



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPOS A.C SIMÕES
INSTITUTO DE FÍSICA
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA



MARCUS VINÍCIUS SANTOS GOMES

EVOLUÇÃO DAS IDEIAS DO ELETROMAGNETISMO E SUAS
PRINCIPAIS APLICAÇÕES: UMA VISÃO GERAL DAS EQUAÇÕES
DE MAXWELL NO ENSINO DE FÍSICA

MACEIÓ- AL
2024

MARCUS VINÍCIUS SANTOS GOMES

**EVOLUÇÃO DAS IDEIAS DO ELETROMAGNETISMO E SUAS
PRINCIPAIS APLICAÇÕES: UMA VISÃO GERAL DAS EQUAÇÕES DE
MAXWELL NO ENSINO DE FÍSICA**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso, do Curso de Licenciatura em Física do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para a aprovação na disciplina.

Professor Orientador: Prof. Dr. Guilherme Martins Alves Almeida.

MACEIÓ- AL

2024

Catálogo na Fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Jone Sidney A. de Oliveira – CRB-4 – 1485

G633e Gomes, Marcus Vinícius Santos.
Evolução das ideias do eletromagnetismo e suas principais aplicações: uma
visão geral das equações de Maxwell no ensino de física / Marcus Vinícius
Santos Gomes. – 2024.
44 f. : il.

Orientador: Guilherme Martins Alves Almeida..
Monografia (Trabalho de conclusão de curso em física : licenciatura) –
Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Física. Maceió, 2024.

Bibliografia: f. 43-44.

1. Eletromagnetismo. 2. Eletricidade. 3. Equações de Maxwell -
Evolução. I. Título.

CDU: 537.8:37

AGRADECIMENTOS

Dedico este trabalho especialmente à minha família, minhas tias que sempre me inspiraram a vencer através da educação, sempre enfrentando as dificuldades e os impasses dessa árdua jornada. Às minhas tias: Joelza Mendes, Josiete Mendes, Joelma Mendes, Joselma Mendes. Minha avó, Maria Nancy, que sempre deu seu incentivo e me apoiou em dias de viagens até a universidade. À minha mãe, Martha Mércia por todo apoio e incentivo na luta por dias melhores. À minha namorada, Clarice... que acompanhando minha rotina pesada; sempre me deu ânimo para trilhar esses caminhos.

Aos meus companheiros de graduação, Jonathan Carlos e Josivaldo Oliveira, que tornaram-se mais que amigos, tornaram-se aliados e juntamente comigo concluíram disciplinas que poucos conseguiram enfrentar e nas horas difíceis dividiram momentos divertidos e complicados comigo. Amigos que levarei para o resto da vida.

Ao meu professor, coordenador, orientador e amigo Prof. Dr. Guilherme Martins Alves Almeida... Por ser mais que um profissional, por ser humano e por ser o professor da Ufal que mudou a minha forma de ver a física e as pessoas. Sua sensibilidade, sua humanidade, sua profissionalidade sempre servirão de exemplo para mim e eu só tenho a agradecer tudo que foi feito por mim durante a graduação... Desde as frases de incentivo até os mil e-mails de minha parte que enchiam sua caixa de entrada! Por tudo que vivi de 2019 até aqui, sou eternamente grato a Deus pela oportunidade.

RESUMO

A evolução das principais ideias do eletromagnetismo se constrói com base não somente num único desenvolvedor embasado na própria teoria, muito do que se discute e do que se conhece acerca dessa área do conhecimento desenvolveu-se ao longo dos anos. Conhecer a aplicabilidade dessa teoria de forma fácil e compreensiva é uma tarefa difícil, especialmente no que se refere à evolução das equações de Maxwell em seu todo e em sua construtividade. Uma maneira clara e objetiva de fazer uma instrospecção acerca dessas ideias e conseguir mensurá-las de forma clara para um determinado público como o ensino médio é um dos objetivos dessa pesquisa.

Ter conhecimento sobre o papel de participação de cada cientista e cada pesquisador no desenvolvimento dessa teoria é crucial para o físico e também para o estudante do ensino médio, bem como as enumeradas aplicações desse ensino na vida real e em suas várias contextualizações com o meio científico, inserindo-se num contexto de transposição didática; onde a passagem do conhecimento é desenvolvida a partir do processo em que um conceito ou uma teoria desenvolvida em pesquisas e laboratórios, como o Eletromagnetismo pode ser transmitido em sala de aula para o discentes do ensino médio.

Palavras chave: eletromagnetismo, eletricidade, equações de Maxwell, evolução.

ABSTRACT

The evolution of the main ideas of electromagnetism is based not only on a single developer based on the theory itself, much of what is discussed and what is known about this area of knowledge has developed over the years. Knowing the applicability of this theory in an easy and comprehensive way is a difficult task, especially with regard to the evolution of Maxwell's equations as a whole and their constructiveness. A clear and objective way of introspecting these ideas and being able to measure them clearly for a specific audience such as high school is one of the objectives of this research. Having knowledge about the role of each scientist and each researcher in the development of this theory is crucial for the physicist and also for the high school student, as well as the numerous applications of this teaching in real life and in its various contextualizations within the scientific environment, inserted in a context of didactic transposition; where the passage of knowledge is developed from the process in which a concept or theory developed in research and laboratories, such as Electromagnetism, can be transmitted in the classroom to high school students.

Keywords: electromagnetism, electricity, Maxwell's equations, evolution.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Carl Friedrich Gauss.	20
Figura 2 - Ilustração de duas fontes pontuais se repelindo.....	21
Figura 3- Representação do fluxo elétrico numa superfície fechada.	22
Figura 4- Representação de superfície esférica com uma dada densidade.....	23
Figura 5- Representação do fluxo magnético numa superfície fechada.....	25
Figura 6- Imagem de Michael Faraday.	27
Figura 7- Representação do fluxo magnético numa superfície fechada.....	28
Figura 8- Imagem representativa de André-Marie Ampère.	30
Figura 9 -Imagem da escola politécnica de Paris: local onde Ampère atuou como técnico de matemática.....	31
Figura 10 - Imagem representativa de James Clerck Maxwel.	32
Figura 11- Marischal College, o edifício foi construído e está sob arrendamento de longo prazo da Universidade de Aberdeen, que ainda utiliza partes do prédio para armazenar seu acervo museológico.....	33
Figura 12 - Livro de Maxwell: O tratado sobre a eletricidade e o magnetismo com objetivo de expor sua teoria e estabelecer os novos padrões para o tratamento dos problemas eletromagnéticos de 1873.	34
Figura 13 - Representação de um capacitor composto por duas placas metálicas ligadas por fios percorridos por corrente elétrica.....	35
Figura 14- Bolha de sabão servindo de gaiola de Faraday e sendo atraída por bexiga.	39
Figura 15- Exposição de superfície esférica.....	40
Figura 16- Fluxo de campo elétrico resultante	41

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

a.C - Antes de Cristo

d.C – Depois de Cristo

UNEMAT- Universidade do Estado do Mato Grosso.

LISTA DE SÍMBOLOS

III - Corresponde ao número romano 3 (três).

XIX – Corresponde ao número romano 19 (dezenove).

XX - Corresponde ao número romano 20 (vinte).

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 OBJETIVOS	14
2.1 Objetivo geral:	14
2.2 Objetivos específicos:	14
4 REFERÊNCIAL TEÓRICO	17
4.1 A história do eletromagnetismo e seus contribuintes	17
4.2 As equações de Maxwell	19
4.3 Uma breve história de Carl Friedrich Gauss	20
4.4 Lei de Gauss com investigação da lei de coulomb	21
4.5 Fluxo elétrico numa região com campo elétrico gerado com cargas	21
4.6 Forma diferencial da Lei de Gauss	23
4.7 LEI DE GAUSS PARA O MAGNETISMO	25
4.8 LEI DE FARADAY	26
4.8.1 Uma breve história de Faraday	26
4.9 LEI DE AMPÈRE- MAXWELL	30
4.9.1 Uma breve história de André-Marie Ampère	30
4.9.2 A história de James Clerck Maxwell	32
4.9.3 A Lei de ampère com a correção de Maxwell	34
5 UMA APLICABILIDADE TEÓRICA DAS EQUAÇÕES DE MAXWELL PARA ALUNOS DO ENSINO MÉDIO COM USO DE RECURSOS DIGITAIS	37
6 MANUAL DE ENSINO DE ELETROMAGNETISMO NO ENSINO MÉDIO ABORDANDO A LEI DE GAUSS	40
7 CONCLUSÃO	42
8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43

1 INTRODUÇÃO

Em contextos mais gerais, o que se conhece acerca do eletromagnetismo é uma descrição pouco conhecida e bastante centrada no que se aprende no ensino médio, com pouca exploração e pouco investimento nos conceitos físicos e, em muitos casos, poucas aplicações.

