

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS DO SERTÃO
DELMIRO GOUVEIA
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

VICTOR MANOEL BARBOSA DOS SANTOS

**OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO:
IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISE SIMPLIFICADAS EM UM PROJETO DE
ENGENHARIA UTILIZANDO AS FERRAMENTAS SOLVER E FMINCON**

Delmiro Gouveia/AL

2024

VICTOR MANOEL BARBOSA DOS SANTOS

**OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO:
IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISE SIMPLIFICADAS EM UM PROJETO DE
ENGENHARIA UTILIZANDO AS FERRAMENTAS SOLVER E FMINCON**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal
de Alagoas, como requisito parcial à obtenção do
título de Bacharelado em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Alverlando Silva Ricardo.

Delmiro Gouveia/AL

2024

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca do Campus Sertão
Sede Delmiro Gouveia

Bibliotecária responsável: Renata Oliveira de Souza CRB-4/2209

S729o Santos, Victor Manoel Barbosa dos

Otimização estrutural de vigas de concreto armado: implementação e análise simplificadas em um projeto de engenharia utilizando as ferramentas Solver e FMINCON / Victor Manoel Barbosa dos Santos. - 2024.

73 f. : il.

Orientação: Alverlando Silva Ricardo.

Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Curso de Engenharia Civil. Delmiro Gouveia, 2024.

1. Construção civil. 2. Projeto estrutural. 3. Otimização estrutural. 4. Viga de concreto armado. 5. Materiais de construção. 6. Redução de custos. 7. Excel Solver. 8. Matlab FMINCON. I. Ricardo, Alverlando Silva, orient. II. Título.

CDU: 624.012.45

Folha de Aprovação

VICTOR MANOEL BARBOSA DOS SANTOS

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO: IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISE SIMPLIFICADAS EM UM PROJETO DE ENGENHARIA UTILIZANDO AS FERRAMENTAS SOLVER E FMINCON

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
à banca examinadora do curso de Engenharia
Civil da Universidade Federal de Alagoas e
aprovada em 19 de novembro de 2024.

Documento assinado digitalmente
 **ALVERLANDO SILVA RICARDO**
Data: 11/12/2024 11:51:52-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

(Orientador – Prof. Dr., Alverlando Silva Ricardo, UFAL)

Banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **VINICIUS COSTA CORREIA**
Data: 07/12/2024 07:54:32-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

(Examinador(a) Interno – Prof. Me. Vinícius Costa Correia, UFAL)

Documento assinado digitalmente
 **KARLISSON ANDRE NUNES DA SILVA**
Data: 09/12/2024 20:25:42-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

(Examinador(a) Interno(a) – Prof. Dr. Karlisson André Nunes da Silva, UFAL)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, que me deu forças e sabedoria para enfrentar cada desafio e conquistar cada vitória ao longo dessa trajetória. Sem sua presença, nenhum dos meus esforços teriam sido recompensados. À Ele, dedico todo o mérito e gratidão por essa conquista.

Agradeço profundamente a todos os meus professores, que ao longo da minha trajetória acadêmica contribuíram imensamente para o meu crescimento profissional e pessoal. Em especial, quero expressar minha gratidão ao Prof. Dr. Alverlando Silva Ricardo, meu orientador neste trabalho, pela paciência, orientação e dedicação, que foram fundamentais para a conclusão deste projeto. Suas palavras de incentivo e seu profundo conhecimento foram essenciais para superar os desafios que surgiram ao longo do caminho. Agradeço também à Universidade Federal de Alagoas, instituição que me proporcionou uma educação de qualidade e uma experiência acadêmica enriquecedora. A UFAL foi um espaço de aprendizado contínuo, que me preparou para os desafios futuros, tanto no campo da engenharia quanto na vida pessoal. por todos os ensinamentos e as adversidades do dia a dia.

Ao Grupo PET ENGENHARIAS, deixo meu sincero agradecimento por ter sido uma parte fundamental do meu crescimento, por estar presente no meu cotidiano e me preparar para o mercado de trabalho, através do grupo desenvolvi muitas habilidades práticas que tenho certeza que serão cruciais para enfrentar o novo ciclo.

Aos meus pais, **Fabiana Barbosa dos Santos** e **Erivanildo dos Santos**, não há palavras suficientes para expressar minha gratidão. Vocês sempre estiveram ao meu lado, me apoiando em cada escolha e incentivando a seguir em frente, mesmo nos momentos mais difíceis. Todo o esforço que dediquei à este trabalho é uma forma de honrar o amor e o suporte incondicional que sempre me deram.

RESUMO

A otimização no uso de materiais e na redução de custos de construção é essencial no mercado atual da engenharia civil, dada sua influência direta no orçamento das obras. No entanto, ainda há lacunas na aplicação prática de métodos de otimização em projetos estruturais, especialmente em estudos comparativos que utilizam diferentes abordagens e ferramentas computacionais. O presente trabalho analisa a otimização de vigas biapoiadas de concreto armado para um sobrado, inicialmente dimensionadas pelo método convencional, e explora a comparação entre métodos tradicionais e otimizados, com foco na redução de custos sem comprometer a segurança e funcionalidade das estruturas. Assim, três vigas foram dimensionadas pelo método convencional e otimizadas em diferentes cenários, variando parâmetros como o f_{ck} e os tipos de bitola de aço, em dois estados distintos: Sergipe e Bahia. A análise envolveu vigas dimensionadas pelo método de Carvalho e Figueiredo Filho, com seções iniciais de 12×30 cm, que foram otimizadas por meio da ferramenta Excel Solver e Matlab *fmincon*, resultando em seções de 12×25 cm. A seguir, foi realizada uma avaliação detalhada dos custos, que indicou uma significativa redução de despesas em todos os cenários. O estudo revelou que o material com maior impacto no custo total foi a fôrma, especialmente na sua primeira utilização, e que, ao comparar os dois estados, o orçamento apresentado pelo ORSE foi mais econômico. A aplicação dos métodos de otimização resultou na redução de custos, mantendo a segurança estrutural. Além de diminuir os custos de execução das vigas de concreto armado, o estudo contribui para a literatura com uma visão prática da otimização em projetos reais, abrindo espaço para futuras pesquisas.

Palavras-chave: Projeto Estrutural; Viga de concreto armado; Otimização Estrutural; Redução de custos; Excel Solver; Matlab *fmincon*.

ABSTRACT

Optimizing the use of materials and reducing construction costs is essential in today's civil engineering market, given its direct influence on construction budgets. However, there are still gaps in the practical application of optimization methods in structural design, especially in comparative studies using different approaches and computational tools. This paper analyzes the optimization of reinforced concrete beams for a two-storey house, initially designed using the conventional method, and explores the comparison between traditional and optimized methods, with a focus on reducing costs without compromising the safety and functionality of the structures. Three beams were designed using the conventional method and optimized in different scenarios, varying parameters such as f_{ck} and steel gauge types, in two different states, Sergipe and Bahia. The analysis involved beams designed using the Carvalho and Figueiredo Filho method, with initial sections of 12×30 cm, which were optimized using the Excel Solver tool and Matlab *fmincon*, resulting in sections of 12×25 cm. A detailed cost assessment was then carried out, which indicated a significant reduction in costs in all scenarios. The study revealed that the material with the greatest impact on the total cost was formwork, especially in its first use, and that, when comparing the two states, the budget presented by ORSE was more economical. The application of optimization methods resulted in cost savings while maintaining structural safety. In addition to reducing the cost of reinforced concrete beams, the study contributes to the literature with a practical use of optimization in real projects, opening up space for future research.

Keywords: Structural Design; Reinforced Concrete Beam; Structural Optimization; Cost Reduction; Excel Solver; Matlab *fmincon*.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tipos de vigas.....	17
Figura 2 - Comportamento da viga na flexão normal simples	20
Figura 3 - Domínio de deformação.	21
Figura 4 - Diagrama tensão-deformação do concreto	23
Figura 5 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas.	25
Figura 6 - Distribuição das tensões no concreto.	28
Figura 7 - Distribuição de tensões e deformação na viga de seção retangular.....	29
Figura 8 - Fluxograma simplificado de processo de otimização.....	33
Figura 9 - Função solver.....	40
Figura 10 - Solver Parameters.....	41
Figura 11 - Planta baixa do pavimento térreo.	43
Figura 12 - Planta Baixa do Pavimento Superior.....	43
Figura 13 - Localização das vigas e dos pilares do Pavimento. Superior.....	44
Figura 14 – Fluxograma de dimensionamento.....	45
Figura 15 - Detalhamento das vigas V110 e V111	45
Figura 16 - Detalhamento da viga 112.....	46
Figura 17 - Visualização aproximada das vigas.....	46
Figura 18 - Custos das Vigas Otimizadas e Convencionais.....	61
Figura 19 - Redução percentual do custo em relação a viga convencional.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Variações de projeto.....	47
Tabela 2 - Dados necessário para otimizar.....	47
Tabela 3 - Valores utilizados como parâmetro.....	49
Tabela 4 - Informações usadas para otimizar.....	50
Tabela 5 - Restrição da otimização	52
Tabela 6 - Custo do f_{ck} das vigas.....	53
Tabela 7 - Custo do aço nas vigas	54
Tabela 8 - Custo de fôrma nas vigas	56
Tabela 9 - Resultado da seção transversal otimizada.	57
Tabela 10 - Seção transversal otimizada com \emptyset 10 mm.....	58
Tabela 11 - Seção transversal otimizada com \emptyset 8 mm.....	58
Tabela 12 - Seção transversal dimensionada convencional.	58
Tabela 13 - Custos da viga otimizada 12x25 com \emptyset 8 mm.....	59
Tabela 14 - Variação de carga na viga otimizada 12x25 com \emptyset 8 mm.....	60
Tabela 15 - Viga otimizada 12x25 com \emptyset 8 mm, para diferentes f_{cks}	62
Tabela 16 - Custos em diferentes estados para viga otimizada 12x25 com \emptyset 8 mm.....	63
Tabela 17 - Viga otimizada com bitola de \emptyset 8 mm no Matlab	65

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UFAL	Universidade Federal de Alagoas
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado
AG	Algoritmo Genético
ORSE	Orçamentos de obra de Sergipe
SINAPI	Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	14
2.	OBJETIVOS	16
2.1	Objetivo geral	16
2.2	Objetivos Específicos	16
3.	REFERENCIAL TEÓRICO	17
3.1	Viga de concreto armado	17
3.2	Tipos de Flexão	19
3.3	Processo de colapso de vigas sob tensões normais.	19
3.4	Domínio do ELU	20
3.5	Dimensionamento de vigas de concreto armado	22
3.6	Seção retangular com armadura simples	27
3.7	Armadura de cisalhamento	30
3.8	Estados limites de serviço de deformações excessivas	31
3.9	Otimização.....	32
3.10	Técnica de otimização	35
3.11	Gradiente Reduzido Generalizado.....	36
3.12	Simplex.....	37
3.13	Algoritmos Genéticos (AGs).....	38
3.14	Ferramenta Solver	39
3.15	Ferramenta MATLAB	41
4.	METODOLOGIA	43
5.	RESULTADOS.....	57
5.1	Otimização usando o Excel (<i>Solver</i>)	57
5.2	Verificação de Resultados (<i>MATLAB</i>).....	64
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	66
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	67

1. INTRODUÇÃO

A otimização estrutural desempenha um papel fundamental na engenharia civil, contribuindo para o desenvolvimento de estruturas mais eficientes, econômicas e seguras. Um dos elementos estruturais mais comuns em projetos de construção civil é a viga de concreto armado, que desempenha um papel importante na sustentação de edificações e infraestruturas. Algumas pesquisas abordam a otimização de vigas de concreto armado sem realizar comparações com vigas já existentes. Além disso, essas pesquisas muitas vezes empregam métodos de otimização que se baseiam em ferramentas simplificadas, o que pode comprometer a eficácia desses estudos (Correia *et al.*, 2019).

Vigas de concreto armado de seção retangular são amplamente adotadas na construção civil. Nesse contexto, estudos que visam a minimização de custos e a redução de volume dessas vigas, mantendo o desempenho estrutural, têm um impacto significativo na economia das edificações. Os profissionais que possuem um entendimento, ainda que básico, dos métodos de otimização podem obter vantagens no desenvolvimento de projetos e na execução, uma vez que são capazes de reduzir potenciais desperdícios e custos excessivos.

A otimização estrutural pode ser aplicada como uma resposta ao crescente nível de economia e segurança exigidas na construção civil. Um de seus objetivos é minimizar os custos de construção, considerando projetos e execução, enquanto mantém a integridade e segurança das edificações. Um processo de otimização eficaz é aquele que, ao ser modelado, mantém as condições reais de serviço dentro dos parâmetros de segurança preestabelecidos, resultando em redução de custos, maior rapidez na execução e outros benefícios (Breda *et al.*, 2020).

Diversos autores têm se destacado na pesquisa em otimização de vigas, adotando abordagens mais abrangentes e sofisticadas. Por exemplo, Ozimboski *et al.* (2020) conduziu estudos que não apenas empregaram métodos de otimização, mas também compararam diferentes tipos de materiais, validando suas pesquisas por meio de análises de desempenho e custos. Além disso, Breda *et al.* (2020) desenvolveu um software que incorpora restrições ou condições específicas que devem ser atendidas durante o processo de otimização e utilizou métodos genéticos para resolver questões de otimização, destacando-se por sua capacidade de otimizar vigas compostas de concreto e aço.

Por outro lado, Correia *et al.*, (2019) optou por otimizar vigas de concreto armado com seção retangular, utilizando a ferramenta *Solver* do Excel e realizando modificações na geometria da seção. Embora esse método seja mais simples em comparação as demais

abordagens mencionadas anteriormente, ele ainda contribui para o avanço do conhecimento no campo da otimização estrutural.

Maia *et al.* (2009) investigou a otimização de projetos estruturais, com foco em vigas submetidas à flexão. Seus resultados foram obtidos através da utilização do método simplex e do gradiente reduzido generalizado, estes testes analisados, por sua vez, consistem em exemplos práticos de vigas de concreto armado e vigas em balanço. Além disso, as ferramentas computacionais utilizadas para a otimização estrutural e análise foram o *ftool* e o *solver*. Dessa forma, este estudo evidencia que os resultados obtidos destacam a relevância do uso de técnicas de otimização em projetos estruturais, destacando o seu potencial para reduzir custos e promover um uso eficiente dos recursos disponíveis.

Outrossim, o estudo de Correia (2016) expõe a relevância da otimização estrutural no dimensionamento das vigas de concreto armado, utilizando a ferramenta *solver* no software do *Excel*. Segundo o autor, diante da competitividade do mercado da construção civil, a busca por alternativas econômicas é cada vez mais pertinente, por isso, a metodologia empregada em seu trabalho visa substituir o dimensionamento convencional pela otimizada, visando soluções financeiras cada vez mais viáveis. A relevância de seu trabalho, por sua vez, demonstra como variáveis de projetos e restrições normativas podem ser manipuladas para reduzir custos, expondo a importância da otimização estrutural.

Nesse contexto, o presente estudo tem como objetivo comparar três vigas de concreto armado com parâmetros similares, variando somente a carga no vão estudado e os métodos de dimensionamento: o método convencional, conforme as normas estabelecidas, e a aplicação de métodos de otimização. A escolha entre esses métodos depende da natureza do problema, com alguns exigindo o uso de software de programação. No contexto da otimização de vigas, recorre-se à programação não linear devido à complexidade dos problemas, como por exemplo a mudança da seção transversal, a limitação da flecha e a redução de custos. Para abordar esses desafios, podem ser empregados softwares como o Excel Solver e o MATLAB *fmincon*, capazes de lidar com esses problemas (Arora, 2017). Assim, no atual cenário de alta competitividade no mercado, a abordagem de otimização no dimensionamento estrutural representa uma resposta às demandas por segurança e economia. Este trabalho se propõe a explorar a abordagem de otimização, focando na minimização de custos sem comprometer os padrões de segurança e normativos.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Otimizar vigas de concreto armado com seção retangular, utilizando ferramentas de otimização, para avaliar sua adequação na construção de edificações, em conformidade com as normas de segurança vigentes.

2.2 Objetivos Específicos

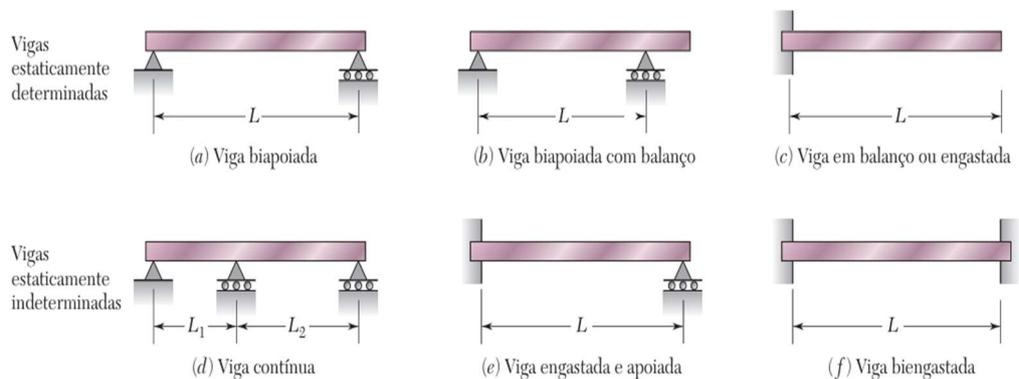
- Otimizar a seção transversal das vigas, mantendo a integridade estrutural e descartando soluções que não atendam às restrições;
- Avaliar os custos relacionados aos diferentes métodos de otimização, considerando características da viga e variações do f_{ck} ;
- Comparar os resultados obtidos com o método convencional de dimensionamento, baseado nas normas estabelecidas, com os resultados obtidos por meio de métodos de otimização;
- Avaliar as ferramentas de otimização como *solver* no *excel* e *fmicon* no *matlab*.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Viga de concreto armado

A viga de concreto armado é um elemento estrutural amplamente utilizado na engenharia civil para suportar cargas verticais e distribuí-las de forma eficiente em uma estrutura. Compostas por concreto e barras de aço, essas vigas combinam materiais que, juntos, garantem resistência e capacidade de suportar esforços. Geralmente, elas são biapoiadas (apoiadas em dois pontos), mas também podem apresentar outros formatos, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 - Tipos de vigas



Fonte: Beer (2011)

De acordo com item 14.4 da NBR 6118 (2023), os elementos estruturais são categorizados com base em sua forma geométrica e função estrutural na edificação. As vigas são consideradas elementos lineares, no qual o tipo de esforço atuante é a flexão, e a própria NBR 6118 (2023) no item 14.4.1 define os elementos lineares sendo aqueles em que o comprimento ao longo de sua extensão é pelo menos três vezes maior do que sua maior dimensão na seção transversal.

