

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS HUMANAS, COMUNICAÇÃO E ARTES

CINTHYA DANIELE DA SILVA FERNANDES

**SOBRE CONTRADIÇÕES NO MIDDLE WITTGENSTEIN**

Maceió

2023

CINTHYA DANIELE DA SILVA FERNANDES

**SOBRE CONTRADIÇÕES NO MIDDLE WITTGENSTEIN**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Ciências Humanas, Comunicações e Artes, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Licenciatura em Filosofia.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Juliele Maria Sievers.

Maceió

2023

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**

Bibliotecária Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale CRB-4/661

- F363s    Fernandes, Cinthya Daniele da Silva.  
          Sobre contradições no Middle Wittgenstein / Cinthya Daniele da Silva Fernandes. –  
          2023.  
          47 f.
- Orientadora: Juliele Maria Sievers.  
          Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso – Filosofia) – Universidade Federal  
          de Alagoas, Instituto de Ciências Humanas, Comunicações e Artes. Curso de  
          Filosofia, Maceió, 2023.
- Bibliografia: f. 46-47.
1. Wittgenstein, Ludwig, 1889-1951. 2. Wittgenstein - Período intermediário.  
3. Contradição. 4. Consistência. I. Título.

CDU: 16

## Folha de Aprovação

AUTOR: CINTHYA DANIELE DA SILVA FERNANDES

SOBRE CONTRADIÇÕES NO MIDDLE WITTGENSTEIN

Monografia submetida ao corpo docente do curso de Licenciatura em Filosofia, pertencente ao Instituto de Ciências Humanas, Comunicação e Artes da Universidade Federal de Alagoas, aprovada em (25) de (Outubro) de (2023).

Documento assinado digitalmente  
 JULIELE MARIA SIEVERS  
Data: 07/11/2023 10:54:10-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Juliele Maria Sievers (Orientadora)

**Banca Examinadora:**

Documento assinado digitalmente  
 MARCUS JOSE ALVES DE SOUZA  
Data: 14/11/2023 11:53:10-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Marcus José Alves de Souza (Examinador)

Documento assinado digitalmente  
 ANDRE LUIZ DE ALMEIDA LISBOA NEIVA  
Data: 07/11/2023 12:35:47-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. André Luiz de Almeida Lisboa Neiva (Examinador)

## **AGRADECIMENTOS**

À minha orientadora Juliele Sievers, pelo acolhimento, afeto e contribuições que foram importantes para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor Marcos Silva, pelo incentivo, confiança e oportunidades que foram essenciais para minha jornada acadêmica.

Ao professor Marcus José, por ter me apresentado questionamentos que estimularam meus estudos.

Aos meus colegas do curso, por me proporcionarem momentos de leveza nessa longa jornada.

Ao Luiz, pelo companheirismo, carinho, cuidado, apoio e direcionamento em todos os momentos.

À minha amada filha Isis.

“O oposto de cada verdade é igualmente verdade.”

Hermann Hesse, Sidarta.

## RESUMO

Na lógica clássica, uma teoria se torna inconsistente se a partir dela derivamos uma contradição, do mesmo modo, se torna trivial, se a partir dessa teoria podemos deduzir qualquer fórmula que seja subjacente a ela. A simples presença de uma contradição significa a destruição de um cálculo lógico. No final do século XIX, a sociedade lógica se viu bombardeada por diversas inconsistências em suas principais teorias da lógica matemática. Tais acontecimentos pareceram demandar não só uma certa necessidade em se evitar tais contradições, mas encontrar um método eficaz para combatê-las. No entanto, em 1929 encontramos o Middle Wittgenstein demonstrando grande flexibilidade com relação a contradições em sistemas formais. Em diversas passagens que cercam esse período, o autor tece duras críticas a forma como os matemáticos temiam contradições. Ora, se contradições são tão problemáticas, por que Wittgenstein é tão permissivo com elas? Nosso trabalho tem por objetivo esclarecer os considerados polêmicos escritos do autor sobre contradição em seu período intermediário. Com isso, gostaríamos de destacar não só a relevância, mas a abrangência dessa temática no contexto de outras linhas argumentativas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Contradição, Wittgenstein Intermediário, Consistência.

## ABSTRACT

In classical logic, a theory becomes inconsistent if we can derive a contradiction from it; likewise, it becomes trivial if we can deduce any formula that is underlying to it. The mere presence of a contradiction signifies the destruction of a logical calculus. At the end of the 19th century, the logical society found itself bombarded by various inconsistencies in its main theories of mathematical logic. Such occurrences seemed to demand not only a certain necessity in avoiding these contradictions but also finding an effective method to combat them. However, in 1929, we find Middle Wittgenstein displaying great flexibility regarding contradictions in formal systems. In several passages surrounding this period, the author offers harsh criticism on how mathematicians feared contradictions. Now, if contradictions are so problematic, why is Wittgenstein so permissive about them? Our work aims to clarify the controversial writings of the author on contradiction in his intermediate period. In doing so, we would like to highlight not only the significance but also the wide scope of this theme in the context of other lines of argumentation.

**KEY-WORDS:** Contradiction, Middle Wittgenstein, Consistency.

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

LFM	Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics
RFM	Remarks on the Foundations of Mathematics
TLP	Tractatus Logico-Philosophicus
WVC	Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>10</b>
<b>2. CONTRADIÇÃO.....</b>	<b>14</b>
2.1 Paraconsistência e Dialeteísmo.....	20
<b>3. WITTGENSTEIN SOBRE CONTRADIÇÃO.....</b>	<b>25</b>
3.1 Middle Wittgenstein e Contradição.....	30
<b>4. DEBATES A PARTIR DO MIDDLE WITTGENSTEIN.....</b>	<b>38</b>
<b>5. CONCLUSÃO.....</b>	<b>44</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>46</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Por volta do final do século XIX e início do século XX, a sociedade lógico-matemática se viu bastante abalada com a possibilidade de haver contradições “escondidas” em seus cálculos. Uma contradição lógico-matemática, em seu cerne, representa um conflito lógico entre duas ou mais afirmações que negam diretamente umas às outras ou levam a uma conclusão logicamente impossível dentro de um sistema matemático ou lógico em particular. O Paradoxo de Russell<sup>1</sup>, um exemplo notável dessa problemática, surgiu da tentativa fregeana de derivar a aritmética da lógica<sup>2</sup>, fazendo com que matemáticos e lógicos da época desenvolvessem uma espécie de sentimento de combate às contradições.

Essas descobertas levaram os matemáticos e lógicos a reconhecer a necessidade de uma base lógica mais sólida e de regras mais rigorosas para evitar contradições e paradoxos em suas teorias. Consequentemente, esse período de crise lógico-matemática incentivou o desenvolvimento de novas abordagens. Em 1921, procurando assegurar as certezas dos métodos matemáticos, o matemático David Hilbert chegou a propor uma tentativa<sup>3</sup> de demonstrar uma prova absoluta de consistência<sup>4</sup> da matemática, ou seja, demonstrar que ela estava livre de contradições. Grosso modo, sua proposta era baseada na ideia de formalização de teorias matemáticas tradicionais seguida de uma demonstração por meios finitários

---

<sup>1</sup> Quando Frege estava prestes a publicar o segundo volume das Leis Básicas da Aritmética, obra em que apresentava a prova de sua tese logicista, isso em 1902, recebeu uma carta de Bertrand Russell na qual mostrava que seus axiomas davam origem a uma contradição. Tal demonstração ficaria conhecida como Paradoxo de Russell e, grosso modo, informava que o sistema fregeano era capaz de definir um conjunto a partir da propriedade “ser um conjunto que não pertence a si mesmo”, ou seja, um conjunto  $R = \{x: x \notin x\}$ . Sendo o sistema de Frege inconsistente, era possível que se provasse qualquer coisa, por exemplo  $1+1=5$ . Frege tentou por um tempo evitar a contradição apresentada por Russell, mas não conseguiu e, em 1906, ele abandonou seu projeto.

<sup>2</sup> O objetivo do Programa Logicista era provar que a aritmética era um ramo da lógica, ou seja, Frege queria obter uma prova de que os axiomas da aritmética poderiam ser obtidos a partir de conjuntos de axiomas, regras de inferência de caráter estritamente lógico. Não vamos nos aprofundar muito na temática.

<sup>3</sup> Em 1931 Kurt Gödel publicou o artigo chamado “Sobre Proposições formalmente indecidíveis do *Principia Mathematica* e sistemas relacionados I”. Nele, Gödel apresentou dois teoremas que abalaram o Programa de Hilbert, e que hoje conhecemos como Teorema da Incompletude. Grosso modo, no primeiro teorema, demonstrou que a aritmética formal era incompleta. Com a publicação do seu Segundo Teorema, este expressou que uma demonstração da consistência da aritmética formal também era impossível a partir de métodos que pudessem ser formalizados na própria aritmética formal, ou seja, o sistema só poderia provar sua consistência se ele próprio fosse inconsistente. No entanto, é importante destacar que a publicação do Teorema da Incompletude não acabou com o Programa de Hilbert, apenas o enfraqueceu, tendo Gödel, inclusive, contribuído para uma versão modificada do Programa. Ver DA SILVA, 2007, p. 204-206.

<sup>4</sup> No segundo capítulo falaremos um pouco mais sobre consistência.

da consistência dessas formalizações. O que mais tarde ficaria conhecido como *Programa de Hilbert* despertou um grande entusiasmo nos matemáticos e lógicos de sua época, afinal, com uma prova de consistência, estariam livres das contradições que os assombravam.

Ludwig Wittgenstein foi um filósofo austríaco que deixou um impacto significativo na filosofia e na lógica com suas múltiplas contribuições. Ele não apenas abordou, mas também fez críticas à forma como lidavam com contradições. No seu primeiro e único trabalho publicado em vida, o *Tractatus Lógico-Philosophicus*<sup>5</sup> (1921), a temática da contradição desempenha um papel complementar importante na discussão apresentada na obra<sup>6</sup>.

Depois de ter escrito o TLP, Wittgenstein abandona a filosofia e vai se dedicar a outras atividades. Em 1929, início do que ficou conhecido por seu Período Intermediário<sup>7</sup>, o autor austríaco retorna com seus trabalhos a fim, inicialmente, de revisar alguns problemas que foram apontados por Frank Ramsey<sup>8</sup>. No entanto, mais tarde, discussões que envolvem a lógica matemática passam a ter centralidade em seu pensamento. Ainda em 1929, Friedrich Waismann discute com Wittgenstein a fim de representá-lo em um congresso sobre filosofia da matemática, discussão essa que foi compilada e publicada como uma obra póstuma, cujo título ficou conhecido por *Wittgenstein und der Wiener Kreis*<sup>9</sup> (1967).

Nesta obra, encontramos Wittgenstein demonstrando uma grande flexibilidade com relação à contradições em sistemas formais. Wittgenstein tece duras críticas à forma como os matemáticos temiam contradições escondidas em seus cálculos, “O que quero dizer é apenas que não faz sentido falar de contradições ocultas. Afinal, o que seria uma contradição oculta?” (WITTGENSTEIN,

---

<sup>5</sup> Daqui em diante nos referimos a obra *Tractatus Lógico-Philosophicus* com a abreviatura TLP seguido do aforisma quando for o caso de citação.

<sup>6</sup> No terceiro capítulo explicaremos brevemente sobre o status da contradição no TLP.

<sup>7</sup> Na literatura secundária, este período também é conhecido por de Middle Wittgenstein, e faz referência ao período posterior à publicação do TLP, por volta de 1929 até o período anterior à publicação das Investigações Filosóficas, por volta de 1944.

<sup>8</sup> Ramsey foi um matemático e filósofo britânico que foi aluno de Wittgenstein em Cambridge e com quem manteve correspondências significativas que enriqueceram o diálogo filosófico entre os dois durante esse período. Ver ENGELMANN, (2013, p. 6-9).

<sup>9</sup> Nesta monografia utilizamos a tradução para o inglês da obra *Wittgenstein und der Wiener Kreis*, intitulada *Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle*, desse modo, usaremos a abreviatura WVC para nos referir e citar a obra.

1979, p. 174)<sup>10</sup>. Em algumas passagens do WVC, Wittgenstein aponta que o receio dos matemáticos parece infundado, pois procurar por uma contradição, para ele, só faz sentido com o desenvolvimento de um método para encontrá-las. Como consequência, para serem consideradas contradições, estas precisam, antes de mais nada, serem inferidas.

