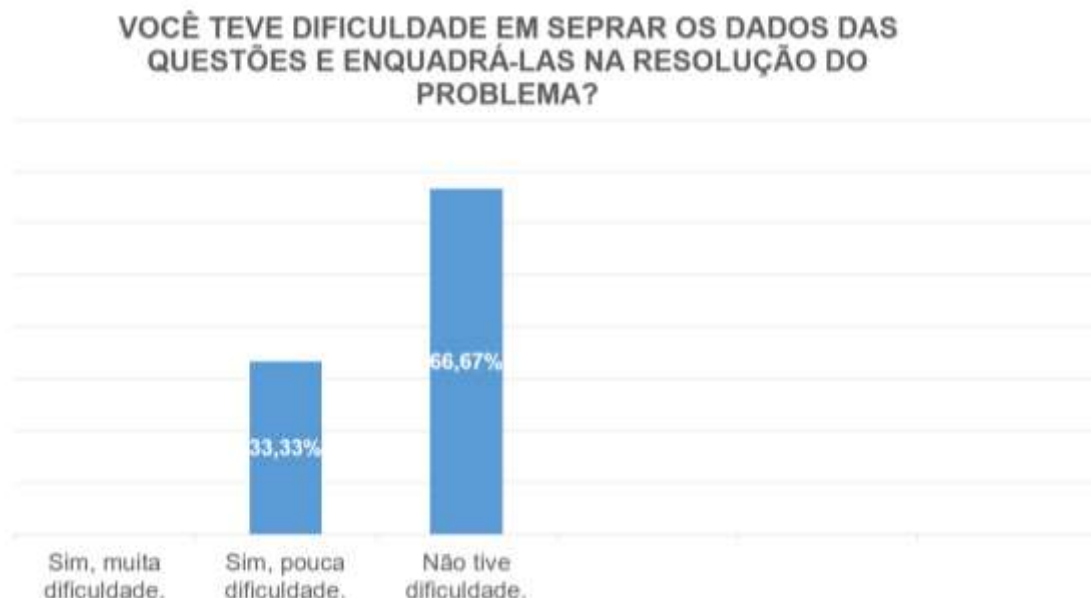
Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

O que foi assinalado pelos estudantes corrobora com as ideias da questão anterior, pois a linguagem considerando o nível de instrução dos alunos permitiu a leitura e interpretação das situações. Ademais, mesmo com uma linguagem que permite o entendimento por todos, sabemos que equívocos na interpretação e tratamento analítico dos dados pode acontecer.

Sobre os estudantes que marcaram poucas dificuldades, não foi mencionado quais eram. Além disso, cabe salientar que as percepções iniciais dos estudantes sobre considerar situações da realidade e a sua ajuda na compreensão dos problemas, cerca de 61,54% dos pesquisados colocaram que pouco ajudaria e que vemos que isso contribuiu para o que foi pontuado agora no Questionário a Posteriori.

Na questão 10, indagamos sobre a dificuldade de separar os dados das questões e enquadrá-los na resolução dos problemas. Segue a figura a seguir com o resultado:

Figura 198: Gráfico das respostas da questão 10 do Questionário a Posteriori



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Sobre os estudantes que disseram ter dificuldades, isso pode ter acontecido pelo fato de, na maioria das vezes, ser preciso voltar à situação norteadora, já que os dados delas também eram precisos para resolver os problemas.

Na questão 11 perguntamos sobre a dificuldade de validação das respostas pelos estudantes, vejamos a figura abaixo:

Figura 199: Respostas da questão 11 do Questionário a Posteriori

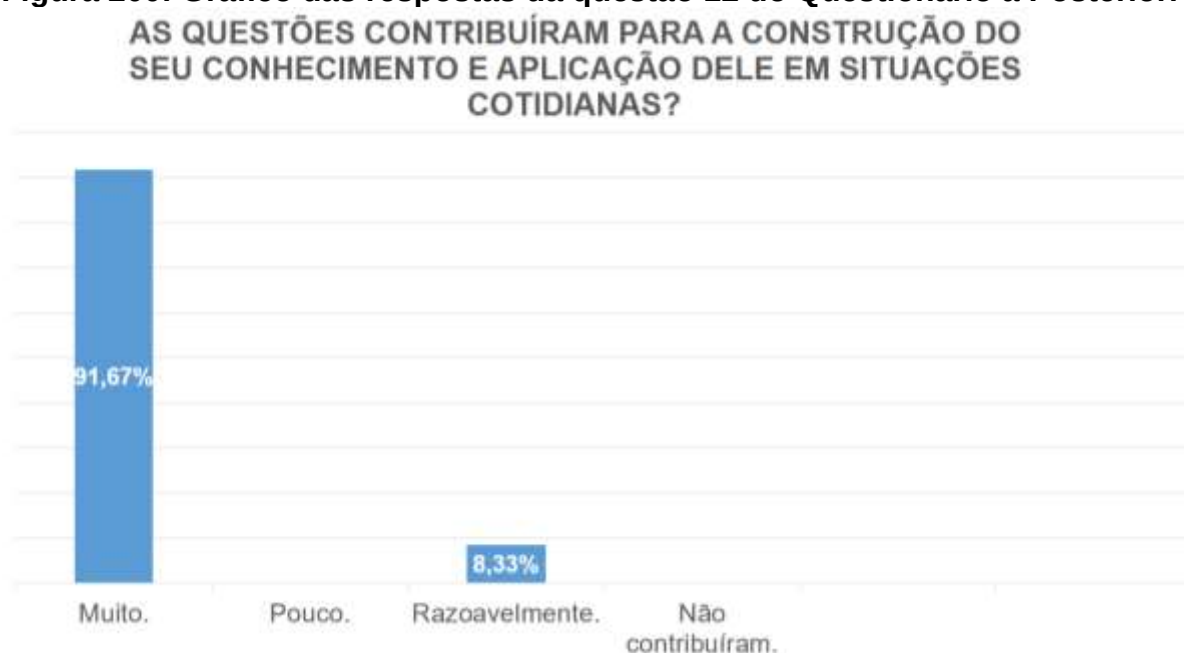


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

No que diz respeito a essa questão, pontuamos que o professor questionava sobre os estudantes acreditarem que as suas respostas estavam corretas, contribuindo, assim, para que eles fizessem uma avaliação da solução apresentada. Os estudantes que mencionaram ter dificuldades foram aqueles que solicitavam que o professor dissesse se o cálculo estava certo ou errado.

Na questão 12 perguntamos sobre a contribuição dos problemas/questões para a construção de saberes e aplicação na realidade. Observemos a figura abaixo:

Figura 200: Gráfico das respostas da questão 12 do Questionário a Posteriori

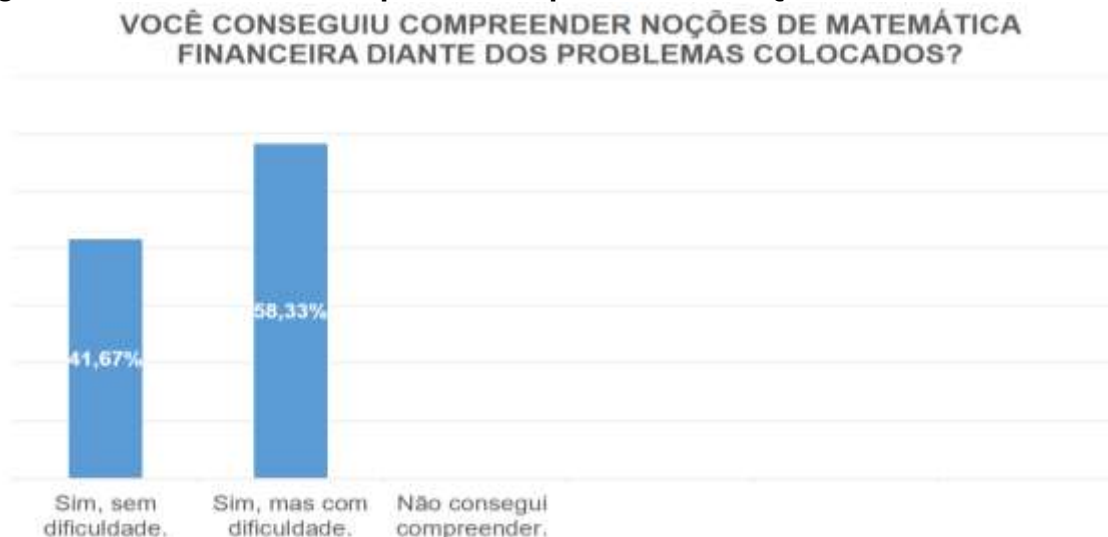


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Foi salientado por todos que as questões contribuíram, a maioria considerou como uma grande contribuição, em contrapartida, uma pequena parcela, 1 estudante, destacou ter contribuído parcialmente. Mais uma vez, nesse ponto, destacamos o que foi assinalado pelos estudantes no Questionário a Priori, no qual, a maioria dos estudantes disse que considerar situações reais pouco ajudaria para entender os conteúdos matemáticos e que agora a percepção é outra.

A questão 13 foi sobre conseguir compreender as noções de Matemática Financeira com os problemas colocados. Apresentamos o resultadoa figura o a seguir:

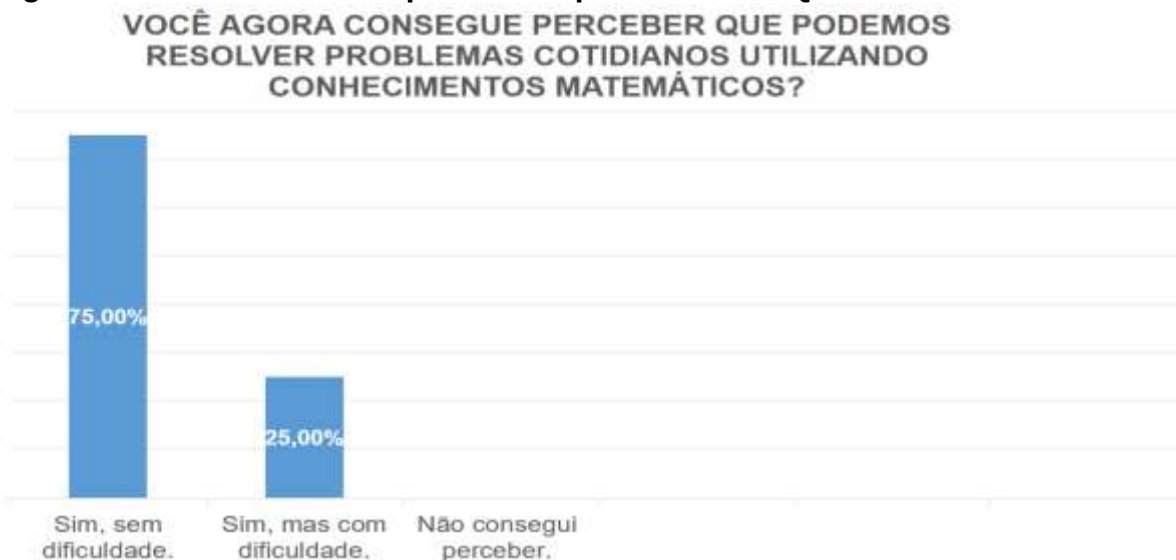
Figura 201: Gráfico das respostas da questão 13 do Questionário a Posteriori



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Todos destacaram que conseguiriam compreender, embora alguns tenham apresentado dificuldades e outros não. Destacamos que o perfil cognitivo dos estudantes não é homogêneo e que seria muito difícil fazer com que todos compreendessem sem dificuldades. Na questão 14, buscamos investigar a percepção acerca de resolver problemas envolvendo conhecimentos matemáticos e o resultado foi este:

Figura 202: Gráfico das respostas da questão 14 do Questionário a Posteriori

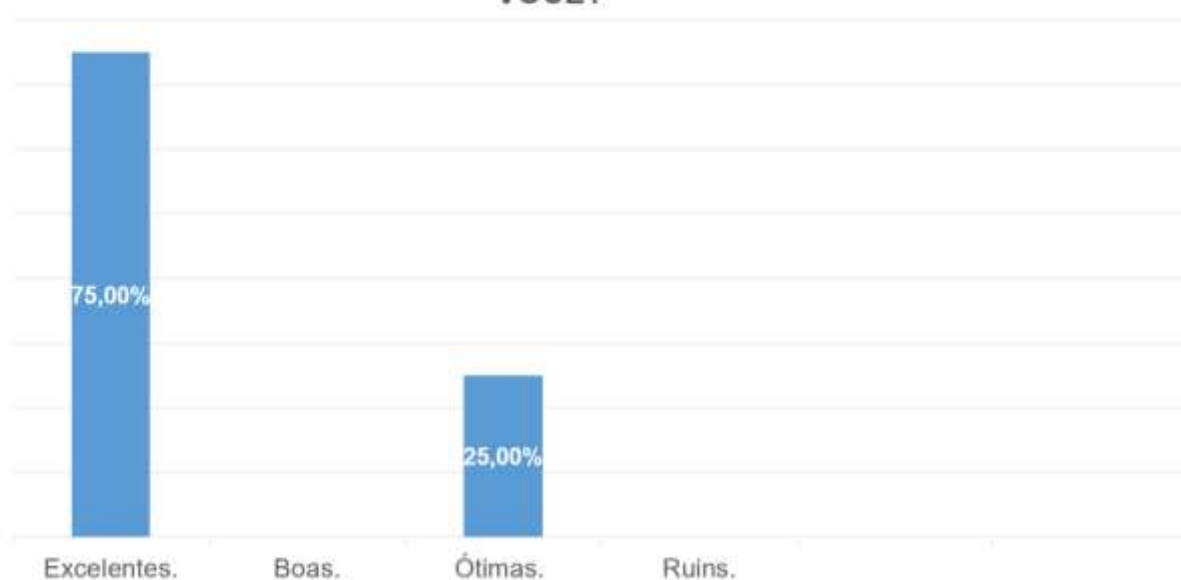


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

No Questionário a Priori vimos que alguns estudantes disseram que não resolviam problemas cotidianos com o conhecimento matemático, desconheciam a aplicação dessa Ciência, agora o posicionamento de todos foi que conseguem resolver, isto é, a partir da Sequência Didática, utilizando a realidade, foi possível que eles enxergassem isso e dessem um outro tratamento à Matemática Financeira.

Na questão 15, buscamos que os estudantes avaliassem as questões colocadas para eles nas aulas e o resultado está na figura a seguir:

Figura 203: Gráfico das respostas da questão 15 do Questionário a Posteriori
COMO VOCÊ AVALIA AS QUESTÕES COLOCADAS PARA
VOCÊ?



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

As questões foram avaliadas como excelentes e boas, essa apreensão dos estudantes é muito importante, pois mesmo mostrando dificuldades em alguns problemas, consideraram a sua relevância.

Na questão 16, indagamos sobre o Arco de Magueres na resolução de problemas. Observemos a figura a seguir:

Figura 204: Gráfico das respostas da questão 16 do Questionário a Posteriori
SOBRE O ARCO DE MAGUIERZ COMO FERRAMENTA NA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, VOCÊ CONSIDERA QUE?

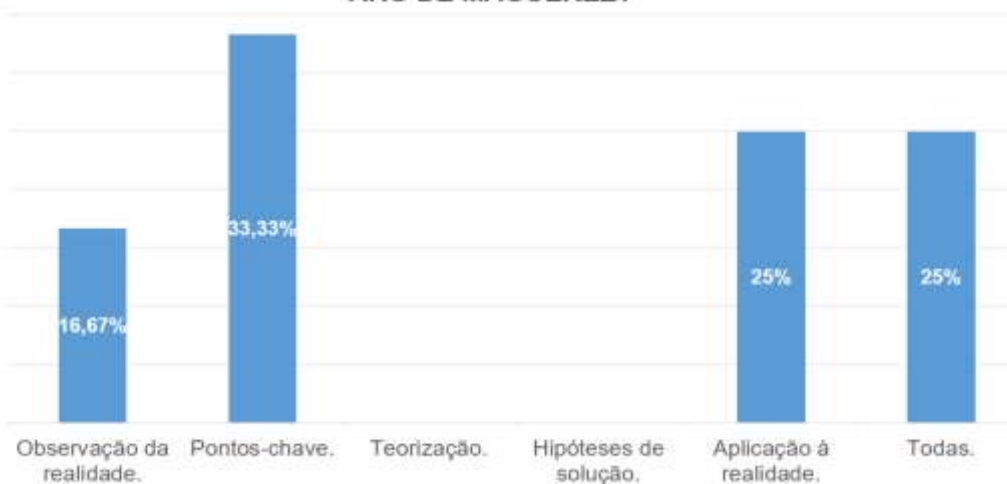


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

A ferramenta foi colocada como ótima e excelente, pois conseguiram organizar e direcionar a resolução, partindo de problemas que abordavam questões do cotidiano. Em relação a essa exposição, vemos que a nossa proposta somada à resolução de problemas direcionou de maneira mais global os estudantes em suas resoluções e permitiram um tratamento analítico das situações sob diversos vieses.

Na questão 17, foi buscado saber a respeito das etapas do Arco de Maguierez expostas como essenciais, sendo o resultado exposto na figura a seguir:

Figura 205: Gráfico das respostas da questão 17 do Questionário a Posteriori
QUAL DESSAS ETAPAS VOCÊ CONSIDERA ESSENCIAL NO
ARO DE MAGUIERZ?



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Chamou-nos a atenção que alguns estudantes assinalaram todas as etapas, por isso acrescentamos essa opção no tratamento das questões e com base nisso vemos a importância dada ao Arco e a maneira como ele foi importante para resolução dos problemas. Não menos importante, foi o destaque dado aos pontos-chave, o qual trata do que está sendo investigado, permitindo a apropriação das informações (BERBEL, 2012).

A observação da realidade e aplicação nela também foram destacadas, assente nisso, pontuamos que para os estudantes foi relevante abordar os seus diversos pontos de vista no primeiro contato com o problema e após a resolução matemática do problema, essas duas etapas oportunizaram uma maior reflexão do problema e o desenvolvimento da criticidade.

Ao contrário, na questão 18, questionamos os estudantes a respeito de qual ou quais etapas do Arco poderiam ser excluídas com o intuito de otimizar a sua utilização na resolução de problemas e o resultado está na figura a seguir:

Figura 206: Gráfico das respostas da questão 18 do Questionário a Posteriori

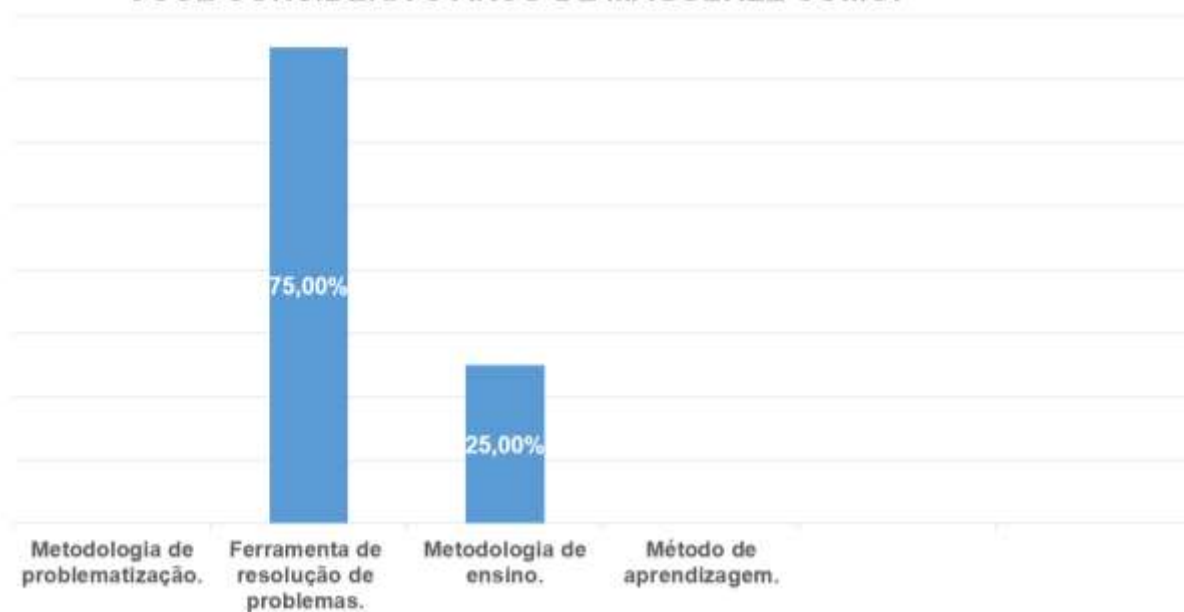


Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Nesta questão, também tivemos que acrescentar a opção nenhuma, dado que alguns estudantes não assinalaram as etapas, pontuando que todas eram necessárias. No que concerne o tratamento com a teorização, percebemos que os participantes da pesquisa apresentaram dificuldades, algumas vezes, para dizer sobre o conteúdo matemático abordado no problema e por esse motivo podem ter mencionado essa etapa. Quanto às hipóteses de solução já esperávamos que isso acontecesse, no entanto, nos surpreendemos que um estudante assinalou. Os estudantes que marcaram a aplicação à realidade, foram aqueles que na aula 3, tarefa individual, apresentaram resistência no preenchimento, sendo que um deixou de preencher.

Na questão 19, perguntamos sobre como eles consideram o Arco: metodologia da problematização, ferramenta de resolução de problemas, metodologia de ensino e método de aprendizagem. Observemos a figura a seguir, com o resultado:

Figura 207: Gráfico das respostas da questão 19 do Questionário a Posteriori
VOCÊ CONSIDERA O ARCO DE MAGUIREZ COMO:



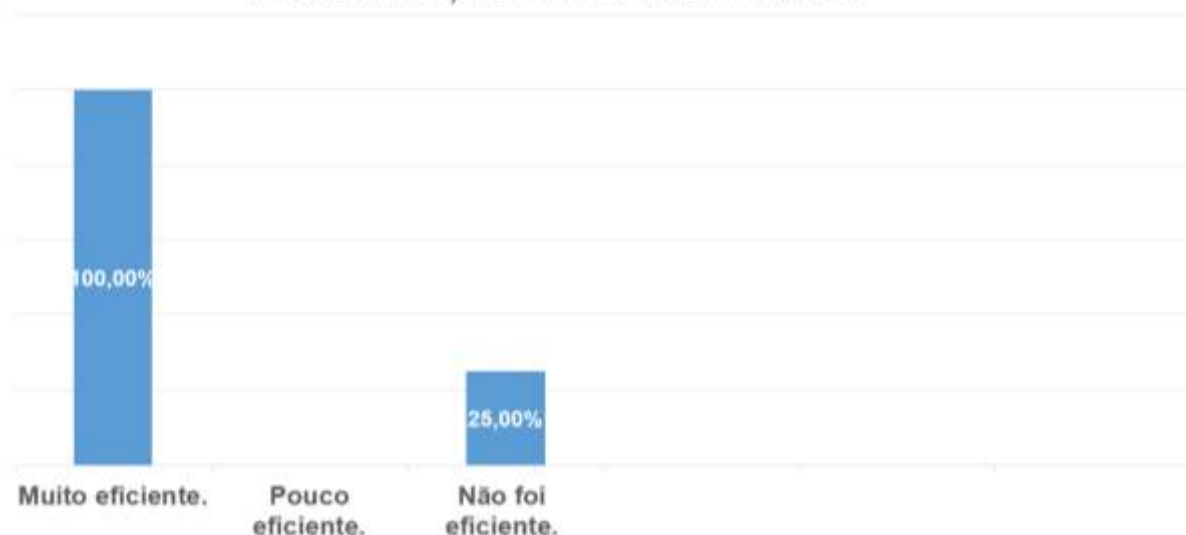
Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação(2022)

Já esperávamos que os estudantes o tratariam como ferramenta de resolução de problemas e metodologia de ensino, no entanto, fomos surpreendidos por não terem assinalado como metodologia da problematização. Assim sendo, por mais que essa alternativa não tenha sido destacada por eles, como foi visto, todas as situações

norteadoras e os problemas foram problematizados, considerando o Arco e também as perguntas criadas por eles para as discussões.

