



Dissertação de Mestrado

**Otimização do sistema de transporte público
utilizando algoritmo genético enviesado de chaves
aleatórias**

João Luiz Alves Oliveira
jlao@ic.ufal.br

Orientadores:

Prof. Dr. Bruno Costa e Silva Nogueira
Prof. Dr. Rian Gabriel Santos Pinheiro

Maceió, Setembro de 2022

Catálogo na Fonte
Universidade Federal de
Alagoas Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 - 1767

O48o Oliveira, João Luiz Alves.

Otimização do sistema de transporte público utilizando algoritmo genético enviesado de chaves aleatórias / João Luiz Alves Oliveira. – 2022.

58 f. : il.

Orientador: Bruno Costa e Silva Nogueira.

Co-orientador: Rian Gabriel Santos
Pinheiro.

Dissertação (mestrado em informática) - Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Computação. Maceió, 2022.

Bibliografia: f. 54-58.

1.Chaves aleatórias enviesadas (Algoritmos genéticos). 2. Transporte público - Planejamento. 3. Transporte público - Otimização. 4. Heurística.
I. Título.

CDU: 004.02

João Luiz Alves Oliveira

**Otimização do sistema de transporte público
utilizando algoritmo genético enviesado de chaves
aleatórias**

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre da Ciência pelo Curso de
Mestrado em Informática do Instituto de Computação
da Universidade Federal de Alagoas.

Orientadores:

Prof. Dr. Bruno Costa e Silva Nogueira

Prof. Dr. Rian Gabriel Santos Pinheiro

Maceió, Setembro de 2022

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, senhor de todas as coisas e que nos permite ter a experiência incrível e maravilhosa chamam de vida. Ele que me deu uma linda família, que é o alicerce que me sustenta e me motiva.

Em segundo lugar, agradeço a Universidade Federal de Alagoas, em especial ao Instituto de Computação e ao Programa de Pós-Graduação em Informática, bem como todos seus colaboradores: corpo docente, secretariado, colegiado, direção e administração, por me dar a honra de realizar este curso.

Neste ensejo, gostaria de agradecer especialmente aos meus professores e orientadores Bruno Nogueira e Rian Pinheiro, que sempre mostraram disponibilidade para contribuir com seus conhecimentos e que, para falar bem a verdade, nunca deixaram de acreditar em mim mesmo quando até eu já havia desistido e me não mediram esforços para que eu conseguisse alcançar esta vitória.

Também desejo agradecer ao Renan Silva, gerente de estudos de acidentes e infrações de trânsito do DETRAN-AL, que me auxiliou nesta pesquisa disponibilizando um estudo realizado pelo Departamento que possibilitou a estimativa das demandas de passageiros do transporte público da cidade de Maceió, do estado de Alagoas. Tais dado foram utilizados para um estudo de caso apresentado no presente texto.

Agradeço aos companheiros de turma e do grupo de pesquisa OptLab, em especial aos colegas Flávio Vasconcelos e Cássio Rocha, pelo companheirismo e por me ajudarem a seguir nesta que foi uma grande jornada.

À minha mãe Arábia Alves dos Santos, meu pai, Genilzo Oliveira da Silva e meus irmãos, Rayanna Alves Oliveira Eris, Gabriel Alves Oliveira e Maryanna Alves Oliveira, pelo amor incondicional e por estarem sempre presentes me apoiando e me dando forças para que eu continuasse na luta durante essa etapa da minha vida.

Aos meus sobrinho e sobrinha que amo e penso com extremo júbilo em suas brincadeiras e risadas. Eles são a minha certeza de que o futuro está repleto de alegria e felicidade.

À minha esposa Jankyelle Kamilla, uma pessoa especial que surgiu em minha vida; pelo seu lindo sorriso que alegra meus dias, pelos conselhos e ombro amigo nos momentos de dificuldade; por me ajudar bastante me dando incentivo e apoio moral para o desenvolvimento deste e de todos os outros trabalhos presentes e futuros. Também agradeço à Karinne e Thayla, as duas filhas que ganhei com a esposa. Estas são as rosas que alegram o meu jardim.

Enfim, muito obrigado a todos que me apoiaram em mais esta conquista!

João Luiz Alves Oliveira

“Dê-me uma alavanca longa o suficiente e um ponto de apoio e levantarei o mundo.”

“εὕρηκα”

– de Siracusa, *Arquimedes*

Resumo

A economia de uma cidade ou região é diretamente proporcional à eficiência do seu sistema de transporte público. O planejamento de um sistema de transporte público depende de diversos fatores como modais de transporte, demandas de origem-destino, qualidade e confiabilidade desse serviço, custos operacionais, entre outros. Essas características levam a problemas muito complexos, como o projeto de rede e configuração de frequência de veículos. O presente trabalho propõe uma metodologia, baseada em Algoritmos Genéticos Enviesados de Chaves-Aleatórias (BRKGA), para otimização da frequência de veículos do sistema de transporte público de ônibus considerando duas métricas: (i) tempo de espera dos passageiros; (ii) custo operacional para a empresa concessionária. A metodologia proposta foi aplicada em um estudo de caso real com dados de transporte de ônibus da cidade de Maceió/AL. Neste estudo de caso, foram considerados dois cenários diferentes: no primeiro cenário buscou-se minimizar o tempo de espera dos passageiros, e no segundo o objetivo foi minimizar o custo operacional da empresa concessionária. Os resultados demonstram que em ambos os casos a metodologia proposta foi capaz de melhorar em mais que 10% o desempenho da configuração em relação a que está atualmente em uso no transporte público da cidade.

Palavras-chave: algoritmos genéticos enviesados de chaves-aleatórias; planejamento de sistema de transporte público; heurísticas; otimização.

Abstract

The economy of a city or region is directly proportional to its public transport system efficiency. Planning of a public transport system depends on several factors such as transport modals, origin-destination demands, quality and reliability of this service, operational costs, among others. These features leads to very complex problems like the network design and vehicles frequency setting. The present work focus to propose a methodology, based on biased random-key genetic algorithms (BRKGA), for optimizing the vehicle frequency of the bus public transport system considering two metrics: (i) passengers waiting time; (ii) operational cost for the concessionaire company. The proposed methodology was applied in a real case study with bus transport data from the city of Maceió/AL. In this case, two different scenarios were considered: In the first scenario, it sought to minimize the passengers waiting time, and in the second, the objective was to minimize the operating cost of the concessionaire company. The results show that in both cases the proposed methodology was able to improve the performance of the configuration currently in use in the city's public transport by over than 10%.

Key-words: biased random-key genetic algorithms; frequency setting; planning of public traffic system; heuristics, optimization.

Lista de Figuras

2.1	População inicial de um GA.	8
2.2	População particionada em elite e não elite	9
2.3	Método de seleção da roleta.	10
2.4	Método de seleção do torneio.	10
2.5	População elite permanece na P_{k+1}	13
2.6	População elite e mutante adicionadas em P_{k+1}	13
2.7	Recombinação no RKGA	14
2.8	Recombinação no BRKGA	15
2.9	Cruzamento parametrizado	15
2.10	Estágios do processo de Planejamento de Tráfego adaptado de Ibarra-Rojas et al. (2015).	17
4.1	Metodologia.	24
4.2	Zonas em Maceió.	27
4.3	Detalhe das zonas em Maceió.	27
4.4	Extração dos trajetos das linhas de ônibus.	28
4.5	Detalhe: Extração dos trajetos das linhas de ônibus.	29
5.1	Calibração dos parâmetros de penalidade: Caso TE.	39
5.2	Calibração dos parâmetros de penalidade: Caso DP.	40
5.3	Convergência do BRKGA para o caso do Tempo de Espera.	41
5.4	Convergência de solução após ajustes dos parâmetros: caso TE.	41
5.5	Comparativo de convergência com e sem calibração: caso TE.	42
5.6	Comparativo com cenário atual: caso TE.	43
5.7	<i>Boxplot</i> : caso TE.	43
5.8	<i>time-to-target plot</i> : caso TE.	44
5.9	Análise de sensibilidade: caso TE.	45
5.10	Convergência do BRKGA para o caso da Distância Percorrida.	46
5.11	Convergência de solução após ajustes dos parâmetros: caso DP.	47
5.12	Comparativo de convergência com e sem calibração: caso DP.	47
5.13	Detalhamento da Figura 5.12.	48
5.14	Comparativo com cenário atual: caso TE.	48
5.15	<i>Boxplot</i> : caso DP.	49
5.16	<i>time-to-target plot</i> : caso DP.	50
5.17	Análise de sensibilidade: caso DP.	51

Conteúdo

Lista de Figuras	iv
1 Introdução	1
1.1 Justificativa	3
1.2 Objetivos	3
1.3 Estrutura do Trabalho	4
2 Fundamentação Teórica	5
2.1 Otimização	5
2.1.1 Métodos aproximativos	6
2.1.2 Heurísticas & Meta-Heurísticas	6
2.2 Algoritmos Genéticos	7
2.2.1 População Inicial	8
2.2.2 Estratégias de Seleção	9
2.2.3 Estratégias de Reprodução	11
2.2.4 Estratégia de substituição	12
2.3 RKGA	12
2.4 BRKGA	14
2.5 Planejamento de Rede de Transporte	16
3 Revisão da Literatura	18
4 Metodologia Proposta	23
4.1 Obtenção e Tratamento dos Dados de Entrada	24
4.1.1 Dados de Entrada	24
4.1.2 Metodologia da Coleta de Dados	26
4.2 Problema de Configuração das Frequências	28
4.2.1 Tempo de Espera	29
4.2.2 Distância percorrida	31
4.2.3 Capacidade de carregamento	31
4.2.4 Restrições de domínio	32
4.3 Modelo do Tempo de Espera	33
4.4 Modelo do Custo Operacional	33
4.5 Algoritmo Proposto	34
4.5.1 Codificação	34
4.5.2 Função Objetivo (<i>Fitness</i>)	35
4.5.3 Função com penalidades	35

5	Resultados Experimentais	38
5.1	Calibração dos Parâmetros	38
5.2	Otimização da Qualidade de Serviço	40
5.3	Otimização do Custo Operacional	44
6	Conclusão	52
	Referências bibliográficas	54

1

Introdução

Um dos assuntos mais importantes do último século é o crescimento das cidades. Dentre diversas questões, este fenômeno traz grandes problemáticas no planejamento de desenvolvimento urbano. Neste contexto, o transporte requer atenção especial, já que um sistema de transporte eficiente assegura o progresso da cidade ao passo que grandes metrópoles precisam considerar assuntos afins como longos percursos, poluição, congestionamentos e acidentes de trânsito. Nesse sentido, diversas abordagens e estratégias de tráfego são implementadas, como viadutos, reestruturação das vias ou dos semáforos, por exemplo. Todavia, tais implementações demandam alto custo de implantação e espaço físico que acabam inviabilizando estas soluções em diversos casos (Gonzaga, 2016).

Por outro lado, o transporte público se apresenta como uma abordagem fundamental para prevenir super saturação da rede de transporte, bem como evitar acidentes e mitigar a poluição de trânsito, já que consiste num método de locomoção de massas mais controlado, eficiente e sustentável. Desta forma, existem diferentes tipos de sistema de transporte ao redor do globo. No que concerne o modal de transporte, existe uma gama de serviços incluindo ônibus, metrô, *Bus rapid transit* (BRT), veículo leve sobre trilhos (VLT), balsa, bonde, trem, teleférico, entre outros (Deng and Nelson, 2011; Tirachini et al., 2010).

Cada modal tem suas especificidades, como meio de locomoção, capacidade de passageiros, custos de implantação e de operação. Enquanto algumas cidades contam com terceirização do serviço, outras mantêm o controle do mesmo. Além disso, tais sistemas podem ter formas de integrações intermodais. Dessa forma, existem inúmeros sistemas de transporte público, sendo o modal de ônibus o mais comum devido a facilidade e o custo de implantação e operação serem um dos mais baixos ao se comparar com os demais. Contudo, os governos enfrentam dificuldades em fornecer um serviço de boa qualidade e com custos acessíveis para os usuários e viáveis para a administração (Gkiotsalitis and Cats, 2021).

Tais dificuldades implicam em diversos problemas no planejamento do sistema de transporte público (PSTP) como linhas de ônibus mal planejadas, atrasos de viagem, longos percursos,

empacotamento de ônibus (*bus bunching*), etc (Daganzo, 2009). Dessa forma, é necessário realizar e executar um bom PSTP e, para tal, deve-se realizar um balanço entre o nível de qualidade de serviço e os custos operacionais.

O primeiro aspecto está relacionado à experiência percebida pelos usuários do serviço. Ibrahim et al. (2020) listam diversos fatores que influenciam na satisfação dos usuários a citar tempo de espera, de viagem, lotação, confiabilidade de horário, segurança, condições físicas dos veículos. Salientam ainda que o primeiro destes é o mais importante, independentemente do modal utilizado. Por sua vez, os ônus operacionais podem ser resumidos, no caso de ônibus, ao custo de locomover os veículos, ou seja, motoristas, manutenção e combustível. Dentre estes, o último é o mais significativo quando se pensa em redução de custos, uma vez que os dois primeiros se tratam de custos fixos.

Vale ressaltar que o termo “custo fixo” aqui empregado está associado ao termo técnico utilizado na economia e contabilidade, que consideram que custo fixos são custos que uma empresa arca, independentemente do nível de produção ou do fornecimento do serviço (Souza and Cruz, 2009). No caso de transporte, por exemplo, independentemente da quantidade de viagens que um veículo faz por mês, a empresa tem um custo fixo com salário de motoristas e outros empregados, manutenção e administração. Mesmo que estes custos possam ser alterados, eles são denominados de fixos por esta característica de não variar com o aumento da produção ou fornecimento do serviço. Por outro lado, o ônus com combustível é caracterizado como custo “variável”, pois varia proporcionalmente com o fornecimento do serviço. É sabido que custos variáveis, por definição, são mais significativos para estratégias de redução de custos (Carareto et al., 2006).

O PSTP é um problema muito complexo, pois compreende muitas variáveis assim como diversos pontos de vista a serem considerados, além de envolver também diferentes objetivos. Com relação aos usuários, por exemplo, eles não são os mesmos, pois variam significativamente em muitas características como necessidades da viagem, conhecimento do sistema e muitos outros aspectos que afetam suas escolhas: idade, renda, gênero, etc. Além disso, essas interações dos usuários implicam que a decisão de cada viajante afeta a experiência de muitos outros. Esse contexto dinâmico e imprevisível leva a elementos estocásticos como demanda e tempos de viagem. No entanto, é comum usar estudos estatísticos para obter dados de cenários críticos, no horário de pico no contexto de tráfego, para projetar soluções que abarquem até o pior caso.

Devido à sua complexidade, várias formas de modelar e abordar este tipo de problema são vistas na literatura (Ibarra-Rojas et al., 2015). A grande maioria destes trabalhos utiliza heurísticas e meta-heurísticas para otimizar soluções, especialmente em casos reais. Uma meta-heurística que vem ganhando destaque para buscar soluções quase ótimas em problemas de otimização combinatória de alta complexidade é o *biased random-key genetic algorithm* (BRKGA), que se trata de uma variante efetiva (Gonçalves and Resende, 2018) do *random-key genetic algorithm* (RKGA) (Bean, 1994).

Diante do exposto, a presente dissertação se delimita ao problema de PSTP de ônibus de

modo a apresentar uma metodologia de otimização utilizando BRKGA. A metodologia proposta foi aplicada em dados reais de transporte de ônibus de Maceió, cidade de Alagoas, Brasil. Considera-se uma minimização do somatório do tempo de espera dos passageiros (*TE*) para modelagem do problema sob o ponto de vista de melhoria para os usuários e, por outro lado, considera-se também uma outra minimização da soma das distâncias percorridas da empresa de ônibus (*DP*) para modelagem do problema sob o aspecto da administração do serviço. Dessa forma, são apresentadas duas análises para PSTP, referentes às duas minimizações supracitadas.

1.1 Justificativa

O crescimento populacional é inerente a humanidade e, conseqüentemente, as cidades também crescem e precisam se desenvolver de forma ordenada e planejada afim de evitar problemas como os citados no início deste capítulo. Assim, o PSTP é um problema de grande relevância e se trata de algo muito diversificado e complexo, por isso, necessita de bastante estudos a respeito. Apesar de existirem diversos trabalhos na literatura estudando o PSTP ([Gkiotsalitis and Alesiani, 2019](#); [Gkiotsalitis and Cats, 2021](#); [Wu et al., 2019](#)), estes trabalhos possuem lacunas em relação a metodologias para otimização da frequência de veículos que fornece soluções de baixo custo e fáceis de serem implementadas.

1.2 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo geral propor uma metodologia de otimização para reconfigurar as frequências de saída de ônibus de modo a otimizar o sistema de transporte sob duas óticas: qualidade de serviço e custo operacional.

Para alcançar o objetivo geral do trabalho, se faz necessário:

- Levantar dados do sistema de transporte de ônibus para alimentar os modelos de otimização.
- Testar a hipótese de utilização de dois algoritmos baseados em BRKGA para otimização do sistema de transporte tanto para minimização do TE quanto para minimização da DP.
- Calibrar os parâmetros dos algoritmos desenvolvidos necessários para o processo de otimização.
- Com base nos resultados obtidos, avaliar e sugerir mudanças no PSTP.

1.3 Estrutura do Trabalho

O restante desta dissertação está organizada da seguinte forma: O Capítulo 2 trata da fundamentação teórica e apresenta um breve sobre otimização, algoritmos genéticos, RKGA e BRKGA, mas também trata a respeito do problemas de PSTP. O Capítulo 3 traz a revisão bibliográfica realizada para embasar o presente trabalho. O Capítulo 4 apresenta o método BRKGA proposto. O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos por meio da proposta deste trabalho e, por fim, o Capítulo 6 mostra as conclusões sobre as soluções propostas, bem como as limitações enfrentadas no trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2

Fundamentação Teórica

Este capítulo serve de base teórica para que a presente dissertação seja melhor entendida. Assim, o presente capítulo trata sobre os temas de otimização, em especial a respeito de algoritmos genéticos e BRKGA, e sobre Planejamento de Rede de Transporte (PRT).