Em cursos como engenharias e cursos técnicos como eletrotécnica, o eletromagnetismo se preocupa apenas com a resolução de questões, provas e aulas teóricas, e em como realizar as atividades corriqueiras do dia a dia; algo que não deve se centralizar no âmbito da física, uma vez que se pode contextualizar a teoria eletromagnética tanto no contexto histórico quanto no contexto metodológico de sua contribuição na ciência, mediante as propostas de ensino de física a serem postas em pauta.

Por muito tempo os efeitos elétricos e magnéticos trilharam caminhos distintos e desenvolveram-se, ao longo das gerações, diferentes visibilidades no que se refere aos conceitos físicos. O magnetismo surgiu de uma necessidade de explicar a atratividade e repulsividade de materiais através de uma pedra conhecida como magnetita na época de Tales de Mileto (624 a.C. – 456 a.C.) como uma ideia de homenagear um grego chamado Magnes, já que a pedra era atraída pelo material contido no cajado usado por ele.

Nos primórdios da evolução científica do magnetismo, suas aplicações eram bastante presentes nas intermediações chinesas desde o século III aC onde os mesmos já utilizavam a bússola sem conhecer uma explicação precisa de seu funcionamento; os fenômenos magnéticos já existiam mas não tinha sido explicado formalmente. Assim como também, uma propriedade atrativa desenvolvida por uma resina fóssil translúcida intitulada como âmbar, que na antiguidade gerava uma certa curiosidade dentre as pessoas que visualizavam sua atratividade especialmente quando o mesmo era esfregado nos pelos dos animais e gerava um fenômeno que até então pouco se sabia que suas origens possuíam um vize eletromagnético.

Ao longo dos séculos o magnetismo trilhou caminhos diferenciados com explicações pouco prováveis a seu respeito e assim se consolidou. Posteriormente, cerca de dois milênios após se verificarem atividades magnéticas em situações corriqueiras, consolidou-se um estudo centrado em eletricidade desenvolvido por William Gilbert (1544-1603), onde houve um enfoque voltado para as aplicações elétricas das quais o mesmo conseguiu descrever observando inicialmente a característica de atratividade esfregando seda em um pedaço de vidro. Atividade semelhante ao que tinha sido visualizado no âmbar (material que deu nome à palavra elétrico, uma vez que vem de *Elektron* que significa âmbar), provando que não apenas este material possuía esta propriedade.

Diante dessas condições surgiram explicações para esse fenômeno de atração nos materiais, que primordialmente foram descritas pela presença de um fluido que era removido do material quando o mesmo era atritado em algum animal. Era atribuída uma força de atração que advinha desse fluido executava o fenômeno, e ao se retirar esse fluido restava uma emanção, a qual causava a força que atraía as partículas de pó.

Gilbert também tentou associar a teoria elétrica com a teoria magnética ao tentar explicar tais fenômenos por intermédio de seu livro *De Magnete* descrevendo propriedades de atração do ímã e do âmbar que mesmo tendo teoricamente a contribuição de forças “iguais” possuíam distinções em suas aplicabilidades inclusive no que se refere ao magnetismo, onde ele conseguiu através de experimentos definir o planeta terra como um ímã gigante e definir o motivo de a bússola apontar sempre para o norte; bem como também, mesmo com a divisão de um corpo magnético em dois jamais o mesmo se tornaria um monopolo magnético, tendo sempre a presença de dois polos, um norte e um sul.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral:

Compreender a evolução das ideias do eletromagnetismo em seu desenvolvimento e as contribuições de cada cientista ao longo dos séculos que serviram de base para a construção das equações de Maxwell.

2.2 Objetivos específicos:

Investigar a história do eletromagnetismo e compreender o desenvolvimento teórico das equações de Maxwell e uma possibilidade de aplicação no ensino de física.

3 METODOLOGIA

A pesquisa abordada no presente trabalho é delimitada apenas em contextos teóricos, não se preocupando em fazer contestações analíticas de casos aqui mencionados. O presente trabalho preocupa-se em situar a evolução das ideias e do desenvolvimento do eletromagnetismo, enfatizando e evidenciando como se deu esse início de implementação das primeiras teorias, elétricas e magnéticas até o surgimento das quatro equações de Maxwell, que em sua totalidade, caracterizam e desmembram a teoria eletromagnética em toda a sua construção.

A finalidade principal de uma investigação científica embasada no que foi discutido está enraizada na necessidade de estudar a natureza dos fenômenos elétricos e magnéticos e a suas características desenvolvidas através de equações, como fez Maxwell traduzindo analiticamente essa teoria, reunindo assim no decorrer da história, as contribuições de cientistas até o consumo da teoria eletromagnética final, que conseqüentemente contribuíram com outras teorias como a física moderna, por exemplo.

Para Merton (1979, p.10)

A meta institucional da ciência é a ampliação dos conhecimentos certificados, reconhecidos. Com o intuito de auxiliar a conquista dessa meta, os quatro princípios institucionais que estabelecem o *ethos* científico, ou seja, o comportamento padrão que deveria ser adotado pelos cientistas, que são: universalismo, referindo-se que as origens do saber científico não devem depender de características sociais ou pessoais; comunismo (ou compartilhamento) definindo que a ciência é resultado da colaboração social e, por isso, está destinada à comunidade.

Então o conhecimento foi sendo construído não se baseando apenas nas contribuições individuais de cada cientista da época, todo o estudo desenvolvido construiu uma contextualização histórica e teórica desenvolvida ao longo do século e estudada por cada cientista com suas determinadas contribuições.

A pesquisa do presente texto é baseada numa pesquisa teórica e documental com artifícios investigativos e viés objetivizado na necessidade de se compreender como se desenvolveu todo o estudo.

Ziman (1981, p. 105) afirmou diante disso:

Ciência é conhecimento público, no qual cada pesquisador “vai construindo sua parte por cima do trabalho realizado pelos nossos predecessores, numa colaboração competitiva com a dos nossos contemporâneos”. De fato, a ciência vai muito além do conhecimento pessoal, constituindo-se de tudo aquilo que pode ser transmitido, comunicado de uma pessoa a outra (ZIMAN, 198p. 43).

Fazendo um estudo panorâmico e histórico das contribuições de cada cientista estudado, se pôde compreender a contribuição de cada um, que deu a Maxwell uma forma de representar e corrigir as ideias eletromagnéticas em sua total evolução e caracterizar esse estudo como uma forma de transmissão de conhecimento no ensino de física básica sem a necessidade das ferramentas do cálculo avançado que não são requisitos formativos do ensino básico.

De acordo com Bourdieu (1983, p.15)

O campo científico é o lugar das disputas concorrenciais, no qual o objetivo principal é a conquista da autoridade científica, ou seja, da capacidade técnica e poder social, também conhecido por competência científica. Sendo assim, é possível afirmar que o campo científico origina diversas formas de interesses. (BOURDIEU, 1983 p.15).

4 REFERÊNCIAL TEÓRICO

4.1 A história do eletromagnetismo e seus contribuintes

No decorrer da história, surgiram outros importantes contribuintes para o desenvolvimento da teoria eletromagnética como Otto Von Guericke, ao elaborar um aparelho eletrostático com base numa bola de enxofre moldada em vidro gerando cargas elétricas, Peter von Musschenbroek, que elaborou uma invenção onde era possível acumular cargas ou descarregá-las causando até pequenos choques aparato chamado garrafa de Leyden. Seguido pelo padre Jean-Antonie Nollet (1700-1770) que deu sua contribuição construindo uma máquina que acumulava eletricidade estática através da garrafa de Leyden fazendo as centelhas saltarem ao acontecer a descarga. Gradativamente, importantes nomes da ciência deram suas contribuições, como William Watson (1715-1787), provando a transmissão instantânea de eletricidade por um raio de 3km e Benjamin Franklin (1706-1790), que conseguiu descobrir a propriedade de acumular carga diante de uma tempestade, provando a caracterização do fenômeno elétrico presente no relâmpago onde posteriormente, obtiveram-se recursos para a criação do para-raios e a descrição terminológica da existência de dois tipos de carga: positiva e negativa.

As teorias continuaram a se desenvolver seguindo por Charles Augustin de Coulomb (1735-1806) quando em suas análises experimentais de fenômenos elétricos, desenvolveu através de um experimento de balança de torção pôde quantificar a força elétrica atuante em duas cargas, considerando a relação de proporcionalidade entre a força e o inverso quadrado da distância entre elas. Tais descobertas contribuíram para o desenvolvimento teórico de Henry Cavendish (1731-1810) com as primeiras ideias acerca da distribuição de cargas elétricas com definições mais precisas referentes ao potencial elétrico onde o mesmo afirmou que a distribuição de cargas elétricas num condutor era a mesma tendo assim o mesmo potencial elétrico em todos os pontos do condutor.

