

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**GAMIFICAÇÃO VOLTADA PARA O ENSINO
DE GEOMETRIA PLANA: A BUSCA DO
PERGAMINHO PERDIDO DE EUCLIDES**

Pablo Henrique dos Santos Souza

Maceió, novembro de 2020



Instituto de Matemática



PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

PABLO HENRIQUE DOS SANTOS SOUZA

**GAMIFICAÇÃO VOLTADA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA
PLANA: A BUSCA DO PERGAMINHO PERDIDO DE EUCLIDES**

MACEIÓ
2020

PABLO HENRIQUE DOS SANTOS SOUZA

**GAMIFICAÇÃO VOLTADA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA
PLANA: A BUSCA DO PERGAMINHO PERDIDO DE EUCLIDES**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional, da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Professor Doutor Amauri da Silva Barros.

MACEIÓ- AL
2020

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

S729g

Souza, Pablo Henrique dos Santos.

Gamificação voltada para o ensino de geometria plana : a busca do pergaminho perdido de Euclides / Pablo Henrique dos Santos Souza. - 2021.

[199] f. : il.

Orientador: Amauri da Silva Barros.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2020.

Bibliografia: f. 53.

Apêndices: f. 54-[199]

1. Gamificação. 2. Ensino participativo. 3. Geometria plana. I. Título.

CDU: 514.112

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, por estar sempre presente em minha vida. Ao meu avô e meu filho, que foram minha motivação durante este trajeto de aprendizagem.

AGRADECIMENTOS

A Deus, meu grande pai e amigo, que me permitiu trilhar esse caminho me concedendo forças, motivação, alegria, sabedoria, inspiração, paz e colocando pessoas especiais em minha caminhada

Aos meus pais Ana Maria e Ismar de Souza e à minha irmã Ianna Mayra, que sempre me motivaram a seguir em frente na minha vida acadêmica, me dando forças para continuar em cada momento que desejei desistir e por todo amor, carinho e compreensão em cada momento desta caminhada.

À minha esposa Maysa Souza, a primeira a acreditar em minha capacidade para percorrer este caminho do mestrado. Ela que me inscreveu, que sempre me incentivou e sempre me ajudou nos momentos em que precisei. Ela que me deu a melhor notícia que eu poderia ter durante o início do mestrado: a de que eu seria pai.

Em especial a meu avô Benedito Vicente, por ser exemplo de pai e homem batalhador, que mesmo sendo analfabeto sempre investiu em minha educação. E ao meu filho Heitor Souza, que mesmo tão pequeno e sem perceber, me deu forças para continuar e buscar algo melhor, não para mim, e sim para ele.

Aos meus sogros Eliane Correia e Joveci Correia por todo o apoio, pois nos momentos em que mais precisei eles sempre estiveram presentes, cuidando com amor e dedicação do meu filho, o acolhendo inclusive por alguns dias, enquanto estava com o mestrado em andamento.

Ao meu orientador Amauri da Silva Barros por confiar na minha capacidade e aceitar a mudança de tema do trabalho. Por acompanhar o processo de construção deste produto proporcionando bons momentos de aprendizagem e amadurecimento acadêmico.

Aos membros da banca examinadora, o professor Dr. Vicente Francisco e a professora Dra. Viviane de Oliveira pelas considerações sobre o trabalho e pelos apontamentos feitos para melhoria deste.

Aos meus companheiros de trabalho que me incentivaram e torceram por esta conquista e acompanharam de perto toda a luta. Em Especial ao Luís Salvador, da Academia de Licitações, que sempre me incentivou a ser melhor como profissional e como pessoa e também aos meus companheiros do corpo docente do Colégio Tiradentes.

Aos meus companheiros de curso por sempre me ajudarem, em especial ao Luiz Eduardo, Josivaldo José e Vanessa Ferreira, por sempre estarmos juntos estudando e incentivando uns aos outros.

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pelo financiamento da bolsa de pesquisa, que muito contribuiu para o desenvolvimento e conclusão desse estudo.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo construir uma gamificação voltada para o ensino de geometria plana, que promova um ensino participativo. Discute a definição e principais conceitos de gamificação, identifica alguns elementos da gamificação e destaca sua importância em sala de aula. Ele foi elaborado em Google formulário, dividido em 9 obstáculos, no qual o enredo da gamificação é buscar um pergaminho perdido dos estudos de Euclides. A criação desse produto foi realizada durante a pandemia da COVID-19, quando nas escolas as aulas foram suspensas e depois retornaram de forma remota. O trabalho apresenta as dificuldades encontradas para a construção de uma gamificação em relação à narrativa, personificação, nivelamento e material utilizado. Discute ao final, possibilidades e sugestões de melhorias do produto, a fim de atingir todas as habilidades elencadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para uma turma de oitavo ano do ensino fundamental.

Palavras- chave: Gamificação. Ensino participativo. Geometria plana.

ABSTRACT

This work aims to build a gamification focused on teaching flat geometry, which promotes participatory teaching. Discusses the definition and main concepts of gamification, identifies some elements of gamification and highlights its importance in the classroom. It was prepared in Google form, divided into 9 obstacles, in which the plot of the gamification is to seek a lost scroll from Euclid's studies. The creation of this product was carried out during the COVID-19 pandemic, when classes were suspended in schools and then returned remotely. The work presents the difficulties found for the construction of a gamification in relation to the narrative, personification, leveling and material used. At the end, it discusses possibilities and suggestions for product improvements, in order to achieve all the skills listed in the National Common Curricular Base (BNCC) for a class of eighth grade of elementary school.

Keywords: Gamification. Participatory teaching. Plane geometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 Tabuleiro da gamificação	22
Figura 1.2 Exemplo de lojinha para troca da moeda do jogo por objetos reais e Lazer em família	23
Figura 1.3 Exemplo de barra de progresso, uma forma de dar feedback aos alunos	28
Figura 2.1 Primeira imagem para avatar	33
Figura 2.2 Segunda imagem para avatar	33
Figura 2.3 Exemplos de fundo de ficha	33
Figura 2.7 Exemplo de ficha	34
Figura 3.1 Questão 3 do conteúdo ângulos do livro “Encontros de geometria 1”	42

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
OBMEP	Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PIC	Programa de Iniciação Científica

SUMÁRIO

Introdução	12
1 GAMIFICAÇÃO: DEFINIÇÃO, PRINCIPAIS CONCEITOS E SUA IMPORTÂNCIA EM SALA DE AULA	14
1.1 Definição de gamificação.....	16
1.2 A importância da gamificação no ambiente escolar	17
1.3 A motivação como aspecto da gamificação	18
1.4 Elementos da gamificação	20
1.5 Perfis dos jogadores	25
2 A GAMIFICAÇÃO CONSTRUÍDA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA PARA ALUNOS DO OITAVO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	29
2.1 Narrativa	32
2.2 Personificação	32
2.3 Regras	34
2.4 Exploração	36
2.5 Dificuldades e desafios na construção do produto	37
3 EM BUSCA DO PERGAMINHO SECRETO DE EUCLIDES: OS OBSTÁCULOS	39
3.1 Elementos em comum em todos os obstáculos	39
3.2 Primeiro obstáculo	40
3.3 Segundo obstáculo	41
3.4 Terceiro obstáculo	42
3.5 Quarto obstáculo	44
3.6 Quinto obstáculo	45
3.7 Sexto obstáculo	46
3.8 Sétimo obstáculo	47
3.9 Oitavo obstáculo	48

3.10 Nono obstáculo	49
Considerações Finais	51
Referências bibliográficas.....	53
Apêndice – Formulários para resolução dos obstáculos da gamificação – em busca do pergaminho secreto de Euclides	54

INTRODUÇÃO

O grande desafio da escola e, mais especificamente, dos professores atualmente, tem sido despertar o interesse e envolvimento dos alunos nas aulas, fazer com que eles sintam vontade de aprender. Na busca por uma forma mais participativa dos alunos nessa relação ensino-aprendizagem, nos deparamos com vários modelos de metodologias ativas, como sala de aula invertida, uso de diferentes jogos educativos, gamificação e tantos outros. A ideia de jogos e sua utilização em sala de aula como recurso educacional sempre nos despertou interesse, mas foi ao conhecer o que é gamificação e as inúmeras possibilidades de seu uso em sala de aula, que nosso interesse e curiosidade de querer pesquisar e se aprofundar mais sobre isso aumentou. A gamificação não utiliza um jogo específico, mas sim os elementos que são atrativos nos jogos, para construção de um ensino mais participativo, algo que tanto almejamos no processo educacional.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é construir uma gamificação voltada para o ensino de geometria plana, que promova um ensino participativo. A tentativa é construir algo mais dinâmico e muito mais empolgante para os alunos, no qual estão imersos em um mundo de tecnologia.

Focamos em construir uma gamificação voltada para o ensino de geometria plana, com o material indicado pela OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), no livro Encontros de Geometria 1 de Dutenhéfer e Cadar, um material completo e muito bem estruturado, que tenta ensinar de forma clara os conceitos matemáticos. Utilizar esse material foi um pouco arriscado, no sentido de apresentar um nível elevado de complexidade do conteúdo para os alunos das turmas de 8º ano do ensino fundamental, mas que se mostrou promissor, por isso encaramos esse desafio.

O trabalho está estruturado em três capítulos. O primeiro visa apresentar a definição e principais conceitos de gamificação, destacando sua importância em sala de aula. Visa também identificar alguns elementos da gamificação que foram utilizados na construção do nosso produto. O segundo capítulo visa apresentar o produto construído: a gamificação para o ensino de geometria plana para alunos do 8º ano do ensino fundamental, se detendo mais em aspectos gerais do produto e nos elementos que o compõem. Neste capítulo é apresentada a personificação dos personagens, o enredo da gamificação, os sistemas de pontuação e premiação. Já no

terceiro e último capítulo é detalhado cada obstáculo da gamificação, focando nos conteúdos matemáticos e nas habilidades a serem desenvolvidas.

A elaboração desse produto foi realizada durante a pandemia do COVID-19, quando nas escolas as aulas foram suspensas e depois retornaram de forma remota. Ele foi elaborado em Google formulário, dividido em nove obstáculos, no qual o enredo da gamificação é buscar um pergaminho perdido dos estudos de Euclides, como se os alunos tivessem participando de uma expedição para encontrar alguns estudos de Euclides que ainda não foram divulgados e que em cada etapa eles terão que desenvolver habilidades e competências voltadas para os estudos de geometria do oitavo ano. Os alunos poderão criar suas fichas individuais, receberem medalhas por desafios respondidos e aulas assistidas e tentamos aguçar o sentido de explorar o material utilizado para uma aprendizagem participativa.

1 GAMIFICAÇÃO: DEFINIÇÃO, PRINCIPAIS CONCEITOS E SUA IMPORTÂNCIA EM SALA DE AULA

O objetivo deste capítulo é conceituar gamificação, explorar suas principais características e destacar sua importância em sala de aula.

“A história da matemática foi e está construída na resolução de problemas, porque, se o homem não tivesse um problema para resolver, ele não iria pensar em uma solução. Afinal ainda existem muitas portas a serem abertas”. (CARVALHO, 2007, p. 13).

Como professores, entender o conceito acima citado é importantíssimo atualmente, uma vez que geralmente estamos focados em uma didática antiquada, de conteúdo, exercícios, mais exercícios (muitas vezes os problemas que usamos não refletem o dia a dia dos nossos alunos e em geral são apenas cópias textualizadas dos nossos exercícios). Então, como conseguiremos a atenção de nossos alunos para conteúdos nos quais eles não compreendem e nem conseguem enxergar uma aplicabilidade em seu dia a dia?

Já pensou que nós estamos quase na terceira década do século 21 e a informação está por todos os lugares e a maioria presta atenção naquilo que não acha interessante? Se você perguntar para qualquer aluno: você quer ir para aula ou quer fazer qualquer outra coisa? Acredito que uma grande parte deles não iria para a aula se tivesse essa escolha. Hoje em dia, em um mundo cheio de tecnologias, onde questões básicas podem ser resolvidas com um click de botão, levam o aluno a muitas vezes não estar interessado em um assunto, que para ele é muito chato e maçante.

O que está acontecendo? Os alunos estão entediados. E nós, o que fazemos quando estamos entediados? Vamos lá para o celular ou ver e fazer outra coisa qualquer que nos interessa. E se nós professores tornássemos o aprendizado divertido? Os alunos estariam ali na escola para aprender conosco, em um ambiente livre de cobranças, mas na prática muitas vezes não é isso que costuma acontecer. Os jogos trazem a busca de resolução de problemas mais rápidos e muito mais prazerosos, na medida em que existe recompensas, auxílio e respostas às suas ações.

Precisamos primeiro lembrar como ainda é concebida a educação nos dias de hoje: muitas vezes focada totalmente no professor, como se ele fosse o protagonista e detentor de todo o conhecimento. Uma educação tradicional, ou seja, como se o

professor tivesse que inserir na mente dos alunos uma série de informações, nas quais os alunos deveriam assimilar passivamente. Nesse caso, o foco seria no professor e não no aluno. Em oposição a esse modelo centrado no professor, é que as metodologias ativas surgem:

Nessa perspectiva de entendimento é que se situa as metodologias ativas como uma possibilidade de ativar o aprendizado dos estudantes, colocando-os no centro do processo, em contraponto à posição de expectador, conforme descrito anteriormente. Ao contrário do método tradicional, que primeiro apresenta a teoria e dela parte, o método ativo busca a prática e dela parte para a teoria (Abreu, 2009). Nesse percurso, há uma “migração do ‘ensinar’ para o ‘aprender’, o desvio do foco do docente para o aluno, que assume a corresponsabilidade pelo seu aprendizado” (SOUZA et al., 2014, p. 285).

As metodologias ativas focam na aprendizagem do aluno. Nesse caso, teríamos alunos muito mais participativos do processo, teríamos alunos protagonistas e responsáveis pelo seu próprio processo de aprendizagem, alunos no processo colaborativo, no processo de resolução de problemas, no processo de interação entre pessoas e equipes e, principalmente, alunos engajados, coisa que dificilmente acontece em uma sala de aula convencional, onde possui uma mesma configuração espaço do professor e espaço do aluno, sendo assim o professor o doador de conhecimento e o aluno mero receptor.

Nesse caso, teríamos um aluno muito mais ativo: é ele quem está organizando o seu processo de aprendizagem e o professor assume o papel de facilitador desse processo. Então, existem várias formas, várias estratégias para que o professor possa ajudar, para que o aluno consiga ser o protagonista e fazer esse processo de construção de aprendizagem. Nas metodologias ativas, o foco passa a ser o aluno e seu processo de aprendizagem e não mais o professor, o que significa uma mudança de concepção. Ao invés da preocupação em como e o quê o professor ensina, a preocupação agora é como o aluno aprende.

Nas metodologias ativas o aluno é levado a resolver problemas, interagir em grupos, projetar alguma coisa. É claro que conflitos vão surgir nesse processo, por isso, o aluno é levado também a aprender a lidar com esses conflitos, vai aprender a desenvolver suas relações interpessoais, ou seja, de alguma maneira nas metodologias ativas, o foco não são apenas aprendizagens de conteúdo, mas aprendizagens diversas, assim como o desenvolvimento de diversas habilidades e competências em várias áreas, como no aspecto socio emocional, por exemplo.

As metodologias ativas são muitas, mas aqui nessa pesquisa iremos nos deter em uma: a gamificação. Ao ouvir essa palavra, nos remetemos logo a games, e a jogos. Se tem um aspecto no qual crianças e jovens atualmente se envolvem muito é na área dos jogos. Já parou para observar quantas horas do dia seus estudantes ou seus filhos, ou sobrinhos, passam jogando? Talvez até você mesmo já deve ter ficado viciado em algum jogo no celular. Os *games design*, ou seja, os desenvolvedores de jogos, se especializaram em prender a atenção das pessoas por longos períodos de tempo a ponto de levar a indústria dos jogos a se tornar uma das maiores do planeta. Trazendo esse aspecto para o ambiente escolar, será que é possível fazer com que nossos alunos se interessem pelos estudos da mesma maneira na qual se interessam pelos jogos? Para isso, é preciso entender o que é gamificação e como podemos usá-la para mudar a maneira que nossos estudantes enxergam a escola.

1.1 Definição de gamificação

Essa palavra gamificação tem sido cada vez mais utilizada atualmente e relacionada a diversas áreas, como empresas e em ambientes escolares. Mas, o que é e o que não é gamificação? É criar o jogo? Se eu fizer jogos para os meus estudantes isso seria uma sala de aula gamificada? Esse é um erro que tem sido muito cometido quando se tenta aplicar gamificação nas mais diversas áreas. Um jogo pode ser apenas um jogo se não for feito com abordagem correta. A gamificação não se resume em apenas criar um jogo, e sim, em utilizar elementos dos jogos para gerar interesse e engajamento em alguma outra área.

De acordo com Vianna *et al* (2013) a gamificação (do original em inglês *gamification*) corresponde ao uso de mecanismos de jogos orientados ao objetivo de resolver problemas práticos ou de despertar engajamento entre um público específico. Como podemos entender, não seria a construção de um jogo, mas a utilização de suas práticas para motivação e engajamento em problemas diários. Para reafirmar tal pensamento, temos Gabe Zichermann no seu livro *Game-Based Marketing*, que define gamificação como "processo de usar a mecânica e o pensamento do jogo para envolver o público e resolver problemas". Mais uma vez, a busca por resolução de problemas e o envolvimento das pessoas são levadas em consideração na construção de uma gamificação. Karl Kapp em *The Gamification of Learning and Instruction*, afirma que "A gamificação está usando mecânica, estética e pensamento de jogo

baseados em jogos para envolver as pessoas, motivar ações, promover o aprendizado e resolver problemas." Ele faz a junção dos pensamentos de Vianna e Zichermann, dando uma definição completa de gamificação, levando em consideração o envolvimento, motivação, aprendizagem e resolução de problemas, tudo que desejamos em um ambiente educacional.

1.2 A importância da gamificação no ambiente escolar

A profissão que eles vão exercer no futuro muito provavelmente nem existe ainda, então o nosso papel não é mais tentar ensinar como devem aprender e sim engajar os estudantes para que eles tenham autonomia e iniciativa, eles devem se interessar pela matéria a ponto de querer continuar os estudos em casa, espontaneamente. E para conseguir isso é necessário que os estudantes sintam que têm escolhas e que estas escolhas importam e tem consequências, assim eles não estarão fazendo a tarefa porque tem que fazer ou porque os pais mandaram, mas sim porque desejam fazer, e este é um fator fundamental.

Então, porque não usar tais conceitos, hoje em dia definidos como *gamificação*, para buscar o envolvimento destes alunos para a sala de aula? Carvalho (2007) afirma que na resolução de um problema o aluno precisa: compreender o problema, elaborar um plano, executar este plano e fazer a verificação da conclusão encontrada. A gamificação busca estimular o pensamento para resolução de problemas buscando o engajamento e motivação de quem o joga. Então, porque não unir o útil ao agradável e fazer com que nossos alunos aprendam a solucionar problemas com motivação e engajamento e, assim, como na citação inicial deste capítulo, consigam construir uma matemática através destes estímulos para a abertura de novas portas do conhecimento?

Segundo Fadel et al (2014), o ato de jogar, além de proporcionar prazer, é um meio de o sujeito desenvolver habilidades de pensamento e cognição, estimulando a atenção e a memória.

O ato de ensinar de forma mais lúdica, mas com objetivo, traz o aluno a um envolvimento maior, a explorar suas aptidões ao realizar novas tarefas e a buscar soluções aos problemas a eles propostos. Segundo Vianna (2013), a gamificação propõe o uso do sistema de jogos para resoluções de problemas, não a utilização de

jogos em si para conseguir tal objetivo, mas a utilização de seus elementos para estimular os alunos, como mecânicas, dinâmicas e estéticas dos jogos.

De acordo com Alves (2010), com o mercado de games em um enorme crescimento, vemos nossos alunos da geração C: conectividade, compartilhamento e colaboração cada vez mais tempo interagindo com o seus smartphones e computadores em jogos que consomem o seu tempo e sua dedicação. Então, por que não usar da lógica que existe nos games para criarmos um espaço mais prazeroso e desafiador e assim termos a atenção dos alunos para o conteúdo estudado?

Uma forma de estimular as pessoas a se engajarem melhor em suas atividades diárias de uma forma mais lúdica é através dos elementos existentes nos jogos, como *badges* (medalhas ganhas por cumprirem determinados objetivos), níveis, desafios, escolhas, status, recompensas etc. Ou seja, usando os elementos existentes, e não com os jogos em si. Criando assim, um ambiente desafiador, prazeroso e de entretenimento, pois ao jogar, além de nos trazer prazer, os jogadores desenvolvem habilidades de pensamento e cognição (para solucionar os problemas a ele proposto) e estimula a atenção e memória (FADEL et al, 2014).

1.3A motivação como aspecto da gamificação

Se quisermos que os estudantes se engajem, precisamos ver maneiras de eles terem interesse e envolvimento pelas atividades. Precisamos entender um pouco mais dos nossos alunos para podermos motivá-los. Em nossa prática como docente, percebemos o que realmente falta em muitos alunos é motivação, esta que foi perdida em uma educação muitas vezes antiquada e tradicional. Existe uma charge animada de Charlie Brown (<https://www.youtube.com/watch?v=wdCY9xrh62w>), que faz uma crítica a essa educação, mostrando que o único significado de ir para a escola é tirar boas notas. Para poder ir a faculdade e tirar boas notas, e ir para pós-graduação e tirar boas notas, e ter um bom emprego, casar e ter filhos e mandar os filhos para a escola e tirar boas notas. Talvez este seja o ponto de vista dos nossos alunos, que em um mundo tão globalizado, veem pessoas que não frequentaram o sistema educacional completo e atinge o objetivo de ter um bom emprego e formar famílias.

Então, o sentido de apenas tirar boas notas já não é tão prazeroso para eles, por isso, devemos arrumar meios de motivá-los.

Motivação é a chave para que consigamos o empenho do alunado em suas atividades diárias em relação a nossa disciplina. A motivação é dividida em duas formas: a extrínseca e a intrínseca (FADEL et al 2014).

A extrínseca, ocorre de fora para dentro, em geral é um fator externo que o provoca, é muito eficaz para ações imediatas e casuais, mas o que buscamos é a construção de um hábito e, por isso, esta não é a melhor forma, pois motivará a pessoa a conseguir apenas o prêmio, buscando soluções rápidas e não buscando a melhor solução para o problema.

Já a motivação que queremos é a intrínseca, pois ela cria hábitos, na medida em que constrói um desejo voluntário de participar, buscando as melhores soluções para os problemas propostos, gerando assim uma competitividade pessoal, com isso entrando em um estado de concentração plena, onde perdemos a noção de espaço e tempo. Este estado foi chamado por Mihaly Csikszentmihalyi (psicólogo húngaro) como Teoria do Flow (LEAL 2019). Este psicólogo defende que deve existir um equilíbrio entre o desafio proposto e as habilidades que as pessoas têm para realizá-los. Se a habilidade é maior que o desafio, o aluno ficará entediado, se o desafio é maior que a habilidade, o aluno ficará ansioso pela solução, tendo assim que diminuir o nível do desafio para sentir-se que está fazendo parte de algo maior. Portanto, a construção de uma motivação intrínseca está ligada a autonomia, excelência e propósito, com afirma Daniel Pink em seu livro *Motivação 3.0*.

