

Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Física

**Dinâmica não-Markoviana em ambientes estruturados
com desordem correlacionada**

MARIANA DE OLIVEIRA MONTEIRO

Maceió
2024

MARIANA DE OLIVEIRA MONTEIRO

Dinâmica não-Markoviana em ambientes estruturados com desordem correlacionada

Trabalho apresentado no Instituto de Física da
Universidade Federal de Alagoas como requisito
para a obtenção do grau de Bacharel em Física.

Orientador : Prof. Dr. Guilherme Martins Alves
Almeida

Maceió

2024

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária: Helena Cristina Pimentel do Vale – CRB4/661

- M775d Monteiro, Mariana de Oliveira.
Dinâmica não-markoviana em ambientes estruturados com desordem correlacionada /
Mariana de Oliveira Monteiro. – 2024.
31 f : il.
- Orientador: Guilherme Martins Alves Almeida.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Física: Bacharelado) – Universidade
Federal de Alagoas, Instituto de Física. Maceió, 2024.
- Bibliografia: f. 28-31.
1. Sistemas quânticos abertos. 2. Markovianidade, 3. Desordem correlacionada.
4. Proteção a informação quântica. I. Título.

CDU: 530.145



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE FÍSICA**

Ata da Defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do aluno **MARIANA DE OLIVEIRA MONTEIRO**, matrícula **21110848**, intitulado **DINÂMICA NÃO-MARKOVIANA EM AMBIENTES ESTRUTURADOS COM DESORDEM CORRELACIONADA**

Às **11:00** horas do dia **vinte e um de maio de dois mil e vinte e quatro**, foi instalada a sessão pública de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso, no auditório do Instituto de Física da UFAL, a qual se submeteu a aluna **MARIANA DE OLIVEIRA MONTEIRO** do Curso de Física Bacharelado. A banca foi composta pelos professores **Prof. Dr. Guilherme Martins Alves de Almeida (Orientador do trabalho, IF-UFAL)**, **Prof. Dr. Francisco Anacleto Barros Fidelis de Moura (IF/UFAL)** e **Prof. Dr. Paulo Cesar Aguiar Brandão Filho (IF-UFAL)**. Os membros desta banca avaliaram o referido trabalho e conferiram-lhe a seguinte menção **APROVADA**, atribuindo ao mesmo, respectivamente, as notas 10; 10; 10, computando assim média **10** e autorizando os trâmites legais. Por oportuno, tendo em vista a melhoria da qualidade do trabalho, a banca sugere a tomada das seguintes providências:

- **Melhoria na explicação do fenômeno da localização de Anderson;**
- **Correções pontuais ao longo do texto de acordo com arquivo enviado pelo Prof. Paulo Brandão.**

Estando todos de acordo, lavrou-se a presente Ata.

Maceió, 21 de maio de 2024.

1º Examinador:

Documento assinado digitalmente
gov.br **GUILHERME MARTINS ALVES DE ALMEIDA**
Data: 21/05/2024 17:55:49-0300
verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Guilherme Martins Alves de Almeida (Orientador do trabalho, IF-UFAL)

2º Examinador:

Documento assinado digitalmente
gov.br **FRANCISCO ANACLETO BARROS FIDELIS DE MOURA**
Data: 21/05/2024 18:38:24-0300
verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Francisco Anacleto Barros Fidelis de Moura (IF/UFAL)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE FÍSICA**

3º Examinador:



Documento assinado digitalmente

PAULO CESAR AGUIAR BRANDAO FILHO

Data: 22/05/2024 08:24:16-0300

verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Paulo Cesar Aguiar Brandão Filho (IF-UFAL)

Visto da Coordenação:



Documento assinado digitalmente

MARIA SOCORRO SEIXAS PEREIRA

Data: 22/05/2024 09:09:55-0300

verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Agradecimentos

À minha família, meus pais e meus irmãos, por todo apoio, compreensão e amor incondicional. A meus amigos de infância, pelo carinho, momentos de descontração e cumplicidade de uma vida toda.

A todas as amizades que fiz ao longo do curso: agradeço pela parceria e bons momentos. À toda a equipe do LCCV pelo trabalho e colaboração desenvolvidos ao longo dos anos.

Ao corpo docente do Instituto de Física, em especial aos professores Paulo Brandão e Francisco Fidelis, não só por aceitarem compor a banca mas por sempre se disponibilizarem para me ajudar.

Em especial, gostaria de agradecer ao meu orientador, professor Guilherme Almeida, por ter se tornado um mentor ao longo dessa trajetória, cujas lições transcenderam a Física.

*“If you try once or twice to communicate and get pushed back, pretty soon you decide,
‘To hell with it’.”*

Richard Feynman.

*Dedico este trabalho
ao Baruk, Nala e Lady, meus eternos amores;*

Resumo

Manipular a dinâmica de sistemas quânticos abertos é um requisito crucial para computadores quânticos de grande escala. Encontrar maneiras de superar ou prolongar os tempos de decoerência é uma meta muito desafiadora. Já no nível de um único qubit, sua dinâmica reduzida em relação a um reservatório maior pode ser muito complexa. Reservatórios estruturados, por exemplo, podem levar a vários regimes diferentes da emissão pontual Markoviana padrão. Aqui seguimos essas linhas e consideramos um único átomo acoplado a uma série de cavidades acopladas na presença de distúrbios correlacionados no local. A correlação é de longo alcance e está associada ao traço de um movimento browniano fracionário seguindo um espectro de lei de potência. Os modos de cavidade desempenham o papel de um ambiente dissipativo estruturado. Estudamos então a dinâmica de uma excitação atômica liberada de uma das cavidades para se espalhar pelo conjunto de cavidades acopladas sob diferentes configurações de desordem. Exploramos os regimes de emissão não-Markovianos, envolvendo o retorno da informação ao sistema principal dependendo do grau de correlação embutido na desordem. Descobrimos que podemos controlar o grau de não-Markovianidade na dinâmica de emissão ajustando o expoente de correlação de desordem. Nossos resultados oferecem perspectivas para a engenharia de reservatórios controlados em dispositivos quânticos.

Palavras-chave: Sistemas quânticos abertos, Markovianidade, Desordem correlacionada, Informação.

Abstract

Manipulating the dynamics of open quantum systems is a crucial requirement for large scale quantum computers. Finding ways to overcome or extend decoherence times is a very challenging goal. Already at the level of a single qubit, its reduced dynamics in respect to a larger reservoir can be very complex. Structured reservoirs, for instance, can lead to various regimes other than the standard Markovian spontaneous emission. Here we go along these lines and consider a single atom coupled to an array of coupled cavities in the presence of on-site correlated disorder. The correlation is long ranged and is associated to the trace of a fractional Brownian motion following a power-law spectrum. The cavity modes play the role of a structured dissipative environment. We then study the dynamics of an atomic excitation released from one of the cavities to spread over the coupled cavity array under different disorder configurations. We explore the non-Markovian emission regimes, involving the return of information to the main system depending on the correlation degree embedded in the disorder. We find that we can control the degree of non-Markovianity in the emission dynamics by tuning the disorder correlation exponent. Our results offer prospects for the engineering of controlled reservoirs in quantum devices.

Keywords: Open quantum systems, Markovianity, Correlated disorder, Information.

Lista de Figuras

1.1	Fotografias dos processadores quânticos da (a) IBM, chamado IBM Q System One, (b) Google, chamado de Syncamore e (c) D-Wave Systems. . . .	2
2.1	Representação do sistema de dois níveis (átomo): estado fundamental $ g\rangle$ e o estado excitado $ e\rangle$ e a frequência de transição atômica ω_a	7
2.2	Em (i), a ilustração representa os operadores de aniquilação $\hat{a}$, absorção de um fóton, e levantamento $\hat{\sigma}_+$, que leva o átomo do estado fundamental para o excitado, atuando no estado. Em (ii), os operadores que estão atuando no estado são os operadores de aniquilação $\hat{a}$ e rebaixamento $\hat{\sigma}_-$, levando o átomo do estado excitado para o fundamental. Em (iii) os operadores que estão atuando no estado são os operadores de criação $\hat{a}^\dagger$, emissão de um fóton, e levantamento $\hat{\sigma}_+$. Por fim, em (iv), os operadores que estão atuando no estado são os operadores de criação $\hat{a}^\dagger$ e rebaixamento $\hat{\sigma}_-$	10
2.3	Ilustração de uma estrutura cristalina bidimensional.	12
2.4	Potencial periódico para um cristal unidimensional.	12
2.5	Ilustração de arranjos bidimensionais com desordem estrutural (esquerda e meio) e desordem composicional (direita).	13
2.6	Ilustração de uma rede tipo dímero unidimensional com duas possibilidades de energia local ϵ_a e ϵ_b , onde o último aparece em pares, e uma taxa de mobilidade da partícula V	14
2.7	Probabilidade de retorno R em função do tempo t para (a) uma rede cristalina, (b) rede com desordem na energia local e largura de desordem $W = 3.0$ e (c) rede desordenada com correlação em ϵ tipo dímero. O eixo x está numa escala logarítmica.	15
3.1	Ilustração de uma rede de cavidades ópticas acopladas a uma taxa J . Dentro de cada cavidade há um qubit.	17
3.2	Representação esquemática de uma cavidade óptica acoplada a um átomo de dois níveis. Os parâmetros ilustrados aqui são as frequências de transição atômica ω_a que interage com um modo do campo de frequência ω_f a uma taxa g . k é uma taxa de decaimento da cavidade e γ é a taxa de decaimento atômico.	18

3.3	a) Imagem via satélite (Google Earth, imagem: Landsat / Copernicus). Os nós A e B estão localizados em prédios separados, conectados por meio de uma fibra óptica de 520 metros e possuem uma separação de linha de visão de 230 metros. b) Os nós consistem em um íon, uma armadilha de Paul linear (quatro eletrodos amarelos) e uma cavidade composta por dois espelhos. A configuração da medida de estado de Bell fotônico (PBSM) contém um divisor de feixe (BS), divisores de feixe polarizadores (PBS) e detectores de fótons.	20
4.1	(a) Ilustração de uma rede de cavidades ópticas acopladas a uma taxa J . Há apenas um átomo neste sistema, localizado na cavidade central. (b) Rede equivalente no espaço de Hilbert, em que g descreve o acoplamento local entre o átomo e o modo da cavidade.	21
4.2	Probabilidade de excitação do átomo $P_e(t)$ em função do tempo t (em unidades de J^{-1}) para valores distintos do parâmetro de acoplamento re-escalado $\eta = g/J$. Em consonância com a referência [53], verificamos que no regime em que $\eta \ll 1$, o decaimento segue uma função exponencial e passa a desenvolver oscilações de Rabi amortecidas em virtude da interação entre o grau de liberdade atômico e um maior número de modos normais fotônicos quando $\eta = 1$. No cenário que corresponde a $\eta = 10$, a dinâmica se resume praticamente a uma interação local entre o átomo e a cavidade que o contém.	23
4.3	Probabilidade de excitação do átomo $P_e(t)$ em função do tempo t (em unidades de J^{-1}) para valores distintos de α , que controla o grau da correlação do sistema e $\eta = 0.1$. Para cada valor de α , fizemos uma média de 10 amostras.	24

Sumário

Folha de Rosto	i
Ficha Catalográfica	iii
Parecer da Banca Examinadora	iii
Agradecimento	v
Epígrafe	vi
Dedicatória	vii
Resumo	viii
Abstract	ix
Lista de Figuras	x
Sumário	xii
1 Introdução	1
1.1 Interação com o ambiente	3
1.2 Eletrodinâmica quântica de cavidades	4
1.3 Organização do trabalho	5
2 Fundamentação Teórica	6
2.1 O Modelo Jaynes–Cummings	6
2.1.1 Quantização do átomo	6
2.1.2 Quantização do campo	7
2.1.3 Quantização da interação átomo-campo	9
2.2 Estrutura cristalina	11
2.3 Modelo de Anderson e desordem correlacionada	13
3 Rede de cavidades acopladas	17
3.1 Regimes de acoplamento	18
3.2 Geração controlada de fótons	19
4 Resultados	21
4.1 Dinâmica de emissão em CCA	21
4.2 Ambiente estruturado com desordem correlacionada	23

5 Conclusão	26
Referências	31

Capítulo 1

Introdução

Nas últimas décadas a humanidade passou a ser dependente da computação e da internet. Os computadores passaram a ser uma ferramenta fundamental para a sociedade, participando das atividades mais básicas às mais complexas. Nossos computadores usam chips eletrônicos compostos por milhares de transistores, cuja função é barrar ou amplificar a passagem de corrente elétrica. Nos computadores clássicos, os *bits* podem assumir apenas dois valores, 0 ou 1. Tudo o que vemos em tela são combinações desses dois valores.

