UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL

CENTRO DE TECNOLOGIA

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

JOAB MANOEL ALMEIDA SANTOS

ANÁLISE MODAL APLICADA A MODELOS SIMPLIFICADOS DE COLUNAS DE PERFURAÇÃO

MACEIÓ

2024

JOAB MAN UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFAL

CENTRO DE TECNOLOGIA

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

JOAB MANOEL ALMEIDA SANTOS

ANÁLISE MODAL APLICADA A MODELOS SIMPLIFICADOS DE COLUNAS DE PERFURAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Toledo de Lima Junior

Coorientador: Me. Francisco de Assis Viana Binas Júnior

MACEIÓ

2024

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

S237m Santos, Joab Manoel Almeida
Análise modal aplicada a modelos simplificados de colunas de perfuração / Joab Manoel Almeida Santos. – 2024.
53 f. : il. color.

Orientador: Eduardo Toledo de Lima Júnior.
Coorientador: Francisco de Assis Viana Binas Júnior.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2024.

Bibliografia: f. 41-42.
Apêndices: f. 43-53.

1. Coluna de perfuração. 2. Análise modal. 3. Modos de vibração. I. Título.

CDU: 622.24

Folha de Aprovação

AUTOR: JOAB MANOEL ALMEIDA SANTOS

ANÁLISE MODAL APLICADA A MODELOS SIMPLIFICADOS DE COLUNAS DE PERFURAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

gov.br Documento assinado digitalmente
EDUARDO TOLEDO DE LIMA JUNIOR
Data: 12/03/2024 08:53:00-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Professor Dr. Eduardo Toledo De Lima Junior - Universidade Federal de Alagoas

gov.br Documento assinado digitalmente
FRANCISCO DE ASSIS VIANA BINAS JUNIOR
Data: 12/03/2024 08:22:23-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Me. Francisco de Assis Viana Binas Júnior

Banca Examinadora:

gov.br Documento assinado digitalmente
EDUARDO NOBRE LAGES
Data: 11/03/2024 20:47:56-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Professor Dr. Eduardo Nobre Lages - Universidade Federal de Alagoas

gov.br Documento assinado digitalmente
DIEGO DE VASCONCELOS GONCALVES FERREIR
Data: 12/03/2024 07:40:33-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Me. Diego de Vasconcelos Gonçalves Ferreira

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar gratidão aos meus pais, Manoel Rosalino dos Santos Filho e Damiana de Barros Almeida Santos. Seus apoio e incentivo foram fundamentais em todas as etapas deste caminho acadêmico. Muito obrigado por estarem sempre ao meu lado, me inspirando a alcançar meus objetivos.

Gostaria de expressar minha gratidão ao meu orientador, Professor Dr. Eduardo Toledo de Lima Junior, pela sua orientação ao longo deste trabalho. Agradeço também ao meu Coorientador, Me. Francisco de Assis Viana Binas Júnior, pela sua orientação, contribuição e apoio ao desenvolvimento deste estudo.

À banca examinadora, composta pelo Professor Dr. Eduardo Nobre Lages, da Universidade Federal de Alagoas, e pelo Me. Diego de Vasconcelos Gonçalves Ferreira, sou grato pela avaliação cuidadosa deste trabalho e pelos comentários construtivos fornecidos.

Expresso meu agradecimento ao Laboratório de Computação Científica e Visualização (LCCV) pelo suporte e recursos disponibilizados para a realização desta pesquisa.

RESUMO

O fenômeno de vibração em colunas de perfuração é de grande interesse no projeto de perfuração em poços de óleo e gás, devido aos danos significativos que podem causar aos seus componentes. A análise modal é uma técnica essencial para compreender o comportamento característico de sistemas e evitar problemas de ressonância, pois fornece as frequências naturais e os modos de vibração da estrutura. O objetivo deste trabalho é determinar e analisar os modos e as frequências naturais de vibração de elementos que representem uma coluna de perfuração, considerando fatores relacionados à variação de massa, rigidez e influência dos estabilizadores. Para isso, utiliza-se o software educacional para análise de estruturas LESM, baseado no método da rigidez direta, e disponibilizado em MATLAB. O estudo propõe três modelos simplificados que representam a coluna em operações de perfuração vertical, cujas geometrias são coerentes com os padrões da indústria. Parte-se de um modelo com seções uniformes, em que os diâmetros interno e externo, assim como o comprimento, são alterados para análise da variação da espessura e comprimentos da estrutura. Em seguida, é analisado um modelo composto por dois segmentos, com rigidezes distintas, sendo o segundo segmento mais rígido que o primeiro, de forma a representar a composição de fundo da coluna. No último modelo, são adicionadas condições de contorno para modelar a presença dos estabilizadores, considerados como pontos de contato com liberdade de movimento axial e sem restrições de rotação. Observou-se que os modos de vibração dos modelos propostos não são alterados pela variação do comprimento e seção geométrica dos elementos da coluna de perfuração, porém, são afetados por mudanças nas condições de contorno, delimitadas pela broca, mesa rotativa e pelos estabilizadores. Para análise dos modos de vibração que se enquadram no intervalo de valores operacionais, os tipos de vibração lateral foram predominantes. Os valores baixos nas frequências naturais são atribuídos ao comprimento significativo da coluna de perfuração. Além disso, constata-se o papel dos estabilizadores no controle das frequências naturais, proporcionando estabilidade e rigidez.

Palavras-chave: Modos de vibração, Análise paramétrica, Estabilizadores

ABSTRACT

The vibration phenomenon in drilling columns is of great interest in oil and gas well drilling design due to the significant damage it can cause to its components. Modal analysis is an essential technique for understanding the characteristic behavior of systems and avoiding resonance problems, as it provides the natural frequencies and vibration modes of the structure. The aim of this work is to evaluate the vibration modes and natural frequencies of linear elements representing a drilling column, considering factors related to mass variation, stiffness, and the influence of stabilizers. For this purpose, the structural analysis educational software LESM, which is based on the direct stiffness method and provided in MATLAB, is used. The study proposes three simplified models representing the column in vertical drilling operations, whose geometries are consistent with industry practice. It starts with a model with uniform sections, where the inner and outer diameters, as well as the length, are altered for stiffness and mass analysis of the structure. Next, a model consisting of two segments with different stiffness is analyzed, with the second segment being stiffer than the first, representing the bottom hole assembly (BHA) of the column. In the last model, boundary conditions are added to model the presence of stabilizers, considered as points of contact with axial displacement and rotation degrees of freedom released. It was observed that the vibration modes of the proposed models are not altered by the variation in mass and stiffness of the drilling column; however, they depend on changes in boundary conditions influenced by the drill bit, rotary table, and stabilizers. Stiffness and mass are essential parameters for controlling natural frequency. For the analysis of vibration modes falling within the operational value range, lateral vibration types predominated. Low values in natural frequencies are attributed to the significant length of the drilling column. Additionally, the role of stabilizers in controlling natural frequencies is noted, providing stability and stiffness.

Keywords: Vibration modes, Parametric analysis, Stabilizer

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Coluna de perfuração vertical 10
Figura 2 - Tipos de vibrações e seus estágios críticos 11
Figura 3 - Layout de produção simplificado 13
Figura 4 - Tubos de perfuração leves 15
Figura 5 - Brocas com partes móveis e sem partes móveis 15
Figura 6 - Coluna de perfuração com a disposição dos estabilizadores 16
Figura 7 - Tipos de vibrações de uma coluna de perfuração 17
Figura 8 - Representação da coluna de perfuração no LESM 23
Figura 9 - Posicionamentos dos estabilizadores no Modelo 3 25
Figura 10 - Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 1: $L = 1000\ m\ e\ e\ = 7{,}5\ cm$ 26
Figura 11 - Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 3: Estabilizadores a cada 100 metros. 27
Figura 12 - Modos de vibração e suas frequências naturais $L = 1000\ m, e\ = 2{,}5\ cm$ 28
Figura 13 - Modos de vibração e suas frequências naturais $L = 1000\ m, e\ = 5\ cm$ 29
Figura 14 - Modos de vibração e suas frequências naturais $L = 1000\ m, e\ = 7{,}5\ cm$ 30
Figura 15 - Modos de vibração e suas frequências naturais $L = 2000\ m, e\ = 7{,}5\ cm$ 31
Figura 16 - Modos de vibração e suas frequências naturais $L = 3000\ m, e\ = 7{,}5\ cm$ 32
Figura 17 – Primeiros modos de vibração lateral e suas frequências naturais, Modelo 2 discretizado 33
Figura 18 – Últimos modos de vibração lateral e suas frequências naturais, Modelo 2 discretizado 34
Figura 19 - Principais Modos de vibração lateral e suas frequências naturais, Modelo 3, estabilizadores a cada 250 metros. 36
Figura 20 - Principais Modos de vibração lateral e suas frequências naturais, Modelo 3, estabilizadores a cada 100 metros. 38
Figura 21 - Viga biapoiada com discretização em dois elementos. 43
Figura 22 - Viga biapoiada do exemplo 5-5.1 modelada no software LESM 44

Figura 23 - Modos de vibrações do Exemplo 5-5.1 45
Figura 24 - Viga biapoiada com massas concentradas em três pontos 46
Figura 25 - Viga biapoiada do exemplo 6-6.2 modelada no software LESM 46
Figura 26 - Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 1: $L = 1000\ m$ e $e = 2{,}5\ cm$ 48
Figura 27 - Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 1: $L = 1000\ m$ e $e = 5\ cm$ 49
Figura 28 - Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 1: $L = 2000\ m$ e $e = 7{,}5\ cm$ 50
Figura 29 - Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 1: $L = 3000\ m$ e $e = 7{,}5\ cm$ 51
Figura 30 - Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 2: $L = 3000\ m$ e altura de BHA de 500 metros 52
Figura 31 - Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 3: $L = 3000\ m$, estabilizadores a cada 250 metros. 53

LISTA DE SÍMBOLOS

BHA	*Conjunto de fundo de poço (Bottom Hole Assembly)*
ε	*Deformação específica*
E	*Módulo de elasticidade longitudinal*
σ	*Tensão normal*
$[C]$	*Matriz de amortecimento*
$[K]$	*Matriz de rigidez*
$[M]$	*Matriz de massa*
$\{F(t)\}$	*Vetor de carga aplicada*
$\{\ddot{u}(t)\}$	*Vetor aceleração no tempo t*
$\{u(t)\}$	*Vetor de posição no tempo t*
G	*Módulo de elasticidade transversal*
θ	*Ângulo de fase*
ρ	*Massa específica*
ri	*Raio interno da seção transversal da coluna de perfuração*
ro	*Raio externo da seção transversal da coluna de perfuração*
ω	*Frequência circular não amortecida*

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dimensões típicas e propriedades mecânicas módulo dos tubos de perfuração e BHA. 22

Tabela 2 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 1, $L = 1000\,m\;e\;e = 7{,}5\,cm$ 26

Tabela 3 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 3, estabilizadores a cada 100 metros. 27

Tabela 4 - Modos de vibração com frequências naturais entre 1 Hz e 4 Hz para o Modelo 2. 34

Tabela 5 - Modos de vibração e suas frequências naturais, Modelo 3, estabilizadores a cada 250 metros. 34

Tabela 6 - Modos de vibração e suas frequências naturais, Modelo 3, estabilizadores a cada 100 metros. 37

Tabela 7 - Resultados fornecidos pelo software do exercícios 5-5.1 45

Tabela 8 - Resultados fornecidos pelo software para o exercício 6-6.2 47

Tabela 9 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 1, $L = 2000\,m\;e\;e = 2{,}5\,cm$ 48

Tabela 10 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 1, $\mathrm{L = 1000\,m\;e\;e = 5\,cm}$ 49

Tabela 11 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 1, $L = 2000\,m\;e\;e = 7{,}5\,cm$ 50

Tabela 12 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 1, L = 3000 m e $e = 7{,}5\,cm$ 51

Tabela 13 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 2, $L = 3000\,m$ e altura de BHA de 500 metros 52

Tabela 14 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 3, $L = 3000\,m$, estabilizadores a cada 250 metros 53

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 10
1.1 Contextualização 10
1.2 Objetivos 12
1.2.1 Objetivos principais...12
1.2.2 Objetivos complementares...12
1.3 Justificativa 12
2 REFERENCIAL TEÓRICO 13
2.1 Construção de Poços de Petróleo 13
2.2 Coluna de perfuração...14
2.3 Vibrações em Colunas de Perfuração..17
2.4 Sistema global das equações de movimento..................................18
2.5 Frequências e modos naturais de vibrações 19
3 METODOLOGIA...21
3.1 Método de simulação computacional 21
3.2 Descrição dos modelos...21
3.3 Parâmetros do modelo..23
3.4 Análise de convergência de malha 25
4 RESULTADOS...28
4.1 Análise dos modelos...28
4.1.1 Modelo 1: $L = 1000\,m$ Seção uniforme 28
4.1.2 Modelo 1: $L = 2000\,m\ e\ L = 3000\,m$ Seção uniforme.................................30
4.1.3 Modelo 2: $\mathrm{L} = 3000\,\mathrm{m}$ com Altura de BHA de 500 metros.........................32
4.1.4 Modelo 3: $L = 3000\,m$ e altura de BHA de 500 metros, com a inclusão de estabilizadores...35
5 CONCLUSÃO 39
REFERÊNCIAS...41
APÊNDICE A - Verificação do software para consolidação dos conceitos 43
APÊNDICE B - Estudo de Convergência...48

1 INTRODUÇÃO

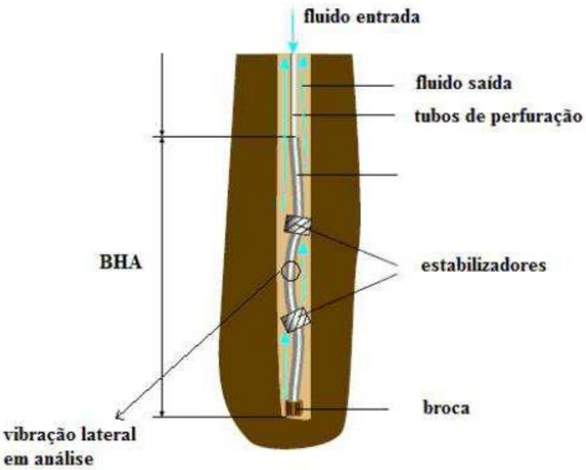
1.1 Contextualização

Com o tempo, o petróleo se consolidou como uma das fontes de energia mais significativas e amplamente utilizadas no mundo. Devido aos avanços da indústria petroquímica, muitos produtos essenciais para uma sociedade contemporânea são hoje produzidos a partir desta matéria-prima (THOMAS et al., 2004).

O desenvolvimento de um campo petrolífero é um processo multidisciplinar que inclui várias etapas, desde a descoberta até a produção efetiva de hidrocarbonetos. Após a descoberta de reservas petrolíferas, são lançadas inúmeras atividades que requerem a cooperação de diversas áreas do conhecimento (ADAMS, 1985).

A perfuração rotativa é uma prática fundamental do setor de petróleo e gás, na qual as rochas são perfuradas pela ação de rotação e peso aplicados a uma broca situada na extremidade de uma coluna de perfuração (THOMAS et al., 2004). A coluna de perfuração é um conjunto de tubos interligados que se estende até a profundidade do poço e permite perfuração, passagem de fluido de perfuração, bem como ferramentas e equipamentos de apoio (ROCHA et al., 2011). Na Figura 1, é apresentada uma coluna de perfuração vertical, com alguns de seus componentes.

Figura 1 – Coluna de perfuração vertical.