As teorias dos jogos digitais já se apoiaram na Teoria do Flow para construção de jogos mais imersivos, onde o usuário se “desliga” do mundo exterior e passa a concentrar-se quase que exclusivamente no jogo. Devido à quantidade imensa de informação, ao número de dispositivos eletrônicos, publicidades em websites e ao anseio por interação em redes sociais, tornou-se mais difícil cumprir tarefas com certo grau de concentração. Um ambiente educacional ou corporativo deve chamar a atenção e manter o foco dos participantes naquilo que é relevante, então é possível usar a gamification como alternativa de comunicação. (FADEL, et al. 2014, p. 41)

É possível atingir esse estado em diversos tipos de ações que realizamos no nosso dia a dia, como trabalho, por exemplo. Mas, reparou como grande parte destes pré-requisitos do Flow estão presentes nos jogos?

De acordo com Lemes 2019, os jogos modernos são especificamente projetados para atingir e manter o estado de Flow em seus jogadores, os objetivos são claros, o feedback das ações é imediato, e cada desafio é pensado para não ser nem fácil demais, o que deixaria o jogador entediado e nem difícil demais, a ponto de dar a sensação de que ele nunca vai conseguir nada.

Pequenos desafios bem-sucedidos geram no jogador o que o professor Ian Robertson chamou de *The Winner effect*, o efeito do vencedor. Ele mostrou que, quando temos sucesso em uma tarefa, nosso cérebro libera diversos hormônios como a testosterona e a dopamina que descarrega uma imensa sensação de prazer. Essa sensação seria uma das responsáveis por querermos repetir a tarefa indefinidamente. Jogos bem construídos têm um ciclo de desafio, conquista e prazer muito curtos, o que potencializa esse efeito do vencedor, fazendo com que as pessoas não consigam parar de jogar.

1.4 Elementos da gamificação

De acordo com Fadel et al (2014), alguns elementos fazem parte da gamificação, como: mensagens enviadas (leva em consideração a narrativa, as regras e objetivos a serem alcançados), pontuações e scores, premiação e práticas colaborativas e cooperativas (também pode ser considerada a exploração do jogo em si). Segundo o autor:

As **mensagens enviadas** ao jogador têm como objetivo de redirecioná-lo no alcance dos objetivos ou motivá-lo; as **pontuações e scores** comparativos são exemplos de feedback. **A premiação é a recompensa** pela tarefa ou subtarefa realizada. Normalmente, elas são ilustradas com medalhas, 'novas vidas' ganhas, entre outras possibilidades. **As práticas colaborativas e cooperativas** compõem a mecânica que norteia os jogos e as ações gamificadas. (FADEL et al, 2014, p 80. Grifo nosso)

Esses elementos destacados acima são muito importantes para o processo de gamificação das atividades a serem propostas aos alunos, pois elas são os elementos de gamificação a serem utilizados para criar um ambiente ainda mais divertido e que

trará um empenho maior nas atividades propostas e um aumento da motivação intrínseca dos alunos.

Mesmo não conhecendo nenhum dos jogos eletrônicos atuais, ainda assim, podemos aplicar a gamificação. Quase todas as pessoas gostam de jogos, sejam jogos digitais, de tabuleiros, baralho ou algum esporte, por exemplo. Todos eles são jogos e estes possuem algumas características em comum.

As regras, que diz o que pode e o que não pode ser feito dentro do mundo do jogo. Uma das regras do futebol, por exemplo, é que os jogadores não podem tocar na bola com as mãos, exceto o goleiro. O objetivo é o que indica o que estamos buscando dentro do jogo.

Os jogos costumam ter objetivos claros e vastamente indicados, nos esportes em equipe, por exemplo, o objetivo costuma ser fazer mais gol ou pontos que o adversário, mas tipos diferentes de jogos têm objetivos distintos. Em uma corrida é chegar primeiro, já no RPG é interpretar um personagem.

Com um *feedback* constante do seu desempenho, os jogos em geral sempre te deixam atualizados da sua evolução, a pontuação está sempre disponível e você sempre tem noção de como está o seu progresso, não precisando esperar uma prova final nem nada do tipo.

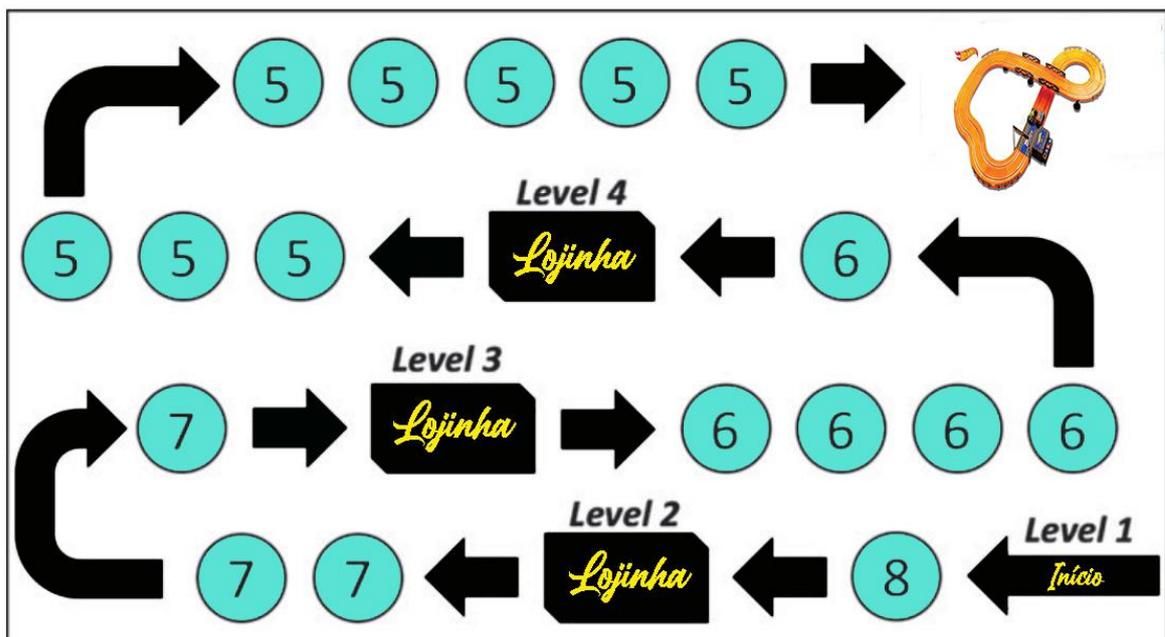
O mais importante: a participação voluntária, uma vez que é impossível jogar se você não quiser. Voluntariamente, o jogador busca respeitar as regras em prol de alcançar o objetivo. Se em um jogo de futebol, por exemplo, um jogador que não seja o goleiro, tentar pegar a bola com as mãos e tentar fazer gols, o jogo simplesmente não acontece. Esse é um dos principais fatores que precisamos trabalhar dentro de nossas salas de aula.

A Narrativa da gamificação tem relação com criar um enredo por trás do processo de aprendizagem e podem fazer com que seus estudantes se interessem ainda mais e podem ajudar a transformar a escola em um lugar mágico. Isso depende muito dos perfis dos nossos alunos, por isso é importante saber seus gostos e trabalhar nosso enredo em torno de suas preferências. Por exemplo: se duas crianças gostam muito de *Hot Wheels* e querem muito ganhar uma pista de presente, mas não apresentam evolução nas atividades de matemática e nem o interesse em estudar o

conteúdo, logo podemos criar algo como “Em busca da pista sagrada dos *Hot Wheels*” e criar várias fases para que os mesmos possam trabalhar as questões e ao final conseguirem a pista tão desejada.

De acordo com Leal (2019) as regras precisam ser bem definidas, para que não seja necessárias alterações no decorrer da gamificação, pois mudanças nas regras e no balanceamento dos pontos podem desmotivar os alunos a não quererem continuar participando da gamificação. No caso do exemplo da gamificação das duas crianças, poderíamos construir um tabuleiro (Figura. 1.1) com as fases e o número de questões necessárias para poder ir para a próxima fase. Definiríamos também o quanto de moeda seria recebido por cada passo dado no tabuleiro e em cada início de fase teria uma lojinha que eles poderiam tornar o dinheiro do jogo em objetos reais (incentivo para continuar jogando). Essa lojinha (Figura 1.2) teria algumas guloseimas, carrinhos da *Hot Wheels* e atividades em família. No final teria o prêmio tão desejado, que seria a pista da *Hot Wheels*.

Figura 1.1 Tabuleiro da gamificação (construída no Adobe Photoshop)



Fonte: autor (2020)

Figura 1.2 Exemplo de lojinha para troca da moeda do jogo por objetos reais e Lazer em família (construída no Adobe Photoshop)



Fonte: autor (2020)

O número em cada círculo no tabuleiro diminui gradualmente ao longo do jogo. O número de círculos entre as lojinhas aumenta à medida que os jogadores avançam. Nos jogos, pontos, níveis e mecânica são usados com frequência. Por exemplo, se a soma dos pontos de jogo de um jogador atinge um número específico, o nível do jogo sobe. O jogador pode aumentar o número de pontos de jogo mais facilmente em níveis mais altos do que em níveis mais baixos. No entanto, é mais difícil alcançar o próximo nível em níveis mais altos do que em níveis mais baixos. Os jogadores percebem um rápido aumento nos pontos de jogo, nos estágios iniciais do jogo, como um aumento de habilidade ou habilidades. Da mesma forma, quando um jogador leva muito tempo para construir pontos e subir de nível, nas fases posteriores do jogo, os jogadores percebem o valor de cada nível mais alto do que antes. “Em busca da pista sagrada dos *Hot Wheels*” seguiria essas mecânicas de jogo. A moeda virtual é um meio eficaz de recompensa, pois os jogadores podem trocar a moeda virtual por itens que tenham valor real. Os jogadores podem ser motivados pela quantidade crescente de moeda virtual que recebem à medida que se deslocam através do jogo, bem como suas chances de comprar itens reais.

Conforme Faria (2018) no que se refere à exploração, ela é uma parte essencial do processo de gamificação e que costuma ser muito negligenciada. O estudante deve

poder explorar até encontrar a resposta certa, deve ter o direito de errar sem ser punido, por isso, o ambiente da escola não deve ser um local de cobranças excessivas e sim um local para compartilhar conhecimento, aprender e errar muito no processo e, se os alunos falharem, não devemos ser inflexíveis. Podemos organizar experimentos que falharam propositalmente, por exemplo, para ensinar aos alunos que é possível errar e aprender com seus erros, podemos elaborar experimentos que acha uma competição saudável para poder estimular ainda mais o crescimento dos estudantes e os estimularem a querer melhorar cada vez mais. A cooperação também é uma forma de socialização do conhecimento a ser estudado e muitas vezes bastante eficiente.

O sistema de pontuação e recompensa é outro elemento importante da gamificação. Se observarmos o atual sistema de ensino, percebemos que os estudantes entram em sala de aula sabendo que o bimestre vale uma determinada pontuação, como 10, por exemplo, e a partir daí a cada erro cometido a nota desse aluno vai sendo reduzida até atingir a média final: não fez trabalho, perde nota, não fez tarefa, perde nota, errou uma coisa na prova, perde nota. Esse método estimula o feedback voltado para a falha, o que nós precisamos é de um método focado no sucesso do aluno. Ao invés de penalizarmos nossos estudantes pela falha, por que não os premiamos pelo sucesso? Podemos usar conceitos de jogos como experiência, níveis, troféus e medalhas dentro das nossas salas de aula, programas de milhas de companhias aéreas e programas de pontuação de cartões de crédito também entram nessa categoria de gamificação com relativo êxito.

Um exemplo bem interessante citado por Alves em seu livro *Gamification* ocorreu em 2010 na cidade de Estocolmo, em uma aplicação experimental de teoria dos jogos, proposta por Kevin Richardson. Em um dos radares da cidade foi aplicado a seguinte norma: se o motorista cruzasse o local acima da velocidade permitida ele seria multado normalmente, no entanto, caso nesse mesmo cruzamento o motorista passasse no limite de velocidade permitido ou abaixo, então ele era premiado automaticamente com um bilhete de loteria, no qual o prêmio sorteado era justamente o valor das multas dos motoristas infratores. Essa ideia genial deu certo e durante o experimento cerca de 24.857 carros passaram pelas câmeras e a velocidade média do trecho foi reduzida de 32 quilômetros por hora para 25 quilômetros por hora, uma

redução de 22% na velocidade média, sem ter realmente que mudar quase nada. O desejo de ganhar algo é engajador, muito mais potente do que o medo de perder.

Além dos elementos já citados, podemos também levar em consideração a utilização de avatares, na medida em que transmitem a expressão da individualidade do aluno, é um fator presente em jogos e o que funciona como engajador muito potente nessa expressão é a estética (LEAL 2019). Quando falamos de estética podemos estar falando do ambiente do jogo ou do design atraente das interfaces, mas o mais comum e mais fácil de se aplicar em sala de aula como falado inicialmente são os avatares de personagens. Avatares são representações do estudante dentro do ambiente do jogo. A personalização desses é um fator que atrai muitos estudantes, mas apenas o fato de ter um personagem carismático também pode ser um fator de engajamento. Franquias como Mário, Zelda e Sonic, por exemplo, são construídas ao redor de um personagem extremamente carismático e tiveram grande sucesso. Podemos inclusive integrar a estética do personagem com um sistema de pontos, como a possibilidade de ele ganhar novos equipamentos e opções de personalização à medida que sobe de nível no jogo. Isso une a sensação de que aquele personagem é seu, ao mesmo tempo que premia o estudante pelo progresso.

1.5 Perfis dos jogadores

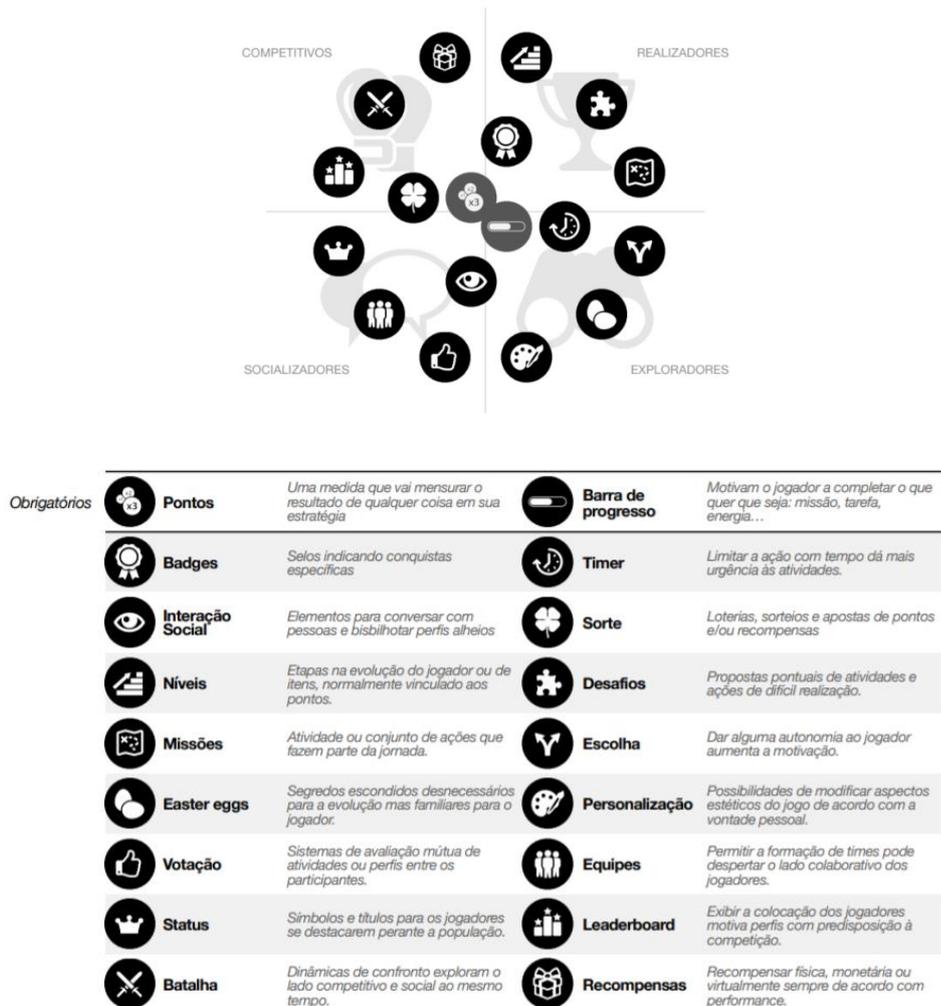
Além do que foi citado acima, temos que levar em consideração os perfis das pessoas que participaram da gamificação, na medida em que, de acordo com Marcel Leal, em seu livro *Gamificação na Prática: Um panorama sobre a gamificação e como você pode utilizar esta estratégia na sua empresa*, existem quatro tipos de perfis: competidores, conquistadores, socializadores e exploradores.

- Competidores: Gosta dos dois lados da moeda, perder e ganhar, pois ele é motivado pela disputa de ganhar, embora saiba que existe um perdedor, mas seguirá todas as regras para que sua conquista valha a pena.
- Conquistadores: Gosta de ganhar no jogo, vencer os desafios propostos é sempre muito prazeroso e mais ainda é mostrar que conseguiu. Estão sempre buscando novos desafios, às vezes confundem-se muito com os competidores, pois ambos buscam sempre dar o seu melhor.

- Socializadores: São aqueles que estão jogando em busca de uma interação social, de fazer novas amizades. Fazer missões coletivas, nas quais os amigos estarão presentes e ele poderá aproveitar o jogo junto deles.
- Exploradores: Costumam explorar o jogo ao máximo, em geral em busca de *Easter eggs* (segredos escondidos, desnecessários para a evolução, mas muito admirados pelos jogadores).

Leal (2019) deixa claro que os jogadores não possuem apenas um tipo de perfil, mas sempre existe um dominante em nossa maneira de se comportar quando estamos jogando. De acordo com o autor, este gráfico mostra o que mais interessa para cada perfil em um jogo e como você deve direcionar sua gamificação:

Gráfico 1 Perfis dos Jogadores por Marcel Leal em Gamificação na Prática: Um panorama sobre a gamificação e como você pode utilizar esta estratégia na sua empresa



Fonte: Leal (2019)

Então nos colocamos em frente a uma grande barreira, pois diferente dos jogos, nos quais a escolha é do jogador, ele quem decide se o jogo possui elementos que trarão a ele prazer em jogar. Na educação teremos todos os perfis juntos e o educador é quem deverá criar uma estratégia utilizando os elementos acima, pois eles representarão o nível de empenho dos alunos para a solução do jogo, tendo que inspirá-los dentro de um processo de imersão em um espaço lúdico e divertido. É nesse sentido que a gamificação contribui na criação de um ambiente diferenciado de aprendizagem, com eficácia na retenção da atenção do aluno.

Devemos entender bem qual deve ser o processo seguido na construção deste espaço de gamificação, para que o objetivo possa ser alcançado, na medida em que o jogo deve possuir metas claras, porque elas são a motivação para realização da tarefa proposta, as regras devem determinar o comportamento e o agir. Nivelando o ambiente de acordo com o sujeito, o sistema de feedback é quem determina a posição do sujeito em relação ao jogo construindo, uma participação voluntária, pois a gamificação só será interessante se o sujeito estiver disposto a jogar.

Nesse sentido, Leal (2019) aponta dois pontos obrigatórios, que são os pontos e as barras de progresso (fig 1.3):

Figura 1.3 Exemplo de barra de progresso e status, um exemplo de feedback, jogo League of Legendes.



Fonte: autor (2020)

Tais elementos podem ser considerados as métricas do jogo, que utilizaremos para bonificar e qualificar o engajamento do jogador/aluno. Para isso, está métrica deve ser comparativa, podendo durante todo o período da gamificação ser comparada com a conclusão do jogo e com os outros participantes, deve ser fácil de entender, pois todos devem saber bem como está sendo avaliado e que proporciona a ação do jogador/aluno, sendo assim poderão agir conforme sua evolução e o objetivo do jogo. O bom é que estas métricas sejam qualitativas e não quantitativas, que estejam

ligadas à evolução educacional do aluno e não ao quanto ele consegue copiar, uma vez que estamos buscando que o aluno seja autônomo e não apenas meros copiadores de roteiros já traçados.

2 A GAMIFICAÇÃO CONSTRUÍDA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA PARA ALUNOS DO OITAVO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste capítulo vamos trabalhar o objetivo desta gamificação, o material utilizado como base para a gamificação, como ele foi construída, os elementos da gamificação que foram utilizados e nossas principais dificuldades para a sua construção.

O produto construído e apresentado nessa presente pesquisa trata-se de uma gamificação, pensada para uma turma do oitavo ano do ensino fundamental do Colégio Tiradentes de Maceió- AL. Essa gamificação se baseia nos elementos da geometria plana, também conhecida na matemática como geometria Euclidiana. Os elementos contidos no conteúdo deste produto fazem parte da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Buscamos construir algo que levasse os alunos a buscarem o conhecimento por conta própria, embasados no livro “Encontros de Geometria 1”, do PIC (Programa de Iniciação Científica da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP) e com base nos elementos contidos na BNCC e no livro didático “A conquista da matemática”, adotado pelo colégio Tiradentes da Polícia Militar de Alagoas, para o qual a gamificação está sendo criada. Utilizamos como base desta construção o livro que aborda o conteúdo a partir dos conceitos básicos da geometria plana até o cálculo de área e teorema de Pitágoras e tem nos assuntos abordados todas as habilidades listadas para o oitavo ano do ensino fundamental e mais algumas que serão vistas nos demais anos, além de revisar o conteúdo de forma clara dos anos anteriores do ensino fundamental.

A criação dessa gamificação visa também desenvolver algumas habilidades e competência citadas na BNCC para alunos do oitavo ano do ensino fundamental nas quais estão sendo citadas abaixo:

(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. Construções geométricas: ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a

partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso. Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas.

(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas. Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.

(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica. Grandezas e medidas Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência.

(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. (BRASIL, 2018, p. 315)

A última habilidade citada não é abordada na gamificação e algumas habilidades dos anos anteriores (5^o, 6^o e 7^o anos) e ano posterior (9^o ano) elencadas na BNCC também serão abordadas e mais detalhadas no capítulo 3.

Essas habilidades devem ser desenvolvidas por meio dos conteúdos abordados na gamificação. Esses conteúdos estão divididos da seguinte forma:

1. Obstáculo 1: Conceitos básico de geometria plana
2. Obstáculo 2: Ângulos
3. Obstáculo 3: Triângulos
4. Obstáculo 4: Quadriláteros
5. Obstáculo 5: Retas paralelas cortadas por uma transversal
6. Obstáculo 6: Soma dos ângulos internos de um triângulo
7. Obstáculo 7: Pontos notáveis em um triângulo
8. Obstáculo 8: Área de figuras planas (triângulos e quadriláteros)
9. Obstáculo 9: Teorema de Pitágoras

Cada formulário foi criado com base na divisão de conteúdos adotados, sendo assim, dividimos a gamificação em nove partes, que chamaremos de obstáculos. Além dos nove formulários, teremos a convocação, que deve ser utilizada para personificação do personagem por parte do aluno.