Entretanto, um problema que surge ao nosso horizonte é que estamos atingindo o limite físico dos processadores que utilizamos atualmente. Para as atividades cotidianas, os dispositivos atuais serão suficientes por muito tempo. Porém, quando falamos em velocidade de processamento e a realização de tarefas mais robustas e simulações complexas, vê-se a necessidade de aprimorar os computadores atuais, ao passo que também espera-se uma miniaturização das suas componentes.

Na década de 80, o físico Paul Benioff propôs a ideia de um computador quântico, posteriormente disseminada por Richard Feynman [1, 2]. A computação quântica é profundamente enraizada nas complexidades da mecânica quântica. Os principais elementos desse tipo de computação são: (i) *qubits*: que agora, no lugar de uma estrutura binária, será uma combinação linear de vetores de estado

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1.1)$$

onde α e β são coeficientes que satisfazem $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, em que $|\alpha|^2$ é a probabilidade de encontrar o qubit no estado $|0\rangle$ e $|\beta|^2$ a probabilidade de encontrar o qubit em $|1\rangle$, na mecânica quântica o qubit é um sistema de dois níveis; (ii) *superposição de estados*: essa propriedade está relacionada com o fato de que os níveis $|0\rangle$ e $|1\rangle$ podem existir simultaneamente antes da medida ser realizada, o que favoreceria uma paralelização de processamento e informação [3] e (iii) *emaranhamento de estados*: esse fenômeno trata de correlações não-locais, quando qubits se tornam emaranhados, eles formam um sistema global, de modo que o estado quântico de subsistemas individuais não pode ser totalmente descrito independentemente do outro [4].

Já existem computadores quânticos em operação, embora estejam em estágios iniciais de desenvolvimento. A IBM vem operando processadores quânticos acessíveis por

meio de uma nuvem desde 2016. Os processadores do IBM Q System One funcionam a temperaturas próximas do zero absoluto usando supercondutores para codificar qubits de forma robusta [5]. Já processaram algoritmos em 65 e 127 qubits, embora a fidelidade ainda seja baixa. Em 2022, a IBM anunciou o Osprey, um processador de 433 qubits. O plano da empresa é, até 2025, ultrapassar 4 mil qubits, com o processador Kookaburra. Até lá, será preciso fazer funcionar dois processadores intermediários, mais potentes que o Osprey, ao passo que precisam superar a perda das propriedades quânticas que ocorre em um sistema de muitos qubits.

Diante da corrida pelo desenvolvimento dos computadores quânticos, a Google demonstrou supremacia quântica em 2019 com um processador de 53 qubits refrigerado a milésimos de grau, chamado *Sycamore* [6]. Este computador é formado por um circuito de qubits supercondutores. O Sycamore ganhou destaque executando uma tarefa que um computador clássico levaria milhares de anos para realizar.

Uma rede de qubits supercondutores é um arranjo de qubits construídos com base em sistemas supercondutores, como circuitos Josephson [7]. Esses qubits são interconectados de maneira a permitir o processamento e a manipulação de informações quânticas. Em um contexto de computação quântica, o circuito Josephson pode ser configurado de maneira a funcionar como um qubit [8].

A empresa D-Wave Systems lançou seu modelo de processador quântico chamado D-Wave Quantum Annealer, o qual é um tipo específico de computador quântico projetado para resolver problemas de otimização. O processador quântico da D-Wave é baseado em uma arquitetura chamada "annealing", que envolve a manipulação de qubits para encontrar soluções para problemas de otimização [9]. Embora não sejam universais, são promissores para problemas específicos em física, inteligência artificial e criptografia. É possível ver fotografias desses computadores quânticos na Figura 1.1.

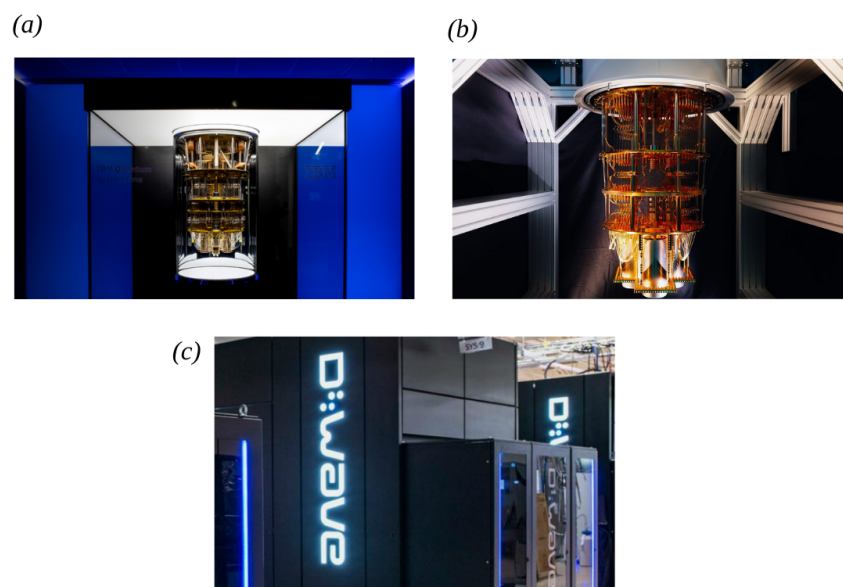


Figura 1.1: Fotografias dos processadores quânticos da (a) IBM, chamado IBM Q System One, (b) Google, chamado de Sycamore e (c) D-Wave Systems.

Fonte: [10, 11, 12]

Construir uma máquina robusta capaz de realizar esses processos evitando que ocorram decoerências, i.e., perda de informação quântica [13], uma vez que esses sistemas sofreriam interações com o ambiente real, exige um alto grau de controlabilidade dos fenômenos oriundos da própria mecânica quântica.

1.1 Interação com o ambiente

Todos os sistemas quânticos realistas interagem em algum grau com o ambiente que o envolve, tornando-os sistemas quânticos abertos [14]. Esta interação, se não for devidamente contabilizada, leva à decoerência, isto é, à perda de propriedades quânticas ao longo do tempo. Logo, compreender a dinâmica dos sistemas quânticos abertos é necessário na área da informação quântica.

Um conceito central na dinâmica de sistemas quânticos abertos é a Markovianidade. Um processo é considerado Markoviano uma vez que satisfaz a propriedade de Markov: a evolução futura do sistema depende apenas do seu estado presente e é independente do seu passado, isto é, não tem memória. Processos Markovianos são caracterizados por uma perda contínua de informações do sistema para o ambiente, sendo essa perda irreversível [15]. Na teoria de sistemas quânticos abertos, para alcançarmos uma dinâmica Markoviana, algumas condições devem ser cumpridas [14]:

- O sistema-ambiente deve interagir de forma local no tempo. Isso significa que as correlações temporais do ambiente devem decair rapidamente, em um tempo característico muito menor do que a escala de tempo da dinâmica do sistema. Desta forma, o estado futuro do sistema depende apenas de seu estado presente, e não de seu histórico.
- Além disso, o acoplamento sistema-ambiente deve ser fraco, de modo que as perturbações causadas pelo ambiente sejam pequenas a cada interação. Isso evita que correlações não-markovianas se desenvolvam.
- O ambiente deve ser grande o suficiente para que suas variações devido ao acoplamento sejam desprezíveis, não afetando a dinâmica do sistema.

Por outro lado, um processo é não-Markoviano se não cumpre as condições citadas.

Várias medidas foram desenvolvidas para quantificar o grau de não-Markovianidade com base na divisibilidade de mapas dinâmicos, refluxo de informação e outros critérios [16, 17]. Processos não-Markovianos permitem mais controle sobre a dinâmica do sistema aberto em comparação com seus equivalentes Markovianos.

Sistemas de Eletrodinâmica Quântica de Cavidades (CQED) fornecem uma plataforma versátil para simular e investigar sistemas quânticos abertos. Para isso, é essencial a compreensão da importância das cavidades nesse contexto. Em primeiro lugar, é fundamental esclarecer que essas estruturas não têm a função de aprisionar fótons. Na realidade, essa ideia vai contra a natureza aleatória da emissão atômica. Os átomos emitem fótons de maneira espontânea e em diferentes frequências. No entanto, para manipulações

quânticas avançadas, é necessário ter uma emissão coerente e direcional [18]. A cavidade consiste em dois espelhos altamente refletivos que são capazes de armadilhar fótons por uma fração de segundos.

Nesse contexto, as cavidades desempenham um papel crucial ao proporcionar um modo eletromagnético ressonante com a transição atômica. É importante destacar que apenas quando a frequência do modo está alinhada com a transição atômica ocorrem trocas coerentes de excitação entre os sistemas, viabilizando manipulações quânticas avançadas. Fora da ressonância, a emissão acontece espontaneamente e sem controle ou direcionalidade.

Uma rede de cavidades pode atuar como um ambiente estruturado para emissores quânticos, como átomos, pontos quânticos ou qubits supercondutores. Em uma rede de cavidades acopladas, espera-se uma dinâmica Markoviana no sistema. Neste trabalho, vamos explorar um ambiente com desordem correlacionada e estudar qual dinâmica ele irá seguir.

1.2 Eletrodinâmica quântica de cavidades

A eletrodinâmica quântica de cavidade (CQED) é o estudo da interação entre luz e matéria no nível quântico, onde a matéria está confinada em uma cavidade [19]. Ela examina como os efeitos da mecânica quântica podem ser observados para átomos e fótons confinados em cavidades. Os experimentos CQED permitem a investigação de interações fundamentais entre luz e matéria e levaram a avanços na ciência da informação quântica.

Neste contexto, Purcell previu que a taxa de emissão espontânea de um átomo poderia ser modificada colocando-o em uma cavidade. Este efeito ficou conhecido como efeito Purcell, que surge devido à modificação do vácuo eletromagnético dentro de uma cavidade óptica em comparação com o espaço livre. Ele forma a base para controlar e melhorar as interações luz-matéria usando cavidades. Esse efeito pôde ser observado através de átomos de Rydberg em cavidades de microondas [20].

Quando falamos em computação quântica, que é o tema geral do nosso trabalho, esses sistemas se mostram promissores para a realização de computadores e simuladores quânticos devido às suas excelentes propriedades de qubit e interações coerentes [21]. Átomos, íons, pontos quânticos e circuitos supercondutores usados no CQED podem funcionar como qubits físicos [22, 23, 24]. As interações ressonantes qubit-cavidade permitem portas rápidas de um e dois qubits por meio de emaranhamento e oscilações de Rabi no vácuo [25, 26]. Essa interação facilita o emaranhamento multiqubit e os cálculos entre qualquer par de qubits acoplados ao mesmo modo de cavidade [27].