Wittgenstein tece ainda uma outra via argumentativa que se baseia principalmente na discussão fregeana sobre a natureza das contradições. No segundo volume das *Grundgesetze der Arithmetik* (1903), Frege crítica os formalistas Thomae e Heine, e suas abordagens que assemelham a aritmética a um jogo com signos. Mostraremos, mais adiante no texto, que Wittgenstein parece ser influenciado por essa discussão, principalmente no que concerne a utilização de um vocabulário que envolve jogos para discutir as contradições.

As considerações permissivas de Wittgenstein sobre contradições despertam grande curiosidade, afinal, se contradições são tão catastróficas para os cálculos lógico-matemáticos, por que o autor parece ser tolerante com elas? Nosso trabalho possui um enfoque histórico e visa esclarecer a postura do *Middle Wittgenstein* em relação às contradições.

Estudos mais recentes na literatura secundária nos fornecem algumas possíveis interpretações para tal abordagem. De acordo com MARRION; OKADA (2013), as considerações do autor do *Tractatus* esboçam uma abordagem antirrealista sobre contradições. A visão antirrealista não é levantada apenas por esses autores. No seu artigo publicado em 2018, Silva concorda com essa abordagem, mas para endossar sua interpretação baseada no caráter normativo wittgensteiniano. Além disso, o autor discute se o austríaco seria um possível precursor da lógica paraconsistente<sup>11</sup>, temática também debatida, mas rejeitada por autores como MARCOS (2010) e NAKANO (2017).

A partir dessas discussões, no segundo capítulo, faremos uma breve contextualização sobre o que é uma contradição, abordaremos os principais tópicos e termos lógicos que andam lado a lado com a temática, tal como Paraconsistência

---

<sup>10</sup> “What I mean is only that it does not make sense to talk of hidden contradictions. What would a hidden contradiction be, after all?”

<sup>11</sup> A lógica paraconsistente é um ramo da lógica onde podemos lidar com a existência de contradições dentro do sistema. Mais adiante, no próximo capítulo, falaremos um pouco mais sobre essa temática.

e Dialeteísmo. Em seguida, no terceiro capítulo apresentaremos a abordagem wittgensteiniana sobre contradições. Visando a contextualização de seu trabalho, faremos uma breve exposição da natureza da contradição apresentada em sua primeira obra *Tractatus Lógico-Filosófico*. Após isso, o lugar de destaque será o pensamento do autor em seu período intermediário, o qual é também o foco geral de nosso trabalho. Mostraremos suas diversas críticas ao *terror* por contradição que era sentido pelos lógicos da época, em escritos que estão principalmente na obra WVC.

No nosso quarto capítulo investigaremos interpretações contemporâneas para o pensamento de Wittgenstein sobre a temática da contradição. Para isso, usaremos a literatura secundária de MARRION; OKADA (2013), SILVA (2018) com a discussão sobre antirrealismo e MARCOS (2010) e NAKANO (2017) que falam sobre o pensamento de Wittgenstein e a tema da paraconsistência. Aqui nosso objetivo é destacar a relevância do pensamento wittgensteiniano em contextos diversos.

## 2. CONTRADIÇÃO

Contradições são comumente definidas como proposições ou descrição de ações em conflito, ou seja, que são auto excludentes. Diariamente, contradições podem aparecer em diversas situações do nosso cotidiano. De acordo com o senso comum, a contradição é frequentemente associada à falta de coerência tanto em nosso discurso como na descrição de nossas ações. Por exemplo, durante um período eleitoral, a contradição pode aparecer quando um político faz alguma promessa, e, após eleito, não cumpre com o que fora prometido, ou até mesmo age de modo contrário. Outro exemplo é encontrado em discursos na internet, onde alguém pode defender fervorosamente uma causa social mas na vida real não agir de acordo com o que defende. Tais casos exemplificam bem como contradições são frequentemente percebidas de acordo com o senso comum.

Ao longo do tempo, diversas áreas se propuseram a debater sobre o conceito de contradição, assim como trazer esse conceito para sua própria discussão. Na Ética, por exemplo, contradições são entendidas como conflitos entre diferentes princípios, crenças, valores, desejos, e até necessidades consideradas importantes. Tal presença acaba gerando o que chamamos de dilemas morais, ou seja, situações de confronto entre duas escolhas difíceis que são impossíveis de serem realizadas ao mesmo tempo.

Um dilema bastante conhecido é o dilema do bonde. O caso em questão foi apresentado pela primeira vez pela filósofa britânica Philippa Foot em seu artigo de 1967 intitulado "*The Problem of Abortion and the Doctrine of the Double Effect*". A autora narra o caso de um bonde desgovernado que está prestes a atingir cinco pessoas amarradas aos trilhos. O agente está em uma posição onde tem a oportunidade de salvar essas cinco vidas, mas a única maneira de fazer isso é puxar uma alavanca que desviaria o bonde para outro trilho. No entanto, neste trilho alternativo, há apenas uma única pessoa amarrada. O grande dilema que surge é se o agente deve puxar a alavanca e, conseqüentemente, salvar cinco vidas em detrimento de uma, ou se não deve fazer nada, o que resultaria no atropelamento das cinco pessoas. Vemos claramente como este é um caso onde não é possível

realizar as duas ações ao mesmo tempo e, mais do que isso, o que realmente caracteriza o dilema é que nenhuma das ações escolhidas parece ser plenamente ou satisfatoriamente aceitável do ponto de vista moral.

No geral, dilemas podem aparecer em contextos diversos, tal como em atividades rotineiras em nosso ambiente de trabalho, onde é possível haver um conflito entre o valor de uma determinada empresa e os valores pessoais do funcionário, ou até mesmo em situações mais complicadas, como casos que envolvem aborto ou eutanásia, mas a forma como lidamos com esses dilemas pode depender bastante da abordagem que seguimos<sup>12</sup>.

Na lógica e filosofia da matemática, a contradição é um conceito fundamental que ao longo do tempo vem sendo desenvolvida prosperamente. Na lógica clássica, a contradição é vista como um erro lógico que invalida todo o processo argumentativo, ou seja, uma formulação com contradição será falsa em todas as possíveis interpretações. Formalmente, podemos representar uma contradição através das fórmulas  $P$  e  $\neg P$  ou  $P \wedge \neg P$ , onde  $P$  denota uma proposição lógica clássica e  $\neg P$  denota uma negação dessa proposição lógica, do mesmo modo,  $\wedge$  denota uma conjunção entre estas proposições lógicas.

Na lógica e na matemática, a negação está intimamente relacionada à contradição. Na lógica e na linguagem, a negação é um operador que inverte o valor de verdade de uma proposição. Se uma afirmação é verdadeira, sua negação será falsa, e vice-versa. A negação é frequentemente representada pelo símbolo " $\neg$ " ou pela palavra "não". A relação entre negação e contradição está na forma como a negação é usada para identificar contradições. Quando afirmamos uma proposição e sua negação ao mesmo tempo, estamos essencialmente afirmando e negando a mesma coisa simultaneamente, o que cria uma contradição lógica.

Ao afirmarmos duas proposições opostas ao mesmo tempo, teremos como resultado uma contradição. Tomemos, por exemplo, as proposições "Passei todo o

---

<sup>12</sup> Dentro da ética, diversas são as possíveis abordagens para lidar com dilemas morais, como alguns exemplos temos a ética utilitarista, na qual a decisão será pautada na maximização do número de pessoas beneficiadas pela ação; ética deontológica, na qual a decisão será baseada no que é moralmente ético e correto segundo princípios, independente de um possível prejuízo pessoal, ética do cuidado, na qual a ação será tomada visando o bem estar e empatia do outro, etc. Para um estudo mais profundo, ver RACHELS J; RACHELS, S. (2013).

dia 25 de dezembro de 2022 em Alagoas” e “Não passei todo o dia 25 de dezembro de 2022 em Alagoas”. Quem ouvir esta frase, certamente ficará confuso, isso porque não é possível que ambas sejam verdadeiras ao mesmo tempo. Como já vimos, uma relação de contradição ocorre quando duas proposições são mutuamente excludentes, ou seja, quando uma é verdadeira, a outra deve ser necessariamente falsa, e vice-versa. No exemplo que citamos, as proposições "Passei todo o dia 25 de dezembro de 2022 em Alagoas." e "Não passei todo o dia 25 de dezembro de 2022 em Alagoas" são contraditórias porque descrevem situações opostas e mutuamente exclusivas. Se a primeira proposição for verdadeira, significa que a pessoa passou o dia inteiro em Alagoas no dia 25 de dezembro de 2022, e, portanto, a segunda proposição deve ser falsa, ou seja, a pessoa não pode ter "não passado todo o dia em Alagoas". Por outro lado, se a segunda proposição for verdadeira, significa que a pessoa não passou o dia inteiro em Alagoas no dia 25 de dezembro de 2022, e, portanto, a primeira proposição deve ser falsa, ou seja, a pessoa não pode ter "passado todo o dia em Alagoas".

Isso se dá, pois, a grosso modo, de acordo com o princípio lógico conhecido como Princípio da Não Contradição<sup>13</sup>, uma afirmação e sua negação não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo. Desse modo, classicamente, como já citamos mais acima, se uma contradição é encontrada em um sistema dedutivo, isso significa que o sistema é inconsistente e não pode ser confiavelmente usado para inferir validamente conclusões a partir de suas premissas.

A discussão em torno de contradições nessa área é extremamente antiga. Ao adentrarmos na história da Filosofia, encontramos a contradição como temática em textos que vão dos antigos aos contemporâneos. Em Parmênides, encontramos a defesa da perspectiva de que a realidade é singular e imutável. Grosso modo, seu argumento central era que *o que é, o ser*, é real, enquanto *o que não é, o não-ser*, é apenas uma ilusão. Ele acreditava que qualquer afirmação que envolvesse contradição, do tipo "algo é e não é ao mesmo tempo", era irracional e impossível de ser concebida.

Heráclito, em oposição, acreditava que a mudança constante, ou o *devir*, como ele chamava, era uma característica fundamental do universo e que a

---

<sup>13</sup> De agora em diante usaremos “PNC” para nos referirmos ao Princípio da Não Contradição.

contradição era uma parte inevitável da realidade. Ele achava que nada fica igual por muito tempo. Isso significa que as coisas estão sempre em movimento, de modo que, conforme seu famoso ditado “ninguém pode entrar duas vezes no mesmo rio”. Por exemplo, o dia vira noite, as pessoas jovens ficam velhas, e até mesmo coisas opostas como calor e frio mudam o tempo todo. Heráclito achava que essas mudanças acabavam criando contradições, como algo sendo “quente e frio” dependendo da situação. Ele não via a contradição como um problema, mas como algo normal de uma realidade que está sempre mudando. Para ele, essas situações contraditórias faziam parte da forma como o mundo funciona.

Essa dicotomia entre Parmênides e Heráclito representa um dos primeiros debates filosóficos sobre a natureza da contradição. Contudo, uma das principais discussões sistemáticas sobre a contradição gira em torno de Aristóteles e a sua formulação do PNC.

No livro IV da *Metafísica*, Aristóteles apresentou o que conhecemos por PNC. Sua formulação é até hoje aceita e vista como um dos princípios norteadores da lógica clássica, ao lado do Princípio do Terceiro Excluído e Princípio da Identidade<sup>14</sup>. Ao longo da história, diversos comentaristas se propuseram a interpretação dos textos aristotélicos, e uma das principais interpretações dizem respeito ao PNC, a saber, a interpretação de Jan Lukasiewicz<sup>15</sup> que ficou famosa pela divisão desse princípio em três versões: ontológica, psicológica e lógica.

Essa divisão acontece por se tratar respectivamente sobre a temática do ser, pensamentos e proposições, mas é importante destacar que jamais foi dividida dessa forma pelo estagirita em seus textos. A primeira versão, denominada de ontológica, é considerada a principal versão do princípio<sup>16</sup>. Nesta, Aristóteles escreve:

---

<sup>14</sup> Sendo considerados pilares da lógica clássica junto com o PNC, o Princípio do Terceiro Excluído e Princípio da Identidade são extremamente importantes e estudados ao longo da história. O primeiro, afirma que uma proposição só pode ser verdadeira ou falsa, logicamente temos  $P \vee \neg P$ . De acordo com esse princípio, uma proposição ou sua negação deve ser verdadeira ou falsa, não havendo uma terceira opção. Embora seja importante, mais tarde veremos que a validade desse princípio foi colocado em questão em lógicas não-clássicas. O segundo, Princípio da Identidade, afirma que algo é igual a si mesmo, logicamente é expresso na fórmula  $A=A$ . Com ele, é possível estabelecer a identidade de objetos, conceitos etc, além de estabelecer a consistência e validade de teorias e argumentos.