Na questão 20, perguntamos sobre a experiência com o Arco e a sua utilização na resolução de problemas. Vejamos o resultado exposto na figura a seguir:

Figura 208: Gráfico das respostas da questão 20 do Questionário a Posteriori
SOBRE O ARCO DE MAGUEREZ, CONSIDERANDO A SUA
EXPERIÊNCIA COM A UTILIZAÇÃO NA RESOLUÇÃO DOS
PROBLEMAS, EM SUA OPINIÃO ELE FOI:



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Embora tenha sido destacado por alguns que algumas etapas do Arco poderiam ser excluídas, apontado em questão anterior, essa visão deles sobre a utilização e manuseio do Arco reafirma, mais uma vez, a necessidade de considerar as diferentes tarefas matemáticas a partir da realidade.

Na questão 21, perguntamos sobre o agir comunicativo do professor durante a aplicação das atividades. Vejamos a figura a seguir que apresenta as respostas:

Figura 209: Gráfico das respostas da questão 21 do Questionário a Posteriori

O AGIR COMUNICATIVO DO PROFESSOR DURANTE A APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES DAS AULAS CONTRIBUIU PARA O SEU PROCESSO DE APRENDIZAGEM:



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Observamos que todos pontuaram que o agir comunicativo contribuiu muito para o processo de aprendizagem e sobre isso destacamos a importância do trabalho com a Teoria da Ação Comunicativa (HABERMAS, 1988).

Na questão 22, a pergunta tratou da aprendizagem de um modo geral sobre os conceitos de Matemática Financeira por meio da Resolução de Problemas e do Arco de Magueréz. Observemos o resultado na figura abaixo:

Figura 210: Gráfico das respostas da questão 22 do Questionário a Posteriori

DE UM MODO GERAL, POR MEIO DAS ATIVIDADES PROPOSTAS VOCÊ CONSEGUIU APRENDER OS CONCEITOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA POR MEIO DOS PROBLEMAS E COM A UTILIZAÇÃO DO ARCO DE MAGUERÉZ:



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

Todos os estudantes pontuaram que aprenderam com a utilização das abordagens, a maioria destacando plenamente e a minoria parcialmente.

Ademais, acerca de todas as elucidações neste tópico do Questionário a Posteriori, notamos que a aprendizagem dos estudantes não é algo unilateral, o que é considerado difícil para um, não é para todos.

Os Contratos Didáticos não podem ser rígidos e fixos que funcionem apenas com negociações e sem rupturas, as rupturas são necessárias para que novos momentos de aprendizagem sejam criados a partir da renegociação. O conhecimento chegar ao alcance de todos é um desafio, mas nós, enquanto professores e pesquisadores, podemos contribuir para isso, tornando as situações didáticas ambientes de aprendizagem favoráveis para o estudante e para o professor na gestão de um saber. Não podemos dizer que alguém sabe mais ou sabe menos, mas que existem saberes diferentes e que eles poderão servir no tratamento que é dado a uma situação norteadora. A diversificação dos materiais didáticos também é algo preciso. Notamos que com o desenvolvimento de tarefas articuladas, os estudantes podem melhorar os seus conhecimentos a respeito dos conteúdos matemáticos.

Assim sendo, enxergamos como suficiente para o tratamento deste tópico as ideias apontadas e que na próxima seção traçaremos as considerações finais acerca do estudo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A princípio, antes de apontarmos as percepções acerca das análises, investigando de que maneira elas podem favorecer para as práticas de ensino e aprendizagem envolvendo Matemática Financeira, é preciso que recobremos alguns pontos desta pesquisa.

Assim, pontuamos que o estudo teve como problema de pesquisa *A partir da proposição de uma Sequência Didática por meio da Resolução de Problemas e do manuseio do Arco de Maguerez para tratar de Matemática Financeira, de que maneira é possível explicar a resignificação de saberes de alunos da 3ª série do Ensino Médio, tomando como base a Ação Comunicativa, o Discurso Pedagógico, o Contrato Didático e seus elementos?* e por objetivo geral *investigar, a partir da proposição de uma Sequência Didática utilizando a Resolução de Problemas sobre Matemática Financeira e o manuseio do Arco de Maguerez, as negociações, regras, rupturas e renegociações do Contrato Didático, bem como a fuga dos efeitos perversos do Contrato Didático, e as contribuições para resignificação de saberes, tomando como base a Ação Comunicativa e o Discurso Pedagógico em uma turma da 3ª série do Ensino Médio.*

Em vista disso, para o desenvolvimento da pesquisa planejamos, elaboramos e aplicamos uma Sequência Didática que considerou a Resolução de Problemas, o Arco de Maguerez, a Teoria da Ação Comunicativa, a Teoria do Discurso Pedagógico e os papéis dos estudantes e do professor em situações de ensino e aprendizagem considerando o Contrato Didático.

Com isso, até chegarmos ao capítulo em que efetuamos as análises neste estudo, discutimos, inicialmente, a Teoria das Situações Didáticas, abordando sobre professor-estudante-saber; pontuamos acerca da noção de Contrato Didático e seus efeitos, em que discorremos sobre as funções e ações dos estudantes e do professor; tratamos da Teoria da Ação Comunicativa e do Discurso Pedagógico, nas quais dialogamos a respeito da linguagem como peça fundamental para embasamento em discussões, os tipos de perguntas e suas contribuições para o ensino e aprendizagem da Matemática. Nesse sentido, discorremos também a respeito das correlações entre as teorias supracitadas, destacando que a linguagem permitirá o entendimento

interpessoal entre diversos sujeitos em uma situação didática e que é utilizada para construção/apreensão do conhecimento.

Em seguida, concebendo que o ensino de Matemática deve se dar a partir da problematização, considerando o estudante como sujeito ativo no processo de aprendizagem, dialogamos a respeito da Resolução de Problemas inserida numa abordagem de ensino, sendo utilizada no Arco de Maguerez ao considerar a Matemática como uma ciência aplicada socialmente e o seu ensino a partir da realidade e aplicação nela, permitindo, assim, leitura, interpretação, análise, tratamento de dados e reflexão crítica. Por conseguinte, discorremos sobre a Matemática Financeira nos documentos norteadores da Educação Básica Nacional e como é abordada nos livros didáticos aprovados pelo PNLD. Por fim, recuperamos o caminho metodológico desta redação, enquadrando-a como pesquisa qualitativa por meio de um estudo de caso, descrevendo o ambiente em que se deu o traquejo prático da investigação, os sujeitos envolvidos, a concepção da Sequência Didática e a sua aplicação.

Dito isso, diante dos dados coletados, analisamos todas as tarefas dos treze estudantes, os quais chamamos de estudantes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 13. Em relação às tarefas analisadas, dividimo-las de acordo com as suas aplicações que se sucederam durante cinco aulas, tratando também do Questionário a Priori e Posteriori. Para as análises, constituímos algumas categorias que tratam: das negociações, regras, rupturas, renegociações e efeitos do Contrato Didático; das interações discursivas, adequação de questionamentos, tipos de perguntas e a contribuição do relacionamento interpessoal no desenvolvimento de tarefas; das adequações do que estava sendo discutido com o perfil dos estudantes, o envolvimento nas tarefas e ideias de ritmo e sequenciamento; das etapas do Arco de Maguerez, da Resolução de Problemas e dos conhecimentos utilizados na busca de solução de problemas.

No que concerne às análises feitas, refletimos, acerca das cinco aulas, bem como do Questionário a Priori e Posteriori. Tratando das situações norteadoras e o primeiro contato dos estudantes durante as aulas, notamos que a figura do professor é importante ao questionar sobre o que está sendo tratado, para que assim o debate seja iniciado; um outro ponto é a importância de os estudantes exporem seus pontos de

vista e a criação de perguntas, que podem ser consideradas subproblemas do tema tratado e que o conhecimento expresso pelos sujeitos vai além da Matemática. Com isso, destacamos que contextualizar as aulas de Matemática, permitindo a leitura e reflexão da realidade para o trabalho com a Resolução de Problemas é algo necessário, pois a Matemática vai além de uma solução numérica vista na resolução de uma questão, ela tem um viés problematizador.

Precisamos considerar que não existe uma Matemática escolar e outra fora desse espaço, mas que os estudantes como sujeitos sociais devem ter contato com problemas advindos da realidade em que a Matemática seja necessária para sua solução. Sobre isso, destacamos dois posicionamentos diferentes dos sujeitos de pesquisa, primeiramente, uma parte pontuou no Questionário a Priori que não resolviam problemas cotidianos com conhecimento matemático e que acreditavam que considerar a realidade nas aulas de Matemática pouco contribuiria para o entendimento dos conteúdos, entretanto, ao responder o Questionário a Posteriori suas percepções foram modificadas, sendo salientado, no final, que a Matemática é necessária para resolver problemas em sociedade e que a proposta ao considerar a realidade os ajudou no entendimento dos conteúdos diversos.

Assim sendo, destacamos que a Ação Comunicativa foi essencial no desenvolvimento do estudo da aula inicial à última aula, pois permitiu a partilha de saberes entre os estudantes, fazendo com que eles buscassem um entendimento comum acerca do que estava sendo tratado e realizassem suas tarefas. Como já foi salientado por Martinho (2007), a interação na sala de aula propicia novas descobertas e isso foi visto no desenvolvimento da pesquisa.

Ainda sobre a Ação Comunicativa ela permitiu que no preenchimento do Arco de Magueréz, os estudantes refletissem, nas tarefas em grupo, sobre o que seria mais adequado para ser esboçado em cada etapa, assim, mencionamos, como afirma Ponte (2003), que a comunicação foi essencial durante a execução com o Arco, pois ajuda a clarificar e refinar as ideias, além de que é um momento no qual o conhecimento é construído e compartilhado.

Para mais, a Ação Comunicativa manifestada pelo professor estimulou os estudantes a pensarem criticamente e discutirem ao preencher o Arco, mesmo que, por

vezes, alguns estudantes deixassem de preencher alguma etapa do Arco ou a fizessem de maneira sucinta ou de maneira oralizada, como foi no caso do desafio do Arco. Assim, a ação comunicativa do professor impulsiona ações comunicacionais dos alunos, ou seja, a ação comunicativa primária do professor pode gerar a ação comunicativa secundária dos alunos – falar, se comunicar com seus pares para resolver o problema, e deste modo passa a ser a ação comunicativa principal por causa do protagonismo do aluno. Por outro lado, é importante destacar que o professor deve conhecer os tipos de perguntas que são mais adequadas a serem feitas durante a ação comunicativa, uma vez que cada uma possui uma finalidade que contribui para aumentar o nível de comunicação.

Outrossim, a Ação Comunicativa destacada no contexto da Teoria das Situações Didáticas, do Contrato Didático e do Arco de Magueres, quando se observa as interações em sala de aula, é um elemento fundamental, pois auxilia no desenvolvimento da competência geral 7 que trata da argumentação (BRASIL, 2018), uma vez que proporciona um ambiente de dialogismo, a interação, consensos e mesmo de dissensos, necessários em processos de aprendizagem e mediados pela linguagem.

É importante pontuar que as aulas de Matemática ministradas na maioria das escolas públicas brasileiras não oportunizam momentos para que os estudantes manifestem suas ideias, expliquem suas estratégias de resolução de tarefas matemáticas, explanem sobre a relação do conhecimento matemático com a realidade, assim como há uma preponderância pelos exercícios em detrimento da resolução de problemas, no que diz respeito às tarefas matemáticas selecionadas pelo professor para as aulas. Deste modo, limita-se o desenvolvimento de habilidades e competências, uma vez que predomina um tipo de tarefa, que são os exercícios, que focam em mecanização de procedimentos, como pontuam Lozada e D' Ambrosio (2018).

Infelizmente, constatamos, seja do ponto de vista de nossa experiência docente, seja do ponto de vista de pesquisador, que é difícil uma pesquisa sobre processo de ensino e aprendizagem de Matemática que faça os alunos escreverem, porque eles têm a Matemática apenas como uma área em que vão fazer cálculos, sem buscar significados e é um pesar que muitos professores ainda enfatizem isso em suas aulas. Essa postura docente geralmente é derivada da formação inicial e das crenças

enraizadas que se assentam nas práxis docentes e a esse respeito Azcárate (1999, p. 128) explica que “em geral, as concepções tendem a reproduzir o comportamento docente que foi assimilado como aluno e o que tem sido eficaz em sua experiência profissional, sem refletir o porquê, o para quê de sua atuação profissional”.

Assim, esta pesquisa também abre novos horizontes para se repensar este cenário, tanto em relação à questão de se proporcionar diferentes tipos de tarefas nas aulas de Matemática para que os estudantes desenvolvam uma ampla gama de habilidades e competências matemáticas, assim como os professores possam estimular o processo argumentativo nas aulas de Matemática, o qual os alunos podem apresentar justificativas, discutir hipóteses levantadas, contrapor-se em relação às formas de se resolver uma questão, indagar e questionar, comunicar ideias, o que é também um estímulo ao protagonismo para a construção do conhecimento.

Reiteramos o que coloca Ponte (2003) ao afirmar que a comunicação é algo essencial no processo de ensino e de aprendizagem e que promove a interação, negociação de significados, construção de conjecturas, seja de modo oral ou escrito, visando desenvolver também a competência escritora, uma vez que os alunos também não estão habituados a escrever textos nas aulas de Matemática, sendo que quando têm oportunidade, em razão do que pontuamos, eles acabam redigindo respostas sucintas, desprovidas de um repertório argumentativo e assim comunicam apenas resultados numéricos ou pequenas descrições de procedimentos matemáticos.

Com isso, cabe-nos pontuar a respeito da importância das etapas do Arco de Maguerez, pois além de tratar a realidade como ponto de partida, permite um olhar global sobre a resolução dos problemas pelos estudantes e suas reflexões críticas sobre eles, ou seja, o Arco contribui significativamente para promover uma integração direta com a realidade, analisando questões sociais que permeiam o cotidiano dos estudantes, dando ênfase à criticidade e ao pensamento analítico-reflexivo.

Nesse sentido, trazemos novamente as colocações de Berbel (2012) pontuadas no texto desta dissertação, em que o autor afirma que através da análise da realidade se busca sentido, explicação e justificativas para transformá-la, indo ao encontro do que Freire (1989) enfatiza acerca da importância da leitura do mundo para desenvolver o pensamento crítico-reflexivo. Então, defendemos que dentre as abordagens de

resolução de problemas, os professores deem preferência para problemas da realidade, que também são importantes para a formação cidadã na medida que permitem a imersão dos alunos nos problemas de sua realidade, discutindo-os, apontando soluções e tomando decisões para mudá-la.

Esse viés voltado para a formação cidadã foi identificado ao longo da resolução dos problemas com o uso do Arco e reforçado quando os alunos foram solicitados a elaborar questionamentos e embora não tenha sido o foco desta pesquisa, o Arco de Magueres tem relações com a Educação Matemática Crítica proposta por Skovsmose (2001) que aborda aspectos como democracia, empoderamento, emancipação, num contexto de se refletir sobre o papel da Matemática na sociedade considerando o seu poder formatador e as estruturas de poder. Aqui fica uma sugestão para pesquisas futuras que verifiquem as relações do Arco de Magueres com a Educação Matemática Crítica.

Quanto às etapas do Arco, notamos que, de forma geral, os estudantes não apresentaram dificuldades ao tratar da observação da realidade e aplicação nela, fazendo leitura, interpretação, análise dos dados e reflexão crítica.

Cabe fazer dois apontamentos importantes antes de fazer colocações às etapas do Arco: o primeiro em relação à criatividade para elaborar estratégias diferentes para resolução dos problemas pouco foi visto, os alunos costumavam utilizar estratégias parecidas, e concluímos que nesse aspecto, a utilização do Arco contribuiu para iniciar um trabalho para desencadear a criatividade, que deverá ter continuidade, para não interromper os resultados alcançados de modo geral.

O segundo apontamento se relaciona com a tendência de alunos do grupo pesquisado de abreviar o raciocínio, simplificar, não demonstrar como obtiveram o resultado. Inferimos que seja decorrente de realizar mentalmente o cálculo ou “chutar a resposta” ou copiar do colega ou ainda realizar o cálculo no caderno e somente passar o resultado final para a folha da tarefa. De qualquer modo, esse fenômeno de omissão de procedimentos deve ser acompanhado, pois podem sinalizar que dificuldades na compreensão do conteúdo ou negligência do aluno em relação à sua aprendizagem, produzindo respostas incorretas e/ou corretas em que não houve desenvolvimento e

nem mobilização da estrutura cognitiva, ou seja, houve apenas a preocupação em entregar logo algo para o professor e se livrar da tarefa.

De maneira mais detalhada, na etapa de observação da realidade, em sua grande maioria, os estudantes esboçaram o que tinha da realidade do problema, conseguindo fazer uma relação entre o que estava no problema e situações de suas vidas. Assim sendo, inferimos que foi possível uma ligação entre a sala de aula a realidade com a utilização do Arco de Maguerez e que isso foi visto nessa primeira etapa.

Quanto aos Pontos-chave, que questionavam sobre o que estava sendo tratado nos problemas e os termos matemáticos e não matemáticos, mesmo com problemas mais curtos nas aulas iniciais, era preciso releitura por parte dos estudantes para que compreendessem o que estava sendo questionado, mas que isso evoluiu com o passar das aulas, sendo destacado em aulas posteriores que grande parte dos envolvidos na pesquisa conseguiam compreender os problemas. No entanto, percebemos que referente aos termos matemáticos e não matemáticos, eles tinham mais facilidade para descrever os termos matemáticos e que em alguns momentos deixavam de mencionar ambos, o que representou dificuldade nos conhecimentos semânticos acerca dos problemas. É pertinente mencionar que, em alguns momentos, os estudantes perdiam o foco do que tratava o problema, representando falta de atenção e falha nos conhecimentos linguísticos. Ainda sobre a etapa dos Pontos-chave, que também vimos a etapa de representação/compreensão do problema, em alguns casos, os estudantes entendiam o problema com uma certa facilidade e conseguiam resolvê-lo de maneira mais rápida, utilizando de estratégias mentais.

Quanto à etapa de Teorização, em alguns casos, os estudantes não expuseram os conteúdos tratados no problema. Acerca disso, dois pontos precisam ser elencados: que os estudantes podem ter dificuldades com os conhecimentos semânticos e que ter enunciados claros é preciso para uma melhor compreensão do problema, e que ter situações de aprendizagem que estejam ao alcance da maioria dos estudantes é fundamental, como afirmado na Teoria do Discurso Pedagógico. Ainda sobre a etapa de Teorização, destacamos o avanço em relação aos símbolos matemáticos empregados nas resoluções, pois em aulas iniciais os estudantes não expuseram e em aulas

posteriores em todas as tarefas entregues eles foram expostos, não todos, mas em sua grande maioria.

No que diz respeito à etapa de Hipóteses de Solução, notamos que existe um déficit nos conhecimentos estratégicos, pois, em muitos casos, os estudantes não conseguiam descrever como planejaram e executaram suas estratégias para chegar à solução do problema, destacando que foi passo a passo, mas não mencionavam os passos, como separaram os dados, quais dados foram utilizados, entre outros. Cabe destacar que nessa etapa, nas análises dos dados, apresentamos as resoluções dos problemas expostas pelos alunos e que sobre elas: em alguns casos os estudantes a fizeram mentalmente, abreviando o raciocínio; que o tipo de mente em evidência foi o lógico-verbal; que apresentam dificuldades para validar respostas e não enxergam onde erraram; que a maneira como os estudantes se articulam para resolver um problema é diferente (os processos cognitivos) e que, como mostrado, tiveram vezes que mostraram a solução de maneira descritiva e não colocaram os cálculos – mesmo isso sendo poucas vezes, inferimos o desenvolvimento da competência leitora, escritora e da argumentação.

Sobre a última etapa do arco, Aplicação à Realidade, os estudantes trouxeram significados para o resultado numérico encontrado nos problemas, traçando suas considerações e percepções sobre o que era abordado. Acerca dessa etapa e o que foi mencionado nos achados da pesquisa, as respostas dos estudantes evidenciaram que eles detectaram a realidade nas situações matemáticas e como agiriam caso os problemas acontecessem com eles e, logo, os impactos da Matemática Financeira. Destacamos que eles analisaram a realidade, buscaram sentido, explicações e justificativas para transformá-la. Logo, se o estudante aprende para que serve a Matemática, ele consegue aplicá-la. Sob esse viés, é importante frisar que se os professores utilizassem problemas que tratem da realidade corriqueiramente, habituariam os estudantes.

Nas etapas do Arco, de maneira geral, do início ao fim do desenvolvimento do estudo, além das ponderações, percebemos que os estudantes também apresentaram avanço em relação à escrita e que eles, por ora, parecem se habituar a escrever as respostas nas etapas do Arco, mas isso não aconteceu de maneira linear, sempre havia

um ou outro que deixava as respostas incompletas ou deixava o espaço sem fazer nada.

Um outro ponto, é que nas dificuldades do que preencher no Arco, as perguntas tematizantes ajudaram na guia do Arco, pois tinham como intuito saber mais sobre o que estava sendo investigado no problema: o que o problema aborda? o que você enxerga nele sobre a realidade?. Sobre as perguntas de inquirição, elas também desenvolveram um papel importante, já que possibilitavam ao professor pedir para que eles dissessem mais do que já haviam exposto, que mostrassem um certo conhecimento sobre o que era tratado, o que sabiam, se entenderam, para que pudessem com base nas informações manifestadas defender suas ideias.

Sobre a utilização dos problemas curtos, esta opção decorreu, pois com os problemas longos apresentavam mais dificuldades, justamente pelo fato de não terem o hábito da leitura. O alunado de hoje apresenta duas características que se evidenciam nas aulas: primeiro ele não sabe ler, se não sabe ler, não interpreta; se ele não interpreta, não encontra meios para ir em busca de uma solução. A leitura vai além de conhecer as palavras, é preciso decodificar o que está exposto.

Para mais, ainda foi salientado pelos estudantes que tiveram dificuldades para seguir o Arco, ir de acordo com as etapas, mas não para preencher o que era solicitado. Ademais, a relação dos estudantes com o meio - os problemas e utilização do Arco -, destacou que as informações codificadas, por meio dos símbolos e exposições das suas ideias, foram de fundamental importância para entendermos como os estudantes se articularam na busca de soluções e aquilo que aparentam possuir mais familiaridade.

Com isso, notamos também que quando o trabalho é desenvolvido em equipe existe um maior envolvimento dos estudantes, tanto nas etapas do Arco, quanto na discussão sobre os seus pontos de vista e na discussão de como resolver o problema. Acerca dessas ponderações, destacamos a importância do relacionamento interpessoal mencionado na Teoria da Ação Comunicativa e que o desenvolvimento das tarefas em equipe pode proporcionar uma maior partilha de saberes e que quanto mais os estudantes se comunicam mais podem aprender, pois o que é de conhecimento de um deles pode não ser de um outro, uma vez que existem saberes diferentes.

É relevante mencionar, que diante dos achados da pesquisa, os estudantes apresentaram resistência inicialmente para seguir etapas e que, por vezes, não queriam; embora, nas autoavaliações tenham esboçado que é importante. Como visto, na aula de ambientação, os estudantes primeiro resolviam os problemas para depois fazer o preenchimento das etapas do Arco, entretanto, isso foi mudando de acordo com a familiaridade deles com a proposta, pois conseguiram notar que as etapas do Arco permitem uma análise mais global do problema: o que está sendo investigado, o conteúdo tratado, os termos matemáticos e não matemáticos, entre outros.

Essa ação de resolver primeiro o problema para depois preencher o Arco, denominamos de Inversão de Utilização. A proposta era que o Arco fosse um guia para organizar a resolução e não uma espécie de “questão acessória” a ser preenchida após a resolução matemática da situação norteadora. Isso evidenciou que o pensamento dos alunos não é linear, não há uma aderência dos jovens em seguir passos/regras quando se trata de resolver problemas(VIANA; LOZADA, 2020) e nem afeição com situações as quais venham considerar como engessadas, embora, em muitas ocasiões tenham acertado a resolução fazendo a inversão na utilização do Arco, eles acabaram rompendo o contrato.