Ao projetar parâmetros de sistema, o CQED pode simular modelos de sistemas quânticos abertos relevantes para matéria condensada, química quântica e ciência de materiais, abrindo um caminho para a simulação quântica universal [28]. Em resumo, as interações e o controle fortes e coerentes da cavidade qubit do CQED o tornam um cenário ideal para o desenvolvimento de tecnologias quânticas práticas e escalonáveis [24]. Com o progresso contínuo nessa área, a expectativa é produzir os primeiros computadores e simuladores quânticos em grande escala.

1.3 Organização do trabalho

Nossa intenção neste trabalho é explorar os regimes de emissão não-Markovianos em redes de cavidades acopladas, descritos pelo modelo JCH, envolvendo desordem e correlação nos modos de campo das cavidades.

No capítulo 2, iremos introduzir os métodos que utilizamos para desenvolver e estruturar o nosso modelo. Vamos introduzir o modelo que descreve a física fundamental do nosso sistema, que é o modelo de Jaynes-Cummings, assim como alguns conceitos do Estado Sólido, que também foram importantes para o desenvolvimento deste trabalho, como o de estruturas cristalinas, modelos de desordem e a aproximação *tight-binding*.

O capítulo 3 é reservado para introduzir redes de cavidades ópticas, explorando os regimes de acoplamento, geração controlada de fótons nessas redes e o que têm sido estudado na literatura. Enquanto no capítulo 4, vamos discutir nossos estudos da dinâmica não-Markoviana, em uma rede de cavidades cujo sistema de dois níveis (átomo), está contido apenas na cavidade central. Nesse capítulo, vamos analisar duas abordagens: um sistema em que os modos de campo são todos iguais, já presente na literatura, e um sistema cujos modos dos campos são aleatórios e passam a apresentar graus de correlação.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1 O Modelo Jaynes–Cummings

Desenvolvido em 1963 por Edwin Jaynes e Fred Cummings, o modelo Jaynes-Cummings é comumente usado como uma conexão entre a óptica quântica e a teoria da informação quântica [29]. Essencialmente, o modelo descreve um sistema atômico de dois níveis interagindo com um modo quantizado de uma cavidade óptica ou campo bosônico, com ou sem a presença de luz. Dessa forma, entender a formulação matemática e a física deste modelo é fundamental para o nosso trabalho.

Vamos partir do contexto mais simples, considerando um átomo com apenas uma transição atômica que interage com um modo do campo eletromagnético dentro de uma cavidade isolada. Desta forma, matematicamente teremos um átomo de dois níveis acoplado a um oscilador harmônico quântico. O Hamiltoniano que descreve esse modelo é a soma de três termos,

$$H = H_{\text{atomo}} + H_{\text{campo}} + H_{\text{int}}, \quad (2.1)$$

tal que, respectivamente,

$$H = \sum_i \left[\frac{p_i^2}{2m_e} + V(\mathbf{r}_i) \right] + \frac{1}{2} \int (|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{B}|^2) d^3r - \sum_i \left[\frac{e}{mc} \mathbf{A} \cdot \mathbf{p}_i \right]. \quad (2.2)$$

Nas subseções seguintes, vamos quantizar cada termo desse hamiltoniano.

2.1.1 Quantização do átomo

Consideramos um átomo como um sistema de dois níveis, sendo descrito por um espaço de estados bidimensional. Este espaço de estados é composto por dois autovalores de energia, o estado fundamental $|g\rangle$ e o estado excitado $|e\rangle$, com autovalores E_g e E_e , e a frequência de transição atômica ω_a (Figura 2.1).

O Hamiltoniano que descreve um sistema de dois níveis é dado por,

$$\hat{H}_{\text{atomo}} = E_e |e\rangle\langle e| + E_g |g\rangle\langle g|, \quad (2.3)$$

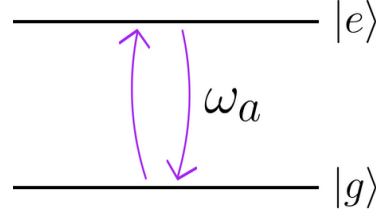


Figura 2.1: Representação do sistema de dois níveis (átomo): estado fundamental $|g\rangle$ e o estado excitado $|e\rangle$ e a frequência de transição atômica ω_a .

Fonte: Autora, 2024.

com forma matricial,

$$\hat{H}_{atomo} = \begin{pmatrix} E_e & 0 \\ 0 & E_g \end{pmatrix}.$$

Podemos reescrever esse Hamiltoniano da forma

$$\hat{H}_{atomo} = \frac{1}{2}(E_e + E_g) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(E_e - E_g) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

Como estamos interessados somente na diferença da energia, vamos reescalar a energia, tal que $\hat{H}_{atomo} \rightarrow \hat{H}_{atomo} - \frac{1}{2}(E_e + E_g)$,

$$\hat{H}_{atomo} = \frac{1}{2}\hbar\omega_a\hat{\sigma}_z. \quad (2.4)$$

Perceba que podemos reescrever este resultado de uma maneira mais usual. Para isto, vamos lembrar que

$$\hat{\sigma}_{ee} + \hat{\sigma}_{gg} = |e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g| = \mathbb{1},$$

então,

$$\begin{aligned} \hat{H}_{atomo} &= \frac{\hbar\omega_a}{2}(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g| + [|e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|] - [|e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|]) \\ &= \frac{\hbar\omega_a}{2}(2|e\rangle\langle e| - [|e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|]) \\ &= \hbar\omega_a\hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- - \frac{1}{2}\hbar\omega_a\hat{\sigma}_z, \end{aligned}$$

que é a primeira quantização do Hamiltoniano do átomo da forma que queremos.

2.1.2 Quantização do campo

Podemos tratar uma cavidade, que contém um modo de radiação EM quantizada, como um oscilador harmônico quântico.

Partindo das equações de Maxwell e do gauge de Coulomb (potencial vetor transversal $\mathbf{A} \equiv \mathbf{A}_\perp$), é possível demonstrar que o potencial vetor $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ satisfaz a equação de onda.

Um possível *ansatz* para a solução é

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_k c_k(t) \mathbf{u}_k(\mathbf{r}), \quad (2.5)$$

onde k é o número quântico, que especifica o modo da cavidade, $\mathbf{u}_k(\mathbf{r})$ é o modo vibracional da cavidade que, por simetria do sistema, são ondas planas e $c_k(t)$ é a amplitude de onda.

Agora vamos fazer uma decomposição de Fourier do potencial vetor em um volume cúbico, com $V = L^3$, e aplicar as condições periódicas de contorno $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$. Então, podemos escrever o potencial vetor tal que,

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{k, \alpha} \hat{\epsilon}^\alpha \left[c_{k, \alpha}(t) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - w_{c, \mathbf{k}}t)} + c_{k, \alpha}^*(t) e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{r} + w_{c, \mathbf{k}}t)} \right], \quad (2.6)$$

em $t = 0$, obtemos

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{k, \alpha} \hat{\epsilon}^\alpha \left[c_{k, \alpha}(0) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + c_{k, \alpha}^*(0) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \right], \quad (2.7)$$

em que $\alpha = 1, 2$ são as direções de polarização, ϵ^α é o versor de polarização e $\mathbf{k}$ o vetor de onda. Pelo calibre de Coulomb, sabemos que

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0, \quad (2.8)$$

e que podemos encontrar os campos magnético e elétrico em função do potencial vetor,

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A},$$

e,

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}.$$

Para obter soluções físicas, faremos algumas substituições de variáveis, mantendo os coeficientes independentes do tempo, como $c_{k, \alpha}(t) \equiv c_{k, \alpha}$,

$$c_{k, \alpha} \rightarrow \left(\frac{\hbar c^2}{2w_{c, \mathbf{k}}} \right)^{\frac{1}{2}} \hat{a}_{k, \alpha},$$

$$c_{k, \alpha}^* \rightarrow \left(\frac{\hbar c^2}{2w_{c, \mathbf{k}}} \right)^{\frac{1}{2}} \hat{a}_{k, \alpha}^\dagger.$$

Da equação (2.2), temos que o termo do hamiltoniano relativo ao campo é,

$$H_{campo} = \frac{1}{2} \int (|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{B}|^2) d^3r,$$

então, após uma certa álgebra para encontrar os campos, substituímos $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ e temos

$$\hat{H}_{campo} = \frac{1}{4} \sum_{k, \alpha} 2\hbar\omega_{c, k} \left[\hat{a}_{k, \alpha} \hat{a}_{k, \alpha}^\dagger + \hat{a}_{k, \alpha}^\dagger \hat{a}_{k, \alpha} \right].$$

Lembrando da relação de comutação entre os operadores de criação e aniquilação $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$, podemos reescrever a expressão acima,

$$\hat{H}_{campo} = \sum_{k,\alpha} \hbar \omega_{c,k} \left[\hat{a}_{k,\alpha}^\dagger \hat{a}_{k,\alpha} + \frac{1}{2} \right], \quad (2.9)$$

que é a expressão do hamiltoniano do campo quantizado para multimodos. O cálculo feito com mais detalhes pode ser encontrado na Ref. [30].

2.1.3 Quantização da interação átomo-campo

O Hamiltoniano clássico de um átomo é dado pela expressão

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{x}). \quad (2.10)$$

Supondo agora que o sistema interage com um campo externo, vamos descrever esta interação na forma de dipolo elétrico. Desse modo, consideramos a aproximação de dipolo elétrico, tal que $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \rightarrow \mathbf{A}(t)$. Então, tomamos o Hamiltoniano na forma do calibre de Coulomb e faremos uma outra transformação de gauge,

$$H = \frac{1}{2} [\mathbf{p} - e(\mathbf{A} + \nabla \chi)]^2 - e \frac{\partial \chi}{\partial t} + V(\vec{x}), \quad (2.11)$$

e escolhemos χ tal que

$$\begin{aligned} \chi(\mathbf{x}, t) &= -\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \Rightarrow \nabla \chi = -\mathbf{A}, \\ \frac{\partial \chi}{\partial t} &= -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{x}. \end{aligned}$$

Dessa forma, o Hamiltoniano pode ser escrito como a soma do Hamiltoniano do átomo livre e da interação átomo-campo do tipo dipolo elétrico,

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{x}) - e \mathbf{E} \cdot \mathbf{x}. \quad (2.12)$$

Essa representação é diferente da descrita no Hamiltoniano (2.2), comumente utilizada. Entretanto, elas são equivalentes. Neste trabalho, escolhemos o Hamiltoniano de interação que mostramos acima, do tipo dipolo elétrico,

$$H_{int} = -e \mathbf{E} \cdot \mathbf{x}, \quad (2.13)$$

e é esta expressão que vamos quantizar a seguir.

Vamos definir,

$$e \hat{\mathbf{x}} = \sum_{i,j=g}^e |i\rangle \langle i| e \hat{\mathbf{x}} |j\rangle \langle j| = \sum_{\substack{i,j=g \\ i \neq j}}^e = p_{i,j} \hat{\sigma}_{i,j} = \mathbf{p} \hat{\sigma}_+ + \mathbf{p}^* \hat{\sigma}_-, \quad (2.14)$$

onde definimos $\mathbf{p} = e \langle e | \hat{\mathbf{x}} | g \rangle$, $\mathbf{p}^* = e \langle g | \hat{\mathbf{x}} | e \rangle$, $\hat{\sigma}_+ = |e\rangle \langle g|$ e $\hat{\sigma}_- = |g\rangle \langle e|$. Observe que só existe momento de dipolo quando ocorre transições entre os níveis de energias.