2.1 Otimização

A otimização se trata de um tipo de problema em se deseja maximizar ou minimizar o valor de uma função, de acordo com determinadas restrições. Essa função é chamada de função objetivo e suas variáveis são chamadas de variáveis de decisão. As restrições podem ser aplicadas às variáveis de decisão, à função objetivo ou em outras funções auxiliares. Dessa forma, o conjunto de valores possíveis (contínuo ou discreto) associados às variáveis de decisão que obedecem a todas restrições do problema é chamado de conjunto de soluções viáveis. A solução que apresenta o menor (ou maior, se for uma maximização) valor da função objetivo é chamada de solução ótima, ou ótimo global. Os algoritmos que garantem a otimalidade da solução são chamados de algoritmos exatos, como o *Branch-and-Bound* (BnB), por exemplo.

Em casos de alta complexidade de resolução (como problemas NP-completo), grandes instâncias ou quando existe a necessidade de uma resposta rápida para o problema, como no rastreamento de rotas de GPS, a busca pelo ótimo global se torna impossível ou inviável. Em detrimento a isto, se opta por estratégias de busca por ótimos locais ou por valores considerados bons, dentro de certos parâmetros de tolerância, mas que não é garantido ser o valor ótimo. Os algoritmos que não garantem a otimalidade da solução são chamados de algoritmos aproximados. Tais métodos podem ser divididos em aproximativos e heurísticas/meta-heurísticas (Talbi, 2009; Glover and Kochenberger, 2006).

2.1.1 Métodos aproximativos

Os métodos aproximativos fornecem garantias em relação a qualidade das soluções encontradas. O algoritmo *First Fit Decreasing* é um exemplo de algoritmo aproximativo para resolver o problema do empacotamento (Dósa and Sgall, 2013; Yao, 1980). Esse algoritmo, por exemplo, tem um fator de aproximação $\alpha \leq 11/9s + 1$, ou seja, se s é a solução ótima, a solução α encontrada é, no máximo $11/9$ vezes pior mais um pacote, já que se trata de um problema de minimização.

O fator de aproximação pode ser fixo, como no exemplo supracitado, ou pode ser uma função. O ideal é desenvolver métodos aproximativos que tenham o menor fator de aproximação possível. Outra vantagem desses métodos é que eles ajudam a entender sobre a dificuldade do problema, como por exemplo definir valores de fronteira (*bounds*) para a solução ótima. Contudo, na prática, para instâncias reais, geralmente tais métodos perdem sua utilidade, pois as aproximações acabam ficando muito distante das soluções ótimas (Talbi, 2009).

2.1.2 Heurísticas & Meta-Heurísticas

Os métodos heurísticos permitem obter soluções próximas das ótimas a um custo computacional aceitável, no entanto não garantem nenhuma qualidade a respeito da solução encontrada. Isso significa que, para tais métodos, é preciso avaliar a solução encontrada para verificar se, de fato, o método encontra respostas que satisfazem a necessidade do problema (Talbi, 2009).

O nome heurística vem do grego antigo (*heuriskein*) se traduz literalmente como “encontrar”, “descobrir” ou “inventar” (Martí and Reinelt, 2022). Por curiosidade, essa palavra tem o mesmo radical que a famosa expressão “eureka” (ou *heureka*) atribuída ao célebre matemático, físico e engenheiro grego Arquimedes. Contudo a palavra, nos tempos atuais, permite a interpretação para a ciência do descobrimento ou como a arte de descobrir novas estratégias (ou regras) para resolver problemas.

Dessa forma, no contexto de otimização, as heurísticas são classificadas em dois tipos: heurísticas específicas e meta-heurísticas. Nas heurísticas específicas, define-se um algoritmo heurístico específico para o determinado problema. Assim, esse tipo de algoritmo é unicamente desenvolvido para resolver o problema em questão. Por outro lado, as meta-heurísticas consistem numa metodologia que coordenam procedimentos em alto nível, também denominados *framework* ou *template*, de busca de solução que precisa ser adaptada para o problema a ser resolvido (Talbi, 2009).

As principais heurísticas clássicas são os algoritmos gulosos (AG), busca local (LS), já algoritmos genéticos (GA) são exemplos de meta-heurísticas clássicas e com base nessas se derivam a grande maioria das heurísticas e meta-heurísticas modernas presentes na literatura. Os dois primeiros métodos são descritos resumidamente a seguir, enquanto os algoritmos genéticos são apresentados na Seção 2.2.

Algoritmos Construtivos

Os algoritmos construtivos iniciam com uma solução vazia sem associações e vão construindo a solução de acordo com uma heurística de construção, até que a solução esteja completa. Um exemplo de algoritmo construtivo são os algoritmos gulosos, que utilizam uma heurística gulosa (escolha gulosa, ou do melhor ganho parcial) para escolha construção da solução, ou seja, é associado um valor para uma variável de decisão se este valor for o melhor, de acordo com a heurística gulosa implementada. Assim, ao se utilizar um AG, o que se deve adaptar é esta heurística gulosa para determinar como o algoritmo deve escolher os elementos que compõem a solução.

Os algoritmos gulosos possuem grande popularidade devido a baixa complexidade, em geral, e serem simples de se desenvolver. Por conta disso, eles também servem como ferramenta de análise inicial do problema para se obter soluções primitivas que irão servir como base para outros métodos e podem ajudar a entender melhor o problema e como resolvê-lo.

Busca Local

Por outro lado, a busca local já inicia com uma solução predefinida — que pode ser determinada, inclusive, por um AG, por outra meta-heurística ou até outro método aproximado — e muda esta solução iterativamente, de acordo com uma estrutura de vizinhança, para uma solução vizinha de melhor qualidade até que não haja vizinhos melhores. Observe que, a depender da solução inicial, a solução pode ficar retida em um ótimo local. Uma maneira de se evitar esta problemática consiste em usar a LS dentro de um algoritmo mais avançado que tenha a capacidade de escapar de um ótimo local, utilizando camadas meta-heurísticas baseadas em trajetória ou solução única, como por exemplo: Greedy Randomised Adaptive Search Procedure (GRASP), Iterated Local Search (ILS), Simulated Annealing (SA), Tabu Search (TS), Variable Neighborhood Search (VNS), Variable Neighborhood Descent (VND), Guided Local Search (GLS). Para mais detalhes, consultar [Glover and Kochenberger \(2006\)](#).

2.2 Algoritmos Genéticos

Enquanto as heurísticas e meta-heurísticas clássicas são baseadas em uma única solução, os algoritmos genéticos foram um dos primeiros métodos baseados em população propostos na literatura. Os GA também se tratam de algoritmos estocásticos baseados na natureza, mais especificamente na teoria da evolução de Charles Darwin, onde os indivíduos mais bem adaptados sobrevivem e perduram a espécie por meio de seus genes ([Holland, 1992](#); [Darwin, 1859](#)).

Dessa forma, os GA simulam a evolução darwiniana e, conseqüentemente, alguns termos são utilizados para representar essa metáfora como, por exemplo, a solução é chamada de indivíduo (representados também como cromossomo), o problema de otimização é chamado de

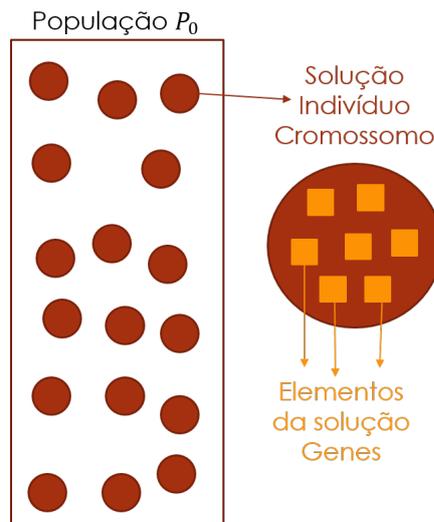


Figura 2.1: População inicial de um GA.

ambiente e a função objetivo é chamada de função de aptidão (ou *fitness*), pois avalia quão adaptado é o indivíduo (Holland, 1992).

A metodologia dos GA, assim como todo algoritmos evolutivos, consiste em partir de uma população inicial, selecionar os indivíduos pais que irão reproduzir para gerar os indivíduos filhos e, por fim, os filhos substituem indivíduos da população inicial de modo a manter o tamanho da população constante. Dessa forma, se obtém uma nova geração da população e todo o procedimento é novamente executado até que um critério de parada seja satisfeito, que pode ser por tempo de execução, número de gerações, ausência ou pouca evolução entre as gerações, entre outros (Bean, 1994).

2.2.1 População Inicial

A população inicial utilizada em um GA é comumente gerada de maneira aleatória para aumentar sua diversidade, mas também pode ser determinada por meio de AG, outra heurística ou ainda por alguma meta-heurística. A população inclui vários indivíduos representados por cromossomos, que consistem no conjunto de genes. A Figura 2.1 representa uma população inicial P_0 de determinado GA gerada de modo aleatório, cada indivíduo (ou cromossomo) está representado por um círculo vermelho. É possível verificar também, no detalhe da mesma figura, os genes de um indivíduo representado por quadrados laranjas.

A ideia principal da inicialização aleatória é espalhar as soluções de modo uniforme ao longo do espaço de busca afim de melhorar as chances de se encontrar regiões promissoras. No BRKGA, a população inicial P_0 é gerada de maneira aleatória e o algoritmo separa a população em um grupo elite (P_e), com os indivíduos que apresentam as melhores soluções, e um grupo não elite ($P_0 - P_e$), ver Figura 2.2.

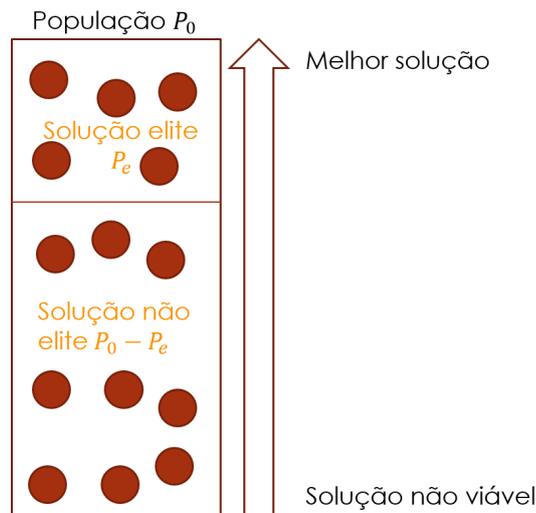


Figura 2.2: A população P_0 é particionada entre conjunto elite P_e e não elite $P - P_e$. Adaptado de Gonçalves et al. (2014).

2.2.2 Estratégias de Seleção

A estratégia de seleção dos pais deve seguir o princípio de que os indivíduos mais bem adaptados possuem mais chances de passar seus genes para a próxima geração, enquanto os indivíduos menos aptos possuem menos probabilidades para isto. Isso permite que as próximas gerações tenham mais chances de possuírem indivíduos melhores adaptados (características dos pais), mas permite que a evolução (a busca pela solução) tenha uma variabilidade de soluções afim de não convergir rapidamente para um local de busca específico. Dessa maneira, se garante que a população se torne melhor ao longo das gerações atentando-se, também, à diversidade.

Assim, duas estratégias de seleção bem conhecidas são a roleta e o torneio. A roleta consiste em realizar sorteio entre k indivíduos pré-selecionados de maneira aleatória. Este sorteio acontece como em uma roleta de cassino. Os indivíduos com maiores *fitness* possuem maiores chances de serem escolhidos, ou seja, a área de escolha na roleta é proporcional ao *fitness* do indivíduo. A Figura 2.3 apresenta um exemplo de seleção de roleta, onde se escolheu cinco indivíduos aleatoriamente para um deles ser sorteado, observe que indivíduos com menores aptidões (indivíduos 3, 4 e 5) terão áreas menores, ou seja, menos chances de serem escolhidos quando girar a roleta.

Por outro lado, no torneio k indivíduos também são pré-selecionados de maneira aleatória, mas estes competem entre si como em chaves de torneio e o mais bem adaptado entre os mesmos é o escolhido. A Figura 2.4 apresenta um exemplo de seleção de torneio, onde três indivíduos foram pré-selecionados de maneira aleatória e o indivíduo 4 foi escolhido por ter a maior aptidão entre os três.

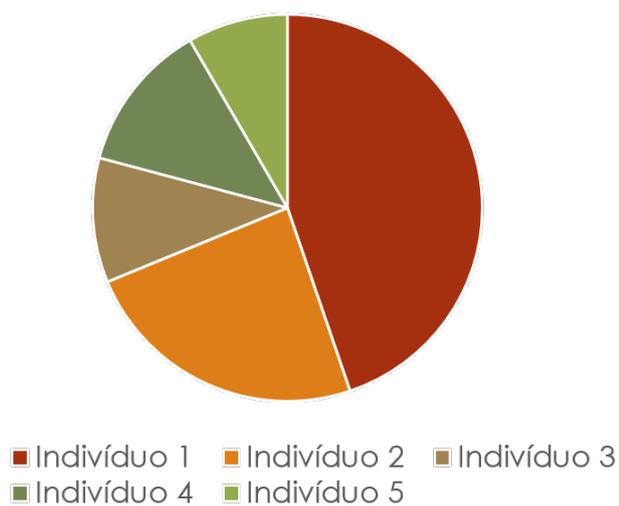


Figura 2.3: Método de seleção da roleta.

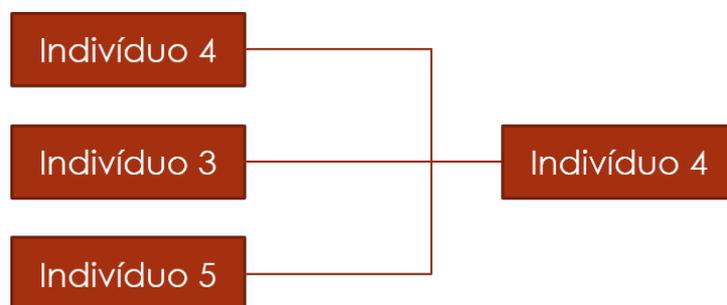


Figura 2.4: Método de seleção do torneio.

2.2.3 Estratégias de Reprodução

Uma vez selecionados os pais, são efetuados os operadores de reprodução, que são aplicados para gerar os filhos, são eles a recombinação (ou *crossover*) e a mutação.

Operadores de Recombinação, ou *Crossover*

Assim como na natureza, os cromossomos dos pais se recombinam para gerar os cromossomos dos filhos. Assim, esses operadores agem em duas ou mais indivíduos pais com ideia de gerar filhos combinando as boas características de cada pai. A essa propriedade dos filhos herdarem as boas características dos pais é chamada de hereditariedade. Outra propriedade importante que esse operador deve manter é de validade, ou seja, os indivíduos resultantes do operador devem ser válidos (soluções viáveis para o problema); dessa forma, um indivíduo invalidado deve ser descartado ou uma penalidade em seu *fitness* é aplicada. É com esse operador que os filhos são gerados.

Existem dois principais operadores de *crossover* na literatura: ponto único e ponto duplo. No ponto único, é fixado um ponto de seção de corte nos cromossomos pais que definem dois segmentos de cromossomos. Os filhos herdam, então, um segmento de um pai e um segmento complementar de outro pai de modo a formar um novo cromossomo. O ponto duplo segue a mesma ideia do ponto único, no entanto, são fixados dois pontos de corte nos cromossomos pais, de modo a segmentar o cromossomo em três partes e o filho herdam a parte central de um pai e as partes exteriores de outro pai.

Operadores de Mutação

Consistem em operadores unários, ou seja, são aplicados em um indivíduo, e tem o objetivo de realizar pequenas modificações em uma população. A ideia da mutação é criar indivíduos com as características boas dos pais, mas com alguma diversidade que pode melhorar, futuramente, outros indivíduos filhos. Dessa forma, introduz-se uma variabilidade na população sem destruir completamente as características boas por ser uma pequena modificação. Esse operador é normalmente aplicado nos filhos após a etapa de *crossover*.

É importante considerar algumas propriedades para estes operadores. A primeira delas, ergodicidade, diz que o operador deve permitir que sua aplicação contínua em um indivíduo o torne qualquer outro tipo de indivíduo, ou seja, se aplicar a mutação continuamente em uma solução, esta deve conseguir se tornar qualquer outra solução do espaço de busca. A segunda propriedade a ser considerada é a localidade, que assegura que o operador mantenha as boas qualidades dos pais. Nesse operador, também se deve observar a validade.

2.2.4 Estratégia de substituição

Consiste em decidir quem dos indivíduos, entre pais e filhos passará a compor a próxima geração da população. Como o tamanho da população deve permanecer constante, no fim das contas, essa estratégia utiliza de um mecanismo de seleção para decidir quais indivíduos são removidos. Uma estratégia bastante adotada é o elitismo, que consta em excluir deterministicamente os elementos menos aptos.

Os GA iniciam com uma população aleatória e vai evoluindo essa ao longo das gerações até que um critério de parada seja atingido. O melhor indivíduo da população final é considerado a melhor aproximação do ótimo global para o ambiente. Todos os parâmetros dos operadores como as taxas de seleção, ponto de corte do *crossover*, taxa de mutação, entre outros são determinados experimentalmente e podem assumir valores fixos ou variáveis durante a otimização (Ahn and Ramakrishna, 2003).

2.3 RKGA

Um dos principais métodos derivados da classe de algoritmos genéticos são os *random-key genetic algorithms* proposto por Bean (1994). Os RKGA consistem em representar os cromossomos como vetores de chaves aleatórias que são números reais gerados aleatoriamente no intervalo contínuo $[0, 1)$. Assim, um decodificador é utilizado para avaliar um vetor de chaves aleatórias na solução do problema de otimização de modo a calcular sua aptidão.

O método segue os mesmos passos descritos na Seção 2.2, pois trata-se também de um GA. Contudo, algumas especificidades do método valem destaque: Seja a população é representada por P_k e possui tamanho p . Assim como nos GA mais clássicos, em cada geração é determinado um grupo de indivíduos melhores adaptados da população P_k denominado de grupo (ou subconjunto) elite (P_e). O subconjunto complementar $P - P_e$ é chamado não elite, resgate a Figura 2.2. Todos indivíduos de P_e da geração k permanecem na próxima geração $k + 1$, veja a Figura 2.5.