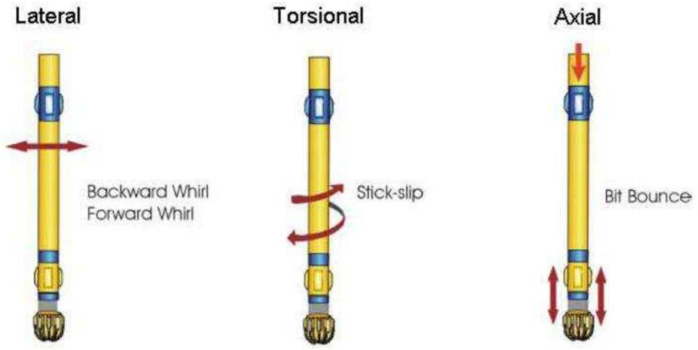
Fonte: (AGOSTINI, 2015)

Um dos principais desafios das empresas do setor está relacionada às oscilações sofridas pela coluna de perfuração. Segundo Monteiro e Trindade (2013), cada uma das peças que compõem a coluna possui propriedades mecânicas únicas.

Essas propriedades, quando combinadas com os efeitos rotativos e as respostas no interior do poço, têm o potencial de ocasionar vibrações excessivas. É fundamental controlar essas vibrações para prevenir eventuais danos às paredes do poço e aos dispositivos eletrônicos incorporados nas colunas (AGOSTINI, 2015).

No processo de perfuração, esse sistema dinâmico pode convergir para respostas periódicas ou exibir uma resposta caótica. As vibrações podem atingir um estado mais crítico, caracterizado por mudanças significativas de amplitude e fortes forças de contato. Seus estágios críticos, são identificados como *bit-bounce*, *stick-slip* e *whirl* (FRANCA, 2004), conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2 – Tipos de vibrações e seus estágios críticos.



Fonte: (ALAMO, 2003)

As frequências naturais e os modos naturais de vibração são conceitos fundamentais na análise dinâmica linear de estruturas e para a compreensão do comportamento dinâmico de uma estrutura. Estes desempenham papel importante na análise dinâmica de estruturas, uma vez que representam as características dinâmicas do modelo (SORIANO, 2014).

Segundo Barbosa (2020), à medida que nos aproximamos da broca, observa-se que os modos de vibração com maior deslocamento lateral são predominantes. Essa observação sugere que, em problemas de modelagem dinâmica, as regiões mais elevadas da coluna podem apresentar uma menor vulnerabilidade a danos.

Para que a modelagem dinâmica descreva com precisão o comportamento do sistema, um modelo representativo deve ser criado com base nos parâmetros envolvidos. Para melhor representar o comportamento dinâmico de um modelo estrutural, é necessário representar a rigidez, a distribuição de massa, as condições de contorno nos modelos (ZHU, TANG e YANG, 2014).

1.2 Objetivo

1.2.1 Objetivos principais

Essa monografia tem como objetivo contribuir para o melhor entendimento do comportamento dinâmico das colunas de perfuração, tendo como principais objetivos:

- Obter os modos de vibração e as respectivas frequências naturais da coluna de perfuração em diferentes cenários de perfuração;
- Analisar a influência da posição dos estabilizadores nos resultados da análise modal.

1.2.2 Objetivos complementares

- Identificar fatores que afetam o comportamento dinâmico da coluna de perfuração;
- Elaborar um modelo que permita a implementação futura de carregamentos e estudos relacionados à dinâmica.

1.3 Justificativa

A perfuração de um poço de petróleo pode levar a efeitos estruturais e dinâmicos adversos na coluna de perfuração. As vibrações presentes nessas colunas podem ter impactos significativos, desde danos às paredes do poço até a falha de dispositivos eletroeletrônicos incorporados nas colunas. Portanto, compreender essas vibrações é essencial para mitigar riscos e otimizar o processo de perfuração.

Por meio da análise modal, é possível observar o comportamento dinâmico da coluna de perfuração. Compreender esse comportamento possibilitará estudos futuros com o objetivo de desenvolver um modelo capaz de representar de forma adequada a coluna de perfuração e incorporar os carregamentos que são observados durante a sua operação.

Estudos realizados no Laboratório de Computação Científica e Visualização (LCCV) do Centro de Tecnologia (CTEC) da Universidade Federal de Alagoas, abordam diversos tópicos relacionados à modelagem do desempenho da coluna de perfuração em várias operações de construção de poços de petróleo. Esses estudos serviram de incentivos para o desenvolvimento de pesquisas sobre modelagem da dinâmica da coluna de perfuração.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

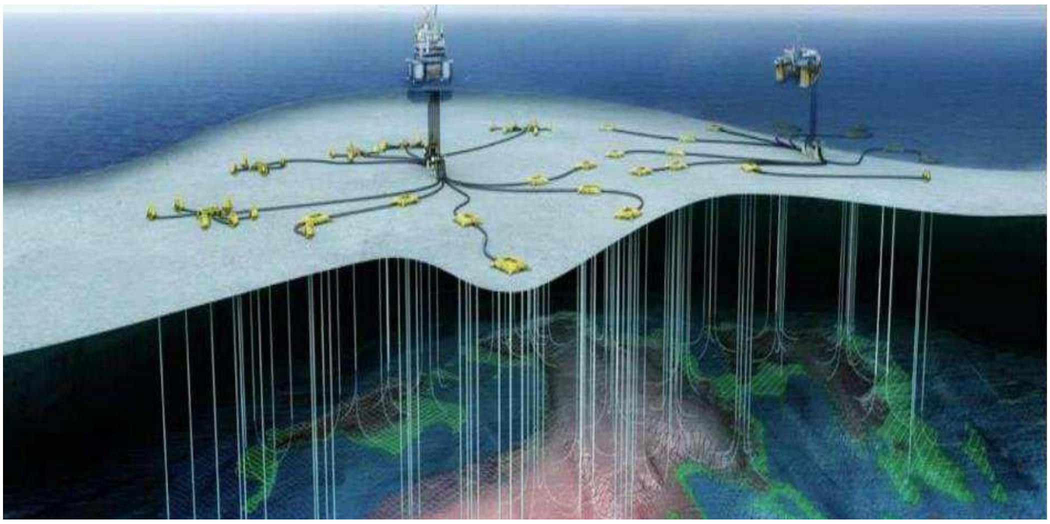
Neste capítulo são apresentadas as principais referências utilizadas na elaboração deste trabalho. Primeiramente, são tratados os conceitos fundamentais relacionados à construção de poços de petróleo e conceitos básicos sobre coluna de perfuração. Posteriormente, são tratados os temas de vibrações e a modelagem da dinâmica de elementos lineares via análise modal. Ademais, é apresentado o software de análise e simulação utilizado neste estudo.

2.1 Construção de Poços de Petróleo

A evolução de um campo petrolífero, desde sua identificação até a extração, constitui um procedimento altamente abrangente, contendo uma ampla gama de disciplinas. Inicialmente, a identificação de um campo petrolífero envolve a geologia, geofísica e geoquímica, que colaboram para determinar as características do subsolo e a possível existência de depósitos de petróleo. Após a confirmação da existência de reservatórios, a engenharia de perfuração assume um papel crucial na concepção e na construção dos poços destinados à exploração e produção.

Nesse contexto, são levados em consideração fatores como a profundidade do subsolo, pressão, temperatura e composição geológica. A Figura 3 ilustra de forma esquemática a produção de um campo de petróleo offshore, exibindo o padrão dos diferentes poços que se conectam às formações rochosas que armazenam o petróleo (ANJOS, 2013).

Figura 3 – Layout de produção simplificado.



Fonte: (ANJOS, 2013)

A construção de poços varia de acordo com os objetivos do operador do campo petrolífero, sejam eles com finalidades exploratórias ou explotatórias. Os poços exploratórios, muitas vezes verticais, buscam avaliar reservas geológicas, enquanto os poços explotatórios buscam extrair petróleo ou injetar fluidos para aumentar a produção. As características da construção também se alteram de acordo com as características geológicas da rocha. Algumas rochas produtoras podem ser recobertas ou expostas. A construção de poços de petróleo é regida por rigorosos critérios de segurança e avaliação econômica (PEIXOTO, 2014).

A construção de um poço de petróleo utiliza uma estratégia de perfuração em fases, utilizando vários diâmetros de broca para atingir a profundidade desejada na rocha do reservatório de petróleo. Cada fase é cimentada para estabilizar as paredes do poço e impedir a migração involuntária de petróleo ou gás. O peso do fluido de perfuração é ajustado para equilibrar a pressão hidrostática, evitar o rompimento das paredes do poço e evitar ocorrências de *kick* (fluxo indesejado de fluidos para dentro do poço). O projeto do poço é adaptado aos critérios geológicos locais, visando a eficiência, economia e estabilidade na operação de construção (ROCHA, 2009).

2.2 Coluna de perfuração

A coluna de perfuração é um componente essencial em operações de perfuração. Sua principal função é transmitir peso e torque para a broca e, além disso, transportar o fluido de perfuração no seu interior. É composta por uma série de tubos interligados, cada um com uma função específica.

A coluna de perfuração é dividida em duas grandes partes: o BHA, que se localiza logo acima da broca na extremidade inferior, e os tubos de perfuração, conectados à sonda. O BHA é composto por ferramentas de sensoriamento, de direcionamento da broca para construção de poços direcionais, de estabilizadores e de tubos de grande espessura.

Os tubos de perfuração leves compõem grande parte da coluna de perfuração, e contêm espessuras inferiores quando comparados com os componentes do BHA. Suas principais funções são: transmissão de rotação e torque para a broca, circulação de fluido e resistência à tração quando solicitado. São elementos que possuem flexibilidade elevada.

Figura 4 – Tubos de perfuração leves.

Fonte: (PERCY, 2014)

A coluna de perfuração é equipada com brocas na extremidade inferior para degradar a rocha e com sistemas de circulação de fluidos para remoção dos cascalhos e manter a estabilidade do poço. A escolha da coluna de perfuração e dos componentes associados depende de litologia, profundidade do furo e objetivo da perfuração. As brocas podem ser classificadas de acordo com a sua constituição: com partes móveis ou sem partes móveis, como ilustrado na Figura 5. (CERKOVNIK, 1982).

Figura 5 – Brocas com partes móveis e sem partes móveis.

Fonte: (SCHLUMBERGER, 2012)

Outros elementos que compõem a coluna são os estabilizadores, que podem diferir em tamanho e configuração. Eles podem ser instalados em vários locais ao longo da coluna de perfuração, como próximo à broca ou ao longo do BHA. Estabilizadores especiais são usados em áreas com curvas ou tangentes para controle da trajetória de perfuração.

Segundo SANTOS BRITTO (2010), em situações em que o poço atravessa diferentes camadas de rocha ou sedimentos, os estabilizadores podem ser colocados de maneira estratégica para otimizar a perfuração. Em formações mais duras, onde a estabilidade é crucial, os estabilizadores podem ser posicionados mais próximos entre si. Em formações mais macias, eles podem ser espaçados mais amplamente.

Os estabilizadores permitem um maior controle sobre a trajetória do poço. Além disso, auxiliam no controle sobre os efeitos vibratórios da coluna de perfuração. A Figura 6 apresenta um exemplo de arranjo dos equipamentos que compõem a coluna de perfuração.

Figura 6 – Coluna de perfuração com a disposição dos estabilizadores.

Fonte: (AGOSTINI, 2015)

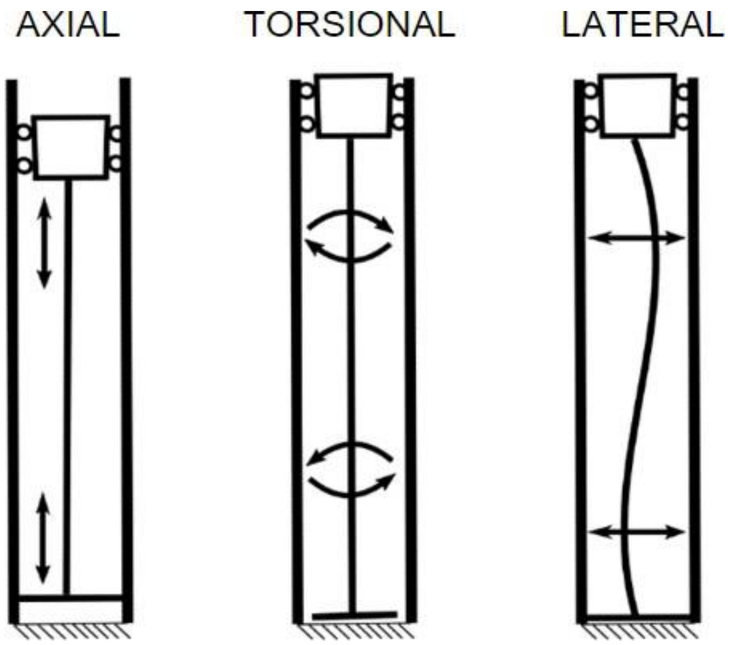
2.3 Vibrações em Colunas de Perfuração

A ocorrência de vibrações nas colunas de perfuração representa um dos principais desafios para as empresas que operam no setor petrolífero. Para construção de poços profundos, a coluna apresenta diversos quilômetros de extensão por apenas algumas polegadas de diâmetro, sendo assim estruturas extremamente esbeltas.

Um sistema de perfuração rotativo exibe intrinsecamente um comportamento oscilatório, contudo, devido à elevada esbeltez da coluna, as cargas dinâmicas ligadas às vibrações podem ser amplificadas. Tais situações podem ser adequadamente gerenciadas, com o sistema eventualmente alcançando estabilidade em respostas periódicas ou, até mesmo, demonstrando comportamento caótico (LIU et al., 2012).

Segundo DIVENYI (2009), as vibrações observadas em colunas de perfuração podem ser categorizadas em três modos, que ocasionalmente podem ocorrer simultaneamente: vibrações axiais, vibrações de torção e vibrações laterais. Essas vibrações, em sua forma severa, são denominadas *bit-bounce, stick-slip e whirl*, respectivamente. A Figura 7 apresenta os tipos de vibração de uma coluna de perfuração.

Figura 7 – Tipos de vibrações de uma coluna de perfuração.



Fonte: Adaptado de BARBOSA (2020)

Esses modos de vibração têm um papel significativo na eficiência e na integridade das operações de perfuração. O *bit-bounce* refere-se a um movimento de impacto da broca na formação rochosa, podendo causar desgaste excessivo da broca e atrasos na operação. O *stick-slip* é caracterizado por oscilações irregulares da broca, o que pode diminuir a taxa de penetração e afetar a precisão da perfuração (ELSAYED et al., 1994). O *whirl* envolve uma rotação não desejada da coluna, podendo levar a problemas de orientação e estabilidade (MORAES e SAVI, 2019).

2.4 Sistema global das equações de movimento

As equações podem ser usadas para expressar o comportamento de um modelo físico de diversas maneiras. Essa variedade de abordagens reflete a diversidade de fenômenos e sistemas que os modelos físicos podem representar. A forma como o comportamento é equacionado depende da estrutura do sistema, as variáveis envolvidas e as relações matemáticas que descrevem as interações entre essas variáveis.