Então, consideramos que o campo elétrico quantizado e linearmente polarizado, na aproximação de dipolo, é

$$\hat{\mathbf{E}} = i\varepsilon\epsilon[\hat{a} - \hat{a}^\dagger], \quad (2.15)$$

e definindo a energia de acoplamento como $\hbar g = \varepsilon(\mathbf{p} \cdot \epsilon)$, após uma manipulação algébrica, definimos que o Hamiltoniano como,

$$\hat{H}_{int} = \hbar(\hat{\sigma}_+g + g\hat{\sigma}_-)(\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (2.16)$$

expandido esse hamiltoniano, encontraremos 4 termos que são interpretados como na Figura (2.2).

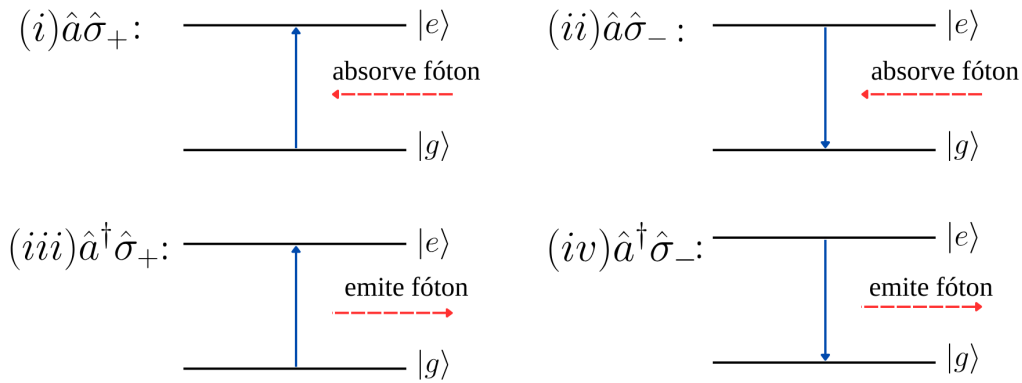


Figura 2.2: Em (i), a ilustração representa os operadores de aniquilação $\hat{a}$, absorção de um fóton, e levantamento $\hat{\sigma}_+$, que leva o átomo do estado fundamental para o excitado, atuando no estado. Em (ii), os operadores que estão atuando no estado são os operadores de aniquilação $\hat{a}$ e rebaixamento $\hat{\sigma}_-$, levando o átomo do estado excitado para o fundamental. Em (iii) os operadores que estão atuando no estado são os operadores de criação $\hat{a}^\dagger$, emissão de um fóton, e levantamento $\hat{\sigma}_+$. Por fim, em (iv), os operadores que estão atuando no estado são os operadores de criação $\hat{a}^\dagger$ e rebaixamento $\hat{\sigma}_-$.

Fonte: Autora, 2024.

A Figura (2.2) descreve como operadores de aniquilação (criação) e levantamento (rebaixamento) atuam juntos no sistema. Em (i) e (iii), quando foi aplicado $\hat{\sigma}^+$, que chamamos de operador levantamento, ou que caiu do estado excitado para o fundamental, (ii) e (iv), quando o operador rebaixamento $\hat{\sigma}^-$ foi aplicado. As setas vermelhas indicam a atuação dos operadores de criação $\hat{a}^\dagger$ e aniquilação $\hat{a}$. Considerando a aproximação de onda girante (RWA), em que os termos $\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}^+$ e $\hat{a}\hat{\sigma}^-$ oscilam muito rápido e podem ser considerados não conservativos. Desta forma, vamos desprezá-los.

Portanto, encontramos que o Hamiltoniano de interação entre uma cavidade e um átomo de dois níveis quantizado é da forma,

$$\hat{H}_{int} = \hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{a} + \hat{\sigma}_-\hat{a}^\dagger), \quad (2.17)$$

generalizando a relação acima para multimodos, obtemos que

$$\hat{H}_{int} = \sum_{k,\alpha} \hbar g_{k,\alpha} (\hat{\sigma}_+ \hat{a}_{k,\alpha} + \hat{\sigma}_- \hat{a}_{k,\alpha}^\dagger). \quad (2.18)$$

Finalmente, podemos escrever o Hamiltoniano de Jaynes-Cummings (JC) quantizado

$$\hat{H}^{JC} = \hat{H}_{atomo} + \hat{H}_{campo} + \hat{H}_{int},$$

concatenando os resultados obtidos e negligenciando os termos de energia constante nos Hamiltonianos do átomo $-\hbar\omega_0/2$ e do campo $\hbar\omega/2$, chegamos numa forma geral

$$\hat{H}^{JC} = \hbar\omega_a \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- + \sum_{k,\alpha} \hbar\omega_{c,k} \hat{a}_{k,\alpha}^\dagger \hat{a}_{k,\alpha} + \sum_{k,\alpha} \hbar g_{k,\alpha} (\hat{\sigma}_+ \hat{a}_{k,\alpha} + \hat{\sigma}_- \hat{a}_{k,\alpha}^\dagger). \quad (2.19)$$

Considerando que o campo óptico é polarizado e de modo único, com apenas um átomo dentro de uma cavidade, tal que

$$\hat{H}^{JC} = \hbar\omega_a \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- + \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar g (\hat{\sigma}_+ \hat{a} + \hat{\sigma}_- \hat{a}^\dagger). \quad (2.20)$$

A expressão acima é a utilizada neste trabalho.

A dinâmica de um fóton em uma rede de cavidades acopladas (CCA) é semelhante a de um elétron se movendo em um cristal, submetido a um potencial periódico. Nossa ideia é explorar a dinâmica de um fóton em uma CCA sob efeito de uma desordem correlacionada.

2.2 Estrutura cristalina

Antes de falarmos sobre sistemas desordenados, é importante a compreensão do conceito de um sistema ordenado e sua estrutura. Cristais são excelentes exemplos desse tipo de sistema: sua estrutura é formada a partir da repetição da menor unidade desse arranjo de átomos, moléculas ou íons, chamada de célula unitária, localizada em pontos da rede de Bravais, ou seja, em pontos em que a orientação e o arranjo parecem ser exatamente os mesmos independente do ponto da rede no qual se encontrem [31, 32]. Uma rede cristalina tridimensional pode ser descrita por três vetores de translação: $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ e $\vec{a}_3$ que geram a rede,

$$\vec{R} = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3 \quad (2.21)$$

sendo n_1, n_2 e n_3 números inteiros e $\vec{R}$ é chamado de vetor da rede de Bravais. Com esses vetores, define-se a geometria de uma célula primitiva.

Na Figura (2.3) exemplificamos um cristal bidimensional, cujos quatro íons contidos dentro da área pontilhada é a célula unitária dessa rede. Observe que, se rotacionarmos ou translacionarmos essa célula, teremos a mesma estrutura inicial, essas propriedades de simetria são características de redes ordenadas.

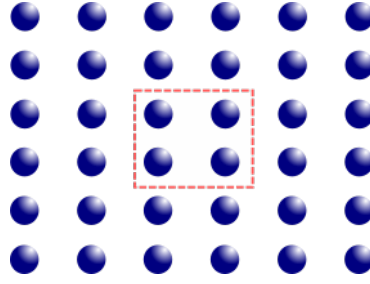


Figura 2.3: Ilustração de uma estrutura cristalina bidimensional.

Fonte: Autora, 2023.

Outra característica importante é que um cristal é dotado de um potencial periódico, descrito pela equação abaixo e pela Figura (2.4),

$$U(\vec{r} + \vec{R}) = U(\vec{r}). \quad (2.22)$$

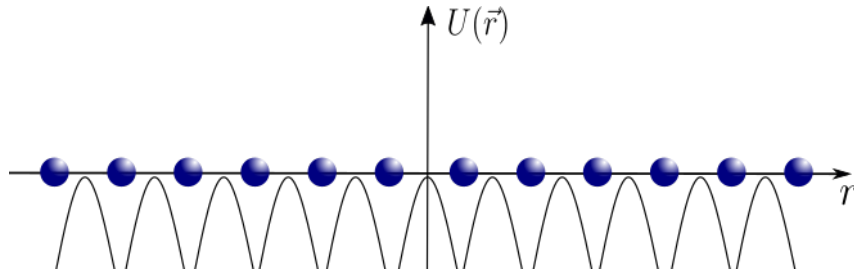


Figura 2.4: Potencial periódico para um cristal unidimensional.

Fonte : Autora, 2023.

Vamos utilizar a aproximação *tight-binding* [33] para discretizar o hamiltoniano de Bloch. A partir desta aproximação, onde a partícula está fortemente ligada aos íons da rede, definimos estados nos íons com o custo energético de ligação ϵ_n correspondente à energia de acoplamento do elétron ao íon n . Além disso, a superposição entre os estados localizados deve ser desprezível, de forma que os estados sejam semelhantes à partícula ligada a um íon isolado. No entanto, a superposição deve ser grande o suficiente para que haja um acoplamento entre os íons. Chamaremos de termo de hopping J o parâmetro que acopla os íons n e $n + 1$ e iremos impor, por simplicidade, que essa taxa de mobilidade é igual para o acoplamento entre $n \rightarrow n + 1$ e $n - 1 \rightarrow n$, uma vez que o hamiltoniano é hermitiano.

O Hamiltoniano que descreve essa rede de N sítios, utilizando a abordagem supracitada, expresso em uma representação de segunda quantização, é dado por:

$$H = \sum_{n=1}^N [(\epsilon_n c_n^\dagger c_n) - J(c_{n+1}^\dagger c_n + c_{n-1}^\dagger c_n)], \quad (2.23)$$

onde $c_n^\dagger$ e c_n são os operadores de criação e aniquilação do elétron no sítio n . Para uma rede cristalina, os íons são idênticos, então por simplicidade, geralmente consideramos $\epsilon_n = 0$ para todos os sítios.

Para encontrar as funções de onda de um elétron em um cristal, solucionamos a equação de Schrödinger:

$$H\psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) \right) \psi = E\psi. \quad (2.24)$$

Os elétrons que obedecem essa equação são os elétrons de Bloch, cujas soluções são as ondas de Bloch da forma

$$\psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} u_{n,\vec{k}}(\vec{r}), \quad (2.25)$$

que são ondas planas modificadas por $u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$, que é uma função com a periodicidade da rede de Bravais. Essas ondas são estendidas pela rede, caracterizando um material condutor, uma vez que indicam que os elétrons podem transitar livremente pela rede. A equação acima é conhecida como teorema de Bloch [34].

Entretanto, esse modelo só é capaz de prever uma resistência nula para cristais perfeitos. Uma vez que surgem defeitos nas estruturas, o comportamento da função de onda eletrônica não pode mais ser descrito pelo teorema de Bloch. Esses defeitos são conhecidos como desordem e neste trabalho estudaremos seu efeito em nosso sistema.

2.3 Modelo de Anderson e desordem correlacionada

Em 1958, Philipp W. Anderson estudou os efeitos que a presença de impurezas em uma rede pode causar no comportamento da função de onda de uma partícula. Agora, o arranjo ordenado dá lugar a um arranjo desordenado. Esses defeitos podem ter diferentes formas: estrutural e composicional, como ilustra a figura 2.5. Com a presença de uma desordem forte o suficiente, o material passa a apresentar um caráter isolante (isolante de Anderson) [35].

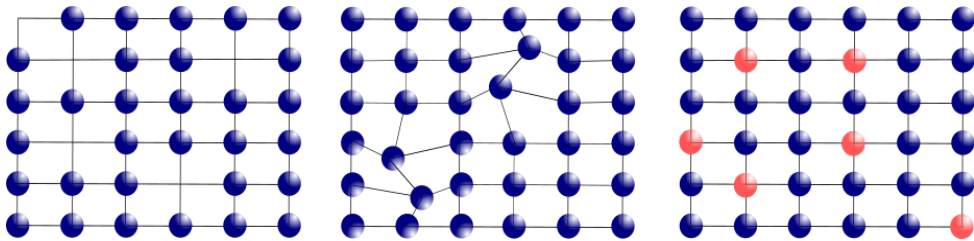


Figura 2.5: Ilustração de arranjos bidimensionais com desordem estrutural (esquerda e meio) e desordem composicional (direita).