Além disso, uma população de indivíduos mutantes P_m é introduzida a cada nova geração, atente-se que esta mutação não se refere ao operador de reprodução, mas consiste na adição de um pequeno grupo de indivíduos aleatórios (mutantes) na população da próxima geração P_{k+1} , observe a Figura 2.6. Por fim, o conjunto complementar $P_{k-1} - (P_e + P_m)$ é composto do processo de reprodução de dois pais (para geração de cada filho) que são selecionados aleatoriamente dentre todos da população P_k , permitindo-se dessa maneira que um mesmo indivíduo seja selecionado novamente para outras reproduções nesta mesma geração de P_k , ver Figura 2.7. É nesta etapa da reprodução para gerar o conjunto complementar $P_{k-1} - (P_e + P_m)$ que o BRKGA difere do RKGA, tal disparidade é detalhada na seção seguinte.

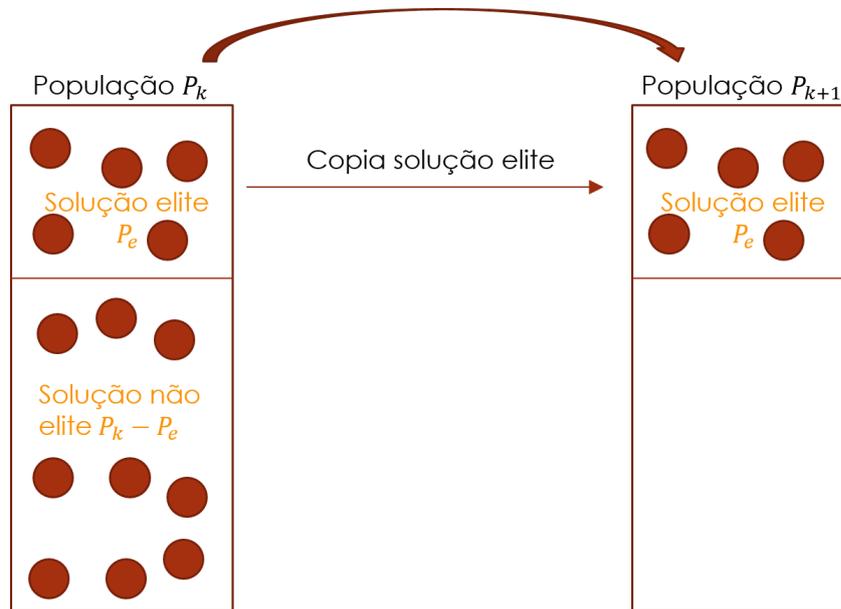


Figura 2.5: A população elite P_e é preservada para a população da próxima geração p_{k+1} . Adaptado de Gonçalves et al. (2014).

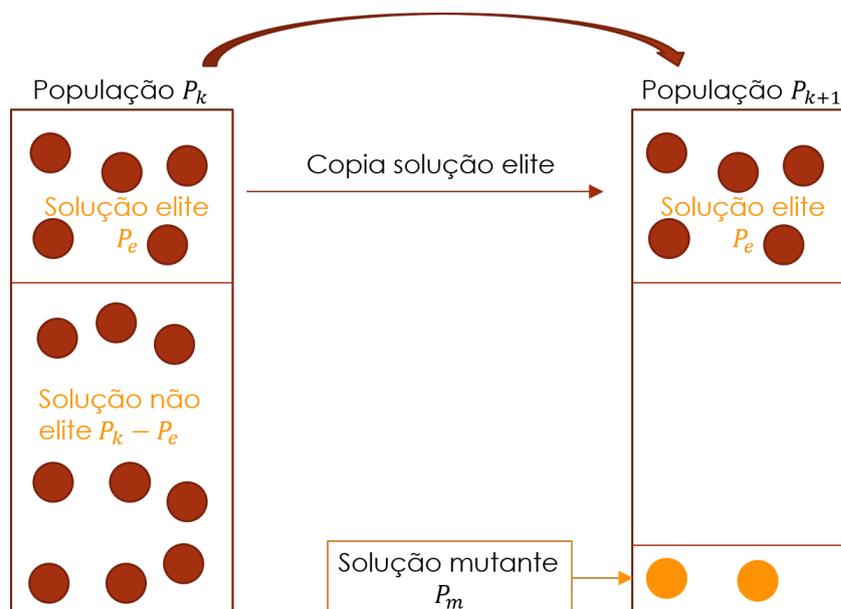


Figura 2.6: A população elite P_e é preservada e uma população mutante p_m é adicionada a população da próxima geração p_{k+1} . Adaptado de Gonçalves et al. (2014).

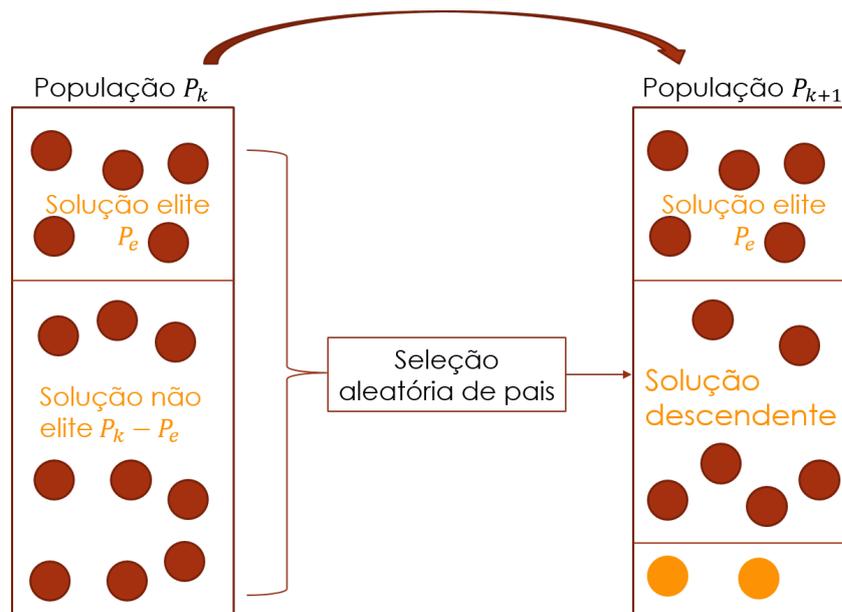


Figura 2.7: A recombinação é feita selecionando-se aleatoriamente indivíduos de P_k para gerar o conjunto complementar da população P_{k+1} .

2.4 BRKGA

A *biased rangom-key genetic algorithm* é uma variante do RKGA proposto por [Gonçalves and Resende \(2011\)](#) e vem ganhando destaque nos últimos anos. Trata-se de um método semelhante ao RKGA, contudo como o próprio nome sugere, o BRKGA utiliza um mecanismo tendencioso para a seleção dos indivíduos na operação de *crossover* [Gonçalves and Resende \(2011\)](#) para a recombinação dos pais e geração das soluções descendentes (filhos), ver Figura 2.8.

Trata-se de um cruzamento parametrizado, no qual se gera um filho selecionando-se aleatoriamente um indivíduo pai do grupo elite e outro pai, também de maneira aleatória, do grupo não-elite. Em seguida, cada alelo do cromossomo do filho passa por um método de escolha aleatória enviesado de modo a garantir que as chances de herdar os genes do pai elite sejam maiores. Dessa forma, o filho é gerado com chances maiores de herdar genes elite e, conseqüentemente, a nova população tem mais chances de ter soluções com melhores aptidões.

Para melhores esclarecimentos a respeito do cruzamento parametrizado, observe o seguinte exemplo que acompanha a Figura 2.9. O cromossomo 1 consiste em um pai elite e o cromossomo 2 um não-elite selecionados aleatoriamente. Para cada alelo é gerado um número aleatório e se segue uma relação de probabilidade para definir a escolha de qual pai será herdado o alelo, no exemplo foi definido a probabilidade de 70% para se herdar o alelo do pai elite.

O BRKGA, assim como outros algoritmos genéticos é uma meta-heurística para encontrar soluções ótimas ou quase ótimas para problemas de otimização combinatória de alta complexidade de resolução ([Gonçalves and Resende, 2011](#)). No entanto, o BRKGA apresenta melhores resultados que outros GA ([Gonçalves et al., 2014](#)). Além disso, existe um *framework* ([Toso](#)

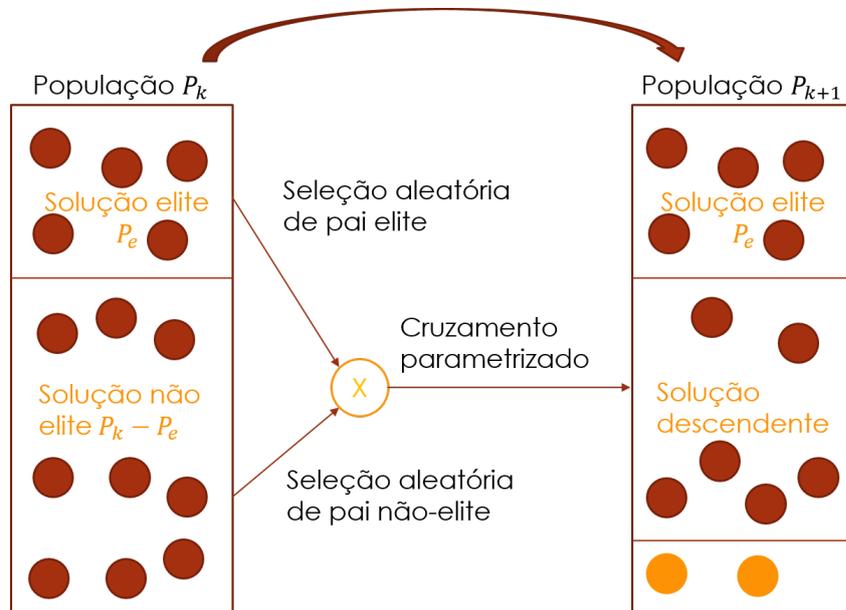


Figura 2.8: Pais do conjunto elite P_e e do não-elite $P_k - P_e$ são recombinados, por meio de um cruzamento parametrizado, para gerar o conjunto complementar da população P_{k+1} . Adaptado de Gonçalves et al. (2014).

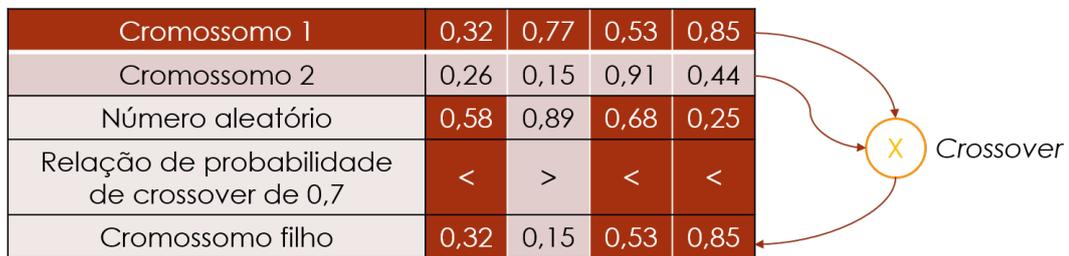


Figura 2.9: Exemplo de cruzamento parametrizado onde existe uma chance de 70% de cada alelo do filho ser herdado do pai elite. Adaptado de Gonçalves et al. (2014).

and Resende, 2015) implementado em C++ (Stroustrup, 2013) que facilita o uso do BRKGA, bastando adaptar o decodificador para o ambiente (problema a ser resolvido).

Como o nome sugere, o decodificador traduz (decodifica) o código genético representado pelo cromossomo para então avaliar sua aptidão e devolver este valor de aptidão para o algoritmo. No BRKGA, o cromossomo representa a solução de um indivíduo de forma codificada e consiste em um vetor, de tamanho n , de valores reais dentro do intervalo contínuo $[0, 1)$. Onde n é a quantidade de variáveis de decisão que compõe a solução que se deseja encontrar no problema.

Assim, o decodificador consiste em receber esse cromossomo, converter seus alelos para os valores correspondentes das variáveis de decisão e calcular sua aptidão por meio da função objetivo. Dessa forma, tem-se uma solução do problema e sua aptidão. Para modelar as restrições do problema, o decodificador ainda avalia se a solução é viável, ou seja, se não viola nenhuma restrição. Se uma solução é inviável para o problema, o decodificador piora a sua aptidão por meio de penalização de modo a mostrar para o algoritmo que esse indivíduo não possui uma boa solução.

2.5 Planejamento de Rede de Transporte

No que concerne transportes públicos, os passageiros desejam a forma mais rápida de chegar aos seus destinos e esperam também um serviço barato, confiável e de qualidade. Esse tempo de viagem é composto por acesso, saída de/para paradas, espera, deslocamento no veículo e transferência. Modelar esse cenário implica ponderar esses aspectos de acordo com a conduta do passageiro (Raveau et al., 2011; Cepeda et al., 2006; Schmöcker et al., 2011). Por outro lado, as operadoras estão focadas em um sistema lucrativo.

O planejamento do transporte inclui as decisões que devem ser tomadas antes da operação do sistema. Este problema é conhecido como Planejamento da Rede de Trânsito (PRT) (Ibarra-Rojas et al., 2015). Como consequência de sua complexidade, o PRT costuma ser dividido em subproblemas que abrangem problemas táticos, estratégicos e operacionais (Desaulniers and Hickman, 2007; Ceder, 2016). Ibarra-Rojas et al. (2015) propõem a seguinte divisão para o PRT:

- Projeto de Rede de Trânsito (TND): determina os *layouts* das linhas e aspectos relacionados à operação de transporte, como espaço entre as paradas, minimizando os custos de agências e passageiros;
- Problema de Configuração de Frequência (PCF): define as frequências dos veículos com base na demanda, geralmente utilizando os piores cenários (nos períodos de pico);
- Cronograma da Rede de Trânsito (CRT): tem como foco estabelecer os horários de chegada e partida dos veículos nas paradas;

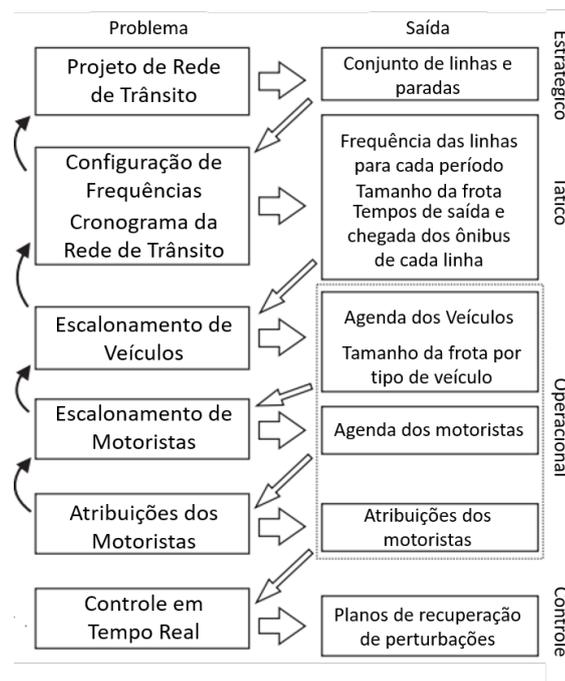


Figura 2.10: Estágios do processo de Planejamento de Tráfego adaptado de [Ibarra-Rojas et al. \(2015\)](#).

- Problema de Escalonamento de Veículos (PEV): foca na atribuição de veículos geralmente tentando minimizar os custos operacionais;
- Problema de Escalonamento de Motoristas (PEM): tem a mesma ideia do PEV para motoristas, porém pode ter mais restrições para atender eventuais regras de trabalho, como folga, horário de almoço, entre outros;
- Problema de Atribuições dos Motorista (PAM): consiste em atribuir funções aos motoristas disponíveis de acordo com seus horários de trabalho;
- Controle em Tempo Real (CTR): usa estratégias em tempo real para controlar o sistema de tráfego localmente.

As interconexões entre os subproblemas do PRT está representada na Figura 2.10. Por exemplo, TND fornece a configuração de linhas e paradas que são informações necessárias para o PCF enquanto as frequências são essenciais para PEV e assim por diante. Modelar e resolver um PRT completo seria o ideal, porém, cada subproblema já é complexo o suficiente para resolver. Assim, é comum aplicar metodologias sequenciais para resolver PRT. O presente trabalho é classificado como um subproblema de Configuração de Frequências (PCF), mais detalhes sobre esse serão apresentados nos Capítulos 3 e 4.

3

Revisão da Literatura

Seguindo os subproblemas do PRT (Seção 2.5), a literatura apresenta diversas maneiras de abordá-los. O presente trabalho foca no PCF. Assim, a Tabela 3.1 lista os principais e mais relevantes trabalhos envolvendo o PCF, a primeira coluna traz a referência dos autores, a segunda mostra a(s) função(ões) objetivo, a terceira coluna apresenta as restrições consideradas no trabalho, a quarta mostra o método utilizado para solução do modelo e a última coluna apresenta o cenário de avaliação utilizado no trabalho. Dentre esses, destacam-se os trabalhos de [Gkiotsalitis and Alesiani \(2019\)](#) e de [Weert and Gkiotsalitis \(2021\)](#).

Na coluna de Estudo de Caso, os cenários de avaliação são categorizados em: Exemplo, Real, Sintético, *Benchmark* e Nenhum. Em Exemplo, foi utilizado no referente estudo um exemplo (ou mais que um) criado(s) pelo(s) autor(es); Real refere-se aos trabalhos que apresentam um cenário (ou mais) de avaliação com dados reais, enquanto Sintético utiliza dados coletados em testes de simulação em ambientes controlados, como circuitos de trânsito simulados; *Benchmark* corresponde aos estudos que utilizam exemplos padrões com resultados conhecidos como parâmetros de referência para avaliação; por fim, em Nenhum não é realizada nenhuma avaliação de cenário e tratam de trabalhos que se preocupam em apresentar as soluções analíticas.

As duas primeiras linhas que são apresentadas na Tabela 3.1 remetem-se ao presente texto, e são apresentadas dessa maneira pois este estudo apresenta duas soluções com formulações distintas. O trabalho seguinte na tabela ([Gkiotsalitis and Alesiani, 2019](#)) realiza um estudo de planejamento de transporte de ônibus, de modo a determinar as frequências das linhas utilizando algoritmo genético em um caso real em Singapura. As restrições utilizadas são baseadas nos regulamentos do sistema e nos recursos disponíveis da empresa administradora do serviço. O autor consegue uma melhoria de 5% comparada com o cenário atual. Esse trabalho propõe uma metodologia para determinar frequências das linhas com objetivo de reduzir as perdas na regularidade do serviço nos piores cenários (horário de pico de demanda), contudo tal metodologia demanda de ferramentas de controle do tempo de viagem e de transferência, além de propor

implementações no sistema de transporte que são dispendiosas para a empresa administradora do serviço.