Em uma edificação, os elementos estruturais presentes são: lajes, vigas, pilares e fundações. A principal função das vigas consiste em transferir os esforços provenientes da laje para os pilares. Os pilares, por sua vez, levam essa carga para as fundações, que finalmente o distribuem para o solo. Outro fator importante a ser destacado é que, segundo a NBR 6118 (2023) recomenda-se que a menor dimensão da seção transversal de uma viga, seja de no mínimo 12 cm, chegando a ser 10 cm para casos excepcionais respeitando as seguintes condições apresentadas no item 13.2.2:

- a) Alojamento das armaduras e suas interferências com as armaduras de outros elementos estruturais, respeitando os espaçamentos e cobrimentos estabelecidos nesta Norma;
- b) Lançamento e vibração do concreto de acordo com a ABNT NBR 14931 (2023).

De acordo com a NBR 6118 (2023), no item 17.3.5.2.3 é mencionado que a armadura de pele nas vigas de concreto pode ser dispensada em vigas cuja altura seja igual ou inferior a 60 cm. Essa diretriz permite simplificar o projeto e a execução dessas vigas, desde que as condições de carga e segurança sejam adequadas. A utilização ou não da armadura de pele deve ser avaliada em função das especificidades do projeto e das exigências estruturais.

De acordo com Bastos *et al.* (2023, p. 7), recomenda-se que a altura mínima das vigas seja de 25 cm. Além disso, sugere-se a utilização de múltiplos de cinco ou dez centímetros para evitar variações excessivas no projeto. Outro aspecto a ser considerado é a influência da arquitetura, que pode levar a situações excepcionais, especialmente em casos onde há a presença de portas e janelas, as quais podem interferir no processo construtivo. Essas orientações visam garantir a eficiência e a funcionalidade das vigas dentro do contexto da edificação.

De acordo com Camacho (2015), a armadura dupla refere-se à utilização de duas camadas de armaduras de aço em uma viga de concreto armado, permitindo maior capacidade de carga e resistência a momentos fletores. Pode ser utilizada nas vigas de concreto armado para evitar que o dimensionamento ocorra no domínio 4, que se refere a uma condição em que a viga apresenta uma relação de altura e armadura que não atende aos requisitos de segurança e desempenho, resultando em uma capacidade de carga insuficiente. A utilização da armadura dupla se torna uma alternativa viável em casos excepcionais, onde não é possível aumentar a altura da viga no projeto.

De acordo com Pinheiro *et al.* (2016), pode-se fazer um pré-dimensionamento das vigas de forma aproximada por meio de algumas equações e analisando as suas especificidades pode-se obter uma altura que provavelmente passe no dimensionamento sem que seja necessário um redimensionamento da seção, as sugestões dadas por eles são:

-Para tramos intermediários: $h = \frac{l}{12}$

- Tramos extremos ou vigas biapoiadas: $h = \frac{l}{10}$

- Balanços: $h = \frac{l}{5}$

De mesmo modo, sugerem a padronização das alturas das vigas, recomendando que não se utilize mais do que duas alturas diferentes por projeto. Isso se deve ao fato de que muitas variações podem exigir o uso de armadura dupla em alguns trechos da viga. Ao seguir essas orientações, aumentam-se as chances de obter um dimensionamento eficiente desde o início, garantindo uma boa funcionalidade estrutural e permitindo uma avaliação mais precisa dos cálculos e das verificações dos estados limite últimos e de serviço.

3.2 Tipos de Flexão

Sobre os tipos de flexão, Chust Carvalho e Figueiredo Filho (2014) ressaltam a importância de observar o comportamento do momento fletor. Quando esse momento atua sobre elementos estruturais, ele provoca flexão, gerando tensões normais nas seções transversais desses elementos. É fundamental identificar corretamente os diferentes tipos de flexão para que o dimensionamento seja adequado.

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2014), a flexão normal também conhecida como flexão simples ou composta, ocorre quando o plano de carregamento ou sua resultante é perpendicular à linha neutra. Nessa condição, a distância encontrada na seção transversal resulta em uma tensão nula. Nos casos em que as seções são simétricas, o momento fletor atua no plano de simetria.

Além disso, Carvalho e Figueiredo Filho (2014), expõem que a flexão oblíqua ocorre quando o plano de carregamento não é perpendicular à linha neutra, quando se tem o momento fletor fora do plano de simetria, e quando as seções não são simétricas. Já a flexão simples é caracterizada quando há ausência de esforço normal atuando na seção, sendo de tração ou compressão, podendo haver ou não a possibilidade de ter o esforço cortante. Por fim, tem-se a flexão pura como um caso especial, onde não há esforço cortante atuando na seção transversal, e o momento fletor permanece constante, diferente da flexão não pura, onde tem a presença do esforço cortante.

Compreender bem os tipos de flexão permitirá uma análise estrutural adequada e um dimensionamento correto da estrutura de concreto armado.

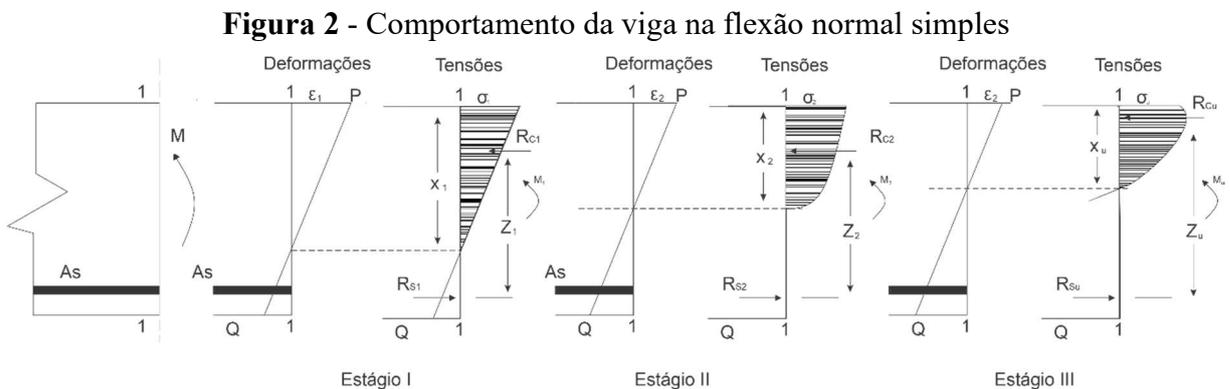
3.3 Processo de colapso de vigas sob tensões normais.

Carvalho e Figueiredo Filho (2014) explicam que o colapso de vigas ocorre em fases distintas à medida que os esforços aplicados na viga aumentam. Inicialmente, apresenta-

se um comportamento elástico, no qual as tensões nas fibras são comprimidas e tracionadas, sendo proporcionais às deformações. Nesse estado, o concreto não apresenta fissuras, e a resistência à tração não é ultrapassada.

Com o aumento de carga na viga, surgem as primeiras aberturas, marcando a fase de fissuração. Isso acontece por que as tensões de tração excedem a resistência do concreto. Nesse momento, a barra de aço começa a absorver as tensões de tração, enquanto o concreto ainda resiste à compressão.

Na fase final, próximo ao colapso, as deformações no concreto comprimido tornam-se significativas, indicando que o material atingiu seu limite. Nessa etapa tem-se a presença de diversas fissuras, além da área comprimida estar diminuindo, resultando em um comportamento de falha elevado. Esse estágio é caracterizado como estado limite último (ELU), no qual o dimensionamento estrutural busca garantir que a viga suporte as cargas máximas sem falhar, assegurando a integridade da edificação. A Figura 2, ilustra os estágios do comportamento da viga na flexão normal simples.

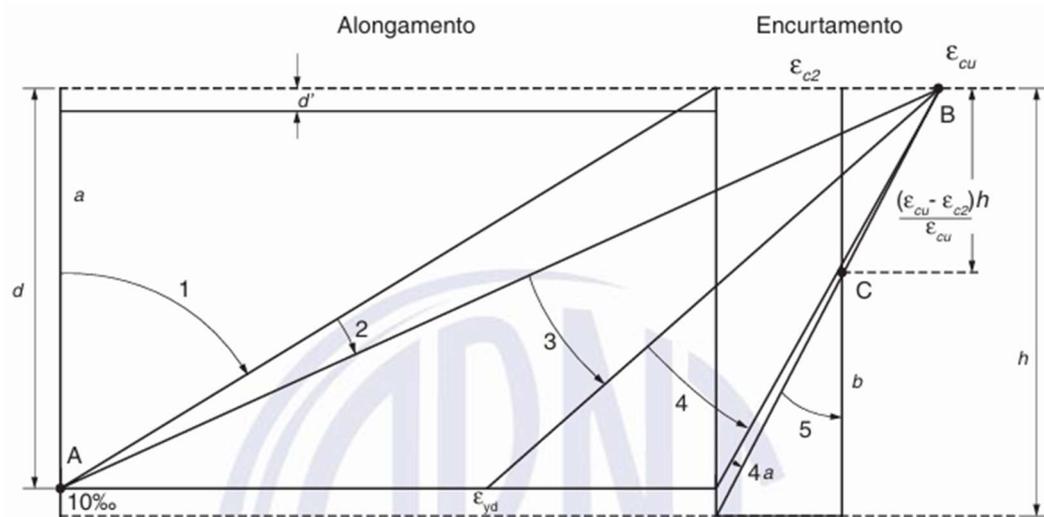


Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2014)

3.4 Domínio do ELU

De acordo com Bastos (2023), o estado limite último (ELU), é caracterizado pela falha da seção transversal da viga, que pode ocorrer devido à ruptura do concreto ou a uma deformação excessiva da armadura de aço ao longo da altura da seção. Essas falhas se enquadram em diferentes domínios definidos pela NBR 6118 (ABNT, 2023), que apresentam os principais tipos de falhas, ilustrados em diagramas que correlacionam os esforços solicitantes no elemento estrutural com o comportamento do concreto e da armadura, como ilustrado na Figura 3

Figura 3 - Domínio de deformação.



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2023).

A NBR 6118 (ABNT, 2023) classifica os diferentes domínios de comportamento de vigas de concreto armado em situações de flexão, cada um refletindo diferentes estados de tensões e deformações. Esses domínios são importantes para o entendimento das possíveis falhas e para o dimensionamento adequado das estruturas. A seguir tem-se uma descrição resumida dos domínios para o estado limite último (ELU):

Domínios de Ruptura e Solicitações:

1) Ruptura convencional por deformação plástica excessiva:

Reta a: tração uniforme;

Domínio 1: tração não uniforme, sem compressão;

Domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\epsilon_c < \epsilon_{cu}$ e com o máximo alongamento permitido).

2) Ruptura convencional por encurtamento-limite do concreto:

Domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$);

Domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\epsilon_s < \epsilon_{yd}$);

Domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;

Domínio 5: compressão não uniforme, sem tração;

reta b: compressão uniforme.

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014) e Bastos (2023), o estado limite último (ELU) para flexão simples pode ocorrer nos domínios 2,3 e 4. Os domínios 2 e 3: são considerados ideais porque apresentam um comportamento dúctil. Isso significa que a estrutura oferece um aviso prévio antes de colapsar, permitindo que medidas corretivas sejam tomadas. Por outro lado, o domínio 4 deve ser evitado, pois resulta em uma ruptura frágil da estrutura, onde não há aviso prévio e a falha pode ser abrupta e catastrófica.

Para garantir um dimensionamento adequado e evitar a ruptura no domínio 4, a profundidade da linha neutra deve ser limitada. A norma NBR 6118 (2023), estabelece no item 14.6.4.3 a relação x/d que deve ser respeitada para assegurar a segurança e a funcionalidade da estrutura:

- a) $\frac{x}{d} \leq 0,45$, para concreto com $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
- b) $\frac{x}{d} \leq 0,35$, para concreto com $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$

Onde:

x – Altura (profundidade) da linha neutra.

d – Altura útil

3.5 Dimensionamento de vigas de concreto armado

O dimensionamento de vigas de concreto armado é o tema central abordado no trabalho e é de extrema importância compreender o processo de dimensionamento, principalmente os casos em que as vigas são biapoiadas e de seção retangular, que são parte do objeto de estudo. O dimensionamento segue as diretrizes estabelecidas pela NBR 6118 (ABNT, 2023) e incorpora as sugestões de diversos autores, como Carvalho e Figueiredo Filho (2014), Pinheiro (2007), Bastos (2023) e Araújo (2010).

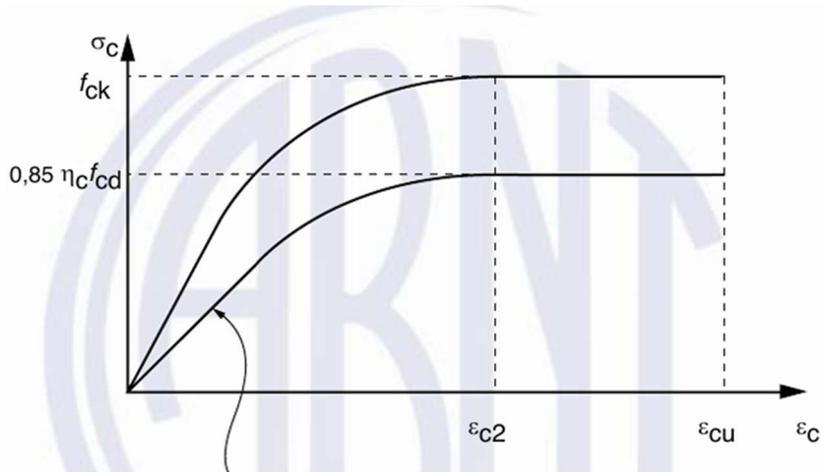
O dimensionamento de vigas de concreto armado segue as hipóteses básicas para o cálculo que é apresentada pela NBR 6118(ABNT, 2023) no item 17.2.2. que são:

- As seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- A deformação sofrida pela armadura de tração ou compressão deve ser a mesma do concreto em seu entorno;

- As tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desconsideradas no ELU;
- O diagrama curva-retângulo pode ser substituído pelo retângulo de profundidade $y = \lambda x$, em que o valor do parâmetro λ pode ser tomado igual a $\lambda = 0,8$ para concretos até 50 MPa e $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50) / 400$ para concretos maiores do que 50 MPa;
- A tensão nas armaduras é obtida a partir dos diagramas tensão-deformação do aço, para cada tipo de aço a ser utilizado;
- O estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal é pertencente a um dos domínios definidos, entretanto, os elementos estruturais definidos como vigas podem se enquadrar nos domínios 2,3 e 4.

Vale ressaltar a importância do diagrama tensão-deformação do concreto na compressão que é apresentado pela NBR 6118 (ABNT, 2023) no item 8.2.10.1. É possível visualizar na Figura 4 que a tensão máxima de compressão é $0,85 * \eta_c * f_{cd}$ onde f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto à compressão.

Figura 4 - Diagrama tensão-deformação do concreto



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2023).

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2023), o diagrama tensão-deformação pode ser definido através da equação 1, onde:

$$\sigma_c = 0,85 * \eta_c * f_{cd} * \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (\text{Eq.1})$$

Onde:

\mathcal{E}_c = deformação específica por encurtamento do concreto;

\mathcal{E}_{c2} = deformação específica por encurtamento do concreto no início do patamar plástico.

η_c = fator que considera a fragilidade do concreto.

O parâmetro η depende da classe do concreto que será usado, conforme citado pela NBR 6118 (ABNT, 2023). Onde:

- $\eta = 2 \rightarrow$ para concretos de classes $C40 < f_{ck} \leq C50$
- $\eta = 1,4 + 23,4 * [(90 - f_{ck})/100]^4 \rightarrow$ para concretos de classes acima de C50

Para concretos de classes até C50:

$$\mathcal{E}_{c2} = 2\text{‰} \text{ e } \mathcal{E}_{cu} = 3,5\text{‰} \quad 25$$

Para concretos de classes de C55 até C90:

- $\mathcal{E}_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} * (f_{ck} - 50)0,53$
- $\mathcal{E}_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} * [(90 - f_{ck})/100]^4$

A norma também traz algumas condições para a resistência do concreto (f_{cd}). Nos casos de o tempo de escoramento das vigas ser de 28 dias ou superior pode-se usar a equação 2:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{Eq.2})$$

“Nesse caso, o controle da resistência à compressão do concreto deve ser feito aos 28 dias, de forma a confirmar o valor de f_{ck} adotado no projeto” (NBR 6118, 2023, p.70).

Em casos excepcionais onde é necessário fazer a verificação antes dos 28 dias, a norma dispõe da equação 3:

$$f_{cd} = \frac{f_{ckj}}{\gamma_c} \cong \beta_1 * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{Eq.3})$$

Onde β_1 é a relação $\frac{f_{ckj}}{f_{ck}}$

Dada por: $\beta_1 = \exp \{s [1 - (28/t)^{1/2}] \}$

Onde:

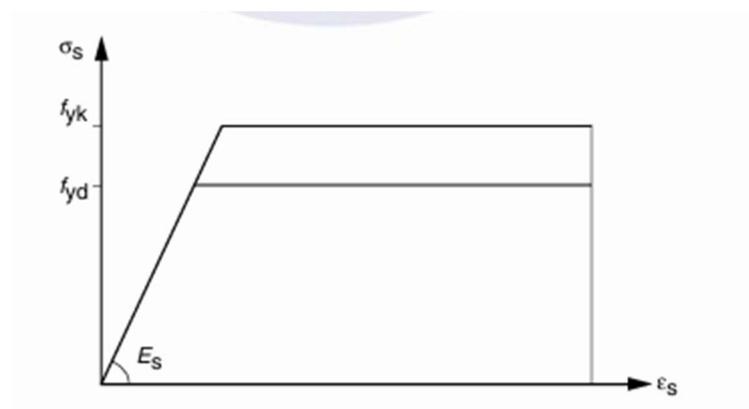
$s = 0,38$, para concreto de cimento CPIII e IV;
 $s = 0,25$, para concreto de cimento CPI e II;
 $s = 0,20$, para concreto de cimento CPV-ARI;
 t é a idade efetiva do concreto, expressa em dias.