Fonte: Autora, 2023.

Na presença da desordem, a partícula está sob o efeito de um potencial aleatório e sua função de onda fica restrita a uma pequena região da rede, sendo nula fora dela.

O hamiltoniano que descreve esse comportamento é análogo ao hamiltoniano do modelo de Bloch 2.23,

$$H = \sum_{n=1}^N [(\epsilon_n c_n^\dagger c_n) - J(c_{n+1}^\dagger c_n + c_{n-1}^\dagger c_n)],$$

entretanto, o que anteriormente possuía valores fixos, agora podem ser descritos por um potencial aleatório, que pode ser inserido no potencial local ϵ_n , ou na amplitude de *hopping* J . Em seu trabalho inicial, Anderson introduziu o que chamou de largura de desordem, W , e agora o potencial aleatório são números distribuídos de forma aleatória em intervalo de largura W .

A teoria padrão da localização de Anderson assume a presença de desordem não correlacionada no sistema. No entanto, os materiais reais frequentemente exibem desordem espacialmente correlacionada em certas escalas de comprimento. A natureza dessas correlações pode impactar significativamente o comportamento de localização em comparação com o caso não correlacionado.

Estudos numéricos mostraram que mesmo correlações espaciais fracas no potencial de desordem tendem a deslocalizar as funções de onda e enfraquecer a localização em comparação com defeitos independentes [36]. Por exemplo, quando as localizações das impurezas não são completamente aleatórias, mas possuem algum grau de ordem de curto alcance, os efeitos de interferência de dispersão são reduzidos. Isto permite que estados estendidos persistam na fase nominalmente localizada.

O dímero aleatório é um exemplo de desordem correlacionada de curto alcance. Em 1990, Dunlap expôs em seu trabalho que ao considerar um modelo *tight-binding* unidimensional com duas energias locais não correlacionadas, ϵ_a e ϵ_b , e um elemento de matriz constante de vizinho mais próximo, V , se uma (ou ambas) das energias locais forem atribuídas aleatoriamente a pares de sítios da rede (ou seja, dois sítios consecutivos) como ilustrado na figura (2.6), uma partícula inicialmente localizada pode se tornar deslocalizada [37]. Espera-se um comportamento difusivo se $\epsilon_a - \epsilon_b = \pm 2V$ e localizado caso contrário.

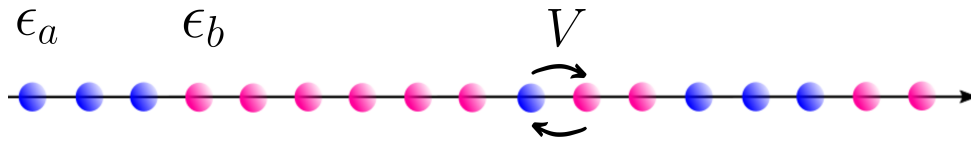


Figura 2.6: Ilustração de uma rede tipo dímero unidimensional com duas possibilidades de energia local ϵ_a e ϵ_b , onde o último aparece em pares, e uma taxa de mobilidade da partícula V .

Fonte : Autora, 2024.

A fim de demonstrar o comportamento de um elétron nos três tipos de regime citados acima, fizemos uma análise numérica da probabilidade da partícula retornar ao sítio inicial após evoluir no tempo. A probabilidade de retorno é descrita pela expressão:

$$R(t) = |\alpha_{n_0}|^2, \quad (2.26)$$

onde α_{n_0} é a amplitude da função de onda da partícula no sítio inicial. Para a caracterização da natureza estendida ou localizada da função de onda, fazemos análises para longos períodos de tempo. Se após muito tempo $R(t \rightarrow \infty) = 0$, no limite termodinâmico, temos um forte indicativo de que a função de onda eletrônica se estende pela rede. Entretanto, se $R(t \rightarrow \infty) \neq 0$, então o pacote de onda não está difundindo por toda a rede e pode ser encontrado apenas nas vizinhanças de n_0 , o que caracteriza um regime localizado. Entretanto, é importante ter em mente que essa grandeza não é o suficiente para estabelecer que há estados estendidos em um sistema desordenado. Através de R , conseguimos perceber indicativos que levam a um comportamento localizado, ou delocalizado.

Dessa forma, vamos analisar a influência de potencial aleatórios correlacionados no comportamento da função de onda eletrônica. Para isso, consideramos três regimes:

- *Rede Cristalina*: $N = 1.500$, $\epsilon_n = 0.0$ e $V = 1.0$.
- *Rede Desordenada*: $N = 1.500$, $\epsilon_n \rightarrow [-\frac{W}{2}, \frac{W}{2}]$, com $W = 3.0$ e $V = 1.0$, fazendo uma média de 10 amostras.
- *Rede Desordenada Correlacionada*: $N = 1500$, $\epsilon_a = -0.5$ e $\epsilon_b = 0.5$, com probabilidade igual e $V = 1.0$, fazendo uma média de 10 amostras.

e nos três casos tomamos $t = 1.000$ e um $dt = 0,5$. Obtivemos $R(t)$ efetuando uma integração numérica do conjunto de equações de movimento usando o método numérico de Runge-Kutta de quarta ordem. Com isso, obtivemos:

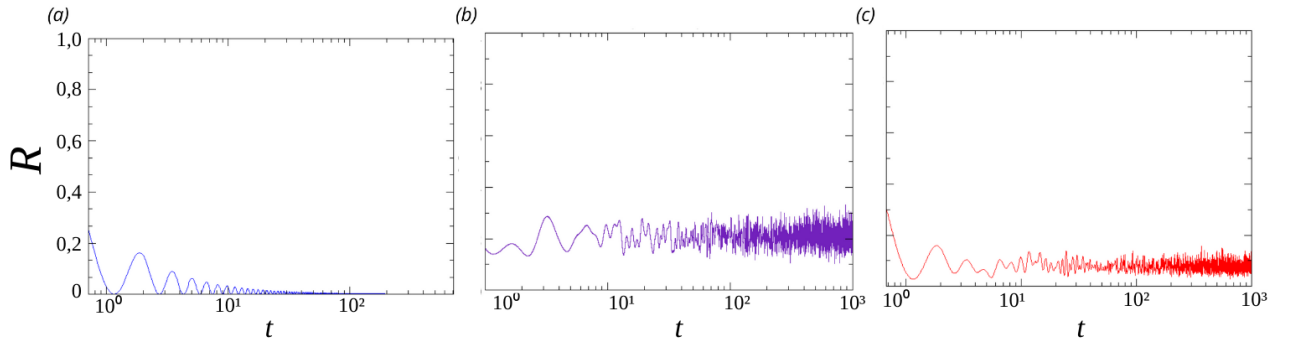


Figura 2.7: Probabilidade de retorno R em função do tempo t para (a) uma rede cristalina, (b) rede com desordem na energia local e largura de desordem $W = 3.0$ e (c) rede desordenada com correlação em ϵ tipo dímero. O eixo x está numa escala logarítmica.

Fonte: Autora, 2024.

Dos gráficos acima, percebemos que em (a) a probabilidade de retorno da partícula para a posição inicial vai à zero, ou seja, a função de onda eletrônica pode estar estendida por toda a rede. Em (b), para um regime completamente desordenado, as amplitudes de oscilação indicam que o elétron pode retornar ao sítio inicial dando indícios que a função de onda eletrônica está presa na posição inicial, enquanto que em (c), nota-se que uma pequena fração permanece aprisionada em sua posição inicial. Com isso observamos que há uma mudança de comportamento da função de onda para os três tipos de regime.

A desordem correlacionada de longo alcance, onde as impurezas são distribuídas com uma função de correlação que decai com lei de potência, em vez de independentemente, pode suprimir totalmente a localização de Anderson. Em 2007, Lukan e outros autores descobriram que, para certas energias, a propagação de pacotes de ondas permanece difusa mesmo em sistemas 1D com correlações espaciais de longo alcance na desordem [38].

Geralmente o modelo de Anderson é utilizado para descrever a fenomenologia de um elétron submetido a um potencial aleatório. Entretanto, um comportamento de localização análogo foi posteriormente observado para fótons que se propagam em estruturas dielétricas desordenadas [39, 40]. A natureza ondulatória da luz permite que ela passe por múltiplos eventos de dispersão, levando a efeitos de interferência que podem localizar ondas eletromagnéticas.

Capítulo 3

Rede de cavidades acopladas

Assumiremos agora uma rede de cavidades acopladas, em que os modos locais do campo se sobrepõem para cavidades muito próximas. Isto implica que fótons podem tunelar entre cavidades vizinhas a uma taxa J (Figura 3.1). Esse sistema é semelhante a um elétron se movendo em um sólido cristalino sujeito a um potencial periódico, como descrito no capítulo anterior.

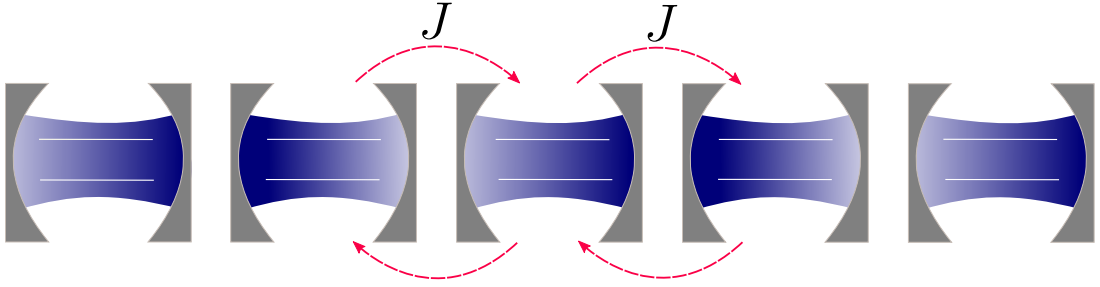


Figura 3.1: Ilustração de uma rede de cavidades ópticas acopladas a uma taxa J . Dentro de cada cavidade há um qubit.

Fonte: Autora, 2024.

Considere uma rede de N cavidades ópticas acopladas, em que para cada sítio existe uma cavidade contendo um átomo de dois níveis, como ilustrado acima. Cada qubit interage com um modo do campo eletromagnético. Dessa forma, o sistema de CCA é descrito pelo hamiltoniano de Jaynes-Cummings-Hubbard (JCH) ($\hbar = 1$) [41, 42]

$$\hat{H}^{JCH} = \sum_{n=1}^N [\omega_a \hat{\sigma}_{+,n} \hat{\sigma}_{-,n} + \omega_f \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n + g(\hat{\sigma}_{+,n} \hat{a}_n + \hat{\sigma}_{-,n} \hat{a}_n^\dagger) + J(\hat{a}_{n+1}^\dagger \hat{a}_n + \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+1})]. \quad (3.1)$$

Entretanto, perdemos a aproximação de onda girante a medida que o acoplamento aumenta. Isto nos leva a diferentes tipos de regime de acoplamento que irão regir o sistema. O tipo de regime depende de algumas variáveis, como o acoplamento g , as frequências e as taxas de decaimento.

3.1 Regimes de acoplamento

As configurações de QED de cavidade permitem a geração de fótons com um alto grau de coerência por meio da interação emissor-cavidade (Figura 3.2). O parâmetro de acoplamento, usualmente denotado de g , quantifica o quão forte é a troca de energia entre o átomo e a cavidade. Também existem parâmetros de decaimento nesse sistema, k é uma taxa de decaimento da cavidade, ou seja, a irradiação do fóton para fora da cavidade, e γ é a taxa de decaimento atômico, uma emissão espontânea do átomo, ambas são formas de decoerência.