A gamificação construída vai abordar cada etapa do livro como um obstáculo a ser transposto a partir das atividades propostas no capítulo. Levando em consideração a evolução do conteúdo de forma gradual, para tal construção também foi necessário a resolução de todos os exercícios propostos no livro para que pudessemos avaliar o

nível do material e poder trazer algo compatível com os nossos alunos, isso porque, conforme apresentamos no capítulo anterior, segundo a Teoria do Flow, o desafio não pode ser difícil demais, pois desestimula o aluno e nem fácil demais, que deixa o mesmo entediado.

Além do livro, os alunos também terão acesso ao conteúdo em vídeo do próprio canal do PIC no Youtube, quanto de um canal criado para postar a explicação de cada conteúdo para os mesmos, com vídeos que gravamos no canal do Megaluno Suporte Escolar, também no Youtube, com base no material utilizado para a construção da gamificação.

Em relação à pontuação, a gamificação pensada, visava a obtenção de nota mensal, não tem como ser do bimestre todo, pois a escola militar tem um regimento interno, onde deve sempre haver uma avaliação bimestral com prova contendo 5 questões abertas e 5 fechadas. Esta gamificação visa bonificar o acerto das pessoas em cada obstáculo, na medida em que, conforme discutimos no capítulo anterior acerca da motivação e efeito do vencedor, as pessoas sentem-se melhor ganhando, que perdendo. Então os alunos ganham experiência conforme forem respondendo as questões e, sem que percebam, a cada acerto será atribuída uma pontuação e no decorrer da gamificação ele vai obtendo sua nota mensal. Conforme eles vão acertando, poderão ir para os próximos níveis e chegar cada vez mais perto de sua nota 10. Levando em consideração o nível dos alunos e das questões colocadas na gamificação, não é necessário o aluno acertar todas as questões para ter nota máxima e sim atingir um determinado número de questões em cada obstáculo, que seria metade das questões mais uma, uma vez que buscamos não a nota máxima, mas observar se o aluno conseguiu compreender o conteúdo estudado, pois este é o foco da gamificação.

No processo de criação do produto, estudamos várias formas de construirmos a gamificação, pois existem alguns sites que já fornecem uma forma mais prática de construção, como o site do *Classcraft*, mas a dificuldade seria o idioma, pois boa parte do site ainda não tem tradução. Também existem formas mais dinâmicas de gamificação, como o *Kahoot*, mas, como queríamos uma gamificação mais prolongada, o *Kahoot* não poderia nos ajudar. Então resolvemos fazer pelo Google formulários, pois podemos vincular ao Google sala de aula, que os alunos já

conhecem e utilizam. Como este material foi construído em tempos de quarentena, por causa da pandemia causada pela covid-19, todos os alunos que utilizariam a plataforma teriam acesso a ela através de um e-mail institucional, limitando assim o acesso apenas aos alunos das turmas que a gamificação seria utilizada.

2.1 Narrativa:

O jogo tem como enredo a busca do pergaminho perdido de Euclides. Com base na história, Euclides foi um grande matemático e conhecido como o pai da geometria plana, pois seus estudos são utilizados até hoje em dia, por isso que, conforme mencionado anteriormente, esta geometria também é denominada geometria Euclidiana. A gamificação se passa no tempo atual, onde foi descoberto um novo pergaminho de Euclides, que leva a uma ilha a 37° N e 25° L. Esta ilha nunca foi vista, pois este local está sempre cercado por um grande nevoeiro e tem muitas pedras que em geral quebram os barcos que tentam chegar até lá. No pergaminho tem uma fala de Euclides que sua principal descoberta matemática não está nos pergaminhos que todos conhecem, mas sim escondido nesta ilha e a descoberta deste material poderia revolucionar o mundo, principalmente na construção de novos programas de computadores que auxiliassem nas modelagens 3D e assim poderiam ser utilizadas em vários ramos da indústria e serviços, como em cirurgias, com atualização de imagens. Este enredo traz uma apelação emocional e de desafio, coisas que chamam a atenção dos nossos alunos hoje em dia.

2.2 Personificação:

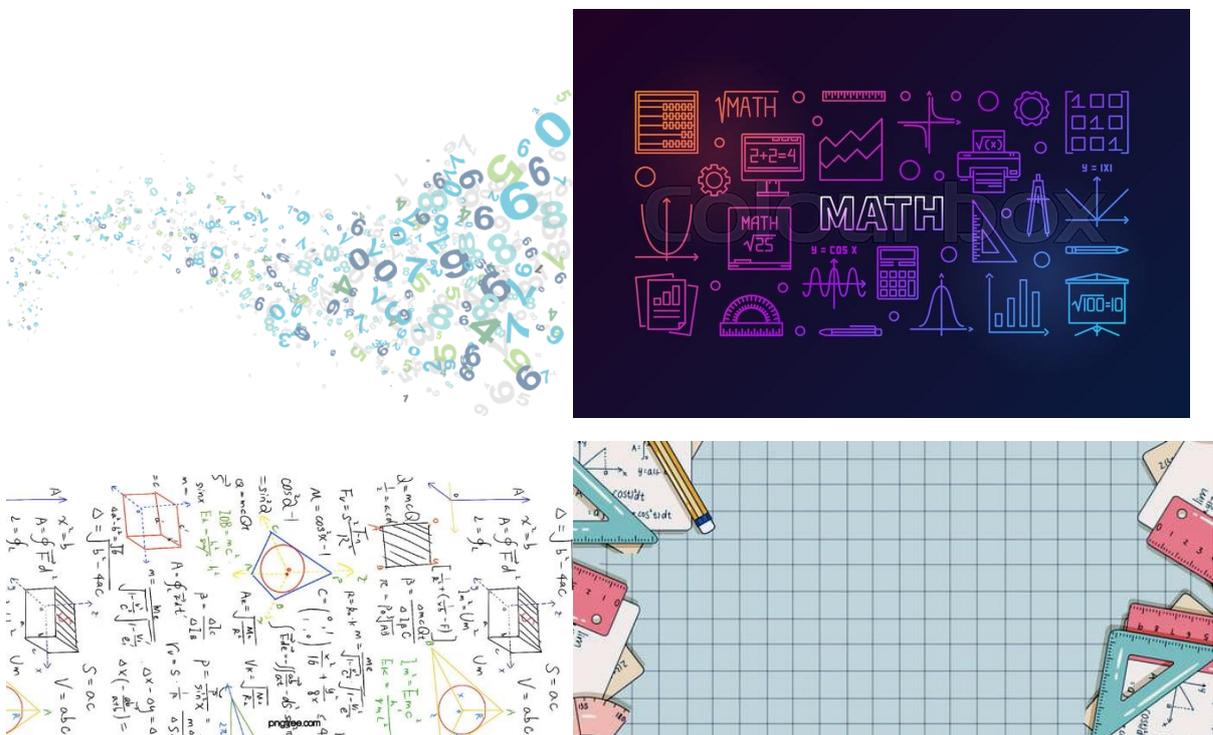
Um dos conceitos falados no primeiro capítulo, que chamam a atenção dos alunos é a construção do seu próprio avatar. Nesta gamificação, na personalização do seu personagem, os alunos poderão escolher entre vinte e quatro imagens (figura 2.1 e figura 2.2) o seu personagem e o fundo da sua ficha entre quatro opções (figura 2.3 a figura 2.6), dando um total de cinquenta e seis formas diferentes de formar a sua ficha. Desta forma, os alunos poderão se sentir parte de uma aventura, deixando-os mais motivados para participar da gamificação. Na figura 2.7 teremos um exemplo de ficha.

Figura 2.1 e 2.2 Primeiro e segundo imagens para avatar



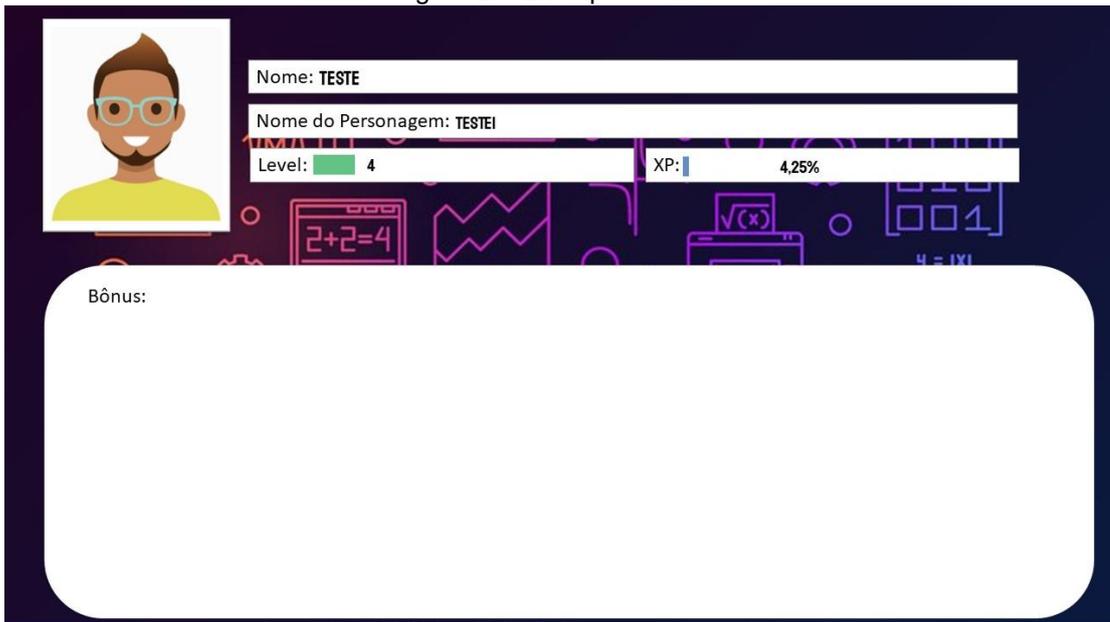
Fonte: <https://br.freepik.com>

Figura 2.4 Exemplo de fundo de ficha (fonte: <https://br.freepik.com>)



Fonte: <https://br.freepik.com>

Figura 2.7 Exemplo de ficha



Fonte: autor (2020)

2.3 Regras:

Conforme mencionamos no primeiro capítulo, as regras precisam ser bem claras, para que não ocorra muitas modificações no decorrer da gamificação, porque isto desmotiva o aluno a continuar. Aqui apresentaremos como será obtido o xp (experiência obtida) e o level (nível que se encontra), na medida em que é a partir destes dois indicadores que conseguiremos atribuir nota aos nossos alunos em relação à sua evolução durante toda a gamificação.

A tabela abaixo mostra a regra para obtenção de nota e da ajuda extra para prova bimestral:

Tabela 2.1 de pontuação por questão certas e obtenção de nota

EXPERIENCIA OBTIDA POR ACERTO É QUADRO DE PONTUAÇÃO EXTRA E PONTUAÇÃO MÍNIMA PARA CADA NOTA:							
OBSTACULO 1 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 2 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 3 (A CERTOS)	XP OBTIDA
1	20		1	20		1	50
2	40		2	40		2	100
3	60		3	60		3	200
4	80		4	80		4	225
5	100		5	100		5	250
6	120		6	120		6	275
7	140		7	140		7	300
8	160		8	160		8	325
			9	180			
OBSTACULO 3 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 4 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 5 (A CERTOS)	XP OBTIDA
1	50		1	50		1	300
2	100		2	100		2	400
3	200		3	200		3	500
4	300		4	300		4	600
5	325		5	400			
6	350		6	500			
7	375		7	600			
OBSTACULO 6 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 7 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 5 (A CERTOS)	XP OBTIDA
1	200		1	600		1	1000
2	300		2	700		2	1200
3	400		3	800		3	1400
4	500		4	900		4	1500
5	600		5	1000			
6	700		6	1100			
7	800		7	1200			
8	900						
9	1000						
10	1100						
11	1200						

CADA DESAFIO VALE 1000 PONTOS DE XP

EXPLORADOR DO CONHECIMENTO 500 DE XP	
NOTA 7	56,66%
NOTA 8	63,48%
NOTA 9	68,00%
NOTA 10	71,06%

ESTA PORCENTAGEM É LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO O MÁXIMO DE 8640 PONTO QUE PODEM SER OBTIDOS.

Fonte: autor (2020)

Com esta tabela fica claro a quantidade que o aluno obteve em cada etapa e quantas questões são necessárias ele responder para obter cada nota, pois como vimos na ficha, a porcentagem de experiência vai estar demonstrada, logo, fica mais fácil o *feedback* dado ao aluno no decorrer da gamificação, uma vez que a sua ficha ficará acessível durante toda gamificação em uma pasta no *Google drive* on-line.

Os alunos só deverão ir para o próximo obstáculo, depois que virem o conteúdo em uma aula com o professor. Então o material com o conteúdo estará disponível para os alunos a qualquer momento, mas os obstáculos (fase da gamificação), só deverão ser liberados após a aula sobre o conteúdo ministrado.

Os dois desafios estão colocados nos obstáculos três e quatro, pois são questões que demandam um pouco mais de tempo e conhecimento para a sua

resolução, além de fazerem parte das habilidades elencadas na BNCC para o oitavo ano do ensino fundamental. Já o prêmio explorador do conhecimento deve ser obtido por assistir, curtir e comentar (com a conta do e-mail institucional) as aulas em nosso canal (Megaluno Suporte Escolar). Estas aulas estarão elencadas no material que será disponibilizado aos alunos.

Após o primeiro envio do formulário, ele será corrigido e avaliado pelo professor, feita a avaliação e obtido os resultados, o professor poderá dar uma nova chance para que o aluno possa refazer o formulário novamente, uma vez que o intuito é o aprendizado do aluno. As questões que tiverem o menor número de acerto, podem ser discutidas durante a aula, para sanar as possíveis dúvidas que possam ter surgido durante a resolução das questões pelos alunos. O bom do Google Formulários é que o professor terá este resultado rapidamente, podendo assim responder com agilidade aos alunos e sanar as dúvidas de maneira mais eficaz.

As atividades de desafio e de exploração do conhecimento, são colocadas para que o aluno possa atingir o nível 11. Nele o aluno terá o direito de ganhar uma ajuda de 1 minuto durante a prova bimestral, para fazer perguntas ao professor e este poder lhe auxiliar na resolução de alguma questão, ou ainda escolher uma questão para não responder e mesmo assim ganhar a pontuação da questão.

2.4 Exploração:

Buscando uma melhor imersão na gamificação, para que os alunos possam mergulhar ainda mais na história terão que usar o Google tradutor, uma vez que algumas partes da história (pergaminhos e dicas) estão em grego, visto que estávamos falando de um matemático grego. Mas isto é só para dar uma ênfase na exploração do conteúdo utilizado para gamificação, assim como a medalha explorador do conhecimento será dada às pessoas que assistirem, curtirem e comentarem no vídeo do conteúdo, motivando os mesmos a explorarem as mídias de comunicação e os conteúdos a eles abordados. Como queremos gratificá-los com bonificação por participação, nada mais do que estas ações valerem ponto, que podem contar tanto para a nota como para a ajuda extra.

Além disso, é importante oportunizar o máximo de chances possíveis para que o aluno possa conseguir pelo menos uma nota sete, pois estamos procurando engajamento do aluno e não punição. O exercício de fazê-los ganharem ponto durante toda a trajetória tem como objetivo incentivar o aluno a sempre tentar responder o máximo possível de questões certas e com isso se aprofundar cada vez mais no conteúdo trabalhado.

O *feedback* positivo é o que buscamos, pois eles vão em busca de ganhar e não de perder nota, conforme mencionamos no primeiro capítulo. Queremos sempre que o aluno tenha o seu efeito do vencedor ativo, para que ele possa se sentir um vitorioso e com isso tentar mais vezes, sem medo de errar.

Além de bonificar os acertos e não retirar nota diante dos erros, os alunos podem ganhar mais pontos que o total necessário para obtenção da nota 10 e com isso ganhar o prêmio extra do level 11. Mas para ganhar esta bonificação o aluno terá que se dedicar aos estudos e ter maior motivação de assistir aos vídeos postados tanto no canal do Megaluno, quando no canal do PIC.

2.5 Dificuldades e desafios na construção do produto

Este material foi construído no ano de 2020 e tem sido aplicado durante as aulas remotas do quarto bimestre desse ano, em quatro turmas do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Maceió, totalizando 107 alunos. Essa Escola, apesar de ser estadual, é mantida em parceria com a Polícia Militar, sendo considerada uma escola militar e recebendo uma cota de alunos da comunidade e alunos cujas famílias são de militares. Todos os alunos participam de um processo seletivo para poderem ingressar na escola.

A construção dessa gamificação foi desafiadora, na medida em que tivemos que responder todos os exercícios do livro “Encontros de geometria 1”, de Francisco Dutenhefner e Lucina Cadar, para poder analisar o nível de desafio das questões propostas e adequá-las ao contexto e realidade da turma, uma vez que o desafio não pode ser maior que a habilidade, pois isto desmotivaria o aluno a participar. Outro desafio na construção dessa gamificação foi o processo bem trabalhoso de ter que construir ficha por ficha com a tecnologia e programas que tínhamos em mão (*Excel*,

Power Point, Google Formulários, Google Drive e Google Apresentação), na medida em que requer tempo para colocar fundo e imagem para cada um dos alunos. Além da criação das fichas, vincular cada uma das pontuações entre planilhas on-line, *Excel e Power Point*, para depois de tudo verificado e calculado apresentar o resultado aos alunos, também exigiu um certo tempo e conhecimento dos programas.

Outra dificuldade foi em relação à elaboração e ao uso dos manuais de aplicação. Como estamos falando de uma gamificação, precisamos deixar claro as regras, logo, é necessário a construção de um manual ao qual os alunos possam acessar e verificar como a gamificação funciona. Este manual precisa ser o mais claro possível para que os alunos tenham em sua mente como funciona o processo de pontuação da gamificação. Contudo, os alunos não estão mais acostumados a ler e interpretar, eles querem as coisas mais simples possível e que para eles não pareça uma perda de tempo. Então elaborar um manual simples, de claro entendimento, que seja fácil, rápido e objetivo também é desafiador. Poderíamos ter levado em consideração a criação de um manual áudio visual, que facilitaria o acesso e a compreensão dos alunos e poderia ser colocado no mesmo canal das vídeo aulas.

3 EM BUSCA DO PERGAMINHO SECRETO DE EUCLIDES: OS OBSTÁCULOS DA GAMIFICAÇÃO

Este capítulo especifica o processo de criação dos obstáculos da gamificação, levando em consideração o aspecto lúdico e educacional em cada um dos obstáculos, lembrando que a parte lúdica (narrativa, enredo, clímax, entre outros elementos) foram criados para a gamificação. Logo, toda a parte lúdica é própria da gamificação e apenas utilizada por ela, já a parte de imagens foram todas usadas de um banco de imagens gratuitas chamadas Freepik. Vamos tentar ao máximo detalhar o processo de escolhas das questões do material Encontros de Geometria 1, de Dutenhofner e Cadar. Essa escolha foi baseada no acesso a obra, pois ela está disponibilizada no site da OBMEP. No capítulo anterior relatamos os aspectos em comum de todos os obstáculos. Nesse capítulo iremos nos ater ao conteúdo abordado por cada um deles, qual o processo de seleção das questões selecionadas e o porquê da escolha com base na BNCC.

O nome da gamificação, “Em busca do pergaminho secreto de Euclides”, tem apenas como base um cunho motivacional, como se os alunos estivessem atrás de algo novo, nunca antes encontrado, mas isto é apenas uma forma de gerar curiosidade nos alunos. Todo o conteúdo abordado durante a gamificação são ensinamentos bases para o estudo da geometria plana, mas que para os alunos que estão acompanhando a gamificação é apenas o conteúdo já visto, com um pouco mais de complexidade.

3.1 Elementos em comum em todos os obstáculos

O que tem em comum em todos os obstáculos é uma pequena narrativa, que busca dar um panorama da situação ao qual os alunos se encontram e um texto em grego. Este texto é como se fosse um pergaminho deixado pelo próprio Euclides, dando instruções aos que desejam entrar nesta aventura, em geral são os desafios encontrados em cada obstáculo e que devem ser solucionados para que o jogador não arque com as consequências e possa acessar os demais níveis. Todos os obstáculos tem uma imagem de ambientação que também é confirmada no contexto. Além disso, todos os obstáculos tem como obrigatoriedade a anexação dos cálculos, uma vez que os formulários são baseados em perguntas de múltiplas escolhas,

portanto, a confirmação da pontuação é de acordo com a resposta e com os cálculos em anexo. Desta forma, podemos acompanhar a evolução dos alunos em relação ao conteúdo estudado.

Encontramos em todos os obstáculos um estímulo visual (imagem), um estímulo textual (narrativa e contextualização da situação) e um estímulo para aqueles que tem curiosidade, em geral os alunos com perfis mais voltados a de jogador explorador.

Uma coisa em comum graças ao material utilizado para a construção da gamificação é que a ordem das questões já segue um padrão de nivelamento, tendo uma sequência didática clara. Para responder uma questão precisa ter entendido bem o conceito e a sequência lógica utilizada para resolver a questão anterior.

A diferença é em relação ao conteúdo abordado, que foi dividido de acordo com as questões em cada obstáculo. Apresentamos o esquema dessa divisão dos conteúdos no capítulo anterior dessa dissertação. Aqui iremos nos aprofundar mais em cada um dos nove obstáculos.

3.2 Primeiro obstáculo

Neste obstáculo tratamos dos conceitos básicos da geometria plana, como os conceitos de ponto, reta e plano, as posições relativas entre duas retas no plano, o axioma das paralelas, definição de pontos colineares, semirretas, segmento de reta e ponto médio de um segmento de reta. Importante ressaltar que a maior parte destes conteúdos os alunos já viram em anos anteriores e estão aqui apenas sendo lembrados.

As questões para esse obstáculo foram extraídas do livro “Encontros de geometria 1”. Nesta parte do conteúdo, apenas duas questões ficaram de fora da gamificação, pois as mesmas precisavam da utilização de régua e compasso para localização de pontos na reta. Como a gamificação foi construída através do Google Formulário, a primeira forma de escolha foi de optar por questões que poderiam ser transformadas em múltipla escolha ou em verdadeiro ou falso. Um exemplo de questão que foi utilizada e corresponde uma base para desenvolver a habilidade EF09MA16 da BNCC é:

Sejam dados quatro pontos A, B, M e C dispostos sobre uma mesma reta, nessa ordem. Se M é o ponto médio do segmento AC, AB é o dobro de BM e $MC = 30$ cm, determine os comprimentos de AB e BM. (DUTENHEFNER, e CADAR, 2017, p. 8)

As primeiras questões desse primeiro obstáculo têm como objetivo as definições de retas, semirretas, segmentos de reta e colinearidade dos pontos. As demais já têm um cunho algébrico na busca de valores que possam ser usados na solução em si. Como os conteúdos abordados tinham um aspecto revisional, todas as demais questões desse capítulo foram escolhidas, pois serviriam de base para os capítulos posteriores. Os conteúdos desse obstáculo servem de base para o desenvolvimento de uma das habilidades explicitadas na BNCC:

(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano. (BRASIL, 2018, p. 319).