Vale destacar que a NBR 6118 (ABNT, 2023) solicita a verificação do f_{ck} em dois momentos, ou seja, nos dias t e quando completar os 28 dias, verificando os valores do f_{ckj} e f_{ck} usados no projeto.

Conforme a NBR 6118 (2023), a resistência ao escoamento e a tração no concreto deve ser determinada com base em ensaios de tração realizados de acordo com a ABNT NBR ISSO 6892-1. O diagrama tensão-deformação do aço, assim como os valores característicos da resistência ao escoamento (f_{yk}), da resistência à tração (f_{stk}) e da deformação na ruptura (σ_{uk}), são obtidos através desses ensaios. Para os aços que não apresentam patamar de escoamento, o valor de f_{yk} é definido pela tensão correspondente a uma deformação permanente de 0,2%.

A mesma permite que, para análise dos estados de limite último e de serviço, pode-se usar o diagrama simplificado apresentado na figura 8.4 da NBR 6118 (ABNT, 2023). Como apresentado na Figura 5.

Figura 5 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas.



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2023).

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014) o diagrama apresentado na Figura 5 só permite utilizá-lo em um certo intervalo de temperatura variando de -20°C a 150°C podendo ser aplicado tanto para situações de tração, quanto para situações de compressão.

De acordo com os autores supracitados e em concordância com Araújo (2010), ao analisar a Figura 5, as relações tensão-deformação para os aços são obtidas da seguinte maneira:

$$\sigma_s = E_s * \varepsilon_s, \text{ se } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd} \quad (\text{Eq.4})$$

$$\sigma_s = f_{yd}, \text{ se } \varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \quad (\text{Eq.5})$$

Onde (ε_s) é a deformação (possui sinal positivo) e a tensão é σ_s . Diante das relações expostas, a deformação de escoamento de cálculo (ε_{yd}) é obtida através da equação 6:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (\text{Eq.6})$$

Dessa forma, tem-se que:

$E_s \rightarrow$ é o módulo de elasticidade que para o presente trabalho foi usado 210 GPa

$f_{yd} \rightarrow$ é a tensão de escoamento de cálculo do aço

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014) e Araújo (2010) os elementos não podem atingir o estado de limite último (ELU) de forma imediata. Uma forma de aumentar a vida útil da estrutura, é através da utilização dos coeficientes de minoração usados nas resistências características dos materiais. Resultando em um dado que deixa os parâmetros mais seguros. Com base nisso, as resistências devem ser minoradas utilizando os coeficientes de minoração do aço e do concreto, que são respectivamente $\gamma_c=1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Diante disso, é possível utilizá-los nas equações 02 e 06. É importante ressaltar que o item 17.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2023) é fundamental para o dimensionamento da seção transversal.

No dimensionamento estrutural é necessário considerar as ações que são caracterizadas por qualquer tipo de influência que possa resultar em tensões e deformações nas estruturas trabalhadas, como Carvalho e Figueiredo Filho (2014) explana. A NBR 6118 (ABNT, 2023) no item 11.2.1 ressalta a importância da análise estrutural, e nessa etapa é necessário considerar todas as ações correspondentes na estrutura que possam gerar efeitos relevantes em seu dimensionamento, por isso, é necessário levar em consideração tanto os estados limites último (ELU), quanto o estado limite de serviço (ELS).

De acordo com a NBR 6118 (2023) as ações atuantes na viga podem ser classificadas em três categorias: permanentes, variáveis e excepcionais. O item 11.3.1 menciona que “Ações permanentes são as que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção. Também são consideradas permanentes as ações que aumentam no tempo, tendendo a um valor-limite constante.” Enquanto as ações variáveis são combinações de cargas que se alteram no decorrer da vida útil da edificação. Já as ações excepcionais são situações

que ocorrem dentro de um período curto de tempo e que possuem uma baixa probabilidade de ocorrer no projeto.

O item 11.6.2 da NBR 6118 (ABNT, 2023) expõe que as ações quando quantificadas por meio de seus valores representativos, podem ser definidos como valores característicos, convencionais excepcionais ou reduzidos.

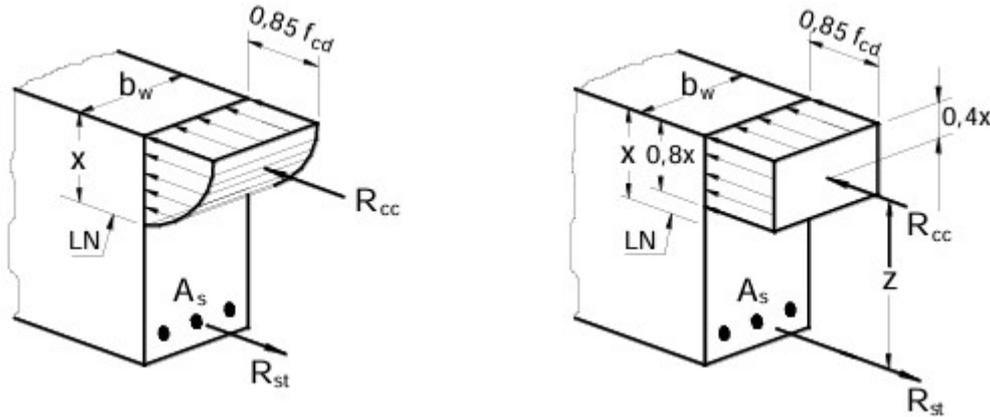
De acordo com Araújo 2010 o dimensionamento eficaz deve considerar uma combinação adequada de fatores que assegurem a estrutura contra críticas. É fundamental que o projeto leve em conta as diversas condições que podem impactar a integridade da estrutura, garantindo que ela permaneça segura e estável mesmo em circunstâncias delicadas. O item 11.8 da NBR 6118 (ABNT, 2023), explana as diferentes formas de efetuar as combinações e como devem ser realizadas as verificações de segurança, no entanto, sugere que essa avaliação seja primeiramente seu estado limite último, para posteriormente avaliar suas combinações de serviço. Essas combinações devem levar em consideração os valores representativos das ações que precisam ser multiplicados pelos coeficientes de ponderação estabelecidos pela norma no item 11.7.

3.6 Seção retangular com armadura simples

De acordo com Bastos (2023), uma viga com armadura simples é aquela cuja seção transversal precisa apenas de uma armadura longitudinal localizada na região tracionada para que resista às forças aplicadas. No entanto, por razões construtivas, também são acrescentadas barras longitudinais na região comprimida, mas essas barras de aço servem apenas para garantir a fixação adequada dos estribos e não são levadas em consideração no cálculo e flexão como armadura resistente. Ele ressalta que em uma viga com armadura simples, o concreto é o único material responsável por suportar as tensões de compressão na seção dimensionada, sem a contribuição dessas barras longitudinais adicionadas na região que é comprimida.

A NBR 6118 (2023), permite substituir o diagrama parábola-retângulo por diagrama retangular de tensões no concreto como é apresentado na Figura 6.

Figura 6 - Distribuição das tensões no concreto.



Fonte: Bastos (2023).

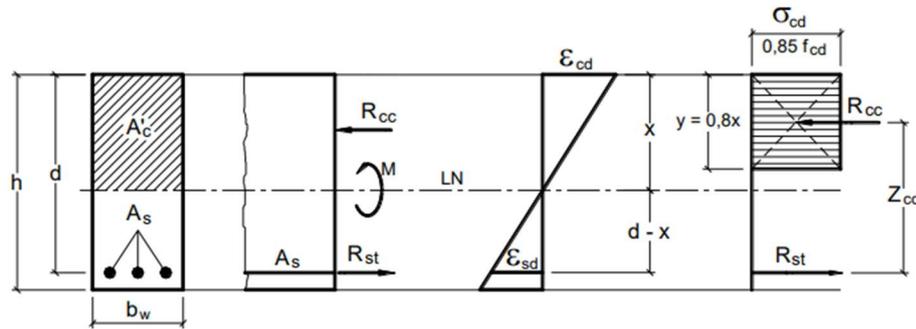
Segundo Araujo (2010), é possível admitir que a tensão no concreto é igual σ_{cd} da borda comprimida até a distância de $0,8 \cdot x$, onde a incógnita x consiste na profundidade da linha neutra. E ainda, a tensão no concreto (σ_{cd}) assume os seguintes valores:

- $\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd}$, para quando a largura da seção, for medida paralelamente à linha neutra, e não há a diminuição a partir desta até a aborda comprimida (caso de seções retangulares em flexão normal).
- $\sigma_{cd} = 0,80 \cdot f_{cd}$, nos casos contrários (seções circulares, dentre outras)

Araujo (2010), ressalta que o uso do diagrama retangular simplifica sensivelmente as equações do dimensionamento, além de comentar que os resultados encontrados são próximos aos dados que seriam obtidos usando o diagrama parábola-retângulo. Dessa forma, no presente trabalho utilizou-se do diagrama simplificado.

Segundo os autores Araújo (2010) e Bastos (2023) para a dedução das equações de dimensionamento em armadura simples o sistema deve estar em equilíbrio como visto na Figura 7, onde evidencia o somatório das forças normais e dos momentos fletores sendo iguais a zero.

Figura 7 - Distribuição de tensões e deformação na viga de seção retangular.



Fonte: Bastos (2023).

Considerando as condições expostas por ambos autores tem-se que o $\sum N = 0$ e $\sum M = 0$, logo a equação 7 vale:

$$R_{cc} = \sigma_{cd} * A'_c \quad (\text{Eq.7})$$

Sendo que:

R_{cc} = resultante das tensões na região comprimida do concreto;

R_{st} = resultante das tensões na região tracionada do concreto

Diante das figuras 6 e 7, Bastos (2023) calcula as equações das tensões na armadura de aço comprimida região analisando o comportamento apresentado pela seção e a partir disso faz a dedução passo a passo para encontrar as equações 8 e 9 apresentadas:

$$M_d = \sigma_{sd} * A_s * (d - 0,4 * x) \quad (\text{Eq.8})$$

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * (d - 0,4 * x)} \quad (\text{Eq.9})$$

Onde:

A_s = área de aço da armadura tracionada;

M_d = momento fletor solicitante de cálculo;

σ_{sd} = Tensão de cálculo do escoamento do aço;

x = posição da linha neutra;

d = altura útil.

A NBR 6118 (ABNT, 2023) no item 17.3.5.2.4 deixa explícito os limites mínimo e máximo estabelecido para as armaduras de aço. Neste estudo, foi adotado a relação $x/d \leq 0,45$,

conforme é apresentado pela NBR 6118 (ABNT, 2023), com o objetivo de garantir que a seção apresente um comportamento dúctil. Essa relação permite que a viga tenha maior capacidade de deformação antes do colapso, assegurando assim maior segurança estrutural e se precaver de falhar repentinas.

3.7 Armadura de cisalhamento

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), em acontecimentos reais as vigas são sujeitas a carregamento verticais, além das tensões normais que aparecem na seção transversal, também surgem as tensões tangenciais que equilibram o esforço cortante. Isso resulta no desenvolvimento de um estado de tensões biaxial, onde as tensões principais de tração e compressão geralmente estão inclinadas em relação ao eixo da viga. As tensões de compressão são suportadas pelo concreto comprimido, enquanto as tensões de tração são resistidas pela armadura transversal. Dessa forma, é crucial dimensionar a armadura de forma correta, para garantir o desempenho adequado da estrutura, prevenindo diferentes tipos de ruptura na estrutura.

De acordo com Araújo (2010) e em concordância com a NBR 6118 (2023), no item 17.4.1, tem-se o dimensionamento de elementos lineares sujeitos à força cortante, que podem ser considerados dois modelos de cálculo. Esses modelos se baseiam na analogia com uma treliça de banzos paralelos, associada a mecanismos resistentes complementares, traduzidos por uma componente adicional chamada V_c . O modelo de cálculo I utiliza a treliça clássica de Ritter-Morsch, enquanto o modelo de cálculo II adota a treliça generalizada, os autores Bastos (2023); Carvalho e Figueiredo Filho (2014); Araújo (2010) e a NBR 6118 supracitam o assunto de forma detalhada.

O modelo de cálculo I, conforme é descrito na NBR 6118 (2023) no item 17.4.2.2, considera que as diagonais de compressão inclinadas possuem um ângulo fixo de 45° , simplificando a análise estrutural ao tratar a parcela complementar V_c como uma constante, independente da solicitação de esforço cortante (V_{sd}). Pinheiro (2007) destaca que essa abordagem permite uma verificação mais direta da compressão na biela, seguida do cálculo da armadura transversal e do deslocamento do diagrama de força no banzo tracionado, facilitando a implementação do modelo em projetos de engenharia.

Neste trabalho, adotou-se o modelo de cálculo I, conforme apresentado pela NBR 6118 (2023). Além disso, seguiu-se o que está descrito no item 17.4 da NBR 6118 (2023), que determina que, quando a força cortante de cálculo (V_{sd}) for inferior a força cortante mínima

($V_{sd,min}$), é necessário aplicar somente a armadura mínima especificada. Isso assegura que em situações onde tem-se uma força cortante reduzida, a estrutura mantenha um desempenho adequado conforme estabelecido pela norma.

As equações utilizadas para o dimensionamento da armadura transversal e para a verificação do esforço cortante podem ser visualizadas na NBR 6118 (ABNT, 2023) e em Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

3.8 Estados limites de serviço de deformações excessivas

De acordo com a NBR 6118 (2023), os estados limites de serviço (ELS) referem-se as condições que garantem o conforto dos usuários, além de assegurar a durabilidade, a aparência e a adequada utilização das estruturas, tanto em relação as pessoas quanto aos equipamentos que elas suportam. Esses limites estão relacionados ao desempenho da estrutura sob uso normal, como destacado por Carvalho e Figueiredo Filho (2014) e Libânio (2009), que recomendam a verificação do estado de deformação excessiva para garantir o bom funcionamento e a segurança da construção.

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2014), para a verificação dos estados limites relacionados às deformações excessivas, é fundamental analisar, além das combinações de ações aplicadas na seção, as características geométricas das seções estruturais. Além disso, é necessário considerar os efeitos da fissuração e da fluência do concreto, assim como as flechas limites, que estão diretamente associadas ao tipo e a função do elemento estrutural. Esses fatores, em uma análise global, permitem uma avaliação mais precisa da segurança e do comportamento da estrutura ao longo do tempo.

O item 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2023), apresenta os quatro grupos básicos das deformações excessivas no estado limite de serviço (ELS):

- **Aceitabilidade sensorial:** vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável;
- **Efeitos específicos:** deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção;
- **Efeitos em elementos não estruturais:** deslocamentos de elementos estruturais podem prejudicar o funcionamento adequado dos elementos não estruturais a eles conectados;

- **Efeitos em elementos estruturais:** deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas.

Neste estudo, foi utilizada a análise sensorial para avaliar o estado limite de serviço (ELS) que está diretamente relacionado às deformações excessivas. Com isso pode-se levar em consideração tanto as vibrações incômodas quanto o impacto visual que pode ser causado pelas deformações negativamente, afetando diretamente o conforto das pessoas envolvidas no ambiente.

De acordo com Camacho (2005), Pinheiro (2007), Carvalho e Figueiredo Filho (2014), entre outros autores. O deslocamento inicial da viga, é caracterizado como flecha imediata, e pode ser calculada com base no comportamento elástico do material envolvido no dimensionamento. Apresentam-se três tipos de flechas, sendo elas: imediata, diferida e total. A flecha imediata acontece logo após a aplicação das cargas, já a diferida é causada no longo prazo pelas cargas de longa duração, que estão diretamente relacionadas a fluência do concreto. Enquanto a flecha total é resultado da soma das duas flechas: imediata e diferida. Para este trabalho, foi considerado a flecha total, sendo o deslocamento máximo permitido pela NBR 6118 (ABNT, 2023) igual a $L/250$ para as cargas totais, e $L/350$ para carga variáveis, onde L representa o comprimento do vão da viga.

Vale destacar que para situações excepcionais onde a flecha total não passe na verificação, faz-se necessário o uso da contra-flecha no projeto. A contra-flecha, por sua vez, consiste em uma curvatura oposta àquela provocada pelas cargas, e sua aplicação é essencial para evitar deformações excessivas que possam comprometer a estética visual do ambiente. Para essa situação tem-se um limite mais rígido sendo ele de $L/350$. As equações podem ser encontradas na bibliografia apresenta por Carvalho e Figueiredo Filho (2014) e a mesma contempla a equação do momento de fissuração.

3.9 Otimização

A otimização é um processo que visa encontrar as melhores condições ou parâmetros que maximizam ou minimizam uma função específica, considerando as restrições impostas e as variáveis de decisão envolvidas. Quando é avaliado no contexto da engenharia, esse é um processo fundamental para a tomada de decisão de forma eficiente, seja para minimizar custos, maximizar a segurança ou até mesmo melhorar a performance de um sistema.

Dessa forma a otimização torna-se uma ferramenta eficiente que auxilia engenheiros a alcançar resultados que anteriormente não seria possível, respeitando limitações técnicas e econômicas (Rao, 2009).

Ao longo dos anos, engenheiros têm intensificado seus esforços na busca pela redução de diversos parâmetros, como peso, custo, consumo e outros atributos relevantes em suas áreas de atuação. Essa abordagem visa não apenas otimizar recursos, mas também maximizar a produtividade e o desempenho em diferentes campos do conhecimento. Nesse contexto, o termo central que abrange esse tipo de problema é a "otimização" (BAZZO; PEREIRA, 2006).

De acordo com Correia (2016) visualizar de forma clara o processo de otimização trará resultados eficientes como é apresentado na Figura 8 de forma simplificada no fluxograma.

Figura 8 - Fluxograma simplificado de processo de otimização



Fonte: Araújo (2010).