Em análise estrutural, a relação entre forças e deslocamentos é representada matricialmente por Eq. (3.1), em que $\{F\}$ denota um vetor coluna contendo as forças aplicadas aos pontos ou nós do sistema. A matriz $[K]$ representa a matriz de rigidez do elemento estudado, e $\{u\}$ é o vetor de deslocamento, que contém as variações nas posições dos pontos ou nós do sistema devido à aplicação das forças.

$$\{F\} = [K]\{u\} \tag{3.1}$$

À medida que os modelos de um sistema se tornam mais complexos, e deseja-se considerar sua resposta ao longo do tempo, as equações são ajustadas para incorporar novos comportamentos, como a consideração da força de inércia, associada à aceleração indicada por $\ddot{u}\ (t)$ e a força viscosa proporcional à velocidade, representada por $\dot{u}\ (t)$. Ao adicionar esses termos ao modelo, a forma linear da equação de um problema dinâmico é dada por,

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = F(t) \tag{3.2}$$

em que $[M]$ representa a matriz de massa, $[C]$ a matriz de amortecimento, $F(t)$ o vetor de cargas aplicadas e $\{u(t)\}$ o vetor de deslocamentos no tempo t (SORIANO, 2014). Vale observar que o problema estático, independente do tempo, pode ser tratado com um caso particular da Equação 3.3, fazendo-se nulos os termos relativos à velocidade e à aceleração, recaindo na Equação 3.1. Da equação 3.2 em diante, a notação {} para vetores é omitida, para fins de concisão.

2.5 Frequências naturais e modos de vibração

Os conceitos fundamentais na análise de sistemas vibratórios e estruturas mecânicas são frequências e modos naturais de vibração. As frequências naturais estão relacionadas às taxas de oscilação intrínsecas de um sistema, enquanto os modos naturais são os padrões distintos pelos quais um sistema vibra quando excitado em sua frequência natural (CORDOVIL, 1991).

Na análise dinâmica de modelos estruturais com comportamento linear, a frequência e os modos naturais de vibração são de extrema importância (SORIANO, 2014). Essas ideias desempenham um papel importante na compreensão do comportamento vibratório de sistemas mecânicos e na avaliação de sua estabilidade, segurança e desempenho.

Apresentada a Equação 3.3, é possível definir o problema de frequências e modos naturais de vibrações. Ao desprezar o amortecimento, assumir um vetor de carregamento nulo e considerar que o sistema é iniciado em movimento somente por condições iniciais de deslocamento e em velocidade, chega-se à formulação da vibração livre e sem amortecimento, representado da vibração livre e pela Equação 3.3, a seguir:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = 0. \qquad (3.3)$$

Essa equação representa um caso de vibração livre não amortecida, cujas soluções são da forma $\hat{u}$, chamadas de modos de vibração livre não amortecidos. Nestes, todas as coordenadas do sistema variam harmonicamente no tempo, na chamada frequência de vibração livre não amortecida ω, obedecendo a uma fase θ, conforme apresentado na Equação 3.4. Assim, o problema modal depende apenas das matrizes de massa e de rigidez:

$$\{u\} = \{\hat{u}\}\cos(\omega t - \theta). \qquad (3.4)$$

Ao derivar essa solução duas vezes em relação ao tempo, substituir na equação do movimento e eliminar a componente harmônica, tem-se o sistema de equações algébricas homogêneas na forma,

$$[\,[K] - \omega^2 [M]]\{\hat{u}\} = 0. \quad (3.5)$$

Para permitir soluções não triviais, o determinante da matriz entre colchetes deve ser nulo, conforme,

$$det[\,[K] - \omega^2 [M]] = 0. \quad (3.6)$$

levando a uma equação polinomial de grau n da variável ω^2, conhecida como equação da frequência. As n soluções ω_i, neste caso, são reais e positivas e são as frequências naturais do sistema. Geralmente, é representado por ω_1 o valor da menor frequência natural, seguido em ordem até ω_n, que define a frequência mais alta. Em seguida, cada um desses valores de frequência é substituído, um de cada vez, no sistema de equações algébricas homogêneas. Isso resulta em um sistema de equações indeterminadas.

De forma a calcular os modos de vibração associados a cada frequência, é essencial realizar uma escolha arbitrária para um dos componentes. Uma maneira de realizar esse processo é selecionar a coordenada de cada modo como unitária. Com essa suposição estabelecida, as outras coordenadas podem ser determinadas de maneira única. Dessa forma, é possível calcular os n modos de vibração e organizá-los em uma matriz modal n x n, onde as colunas representam os n modos naturais de vibração livres e não amortecidos (REYOLANDO e SILVA, 2015).

3 METODOLOGIA

3.1 Método de simulação computacional

As análises realizadas neste trabalho adotam uma abordagem baseada na solução de modelos modais. A equação modal é derivada por meio da formulação do problema de autovalores e autovetores.

No contexto deste trabalho, a modelagem computacional via Método da Rigidez Direta é adotada como a principal abordagem de pesquisa. Pelo seu uso, são conduzidas as simulações e análises dos modelos de coluna de perfuração propostos.

Atualmente, há uma variedade de softwares que permitem a modelagem dinâmica de estruturas. Em muitos casos, é possível encontrar softwares de simulação de propósito geral que permitem a modelagem do sistema e a aplicação dos conceitos acima mencionados.

Este trabalho faz uso do software educacional denominado LESM, um programa em MATLAB projetado para realizar análises estruturais estáticas e dinâmicas. O LESM realiza a análise de modelos estruturais que consistem em elementos lineares bidimensionais e tridimensionais, utilizando o método de rigidez direta. O LESM permite a determinação das frequências naturais e modos de vibração.

A verificação do uso do software educacional LESM para a consolidação de conceitos representa um componente importante do trabalho. Este processo consiste em uma análise para determinar a eficácia, a adequação do software e reforçar os conhecimentos e conceitos relacionado a análise dinâmica, além da verificação dos resultados obtidos, assegurando que estes estejam em concordância com os exemplos apresentados na literatura. O processo de verificação está localizado no Apêndice A deste trabalho.

3.2 Descrição dos modelos

O estudo da coluna de perfuração é conduzido por meio de um modelo de viga que assume uma orientação vertical. Esse modelo apresenta atributos geométricos e condições de contorno particulares, que serão detalhados neste trabalho.

São explorados modelos de geometrias simplificadas, começando com um modelo mais básico que possui seções uniformes, onde os diâmetros interno e externo, assim como o comprimento, são predefinidos. Em seguida, são analisados modelos compostos por dois segmentos, nos quais ambos compartilham o mesmo material, mas suas características de rigidez variam: o primeiro segmento apresenta uma rigidez menor em comparação com o segundo.

Essa abordagem visa a obtenção de uma representação aproximada da coluna de perfuração, na qual o primeiro segmento corresponde a tubos de perfuração leves e o segundo segmento aos componentes de fundo de poço (BHA). A Tabela 1 exibe valores típicos para os raios internos (ri) e externo (re), massa específica (ρ), módulo de elasticidade longitudinal (E) e módulo de elasticidade transversal (G).

Tabela 1 – Dimensões típicas e propriedades mecânicas módulo dos tubos de perfuração e BHA.

ri_1 $[cm]$	re_1 $[cm]$	ri_2 $[cm]$	re_2 $[cm]$	G $[GPa]$	E $[GPa]$	ρ $[\frac{kg}{m^3}]$
2,5 – 7,5	6,4 – 8,4	1,9 – 3,8	4,3 – 12,7	77	200	8000

Fonte: (ANJOS, 2013)

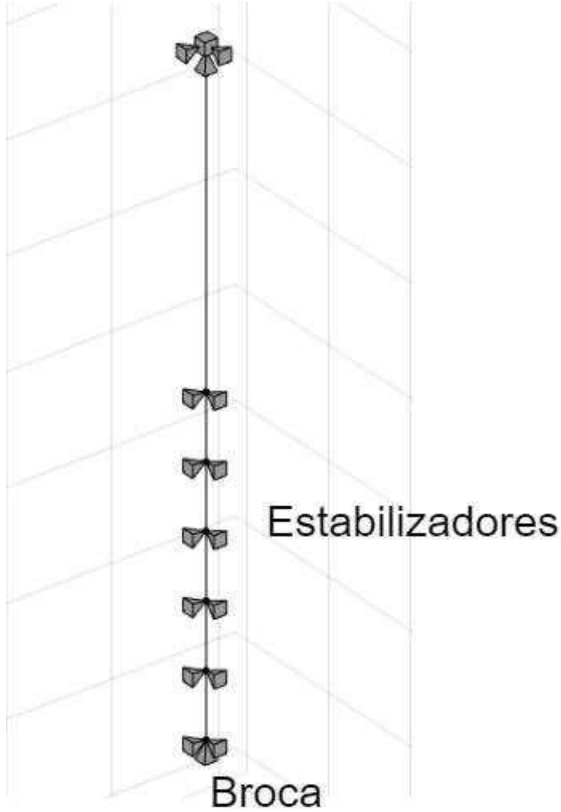
Com o intuito de simular um cenário representativo da coluna, são empregados valores que se enquadram nos padrões da indústria. Uma coluna de perfuração completa é composta por vários segmentos, cada um com características únicas. Esta coluna pode ser extensa, atingindo comprimentos da ordem de quilômetros.

No último modelo analisado, são adicionadas condições de contorno representativas dos estabilizadores. Para o modelo composto por dois segmentos, os estabilizadores são representados como pontos de contato com liberdade de movimento axial e à rotação. Além disso, os estabilizadores estão localizados apenas na parte inferior da coluna representativa do BHA (SANTOS, 2020).

A broca apresenta um ponto na extremidade inferior de contato com restrição ao movimento axial e lateral, e sem restrições à rotação. Além disso, a extremidade superior contato é admitida engastada. Essa abordagem é importante para simulações do comportamento mecânico da coluna, com o intuito de considerar a modelagem da mesa rotativa.

Os modelos são criados no software LESM em 3D, com a representação tridimensional correspondente apresentada na Figura 8.

Figura 8 – Representação da coluna de perfuração no LESM.



Fonte: LESM (2024)

3.3 Parâmetros dos modelos

Os parâmetros escolhidos para os elementos que representam a coluna de perfuração são determinantes para o comportamento do modelo. Características distintas dos parâmetros exercem uma influência direta tanto na matriz de rigidez como na matriz de massa do problema. No contexto deste trabalho, as propriedades associadas à massa específica e ao módulo de elasticidade longitudinal do material terão valores constantes predefinidos.

Com o intuito de realizar uma análise dos parâmetros geométricos e da discretização da coluna em dois trechos, variam-se a espessura dos tubos de perfuração e o comprimento da coluna.

As primeiras análises consistem em examinar a influência da variação da espessura e do comprimento da coluna de perfuração. Nesse contexto, concebe-se o Modelo 1, que envolve a modelagem da coluna com seção prismática e sem os estabilizadores. Inicialmente, varia-se espessura do tubo para analisar a influência da espessura do tubo, seguida pelo aumento do comprimento para avaliação da influência do comprimento.

Para o Modelo 1, foram apresentados os valores dos nove primeiros modos de vibração, os quais demonstraram frequências naturais bastante baixas, não observadas durante a operação de perfuração. No entanto, sua exposição teve como propósito o estudo da influência da variação dos parâmetros mencionados anteriormente.

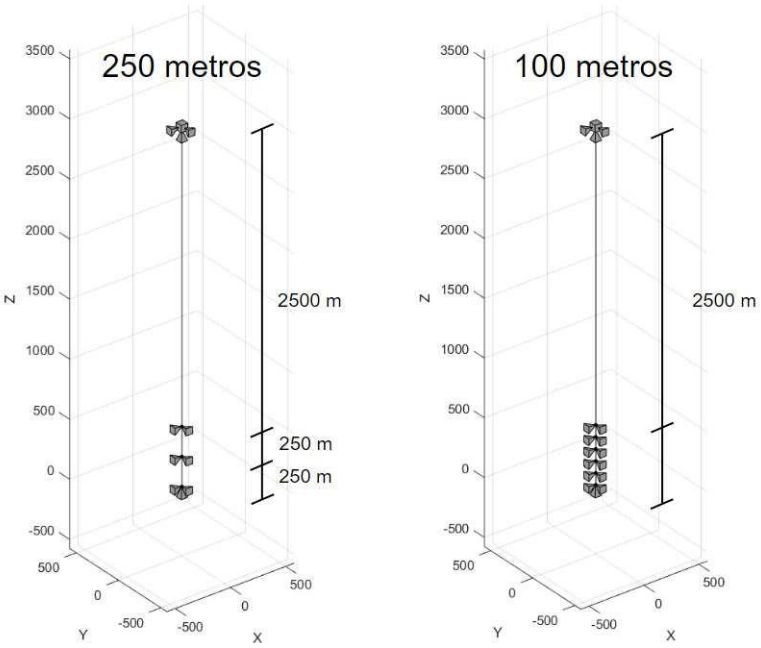
O Modelo 2 foi desenvolvido com o propósito de investigar a influência da discretização da coluna em dois trechos prismáticos, onde o trecho inferior é caracterizado por uma maior rigidez. Para conduzir essa análise, a coluna de perfuração foi discretizada em dois segmentos. O trecho inferior, representativo do BHA, possui um comprimento de 500 metros, enquanto o trecho superior, representativo dos tubos de perfuração leve, possui um comprimento de 2500 metros.

Com o propósito de apresentar resultados alinhados com os de operação, foram observados os modos de vibração cujas frequências naturais se encontram dentro de um intervalo de 1 Hz a 4 Hz para os Modelos 2 e 3. Além disso, para o modelo 2, foram apresentados os 12 primeiros modos de vibração e suas frequências naturais, os quais são característicos de vibrações laterais. Em seguida, foram mostrados os 12 últimos modos de vibração representativos para esse tipo de vibração.

Finalmente, concebe-se a modelagem computacional do modelo 3, o qual incorpora todos os parâmetros mencionados. Este modelo representa o sistema estrutural mais relevante do trabalho, permitindo a análise da influência dos estabilizadores.

Para isso, foram modelados dois casos com uma discretização semelhante à do modelo 2. Esses casos são idênticos, diferindo apenas na distância entre os estabilizadores e a broca localizados no trecho inferior. Além disso, foram apresentados os modos de vibração e suas frequências naturais que se encontram dentro do intervalo de 1 Hz a 4 Hz. Além disso, um estudo foi conduzido sobre os modos de vibração lateral da coluna de perfuração, destacando os principais modos e frequências naturais de vibração. O distanciamento entre os estabilizadores e broca no Modelo 3 têm comprimentos de 250 e 100 metros, conforme ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Posicionamentos dos estabilizadores no Modelo 3.



Fonte: Adaptado do LESM (2024)

3.4 Análise de convergência de malha

A metodologia de criação do modelo discreto, no contexto do método da rigidez direta, é empregada neste trabalho para a análise estrutural dos sistemas em questão. O procedimento inclui a subdivisão do domínio do problema em elementos lineares, cujos nós de extremidade são dotados de coordenadas, as quais podem representar valores das variáveis incógnitas do problema. A quantidade de elementos empregada na discretização pode influir diretamente na qualidade da resposta obtida, de forma que devem ser conduzidos estudos prévios para estimativa da discretização mínima a ser adotada. A análise de convergência de malha é realizada com o objetivo de determinar um número adequado de elementos na malha, de modo a equilibrar a precisão dos resultados com o tempo computacional necessário para a análise.

Nesse contexto, a convergência é avaliada por meio da análise da frequência natural de dois modos de vibração, em dois estudos de caso. Espera-se que, à medida que o número de elementos no modelo aumenta, a resposta em termos de frequência natural se estabilize, indicando que a solução está convergindo para um resultado.

Para exemplificar o processo de convergência de malha realizado neste estudo, são apresentados os resultados referentes ao Modelo 1, para qual $L = 1000\,m$ e $e = 7{,}5\,cm$, e ao Modelo 3, caracterizado pela presença de estabilizadores a cada

100 m. Será discutida a quantidade necessária de elementos para garantir a estabilidade das frequências naturais. A Tabela 2, são exibidos o número de elementos e os valores das frequências naturais para o primeiro e o nono modos de vibração.