3.3 Segundo obstáculo

No segundo obstáculo abordamos o conteúdo de ângulos, incluindo os elementos que compõe um ângulo (lados e vértice), conceitos de região angular, perpendicularidade, classificação dos ângulos (agudo, reto, obtuso e raso), ângulos adjacentes, bissetriz de um ângulo, ângulos complementares, ângulos suplementares e ângulos opostos pelo vértice. Assim como no obstáculo anterior, é importante ressaltar que a maior parte destes conteúdos já foram abordados em anos anteriores e estão aqui apenas sendo lembrados, mas neste caso também é um conteúdo para ser estudado no oitavo ano, de acordo com a unidade 3 do livro didático “A conquista da Matemática”, para o 8º ano, de Júnior e Castrucci, adotado pelo colégio.

Neste obstáculo apenas a primeira questão do livro “Encontros de geometria 1” ficou fora da gamificação, pelo mesmo motivo do obstáculo anterior, pois era uma questão de construção por meio de régua e compasso, mas como já mencionamos, a gamificação foi construída através do Google formulário, então precisaria de questões mais objetivas.

As questões deste obstáculo abordam muito o conceito e utilização de equação para as suas resoluções, pois busca em sua grande parte descobrir o valor de um ângulo através de conceito e comparação. Um exemplo seria a questão 3 do livro

Encontros de geometria 1 (figura 3.1). Este obstáculo visa desenvolver as seguintes habilidades elencadas na BNCC:

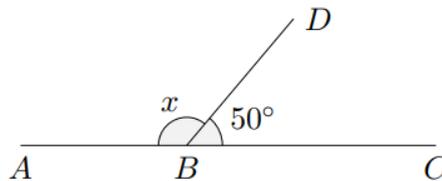
(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.

(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.

(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais. (BNCC 2020 pg 303)

Figura 3.1 DUTENHEFNER, e CADAR, 2017, p. 16

3. O que é um ângulo raso? O que são ângulos suplementares? Na figura a seguir, os pontos A , B e C estão alinhados. Qual é a medida do ângulo x ?



Fonte: Dutenhefner, e Cadar, 2017

3.4 Terceiro obstáculo

Neste obstáculo exploramos o conteúdo triângulos incluindo seus elementos (vértices, lados, ângulos internos e ângulos externos); classificação dos triângulos conforme os lados: equilátero (relação lados e ângulos internos), isósceles (relação lados e ângulos internos) e escaleno; classificação dos triângulos conforme os ângulos: acutângulo, retângulo e obtusângulo; soma dos ângulos internos de um triângulo; ângulos externos e sua relação com os ângulos adjacentes; relação com os demais ângulos do triângulo. Mais uma vez é importante ressaltar que a maior parte destes conteúdos já foram abordados em anos anteriores e estão aqui apenas sendo lembrados, mas neste caso também é um conteúdo para ser estudado no oitavo ano de acordo com o livro didático adotado, “A conquista da matemática”, pelo colégio, no qual na unidade três aborda sobre o conteúdo citado neste obstáculo.

Apenas a primeira questão do exercício sobre triângulos do livro “Encontros de geometria 1”, foi retirada, com o mesmo princípio das questões do primeiro e segundo obstáculos, pois queríamos questões objetivas, que pudessem ser usadas como

múltipla escolha. As questões são bastante focadas na utilização dos conceitos acima estudados e sua aplicabilidade, por isso que na construção do material áudio visual que foi disponibilizado aos alunos foram usados os exemplos que o próprio livro traz, pois eles de certa forma fazem menção ao raciocínio que deverá ser utilizado. As habilidades da BNCC elencadas neste capítulo foram:

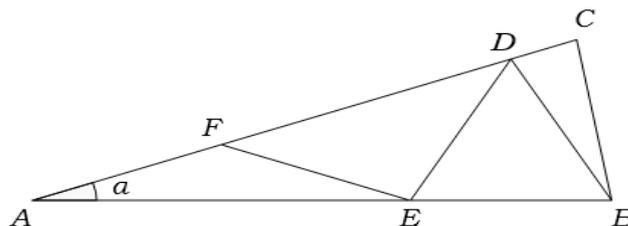
(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. (BRASIL, 2018, p. 303 e 309).

Neste obstáculo também colocamos o nosso primeiro desafio. Esta questão era aberta e deveria ser anexada a resposta no próprio Google Formulário. O critério para esta questão ser colocada como desafio foi o próprio livro, “Encontros de geometria 1”, que a apresenta como um desafio, uma vez que para respondê-la é necessário ter conhecimento de praticamente todo o conteúdo estudado, principalmente a relação dos lados congruentes e ângulos congruentes e da relação entre ângulos internos e externos, por isso ele serve de exemplo para todas as questões utilizadas nesta parte da gamificação:

(Desafio) Na figura a seguir, ABC é um triângulo isósceles de base BC . Além disso, $AF = FE = ED = DB = BC$. Calcule a medida do ângulo α . [Tente resolver este problema sozinho utilizando o fato que em um triângulo um ângulo externo é igual a soma dos ângulos internos não adjacentes. Em seguida compare a sua solução com a que está apresentada no [vídeo 25](#).



(DUTENHEFNER, e CADAR, 2017, p. 37)

3.5 Quarto obstáculo

Neste obstáculo exploramos o conteúdo quadriláteros, incluindo os elementos de um quadrilátero (vértices, lados, ângulos internos, ângulos externos e diagonais); soma dos ângulos internos de um quadrilátero (dividindo o quadrilátero convexo em dois triângulos); classificação (retângulo, quadrado, paralelogramo, trapézio e losango); perímetro. Estes conteúdos estão sendo lembrados e ao mesmo tempo também são objetos de estudo do oitavo ano, de acordo com o livro “A conquista da Matemática”, que na unidade 6 faz menção ao conteúdo acima relacionado.

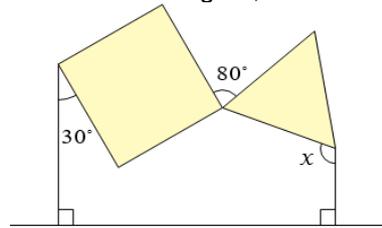
Em relação à escolha das questões, todas do conteúdo quadriláteros do livro “Encontros de geometria 1” foram inclusas na gamificação, mas acredito que aqui mereça uma ressalva em relação a questão número 5 (figura 3.2), na medida em que levamos um pouco mais de tempo para ter o raciocínio que ajudasse a solucionar a questão e quando isso acontece, geralmente não aplicamos aos alunos. No entanto, como uma questão de verificação de resultados futuros, resolvemos incluir essa questão na gamificação. Em geral, as habilidades da BNCC abordadas neste quarto obstáculo foram:

(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. (BNCC, 2020, p. 303)

Nesta parte da gamificação também foi colocado um desafio, desta vez a classificação como desafio foi nossa, pois apenas utilizando o conteúdo visto até agora, a solução da questão necessitaria de um prolongamento de lados, coisas que os alunos não estão acostumados a fazer. Em geral, eles tentam responder com os dados e figuras a eles expostos, sem inclusão de expressões algébricas e alterações na imagem. Levamos isso em consideração em relação aos anos como educador, e por isso definimos a questão como desafio, que deveria ser uma questão aberta e com anexo de resposta. Assim como no obstáculo vou exemplificar as questões utilizadas com esta, pois ela leva em consideração todo o conteúdo estudado:

Na figura a seguir, vemos um quadrado e um triângulo equilátero sombreados. Utilizando os dados da figura, determine a medida do ângulo x .

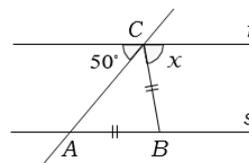


(DUTENHEFNER, e CADAR, 2017, p. 39)

3.6 Quinto obstáculo

Neste obstáculo exploramos o conteúdo retas paralelas cortadas por uma transversal, os seus ângulos congruentes, seus suplementares e seus opostos pelo vértice. Este conteúdo está sendo lembrado, e deveria vir logo após ao conteúdo de ângulo e, posteriormente, viria o assunto de triângulos, facilitando assim a demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo. Essa poderia ser uma sugestão de mudança em uma futura alteração neste produto. Este conteúdo não está sendo contemplado no livro adotado pelo colégio, mas está na sequência didática do material utilizado nesta gamificação. Um exemplo de questão utilizada para exemplificar as habilidades aqui estudadas é:

Na figura a seguir, as retas r e s são paralelas. Se $AB = CB$, determine a medida do ângulo x .



(DUTENHEFNER, e CADAR, 2017, p. 58)

Em relação às questões do livro “Encontros de Geometria 1”, apenas a primeira questão do conteúdo de retas paralelas cortadas por uma transversal foi retirada por não ser uma questão objetiva, mas também por não gostarmos da abordagem feita pelos livros, por causa das nomenclaturas utilizadas para definir os ângulos congruentes. As habilidades da BNCC a serem desenvolvidas nesse quinto obstáculo foram:

(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.

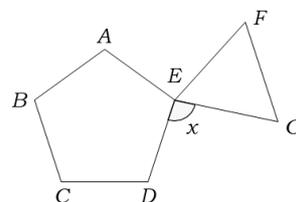
(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. (BRASIL, 2018, p.309 e 317)

O terceiro e quarto obstáculos são os únicos a possuírem desafios, nos quais valeriam medalhas e pontuação extra, os demais não possuem.

3.7 Sexto obstáculo

Neste obstáculo exploramos o conteúdo referente à soma dos ângulos internos de um triângulo e como utilizar para encontrar a soma dos ângulos internos de qualquer polígono regular, abordados no livro “Encontros de geometria 1”. Além desses conteúdos, os alunos também deveriam estudar sobre a soma dos ângulos externos, ângulo interno de um polígono regular, ângulo externo de um polígono regular e número de diagonais de um polígono. Então no material de vídeo aula foi posto todo este conteúdo que eles deveriam ver, tomando como base a unidade 6 do livro “A Conquista da Matemática”. Contudo, nas questões desse sexto obstáculo foram levadas em consideração apenas as que estão no livro “Encontros de geometria 1”. Um exemplo de questão utilizada nesta parte da gamificação que também poderia ser considerada um possível desafio, pois que o conhecimento de praticamente todos os assuntos estudados até agora:

Na figura a seguir, vemos um pentágono regular ABCDE e um triângulo equilátero EFG unidos pelo vértice comum E. Determine a medida do ângulo $x = \widehat{DEG}$ para que os lados BC e FG estejam contidos em retas paralelas.



(DUTENHEFNER, e CADAR, 2017, p. 64)

Neste obstáculo não foi utilizada a primeira questão por ser apenas teórica e não daria para utilizá-la como uma questão de múltipla escolha. As demais questões foram utilizadas, da segunda a quarta questão é uma forma intuitiva de os alunos

entenderem como é construída a fórmula da soma dos ângulos interno de um polígono convexo. As habilidades que buscamos desenvolver foram:

(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais

(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. (BRASIL, 2018, p. 297, 303 e 309).

Este sexto obstáculo também poderia ter sido complementado com algumas questões do site Portal da Matemática, da OBMEP, que aborda todos esses conteúdos. Dessa forma, os alunos poderiam ter maior chance de conseguirem a experiência necessária para chegar ao nível 11 e ganhar a bonificação indicada no manual.

3.8 Sétimo obstáculo

Neste obstáculo exploramos o conteúdo Pontos notáveis em um triângulo, incentro, baricentro, circuncentro e ortocentro. Mas para estudar estes assuntos é preciso compreender o que é uma altura, uma bissetriz, uma mediatriz e uma mediana, logo, todos estes assuntos acima mencionados devem ser ensinados para que o sétimo obstáculo possa ser compreendido.

Este conteúdo é abordado na unidade 3 do livro, “A conquista da Matemática” do oitavo ano, adotado pelo colégio e servirá para o próximo conteúdo de área, principalmente a ideia de altura. Neste capítulo a primeira e terceira questão não entraram na gamificação, pois as questões não davam para ser convertidas em questões de múltipla escolha. Mas a principal mudança e de maior relevância nesta parte da gamificação, eram que as questões não tinham figuras e construímos todas no GeoGebra para serem incluídas nas questões, a fim de melhorar o entendimento dos problemas propostos. Um exemplo de questão seria este:

Em um triângulo ABC, os ângulos A e B medem, respectivamente, 86 e 34 Determine o ângulo agudo formado pela mediatriz relativa ao lado BC e pela bissetriz do ângulo C. (DUTENHEFNER, e CADAR, 2017, p. 81)

As habilidades da BNCC envolvidas nesta parte da gamificação foram:

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

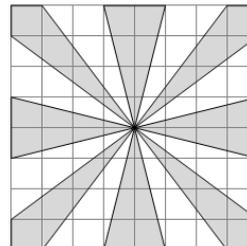
(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas. (BNCC 2019, p 315)

3.9 Oitavo obstáculo

Neste obstáculo exploramos o conteúdo Área de figuras planas (triângulos e quadriláteros). Dividimos da seguinte forma: primeiramente área do retângulo e quadrado pelo princípio multiplicativo, depois área do triângulo, inicialmente pelo triângulo retângulo e depois a definição da fórmula dos demais triângulos, usando como base a área do retângulo. Depois com estas áreas definidas podemos definir as outras (paralelogramo, losango e trapézio) usando triângulos e retângulos. Este conteúdo está sendo abordado pela unidade 8 do livro “A conquista da Matemática” para oitavo ano, que foi adotado pelo colégio ao qual a gamificação foi pensada.

Em relação às questões contidas nesse oitavo obstáculo, assim como nos demais, utilizamos como base o livro “Encontros de Geometria 1”. Das 11 questões do capítulo, quatro não foram utilizadas, por diversos motivos: por termos demorado um pouco no entendimento da solução e por isso achamos melhor não incluir (questão 4), por abordar a questão de área do hexágono, conteúdo que não trabalhamos com os alunos (questão 8), por possuir uma ligação com circunferência, conteúdo também não trabalhado em sala (questão 9) e pelo alto nível de complexidade para alunos do oitavo ano (questão 11). Então abaixo vou colocar um exemplo de questão utilizada na construção desta parte da gamificação:

(OBMEP 2011 – N2Q4 – 1a fase) Na figura, os lados do quadrado foram divididos em oito partes iguais. Qual é a razão entre a área cinza e a área deste quadrado?



(DUTENHEFNER, e CADAR, 2017, p. 109)

Através desse obstáculo tentamos desenvolver as seguintes habilidades listadas da BNCC:

(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes

(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica. Grandezas e medidas Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência

(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos

quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

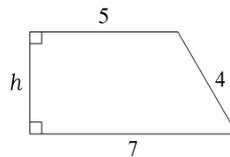
(BRASIL, 2018, p. 297, 303, 309, 315 e 319)

3.10 Nono obstáculo

Neste obstáculo exploramos o Teorema de Pitágoras. Nesta parte da gamificação é como se Euclides fizesse uma homenagem a Pitágoras. Este conteúdo não faz parte do que deveria ser estudo para o oitavo ano por causa do estudo de equação do segundo grau, mas na parte do conteúdo de fatoração, pudemos colocar como algo a mais, as equações do segundo grau incompletas, dando assim oportunidade de o conteúdo do Teorema de Pitágoras ser abordado na gamificação. Então este conteúdo não faz parte do livro “A conquista da matemática” para oitavos anos adotado pelo colégio para o qual a gamificação foi construída.

Nesta parte da gamificação foram usadas as seis primeiras questões do livro “Encontro de geometria 1”, as outras 7 questões não foram usadas por possuir assuntos ainda não estudados pelos alunos, terem relação com circunferência ou terem um nível um pouco mais elevado para alunos do oitavo ano (levando em consideração o tempo de resolução e o necessário para compreender a lógica da questão).

Determine a altura e a área do trapézio da figura a seguir.



(DUTENHEFNER, e CADAR, 2017, p. 132)

A habilidade da BNCC a ser desenvolvida foi:

(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
(BRASIL, 2018, p. 319)

Pudemos verificar que praticamente todas as habilidades propostas para uma turma do oitavo ano poderão ser atingidas por meio desses obstáculos contidos na gamificação, só não a EF08MA14, uma vez que não trabalhamos semelhanças de triângulos. As questões do livro “Encontros de geometria 1” quase em sua totalidade foram utilizadas. Já em relação aos conteúdos de geometria do livro “A conquista da matemática”, apenas a parte de capacidade (volume) não foi visto, por fazer parte da geometria espacial.

Considerações finais

O processo de gamificação requer tempo e criatividade, não basta pegar algo feito e aplicar, tem que emergir na criação e verificar se tudo que está sendo feito condiz com a realidade educacional dos seus alunos e com o que se espera, para que os mesmos possam entender a questão da busca por aprendizagem.

O objetivo desse trabalho foi construir uma gamificação voltada para o ensino de geometria plana, que promova um ensino participativo. Conseguimos atingir o objetivo proposto, a partir da construção do produto: a gamificação para uma turma do 8º ano do ensino fundamental.

Este foi um ano atípico para o mundo, em virtude da pandemia da covid-19, que afetou bastante diversos segmentos da sociedade, inclusive a educação. Tivemos que sair de nossas rotinas normais em sala de aula e se aventurar em um ambiente virtual de pouco domínio de muitos de nós professores.

Pretendia-se aplicar este trabalho em tempo hábil para a sua análise, mas devido à demora no retorno das aulas, foi necessário passar pelo período de adaptação, tanto de professores como dos alunos, aos novos meios utilizados para o retorno as aulas, neste caso, on-line, já que as aulas voltaram de forma remota. E como o ano letivo só termina em dezembro, alguns obstáculos da gamificação ainda estão sendo aplicados e, por isso, não tivemos como analisar todos os resultados. Mas, com os poucos obstáculos realizados pelos alunos até o início de novembro de 2020, foi possível perceber algumas dificuldades, desafios e também possibilidades de melhoria.

Apesar de o foco ser a construção do produto, conseguimos também em um pouco período de tempo iniciar a aplicação de parte dele, de forma on-line, com os alunos do 8º ano de uma escola estadual de Maceió-AL, na qual atuamos. O enredo da gamificação que envolve a busca de um pergaminho perdido dos estudos de Euclides, buscou uma narrativa e um contexto que envolvesse os alunos na história, motivando-os a resolverem os desafios matemáticos propostos. Os alunos puderam criar suas fichas individuais, receberam medalhas por desafios respondidos e aulas assistidas e tentamos aguçar o sentido de explorar o material utilizado para uma aprendizagem participativa.

Percebemos também que se usarmos algo mais parecido com o que temos no site do *Classcraft* os alunos ficariam ainda mais motivados a participar, pois esse programa proporciona uma imersão maior em um mundo de fantasias com poderes e locais a se explorar. No entanto, como dissemos no decorrer do trabalho, esse site não está totalmente traduzido para o português, trazendo dificuldade para professores e alunos que não dominam o inglês. Mesmo não usando o *Classcraft* poderíamos ter mesclado o Google Formulário com o *Kahoot*, trazendo um dinamismo a alguns momentos da gamificação. Também poderíamos usar o Portal da Matemática OBMEP como base para construção da gamificação, pois o mesmo já faz a divisão do conteúdo de forma mais clara e por ano letivo, além de proporcionar um acompanhamento melhor dos alunos em questão de atividades feitas e vídeo aulas assistidas. Mas isto são ideias a serem melhoradas e estudadas para esta e para as próximas gamificações.

Em relação às possibilidades de melhoria do produto, foi possível perceber que o terceiro e quarto obstáculo poderiam apresentar uma atividade extra com questões mais simples, para que os alunos pudessem compreender um pouco mais das relações envolvendo os cálculos que vão aparecer durante cada obstáculo. Algumas questões também merecem ser revistas em relação à maneira na qual o conteúdo deve ser abordado, uma possível melhora na relação ensino e problemas aplicados, e se vale a pena permanecer ou não na gamificação, uma vez que não queremos que os alunos percam a motivação. Como já discutimos aqui no trabalho, a motivação é a chave para que consigamos o empenho do alunado em suas atividades diárias.

Este trabalho serviu de impulso para pensarmos na evolução dessa gamificação, assim como na construção de outras. Que ele possa servir também como reflexão aos professores em geral, e, principalmente, aos que trabalham com a matemática, de que é possível um processo de ensino-aprendizagem que considere a ludicidade, o prazer, o desafio, que aguace a curiosidade do educando e o desafie a buscar e construir novos conhecimentos e aprendizagens.

REFERÊNCIAS

ALVES, Flora. **Gamification**. São Paulo: DVS Editora. Edição do Kindle, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CARVALHO, Mercedes. **Problemas? Mas que problemas?** Estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. 3ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

DUTENHEFNER, Francisco; CADAR, Luciana. **Encontros de geometria – Parte 1**. 1ª ed. Rio de Janeiro: IMPA/OBMEP, 2017.

FADEL, Luciane Maria. ULBRICHT, Vania Ribas. BATISTA, Claudia Regina. VANZIN, Tarcisio. **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014.

FARIA, Flavio. **Gamificação: Como destravar a Fase Secreta**, São Paulo SP, Edição do Kindle.

JÚNIOR, José Ruy Giovanni; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**. 4ª ed. São Paulo: FTD, 2018.

LEAL, Marcel. **Gamificação na Prática: Um panorama sobre a gamificação e como você pode utilizar esta estratégia na sua empresa**. Edição do Kindle, 2019

LEMES, David Oliveira. **Estudos sobre o desenvolvimento de games**, São Bernardo do Campo SP, Editora C0D3S, Edição do Kindle, 2019.

SOUZA, Cacilda da Silva; IGLESIAS, Alessandro Giraldes; PAZIN-FILHO, Antonio. **Estratégias inovadoras para métodos de ensino tradicionais: aspectos gerais**. São Paulo, Cortez, 2014

VIANNA, Maurício. **Gamification, Inc. - Como reinventar empresas a partir de jogos**, Rio de Janeiro RJ: editora MJV Press. Edição do Kindle, 2013

APÊNDICE – FORMULÁRIOS PARA RESOLUÇÃO DOS OBSTÁCULOS DA
GAMIFICAÇÃO – EM BUSCA DO PERGAMINHO SECRETO DE EUCLIDES

EM BUSCA DO PERGAMINHO SECRETO DE EUCLIDES



PABLO HENRIQUE DOS SANTOS SOUZA

PROFESSOR DE MATEMÁTICA

COLÉGIO TIRADENTES

COPYRIGHT © 2020

POR PABLO HENRIQUE DOS SANTOS SOUZA

IMPRESSO EM BRASIL

SUMÁRIO

REGRAS	4
PONTUAÇÃO	5
LEVEL 11.....	6
DICAS DO AUTOR	7
CRIADORES.....	8

REGRAS

POR PABLO SOUZA



O material será postado no Google Sala de Aula e com ele terá o texto em pdf e os vídeos que darão suporte para a resolução de problemas.

As questões só poderão ser respondido depois que o professor der aula, pelo Google meet, onde será explica todo o conteúdo. Os alunos que responderem as questões antes da aula terão seus formulários desconsiderados e terão que responder novamente.

Os videos do canal Megaluno devem ser assistidos pois eles valem o medalha Explorado de Conteúdo, esta medalha vale pontos de Experiência durante a busca do pergaminho de Euclides. A forma que teremos de verifica se assitiu ou não é com as curtidas e comentários, que devem ser feitos com a conta institucional.

Os vídeos do canal do PIC (Programa de Iniciação Científica da OBMEP – Olimpíadas Brasileira de Matemática da Escola Pública.) serve como apoio para o alunos que tiverem dúvidas sobre o assunto estudado.