Seguindo por entre a história da ciência, passa-se por Alessandro Volta (1745-1827), responsável pela invenção da pilha gerando energia elétrica através de reações químicas. Cooperando com o descobrimento da produção da corrente elétrica e contribuindo para novas invenções por outros cientistas e pesquisadores, como o físico Humphrey Davy (1778-1829) que idealizou a eletrólise passando corrente pela água e fazendo uma pilha com várias placas de zinco e cobre; bem como também o arco elétrico ao fechar o circuito formado pela pilha, gerando uma fagulha inaugurando assim o arco fotovoltaico.

Posteriormente, no decorrer da história, desencadeou-se a relação existente entre a eletricidade e o magnetismo quando o físico Hans Christian Oersted (1777-1825) realizou um experimento sobre condutores, quando passou fios por uma agulha, uma bússola que estava perto acabou sofrendo uma determinada influência, mesmo que por muito tempo acreditava-se na relação de independência entre os dois fenômenos, identificando a ideia de que ao se passar uma corrente elétrica por um fio em sua proximidade será gerado um campo magnético, assim espalhou-se a experiência por vários físicos até chegar em André Marie Ampère (1775-1836) que traduziu a descoberta teórica numa linguagem matemática descobrindo o efeito das correntes em um fio e assim estabeleceu as equações e mais tarde construiu um solenoide para obtenção de campos magnéticos. Seguido por George Simon Ohm (1789-1854) que através destas contribuições elaborou a famosa lei de Ohm em 1827 estabelecendo a relação entre a corrente e a tensão.

Foi Michael Faraday (1791-1867) que idealizou a unificação das duas teorias, iniciando as primeiras ideias do eletromagnetismo, descobrindo que um campo magnético ao redor de um fio condutor poderia gerar uma corrente ao longo desse fio, gerando eletricidade através do movimento; e assim quase que simultaneamente, Joseph Henry (1797-1866) descobriu a força eletromotriz além de ter sido pioneiro em vários caminhos da eletricidade, conhecido por inventar o telégrafo eletromagnético. Ressaltando o andamento teórico da eletricidade com suas aplicações práticas, sem muita centralização em demonstrações algébricas da teoria.

Foi Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) que elaborou as suas duas leis sobre tensão e correntes que permitiam investigação e estudo acerca de circuitos idealizados anteriormente por Ohm já que por muito tempo a teoria elétrica traçou caminhadas empíricas onde foram elaborados vários experimentos de sucesso responsáveis por criar grandes invenções para a humanidade como o gerador elétrico, mesmo sem um prévio conhecimento teórico e algébrico do equipamento. O telégrafo de Faraday foi o que mais ajudou no desenvolvimento eletromagnético, bem como também a eletrotécnica se desenvolveu. Seguiu-se assim no traçar da história por Nicolas Constant Pixii (1776-1861) que consequentemente desenvolveu instrumentos de medidas de precisão elétrica construindo assim um gerador elétrico de corrente alternada de princípios elementares rotacionando um ímã permanente ao redor de bobinas fixas por intermédio do que foi estudado por Faraday e Henry em suas pesquisas e estudos.

Um nome muito marcante que também deu sua contribuição foi Nikola Tesla (1856-1943) com suas contribuições referentes à aplicabilidade da corrente alternada, uma de

suas grandes invenções, presentes no cotidiano científico até o presente momento: a bobina de Tesla, teve sua grande contribuição junto ao sistema polifásico e motor de indução. Com a ideia de corrente alternada instituída, e finalmente a atribuída alusão ao transformador para que pudessem ser alterados os valores de tensão. Sabia-se, assim, que o transporte de energia a tensão mais elevada diminuía as perdas nas linhas de transmissão. Outros nomes da ciência surgiram nesse meio como Thomas A. Edison (1847-1931) e George Westinghouse (1846-1914), que geravam uma constante batalha de tensões integrada nas ideias de corrente contínua e alternada. Nesse contexto, surgiu a lâmpada incandescente inventada por Edison e a necessidade de uma invenção que armazenasse e distribísse energia elétrica em maior quantidade do que as baterias (fonte de corrente contínua); consagrando assim a inserção da ideia de gerador elétrico no século XIX. Surgiu também a turbina a vapor e a hidráulica, máquinas motrizes criadas pelo ascender das centrais elétricas.

Finalmente, surge James Clark Maxwell, em 1873, fundamentando toda a teoria eletromagnética em quatro equações investigadas no presente trabalho. A unificação da eletricidade e do magnetismo desmembrou o avanço científico e tecnológico nas formas e transformações de energia, como um meio de viabilizar sua presença em todos os setores; mecânicos, econômicos, etc. Possibilitando uma transformação na ideia geral das aplicabilidades da eletricidade com ênfase no magnetismo como base primordial para verificação da aplicação das teorias desenvolvidas ao longo dos séculos.

4.2 As equações de Maxwell

As equações de Maxwell são descritas como um grupo de equações diferenciais que compõem todo o desenvolvimento do eletromagnetismo clássico e as ideias evolucionistas da óptica clássica.

Até o desenvolvimento das quatro equações fundamentais do eletromagnetismo, Maxwell encontrava-se diante de vinte equações com enumeradas variáveis, dentre elas temos a Lei de Ampère, Lei de Faraday, Lei de Gauss para eletricidade e para o magnetismo. A formulação matemática para as quatro equações desenvolve-se a partir da lei de Gauss onde é formulada a relação entre campo elétrico e cargas elétricas que geram campo elétrico.

4.3 Uma breve história de Carl Friedrich Gauss

Considerado o príncipe da matemática, Gauss foi muito importante no desenvolvimento teórico de várias teorias científicas ao longo da história, especialmente no que se refere à matemática e suas aplicações bem como também a astronomia, a física e estatística.

Figura 1- Carl Friedrich Gauss.



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gauss

Acessado em 30/06/2023

Filho de pais humildes e de poucas condições, Gauss tornou-se conhecido por realizar a tão famosa Soma de Gauss quando somou todos os números inteiros de um a cem, somando os algarismos utilizando uma progressão aritmética, abrilhantando os olhos de seu professor para sua magnífica inteligência. Casou-se duas vezes e teve ao todo seis filhos.

Com relação à física, Gauss teve importantes contribuições no campo da astronomia onde chegou a lecionar na Universidade de *Helmstädt* mesmo detestando está em sala de aula ministrando aulas. Contribuiu ainda para o desenvolvimento da óptica gaussiana, especialmente no que se refere à aproximação *paraxial*, aproximação de pequenos ângulos usada quando um raio passa por um sistema óptico.

4.4 Lei de Gauss com investigação da lei de coulomb

Tratando a respeito da Lei de Gauss, serão considerada duas cargas pontuais Q_1 e Q_2 de sinais iguais separadas por uma distância d . Pela lei de Coulomb essas cargas irão exercer uma força de repulsão uma vez que os sinais das cargas são opostos.

Define-se a lei de coulomb como a força eletrostática exercida entre duas cargas elétricas puntiformes separadas por uma distância que é igual ao inverso quadrado da distância.

Figura 2 - Ilustração de duas fontes pontuais se repelindo.



Fonte: Ilustração própria. Gerado no *Microsoft Word 2013*.

Na ilustração acima, visualiza-se a existência de duas forças de módulos iguais $\vec{F}_{12}$ a força que a carga Q_1 exerce em Q_2 , e $-\vec{F}_{21}$, a força que a carga Q_2 exerce em Q_1 . Vale ressaltar que o sentido das forças são diferentes uma vez que uma aponta para a direita e a outra para a esquerda, logo será identificada essa diferença de sentido com o sinal negativo na força $\vec{F}_{21}$. Como estas forças tem mesmo módulo, a equação descreve que as forças são iguais:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, = |\vec{F}| \quad (1)$$

Esta força que atua nas cargas se chama Força elétrica e pode ser definida em módulo como o quociente do inverso quadrado da distância, pelo o produto entre duas cargas pontuais.

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1|Q_2|}{d^2}, \quad (2)$$

A intensidade dessa força é dada por uma constante que depende do meio onde as cargas se encontram, que é definida como: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.