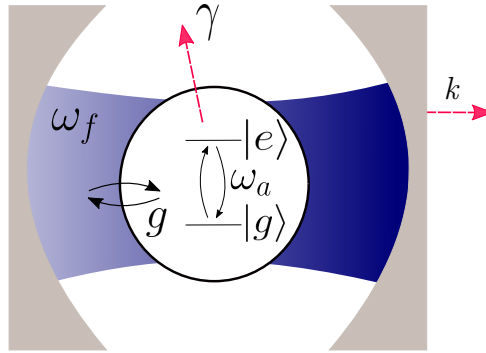


Figura 3.2: Representação esquemática de uma cavidade óptica acoplada a um átomo de dois níveis. Os parâmetros ilustrados aqui são as frequências de transição atômica ω_a que interage com um modo do campo de frequência ω_f a uma taxa g . k é uma taxa de decaimento da cavidade e γ é a taxa de decaimento atômico.

Fonte: Autora, 2024.

Uma boa descrição desses regimes é feita por Y. Wanga e J. Yan [43]. Em resumo, alguns desses regimes são:

- Um regime de fraco acoplamento ocorre para $g \ll \gamma, k, \omega_a$ e ω_f . Neste regime, deve-se levar em consideração as taxas de decoerência, impedindo que a dinâmica coerente do modelo Jaynes-Cummings ocorra.
- Para um regime de forte acoplamento, teremos $\gamma, \kappa \ll g \ll |\omega_a - \omega_f|$. Neste caso, o sistema pode absorver e reemitir um dado fóton muitas vezes, antes que ele seja irradiado para fora da cavidade ou que seja espontaneamente emitido. Para este regime, o modelo de Jaynes-Cummings é o suficiente.
- Em um regime ultraforte, g é forte o suficiente para competir com a ressonância. Neste caso, perde-se a aproximação de ondas girante e o modelo de JC não é mais o suficiente.

Neste trabalho, estamos interessados em um regime de forte acoplamento.

3.2 Geração controlada de fótons

Quando um emissor de dois níveis, no nosso caso um átomo, é fortemente acoplado a um modo de cavidade, seu estado excitado pode decair, emitindo um fóton na cavidade.

Esse parâmetro define a escala de tempo para transferência de informações entre a cavidade e o qubit, ou seja, o tipo do regime de acoplamento forte é definido pela desigualdade da equação 3.2,

$$\gamma, \kappa \ll g \ll |w_a - w_f|. \quad (3.2)$$

Vamos considerar que o parâmetro de acoplamento entre o átomo e o campo é muito maior que os parâmetros dissipativos, porque queremos que a cavidade seja capaz de sustentar vários ciclos de Rabi antes da dissipação e, por outro lado, queremos g muito menor que o módulo da diferença da energia do átomo e do campo. Dessa forma, evitamos o processo de criação simultânea dos estados de excitação do átomo e do campo.

No entanto, existem limitações experimentais no parâmetro de acoplamento, que podem afetar o desempenho do sistema. Essas limitações são normalmente devidas a vários fatores, incluindo as propriedades do material da cavidade, a estrutura modal da cavidade e a estabilidade do acoplamento. Na prática, os pesquisadores precisam ajustar e estabilizar cuidadosamente o acoplamento para alcançar operações quânticas de alta fidelidade. O artigo de revisão reporta valores experimentais de sistemas átomo-cavidade [44].

O tempo de vida de um fóton nesse sistema é proporcional ao fator de qualidade (Q) da cavidade, tal que

$$\tau \sim \frac{Q}{\omega}$$

em que ω é a frequência de ressonância da cavidade [45]. A tabela 3.1 reporta valores experimentais do fator Q em alguns sistemas,

Sistema	Fator Q reportado	Referências
Cavidade de cristal fotônico	$10^5 - 10^6$	[46, 47, 48]
Microressonador Toroidal	10^8	[49]
Ressonador supercondutor	$10^4 - 10^7$	[50, 51]

Tabela 3.1: Valores experimentais do fator Q em alguns sistemas e as respectivas referências.

Em 2022, foi realizado um experimento na Universidade de Innsbruck, que demonstrou o entrelaçamento quântico entre dois íons de Cálcio aprisionados, ainda que separados por uma distância considerável [52]. De forma sucinta, a metodologia utilizada envolveu a utilização de íons aprisionados em armadilhas e a manipulação de seus estados quânticos por meio de pulsos de laser e campos eletromagnéticos controlados.

Primeiramente, os íons foram resfriados a temperaturas muito baixas, próximas do zero absoluto, para minimizar os efeitos indesejados da interação com o ambiente.

Em seguida, os qubits foram preparados em um estado inicial específico, geralmente um estado de superposição ou emaranhamento parcial.

Os pesquisadores realizaram uma série de operações quânticas nos qubits para criar o emaranhamento entre eles. Isso foi feito através do uso de sequências de pulsos de laser e campos magnéticos, que permitiram controlar os estados quânticos dos íons de forma precisa. Essas operações incluíram portas lógicas controladas, que permitiram a transferência de informações quânticas entre os qubits.

O próximo passo foi separar fisicamente os qubits, colocando-os em locais diferentes, com uma distância de 230 metros entre eles. Cada íon foi armadilhado e acoplado a uma cavidade de 20 mm, esta configuração foi chamada de nó. Após a separação, os nós foram conectados ao aparato de medida PBSM, o nó A foi conectado ao aparato por meio de uma fibra óptica de 510 metros, enquanto o nó B por uma fibra de 10 metros (Figura 3.3). Essa conexão permitiu a transferência de informações quânticas entre os qubits a longa distância.

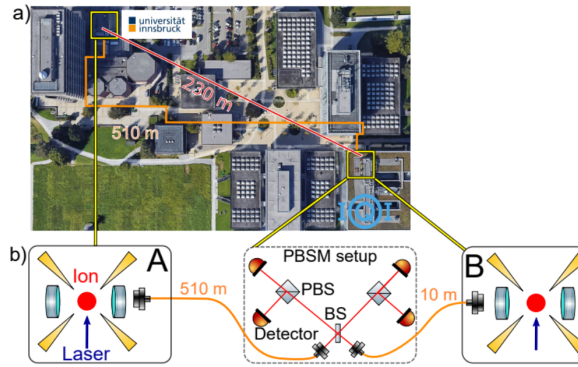


Figura 3.3: a) Imagem via satélite (Google Earth, imagem: Landsat / Copernicus). Os nós A e B estão localizados em prédios separados, conectados por meio de uma fibra óptica de 520 metros e possuem uma separação de linha de visão de 230 metros. b) Os nós consistem em um íon, uma armadilha de Paul linear (quatro eletrodos amarelos) e uma cavidade composta por dois espelhos. A configuração da medida de estado de Bell fotônico (PBSM) contém um divisor de feixe (BS), divisores de feixe polarizadores (PBS) e detectores de fótons.

Fonte: Retirado e adaptado de [52].

Para verificar o emaranhamento entre os fótons, os pesquisadores realizaram testes de Bell com o aparato PBSM. Os autores verificaram uma altíssima fidelidade de emaranhamento entre os fótons oriundos dos nós, na, até hoje, maior rede de íons armadilhados. Esse progresso é muito importante para a área de informação quântica, uma vez que fortalece o uso de átomos acoplados a cavidades ópticas como uma plataforma para a computação quântica.

Capítulo 4

Resultados

4.1 Dinâmica de emissão em CCA

Neste trabalho, exploramos uma CCA descrita por um hamiltoniano do tipo *tight-binding*, onde cada cavidade suporta um modo com frequência ϵ_n . Um único sistema de dois níveis (átomo ou qubit) está presente na cavidade central, interagindo com a mesma a uma frequência g , conforme ilustrado na Figura (4.1).

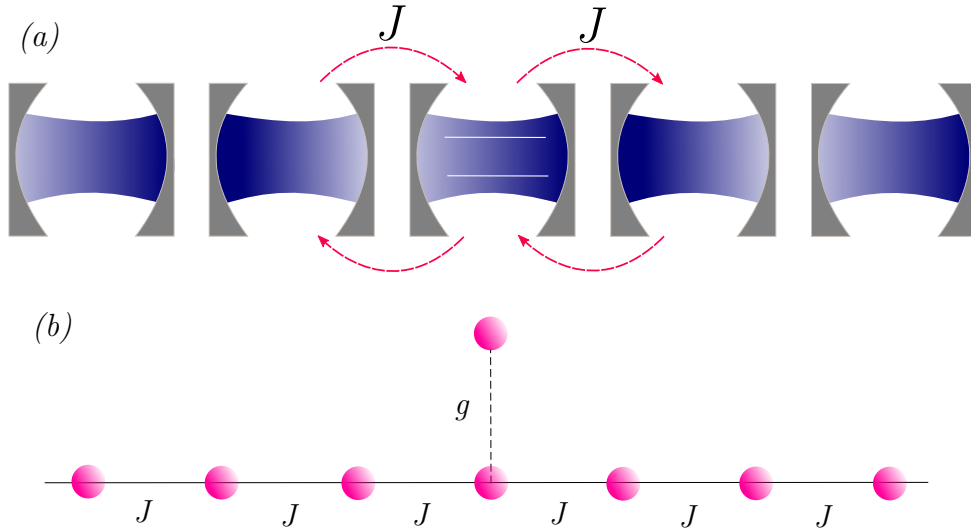


Figura 4.1: (a) Ilustração de uma rede de cavidades ópticas acopladas a uma taxa J . Há apenas um átomo neste sistema, localizado na cavidade central. (b) Rede equivalente no espaço de Hilbert, em que g descreve o acoplamento local entre o átomo e o modo da cavidade.

Fonte: Autora, 2024.

O Hamiltoniano que descreve esse sistema tem a forma [53],

$$H = w_a |e\rangle \langle e| + g(\hat{\sigma}_+ \hat{a}_{\frac{N}{2}} + \hat{\sigma}_- \hat{a}_{\frac{N}{2}}^\dagger) + \sum_{n=1}^N \left[\epsilon_n \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n + J(\hat{a}_n \hat{a}_{n+1}^\dagger + \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+1}) \right]. \quad (4.1)$$

Seguindo a metodologia presente em [53], iremos investigar a probabilidade de excitação do átomo, de modo a quantificar a taxa de emissão atômica a partir de um estado excitado:

$$P_e(t) = |\sigma(t)|^2, \quad (4.2)$$

em que $\sigma(t) = \langle e | \psi(t) \rangle$. A partir daqui iremos também definir o acoplamento átomo-cavidade g em unidades do parâmetro de hopping entre cavidades J , definindo:

$$\eta = \frac{g}{J}. \quad (4.3)$$

De modo a buscar um entendimento acerca de influência do fator η na dinâmica de emissão do átomo, iremos reproduzir os resultados do artigo [53] ao analisar três regimes principais:

1. $\eta = 0.1 \Rightarrow g \ll J$,
2. $\eta = 1.0 \Rightarrow g = J$,
3. $\eta = 10 \Rightarrow g \gg J$.

Para tal finalidade, primeiro diagonalizamos o Hamiltoniano (4.1) através de um código em FORTRAN com uso da subrotina LAPACK/BLAS [54]. Após obtenção dos autovalores e autovetores, aplicamos o operador quântico de evolução temporal,

$$|\psi(t)\rangle = e^{\frac{-iHt}{\hbar}} |\psi(t=0)\rangle. \quad (4.4)$$

A condição inicial do sistema é $|\psi(0)\rangle = |e\rangle$, isto é, o átomo no estado excitado. Diferentemente do autor em [53], que descreveu a dinâmica considerando uma CCA infinita através do uso do formalismo de funções de Green, aqui nós construímos uma rede *finita* com $N = 301$ cavidades. Tal aproximação é justificada em virtude das escalas de tempo utilizadas neste trabalho. Iremos focar os nossos estudos na emissão em tempo curto, e assim podemos ignorar efeitos de borda que o átomo eventualmente sofreria no regime onde $\eta \ll 1$.