Assim sendo, considerando a Matemática Financeira como saber discutido em todas aulas, cabe-nos pontuar o avanço dos estudantes em relação ao cálculo de porcentagem, acréscimo, decréscimos e de juros, uma vez que afirmaram no Questionário a Priori sobre suas dificuldades, sendo visto no decorrer das aulas que a intervenção do professor não era necessária a todo momento, uma vez que recobravam o que havia trabalhado em aulas anteriores e que o relacionamento interpessoal contribuía para isso. Notamos que houve avanço em relação as estratégias para o cálculo de porcentagem, pois, em um primeiro, era utilizada uma única maneira pelos sujeitos, sendo visto na aula 3 que foi modificada. Diante disso, consideramos que os estudantes apresentaram avanços em relação ao aprendizado com a Matemática Financeira e os conteúdos que a englobam ao considerar a primeira e a última aula, e que foi contribuído para a ressignificação de saberes.

Foi perceptível que por mais que nas negociações do Contrato Didático, as funções e papéis dos parceiros nas situações estivessem claras, as rupturas e

renegociações aconteceram, uma vez que o dinamismo de uma aula não é unilateral, mas que é preciso uma conduta adequada do professor para que saiba lidar com essas situações e assim favorecer momentos de aprendizagem.

A respeito das regras, algumas estavam claras e foram vistas como explícitas (o estudante ler a situação norteadora, resolver o problema), entretanto, também tivemos evidência de regras implícitas que foram derivadas dos tipos de perguntas realizados pelo professor: o professor perguntava, os estudantes respondiam e assim gerava uma discussão, sendo pertinente também o esclarecimento de dúvidas dos estudantes; também observamos a questão dos símbolos matemáticos que foi recorrente a não exposição de todos os símbolos envolvidos na resolução dos problemas na etapa de Teorização do arco.

No que concerne às negociações e rupturas, o Contrato Didático era negociado, rompido (os estudantes não faziam o que era esperado pelo professor) e, conseqüentemente, renegociado, principalmente na aula de ambientação. Cabe salientar que nas aulas posteriores as rupturas continuaram acontecendo, mas não era algo global (com todos os estudantes), visto que foi evidenciada quando alguns não queriam fazer o que era solicitado, como por exemplo, preencher uma etapa do Arco.

Algo que chamou a atenção, tratando das negociações e rupturas, foi o momento que ao explicar uma tarefa na aula 4, não ficou claro para o estudante o que ele teria que fazer e disso configuramos que o professor não utilizou um ritmo adequado para explicação, ao considerarmos a Teoria do Discurso Pedagógico, e que acabou gerando uma ruptura do contrato, uma vez que houve manifestação oral do estudante para dizer que não entendeu e que o professor precisou buscar outra maneira para expor o que teriam que fazer, uma renegociação. Essa ruptura, foi consciente pelo estudante, pois não queria ser prejudicado pelo fato de não ter entendido os comandos do professor e que nos leva a refletir sobre a maneira como o professor age quando orienta uma tarefa e que ideia de ritmo e as ações comunicativas foram fundamentais para seguir com um contrato. As rupturas, no que diz respeito aos estudantes não quererem fazer a tarefa ou não preenchimento do Arco, foi mais recorrente quando estavam resolvendo os problemas de maneira individual, pois com o apoio dos outros se mostram mais engajados.

Sobre as negociações, rupturas e renegociações, mencionamos que o dinamismo de uma sala de aula não é unilateral, isto é, não acontece de maneira linear e somos surpreendidos na gerência de uma tarefa matemática. As rupturas aparecem como necessárias na gestão de um saber, para que a aprendizagem aconteça: nem sempre ela deve ser vista como algo negativo.

Notamos que durante alguns momentos alguns efeitos do Contrato Didático poderiam ser evidenciados, principalmente, quando o estudante espera que o professor facilite a sua tarefa e der as respostas, no entanto, diante do fazer com que o estudante pense e que ele tenha tempo para pensar e refletir, isso pode ser modificado. Com o intuito de fazer o estudante pensar, mencionamos a relevância da Ação Comunicativa regida por tipos de perguntas, a contribuição da Resolução de Problemas e do Arco de Magueres. Sobre as perguntas utilizadas, é preciso dizer que é relevante o professor ter conhecimento dos tipos de perguntas que podem ser utilizadas durante a resolução dos problemas e condução nas aulas, para ter uma maior efetivação das respostas dos estudantes e nas reflexões acerca do que é tratado.

Ainda sobre os Efeitos do Contrato Didático, outro ponto precisa ser mencionado, que no estudo mesmo com a tentativa de fuga dos efeitos, em uma aula foi evidenciado o Efeito Topázio, pois, diante da dificuldade dos estudantes com o conteúdo, o professor, não vendo outra maneira no momento, explicou uma questão modelo para que eles conseguissem resolver o problema.

À vista disso, sabemos que na teoria é mencionado que dar dicas é considerado um Efeito, entretanto, precisamos saber diferenciar a existência do efeito quando não quer fazer a tarefa (não está disposto) e quando ele não consegue por falta de conhecimento. Esse efeito, como visto na literatura, é um dos mais frequentes nas situações de ensino e aprendizagem, mas que vimos ele como preciso para desbloquear estudantes com dificuldades acerca do conteúdo tratado. Reiteramos ainda que ele pode possuir uma modulação ambivalente: ajuda que tem dificuldade (positivo) e ajuda quem não está disposto (negativo), e que o professor deve estar consciente da sua utilização para organizar uma situação favorável de aprendizagem.

Ainda sobre o Efeito Topázio, verificamos dois trabalhos publicados por Brousseau (1983; 1984) e notamos que ao falar sobre os efeitos, o autor parte do ponto

de vista das atitudes do docente para que gerá-los, assim não foi identificado nesses escritos originais, como um polo provocador, o aluno. Nesse sentido, é que postulamos anteriormente que o EfeitoTopázio tem uma modulação ambivalente provocada por um dos atores da situação didática, que é o aluno e que estudos futuros venham a se aprofundar nesse aspecto que identificamos.

Destarte, consideramos que a aprendizagem é construída a partir de um processo que se dá diante da articulação de tarefas. Esse processo construtivo deve considerar abordagens diversas, destacamos aqui a utilização do Arco de Maguerez no trabalho com a Resolução de Problemas, pois diante de situações norteadoras oriundas da realidade os estudantes se apropriam de uma melhor maneira sobre o que está sendo investigado no problema, discutem sobre ela e se comunicam com os demais integrantes da situação didática por meio da oralidade. As aulas de Matemática são ambientes de investigação, análise, tratamento de dados, busca de soluções e reflexões.

Ademais, inferimos que o problema de pesquisa desta dissertação foi respondido e que o objetivo foi alcançado, uma vez que a Resolução de Problemas vai além resolver um problema apenas matemático, mas que é um processo de descoberta e isso foi evidenciado no tratamento das etapas do Arco de Maguerez, sendo possível explicar a aprendizagem dos estudantes. Considerando a Resolução de Problemas, a Ação Comunicativa, o Discurso Pedagógico e o Contrato Didático e seus elementos, pontuamos que foi permitido aos estudantes a mobilização de conhecimentos e o desenvolvimento de capacidades para gerenciar informações. O desenvolvimento do estudo contribuiu para o desenvolvimento de habilidades necessárias no presente século, entre elas: habilidades de aprendizagem (pensamento crítico, criatividade, colaboração e comunicação); habilidades de alfabetização (informacional); habilidades para a vida (flexibilidade, liderança, iniciativa e produtividade).

Outrossim, cabe-nos pontuar que as hipóteses iniciais do estudo foram comprovadas, que os estudantes ao se depararem com tarefas diferentes das habituais ocorre quebra de Contrato Didático e que as renegociações foram necessárias. Percebemos também que alguns efeitos do Contrato Didático poderiam ser evidenciados e que um deles foi preciso para ajudar estudantes com dificuldades,

entretanto, a Ação Comunicativa do professor e as ideias de ritmo e sequenciamento do Discurso Pedagógico, considerando o seu papel na situação didática, contribuíram para a fuga desses efeitos e que os estudantes foram os responsáveis pelo desenvolvimento de suas tarefas e o desenvolvimento de suas aprendizagens.

Destacamos como ensejo uma possível investigação futura sobre a elaboração de problemas matemáticos a partir de situações norteadoras e a utilização do Arco de Magueréz, dado que apontamos de maneira sucinta algo neste estudo, mas não foi o nosso foco.

Um ponto que queremos destacar para investigações futuras, é que nos estudos de Brousseau (1986, 2008), ele discutiu apenas efeitos de natureza negativa que implicariam no aprendizado dos estudantes e que o professor tende a facilitar as tarefas deles, entretanto, identificamos nesta dissertação que efeitos já vistos na literatura – Efeito Topázio - podem ter um viés positivo e que é preciso para ajudar estudantes com dificuldades, e que precisamos de olhar mais criterioso sobre esse efeito. Ainda sobre o mesmo efeito, inferimos, que quando tentamos fugir dele quando o estudante não estava disposto a fazer a tarefa e pedia respostas para o professor, veio à tona um efeito positivo, que chamamos de Efeito Propulsor, que foi impulsionado pelo tipo de pergunta tematizante, buscando saber mais do estudante acerca do tema tratado e que fez com que ele se envolvesse com a situação e tentasse resolvê-la. Assim sendo, em outros estudos, pretendemos investigar a utilização dos tipos de perguntas, utilizando da Ação Comunicativa, na fuga de Efeitos do Contrato Didático, com o intuito de gerar efeitos propulsores de natureza positiva.

Por fim, é preciso acrescentar que, no momento, essas são as considerações possíveis diante da pesquisa realizada e nas análises concretizadas, sendo que o Arco de Magueréz não só trouxe novas considerações sobre a resolução de problemas nas aulas de Matemática, mas também sobre aspectos de outras teorias que serviram de aporte teórico. Diante disso, propomos, como um estímulo para pesquisas futuras, uma complementação do esquema da Teoria das Situações Didáticas, como se vê abaixo:

Figura 211: Esquema da relação professor-aluno-saber com complementações



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2023)

Quanto ao Arco de Maguerez, recomendamos a utilização na Educação Básica da versão que propomos nesta dissertação com as etapas detalhadas por estar didaticamente explicitada para esta etapa da escolarização, com a sugestão de que a avaliação seja formativa com o uso de rubricas, por exemplo.

Esperamos que outros trabalhos venham a elucidar outros aspectos da resolução de problemas com o Arco de Maguerez na Educação Básica, considerando que a pesquisa relatada nesta dissertação trouxe resultados além do esperado partindo de que o Arco não é comumente utilizado e assim, possa disseminá-lo.

No entanto, outras ponderações acerca da temática abordada poderão ser realizadas em investigações futuras, como a escrita de artigos, a partir do corpus coletado, ou pesquisa a nível de doutoramento, contemplando aquilo que possivelmente tenha se mostrado insuficiente nesta dissertação de Mestrado.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. DE LA R. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática. **RENCiMA: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 1-14, 2019.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In. ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.) **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco, 2014.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 1-19, 2009.

ALMEIDA, F. A. **Sequência didática da proposição a aplicação**: uma análise das interações em sala de aula sob o ponto de vista das situações adidáticas. 224f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

ALMEIDA, F. E. L.O. **O contrato didático na passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e na resolução da equação na 7ª série do ensino fundamental**. 161 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2009.

ALMEIDA, F. E. L. **O contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas**: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita. 305 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

ALVARENGA, D.; VALE, I. A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Revista Quadrante**, Portugal, v. 16, n. 1, p. 27 -55, 2007.

ALVARENGA, K. B.; ANDRADE, I. D.; SANTOS, R. J. Dificuldades na resolução de problemas básicos de matemática: um estudo de caso do agreste sergipano. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemática**, Belém-PA, v.12, n. 24, p. 39-52, 2016.

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas**. 295 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

ANDRADE, T. M. **Matemática interligada: grandezas, sequências e matemática financeira**. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2020.

ANDRÉ, M. Questões sobre os fins e sobre os métodos de pesquisa em educação. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 1, n. 1, p.119-131, 2007.

ARAGÃO, L. M. C. **Razão comunicativa e teoria social crítica em Jurgen Habermas**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1992.

ARÁUJO, F. A. **Rompendo o contrato didático: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos**. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

ARAUJO, N. K. S. **Dificuldades na resolução de problemas básicos de matemática: um estudo de caso do agreste sergipano**. 129f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015.

ARRUDA, M. C. S. **O contrato didático na educação de jovens e adultos: um olhar metacognitivo sobre as aulas de matemática**. 2018. 101 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.

AZCÁRATE, P. El conocimiento profesional: naturraleza, fuentes, organización y desarrollo. **Quadrante**, U. Lisboa, v. 8, 1999.

BAHTIYAR, A.; CAN, B. An investigation of problem-solving skills of preservice science teachers. **AcademicJournals: EducationalResearch na Reviews**, v. 11, p. 2108 – 2115. 2016.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luis Antero Reto, Augusto Pinheiro. 1. ed. São Paulo: Edições 70, 2016.

BERBEL, N. A. N. **A metodologia da problematização com o Arco de Maguerez: uma reflexão teórico-epistemológica**. Loderina: EDUEL, 2012.

BERNSTEIN, B. **A estruturação do discurso pedagógico: classe, códigos e controle**. Petrópolis: Vozes, 1996.

BERNSTEIN, B. **Pedagogía, control simbólico e identidad: teoria, investigación y crítica**. Madrid: EdicionesMorata, 1998.

BOAVIDA, A. M.; PAIVA, A. L.; CEBOLA, G.; VALE, I.; PIMENTEL, T. **A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Continuada em Matemática**

para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento, 2008.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Qualitative research for education**. Boston: Allyn and Bacon, Inc. 1982.

BONJORNO, J. R. **Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas – Ensino Médio – Matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

BORDENAVE, J. D.; PEREIRA, A. P. **Estratégias de ensino-aprendizagem**. 33. ed. Petrópolis: Vozes, 2015.

BRAGA, E. S. O. Resolução de problemas no ensino da matemática: algumas considerações. **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v.11, n. 1, p. 1-21, 2020.

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática, 1º e 2º Ciclos**. Brasília: SEF/MEC, 1997.

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática, 3º e 4º Ciclos**. Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: SEF/MEC, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Mais - Ensino Médio**. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares. Brasília: SEF/MEC, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2008: Matemática**. Brasília: MEC, 2007.

BRASIL. **Resolução CNE/CEB/2/2008** - Estabelece diretrizes complementares, normas e princípios para o desenvolvimento de políticas públicas de atendimento da Educação Básica do Campo. MEC: Brasília - DF, 2008.

BRASIL. Secretária de Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental e Médio**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Relatório Brasil no PISA 2018**. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf . Acesso em: 25 de dez. 2021.

BRASIL, CAPES. **Documento de Área – Ensino**. Brasília, 2019.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). 2. ed. **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2010.

BRITO, M. R. F. É possível avaliar a aprendizagem com o modelo ENADE? **Estudos**, Brasília, v. 40, p.156-167, 2012.

BROUSSEAU, G. **Le rôle central Du contrat didactique d'analyse et La construction des situations d'enseignement et d'apprentissage**. Actes du colloque de l'Université d'été de didactique des mathématiques d'Olivet, p.1-9, 1984.

BROUSSEAU, G. **Les effets du contrat didactique**. École d'été de didactique des mathématiques d'Olivet, p. 1-16, 1983.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos de didactique des mathématiques. In: **Recherche en Didactique des Mathématiques**, v. 7, n. 2, p. 33 – 115, 1986.

BROUSSEAU, G. Théories des situations didactiques. **Conférence de Montreal**, 1997. Disponível em: http://math.unipa.it/~grim/brousseau_montreal_03.pdf. Acesso em: 21 de mar. 2021.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da Teoria das Situações Didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Tradução: Camila Boguea. São Paulo: Ática, 2008.

CAGLIARI, L. C. **Alfabetização & linguística**. São Paulo: Scipione, 2010.

CARSON, J. A Problem With Problem Solving: Teaching Thinking Without Teaching Knowledge. **The Mathematics Educator**, v. 17, n. 2, p. 7-14, 2007.

CHAMBERLIN, S. A. Mathematical Problems That Optimize Learning for Academically Advanced Students in Grades K±6. **Journal of Advanced Academics**, v.22, n.1, p. 52-76, 2010.

CHAPMAN, O. Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. **Revista Lumat**, v. 3, n. 1, 2015.

CHARLES, R; LESTER, F. **Mathematical problem solving**. Springhouse: Learning Institute, 1986.

CHAVANTE, E. **Quadrante Matemática e suas tecnologias**: estatística, probabilidade e matemática financeira. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2020.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÒN, J. **Estudar Matemáticas: o elo perdido**

entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais.** 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

CLARK, U. Bernstein's theory of pedagogic discourse: linguistics, educational policy and practice in the UK English/literacy classroom. **English Teaching: Practice and Critique**, Reino Unido, v. 4, n. 3, p. 32-47, 2005.

COLOMBO, A. A.; BERBEL, N. A. N. A metodologia da problematização com o arco de Maguerez e sua relação com os saberes de professores. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, Londrina, v. 8, n. 2, p. 121-146, 2007.

DANTE, L. R. **Matemática em contextos:** estatística e matemática financeira. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DEGRAVA, C. F. **Gerando possibilidades concretas de uso da proposta curricular do Estado com metodologias investigativas.** Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2013.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.** Porto Alegre: ArtMed, p. 13-42, 1998.

ELOI, Q. C. **Relações entre o contrato didático potencial (CDP) proposto na abordagem do livro didático e o contrato didático estabelecido entre professor e alunos quando se tem o saber função afim em cena em uma turma de 1º ano do ensino médio.** 202 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2019.

FERNANDES, J. A. S.; FASSARELA, L. S. Contribuições da metodologia Resolução de Problemas ao ensino-aprendizagem de divisibilidade: um estudo de caso. **Revista Educação Matemática Debate**, Montes Claros – MG, v. 4, n. 10, p. 1-25, 2020.

FIEDLER, R. C. P. A Teoria da Ação Comunicativa de Habermas e uma nova proposta de desenvolvimento e emancipação do humano. **Revista da Educação**, Guarulhos, v. 1, n. 1, p. 93-100, 2006.

FILLOUX, J. **Du contratpédagogique.** Paris: Dunond, 1974.

FONSECA, M. G.; GONTIJO, C. H. Pensamento Crítico e Criativo em Matemática: uma Abordagem a partir de Problemas Fechados e Problemas Abertos. **Revista Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 34, p. 1-18, 2021.

FREIRE, P. **A importância do ato de ler: em três artigos que se completam.** São Paulo: Autores Associados. Cortez, 1989.

FREITAS, T. S.; ANDRADE, S.; CARDOSO, T. M. R. F. L. Um olhar em rede para as produções em resolução de problemas nos ENEMs (1987 – 2016). **REnCiMa – Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 5, p. 1-18, 2021.

GAGNÉ, R. M. **Como se realiza a aprendizagem.** Tradução de Therezinha Maria Ramos Tovar. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.

GARCIA GAY, M. R. **Práticas na escola: matemática e suas tecnologias.** 1. ed. São Paulo: Moderna, 2020.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOERGEN, P. Educação e valores no mundo contemporâneo. **Revista Educação e Sociedade**, Campinas, v. 26, n. 92, p. 983-1011, 2005.

GONÇALVES, A. **Análise das estratégias e erros dos alunos do 9º ano em questões de álgebra baseadas no Saresp de 2008 a 2011.** 178 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

GONÇALVES, M. A. S. Teoria da ação comunicativa de Habermas: Possibilidades de uma ação educativa de cunho interdisciplinar na escola. **Revista Educação e Sociedade**, v. 20, n. 66, p. 125-140, 1999.

GONÇALVES, T. C. O sistema financeiro brasileiro: evolução do crédito no Brasil pós Plano Real. 2007. Monografia (Graduação em Ciências Econômicas) – Fundação Armando Alvares Penteado, São Paulo, 2007.

GRAESSER, A.; KUO, B.; LIAO, C. Complex problem solving in assessments of collaborative problem solving. **Journal of Intelligence**, v. 5, n. 2, 2017.

GRANDO, N. I.; SCHNEIDER, I. J. Matemática financeira: alguns elementos históricos e contemporâneos. **Zezetiké**, Unicamp, v. 18, n. 33, p. 43-62, 2010.

GUERIOS, E.; MEDEIROS JR, R. J. Resolução de problemas de matemática no ensino fundamental: uma perspectiva didática. In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (Orgs) **Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa.** Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016.

GUTIERREZ; G. L.; ALMEIDA, M. A. B. Teoria da Ação Comunicativa (Habermas): estrutura, fundamentos e implicações do modelo. **Revista Veritas**, Porto Alegre, v. 58, n. 1, p. 151-173, 2013.

HABERMAS, J. **Teoria de laAcción Comunicativa**. Trad. Manuel Jiménez Redondo. Madrid: Taurus, 1988.

HABERMAS, J. **Teoria do Agir Comunicativo**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2014.

HERRLEIN JR, R. Uma introdução ao pensamento de Habermas: Teoria da Ação Comunicativa. **Revista Práxis**, Novo Hamburgo, v. 1, p. 49-58, 2007.

HESSEL, R. Inflação rompe teto e é a maior em seis anos. **Diário de Pernambuco**, 2022. Disponível em: <https://www.diariodepernambuco.com.br/noticia/economia/2022/01/inflacao-rompe-teto-e-e-a-maior-em-seis-anos.html> . Acesso em: 12 de jan. 2022.

HUBERMAN, S. **Cómo se forman los capacitadores**: arte y saberes de suprofesión. Buenos Aires: Paidós, 1999.

JONNAERT, P.; BORHT, C. **Criar condições para aprender**: o sócio construtivismo na formação de professor. Trad. Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

KUZNIAK, J. La théorie des situations didactiques de brousseau. **L'OUVERT**, v. 110, p. 17–33, 2004.

LEITE, M. S. **Recontextualização e transposição didática**: introdução à leitura de Basil Bernstein e Yves Chevallard. 1. ed. Araraquara: Junqueira & Marin, 2007.

LEITE, A. F.M.; MIRANDA, P. F.; LOYE, N. Resolução colaborativa de problemas: resultados brasileiros no Pisa. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação** [online], v. 30, p. 232–253, 2021.

LESTER JR, F. K. Musings about Research on Mathematical Problem Solving: 1970-1994. In: **Special 25th anniversary issue of the Journal for Research in Mathematics Education**. Mathematics Education Development Center. School Education, Indiana University, v. 6, p. 660–675, 1994.

LESTER JR, F. K. Thoughts about research on mathematical problem – solving instruction. **Revista Mathematics Enthusiast**, v. 10, 2013.

LIMA, L. **Didática comunicativa à luz da teoria da ação comunicativa de Jürgen Habermas**. 71 f. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Educação) – Universidade de Uberaba, Uberlândia-MG, 2020.

LOZADA, C. O. **O essencial invisível aos olhos**: uma viagem divertida e colorida pela estrutura da matéria através de uma sequência ensino - aprendizagem para a introdução de física de partículas elementares na 8ª série do ensino fundamental. 2007.

424 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2007.

LOZADA, C. O., D'AMBROSIO, U. Considerações sobre o conceito de equação presente nos cadernos do professor e as zonas de perfil conceitual de equação. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, Pr, v.7, n.14, p.07-38, jul.-dez. 2018

LOVE, E.; MASON, J. Telling and Asking. In: P. Murphy; M. Selinger; J. Bourne; M. Briggs. **Subject learning in primary curriculum**: Issues in English, science and mathematics. Londres: Routledge, p. 241-256, 1995.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E. P. U., 2018.

LUPINACCI, M. L. V.; BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**, Recife, p. 1–5, 2004.

MACHADO, B. E. C.; LACERDA, A. G. A comunicação matemática e uma tarefa exploratória-investigativa: uma proposta mediante a taxa de metabolismo basal. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática - REnCiMa**, São Paulo, v. 11, n. 4, p. 1-21, 2020.

MAHARANI, H. R. Creative thinking in mathematics: are we able to solve mathematical problems in a variety of way?. **International Conference on Mathematics, Science, and Education**, 2014.

MAINARDES, J.; STREMEL, S. A teoria de Basil Bernstein e algumas de suas contribuições para as pesquisas sobre políticas educacionais e curriculares. **Revista Teias**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 22, p.31-54, 2010.

MAYER, R. E. (1987). Instructional variables that influence cognitive processes during reading. In: BRITTON, B. K.; GLYNN, S. M. (Orgs.). **Executive control processes in reading**. Lawrence Erlbaum Associates, p. 201-216, 1987.

MAYER, R. E. Models for Understanding. **Review of Educational Research**, v. 59, n. 1, p. 43–64, 1989.