Já o trabalho de [de Weert and Gkiotsalitis \(2021\)](#) considera o cenário de pandemia causada pelo vírus COVID-19, que impôs limitações de capacidade no transporte público. O objetivo do trabalho é ajustar as frequências dos veículos de modo a mitigar as perdas econômicas com o novo cenário. Para tal, os autores utilizaram programação quadrática inteira mista e foi realizado um estudo de caso em *Twente*, uma região da Holanda. Foi demonstrado que as perdas de receitas podem ser mitigadas com a metodologia proposta. Embora este trabalho proponha uma maneira de mitigar prejuízos, o mesmo considera um cenário de limitação drástica da capacidade de carregamento das linhas devido a pandemia; o que impulsionou os autores a apresentar soluções discrepantes, onde se mitiga prejuízos, da realidade atual. Pois a maioria dos países não estão mais tomando medidas de contenção de lotação nos veículos de transporte e estão num processo de retomada da economia, onde se almeja aumentar os lucros.

Os trabalhos na literatura propõem, no geral, metodologias dispendiosas e com certa complexidade de implementação no cenário real, como por exemplo reprojeter as redes de trânsito, reorganizar as linhas de transporte, incluir novos modais de transporte, entre outros ([Chakroborty, 2003](#); [Ibarra-Rojas et al., 2015](#)). De modo que uma lacuna se abre em relação a propor soluções de baixo custo e fáceis de serem implementadas como uma forma de melhoria imediata para um problema de transporte.

Neste sentido, o presente trabalho se concentra em propor uma metodologia para PCF, considerando uma infraestrutura real de transporte de ônibus. Assim, é possível melhorar a qualidade do serviço minimizando o tempo total de espera dos passageiros ou os custos operacionais representados pela distância total percorrida pela frota da empresa concessionária. Trata-se de uma forma de fornecer uma melhoria imediata, simples e com baixo custo de implementação. Pois não se preocupa em reestruturar a rede e as linhas de transporte, que demandam tempo e orçamentos maiores e se concentra em propor uma reconfiguração das frequências, sem necessitar aumentar ou diminuir a frota de veículos existente. A metodologia proposta ainda se atenta em trazer um modelo para melhoria na qualidade do transporte sem modificar o cenário atual de orçamento da empresa, ao passo que também traz um modelo de redução de custos sem modificar o cenário atual de qualidade do serviço.

Tabela 3.1: Comparação com artigos da literatura.

Autor (ano)	Objetivo	Restrições	Solução	Estudo de Caso
Oliveira (2022)	Tempo de espera	Custos Operacionais e capacidade	BRKGA	Real

Continua na próxima página

Autor (ano)	Objetivo	Restrições	Solução	Caso
Oliveira (2022)	Custos Operacionais	Tempo de espera e capacidade	BRKGA	Real
Gkiotsalitis and Alesiani (2019)	Tempo de espera, transferência e de viagem	Recursos e regulamentos	Algoritmo Genético	Real
de Weert and Gkiotsalitis (2021)	Prejuízos financeiros	Capacidade reduzida devido pandemia	Programação quadrática inteira mista	Real
Wu et al. (2019)	Tempo de espera e de viagem	Tamanho da frota e capacidade	Superfície de resposta	Real
Ceder (2016)	Número de viagens	Perfil de carregamento e capacidade	Heurística construtiva	Exemplo
Wu et al. (2015)	Tempo de espera, custos de viagem e motoristas/veículos	Limites de frequência	Algoritmo Genético	Exemplo
Verbas et al. (2015)	Tempo de espera	Orçamento, tamanho da frota, limites de <i>headway</i> e fator de carregamento	Heurística construtiva	Real
Martínez et al. (2014)	Tempo de viagem	Satisfação e tamanho da frota	Programação linear inteira (utiliza BnB e TS)	Real
Amiripour et al. (2014)	Tempo de espera, tamanho da frota, diferença entre o caminho mais curto e tempo de assentos vazios	Orçamento, satisfação, <i>headway</i> , número de transferências e desvio do caminho mais curto	Algoritmo Genético	Exemplo
Ouyang et al. (2014)	Custos do usuário	Tamanho da frota	Analítica	Exemplo

Continua na próxima página

Autor (ano)	Objetivo	Restrições	Solução	Caso
Chen and Shen (2013)	Tempo de espera, transferência e de viagem	Demanda de passageiros	ABC	Exemplo
Verbas and Mahmassani (2013)	Número de viagem e tempo de espera	Orçamento, tamanho da frota, <i>headway</i> , carregamento	Programação linear e não-linear	Exemplo & Sintético
Huang et al. (2013)	Custos operacionais e tempo de viagem	Tamanho da frota e quantidade de viagens	Algoritmo Genético	Real
Hadas and Shnaiderman (2012)	Assentos vazios e demanda não coberta	Limites de <i>headway</i>	Analítica	Exemplo
Sivakumaran et al. (2012)	Tempo de espera, transferência e custos operacionais	Satisfação e capacidade	Analítica	Nenhum
Ibeas et al. (2012)	Custos do usuário e operacionais	Capacidade e limite de linhas	Heurística específica	Real
Yoo et al. (2010)	Demanda	Tamanho da frota, frequência e capacidade	Heurística iterativa	Exemplo
Shariat and Amirpour (2009)	Tempo de espera esperado	Tamanho da frota	Simulação	Exemplo
Guan et al. (2006)	Tempo de viagem e número de transferência	Satisfação	Solver	<i>Benchmark</i>
Chen and Yang (2004)	Tempo de viagem	Equidade de distâncias orçamentamento	Algoritmo Genético & simulação	Exemplo
Li and Kwan (2003)	Lucro esperado e tempo de espera	Capacidade	Algoritmo Genético	Sintético

Continua na próxima página

Autor (ano)	Objetivo	Restrições	Solução	Caso
Chakroborty (2003)	Tempo de espera	Tamanho da frota, capacidade, <i>headway</i> , tempo de transferência	Decomposição & heurística específica	Exemplo
Shrivastava and Dhingra (2002)	Tempo de transferência e custos operacionais	Limites de tempo de espera	Algoritmo Genético	Real
Chakroborty and Wivedi (2002)	Satisfação, tempo de viagem min de transferência	Confiabilidade	Algoritmo Genético	Exemplo
Shrivastava et al. (2002)	Tempo de transferência e custos operacionais	Tamanho da frota e fator de carregamento	Algoritmo Genético	Real
Constantin and Florian (1995)	Tempo de viagem e espera esperados	Tamanho da frota	Algoritmo de subgradiente	Real
Han and Wilson (1982)	Fator de carregamento	Escolha do usuário, capacidade, tamanho da frota	Decomposição & Heurística construtiva	Real
Furth and Wilson (1981)	Utilização do usuário	Orçamento, tamanho da frota, max <i>headway</i>	Heurística específica	Exemplo
Schéele (1980)	Tempo de viagem	Capacidade e tamanho da frota	Heurística construtiva	Real
Clarens and Hurdle (1975)	Custos do usuário e operacionais	Capacidade	Analítica	Exemplo
Salzborn (1972)	Tempo de espera e tamanho da frota	Taxa de chegada de passageiros	Analítica	Nenhum
Newell (1971)	Tempo de espera	Capacidade	Analítica	Nenhum



Metodologia Proposta

A metodologia proposta e aplicada para desenvolver o presente trabalho respeita o fluxograma da Figura 4.1. Na primeira etapa, é executado o procedimento para obtenção dos dados de entrada que irão alimentar e validar o modelo, além disso, também é realizado o tratamento desses dados para que sejam devidamente inseridos no modelo (ver Seção 4.1.1). Em seguida, dois modelos formais são definidos de maneira a se adequar ao subproblema clássico da literatura PCF, a presente dissertação propõe dois modelos baseados no apresentado por [Ceder \(2007\)](#) (ver Seções 4.3 e 4.4). Concebido e validado o modelo, inicia-se o processo de otimização do mesmo com a finalidade de encontrar a solução para o problema. Enquanto a solução encontrada não for satisfatória, o modelo e a otimização podem ser revistos, até que se obtenha um resultado satisfatório e pronto para ser implementado.

O problema de pesquisa do presente trabalho consiste em reconfigurar as frequências de saída de ônibus de modo a trazer melhorias no planejamento do transporte público. [Ceder \(2007\)](#) traz uma formulação para tal modelo, no entanto, sua solução implica em grandes intervenções físicas, administrativas e financeiras no sistema de transporte público. A metodologia apresentada neste capítulo, propõe uma maneira de trazer melhorias no sistema de transporte público sem a necessidade de grandes mobilizações para ser implementada na prática. Dessa forma, é fornecida uma solução rápida, menos onerosa e simples de ser executada.

Com base no modelo de [Ceder \(2007\)](#) e no que é apresentado no Capítulo 2, dois modelos são propostos: o primeiro para melhoria dos usuários, buscando minimizar o tempo de espera; e o segundo para reduzir os custos operacionais. Desta forma, duas soluções são fornecidas de modo a beneficiar os usuários do transporte público e a administração do mesmo, respectivamente. Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada para obtenção e tratamento dos dados de entrada, as definições gerais sobre PCF, os dois modelos propostos e, por fim, o algoritmo proposto para resolver os modelos propostos.

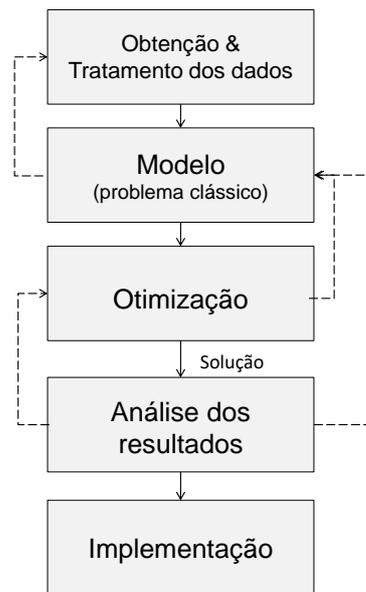


Figura 4.1: Metodologia.

4.1 Obtenção e Tratamento dos Dados de Entrada

Existe uma série de dados que precisam ser coletados para construir o modelo, como a rede de transporte, a matriz de origem-destino dos passageiros, informações sobre os pontos e as linhas de ônibus, entre outros. A fim de se entender tais dados, estes são detalhados na subseção que segue, após esta, a metodologia desenvolvida para de obter os dados é apresentada.

4.1.1 Dados de Entrada

Seja uma rede de transporte representada por um grafo $G(\mathbf{V}, \mathbf{E})$. Dessa forma, um ponto de demanda $i \in \mathbf{V} = \{1, 2, \dots, n_v\}$, onde n_v é a quantidade de pontos de demanda, pode representar zonas ou os bairros de uma cidade, ou até mesmo os próprios pontos de parada dos ônibus. Consequentemente, um par (i, j) ou, para fins de melhor redação, $ij \in \mathbf{E}$, com $n_E = |\mathbf{E}|$, representa o meio de acesso entre os pontos de demanda i e j , com i e $j \in \mathbf{V}$ e $i \neq j$. Vale ressaltar que o PCF considera que esta rede já está otimizada, de modo que os caminhos em \mathbf{E} , bem como as escolhas dos pontos que compõem \mathbf{V} são os melhores caminhos viáveis encontrados, recordar Figura 2.10.

Ao longo da rede, existe uma demanda de passageiros que precisa ser completamente atendida. Esses passageiros desejam realizar uma viagem com origem i e destino j . Dessa forma, para cada par de origem-destino ij tem-se um fluxo de passageiros \mathbf{q}_{ij} que compõem a matriz de origem-destino. Essa demanda é normalmente contabilizada pelo quantitativo de passageiros que desejam realizar a viagem no período de uma hora durante o horário de pico de demanda.

Os dados de entrada do problema também são compostos das informações sobre as linhas

Tabela 4.1: Dados de entrada do Problema de Configuração de Frequências.

Símbolo	Nome	Tipo[dimensão]
$\mathbf{G}(\mathbf{V}, \mathbf{E})$	Rede de transporte	grafo
\mathbf{V}	Pontos de demanda	inteiro[n_V]
n_V	Quantidade de pontos de demanda	inteiro
\mathbf{E}	Pares de origem-destino	inteiro[n_E][2]
n_E	Quantidade de pontos de demanda	inteiro
\mathbf{q}	Matriz de origem-destino	real[n_V][n_V]
\mathbf{L}	Identificação das linha de ônibus	inteiro[n_L]
n_L	Quantidade de linhas de ônibus	inteiro
\mathbf{fo}	Frequências originais de saída de ônibus	real[n_L]
\mathbf{d}	Comprimento dos percursos das linhas	real[n_L]
\mathbf{A}	Matriz de adjacência das linhas	booleano[n_V][n_V][n_L]
c_o	Capacidade de carregamento dos ônibus	inteiro
f_{min}	Frequência mínima tolerável de saída de ônibus	real
f_{max}	Frequência máxima tolerável de saída de ônibus	real

de ônibus. Seja l uma linha de ônibus, com $l \in \mathbf{L} = \{1, 2, \dots, n_L\}$, com n_L sendo a quantidade de linhas de ônibus. A frequência original de saída de ônibus, no intervalo de uma hora, de l é representada por \mathbf{fo}_l . O comprimento do percurso de cada linha, denominado \mathbf{d}_l , é quantificado em quilômetros. Por fim, monta-se a matriz de adjacência \mathbf{A} que relaciona as linhas com os pares de demanda de acordo com a Equação (4.1). Vale ressaltar a premissa considerada que garante que todos os pares de demanda devem ser atendidos por pelo menos uma linha. Dados de entrada frutos de um TND asseguram esta premissa por solução, mas a Equação (4.2) pode ser utilizada para dados extraídos de uma rede não otimizada. Caso esta premissa não seja atendida, esta rede precisa de um pré-tratamento que não é objeto de estudo do presente trabalho.

$$\mathbf{A}_{ijl} = \begin{cases} 0, & \text{se a linha } l \text{ não atende o par } ij \\ 1, & \text{se a linha } l \text{ atende o par } ij \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\sum_{l=1}^{n_L} \mathbf{A}_{ijl} \geq 1 \quad \forall ij \in \mathbf{E} \quad (4.2)$$

Para completar os dados de entrada, ainda são fornecidas informações complementares para o modelo, são elas: a capacidade de carregamento dos ônibus (c_o), que normalmente é considerada constante, mas também é possível modelar com diferentes valores; frequência saída de ônibus mínima (f_{min}) e máxima (f_{max}). A Tabela 4.1 sintetiza todos os dados de entrada para o PCF.

O PCF utiliza as frequências das linhas \mathbf{f}_l como variável de decisão, mas possuem diferentes funções objetivos a depender da necessidade do problema e da forma de abordagem utilizada.

Tabela 4.2: Esquema da matriz origem-destino \mathbf{q} .

O \ D	zona 1	zona 2	...
zona 1	–	\mathbf{q}_{12}	\vdots
zona 2	\mathbf{q}_{21}	–	\vdots
\vdots	\ddots

Por exemplo, o objetivo desejado pode ser minimizar o tempo de espera dos passageiros, custo operacional, tamanho da frota ou maximizar a capacidade das linhas, entre outros.

Nesse sentido, Ceder (2016) apresenta uma série de modelos matemáticos relacionados ao PCF assim como aos demais subproblemas do Planejamento da Rede de Trânsito (PRT). No nosso trabalho, são considerados os cálculos do tempo de espera e da capacidade de carregamento das linhas proposto pelo autor.

4.1.2 Metodologia da Coleta de Dados

A presente pesquisa realiza um estudo de caso no sistema de transporte público da cidade de Maceió, capital de Alagoas, Brasil. Portanto, esses dados foram adquiridos por meio de contato com o Departamento Estadual de Trânsito de Alagoas (DETRAN-AL), a Superintendência Municipal de Transportes e Trânsito (SMTT) e também em seu respectivo sítio eletrônico. A primeira agência disponibilizou um estudo de mobilidade urbana que contém informações sobre uma amostra da população de Maceió. Dessa forma, foi possível construir a Matriz Origem-Destino \mathbf{q} por extrapolação estatística.

Esse estudo fornecido pelo DENTRAN-AL subdivide a cidade em zonas. Essas zonas são sub-regiões de um distrito ou bairro, veja a Figura 4.2 e a Figura 4.3, que traz um detalhamento maior. Dessa forma, a matriz \mathbf{q} consiste em associar a demanda de viagens de uma zona de origem para uma zona de destino, isto é, um elemento da matriz (\mathbf{q}_{ij}) é a quantidade de passageiros que deseja ir da zona i para j no período de uma hora, consulte a Tabela 4.2. Ressalta-se que esse período deve ser o momento em que ocorre a maior demanda (premissa do pior cenário).

A segunda etapa da obtenção e tratamento de dados é obter as informações das linhas de ônibus e da rede de transporte. Para tal, foi utilizado o sítio eletrônico da SMTT integrado com a Figura 4.2. Neste *website* foi possível obter informações importantes sobre as linhas de ônibus, como suas identificações \mathbf{L} , comprimento do percurso das linhas \mathbf{d} , frequências originais \mathbf{fo} e também as constantes f_{min} e f_{max} . A capacidade de carregamento c_o foi obtida de maneira trivial, pois todos os ônibus da cidade possuem a mesma capacidade de 45 passageiros.

Também foi necessário fazer o *download* das imagens dos trajetos das linhas neste site. Com essas imagens e a Figura 4.2, foi possível, por meio de programas de edição de imagens, associar as zonas com as linhas de ônibus para construir a matriz de adjacência \mathbf{A} . A Figura

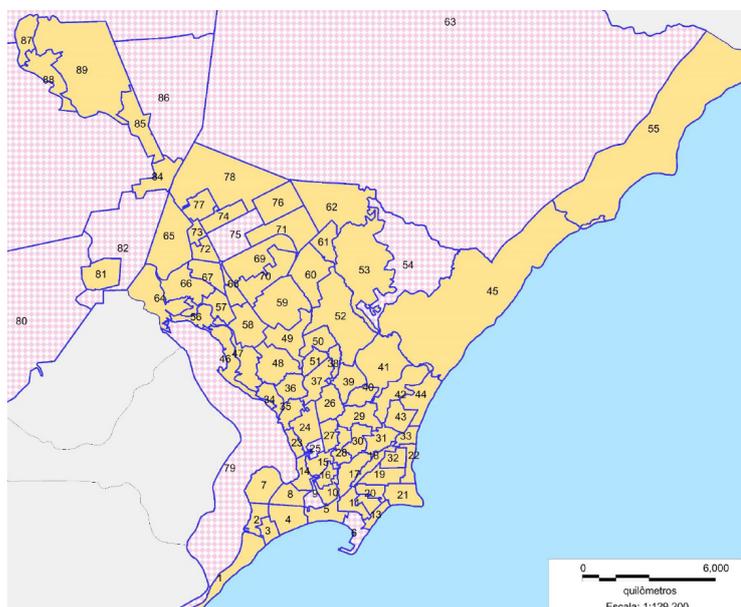


Figura 4.2: Zonas em Maceió.