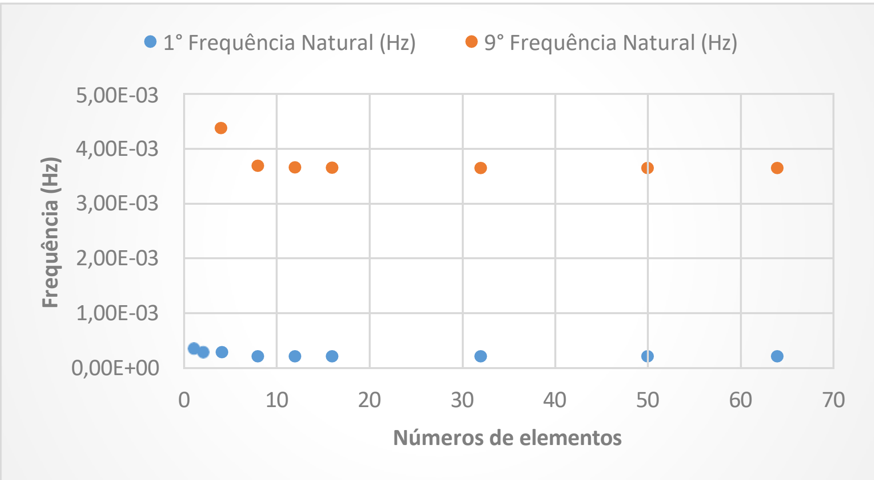
Tabela 2 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 1, $L = 1000\ m$ e $e = 7{,}5\ cm$.

Número de elementos	1° Frequência Natural (Hz)	9° Frequência Natural (Hz)
1	1,10000E-03	
2	8,33550E-04	2,77817E+00
4	8,26432E-04	1,74822E-02
8	8,25944E-04	1,47339E-02
10	8,25924E-04	1,46416E-02
16	8,25910E-04	1,45831E-02
20	8,25911E-04	1,45765E-02
32	8,25911E-04	1,45727E-02

Fonte: Autor (2024)

Na Figura 10, é apresentada a tendência de convergência das frequências naturais do modelo à medida que se eleva o número de elementos considerados para discretização. Neste gráfico, é perceptível uma aproximação de uma assíntota após um certo número de elementos no modelo. Essa observação nos direciona a buscar o número de elementos necessário para alcançar esse equilíbrio nos resultados.

Figura 10 – Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 1: $L = 1000\ m$ e $e = 7{,}5\ cm$.



Fonte: Autor (2024)

Os valores de elementos para atingir a convergência dos resultados são baixos, sugerindo a possibilidade de uma quantidade reduzida de elementos para a simulação do Modelo 1. Nesse contexto, a partir de apenas 8 elementos, já é possível observar um comportamento adequado nos resultados, no qual, o aumento de elementos não gerou uma variação significativa nas frequências naturais.

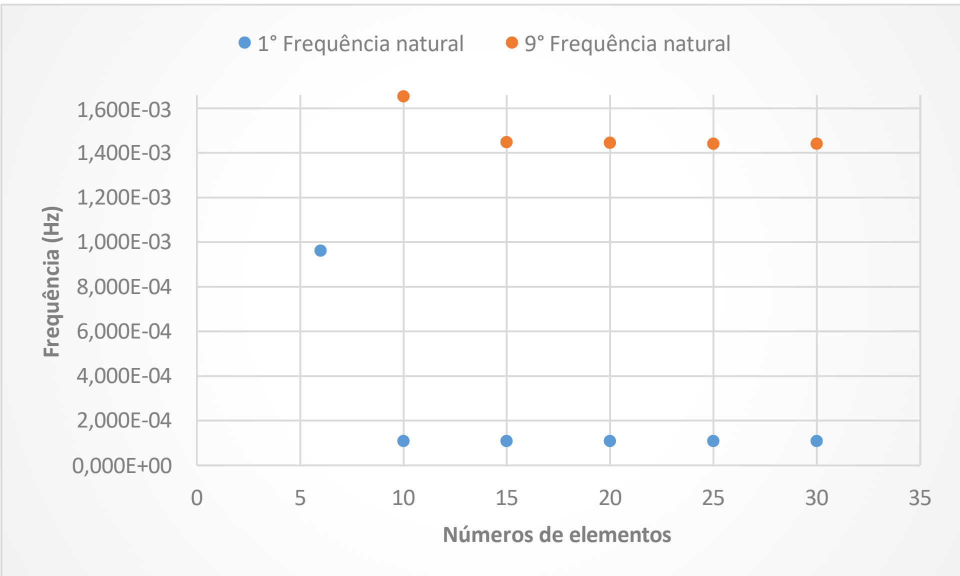
No Modelo 3, caracterizado pela presença de estabilizadores a cada 100 m, foi realizado o mesmo procedimento. Na Tabela 3, é apresentado os números de elementos nas discretizações e os valores das frequências naturais do primeiro e nono modo de vibração. Na Figura 11, é apresentada a tendência de convergência das frequências naturais do modelo à medida que se eleva o número de elementos.

Tabela 3 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 3, estabilizadores a cada 100 metros.

Elementos	1° Frequência natural	9° Frequência natural
6	9,611E-04	1,295E-01
10	1,080E-04	1,653E-03
15	1,079E-04	1,448E-03
20	1,079E-04	1,445E-03
25	1,079E-04	1,441E-03
30	1,079E-04	1,441E-03

Fonte: Autor (2024)

Figura 11 – Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 3: $L = 3000\ m$, estabilizadores a cada 100 metros.



Fonte: Autor (2024)

4 RESULTADOS

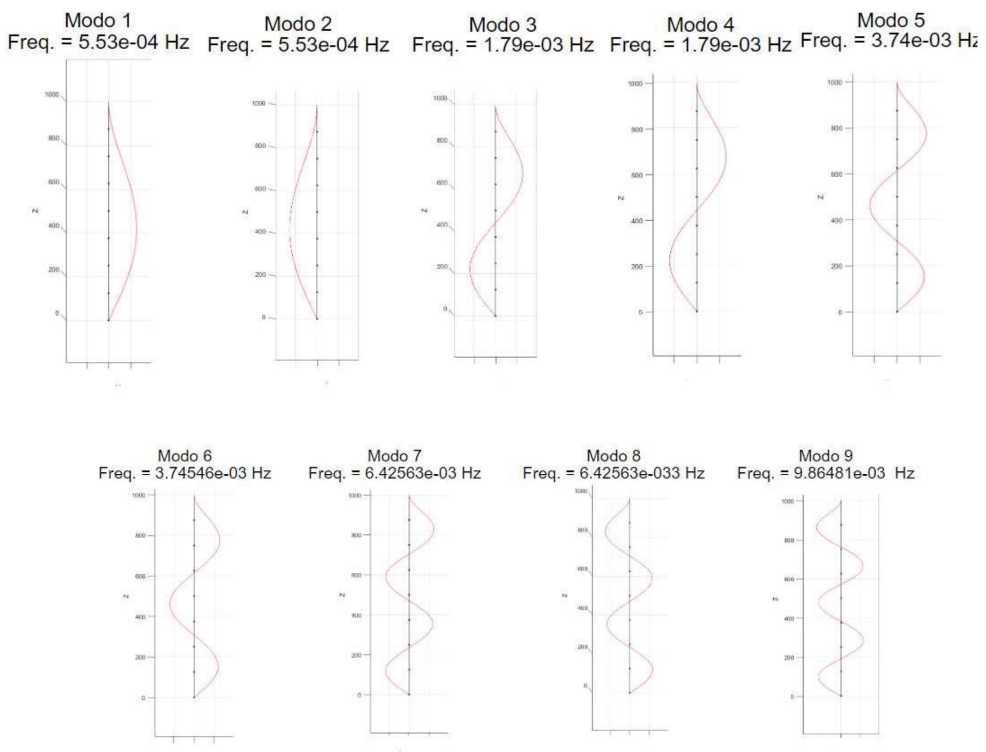
4.1 Análise dos modelos

Após a modelagem dos sistemas, os modos de vibração e frequência naturais são apresentados para os três modelos descritos anteriormente. Para o modelo 1, será explorada a variação da espessura dos tubos de perfuração, seguida pelo aumento do comprimento da coluna de perfuração.

4.1.1 Modelo 1: $L = 1000\,m$, seção uniforme

A Figura 12 mostra os modos de vibração, no qual, $L = 1000\ m$ e espessura do tubo é de $e = 2{,}5\ cm$, correspondente a $re = 7{,}5\ cm\ e\ ri = 5\ cm$. Observa-se que os modos de vibração e suas frequências naturais correspondentes estão bem definidos, com maiores amplitudes do modo de vibração em regiões simétricas ao longo da coluna de perfuração para os primeiros modos de vibração. Os baixos valores das primeiras frequências naturais são característicos de estruturas de grande dimensão. Como mencionado na metodologia, por meio do processo de convergência de malha, o modelo proposto compõe 8 elementos.

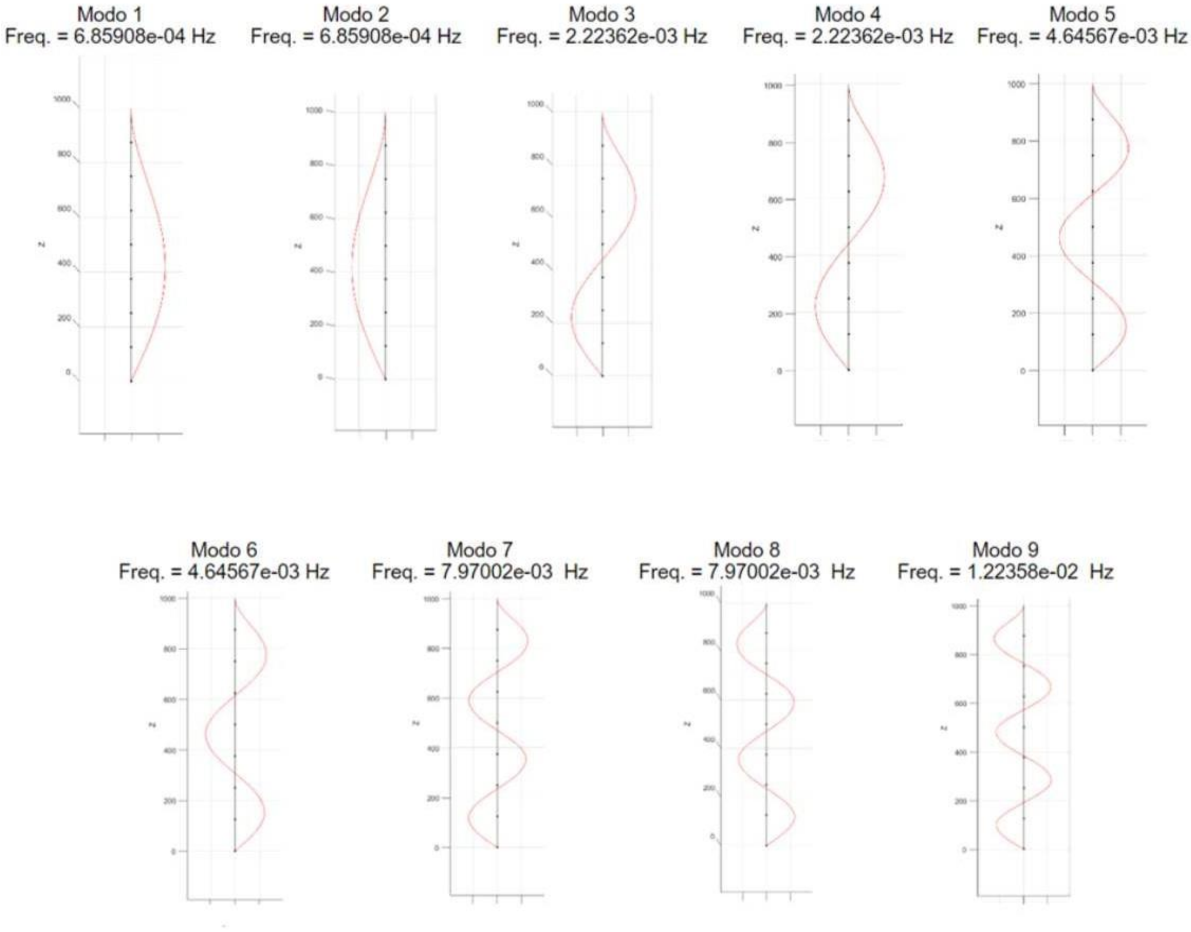
Figura 12 – Modos de vibração e suas frequências naturais $L = 1000\,m$, $e = 2{,}5\,cm$.



Fonte: Adaptado do software LESM (2024)

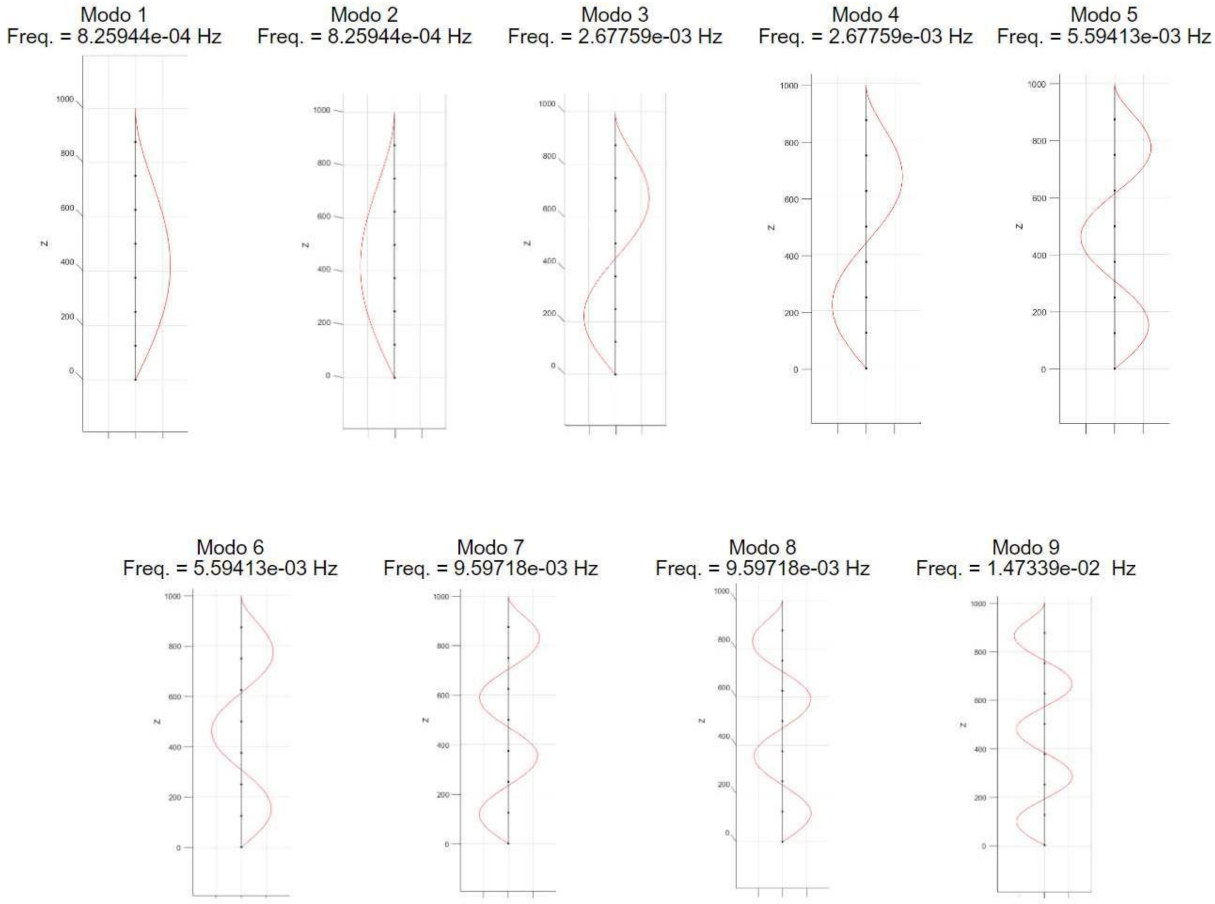
A Figura 13 exibe os modos de vibração para o mesmo sistema, agora, com a espessura do tubo sendo $e = 5\ cm$, correspondendo a $ro = 10\ cm\ e\ ri = 5\ cm$. Observa-se que os modos de vibração mantêm o padrão apresentado pelo caso anterior, e suas frequências naturais correspondentes estão com valores superiores, devido ao aumento da espessura, com amplitudes mais pronunciadas na mesma região observada anteriormente.