4.5 Fluxo elétrico numa região com campo elétrico gerado com cargas

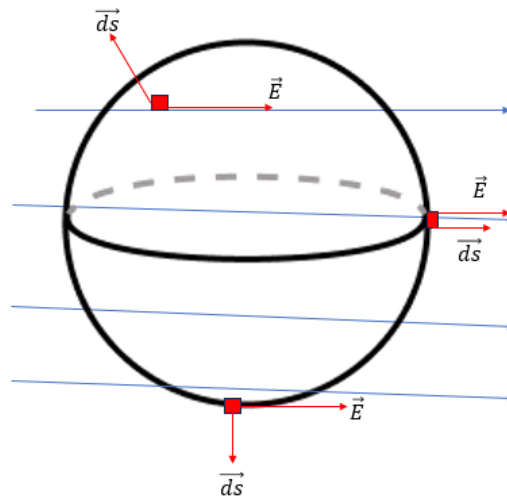
Como representado na figura3, numa região com campo elétrico $\vec{E}$ gerado com cargas puntiformes, o fluxo elétrico; de acordo com a teoria eletromagnética, é dado por:

$$\phi_E = \iint \vec{E} \cdot \vec{ds}, \quad (3)$$

onde temos o produto do campo elétrico $\vec{E}$ numa dada superfície por um elemento de comprimento $\vec{ds}$ em uma integração dupla em toda a superfície. O fluxo elétrico é definido como o produto escalar dentro de uma superfície, logo a integração é em uma superfície

$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot \vec{ds}, \quad (4)$$

Figura 3- Representação do fluxo elétrico numa superfície fechada.



Fonte: Geração própria. Gerado no *Microsoft Power Point 2013*.

O produto escalar é calculado em cada região da superfície por onde passam linhas de campo elétrico (em azul), nessa região há a presença de um vetor campo elétrico $\vec{E}$ que aponta no sentido das linhas de campo, o vetor elemento de comprimento $\vec{ds}$ que aponta em sentido externo à superfície. O fluxo de campo elétrico é proporcional à quantidade de carga presente na superfície, ou seja; se a carga presente for nula o fluxo elétrico será nulo. Nessas condições, determina-se a relação de proporcionalidade entre o fluxo elétrico e a carga elétrica interna Q_i , nessas condições:

$$\phi_E \propto Q_i, (5)$$

o cálculo acima tem uma distância significativa no que se refere ao que diz a lei e a região geométrica onde de está estudando o problema. A relação de proporcionalidade não é trivial para qualquer superfície. Logo, a formalização da Lei de Gauss em sua forma integral é dada por:

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q_i}{\epsilon_0}, (6)$$

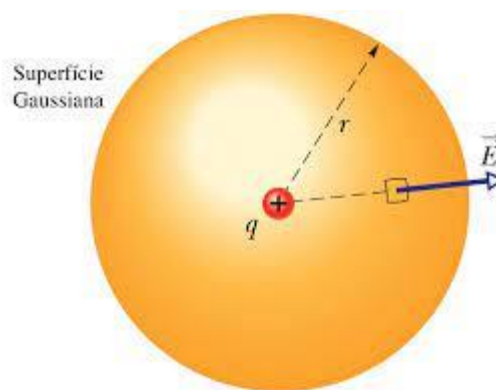
na equação 6, define-se uma Constante de permissividade do vácuo ϵ_0 , há muito tempo chamada de constante de permissividade do éter, é uma constante que permite medir a permissividade elétrica da substância que, segundo Maxwell, permeava todo o universo, chamada de éter. Segundo Maxwell, o éter era uma substância sólida elástica, na qual havia um mar de minúsculos vórtices líquidos. Na quarta de suas famosas equações aparecia a constante dielétrica, que é inversamente proporcional à permissividade, que media a elasticidade deste sólido.

4.6 Forma diferencial da Lei de Gauss

Na forma diferencial, a lei de Gauss pode ser expressa por uma superfície volumétrica que poderemos denominar como superfície Gaussiana, onde haverá uma densidade de carga $\rho(\vec{r})$ em todo o espaço, ou seja; será uma densidade de carga em V. Para fins de exemplificação será utilizada a superfície adotada na figura.

A lei de Gauss se refere sempre ao fluxo no interior de uma superfície gaussiana escolhida. Portanto, para utilizar a lei de Gauss, é necessário definir o que é uma "superfície gaussiana". Esta é, por sua vez, uma superfície arbitrariamente escolhida. Normalmente, essa superfície é escolhida de modo que a simetria da distribuição de carga permita, ao menos em parte da superfície, um campo elétrico de intensidade constante. (Halliday, 2010)

Figura 4- Representação de superfície esférica com uma dada densidade..



Fonte: https://fma.if.usp.br/~mlima/teaching/4320292_2012/Cap2.pdf

Acessado em 22/08/2023.

A densidade de carga descreve quanto de carga há em cada elemento de volume dV contido na superfície analisada, onde fazendo a multiplicação da densidade de carga pelo volume dV será encontrada a quantidade de carga dQ , que é uma quantidade infinitesimal de carga contida na superfície. A quantidade de carga interna é dada por:

$$Q_i = \int \rho(\vec{r}) \, dV, \quad (7)$$

Utilizando a Lei de Gauss em sua forma integral a fim de determinar sua forma diferencial, teremos a contribuição do fluxo elétrico numa dada superfície fechada, chamada de superfície S, logo:

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q_i}{\epsilon_0}, \quad (8)$$

O valor de Q_i é dado por: $Q_i = \int \rho(\vec{r}) \, dV$

Substituindo a equação 7 na equação 8 para obtenção dos valores de fluxo elétrico na superfície fechada, obtemos:

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint \rho(\vec{r}) \, dV, \quad (9)$$

no lado esquerdo da equação 9 há uma integral de superfície e no lado direito uma integral de volume. Para que seja escrita a lei numa forma diferencial. De acordo com os artifícios obtidos pelo cálculo serão igualados os integrandos e assim será usado o Teorema de Gauss também intitulado como teorema da divergência que é enunciado como:

“É um resultado que relaciona o fluxo de um campo vetorial através de uma superfície com o comportamento do campo vetorial dentro da superfície.”
(GAUSS, 1867).

Mais precisamente, o teorema da divergência diz que o fluxo externo de um campo vetorial que passa através de uma superfície fechada é igual a integral do volume da divergência sobre a região dentro da superfície. O teorema é aplicado em três dimensões e pode ser generalizado para qualquer número de dimensões. Entretanto, o teorema não é objeto de estudo do presente texto.

Calcular o fluxo elétrico nessa superfície é a mesma coisa que calcular a integral de volume da divergência do campo elétrico integrado no volume estudado, a divergência é uma função do ponto para cada ponto da superfície. Analiticamente representa-se essa situação através da equação:

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \iiint (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dv, \quad (10)$$

por outro lado, pode-se definir a carga interna como:

$$Q_i = \iiint \rho(\vec{r}) dV, \quad (11)$$

substituindo as equações (10) e (11) na equação (8), teremos:

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q_i}{\epsilon_0}, \quad (8)$$

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \iiint (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dv, \quad (10)$$

$$Q_i = \iiint \rho(\vec{r}) dV, \quad (11)$$

Aplicando (10) e (11) em (8), teremos:

$$\iiint (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dV = \frac{\iiint \rho(\vec{r}) dV}{\epsilon_0} \quad \forall V, \quad (12)$$

A equação 12 enuncia que a integral de num volume V do divergente de V é igual a integral do volume da densidade de carga no vácuo para qualquer volume.

A equação acima é válida somente se o divergente do campo elétrico for igual à densidade de carga no vácuo, ou seja, se essa igualdade valer não somente para integrais nos volumes finitos, mas valer ponto a ponto, o que é estabelecido na lei de Gauss em sua forma diferencial:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} \quad . \quad (13)$$

A equação acima é dita Lei de Gauss em sua forma diferencial.

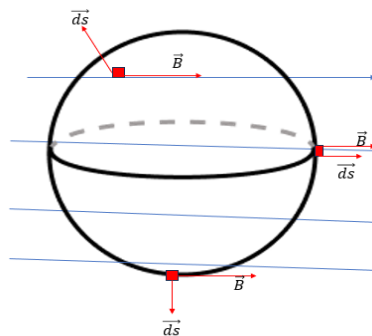
Imaginando uma superfície que não seja esférica, uma superfície tortuosa e pouco maciça, calcular o campo elétrico em torno da superfície pode ser considerado um trabalho um pouco complexo para cada elemento de área local. A lei de Gauss diz que o fluxo elétrico nessa superfície esférica é proporcional à carga interna Q_i .

4.7 lei de Gauss para o magnetismo

Considerando a análise do problema exposto anteriormente, agora considerando linhas de campo magnético; como visualizadas na figura 4, diferentemente do que foi exposto para a lei de Gauss para a eletricidade. Numa região do espaço com uma superfície envolvendo um dado volume, pode-se definir o fluxo numa superfície fechada como uma analogia ao campo elétrico, tratando agora de um fluxo magnético ϕ_B definindo a expressão como:

$$\phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad , \quad (14)$$

Figura 5- Representação do fluxo magnético numa superfície fechada.