De acordo com Chapra e Canale (2011), os problemas de otimização possuem características fundamentais que estruturam sua análise. Em primeiro lugar, é essencial identificar a função objetivo $f(x)$, que expressa o propósito da otimização, seja para maximizar ou minimizar uma variável específica. Além disso, são definidas as variáveis de projeto x , que podem ser contínuas ou discretas. As variáveis contínuas podem assumir qualquer valor dentro de um intervalo, em contrapartida as discretas são restritas a valores específicos e isolados.

As restrições também desempenham um papel importante, estabelecendo limites ao problema e orientando a busca pela solução ótima. Essa abordagem sistemática é fundamental para a formulação e resolução adequada de problemas de otimização.

Segundo Rao (2009) as variáveis de projeto são fundamentais nesse processo, pois influenciam diretamente no resultado final. Por exemplo, as dimensões de uma viga de concreto armado e as características dos materiais utilizados são variáveis essenciais na otimização. Esses fatores são levados em consideração neste trabalho, destacando sua importância na busca por soluções adequadas.

Rao (2009) ressalta que a função objetivo é fundamental em qualquer problema de otimização. E podem ser classificadas em duas categorias a mono-objetivo, quando se busca otimizar apenas um único critério, e multi-objetivo, quando procuram equilibrar vários fatores simultaneamente. No caso dos problemas multi-objetivo, o resultado gerado é um conjunto de soluções que atendem a diferentes objetivos ou metas. Além disso, Rao (2009) destaca a importância das restrições, que garantem que o projeto respeite os limites técnicos e econômicos impostos no problema. Essas restrições podem ser expressas de diferentes formas como igualdade, desigualdade ou limites laterais. A definição dessas restrições é crucial, pois contribui para obtenção de soluções seguras e confiáveis.

Bendsoe (2003) oferece uma visão detalhada sobre a categorização dos problemas de otimização, comentando diferentes naturezas da função objetivo e das restrições. Dependendo das características envolvidas nos problemas podem ser classificados de diferentes maneiras, sendo eles:

- **Problemas lineares:** que são caracterizados quando a função objetivo e as restrições são lineares.
- **Problemas não linear:** Quando se tem pelo menos uma função não-linear.
- **Problemas Unidimensionais:** envolve apenas uma variável de projeto.
- **Problemas Multidimensionais:** tem-se múltiplas variáveis.

As restrições limitam os valores que a função objetivo pode assumir, estabelecendo um espaço viável de soluções. A solução ótima pode ser local, onde o resultado é o melhor dentro de uma região limitada, ou global, que representa a melhor solução em todo o domínio do problema. Bendsoe (2003) ressalta que essas definições são fundamentais para estrutura correta do processo de otimização na engenharia.

3.10 Técnica de otimização

O método de otimização apropriado requer um entendimento detalhado das características específicas do problema que se está procurando solucionar. Historicamente, os métodos de otimização estrutural começaram a ganhar relevância nos anos 1960, com autor Schmit, que foi o pioneiro na integração da análise de elementos finitos com métodos numéricos não-lineares, levando ao desenvolvimento da síntese estrutural de acordo com Vanderplaats, 1993). Embora os avanços iniciais tenham ocorrido nessa época, somente nas décadas seguintes esses métodos foram amplamente refinados e validados, resultando em ferramentas indispensáveis na engenharia moderna.

A escolha do método de otimização a ser aplicado depende intrinsecamente da natureza do problema em foco. Com o avanço notável no campo da otimização ao longo do tempo, uma variedade de métodos foi desenvolvida para lidar com diferentes tipos de problemas de otimização. Em termos gerais, esses métodos podem ser classificados em três categorias principais: métodos gráficos, métodos analíticos e métodos numéricos.

Os métodos gráficos, como o próprio nome sugere, têm como objetivo encontrar a solução ótima através da representação gráfica da função objetivo e das restrições associadas ao problema. Ao criar esses gráficos, é possível delinear a região viável do problema, o que facilita a análise e a determinação da solução ótima. Geralmente, essa abordagem é mais aplicável a problemas que envolvem no máximo duas variáveis de projeto (Arora, 2017).

Os métodos analíticos, por sua vez, são utilizados para resolver problemas que podem ser expressos por meio de funções matemáticas bem definidas, permitindo a obtenção de soluções exatas. Esses métodos, que incluem a programação linear e não linear, são fundamentados em condições de otimalidade, como as derivadas da função objetivo, e são particularmente eficazes em problemas com restrições claras. Sua aplicação é mais apropriada quando se busca precisão nas soluções, especialmente em contextos onde as variáveis de decisão são contínuas.

O presente trabalho faz uso dos métodos numéricos, devido a sua aplicabilidade mais ampla em problemas de otimização complexos. Dentre os métodos numéricos existentes, há a separação por categoria entre determinísticos e probabilísticos.

De acordo com Medeiros e Kripka (2012) os métodos determinísticos são caracterizados pelo uso das derivadas de primeira e segunda ordem, enquanto que os probabilísticos, conforme descrito por Bastos (2004) está diretamente relacionado a probabilidade, dispensando a necessidade de funções contínuas e diferenciáveis. Isso amplia o

escopo de aplicação desses métodos. Métodos probabilísticos são vantajosos especialmente em canários onde a funções objetivos não são diferenciáveis ou são altamente não-lineares (Gentlhe, Hardle, & Mori, 2012). Segundo *Advances in strutural Enginneering-Optimization* (Nigdeli et al., 2021), a flexibilidade e robustez desses métodos permitem sua aplicação em uma variedade de problemas estruturais, tornando-os adequados para diferentes contextos de otimização.

Os métodos numéricos, implementados na ferramenta Excel solver, incluem o método Simplex, o gradiente Reduzido Generalizado e Algoritmos Genéticos, cada um oferecendo diferentes abordagens para ajuste de variáveis e restrições.

3.11 Gradiente Reduzido Generalizado

De acordo com Yeniay (2005), o método gradiente reduzido generalizado (GRG) é considerado um dos métodos determinísticos mais eficazes para otimização local, sendo um método baseado em gradientes que busca o ponto ótimo mais próximo a partir de uma solução inicial. Esse método foi inicialmente proposto por Carpentie e Abadie em 1966 como uma extensão do método Gradiente Reduzido, que foi introduzido por Wolfe em 1963.

Este método é amplamente reconhecido por sua complexidade matemática, e será abordado aqui de forma geral. Para uma compreensão mais aprofundada e detalhada, recomenda-se a consulta às obras de Wolfe (1963), Carpentier e Abadie (1966) e Lasdon *et al.* (1978). Em essência, o Método de Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) inicia-se a partir de um ponto viável, similar a muitos outros métodos de otimização não linear. Segundo Silva (2019), o método emprega programação quadrática para identificar a direção de busca mais apropriada, enquanto mantém as restrições ativas dentro de uma margem de tolerância. Essa abordagem assegura que, mesmo com pequenas variações nas variáveis de projeto, as restrições continuam sendo respeitadas. Contudo, em situações em que essas condições não são atendidas, o método de Newton-Raphson é aplicado para reajustar as variáveis, garantindo que permaneçam dentro dos limites estabelecidos pelas restrições.

Chapra e Canale (2011) ressaltam que a grande eficiência do GRG está em sua capacidade de converter inicialmente um problema restrito em um problema sem restrições. Essa transformação é feita resolvendo um conjunto de equações não lineares, onde as variáveis básicas são expressas em função das variáveis não-básicas. A partir dessa conversão, a solução é encontrada com técnicas baseadas em gradientes, permitindo que o GRG lide com as restrições de forma indireta e reduza a complexidade do problema original.

Fedghouche e Tiliouine (2012) destacam diversas vantagens do GRG, que reforçam sua importância na otimização não-linear. Entre essas vantagens, está a capacidade do método de resolver uma ampla gama de problemas de otimização não-linear, lidar com até 200 restrições e estimar a matriz hessiana por meio de técnicas de diferenças finitas. Além disso, o GRG é frequentemente integrado a programas que permitem uma escolha eficiente entre o método Quase-Newton e o método do Gradiente Conjugado, aumentando sua flexibilidade e aplicabilidade em projetos complexos, como o dimensionamento de vigas de concreto armado.

Recentemente, Nigdeli *et al.* (2021) discutem o avanço das técnicas de otimização aplicadas a engenharia estrutural, incluindo métodos determinísticos como o GRG, mas também destacam a crescente importância de técnicas probabilísticas. Esses métodos probabilísticos permitem uma abordagem mais abrangente, já que não dependem de gradientes e podem lidar eficientemente com problemas altamente não-lineares ou com funções objetivo que não são diferenciáveis. Além disso, essas abordagens são particularmente úteis em problemas de otimização com múltiplas variáveis, onde métodos como o GRG podem enfrentar limitações.

Dessa forma, ao considerar o uso do GRG para problemas de otimização local, torna-se fundamental ponderar sobre as limitações inerentes ao método, especialmente em cenários mais complexos, onde abordagens probabilísticas podem oferecer vantagens adicionais em termos de flexibilidade e eficiência (Nigdeli *et al.*, 2021).

3.12 Simplex

O método Simplex é bastante utilizado em problemas de otimização linear, sua eficiência na busca de soluções ótimas dentro de restrições lineares é um benefício que se destaca aumentando sua utilização em problemas de engenharia estrutural.

De acordo com Bendsoe (2003), o método Simplex é amplamente utilizado em problemas que envolvem diversas variáveis de projeto, pois permite que as soluções se movam de um vértice a outro no espaço de soluções, até alcançar à solução ideal. Segundo Shamir, (1987) o método foi desenvolvido pelo matemático norte-americano George Bernard Dantzig no ano de 1947.

Goldbarg e Luna (2005) comentam que a solução inicial do método tende a encontrar mais soluções viáveis iguais ou melhores ao anterior, isso se deve ao critério de escolha do método que facilita a identificação de soluções possíveis. No entanto, Nigdeli (2021) observa que, embora o método apresente algumas vantagens, ele enfrenta limitações em

cenários mais complexos, especialmente aqueles que envolvem funções não-lineares ou a otimização de múltiplos objetivos. Portanto, é essencial considerar tanto os benefícios quanto as restrições do método ao aplicá-lo em diferentes contextos de otimização.

Chapra e Canaça (2011) e Arora (2017) citam que o método se baseia na ideia de que a solução ótima para um problema linear ocorre em um ponto extremo a outro, do espaço viável. Para identificar esse ponto, as equações de restrição devem ser convertidas em igualdade, e utilizar as variáveis de folga, que sinalizam a disponibilidade dos recursos que não foram utilizados, transformando o problema original em um sistema que pode ser resolvido de forma iterativa até que a solução ideal seja atingida. Arora (2017) destaca que a cada iteração, o método avalia uma possível solução e ajusta o caminho de busca de acordo com as condições impostas pelas variáveis de folga e pelas restrições do problema.

3.13 Algoritmos Genéticos (AGs)

Linden (2008) define os algoritmos genéticos como uma técnica de busca baseada nos mecanismos de seleção natural e genética, observando que esse método se enquadra na categoria de métodos probabilísticos. Além disso, conforme discutido por Gentlem Hardle e Mori (2012), esse modelo de cálculo se destaca principalmente em situações onde há múltiplos mínimos locais, tornando a identificação da melhor solução global mais prática. O método pertence a categoria de algoritmos evolutivos, um grupo mais amplo, que inclui outros métodos fundamentados em princípios de evolução, como a programação evolutiva e as estratégias de evolução.

Desenvolvido inicialmente por John Holland entre os anos de 1960 e 1970, os algoritmos genéticos representaram uma abordagem inovadora para a resolução de problemas complexos de otimização. De acordo com Yang (2010), Holland foi pioneiro no uso de operadores genéticos, como cruzamento, mutação e seleção, que constituem a base para resolver problemas complexos de otimização. Devido a isso os algoritmos Genéticos são amplamente utilizados, por sua flexibilidade e facilidade para se adaptar a diferentes tipos de problemas de otimização. O processo consiste em criar uma população inicial de soluções possíveis, avaliá-las com base em sua aptidão, e então aplicar operadores genéticos para gerar soluções, em um ciclo que se repete até a obtenção de uma solução satisfatória. Como destacado por Rosa Filho (2015) esse método se mostra eficaz em diversas áreas devido à sua capacidade de explorar amplamente o espaço de soluções e evitar a estagnação em mínimos locais.

Embora os AGs sejam eficazes em achar soluções globais, Arora (2017) observa que, em certos casos, o desempenho dos algoritmos genéticos pode ser comparado ou complementado por métodos determinísticos, especialmente quando o problema de otimização é mais linear e menos sujeito a múltiplos mínimos locais. Entretanto, em contextos de otimização não linear ou altamente complexos, os AGs continuam a ser uma ferramenta poderosa, devido a sua capacidade de lidar com funções objetivos que não precisam ser contínuas ou diferenciáveis.

Considerando os métodos de otimização, como o Simplex, os Algoritmos Genéticos (AGs) e o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), conclui-se que o GRG seja o mais adequado para a otimização das vigas de concreto armado aqui estudadas. Este método se destaca pela sua capacidade de lidar adequadamente com as restrições impostas pelas condições estruturais e por ajustar as variáveis de forma precisa. Implementado na ferramenta Solver do Excel, o GRG transforma o problema original em um modelo sem restrições explícitas, facilitando a busca pela solução ideal. Além disso, ele apresenta vantagens significativas em relação a métodos como o Simplex, que se limita a problemas lineares, e aos AGs, que tendem a ser mais complexos em termos computacionais. Assim, o GRG oferece uma abordagem mais apropriada para o problema em questão.

3.14 Ferramenta Solver

O Microsoft Excel é um software amplamente utilizado e reconhecido por sua versatilidade na resolução de equações lineares e não lineares, principalmente em contextos de otimização. Essa ferramenta oferece uma gama de métodos que se destinam a abordar uma variedade de desafios de otimização. Os três métodos destacados aqui são especialmente notáveis como: Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) não linear, LP Simplex, e o método evolucionário. Essa variedade de métodos disponíveis para a otimização reflete a versatilidade da plataforma em atender a diferentes necessidades de resolução de problemas de otimização. Essa flexibilidade a torna uma ferramenta valiosa no dimensionamento estrutural, desde problemas simples até complexos. (Arora, 2017).

O programa utilizado para otimizar as vigas de concreto armado foram as planilhas de excel, usando a ferramenta *analytic solver platform*. De acordo com Correia (2019), essa plataforma foi criada pela *frontline systems*, e é projetada para resolver problemas de otimização nas planilhas de *excel*. O autor destaca que as informações necessárias para realização eficaz da otimização consistem na função objetivo, nas variáveis de projeto e nas restrições do

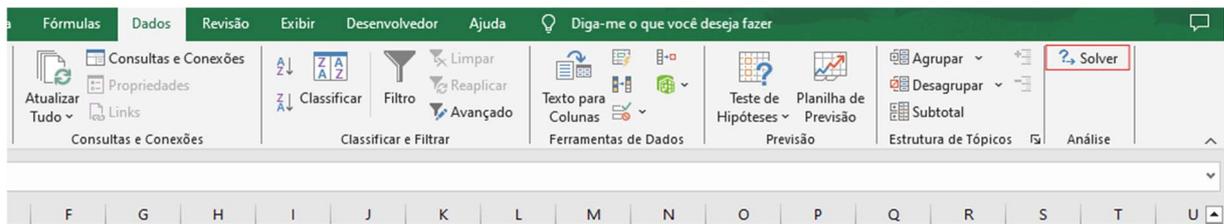
problema, que são inseridas diretamente nas células da planilha por meio da caixa de diálogo do *solver*. Em seguida ao realizar a entrada desses dados, a próxima etapa é a escolha do método de otimização mais apropriado para avaliação. A fim de encontrar a melhor solução para o problema específico com a utilização do método GRG para o presente trabalho.

A *frontline Solvers* (2024) expõe que o software GRG resolve problemas não lineares, por isso é amplamente utilizado na resolução de problemas de otimização que envolvem não-linearidades. No entanto, o método Simplex é mais adequado para problemas de otimização linear, enquanto o método evolucionário, baseado em AGs, é ideal para resolver problemas não lineares mais complexos.

Sacoman (2012) reforça que o GRG é um dos métodos mais eficazes para otimização não linear, sendo amplamente utilizado em problemas de engenharia.

No contexto do Microsoft Excel, a aplicação dos métodos de otimização por meio da função *solver* requer a seleção da aba de “dados” e posteriormente, a opção *solver* na planilha, como é apresentado na Figura 9.

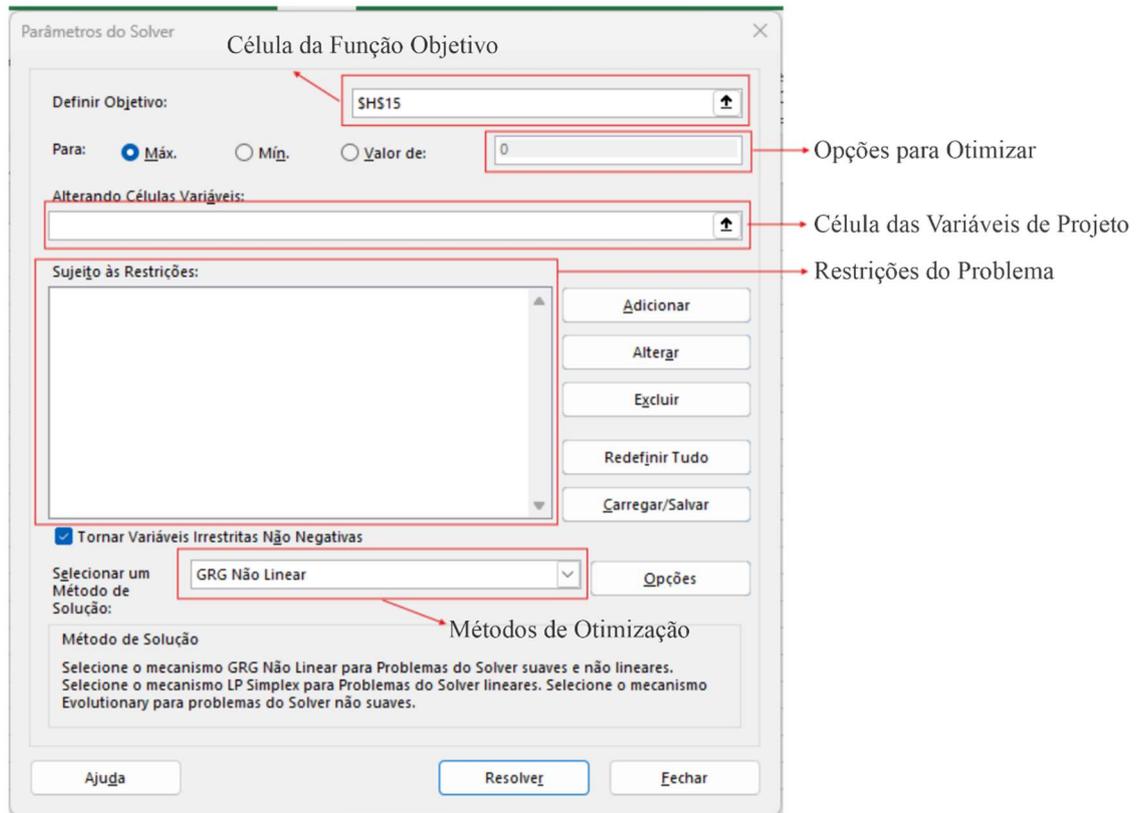
Figura 9 - Função *solver*.