MAYER, R. E. **Thinking, problem solving, cognition**. 2. ed. New York: WH Freeman and Company, 1992.

MALHOTRA, N. K.; ROCHA, I.; LAUDISSIO, M. C. ALTHEMAN. E.; BORGES, F. M. **Introdução a Pesquisa de Marketing**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2005.

MASETTO, M. T. Mediação Pedagógica e o Uso da Tecnologia. In: MORAN, J. M. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. Campinas: Papirus, 2000, p.133-173.

MCINTOSH, R.; JARRETT, D. **Teaching mathematical problem solving: implementing the vision**. Portland, Oregon: Mathematics and Science Education Center, North West Regional Laboratory, 2000.

MARTINHO, M. H. S. S. **A comunicação na sala de aula de matemática**: um projeto colaborativo com três professoras do ensino básico. 472 f. Tese (Programa de Pós-graduação em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2007.

MEIRELES, D. S. L.; MEIRELES, R. F.; TAHIM, A. P. V. O.; CARNEIRO, S. N. V. A Teoria do Agir Comunicativo e sua contribuição para a relação professor-aluno no Ensino Superior. **Revista Docência no Ensino Superior**, Belo Horizonte – MG, v. 7, n.2, p. 97-112, 2017.

MELO, S. G. S. **A interpretação de enunciados em problemas de aritmética**: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do ensino fundamental em uma escola estadual de Aracaju. 64 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão-SE, 2015.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MENEZES, A. P. A. B. **Contrato didático e transposição didática**: inter-relações entre fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do ensino fundamental. 2006. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

MENEZES, L. **Concepções e Práticas de Professores de matemática**: Contributos Para o Estudo da Pergunta.191 f. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 1995.

MOÇAMBITE, N. S. **Situações didáticas na aprendizagem matemática na perspectiva da construção do conhecimento**. 216f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2016.

MORAIS, A. Basil Bernstein at the micro level of the classroom. **British Journal of Sociology of Education**, v. 23, n. 4, p. 550-570, 2002.

MORAIS, A. M.; NEVES, I. P. A teoria de Basil Bernstein: alguns aspectos fundamentais. **Revista Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v.2, n.2, p.115-130, 2007.

MORAIS, R.S; ONUCHIC, L. R. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. In: ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. G; NOGUTI, F. C. H; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

MOTA, F. M.; LOZADA, C. O. Planejamento e execução na metodologia resolução de problemas: uma abordagem sobre a organização do trabalho pedagógico. *In: Ciclo de Formação Complementar de Professores da Educação Básica: discussão sobre a BNCC na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental*, 1, 2021, Morrinhos - GO. **Anais [...]**, Morrinhos – GO, Omnis Scientia, 2021a, p. 1 - 5. Disponível em: even3.com.br/anais/cicloformacao2021/335054-planejamento-e-execucao-na-metodologia-resolucao-de-problemas-uma-abordagem-sobre-a-organizacao-do-trabalho-peda/. Acesso em: 24 de out. 2021.

MOTA, F. M.; LOZADA, C. O. Uma proposta de atividade envolvendo matemática financeira: um olhar para sua aplicabilidade. *In: ENCONTRO NORTE-NORDESTE DE MATEMÁTICA APLICADA*, 1, 2021, online. **Anais [...]**, Triunfo-PE, Omnis Scientia, 2021b, p. 27 – 31. Disponível em: <https://editoraomnisscientia.com.br/catalogos/ciencias-exatas-e-da-terra/anais-do-i-encontro-norte-norderte-de-matematica-aplicada-online/>. Acesso em: 13 de jan. 2022.

MOTA, F. M.; LOZADA, C. O. O Discurso Pedagógico e o papel do professor em tempos de pandemia: um olhar sob a teoria de Basil Bernstein. *In: Colóquio Internacional de Educação*, 7, 2021, Joaçaba – SC. **Anais [...]**, Joaçaba, Editora Unoesc, 2021c, p. 585 – 591. Disponível em: <https://portalperiodicos.unoesc.edu.br/coloquiointernacional/issue/view/469>. Acesso em: 10 de nov. 2021.

MULYONOND; HADIYANTI. Analysis of mathematical problem-solving ability based on metacognition on problem-based learning. **Journal of Physics: Conference Series**, p. 1-6, 2017.

MÜLLER, A. P. K. **Resolução de problemas matemáticos no ensino fundamental**: possibilidades a partir da leitura e da escrita. 147 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Centro Universitário Univates, Lajeado-RS, 2015.

MUSSARA, E.; ROGRIGUES, E. V.; SALUCHI, L.; TREVIZAN, W. **Conhecer e transformar**: projetos integradores – matemática e suas tecnologias. 1. ed. São Paulo: Editora Brasil, 2020.

NCTM. **An agenda for action**. Reston, VA: NCTM, 1980.

NCTM. **Curriculum and evaluation standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM, 1989.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston: NCTM, 2000.

NCTM. **Professional Standards for Teaching Mathematics**. National Council of Teachers of Mathematics, Virginia, 1991. Normas Profissionais para o Ensino de Matemática. Tradução da Associação de professores de Matemática, Portugal, 1994.

NCTM. **Why is Teaching with Problem Solving Important to Student Learning?** National Council of Teachers of Mathematics, v. 13, n. 12, p. 1–6, 2010.

OLIVEIRA, M. M. **O contrato didático**: análise de contratos diferenciais dos professores de matemática em turmas de 7º ano do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado. 170 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2010.

OLIVEIRA, M. M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

ONUICHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199-220.

ONUICHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, p. 73-98, 2011.

PAIS, L. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PARENTE, C. **IPVA 2022 PE**: desconto no valor do imposto em Pernambuco; como obter? Jornal O Povo, 2022. Disponível em: Jornal O Povo, 2022. Disponível em: <https://www.opovo.com.br/noticias/economia/2022/01/06/ipva-2022-pe-desconto-no-valor-do-imposto-em-pernambuco-como-obter.html>. Acesso em: 12 de jan. 2022.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco**: matemática. – Recife, 2008.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio – Recife, 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Currículo de Pernambuco**: Ensino Fundamental. Recife, 2018.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Currículo de Pernambuco**: Ensino Médio. Recife, 2021.

PÓLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POMMER, W. M.; POMMER, C. P. R. **O contrato didático na sala de aula matemática**. Mato Grosso do Sul: V Seminário de Educação Matemática de Nova Andradina, 2013. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/296486778_O_CONTRATO_DIDATICO_NA_SALA_DE_AULA_DE_MATEMATICA. Acesso em: 08 dez. 2020.

PONTE, J. P. Investigar, Ensinar e Aprender. **Actas do Profmat**. Lisboa: APM, CD – ROM, p. 25-39, 2003.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em Matemática. In: GTI (Org.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, p. 11-34, 2005.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da Matemática do 1º Ciclo**. 1. ed. Lisboa: Universidade Aberta, p. 260, 2000.

PONTE, J. P. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Revista Investigar em Educação**, Lisboa, v. 2, p. 93-169, 2003.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Orgs.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. 1. ed. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, p. 13-27.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. O papel do contexto nas tarefas matemáticas. **Revista Interações**, Santarém, v. 8, n. 22, p. 196 – 216, 2012.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula. **Revista Quadrante**, Lisboa, v. 24, n. 2, p. 111-135, 2015.

PINTO, J. M. R. A teoria da ação comunicativa de Jürgen Habermas: conceitos básicos e possibilidades de aplicação à administração escolar. **Revista Paidéia**, Ribeirão Preto, n. 8, v. 9, p. 77-96, 1995.

PROENÇA, M. C. **A Resolução de Problemas na Licenciatura em Matemática**: análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado. 2012. 208f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru.

PROENÇA, M. C. de. A visão de professores sobre dificuldades dos alunos na resolução de problemas. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 25, n. 3, p. 440–456, 2017.

PROENÇA, M. C. **Resolução de Problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, M. C. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **Revista de Educação Matemática**, Guarulhos-SP, v. 18, p. 1-14, 2021.

PROENÇA, M. C.; MAIA-AFONSO, É. J.; TRAVASSOS, W. B.; CASTILHO, G. R. Resolução de Problemas de Matemática: análise das dificuldades de alunos do 9.º ano

do ensino fundamental. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 16, n. 36, p. 224-243, jul. 2020.

OLIVEIRA, A.; PROENÇA, M. A estratégia da 'tabela' na resolução de problemas: possibilidades e limitações apontadas por licenciandos em Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 13, n. 2, p. 1-22, 2022.

REIS FILHO, A. M.; SANTOS, R. A. **Matemática financeira**: educação financeira por meio dos jogos no 3º ano do Ensino Médio. Repositório Institucional da Universidade Estadual de Goiás, Goiás, p. 1-12, 2016. Disponível em: <http://aprender.posse.ueg.br:8081/jspui/handle/123456789/59>. Acesso em: 20 dez. 2021.

ROBERT, J. **A origem do dinheiro**. 2. ed. São Paulo: Global, 1989.

ROSA, C. P.; RIBAS, Z. C.; BARAZZUTI, M. Análise de livros didáticos. In: Encontro Nacional PIBID-Matemática, 1, 2012, Santa Maria. **Anais [...]**, Santa Maria, 2012, p. 1-9.

SANTOS, M. R. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo**: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. 150 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

SANTOS, G. L. C. **Educação financeira**: a matemática financeira sob nova perspectiva. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) –Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2005.

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical Problem Solving**. Orlando: Academic Press Inc, 1985.

SCHOENFELD, A. H. Problem solving in the United States, 1970-2008: research na theory, practice and politics. In: **ZDM Mathematics Education**. Springer: Kalsruhe, p. 537-551, 2008.

SCHOENFELD, A. H. Reflections on Problem Solving Theory and Practice. **The Mathematics Enthusiast**, v. 10, p. 9–34, 2013.

SCHOENFELD, A. H. Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). **Journal of Education**, v. 196, n.2, p. 324-336, 2016.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, p. 31-42, 1989.

SCHWIEGER, R. Why Is Teaching Problem Solving So Difficult?. **Proceedings of the 2003 American Society for Engineering Education Annual Conference & Exposition Copyright**, p. 813111-813118, 2003.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

SMOLE, K. S.S.; DINIZ, M. I. **Resolução de problemas nas aulas de matemática: o recurso da problemática**. Porto Alegre: Penso, 2016.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving mathematics curricula. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.) **The Teaching and Assessment of Mathematical Problem Solving**. Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1989.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **Mathematics Teachings in the Middle School**, v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

SILVA, M. B. M. **Abordagem da Matemática Financeira no Ensino Médio sob a perspectiva da Educação Financeira**. 117f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Centro de Ciência e Tecnologia. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2016.

SILVA, C. M. S.; SIQUEIRA FILHO, M. G. **Matemática: Resolução de Problemas**. Brasília: Líber Livro, 2011.

SILVA, F. S.; FEIL, G. S. A possibilidade da constituição do ser matemático no agir comunicativo. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, Florianópolis, v.15, p. 01-18, 2020.

SILVA, M. C. A.; GASPARIN, J. L. A teoria da ação comunicativa de Jürgen Habermas e suas influências sobre a educação escolar. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE ESTUDOS EPESQUISAS, 7, 2006, Campinas. História, Sociedade e Educação no Brasil - HISTEDBR: **anais eletrônicos**. Campinas: Graf. FE: HISTEDBR, 2006. Disponível em: <https://goo.gl/k5acMz>. Acesso em: 20 abril. 2021.

SOUZA, C. M. P. **Contrato didático: negociações, rupturas e renegociações a partir de uma sequência didática sobre progressão aritmética**. 166 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. Tradução de Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: ArtesMédicasSul, 2001.

SZABO, Z. K.; KORTESI, P.; GUNCAGA, J.; SZABO, D.; NEAG, R. Examples of Problem-Solving Strategies in Mathematics Education Supporting the Sustainability of 21st-Century Skills. **Revista Sustainability**, v.12, p. 1-28, 2020.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Revista Zetetike**, Campinas-SP, v. 21, n. 1, p. 155–168, 2014. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646602>. Acesso em: 10 jan. 2021.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Resolução de Problemas. In: PALHARES, Pedro (org.). **Elementos de matemática para professores do Ensino Básico**. Lisboa: Lidel, 2004, p. 7-52.

VERÇOSA, M.; ROCHA, S.; TELES, R. A.M.. Resolução de problemas matemáticos: aproximações e distanciamentos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista TCC - Revista de divulgação científica do curso de Pedagogia - UFPE**, v. 1, p. 1-20, 2010.

VIANA, S. L. S. **Metodologias ativas: uma sequência didática sobre probabilidade com enfoque na aprendizagem baseada em problemas no ensino médio**. 2021. 149 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2020.

VIANA, S. L. S.; LOZADA, C. O. Aprendizagem baseada em problemas para o ensino de probabilidade no Ensino Médio e a categorização dos erros apresentados pelos alunos. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros(MG), v. 4, n. 10, p. 1-28, 2020.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998

WRIGHT, J. R. Caixa TEM libera empréstimos de até R\$ 1.000,00. **Rede Jornal Contábil**, 2021. Disponível em: <https://www.jornalcontabil.com.br/caixa-tem-libera-emprestimos-de-ate-r-1-000/>. Acesso em: 25 de dez. de 2021.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

YUSUF, M.; MURSHID, S. F.; RAHIM, S. S.; EU, L. K. Solving Mathematical Problems among College Students: Process or Strategy?. **Internacional Journal of Academic Research in Business & Social Sciences**, v. 11, n. 4, p. 1144-1152, 2021.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A: CADERNO DO ALUNO

QUESTIONÁRIO A PRIORI

QUESTIONÁRIO A PRIORI - INDIVIDUAL			
Nome:		Data: / /	
Objetivo: Identificar as percepções dos estudantes (sujeitos de pesquisa) sobre a Matemática Financeira, a resolução de problemas, a ação comunicativa e o agir do professor.		Idade: Sexo: () M () F	
1	Em uma tarefa matemática o que você julga importante?	a	Layout (imagens, designer bonito).
		b	Contextualização com a realidade.
		c	Imagens para representar situações.
		d	Questões curtas.
		e	Questões longas.
		f	Questões desafiadoras.
			Outras:
2	Você tem dificuldades na compreensão dos conteúdos matemáticos?	a	Sim, muita dificuldade.
		b	Sim, pouca dificuldade.
		c	Não tenho dificuldade.
3	Nas aulas de Matemática, os seus professores costumam considerar os pontos de vista apresentados por vocês alunos?	a	Sim, consideram muito.
		b	Sim, consideram razoavelmente.
		c	Sim, consideram pouco.
		d	Não consideram.
4	Nas aulas de Matemática, você é direcionado pelo professor a argumentar de maneira crítica?	a	Sim, muito.
		b	Sim, razoavelmente.
		c	Sim, pouco.
		d	Não.
5	Você considera que os conteúdos matemáticos aprendidos em sala de aula servem para resolver problemas do seu cotidiano?	a	Muito.
		b	Pouco.
		c	Razoavelmente.
		d	Não servem.
			Justifique sua resposta:
6	Você já resolveu problemas cotidianos utilizando conhecimentos matemáticos	a	Sim, algumas vezes.
		b	Sim, poucas vezes.
		c	Não resolvi.

	(calculou os juros de algo, calculou a área da sua casa, entre outras situações)?		Apresente a situação ou situações:
7	Se os seus professores utilizassem problemas matemáticos relacionados ao cotidiano, facilitaria o seu entendimento?	a	Sim, muito
		b	Sim, pouco.
		c	Não facilitaria.
			Justifique sua resposta.
8	Você apresenta dificuldades na compreensão (ler, interpretar, recolher dados) das questões matemáticas?	a	Sim, sempre.
		b	Sim, na maioria das vezes.
		c	Sim, raramente.
		d	Não tenho dificuldades.
9	Na resolução de problemas matemáticos você costuma seguir etapas para chegar à solução (exemplo: faz a leitura e separa os dados da questão, executa dos dados e depois realiza a verificação da sua solução)?	a	Sim, sempre.
		b	Sim, na maioria das vezes.
		c	Sim, às vezes.
		d	Não.
			Justifique sua resposta:
10	Quando você apresenta dificuldade em alguma questão matemática, como o seu professor age?	a	Explica de outra maneira para que eu consiga entender, mas não dá resposta.
		b	Dá logo a resposta.
		c	Pede para que algum colega o ajude.
		d	Faz questionamentos para que eu reflita sobre a situação.
11	Você apresenta dificuldades com o cálculo de porcentagem?	a	Sim, sempre.
		b	Sim, na maioria das vezes.
		c	Sim, às vezes.
		d	Não.
12	Você apresenta dificuldades com o cálculo de juros?	a	Sim, sempre.
		b	Sim, na maioria das vezes..
		c	Sim, às vezes.
		d	Não.
13	Você apresenta dificuldades com o cálculo de acréscimos e decréscimos?	a	Sim, sempre.
		b	Sim, na maioria das vezes.
		c	Sim, às vezes.
		d	Não.
14	Você considera importante a	a	Sim, pois desenvolve o raciocínio lógico e

	resolução de problemas nas aulas de Matemática?		analítico.
		b	Mais ou menos, para abordagem de alguns conteúdos sim, para abordagem de outros conteúdos não.
		c	Não, pois são muito difíceis, envolvem leitura e interpretação e demora muito para se chegar à solução, prefiro exercícios.
15	Na sua opinião, os problemas matemáticos estimulam a criatividade para o desenvolvimento de estratégias de resolução?	a	Sim, sempre.
		b	Sim, na maioria das vezes.
		c	Sim, às vezes.
		d	Não.
16	Você considera importante que tenha etapas para auxiliar na resolução de problemas matemáticos?	a	Sim, sempre.
		b	Sim, às vezes.
		c	Não.
17	Os seus professores de Matemática costumam fazer perguntas (exemplo: por que isso é assim? Você concorda ou discorda? Como? E se fosse diferente?)?	a	Sim, sempre.
		b	Sim, na maioria das vezes.
		c	Sim, às vezes.
		d	Não.
18	Quando os seus professores de Matemática estão explicando algo eles utilizam uma linguagem que você consegue entender? Eles explicam de maneira que a maioria dos estudantes consiga acompanhar?	a	Sim, sempre.
		b	Sim, na maioria das vezes.
		c	Sim, às vezes.
		d	Não.

MATERIAL DA AULA 1

ATIVIDADE DE AMBIENTAÇÃO

ATIVIDADE REALIZADA EM GRUPO

SITUAÇÃO NORTEADORA E SEUS DESDOBRAMENTOS

No site das Casas Bahia, o Smartphone Samsung Galaxy M13 Azul 128GB, 4GB RAM, Processador Octa-Core, Câmera Tripla Traseira, Selfie de 8MP, Tela Infinita de 6.6" e Dual Chip está sendo vendido com algumas condições. Observe as figuras abaixo:



Vendido e entregue por Casas Bahia

Smartphone Samsung Galaxy M13 Azul 128GB, 4GB RAM, Processador Octa-Core, Câmera Tripla Traseira, Selfie de 8MP, Tela Infinita de 6.6", Dual Chip
(Cód. Item 55091807) [Outros produtos Samsung](#)

R\$ 1.099,00 -10%
10% de desconto Exclusivo 1x no Cartão de Crédito ou Pix.
[ver parcelamento](#)

Comprar

R\$ 1.221,11
ou até 10x de R\$122,11 sem juros no Cartão de Crédito

R\$ 1.099,00 - 10% de desconto
Exclusivo 1x no Cartão de Crédito ou Pix.

R\$ 1.099,00 - 10% de desconto
à vista no Cartão Casas Bahia ou 14x de R\$ 87,22 sem juros. [Peça já o seu cartão Casas Bahia](#)

Opções de pagamento	
Smartphone Samsung Galaxy M13 Azul 128GB, 4GB RAM, Processador Octa-Core, Câmera Tripla Traseira, Selfie de 8MP, Tela Infinita de 6.6", Dual Chip	
Cartão de Crédito	Cartão Casas Bahia
1x sem juros	R\$ 1.099,00
2x sem juros	R\$ 610,56
3x sem juros	R\$ 407,04
4x sem juros	R\$ 305,28
5x sem juros	R\$ 244,22
6x sem juros	R\$ 203,52
7x sem juros	R\$ 174,44
8x sem juros	R\$ 152,64
9x sem juros	R\$ 135,68
10x sem juros	R\$ 122,11
11x com juros (1,99% a.m.)	R\$ 124,70
12x com juros (1,99% a.m.)	R\$ 115,40

ESCREVA QUESTIONAMENTOS (PERGUNTAS) PARA DEBATER O TEMA ABORDADO NA SITUAÇÃO NORTEADORA SOB O PONTO DE VISTA SOCIAL E ECONÔMICO

Pergunta 1:

Pergunta 2:

Pergunta 3:

Considere as condições de venda do Smartphone para a resolução dos problemas a seguir:

- 1. Se o comprador optar por fazer o parcelamento do smartphone em 11x, qual será o valor dos juros pagos em relação ao valor à vista do aparelho? E se a compra for realizada em 12x?**

Resolução

Agora preencha os dados abaixo segundo os aspectos elencados pelo Arco de Maguerez, com base no problema 1:

ASPECTOS	DESCRIÇÃO (ESCREVA A RESPOSTA COM BASE NAS PERGUNTAS-GUIAS DE CADA ASPECTO)
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda, juros, aumento, desconto, aumento da pobreza, injustiça social, etc. Em seguida, escreva o que cada termo significa.	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados (operações matemáticas, gráficos, fluxogramas).	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto dessa Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	

2. Considere que João queira comprar esse smartphone à vista, no entanto, ele tem, no momento, R\$ 1.000,00, o que não é suficiente para realizar a compra. Se ele aplicar esse dinheiro à taxa de 0,5% a.m sob o regime de capitalização simples, em quantos meses ele poderá comprar o telefone à vista, considerando que o preço do telefone permaneça sem alteração?

Resolução

Agora preencha os dados abaixo segundo os aspectos elencados pelo Arco de Magueréz, com base no problema 1:

ASPECTOS	DESCRIÇÃO (ESCREVA A RESPOSTA COM BASE NAS PERGUNTAS-GUIAS DE CADA ASPECTO)
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda, juros, aumento, desconto, aumento da pobreza, injustiça social, etc. Em seguida, escreva o que cada termo significa.	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema	

abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados (operações matemáticas, gráficos, fluxogramas).	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto dessa Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	

3. Se o preço do Smartphone à vista é de R\$ 1.099,00 e em 10x que é, sem juros, R\$ 1.221,11, segundo a loja. Caso o consumidor opte por realizar o pagamento em 10x, quanto por cento ele pagará a mais referente ao valor à vista? Realmente não houve juros?

Resolução

Agora preencha os dados abaixo segundo os aspectos elencados pelo Arco de Maguerez, com base no problema 1:

ASPECTOS	DESCRIÇÃO (ESCREVA A RESPOSTA COM BASE NAS PERGUNTAS-GUIAS DE CADA ASPECTO)
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda, juros, aumento, desconto, aumento da pobreza, injustiça social, etc. Em seguida, escreva o que cada termo significa.	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados (operações matemáticas, gráficos, fluxogramas).	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto dessa Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	

4. Suponha que seu José irá realizar a compra de dois desses smartphones para os seus filhos, Joana e Maurílio. Referente à forma de pagamento, caso ele opte por realizar o pagamento em 11x, qual o valor pago por seu José após quitar os celulares? Quanto por cento ele teria economizado caso tivesse realizado o pagamento à vista? Qual o valor dos juros pago por ele?

Resolução

Agora preencha os dados abaixo segundo os aspectos elencados pelo Arco de Maguerez, com base no problema 1:

ASPECTOS	DESCRIÇÃO (ESCREVA A RESPOSTA COM BASE NAS PERGUNTAS-GUIAS DE CADA ASPECTO)
OBSERVAÇÃO DA REALIDADE: Faça uma análise crítica da realidade exposta no problema, escrevendo seu ponto de vista. O que esses dados matemáticos implicam na realidade? Têm impacto para a vida das pessoas?	
PONTOS-CHAVE: O que está sendo investigado? Identifique aqui os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema por meio de termos, como por exemplo: pontos-chave: lucro, renda, juros, aumento, desconto, aumento da pobreza, injustiça social, etc. Em seguida, escreva o que cada termo significa.	
TEORIZAÇÃO: Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a	

teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?	
HIPÓTESES DE SOLUÇÃO: De que forma posso resolver matematicamente esse problema? Existe mais de uma forma de resolver o problema? Como devo fazer o tratamento dos dados, como selecionar e separar os dados para resolver o problema, como aplicar corretamente a teoria matemática, que análises devo fazer, que registros devo utilizar para os dados coletados (operações matemáticas, gráficos, fluxogramas).	
APLICAÇÃO À REALIDADE: Como essa solução do problema se reflete na realidade quando for aplicada? O que esse resultado numérico representa na realidade, qual o impacto desse Aplicação do que foi registrado, analisado e discutido na realidade.	