Após o envio vou verificar dos formulários e verificar a pontuação obtida, posso pedir que alguns alunos tentem refazer, para que possa obter experiencia para o próximo nivel.

PONTUAÇÃO

EXPERIENCIA OBTIDA POR ACERTO É QUADRO DE PONTUAÇÃO EXTRA E PONTUAÇÃO MÍNIMA PARA CADA NOTA:							
OBSTACULO 1 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 2 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 3 (A CERTOS)	XP OBTIDA
1	20		1	20		1	50
2	40		2	40		2	100
3	60		3	60		3	200
4	80		4	80		4	225
5	100		5	100		5	250
6	120		6	120		6	275
7	140		7	140		7	300
8	160		8	160		8	325
			9	180			
OBSTACULO 4 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 5 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 6 (A CERTOS)	XP OBTIDA
1	50		1	50		1	300
2	100		2	100		2	400
3	200		3	200		3	500
4	300		4	300		4	600
5	325		5	400			
6	350		6	500			
7	375		7	600			
OBSTACULO 7 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 8 (A CERTOS)	XP OBTIDA		OBSTACULO 9 (A CERTOS)	XP OBTIDA
1	200		1	600		1	1000
2	300		2	700		2	1200
3	400		3	800		3	1400
4	500		4	900		4	1500
5	600		5	1000			
6	700		6	1100			
7	800		7	1200			
8	900						
9	1000						
10	1100						
11	1200						
CADA DESAFIO VALE 1000 PONTOS DE XP							
EXPLORADOR DO CONHECIMENTO 500 DE XP							
NOTA 7						56,66%	
NOTA 8						63,48%	
NOTA 9						68,00%	
NOTA 10						71,06%	

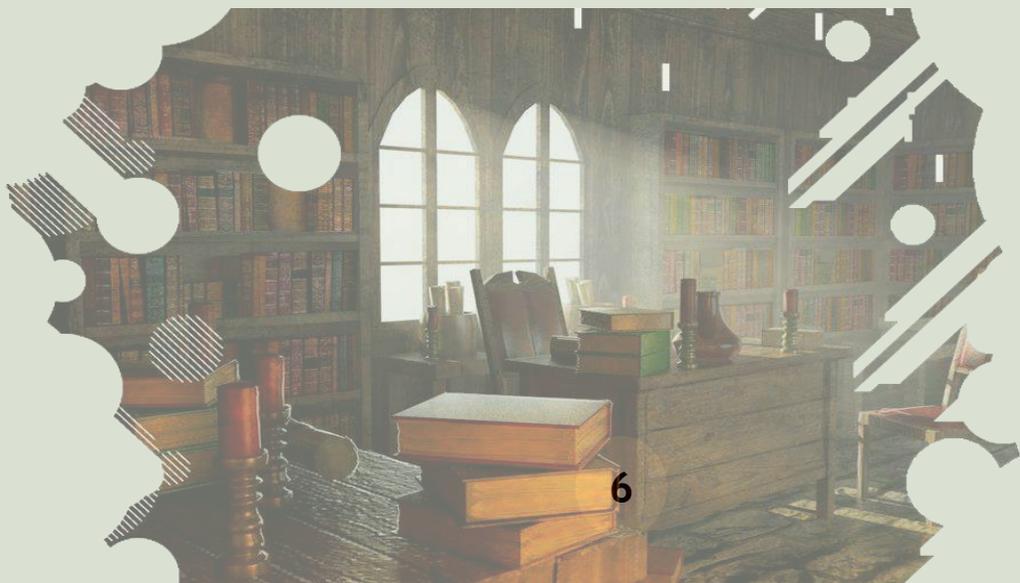
ESTA PORCENTAGEM É LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO O MÁXIMO DE 8640 PONTO QUE PODEM SER OBTIDOS.

LEVEL 11

Level 11 só poderá ser obtido com a obtenção 8000 pontos de experiência, com ele você poderá ganhar uma ajuda de 1 minuto na bimestral ou de não responder uma questão da bimestral e ter o ponto daquela questão sem fazê-la.

LEVEL	XP NECESSÁRIO PARA CHEGAR NO LEVEL
0	0
1	100
2	100
3	200
4	300
5	500
6	800
7	1300
8	2100
9	3400
10	5500
11	8000

O TOTAL DE PONTOS QUE PODEM SER OBTIDOS É IQUAL Á 8640



DICAS DO AUTOR

POR PABLO SOUZA

Tentem aproveitar ao máximo os vídeos postados, o material do PIC, pois ambos trazem um conhecimento matemático muito bom para sua evolução como aluno e como solucionador de problemas, pois é assim que me vejo como matemático, uma pessoa que foi aprendeu a buscar soluções para os problemas mais difíceis que lhe aparecem.

Aproveitem de todo o conhecimento de Euclides, pois apenas com a sua mente e com sua vontade de aprender construiu um conteúdo que até hoje é muito importante, pois seus postulados constroem uma geometria de forma clara e bem explicada.

Aproveite todo o trabalho construído para que vocês tivessem um material um pouco mais elaborado, que busca pontuar as pessoas pelos acertos que obtêm, não tenham medo de errar, pois isso faz parte.



CRIADORES

PABLO SOUZA

AUTOR





BUSCA DO SEGREDO DE EUCLIDES

Torre de Euclides

Convocação!

Depois dos últimos meses onde passou aprendendo sobre álgebra, agora posso te contar um segredo. Entre 323-283 a.C. Euclides viveu e foi uma dos mais importantes matemáticos de sua época, sendo considerado o pai da geometria plana, que também é chamada de geometria Euclidiana.

Mas vamos ao que interessa, ele deixou um papiro com um segredo este pergaminho leva a uma ilha que esta localizada nas seguintes coordenadas 37° N e 25° L esta ilha esta escondida por muitos anos por uma nevoa fortíssima e muitas pedras, mas este segredo pode ajudar a humanidade na melhoria de nossas modelagens 3D que ajudara muito na evolução de mecanismos de cirurgia através de imagem e muitas outras coisas, mas antes preencha este cadastro.

Primeiro!

PRIMEIRO OBSTÁCULO



Torre de Euclides

Ao descobrir as coordenadas que estavam escondidas nos estudos de Euclides, vocês entram em um barco e vão ao destino indicados, mas o grande problema é que o local que deveria estar a ilha, esta envolto de um denso nevoeiro e você percebem que estão em um local muito difícil de navegar, por causa dos corais, mas por causa da sensação de descoberta, vocês continuam, e batendo com o barco em alguns corais, vocês se veem naufragos e as ondas lhe jogam para um lado e para o outro e quando tudo isso passa, você estão na ilha desejada. Uma ilha muito pequena e no seu centro tinha uma construção muito antiga como se fosse um farol da época de Euclides. Na entrada entalhado na porta tinha um aviso:

Από την αρχή έως το τέλος του ταξιδιού σας, πρέπει να λύσουμε παζλ, ώστε η κύρια ανακάλυψή μου να μην πέσει σε λάθος χέρια, μόλις μπίτε σε αυτόν τον φάρο θα δείτε έναν τοίχο, με αρκετούς αριθμούς, εάν η πόρτα είναι ανοιχτή και δεν πατάτε μέρη που είναι οι αριθμοί των απαντήσεων στις ερωτήσεις που βρίσκονται στον κορμό του γειτονικού δέντρου, αυτό το σπίτι θα καταρρεύσει, παίρνοντας μαζί του την κύρια ανακάλυψή μου.

PRIMEIRO OBSTÁCULO

Nome: _____ Turma: _____

(As questões usadas neste obstáculo foram todas tiras do livro "Encontros de Geometria 1", CADAR e DUTENHEFNER, nas paginas 7 e 8)

Sejam A, B, C e D quatro pontos dispostos nesta ordem sobre uma reta r .
Quantas são as semirretas contidas em r tendo por origem um de tais pontos?
Quantos são os segmentos que têm por extremidades dois de tais pontos?

- a) 8 e 8
- b) 8 e 7
- c) 8 e 6
- d) 7 e 6
- e) 7 e 5

Os pontos A, B e C são colineares com $C \in AB$. Se $\overline{AB} = 10$ cm e $\overline{AC} = 4\overline{BC}$, calcule \overline{AC} .

- a) 2 cm
- b) 4 cm
- c) 6 cm
- d) 8 cm
- e) 10 cm

Sabe-se que $\overline{AD} = 4$, $\overline{AM} = 7$ e $\overline{DM} = 3$. Os pontos A, M e D são colineares? Se sim, qual ponto está entre os outros dois?

- a) SIM. O PONTO A
- b) SIM. O PONTO M
- c) SIM. O PONTO D
- d) NÃO SÃO COLINEARES.

Se $\overline{MN} = 8$, $\overline{NP} = 5$ e $\overline{MP} = 4$ então os pontos M, N e P podem ser colineares?

- a) SIM
- b) NÃO

Se A, B e C são pontos colineares, determine os possíveis comprimentos de AC , sendo $\overline{AB} = 20$ cm e $\overline{BC} = 12$ cm.

- a) 8 cm e 10 cm

- b) 12 cm e 12 cm
- c) 15 cm e 28 cm
- d) 8 cm e 32 cm
- e) apenas 8 cm

. Sejam P, Q e R três pontos distintos de uma reta. Se o segmento PQ é igual ao triplo do segmento QR e $PR = 32$ cm, determine as possíveis medidas dos segmentos PQ.

- a) 8 cm e 24 cm
- b) 8 cm e 40 cm
- c) 24 cm e 40 cm
- d) 24 cm e 48 cm
- e) 16 cm e 48 cm

Sejam dados quatro pontos A , B , M e C dispostos sobre uma mesma reta, nessa ordem. Se M é o ponto médio do segmento AC , AB é o dobro de BM e $\overline{MC} = 30$ cm, determine os comprimentos de AB e BM .

- a) 30 cm e 60 cm
- b) 20 cm e 40 cm
- c) 10 cm e 20 cm
- d) 25 cm e 50 cm
- e) 60 cm e 120 cm

(Régua e Compasso) Marque no plano, com o auxílio de uma régua e de um compasso, três pontos A , B e C tais que $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{AC} = 6$ cm e $\overline{BC} = 4$ cm. Os pontos que você marcou podem estar alinhados?

- a) SIM
- b) NÃO

SEGUNDO!

SEGUNDO OBSTÁCULO

Parabéns vocês conseguiram permanecer no local sem que ele fosse destruído isso quer dizer que você acertou a maioria das questões anteriores. Vamos continuar nossa aventura. Ao entrar na primeira sala, vocês se deparam com um local relativamente pequeno, mas que daria muito bem para acomodar alguns viajantes, um ambiente escuro, mas ainda clareado pela luz do sol que entrava por algumas janelas. Você se deparam também com uma escada loca a sua frente e um entalho de madeira, sobre uma escrivaninha velha:

Από τώρα και στο εξής για να ανεβείτε σε κάθε όροφο που έχει ακριβώς εκατό βήματα μεταξύ κάθε ορόφου, είναι απαραίτητο το άθροισμα των τιμών κάθε βήματος να είναι ίσο με το άθροισμα των απαντήσεων σε αυτές τις ερωτήσεις που έχουν χαραχθεί εδώ σε αυτόν τον πίνακα.

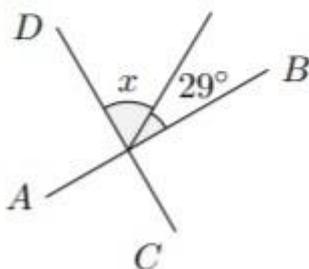


SEGUNDO OBSTÁCULO

Nome: _____ Turma: _____

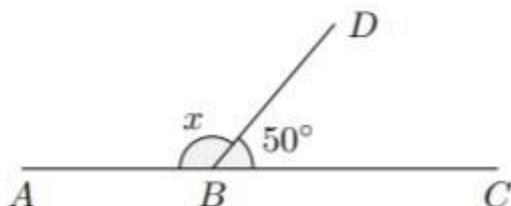
(As questões usadas neste obstáculo foram todas tiras do livro "Encontros de Geometria 1", CADAR e DUTENHEFNER, nas páginas 15 e 18)

O que é um ângulo reto? O que são retas perpendiculares? O que significa dizer que dois ângulos são complementares? Na figura a seguir as retas AB e CD são perpendiculares. Neste caso, qual é a medida do ângulo x ? (veja [vídeo 7](#)).



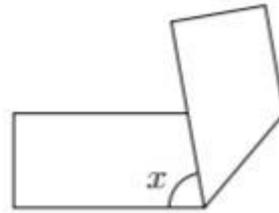
- a) Ângulo de 90, concorrentes que formam ângulo de 90 entre se, são ângulos cuja a soma da 90, 29
- b) Ângulo de 180, concorrentes que formam ângulo de 180 entre se, são ângulos cuja a soma da 180, 130
- c) Ângulo de 90, concorrentes que formam ângulo de 90 entre se, são ângulos cuja a soma da 90, 61
- d) Ângulo de 180, concorrentes que formam ângulo de 180 entre se, são ângulos cuja a soma da 180, 50
- e) Ângulo de 90, são retas paralelas, são ângulos cuja a soma da 180, 75

O que é um ângulo raso? O que são ângulos suplementares? Na figura a seguir, os pontos A , B e C estão alinhados. Qual é a medida do ângulo x ?



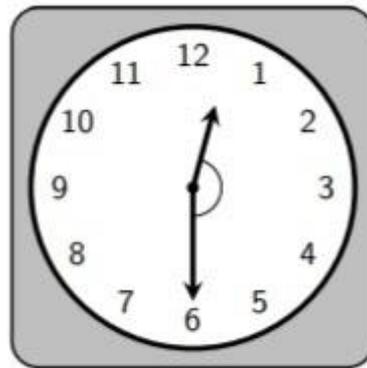
- a) Ângulo de 90, são ângulos cuja a soma da 90, 29
- b) Ângulo de 180, são ângulos cuja a soma da 180, 130
- c) Ângulo de 90, são ângulos cuja a soma da 90, 61
- d) Ângulo de 180, são ângulos cuja a soma da 180, 50
- e) Ângulo de 90, são retas paralelas, são ângulos cuja a soma da 180, 75

Uma tira de papel retangular é dobrada ao longo da linha tracejada, conforme indicado, formando a figura plana a seguir. Qual a medida do ângulo x ?



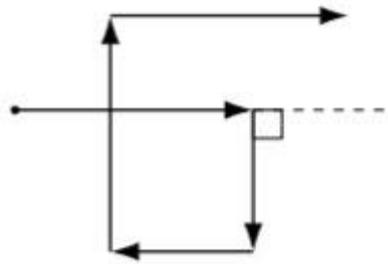
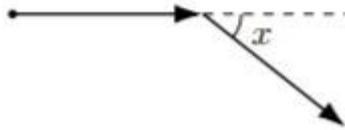
- a) 50
- b) 80
- c) 100
- d) 130
- e) 180

Qual é a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando ele marca 2 horas? E qual é este menor ângulo quando o relógio marca 12 horas e 30 minutos?



- a) 30 e 150
- b) 45 e 170
- c) 10 e 30
- d) 12 e 50
- e) 60 e 165

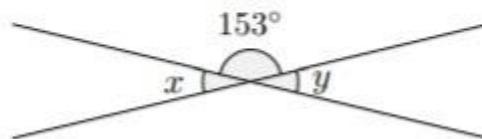
Um certo robô só anda para a frente ou vira à direita, com um ângulo de x graus em relação à direção original com que estava andando, conforme é mostrado na figura a seguir, à esquerda. Para retornar à direção e ao sentido original, o robô precisa virar à direita um certo número de vezes. Por exemplo, se $x = 90^\circ$, então, o robô precisa virar à direita quatro vezes. Observe isto na figura a seguir, à direita.



- (a) Quantas vezes o robô precisa virar à direita se $x = 60^\circ$?
 (b) Quantas vezes o robô precisa virar à direita se $x = 42^\circ$?
 (c) E se $x = 47^\circ$?

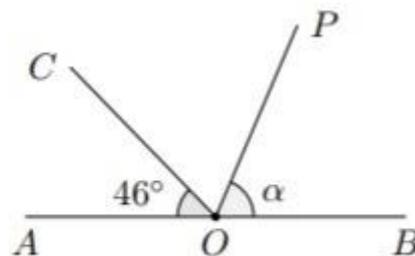
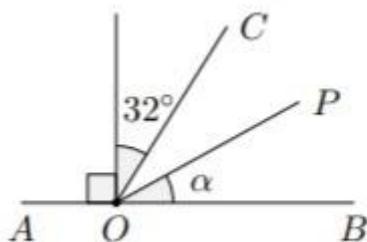
- a) 6, 60, 360
 b) 7, 70, 490
 c) 8, 80, 640
 d) 9, 90, 810
 e) 10, 100, 1000

Na figura vemos duas retas concorrentes. Determine as medidas dos ângulos x e y .



- a) 35 e 35
 b) 45 e 45
 c) 55 e 65
 d) 65 e 75
 e) 27 e 27

A bissetriz de um ângulo é a semirreta interna ao ângulo, com origem no vértice do ângulo e que divide o ângulo em dois ângulos de mesma medida. Nas figuras a seguir, determine a medida do ângulo α sabendo que os pontos A, O e B estão alinhados e que a semirreta OP é a bissetriz do ângulo BÔC



- a) 58 e 134
 b) 90 e 180

- c) 70 e 140
- d) 65 e 105
- e) 29 e 67

Dois ângulos adjacentes somam 136° . Qual é a medida do ângulo formado pelas suas bissetrizes?

- a) 136
- b) 108
- c) 83
- d) 68
- e) 34

As bissetrizes de dois ângulos adjacentes formam um ângulo de 52° . Se um deles mede 40° , qual é a medida do outro ângulo?

- a) 12
- b) 24
- c) 35
- d) 48
- e) 64

TERCEIRO OBSTÁCULO



TERCEIRO!

Ao subir as escadarias vocês se deparam com um local mais reservado, mas desta vez na porta tinha escrito: Προσέξτε εδώ ό, τι αγγίζετε μπορεί να είναι επικίνδυνο και η ζωή σας κινδυνεύει. Αυτή θα είναι η τελευταία προειδοποίηση σε σχέση με τα άλλα δωμάτια.

Então ao entra vocês vêem na comoda com espelho um recado: Σε μερικά από αυτά τα βιβλία υπάρχουν 8 προκλήσεις, επομένως προσέξτε για τα βιβλία που επιλέγετε. Είναι το κλειδί για το διπλανό δωμάτιο.

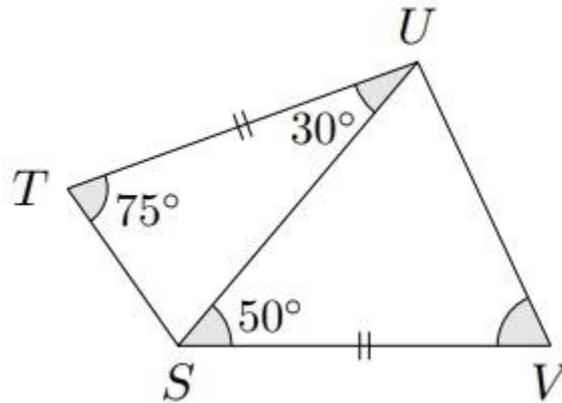
Assim que começam a ler percebem que algumas pessoas tocaram nos livros errados e começaram a passar mal e alguns chegaram a óbito. Portanto vocês foram mais cautelosos a pegar os próximos livros.

TERCEIRO OBSTÁCULO

Nome: _____ Turma: _____

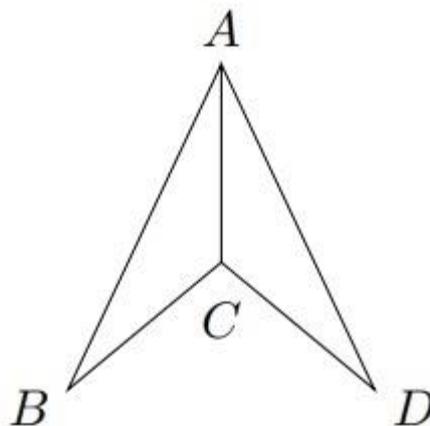
(As questões usadas neste obstáculo foram todas tiras do livro "Encontros de Geometria 1", CADAR e DUTENHEFNER, nas páginas 34 á 36)

Na figura dada, $TU = SV$. Quanto vale o ângulo SVU , em graus?



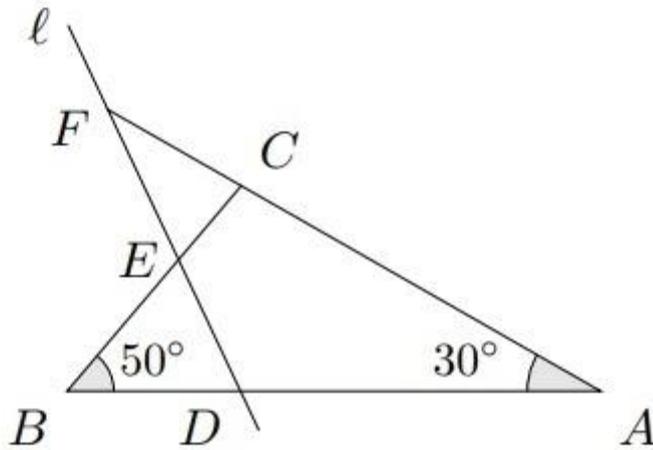
- a) 50
- b) 55
- c) 60
- d) 65
- e) 70

Na figura a seguir temos dois triângulos, ABC e ADC tais que $AB = AD$ e $CB = CD = CA$. Sabendo que $CBA = 25^\circ$ determine a medida do ângulo BCD .



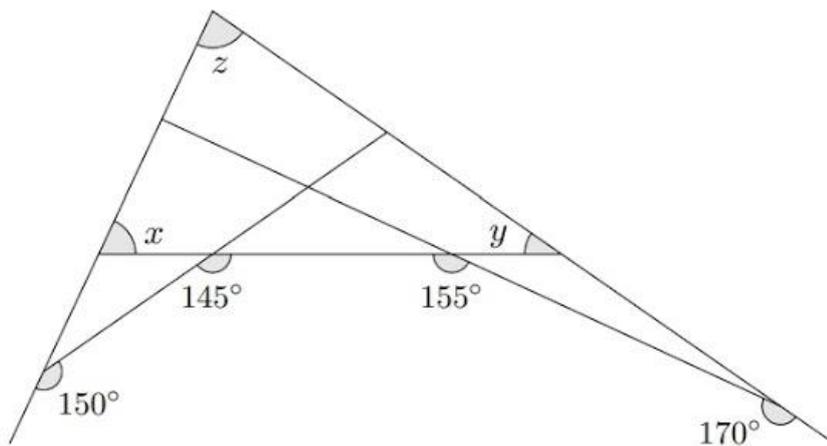
- a) 100
- b) 105
- c) 110
- d) 120
- e) 130

Seja ABC um triângulo com $\angle BAC = 30^\circ$ e $\angle ABC = 50^\circ$. A reta ℓ corta os lados AB, BC e o prolongamento de AC em D, E e F, respectivamente. Se o triângulo DBE é isósceles, quais são as três possíveis medidas para o ângulo CFE ?