Fonte: Autor (2024).

Arora (2017) expõe que é necessário seguir alguns passos, para a implementação do método. Primeiramente, deve-se preparar uma planilha no excel, na qual as células que contêm as variáveis do problema e as equações associadas são definidas. Em seguida a função *solver* deve ser ativada como apresentada na figura 9, o que resultará na exibição da caixa de diálogo *solver* parameters, como é apresentado na Figura 10. Nessa etapa o problema é configurado, identificando as células que contêm as variáveis, a função objetivo e as restrições do problema. A partir disso o usuário pode ajustar diversas opções do *solver* para otimizar, de acordo com o problema que deseja solucionar.

Figura 10 - Solver Parameters.



Fonte: Autor (2024).

No presente trabalho, é importante selecionar a opção “Tornar variáveis Irrestritas Não Negativas” com a finalidade de evitar o surgimento de valores negativos nas variáveis de projeto, que nesse caso é a seção transversal da viga no processo de otimização estrutural. Com isso é possível garantir que todas as dimensões da viga sejam mantidas com valores positivos, definindo o problema de maneira adequada para que não ocasione erros grosseiros no projeto. Por fim, para concluir o processo de otimização, a opção “Resolver” deve ser selecionada permitindo que o programa calcule a solução ótima.

3.15 Ferramenta MATLAB

Como apresentado por Arora (2017), o MATLAB é uma ferramenta computacional que pode ser utilizada para uma variedade de finalidades, incluindo o desenvolvimento de matrizes, a construção de gráficos em até três dimensões, além de trabalhar com números reais e complexos, entre muitas outras funcionalidades. A seguir, são apresentados alguns métodos de otimização que podem ser aplicados no software. Para uma compreensão mais profunda

e para seleccionar o método mais adequado ao seu problema específico, recomenda-se a consulta à bibliografia de Arora (2017):

- ***fminbnd***: Este método utiliza o algoritmo baseado na busca da Seção Áurea e na interpolação parabólica para encontrar o mínimo de uma função unidimensional.
- ***fminunc***: Emprega o algoritmo quasi-Newton com um procedimento de busca de linha cúbica. Esse método utiliza a fórmula BFGS para atualizar a aproximação da matriz Hessiana e é especialmente adequado para otimização sem restrições.
- ***fminsearch***: Utiliza o método Nelder-Mead simplex para encontrar o mínimo de uma função multivariada. É eficaz para otimização sem restrições quando o gradiente da função não está disponível.
- ***fmincon***: Implementa quatro algoritmos diferentes para otimização com restrições: ponto interior, SQP (Sequential Quadratic Programming), conjunto ativo e região de confiança reflexiva. Cada um desses algoritmos é adequado para diferentes tipos de problemas de otimização com restrições.
- ***linprog***: Este método é usado para resolver problemas de programação linear e utiliza o algoritmo Dual-Simplex.
- ***quadprog***: É usado para resolver problemas de programação quadrática e pode empregar o algoritmo "interior-point-convex" ou o algoritmo "trust-region-reflective", dependendo das características do problema.

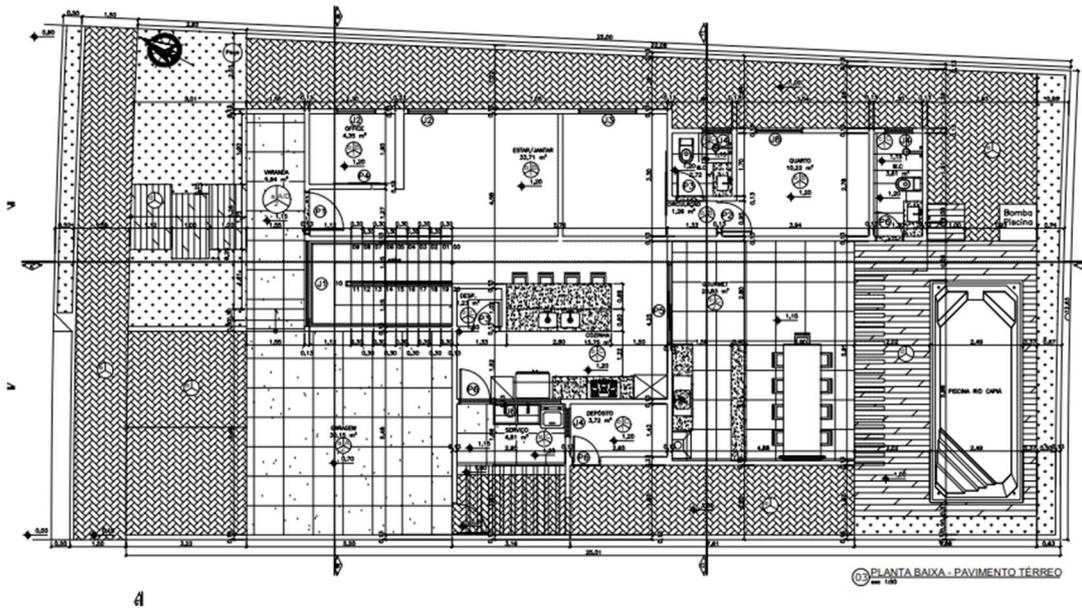
De acordo com Soubhia (2010), a função *fmincon* é utilizada em situações de otimização não linear restrita, onde o objetivo é encontrar um valor mínimo de uma função escalar de várias variáveis a partir de um chute inicial. Além disso, o autor destaca que essa função suporta duas categorias de problemas: os de grande porte e os de médio porte. Essa flexibilidade torna a *fmincon* uma ferramenta valiosa para a resolução de uma ampla gama de problemas de otimização.

Arora (2017) destaca que a função *fmincon* pode realizar a minimização com restrição, ou seja, encontrar uma solução mínima atendendo a um conjunto de condições impostas. Devido a isso, a função se torna muito atrativa para realizar a otimização de vigas de concreto armado, por isso, diante dos benefícios apresentados a função será usada para comparar os resultados encontrados no excel e no matlab. Para mais informação sobre os métodos de otimização disponíveis no MATLAB, recomenda-se a leitura do material de Arora (2017), em “*Introduction to Optimum Design*”.

4. METODOLOGIA

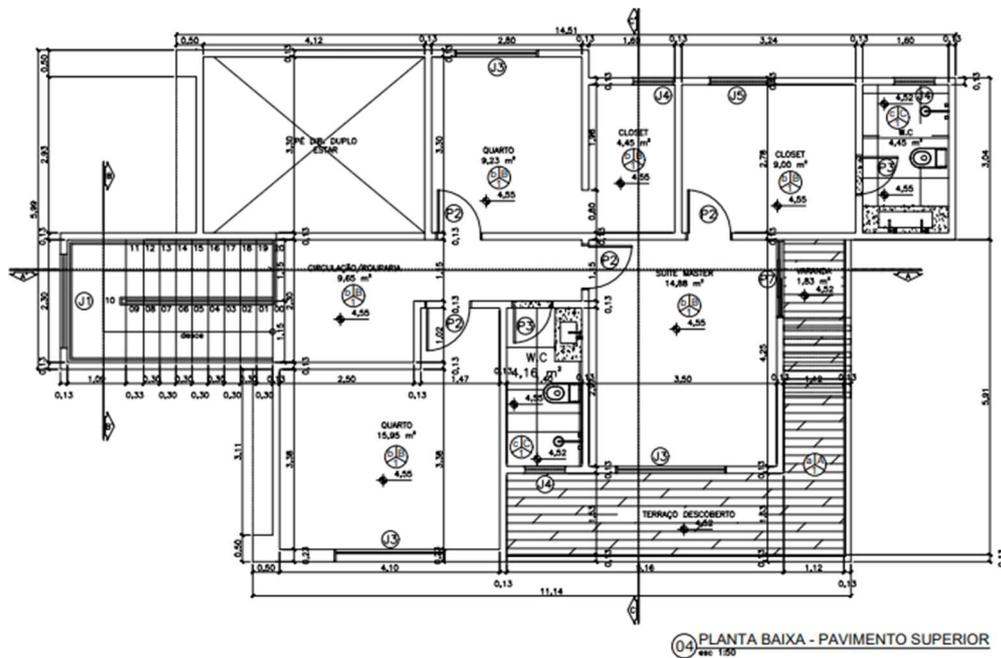
A análise e o dimensionamento estrutural foram realizados com base nas plantas do projeto arquitetônico de uma residência, que incluem as plantas baixas, cortes e fachadas. As figuras 11 e 12 apresentam as plantas baixas do pavimento térreo e do pavimento superior, respectivamente. A documentação completa, em resolução adequada encontra-se no anexo B.

Figura 11 - Planta baixa do pavimento térreo.



Fonte: Autor (2023).

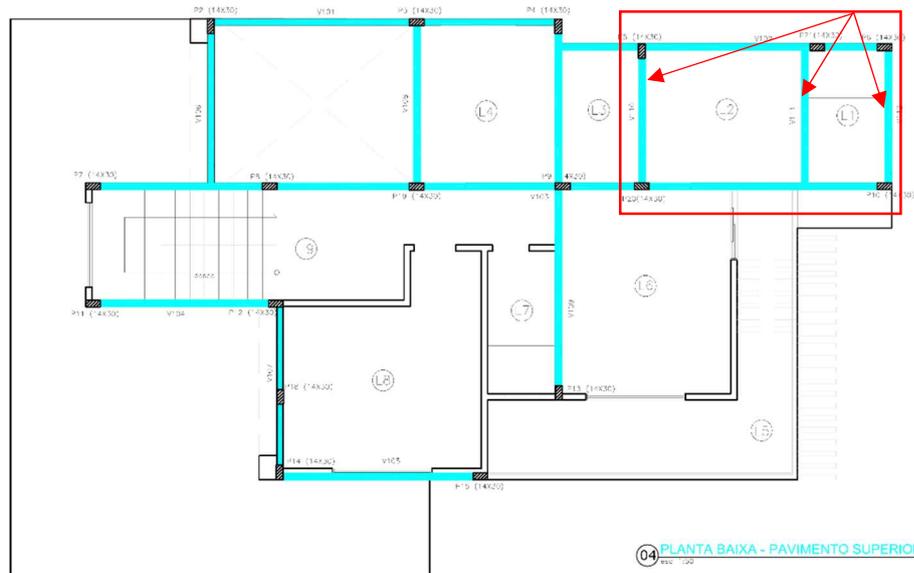
Figura 12 - Planta Baixa do Pavimento Superior



Fonte: Autor (2023).

O projeto envolve uma construção de dois pavimentos de uso residencial, com estrutura de concreto armado composta por lajes, vigas e pilares. Para o dimensionamento, foi utilizado aço CA-50 e concreto com resistência característica (f_{ck}) de 25 MPa. A classe de agressividade adotada na estrutura foi definida como Tipo II, conforme estabelecido na tabela 6.1 da NBR 6118/2023. A Figura 13 ilustra a locação das lajes, vigas e pilares, permitindo identificar as vigas que foram otimizadas neste trabalho.

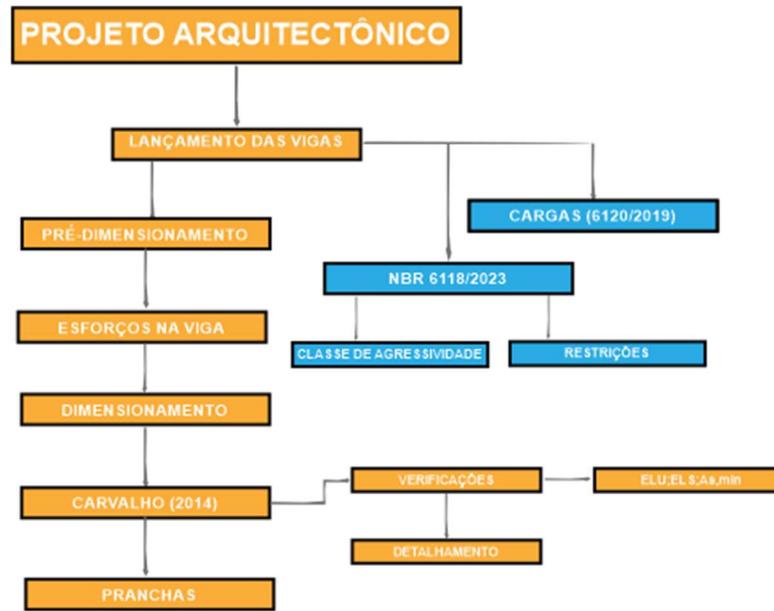
Figura 13 - Locação das vigas e dos pilares do Pavimento. Superior.



Fonte: Autor (2023).

As vigas foram dimensionadas de acordo com as diretrizes convencionais estabelecidas pela NBR 6118/2023, que normatiza o projeto de estruturas de concreto armado no Brasil. Estas vigas, caracterizadas como biapoiadas, foram selecionadas para serem submetidas ao processo de otimização estrutural utilizando a função *solver* no software *Excel* e *fmincon* no Matlab. Esses recursos permitem ajustes nos parâmetros do projeto, visando uma configuração economicamente viável e segura. O fluxograma apresentado na Figura 14 ilustra o raciocínio adotado para o dimensionamento convencional das três vigas avaliadas.

Figura 14 – Fluxograma de dimensionamento

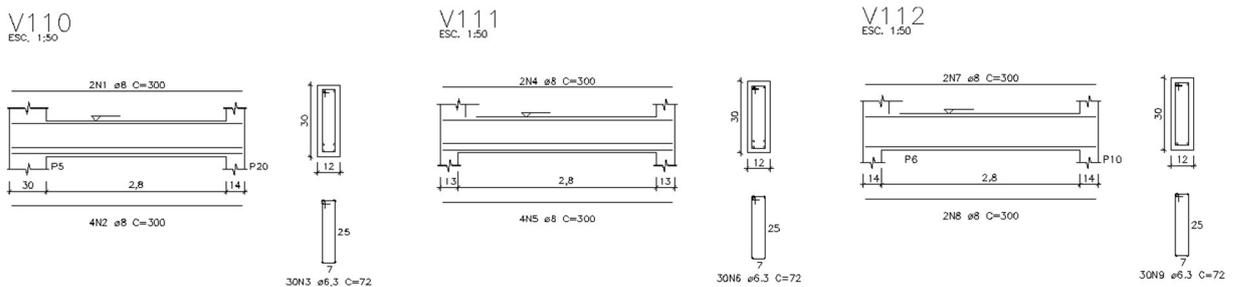


Fonte: Autor (2024)

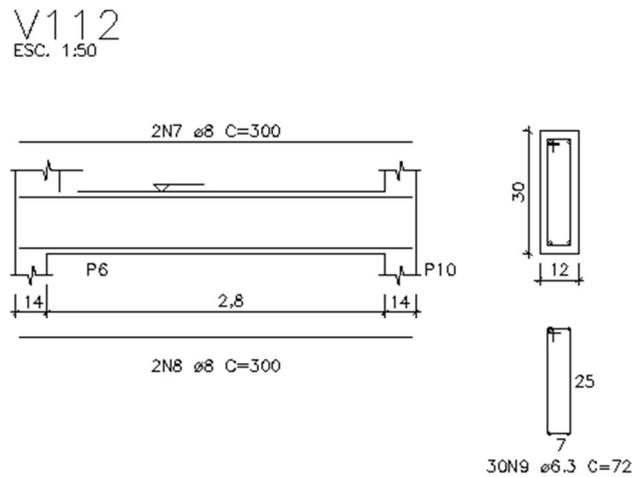
O estudo concentra-se em três vigas: V110, V111 e V112. As vigas são ilustradas nas Figura 15, 16 e 17 respectivamente, que detalham seu dimensionamento pelo método convencional, observa-se que as três vigas compartilham a mesma seção transversal, com dimensões de 12×30 cm. Essas vigas serão otimizadas e testadas sob diferentes condições, incluindo alteração de bitola, variação de cargas, comparativo de orçamentos em diferentes regiões e testes para diferentes tipos de f_{ck} .

É importante destacar que as vigas V110 e V111 possuem parâmetros semelhantes. Portanto, a otimização de uma delas é suficiente para ambas. No entanto, se a análise for realizada em formato de pórtico, é necessário considerar que essas vigas estão apoiadas em pilares com seções transversais distintas. Por essa razão, os resultados serão apresentados para ambas as vigas.

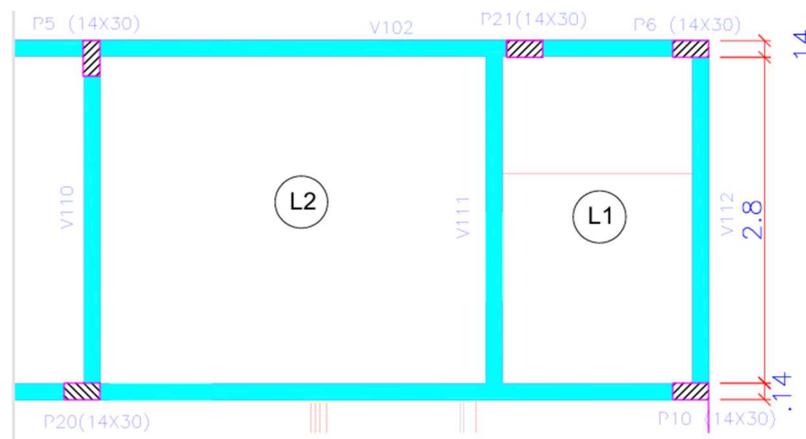
Figura 15 - Detalhamento das vigas V110 e V111



Fonte: Autor 2024.