<sup>15</sup> Ver LUKASIEWICZ, J. (1971, p.1-25).

<sup>16</sup> GOTTLIEB, P. 2019.

“E o princípio mais seguro de todos é aquele sobre o qual é impossível errar; Depois do que foi dito, devemos definir esse princípio; É impossível que a mesma coisa, ao mesmo tempo, pertença e não pertença a uma mesma coisa, segundo o mesmo aspecto” (ARISTÓTELES, 2002, *Metafísica* 1005b 15-20)

Grosso modo, esta versão de natureza ontológica diz respeito aos objetos e propriedades, ou seja, coisas que existem no mundo, onde, para qualquer objeto “X” e propriedade “Y”, “X” não pode possuir e não possuir a mesma propriedade “Y” ao mesmo tempo e sob o mesmo aspecto. Em outras palavras, não pode haver um objeto que possua as mesmas características e simultaneamente sua negação sob os mesmos aspectos e ao mesmo tempo, tal como uma xícara, que, sob as mesmas circunstâncias, não pode estar ao mesmo tempo cheia e vazia. Se uma xícara está cheia de líquido, não pode ser, ao mesmo tempo, vazia do mesmo líquido.

Na versão psicológica do PNC temos:

Efetivamente, é impossível a quem quer que seja acreditar que uma mesma coisa seja e não seja, como segundo alguns, teria dito Heráclito; é evidentemente impossível que, ao mesmo tempo, a mesma pessoa admita verdadeiramente que a mesma coisa exista e não exista. (Ibid., 1005b 15-20 ).

Parafrazeando Aristóteles, a versão psicológica trata da crença e afirma que não é possível que uma pessoa possa, ao mesmo tempo, acreditar ser e não ser. Como exemplo, podemos recorrer à famosa frase atribuída a Heráclito, que afirmava que “nos mesmos rios entramos e não entramos, somos e não somos”. Para Aristóteles, é impossível que uma pessoa possa, ao mesmo tempo, acreditar ser e não ser algo. Em outras palavras, essa versão do princípio da não contradição gira em torno da noção de impossibilidade de crenças contraditórias ao mesmo tempo. No entanto, o pensamento do autor nesta versão recebeu algumas críticas, isso porque, psicologicamente falando, é possível termos crenças inconsistentes.

Ou seja, em situações em que os elementos envolvidos não são imperativos, como nos dilemas éticos que apresentamos anteriormente, mas sim asserções, é possível surgir conflitos de crença. Por exemplo, pode ocorrer um conflito quando João acredita que Paulo é seu amigo, ao mesmo tempo em que tem a crença de que, por alguma razão, Paulo poderá causar-lhe algum mal. É importante ressaltar que esse caso não deve ser confundido com o famoso paradoxo de Moore, no qual o conflito ocorre entre o ato de crer e o ato de saber algo. Ademais, ao longo da

história da filosofia, alguns autores defendem que algumas contradições podem ser verdadeiras, como no caso do Dialeteísmo<sup>17</sup>.

A terceira versão é conhecida como lógica, ou linguística, e diz o seguinte:

Fica, portanto, suficientemente esclarecido que a noção mais sólida é a de que afirmações contraditórias não podem ser verdadeiras simultaneamente, assim como ficam claras as consequências a que chegam os que afirmam o contrário, bem como as razões pelas quais sustentam isso. (Ibid., 1011b, p.15)

Esta versão fala sobre a impossibilidade de uma proposição ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo, sob os mesmos aspectos. Isso se dá pela ideia de que uma proposição pode ter apenas um valor de verdade, ou seja, verdadeiro ou falso. Para ilustrar essa ideia, considere a afirmação “o céu é azul”. Quando declaramos essa proposição, estamos fazendo uma declaração sobre o estado atual do céu, presumindo um cenário de céu claro e ensolarado. Nesse contexto específico, a proposição será considerada verdadeira, pois reflete com precisão as condições observadas. No entanto, se as circunstâncias mudarem, como ocorre durante um pôr do sol, quando o céu pode adotar tons avermelhados e laranjas, a mesma proposição se tornará falsa. Portanto, a veracidade da proposição está diretamente ligada às condições e ao contexto em que é avaliada. Esta versão do PNC é bastante importante para garantirmos a coerência em sistemas formais.

Na lógica matemática, sistemas formais são sistemas de axiomas e regras de inferências que nos permitem deduzir validamente proposições e teoremas com um certo rigor sistemático. Nestes sistemas, são utilizados conjuntos de regras formais e símbolos que possibilitam a construção de uma demonstração de maneira precisa e consistente. A partir disso, um sistema formal será consistente se as suas regras de inferências não forem capazes de gerar uma contradição.

Em contrapartida, em sistemas formais inconsistentes, ou seja, os que produzem contradições, todas as sentenças são demonstráveis através da regra de inferência conhecida por *Ex Falso Quodlibet* ou Princípio da Explosão<sup>18</sup>, como é popularmente conhecido. Nesses sistemas podemos demonstrar qualquer coisa, como por exemplo  $2+2=5$  ou que o sol é frio. Desse modo, a presença de

<sup>17</sup> Mais adiante falaremos sobre a tese dialeteísta.

<sup>18</sup> Ver BRANQUINHO, J. (p. 281-282).

contradições em sistemas formais não só o torna inconsistente, mas atribui a ele um caráter de trivialidade. Por isso, a contradição é algo a ser evitado nessas deduções, sendo a consistência uma propriedade importante para garantirmos a confiabilidade nos resultados do sistemas.

## 2.1 Paraconsistência e Dialeteísmo

Como vimos anteriormente, a contradição é um pesadelo para a lógica clássica, pois sua presença representa a destruição do cálculo lógico. No entanto, com o surgimento de lógicas não clássicas, a presença dessas antinomias ganharam outro significado. A partir do século XX, lógicas não clássicas surgiram como alternativa para lidar com problemas não resolvidos pela lógica clássica. De modo geral, o que diferencia a lógica não clássica é o fato de: (i) estar baseada em um vocabulário mais abrangente em forma de expressão; (ii) estar baseado em princípios distintos ou (iii) possibilidade de ter uma semântica distinta<sup>19</sup>.

De acordo com HAACK (1974)<sup>20</sup>, podemos classificar as lógicas não clássicas em duas categorias. A primeira categoria é a das que são complementares da lógica clássica, e que não infringem seus princípios básicos, a saber, princípio da identidade, princípio da não contradição, princípio do terceiro-excluído, e também ampliam o escopo como complementação. Como exemplos temos: lógica modal que lida com operadores de necessidade, possibilidade e contingência, lógica deôntica que é baseada em três principais operadores, o proibido, permitido e o obrigatório, entre outras.

A segunda categoria seria as lógicas alternativas à lógica clássica, que foram criadas como novas lógicas pois abolem alguns princípios daquela, apesar de também ser possível termos lógicas complementares à clássica. Como exemplos temos as lógicas não reflexivas, na qual o princípio da identidade não vale, lógica intuicionista e polivalente, que excluem o princípio do terceiro excluído e a lógica paraconsistente, que derroga o princípio da não contradição, e é a que o nosso trabalho está mais relacionado.

---

<sup>19</sup> D'OTTAVIANO, I. M. L.; FEITOSA, H. A. (2003)

<sup>20</sup> HAACK, S. (1974).

A lógica paraconsistente é um tipo de lógica que opera em sistemas que aceitam contradições. Como mencionado anteriormente, uma teoria será inconsistente se a partir dela podemos derivar uma contradição, será trivial se a partir dessa teoria podemos derivar qualquer fórmula que seja subjacente a ela, e é paraconsistente se for inconsistente mas não trivial.

Em teorias triviais, tudo que pode ser expresso na sua linguagem pode ser provado, se a lógica subjacente for a lógica clássica, por exemplo, a inconsistência implicará em trivialidade e vice-versa. No entanto, se a lógica subjacente for paraconsistente, é possível termos teorias inconsistentes mas não triviais.

De acordo com a literatura<sup>21</sup>, a partir do começo do século XX, estudos que deram o pontapé para o surgimento da lógica paraconsistente<sup>22</sup> começaram a ser produzidos, sendo inclusive desenvolvidos independentes uns dos outros. Os russos J. Lukasiewicz e N. Vasiliev, são denominados os precursores dessa lógica<sup>23</sup>. O primeiro, não só divide o princípio da não contradição, como já mencionamos anteriormente, mas propõe uma revisão das leis básicas aristotélicas, o que culminaria no desenvolvimento de lógicas não clássicas. O segundo, por sua vez, publicou um trabalho no qual ele almejava a criação de uma lógica não-aristotélica. Apesar de terem dado início ao pensamento não clássico, esses autores não chegaram a realizar a construção de nenhum sistema lógico.

Tal feito foi realizado pela primeira vez pelo polonês e discípulo de Lukasiewicz, Stanislaw Jaskowski. Em 1948, motivado pelo trabalho de seu mestre, criou um cálculo proposicional paraconsistente, chamado de cálculo discussivo, no qual:

O autor discute as razões que o levam a buscar um cálculo proposicional ajustado às necessidades das teorias inconsistentes. Ele analisa a solução para este problema encontrada em vários sistemas de lógica já existentes e oferece uma nova solução. (JASKOWSKI, 1969 apud MARCOS, 2010)

---

<sup>21</sup>Ver Priest, Graham, Koji Tanaka, and Zach Weber, "Paraconsistent Logic", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2022 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/spr2022/entries/logic-paraconsistent/>>.

<sup>22</sup> Nesse momento ela não era chamada por esse nome, o termo Lógica Paraconsistente foi dado pelo filósofo Miró Quesada em 1976 na III Conferência Latino-Americana de Lógica Matemática.

<sup>23</sup> MARCOS, J. (p. 16).

Apesar de contribuir significativamente para a discussão paraconsistente, é com o brasileiro Newton da Costa que a paraconsistência alcança seu ápice. O lógico, sem conhecer os trabalhos destes antes citados, desenvolveu suas ideias baseando-se no estudo de teorias com contradições, isso entre 1963 e 1974. De acordo com Marcos, os principais objetivos da lógica paraconsistente, de Newton da Costa seriam:

- a) Estabelecer técnicas lógico formais capazes de nos permitir a melhor compreensão das estruturas lógicas subjacentes às concepções dos partidários da dialética.
- b) Estudar o esquema da separação da Teoria dos Conjuntos, ou dito de outra forma, o Princípio Restrito da Abstração, quando se enfraquecem as restrições a ele impostas.
- c) Contribuir para a sistematização e o balanço de teorias novas que encerrem contradições e de antigas que, por esse motivo, foram abandonadas ou praticamente relegadas a segundo plano.
- d) Colaborar para a apreciação correta dos conceitos de negação e de contradição. (Ibid., p.17)

A contribuição de da Costa para a lógica paraconsistente é imensa. Com seus trabalhos, desenvolveu diversos sistemas lógicos fortes que tinham contradições, de modo a contribuir positivamente em diversas áreas do conhecimento como na filosofia, matemática, inteligência artificial, engenharia, teoria da computação, entre outros.

É interessante mencionar que é possível fazer uma separação entre duas posturas<sup>24</sup> paraconsistentes, uma denominada fracamente paraconsistente, que permite inconsistência em algumas teorias não-triviais, ou semelhantes, tal como pensamento ou linguagem, e a chamada fortemente paraconsistente, denominada de dialetética, e que permite contradições no mundo real.

O Dialeteísmo, como é popularmente conhecido, é uma posição filosófica que defende que algumas contradições são verdadeiras. Uma das principais motivações para o seu desenvolvimento foi o surgimento da lógica paraconsistente, isso por volta da metade do século XX<sup>25</sup>. O termo Dialeteísmo foi dado em 1981 por Graham Priest e Richard Routley<sup>26</sup>, a inspiração para este nome reside numa passagem de Wittgenstein comentando sobre o Paradoxo de Russell:

---

<sup>24</sup> MARCOS, J, 2010, p. 157.