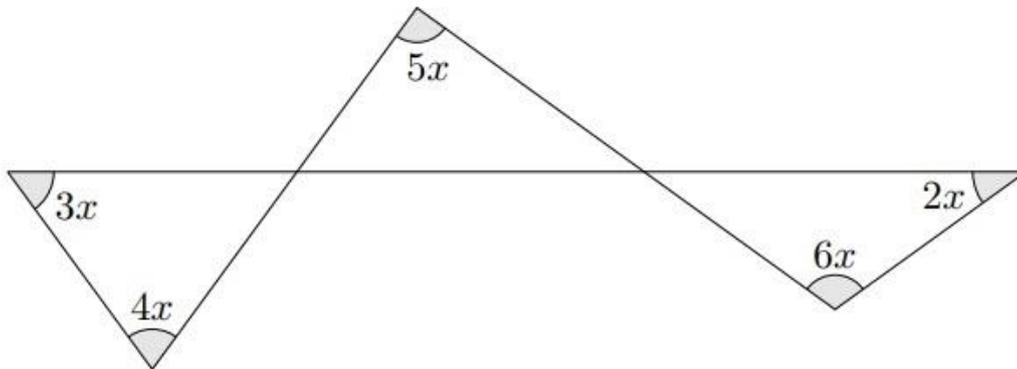
- a) 20, 35 e 50
- b) 15, 20 e 35
- c) 30, 45 e 50
- d) 25, 35, e 40
- e) 25, 40 e 60

Dados os ângulos 150° , 145° , 155° e 170° indicados na figura, determine as medidas dos ângulos x , y e z .



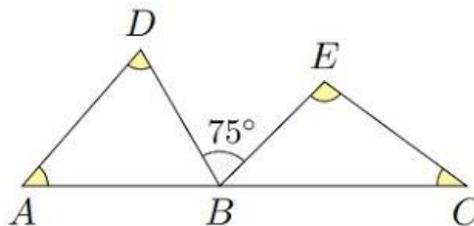
- a) 65, 30, 75
- b) 50, 60, 80
- c) 35, 75, 90
- d) 65, 35, 80
- e) 70, 25, 85

Na figura estão indicadas, em graus, as medidas de alguns ângulos em função de x . Quanto vale x ?



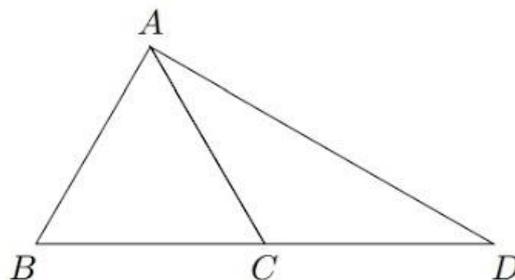
- a) 15
- b) 16
- c) 17
- d) 18
- e) 19

Na figura a seguir os pontos A , B e C estão alinhados e $\widehat{DBE} = 75^\circ$. Calcule a soma dos ângulos $\widehat{A} + \widehat{D} + \widehat{E} + \widehat{C}$.



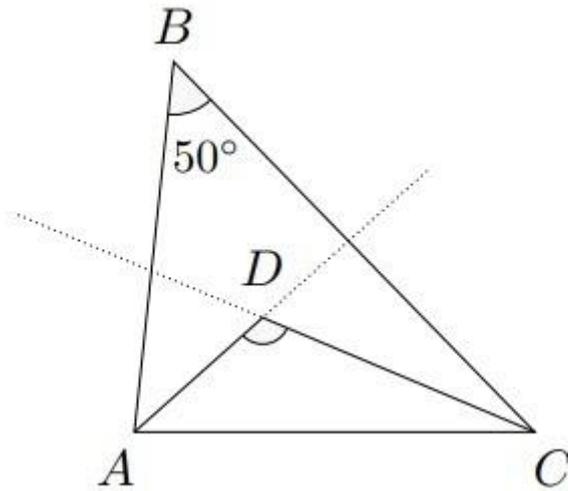
- a) 105
- b) 155
- c) 205
- d) 255
- e) 305

8. Na figura a seguir, o triângulo ABC é equilátero e o triângulo ACD é isósceles. Determine o menor ângulo formado pelas bissetrizes dos ângulos \widehat{ABD} e \widehat{BAD} .



- a) 105
- b) 95
- c) 85
- d) 75
- e) 65

Na figura, temos $B = 50^\circ$, sendo AD e CD as bissetrizes dos ângulos A e C do triângulo ABC , respectivamente. Qual é a medida do ângulo ADC ?

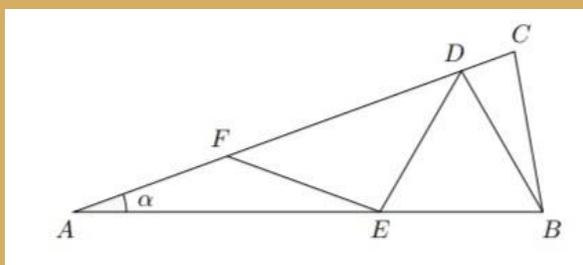


- a) 65
- b) 75
- c) 85
- d) 95
- e) 115

PRIMEIRO



Na figura a seguir, ABC é um triângulo isósceles de base BC . Além disso, $AF = FE = ED = DB = BC$. Calcule a medida do ângulo α .



QUARTO!

QUARTO OBSTÁCULO

Parabéns você conseguiu passar por mais um obstaculo, a partir de agora ele fica um pouco mais difícil, mas acredito em seu potencial. Ao subir as escadas, vocês adentram em uma sala iluminada por uma grande janela, e percebem que estavam em uma biblioteca pessoal, um desleixado do grupo foi logo tocando nos livros e segundos depois começou até um ataque e vocês perceberam que ele estava envenenado. Então mais uma vez vocês percebem um recado entalhado na madeira da escrivaninha.

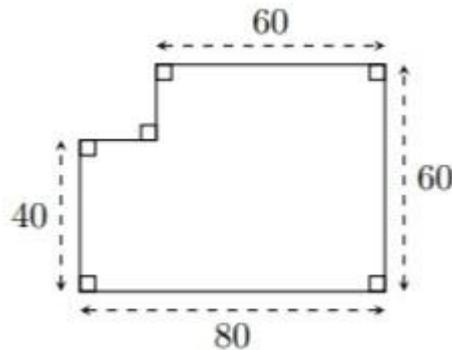
Μόνο τα σωστά βιβλία δεν έχουν θανατηφόρο δηλητήριο, και αυτά τα βιβλία είναι αυτά που σχετίζονται με τις απαντήσεις στις ερωτήσεις εδώ που δεν είναι δηλητηριασμένα. Παρακολουθήστε το κλειδί για την πόρτα που ανοίγει στην επόμενη σκάλα σε ένα από αυτά τα βιβλία. Τόσο καλή τύχη και ελπίζω ότι είναι αρκετά καλοί για να ανακαλύψουν αυτό το παζλ.

QUARTO OBSTÁCULO

Nome: _____ Turma: _____

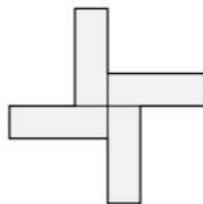
(As questões usadas neste obstáculo foram todas tiras do livro "Encontros de Geometria 1", CADAR e DUTENHEFNER, nas páginas 46 á 49)

Daniela quer cercar o terreno representado pela figura. Nesta figura, dois lados consecutivos são sempre perpendiculares e as medidas de alguns lados estão indicadas em metros. Quantos metros de cerca Daniela terá que comprar?



- a) 200
- b) 220
- c) 240
- d) 260
- e) 280

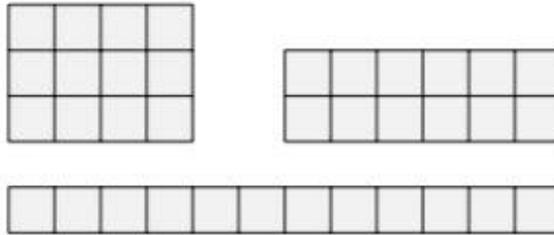
Tia Anastácia uniu quatro retângulos de papel de 3 cm de comprimento por 1 cm de largura, formando a figura a seguir.



- (A) Qual é o perímetro da figura?
- (B) Qual é o menor número de retângulos de 3 cm de comprimento por 1 cm de largura que é necessário juntar a esta figura para se obter um quadrado? Faça um desenho ilustrando sua resposta.
- (C) Qual é o comprimento do lado do quadrado obtido no item anterior?

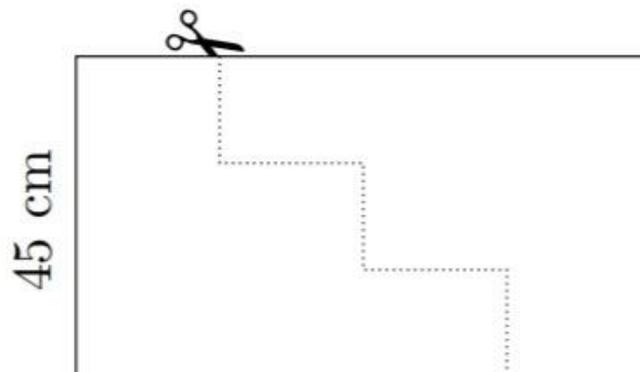
- a) 21 cm, 10 quadrados e 8 cm
- b) 24 cm, 8 quadrados e 6 cm
- c) 20 cm, 16 quadrados e 16 cm
- d) 18 cm, 6 quadrados e 12 cm
- e) 22 cm, 12 quadrados e 36 cm

Com 12 quadradinhos unitários podemos formar, a menos de simetrias, três tipos de retângulos: o retângulo 1×12 , o retângulo 2×6 ou o retângulo 3×4 .



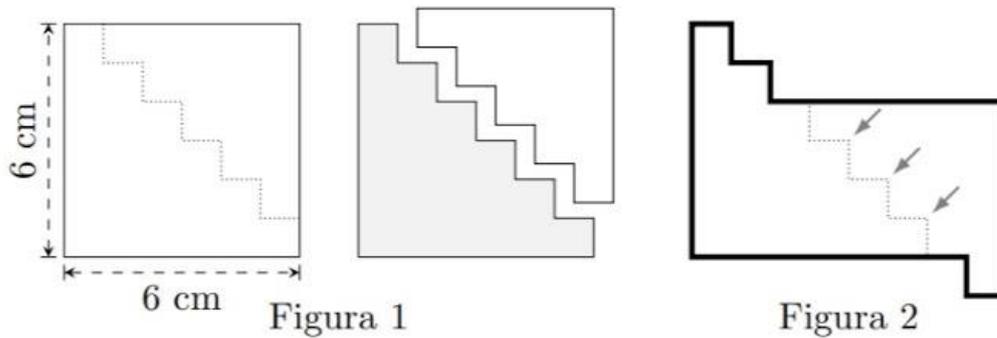
- (a) Quantos tipos diferentes de retângulos podem ser formados com 54 quadradinhos unitários? Todos estes retângulos possuem o mesmo perímetro?
- (b) E com 360 quadradinhos unitários, quantos tipos de retângulos podem ser formados?
- (c) E se tivéssemos 784 quadradinhos unitários?
 - a) 4, Não, 12 e 8
 - b) 6, Não, 10 e 21
 - c) 8, Sim, 12 e 8
 - d) 4, Sim. 15 e 21
 - e) 6, Não, 6 e 4

Um retângulo de papelão com 45 cm de altura é recortado em dois pedaços iguais, ao longo da linha pontilhada, como na figura. Com estes dois pedaços é possível montar um quadrado de lado maior que 45 cm. Qual é o comprimento da base do retângulo?



- a) 80
- b) 90
- c) 100
- d) 110
- e) 120

Marcelo cortou um quadrado de lado 6 cm em duas partes, como na Figura 1. O corte foi feito em formato de escada, com segmentos de 1 cm paralelos aos lados do quadrado.



- (A) Calcule o perímetro do polígono sombreado na Figura 1.
- (B) A Figura 2 foi montada por Marcelo encaixando completamente três degraus (indicados com flechas) de uma das partes, na outra parte. Calcule o perímetro desta figura.
- (C) Marcelo cortou da mesma maneira um quadrado de 87 cm de lado e montou uma figura encaixando 39 degraus de uma das partes na outra. Encontre o perímetro desta nova figura.

- a) 24 cm, 30 cm e 535 cm
- b) 30 cm, 30 cm e 525 cm
- c) 24 cm, 24 cm e 87 cm
- d) 24 cm, 36 cm e 515 cm

Márcia cortou quatro tiras retangulares de mesma largura, cada uma de um dos lados de uma folha de papel medindo 30 cm por 50 cm. O perímetro do pedaço de papel que sobrou é 85% do perímetro da folha original. Qual é a largura das tiras?

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

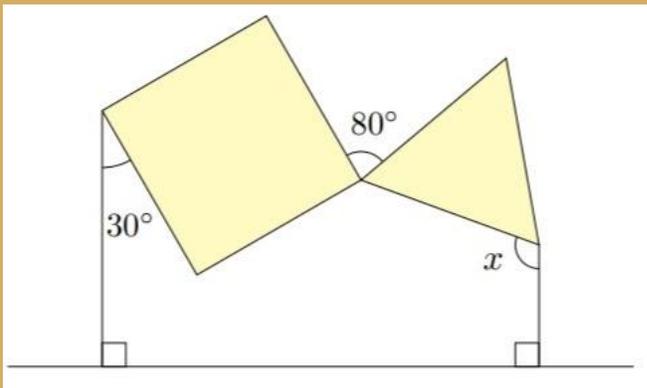
Um quadrado de 1 m de lado foi cortado, com cortes paralelos aos seus lados, em quadradinhos de 1 mm de lado. Colocando-se lado a lado os quadradinhos, sem superposição, formou-se um retângulo de 1 mm de largura. Qual o comprimento desse retângulo?

- a) 100
- b) 1000
- c) 10000
- d) 100000
- e) 1000000

SEGUNDO



Na figura a seguir, vemos um quadrado e um triângulo equilátero sombreados. Utilizando os dados da figura, determine a medida do ângulo x .



Senhor do segundo desafio

SEGUNDO PRÊMIO

QUINTO!

QUINTO OBSTÁCULO

Você conseguiu desvendar os últimos problemas e de um dos livros estava a chave que abria a porta para um escadaria, ao subirem perceberam que o próximo pavimento era como uma pequena masmorra, algumas celas, pareci que todas estavam trancadas e no fim vocês conseguiam ver uma nova escadaria, vocês nem se preocupam com as celas e passam direto subindo até o próximo, pavimento, só que este estava fechado. Então na porta tinha mais um entalhe.

Για μια τέτοια βιασύνη. Γνωρίστε ότι ό, τι κάνω μαζί σας έχει έναν σκοπό. Ότι θα μπορείτε να το λύσετε μόνο εάν δεν παραλείψετε βήματα, στα παρακάτω κελιά, σε καθένα από αυτά υπάρχει μια ερώτηση που πρέπει να λυθεί, οπότε για να βρείτε το κλειδί που ανοίγει αυτήν την πόρτα θα πρέπει να την βρείτε και στη συνέχεια να ανοίξετε την πόρτα, να είστε προσεκτικοί εάν βιαστικά μπορούν να πληρώσουν με τη ζωή τους.

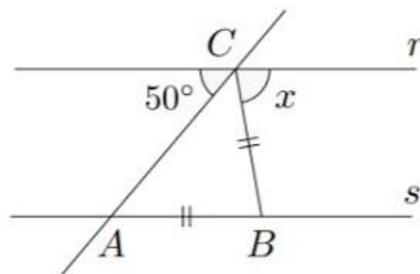
Após decifrarem a primeira questão, um dos apressados achou uma chave e foi direto para a porta, até conseguiu abrir, mas depois tinha um portão com 7 fechaduras e percebeu que teria que achar todas as chaves, mas ao tentar descer as escadas, varias laminas saíram das paredes e o perfuraram, a porta ficou fechada com o chave no trinco e vocês teriam os próximos sete desafios para responder.

QUINTO OBSTÁCULO

Nome: _____ Turma: _____

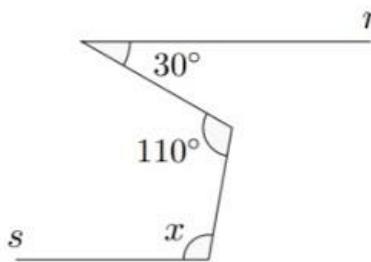
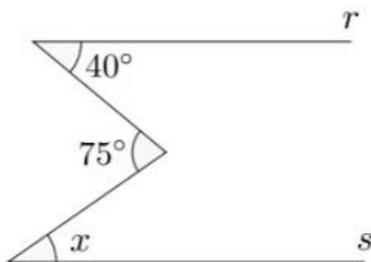
(As questões usadas neste obstáculo foram todas tiras do livro "Encontros de Geometria 1", CADAR e DUTENHEFNER, nas páginas 58 e 59)

Na figura a seguir, as retas r e s são paralelas. Se $\overline{AB} = \overline{CB}$, determine a medida do ângulo x .



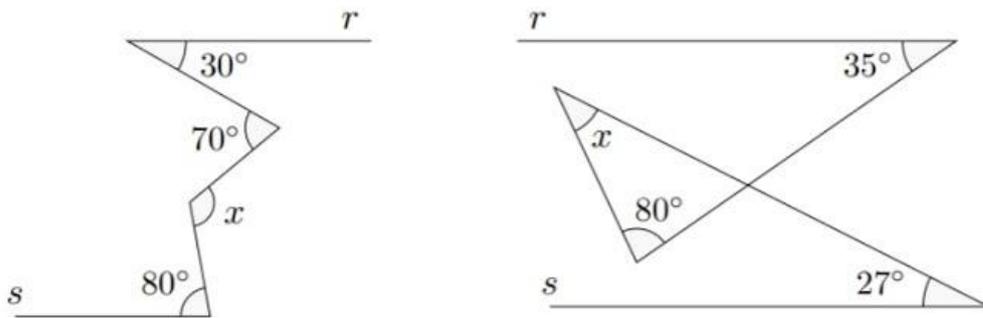
- a) 70
- b) 80
- c) 90
- d) 100
- e) 110

Em cada figura, determine a medida do ângulo x sabendo que as retas r e s são paralelas.



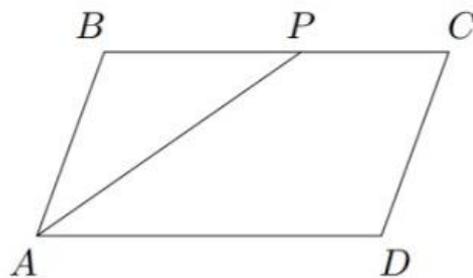
- a) 75 e 110
- b) 55 e 90
- c) 35 e 100
- d) 25 e 75
- e) 30 e 95

Determine a medida do ângulo x sabendo que as retas r e s são paralelas.



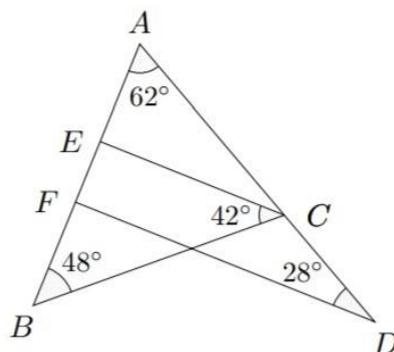
- a) 70 e 62
- b) 80 e 74
- c) 90 e 40
- d) 120 e 38
- e) 110 e 62

Seja $ABCD$ um paralelogramo, AP bissetriz do ângulo \hat{A} , $\overline{AB} = 7$ cm e $\overline{PC} = 3$ cm, determine o perímetro do paralelogramo.



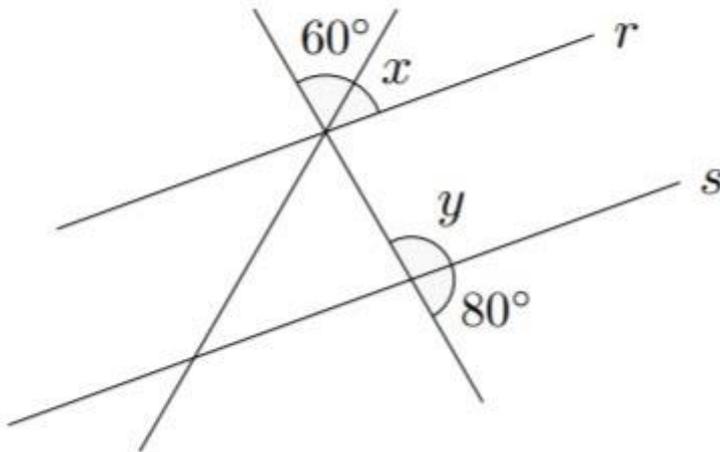
- a) 34
- b) 36
- c) 40
- d) 44
- e) 50

Na figura dada, as retas EC e FD serão paralelas?



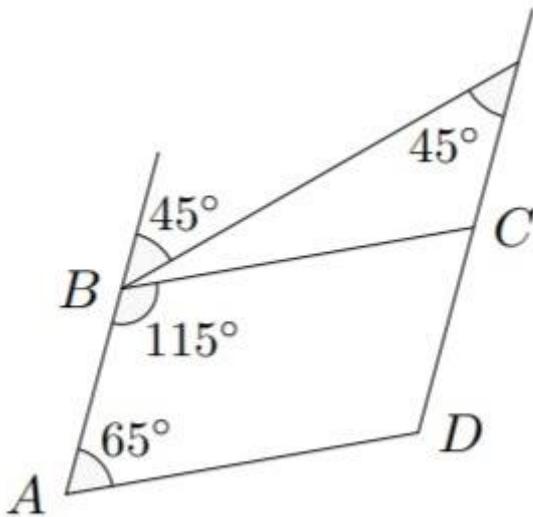
- a) SIM
- b) NÃO

Sabe-se que as retas r e s são paralelas. Determine as medidas dos ângulos x e y .