Figura 16 - Detalhamento da viga 112.

Fonte: Autor 2024.

Figura 17 - Visualização aproximada das vigas

Fonte: Autor 2024.

As dimensões das vigas, as configurações da área de aço e as quantidades de concreto foram cuidadosamente ajustadas para alcançar o modelo mais econômico, com objetivos de minimizar o volume de concreto, além de respeitar os limites, os padrões de segurança e os desempenhos prescritos.

As variáveis de projeto utilizadas para o dimensionamento otimizado estão apresentadas na Tabela 1. Nela, o intervalo de variação da seção transversal foi delimitado, e o valor inicial utilizado foi o encontrado no modelo convencional, que antes era de 12x30 cm. O limite superior foi fixado em 60 cm para evitar o uso da armadura de pele na estrutura otimizada, conforme estabelecido pela NBR 6118/2023, no item 17.3.5.2.3.

Tabela 1 - Variações de projeto.

<i>VARIÁVEIS DE PROJETO</i>					
Variável	Limite Inferior	Valor inicial de projeto	Limite Superior	Símbolo	Unidade
Largura da Seção	12	12	20	<i>b</i>	cm
Altura da Seção	25	30	60	<i>h</i>	cm

Fonte: Autor 2024.

Os dados relativos aos parâmetros utilizados nas vigas encontram-se detalhados na Tabela 2. Com base nesses dados, procedeu-se o dimensionamento da seção transversal que oferece a otimização mais favorável em termos de custo.

Tabela 2 - Dados necessário para otimizar

<i>PARÂMETROS</i>		
NOME	SIMBOLO	UNIDADE
Força normal característica	Nk	kN/m
Comprimento da viga	L	m
Momento fletor característico.	Mk	kN.cm
Momento fletor solicitante de cálculo.	Md	kN.cm
Resistência característica à compressão do concreto	Fck	MPa
Resistência do concreto à tração direta	Fcd	kN/cm ²
Resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura passiva	Fyd	kN/cm ²
Força cortante solicitante de cálculo	Vsd	kN

Continuação da tabela 2: Dados necessários para otimizar.

<i>PARÂMETROS</i>		
<i>NOME</i>	<i>SIMBOLO</i>	<i>UNIDADE</i>
Resistência de cálculo do concreto à tração direta	F_{ctd}	MPa
Taxa geométrica mínima de armadura longitudinal de vigas e pilares	ρ_{min} – tabela	%
Coefficiente	α_v	-
Diâmetro Barra de aço longitudinal de tração	Φ_l	mm
Diâmetro da barra de aço longitudinal de compressão	Φ_t	mm
Cobrimento nominal	c	cm
Distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada até a borda comprimida de concreto;	d'	cm
Taxa geométrica de armadura longitudinal de tração	ρ	kg/m^3
Coefficiente para seções retangulares	A	-
Resistência média à tração do concreto	F_{ctm}	kN/cm^2
Parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade	α_E	-
Coefficiente	α_i	-
Módulo de elasticidade ou módulo de deformação inicial do concreto no instante t_0	E_{ci}	MPa
Módulo de deformação secante do concreto	E_{cs}	MPa
Módulo de elasticidade do aço de armadura passiva	E_s	MPa
Coefficiente	α_e	-
Coefficiente da fecha diferida no tempo	α_f	-
Diâmetro das barras de armadura transversal	Φ_t	mm

Fonte: Autor (2024).

A consideração das informações normativas é de suma importância, uma vez que a viga deve atender às restrições estabelecidas. Os dados calculados estão detalhados na Tabela 3 apresentando o nome, sua simbologia e sua unidade de medida. Vale destacar que as cargas apresentadas são provenientes do dimensionamento das lajes.

Tabela 3 - Valores utilizados como parâmetro.

<i>PARÂMETROS</i>				
NOME	SIMBOLO	VALOR DAS VIGAS		UNIDADE
		<i>V112</i>	<i>V110=V111</i>	
Força normal característica	Nk	4,23	8,15	kN/m
Comprimento da viga	L	2,93	2,93	m
Momento fletor característico.	Mk	453,93	874,59	kN.cm
Momento fletor solicitante de cálculo.	Md	635,50	1224,42	kN.cm
Resistência característica à compressão do concreto	fck	25,00	25,00	MPa
Resistência do concreto à tração direta	fcd	1,79	1,79	kN/cm ²
Resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura passiva	fyd	43,48	43,48	kN/cm ²
Força cortante solicitante de cálculo	Vsd	8,68	16,72	kN
Resistência de cálculo do concreto à tração direta	fctd	1,28	1,28	MPa
Taxa geométrica mínima de armadura longitudinal de vigas e pilares	p _{min} - tabela	0,15	0,15	%
Coefficiente	α _v	0,90	0,90	-
Diâmetro Barra de aço logitudinal de tração	φ _l	8,00	8,00	mm
Diâmetro da barra de aço logitudinal de compressão	φ _t	8,00	8,00	mm
Cobrimento nominal	c	3,00	3,00	cm
Distância entre o centro de gravidade da armadura tracionada até a borda comprimida de concreto;	d'	4,43	4,43	cm
Taxa geométrica de armadura longitudinal de tração	ρ	7800,00	7800,00	kg/m ³
Coefficiente para seções retangulares	α	1,50	1,50	-
Resistência média à tração do concreto	fctm	0,26	0,26	kN/cm ²

Continuação da tabela 3: Valores utilizados como parâmetro.

PARÂMETROS				
NOME	SIMBOLO	VALOR DAS VIGAS		UNIDADE
		V112	V110=V111	
Parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade	αE	1,00	1,00	-
Coefficiente	αi	0,86	0,86	-
Módulo de elasticidade ou módulo de deformação inicial do concreto no instante t_0	E_{ci}	28000,00	28000,00	MPa
Módulo de deformação secante do concreto	E_{cs}	24150,00	24150,00	MPa
Módulo de elasticidade do aço de armadura passiva	E_s	210000,00	210000,00	MPa
Coefficiente	αe	8,70	8,70	-
Coefficiente da fecha diferida no tempo	αf	1,32	1,32	-
Diâmetro das barras de armadura transversal	φ_t	6,30	6,30	mm

Fonte: Autor (2024).

Na tabela 04, são explicitadas as variáveis dependentes que devem ser calculadas para atender às restrições e realizar o dimensionamento da viga de concreto armado de seção retangular. Essa tabela segue a mesma lógica organizacional utilizada anteriormente.

Tabela 4 - Informações usadas para otimizar

VARIÁVEIS DEPENDENTES		
NOME	SIMBOLO	UNIDADE
Altura útil	d	cm
Linha neutra	x	cm
Braço de alavanca	z	cm
Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada	y_t	cm

Continuação da tabela 4: Informações usadas para calcular.

<i>VARIÁVEIS DEPENDENTES</i>		
NOME	SIMBOLO	UNIDADE
Momento de inércia da seção bruta	Ic	cm ⁴
Momento de fissuração	Mr	kN.cm
Posição da linha neutra	Xii'	cm
Posição da linha neutra	Xii''	cm
Posição da linha neutra adotada	Xii-ad	cm
Momento de inércia no estágio II	Iii	cm ⁴
Módulo de elasticidade x inércia equivalente	EIeq	kN.cm ²

Fonte: Autor 2024.

A otimização estrutural das vigas estudadas foi realizada com base nas restrições normativas de projetos, onde o objetivo é garantir a segurança e uma economia eficiente para as vigas. Essas restrições, são detalhadas na tabela 5, e são importantes para a determinação dos parâmetros da seção transversal, além de se destacar para a escolha dos materiais e métodos construtivos eficazes. Cada restrição foi cuidadosamente definida para assegurar que as vigas atendam os requisitos mínimos de resistência e desempenho, conforme apresentado pela NBR 6118 (2023). Vale ressaltar que a metodologia utilizada consiste em verificar a conformidade de variável dependente em relação aos limites estabelecidos, analisando se os valores calculados para os momentos fletores, força de cisalhamento, áreas de aço, e outras variáveis, estão dentro das faixas permitidas.

Além disso, as restrições consideram a relação entre dimensões da viga, sendo elas a altura e a largura, e materiais como o concreto e o aço. Para que não haja um superdimensionamento ou subdimensionamento, resultando em uma estrutura ineficiente e insegura. A tabela 05 resume as restrições destacando as relações críticas que foram monitoradas ao longo de todo o processo de dimensionamento. Vale destacar que cada uma das relações apresentadas, foi inserida no software *excel* na ferramenta *solver*, permitindo a verificação automática nas seções transversais das vigas.

Tabela 5 - Restrição da otimização

RESTRIÇÕES				
<i>NOME DOS TERMOS</i>	<i>NOMECLATURA</i>	<i>CONDIÇÃO</i>	<i>VALOR</i>	<i>UNIDADE</i>
Diferença entre momento solicitante e momento limite	Msd - Mlim	<=	0	-
Diferença entre força solicitante e força resistente nas bielas	Vsd - VRd2,1	<=	0	-
Diferença entre base mínima e base da viga	12 - bw	<=	0	-
Diferença entre base da viga e base máxima	bw - 20	<=	0	-
Diferença entre altura mínima e altura da viga	25 - h	<=	0	-
Diferença entre altura da viga e altura máxima	h - 60	<=	0	-
Relação entre linha neutra e altura útil	x/d	=	0,45	-
Diferença entre área de aço mínima e soma das áreas de aço de tração e compressão	Asmin - (Ast + Asc)	<=	0	-
Diferença entre soma das áreas de aço de tração e compressão e área de aço máxima	(Ast + Asc) - Asmax	<=	0	-
Diferença entre 2 e relação comprimento/altura	2 - L/h	<=	0	-
Diferença entre flecha total diferida e flecha limite	δ_{total} - δ_{limite}	<=	0	cm

Fonte: Autor 2024.

Com base nos dados apresentados, este trabalho será estruturado em quatro cenários de avaliação distintos. O primeiro cenário está diretamente relacionado a otimização das vigas, utilizando barras de aço com diâmetro de 8mm. A partir dessa otimização, serão avaliados os custos de execução das três vigas otimizadas. Em seguida, esses custos serão comparados aos das vigas dimensionadas de forma convencional, permitindo uma análise detalhada das diferenças entre os métodos estudados.

No segundo cenário, a otimização será realizada com barras de aço de 10 mm, e a mesma comparação de custos será efetuada, seguindo a abordagem adotada no primeiro

cenário. Dessa maneira, será possível verificar como a variação no diâmetro das barras de aço podem influenciar no custo e no seu comportamento estrutural.

O terceiro cenário avaliará o comportamento da estrutura em função da variação da resistência característica do concreto (f_{ck}). Serão analisadas as interferências dessa variação no custo de execução, bem como na determinação do volume de concreto utilizado, que é um dos fatores da função objetivo. Esse cenário permitirá observar como diferentes níveis de resistência afetam o custo global e a eficiência da estrutura.

Por fim, no quarto cenário, será realizado um comparativo de orçamento entre dois estados brasileiros. Esse comparativo possibilitará a análise da variação percentual de custos, permitindo verificar se há benefícios significativos em otimizar a estrutura, dependendo do local de execução. Esse estudo comparativo proporcionará uma visão clara sobre as vantagens econômicas da otimização estrutural em diferentes contextos regionais.

Os custos serão avaliados conforme apresentado na Tabela 6, onde os valores estarão computando os serviços envolvidos e os preços dos insumos, ou seja, o valor final apresentará o preço da composição ORSE/SINAPI. Vale destacar que a composição dos itens que alteram apenas o f_{ck} são muito semelhantes, por isso, para que não fique redundante será exposto apenas um na tabela.

Tabela 6 - Custo do f_{ck} das vigas

PREÇO DOS SERVIÇOS E DOS INSUMOS PARA EXECUÇÃO DAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO OS PREÇOS FORAM TIRADOS DO SINAPI (04/2024) E DO ORSE (04/2024)			
CODIGO	ITEM	UNIDADE	PREÇO
94964	Concreto $f_{ck} = 20\text{mpa}$, traço 1:2,7:3 (em massa seca de cimento/ areia média/ brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400 l. Af_05/2021	m^3	477,09
94965	Concreto $f_{ck} = 25\text{mpa}$, traço 1:2,3:2,7 (em massa seca de cimento/ areia média/ brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400 l. Af_05/2021	m^3	462,54
94966	Concreto $f_{ck} = 30\text{mpa}$, traço 1:2,1:2,5 (em massa seca de cimento/ areia média/ brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400 l. Af_05/2021	m^3	480,41
94967	Concreto $f_{ck} = 40\text{mpa}$, traço 1:1,6:1,9 (em massa seca de cimento/ areia média/ brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400 l. Af_05/2021	m^3	554,79

Continuação da tabela 6: Custo do f_{ck} das vigas

COMPOSIÇÃO DO ITEM (Cod:94964)			
CÓDIGO	ITEM	UNIDADE	PREÇO
0370/SINAPI	Areia media - posto jazida/fornecedor (retirado na jazida, sem transporte)	m^3	-
01379/SINAPI	Cimento portland composto cp ii-32	kg	-
04721/SINAPI	Pedra britada n. 1 (9,5 a 19 mm) posto pedreira/fornecedor,sem frete	m^3	-
88316/SINAPI	Servente com encargos complementares	h	-
88377/SINAPI	Operador de betoneira estacionária/misturador com encargos complementares	h	-
88830/SINAPI	Betoneira capacidade nominal de 400 l, capacidade de mistura 280 l, motor elétrico trifásico potência de 2 cv, sem carregador - chp diurno. af_05/2023	chp	-
88831/SINAPI	Betoneira capacidade nominal de 400 l, capacidade de mistura 280 l, motor elétrico trifásico potência de 2 cv, sem carregador - chi diurno. af_05/2023	Chi	-

Fonte: Autor (2024).

Os custos apresentados na Tabela 7 expõem os valores das barras de aço e sua composição, considerando diferentes bitolas. Dessa forma, o leitor terá uma noção clara da formação do preço do aço utilizado na execução das vigas de concreto armado. Vale ressaltar que a composição de cada item apresentado pode ser encontrada de forma atualizada no ORSE.

Tabela 7 - Custo do aço nas vigas

PREÇO DOS SERVIÇOS E DOS INSUMOS PARA EXECUÇÃO DAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO OS PREÇOS FORAM TIRADOS DO SINAPI (04/2024) E DO ORSE (04/2024)			
CODIGO	ITEM	UNIDADE	PREÇO
92801	Corte e dobra de aço ca-50, diâmetro de 6,3 mm. Af_06/2022	Kg	10,86
92802	Corte e dobra de aço ca-50, diâmetro de 8,0 mm. Af_06/2022	Kg	7,38
92803	Corte e dobra de aço ca-50, diâmetro de 10,0 mm. Af_06/2022	Kg	10,08

Continuação da tabela 7: Custo do aço nas vigas

PREÇO DOS SERVIÇOS E DOS INSUMOS PARA EXECUÇÃO DAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO OS PREÇOS FORAM TIRADOS DO SINAPI (04/2024) E DO ORSE (04/2024)

CÓDIGO	ITEM	UNIDADE	PREÇO
92760	Armação de pilar ou viga de estrutura convencional de concreto armado utilizando aço ca-50 de 6,3 mm - montagem. Af_06/2022	Kg	13,91
92761	Armação de pilar ou viga de estrutura convencional de concreto armado utilizando aço ca-50 de 8,0 mm - montagem. Af_06/2022	Kg	13,33
92762	Armação de pilar ou viga de estrutura convencional de concreto armado utilizando aço ca-50 de 10,0 mm - montagem. Af_06/2022	Kg	11,96

COMPOSIÇÃO DO ITEM (Cod: 92801)

00032/SINAPI	Aço ca-50, 6,3 mm, vergalhão	Kg	-
88245/SINAPI	Armador com encargos complementares	h	-
88238/SINAPI	Ajudante de armador com encargos complementares	H	-

COMPOSIÇÃO DO ITEM (Cod: 92760)

43132/SINAPI	Arame recozido 16 bwg, d = 1,65 mm (0,016 kg/m) ou 18 bwg, d = 1,25 mm (0,01 kg/m)	Kg	-
39017/SINAPI	Espaçador / distanciador circular com entrada lateral, em plástico, para vergalhão *4,2 a 12,5* mm, cobertura 20 mm	Un	-
88238/SINAPI	Ajudante de armador com encargos complementares	H	-
88245/SINAPI	Armador com encargos complementares	H	-
92801/SINAPI	Corte e dobra de aço ca-50, diâmetro de 6,3 mm. af_06/2022	Kg	-

Fonte: Autor 2024

Na Tabela 8, estão apresentados os valores para a montagem das fôrmas das vigas. Serão detalhados os custos e a composição, de modo que o leitor possa compreender os insumos e serviços envolvidos na formação dos preços apresentados.

Tabela 8 - Custo de fôrma nas vigas

PREÇO DOS SERVIÇOS E DOS INSUMOS PARA EXECUÇÃO DAS FORMAS DAS VIGAS DE CONCRETO ARMADO OS PREÇOS FORAM TIRADOS DO SINAPI (04/2024) E DO ORSE (04/2024)			
CÓDIGO	ITEM	UNIDADE	PREÇO
92266	Chapa/painel de madeira compensada plastificada (madeirite plastificado) para forma de concreto, de 2200 x 1100 mm, e = 18 mm	m ²	120,28
92451	Montagem e desmontagem de fôrma de viga, escoramento com garfo de madeira, pé-direito simples, em chapa de madeira resinada, 2 utilizações. Af_09/2020	m ²	209,05

COMPOSIÇÃO DO ITEM (Cod: 92451)

02692/SINAPI	Desmoldante protetor para formas de madeira, de base oleosa emulsionada em água	l	-
06193/SINAPI	Tabua não aparelhada *2,5 x 20* cm, em maçaranduba/Massaranduba, angelim ou equivalente da região - bruta	m	-
40304/SINAPI	Prego de aço polido com cabeça dupla 17 x 27 (2 1/2 x 11)	kg	-
88239/SINAPI	Ajudante de carpinteiro com encargos complementares	h	-
88262/SINAPI	Carpinteiro de formas com encargos complementares	h	-
92265/SINAPI	Fabricação de fôrma para vigas, em chapa de madeira compensada resinada, e = 17 mm. af_09/2020	m ²	-
92272/SINAPI	Fabricação de escoras de viga do tipo garfo, em madeira. af_09/2020	m	-

Fonte: Autor 2024

A função objetivo é composta pelo custo total (CT), onde a mesma será a soma dos custos de fôrma (CF), custo de concreto (CC) e o custo do aço (CA). Dito isso, têm-se a seguinte equação para encontrar o valor:

$$CT = CF + CC + CA$$

5. RESULTADOS

5.1 Otimização usando o Excel (*Solver*)

Inicialmente, as vigas biapoiadas foram dimensionadas seguindo as diretrizes convencionais da NBR 6118/2023. A otimização foi realizada utilizando a função *Solver* do Excel, e Matlab *fmincon*, com o objetivo de encontrar uma configuração mais econômica que ainda estivesse dentro dos limites de segurança e serviço estabelecidos pela norma.