Fonte: Geração própria, *Microsoft Power Point*, *Oficce 2016*.

com uma analogia ao campo elétrico, deveria existir uma “carga magnética” interna, uma vez que para o campo elétrico existe uma carga elétrica interna no interior do volume estudado, a carga magnética seria assim representada pela integração do campo magnético por um elemento de comprimento $d\vec{s}$, proporcionalmente a razão entre uma carga magnética e uma constante c . A expressão deveria ficar da seguinte forma:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_i}{c} \quad , \quad (15)$$

Porém, como não existe carga magnética até o presente momento. A carga elétrica interna pode ser definida por: $Q_i = 0$, o que faz com que a equação 15 seja definida por:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad , (16)$$

Vale ressaltar que a lei pode ser modificada algum dia, desde que seja identificada a presença de cargas magnéticas. Existem experimentos em curso com essa intenção, porém até o presente momento, elas não foram identificadas. (Yuri do Nascimento Lima, 2011)

Na forma diferencial, usando o teorema da divergência, podemos escrever a equação 16 da seguinte forma, fazendo uma analogia com a equação (10) referente aos campos elétricos, teremos:

$$\phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iiint (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) dv$$

$$\text{Como, } \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\iiint (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) dv = 0,$$

Logo, teremos a seguinte definição:

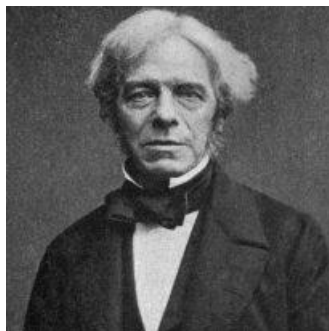
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (17)$$

A equação acima é descrita como a lei de Gauss para o magnetismo, que é igual a zero uma vez que não há indícios de identificação de cargas magnéticas.

4.8 Lei de Faraday

4.8.1 Uma breve história de Faraday

Nascido em Setembro de 1791, Michael Faraday foi um rapaz de família humilde com seus pais dependentes da renda obtida por seu pai nos trabalhos de ferreiro. Vivenciaram a Revolução Francesa durante a mudança para a Inglaterra quando Faraday completou 5 anos de idade. Com as poucas condições, Faraday teve uma formação um pouco precária, conhecendo apenas o básico para ser alfabetizado e tendo poucas noções de matemática. Trabalhou como transportador de livros numa biblioteca, onde desenvolveu o gosto pela leitura e obtenção de conhecimento. Foi através de uma série de conferências de um certo químico que Faraday se interessou pela ciência e logo quis trabalhar na área.

Figura 6- Imagem de Michael Faraday.

Fonte: <https://www.ufrgs.br/amlef/glossario/michael-faraday/> Acessado em 25/08/2023.

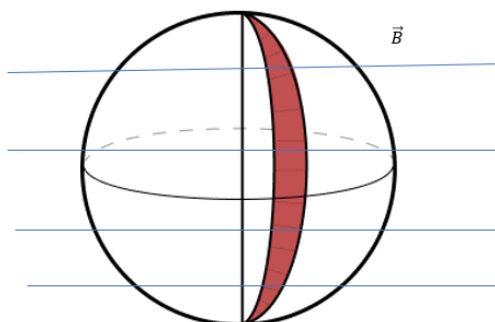
Anotou com bastante cuidado os dados obtidos nessa conferência e rapidamente enviou um pedido de emprego ao químico pesquisador, Humphry Davy; feito isso, após a demissão de um de seus assistentes, Faraday conseguiu o emprego; tornando-se auxiliar de laboratório. Adquiriu experiência no ramo científico acompanhando seu chefe e tendo contato com cientistas de diversos países.

Trilhou por um longo tempo fazendo estudos voltados para a química sem investimento em estudos alinhados à física; tornando-se um químico de referência. Porém, com as descobertas feitas por Christian Ørsted, divulgando em sua pesquisa a descoberta do eletromagnetismo, gerou um grande interesse de investigação na maioria dos cientistas contemporâneos da época e localidade. E foi assim que Faraday iniciou uma série de trabalhos independentes sobre o eletromagnetismo, publicando seus trabalhos a partir de 1821 em suas primeiras conferências. Casou-se com Sarah Barnard e ganhou notoriedade com a descoberta da indução eletromagnética não abstando-se dos estudos de química. Aposentou-se após contribuir com a ciência por 38 anos e faleceu em 1867 em Londres.

Maxwell enunciou a lei de Faraday da seguinte forma:

Numa dada superfície aberta (uma calota esférica como representada na figura 5) Se há linhas de campo magnético, existirá um fluxo de campo magnético numa determinada calota, que pode ser definido pela expressão:

$$\phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad , \quad (18)$$

Figura 7- Representação do fluxo magnético numa superfície fechada.

Fonte: <https://matematicabasica.net/esfera/>

ao analisar o campo magnético, pode-se variar ou a geometria do problema (a calota estudada) ou o variar o campo magnético. Essa variação pode ser dada por uma força eletromotriz induzida, dada pela expressão:

$$\varepsilon = \frac{-d\phi_B}{dt} , (19)$$

o significado atribuído à força eletromotriz pode ser definida por uma situação exemplificada: Ao ligar uma bateria à uma lâmpada, a bateria vai estabelecer um campo elétrico uma vez que os elétrons dentro do fio são impulsionados por um campo elétrico que foi gerado pela bateria. Ao calcular a integração desse campo elétrico por um elemento dl , a integral de linha nesse caminho fechado resultará a força eletromotriz ε , temos:

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} , (20)$$

para um campo conservativo, essa integração seria nula. Para um caso particular, no caso a Lei de Faraday, ao variar um campo magnético numa calota circular, deve surgir um campo elétrico no contorno da calota, a integral desse campo elétrico não é nula e sim igual a força eletromotriz induzida.

Num exemplo simplificado, utilizando um ímã e uma espira; ao impulsionar o ímã em direção à espira com uma dada velocidade, haverá uma variação do fluxo magnético, logo a superfície permanecerá estática e a intensidade do campo magnético irá variar em cada ponto da superfície, surgindo assim uma corrente elétrica dentro da espira que é gerada pelo impulsionar dos elétrons dentro do fio. O campo elétrico estará presente em todo o espaço. Ao inverter o movimento do ímã, afastando-o da espira ao invés de aproximá-la haverá mudança no sentido do campo. E assim se estabelece a lei de Faraday onde não apenas cargas elétricas geram campos elétricos, mas a variação de fluxo magnético gera campos elétricos. O campo elétrico é um campo não conservativo na lei de Faraday.

Dessa forma, a lei de Faraday pode ser escrita da seguinte forma, considerando a força eletromotriz e o campo elétrico e magnético, usando as contribuições das equações 19 e 20, teremos:

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}, \quad (21)$$

Logo, através da análise algébrica, a lei de Faraday pode ser dada por:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}, \quad (22)$$

pode-se escrever a lei de Faraday, equação 22, na forma diferencial fazendo uma análise do sentido do campo elétrico induzido que não é um campo qualquer uma vez que o movimento de giro do campo elétrico gerará corrente elétrica num dado fio, e assim a corrente elétrica gerará campo magnético. Esse campo magnético deve se opor ao movimento de um dado ímã indutor, usado na análise acima. Ao aproximar o ímã, deve surgir polos no sentido de afastá-lo. Ao afastá-lo devem surgir polos no sentido de aproximá-lo, ou seja, é o fenômeno da atração e repulsão; aplica-se então a estabilidade da matéria e a esse fenômeno dá-se o nome de Lei de Lenz.

Pela definição de força eletromotriz e fluxo magnético, teremos:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}, \quad (19)$$

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad (20)$$

$$\phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s}, \quad (18)$$

teremos por substituição, substituindo as equações 20 e 18 em 19, teremos:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt},$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \phi_B,$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s},$$

admite-se que a geometria do problema não se altera, logo a espira será fixa e a grandeza que irá variar com o tempo será o campo magnético. Então a derivada temporal pode ser inserida dentro da integral atuando apenas para o campo magnético, dessa forma:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}, \quad (23)$$

o desejo para a situação acima é que ambas as integrações sejam de mesma natureza, ou integral de linha ou de superfície. Pode-se transformar a integral de linha em integral de superfície usando o Teorema de Stokes:

“Numa superfície qualquer com um contorno, em cada ponto da superfície pode-se ter um rotacional do campo elétrico não nulo. (Marcos Eduardo Valle, 2013, p.1).”

Assim, substituindo a integral de linha pela integral de superfície teremos a seguinte definição:

$$\iint (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \vec{dl} = \oint \vec{E} \cdot \vec{dl}, \quad (24)$$

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{ds}$$

$$\iint (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot \vec{ds} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{ds}$$

Igualando os integrandos, então teremos:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (25)$$

A equação 25 é descrita como a lei de Faraday em sua forma diferencial; também intitulada como a terceira equação de Maxwell.

4.9 Lei de Ampère- Maxwell

4.9.1 Uma breve história de André-Marie Ampère

Ampère foi um rapaz francês filho de um intelectual que durante seu desenvolvimento tinha uma intensa facilidade com o desenvolvimento de problemas aritméticos no quesito analítico. Aprendeu o latim muito rapidamente para poder obter a compreensão necessária para interpretar as teorias e obras de matemáticos famosos na época.