<sup>25</sup> PRIEST, G; TANAKA, K; WEBER, Z. (2023).

<sup>26</sup> *ibid.*

Por que a contradição de Russell não deve ser concebida como algo supra-proposicional, algo que se ergue acima das proposições e olha em ambas as direções como uma cabeça de Jano? A proposição que se contradiz ficaria como um monumento (com uma cabeça de Jano) sobre as proposições da lógica. (WITTGENSTEIN, 1991, p. 256)<sup>27</sup>

Na mitologia romana, Jano era conhecido por ter duas faces, cada uma olhando para direções opostas. Assim como a cabeça de Jano, a dialetéia seria uma verdade bidirecional, tendo duas faces.

A contradição é um conceito central nesta tese. A partir disso, precisamos esclarecer termos essenciais no Dialeteísmo, respectivamente a dialetéia e a contradição. Uma dialetéia seria uma contradição verdadeira, ou seja, uma sentença tal que ela e sua negação são verdadeiras<sup>28</sup>. Uma contradição será uma sentença qualquer da forma “ $a \neg a$ ” ou “ $a \wedge \neg a$ ”. A partir disso, a contradição e dialetéia não possuem o mesmo significado. É importante destacar que o dialeteísmo não remete a um trivialismo. Neste, temos que *todas* as sentenças são verdadeiras, diferente de *algumas*, defendida pelos dialeteístas<sup>29</sup>. A contradição e dialetéia possuem diferentes significados nesse contexto. Para manter essa tese sem caminhar em direção ao trivialismo, o dialeteísmo caminha até a paraconsistência. Ao adotar a lógica paraconsistente, é possível aceitar algumas contradições sem se comprometer com todas as contradições.

Contudo, faz-se necessário uma distinção entre ambas, pois Dialeteísmo é uma tese que fala sobre o comportamento da verdade e da negação, enquanto a paraconsistência fala sobre a noção de consequência lógica. A primeira é necessariamente paraconsistente, mas o contrário não se segue. O Dialeteísmo por sua vez, precisa de condições específicas para o desenvolvimento de uma

---

<sup>27</sup> “*Why should Russell’s contradiction not be conceived of as something supra-propositional, something that towers above the propositions and looks in both directions like a Janus head? The proposition that contradicts itself would stand like a monument (with a Janus head) over the propositions of logic.*”

<sup>28</sup> O Paradoxo do Mentiroso é um famoso paradoxo semântico que, de acordo com dialeteístas, serve como argumento para o dialeteísmo, sendo ele, um exemplo de contradição verdadeira. Em uma das suas formulações, temos a sentença “eu estou mentindo agora”, se essa afirmação for verdadeira, então a pessoa está realmente mentindo no momento em que a diz. Mas, se está mentindo, então a afirmação de que está mentindo deve ser falsa. Por outro lado, se a afirmação for falsa, isso significa que a pessoa não está mentindo no momento em que a diz. No entanto, se a afirmação for falsa, então a pessoa está, na verdade, mentindo, o que a torna verdadeira. Para saber mais veja PRIEST, G; BERTO, F; WEBER, Z. (2023).

<sup>29</sup> Graham Priest é sem dúvidas o nome mais conhecido quando se fala no Dialeteísmo. Como nosso trabalho tem outro enfoque, neste subtópico nosso objetivo será apenas mencionar os principais pontos da teoria sem muito aprofundamento. Nosso objetivo é apenas evidenciar os diferentes papéis que a contradição pode ter em diferentes abordagens.

formulação paraconsistente que seja adequada para seus fins. Além das características da paraconsistência, como o escape do princípio da explosão, o símbolo de negação deve ser um operador que forma uma contradição. (E, MELO; J. ARENHART, 2020)

Em outras palavras, como dialeteísmo é a visão de que algumas contradições são verdadeiras, além de  $\alpha \wedge \neg \alpha$  não levar ao trivialismo, essa fórmula deve ser interpretada como uma contradição, no sentido pretendido pré-teórico, conforme mencionamos acima. Ou seja, o símbolo de negação, '¬', da teoria deve ser um ofc<sup>30</sup>. [...] para o dialeteísta, o significado da contradição capturado pela lógica é fundamental! (Ibid, p. 600-601)

A partir de toda essa discussão, é possível notar não só o papel que a contradição desempenhou ao longo da história do conhecimento, mas a importância do seu estudo, possibilitando ricas discussões sobre diferentes acepções que a envolvem. Nos próximos capítulos, tentaremos compreender uma abordagem em particular: a abordagem do *Middle Wittgenstein* sobre as contradições.

---

<sup>30</sup> Ofc é uma abreviação que o autor dá para “operador formador de contradição”.

### 3. WITTGENSTEIN SOBRE CONTRADIÇÃO

Como vimos nos capítulos anteriores, a discussão em torno da contradição perpassa diversos contextos. Um dos períodos mais frutíferos para o desenvolvimento da lógica matemática é sem dúvidas o período correspondente entre os séculos XIX e o XX. A contradição passou a ser discutida com centralidade principalmente em decorrência da Crise dos Fundamentos da Matemática, tal como citamos anteriormente. Veremos uma abordagem bastante particular de contradição, que foi dada pelo filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein. Sendo um dos principais representantes da Filosofia Analítica e um dos pensadores mais importantes do século XX, a contribuição de Wittgenstein repousa significativamente em discussões que envolvem a filosofia da linguagem, filosofia da mente, lógica e filosofia da matemática. Antes de começarmos a exposição, é importante contextualizar importantes características da vida e filosofia wittgensteiniana.

De família influente, a vida social de Wittgenstein certamente foi bastante privilegiada. Em 1908, deu início ao curso de Engenharia Aeronáutica na Universidade de Manchester, onde participou de pesquisas que envolviam pipas de observação atmosférica e mais tarde trabalhou no desenvolvimento de propulsores a jato.<sup>31</sup> Nesses estudos, o interesse por questões concernentes à matemática pura e aos fundamentos da matemática ganharam seu interesse, o levando a ler obras de Frege e Russell e se interessar pelo Paradoxo de Russell, contradição encontrada por este último na teoria fregeana. Após diversas correspondências com Frege, este o incentivou a estudar com Russell em Cambridge, decisão que mudaria significativamente sua vida.

Em 1911, Wittgenstein vai até Cambridge para estudar lógica com Russell, e lá fica até 1913, ano que se muda para Noruega para pensar nos problemas filosóficos discutidos durante esses anos. Com a deflagração da Primeira Guerra Mundial, Wittgenstein se alista para o Exército, em 1918 é feito prisioneiro, e, durante esse momento, escreve manuscritos que mais tarde, em 1921, seriam publicados em alemão sob o título de *Logisch-philosophische Abhandlung*<sup>32</sup>.

---

<sup>31</sup> GLOCK, 1998, p.23.

<sup>32</sup> A tradução da obra para o inglês foi produzida por F. Ramsey e George Moore, sendo publicada em pela primeira vez em 1922 com o título *Tractatus Logico-Philosophicus*, nome sugerido por Moore. Neste trabalho, utilizaremos a tradução para ao português de Luiz Henrique Lopes dos Santos, cujo título é *Tractatus Lógico-Filosófico*, publicada em 2017.

Quando pensamos em contradição no contexto do TLP, é importante pensarmos nela como uma pequena, embora importante, parte de um todo. Cada componente da filosofia tractariana possui um *status* particular, tal como uma peça no movimento de uma engrenagem. Para compreendermos esse papel, precisamos antes de mais nada, entender as bases que constituem a sua obra.

Já no prefácio do seu livro, Wittgenstein tece uma discussão que tem como ponto de partida os problemas filosóficos, com a argumentação que “a formulação desses problemas repousa sob o mau entendimento da lógica da nossa linguagem” (TLP, 2017 p. 125). Com isso, o autor estabelece uma base sólida que nos leva a compreender a linguagem, sua relação com o mundo e, conseqüentemente, uma resolução definitiva para os problemas filosóficos.

A formulação dos problemas filosóficos, de acordo com o Tractatus, repousa sobre um mal-entendimento da lógica de nossa linguagem. Com o intuito de evitar a formulação destes problemas, o livro pretende oferecer um meio de estabelecer um limite preciso para o que pode ser dito significativamente. (SANTOS, 2021, p. 14)

Para Wittgenstein, ao compreendermos a lógica da nossa linguagem, podemos obter uma melhor compreensão do mundo, e de como a linguagem se relaciona com ele. Segundo ele, o sentido das proposições depende da existência de uma correspondência entre os fatos do mundo e a estrutura lógica de nossa linguagem.

Com isso, o autor distingue proposições que fazem sentido daquelas que não fazem. As proposições filosóficas fazem parte do segundo tipo. Por isso, a filosofia não deve ser vista como uma teoria, mas uma atividade cujo papel é o da clarificação lógica dos pensamentos (TLP 4.112), proporcionando, com isso, uma visão correta sobre o mundo. Há, no entanto, questões que vão além dos limites de nossa linguagem, elas não podem ser *ditas* por meio de proposições, mas podem ser *mostradas* através delas.

A distinção entre *dizer* e *mostrar* evidencia a importância de reconhecermos os limites do que pode ser adequadamente dito e compreendermos que há aspectos da realidade que extrapolam a linguagem, mas ainda podem ser compreendidos ou experienciados através dela. Ao longo de sua argumentação, o autor nos apresenta o que ficou conhecido por sua Teoria da Figuração.

No pensamento de Wittgenstein, o mundo e a linguagem são constituídos por elementos simples que são organizados em certas estruturas lógicas que formam complexos. No mundo, os elementos simples correspondem aos objetos, que, quando concatenados, constituem fatos. Já na linguagem, esses elementos são constituídos por nomes, que, quando organizados, formam proposições elementares. O autor propõe uma substituição entre os objetos e os nomes, e um isomorfismo entre a linguagem e o mundo, ou seja, um compartilhamento da mesma estrutura lógica. Desse modo, a significatividade da linguagem depende da representação de fatos por proposições.

De acordo com Wittgenstein, a proposição deve ser concebida como a figuração de uma situação e só pode ser verdadeira ou falsa caso concorde ou não com a realidade. Objetos garantem o aspecto representacional da linguagem devido à sua correlação com os elementos da figuração (2.1514). Esta correlação constitui a relação de afiguração que caracteriza a figura enquanto tal (T 2.1513). (Ibid., p.15)

Partindo desse ponto, o autor propõe uma análise correta da linguagem, onde a dissolução dos problemas filosóficos dependerá do emprego de um simbolismo que evite as confusões (das quais a filosofia está cheia) e as flutuações de significado da linguagem ordinária – um simbolismo que obedeça às regras da sintaxe ou gramática lógica (TLP 3.323-5), esse simbolismo permite um limite no que circunda o discurso significativo.

A distinção entre a forma real da proposição e a sua forma aparente é necessária para compreendermos se uma proposição é significativa ou se ela é um contrassenso (*unsinnig*). A proposição significativa, ou seja, aquela que afigura a realidade, sempre será contingente e bipolar<sup>33</sup>, ou seja, ela possui dois valores de verdade, o verdadeiro e o falso. Se uma proposição for sempre verdadeira ou sempre falsa ela não será uma proposição significativa, mas um contrassenso. Para avaliarmos seu valor de verdade, basta compararmos a proposição com a realidade.

Proposições constrassensuais são sem sentido (*non-sense*), elas não são nem verdadeiras nem falsas, estariam além dos limites da linguagem. No TLP, a proposição é uma função de verdade de proposições elementares (TLP 5.), Caso um fato atômico representado exista, as possibilidades de verdade de proposições

---

<sup>33</sup> Termo técnico da literatura wittgensteiniana, fora de sua literatura, é conhecido como princípio da bivalência.

elementares são o verdadeiro, caso contrário, são o falso. Contudo, a verdade de uma proposição lógica é atribuída de forma diferente, elas são *casos especiais*. Desse modo, faz-se necessária cautela na sua atribuição de valor de verdade.

Entre os grupos possíveis de condições de verdade, há dois casos extremos. Num dos casos, a proposição é verdadeira para todas as possibilidades de verdade das proposições elementares. Dizemos que as condições de verdade são *tautológicas*. No segundo caso, a proposição é falsa para todas as possibilidades de verdade: as condições de verdade são *contraditórias*. No primeiro caso, chamamos a proposição de tautologia; no segundo caso, de contradição. (TLP, 4.46)

Ao compararmos com as proposições genuínas, as proposições da lógica não são capazes de representar situações possíveis no mundo, além do mais, não são bipolares, critérios necessários para a significatividade.