As vigas 110 e 111, por possuírem propriedades e cargas idênticas, passaram pelo processo de otimização em conjunto, sendo a otimização de uma delas suficiente para determinar o comportamento otimizado de ambas.

A Tabela 9 apresenta os limites e valores das variáveis de projeto para as vigas otimizadas.

Tabela 9 - Resultado da seção transversal otimizada.

VARIÁVEIS DE PROJETO					
NOME	LIMITE INFERIOR	SIMBOLO	VALOR	LIMITE SUPERIOR	UNIDADE
base	12	b	12	20	cm
altura	25	h	25	60	cm

Fonte: Autor 2024.

Os resultados indicam que as vigas otimizadas apresentaram seções transversais com bases de 12 cm e alturas de 25 cm. Estes valores são os mínimos permitidos pelas restrições impostas, sugerindo que o *Solver* conseguiu identificar a solução mais econômica possível sendo ela equivalente ao limite inferior estabelecidos.

Os custos dos materiais para as seções transversais otimizadas são apresentados nas Tabelas 10 e 11 para bitolas de 10 mm e 8 mm, respectivamente. Nessas Tabelas são apresentados o custo total para cada material, sendo C_c o custo do concreto, C_a o custo do aço e C_f o custo da fôrma.

Tabela 10 - Seção transversal otimizada com \varnothing 10 mm.

DIVISÃO DE CUSTOS					
VIGAS	<i>Cc</i>	<i>Ca</i>	<i>Cf</i>	CUSTO TOTAL	UNIDADE
V112	43,81	96,48	598,26	738,55	R\$
V111=V110	43,81	137,32	598,26	779,39	R\$

Fonte: Autor (2024).

Tabela 11 - Seção transversal otimizada com \varnothing 8 mm.

DIVISÃO DE CUSTOS					
VIGAS	<i>Cc</i>	<i>Ca</i>	<i>Cf</i>	CUSTO TOTAL	UNIDADE
V112	43,81	94,52	598,26	736,59	R\$
V111=V110	43,81	133,70	598,26	775,77	R\$

Fonte: Autor (2024).

Para comparação, os custos das vigas dimensionadas pelo método de Carvalho e Figueiredo Filho (2014) com bitolas de 8mm são apresentados na Tabela 12:

Tabela 12 - Seção transversal dimensionada convencional.

DIVISÃO DE CUSTOS					
VIGAS	<i>Cc</i>	<i>Ca</i>	<i>Cf</i>	CUSTO TOTAL	UNIDADE
V112	52,57	85,66	694,75	832,99	R\$
V111=V110	52,57	117,18	694,75	864,51	R\$

Fonte: Autor (2024).

Os dados mostram que a otimização com bitola de 8mm economiza cerca de R\$ 273,03, equivalente a 10,65%, enquanto com bitola de 10mm economiza cerca de R\$ 266,35, equivalente a 10,39% em relação ao método de Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

A Tabela 13 apresenta como a resistência do concreto (f_{ck}) interfere no custo e no cálculo do volume utilizando a bitola de 8mm.

Tabela 13 - Custos da viga otimizada 12x25 com \varnothing 8 mm

DIVISÃO DE CUSTOS					
VIGAS ($F_{ck}=20$)	C_c	C_a	C_f	CUSTO TOTAL	UNIDADE
V112	41,94	92,17	598,26	732,37	R\$
V110=V111	41,94	131,36	598,26	771,55	R\$
VIGAS ($F_{ck}=25$)	C_c	C_a	C_f	CUSTO TOTAL	UNIDADE
V112	43,81	94,52	598,26	736,59	R\$
V111=V110	43,81	133,70	598,26	775,77	R\$
VIGAS ($F_{ck}=30$)	C_c	C_a	C_f	CUSTO TOTAL	UNIDADE
V112	45,38	96,71	598,26	740,35	R\$
V111=V110	45,38	135,89	598,26	779,53	R\$
VIGAS ($F_{ck}=40$)	C_c	C_a	C_f	CUSTO TOTAL	UNIDADE
V112	51,92	100,75	598,26	750,93	R\$
V111=V110	51,92	139,93	598,26	790,11	R\$

Fonte: Autor (2024).

Mesmo com a variação do f_{ck} , a viga otimizada se manteve com uma seção transversal de 12 x 25 cm. Isso ocorre, porque as cargas aplicadas nas vigas não são elevadas, ou seja, não exigem seções transversais maiores do que a mínima necessária para atender às exigências de resistência e rigidez. Dessa forma, o *Solver* é capaz de selecionar a seção mínima sem comprometer a segurança e a economia para execução da viga. Além disso é possível concluir essa análise com base nos resultados apresentados na tabela 14, onde se observa que a variação da carga distribuída implica que as vigas V110 e V111 necessitam de seções transversais cada vez maiores para atender as normas de segurança.

Diante do aumento da resistência característica do concreto (f_{ck}), observou-se que as seções transversais podem ser menores, resultando em uma redução do custo do volume de concreto utilizado. Vale destacar que a carga real do vão não é alta o suficiente para gerar

alterações na seção otimizada da V112. Essa conclusão é corroborada pela análise da seção transversal da V112, que mesmo diante do aumento da carga, não apresentou modificações em sua seção. Isso demonstra que a estrutura foi dimensionada de forma eficiente, mantendo sua integridade e desempenho sem a necessidade de ajustes significativos.

Tabela 14 - Variação de carga na viga otimizada 12x25 com \varnothing 8 mm

VARIACÃO DE CARGAS (%)					
VIGAS ($F_{ck}=20$)	30%	50%	70%	90%	110%
SEÇÃO TRANSVERSAL					
V112	12x25	12x25	12x25	12x25	12x25,17
V110=V111	12x26,47	12x27,5	12x28,36	12x29,11	12x29,75
VIGAS ($F_{ck}=25$)	30%	50%	70%	90%	110%
V112	12x25	12x25	12x25	12x25	12x25
V111=V110	12x25,44	12x26,51	12x27,42	12x28,2	12x28,88
VIGAS ($F_{ck}=30$)	30%	50%	70%	90%	110%
V112	12x25	12x25	12x25	12x25	12x25
V111=V110	12x25	12x25,66	12x26,59	12x27,4	12x28,11

Fonte: Autor (2024).

Nota-se na Tabela 13 que um f_{ck} de 20 MPa proporciona economias relativamente significativas, respeitando todas as restrições de projeto e resultando em uma viga mais econômica. Mesmo utilizando concreto com resistência de 40 MPa, a viga otimizada ainda é mais econômica do que a dimensionada pelo método de Carvalho e Figueiredo Filho (2014) que obteve um resultado no custo total para as vigas V112 de R\$ 832,99, e para a V111 e V110 de R\$ 864,51.

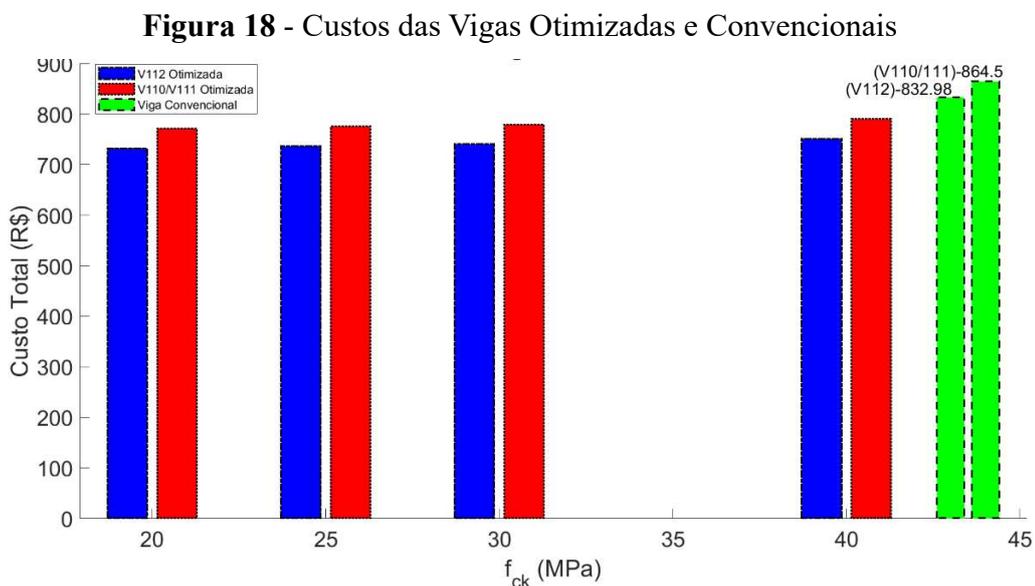
De acordo com a tabela 13, a distribuição dos custos para a execução das vigas em termo percentual está dividida da seguinte forma: o custo da fôrma representa, em média, 78,81% do custo total, o aço 15,16% e o concreto 6,024%. Logo, os resultados sugerem que em

situações onde não é possível reduzir o custo das fôrmas, pode-se aumentar o f_{ck} do concreto para aumentar a resistência da viga, minimizando a área de aço necessária. Entretanto, é importante lembrar que a redução da área de aço não é uma regra absoluta, pois depende das condições específicas de cada projeto, incluindo as cargas aplicadas, a geometria da seção e as exigências normativas. Neste trabalho, é perceptível, que mesmo com o aumento do f_{ck} , houve um acréscimo no custo do aço, esse aumento na verdade, é consequência das restrições impostas em projeto, para assegurar um desempenho adequado.

Vale ressaltar que o custo da fôrma tem alguns componentes envolvidos para sua montagem e desmontagem como uso de tábua não aparelhada, pregos, desmoldante, mão de obra qualificada, entre outros fatores, que elevam significativamente o custo total, esses materiais precisam ser duráveis. Outro fator que contribui para o aumento do custo é a fabricação de fôrma de madeira compensada resinada e o escoramento com garfos de madeira.

Considerando a execução hipotética de três vigas V112 e sete vigas V110, totalizando dez vigas de concreto armado, os resultados indicam uma economia significativa em comparação com o método convencional. Utilizando um f_{ck} de 20 MPa nas vigas otimizadas, o contratante economizaria R\$ 952,58. Mesmo com um f_{ck} de 40 MPa, a economia seria de R\$ 766,98, demonstrando que, mesmo com um concreto de maior resistência, o custo total ainda seria menor.

A Figura 18 apresenta a comparação dos custos totais das vigas otimizadas para diferentes f_{ck} s e o custo total das vigas dimensionadas convencionalmente. Os dados mostram que, independentemente da resistência do concreto (f_{ck}), as vigas otimizadas são mais econômicas que as convencionais.



Fonte: Autor (2024).

Analisando os resultados, verifica-se que as vigas otimizadas são seguras, pois respeitam todas as restrições estabelecidas pela norma. Além da segurança, é possível obter um ganho financeiro significativo em comparação com o método convencional. Essa metodologia pode ser aplicada em projetos maiores, como sobrados, resultando em uma economia considerável devido à quantidade de vigas necessárias.

Os resultados obtidos na tabela 15, expõe o custo da viga de acordo com a SINAPE/BA para cada um dos fcks.

Tabela 15 - Viga otimizada 12x25 com \varnothing 8 mm, para diferentes fcks

DIVISÃO DE CUSTOS				
VIGAS ($F_{ck}=20$)	<i>Cc</i>	<i>Ca</i>	<i>Cf</i>	CUSTO TOTAL (R\$)
V112	50,75	85,91	619,24	755,89
V110=V111	50,75	123,16	619,24	793,15
VIGAS ($F_{ck}=25$)	<i>Cc</i>	<i>Ca</i>	<i>Cf</i>	CUSTO TOTAL
V112	52,32	88,05	619,24	759,61
V111=V110	52,32	125,31	619,24	796,87
VIGAS ($F_{ck}=30$)	<i>Cc</i>	<i>Ca</i>	<i>Cf</i>	CUSTO TOTAL
V112	53,89	90,06	619,24	763,19
V111=V110	53,89	127,31	619,24	800,45
VIGAS ($F_{ck}=40$)	<i>Cc</i>	<i>Ca</i>	<i>Cf</i>	CUSTO TOTAL
V112	60,81	93,76	619,24	773,81
V111=V110	60,81	131,02	619,24	811,07

Fonte: Autor (2024).

Os resultados encontrados deixaram claro que a execução das mesmas vigas no estado da Bahia com base na SINAPE, resultaria em um custo superior ao que seria gasto no estado de Sergipe, ou seja, tem-se uma variação de R\$20,90 a R\$23,52, comparando as vigas minuciosamente, ou seja, o local da construção das vigas de concreto armado interfere diretamente no custo de execução. É possível visualizar melhor na tabela 16 onde temos a comparação dos valores e a diferença.

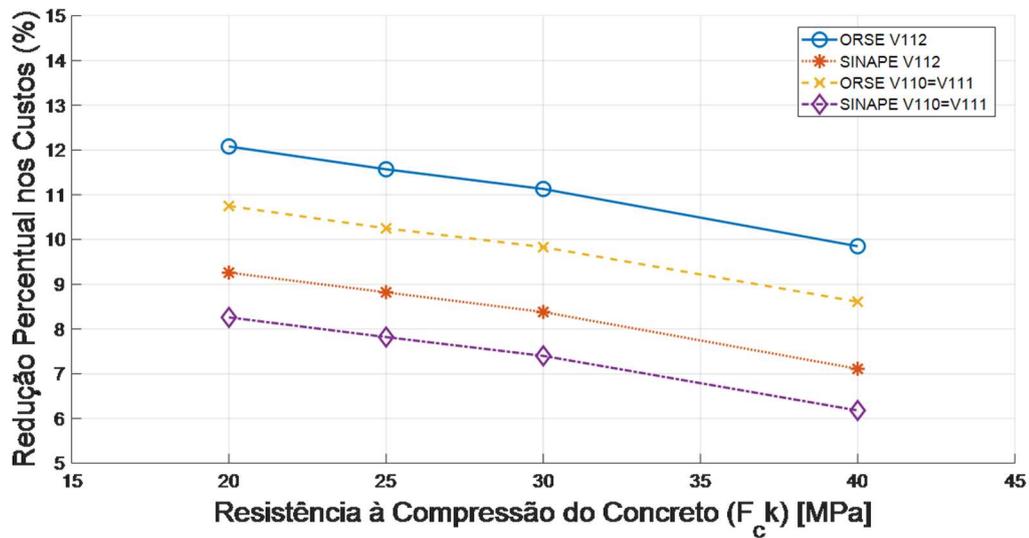
Tabela 16 - Custos em diferentes estados para viga otimizada 12x25 com \emptyset 8 mm.

RESISTÊNCIA	VIGAS	ORSE	SINAPE/BA	DIFERENÇA	DIFERENÇA (%)
$(F_{ck}=20)$	V112	R\$ 732,37	R\$ 755,89	R\$ 23,52	3,11
	V110=V111	R\$ 771,55	R\$ 793,15	R\$ 21,6	2,73
$(F_{ck}=25)$	V112	R\$ 736,59	R\$ 759,61	R\$ 23,02	3,03
	V111=V110	R\$ 775,77	R\$ 796,87	R\$ 21,10	2,65
$(F_{ck}=30)$	V112	R\$ 740,35	R\$ 763,19	R\$ 22,84	2,99
	V111=V110	R\$ 779,53	R\$ 800,45	R\$ 20,92	2,62
$(F_{ck}=40)$	V112	R\$ 750,93	R\$ 773,81	R\$ 22,88	2,95
	V111=V110	R\$ 790,11	R\$ 811,07	R\$ 20,96	2,58

Fonte: Autor (2024).

Levando em consideração a construção de uma obra, os custos obtidos na SINAPE/BA ainda são inferiores ao encontrado no dimensionamento convencional, sendo assim, o proprietário economizaria em termo percentual uma variação de 6.18% a 9,26 % considerando a resistência de concreto armado. Dito isso, em uma edificação que se tem um número elevado de vigas é uma economia relevante. A figura 19 compara as reduções em relação a seção dimensionada de acordo com o convencional apresentado por Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

Figura 19 - Redução percentual do custo em relação a viga convencional



Fonte: Autor (2024).

O gráfico expõe mais uma vez que o orçamento do ORSE foi mais econômico em comparação a SINAPE/BA. E os dois orçamentos foram mais econômicos que as vigas dimensionadas convencionalmente.

5.2 Verificação de Resultados (*MATLAB*)

Os códigos utilizados no MATLAB, assim como as restrições aplicadas durante o processo de otimização das vigas estão detalhadamente descritas no anexo A. É importante destacar que a função empregada para otimizar as vigas de concreto armado foi a *fmincon*. Para as vigas do sobrado foram utilizados os mesmos dados de entradas que foram aplicados no *excel.*, sendo assim, os resultados obtidos através da programação em MATLAB estão apresentados na tabela 17.

Tabela 17 - Viga otimizada com bitola de \varnothing 8 mm no Matlab

VIGAS	<i>hh</i>	<i>bb</i>	<i>Custo total do Fck</i>
V112	25.0056	12.0028	R\$ 52,32
V110=V111	25.5279	12.0009	R\$ 52,32

Fonte: Autor (2024).