Figura 13 – Modos de vibração e suas frequências naturais $L = 1000\,m, e = 5\,cm$.



Fonte: Adaptado do software LESM (2024)

Observa-se que, para as mesmas condições de contorno, obtemos os mesmos modos de vibração e que o aumento da espessura resulta no aumento da frequência natural para os modos de vibração. A Figura 14 exibe os resultados para o caso em que $L = 1000\ m$ e a espessura do tubo é de $e = 7{,}5\ cm$, correspondendo a $ro = 12{,}5\ cm\ e\ ri = 5\ cm$. Este novo aumento da espessura ratifica as conclusões já colocadas anteriormente, em relação ao aumento da frequência natural.



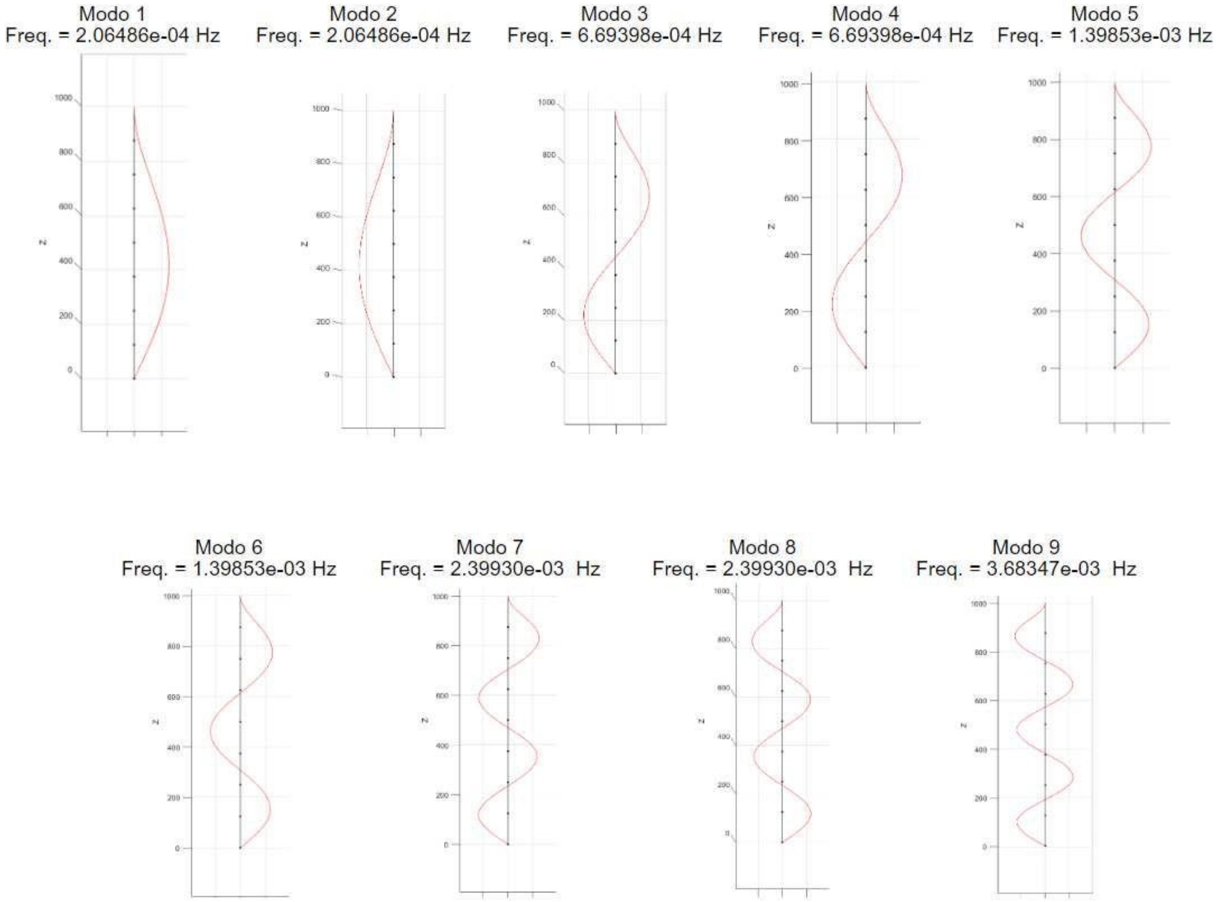
Fonte: Adaptado do software LESM (2024)

4.1.2 Modelo 1: $L = 2000\,m\ e\ L = 3000\,m$, seção uniforme

Após o aumento da seção transversal mediante o acréscimo da espessura do tubo, analisa-se o incremento do comprimento da coluna de perfuração. Nesse contexto, adotou-se a espessura constante dos tubos como $e = 7{,}5\ cm$, onde $re = 12{,}5\ cm\ e\ ri = 5\ cm$. Da mesma forma que no Modelo 1, com $L = 1000\ m$, nestes casos também serão utilizados 8 elementos, conforme determinado pela convergência de malha.

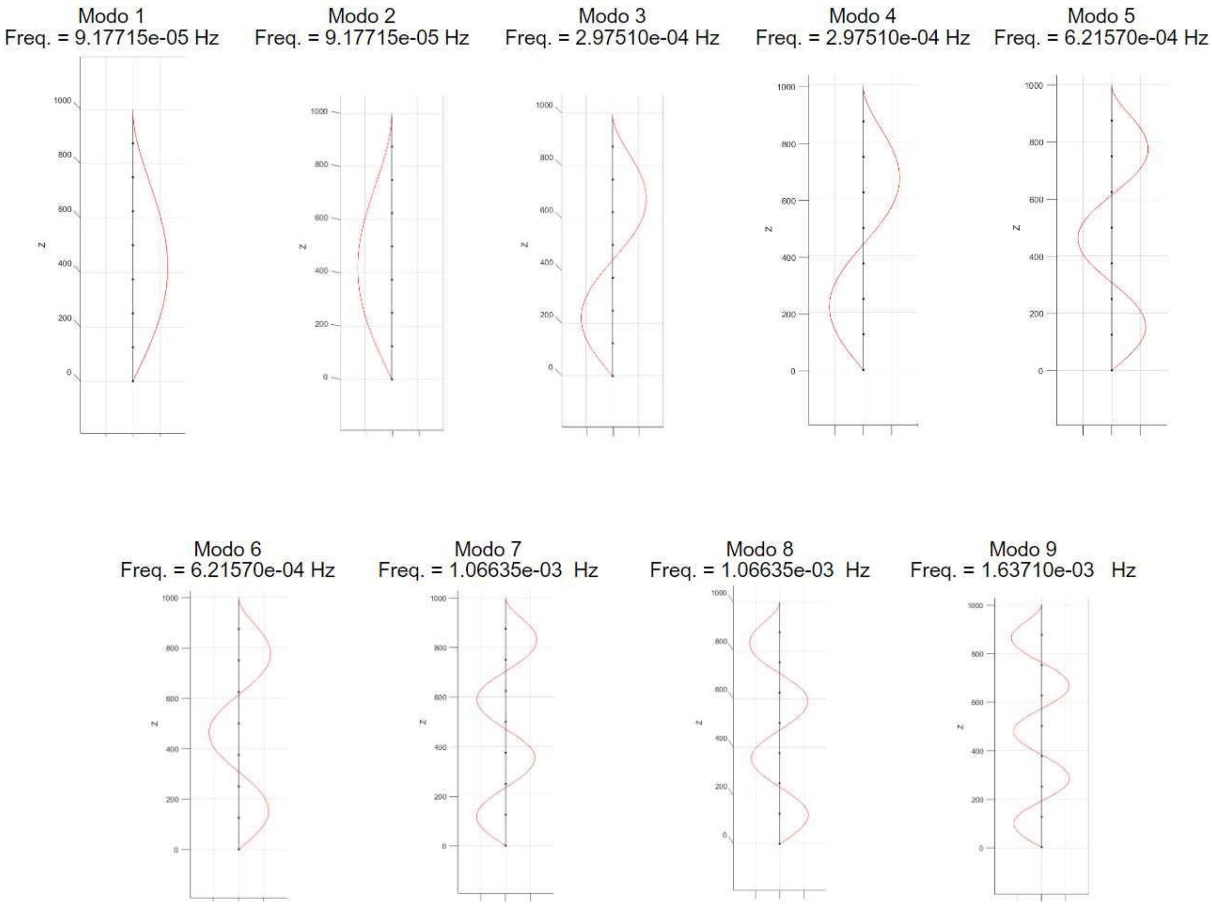
Na Figura 15 e na Figura 16, são apresentados os modos de vibração para os casos em que $L = 2000\ m$ e $L = 3000\ m$, respectivamente. Conforme esperado, nota-se que os modos de vibração mantêm as mesmas características do caso anterior, com suas frequências naturais correspondentes exibindo valores inferiores devido ao aumento do comprimento.

Figura 15 – Modos de vibração e suas frequências naturais $L = 2000\ m, e = 7{,}5\ cm$.



Fonte: Adaptado do software LESM (2024)

Figura 16 – Modos de vibração e suas frequências naturais $L = 3000\ m, e = 7{,}5\ cm$.



Fonte: Adaptado do LESM (2024)

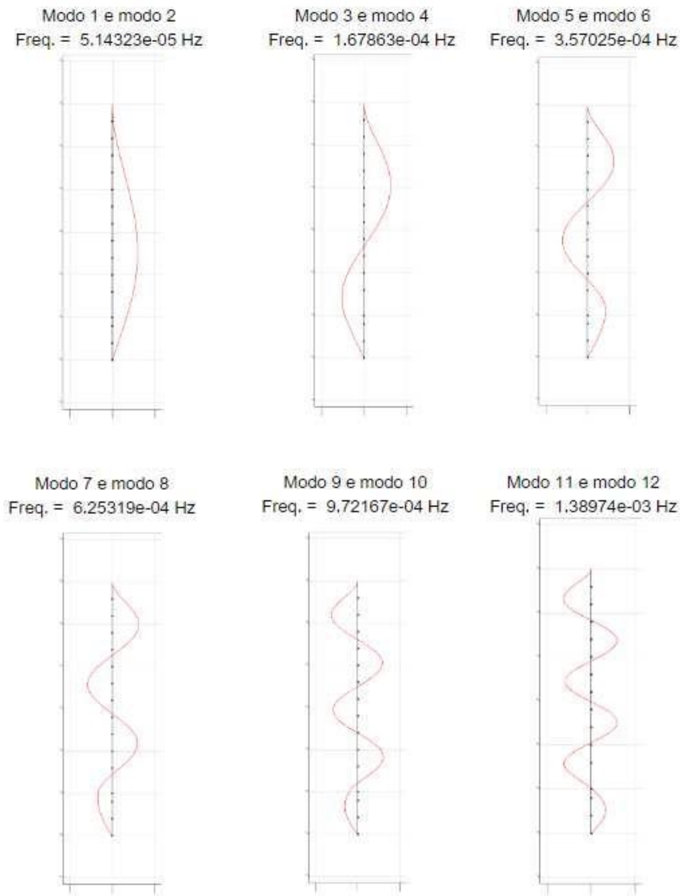
4.1.3 Modelo 2: $L = 3000\ m$ e altura de BHA de 500 metros

Após a modelagem do modelo simplificado, conforme descrito na metodologia, são apresentados os resultados relativos ao segundo modelo, que consiste em dois trechos: a parte inferior da coluna com 500 metros, representando o BHA, e o trecho superior com 2500 metros, representando dos tubos de perfuração leves. No Modelo 2, são utilizados 15 elementos para a coluna de perfuração, uma vez que a convergência de malha demonstrou uma boa estabilidade dos resultados.

Esse processo inclui a consideração da diferença de rigidez entre os dois trechos, uma vez que o BHA é composto por tubos de perfuração pesados, apresentando uma rigidez superior ao primeiro trecho. Com isso, os valores a serem utilizados correspondem às dimensões típicas apresentadas na Tabela 1.

A Figura 17 apresenta os 12 modos de vibração e suas frequências naturais para o modelo 2. No caso, a espessura do primeiro trecho é de $e = 4\ cm$, com valores correspondentes de $re_1 = 7\ cm$ e $ri_1 = 3\ cm$. Já a espessura do segundo trecho é de $e = 7\ cm$, com valores correspondentes de $re_2 = 10\ cm$ e $ri_2 = 3\ cm$

Figura 17 – Primeiros modos de vibração e suas frequências naturais, Modelo 2 discretizado.

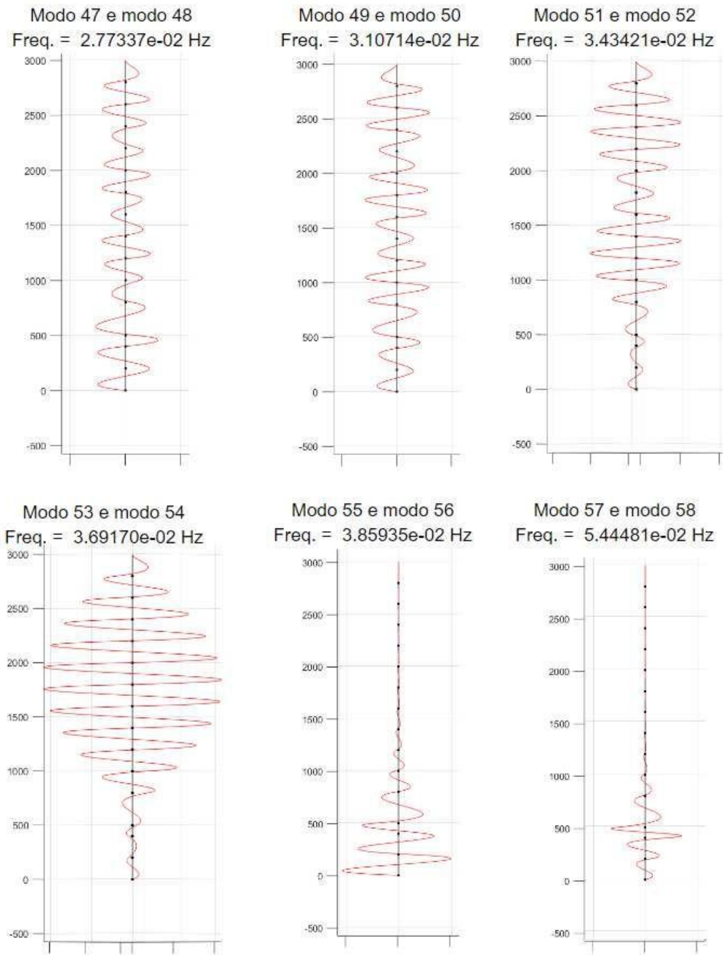


Fonte: Adaptado do software LESM (2024)

Com a discretização em dois trechos de rigidez diferentes, onde o trecho inferior apresenta maior rigidez, observa-se que para os primeiros modos de vibração a região superior da coluna de perfuração as amplitudes dos modos foram maiores do que na região inferior. Isso sugere que a região composta pelos tubos leves de perfuração são suscetíveis a maiores deslocamentos para os primeiros modos de vibrações.