Figura 8- Imagem representativa de André-Marie Ampère.



Fonte: <https://www.sciencephoto.com/media/223143/view/andre-marie-ampere-french-physicist>.

Durante seu desenvolvimento, enfrentou um trauma familiar ainda durante a Revolução Francesa, a morte de seu pai, onde levou um certo tempo para obter a recuperação do choque traumático. Retornou aos estudos e seguiu sua vida obtendo sua renda através da ministração de aulas particulares nas áreas das ciências exatas com a matemática e a física.

Casou-se um tempo depois e teve um filho que tornou-se escritor e membro da academia francesa. No acontecimento de um novo trauma, Ampère mergulhou afundo no estudo científico. Publicou livros resolvendo problemas que geravam certo empecilho a muitos matemáticos e logo tornou-se conhecido sendo convocado a ministrar aulas na escola de Lyon, sua terra natal. Foi nomeado como técnico em matemática da escola politécnica de Paris em 1809.

Figura 9 -Imagem da escola politécnica de Paris: local onde Ampère atuou como técnico de matemática.



Fonte:<https://www.biodiversidadvirtual.org/etno/Antigua-Escuela-Politecnica-%28Fronton%29-Paris-img34424.htm>. Foto registrada em 01/12/2014.

Apresentou os resultados de sua pesquisa científica em eletromagnetismo ainda naquele século ao elaborar pesquisa referentes à eletricidade e o magnetismo. Sua popularidade iniciou a partir do desenvolvimento de um experimento compreendido na utilização de dois bastões metálicos (dois condutores elétricos), um condutor se movia com muita facilidade e o outro permanecia estático. Ao ligar os dois condutores em baterias fotovoltaicas um dos condutores se afastava ou se aproximava, conforme o sentido da corrente. Se caso as correntes obtivessem o mesmo sentido, os condutores tinham uma atração mútua, caso contrário os condutores se repelia.

Ampère teve importantes contribuições em estudos que mais tarde vinham a se desenvolver como eletrodinâmica, que teve sua ascensão dentre os séculos XIX e XX onde se construía um desenvolvimento mais claro acerca dos fenômenos relacionados ao eletromagnetismo. Recebeu por suas contribuições a homenagem de ter seu nome como nomeação para uma unidade de medida de corrente elétrica, o ampère (A). Veio a falecer em Marselha na França, em 10 de junho de 1836.

4.9.2 A história de James Clerck Maxwell

Nascido em Edimburgo na Escócia, Maxwell cresceu sobre os cuidados de seu pai que era advogado e não exercia a profissão por manter seus cuidados e suas relações interpessoais com seu filho e administrar suas propriedades e terras já que Maxweel tinha pedido sua mãe muito cedo, quando mesmo tinha apenas 9 anos de idade. Tendo sua formação com ajuda de sua tia, ingressou na Edimburgo Academy e publicou um trabalho acadêmico na área da matemática relacionado às elipses aos 14 anos de idade. Tornou-se pouco a pouco um matemático de contribuições e conhecimentos enriquecedores, entrou para a universidade de Cambridge e participou de competições dentro da universidade, entrando posteriormente para um clube com os melhores estudantes da universidade.

Figura 10 - Imagem representativa de James Clerck Maxwell.



Fonte: <https://www.britannica.com/biography/James-Clerk-Maxwell>

Algum tempo depois, desenvolveu um pião colorido que serviu de base para a compreensão da geração de novas cores através das primárias e isso serviu de base para mais tarde o que viria a ser a televisão em cores. Com um pleno domínio em matemática também destaque em astronomia onde demonstrou algebricamente que os anéis de saturno eram compostos por sólidos maciços com uma certa parte concentrada em sua massa e o restante distribuída de forma uniforme.

Quando enfim retornou à Escócia, Maxwell recebeu um prêmio de nomeação à cadeira de ciências da Marischal College onde conheceu a filha do diretor da instituição e logo mais se casou com ela. Durante o momento em que esteve no processo de entrada na instituição sofreu a triste perda de seu pai, que faleceu na sequência.

Figura 11- Marischal College, o edifício foi construído e está sob arrendamento de longo prazo da Universidade de Aberdeen, que ainda utiliza partes do prédio para armazenar seu acervo museológico.



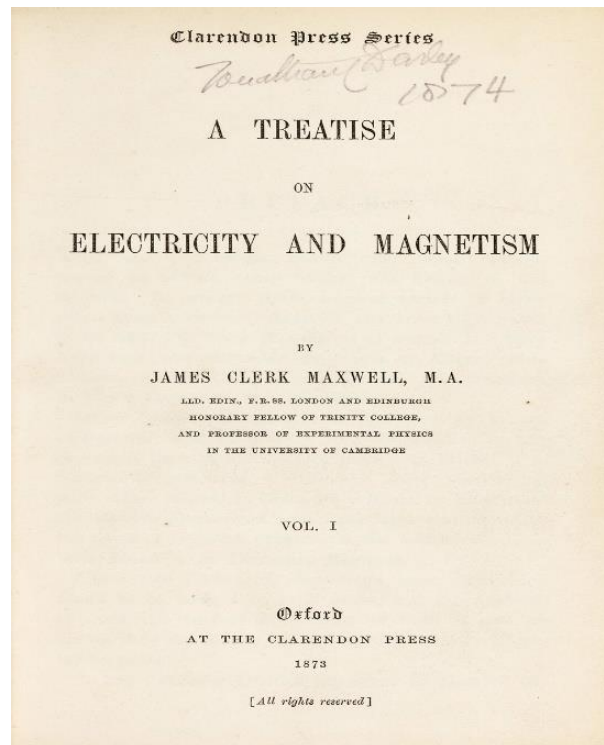
Fonte: <https://www.aberdeencity.gov.uk/news/marischal-college-be-lit-solidarity-people-ukraine>

Iniciou seus trabalhos em 1860 quando ainda ocupava a cadeira de Filosofia natural e deu continuidade aos estudos de eletromagnetismo onde obteve um grande destaque na área durante todo o século XIX. Começou introduzindo o conceito de campo elétrico baseando-se nas ideias estudadas por Michael Faraday. Assim demonstrou que um campo magnético pode ser criado a partir de um campo elétrico quando o mesmo varia. Nesse contexto foi provada a existência de um campo eletromagnético resultado da ação da unificação entre eletricidade e magnetismo.

Logo em seguida demonstrou que a velocidade com que as ondas eletromagnéticas percorrem o espaço é de aproximadamente 300 000 Km/s e definiu que a luz faz parte das especificações de Ondas eletromagnéticas; feito que foi demonstrado no decorrer da história com os experimentos de Hertz.

Retornou à sua terra natal onde passou sua infância e aproveitou para dá início à escrita de seu livro “O tratado sobre a eletricidade e o magnetismo”. Um tempo depois foi trabalhar com o diretor do laboratório de Cambridge.

Figura 12 - Livro de Maxwell: O tratado sobre a eletricidade e o magnetismo com objetivo de expor sua teoria e estabelecer os novos padrões para o tratamento dos problemas eletromagnéticos de 1873.



Fonte: <https://hindmanauctions.com/items/10421147-maxwell-james-clerk-1831-1879-a-treatise-on-electricity-and-magnetism-oxford-clarendon-press-1873>.

Dedicou-se posteriormente à edição e revisão de manuscritos elaborados por Henry Cavendish editando esses trabalhos e os corrigindo. Já apresentava sintomas sérios de câncer estomacal e veio a falecer por consequências da doença em 05 de novembro de 1879.

4.9.3 A Lei de ampère com a correção de Maxwell

Adotando a ideia da inexistência de monopolo magnético pode-se atribuir à origem dos campos magnéticos como advinda da corrente elétrica. Existem duas fontes de campos magnéticos: a variação de campo elétrico, que foi descrita como a correção de Maxwell para que a carga elétrica fosse conservada. Assim, tem-se a lei de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i, \quad (26)$$

numa região do espaço onde há campos magnéticos, há uma espira qualquer onde pode ser realizada uma integral de linha do campo magnético e do elemento $d\vec{l}$ que é um elemento tangente à espira. Ao fazer o produto escalar de $d\vec{l}$ pelo campo magnético $\vec{B}$. Esse produto escalar pode ser nulo, positivo ou negativo e o cálculo da integração em toda a espira é exatamente a corrente

total que atravessa a superfície da espira. Não havendo nenhum fio condutor atravessando a superfície, a integração será nula.