A bipolaridade é uma condição para a significatividade de uma proposição, e isto implica reconhecer que um enunciado deve sempre apresentar uma de duas possibilidades: verdadeiro ou falso. A relação de correspondência do enunciado em direção à uma situação que o satisfaça no mundo, por sua vez, é uma condição de sua verdade. A não observância desta distinção nos leva a um problema para a fundamentação da verdade e falsidade de nossos enunciados. Se a base para tomarmos um discurso como significativo for a sua correspondência com aquilo que é o caso na realidade, é impossível explicar a significatividade de enunciados falsos. Se o discurso falso é aquele que diz o que não é, isto quer dizer que ele não corresponde a situação alguma – e se sua significatividade depende desta correspondência, em realidade não veiculamos um discurso significativo por meio de sua expressão. (SANTOS, 2021, p. 22)

A partir desse momento, Wittgenstein define o papel da contradição em sua obra, onde ela junto com a tautologia é vista como casos limite da linguagem, apesar de não falarem significativamente sobre o mundo e serem sem sentido (*sinnlos*), possuem um sentido lógico e descrevem regras da linguagem e da lógica. A verdade de uma proposição será sempre possível, já a da tautologia será certa, e a da contradição impossível (TLP 4.464), nenhuma delas - contradição e tautologia - pode de nenhum modo determinar a realidade (TLP 4.463).

A caracterização das proposições no Tractatus lida, como pode ser observado, com uma noção de descrição ou representação tomada em ao menos dois sentidos. Por um lado, proposições lógicas são desprovidas de sentido justamente porque não descrevem uma situação particular; por outro, seu status semântico permite que assumam um papel descritivo tomado num sentido mais amplo concernente à estrutura essencial da realidade. (SANTOS, 2021, p. 86)

No TLP, proposições lógicas não são capazes de figurar a realidade, pois, além de não conseguirem representar uma situação possível no mundo, apresentam um discurso vazio de sentido (TLP 4.462). No entanto, elas não são consideradas contrassensos, pois pertencem ao simbolismo (TLP 4.4611), o seu papel é mais importante, pois elas são capazes de descrever a estrutura lógica do mundo.

As proposições lógicas descrevem a armação do mundo, ou melhor, representam-na. Não tratam de nada. Pressupõem que nomes tenham significado e proposições elementares tenham sentido: e essa é a sua ligação com o mundo [...] Na lógica, só o que não é arbitrário exprime: isso quer dizer, porém, que na lógica *nós* não exprimimos, com a ajuda dos sinais, o que queremos, mas o que enuncia na lógica é a própria natureza dos sinais necessários por natureza: se conhecemos a sintaxe lógica de uma notação qualquer, já estão dadas todas as proposições da lógica. (TLP 6.124)

Com seu trabalho publicado, o austríaco acredita ter resolvido de vez os problemas filosóficos (ibid, p.127), com isso abandona a filosofia, e vai exercer outras atividades não relacionadas a ela. Em 1929, quase uma década depois, retorna à Cambridge para tratar de problemas conceituais relacionados à sua obra. De volta ao ambiente acadêmico, acaba abandonando de vez a argumentação tractariana, isso por volta de 1930, ano em que mudou totalmente a abordagem para tratar dos problemas filosóficos. Entre 1936 e 1937, começa a escrever um novo livro que seria publicado em 1953, postumamente à sua morte, em 1951, cujo título seria *Investigações Filosóficas*.

Em seu segundo livro, Wittgenstein marca uma transformação radical na abordagem de seu pensamento. O foco agora gira em torno da natureza do uso da linguagem e sua relação com a atividade humana, destacando o papel pragmático e social da linguagem. É mister salientar que essa mudança de pensamento marca uma importante divisão cunhada na literatura secundária. O pensamento que corresponde à sua primeira obra é conhecido como Primeiro Wittgenstein, já o pensamento correspondente à sua segunda obra, como Segundo Wittgenstein, ou simplesmente Jovem Wittgenstein e Wittgenstein tardio. Contudo, estudos mais recentes passaram a introduzir uma nova divisão, essa que corresponde ao período entre 1929, quando o mesmo retorna à filosofia, até meados de 1944, período anterior à publicação das *Investigações*, denominado Período Intermediário.

O presente trabalho tem como enfoque os textos do período intermediário do autor. Nosso interesse surge principalmente porque, nesse período, Wittgenstein passa a discutir questões que envolvem lógica e filosofia da matemática no contexto dos acontecimentos da época, tal como discussões que envolvem a natureza da contradição no contexto da crise dos fundamentos da matemática.

A fim de compreender uma possível evolução de seu pensamento sobre contradição, primeiramente exporemos o que o autor do TLP pensa sobre o assunto em sua primeira obra. Em seguida, traremos as polêmicas opiniões que o mesmo trouxe no período de transição. Dada a complexidade e extensão conceitual de toda a sua bibliografia, não abordaremos a concepção de contradição no seu segundo período.

### **3.1 Middle Wittgenstein e Contradição**

As observações de Wittgenstein sobre tópicos relacionados à matemática são comumente descritas como polêmicas e são criticadas por diversos autores<sup>34</sup>. Dentre esses tópicos criticados, estão os polêmicos escritos sobre contradição e consistência em seu período intermediário. De acordo com Floyd (2005, p.75), Wittgenstein falou sobre filosofia da matemática e a lógica tanto como qualquer outra temática e, após sua morte, deixou diversos manuscritos, cadernos e anotações sobre importantes autores dessas áreas, tais como Frege, Russell, Hilbert, Gödel e Turing.

Após sua morte, foram publicados grandes extratos de escritos de sua filosofia inicial (1908-1925), intermediária (1929-1934) e tardia (1934-1951). Estes incluem sua correspondência com Russell em 1913 (ver CL), ditados a Moore em 1914 (MN), seus cadernos de 1914-1916 (NB), transcrições de algumas de suas conversas com o Círculo de Viena (WVC), notas de alunos de suas palestras e ditados em Cambridge (1930-1947), e muitos outros datilografados e manuscritos, dos quais os mais estudados são Investigações Filosóficas (PI) e Observações sobre os Fundamentos da Matemática (RFM). Só em 2000 apareceu uma edição acadêmica de seus manuscritos do período intermediário (WA) e um CD-ROM de todo o seu Nachlass (1993- , 2000), tornando assim acessível aos

---

<sup>34</sup> Ver CHIHARA, 1977, p. 369.

estudiosos um registro mais completo de seus escritos.<sup>35</sup> (J. FLOYD, 2005, p. 76)

Esse tópico tem como fonte de discussão a obra *WVC*. Esta obra é marcada por compilações de conversas transcritas por Friedrich Waismann entre Wittgenstein e membros do Círculo de Viena. A obra é dividida em 7 tópicos, acrescidos de dois apêndices, cada capítulo é devidamente datado com diversas temáticas discutidas.

Quando falamos sobre a contradição no *Middle Wittgenstein*, comumente encontramos em escritos desse período posições de permissividade com relação às contradições em sistemas formais. Anteriormente, vimos que a descoberta de contradições destruíram importantes teorias e projetos da lógica matemática. Esse acontecimento acabou gerando insegurança e receio com a possibilidade de haver contradições ainda não descobertas nos cálculos. Isso foi duramente criticado por Wittgenstein. Em junho de 1930 encontramos o autor reagindo negativamente a esse receio dos matemáticos.

Você realmente acredita que existem contradições ocultas na matemática? [...] Uma contradição é uma contradição apenas se estiver lá. As pessoas têm a noção de que uma contradição que ninguém tenha visto pode estar escondida nos axiomas desde o início, como a tuberculose. Você não tem a menor ideia, e então algum dia você está morto. Da mesma forma, as pessoas pensam que, em algum momento, a contradição oculta pode surgir e, então, o desastre estaria sobre nós.<sup>36</sup> (WITTGENSTEIN, 1979, p. 120)

É comum encontrarmos passagens como essa ao longo do seu período intermediário. É importante destacar que a argumentação wittgensteiniana sobre contradições é, nesse período, também motivada pela leitura de David Hilbert no contexto do seu programa fundacionista. Silva (2018) fala sobre a possibilidade dessas discussões terem sido influenciadas por Waismann, já que os tópicos

---

<sup>35</sup> "After his death large extracts of writings from his early (1908–1925), middle (1929–1934), and later (1934–1951) philosophy were published. These include his 1913 correspondence with Russell (see *CL*), 1914 dictations to Moore (*MN*), his *Notebooks 1914–1916* (*NB*), transcriptions of some of his conversations with the Vienna Circle (*WVC*), student notes of his Cambridge lectures and dictations (1930–1947), and many other typescripts and manuscripts, the most widely studied of which are *Philosophical Investigations* (*PI*) and *Remarks on the Foundations of Mathematics* (*RFM*). Not until 2000 did a scholarly edition of his middle period manuscripts (*WA*) and a CD-ROM of his whole *Nachlass* appear (1993–, 2000), thereby making a more complete record of his writings accessible to scholars."

<sup>36</sup> "Do you really believe that there are contradictions hidden in mathematics? [...] A contradiction is a contradiction only if it is there. People have the notion that a contradiction that nobody has seen might be hidden in the axioms from the very beginning, like tuberculosis. You do not have the faintest idea, and then some day or other you are dead. Similarly people think that some day or other the hidden contradiction might break out and then disaster would be upon us."

relacionados à consistência aparecem com frequência na obra WVC. Ademais, Waismann estava se preparando para representá-lo no II Congresso Sobre Filosofia da Matemática, em Königsberg<sup>37</sup>.

O matemático David Hilbert estava preocupado com o estabelecimento de uma fundamentação e consistência da matemática, principalmente devido ao aparecimento de paradoxos e contradições que motivaram a crise dos fundamentos. De acordo com ele, “O objetivo da minha teoria é estabelecer de uma vez por todas a certeza dos métodos matemáticos.”<sup>38</sup> (HILBERT, 1925 apud SHAPIRO, 2000). Portanto, como um bom formalista<sup>39</sup>, ele procurou estabelecer um sistema formal que garantisse uma base sólida e completa para a matemática, de modo que todas as afirmações matemáticas verdadeiras poderiam ser provadas a partir de um conjunto finito de axiomas consistentes.

A partir disso, as bases do seu programa foram basicamente divididas em dois pilares, o primeiro seria a formalização de importantes teorias da matemática, tal como a teoria dos conjuntos, aritmética dos reais, etc, e o segundo pilar seria a demonstração de uma prova absoluta de consistência dessas teorias. Chamamos de prova absoluta de consistência quando uma prova é demonstrada dentro do próprio sistema. Desse modo, a prova absoluta buscada por Hilbert era dada no contexto de uma metateoria, conhecida como a metamatemática de Hilbert, ou matemática finitária, como o próprio matemático a chamava.

A proposta do matemático certamente não agradou Wittgenstein, que, em diversas passagens o critica fortemente: “Estive lendo uma obra de Hilbert sobre consistência. Tenho a impressão de que toda a questão foi colocada de forma errada.”<sup>40</sup> (WITTGENSTEIN, 1979, p. 119). Para compreendermos suas críticas, é necessário entendermos que, nesse momento:

Wittgenstein estava inclinado, na fase Intermediária, a pensar em cálculos, como em jogos, como independentes entre si e, certamente, não como um servindo de 'fundamento' para o outro,

---

<sup>37</sup> Neste congresso, Von Neumann representou o formalismo, Carnap o logicismo, Heyting, o intuicionismo e Waismann estava representando a filosofia wittgensteiniana.

<sup>38</sup> “*The goals of my theory is to establish once and for all the certitude of mathematical methods*”

<sup>39</sup> Hilbert não se chamava de formalista, esse termo foi dado por Brouwer, como contraponto ao seu programa intuicionista (NAKANO, 2015, p.192).