AUTOAVALIAÇÃO (ATIVIDADE DE AMBIENTAÇÃO) – INDIVIDUAL			
Nome: _____			Data: / /
1	Você apresentou dificuldades em resolver os problemas utilizando o Arco de Maguerez?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique a sua resposta:
2	Em qual das etapas do Arco de Maguerez você apresentou mais dificuldades?	a	Observação da realidade.
		b	Pontos-chave.
		c	Teorização.
		d	Hipóteses de solução.
		e	Aplicação à realidade.
		f	Não apresentei dificuldades.
			Justifique a sua resposta:
3	Você apresentou dificuldades em identificar o(s) conteúdo(s) matemáticos em cada problema?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique sua resposta:
4	Em qual ou quais problemas desta aula você apresentou mais dificuldades?	a	Problema 1.
		b	Problema 2.
		c	Problema 3.
		d	Problema 4.
			Quais foram as dificuldades?
5	Você tem dificuldades em algum dos conteúdos matemáticos contemplados nos problemas? Em quais? Justifique sua resposta.	Resposta:	

Material do Jogo de Tabuleiro

SITUAÇÃO NORTEADORA E SEUS DESDOBRAMENTOS

Considere a notícia divulgada pelo Jornal Contábil para participação no jogo a seguir:

Caixa Tem libera empréstimos de até R\$ 1.000

O Caixa Tem está liberando empréstimos de até R\$ 1.000,00 para as pessoas que estão negativadas. De acordo com a Caixa Econômica Federal, as parcelas de pagamento podem ser parceladas em 18 a 24 vezes. Já as taxas de juros ao mês são de 3,99%.

Crédito Caixa Tem

É um empréstimo destinado aos clientes da Caixa, nos valores entre R\$ 300 e R\$ 1.000 e com prazo para pagamento de até 24 meses, disponível para contratação direto pelo aplicativo Caixa Tem, com jornada 100% digital e simples.

Quem pode solicitar?

Segundo o banco, vão poder solicitar o empréstimo, os clientes da Caixa, a partir da liberação para solicitação e atualização cadastral, que ocorrerá nos períodos indicados no calendário de abertura escalonada.

Só terá direito ao empréstimo quem for aprovado pela análise de crédito realizada pela instituição, automaticamente pelo Caixa Tem. Depois da atualização cadastral e ter o limite disponível para contrastar. Quem tiver restrição em órgãos de proteção ao crédito como SPC/Serasa, não poderá solicitar o crédito.

Para quem ainda não é cliente Caixa Tem vai poder abrir sua conta Poupança+, conforme calendário específico, a partir do dia 8 de novembro de 2021.

Quais são os tipos de empréstimos liberados pelo o aplicativo?

O aplicativo oferece duas modalidades de empréstimos, que podem ser solicitadas automaticamente pelo Caixa Tem.

Crédito Caixa Tem pessoal: o cliente poderá utilizar para cobrir despesas gerais e pagamentos de contas, pois esse empréstimo é de livre destinação.

Crédito Caixa Tem para seu negócio: crédito produtivo orientado para despesas com fornecedores, salário de ajudantes/funcionários, contas de água, luz e aluguel, compra de matérias-primas e mercadorias para revenda, entre outros.

Fonte: Wrigt (2021)

Como é sabido, o Caixa Tem foi, durante o período pandêmico, uma das principais ferramentas para que os cidadãos brasileiros recebessem o Auxílio Emergencial (programa do governo federal brasileiro como subsídio ao mais vulneráveis durante a pandemia da Covid-19). Assim sendo, considere a notícia apresentada para o desenvolvimento do jogo Pensando Rápido Sobre Matemática

Financeira, que tem como recursos: um tabuleiro, cartões de perguntas, dados e marcadores.

JOGO EDUCATIVO – TABULEIRO DE ESTUDO COM A UTILIZAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMAS

ORIENTAÇÕES GERAIS

Número de jogadores: de 2 a 4.

As perguntas podem variar de acordo com os conteúdos estudados, podendo variar de níveis mais simples para os mais complexos (aqui foram expostos alguns exemplos de perguntas).

INSTRUMENTOS

1 Tabuleiro – 1 Dado – 4 Marcadores de Casas – 40 Cartas com Perguntas e Respostas (mais uma vez reitero que aqui utilizamos apenas uma parcela de cartas e que elas podem ser repetidas, como ser complementadas).

REGRAS

- 1- Cada jogador escolhe um marcador e coloca na posição **INÍCIO!**
- 2- Entre os jogadores, decide-se quem será o primeiro a jogar (podendo também utilizar o dado, para aquele que tiver a maior pontuação iniciar e ser seguido essa ordem).
- 3- O primeiro jogador lançará o dado e andará, com o marcador, o número de casas indicado nele.
- 4- Ao chegar à casa correspondente, o jogador deverá seguir a instrução que há nela. Caso seja para responder a uma pergunta, um outro jogador é quem deve puxar uma carta e fazer a pergunta, verificando se a resposta dada é correta.
- 5- Seguidas as instruções, o próximo jogador da rodada deverá lançar o dado e seguir as regras 3 e 4.
- 6- O vencedor é aquele que chegar primeiro à posição **FIM!**

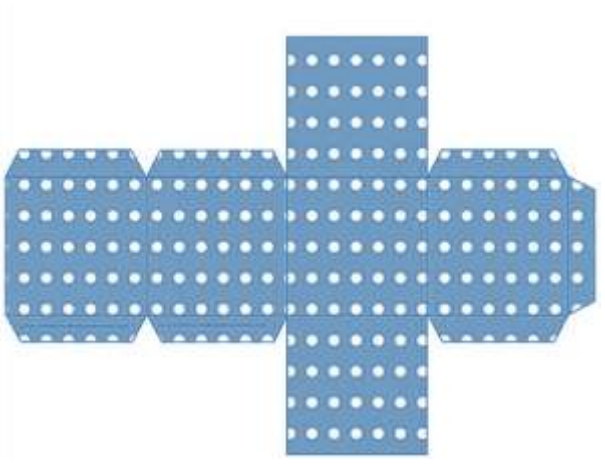
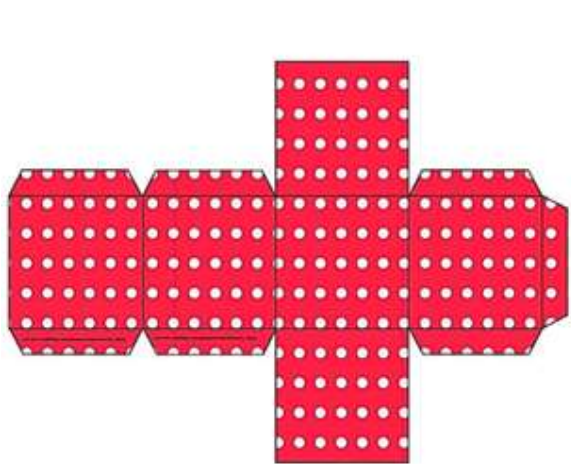
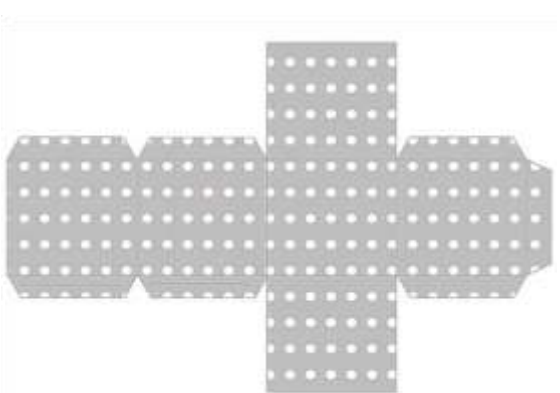
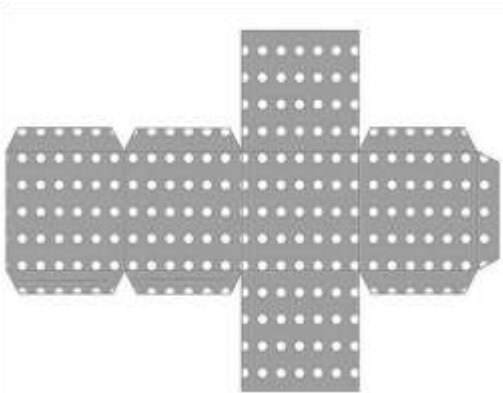
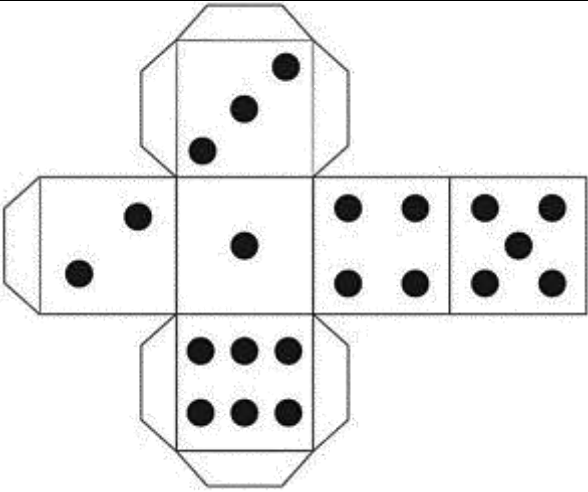
BOA SORTE E BONS ESTUDOS!

Cartões de Perguntas e Respostas

PERGUNTA Em um empréstimo é cobrada a taxa de juros sob capitalização composta, os juros crescem de forma linear ou exponencial? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Exponencial, para verificação você poderá pegar um determinado capital e fazer uma simulação utilizando o mesmo tempo e taxa de juros e, por fim, analisar o comportamento dos dados por meio de um gráfico.	PERGUNTA Em um empréstimo é cobrada a taxa de juros sob capitalização simples, os juros crescem de forma linear ou exponencial? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Linear, para verificação você poderá pegar um determinado capital e fazer uma simulação utilizando o mesmo tempo e taxa de juros e, por fim, analisar o comportamento dos dados por meio de um gráfico.	PERGUNTA Com o aumento da inflação a taxa de juros também aumenta? Justifique sua resposta. RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Sim!
PERGUNTA Pedro está precisando de R\$ 300,00 para quitar uma dívida, o que compensa mais: solicitar um empréstimo no caixa tem ou em outro banco que a taxa é de 3,89% ao mês (considere que ele pagará qualquer um dos empréstimos em 4 meses)? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Pegar o empréstimo em um outro banco	PERGUNTA Quais as variáveis envolvidas no cálculo de juros simples? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO $J = \text{Juros}, C = \text{Capital}, i = \text{taxa de juros}, t = \text{tempo}$	PERGUNTA Quais as variáveis envolvidas no cálculo de juros compostos? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO $J = \text{juros}, C = \text{capital}, M = \text{montante}, I = \text{taxa de juros}, t = \text{tempo}.$
PERGUNTA Por que na realização de um empréstimo os juros são sempre cobrados sob taxa de juros compostos? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Porque a sua incidência ocorre sobre o valor acumulado da dívida ao invés do capital inicial, fazendo com que os juros aumentem a cada mês, gerando, assim, um montante total maior do que a dos juros simples	PERGUNTA Na realização de um empréstimo no Caixa Tem, o que seria mais vantajoso para o cliente, pagar em 18 ou 24 meses? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Pagar em 18 meses, uma vez que em empréstimo é cobrado taxa de juros compostos.	PERGUNTA Seu José solicitará um empréstimo no Caixa Tem no valor de R\$ 500,00, após quitar o empréstimo, o montante seria maior na taxa de juros simples ou compostos? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Na taxa de juros compostos.

PERGUNTA O que são juros? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Remuneração cobrada pelo empréstimo de dinheiro.	PERGUNTA Matematicamente falando, o que é capital? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Possível resposta: ao conjunto dos bens utilizados na atividade produtiva, com um objetivo reprodutivo.	PERGUNTA O que vem a ser Montante na Matemática? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Soma do capital com o juro.
PERGUNTA Os empréstimos no Caixa Tem variam de R\$ 300,00 a R\$ 1.000,00, quanto por cento o menor valor representa do maior valor do empréstimo? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO 30%	PERGUNTA Amortizar é pagar uma dívida gradualmente ou prestações. Quais os sistemas de amortização mais utilizados? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO Sistema Price e Sistema de Amortização Constante (SAC)	PERGUNTA Seu Pedro solicitou no Caixa Tem um empréstimo no valor de R\$ 800,00 para quitar uma dívida de R\$ 640,00. Quanto por cento a dívida representa do valor do empréstimo solicitado? RESPOSTA E EXPLICAÇÃO 80%

Dados e Marcadores



AUTOAVALIAÇÃO (JOGO DE TABULEIRO) – INDIVIDUAL			
Nome:			Data: / /
1	Você apresentou dificuldades em identificar o(s) conteúdo(s) matemáticos em cada problema?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique a sua resposta:
2	A respeito do jogo qual sua percepção?	a	Jogo fácil
		b	Jogo difícil.
		c	Jogo mediano.
			Justifique a sua resposta:
3	Você tem dificuldades em algum dos conteúdos matemáticos contemplados nos problemas? Em quais? Justifique sua resposta.	Resposta:	

Material da Aula 2**ATIVIDADE REALIZADA EM GRUPO****SITUAÇÃO NORTEADORA E SEUS DESDOBRAMENTOS**

Em janeiro de 2022, foi divulgado no Diário de Pernambuco uma notícia referente à inflação. Observe a notícia abaixo:

Inflação rompe teto e é a maior em seis anos

Arte: CB

A inflação terminou 2021 com variação acima de 10% pela primeira vez desde 2015, corroendo a renda e o poder de compra da população. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), subiu 0,73% em dezembro, acima das estimativas do mercado, resultando em uma variação de 10,06% no acumulado do ano. Isso significa que, em cada R\$ 1 mil de salário do trabalhador, R\$ 100 foram engolidos pelo dragão da inflação ao longo de 2021.

Todos os nove grupos pesquisados pelo IBGE registraram aumento de preços, com destaque para o de transportes, que acumulou alta de 21,03% no ano e foi responsável por 41,2% da variação do IPCA. A gasolina e o etanol tiveram altas de 47,49% e de 62,23%, respectivamente.

A variação anual do indicador superou a taxa de 4,52% de 2020 e o teto da meta de inflação de 2021, de 5,25%. Outro vilão foi a energia elétrica residencial, que acumulou elevação de 21,21%, por conta da estiagem e do uso das usinas térmicas. "Boa parte dessa alta do IPCA foi explicada pelos aumentos dos preços da energia elétrica e dos combustíveis. Eles responderam por cerca de 50% da inflação acumulada no índice no ano passado", explicou André Braz, coordenador dos Índices de Preços do Instituto Brasileiro de Economia da Fundação Getulio Vargas (FGV Ibre).

Na avaliação de Braz, a desvalorização do real perante o dólar, de 7%, também teve impacto na inflação, assim como os problemas na safra devido à crise hídrica. Ele ressaltou que a quebra da safra da cana de açúcar ajudou os preços do açúcar e do etanol subirem. O café moído, por conta das geadas em julho, registrou alta de 50,24%, em 2021.

Fonte: Hessel (2022)

**ESCREVA QUESTIONAMENTOS (PERGUNTAS) PARA DEBATER O TEMA
ABORDADO NA SITUAÇÃO NORTEADORA SOB O PONTO DE VISTA SOCIAL E
ECONÔMICO**

Pergunta 1:

Pergunta 2:

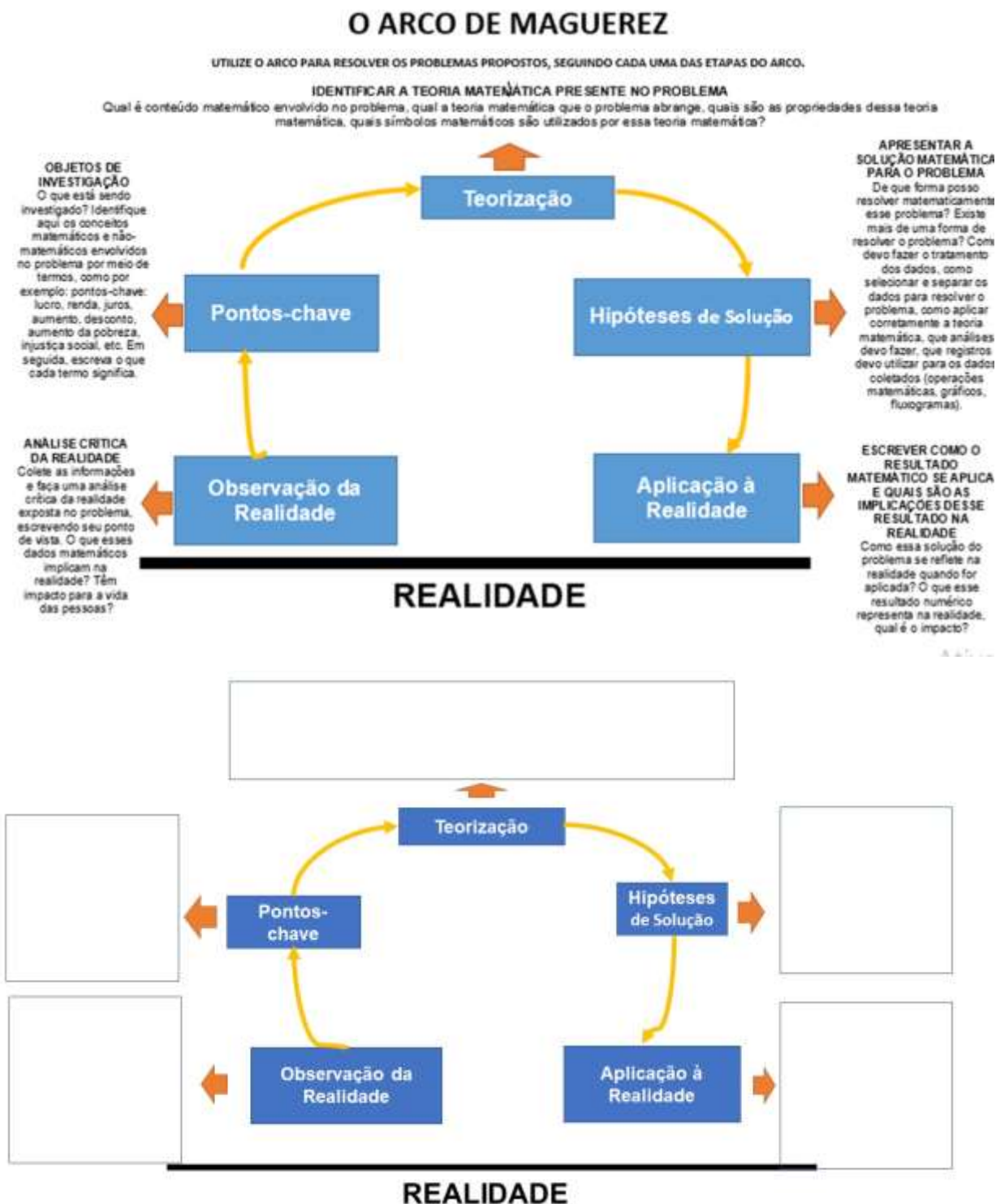
Pergunta 3:

Considerando a notícia, responda os problemas a seguir:

1. Nos postos de gasolina do Agreste Meridional de Pernambuco, no início de 2021 a gasolina custava, em média, R\$ 4,20, chegando no final do ano, em média, a R\$ 6,30. Diante da notícia, sabe-se que esse produto sofreu um grande acréscimo no ano em questão, o que impactou, sobremaneira, para que a inflação terminasse o ano com variação acima de 10%. É sabido que o aumento nesse produto interfere na vida do cidadão Pernambuco e, principalmente, em suas finanças. Considerando isso, Paulo que é Fiscal de Obras e trabalha em uma cidade vizinha de onde mora com salário de R\$ 1.200,00, gasta, em média, 100 litros de gasolina mensal para ir trabalhar usando sua motocicleta. Quantos por cento representa o seu gasto de combustível no seu salário no início 2021? E no final de 2021? O aumento da inflação representa desconforto para o trabalhador?

Resolução

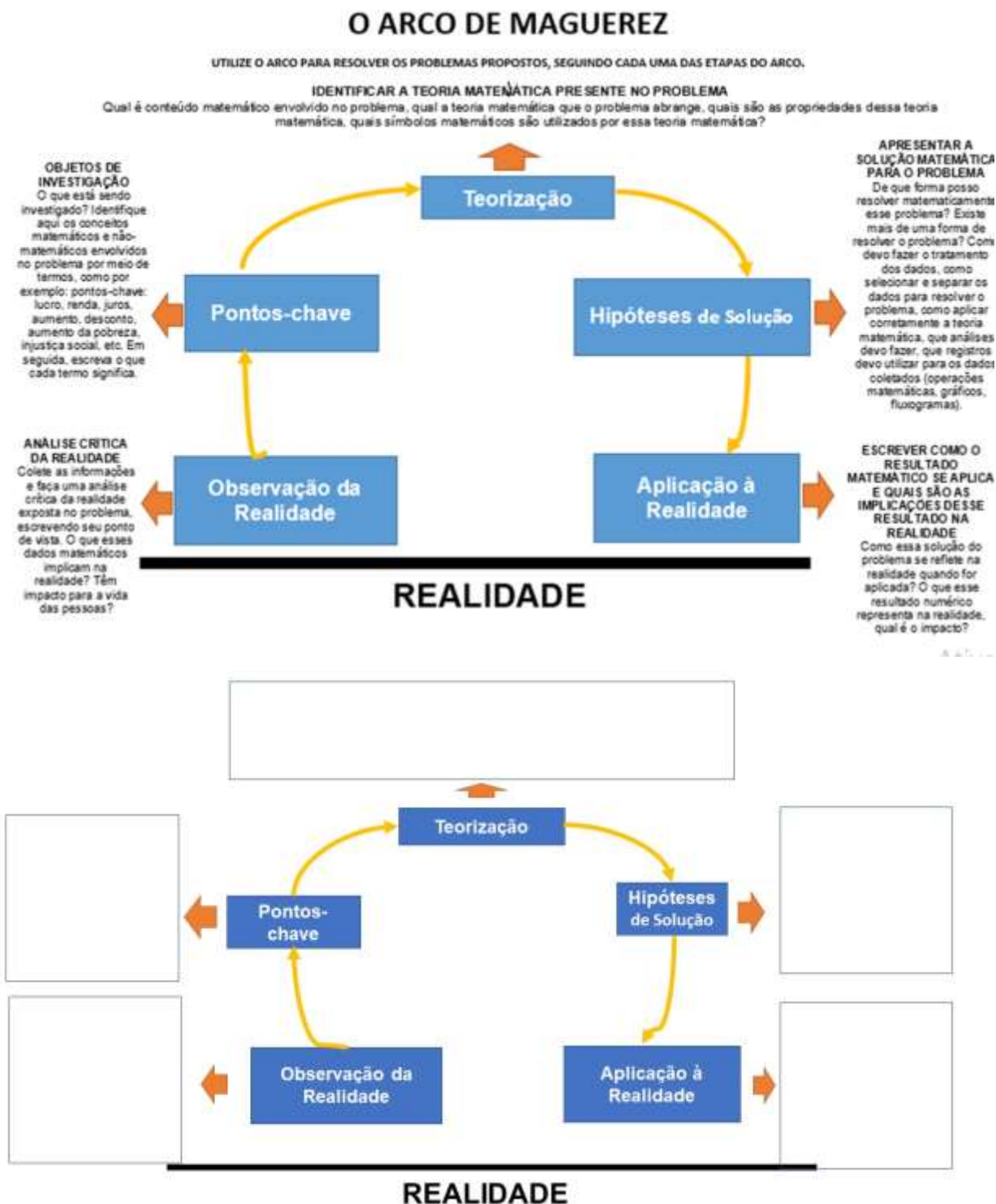
Siga o Arco de Maguerez como norteador durante a resolução do problema e preencha os espaços vazios.