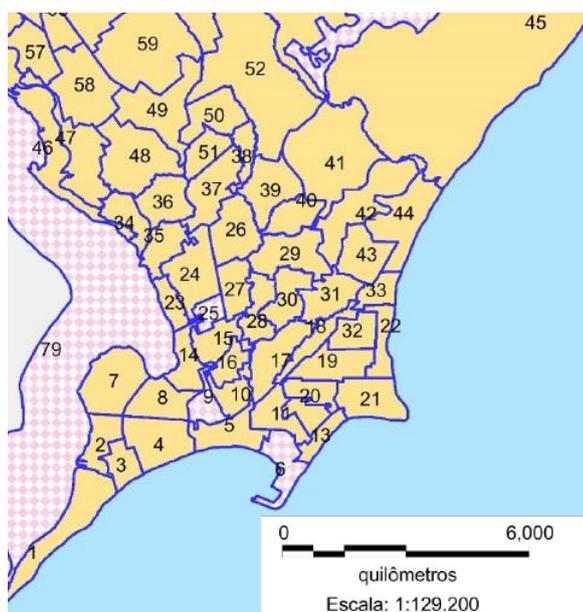


Figura 4.3: Detalhe das zonas em Maceió.



Figura 4.5: Detalhe: Extração dos trajetos das linhas de ônibus.

para cálculo da distância percorrida dos ônibus DP da empresa a fim de se criar dois modelos para o PCF que objetivam trazer soluções rápidas e simples de serem implementadas: um modelo que melhora a qualidade do serviço, sem aumentar os custos operacionais; e um segundo modelo que reduz os custos operacionais sem piorar a qualidade do serviço.

As formulações para cálculo do TE, da DP, da capacidade de carregamento nas linhas e das restrições de domínio são apresentadas nas subseções que seguem. As contribuições do presente trabalho em face ao modelo proposto por Ceder (2007) serão destacadas nas devidas ocorrências.

4.2.1 Tempo de Espera

O tempo de espera que os passageiros gastam para embarcarem é o principal fator de satisfação desses em relação ao transporte utilizado (Ibrahim et al., 2020). Observa-se que, embora os passageiros estejam aguardando pelo mesmo ônibus, cada um está passando seu próprio tempo ansiando a chegada do veículo, logo, é o somatório do tempo de espera de cada passageiro que deve ser contabilizado. Além disso, contabilizar este somatório implica em valorizar os pontos de demanda de maiores concentrações, que é uma premissa adotada na presente pesquisa.

Outra premissa importante que é considerada é que, como os cálculos são feitos para o horário de pico de demanda, ou seja, quando o fluxo de passageiros é o mais intenso, estes viajantes chegam ao ponto de demanda em intervalos de tempo aleatório. Dessa forma, passageiros podem esperar pouco ou muito tempo se eles chegam imediatamente antes ou depois de um ônibus partir daquele ponto, respectivamente.

Logo, o tempo de espera de um passageiro te pode ser considerado como a média da espera

de todos os passageiros, que resulta na metade do intervalo entre dois ônibus. Este intervalo entre dois ônibus de uma mesma linha l é denominado *headway* \mathbf{h}_l e é definido pelo inverso da frequência daquela linha. Como o *headway* é comumente quantificado em minutos e a frequência no inverso de unidade de hora, utiliza-se o fator de conversão $2t = 60min$, observe a Equação (4.3). Dessa forma, o tempo de espera, em minutos, de um passageiro que aguarda a linha l pode ser definido pela Equação (4.4).

$$\mathbf{h}_i = \frac{60}{\mathbf{f}_i} = \frac{2t}{\mathbf{f}_i} \quad (4.3)$$

$$te_l = \frac{\mathbf{h}_i}{2} = \frac{t}{\mathbf{f}_i} \quad (4.4)$$

Como \mathbf{q}_{ij} quantifica o número de passageiros de um determinado par de demanda ij , a Equação (4.5) determina o tempo de espera de todos estes passageiros \mathbf{TE}_{ij} referente a demanda do par ij .

$$\mathbf{TE}_{ij} = \frac{\mathbf{q}_{ij} \cdot t}{\sum_{l \in \mathbf{L}} \mathbf{A}_{ijl} \cdot \mathbf{f}_l} \quad (4.5)$$

Portanto, o tempo de espera total dos passageiros TE , em minutos, é dado pelo somatório dos \mathbf{TE}_{ij} ao longo de todos os pares de demanda ij , observe a Equação (4.6) a seguir.

$$TE = \sum_{i=1}^{n_V} \sum_{j=1}^{n_V} \frac{\mathbf{q}_{ij} \cdot t}{\sum_{l \in \mathbf{L}} \mathbf{A}_{ijl} \cdot \mathbf{f}_l} \quad (4.6)$$

Se o objetivo é minimizar o tempo de espera dos usuários, TE se torna a função objetivo do problema (Z) e esta é a parcela do TE utilizado no modelo de Ceder (2007), ver Equação (4.7).

$$\min Z = TE \quad (4.7)$$

Por outro lado, o TE também pode ser utilizado como uma restrição, de modo a não ultrapassar o tempo de espera original. Dessa forma, o tempo de espera máximo TE_{max} é calculado com as frequências originais f_o , ver Equações (4.8) e (4.9). Utilizar o TE como restrição é uma contribuição do presente trabalho, tal restrição é aplicada no modelo de redução do Custo Operacional (Seção 4.4).

$$TE_{max} = \sum_{i=1}^{n_V} \sum_{j=1}^{n_V} \frac{\mathbf{q}_{ij} \cdot t}{\sum_{l \in \mathbf{L}} \mathbf{A}_{ijl} \cdot \mathbf{f}_{o_l}} \quad (4.8)$$

$$TE_{max} \geq TE \quad (4.9)$$

4.2.2 Distância percorrida

Para quantificar os custos operacionais num sistema de transporte público de ônibus, é comum considerar como principal fonte desse ônus o consumo de combustível, que está diretamente associada à distância percorrida pelos veículos ao longo de seus trajetos. Essa premissa pode ser considerada, pois o consumo de combustível é o principal custo variável envolvido, ou seja, se trata do maior gasto dispendido e que é diretamente proporcional ao fornecimento do serviço. Ao passo que custos com motoristas, manutenção, administração, entre outros se enquadram em custos fixos que são mais difíceis de serem mitigados.

O somatório da distância total percorrida pelos ônibus DP no período de uma hora é dado pela Equação (4.10). Esta formulação se trata de uma contribuição do presente trabalho.

$$DP = \sum_{l=1}^{n_L} \mathbf{d}_l \cdot \mathbf{f}_l \quad (4.10)$$

Se o objetivo é minimizar os custos operacionais, DP se torna a função objetivo do problema (Z), ver Equação (4.11).

$$\min Z = DP \quad (4.11)$$

A DP também pode ser utilizada como uma restrição, de modo a não ultrapassar o total da distância percorrida original. Dessa forma, a distância percorrida máxima D_{max} é calculada com as frequências originais \mathbf{fo} , ver Equações (4.12) e (4.13).

$$D_{max} = \sum_{l=1}^{n_L} \mathbf{d}_l \cdot \mathbf{fo}_l \quad (4.12)$$

$$D_{max} \geq DP \quad (4.13)$$

4.2.3 Capacidade de carregamento

A c_o é utilizada para definição da capacidade de carregamento nas linhas. Este valor é comumente utilizado como uma constante para todos os ônibus da frota. Em casos onde existem ônibus com capacidade de carregamento diferente, deve-se avaliar a utilização dessa premissa ou considerar a variação de c . A capacidade de uma linha C_l é dada pela Equação (4.14). A capacidade de carregamento das linhas é uma restrição utilizada por Ceder (2007) e que também é utilizada nos modelos aqui propostos.

$$C_l = \mathbf{f}_l \cdot c_o \quad (4.14)$$

Se o objetivo é maximizar a capacidade de carregamento, $\sum C_l$ se torna a função objetivo do problema (Z), ver Equação (4.15).

$$\max Z = \sum_{l=1}^{n_L} C_l \quad (4.15)$$

Para utilizar as capacidades de carregamento \mathbf{C} como restrições, é preciso calcular os carregamentos máximos nas linhas (\mathbf{Pmax}). O cálculo de \mathbf{Pmax} é realizado da seguinte maneira:

1. Construir a matriz de escolha de linhas (\mathbf{E}_{ijl}), ver Equação (4.16);
2. Construir o perfil de carregamento das linhas (\mathbf{P}_{kl}), ver Equação (4.17);
3. Escolher o máximo do carregamento em cada linha (\mathbf{Pmax}_l), ver Equação (4.18).

A matriz de escolha de linhas \mathbf{E}_{ijl} representa a quantidade de passageiros que desejam realizar o trajeto ij e escolheram a linha l . É utilizada a premissa que os passageiros chegam ao ponto de demanda de maneira aleatória e escolhem o primeiro ônibus que lhe for viável, sem fazer distinções de preferência de linhas. Dessa forma, a escolha de uma linha é diretamente proporcional a sua frequência, observe a Equação (4.16).

$$\mathbf{E}_{ijl} = \mathbf{q}_{ij} \cdot \frac{\mathbf{f}_l \cdot \mathbf{A}_{ijl}}{\sum_{l=1}^{n_L} \mathbf{f}_l \cdot \mathbf{A}_{ijl}} \quad (4.16)$$

Com \mathbf{E}_{ijl} construída, é possível gerar o perfil de carregamento das linhas \mathbf{P} . Ao longo do percurso de uma linha de ônibus, passageiros sobem, descem ou permanecem sentados, essa quantificação de passageiros que carregam e descarregam determinada linha ao longo do percurso desta é o chamado perfil de carregamento da linha. Seja uma linha l e k um ponto de demanda que pertence ao percurso da linha l , o perfil de carregamento \mathbf{P}_{kl} é determinado por meio da Equação (4.17).

$$\mathbf{P}_{kl} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n_V} \mathbf{E}_{kjl}, & \text{se } k = 1 \\ \mathbf{P}_{k-1,l} + \sum_{j=1}^{n_V} \mathbf{E}_{kjl} - \sum_{i=1}^{n_V} \mathbf{E}_{ikl}, & \text{se } k > 1 \end{cases} \quad (4.17)$$

Por fim, o maior carregamento da linha é escolhido para \mathbf{Pmax}_l . Dessa forma, a restrição de capacidade é dada pela Equação (4.18).

$$C_l \geq \mathbf{Pmax}_l \quad (4.18)$$

4.2.4 Restrições de domínio

Para manter o sentido físico do problema, são utilizadas restrições para valores máximo e mínimo para as frequências. Estas restrições também podem considerar uma limitação administra-

tiva ou política de determinado problema real que esteja sendo modelado. As Equações (4.19) e (4.20) a seguir definem estas restrições.

$$\mathbf{f}_l \geq f_{min} \quad (4.19)$$

$$\mathbf{f}_l \leq f_{max} \quad (4.20)$$

4.3 Modelo do Tempo de Espera

Com base nas definições anteriores, o modelo proposto para otimizar o tempo de espera pode ser definido como:

$$\min Z = TE.$$

Sujeito a

$$\mathbf{C}_l \geq \mathbf{P}_{max_l} \quad (4.21)$$

$$D_{max} \geq DP$$

$$\mathbf{f}_l \geq f_{min} \quad \mathbf{f}_l \leq f_{max}.$$

Para este modelo, a função objetivo consiste em minimizar o tempo de espera total dos passageiros, conforme apresentado na Equação (4.7). Submetidos às restrições convencionais de domínio e de capacidade (Equações (4.19), (4.20) e (4.18)). O presente trabalho propõe também uma restrição de distância de modo a tornar o custo operacional, no máximo, o mesmo que a situação atual do transporte público na cidade, conforme a Equação (4.13). Assim, a solução é capaz de trazer benefícios aos usuários do transporte público, sem prejudicar a administração do serviço, mantendo o custo operacional igual ao que a administradora já dispende.

4.4 Modelo do Custo Operacional

Com base nas definições anteriores, o modelo proposto para otimizar o tempo de espera pode ser definido como:

$$\min Z = DP'.$$

Sujeito a

$$\mathbf{C}_l \geq \mathbf{P}_{max_l} \quad (4.22)$$

$$TE_{max} \geq TE$$

$$\mathbf{f}_l \geq f_{min} \quad \mathbf{f}_l \leq f_{max}.$$

Para este modelo, a função objetivo consiste em minimizar a distância percorrida pelos ôni-

bus (Equação (4.11)). Este modelo está sujeito às restrições convencionais de domínio e de capacidade (Equação (4.18)). O presente trabalho propõe também uma restrição de tempo de espera de modo a tornar a qualidade do serviço, no máximo, a mesma que a situação atual do transporte público na cidade, conforme a Equação (4.9). Assim, a solução é capaz de trazer benefícios à administração do transporte público, sem prejudicar os usuários do serviço, mantendo a qualidade igual ao que já é percebida pelos passageiros.

4.5 Algoritmo Proposto

Diante do exposto, propõe-se utilizar o BRKGA para solucionar os dois modelos de PCF apresentados, considerando a rede e as linhas de transporte público da forma como são fornecidas. Dessa forma, se almeja fornecer melhorias imediatas no PSTP para os usuários e a administração do serviço, sem trazer prejuízos para os mesmos. A utilização do BRKGA garante uma solução ótima ou quase ótima para problemas complexos como o PCF, além de possuir vantagens em relação a outras meta-heurísticas como outros GA.

Como o BRKGA possui um *framework* em código aberto (Toso and Resende, 2015), a adaptação da meta-heurística para os modelos consiste em implementar um *script* de leitura dos dados de entrada e o decodificador do BRKGA.

4.5.1 Codificação

O decodificador do BRKGA consiste em receber como argumento de entrada um cromossomo, avaliar sua aptidão e devolver como saída esta aptidão. Por definição, esse cromossomo consiste em um vetor de tamanho n_L , de valores reais no intervalo contínuo $[0, 1)$ e representa a solução do indivíduo de forma codificada. Onde n_L é a quantidade de linhas cujas frequências se deseja configurar.

Assim, o primeiro passo do decodificador é converter os alelos do cromossomo \mathbf{f}'_l para os valores de frequência decodificados \mathbf{f}_l . Também por definição, o BRKGA busca minimizar o valor da função objetivo Z fornecido pelo decodificador. Dessa forma, para utilizar problemas de maximização, é preciso inverter o valor de Z na saída. Vale também observar que, por esse motivo, uma alta aptidão significa um baixo valor de Z e vice-versa.

A codificação do cromossomo \mathbf{f}' para \mathbf{f} é realizada de acordo com a Equação (4.23).

$$\mathbf{f}_l = \mathbf{f}'_l \cdot (f_{max} - f_{min}) + f_{min} \quad (4.23)$$

Observe o exemplo: sejam o cromossomo $\mathbf{f}' = \{0, 0.2, 0.5, 0.9\}$, $f_{max} = 6$ e $f_{min} = 1$. Com a Equação (4.23), tem-se $\mathbf{f} = \{1.0, 2.0, 3.5, 5.5\}$. Dessa forma, \mathbf{f} é a solução decodificada do cromossomo \mathbf{f}' . Observe que a Equação 4.23 garante que todo \mathbf{f}_l está dentro do intervalo contínuo $[f_{min}, f_{max})$. Portanto, não é necessário aplicar as restrições de domínio da solução

(Equações (4.19) e (4.20)).

4.5.2 Função Objetivo (*Fitness*)

Além do cromossomo, o decodificador necessita de outros argumentos de entrada, tanto para realizar a conversão do próprio cromossomo quanto para realizar os cálculos de aptidão. A lista seguir cita os argumentos de entrada para o decodificador.

- Cromossomo \mathbf{f}' ;
- A rede de transporte $\mathbf{G}(\mathbf{V}, \mathbf{E})$;
- Matriz de adjacência \mathbf{A} ;
- Matriz de origem-destino \mathbf{q} ;
- Vetor de comprimento dos trajetos das linhas \mathbf{d} .
- Frequências mínima f_{max} ;
- Frequência máxima f_{min} ; e
- Capacidade de carregamento de um ônibus c_o .

Com a solução \mathbf{f} e os argumentos de entrada, é possível realizar o cálculo da função objetivo Z , que é dado pelas Equações (4.6) e (4.7) para o primeiro caso (minimizar o TE) ou pelas Equações (4.10) e (4.11) para o segundo caso (minimizar o DP).

4.5.3 Função com penalidades

Após o cálculo da função objetivo Z , é preciso verificar se o indivíduo viola alguma restrição. A primeira delas é da capacidade máxima de carregamento. A segunda é a de distância máxima percorrida, para o caso do TE , ou a de tempo de espera máximo dos passageiros, para o caso da DP . Violar alguma restrição significa dizer que o indivíduo possui uma solução inviável. Assim, este indivíduo precisa, necessariamente, possuir alta aptidão (alto valor de Z), mesmo que a princípio sua Z calculada seja baixa.