A correção de Maxwell institui que, mesmo que não haja fios condutores atravessando a superfície, mas havendo campo elétrico variando com o tempo, haverá a geração de uma contribuição para a integração exposta acima, o que é expresso na ideia de corrente de deslocamento que é a taxa de variação do fluxo do vetor deslocamento elétrico. Assim, escreve-se a equação 26 da seguinte forma:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \mu_0 i_{desloc} \quad , (27)$$

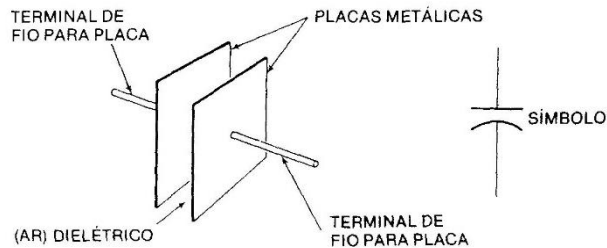
escrevendo a corrente microscópica como uma densidade de corrente $\vec{J}$, onde a integral de superfície será dada por:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \mu_0 i_{desloc} = \mu_0 \iint \vec{J} \cdot d\vec{l} + \mu_0 \iint \vec{J}_{desloc} \cdot d\vec{l} \quad ,$$

onde adotamos: $\vec{J} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (28) que advém da variação de campo elétrico.

Para exemplificar esta densidade de corrente, basta considerar duas placas de um capacitor com fios a eles ligados com correntes entrando e saindo. Em uma das placas a carga irá aumentar positivamente na outra negativamente. O campo elétrico deverá variar com o tempo como representado na figura 12.

Figura 13 - Representação de um capacitor composto por duas placas metálicas ligadas por fios percorridos por corrente elétrica.



Fonte: <https://eletronicos.etc.br/tipos-de-capacitores-fixos/>

Se as cargas aumentam, o campo aumenta. Logo fazendo uma integral de caminho fechado entre o campo magnético $\vec{B}$ e o elemento $d\vec{l}$, a lei de Ampère pode ser escrita da seguinte forma:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint (\mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \cdot d\vec{s} \quad , (24)$$

a equação 24 é uma equação fundamental da natureza onde há duas fontes de campo magnético: corrente elétrica e variação de campos magnéticos.

Para escrever a equação (24) na forma diferencial pode-se usar o Teorema de Stokes do lado esquerdo da equação transformando a integral de linha do lado esquerdo numa integral

de superfície do rotacional de $\vec{B}$ e $d\vec{l}$, poderemos transformar a integral de linha numa integral de superfície.

Assim, substituindo a integral de linha pela integral de superfície teremos a seguinte definição por analogia ao cálculo realizado para os campos elétricos:

$$\iint (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad , (25)$$

substituindo a equação 25 na equação 24, será obtido:

$$\iint (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \iint \mu_0 \vec{J} + \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{l} \quad , (26)$$

igualando os integrandos de ambos os lados, será obtida a expressão:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad . (27)$$

E assim é obtida a última equação de Maxwell que pode ser entendida como a possibilidade de obtenção de duas formas de gerar campos magnéticos: correntes elétricas estacionárias e a variação de campos elétricos com o tempo.

5 UMA APLICABILIDADE TEÓRICA DAS EQUAÇÕES DE MAXWELL PARA ALUNOS DO ENSINO MÉDIO COM USO DE RECURSOS DIGITAIS.

Para aplicação das equações de Maxwell no subsequente âmbito do ensino médio, primeiramente pode ser considerada uma turma específica. Por intermédio da transposição didática no ensino de física, a busca por um conceito físico analisado no meio científico e ensino superior como o abordado no presente texto de forma que o estudante consiga compreender o conceito sem que haja problemas com relação à compreensão dos cálculos em nível avançado como cálculo diferencial e integral e cálculo vetorial, por exemplo. A proposta apresentada baseia-se conceitualmente na abordagem de uma das equações de Maxwell, a lei de Gauss; onde se objetiva primeiramente fazer a compreensão do modelo teórico proposto por Gauss diante de uma situação experimental.

A aplicação dos conhecimentos obtidos pode ser estudada pelos discentes de usando a fragmentação desses conteúdos de forma direta fazendo uso da transposição didática externa que consiste na elaboração de um Manual didático de ensino referente ao ensino de eletromagnetismo no ensino médio, com ênfase na Lei de Gauss.

O material elaborado consiste numa reunião dos conteúdos investigados no campo científico, basicamente as contribuições de cada físico teórico e experimental ao longo do século em que se desenvolveu o eletromagnetismo.

O papel do professor como construtor do saber, tem ênfase na utilização dos recursos por ele adotado em sala de aula. Há uma modificação do saber científico produzido na criação das teorias e em pesquisas laboratoriais para que esse conhecimento chegue até os estudantes sem nenhum prejuízo referente ao entendimento do que ali foi investigado. No entanto, não se trata de um trabalho simples e direto pois também está relacionado com a realidade do discente, sua situação social e os currículos obtidos ao longo de sua formação. Muitos estudantes regressam ao ensino de física com a mínima formação em matemática vindos do ensino básico sem a devida preparação especialmente após o advento da Pandemia do Covid-19 que desencadeou um decrescimento exponencial no ensino de física, graças à implementação do ensino remoto. Tais feitos já eram uma problemática gritante até mesmo antes do fenômeno pandêmico e apenas se intensificou com a passagem dos anos.

A etapa de transposição didática externa é realizada pela noosfera, um conjunto de representantes notórios de vários setores sociais que tem influência para determinar a seleção dos conteúdos que iram compor o currículo e os materiais didáticos. Fazem parte desse grupo os políticos ligados a comissões de educação, representantes de órgãos governamentais referentes à educação, especialistas na área e demais representantes da sociedade. Esse grupo fará a seleção de conteúdos relevantes e que tenham relação com as práticas sociais de referência naquele contexto (CHEVALLARD, 1991).

A utilização de recursos experimentais para aplicação de alguns desses conteúdos como a Lei de Gauss e a Lei de Faraday por exemplo podem facilmente desenvolvidas na sala de aula usando recursos experimentais como vídeo-aulas de experimentos desses assuntos visualizadas no *you tube* ou até mesmo, com a utilização de recursos buscados pelo próprio docente, para realizar esses experimentos na sala de aula.

Segundo a teoria de Chevallard (1991), as mudanças propostas no ensino do saber têm por objetivo de torná-lo acessível aos alunos. Sendo assim, são preocupações desta etapa: a maneira como esse conteúdo será apresentado aos alunos de forma contextualizada à sua realidade; às adequações à linguagem adequada para cada nível e o atendimento aos objetivos da disciplina em questão.

Como uma forma demonstrativa, usaremos um experimento básico sobre gaiola de Faraday através de um experimento realizado por discentes da UNEMAT (Universidade do Estado do Mato Grosso) na disciplina de Laboratório de Física 3 (Física elétrica experimental) para poder, usando um aparato experimental de baixo custo, representar o experimento.

Uma superfície condutora eletrizada com campo elétrico nulo em seu interior, isso ocorre porque as cargas se distribuem de forma homogênea em seu interior (Lei de Gauss).

Materiais para experimento:

- Um recipiente qualquer, pode ser arredondado.
- Uma bexiga
- Sabonete líquido
- Água
- Canudo
- Saco Plástico

Procedimento:

Deverá ser colocada a água e o sabonete no recipiente misturando-os com uma colher e ao concluir espalhar a mistura no saco plástico mencionado nos materiais. Com o canudo, deverá solicitar a algum aluno soprar na substância, fazendo uma bolha de sabão. Ao atritar a bexiga com os cabelos de um dos alunos (especialmente algum aluno de cabelo grande) ela será eletrizada, e assim a bolha será atraída pela bexiga. Na

sequência é solicitado que seja feita uma bolha externa à primeira bolha, e esta irá cobri-la. A bolha maior irá funcionar como uma gaiola de Faraday.

Resultados e discussões

Na primeira parte do experimento, ao atritar a bexiga com o cabelo, ela ganhou cargas negativas e logo foi atraída pela bolha que tinha cargas positivas graças ao Hidrogênio da água. Na segunda parte do experimento havia uma bolha contida em outra bolha, assim, apenas a bolha externa foi afetada pelo campo elétrico e esse campo no interior da bexiga externa é nulo de acordo com a Lei de Gauss explicada ao longo do texto. A figura 13 demonstra a realização do experimento.

Figura 14- Bolha de sabão servindo de gaiola de Faraday e sendo atraída por



bexiga.

Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=2LpUcJU0Tk>. Acessado em janeiro de 2024.

Conclusões do experimento

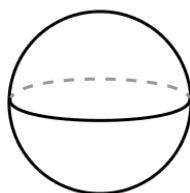
Diante disso, o uso de videoaulas experimentais tem papel fundamental nesse processo de introdução de noções mais contextualizadas relacionadas ao eletromagnetismo, aplicando não somente o que são e quais as finalidades das equações de Maxwell mas também induzindo ao conhecimento referente à história do eletromagnetismo uma vez que a ementa da disciplina de física, especialmente no 3º do ensino médio onde é aplicado o eletromagnetismo; é bastante desprovida não só da evolução dessa área do conhecimento enquanto contribuinte fundamental da ciência mas também de como se constituiu toda a sua história.