Na Figura 18, são apresentados os últimos modos e as frequências naturais de vibração característicos das vibrações laterais. Observou-se que, para o Modelo 2, essas vibrações apresentam valores que estão fora do intervalo de 1 Hz a 4 Hz, utilizado para controle das respostas durante operações de perfuração.

Figura 18 – Últimos modos de vibração e suas frequências naturais de vibrações lateral, Modelo 2 discretizado.



Fonte: Adaptado do software LESM (2024)

Os resultados para o Modelo 2, com modos de vibração cujas frequências naturais estão no intervalo de 1 Hz a 4 Hz, estão apresentados na Tabela 4. Foi observada uma predominância de vibração torcional, com apenas 2 modos de vibração axial. Além disso, para os últimos modos de vibração, foi observada uma predominância no tipo de vibração axial, indicando que para os valores mais altos das frequências naturais serão apresentadas vibrações com amplitudes axial.

Tabela 4 - Modos de vibração com frequências naturais entre 1 Hz e 4 Hz para o Modelo 2.

Modo de vibração	Frequência Natural (Hz)	Tipo de vibração
62	1,26853	Torcional
63	1,78509	Torcional

64	1,88965	Torcional
65	2,52254	Torcional
66	2,55421	Axial
67	3,10091	Torcional
68	3,34494	Axial
69	3,56770	Torcional

Fonte: Autor (2024)

4.1.4 Modelo 3: $L = 3000\ m$ e altura de BHA de 1500 metros, com a inclusão de estabilizadores.

O modelo 3 envolve a inclusão de estabilizadores no trecho do BHA. Esses estabilizadores são considerados como pontos de contato com liberdade de movimento axial, sem restrições de rotação. Além disso, a espessura do primeiro trecho é $e = 4\ cm$, com valores correspondentes de $re_1 = 7\ cm$ e $ri_1 = 3\ cm$. Já a espessura do segundo trecho é de $e = 7\ cm$, com valores correspondentes de $re_2 = 10\ cm$ e $ri_2 = 3\ cm$.

Para esta primeira análise, são adicionados estabilizadores a cada 250 metros, totalizando 2 estabilizadores. Os com modos de vibração cujas frequências naturais estão no intervalo de 1 Hz a 4 Hz, estão apresentados na Tabela 5. Na simulação, são utilizados 25 elementos para discretizar o modelo, seguindo as recomendações do processo de convergência de malha.

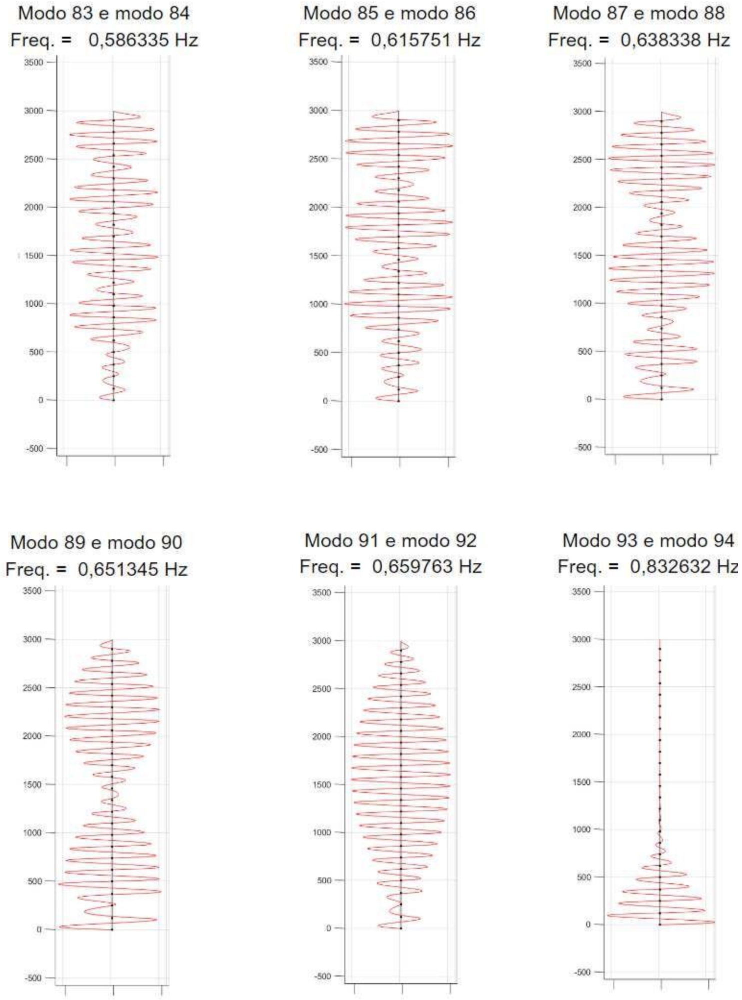
Tabela 5 – Modos de vibração e suas frequências naturais, Modelo 3, estabilizadores a cada 250 metros.

Modo de vibração	Frequência Natural (Hz)	Tipo de vibração
98	1,25948	Torcional
99	1,77413	Torcional
100	1,86185	Torcional
101	2,46102	Torcional
102	2,51535	Axial
103	2,98549	Torcional
104	3,26406	Axial
105	3,37004	Torcional
106	3,91066	Torcional

Fonte: Adaptado do software LESM (2024)

A Figura 18 apresenta os modos de vibração de 83 a 94, juntamente com suas frequências naturais. Por meio dos modos de vibração apresentados nesta Figura, é possível observar que para as frequências naturais próximas de 1 Hz, a região superior, caracterizada pela menor rigidez, demonstra amplitudes laterais de maior intensidade.

Figura 19 – Principais Modos de vibração lateral e suas frequências naturais, Modelo 3, estabilizadores a cada 250 metros.



Fonte: Adaptado do software LESM (2024)

Para esta segunda análise do Modelo 3, são adicionados estabilizadores a cada 100 metros, resultando em um total de 5 estabilizadores. Os modos de vibração cujas frequências naturais estão no intervalo de 1 Hz a 4 Hz estão apresentados na Tabela 6. Na simulação, são utilizados 25 elementos para subdivisão do modelo, seguindo as recomendações do processo de convergência de malha.

Tabela 6 – Modos de vibração e suas frequências naturais, Modelo 3, estabilizadores a cada 100 metros.

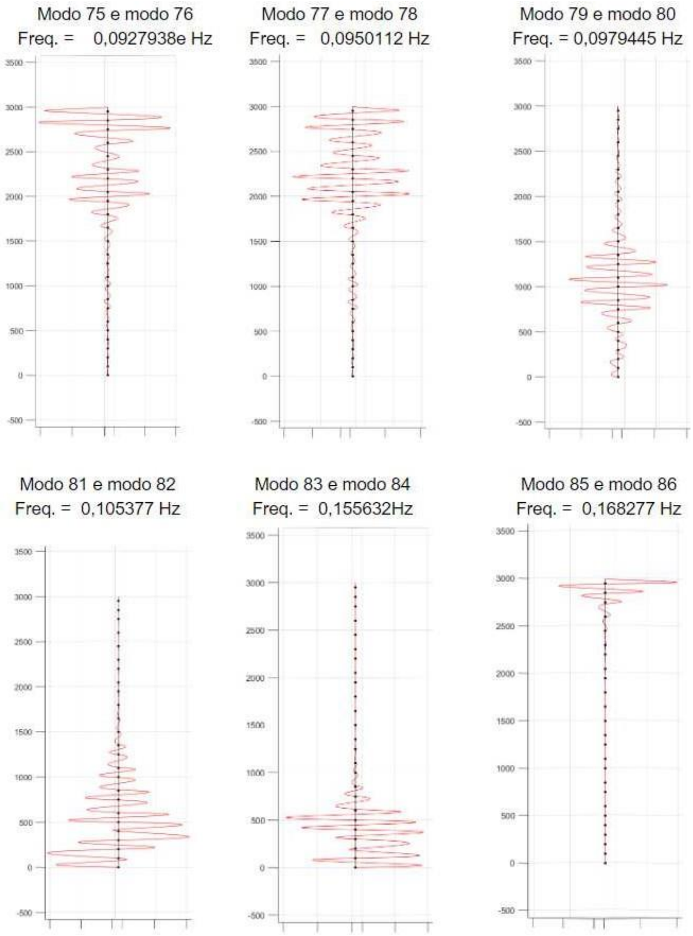
Modo de vibração	Frequência Natural (Hz)	Tipo de vibração
92	1,26075	Torcional
93	1,77507	Torcional
94	1,86728	Torcional
95	2,46890	Torcional
96	2,51703	Axial
97	2,98757	Torcional
98	3,26897	Axial
99	3,36932	Torcional
100	3,93437	Torcional

Fonte: Adaptado do software LESM (2024)

Observa-se que, assim como na simulação anterior, os modos de vibração são predominantemente do tipo torcional. Além disso, o aumento do número de estabilizadores resultou em um aumento das frequências naturais do sistema. Esta análise envolveu um maior número de elementos, levando à conclusão de que, à medida que se aumenta o número de estabilizadores, é necessário um refinamento maior na malha.

A Figura 19 apresenta os modos de vibração de 75 a 86, juntamente com suas frequências naturais. Analisando os modos de vibração mostrados nesta figura, nota-se que para frequências naturais próximas de 1 Hz, os modos 75 a 78 e os modos de vibração 85 e 86 na região superior, que se caracteriza pela menor rigidez, exibem amplitudes laterais mais elevadas. Para os modos 79 e 80, observa-se que a região central apresenta amplitudes dos modos de vibração mais elevadas. Já para os modos 81 a 84, na região inferior, que se caracteriza pela maior rigidez, as amplitudes laterais são menos elevadas.

Figura 20 – Principais Modos de vibração lateral e suas frequências naturais, Modelo 3, estabilizadores a cada 100 metros.



Fonte: Adaptado do software LESM (2024)

Observa-se que, à medida que mais estabilizadores são inseridos, há um controle dos modos de vibração lateral, resultando no afastamento dos valores das frequências naturais do intervalo de 1 Hz a 4 Hz. Em relação às primeiras frequências naturais, observou-se pequenas vibrações no trecho inferior. O aumento dos estabilizadores para 100 metros reforça a contribuição dos estabilizadores no controle das vibrações.

Por fim, observa-se que, os modos de vibração com frequências naturais mais altas são caracterizados por vibrações axiais na coluna de perfuração, o que indica que esse tipo de vibração necessita de elevadas frequências de excitação para que se tornem evidentes.

5 CONCLUSÃO

Na análise de convergência da malha, observou-se a possibilidade de utilizar baixos valores de elementos nos modelos apresentados. Além disso, à medida que se eleva o número de estabilizadores, necessita-se de um acréscimo na quantidade de elementos para atingir a convergência. No entanto, o número de elementos permaneceu baixo em comparação com as simulações computacionais realizadas neste trabalho.

No Modelo 1 é possível avaliar a influência da variação da espessura e comprimento da coluna de perfuração. Observa-se que os modos de vibração são independentes da espessura e comprimento da coluna de perfuração, mas dependem da mudança nas condições de contorno, que representam a broca, estabilizadores e a mesa rotativa. Com o aumento da espessura, as frequências naturais associadas aos modos são mais elevadas. Uma redução na frequência natural com o aumento do comprimento foi observada, uma vez que está inversamente relacionada às dimensões do sistema.

Para o Modelo 2, a análise considerou a influência da subdivisão do domínio de análise na obtenção dos resultados. Após a análise, foi observado que as amplitudes dos modos de vibração na região superior da coluna de perfuração foram maiores do que na região inferior. Isso sugere que a região composta por tubos mais leves podem apresentar maiores deslocamentos, se a estrutura estiver submetida a forças com frequência próximas às primeiras frequências naturais.

No Modelo 3, caracterizado por uma modelagem que incorpora o maior número de parâmetros na coluna, com discretização em dois trechos e a presença de estabilizadores, conduziu-se uma análise específica sobre a influência desses estabilizadores como pontos de contato com restrição lateral. Esta análise incluiu a avaliação dos resultados em relação ao distanciamento entre os estabilizadores. Além disso, foram analisados os resultados obtidos ao considerar o modelo sem a inclusão dos estabilizadores.

Notou-se que o aumento no número de estabilizadores resultou em frequências naturais mais altas para a coluna de perfuração. Isso decorre do aumento da rigidez e estabilidade estrutural proporcionado pelos estabilizadores adicionais. Além disso, os modos de vibração caracterizados por movimento axial são apresentados pelas frequências naturais mais elevadas.

Para os Modelo 2 e o Modelo 3, nos quais foi realizada a discretização em trechos de diferentes rigidezes, observou-se que, nos primeiros modos de vibração, as amplitudes máximas dos modos de vibração ocorreram no trecho de menor rigidez. Além disso, para os modos de vibração cujas frequências naturais estão no intervalo de 1 Hz a 4 Hz, foi observada uma predominância de vibração torcional, com apenas 2 modos de vibração axial. No Modelo 3, também foi possível observar que, à medida que aumentamos o número de estabilizadores para a última simulação, não foram observadas vibrações na região de fundo do poço nos noves primeiros modos de vibração, o que indica a importância dos estabilizadores para o controle de vibrações na coluna de perfuração.

Este trabalho tem como objetivo facilitar implementações futuras de carregamentos e estudos dinâmicos, visando proporcionar uma melhor compreensão do comportamento vibratório da estrutura.

REFERÊNCIAS

ADAMS, N. J. **Drilling Engineering - A complete Well Planning Approach**. 1a. ed. Tulsa: PennWell, 1985.

AGOSTINI, C. E. **Modelagem da dinâmica e análise de vibrações de colunas de perfuração de poços de petróleo em operações de backreaming**. 2015. Tese (Doutorado), Escola de engenharia de São Carlos, USP, São Paulo, SP, 2015.

ALAMO, F. J. C. **Dinâmica de um rotor vertical em balanço com impacto**. Dissertação (Mestrado), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de engenharia Mecânica, 2003.

ZHU, X., TANG, L., YANG, Q. A Literature Review of Approaches for StickSlip Vibration Suppression in Oilwell Drillstring. **Advances in Mechanical Engineering**, v. 2014, pp. 1-17, 08, 2014.

ANJOS, J. L. R. **Perfuração Percussiva-Rotativa Auto-Excitada em Rochas Duras**. 2013. Dissertação (Mestrado), COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2013.

BARBOSA, L. O. C. **Análise modal de coluna de perfuração direcionais pelo método dos elementos finitos.** 2020. Monografia (TCC), COPPE-UFRJ. Rio de Janeiro, RJ, 2020.

CERKOVNIK, J. "Design, Application, and Future of Polycrystalline Diamond Compact Cutters in the Rocky Mountains". **SPE Rocky Mountain Regional Meeting**, 1982. pp. 19- 21.

CORDOVIL, A. G. D. P. **Análise dinâmica de coluna de perfuração via superposição moda**l. 1991. Dissertação (Mestrado), Faculdade de engenharia mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1991.