Portanto, para informar ao algoritmo que o cromossomo não é apto, ou seja, viola alguma restrição, aplica-se penalidades em Z de modo a majorar seu valor. Essa penalidade precisa possuir um valor grande o suficiente para que o resultado Z' de sua adição seja sempre pior que o de uma solução viável. Desta forma, a penalidade R é o pior valor possível para a função objetivo, isto é, R é calculada por meio da Equação (4.24) no modelo do Tempo de Espera e por meio da Equação (4.25) no modelo do Custo Operacional.

$$R = \sum_{i=1}^{n_V} \sum_{j=1}^{n_V} \frac{\mathbf{q}_{ij} \cdot t}{\sum_l \mathbf{A}_{ijl} \cdot f_{min}}, \text{ com } l = \{1, 2, \dots, n_L\} \quad (4.24)$$

$$R = \sum_{l=1}^{n_L} \mathbf{d}_l \cdot f_{max} \quad (4.25)$$

Uma vez violada alguma restrição, deve-se aplicar a penalidade majorando o valor da função objetivo Z . Contudo, essa penalidade precisa ser proporcional ao tamanho da violação, de modo a mostrar para o algoritmo o quão ruim é a solução associada ao indivíduo inapto. Essa estratégia é importante para facilitar o descarte de soluções muito ruins ao passo que possibilita manter genes de soluções inviáveis mas que estão próximas da fronteira de viabilidade, que são soluções potencialmente próximas da ótima. Dessa forma, a penalização é dada pela Equação (4.26).

$$Z' = Z + R \cdot (1 + p_1 + p_2), \text{ com } p_1 + p_2 \in [0, 1) \quad (4.26)$$

Onde p_1 é o multiplicador referente a violação de capacidade e p_2 é o multiplicador referente a violação de distância ou de tempo de espera. Para que a soma dos dois multiplicadores esteja no intervalo contínuo $[0, 1)$, são necessários três valores de referência para capacidade, distância e tempo de espera, respectivamente. Estes valores precisam ser os maiores possíveis para evitar que a violação p_1 ou p_2 seja maior que 1. Assim, o valor referência da distância D_{ref} é calculado de maneira semelhante a Equação (4.25), o do tempo de espera TE_{ref} é semelhante a Equação (4.24) e o valor referência para capacidade de carregamento C_{ref} é calculado de acordo com a Equação (4.27).

As Equações (4.28), (4.29) e (4.30) apresentam a maneira de calcular os multiplicadores referentes as violações de capacidade, distância e tempo de espera, respectivamente. Os valores α_1 e α_2 são parâmetros de calibração para as penalidades e, a princípio, possuem o valor 1. Estes parâmetros servem para manter a condição $p_1 + p_2 < 1$ e para normalizar estes multiplicadores, visto que os mesmos vem de cálculos que envolvem grandezas diferente. O ideal é buscar valores para α_1 e α_2 por meio de experimentação de modo que a pior violação de restrição resulte em um valor de p_1 ou p_2 próximo pela esquerda de 0,5.

$$C_{ref} = f_{max} \cdot c_o \quad (4.27)$$

$$p_1 = \alpha_1 \cdot \frac{\sum_l^{n_L} C_l - C_{max}}{C_{ref} \cdot n_L} \quad (4.28)$$

$$p_2 = \alpha_2 \cdot \frac{DP - D_{max}}{D_{ref}} \quad (4.29)$$

$$p_2 = \alpha_2 \cdot \frac{TE - TE_{max}}{TE_{ref}} \quad (4.30)$$

5

Resultados Experimentais

Este capítulo apresenta os experimentos conduzidos para avaliar os algoritmos propostos. Todos os experimentos foram feitos usando um computador com a seguinte configuração: processador Intel® Core™ i7 - 5500U CPU @ 2,40 GHz, memória RAM 8,00 GB.

Vale lembrar que o método proposto é estocástico. Assim, para os experimentos iniciais de calibração apresentado neste capítulo, os algoritmos foram executados dez vezes com *seeds* diferentes para então se obter uma média dos valores de solução encontrados. Por sua vez, para os demais resultados apresentados neste capítulo, os algoritmos foram executados trinta vezes com diferentes *seeds* para se obter média e mediana dos valores juntamente com seu intervalo de confiança. Com a experimentação inicial, utilizando critério de parada de número máximo de gerações, foi observado que o tempo de execução para se obter resultados satisfatório era, em média, em torno de 30s. Dessa forma, este tempo foi fixado como critério de parada para os demais estudos realizado.

É importante fixar um tempo de execução como critério de parada para se avaliar de forma justa o custo-benefício computacional do modelo, pois um modelo com grande população P , por exemplo, naturalmente dará melhores resultados ao longo das gerações; no entanto, o tempo para rodar uma geração neste modelo será maior. Assim, na calibração dos parâmetros apresentados na seção a seguir, busca-se a melhor combinação de parâmetros para que se obtenha um melhor custo-benefício computacional, ou seja, que se obtenha a melhor solução em um menor tempo de execução.

5.1 Calibração dos Parâmetros

Com o decodificador BRKGA implementado, já é possível encontrar soluções viáveis para ambos os casos (tempo de espera e distância percorrida). No entanto, é necessário ajustar alguns parâmetros do modelo para alcançar melhores resultados e em menores tempos de execução.

Tabela 5.1: Calibração dos parâmetros de penalidade.

parâmetro	valores testados	TE	DP
α_1	{0.1, 0.5, 1.0, 1.5}	1.0	1.0
α_2	{0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0}	2.0	1.0

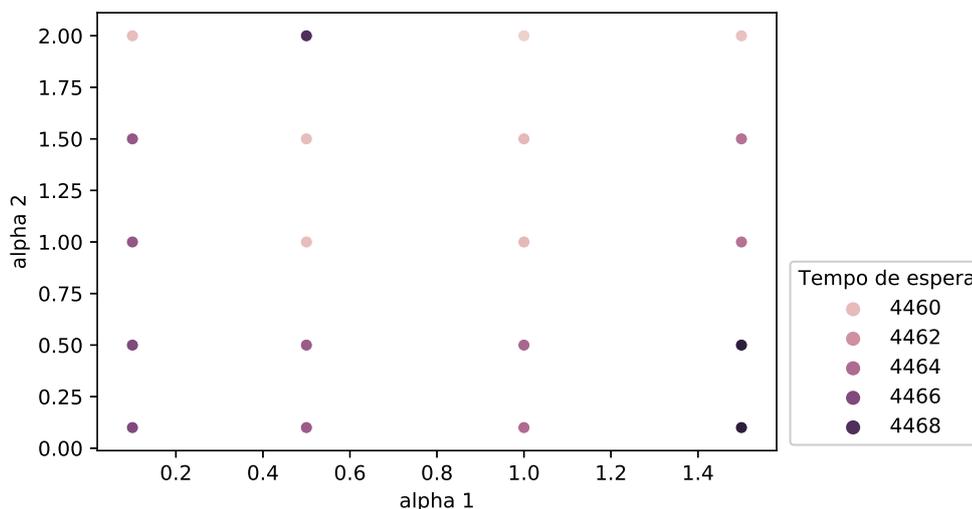


Figura 5.1: Calibração dos parâmetros de penalidade: Caso TE.

Tal calibração possui dois grupos de parâmetros: (i) parâmetros de penalidades do decodificador; (ii) parâmetros do BRKGA. Inicialmente, são calibrados os parâmetros de penalidades do decodificador e, em seguida, os do BRKGA.

O primeiro grupo consiste em dois parâmetros denotados por α_1 e α_2 e sua função é calibrar as penalidades do decodificador BRKGA. A ideia é encontrar valores para esses parâmetros altos o suficiente para mostrar ao algoritmo que sua solução é ruim quando há violações de restrição mas não muito alto afim de evitar enfatizar alguma das restrições, mascarando a outra. Mas também, outra ideia é buscar valores que façam uma boa solução convergir rapidamente.

Dessa forma, o algoritmo precisa ser executado com uma combinação de α_1 e α_2 com o objetivo de alcançar melhores soluções com o mesmo tempo de execução, a Tabela 5.1 mostra os valores utilizados para a calibração dos parâmetros e as melhores combinações dos parâmetros para os dois casos de estudo. É importante dizer que a mesma combinação de parâmetros é executada pelo menos dez vezes e os resultados apresentados são a média desses. As Figuras 5.1 e 5.2 mostram o resultado da calibração dos parâmetros de penalidades do decodificador para tempo de espera e minimização da distância percorrida. A melhor combinação de α_1 e α_2 encontrada é respectivamente 1,0 e 2,0 para o caso TE enquanto que para o caso DP é 1,0 em ambos, respectivamente.

O segundo grupo de parâmetros consiste em quatro parâmetros do BRKGA: (i) tamanho da

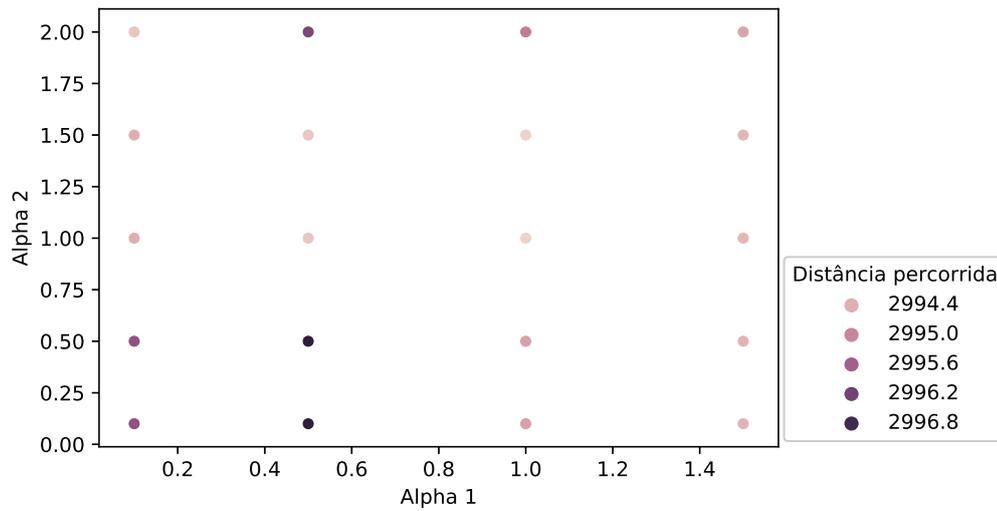


Figura 5.2: Calibração dos parâmetros de penalidade: Caso DP.

Tabela 5.2: Calibração dos parâmetros do BRKGA.

parâmetro	valores testados	<i>TE</i>	<i>DP</i>
p	{1000, 1500, 2000, 2500}	2000	2500
p_e	{0.15, 0.20, 0.25, 0.30}	0.25	0.30
p_m	{0.05, 0.10, 0.15}	0.10	0.15
ρ_e	{0.65, 0.70, 0.75, 0.80}	0.65	0.75

população p ; (ii) fração da população para ser do conjunto elite p_e ; (iii) fração da população a ser substituída por mutantes p_m ; e (iv) probabilidade do filho herdar um alelo de um pai elite ρ_e . O mesmo processo de calibração descrito anteriormente é usado aqui, a Tabela 5.2 apresenta os valores usados para as combinações na calibração e a melhor combinação para os casos de *TE* e *DP*, respectivamente.

5.2 Otimização da Qualidade de Serviço

Mesmo sem a calibração, o modelo já se mostrou capaz de convergir rapidamente para uma solução viável. A Figura 5.3 mostra como a solução se minimiza à medida em que a quantidade de gerações aumenta até convergir para um valor mínimo representado pela assíntota tracejada em vermelho na imagem.

Após a calibração, o primeiro caso é executados com sua respectiva melhor configuração de parâmetros. A Figura 5.4 apresenta o resultado de convergência da solução após utilizar os parâmetros ajustados. A assíntota tracejada em vermelho indicam o valor da melhor solução encontrada.

A Figura 5.5 mostra um comparativo do primeiro resultado sem calibração (tracejados em

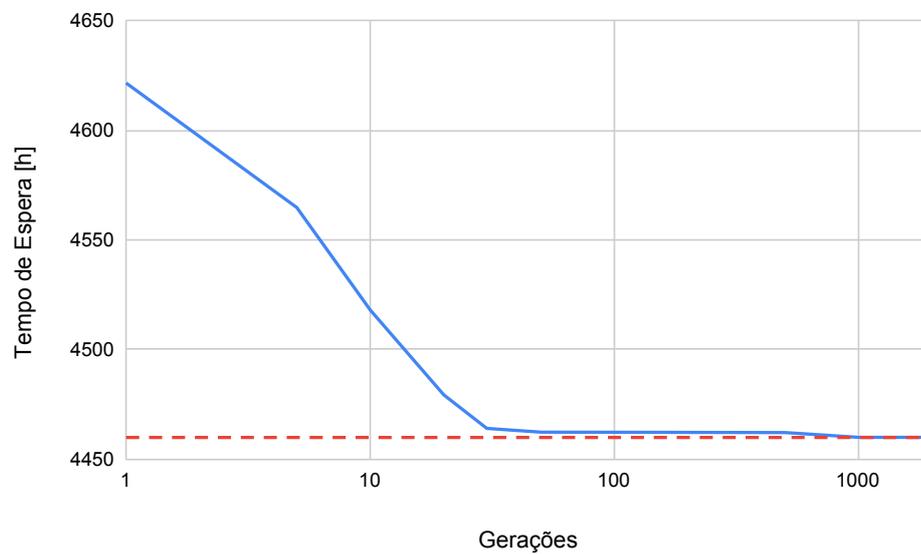


Figura 5.3: Convergência do BRKGA para o caso do Tempo de Espera.

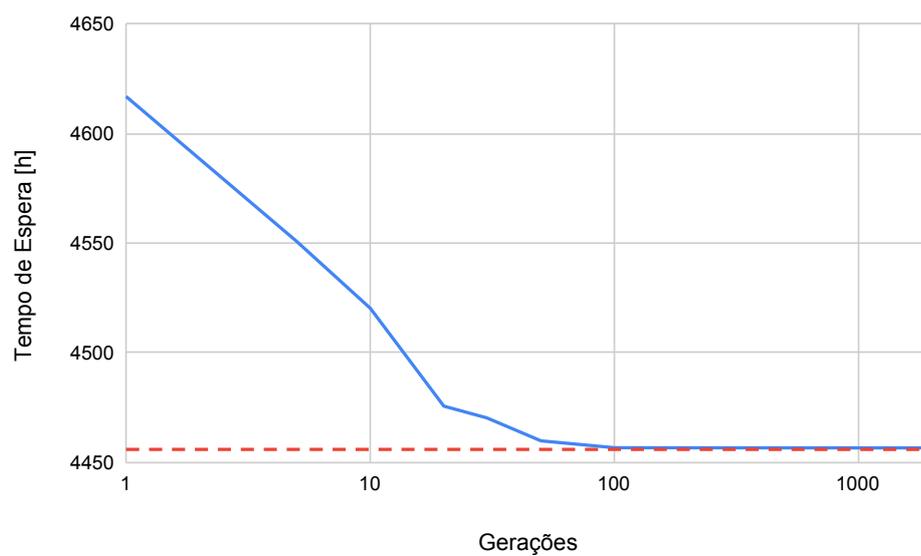


Figura 5.4: Convergência de solução após ajustes dos parâmetros: caso *TE*.

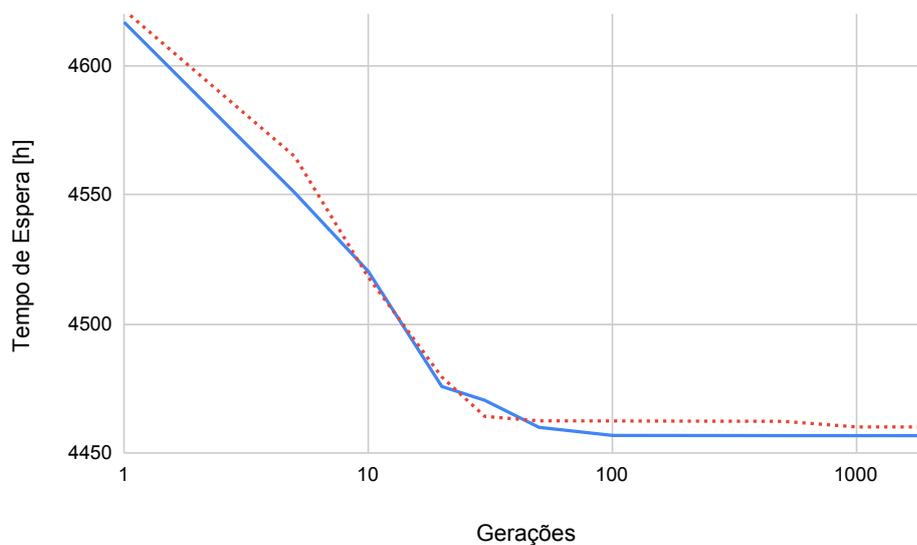


Figura 5.5: Comparativo de convergência com e sem calibração: caso *TE*.

vermelho) com o resultado adquirido após a calibração dos parâmetros.

A Figura 5.6 apresenta um comparativo do resultado alcançado (em azul) com o cenário atual (em vermelho, tracejado). O valor da função objetivo calculado é pouco acima de 10% melhor que os do cenário atual. Isto significa que, apenas reconfigurando as frequências de determinado sistema de transporte, pode-se alcançar melhorias significativas na qualidade do serviço.

A princípio, uma redução de 10% no tempo de espera dos passageiros pode parecer insignificante. Pois um passageiro que espera, por exemplo, 30 minutos vai passar a esperar 27. No entanto, estes 3 minutos representam um tempo desperdiçado que a literatura interpreta como tempo de trabalho perdido e, ao se somar este tempo de todos os trabalhadores que utilizam o transporte público para sua locomoção ao ambiente de trabalho, tem-se um montante bastante significativo de tempo perdido com transporte que é convertido em horas de trabalho e que implica num impulso na produção e economia da região. Em outras palavras, este resultado significa num aumento representativo na produção e economia local.

Após a calibração dos parâmetros, foi realizado um estudo estatístico complementar para se verificar a confiabilidade das soluções encontradas. A Figura 5.7 apresenta o *boxplot* das soluções encontradas após executar o algoritmo 30 vezes, a mediana encontrada foi 4.458,3 min com o intervalo de confiança na ordem de 0,479 para uma confiabilidade de 95%.