<sup>40</sup> “*I have been reading a work by Hilbert on consistency. I have the impression that the whole question has been put wrongly.*”

digamos, em alguma espécie de estrutura de pirâmide invertida. Com esses pontos em mente, alguns dos argumentos de Wittgenstein se tornam transparentes. Por exemplo, torna-se claro que, sob essa concepção, uma contradição não pode ocorrer dentro dos cálculos em teoria dos números que são registrados pelas equações - apenas teríamos um erro no cálculo -, portanto, uma contradição só apareceria dentro do sistema lógico no qual os cálculos estão contidos, por assim dizer.<sup>41</sup> (MARRION; OKADA, 2013, p.59)

Como vimos, no Programa de Hilbert, utilizamos de uma sequência de provas relativas de consistência, que, ao final, produz uma prova absoluta de consistência, mas essa ideia é fortemente rejeitada pelo autor do *Tractatus*.

Wittgenstein vê a criação de um cálculo em uma metalinguagem para estudar um cálculo em uma linguagem-objeto como meramente a criação de um cálculo cujas regras são sobre as regras de outro cálculo. Ele não admitiria que um cálculo pudesse ser uma "teoria" no sentido de que "descreveria" qualquer coisa, muito menos outro cálculo.<sup>42</sup> (Ibid., p. 62)

Sendo assim, na visão wittgensteiniana não é possível termos uma relação de meta-cálculo para cálculo objeto, tal como a metamatemática hilbertiana. Para Wittgenstein, a metamatemática não é como uma teoria do cálculo, ela é uma espécie de matemática disfarçada, de modo que Hilbert, com sua empreitada fundacionista, não garantiria nenhuma prova de consistência, e sim produziria novos cálculos matemáticos. Marcos pontua bem a visão do autor do TLP:

A Metamatemática de Hilbert pretendia, por meio das demonstrações de consistência, demonstrar que não haveria contradições ocultas no sistema. Ora, uma contradição oculta que não tivesse simplesmente passado despercebida nem fosse encontrável por meio de um critério preciso deveria se tratar, segundo Wittgenstein, de uma contradição acrescida ao sistema por um tipo novo de construção, não previsto — como no caso da construção dos enunciados auto-referentes que geram os paradoxos. (MARCOS, 2010, p. 150)

A expressão da consistência do cálculo não se daria através de uma proposição do próprio cálculo, uma vez que a demonstração de consistência repousa em uma indução sobre todo o corpo do cálculo. Contudo, em tal metacálculo a questão da consistência reapareceria, e depois no metametacálculo, e assim por diante. Daí conclui

---

<sup>41</sup> "Wittgenstein was inclined in the Middle Period to think of calculi, like games, as independent of each other, and certainly not as one serving as another's 'foundation' in, say, some sort of inverted pyramid structure, [...] With these points in mind, some of Wittgenstein's arguments become transparent. For example, it becomes clear that under such a conception a contradiction cannot take place within the number-theoretic calculations that are registered by the equations – one would only have an error in calculation –, so a contradiction would only appear within the logical system in which the calculations are wrapped, so to speak."

<sup>42</sup> "Wittgenstein sees setting up a calculus in a metalanguage in order to study a calculus in an object language as merely setting up a calculus whose rules are about the rules of another calculus: he would not grant that a calculus could ever be a 'theory' in the sense that it would 'describe' any-thing, let alone describing another calculus."

Wittgenstein que a própria concepção de uma metamatemática se assenta sobre um regressão infinita (Ibid., p.21-22)

Portanto, “O que Hilbert faz é matemática e não metamatemática. É outro cálculo, assim como qualquer outro.”<sup>43</sup> (WITTGENSTEIN, 1979, p. 121). Apesar dessas passagens, Wittgenstein se mostra tolerante quanto a um aspecto formalista, a questão da arbitrariedade da sintaxe. De acordo com o WVC, Wittgenstein e Waismann estavam lendo algumas passagens das Grundgesetze II de Frege. Nessa obra, dentre outras questões, Frege dedica alguns tópicos para exposição, seguido de críticas às noções de aritmética dos formalistas Thomae e Heine.

Para estes, os números da aritmética não possuem referência, ou seja, não representam nada, eles na verdade são apenas signos regidos por regras de manipulação. Dito de outra forma, são os próprios objetos tratados pela aritmética. Portanto, de um ponto de vista formal, a aritmética seria similar a um jogo de xadrez, onde teríamos nos números, signos regidos por regras de manipulação que, nesse caso, seriam regras da aritmética.

Contudo, é importante destacar que essa similaridade se aplica apenas quando falamos da parte pura da aritmética. Enquanto estivermos nessa esfera, não é preciso justificar o uso de nenhuma regra ou figura escolhida. De acordo com Frege:

(...) Mas esse contraste surge pela primeira vez quando as aplicações da aritmética estão em questão, quando deixamos o domínio da aritmética formal. Se permanecermos dentro de seus limites, suas regras parecem tão arbitrarias quanto as do xadrez. Essa aplicabilidade não pode ser um acidente - mas na aritmética formal nos isentamos de justificar a escolha de uma regra em vez de outra.<sup>44</sup> (FREGE, 1903, p.185)

Uma das críticas de Frege aos formalistas repousa no fato de que esses formalistas tratam dos números como os próprios signos numéricos, não como referência possível desses signos. Para Frege, as proposições da lógica expressam um pensamento verdadeiro, já os formalistas se preocupam apenas com o aspecto

---

<sup>43</sup> “What Hilbert does is mathematics and not metamatematics. It is another calculus, just like any other one.”

<sup>44</sup> “(...) But this contrast first arises when the applications of arithmetic are in question, when we leave the domain of formal arithmetic. If we stay within its boundaries, its rules appear as arbitrary as those of chess. This applicability cannot be an accident-but in formal arithmetic we absolve ourselves from accounting for one choice of the rules rather than another.”

formal de um conjunto de signos. Como aponta Silva (2018, p. 139), nas *Grundgesetze II*, Frege argumenta contra o formalismo que:

i) Números da aritmética não podem ser apenas sinais, pois, por exemplo, o sinal '0' não possui a propriedade de produzir o sinal '1' quando adicionado ao sinal '1'. ii) Uma contradição só pode ocorrer nas regras de um jogo de xadrez e não em suas configurações básicas, ou seja, não pode ser encontrada em nenhuma disposição física de suas peças (xadrez). iii) É impossível inferir regras apenas inspecionando a disposição de alguns sinais (peças de xadrez).<sup>45</sup>

Lendo essa discussão, Wittgenstein parece retirar o que lhe agrada das duas posições. Do formalismo, ele tira que: “A verdade no formalismo é que toda sintaxe pode ser concebida como um sistema de regras de um jogo. (...) Quero dizer que não apenas os axiomas da matemática, mas toda sintaxe é arbitrária”<sup>46</sup> (WITTGENSTEIN, 1979, p.103). Do mesmo modo, concorda com alguns pontos levantados por Frege contra os formalistas, mas rejeitando sua abordagem realista:

Frege estava certo ao se opor à concepção de que os números da aritmética são sinais. (...) Apenas ele não viu o outro lado justificado do formalismo, que os símbolos da matemática, embora não sejam sinais, carecem de significado. Para Frege, a alternativa era a seguinte: ou lidamos com traços de tinta no papel ou esses traços de tinta são sinais de algo e seu significado é o que eles representam (...) essas figuras não representam nada, elas não têm significado no sentido de Frege.<sup>47</sup> (Ibid, p.105).

Como expõe Waismann (WVC, p.150), a diferença entre Frege e Wittgenstein reside no fato de Frege apenas considerar duas opções: ou o signo possui um significado (substituindo o objeto), ou ele é apenas uma pintura, uma mancha de tinta no papel. No entanto, Wittgenstein acredita haver uma terceira possibilidade: nós precisamos de signos físicos, mas, para ele, o mais importante nessa discussão são as regras que usamos para a manipulação desses signos. No xadrez, por exemplo, definimos o significado de uma peça não pela sua aparência, mas pelo conjunto de regras que para elas valem.

<sup>45</sup> “i) numbers of arithmetic cannot be just signs, as, for example, the sign ‘0’ does not have the property of yielding the sign ‘1’ when added to the sign ‘1’; ii) a contradiction can only occur in the rules of a chess game and not in its basic configurations, that is, it is not to be found in any physical arrangement of its pieces (chessmen); and iii) that it is impossible to infer rules by a mere inspection of the positions of some signs (chessmen).”

<sup>46</sup> “The truth in formalism is that every syntax can be conceived of as a system of rules of a game. (...) I want to say that not only the axioms of mathematics but all syntax is arbitrary”

<sup>47</sup> “Frege was right in objecting to the conception that the numbers of arithmetic are signs. [...] Only he did not see the other, justified side of formalism, that the symbols of mathematics, although they are not signs, lack a meaning. For Frege, the alternative was this: either we deal with strokes of ink on paper or these strokes of ink are signs of something and their meaning is what they go proxy for (...) these figures do not go proxy for anything, they have no meaning in Frege’s sense.”

Partindo desse ponto, Wittgenstein utiliza metáforas de jogos utilizadas por Frege, mas para fundamentar outra linha argumentativa baseada na noção de jogos e regras. Nesse contexto, ele vai desenvolver a ideia de contradição como regras conflitantes. Essa visão também é oriunda de Frege em suas críticas aos formalistas. O lógico acreditava que uma contradição só poderia ocorrer nas regras de um jogo, não nas configurações básicas. Mais especificamente, ela surge quando temos uma regra que permite um determinado movimento, e outra regra que o proíbe. A razão para isso é que, ao chegarmos nesse estágio, teríamos um impasse, uma situação onde não conseguimos prosseguir com a movimentação.

As regras são instruções para jogar o jogo, e enquanto eu puder jogar, elas devem estar corretas. É somente quando percebo que elas se contradizem que deixam de estar corretas, e isso se manifesta apenas da seguinte maneira: que não consigo mais aplicá-las. Pois o produto lógico das duas regras é uma contradição, e uma contradição não me diz mais o que fazer. Assim, o conflito aparece apenas quando o percebo.<sup>48</sup> (Ibid., p. 125)

Desse modo, para o autor, uma *contradição escondida* não prejudicaria o cálculo desde que pudéssemos prosseguir com os movimentos. Grosso modo, basta analisarmos as regras e axiomas do sistema, se uma contradição não for encontrada, então não existem contradições escondidas que demandariam uma prova de consistência para nos garantir segurança. Essa é a razão pela qual ele dizia que não faz sentido falar sobre contradições ocultas.

No entanto, se mais adiante chegarmos a uma configuração que não nos permite avançar o jogo, ou seja, uma situação em que uma contradição fosse encontrada, não poderíamos de forma alguma invalidar os movimentos anteriores, pois as regras anteriores guiaram nossas movimentações sem nenhum impasse. “Enquanto eu puder jogar o jogo, posso jogá-lo, e está tudo bem.”<sup>49</sup> (Ibid, p. 120), desse modo, a presença de uma contradição não afetaria o que já fora derivado, pois ela é local, ou seja, só está presente naquele estágio da derivação. Ela só passa a ser danosa no momento em que paralisa nossos movimentos.

---

<sup>48</sup> “The rules are instructions for playing the game, and as long as I can play, they must be all right. It is only when I notice that they contradict each other that they cease to be all right, and that manifests itself only in this: that I cannot apply them any more. For the logical product of the two rules is a contradiction, and a contradiction no longer tells me what to do. Thus the conflict appears only when I notice it.”

<sup>49</sup> “As long I can play the game, I can play it, and everything is all right”

Eu posso, por exemplo, ter uma regra que diz: uma peça branca não pode mover-se pulando sobre uma peça preta. Se uma peça preta estiver na borda do tabuleiro, então, a regra falha. Portanto, pode ser o caso de eu não saber o que fazer. A regra não me diz nada mais. O que eu faria em tal caso? Não é mais fácil do que remover a contradição - eu devo tomar uma decisão, ou seja, introduzir outra regra.<sup>50</sup> (Ibid., p. 124)

Por conseguinte, se chegássemos em um momento onde uma contradição fosse derivada, isso de forma alguma seria sinônimo de destruição do cálculo. Wittgenstein argumentava que poderíamos facilmente consertar nosso sistema com a inserção de uma nova regra, uma regra que não derivasse uma contradição. Disso, é possível concluir que uma contradição, para ele, não seria tão problemática quanto se discutia na época.