DIVENYI, S. **Dinâmica de Sistemas Não-Suaves Aplicada à Perfuração de Poços de Petróleo**. 2009. Dissertação (Mestrado), COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro, RJ, 2009.

ELSAYED, M. A. et al. Effect of Process Damping on Longitudinal Vibrations in Drillstrings, **Journal of Energy Resources Technology**, v. 116, n. 2, pp. 129–135, jun. 1994. doi: 10.1115/ 1.2906017.

FRANCA, L. F. P. **Perfuração Percussiva-Rotativa Auto-Excitada em Rochas Duras**. 2004. Tese (Doutorado), PUC-RIO. Rio de Janeiro, RJ, Brasil. 2004.

LIU, X. et al. Nonlinear motions of a flexible rotor with a drill bit: stick-slip and delay effects. **Nonlinear dynamics**, dezembro, 2012. pp. 61-77. doi: 10.1007/s11071-012-0690

MONTEIRO, H. L. S., TRINDADE, M. A. Minimização de vibrações torcionais em colunas de perfuração de poços de petróleo por leis de controle em função do peso na broca. **CNMAC,** v.1, n.1, pp. agosto 2014.

MORAES, L. P.; SAVI M. A. Drill-String Vibration Analysis Considering an Axial-Torsional-Lateral Nonsmooth Model. **Journal of Sound and Vibration,** v. 438, pp. 220–237, jan. 2019.

PEIXOTO, R. H. **Estudo da tecnologia e processos de extração em poços de petróleo.** 2014. Monografia (TCC), Unesp, São Paulo, SP, 2014.

PERCY, J. G. **Análise de incertezas em vibrações laterais e de torção acopladas em colunas de perfuração**. 2014, Dissertação (Mestrado), COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2014.

RANGEL, R.L., MARTHA L.F. LESM—An object-oriented MATLAB program for structural analysis of linear element models. **Computer Applications in Engineering Education**, vol. 27, n. 3, pp. 553-571, 2019.

REYOLANDO, M. L. R. F; SILVA, A. S. **Introdução a dinâmica das estruturas para engenharia civil.** 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2015.

ROCHA, A. S. R. et al. **Perfuração direcional.** 3ª ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2011.

ROCHA, P. M. **Estudo da influência da coluna de perfuração na hidráulica de poços de longo alcance**. 2009, Monografia (TCC), COPPE-UFRJ. Rio de Janeiro, RJ, 2009.

SANTOS, L. A. **Análise de flambagem de colunas de perfuração confinadas em poços verticais pelo método dos elementos finitos**. 2020, Monografia (TCC), COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2020.

SANTOS BRITTO, Guilherme Augusto. **Energia mecânica específica e suas aplicações na perfuração de poços de petróleo**. 2010. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

SORIANO, H. L. **Introdução a dinâmica das estruturas**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

SCHLUMBERGER. **2012 Product Catalog.** Schlumberger. Houston. 2012.

THOMAS, J. E. et al. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2004.

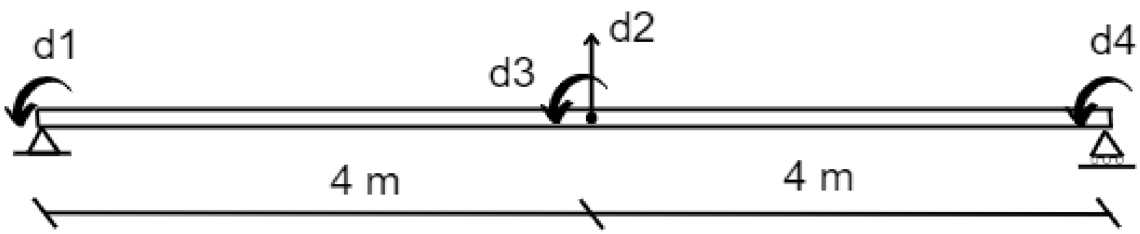
APÊNDICE A – Verificação do software para consolidação dos conceitos

Os exemplos utilizados para a realização da modelagem estão presentes em Soriano (2014). O Exercício 5-5.1 é encontrado no Capítulo 5, dedicado à Construção de Modelo de Multigraus de Liberdade, enquanto o Exercício 6-2.2 está presente no Capítulo 6, abordando a Análise de Modelo de Multigraus de Liberdade. As resoluções destes exemplos estão presente no livro, apresentando valores dos modos naturais de vibrações e suas frequências naturais.

Exercício 5-5.1

O exemplo 5-5.1 consiste em uma viga biapoiada com discretização em dois elementos, nos quais são fornecidas a matriz de massa e de rigidez, bem como a rigidez à flexão e a massa específica. Esses dados serão empregados na modelagem, juntamente com as informações do software. A Figura 22 apresenta a viga com suas características.

Figura 21 – Viga biapoiada com discretização em dois elementos.



Fonte: (Adaptado SORIANO, 2014)

Análise dos resultados do livro Para os dados de entrada no *software* do Exemplo 5-5.1, foram fornecidos os valores da rigidez à flexão $EI = 4.10^7\ N.\ m^2$, valor da massa específica 100 kg/m$^{3.}$ Além disso, são fornecidas as matrizes de rigidez em N/m e massa em kg, obtidas através da soma dos coeficientes dos deslocamentos da extremidade direita do primeiro elemento com os correspondentes coeficientes da extremidade esquerda do segundo elemento, e posterior eliminação dos coeficientes associados aos deslocamentos restringidos pelos apoios.

$$K = \begin{vmatrix} 4 & -1{,}5 & 2 & 0 \\ -1{,}5 & 1{,}5 & 0 & 1{,}5 \\ 2 & 0 & 8 & 2 \\ 0 & 1{,}5 & 2 & 4 \end{vmatrix} .\, 10^7 \frac{N}{m} \quad M = \begin{vmatrix} 121{,}9 & 99{,}048 & -91{,}429 & 0 \\ 99{,}048 & 594{,}29 & 0 & -99{,}048 \\ -91{,}429 & 0 & 243{,}81 & -91{,}429 \\ 0 & -99{,}048 & -91{,}429 & 121{,}9 \end{vmatrix}\ kg$$

Fonte: (SORIANO, 2014)

A solução do problema de autovalor, com a condição de que o primeiro coeficiente de cada autovetor seja unitário, fornece:

$$\Omega = \begin{vmatrix} 4{,}7939.10^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9{,}3751.10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5{,}9235.10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}9689.10^6 \end{vmatrix}$$

Fonte: Adaptado do LESM (2024)

A solução do problema de autovetor fornece os modos naturais de vibração, conforme apresentado a seguir, organizados em uma matriz 4x4, na qual a primeira coluna corresponde ao modo de vibração relacionado à frequência fundamental. As amplitudes de vibração são arbitrárias, pelo fato de serem soluções de sistemas de equações algébricas singulares, com isso, apenas a razão entre as amplitudes de um mesmo modo é constante.

$$\mathbf{\Phi} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2{,}5471 & 0 & -0{,}43718 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Fonte: Adaptado do LESM

Análise dos resultados no software LESM, a modelagem da viga biapoiada do Exemplo 5-5.1 foi conduzida em duas dimensões, conforme ilustrado na Figura 14, considerando as restrições horizontais conforme demonstrado na discretização do modelo. O processo de resolução é focado nos graus de liberdade verticais e rotações. Isso resultou na limitação do movimento horizontal, uma vez que o LESM adota modelo de pórtico, que possui o acréscimo do grau de liberdade axial, o qual forneceria informações adicionais não mencionadas na literatura.

Figura 22 – Viga biapoiada do exemplo 5-5.1 modelada no software LESM.

Fonte: LESM

Na Tabela 4, estão apresentados os resultados fornecidos pelo software, os quais incluem as frequências naturais e suas respectivas amplitudes dos modos naturais de vibração.

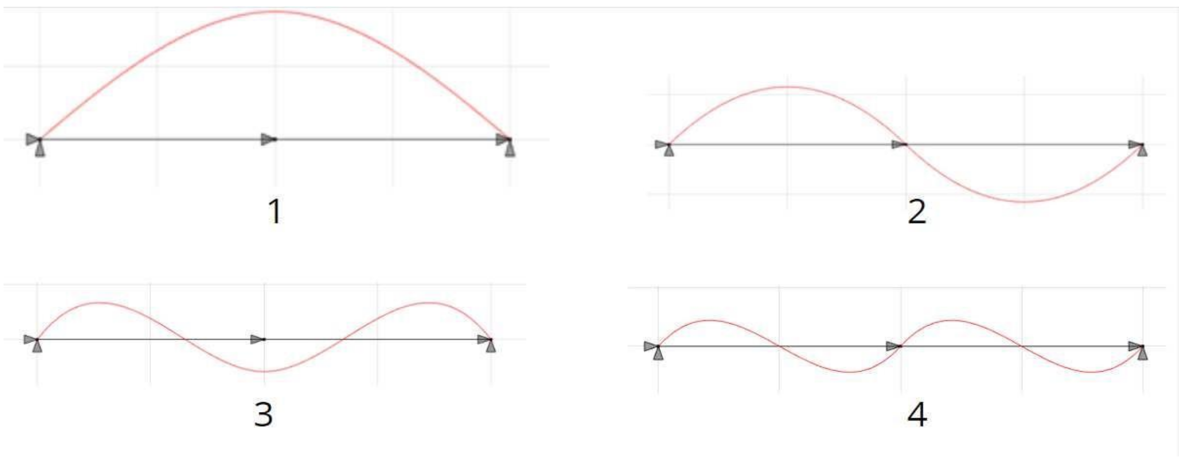
Tabela 7 - Resultados fornecidos pelo software do exercícios 5-5.1

MODO	Autovalor	w [rad/s]	f [Hz]	Modo natural de vibração			
1	4,794e+03	6,92e+01	1,10e+01	3,43E-01	8,74E-01	1,40E-16	-3,43E-01
2	9,375e+04	3,06e+02	4,87e+01	5,77E-01	2,21E-16	-5,77E-01	5,77E-01
3	5,923e+05	7,69e+02	1,22e+02	6,76E-01	-2,95E-01	2,87E-16	-6,76E-01
4	1,968e+06	1,40e+03	2,23e+02	5,77E-01	4,77E-17	5,77E-01	5,77E-01

Fonte: Adaptado do LESM

Como mencionado anteriormente, a razão entre as amplitudes dos diferentes modos de vibração são constantes. Ao dividir os valores associados ao primeiro modo natural de vibração por 3,432e-01, do segundo por 5,774e-01, do terceiro por 6,756e-01 e do quarto por 5,77E+02, obtivemos resultados consistentes com os dados apresentados na fonte bibliográfica. A Figura 24 destaca os quatros modos naturais de vibração fornecido pelo software.

Figura 23 – Modos de vibrações do Exemplo 5-5.1

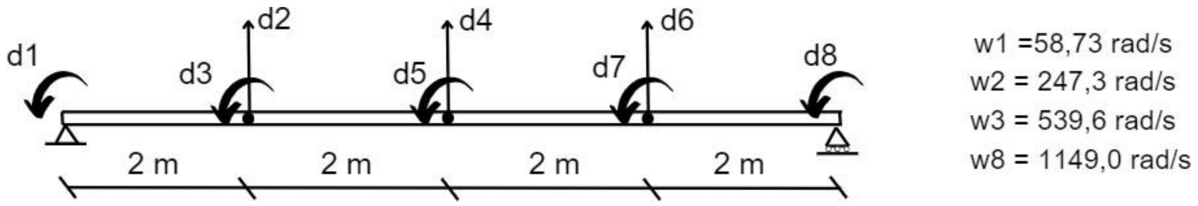


Fonte: LESM

Exercício 6-2.2

O exemplo 6-2.2 também se refere a uma viga biapoiada, contudo, com a inclusão de massas concentradas em três pontos específicos da viga. Nesse contexto, são disponibilizadas os mesmos parâmetros do exemplo anterior e as magnitudes das massas concentradas. A Figura 25 ilustra a viga, destacando suas características e a distribuição das massas concentradas.

Figura 24 – Viga biapoiada com massas concentradas em três pontos.

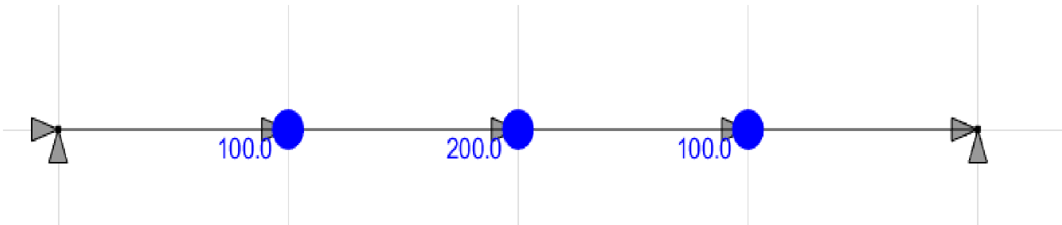


Fonte: (Adaptado SORIANO, 2014)

Para os dados de entrada no software do Exemplo 6-6.2, foram fornecidos os valores da rigidez à flexão $EI = 4.10^7\ N.\ m^2$, valor da massa específica 100 kg/m3 e massa concentrada 100 kg. Considerando que o problema possui 8 graus de liberdade, o autor simplificou a apresentação dos resultados fornecendo apenas os referentes às frequências naturais 1, 2, 3 e 8. A Figura 13 exibe a viga juntamente com suas características correspondentes e resultados da frequência natural 1,2,3 e 8.

A modelagem da viga biapoiada do Exemplo 6-6.2 foi conduzida em duas dimensões, conforme ilustrado na Figura 26, levando em conta as massas concentradas.

Figura 25 – Viga biapoiada do exemplo 6-6.2 modelada no software LESM.



Fonte: LESM

A Tabela 5, estão apresentados os resultados fornecidos pelo software, os quais incluem as frequências naturais e suas respectivas amplitudes dos modos naturais de vibração.

Tabela 8 - Resultados fornecidos pelo software para o exercício 6-6.2

MODO	**w [rad/s]**	**f [Hz]**	**Modo natural de vibração**							
1	5,88E+01	9,36E+00	2,50E-01	4,50E-01	1,77E-01	6,38E-01	-4,77E-15	4,50E-01	-1,77E-01	-2,50E-01
2	2,47E+02	3,94E+01	3,98E-01	5,12E-01	-1,19E-15	-4,40E-15	-3,98E-01	-5,12E-01	1,21E-15	3,98E-01
3	5,33E+02	8,49E+01	4,69E-01	3,31E-01	-3,07E-01	-3,90E-01	7,14E-16	3,31E-01	3,07E-01	-4,69E-01
4	1,22E+03	1,95E+02	4,47E-01	-4,76E-17	-4,47E-01	-1,92E-17	4,47E-01	4,80E-17	-4,47E-01	4,47E-01
5	1,75E+03	2,79E+02	5,61E-01	-9,09E-02	-4,13E-01	1,08E-01	6,83E-16	-9,09E-02	4,13E-01	-5,61E-01
6	2,85E+03	4,54E+02	5,72E-01	-9,62E-02	-3,83E-16	5,53E-17	-5,72E-01	9,62E-02	4,08E-16	5,72E-01
7	4,38E+03	6,98E+02	5,81E-01	-3,62E-02	4,01E-01	-3,76E-02	-1,16E-16	-3,62E-02	-4,01E-01	-5,81E-01
8	5,61E+03	8,93E+02	4,47E-01	-6,87E-18	4,47E-01	2,52E-18	4,47E-01	1,17E-17	4,47E-01	4,47E-01

Fonte: Adaptado do LESM

APÊNDICE B – Estudo de Convergência

Nas figuras e tabelas a seguir, são apresentados os resultados da convergência de malha para os demais modelos que não foram apresentados na metodologia deste trabalho.