Para um acoplamento muito pequeno (Figura 4.2(a)), o sistema apresenta uma emissão espontânea e a excitação do átomo tem um decaimento puramente exponencial. Nesse caso, temos uma emissão markoviana, ou seja, sem memória: a excitação não retorna ao estado original. Ao passo que o g se aproxima de J , com $\eta = 1.0$ (Figura 4.2(b)), a quantidade de excitação que permanece presa dentro do átomo começa a se tornar mais significativa com $P_e(t)$ reduzindo-se a uma oscilação estacionária ao longo tempo. Com $\eta = 10.0$, $g \gg J$, o comportamento é quase semelhante a oscilações de Rabi, o que indica que a informação fica retornando ao estado inicial, oscilando no sistema de dois níveis. Este comportamento é um exemplo de uma dinâmica altamente não-Markoviana.

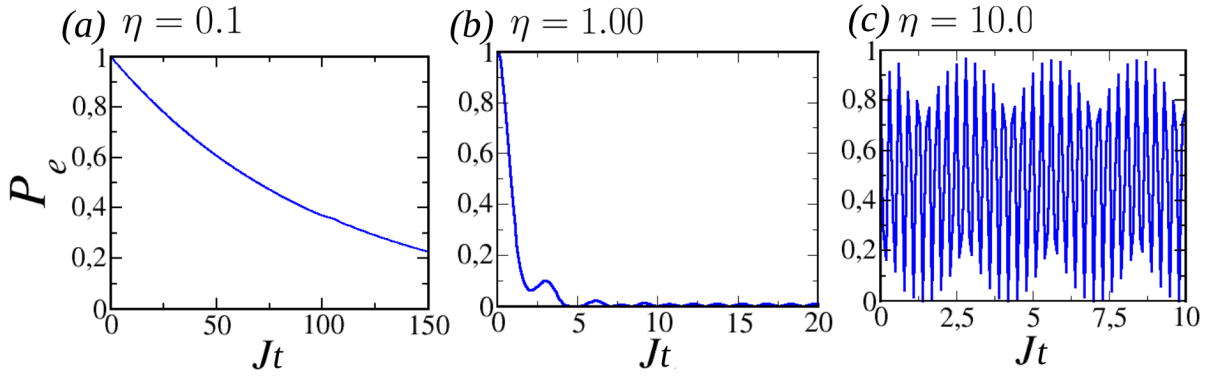


Figura 4.2: Probabilidade de excitação do átomo $P_e(t)$ em função do tempo t (em unidades de J^{-1}) para valores distintos do parâmetro de acoplamento reescalado $\eta = g/J$. Em consonância com a referência [53], verificamos que no regime em que $\eta \ll 1$, o decaimento segue uma função exponencial e passa a desenvolver oscilações de Rabi amortecidas em virtude da interação entre o grau de liberdade atômico e um maior número de modos normais fotônicos quando $\eta = 1$. No cenário que corresponde a $\eta = 10$, a dinâmica se resume praticamente a uma interação local entre o átomo e a cavidade que o contém.

Fonte: Autora, 2024.

Todos esses resultados foram obtidos considerando uma distribuição homogênea para as frequências locais das cavidades $\epsilon_n = \epsilon$, tal como o potencial atuante em uma rede cristalina (caracterizada por modos estendidos ou delocalizados).

Nossa ideia a partir de agora será estruturar o ambiente com uma desordem correlacionada com o objetivo de induzir um conjunto de modos localizados e estendidos. Veremos que o grau de não-markovianidade da dinâmica será dramaticamente afetada por esta configuração.

4.2 Ambiente estruturado com desordem correlacionada

Vamos agora inserir uma desordem correlacionada de longo alcance no modo do campo de cada cavidade. Consideramos sequências aleatórias para a frequência local (potencial) construídas conforme o traço de um movimento browniano fracionário [55]. A expressão que descreve esse termo é construída a partir de

$$\epsilon_n = \sum_{k=1}^{N/2} k^{-\alpha/2} \cos\left(\frac{2\pi nk}{N} + \Phi_k\right), \quad (4.5)$$

onde $k = 1/\lambda$ e λ é o comprimento de onda do perfil de modulação e ϕ_k são fases aleatórias uniformemente distribuídas entre $[0, 2\pi]$. Por fim, α é o parâmetro que estabelece o grau de correlação da desordem, controlando uma tendência de uma série aleatória. Para $\alpha = 0$, temos o caso de um ruído completamente aleatório ("white noise"). Conforme aumentamos α , ainda temos aleatoriedade, mas com uma certa tendência, isto é, os números adquirem memória de longo alcance. No contexto de localização de Anderson,

foi mostrado que isso gera uma transição de fase localizada-delocalizada em sistemas de elétrons [55].

Faremos nosso estudo fixando $\eta = 0.1$, visto que, como mostra na figura (4.2(a)), a dinâmica é Markoviana, não havendo retorno da informação. O Hamiltoniano que descreve esse sistema tem a mesma forma da equação (4.1),

$$H = w_a |e\rangle \langle e| + g(\hat{\sigma}_+ \hat{a}_{\frac{N}{2}} + \hat{\sigma}_- \hat{a}_{\frac{N}{2}}^\dagger) + \sum_{n=1}^N \left[\epsilon_n \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n + J(\hat{a}_n \hat{a}_{n+1}^\dagger + \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_{n+1}) \right].$$

No entanto, agora o modo local ϵ_n é descrito pela expressão (4.5). Estabelecemos $N = 301$ e para cada valor de α , realizamos uma média de 10 amostras. Deixamos o sistema evoluir para $t = 150/J$ com uma discretização (resolução numérica) $dt = 0.1/J$. Tal valor é suficiente para garantir uma curva de evolução suave. Repetimos o procedimento computacional, utilizando o mesmo operador de evolução temporal descrito na equação (4.5), com a mesma condição inicial $|\psi(0)\rangle = |e\rangle$, para evoluir o estado inicial após obtenção numérica exata da resolução espectral do hamiltoniano.

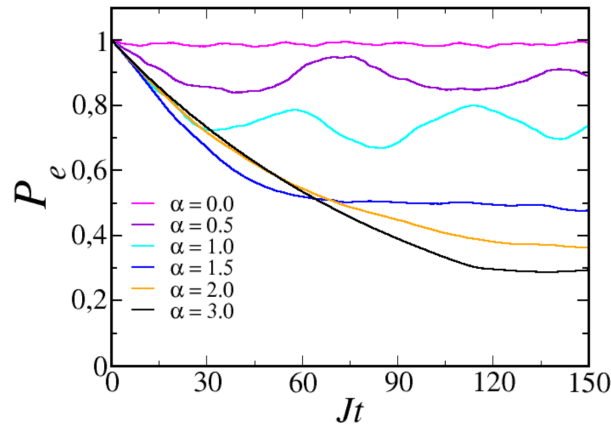


Figura 4.3: Probabilidade de excitação do átomo $P_e(t)$ em função do tempo t (em unidades de J^{-1}) para valores distintos de α , que controla o grau da correlação do sistema e $\eta = 0.1$. Para cada valor de α , fizemos uma média de 10 amostras.

Fonte: Autora, 2024.

Os principais resultados são compilados na Figura 4.3. Quando $\alpha = 0$, o sistema é completamente desordenado e sem correlações. Assim, os modos do campo são completamente localizados [55]. O efeito disso é a localização da excitação atômica na cavidade inicial. De acordo com os resultados obtidos em [56], temos um caso extremo de não-Markovianidade. Neste caso, podemos concluir que um ambiente estruturado com alto grau de desordem não correlacionada inibe a emissão espontânea de um átomo.

Conforme vamos aumentando α , apesar de ainda termos aleatoriedade, surge uma certa memória de longo alcance na dinâmica do sistema. O surgimento de estados mais estendidos possibilita a difusão da excitação ao longo da CCA. Conforme vemos na Figura 4.3, essa conversão de excitação se dá com um padrão de oscilações de Rabi. Considerando que estamos no regime $\eta = 0.1$, os modos responsáveis por essa dinâmica são um conjunto de modos normais fracamente localizados presentes nos níveis de energia próximos a w_a .

Quando atingimos $\alpha = 3.0$, representando um alto grau de correlação, o decaimento dessa probabilidade nos remete a um decaimento Markoviano, visto anteriormente na figura (4.2(a)). Esse comportamento médio indica que o fóton se propaga pela rede, com pouca retenção de informações acerca do estado inicial.

Em nossa análise, percebemos que uma cadeia de cavidades com desordem nem sempre induz um regime não-Markoviano no processo de emissão. Na presença de correlações de longo alcance e fraco acoplamento sistema-ambiente, recuperamos uma dinâmica tipicamente Markoviana com decaimento exponencial.

Capítulo 5

Conclusão

O entendimento de sistemas quânticos abertos é fundamental para o desenvolvimento de dispositivos computacionais que operam utilizando lógica quântica. Em geral, visando a escalabilidade e robustez de computadores e simuladores quânticos, é importante que a interação entre o sistema de interesse e o ambiente (inúmeros graus de liberdade dos quais não temos pleno conhecimento) seja controlada na medida do possível.

Neste trabalho, exploramos a dinâmica de emissão em um sistema de dois níveis (qubit) induzida por um ambiente estruturado: aqui, uma rede unidimensional com potencial desordenado. Vimos que a presença de uma desordem com correlação de longo alcance provoca uma transição de regimes dinâmicos não-Markoviano (com retenção de memória do estado inicial) para Markoviano (sem retenção de memória). Com base nos resultados da Ref. [53] e muitos outros trabalhos que surgiram na linha ao longo dos anos [56], podemos associar tal transição dinâmica à transição localização-delocalização que ocorre quando o parâmetro de correlação $\alpha > 2$. Estudos futuros irão fornecer uma análise mais quantitativa desses aspectos.

Nossos resultados fornecem um arcabouço para outras investigações no contexto de ambientes estruturados. Há a possibilidade de considerarmos outras formas de desordem [37, 57, 58, 59] e ou topologias de rede [60], por exemplo.

O progresso de simuladores quânticos [61] e computadores quânticos operando no regime de dezenas de qubits ruidosos [62] mostra que o desenvolvimento de novas técnicas para controlar dissipação quântica é de suma importância. A principal lição que podemos tirar deste trabalho é que a engenharia de ambientes dissipativos pode fornecer uma camada extra de proteção à informação quântica no que se refere à capacidade de memória do sistema dissipador. Estudos nessa direção são promissores para o progresso da computação quântica resistente à falhas [63].