O raciocínio é o seguinte: se o resultado líquido de um conflito entre as regras é o impedimento de se prosseguir no jogo, na medida em que se prossegue no jogo não há nenhum conflito entre as regras. Se uma contradição nas regras é posteriormente “trazida à tona”, o que ocorreu anteriormente pode ser visto como uma decisão tácita de se priorizar uma regra em detrimento de outra. E o que ocorre se, a partir deste instante, decide-se priorizar a regra oposta? Ocorre simplesmente que, anteriormente a esta decisão, um outro jogo estava sendo jogado, um jogo com regras distintas. (NAKANO, p. 152)

Se temos um método para descobrir contradições escondidas, basta o utilizarmos. Quando a encontrarmos, ajustamos a teoria, se for preciso, para corrigi-la. Mas se não temos um método para procurar, Wittgenstein argumenta que não faz sentido dizer que a contradição está “escondida”. Portanto, fica evidente que com essa discussão o que Wittgenstein buscava questionar era as crenças de que a simples existência de uma prova de consistência deve sempre nos conferir uma maior sensação de certeza em comparação com a falta dessa prova, pois para ele “A demonstração de consistência não pode ser uma questão de vida ou morte para a matemática.”<sup>51</sup> (WITTGENSTEIN, 1979, p.141)

---

<sup>50</sup> “I can, for example, have a rule that says: A white piece has no move by jumping over a black one. If a black piece, then, is at the edge of the board, the rule fails. Thus it may be the case that I do not know what to do. The rule tells me nothing further. What would I do in such a case? Not is easier than removing the contradiction – I must make a decision, i.e. introduce another rule.”

<sup>51</sup> “For mathematics the demonstration of consistency cannot be a question of life and death.”

#### 4. DEBATES A PARTIR DO MIDDLE WITTGENSTEIN

As observações de Wittgenstein sobre a contradição durante seu período intermediário impulsionaram uma série de estudos exegéticos, visando aprofundar a compreensão de seu pensamento. Nesse período, Wittgenstein ainda compartilhava certas ideias do *Tractatus*, ao mesmo tempo em que iniciava argumentações que mais tarde se desenvolveram nas *Investigações Filosóficas*. Esses escritos intermediários, em comparação com as fases inicial e posterior de Wittgenstein, ainda carecem de investigações aprofundadas, e vêm provocando grande interesse na literatura secundária.

Há uma grande variedade de argumentações sobre as considerações de Wittgenstein acerca da matemática. Desde o TLP, o autor expressou de maneira evidente sua recusa ao realismo matemático. Por exemplo, autores como MARRION e OKADA (2013) descrevem que os escritos sobre contradição no período intermediário são uma clara posição antirrealista.

De acordo com um ponto de vista filosófico, que podemos chamar de 'realista', uma vez que um sistema com um conjunto de axiomas *S* é estabelecido, todas as suas consequências já seguem. [...] Em oposição a isso, sob uma visão que, portanto, pode ser chamada de 'anti-realista', nenhuma consequência segue de *S* até que efetivamente a inferimos, portanto, não pode haver uma contradição 'oculta' esperando para ser inferida, digamos, por acidente amanhã, à medida que continuamos a inferir mais e mais dessas consequências que supostamente já estão presentes.<sup>52</sup> (MARRION; OKADA, p.55-56)

Como vimos anteriormente, Wittgenstein rejeita veementemente a ideia de contradições ocultas dentro do cálculo. Seguindo a perspectiva realista proposta por Marrion e Okada, se um conjunto específico de axiomas *S* for contraditório, isso indica a presença de, pelo menos, uma contradição entre os axiomas. Entretanto, se até o momento essa contradição não tiver sido deduzida, podemos afirmar que há uma contradição oculta que ainda não foi derivada. No entanto, quando essa contradição for exposta, compromete todo o sistema. Em oposição a isso, a visão antirrealista não tolera a possibilidade de uma contradição oculta, pois, uma

---

<sup>52</sup> "According to a philosophical viewpoint, which we might call 'realist', once a system with a set of axioms *S* is set up, all their consequences already follow. [...] As opposed to this, under a view of the matter that might therefore be called 'anti-realist', no consequence follows from *S* until we actually infer it, therefore, there can be no 'hidden' contradiction waiting for us to infer it, say, by accident tomorrow, as we keep inferring more and more of these consequences that are supposed already to be there."

contradição só é considerada contradição no momento em que ela é derivada. Dada essas diferenças, não há dúvidas que poderíamos encaixar a abordagem de Wittgenstein na visão antirrealista de Marrion e Okada.

Argumentos que se encaixam com essa posição realista parecem necessitar de uma prova de consistência para assegurar a confiabilidade de seu sistema, tal como vimos Hilbert fazer. Sob o ponto realista, ao inferimos uma contradição que antes era *oculta*, estaríamos também invalidando todo o nosso processo dedutivo, pois a contradição infectaria todo o corpo do sistema, tal como uma doença silenciosa. Como vimos em passagens do WVC, Wittgenstein segue uma linha de argumentação contrária, indo de encontro à abordagem antirrealista, afinal, “Uma contradição é uma contradição apenas se ela estiver presente.”<sup>53</sup> (WITTGENSTEIN, 1979, p. 120).

Famosas conversas com Alan Turing, em 1939, são exemplos da posição antirrealista wittgensteiniana. Nesses encontros, Turing participou de palestras sobre a matemática em que Wittgenstein discutia contra a noção de contradição oculta. Em um desses momentos, Turing apresentou um exemplo: um cálculo que continha uma contradição oculta, utilizado para a construção de uma ponte. (Ibid, p. 211) Turing utiliza desse exemplo para deixar claro o perigo de um cálculo contendo uma contradição, afinal, pontes construídas com um cálculo inconsistente caem, sendo essa, do ponto de vista de Marrion e Okada, uma visão realista. A reação de Wittgenstein perante a contradição é clara: “Está escondida enquanto não for percebida? Enquanto estiver escondida, eu digo que é valiosa como ouro. E quando vier à tona, não pode causar mal.”<sup>54</sup> (WITTGENSTEIN, 1976, p. 219).

Além das análises realizadas por Marrion e Okada, é importante destacar o papel de Silva (2018) na discussão sobre a postura filosófica de Wittgenstein durante seu período intermediário. Em um contexto mais contemporâneo, Silva também se alinha à interpretação de que Wittgenstein adota uma abordagem antirrealista em seu pensamento. “Concordo com a afirmação de Marion e Okada de que o que Wittgenstein está consolidando neste momento é uma abordagem

---

<sup>53</sup> “a contradiction is a contradiction only if it is there.”

<sup>54</sup> “Is it hidden as long as it hasn’t been noticed? Then as long as it’s hidden, I say that it’s as good as gold. And when it comes out in the open it can do no harm.”

antirrealista à lógica e à matemática.”<sup>55</sup> (SILVA, 2018, p. 142). No decorrer de seu artigo, Silva não apenas corrobora essa perspectiva, mas aprofunda sua defesa ao ancorá-la em um possível caráter normativo e antropológico do pensamento wittgensteiniano.

A abordagem de Silva lança luz sobre a serenidade demonstrada por Wittgenstein durante sua fase intermediária em relação às contradições. Essa perspectiva encontra suas raízes na exploração de práticas regulamentadas e elementos normativos no entendimento da lógica. Essencialmente, Silva sugere que a compreensão da postura wittgensteiniana sobre contradições, nesse período, está intrinsecamente ligada a uma postura pragmatista que valoriza a participação e a interação dos indivíduos em uma comunidade.

Por que o Wittgenstein Intermediário está tão tranquilo em relação a contradições? A resposta deve ser encontrada em seu envolvimento com práticas reguladas e características normativas na compreensão da lógica. Essa compreensão pressupõe, de maneira filosoficamente relevante, indivíduos em uma comunidade como resultado da adoção de uma postura pragmática na investigação de contradições.<sup>56</sup> (Ibid., p. 144)

Ao adotar essa perspectiva, as noções tradicionais de verdade e falsidade deixam de ser o foco central, como acontece na tradição de pensamento de Frege. Em vez disso, essas noções passam a ser vistas como resultantes da possibilidade de correção e controle das aplicações de regras em contextos específicos. (Ibid. op. cit). As metáforas com jogos utilizados por Wittgenstein em seu período intermediário são exemplos desse aspecto normativo defendido por Silva. Como vimos, as metáforas com jogos de xadrez foram utilizadas por Wittgenstein para entender sistemas lógicos.

Hilbert chama a configuração " $0 \neq 0$ " de contradição porque ele tem uma concepção de contradição em nenhum aspecto diferente da nossa, ou seja, ' $p \sim p$ '. Pois ele quer dizer que, por um lado, temos  $0 = 0$  e, por outro lado, temos  $0 \neq 0$ , e essas duas fórmulas se contradizem da mesma forma que se disséssemos, ao jogar xadrez,

---

<sup>55</sup> "I agree with Marion and Okada's statement that what Wittgenstein is consolidating at this time is an anti-realist approach to logic and mathematics."

<sup>56</sup> "Why is Middle Wittgenstein so calm about contradictions? The answer should be found in his engagement with ruled practices and normative features in understanding logic. This understanding presupposes, in a philosophically relevant way, individuals in a community as the result of adopting a pragmatist stance in investigating contradictions."

"o bispo pode se mover em linha reta" e "o bispo não deve se mover em linha reta".<sup>57</sup> (WITTGENSTEIN, 1979, p.176).

Silva destaca o uso de um vocabulário deôntico nas passagens com jogos de Wittgenstein. Afinal, os jogos invariavelmente seguem uma organização baseada em proibições e movimentos permitidos. Em outras palavras, os movimentos dentro dos jogos devem ser sujeitos a correções e controle de acordo com regras previamente estabelecidas.

Na mesma citação, também é importante notar o uso da palavra "ziehen"<sup>58</sup>. Isso, sem dúvida, se refere a algum tipo de prática, que, quando aplicado à lógica, significa, por exemplo, que as operações lógicas devem ser pensadas como práticas ou instruções para realizar manipulações lógicas, em outras palavras, para jogar seguindo regras.<sup>59</sup> (SILVA, 2018, p. 145)

Em outras palavras, a normatividade que Silva destaca não se limita a um conjunto rígido de regras ou prescrições, mas engloba a introdução da distinção entre a aplicação correta e incorreta de conceitos e regras. A compreensão de regras, segundo a abordagem de Silva, vai além de meramente conhecê-las, é um processo de domínio das suas aplicações práticas.

Isso implica que, para verdadeiramente compreender uma regra, alguém precisa ser capaz de aplicá-la de forma eficaz e contextualmente apropriada. Portanto, essa compreensão ativa das regras não apenas contribui para a clarificação da relação entre a lógica e as contradições, mas também permite que indivíduos participem de sua aplicação pública, controlando assim as implicações e resultados dessas regras no âmbito coletivo. Portanto, "Levar a noção de jogos a sério o levou a uma revolução antropológica que colocou as ligações sociais humanas, acordos, ação e instituições no centro da discussão."<sup>60</sup> (Ibid, p.143)

---

<sup>57</sup> "Hilbert calls the configuration " $0 \neq 0$ " a contradiction because he has a conception of contradiction in no way different from ours, i.e., ' $p \sim p$ '. For he wants to say that on the one hand we have  $0 = 0$  and on the other hand we have  $0 \neq 0$  and these two formulae contradict one another just as if we said, when playing chess, "the bishop may move on a straight line" and, "the bishop must not move on a straight line"

<sup>58</sup> A palavra em alemão "ziehen" pode ser traduzida para o português como "puxar". É um verbo que descreve a ação de mover algo ou alguém na direção oposta àquela em que está, aplicando força para trazê-lo mais perto ou em direção a si mesmo.

<sup>59</sup> "In the same quote, it is also important to notice the use of "ziehen". This undoubtedly refers to some type of practice, which applied to logic means, for instance, that logical operations should be thought of as practices, or instructions, for performing logical manipulations, in a word, for playing by rules."

<sup>60</sup> "Taking the notion of games seriously led him to an anthropological revolution, which, placed human social bindness, agreement, agency, and institutions in the center of discussion."

Grosso modo, a abordagem wittgensteiniana de Silva sobre contradições e consistência está fundamentada numa visão de lógica focada nas práticas humanas. Além disso, o autor menciona uma importante e polêmica discussão: seria Wittgenstein um precursor da lógica paraconsistente?