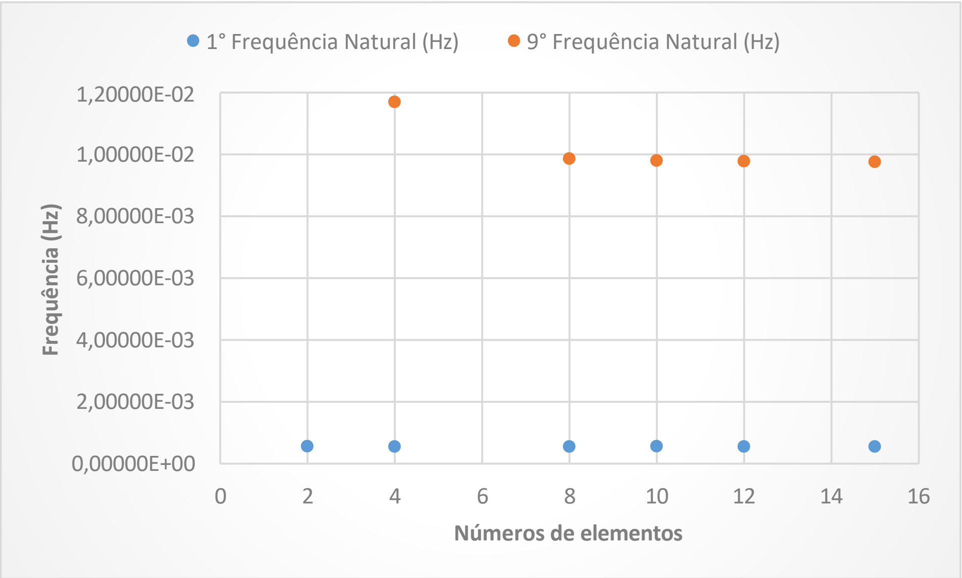
Modelo 1: $\boldsymbol{L = 1000\ m\ e\ e = 2,5\ cm}$

Tabela 9 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 1, $L = 2000\ m\ e\ e = 2{,}5\ cm$.

Modelo 1: L =1000 e = 2,5		
Número de elementos	1° Frequência Natural (Hz)	9° Frequência Natural (Hz)
2	5,58089E-04	2,77817E+00
4	5,53324E-04	1,17049E-02
8	5,52997E-04	9,86481E-03
10	5,59840E-04	9,80300E-03
12	5,52978E-04	9,78123E-03
15	5,52976E-04	9,76506E-03

Fonte: Autor (2024)

Figura 26 – Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 1: $L = 1000\ m\ e\ e = 2{,}5\ cm$.



Fonte: Autor (2024)

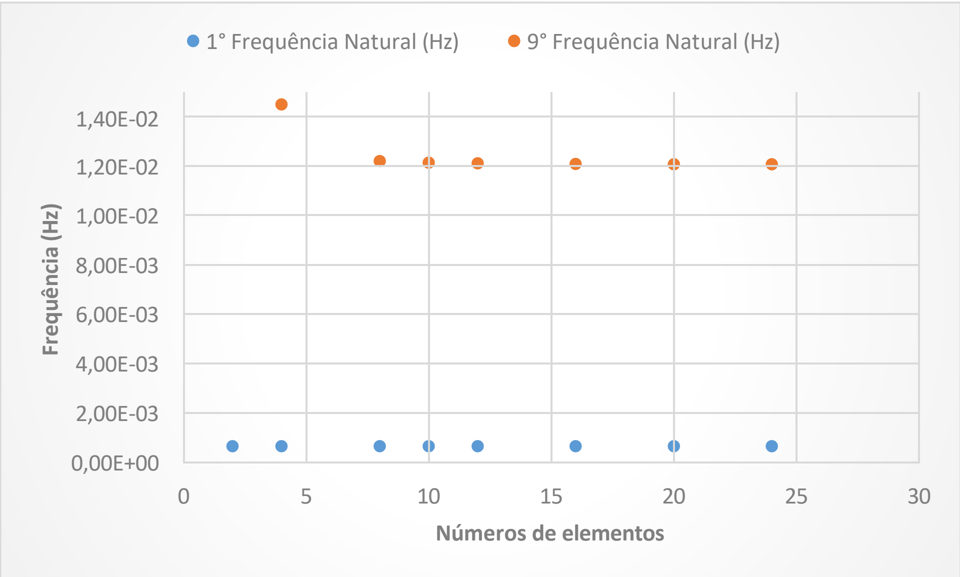
Modelo 1: $\boldsymbol{L = 1000\ m\ e\ e = 5\ cm}$

Tabela 10 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 1, $L = 1000\ m\ e\ e = 5\ cm$.

Modelo 1: L =1000 m e = 5 cm		
Número de elementos	1° Frequência Natural (Hz)	9° Frequência Natural (Hz)
2	6,92225E-04	2,77817E+00
4	6,86314E-04	1,45181E-02
8	6,85908E-04	1,22358E-02
10	6,85892E-04	1,21591E-02
12	6,85885E-04	1,21377E-02
16	6,85882E-04	1,21106E-02
20	6,85881E-04	1,21053E-02
24	6,85881E-04	1,21042E-02

Fonte: Autor (2024)

Figura 27 – Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 1: $L = 1000\ m\ e\ e = 5\ cm$.



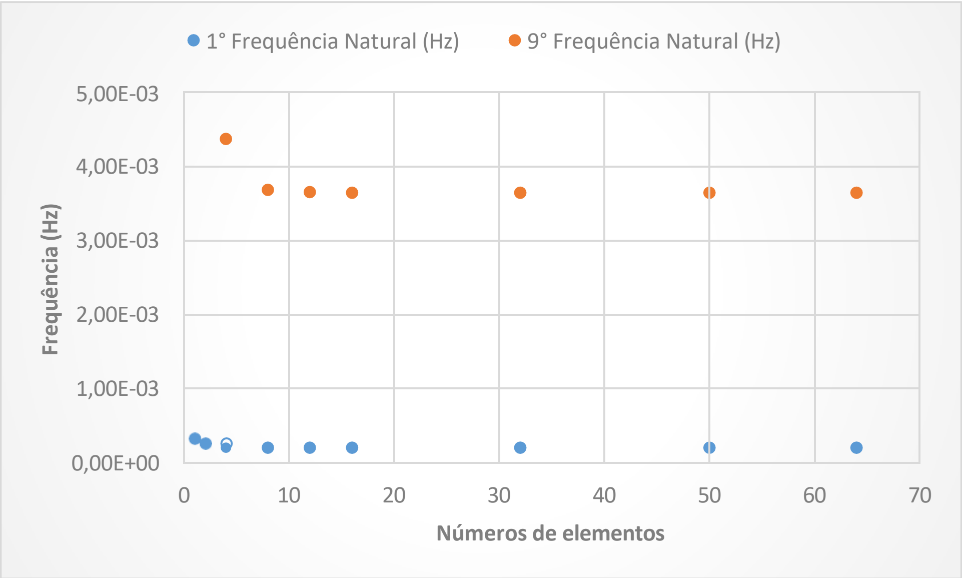
Fonte: Autor (2024)

Tabela 11 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 1, $L = 2000\, m \; e \; e = 7{,}5\, cm$.

$L = 2000$ e $= 7{,}5$		
Número de elementos	1° Frequência Natural (Hz)	9° Frequência Natural (Hz)
1	2,74000E-04	
2	2,08388E-04	1,38908E+00
4	2,06608E-04	4,37055E-03
8	2,06486E-04	3,68347E-03
12	2,06479E-04	3,65155E-03
16	2,06478E-04	3,64576E-03
32	2,06478E-04	3,64316E-03
50	2,06478E-04	3,64302E-03
64	2,06478E-04	3,64300E-03

Fonte: Autor (2024)

Figura 28 – Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 1: $L = 2000\, m \; e \; e = 7{,}5\, cm$.



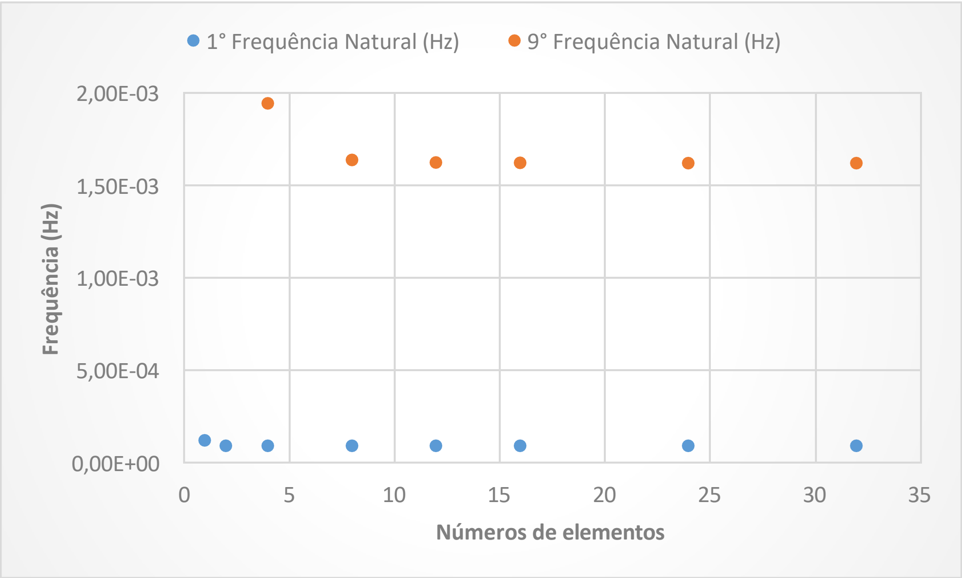
Fonte: Autor (2024)

Tabela 12 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 1, $L = 3000\ m\ e\ e = 7{,}5\ cm.$

Modelo1: $L = 3000\ m, e = 7{,}5\ cm$		
Número de elementos	1° Frequência Natural (Hz)	9° Frequência Natural (Hz)
1	1,22000E-04	
2	9,26167E-05	9,26055E-01
4	9,18258E-05	1,94246E-03
8	9,17715E-05	1,63710E-03
12	9,17686E-05	1,62292E-03
16	9,17681E-05	1,62034E-03
24	9,17679E-05	1,61935E-03
32	9,17679E-05	1,61918E-03

Fonte: Autor (2024)

Figura 29 – Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 1: $L = 3000\ m\ e\ e = 7{,}5\ cm.$



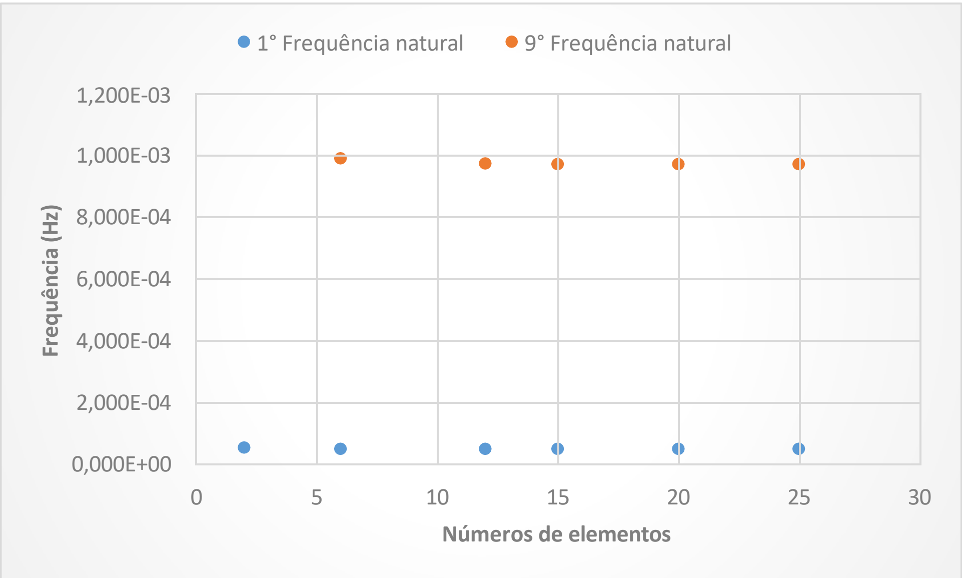
Fonte: Autor (2024)

Tabela 13 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 2, $L = 3000\ m$ e altura de BHA de 500 metros.

Elementos	1° Frequência natural	9° Frequência natural
2	5,564E-05	2,527E+00
6	5,144E-05	9,916E-04
12	5,143E-05	9,744E-04
15	5,143E-05	9,722E-04
20	5,143E-05	9,721E-04
25	5,143E-05	9,721E-04

Fonte: Autor (2024)

Figura 30 – Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 2: $L = 3000\ m$ e altura de BHA de 500 metros.



Fonte: Autor (2024)

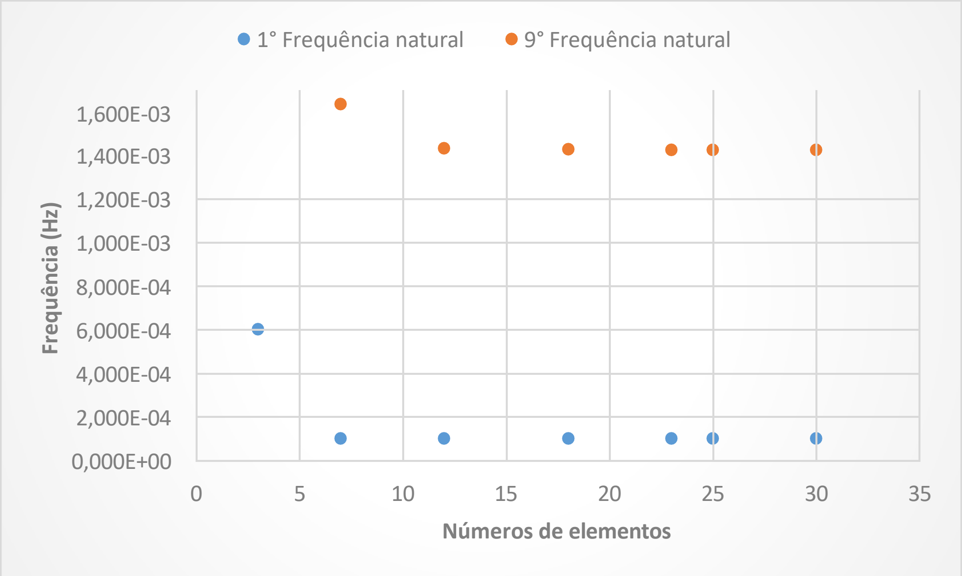
estabilizadores a cada 250 metros.

Tabela 14 - Números de elementos e Frequências Naturais no Processo de Convergência de Malha: Modelo 3, $L = 3000\ m$, estabilizadores a cada 250 metros.

Elementos	1° Frequência natural	9° Frequência natural
3	6,0855E-04	6,1219E+00
7	1,0712E-04	1,6398E-03
12	1,0707E-04	1,4378E-03
18	1,0707E-04	1,4332E-03
23	1,0706E-04	1,4308E-03
25	1,0706E-04	1,4303E-03
30	1,0706E-04	1,4301E-03

Fonte: Autor (2024)

Figura 31 – Curva de estabilidade dos resultados para o Modelo 3: $L = 3000\ m$, estabilizadores a cada 250 metros.



Fonte: Autor (2024)