2. Alimento que faz parte da dieta do pernambucano, o arroz, também sofreu aumento no ano de 2021. Sua taxa de inflação é de, em média, 40%. Agora, o alimento é um dos que mais pesa no bolso dos responsáveis pela alimentação de suas famílias. Seu José, que vive de um salário mínimo (R\$ 1.212,00), fazendo os seus cálculos, percebeu que em dezembro de 2020 comprava, por mês, 5kg de arroz por R\$ 3,20 cada kg. Considerando o aumento, quanto do salário de seu José é destinado a compra de 5kg de arroz nos dias de hoje?

Resolução

Siga o Arco de Maguerez como norteador durante a resolução do problema e preencha os espaços vazios.



AUTOAVALIAÇÃO (AULA 2) – INDIVIDUAL			
Nome:			Data: / /
1	Você apresentou dificuldades em resolver os problemas utilizando o Arco de Maguerez?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique a sua resposta:
2	Em qual das etapas do Arco de Maguerez você apresentou mais dificuldades?	a	Observação da realidade.
		b	Pontos-chave.
		c	Teorização.
		d	Hipóteses de solução.
		e	Aplicação à realidade.
		f	Não apresentei dificuldades.
			Justifique a sua resposta:
3	Você apresentou dificuldades em identificar o(s) conteúdo(s) matemáticos em cada problema?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique a sua resposta:
4	Em qual ou quais problemas desta aula você apresentou mais dificuldades?	a	Problema 1.
		b	Problema 2.
			Quais foram as dificuldades?
5	Você tem dificuldades em algum dos conteúdos matemáticos contemplados nos problemas? Em quais? Justifique sua resposta.	Resposta:	

Material da Aula 3**ATIVIDADE REALIZADA INDIVIDUALMENTE****SITUAÇÃO NORTEADORA E SEUS DESDOBRAMENTOS**

Em janeiro de 2022, foi divulgado pelo jornal O Povo uma notícia sobre o Imposto Sobre Propriedade de Veículo Automotor (IPVA) em Pernambuco. Observe abaixo:

IPVA 2022 PE: desconto no valor do imposto em Pernambuco; como obter?

Desconto do IPVA 2022 PE: desconto no valor do imposto em Pernambuco; como obter?(foto: Unsplash)

O pagamento antecipado em cota única do Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores (IPVA) 2022 pode gerar abatimento no valor do tributo. Em Pernambuco (PE) é possível parcelar em três vezes, mas sem obter desconto, sendo o calendário de pagamento organizado com base no último dígito da placa do veículo.

Segundo Miguel José Ribeiro de Oliveira, diretor executivo de Estudos e Pesquisas Econômicas da Associação Nacional de Executivos de Finanças, Administração e Contabilidade (Anefac), os descontos para pagamentos à vista são, muitas vezes, a retirada de juros associados ao parcelamento.

“Para quem tem o dinheiro para pagar à vista, sempre vale a pena porque o desconto é maior do que o rendimento de poupança ou de um fundo de investimento. Quem não tem o dinheiro é melhor parcelar do que recorrer a empréstimo nos bancos que cobram juros mais altos”, afirmou à Agência Brasil.

Para quem decidir efetuar o pagamento em cota única, o desconto obtido é de 7%. Para garantir o abatimento o pagamento deve ser efetuado integralmente em fevereiro, segundo o calendário proposto pela Sefaz-PE.

Fonte: Parente (2022)

ESCREVA QUESTIONAMENTOS (PERGUNTAS) PARA DEBATER O TEMA ABORDADO NA SITUAÇÃO NORTEADORA SOB O PONTO DE VISTA SOCIAL E ECONÔMICO

Pergunta 1:

Pergunta 2:

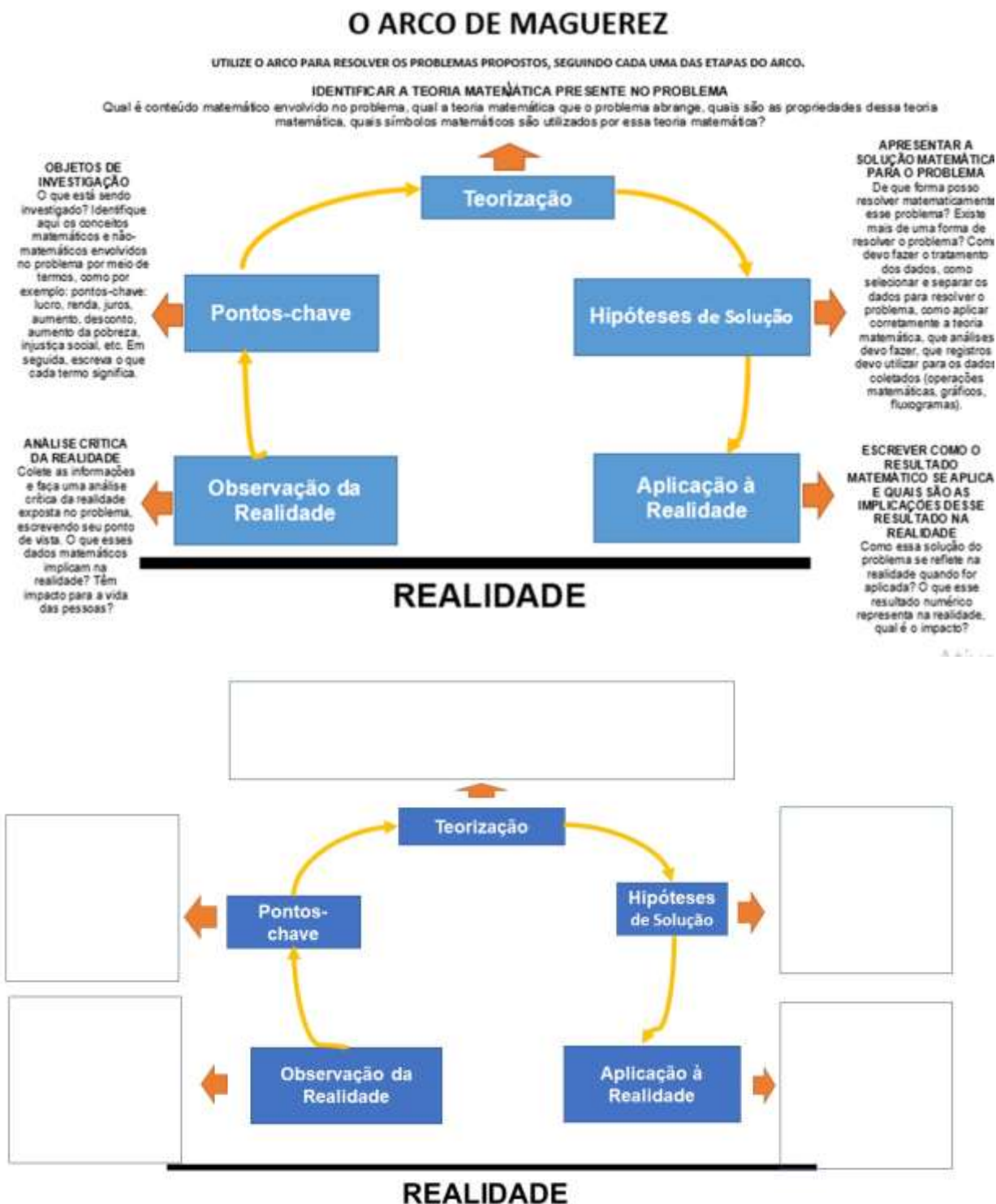
Pergunta 3:

Considerando a notícia, responda os problemas a seguir:

1. Os carros da marca Volkswagen e modelo Gol são, em Pernambuco, um dos carros mais populares. Em 2021 o IPVA desse modelo de carro custou em média R\$ 705,00. Sabendo que de 2021 para 2022 o reajuste do IPVA foi de, em média, 22%, qual o valor pago por um proprietário de carro nesse modelo no ano de 2022, considerando que ele optou por pagar à vista e teve um desconto de 7%?

Resolução

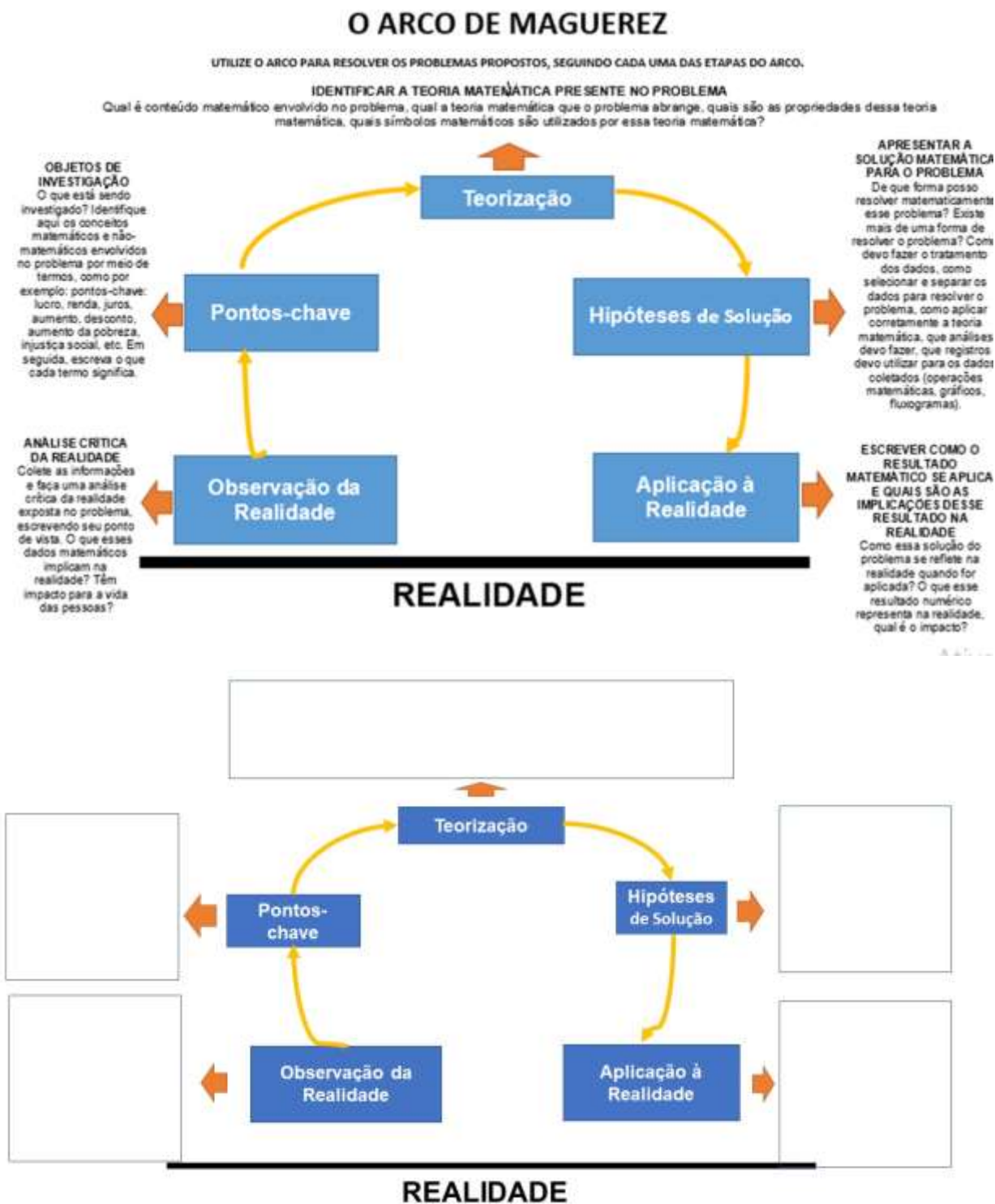
Siga o Arco de Maguerez como norteador durante a resolução do problema e preencha os espaços vazios.



2. Mesmo indo contra a notícia, para não deixar de pagar o IPVA de seu carro à vista, seu João, não possuindo todo o valor em mãos optou por fazer um empréstimo. O seu automóvel é da marca Chevrolet e modelo Corsa ano 2005 e o valor do seu IPVA era de R\$ 618,00 (sem desconto). Sabendo disso, o empréstimo feito por seu João foi de R\$ 600,00 para ser pago em 6 parcelas sendo cobrado sob ele uma taxa de juros composto de 3% ao mês. Diante disso, se o seu João tivesse optado por realizar o pagamento do IPVA parcelado (em 3x) quanto ele teria economizado referente à quantia paga ao quitar o empréstimo?

Resolução

Siga o Arco de Maguerez como norteador durante a resolução do problema e preencha os espaços vazios.



AUTOAVALIAÇÃO (AULA 3) – INDIVIDUAL			
Nome: _____			Data: / /
1	Você apresentou dificuldades em resolver os problemas utilizando o Arco de Maguerez?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique a sua resposta:
2	Em qual das etapas do Arco de Maguerez você apresentou mais dificuldades?	a	Observação da realidade.
		b	Pontos-chave.
		c	Teorização.
		d	Hipóteses de solução.
		e	Aplicação à realidade.
		f	Não apresentei dificuldades.
			Justifique a sua resposta:
3	Você apresentou dificuldades em identificar o(s) conteúdo(s) matemáticos em cada problema?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique a sua resposta:
4	Em qual ou quais problemas desta aula você apresentou mais dificuldades?	a	Problema 1.
		b	Problema 2.
5	Você tem dificuldades em algum dos conteúdos matemáticos contemplados nos problemas? Em quais? Justifique sua resposta.	Resposta:	

Material da Aula 4**ATIVIDADE REALIZADA EM GRUPO – DESAFIO DO ARCO**

No Desafio do Arco, diante da situação norteadora e dos problemas colocados, o intuito é que os estudantes respondam de maneira oralizada as suas percepções acerca do que está sendo tratado, considerando para isso as etapas do Arco de Maguerz. Nesse sentido, o grupo de estudantes deve ser dividido em duas equipes, cada qual com um problema em mãos tendo que percorrer o Arco esboçando de maneira oralizada o que observaram da realidade, os pontos-chave, a teorização, as hipóteses de solução e a aplicação à realidade. Desse modo, como a ideia é trabalhar com equipes, a cada nova etapa do Arco os estudantes precisam responder perguntas fasts (rápidas) sobre conhecimentos matemáticos básicos, como por exemplo a raiz quadrada de um número, uma potenciação, entre outras e a equipe que responde primeiro tem o direito de fala na etapa do Arco, tornando-se vencedor do desafio o grupo que responde adequadamente todas as etapas e o problema tratado. Os problemas utilizados são o 1 e 2 que estão colocados na página seguinte. O Arco pode ser reproduzido em A3 ou em cartolina como foi efetuado para a aplicação na pesquisa para a dissertação como vemos abaixo:

Arco de Maguerz montado na mesa para o Desafio



Fonte: Elaborado pelo autor da dissertação (2022)

SITUAÇÃO NORTEADORA E SEUS DESDOBRAMENTOS

Observe as notícias abaixo:

Rendimento da poupança hoje - 08/01/2022



Foto: Divulgação Rendimento da poupança hoje - 11/01/2022

O Banco Central divulgou nesta terça-feira (11/01) o rendimento da poupança referente ao dia 08 de janeiro de 2022. O rendimento da poupança mensal ficou em 0,5677 para depósitos feitos a partir de 04.05.2012 e anteriores a 03.05.2012, por que a Taxa Selic está em 9,25% a.a.

Fonte: Investimentos e notícias (2022)

Preço de TV

Fonte: Arquivo do autor.

**ESCREVA QUESTIONAMENTOS (PERGUNTAS) PARA DEBATER O TEMA
ABORDADO NA SITUAÇÃO NORTEADORA SOB O PONTO DE VISTA SOCIAL E
ECONÔMICO**

Pergunta 1:

Pergunta 2:

Pergunta 3:

Considerando a notícia, responda os problemas a seguir:

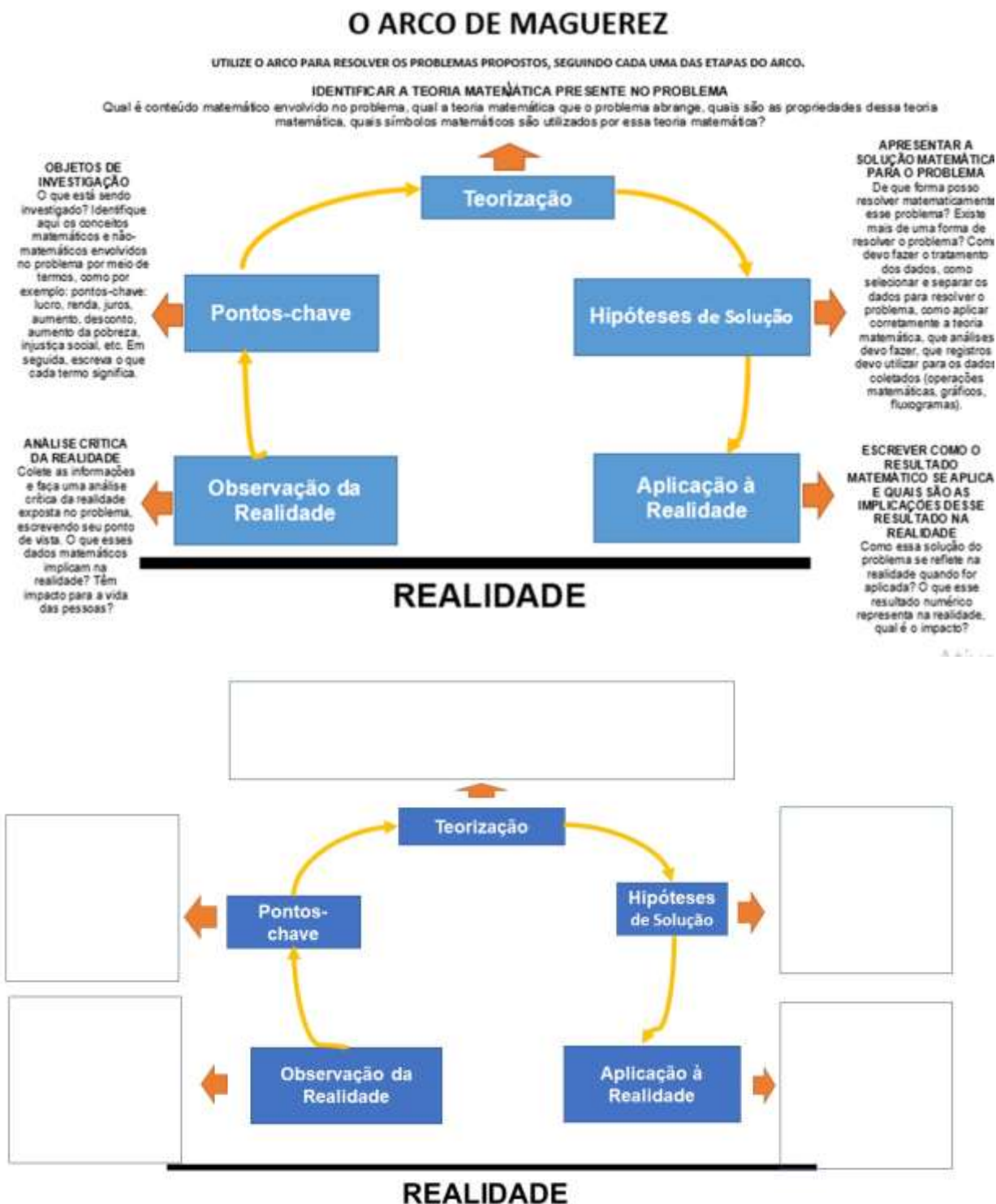
- 1. Pedro deseja comprar uma TV da que foi exposta na situação 2, sabendo que o produto à vista tem desconto de 5%. Se ele tem uma quantia de R\$ 1.280,00 e fizer uma aplicação na poupança à taxa de juros compostos, quantos meses ele precisará deixar o dinheiro render à taxa de 0,5% ao mês (rendimento atual da poupança, em média) para comprar a TV à vista?**

Resolução

2. Pedro ainda dispendo dos seus R\$ 1.280,00, apareceram duas possibilidades, aplicar o dinheiro na poupança à taxa de juros compostos de 0,5% ao mês ou emprestar ao seu compadre João à taxa de juros simples de 0,8% ao mês. Qual possibilidade seria mais vantajosa para comprar a TV o mais rápido possível pelo preço de à vista?

Resolução

Siga o Arco de Maguerez como norteador durante a resolução do problema e preencha os espaços vazios.



AUTOAVALIAÇÃO (AULA 4) – INDIVIDUAL			
Nome:			Data: / /
1	Você apresentou dificuldades em resolver os problemas utilizando o Arco de Maguerez?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique a sua resposta:
2	Em qual das etapas do Arco de Maguerez você apresentou mais dificuldades?	a	Observação da realidade.
		b	Pontos-chave.
		c	Teorização.
		d	Hipóteses de solução.
		e	Aplicação à realidade.
		f	Não apresentei dificuldades.
			Justifique a sua resposta:
3	Você apresentou dificuldades em identificar o(s) conteúdo(s) matemáticos em cada problema?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique a sua resposta:
4	Você apresentou dificuldades na resolução do problema?	a	Sim
		b	Não
		c	Parcialmente
			Quais foram as dificuldades?
5	Você tem dificuldades em algum dos conteúdos matemáticos contemplados nos problemas? Em quais? Justifique sua resposta.	Resposta:	

Materi da Aula 5

RECURSO DIDÁTICO NORTEADOR

ATIVIDADE 1 - Jogo digital: Problemas de Matemática Financeira

Sobre o jogo: O jogo intitulado Problemas de Matemática Financeira foi desenvolvido no Wordwall (plataforma on-line e gratuita) pelo autor desta proposta e diz respeito a um questionário composto por cinco questões sobre Matemática Financeira, levando em consideração situações baseadas em contextos reais.

Link do jogo: <https://wordwall.net/pt/resource/19185884>;

Execução do jogo: o estudante por meio do link acessará ao jogo e encontrará algumas situações matemáticas sobre Matemática Financeira.

Questões do jogo

Na aquisição, à vista, qual a TV com melhor preço?

 TV Monitor 5.8' (27") HD 391,6.0000" R\$ 4.990,00 com 10% de desconto (R\$ 4.491,00) R\$ 4.491,00	 TV Monitor 5.8' (27") HD 391,6.0000" R\$ 5.990,00 com 10% de desconto (R\$ 5.391,00) R\$ 5.391,00	A 1ª opção.	B 2ª opção.
--	--	------------------------------	------------------------------

2 de 5

Júnior no último mês, extrapolou no uso do cartão de crédito, chegando sua fatura ao valor de R\$ 850,00. Não possuindo o valor completo para pagamento da fatura, decidiu que pagaria apenas R\$ 600,00, ficando o restante para ser pago sob uma taxa Juros compostos de 1,2 % ao dia e que seria pago após três dias. Qual foi o valor do restante pago por ele após três dias?

 CARTÃO DE CRÉDITO ABC BANCO ABC DATA: TRANSAÇÃO: R\$ TOTAL: R\$ 850,00	A R\$ 179,00	B R\$ 145,00
C R\$ 259,10		

2 de 5

Antônio, passando por dificuldades financeiras, resolveu pegar emprestado de seu irmão R\$ 1.000,00, pagando durante 5 meses uma taxa de juros simples de 2,5% ao mês. Passado o período, qual o montante que ele pagou ao seu irmão?



A	B
R\$ 1.150,00	R\$ 125,00
C	D
R\$ 1.125,00	R\$ 1.000,00

3 de 5

Em certa aplicação, a quantia de R\$ 1250,00 rendeu R\$ 115,00. Quanto rendeu a quantia de R\$ 5043,00 nessa aplicação à mesma taxa de rendimento e no mesmo período?



A	B
R\$ 463,96	R\$ 521,00
C	
R\$ 310,11	

4 de 5

No primeiro dia de certo mês, a cotação de uma ação estava em R\$ 12,00. Do dia cinco até dia doze do mesmo mês, ela sofreu uma queda de 5%. Do dia doze até dia vinte sofreu um aumento de 10%. Qual era a cotação dessa ação no dia vinte do mesmo mês?