Os resultados obtidos no MATLAB atenderam a todos os parâmetros de restrição definidos inicialmente. As seções transversais resultantes aproximaram-se dos valores mínimos permitidos pela norma, demonstrando a eficácia da otimização. A estrutura foi verificada conforme os critérios estabelecidos, resultando em uma minimização significativa do volume de concreto armado e, conseqüentemente, do custo das vigas. Com os resultados apresentados nota-se que os dados obtidos no *excel* pela função *solver* é de fato coerente e validada. Além disso, utilizou-se o *fmincon* para a validação das equações do *excel solver*, por isso não houve a mesma variação de dados.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foram analisadas três vigas biapoiadas de concreto armado, inicialmente dimensionadas para um sobrado seguindo o modelo convencional estabelecido pela NBR 6118. Respeitando as restrições normativas e utilizando estimativas iniciais sugeridas pela própria norma, conforme apresentado no livro de Carvalho e Figueiredo Filho (2014), as três vigas receberam uma seção transversal de 12×30 cm.

As vigas foram dimensionadas tanto utilizando a ferramenta *solver* do *excel* quanto o método *fmincon*, do *Matlab* a fim de validar os resultados. Em ambos os casos, as seções foram otimizadas de acordo com os estados limites de serviço e último, resultando em uma nova seção de 12x25 cm. Para todas as vigas, foi realizado um orçamento considerando tanto o dimensionamento convencional quanto otimizado, onde os resultados mostraram que o custo da seção dimensionada pelo método usual foi superior em todas as situações.

Ao comparar os cenários com características idênticas, como o aumento da bitola do aço e da resistência do concreto (f_{ck}), observou-se que o orçamento comparativo entre os estados de Sergipe e Bahia apontou que o custo obtido pelo ORSE foi mais vantajoso. Através dos resultados, foi possível perceber que o material que mais impactou no custo das vigas de concreto armado foi a fôrma, especialmente em sua primeira utilização. Em situações em que a fôrma é reutilizada, o aço se torna o principal fator de aumento no custo.

Dito isso, conclui-se que este estudo contribui significativamente para demonstrar como a otimização pode minimizar os custos em vigas de concreto armado, além de evidenciar a possibilidade de realizar o dimensionamento estrutural em softwares como o *excel*, simplificando as estimativas iniciais. Foi comprovado que, mesmo considerando diferentes estados, há uma variação perceptível nos custos de execução, sendo possível obter uma economia expressiva entre uma seção dimensionada convencionalmente e uma seção otimizada. Ademais, esta pesquisa fornece mais informações sobre o tema de otimização, facilitando o desenvolvimento de estudos futuros na área.

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Com base nos resultados obtidos, é evidente que há problemas que não foram abordados nem avaliados. Portanto, este estudo propõe as seguintes direções para futuras pesquisas:

- Realizar uma análise abrangente de uma residência unifamiliar, aplicando métodos de otimização em vigas de concreto armado e nos demais elementos estruturais, como pilares, lajes e fundações.
- Avaliar o desempenho de vigas de concreto armado sob carregamentos aumentados e vão maiores, simulando outras condições reais de uso.
- Analisar as vigas de concreto armado com outros métodos de otimização, e avaliar os métodos mais eficazes para aplicar de forma eficiente em projetos estruturais.
- Avaliar o dimensionamento com softwares estruturais como CYPECAD, TQS, EBERICK, entre outros. E como as técnicas de otimização impactariam nesses projetos na prática.
- Avaliar o impacto da reutilização de fôrmas no orçamento da obra e se para diferentes tipos de fôrmas tem-se um benefício de curto prazo ou longo.

REFERÊNCIAS

- BASTOS, PAULO SÉRGIO DOS SANTOS. **Flexão normal simples–vigas**. Universidade Estadual Bauru, 2023. Disponível em: <https://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/FlexaoSimples.pdf>. Acesso em: 13 set. 2024.
- PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P. **ESTRUTURAS DE CONCRETO: FUNDAMENTOS**. USP: São Carlos, 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 10520**: informação e documentação: citações em documentos: apresentação. Rio de Janeiro, 2002.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 14724**: informação e documentação: trabalhos acadêmicos: apresentação. Rio de Janeiro, 2011.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Normas de apresentação tabular**. 3. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 1993. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv23907.pdf>. Acesso em: 7 fev. 2022.
- UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA. Biblioteca Universitária. **Mecanismo Online para elaboração de Referências**. [Florianópolis]: UFSC, c2005-2020. Disponível em: <https://more.ufsc.br/inicio>. Acesso em: 8 fev. 2022.
- VALE, Helena Cristina Pimentel do; LENZI, Livia Aparecida Ferreira (org.). **Manual para normalização de trabalhos acadêmicos da UFAL**. Maceió: UFAL, 2022. Disponível em: https://sibi.ufal.br/portal/wp-content/uploads/2022/09/Manual-para-normaliza%C3%A7%C3%A3o-de-trabalhos-academicos_atualizado-em_22SET_site.pdf. Acesso em: 22 out. 2022.
- CMACHO, J. S. **Concreto armado: estados limites de utilização**. Ilha Solteira: Universidade Estadual Paulista-UNESP, Faculdade de engenharia de ilha Solteira, Departamento d Engenharia Civil, 2005. Disponível em: <https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariacivil/nepae/estados-limites-de-servico.pdf>. Acesso em: 28 de set. 2024.
- RAO, S. S.. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. 4. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Acesso em : 29 de set. 2024.
- BAZZO, Walter Antonio; PEREIRA, Luiz Teixeira do Vale. **Introdução à Engenharia: conceitos, ferramentas e comportamentos**. 2. ed. Florianópolis: Edufsc, 2006. Acesso em: 29 de set. 2024.
- BENDSOE, M. P; SIGMUND, O. **topology optimization: Theory, Methods, and Applications**. 1. ed. Springer, 2003.
- BASTOS, Erich A. **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos**. 2004. 168 f. 2004. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio de

Janeiro, Rio de Janeiro, 2004. Disponível em: <http://www.coc.ufrj.br/pt/dissertacoes-de-mestrado/104-msc-pt-2004/1933-erich-araujo-bastos>. Acesso em: 30 set. 2024.

MEDEIROS, G. F. de; KRIPKA, M. **ALGUMAS APLICAÇÕES DE MÉTODOS HEURÍSTICOS NA OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS**. Revista CIATEC-UPF, [S. l.], v. 4, n. 1, p. 19-32, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.5335/ciatec.v4i1.2264>. Acesso em: 30 set. 2024.

GENTLE, James E.; HÄRDLE, Wolfgang K.; MORI, Yuichi. **Handbook of Computational Statistics: Concepts and Methods**. Springer, 2012.

SCHMIT, Lucien A. **Structural design by systematic synthesis**. In: **Proceedings of the Second National Conference on Electronic Computation**, ASCE, New York, 1960. Disponível em: <https://www.vrand.com/resources/publications/archive/structural-design-by-systematic-synthesis/> Acesso em: 30 set. 2024.

NIGDELI, S. M., BEKDAS, G., KAYABEKIR, A. E., & YUCEL, M. (2021). *Advances in Structural Engineering – Optimization*.

YENIAY, Ozgur. **A comparative study on optimization methods for the constrained nonlinear programming problems**. Mathematical Problems in Engineering, v. 2005, p. 165-173, 2005. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/MPE.2005.165>. Acesso em: 30 set. 2024.

CARPENTIER, J.; ABADIE, J. **Généralisation de la Méthode du Gradient Réduit de Wolfe au cas des Contraintes Non Lineaires IV International Conference on Operational Research**. Anais... In: PROCEEDINGS OF ... OPERATIONS RESEARCH SOCIETY OF AMERICA. New York: D. B. Herts and J. Melese, 1966.

CORREIA, Rubens Silva; BONO, Giuliana Furtado Franca; BONO, Gustavo. **Otimização de vigas de concreto armado utilizando a ferramenta solver**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, v. 12, p. 910-931, 2019.

BRASIL, R. M. L. R. F.; SILVA, M. A. da. **Otimização de projetos de engenharia**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2019. E-book.

OLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

CHAPRA, C. C.; CANALE, R. P. **Métodos Numéricos para Engenharia**. Porto Alegre: AMGH, 2011

LINDEN, R. **Algoritmos genéticos**. Rio de Janeiro: Brasport, 2008.

GENTLE, James E.; HÄRDLE, Wolfgang K.; MORI, Yuichi. **Handbook of Computational Statistics: Concepts and Methods**. Springer, 2012.

YANG, Xin-She. **Engineering optimization: an introduction with metaheuristic applications**. John Wiley & Sons, 2010.

ROSA FILHO, Wilson Tadeu. **Otimização de pórtico plano de concreto armado utilizando algoritmo genético e processo iterativo**. 2015. recurso online (175 p.) Dissertação (mestrado) -Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Campinas, SP. Disponível em:<https://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/954426>. Acesso: 01 de out de 2024.

ARORA, Jasbir Singh. **Introduction to optimum design**. 4^o edition. Ed. Elsevier Inc: Academic Press, 2017. 1381 p

Walter Antônio Bazzo, Luiz Texeira do Vale Pereira. **Introdução à engenharia: Conceitos, ferramentas e comportamentos**. – Florianópolis: Ed.. da UFC, 2006. 270 p. :il

ASSOCIAÇÃO DE BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NORMA BRASILEIRA. **Projeto de estruturas de concreto** – Procedimento, NBR 6118. Rio de Janeiro: ABNT, 2023.

BREDA, B. D., PIETRALONGA, T. C., & ALVES, È. C.. (2020). **Optimization of the structural system with composite slab using genetic Algorithm**. Revista IBRACON de estrutural e materiais, 13(6), Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1983-41952020000600002>. Acesso: 22 de set de 2023.

CORREIA, R. S.; BONO, G. F.F;BONO, G... **Optimization of reinforced concrete beams using Solver tool**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, v. 12, n. 4, p. 910-331, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1983-41952019000400011>. Acesso em 22 de set de 2023

OZIMBOSKI, J. M.; PRAVIA, Z. M.; KRIPKA, M.. **Otimização de vigas de concreto armado e vigas de aço: um estudo comparativo**. **Jornal internacional de pesquisa em vidro estrutural e materiais avançados**, v. a, n. 1, p. 160-167, 2020. Disponível em : <https://doi.org/10.3844/sgamrsp.2020.160.167>. Acesso em 22 de set de 2023

FRONTLINE SOLVERS. **Excel Solver Help**. Disponível em: <https://www.solver.com/excel-solver-algorithms-and-methods-used>. Acesso em: 01 out. 2024.

SACOMAN, Marco Antônio Rahal. **Otimização de projetos utilizando GRG, Solver e Excel**. In: XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. 2012.

A. L. Soubhia, G. Jeuken, J. F. Camino. **Otimização Dos Parâmetros Da Planta E Do Controlador De Uma Suspensão Veicular Ativa**. 2010. 1-9. Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campina Grande, 2010

ORSE – **Orçamentos de obra de Sergipe**. Atualização da base de dados de novembro de 2023. Disponível em: <http://orse.cehop.se.gov.br/insumosargumento.asp>. Acesso em: 01 jun. 2024.

SINAPI/BA – **Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil**. Atualização da base de dados de julho de 2024. Disponível em: https://www.caixa.gov.br/site/Paginas/downloads.aspx#categoria_642. Acesso em: 03 ago. 2024.

MAIA, João Paulo. **Otimização estrutural: Estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta solver.** Orientador Libânio M. Pinheiro. São Carlos, 2009.

CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libanio Miranda. **Calculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: volume 2.** São Paulo: Pini, 2009.

Ferdinand P. Beer ... [etal.]; **mecânica dos materiais**; tradução técnica José Benaque Rubert, Walter Libardi. – 5. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: AMGH, 2011.

ANEXO A – Código da Função Fmincon no MATLAB

```

% File name = column_opt.m
clear all
% Set options
options = optimset ('LargeScale', 'off', 'TolCon', 1e-5, 'TolX', 1e-5);
% Set the lower and upper bounds for design variables
Lb = [25 12]; Ub = [60 20]; % Lb são os limites inferiores da altura (h) e da
largura (b)da viga, respectivamente.
% Ub são os limites superiores da altura (h) e da
largura (b)da viga, respectivamente.
% Set initial design
x0 = [(Lb(1)+Ub(1))/2 (Lb(2)+Ub(2))/2];
% Invoke the constrained optimization routine, fmincon
[x, FunVal, ExitFlag, Output] = fmincon('beam_objf', x0, [], [], [], [], Lb, Ub,
'beam_conf', options)

% File name = column_conf.m
% Column design
function [g, h] = beam_conf(x)
    hh = x(1);
    bb = x(2);
    % Set input parameters
    % DADOS DE ENTRADA
    L=3.5 ; % COMPRIMENTO DA VIGA
    gg=10000 ; % CARREGAMENTO PERMANENTE
    q=8150; % CARREGAMENTO VARIÁVEL
    fco=25 ; % RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO ARMADO(MPA)
    AlphaV=0.9 ; %
    Ol=10; % Diâmetro Barra de aço logitudinal de tração
    Ot=10; % Diâmetro da barra de aço logitudinal de compressão
    Os=6.3 ; % Diâmetro do estribo
    C=3; % Cobrimento nominal
    bmin=0.12 ; % LARGURA MINIMA
    hmin=0.25; % ALTURA MINIMA
    Nk =65; % FORÇA SOLICITANTE
    Mk=((Nk*(L^2)/8)*100); % Momento solicitante maj.
    Md=1.4*Mk ; % Momento de cálculo
    fcd=(fco/10)/1.4; % Tensão do concreto
    fyd=(500/10)/1.15;% Tensão do Aço
    Vsd=((Nk*L)/2)*1.4; % Esforço cortante nos apoios
    fctd=(0.21*fco^(2/3))/1.4; % Resistencia a tração
    pmin=0.15 ;%;
    dlinha=C+0.63+Ol/10; %
    p= 7800; % Peso do aço
    fctm=(0.3*fco^(2/3))/10; % Resistência à tração direta do concreto
    AlphaE= 1 ;% Coeficiente para granito

    if 0.8 + 0.2 * (fco / 80) < 1
        AlphaI = 0.8 + 0.2 * (fco / 80);
    else
        AlphaI = 1;
    end
    Eci=AlphaE*5600*fco^(1/2);
    Ecs=AlphaI*Eci;
    Es=210*1000 ;% Modulo de elasticidade do aço(MPA)
    Alphae=Es/Ecs ;% Coeficiente
    Alphaf=(2-0.68);

```

```

d= hh-dlinha; % Altura útil
xx= 0.45*d; % Linha Neutra
z=(d-0.4*xx); % Braço de alavanca
Mlim=0.68*bb*xx*fcd*(d-0.4*xx);
Vrd21=0.27*AlphaV*fcd*bb*d; % Força resistente nas bielas
Ast=(Md/(z*fyd));
Asc=2*((3.14159265359*0.63^2)/4);
Asmin=(pmin/100)*bb*hh;
Asmax=(4/100)*bb*hh;
Ic=(bb*hh^3)/12;
yt=hh/2;
alpha=1.5; % Coeficiente para seções retangulares
Mr=(alpha*fctm*Ic)/yt;
X1ii=(-(Alphae*Ast)+(((Alphae*Ast)^2)-4*(bb/2)*(-
Alphae*Ast*d))^(1/2))/(2*(bb/2));
X2ii=(-(Alphae*Ast)-(((Alphae*Ast)^2)-4*(bb/2)*(-
Alphae*Ast*d))^(1/2))/(2*(bb/2));
Elimite=(L*100)/250;
Vsdmin=0.013696*bb*d*((fco)^(2/3));
if X1ii>X2ii && X1ii>=0
    xd=X1ii;
else
    xd=X2ii;
end
Iii=(bb*xd^3)/3+Alphae*Ast*(xd-d)^2;
Eleq=(Ecs/10)*(((Mr/Mk)^3)*Ic+(1-(Mr/Mk)^3)*Iii);
Elim=(5/384)*(((Nk/100)*(L*100)^4)/Eleq);
Edif=Alphaf*Elim;
if Elim + Edif <= Elimite
    Etotal = Elim + Edif;
else
    Etotal = Elim + Edif / 2;
end
if Vsd <= 0.67 * Vrd21 && 0.6 * d <= 30
    Smax = 0.6 * d;
else
    Smax = 30;
end

if Vsd <= Vsdmin
    Scal = (((0s/10)^2)*pi())/4)*2 / (20*(fctm/50)*bb/100);
else
    Scal = (((0s/10)^2)*pi())/4)*2 / (Vsdmin/(39.13*d)*100)/100;
end

if Scal > Smax
    Sad = Smax;
else
    Sad = Scal;
end

% Restrições:
g(1) = 1 - Mlim/Md;
g(2) = 1 - Vrd21/Vsd;
g(3) = 1 - bb/12;
g(4) = 1 - hh/25;
g(5) = (hh/60) - 1;
g(6) = -(xx/(d*0.45)) + 1;
g(7) = 1 - (Ast + Asc)/Asmin;

```

```

g(8) = -1+((L)/(hh*2));
g(9) = 1 - Elimite/Etotal;
g(10) = 1 - Smax/Sad;
g(11) = -1+(bb/20);
g(12) = -1 +((Ast + Asc)/Asmax);

% Exibindo os valores de todas as restrições
disp('Valores de todas as restrições:')
disp(g)

% Constraint de igualdade (nenhuma)
h = [];
end

% File name = beam_objf.m
function [f, volume, total_cost] = beam_objf(x)
% Parâmetros de entrada
hh = x(1) % Altura da viga
bb = x(2) % Largura da viga

L = 350; % Comprimento da viga (m)

% Tabela de preços do concreto
concrete_data = [
    20, 477.09;
    25, 498.40;
    30, 516.27;
    40, 590.65
];

Fck = 25; % Valor de Fck fornecido
idx = find(concrete_data(:, 1) == Fck);
if isempty(idx)
    error('Valor de Fck não encontrado na tabela.');
```

```

end
concrete_unit_cost = concrete_data(idx, 2);

% Calcular volume da viga
volume = (hh * bb * L)*10^(-6)% Volume da viga (m^3)

% Calcular custo do concreto
concrete_cost = volume * concrete_unit_cost;

% Retornar o custo total como valor da função objetivo
f = concrete_cost;
%Área
% Retornar volume e custo total
total_cost = concrete_cost
end

```

ANEXO B – Plantas do Sobrado