Uma discussão que tem gerado vários debates é justamente esta, sobre a pertinência em considerar Wittgenstein um precursor da Lógica Paraconsistente. O motivo para essa discussão é também suas passagens permissivas sobre contradição e consistência. “Na verdade, estou preparado para prever que haverá investigações matemáticas de cálculos contendo contradições, e as pessoas se orgulharão de terem se emancipado da consistência também.”<sup>61</sup> (WITTGENSTEIN, 1979, p.139) “Cálculos com contradições não teriam seu próprio charme particular?”<sup>62</sup> (Ibid, p. 197)

Como vimos no segundo capítulo, a lógica paraconsistente é um sistema lógico que permite lidar com contradições sem levar necessariamente a uma explosão lógica, ou seja, uma trivialização. Mas seriam essas passagens de Wittgenstein suficientes para tal defesa? Autores como MARCOS (2010) e NAKANO (2017), por exemplo, defendem que não.

A argumentação de Nakano é baseada na análise exata da passagem de Wittgenstein, já a argumentação de Marcos está baseada numa defesa com fundamentação histórica. Para Nakano, uma leitura que busca aproximar a passagem de Wittgenstein não passa de um equívoco:

Penso, contudo, que essa leitura é equivocada, pois a lógica paraconsistente também parece partilhar do prejuízo segundo o qual um sistema “trivial” é desinteressante. Aquilo que Wittgenstein quer sublinhar nesta passagem é que o “problema da consistência da aritmética”, visto como a tentativa de se demonstrar que um certo cálculo não produz a fórmula “ $0 \neq 0$ ”, não é uma questão de vida ou morte para a aritmética, porque nem o prosseguir no cálculo dela depende nem a sua aplicabilidade. (NAKANO, p. 165)

Marcos, busca ancorar sua tese numa distinção entre aqueles que motivaram a lógica paraconsistente, tal como Vasiliev e Łukasiewicz, e aqueles que realmente

---

<sup>61</sup> “Indeed, I am prepared to predict that there will be mathematical investigations of calculi containing contradictions, and people will pride themselves on having emancipated themselves from consistency too.”

<sup>62</sup> “Would not calculi with contradiction have their own particular charm?”

chegaram a construir um sistema lógico, como Jaskowvski e da Costa construíram. Para Marcos, Wittgenstein sequer pode ser considerado um motivador pois:

Wittgenstein [...] se preocupou tão-somente com o problema da inconsistência dos cálculos formais, sem distingui-la da trivialidade. De uma maneira ou de outra, certamente não seríamos capazes de distinguir na obra de Wittgenstein qualquer proposta efetiva de um cálculo paraconsistente. (MARCOS, p.2)

Para Marcos, o fato de Wittgenstein não ter construído nenhum sistema lógico, ou contribuído de alguma forma para seu desenvolvimento não o faz precursor da lógica paraconsistente. Essa visão é fortemente criticada e dita como insuficiente por Silva.

O autor defende que a criação de um sistema não necessariamente torna alguém um precursor de uma tradição lógica, e que os autores podem ter um impacto filosófico significativo mesmo sem sistemas formais completos. Seguindo sua própria linha argumentativa, Silva sustenta uma abordagem filosoficamente mais abrangente, uma vez que, em sua visão, os argumentos wittgensteinianos acerca de contradição e consistência derivam de uma perspectiva lógica mais ampla, focada nas práticas humanas (SILVA, p.138).

Ser tolerante com contradições não diz respeito a quem pensou nisso primeiro, nem a quem construiu sistemas completos primeiro. Nessas perspectivas, perdemos a relação filosoficamente importante entre lógica, contradição, razão e normatividade, que, não por acaso, não aparece no trabalho de Marcos.<sup>63</sup> (Ibid.)

A partir deste debate, é inegável reconhecer que as abordagens de Wittgenstein sobre contradições, em seu período intermediário, proporcionaram um solo fértil para uma ampla variedade de investigações filosóficas. O fato de ele ter afirmado que sua principal contribuição reside na esfera da filosofia da matemática<sup>64</sup> realça a importância dos estudos que preservam seu pensamento.

---

<sup>63</sup> "To be tolerant about contradictions is neither a matter of who thought about it first nor a matter of who constructed full systems first. In those perspectives, we lose the philosophically important relation between logic, contradiction, reason, and normativity, which, not accidentally, does not appear in Marcos' work."

<sup>64</sup> GLOCK, p.241.

## 5. CONCLUSÃO

O propósito desta monografia foi apresentar as considerações de Wittgenstein no período intermediário acerca das contradições. Ao longo do texto, esforçamo-nos para fornecer um contexto histórico que abrange pontos cruciais relacionados à contradição em seu pensamento. Como vimos, no segundo capítulo, na lógica clássica a contradição é vista como algo a ser evitado a todo custo. A presença de contradições em um sistema lógico é considerada uma falha, uma vez que elas podem comprometer a validade de argumentos e a coerência do sistema como um todo.

Nosso terceiro capítulo serviu justamente para expor as ideias de Wittgenstein sobre a contradição. No *Tractatus*, a contradição, junto com a tautologia, desempenham um papel particular, são elas os casos *limite da linguagem*. Acreditamos que, no seu período intermediário, o contexto histórico contribuiu significativamente para a centralidade que a temática da contradição teve em seus escritos.

O medo de contradições, nesse contexto histórico, é um reflexo da busca pela solidez lógica e pela garantia de que nossos raciocínios sejam à prova de erros. Embora seja tradicionalmente temida, sob a perspectiva de Wittgenstein, a contradição não deve vir acompanhada de receio. O autor aborda a questão da contradição de maneira provocativa ao criticar as considerações de Hilbert sobre consistência e metamatemática. Para o autor, a metamatemática de Hilbert não é uma mera teoria do cálculo, mas, em essência, uma forma disfarçada de matemática. Dessa forma, uma prova de consistência não nos garantiria nada, pois não haveria contradições ocultas prontas para serem descobertas. O autor é enfático em diversos momentos: uma contradição só é uma contradição no momento em que aparece em nosso cálculo.

Ao fundamentar sua argumentação sobre contradições em jogos e regras, Wittgenstein enfatiza que uma contradição não deve ser temida, desde que seja possível continuar o jogo com nossos movimentos. Ele argumenta que a contradição surge quando chegamos a uma configuração que não nos permite avançar o jogo, quando regras conflitantes levam a um impasse. Assim, Wittgenstein nos lembra de

que a presença de uma contradição não é necessariamente sinônimo de destruição do sistema lógico. Como dissemos acima, ela é local, limitada a um estágio específico da derivação, e pode ser corrigida pela introdução de novas regras que evitem contradições futuras.

O medo de contradições na lógica clássica e no pensamento humano em geral é um reflexo da busca pela consistência e coerência nas nossas crenças e argumentos. Esse medo é fundamentado na ideia de que uma contradição pode acabar com a validade de um argumento ou a confiabilidade de um sistema de crenças. O que Wittgenstein tem por objetivo com sua abordagem é simplesmente mudar nossa perspectiva perante a esse receio por contradições. Com essa ideia em mente, não precisamos ter desconfiança em relação a sistemas que não foram previamente demonstrados como consistentes, ou até mesmo descartar um sistema só porque ainda não provamos sua consistência.

Wittgenstein questiona a crença de que a demonstração de consistência deve ser o pilar da lógica matemática, destacando que a segurança no jogo lógico não depende estritamente dessa prova. Não obstante essas considerações serem consideradas polêmicas, suas ideias nos fornecem uma visão mais flexível da lógica, desafiando nossa compreensão tradicional da contradição, oferecendo uma abordagem mais pragmática e dinâmica para a lógica e a matemática.

Isso nos parece claro pela quantidade de discussões que temos na literatura secundária a partir de seus escritos sobre contradição. No quarto capítulo, exploramos duas dessas discussões, uma relacionando as observações de Wittgenstein sobre contradição ao antirrealismo e outra questionando se ele pode ser considerado um precursor da lógica paraconsistente.

Em suma, as considerações finais deste trabalho ressaltam a relevância das contribuições de Wittgenstein para a compreensão da contradição. Acreditamos que suas ideias nos convidam a repensar conceitos estabelecidos e a explorar novas abordagens para a lógica matemática e a filosofia da linguagem. Indiferentemente das diversas perspectivas adotadas pelos estudiosos, é incontestável que as considerações de Wittgenstein deixaram um legado perdurável, estimulando debates e reflexões que vão além de sua filosofia.

## REFERÊNCIAS

- ARISTÓTELES. **Metafísica**. 2ª ed. tradução, introdução e comentários de Giovanni Reale. São Paulo: Edições Loyola, 2002.
- BRANQUINHO, J. et al. **Enciclopédia de Termos Lógico-Filosóficos**. Lisboa: Gradiva, 2001., p. 281-282.
- CHIHARA, C. S., 1977, **Wittgenstein's Analysis of the Paradoxes in his Lectures on the Foundations of Mathematics**. *Philosophical Review*, vol. 86, 365-381.
- DA SILVA, J. **Filosofias da matemática**. São Paulo: Unesp, 2007.
- D'OTTAVIANO, I. M. L.; FEITOSA, H. A. **Sobre a História da Lógica, a Lógica Clássica e o Surgimento das Lógicas Não-Clássicas**. 2003.
- ENGELMANN, M. 2013. **Wittgenstein's Philosophical Development: Phenomenology, Grammar, Method and the Antropological View**. Hampshire: Palgrave Macmillan.
- FREGE, G. **Translations from the Philosophical Writing of Gottlob Frege**. Oxford: Basil BlackWell, 1960.
- GOTTLIEB, P., "**Aristotle on Non-contradiction**", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2019 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/aristotle-noncontradiction/>>. acesso em 12/04/2023.
- GLOCK, H-J; HYMAN, J. **A Companion to Wittgenstein**. Pondicherry: John Wiley & Sons, 2017.
- HAACK, S. **Deviant logic**. Cambridge: Cambridge University Press, 1974.
- ŁUKASIEWICZ, J. 1971. **On the principle of contradiction in Aristotle**. *Review of Metaphysics* 24: 485–509.
- MARCOS, J. 2010. **Wittgenstein & Paraconsistência**. *Principia* 14(1): 135–73.
- MARRION, M.; OKADA, M. 2013. **Wittgenstein on Contradiction and Consistency: An Overview**. *O que nos faz pensar* 33: 51–59.
- MELO, E. S.; ARENHART, J. R. B. **Esticando a verdade sem alcançar a contradição: o caso do dialeteísmo**. *Perspectiva Filosófica*, vol. 47, n. 2, 2020.
- NAKANO, A. **Wittgenstein e o Problema da Consistência da Aritmética**. *Analytica*, Rio de Janeiro, vol 21 n° 1, 2017, p. 143-169.
- \_\_\_\_\_. **Frege contra os formalistas ? infinito atual x infinito potencial**. In: VI Seminário da Pós-Graduação em Filosofia da UFSCar, 2010, São Carlos. *Anais do Seminário dos Estudantes da Pós-Graduação em Filosofia*, 2010. v. VI. p. 175-180.

PRIEST, G; Berto, F; WEBER, Z., "**Dialetheism**". *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2023 Edition), Edward N. Zalta & Uri Nodelman (eds.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/sum2023/entries/dialetheism/>>.

PRIEST, G; KOJI T; ZACH, W. "**Paraconsistent Logic**", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2022 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/spr2022/entries/logic-paraconsistent/>>.

RACHELS, J; RACHELS, S. **Os elementos da filosofia moral**. Trad. portuguesa e revisão técnica: Delamar J. V. Dutra. 7.ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

SHAPIRO, S. **Thinking About Mathematics: The Philosophy of Mathematics**. New York: Oxford, 2000.

SILVA, M. **Notes on Middle Wittgenstein on Contradiction as Conflicting Rules**. In: I. F. Cunha; J. R. B. Arenhart; C. A. Mortari. (Org.). *Epistemologia, Mente, Matemática e Linguagem: Discussões do X Simpósio Internacional Principia*. 1ed. Florianópolis: NEL, 2018, v. 1, p. 133-154.

WITTGENSTEIN, L. **Ludwig Wittgenstein and the Vienna Circle**. London: Basil BlackWell, 1979.

\_\_\_\_\_. **Remarks on the Foundations of Mathematics**. Oxford: Basil BlackWell, 1991.

\_\_\_\_\_. **Tractatus Logico-Philosophicus**. Trad. L. H. Lopes dos Santos. São Paulo: Edusp, 2017.

\_\_\_\_\_. **Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics Cambridge, 1939**. Ed. Cora Diamond. Sussex: Harvester Press, 1976.