6 MANUAL DE ENSINO DE ELETROMAGNETISMO NO ENSINO MÉDIO ABORDANDO A LEI DE GAUSS.

A proposta inicial é fazer uma análise simplificada de um dos conteúdos abordados no corrente texto, mais especificamente a lei de Gauss para uma dada superfície fechada. A ideia que se propõe é apresentar as contribuições de campo elétrico numa superfície de área conhecida, uma figura que seja objeto de estudo da geometria plana ou espacial como por exemplo um cilindro ou uma esfera.

Esse tópico tem como finalidade a particularização para o caso unidimensional de uma das equações de Maxwell aplicando a transposição didática de modificação de um conceito científico para transmissão do mesmo no ensino básico. Inicialmente, consideramos uma superfície esférica numa dada região no espaço

Figura 15- Exposição de superfície esférica.



Fonte: <https://matematicabasica.net/esfera/>

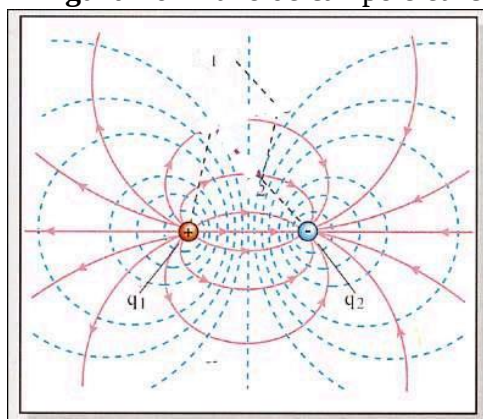
Acessado em 21/08/2023

A lei de Gauss pode ser aplicada nesse sólido uma vez que o mesmo é apresentado como uma superfície fechada. A ideia é analisar um campo elétrico $\vec{E}$ em determinados pontos dessa superfície considerando a ideia de que existam cargas elétricas na superfície.

Considerando que existe um campo elétrico na esfera acima, podemos definir o fluxo elétrico que passa por essa esfera matematicamente como o produto do campo $\vec{E}$ pela Área da sólido A:

$$\Phi = \vec{E} \cdot A, \quad (28)$$

adotando a área do sólido como sendo homogênea e que o fluxo elétrico é o mesmo em todo o sólido, definimos a área A como uma área total da superfície e caracterizamos a soma de todas as áreas minúsculas da superfície. A lei de Gauss pode ser entendida como a passagem de um campo elétrico gerado por uma carga elétrica q no espaço livre onde há a somatória de todos os pequenos elementos de área contidos na superfície como se representa na figura 14.

Figura 16- Fluxo de campo elétrico resultante

Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/lei-gauss.htm>

Acessado em 22/08/2023.

A lei de Gauss representada nesse trabalho na forma $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_i}{\epsilon_0}$ (equação 6)

para um caso particular pode ser representada da seguinte forma:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_i}{\epsilon_0}, \quad (29)$$

onde dA se chama elemento de área infinitesimal.

E assim podemos deduzir a lei de Gauss como a lei de Coulomb da eletrostática, da seguinte forma:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_i}{\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_i$$

Como se está abordando especificamente uma esfera, pode-se considerar a área da esfera como $A = 4\pi r^2$ e fazendo a substituição na equação acima, teremos:

$$\epsilon_0 \vec{E} (4\pi r^2) = Q_i$$

Fazendo as manipulações algébricas, tem-se a seguinte definição de campo elétrico nessa superfície:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r^2}, \quad (30)$$

A equação 30 é exatamente a equação do campo elétrico visualizada pelo aluno do ensino médio, que pode ser facilmente desenvolvida em sala de aula, uma vez que foi deduzida através da equação de Gauss.

Dessa forma, se pode fazer uma abordagem conceitual no ensino médio referente à lei de Gauss sem apresentar diretamente os conceitos mais avançados do cálculo, como integrais, cálculo vetorial, derivadas, limites, dentre outros; executando uma abordagem mais particular referente à primeira equação de Maxwell no ensino básica.

7 CONCLUSÃO

Portanto, se pode concluir que as ideias primordiais acerca do eletromagnetismo se desenvolveram não somente por experiências vividas durante o desenvolvimento teórico que se construiu ao longo desta pesquisa histórica e científica. Boa parte dos conceitos estudados são facilmente vivenciados no ensino médio.

O objeto de estudo fundamental dessa pesquisa desenvolveu-se acerca da compreensão dos principais feitos históricos que induziram o desenvolvimento da teoria eletromagnético como um todo, mais especificamente, a contribuição que cada físico teve em atribuir suas deduções por correspondências às investigações e experimentações de terceiros. Maxwell teve sua notória significância com relação à elaboração de suas quatro equações que serviram de pontapé inicial para a elaboração para o estudo da óptica e também, em sua totalidade, para o desenvolvimento da inovação tecnológica vivenciada nos tempos atuais.

Para a implementação desses conteúdos discutidos ao longo de todo o desenvolvimento do eletromagnetismo, se faz necessária a implementação da transposição didática, que serve de apoio para a divulgação mais clara e menos analítica desses conceitos eletromagnéticos no ensino médio.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ISOLA, VINICIUS. (2003). *A História do Eletromagnetismo*. Cidade Universitária Zeferino Vaz - Barão Geraldo, Campinas - SP, 13083-970: Unicamp.

AUTOR, Título. Site. Disponível em: < > Acessado em 04 de mai.2023.

MATEMÁTICA, Biblioteca. **Karl Friedrich Gauss**. Universidade de coimbra. Disponível em: < <https://www.uc.pt/fctuc/dmat/departamento/bibliomat/servicos/matematicos/Gauss-KF>>. Acessado em 30 jun. 2023.

USP, INSTITUTO DE FÍSICA. **Lei de Gauss**. Física matemática. Disponível em: < http://fma.if.usp.br/~mlima/teaching/4320292_2012/Cap2.pdf >. Acessado em 02 jul. 2023.

KRAPAS, Sonia; ALVES, Fátima; DE CARVALHOR, Luiz Raimundo. **Modelos mentais e a lei de gauss**. Instituto de Física da UFRGS. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol5/n1/v5_n1_a1.htm>. Acessado em 11 mai. 2023.

MAGNET, Academy. **Carl Friedrech Gauss**. National Maglab. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol5/n1/v5_n1_a1.htm>. Acessado em 30 jun. 2023.

SUPPORT, Leadlovers. **Ciência e Fé na vida de Michael Faraday**. Associação Brasileira Cristãos na ciência. Disponível em: <<https://www.cristaosnaciencia.org.br/ciencia-e-fe-na-vida-de-michael-faraday/>>. Acessado em 20 jun. 2023.

SUPPORT, Leadlovers. **Ciência e Fé na vida de Michael Faraday**. Associação Brasileira Cristãos na ciência. Disponível em: <<https://www.cristaosnaciencia.org.br/ciencia-e-fe-na-vida-de-michael-faraday/>>. Acessado em 20 jun. 2023.

FRAZÃO, Diva. **André-Marie Ampère**. Ebiografia. Disponível em: <https://www.ebiografia.com/andre_marie_ampere/>. Acessado em 01 jul. 2023.

ALTMAN, Max. **Hoje na História: 1836 – Morre o físico André-Marie Ampère**. Opera Mundi. Disponível em: < <https://operamundi.uol.com.br/historia/29356/hoje-na-historia-1836-morre-o-fisico-andre-marie-ampere>>. Acessado em 01 jul. 2023.

COMONS, Wikimedia. **James Clerk Maxwell (1831 - 1879)**. Unicentro Paraná- Gpet física unicentro. Disponível em: <https://www3.unicentro.br/petfisica/2016/05/15/1321/>. Acessado em: 08 ago. 2023.

MERTON, Robert. (1991). **A crítica da ciência**. . Cidade Universitária Zeferino Vaz - Barão Geraldo, Campinas - SP, 13083-970: Unicamp.

ZIMAN, John.(1981). **A força do conhecimento**. Cidade Universitária Zeferino Vaz - Barão Geraldo, Campinas - SP, 13083-970: Unicamp.

BOURDIEU, Pierri. (1983). **Sociologia geral**. vol 1. Editora vozes. Varejo - Rua José Bonifácio , 99 - Sé - CEP 01003-000.

CHEVALLARD, Yves. **La transposición didáctica: de saber sabio al saber ensinado**. Tradución. Claudia Gilman. Buenos Aires: Auque Grupo editor S.A

HALLIDAY, D., Resnick, R., Krane, K. **Física 3**, 5a ed. GEN|LTC (2010).