Referências

1. Benioff P. Quantum Mechanical Models of Turing Machines That Dissipate No Energy. *Phys. Rev. Lett.* 1982 Jun; 48(23):1581–5. DOI: 10.1103/PhysRevLett.48.1581
2. Feynman RP. Simulating Physics with Computers. *International Journal of Theoretical Physics.* 1982 Jun 1; 21:467–88. DOI: 10.1007/BF02650179
3. DEUTSCH D. D. Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer. *roceedings of the Royal Society of London A Mathematical and Physical Sciences.* 1985; 400(1818). DOI: 10.1098/rspa.1985.0070
4. Zurek WH. Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical. *Reviews of Modern Physics* 2003 May; 75:715–75. DOI: 10.1103/revmodphys.75.715. Available from: <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.75.715>
5. IBM. IBM revela processador quântico de mais de 400 qubits e IBM Quantum System Two de próxima geração. [Online; acessado em 24-abril-2024]. 2022. Available from: <https://www.ibm.com/blogs/ibm-comunica/processador-quantico-400qubits-ibm-quantum-system-two/>
6. Arute F e *et al.* Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature.* Available from: <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1666-5>
7. Josephson B. Possible new effects in superconductive tunnelling. *Physics Letters* 1962; 1:251–3. DOI: [https://doi.org/10.1016/0031-9163\(62\)91369-0](https://doi.org/10.1016/0031-9163(62)91369-0)
8. Martinis JM e Osborne K. Superconducting Qubits and the Physics of Josephson Junctions. 2004. arXiv: cond-mat/0402415 [cond-mat.supr-con]
9. Johnson MWea. Quantum annealing with manufactured spins. *Nature* 2011; 473:194–8. DOI: 10.1038/nature10012
10. Wikipédia. IBM Q System One — Wikipédia, a enciclopédia livre. [Online; acessado em 9-abril-2024]. 2024. Available from: https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=IBM_Q_System_One&oldid=67599462
11. Wikipédia. Processador Sycamore. [Online; acessado em 24-abril-2024]. 2022. Available from: https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Processador_Sycamore&oldid=64729299
12. Wave D. Media Resources. [Online; acessado em 24-abril-2024]. 2023. Available from: <https://www.dwavesys.com/company/media-resources/>
13. Zurek WH. Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical. *Rev. Mod. Phys.* 2003; 75(3):715–75. DOI: 10.1103/RevModPhys.75.715
14. Breuer H e Petruccione F. *The Theory of Open Quantum Systems.* Clarendon, 2002. Available from: <https://books.google.com.br/books?id=qVGZAQAACAAJ>

15. Rivas Á, Huelga SF e Plenio MB. Quantum non-Markovianity: characterization, quantification and detection. *Reports on Progress in Physics* 2014; 77. DOI: 10.1088/0034-4885/77/9/094001
16. Breuer HP, Laine EM e Piilo J. Measure for the Degree of Non-Markovian Behavior of Quantum Processes in Open Systems. *Physical Review Letters* 2009. DOI: 10.1103/physrevlett.103.210401
17. Rivas Á, Huelga SF e Plenio MB. Entanglement and Non-Markovianity of Quantum Evolutions. *Phys. Rev. Lett.* 2010; 105(5). DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.050403
18. Haroche S e Raimond JM. *Cavity Quantum Electrodynamics*. Springer, 2006. Available from: <https://www.springer.com/gp/book/9780387254710>
19. Purcell EM. Spontaneous Emission Probabilities at Radio Frequencies. *Physical Review* 1946; 69. DOI: 10.1103/PhysRev.69.674.2
20. Gross M, Goy P, Fabre C, Haroche S e Raimond JM. Maser Oscillation and Microwave Superradiance in Small Systems of Rydberg Atoms. *Phys. Rev. Lett.* 1979 Jul; 43(5):343–6. DOI: 10.1103/PhysRevLett.43.343. Available from: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.43.343>
21. Raimond JM, Brune M e Haroche S. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *Reviews of Modern Physics* 2001; 73:565
22. Imamoglu A, Awschalom DD, Burkard G, DiVincenzo DP, Loss D, Sherwin M e Small A. Quantum information processing using quantum dot spins and cavity QED. *Physical Review Letters* 1999; 83:4204
23. Wallraff A, Schuster DI, Blais A, Frunzio L, Huang RS, Majer J, Kumar S, Girvin SM e Schoelkopf RJ. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics. *Nature* 2004; 431:162–7
24. Xiang ZL, Ashhab S, You JQ e Nori F. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems. *Reviews of Modern Physics* 2013; 85:623
25. Turchette QA, Hood CJ, Lange W, Mabuchi H e Kimble HJ. Measurement of conditional phase shifts for quantum logic. *Physical Review Letters* 1995; 75:4710
26. Filipp S, Maurer P, Leek PJ, Baur M, Bianchetti R, Fink JM, Göppl M, Steffen L, Wallraff A, Blais A e Ensslin K. Two-qubit state tomography using a joint dispersive readout. *Physical Review Letters* 2009; 102:200402
27. Majer J, Chow JM, Gambetta JM, Koch J, Johnson BR, Schreier JA, Frunzio L, Schuster DI, Houck AA, Wallraff A, Blais A, Devoret MH, Girvin SM e Schoelkopf RJ. Coupling superconducting qubits via a cavity bus. *Nature* 2007; 449:443–7
28. Kockum AF, Miranowicz A, De Liberato S, Savasta S e Nori F. Quantum nonlinearities in ultrastrongly coupled circuit QED. *Nature Reviews Physics* 2019; 1:19–40
29. Jaynes E e Cummings F. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proceedings of the IEEE* 1963; 51:89–109. DOI: 10.1109/PROC.1963.1664

30. Knight P. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, 2004
31. Bravais A. Mémoire sur les systèmes formés par les points distribués régulièrement sur un plan ou dans l'espace. *J. Ecole Polytech* 1850; 19:1–128
32. Bravais A. *Etudes cristallographiques Mémoire sur les*. Gauthier-Villars, 1866
33. Ashcroft NW e Mermin ND. *Solid State Physics*. Holt-Saunders, 1976
34. Bloch F. Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern. *Zeitschrift für Physik* 1929; 52:555–600
35. Anderson PW. Absence of Diffusion in Certain Random Lattices. *Phys. Rev.* 1958 Mar; 109(5):1492–505. DOI: 10.1103/PhysRev.109.1492
36. Izrailev FM, Krokhin AA e Makarov NM. Anomalous localization in low-dimensional systems with correlated disorder. *Physics Reports* 2012; 512:125–254
37. Dunlap DH, Wu HL e Phillips PW. Absence of localization in a random-dimer model. *Phys. Rev. Lett.* 1990 Jul; 65(1):88–91. DOI: 10.1103/PhysRevLett.65.88. Available from: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.65.88>
38. Lugan P, Aspect A, Sanchez-Palencia L, Delande D, Grémaud B, Müller CA e Miniatura C. One-dimensional Anderson localization in certain correlated random potentials. *Physical Review A* 2007; 76:023605
39. Wiersma DS, Bartolini P, Lagendijk A e Righini R. Localization of light in a disordered medium. *Nature* 1997; 390:671–3
40. Schwartz T, Bartal G, Fishman S e Segev M. Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices. *Nature* 2007; 446:52–5
41. Hartmann M, Brandão F e Plenio M. Quantum many-body phenomena in coupled cavity arrays. *Laser amp; Photonics Reviews* 2008 Dec; 2:527–56. DOI: 10.1002/lpor.200810046. Available from: <http://dx.doi.org/10.1002/lpor.200810046>
42. Greentree ADea. Quantum phase transitions of light. *Nature Physics* 2006; 2(12). DOI: <https://doi.org/10.1038/nphys466>
43. Wang Y e Haw JY. Bridging the gap between the Jaynes–Cummings and Rabi models using an intermediate rotating wave approximation. *Physics Letters A* 2015; 379:779–86. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2014.12.052>
44. Wu S, Zhang D, Li Z, Shi M, Yang P, Guo J, Du W, Bao G e Zhang W. Quantum-enhanced Electrometer based on Microwave-dressed Rydberg Atoms. 2023. arXiv: 2307.05183 [quant-ph]
45. Fox M e Javanainen J. *Quantum Optics: An Introduction*. *Physics Today - PHYS TODAY* 2007 Sep; 60. DOI: 10.1063/1.2784691
46. Notomi M, Kuramochi E e Tanabe T. Lasing action due to the two-dimensional quasiperiodicity of photonic quasicrystals. *Nature Photonics* 2008; 2:741
47. Tanabe T, Notomi M, Kuramochi E, Shinya A e Taniyama H. Fast Isis of photonic crystal slab boundary modes using the nonorthogonal FDTD method. *Nature Photonics* 2007; 1:49
48. Takahashi Y, Hagino H, Tanaka Y, Song BS, Asano T e Noda S. High-Q photonic nanocavity in a two-dimensional photonic crystal. *Optics Express* 2007; 15:17206

49. Armani DK, Kippenberg TJ, Spillane SM e Vahala KJ. Ultra-high-Q toroid micro-cavity on a chip. *Nature* 2003; 421:925
50. Brune M, Hagley E, Dreyer J, Maitre X, Maali A, Wunderlich C, Raimond JM e Haroche S. Observing the progressive decoherence of the “meter” in a quantum measurement. *Physical Review Letters* 1996; 77:4887
51. Frunzio L, Wallraff A, Schuster D, Majer J e Schoelkopf R. Fabrication and characterization of superconducting circuit QED devices for quantum computation. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 2005; 15:860
52. Krutyanskiy V, Galli M, Krcmarsky V, Baier S, Fioretto DA, Pu Y, Mazloom A, Sekatski P, Canteri M, Teller M, Schupp J, Bate J, Meraner M, Sangouard N, Lanyon BP e Northup TE. Entanglement of Trapped-Ion Qubits Separated by 230 Meters. *Phys. Rev. Lett.* 2023 Feb; 130(5):050803. DOI: 10.1103/PhysRevLett.130.050803. Available from: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.130.050803>
53. Lombardo F, Ciccarello F e Palma GM. Photon localization versus population trapping in a coupled-cavity array. *Phys. Rev. A* 2014; 89(5). DOI: 10.1103/PhysRevA.89.053826
54. Anderson E, Bai Z, Bischof C, Blackford S, Demmel J, Dongarra J, Du Croz J, Greenbaum A, Hammarling S, McKenney A e Sorensen D. LAPACK Users’ Guide. Third. Philadelphia, PA: Society for Industrial e Applied Mathematics, 1999
55. Moura FABF de e Lyra ML. Delocalization in the 1D Anderson Model with Long-Range Correlated Disorder. *Phys. Rev. Lett.* 1998 Oct; 81(17):3735–8. DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.3735. Available from: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.3735>
56. Lorenzo Sea. Quantum non-Markovianity induced by Anderson localization. *Sci Rep* 7 201; 42729. DOI: 10.1038/srep42729
57. Theodorou G e Cohen MH. Extended states in a one-dimensional system with off-diagonal disorder. *Phys. Rev. B* 1976 May; 13(10):4597–601. DOI: 10.1103/PhysRevB.13.4597. Available from: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.13.4597>
58. Almeida GMA, Ciccarello F, Apollaro TJG e Souza AMC. Quantum-state transfer in staggered coupled-cavity arrays. *Physical Review A* 2016; 93. DOI: 10.1103/physreva.93.032310. Available from: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.93.032310>
59. Almeida GMA, Lyra ML e de Moura FABF. Transmission of quantum states through disordered channels with dimerized defects. *Quantum Information Processing* 2019 Nov; 18350:350. DOI: 10.1007/s11128-019-2464-6
60. Almeida GMA e Souza AMC. Quantum transport with coupled cavities on an Apollonian network. *Physical Review A* 2013; 87. DOI: 10.1103/physreva.87.033804. Available from: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.87.033804>
61. Altman Ehud ea. Quantum Simulators: Architectures and Opportunities. *PRX Quantum* 2021 Feb; 2(1):017003. DOI: 10.1103/PRXQuantum.2.017003. Available from: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PRXQuantum.2.017003>

-
62. Preskill J. Quantum Computing in the NISQ era and beyond. Quantum 2018 Aug; 2:79. DOI: 10.22331/q-2018-08-06-79. Available from: <https://doi.org/10.22331/q-2018-08-06-79>
 63. Shor PW. Fault-tolerant quantum computation. 1997. arXiv: quant-ph/9605011 [quant-ph]