Em seguida, foi realizado um estudo qualitativo por meio do *time-to-target plot*, que consiste em um gráfico que relaciona o tempo de execução de um algoritmo de otimização com a probabilidade acumulada de se atingir um valor alvo (*target*) para a função objetivo. Ou seja, para determinado valor mínimo de se atingir na função objetivo, tem-se por meio de experimentação a probabilidade acumulada de se atingir tal valor em determinado tempo. Foi utilizado

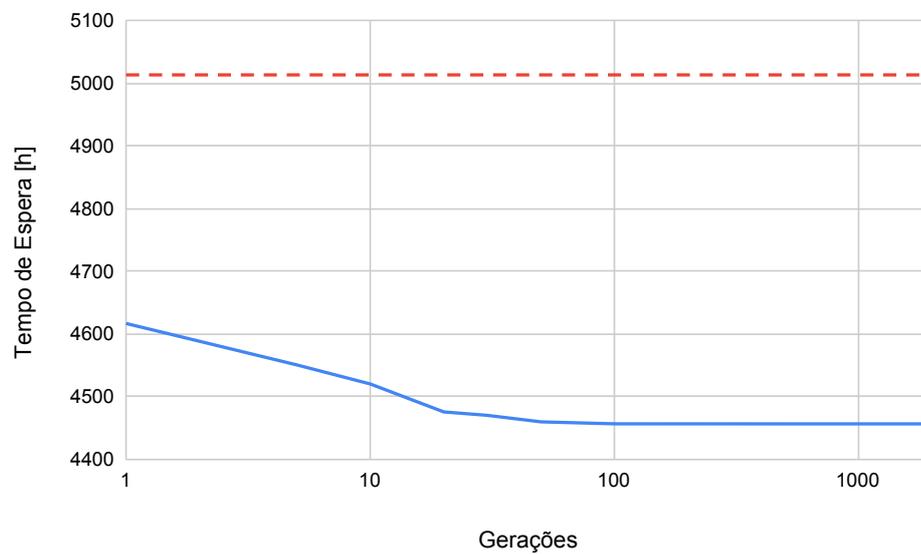


Figura 5.6: Comparativo com cenário atual: caso *TE*.

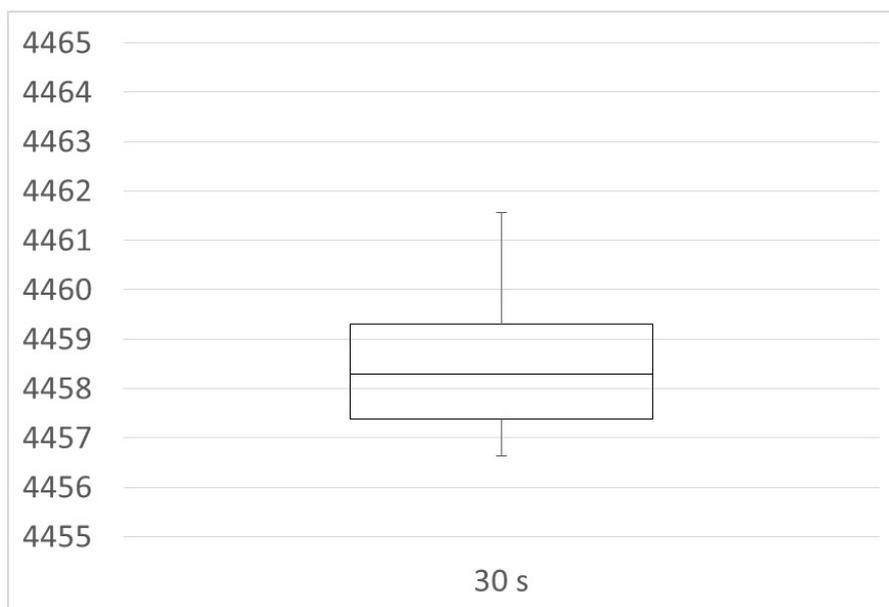


Figura 5.7: *Boxplot*: caso *TE*.

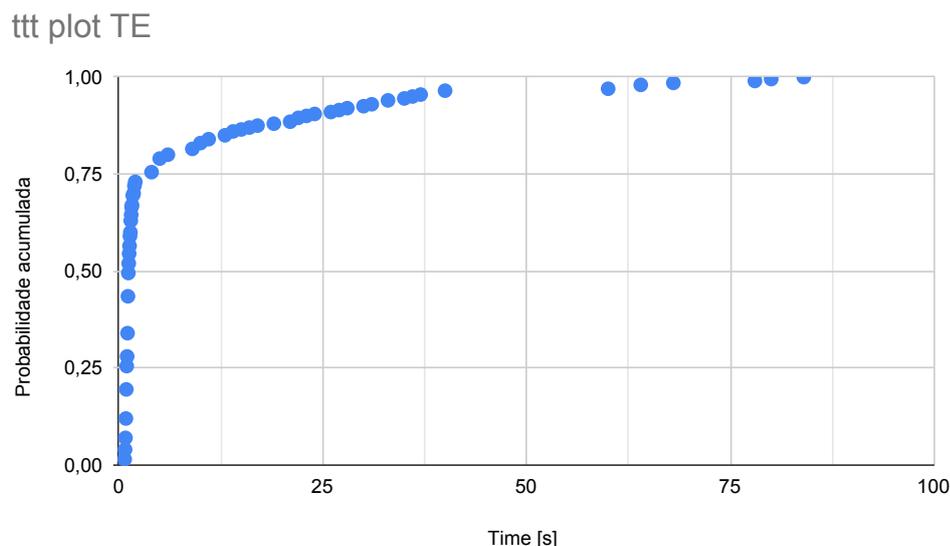


Figura 5.8: *time-to-target plot*: caso *TE*.

o valor da mediana como valor alvo e se executou o algoritmo 200 vezes para se verificar o tempo necessário para se atingir tal valor. A Figura 5.8 apresenta tal gráfico, observa-se que, na máquina utilizada, é necessário executar o algoritmo por cerca de 30s para que em mais de 95% dos casos o valor alvo seja atingido.

Por fim, foi realizado uma análise de sensibilidade da solução do problema, onde consideramos na restrição da distância máxima percorrida uma relaxação de 5% a 40% para se observar o consequente resultado na solução do problema. A Figura 5.9 apresenta os *boxplots* dessa análise com 30 execuções do algoritmo com relaxação de restrição para cada porcentagem. Observa-se que a relaxação de 10%, a mediana calculada é 4.083,84 com intervalo de confiança de 0,342 com confiabilidade de 95%. Dessa forma, ao se aliviar a restrição da distância máxima em 10%, observa-se que a solução reduz (melhora) cerca de 8,5%. É possível ainda observar que o ganho na redução do valor da solução é cada vez menos significativo ao passo que a relaxação aumenta.

5.3 Otimização do Custo Operacional

Da mesma forma que o primeiro modelo, este modelo já se mostrou capaz de convergir rapidamente para uma solução viável. A Figura 5.10 mostra como a solução se minimiza à medida em que a quantidade de gerações aumenta até convergir para um valor mínimo representado pela assíntota tracejada em vermelho na imagem.

Após a calibração, o segundo caso é executados com sua respectiva melhor configuração de parâmetros. A Figura 5.11 apresenta o resultado de convergência da solução após utilizar os



Figura 5.9: Análise de sensibilidade: caso *TE*.

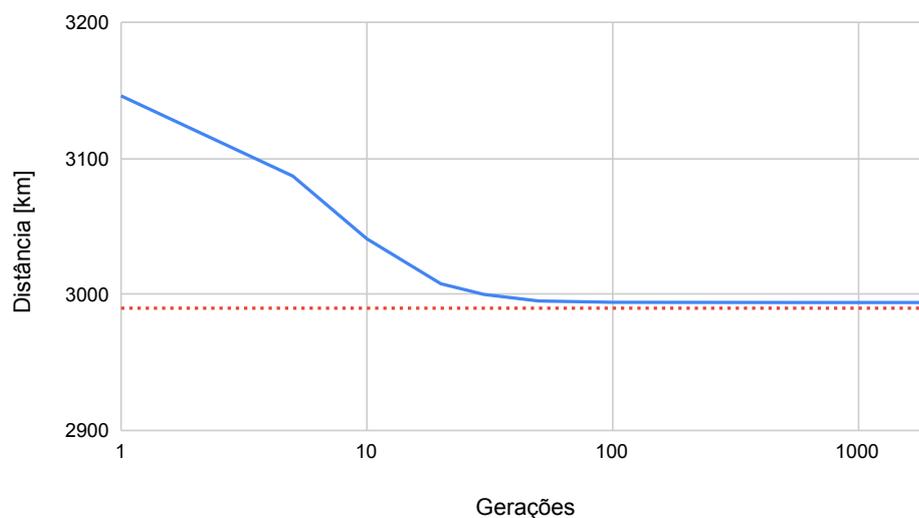


Figura 5.10: Convergência do BRKGA para o caso da Distância Percorrida.

parâmetros ajustados. A assíntota tracejada em vermelho indicam o valor da melhor solução encontrada.

A Figura 5.12 mostra um comparativo do primeiro resultado sem calibração (tracejados em vermelho) com o resultado adquirido após a calibração dos parâmetros. A Figura 5.13 mostra o detalhe entre os dois resultados do caso da *DP*. Observe que neste caso (*DP*) a calibração dos parâmetros não foram tão impactantes, contudo com a calibração o algoritmo apresentou um resultado ligeiramente melhorado e a calibração dos parâmetros é uma etapa que deve ser realizada para garantir que o modelo esteja fornecendo uma melhor solução, em face do custo-benefício computacional, dentro do espaço de busca.

A Figura 5.14 apresenta um comparativo do resultado alcançado (em azul) com o cenário atual (em vermelho, tracejado). O valor da função objetivo calculado, assim como no primeiro caso, é pouco acima de 10% melhor que os do cenário atual. Isto significa que, apenas reconfigurando as frequências de determinado sistema de transporte, pode-se alcançar melhorias significativas na redução dos custos operacionais. Como a distância *DP* é diretamente proporcional ao consumo de combustível, pode-se dizer que a solução encontrada traz uma economia de 10% no consumo de combustível, que é insumo significativo no quantitativo dos custos operacionais.

Uma economia de 10% no consumo de combustível é bastante considerável para qualquer fornecedor de serviço de transporte, mas também implica numa solução que polui menos o ambiente e aumenta a vida útil dos veículos da frota, por estes rodarem menos.

Após a calibração dos parâmetros, foi realizado um estudo estatístico complementar para se verificar a confiabilidade das soluções encontradas. A Figura 5.15 apresenta o *boxplot* das soluções encontradas após executar o algoritmo 100 vezes, a mediana encontrada foi 2.994,13

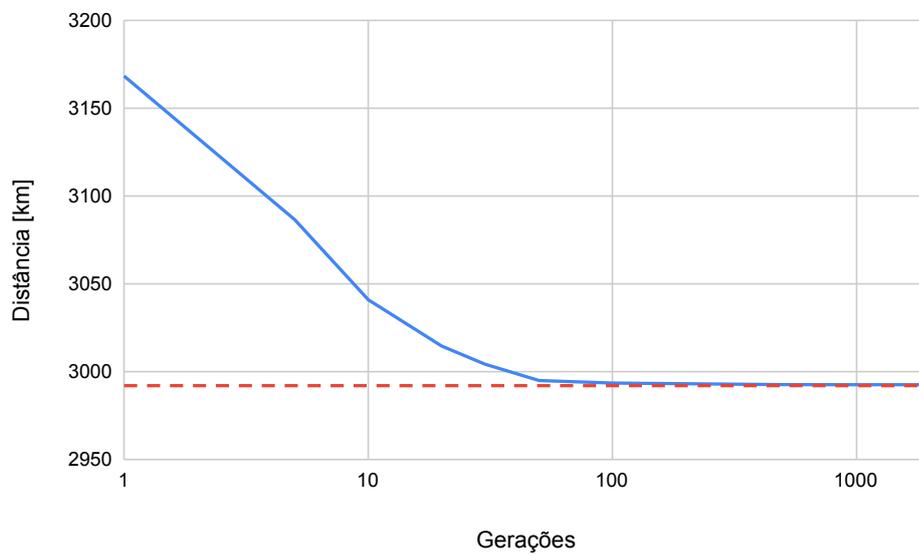


Figura 5.11: Convergência de solução após ajustes dos parâmetros: caso *DP*.

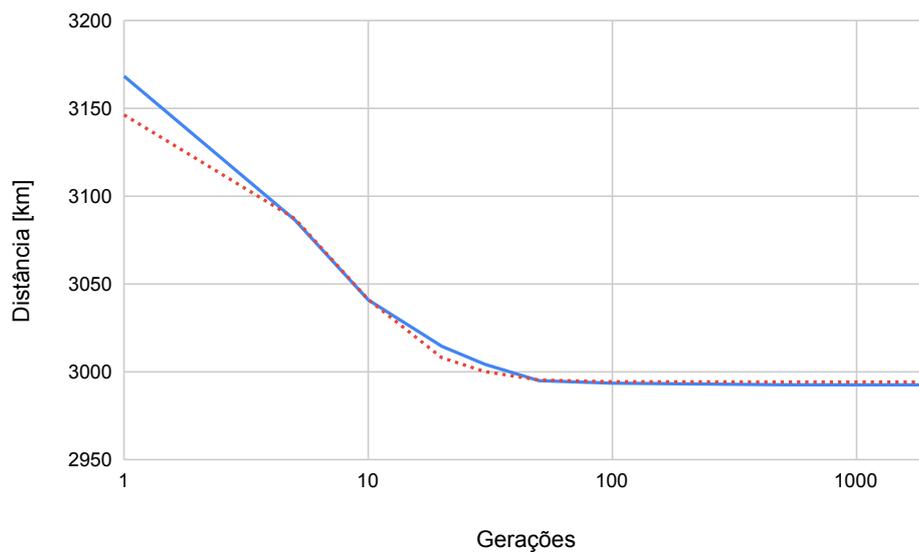


Figura 5.12: Comparativo de convergência com e sem calibração: caso *DP*.

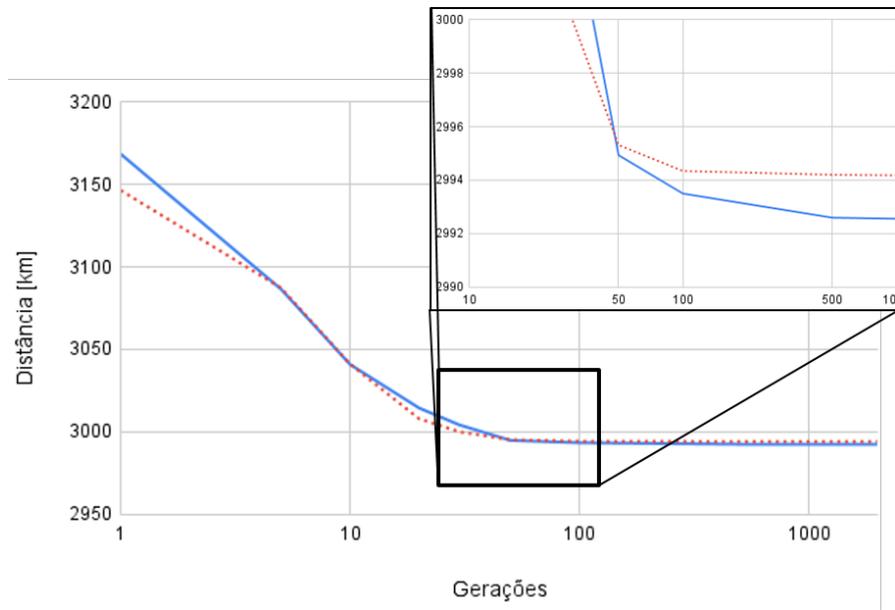


Figura 5.13: Detalhamento da Figura 5.12.

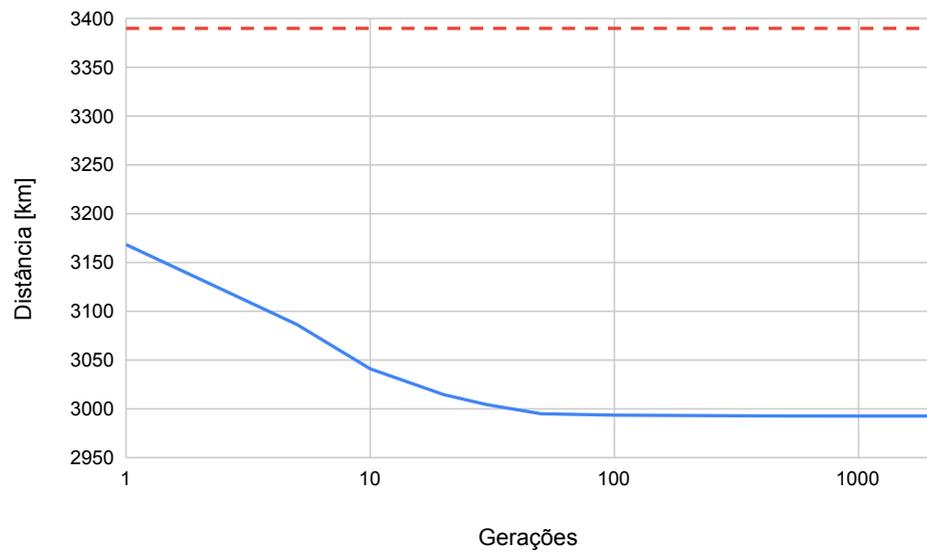


Figura 5.14: Comparativo com cenário atual: caso *TE*.

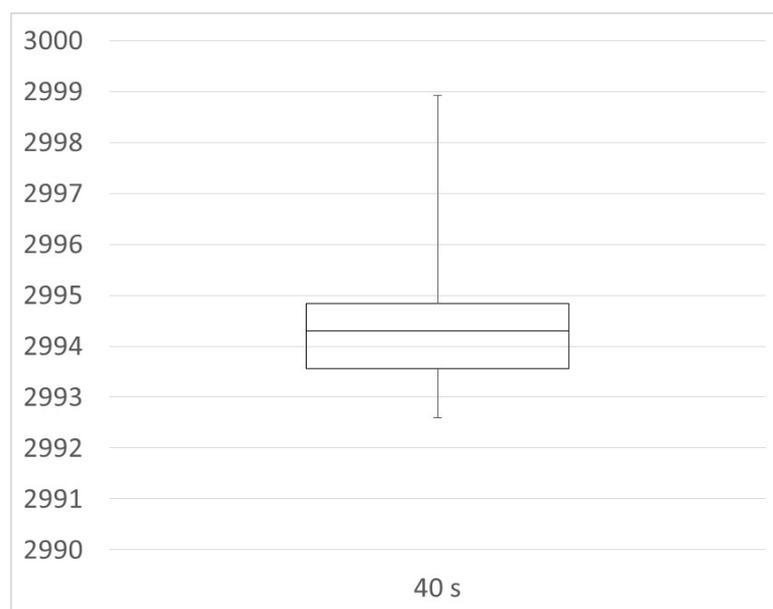


Figura 5.15: *Boxplot*: caso DP.

km com o intervalo de confiança na ordem de 0,198 para uma confiabilidade de 95%.