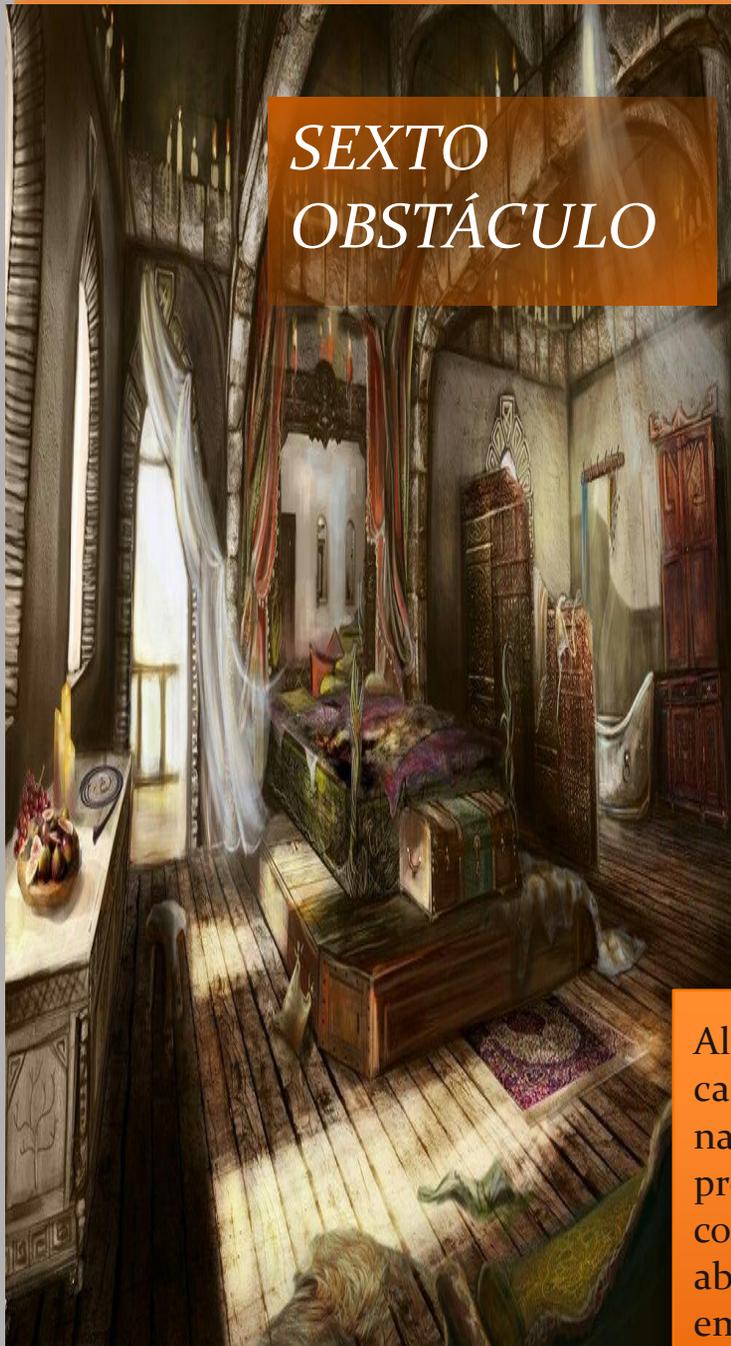


- a) 80 e 60
- b) 50 e 90
- c) 40 e 100
- d) 30 e 70
- e) 60 e 120

O quadrilátero ABCD da figura é um paralelogramo?



- a) SIM
- b) NÃO



SEXTO OBSTÁCULO

SEXTO!

Após conseguir desvendar os sete problemas que liberava as outros sete chaves, você ficaram ansiosos em subir, mas foram e perceberam que o portão abriu e ninguém se feriu. ao entrar na porta vocês perceberam que era um quarto, para uma única pessoa e em cima da cama tinha um esqueleto, segurando algo como se fosse uma placa de barro, com alguns dizeres.

Είναι πολύ καλό να γνωρίζεις ότι έχεις φτάσει τόσο μακριά, πιστεύω ότι αυτό το πτώμα που κρατάει αυτή την πλάκα είναι δικό μου, πολλά πράγματα έχουν ανακαλυφθεί από εσάς, αλλά πιστεύω ότι δεν έχουν φτάσει στο κύριο μέρος. Στα παραπάνω δωμάτια είναι οι τελευταίες μου προκλήσεις, προκειμένου να μπορέσω να απελευθερώσω την πραγματική γνώση που συγκέντρωσα για πολύ καιρό.

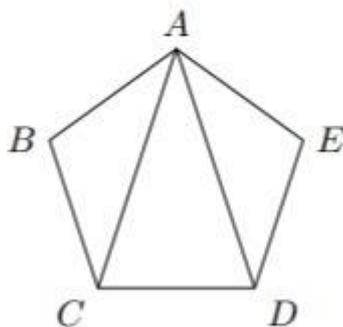
Além de uma pequeno texto a placa trazia novos desafios, vocês estavam cansados e com pouca comida, pois muito do que trouxeram ficou no naufrágio. Então tinha que resolver mais 5 enigmas para poder ir para o próxima local, a porta que estava trancada dava para a nova escadaria e na comoda existia 5 gavetas, um de vocês entendeu o relação e foi logo abrindo uma das gavetas e assim que abriu um jato de ácido foi lançado em seu rosto e ele começou a derreter, então vocês perceberam que teriam que responde os enigmas para pode abrir a gaveta certa.

SEXTO OBSTÁCULO

Nome: _____ Turma: _____

(As questões usadas neste obstáculo foram todas tiras do livro "Encontros de Geometria 1", CADAR e DUTENHEFNER, nas páginas 63 e 64)

Na figura a seguir vemos um pentágono regular $ABCDE$. Traçando as diagonais do pentágono pelo vértice A , ele fica dividido em três triângulos. Observando que a soma dos ângulos destes triângulos é igual a soma dos ângulos internos do pentágono, determine a soma dos ângulos internos de um pentágono regular.

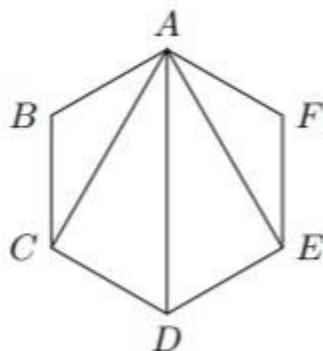


- a) 180
- b) 360
- c) 540
- d) 720
- e) 900

No exercício anterior demonstramos que a soma dos ângulos internos de um pentágono regular é igual a x° . Qual é a medida de cada um dos ângulos internos de um pentágono regular?

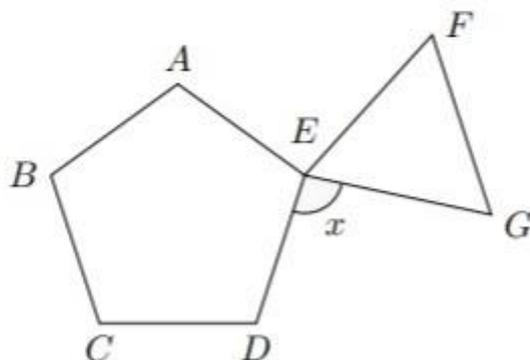
- a) 100
- b) 102
- c) 104
- d) 106
- e) 108

Repita os exercícios anteriores para um hexágono regular $ABCDEF$. Isto é, determine a soma dos ângulos internos de um hexágono regular e, em seguida, determine o valor de cada um dos ângulos internos de um hexágono regular.



- a) 180 e 30
- b) 360 e 60
- c) 540 e 90
- d) 720 e 120
- e) 900 e 150

Na figura a seguir, vemos um pentágono regular $ABCDE$ e um triângulo equilátero EFG unidos pelo vértice comum E . Determine a medida do ângulo $x = \hat{D}E\hat{G}$ para que os lados BC e FG estejam contidos em retas paralelas.



- a) 108
- b) 96
- c) 72
- d) 65
- e) 36

SÉTIMO!

SÉTIMO OBSTÁCULO



Ao encontrar a chame na comoda vocês sobem para o próximo comodo e percebem uma grande bagunça, como se todas as armadilhas e produtos químicos usados para impedir as pessoas de chegarem até o segredo de Euclides tivesse sido preparado ali, percebem que havia ainda uma escadaria que levava ao penúltimo andar. mas como das outras vezes, sempre tinha uma porta fechada e que vocês tinha que resolver alguns enigmas para pode chegar ate lá. Percebem que na escrivaninha onde tinha alguns frascos tinha alguns dizeres, mas o primeiro que tocou na mesa depois de um tempo começou a se sentir mal e em alguns instantes estava morto, logo perceberam que outros que tocaram no móveis aconteceu a mesma coisa, então sem tocar em nada vocês tentam decifrar o que tinha na escrivaninha.

Είναι καλό που τόσο έξυπνοι άνθρωποι έχουν φτάσει μέχρι τώρα, που λέει ότι γνωρίζετε τα αξιώματα που έγραψα από εμένα. Επομένως, μην αγγίζετε τίποτα, καθώς αυτό το quarto ενός δωματίου είναι απαλλαγμένο από εξαιρετικά θανατηφόρο δηλητήριο και δεν ήθελα να πεθάνουν τόσο έξυπνοι άνθρωποι προτού βρουν τον θησαυρό μου. Τα κλειδιά βρίσκονται στο μόνο αντικείμενο που δεν είναι δηλητηριασμένο. απλά λύστε αυτά τα παζλ για να βρείτε το κλειδί για το διπλανό δωμάτιο.

SÉTIMO OBSTÁCULO

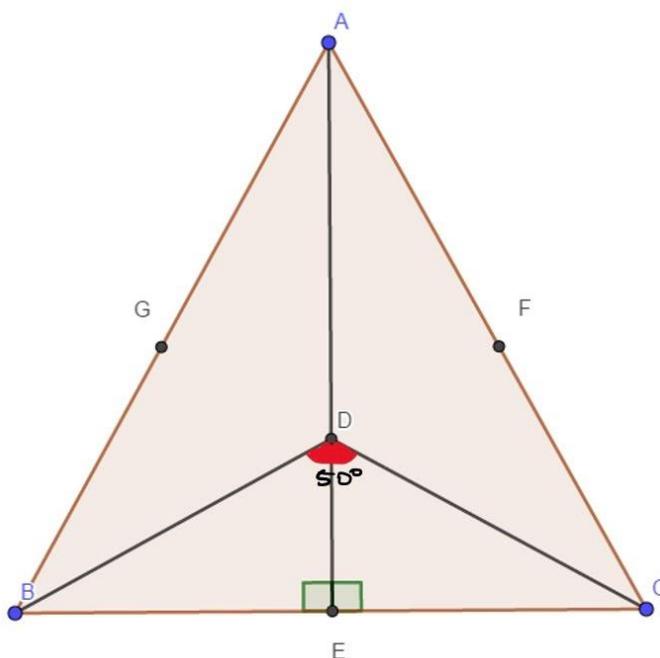
Nome: _____ Turma: _____

(As questões usadas neste obstáculo foram todas tiras do livro "Encontros de Geometria 1", CADAR e DUTENHEFNER, nas páginas 80 e 81)

Classifique cada afirmativa como verdadeira ou falsa.

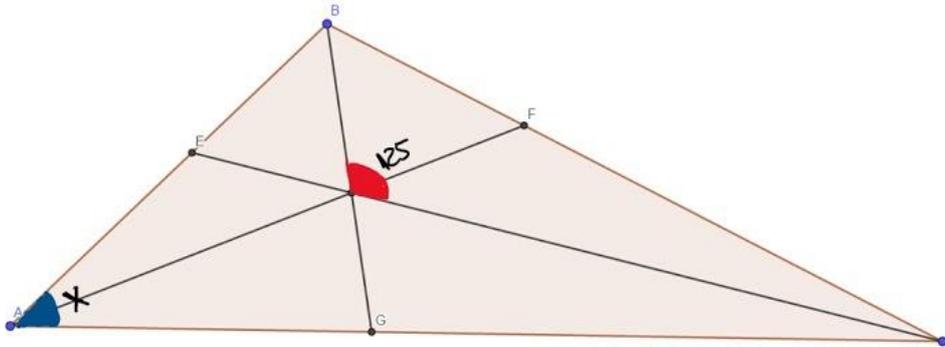
- a) O incentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo.
- b) O incentro é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.
- c) O incentro é sempre interno ao triângulo.
- d) O baricentro é sempre interno ao triângulo.
- e) O ortocentro é sempre interno ao triângulo.
- f) O circuncentro é sempre interno ao triângulo.
- g) O baricentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo.
- h) O incentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo.
- i) O incentro é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.
- j) O incentro é sempre interno ao triângulo.
- k) O baricentro é sempre interno ao triângulo.
- l) O ortocentro é sempre interno ao triângulo.
- m) O circuncentro é sempre interno ao triângulo.
- n) O baricentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo.

Se D é ortocentro de um triângulo isósceles ABC de base BC e $\angle BDC = 50^\circ$, determine os ângulos do triângulo.



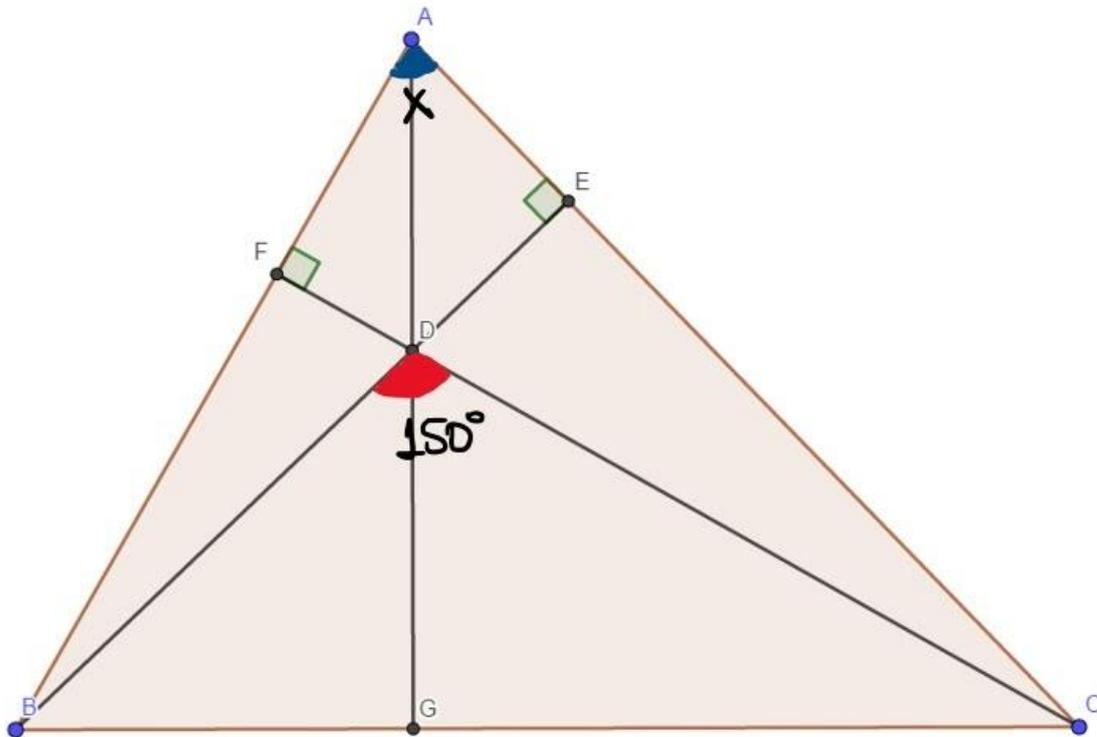
- a) 65, 65 e 50
- b) 55, 55 e 70
- c) 45, 45 e 90
- d) 35, 35 e 110
- e) 25, 25 e 130

Se P é incentro de um triângulo ABC e $\angle BPC = 125^\circ$, determine a medida do ângulo \hat{A} .



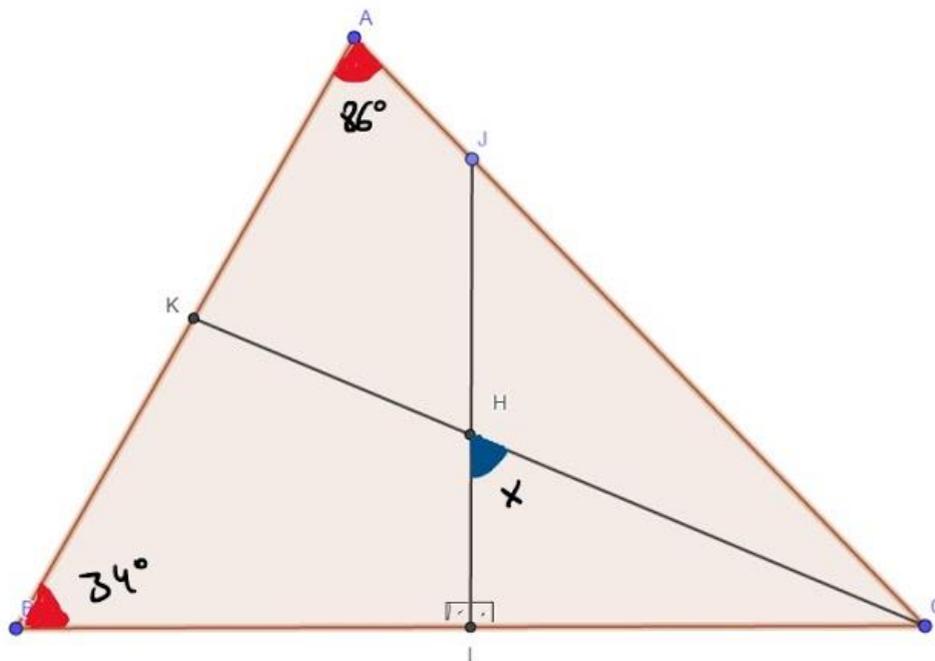
- a) 90
- b) 80
- c) 70
- d) 60
- e) 50

Se D é ortocentro do triângulo ABC e $\angle BDC = 150^\circ$, determine \hat{A} .



- a) 25
- b) 30
- c) 35
- d) 40
- e) 45

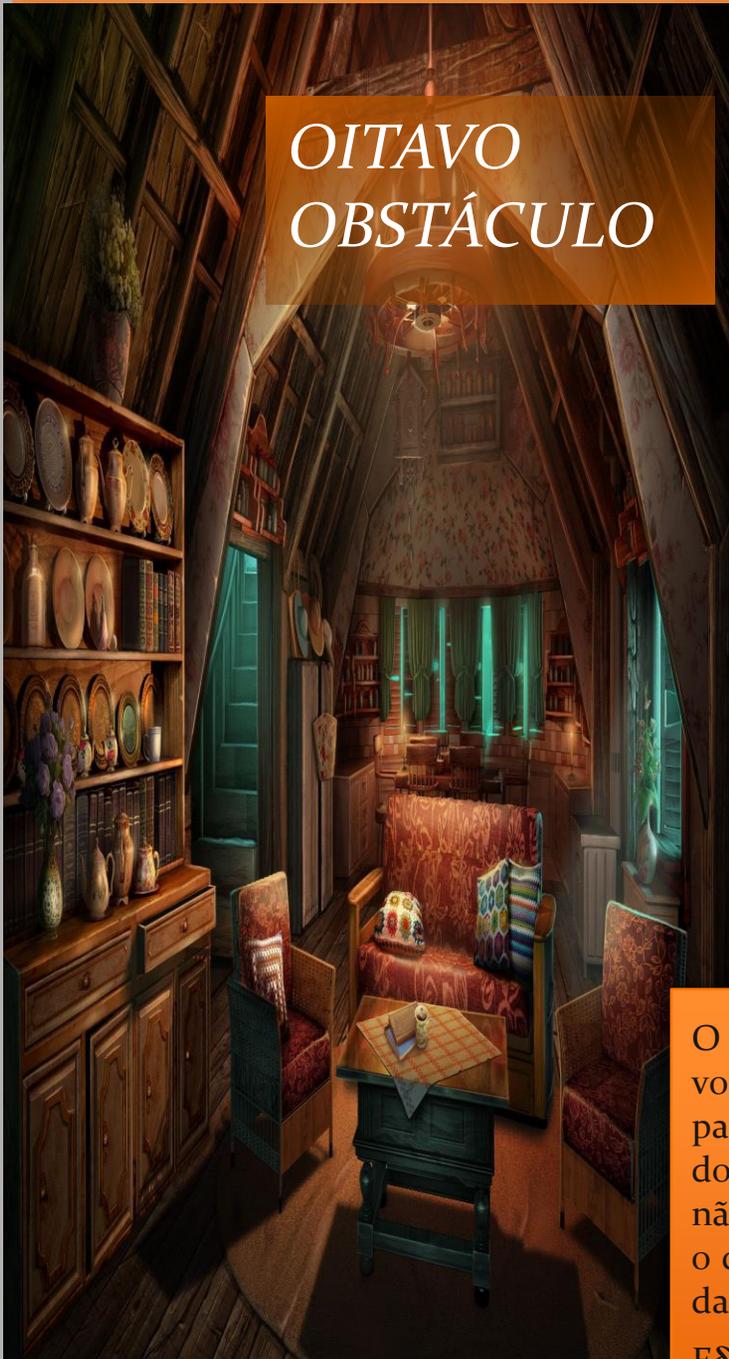
Em um triângulo ABC, os ângulos A e B medem, respectivamente, 86 e 34. Determine o ângulo agudo formado pela mediatriz relativa ao lado BC e pela bissetriz do ângulo C



- a) 30
- b) 45
- c) 60
- d) 65
- e) 70

ΟΙΤΑΝΟ!

ΟΙΤΑΝΟ OBSTÁCULO



A Assim que conseguiram achar a chave deste ultimo comodo, você chegam na porta e nela já tinha um recado.

Αφού έφτασαν εδώ, θα σας ενημερώσω αμέσως. Από εδώ και τα δύο τελευταία δωμάτια είναι πιο θανατηφόρα από τα άλλα, οπότε απαντήστε στους γρίφους του πρώτου βιβλίου στο ράφι. Απλά θυμόμαστε λίγοι που ήξεραν τι είναι στο τελευταίο δωμάτιο, οπότε προσέξτε.

O primeiro que saiu entrou pisou onde não podia e uma bela lança o perfurou, vocês perceberam que estavam em um local muito perigoso, e passo a pois passo pessoas foram ficando para trás. Então você foram passando por cima dos corpos, e lá estava a estante, o primeiro que pegou no livro percebeu que não estava passando bem e começou a sentir que estava envenenado e já sabia o que iria acontecer, então um outro pegou o primeiro só que do outro lado da estante e lá tinha escrito na capa.

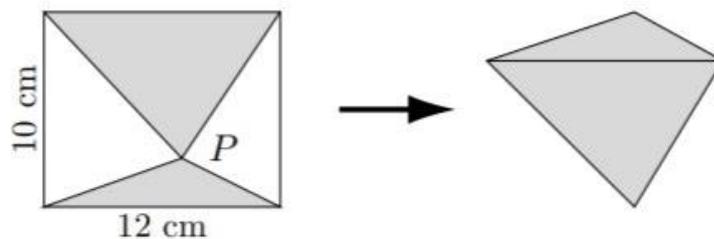
Εδώ είναι τα παζλ μου, αλλά όπως είπα αυτά τα δύο τελευταία δωμάτια είναι τα πιο θανατηφόρα, οπότε προσέξτε.

OITAVO OBSTÁCULO

Nome: _____ Turma: _____

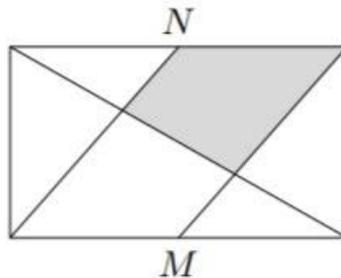
(As questões usadas neste obstáculo foram todas tiras do livro "Encontros de Geometria 1", CADAR e DUTENHEFNER, nas páginas 107 à 109)

(OBMEP 2013 – N2Q4 – 1ª fase) Juliana desenhou, em uma folha de papel, um retângulo de comprimento 12 cm e largura 10 cm. Ela escolheu um ponto P no interior do retângulo e recortou os triângulos sombreados como na figura. Com estes triângulos, ela montou o quadrilátero da direita. Qual é a área do quadrilátero?



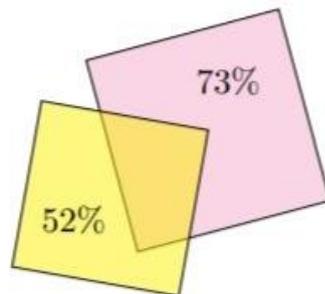
- a) 50
- b) 60
- c) 70
- d) 80
- e) 90

(OBMEP 2013 – N2Q7 – 1ª fase) A figura representa um retângulo de 120 m^2 de área. Os pontos M e N são os pontos médios dos lados a que pertencem. Qual é a área da região sombreada?