A	B
R\$ 12,54	R\$ 13,00
C	D
R\$ 12,00	R\$ 12,05

5 de 5

Diante da execução do jogo digital, faça o preenchimento do Arco de Magueréz.

O ARCO DE MAGUEREZ

UTILIZE O ARCO PARA RESOLVER OS PROBLEMAS PROPOSTOS, SEGUINDO CADA UMA DAS ETAPAS DO ARCO.

IDENTIFICAR A TEORIA MATEMÁTICA PRESENTE NO PROBLEMA

Qual é conteúdo matemático envolvido no problema, qual a teoria matemática que o problema abrange, quais são as propriedades dessa teoria matemática, quais símbolos matemáticos são utilizados por essa teoria matemática?



ATIVIDADE REALIZADA EM GRUPO**ATIVIDADE 2 – ELABORANDO E RESOLVENDO PROBLEMAS DE MATEMÁTICA
FINANCEIRA****SITUAÇÃO NORTEADORA**

Leia a notícia abaixo e a partir dela elabore um problema envolvendo conceitos de Matemática Financeira, apresentando a resolução, explicando por meio do Arco de Maguerez e propondo questionamentos sociais e econômicos a partir da realidade apresentada pela notícia de jornal.

DIÁRIOdePERNAMBUCO

A Neoenergia Pernambuco, no Cabo de Santo Agostinho, vai oferecer até 65% de desconto na fatura de energia dos clientes de baixa renda da região. Os interessados devem estar inscritos no CadÚnico do Governo Federal e possuir o Número de Identificação Social (NIS) ou o Benefício de Prestação Continuada (BPC). Ainda será possível fazer negociação de dívidas, podendo dividir o débito em até 24 parcelas no crédito. Outros serviços, como: pedido de nova ligação, troca de titularidade, religação, entre outros, também serão realizados.

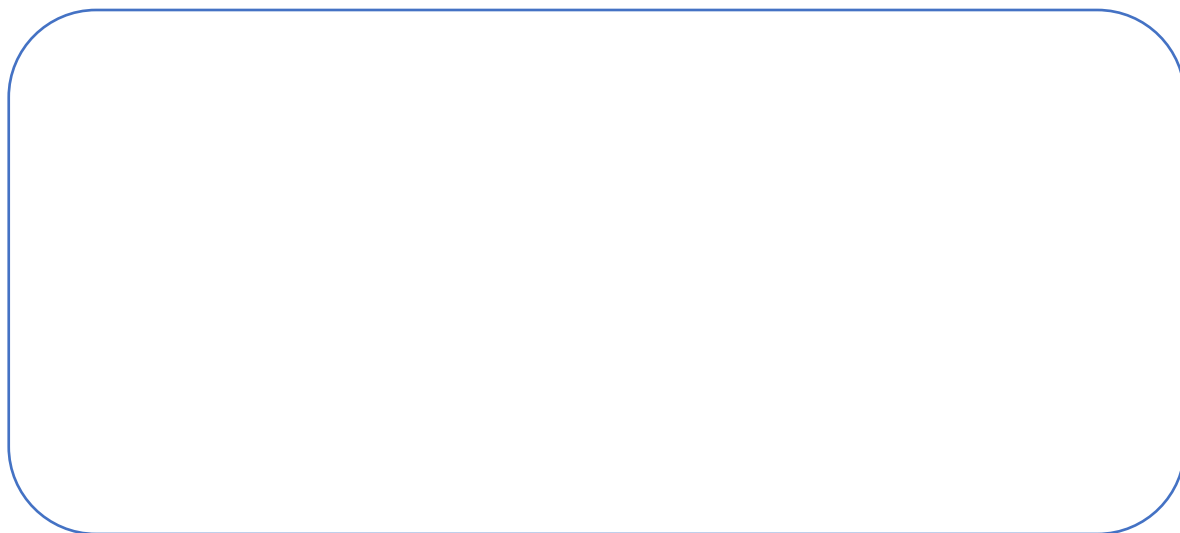
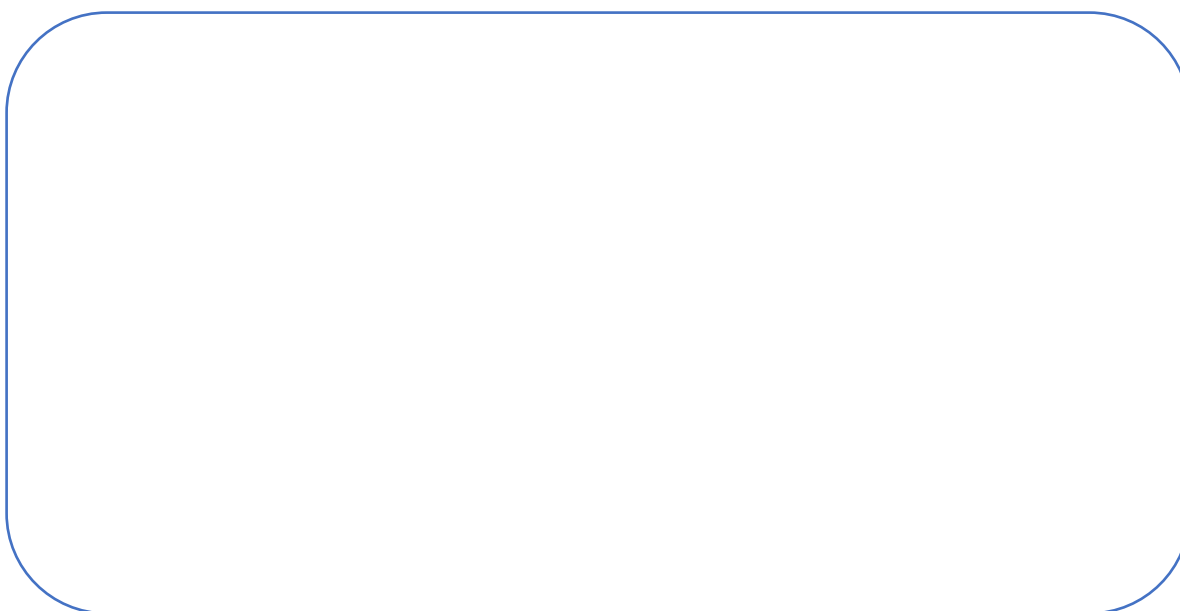
Fonte: Adaptado do Diário de Pernambuco, 23/09/2022

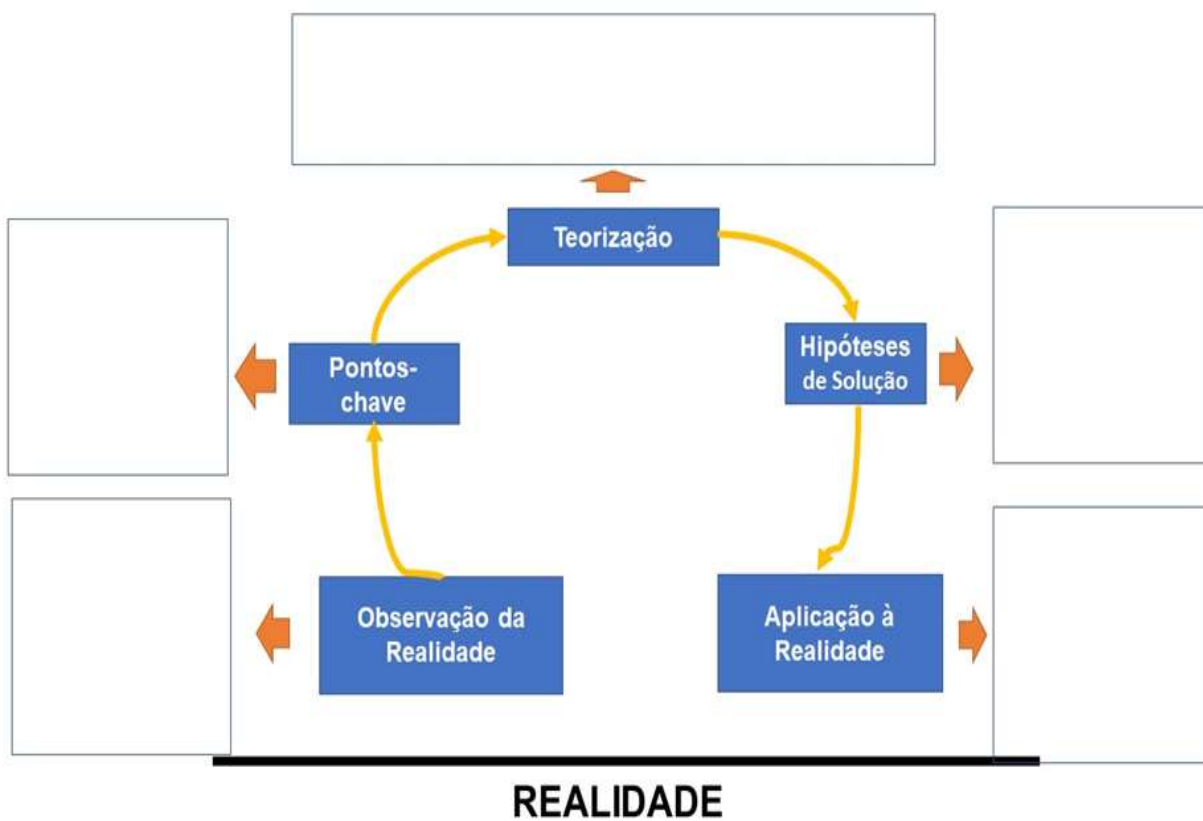
**ESCREVA QUESTIONAMENTOS (PERGUNTAS) PARA DEBATER O TEMA
ABORDADO NA NOTÍCIA SOB O PONTO DE VISTA SOCIAL E ECONÔMICO**

Pergunta 1:

Pergunta 2:

Pergunta 3:

PROBLEMA ELABORADO –ESCREVA O ENUNCIADO**APRESENTE A RESOLUÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA**

FAÇA A ANÁLISE DO PROBLEMA COM O ARCO DE MAGUEREZ

AUTOAVALIAÇÃO (AULA 5) – INDIVIDUAL			
Nome:			Data: / /
1	Você apresentou dificuldades em preencher o Arco de Maguerez após a execução do jogo?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique a sua resposta:
2	Em qual das etapas do Arco de Maguerez você apresentou mais dificuldades?	a	Observação da realidade.
		b	Pontos-chave.
		c	Teorização.
		d	Hipóteses de solução.
		e	Aplicação à realidade.
		f	Não apresentei dificuldades.
			Justifique a sua resposta:
3	Você apresentou dificuldades em identificar o(s) conteúdo(s) matemáticos durante o jogo?	a	Sim.
		b	Não.
		c	Parcialmente.
			Justifique a sua resposta:
4	A respeito do jogo, qual a sua percepção?	a	Jogo fácil.
		b	Jogo mediano.
		c	Jogo difícil.
			Justifique a sua resposta:
5	Você apresentou dificuldades na execução no envolvimento com o jogo diante das tecnologias digitais?		Justifique a sua resposta
6	Você conseguiu elaborar o problema envolvendo o conteúdo de Matemática Financeira?	a	Sim e não tive dificuldades.
		b	Sim, mas com certa dificuldade, pois não estou acostumado (a) a elaborar problemas nas aulas de Matemática.
		c	Não consegui elaborar o problema.
7	Você teve dificuldade de	a	Sim, tive muita dificuldade.

	escrever o enunciado do problema encaixando os conceitos de Matemática Financeira considerando a situação real na qual ele foi baseado?	b	Sim, tive pouca dificuldade.
		c	Não tive dificuldade.
8	Você conseguiu elaborar as 3 perguntas propondo os questionamentos para debater o tema?	a	Sim, sem dificuldade.
		b	Sim, mas com certa dificuldade, pois não estou acostumado (a) a elaborar questões nas aulas de Matemática.
		c	Não consegui, tenho dificuldade com escrita e também não estou acostumado (a) elaborar questões nas aulas de Matemática.
9	Você considera importante que se aborde problemas da realidade nas aulas de Matemática para a aprendizagem dos conteúdos?	a	Sim, é importante porque conseguimos ver as aplicações dos conteúdos, tem mais sentido e podemos discutir os problemas reais desenvolvendo nossa criticidade.
		b	Não, não é importante, basta que os problemas foquem nos conteúdos matemáticos. sem necessariamente estar ligado à vida real.
10	Você considera necessário seguir etapas para resolução de problemas matemáticos?	a	Sim, pois estruturam e organizam a forma de resolução.
		b	Não, não são necessárias, a resolução depende de raciocínio e elaboração de estratégias e não de etapas.

QUESTIONÁRIO A POSTERIORI

QUESTIONÁRIO A POSTERIORI - INDIVIDUAL			
Nome:		Data: / /	
Objetivo: Averiguar as percepções dos estudantes (sujeitos de pesquisa) após a aplicação da sequência didática.		Idade: Sexo: () M () F	
1	O que você achou dos problemas matemáticos envolvendo Matemática Financeira partirem de contextos reais?	a	Contribuíram muito para a construção do meu conhecimento sobre Matemática Financeira.
		b	Contribuíram razoavelmente para a construção do meu conhecimento sobre Matemática Financeira..
		c	Contribuíram pouco para a construção do meu conhecimento sobre Matemática Financeira.
		d	Não contribuíram para a construção do meu conhecimento sobre Matemática Financeira.
2	Ocorreram cinco aulas com atividades, em qual delas você considera que teve mais dificuldade?	a	1ª aula, jogo do tabuleiro.
		b	2ª aula, notícia do IPVA.
		c	3ª aula, notícia da inflação.
		d	4ª aula, notícia do rendimento da poupança e preço da TV.
		e	5ª aula, jogo digital e atividade de elaboração de problema.
			Justifique sua resposta:
3	Sobre os conteúdos que foram abordados nas questões (juros, porcentagem, acréscimos e decréscimos, taxas), você teve dificuldades?	a	Sim, bastante dificuldade.
		b	Sim, pouca dificuldade.
		c	Não tive dificuldade.
4	Sobre as perguntas que o professor fez durante e após a resolução dos problemas (Por quê? Como? O quê? Você discorda ou concorda?) o que você considera sobre elas?	a	Contribuíram muito para o compartilhamento de ideias dos estudantes.
		b	Contribuíram pouco para o compartilhamento de ideias dos estudantes.
		c	Contribuíram razoavelmente para o compartilhamento de ideias dos estudantes.
		d	Não contribuíram muito para o compartilhamento de ideias dos estudantes.
5	Você apresentou dificuldades na execução dos jogos?	a	Sim, pouca dificuldade.
		b	Sim, muita dificuldade.
		c	Não apresentei dificuldade.

6	Sobre o agir do professor nas atividades, o que você considera?	a	Muito adequado.
		b	Pouco adequado.
		c	Razoavelmente adequado.
		d	Inadequado.
7	De que maneira o professor o ajudou quando você apresentou dificuldade?	a	Explicando de outra maneira, mas sem dar a resposta.
		b	Dando as respostas.
		c	Não ajudou.
		d	Fazendo questionamentos para que eu refletisse sobre a situação.
8	A linguagem utilizada nas notícias, nos problemas e pelo professor estava adequada para você?	a	Muito adequada.
		b	Pouco adequada.
		c	Razoavelmente adequada.
		d	Inadequada.
9	Você teve dificuldades na compreensão das questões colocadas (ler, interpretar)? Qual a principal dificuldade?	a	Sim, muita dificuldade.
		b	Sim, pouca dificuldade.
		c	Não tive dificuldade.
			Justifique sua resposta:
10	Você teve dificuldades em separar os dados das questões e enquadrá-los na resolução do problema?	a	Sim, muita dificuldade.
		b	Sim, pouca dificuldade.
		c	Não tive dificuldade..
11	Você teve dificuldade em validar suas respostas, isto é, verificar se estavam realmente corretas?	a	Sim, muita dificuldade.
		b	Sim, pouca dificuldade.
		c	Não tive dificuldade.
12	As questões contribuíram para a construção do seu conhecimento e a aplicação dele em situações cotidianas?	a	Contribuíram muito.
		b	Contribuíram pouco.
		c	Contribuíram razoavelmente.
		d	Não contribuíram.
13	Você conseguiu compreender noções de Matemática Financeira diante dos problemas colocados?	a	Sim, sem dificuldade.
		b	Sim, mas com dificuldade.
		c	Não conseguir compreender.

14	Você agora consegue perceber que podemos resolver problemas cotidianos utilizando conhecimentos matemáticos?	a	Sim, sem dificuldade.
		b	Sim, mas com dificuldade.
		c	Não consigo perceber.
15	Como você avalia as questões colocadas para você?	a	Excelentes.
		b	Boas.
		c	Ótimas.
		d	Regulares.
		e	Ruins.
16	Sobre o Arco de Magueréz como ferramenta na resolução de problemas, você considera que seja:	a	Excelente ferramenta, pois organiza e direciona a resolução, partindo de problemas reais, contextualizados e desenvolve a criticidade.
		b	Ótima ferramenta, estrutura a resolução do problema e faz refletir sobre as questões do cotidiano.
		c	Boa ferramenta e estrutura a resolução do problema.
		d	Ferramenta regular, pois é muito descritivo e faz com que demore a resolução.
		e	Ferramenta ruim, muitos passos e tira o foco da Matemática.
17	Qual dessas etapas você considera essencial no Arco de Magueréz?	a	Observação da realidade.
		b	Pontos-chave.
		c	Teorização.
		d	Hipóteses de solução.
		e	Aplicação à realidade.
18	Qual dessas etapas você considera que poderia ser excluída do Arco de Magueréz com a finalidade de otimizar o uso do Arco na Resolução de Problemas?	a	Observação da realidade.
		b	Pontos-chave.
		c	Teorização.
		d	Hipóteses de solução.
		e	Aplicação à realidade.
19	Você considera o Arco de Magueréz como:	a	Metodologia de problematização .
		b	Ferramenta de resolução de problemas.
		c	Metodologia de ensino.
		d	Método de aprendizagem.
20	Sobre o Arco de Magueréz, considerando a sua experiência com a utilização na resolução dos problemas, em sua opinião ele foi:	a	Muito eficiente.
		b	Pouco eficiente.
		c	Não foi eficiente.
21	O agir comunicativo do	a	Contribuiu muito.

	professor durante a aplicação das atividades das aulas contribuiu para o seu processo de aprendizagem?	b	Contribuiu pouco.
		c	Contribuiu razoavelmente.
		d	Não contribuiu.
22	De um modo geral, por meio das atividades propostas você conseguiu aprender os conceitos de Matemática Financeira por meio dos problemas e com a utilização do Arco de Maguerez?	a	Sim, plenamente.
		b	Sim, parcialmente
		c	Não consegui.

ANEXOS

ANEXO A - PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

UNIVERSIDADE FEDERAL DE
ALAGOAS



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DA EMENDA

Título da Pesquisa: Resolução de Problemas e o Arco de Maguerez no ensino da Matemática Financeira em uma turma da 3ª série do Ensino Médio sob o olhar do Contrato Didático

Pesquisador: FELIPE MIRANDA MOTA

Área Temática:

Versão: 6

CAAE: 59049822.7.0000.5013

Instituição Proponente: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática -

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 6.153.791

Apresentação do Projeto:

Trata-se de EMENDA à projeto originário, buscando alteração do título do trabalho, conforme sugestão emanada na banca de defesa do pesquisador e devidamente acatada pelo mesmo. Ressalta-se que o título inicial era "O Contrato Didático em uma turma da 3ª série do Ensino Médio: contribuições da Resolução de Problemas, do Arco de Maguerez e da Ação Comunicativa no trabalho com a Matemática Financeira" passando-se a pleitar a adoção do seguinte título "Resolução de Problemas e o Arco de Maguerez no ensino da Matemática Financeira em uma turma da 3ª série do Ensino Médio sob o olhar do Contrato Didático".

Objetivo da Pesquisa:

Investigar, a partir da proposição de um tipo de tarefa matemática utilizando a Resolução de Problemas envolvendo Matemática Financeira e do manuseio com o Arco de Maguerez, o rompimento das regras de Contrato Didático, bem como a fuga dos efeitos perversos do Contrato Didático, e as contribuições para a construção de novos conhecimentos, tomando como base a Ação Comunicativa do professor em uma turma de 3ª série do Ensino Médio

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Como RISCOS, o projeto trouxe que: "Os riscos no desenvolvimento do estudo são baixos, podemos citar: que os estudantes podem apresentar desconfortos nos momentos de realização das atividades e nas interações com outros sujeitos, no entanto, será proporcionado a eles

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº 1444, Meiro do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.538.204

aplicação do tipo tarefa proposta; 5ª pós-teste; 6ª análise dos resultados encontrados. Diante disso, para a análise dos dados elencamos algumas categorias: elementos do Contrato Didático – negociações, regras, rupturas e renegociações; interação discursiva e comunicativa do professor; verificação de novos conhecimentos gerados a partir das interações discursivas durante a atividade; análise dos procedimentos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema. O pesquisador tem por objetivo investigar, a partir da proposição de um tipo de tarefa matemática, utilizando a Resolução de Problemas sobre Matemática Financeira e do manuseio com o Arco de Maguerez, o rompimento das regras de Contrato Didático anteriormente instauradas, bem como a fuga dos efeitos perversos do Contrato Didático, e as contribuições para a construção de novos conhecimentos, tomando como base a Ação Comunicativa do professor em uma turma de 3ª série do Ensino Médio. Como embasamento teórico utilizamos estudos que tratam do Contrato Didático, da Resolução de Problemas, do Arco de Maguerez e da Ação Comunicativa. Assim, optamos por uma pesquisa de abordagem qualitativa por meio de um estudo de caso. Para realização da pesquisa, contaremos com um teste a priori, a aplicação de uma sequência de atividades e um teste a posteriori, analisando em todas as etapas as interações entre professor e estudante, estudante e atividades, estudante e saber, bem como a resolução dos problemas feitos pelos alunos. Após implementação das atividades e coleta de dados, será possível traçar algumas considerações a respeito das contribuições da Resolução de Problemas, do Arco de Maguerez e da Ação Comunicativa no trabalho com a Matemática Financeira, a partir do Contrato Didático e os seus elementos.

Objetivo da Pesquisa:

Com base em estudos anteriores sobre Contrato Didático e, considerando que, quando um novo tipo de tarefa diferente do habitual dos estudantes entra em cena, eles apresentam uma certa dificuldade para resolução, havendo uma quebra de contrato inicialmente evidenciado, supomos que serão visíveis as rupturas e as reformulações do Contrato Didático. Nesse sentido, para que os estudantes não apresentem “fracasso” em uma tarefa proposta o professor tende a facilitar essa resolução, recorrendo a atitudes equivocadas;

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.538.204

quanto a isso, é possível que tornem evidentes os Efeitos Perversos do Contrato Didático proposto por Brousseau. No entanto, com uma atitude correta do professor, tomando como base a Ação Comunicativa, será possível evitar esses efeitos, fazendo, assim, com que a aprendizagem por partes dos estudantes aconteça e que as regras de Contrato Didático anteriormente instauradas por outros professores saiam de cena.

Objetivo Primário:

Investigar, a partir da proposição de um tipo de tarefa matemática utilizando a Resolução de Problemas envolvendo Matemática Financeira e do manuseio com o Arco de Magueréz, o rompimento das regras de Contrato Didático, bem como a fuga dos efeitos perversos do Contrato Didático, e as contribuições para a construção de novos conhecimentos, tomando como base a Ação Comunicativa do professor em uma turma de 3ª série do Ensino Médio.