Em seguida, foi realizado um estudo qualitativo por meio do *time-to-target plot*. Foi utilizado o valor da mediana como valor alvo e se executou o algoritmo 200 vezes para se verificar o tempo necessário para se atingir tal valor. A Figura 5.16 apresenta tal gráfico, observa-se que, na máquina utilizada, é necessário executar o algoritmo por cerca de 30s para que em mais de 95% dos casos o valor alvo seja atingido.

Por fim, foi realizada uma análise de sensibilidade da solução do problema, onde consideramos na restrição da distância máxima percorrida uma relaxação de 5% a 40% para se observar o consequente resultado na solução do problema. A Figura 5.17 apresenta um *boxplot* dessa análise com 30 execuções do algoritmo com relaxação de restrição para cada porcentagem. Observa-se que, para a relaxação de 10%, a mediana calculada é 2.715,34 com intervalo de confiança de 0,342 com nível de confiança de 95%. Dessa forma, ao se aliviar a restrição da distância máxima em 10%, observa-se que a solução reduz (melhora) cerca de 9,5%. É possível ainda observar que a partir de 25% o ganho na redução do valor da função objetivo fica menos significativo ao passo que a variabilidade no resultado também aumenta, atente para *boxplot* de 40%. Isso ocorre, porque a relaxação nessa restrição está tão alta que esta restrição fica menos significativa, forçando a solução depender mais da limitação de capacidade.

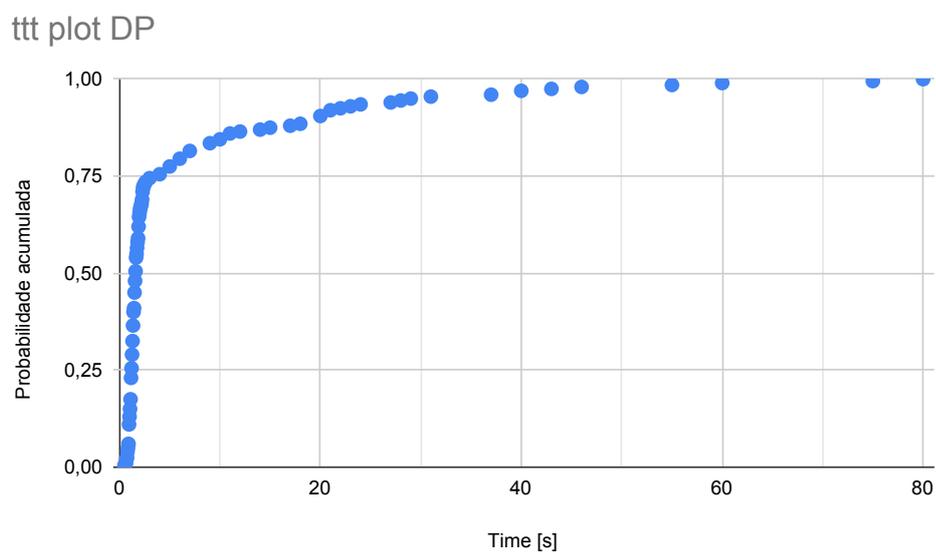


Figura 5.16: *time-to-target plot*: caso DP.

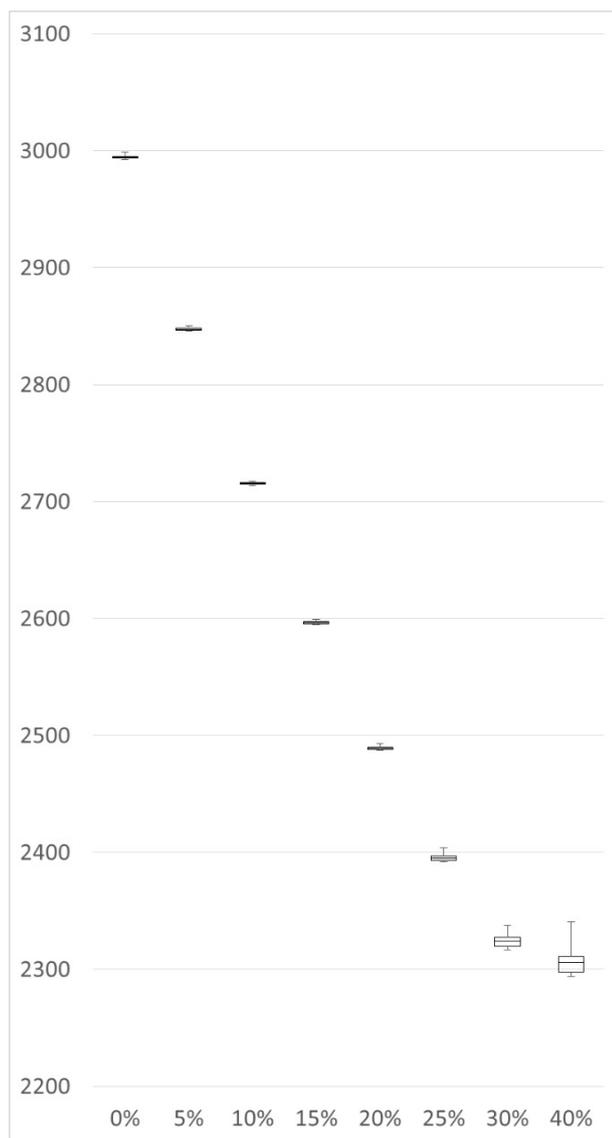


Figura 5.17: Análise de sensibilidade: caso *DP*.

6

Conclusão

Na presente dissertação, apresentou-se uma metodologia para otimizar um sistema de transporte público de ônibus, reajustando as frequências dos veículos, sob dois pontos de vista: (i) qualidade do serviço; e (ii) economia nos custos operacionais. Assim, dois modelos de otimização foram propostos com objetivo de minimizar o tempo de espera dos passageiros e a distância percorrida dos ônibus, respectivamente. Dessa forma, foi possível fornecer duas formas de melhoria simples, de baixo custo e de imediata implementação. Uma vez que não se dispense muito trabalho ou gastos com um reajuste de frequências.

Propôs-se utilizar o *biased random-key genetic algorithm* (BRKGA) para resolver estes dois modelos de minimização, pois o método possui destaque em solucionar problemas de otimização combinatória de alta complexidade buscando soluções ótimas ou quase ótimas (Gonçalves et al., 2014). A metodologia proposta consiste também no decodificador do método que conta com cálculo de penalidade para representar a violação das restrições do problema, bem como a calibração das penalidades e dos parâmetros do BRKGA. Estas calibrações se mostraram efetivas tornando o algoritmo mais rápido para sua convergência e trazendo melhores soluções finais.

Portanto, foram fornecidos dois tipos de soluções que melhoram a experiência dos usuários ou beneficiam a economia do órgão de administração do serviço ou da empresa concessionária, respectivamente. Foi utilizado um caso com dados reais de transporte de ônibus de Maceió para aplicar esta metodologia e alcançamos resultados acima de 10% melhores que o cenário real para ambas as soluções.

Concluiu-se que com esta metodologia é possível reduzir o tempo de espera dos passageiros ou o custo operacional de um sistema de transporte público apenas com uma reconfiguração nas frequências de saída dos ônibus, sem a necessidade do procedimento sequencial de otimizar inicialmente a rede de transporte e as linhas de ônibus. Também se conclui que a calibração dos parâmetros de penalidade e do BRKGA é bastante importante para melhoria da convergência e da qualidade da solução.

Recomenda-se para trabalhos futuros:

- O uso de otimização multi-objetivo para fornecer soluções que beneficiem tanto os usuários quanto o transporte da agência.
- A utilização de novas premissas que assegurem a veracidade do modelo, tais como o cálculo do tempo de espera.
- A calibração de todos parâmetros (penalidade e BRKGA) de modo a efetuar todas as possíveis combinações.
- Realizar um estudo de otimização do Planejamento da Rede de Trânsito, para então otimizar o Problema de Configuração de Frequências, obedecendo o procedimento sequencial da otimização do Planejamento da rede de Transporte (PRT) (ver Figura 2.10), e comparar os resultados.
- Realizar um estudo completo da otimização sequencial do Planejamento da Rede de Transporte utilizando BRKGA.

Referências bibliográficas

- Chang Wook Ahn and Rudrapatna S Ramakrishna. Elitism-based compact genetic algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 7(4):367–385, 2003.
- SM Mahdi Amiripour, Avishai Avi Ceder, and Afshin Shariat Mohaymany. Designing large-scale bus network with seasonal variations of demand. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 48:322–338, 2014.
- James C Bean. Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization. *ORSA journal on computing*, 6(2):154–160, 1994.
- Edson Soares Carareto, Geancarlo Jayme, Maristela P Zanella Tavares, and Vildomar Pereira Vale. Gestão estratégica de custos: custos na tomada de decisão. *Revista de Economia da UEG*, 2(2):1–24, 2006.
- AVISHAI Ceder. Public transit planning and operation: Theory. *Modeling and practice*. Oxford: Elsevier, 2007.
- Avishai Ceder. *Public transit planning and operation: Modeling, practice and behavior*. CRC press, 2016.
- Manuel Cepeda, Roberto Cominetti, and Michael Florian. A frequency-based assignment model for congested transit networks with strict capacity constraints: characterization and computation of equilibria. *Transportation research part B: Methodological*, 40(6):437–459, 2006.
- Partha Chakroborty. Genetic algorithms for optimal urban transit network design. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 18(3):184–200, 2003.
- Partha Chakroborty and Tathagat Wivedi. Optimal route network design for transit systems using genetic algorithms. *Engineering optimization*, 34(1):83–100, 2002.
- Anthony Chen and Chao Yang. Stochastic transportation network design problem with spatial equity constraint. *Transportation Research Record*, 1882(1):97–104, 2004.

- Shijun Chen and Yindong Shen. An improved column generation algorithm for crew scheduling problems. *Journal of Information and Computational Science*, 10(1):175–183, 2013.
- Gérard C Clarens and VF Hurdle. An operating strategy for a commuter bus system. *Transportation Science*, 9(1):1–20, 1975.
- Isabelle Constantin and Michael Florian. Optimizing frequencies in a transit network: a nonlinear bi-level programming approach. *International Transactions in Operational Research*, 2(2):149–164, 1995.
- Carlos F Daganzo. A headway-based approach to eliminate bus bunching: Systematic analysis and comparisons. *Transportation Research Part B: Methodological*, 43(10):913–921, 2009.
- Charles Darwin. *On the origin of species by means of natural selection, or the preservation of favoured races in the struggle for life*. London press, 1st edition, November 1859.
- Yoran de Weert and Konstantinos Gkiotsalitis. A covid-19 public transport frequency setting model that includes short-turning options. *Future Transportation*, 1(1):3–20, 2021.
- Taotao Deng and John D Nelson. Recent developments in bus rapid transit: a review of the literature. *Transport Reviews*, 31(1):69–96, 2011.
- Guy Desaulniers and Mark D Hickman. Public transit. *Handbooks in operations research and management science*, 14:69–127, 2007.
- György Dósa and Jiri Sgall. First fit bin packing: A tight analysis. In *30th International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS 2013)*. Schloss Dagstuhl-Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2013.
- Peter G Furth and Nigel HM Wilson. Setting frequencies on bus routes: Theory and practice. *Transportation Research Record*, 818(1981):1–7, 1981.
- K Gkiotsalitis and F Alesiani. Robust timetable optimization for bus lines subject to resource and regulatory constraints. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 128:30–51, 2019.
- Konstantinos Gkiotsalitis and Oded Cats. Public transport planning adaption under the covid-19 pandemic crisis: literature review of research needs and directions. *Transport Reviews*, 41(3):374–392, 2021.
- Fred W Glover and Gary A Kochenberger. *Handbook of metaheuristics*, volume 57. Springer Science & Business Media, 2006.

- José Fernando Gonçalves and Mauricio GC Resende. Biased random-key genetic algorithms for combinatorial optimization. *Journal of Heuristics*, 17(5):487–525, 2011.
- José Fernando Gonçalves and Mauricio GC Resende. Random-key genetic algorithms. *Handbook of Heuristics*, pages 703–715, 2018.
- José Fernando Gonçalves, Mauricio GC Resende, and Rodrigo F Toso. An experimental comparison of biased and unbiased random-key genetic algorithms. *Pesquisa Operacional*, 34:143–164, 2014.
- Eric Wilian Lage Gonzaga. Otimização da programação semaforica com base em modelos matemáticos. 2016.
- JF Guan, Hai Yang, and Sumedha Chandana Wirasinghe. Simultaneous optimization of transit line configuration and passenger line assignment. *Transportation Research Part B: Methodological*, 40(10):885–902, 2006.
- Yuval Hadas and Matan Shnaiderman. Public-transit frequency setting using minimum-cost approach with stochastic demand and travel time. *Transportation Research Part B: Methodological*, 46(8):1068–1084, 2012.
- Anthony F Han and Nigel HM Wilson. The allocation of buses in heavily utilized networks with overlapping routes. *Transportation Research Part B: Methodological*, 16(3):221–232, 1982.
- John H Holland. Genetic algorithms. *Scientific american*, 267(1):66–73, 1992.
- Zhengfeng Huang, Gang Ren, and Haixu Liu. Optimizing bus frequencies under uncertain demand: case study of the transit network in a developing city. *Mathematical problems in Engineering*, 2013, 2013.
- Omar J Ibarra-Rojas, Felipe Delgado, Ricardo Giesen, and Juan Carlos Muñoz. Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. *Transportation Research Part B: Methodological*, 77:38–75, 2015.
- Angel Ibeas, Francisco Ruisánchez, et al. Optimizing bus-size and headway in transit networks. *Transportation*, 39(2):449–464, 2012.
- Ahmad Nazrul Hakimi Ibrahim, Muhamad Nazri Borhan, Amiruddin Ismail, et al. Rail-based public transport service quality and user satisfaction—a literature review. *Promet-Traffic & Transportation*, 32(3):423–435, 2020.
- Jingpeng Li and Raymond SK Kwan. A fuzzy genetic algorithm for driver scheduling. *European Journal of Operational Research*, 147(2):334–344, 2003.

- Rafael Martí and Gerhard Reinelt. Heuristic methods. In *Exact and Heuristic Methods in Combinatorial Optimization*, pages 27–57. Springer, 2022.
- Héctor Martínez, Antonio Mauttone, and María E Urquhart. Frequency optimization in public transportation systems: Formulation and metaheuristic approach. *European Journal of Operational Research*, 236(1):27–36, 2014.
- Gordon F Newell. Dispatching policies for a transportation route. *Transportation Science*, 5(1):91–105, 1971.
- Yanfeng Ouyang, Seyed Mohammad Nourbakhsh, and Michael J Cassidy. Continuum approximation approach to bus network design under spatially heterogeneous demand. *Transportation Research Part B: Methodological*, 68:333–344, 2014.
- Sebastián Raveau, Juan Carlos Muñoz, and Louis De Grange. A topological route choice model for metro. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 45(2):138–147, 2011.
- Franz JM Salzborn. Optimum bus scheduling. *Transportation Science*, 6(2):137–148, 1972.
- Siv Schéele. A supply model for public transit services. *Transportation Research Part B: Methodological*, 14(1-2):133–146, 1980.
- Jan-Dirk Schmöcker, Achille Fonzone, Hiroshi Shimamoto, Fumitaka Kurauchi, and Michael GH Bell. Frequency-based transit assignment considering seat capacities. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(2):392–408, 2011.
- Mohaymani A Shariat and SMM Amirpour. Creating bus timetables under stochastic demand. 2009.
- Prabhat Shrivastava and SL Dhingra. Development of coordinated schedules using genetic algorithms. *Journal of Transportation Engineering*, 128(1):89–96, 2002.
- Prabhat Shrivastava, SL Dhingra, and PJ Gundaliya. Application of genetic algorithm for scheduling and schedule coordination problems. *Journal of advanced transportation*, 36(1): 23–41, 2002.
- Karthikgeyan Sivakumaran, Yuwei Li, Michael J Cassidy, and Samer Madanat. Cost-saving properties of schedule coordination in a simple trunk-and-feeder transit system. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 46(1):131–139, 2012.
- Alceu Souza and June Alisson Westarb Cruz. Classificando custos fixos e variáveis por meio de métodos estatísticos. *Revista Mineira de Contabilidade*, 2(34):22–28, 2009.
- Bjarne Stroustrup. *The C++ programming language*. Pearson Education, 2013.

- El-Ghazali Talbi. *Metaheuristics: from design to implementation*. John Wiley & Sons, 2009.
- Alejandro Tirachini, David A Hensher, and Sergio R Jara-Díaz. Comparing operator and users costs of light rail, heavy rail and bus rapid transit over a radial public transport network. *Research in transportation economics*, 29(1):231–242, 2010.
- Rodrigo F Toso and Mauricio GC Resende. A c++ application programming interface for biased random-key genetic algorithms. *Optimization Methods and Software*, 30(1):81–93, 2015.
- İ Ömer Verbas and Hani S Mahmassani. Optimal allocation of service frequencies over transit network routes and time periods: Formulation, solution, and implementation using bus route patterns. *Transportation research record*, 2334(1):50–59, 2013.
- İ Ömer Verbas, Charlotte Frei, Hani S Mahmassani, and Raymond Chan. Stretching resources: sensitivity of optimal bus frequency allocation to stop-level demand elasticities. *Public Transport*, 7(1):1–20, 2015.
- Jiaqing Wu, Rui Song, Youan Wang, Feng Chen, and Shubin Li. Modeling the coordinated operation between bus rapid transit and bus. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015.
- Weitiao Wu, Ronghui Liu, Wenzhou Jin, and Changxi Ma. Simulation-based robust optimization of limited-stop bus service with vehicle overtaking and dynamics: A response surface methodology. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 130:61–81, 2019.
- Andrew Chi-Chih Yao. New algorithms for bin packing. *Journal of the ACM (JACM)*, 27(2): 207–227, 1980.
- Gyeong-Sang Yoo, Dong-Kyu Kim, and Kyung Soo Chon. Frequency design in urban transit networks with variable demand: model and algorithm. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 14(3):403–411, 2010.