Objetivo Secundário:

- Analisar as teorias que alicerçam a pesquisa, a saber: Teoria das Situações Didáticas, Contrato Didático, Teoria da Ação Comunicativa e a Teoria de Basil Bernstein, bem como fazer correlações entre elas;
- Caracterizar a Resolução de Problemas de acordo com alguns de seus precursores, bem como fazer relações com o Arco de Magueréz;
- Identificar as características do conteúdo de Matemática Financeira presente nos documentos oficiais curriculares que norteiam a Educação Básica e nos livros aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD);
- Elaborar e aplicar uma tarefa matemática por meio da Resolução de Problemas evidenciando um desvio das propostas de ensino que baseiam-se no tradicionalismo e, conseqüentemente, em regras de Contrato Didático;
- Analisar possíveis rupturas e reformulações das regras de Contrato Didático estabelecidas em relação à resolução do tipo de tarefa proposto envolvendo Matemática Financeira;
- Identificar, a partir dos procedimentos, ações e atitudes empregadas pelo professor, a fuga dos efeitos de Contrato Didático com relação à resolução do tipo tarefa envolvendo Matemática Financeira;
- Analisar o processo de aprendizagem pelo aluno em relação ao saber em jogo, por meio do seu

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.538.204

papel desempenhado em interação com o professor durante a realização do tipo de tarefa proposto.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Os riscos no desenvolvimento do estudo são baixos, podemos citar: que os estudantes podem apresentar desconfortos nos momentos de realização das atividades e nas interações com outros sujeitos, no entanto, será proporcionado a eles situações favoráveis para que não se sintam assim, podendo realizá-las quando se sentir melhor; que a aprendizagem do estudante não se consolide, o que não representa um dano irreparável, dado que isso pode acontecer no processo de aprendizagem e através de estratégias diversificadas pode ser modificado. Quanto à utilização das plataformas digitais, será exclusiva para a execução de atividades matemáticas por meio de jogos durante a realização da pesquisa de maneira presencial, ou seja, não envolve momentos a distância. Além disso, nos jogos digitais não há coleta de dados pessoais ou dados sensíveis dos participantes. Logo, não há riscos de exposição desse tipo de dado no digital/virtual. Os dados coletados, no caso como os estudantes executaram os jogos, serão utilizados somente para fins de análise e ficarão sob tutela do pesquisador.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Efetivação de aprendizagens significativas para os estudantes, em que eles consigam aplicar o conhecimento construído na vida em sociedade e que resulte em reflexão e criticidade

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Estão presentes os Termos de Apresentação obrigatória, retificados após provocação do CEP/UFAL, reinseridos na Plataforma Brasil acompanhados de Carta Resposta. São eles Projeto Básico, TCLE e TALE. Novo Projeto detalhado não foi apresentado, de forma a demonstrar a readequação às diretrizes sugeridas. Orçamento foi incluso no Projeto Básico, assim como melhor detalhamento de riscos aos quais os participantes estão submetidos.

Recomendações:

Recomenda-se ao Pesquisador efetuar as retificações e ajustes sugeridos pelo CEP/UFAL também

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.538.204

no projeto detalhado a fim de afastar contradições e divergências em relação ao Projeto Básico final e aprovado.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

SEM ÓBICES ÉTICOS.

Considerações Finais a critério do CEP:

Lembre-se que, segundo a Res. CNS 466/12 e sua complementar 510/2016:

O participante da pesquisa tem a liberdade de recusar-se a participar ou de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao seu cuidado e deve receber cópia do TCLE, na íntegra, assinado e rubricado pelo (a) pesquisador (a) e pelo (a) participante, a não ser em estudo com autorização de declínio;

V.S^a, deve desenvolver a pesquisa conforme delineada no protocolo aprovado e descontinuar o estudo somente após análise das razões da descontinuidade por este CEP, exceto quando perceber risco ou dano não previsto ao sujeito participante ou quando constatar a superioridade de regime oferecido a um dos grupos da pesquisa que requeiram ação imediata;

O CEP deve ser imediatamente informado de todos os fatos relevantes que alterem o curso normal do estudo. É responsabilidade do pesquisador assegurar medidas imediatas adequadas a evento adverso ocorrido e enviar notificação a este CEP e, em casos pertinentes, à ANVISA;

Eventuais modificações ou emendas ao protocolo devem ser apresentadas ao CEP de forma clara e sucinta, identificando a parte do protocolo a ser modificada e suas justificativas. Em caso de projetos do Grupo I ou II apresentados anteriormente à ANVISA, o pesquisador ou patrocinador deve enviá-las também à mesma, junto com o parecer aprovatório do CEP, para serem juntadas ao protocolo inicial;

Seus relatórios parciais e final devem ser apresentados a este CEP, inicialmente após o prazo determinado no seu cronograma e ao término do estudo. A falta de envio de, pelo menos, o relatório final da pesquisa implicará em não recebimento de um próximo protocolo de pesquisa de vossa autoria.

O cronograma previsto para a pesquisa será executado caso o projeto seja APROVADO pelo Sistema CEP/CONEP, conforme Carta Circular nº. 061/2012/CONEP/CNS/GB/MS (Brasília-DF, 04 de maio de 2012). FELIPE MIRANDA MOTA

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.538.204

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1946739.pdf	11/07/2022 07:57:34		Aceito
Outros	CARTA_RESPOSTA_FELIPE.docx	11/07/2022 07:54:30	FELIPE MIRANDA MOTA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_FELIPE_CORRIGIDO.docx	11/07/2022 07:53:38	FELIPE MIRANDA MOTA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_FELIPE_CORRIGIDO.docx	11/07/2022 07:53:13	FELIPE MIRANDA MOTA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_DETALHADO.docx	24/05/2022 15:56:05	FELIPE MIRANDA MOTA	Aceito
Outros	Declaracao_de_isencao_de_conflito_de_interesse.pdf	24/05/2022 15:47:05	FELIPE MIRANDA MOTA	Aceito
Outros	Formulario_publicizacao_FELIPE_assinado.pdf	24/05/2022 15:44:47	FELIPE MIRANDA MOTA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_DE_INSTITUICAO_E_INFRAESTRUTURA.pdf	24/05/2022 15:31:01	FELIPE MIRANDA MOTA	Aceito
Folha de Rosto	FOLHA_DE_ROSTO_FELIPE.pdf	24/05/2022 15:29:00	FELIPE MIRANDA MOTA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Avaliação da CONEP:

Não

MACEIO, 21 de Julho de 2022

Assinado por:
Carlos Arthur Cardoso Almeida
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444,terreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL
Bairro: Cidade Universitária CEP: 57.072-900
UF: AL Município: MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 E-mail: cep@ufal.br

Nome e CNPJ da Instituição: [REDACTED]
Endereço da Instituição: [REDACTED]
Telefone: (87) 3795-1900
E-mail: [REDACTED]

ANEXO I
DECLARAÇÃO DE CIÊNCIA E CONCORDÂNCIA

Declaro que o pesquisador (colocar o nome completo do pesquisador) está ciente e concorda com a mudança de local de realização de sua pesquisa nesta unidade escolar, conforme fato superveniente abaixo listado:

Descrição do motivo de mudança de local:

Declaramos que mesmo com a mudança de local de realização da pesquisa, os preceitos da Res. 466/12 e Res. 510/16 do CNS/MS deverão ser seguidos.

Local, __ de __ de __.

(Nome Completo do Responsável pela Instituição e Assinatura)

ANEXO F (TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - T.A.L.E.)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (T.A.L.E.)

Assinado pelo aluno participante da pesquisa

INSTITUIÇÃO DE VÍNCULO DO PESQUISADOR: Universidade Federal de Alagoas

Pesquisador responsável: Felipe Miranda Mota

E-mail do pesquisador responsável: felipemiranda.mat@gmail.com

Orientadora: Profa. Dra. Claudia de Oliveira Lozada

Você está sendo convidado (a) a participar como voluntário (a) da pesquisa **O CONTRATO DIDÁTICO EM UMA TURMA DA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO: CONTRIBUIÇÕES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, DO ARCO DE MAGUEREZ E DA AÇÃO COMUNICATIVA NO TRABALHO COM A MATEMÁTICA FINANCEIRA**, vinculada ao Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas que tem por objetivo **Investigar, a partir da proposição de um tipo de tarefa matemática utilizando a Resolução de Problemas envolvendo Matemática Financeira e do manuseio com o Arco de Magueres, o rompimento das regras de Contrato Didático, bem como a fuga dos efeitos perversos do Contrato Didático, e as contribuições para a construção de novos conhecimentos, tomando como base a Ação Comunicativa do professor em uma turma da 3ª série do Ensino Médio.** O estudo se destina a contribuir para a melhoria da aprendizagem dos conceitos de Matemática Financeira, bem como o envolvimento do estudante nas situações diversas de ensino e aprendizagem, considerando-o como sujeito ativo, crítico e reflexivo. A coleta de dados será realizada por meio de **gravações, videografia, questionário a priori e a posteriori, sequência didática (sequência de atividades) e diário de bordo** sendo coletados durante as aulas de Matemática na

Esta pesquisa conta com a participação somente alunos de **16 a 17 anos** e que estão na **3ª série do Ensino Médio**, por esse motivo você foi escolhido para esta pesquisa.

Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir.

A pesquisa será feita na
, onde você irá responder **questionário e atividades e participar de atividades em grupo, como em jogos educativos com material concreto e jogos**

digitais. Para isso, será utilizado celular/tablet com o sistema Android ou IOS, pois irá manusear o aplicativo e realizar atividades por meio dos aparelhos, também será feito o registro fotográfico de todas as etapas da pesquisa com alguns momentos que serão gravados.

Quanto aos riscos que a participação na pesquisa pode lhe trazer, estão: apresentar desconfortos nos momentos de realização das atividades e nas interações com outros sujeitos, no entanto, será proporcionado a eles situações favoráveis para que não se sintam assim; que a aprendizagem do estudante não se consolide, o que não representa um dano irreparável, dado que isso pode acontecer no processo de aprendizagem e através de estratégias diversificadas pode ser modificado. Caso você se sinta constrangido durante os registros fotográficos e gravações que serão realizados durante as atividades, você pode realizar a atividade quando acha melhor. Acerca das gravações, é importante mencionar que serão utilizadas somente para fins de análise de dados no âmbito da pesquisa e que ficarão sob tutela e responsabilidade do pesquisador.

Quanto à utilização das plataformas digitais, será exclusiva para a execução de atividades matemáticas por meio de jogos durante a realização da pesquisa de maneira presencial, ou seja, não envolve momentos a distância. Além disso, nos jogos digitais não há coleta de dados pessoais ou dados sensíveis dos participantes. Logo, não há riscos de exposição desse tipo de dado no meio digital/virtual. Os dados coletados, no caso como os estudantes executaram os jogos, serão utilizados somente para fins de análise e ficarão sob tutela do pesquisador.

Para este estudo, precisamos que você permita a coleta de dados por meio do recolhimento das atividades que você realizará, como responder os questionários e resolver as atividades propostas.

Quem vai coletar o material é o pesquisador responsável **Felipe Miranda Mota**.

Os riscos da coleta são baixos (que os estudantes podem apresentar desconfortos nos momentos de realização das atividades e nas interações com outros sujeitos, no entanto, será proporcionado a eles situações favoráveis para que não se sintam assim; que a aprendizagem do estudante não se consolide, o que não representa um dano irreparável, dado que isso pode acontecer no processo de aprendizagem e através de estratégias diversificadas pode ser modificado), mas caso aconteça algo com você por causa da coleta, nós daremos toda a assistência necessária.

Ninguém pode forçar você a participar deste estudo e você tem toda a liberdade de deixar de participar do estudo a qualquer momento sem que isso lhe traga algum problema.

Seu nome e o nome de seus pais/responsáveis não serão divulgados em nenhum momento e suas informações serão analisadas junto com as de outros participantes.

Você será indenizado(a) pelo pesquisador por qualquer dano que venha a sofrer com a sua participação na pesquisa.

O estudo não acarretará nenhuma despesa para você e também você não receberá nada para participar desta pesquisa, sendo que a sua participação é importante, pois ajudará a melhorar o ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Básica, com a utilização de recursos e atividades mais dinâmicas e atrativas. Também irá acontecer coisas boas durante a pesquisa como a interação com os colegas, com os materiais didáticos utilizados nas atividades, desenvolvendo o conhecimento sobre **Matemática Financeira**.

Como dissemos, o estudo não acarretará nenhuma despesa para você, caso aconteça você será indenizado(a) por qualquer dano que venha a sofrer com a sua participação na pesquisa e também receberá uma via do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado por todos.

As suas informações ficarão sob sigilo, ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos para outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Há um risco de perda e exposição dos dados, entretanto, o pesquisador ficará responsável por manter todo o material em segredo e não divulgar.

Os resultados da pesquisa serão registrados numa dissertação e também será construído um produto educacional para os demais professores, com a finalidade de conhecerem como foram realizadas as atividades aplicadas. Os resultados finais da pesquisa serão publicados em formato de artigos científicos em revistas científicas, mas sem identificar seus dados pessoais e imagens.

Em qualquer etapa do estudo, você terá acesso ao pesquisador responsável pela pesquisa para esclarecimento de dúvidas, pelo telefone **(87) 9.8119-9807** ou mandar um e-mail para **felipemiranda.mat@gmail.com**.

Quando terminarmos a pesquisa vamos organizar um mural na escola contendo os registros das atividades realizadas. Se você tiver alguma dúvida, entre em contato.

O Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Alagoas (CEP/UFAL) analisou e aprovou esta pesquisa. Cabe ressaltar, que a função do CEP/UFAL é de resguardar os interesses, a integridade, e dignidade dos sujeitos da pesquisa, visando garantir o respeito e a prevenção de danos. Para mais, é um órgão de fundamental importância para toda e qualquer instituição de ensino e pesquisa, uma vez que contribui para a qualidade das pesquisas e para a discussão do papel da pesquisa

CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO

Eu, _____ aceito participar da pesquisa **“O Contrato Didático em uma turma da 3ª série do Ensino Médio: contribuições da Resolução de Problemas, do Arco de Maguerez e da Ação Comunicativa no trabalho com a Matemática Financeira”**. Entendi que posso dizer “sim” e participar,

mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que ninguém vai ficar chateado. Declaro que os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e recebi uma cópia deste termo.

Autorização de uso de imagem e/ou voz:

- () sim, autorizo o uso da minha imagem e/ou voz.
() não, não autorizo a divulgação da minha imagem e/ou voz.

Maceió/AL, _____ de _____ de _____.

ANEXO G (TERMO DE ESCLARECIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - T.L.C.E.)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Termo de Esclarecimento Livre e Esclarecido (T.L.C.E.)

Assinado pelo (a) responsável legal pelo (a) menor de 18 anos que está participando da pesquisa

INSTITUIÇÃO DE VÍNCULO DO PESQUISADOR: Universidade Federal de Alagoas

Pesquisador responsável: Felipe Miranda Mota

E-mail do pesquisador responsável: felipemiranda.mat@gmail.com

Orientadora: Profa. Dra. Claudia de Oliveira Lozada

O(A) seu(sua) filho(a) está sendo convidado a participar do projeto de pesquisa **O Contrato Didático em uma turma da 3ª série do Ensino Médio: contribuições da Resolução de Problemas, do Arco de Maguerez e da Ação Comunicativa no trabalho com a Matemática Financeira**, cujo pesquisador responsável é **Felipe Miranda Mota**. O objetivo da pesquisa é **Investigar, a partir da proposição de um tipo de tarefa matemática utilizando a Resolução de Problemas envolvendo Matemática Financeira e do manuseio com o Arco de Maguerez, o rompimento das regras de Contrato Didático, bem como a fuga dos efeitos perversos do Contrato Didático, e as contribuições para a construção de novos conhecimentos, tomando como base a Ação Comunicativa do professor e dos** est em uma turma da 3ª série do Ensino Médio. O(A) seu(sua) filho(a) está sendo convidado **porque faz parte da quadro de estudantes da instituição na qual a pesquisa será desenvolvida, bem como da turma será desenvolvida a pesquisa.**

O(A) Sr(a). tem de plena liberdade de recusar a participação do seu(sua) filho(a) ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma para o tratamento que ele(a) recebe na Escola de Referência em , onde a pesquisa está sendo realizada.

Esta pesquisa conta com a participação somente alunos de **16 a 17** anos e que estão na **3ª série do Ensino Médio**, por esse motivo o(a) seu/sua filha(o) foi escolhido para esta pesquisa.

Quem vai coletar o material é o pesquisador responsável **Felipe Miranda Mota**.

Caso aceite a participação do (a) seu/sua filho(a), esta participação consiste em responder questionários e atividades propostas, participar de atividades em grupo, como em jogos educativos com material concreto e jogos digitais, sendo coletados durante as aulas de Matemática na Escola de Referência em Ensino Médio Pedro
Alcântara. Para isso, será utilizado celular/tablet com o sistema Android ou IOS, pois irá manusear o aplicativo e realizar atividades por meio dos aparelhos, também será feito o registro fotográfico de todas as etapas da pesquisa com alguns momentos que serão gravados, sendo que os riscos são baixos. Caso o (a) seu/sua filho(a), se sinta constrangido durante os registros fotográficos e gravações que serão realizados durante as atividades, ele/ela pode realizar a atividade quando achar melhor.

Assim, solicitamos explicitamente autorização para registro de imagem e de som do participante, por meio de registro fotográfico e de vídeo, garantindo a confidencialidade e a privacidade, a proteção da imagem e a não estigmatização dos participantes da pesquisa, garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades, inclusive em termos de autoestima, de prestígio e/ou de aspectos econômico-financeiros. A identidade de seu/sua filho (a) será mantido em sigilo.

Garantimos ao(à) Sr(a) a manutenção do sigilo e da privacidade da participação do (a) seu/sua filho(a) e de seus dados durante todas as fases da pesquisa e posteriormente na divulgação científica. Os resultados da pesquisa serão registrados numa dissertação e também será construído um produto educacional para os demais professores, com a finalidade de conhecerem como foram realizadas as atividades aplicadas. Os resultados finais da pesquisa serão publicados em formato de artigos científicos em revistas científicas, mas sem identificar seus dados pessoais do (a) seu/sua filho(a) e imagens.

As informações do (a) seu/sua filho(a) ficarão sob sigilo, ninguém saberá que ele/ela está participando da pesquisa; não falaremos para outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que ele/ela nos der. Há um risco de perda e exposição dos dados, entretanto, o pesquisador ficará responsável por manter todo o material em segredo e não divulgar.

O estudo não acarretará nenhuma despesa para o (a) seu/sua filho(a) e também ele/ela não receberá nada para participar desta pesquisa, sendo que a sua participação dele/dela é importante, pois ajudará a melhorar o ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Básica, com a utilização de recursos e atividades mais dinâmicas e atrativas. Também irá acontecer coisas boas durante a pesquisa como a interação de seu/sua filha (o) com os colegas, com os materiais didáticos utilizados nas atividades, desenvolvendo o conhecimento sobre **Matemática Financeira**.

Nesta pesquisa os riscos para o (a) seu/sua filho(a) são baixos (o estudante pode se sentir desconfortável nos momentos de interação e gravações; a aprendizagem pode não acontecer, não que não representa um dano irreparável, uma vez que isso pode acontecer no processo de aprendizagem), mas caso aconteça algo com ele/ela por causa da coleta de dados, nós daremos toda a assistência necessária. Quanto à utilização das plataformas digitais, será exclusiva para a execução de atividades

matemáticas por meio de jogos durante a realização da pesquisa de maneira presencial, ou seja, não envolve momentos a distância. Além disso, nos jogos digitais não há coleta de dados pessoais ou dados sensíveis dos participantes. Logo, não há riscos de exposição desse tipo de dado no meio digital/virtual. Os dados coletados, no caso o desenvolvimento dos estudantes nos jogos, serão utilizados somente para fins de análise e ficarão sob tutela do pesquisador.

O(a) seu/sua filho(a) será indenizado(a) pelo pesquisador por qualquer dano que venha a sofrer com a sua participação na pesquisa.

Em qualquer etapa do estudo, você terá acesso ao pesquisador responsável pela pesquisa para esclarecimento de dúvidas, pelo telefone **(87) 9.8119-9807** ou mandar um e-mail para **felipemiranda.mat@gmail.com**.

Quando terminarmos a pesquisa vamos organizar um mural na escola contendo os registros das atividades realizadas. Se você tiver alguma dúvida, entre em contato.

O Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Alagoas (CEP/UFAL) analisou e aprovou esta pesquisa. Cabe ressaltar, que a função do CEP/UFAL é de resguardar os interesses, a integridade, e dignidade dos sujeitos da pesquisa, visando garantir o respeito e a prevenção de danos. Para mais, é um órgão de fundamental importância para toda e qualquer instituição de ensino e pesquisa, uma vez que contribui para a qualidade das pesquisas e para a discussão do papel da pesquisa

Você receberá uma via do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado por todos.

CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO

Eu, _____, declaro que concordo que
meu(minha) _____ filho(a)
_____ (nome

completo do menor de 18 anos) participe desta pesquisa, tendo compreendido perfeitamente tudo o que me foi informado sobre a participação no mencionado estudo e estando consciente dos meus direitos, das responsabilidades, dos riscos e dos benefícios que a participação implicam, concordo em autorizar a participação do menor e para isso eu DOU O MEU CONSENTIMENTO SEM QUE PARA ISSO EU TENHA SIDO FORÇADO OU OBRIGADO.

Maceió, ____ de _____ de 2022.

Endereço da equipe da pesquisa (OBRIGATÓRIO):

Instituição: Universidade Federal de Alagoas

Endereço: Av. Lourival Melo Mota, Tabuleiro do Martins

Complemento:

Cidade/CEP: Maceió/57072-900

Telefone:

Ponto de referência:

Contato de urgência: Felipe Miranda Mota

Endereço: Sítio Catonho

Complemento: Casa

Cidade/CEP: Jupi-PE, 55.395-000

Telefone: (87) 9.8119-9807

Ponto de referência:

ATENÇÃO: O Comitê de Ética da UFAL analisou e aprovou este projeto de pesquisa. Para obter mais informações a respeito deste projeto de pesquisa, informar ocorrências irregulares ou danosas durante a sua participação no estudo, dirija-se ao:

Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Alagoas

Prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC), Térreo, Campus A. C. Simões, Cidade Universitária

Telefone: 3214-1041 – Horário de Atendimento: das 8:00 às 12:00h.

E-mail: cep@ufal.br

Assinatura ou impressão datiloscópia do (a) responsável legal e rubricar as demais folhas	Nome e Assinatura do Pesquisador pelo estudo (Rubricar as demais páginas)

ANEXO H (SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA CIENTÍFICO-ACADÊMICA)



SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA ACADÊMICO-CIENTÍFICA

Ilmo (a) Sr (a) Sandra Maria de Araújo Silva, Diretor (a) da ~~Escola de Referência em Ensino Médio~~
~~Escola de Referência em Ensino Médio~~.

Através do presente instrumento, solicitamos da Direção da
, autorização para a realização da pesquisa integrante da dissertação de Mestrado do acadêmico FELIPE MIRANDA MOTA, orientado pela Profª(a) Drª (a) Cláudia de Oliveira Lozada (Universidade Federal de Alagoas), tendo como título "O CONTRATO DIDÁTICO EM UMA TURMA DA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO: CONTRIBUIÇÕES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, DO ARCO DE MAGUIREZ E DA AÇÃO COMUNICATIVA NO TRABALHO COM A MATEMÁTICA FINANCEIRA".

A pesquisa será realizada no período dos meses de setembro e outubro de 2022. A coleta de dados será feita através de atividades de uma sequência didática, seguindo as normas do Comitê de Ética na Pesquisa (CEP) da Universidade Federal de Alagoas, tendo sido o projeto de pesquisa aprovado através do CAEE 59049822.7.0000.5013. O objetivo da pesquisa é investigar, a partir da proposição de um tipo de tarefa matemática utilizando a Resolução de Problemas envolvendo Matemática Financeira e do manuseio com o Arco de Maguirez, o rompimento das regras de Contrato Didático, bem como a fuga dos efeitos perversos do Contrato Didático, e as contribuições para a construção de novos conhecimentos, tomando como base a Ação Comunicativa do professor em uma turma de 3ª série do Ensino Médio. A presente pesquisa integra a dissertação que está sendo desenvolvida no Programa de Mestrado em Ensino de Ciências de Matemática do Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas.

Asseguramos que os dados coletados nesta instituição serão utilizados tão somente para a realização deste estudo e publicação de seus resultados em artigos científicos. Os dados dos participantes da pesquisa (nome, imagem, voz) serão mantidos em sigilo, assim como o nome da Instituição, conforme documentos enviados ao Comitê de Ética na Pesquisa da UFAL, bem como será solicitado aos participantes da pesquisa e seus responsáveis, a assinatura do TALE e TCLE, que são os termos de assentimento (aluno) e consentimento (pais), respectivamente. Será encaminhado à Direção do Colégio pela acadêmica, a DECLARAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO, INFRAESTRUTURA E INSTALAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E SUAS CONSEQUÊNCIAS para que seja assinada, conforme as normas do Comitê de Ética na Pesquisa da UFAL.