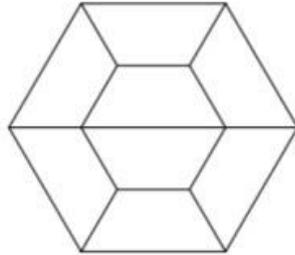
- a) 120
- b) 60
- c) 30
- d) 15
- e) 10

(OBMEP 2013 – N2Q9 – 1ª fase) Dois quadrados de papel se sobrepõem como na figura. A região não sobreposta do quadrado menor corresponde a 52% de sua área e a região não sobreposta do quadrado maior corresponde a 73% de sua área. Qual é a razão entre o lado do quadrado menor e o lado do quadrado maior?



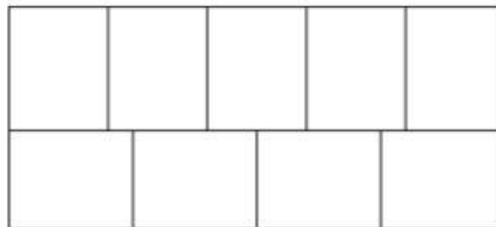
- a) $1/2$
- b) $2/4$
- c) $3/5$
- d) $2/5$
- e) $3/4$

(OBMEP 2012 – N2Q8 – 1ª fase) A figura foi formada por oito trapézios isósceles idênticos, cuja base maior mede 10 cm. Qual é a medida, em centímetros, da base menor de cada um destes trapézios?



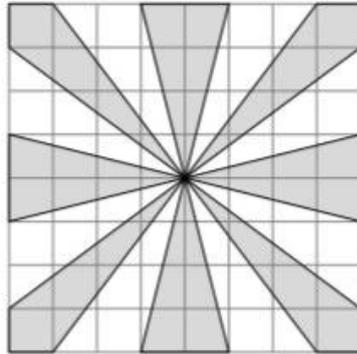
- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

(OBMEP 2012 – N2Q15 – 1ª fase) A figura mostra um retângulo de área 720 cm^2 , formado por nove retângulos menores e iguais. Qual é o perímetro, em centímetros, de um dos retângulos menores?



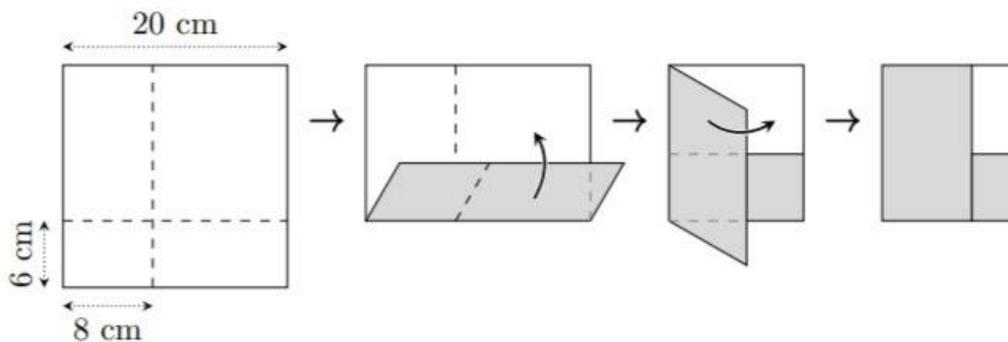
- a) 30
- b) 33
- c) 34
- d) 35
- e) 36

(OBMEP 2011 – N2Q4 – 1ª fase) Na figura, os lados do quadrado foram divididos em oito partes iguais. Qual é a razão entre a área cinza e a área deste quadrado?

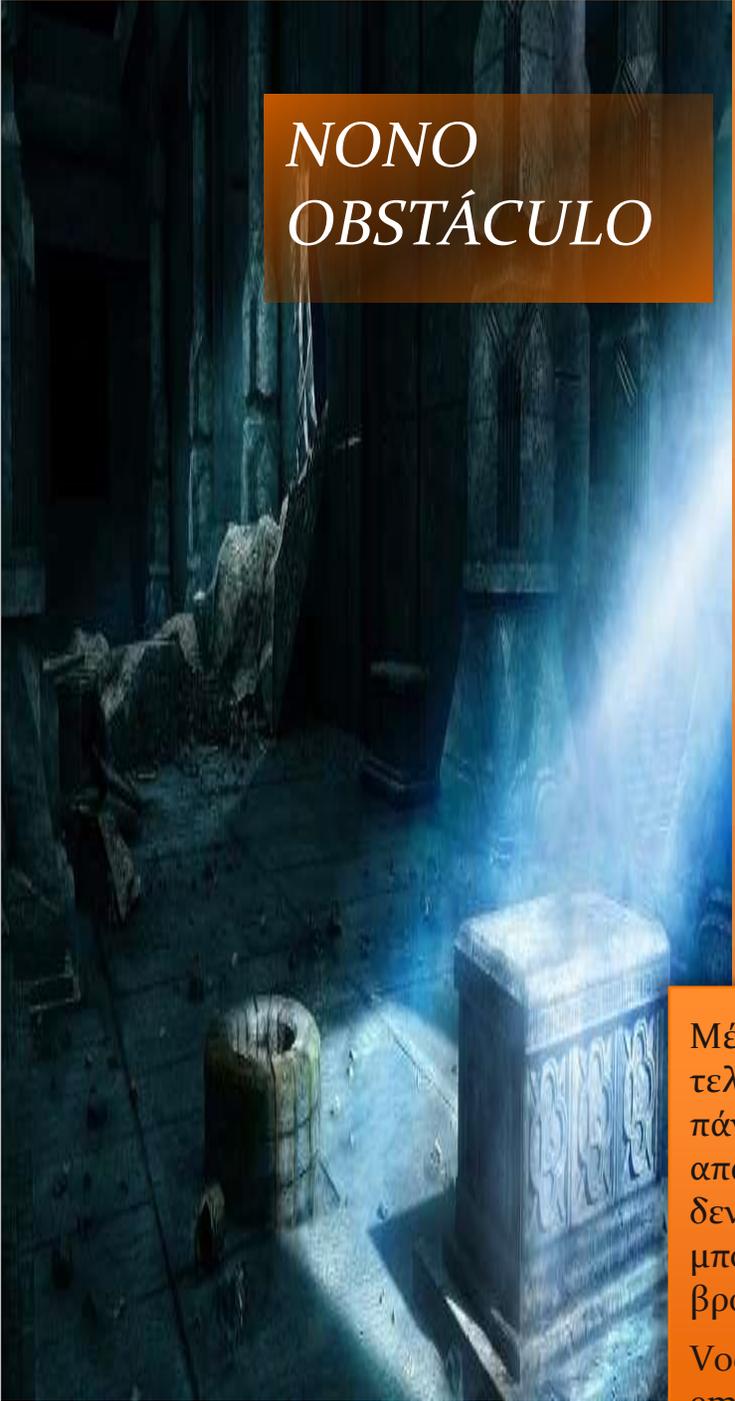


- a) $1/2$
- b) $2/3$
- c) $1/4$
- d) $3/5$
- e) $2/5$

(OBMEP 2010 – N2Q8 – 1ª fase) Um quadrado de papel de 20 cm de lado, com a frente branca e o verso cinza, foi dobrado ao longo das linhas pontilhadas, como na figura. Qual é a área da parte branca que ficou visível?



- a) 30
- b) 31
- c) 32
- d) 33
- e) 34



*NONO
OBSTÁCULO*

NONO!

Você conseguiu chegar no ultimo andar, muito ficaram pelo caminho e você mostrou ser digno dos últimos enigmas de Euclides. Logo que você entra no ultimo andar, percebe que tem uma urna, sendo iluminada por uma luz da qual você não conseguiu entender de onde vinha, pois o céu estava fechado por nuvens densas de chuva. Mas aquela luz mostrava mais um enigma deixado na base da urna.

Μέχρι στιγμής δείξατε ότι ήξερες τα γεωμετρικά στοιχεία μου, αλλά η τελευταία πρόκληση που αφήνω στις σπουδές του Πιταγόρα, ξέρω ότι ήμουν πάντα πολύ επιμελής άνθρωπος, αλλά αυτή τη φορά θέλω να μάθω πώς θα απαντήσετε σε αυτούς τους γρίφους, γιατί μέχρι αυτή τη στιγμή ξέρουμε ότι δεν υπάρχει ακριβής τιμή για το Πυθαγόρειο θεώρημα, αλλά ότι στο μέλλον μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τιμές πιο κοντά σε αυτό που σκοπεύουμε να βρούμε.

Você percebe os últimos enigmas na tampa da urna e depois de decifrar terá em mão os segredos de Euclides.

NONO OBSTÁCULO

Nome: _____ Turma: _____

(As questões usadas neste obstáculo foram todas tiras do livro "Encontros de Geometria 1", CADAR e DUTENHEFNER, nas páginas 107 à 109)

Calcule o comprimento da diagonal de um quadrado de lado 10:

- a) 11
- b) 10
- c) $10\sqrt{2}$
- d) $11\sqrt{2}$
- e) $100\sqrt{2}$

Calcule o comprimento da diagonal de um retângulo 6×8 .

- a) 6
- b) 8
- c) 10
- d) 12
- e) 14

Um retângulo tem base de 9 cm e tem diagonal de 15 cm. Determine a altura deste retângulo.

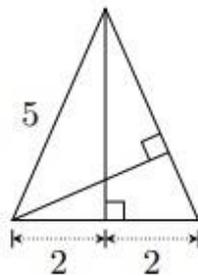
- a) 6
- b) 8
- c) 10
- d) 12
- e) 14

Um quadrado tem diagonal com 8 cm de comprimento. Qual é o lado deste quadrado?

- a) $2\sqrt{2}$
- b) $3\sqrt{2}$
- c) $4\sqrt{2}$
- d) $5\sqrt{2}$
- e) $6\sqrt{2}$

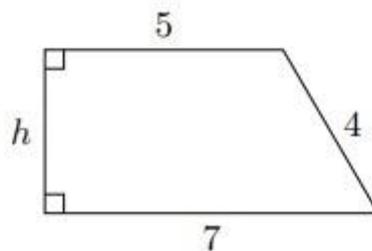
Para o triângulo isósceles de lados 5, 5 e 4:

- (a) Determine a altura relativa à base de comprimento 4.
- (b) Determine a área do triângulo.
- (c) Utilizando o fato de que a área de um triângulo é a metade da base vezes a altura, determine a altura relativa a base de comprimento 5.

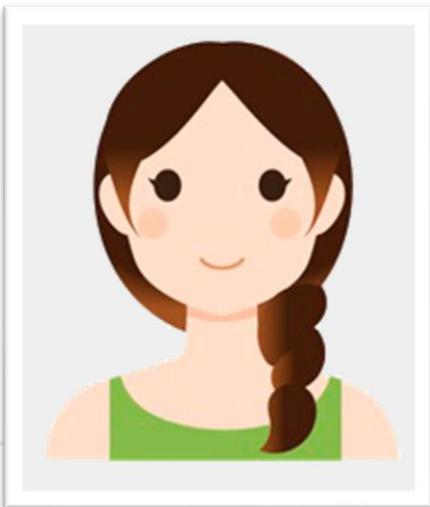


- a) $\sqrt{21}$, $2\sqrt{21}$, $4\sqrt{21}/5$
- b) 10, 12, 20
- c) $\sqrt{20}$, $2\sqrt{20}$, $4\sqrt{20}/5$
- d) $\sqrt{19}$, $2\sqrt{19}$, $4\sqrt{19}/5$
- e) 21, 42, $84/5$

Determine a altura e a área do trapézio da figura a seguir.



- a) $2\sqrt{3}$ e $12\sqrt{3}$
- b) $5\sqrt{3}$ e $7\sqrt{3}$
- c) $12\sqrt{3}$ e $16\sqrt{3}$
- d) 4 e 24
- e) 4 e 12



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



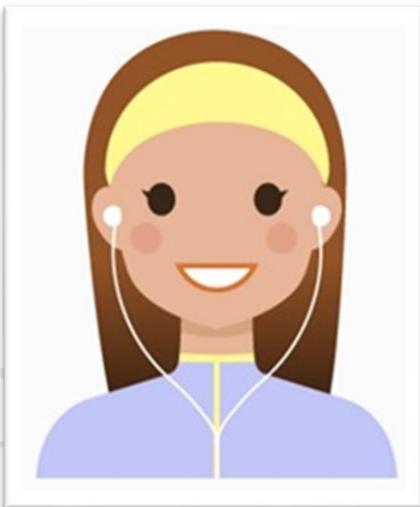
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



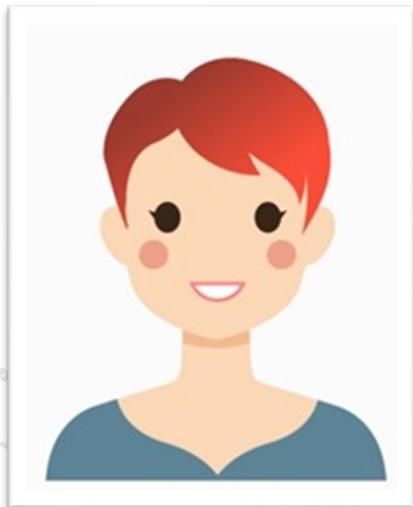
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



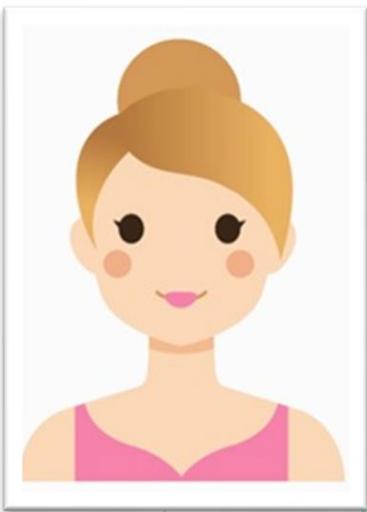
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:

A large, empty rounded rectangular box with a thin black border, intended for writing the bonus information.



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



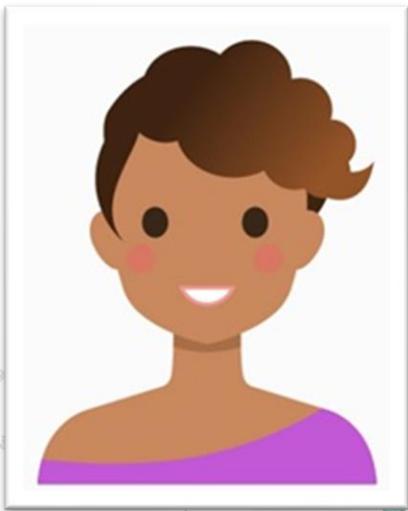
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



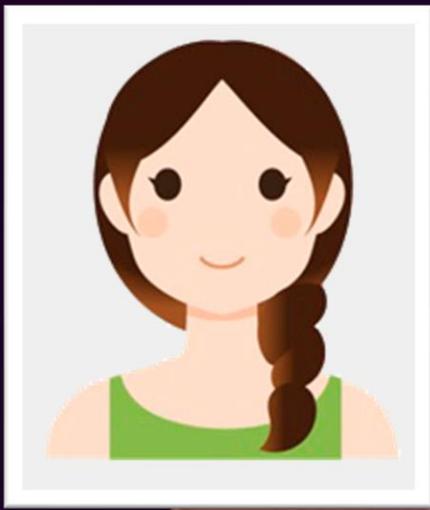
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



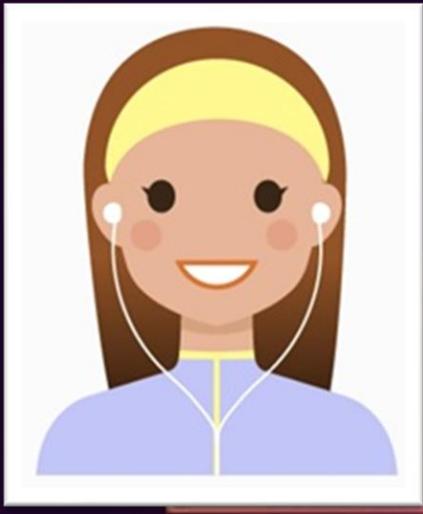
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



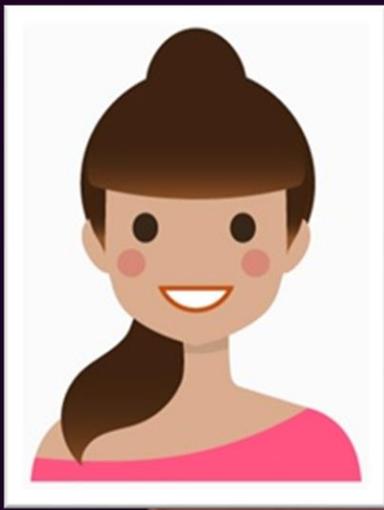
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



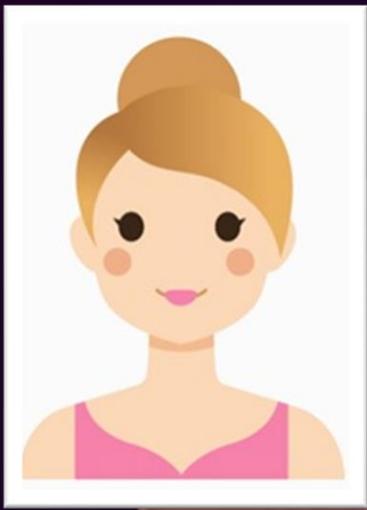
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



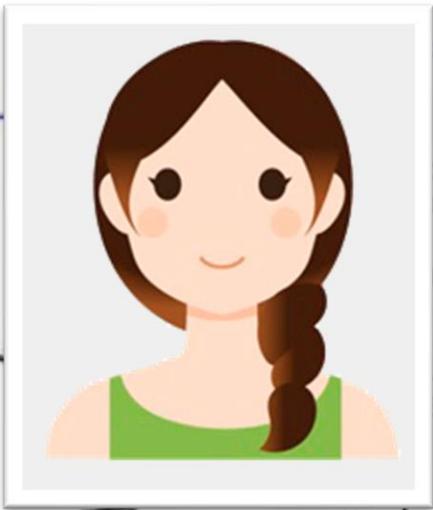
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



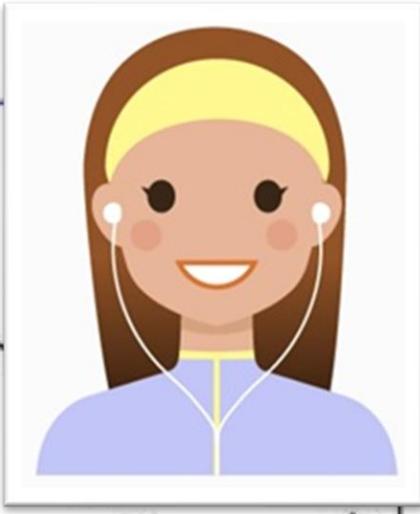
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



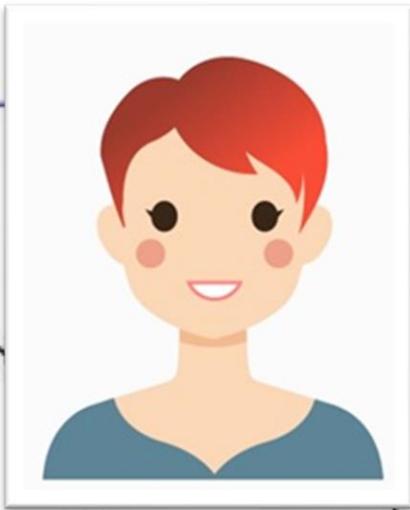
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



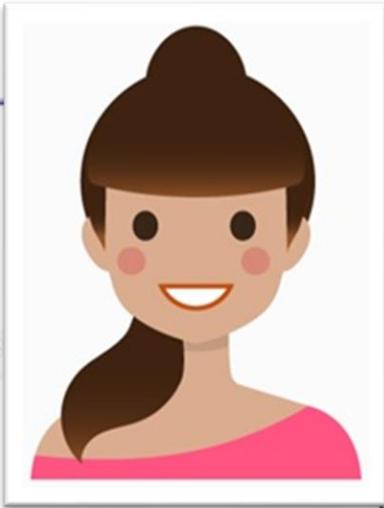
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



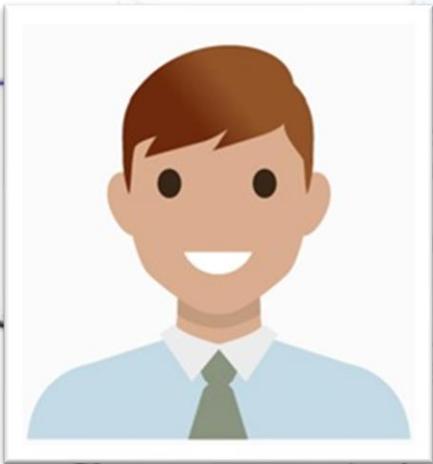
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



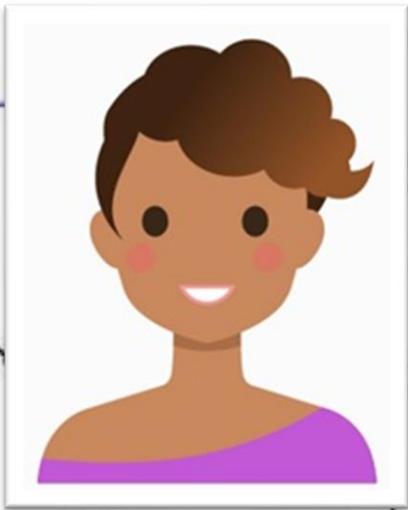
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



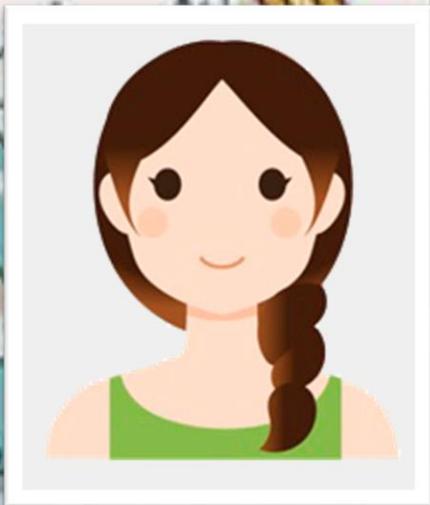
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



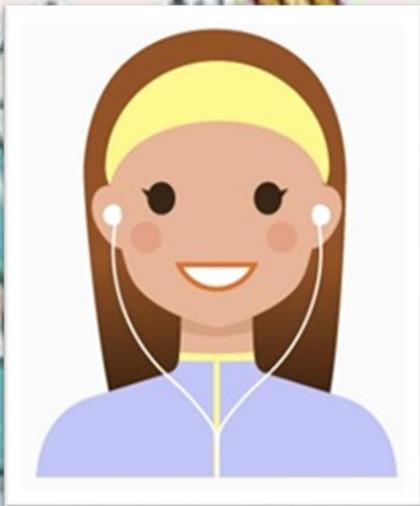
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



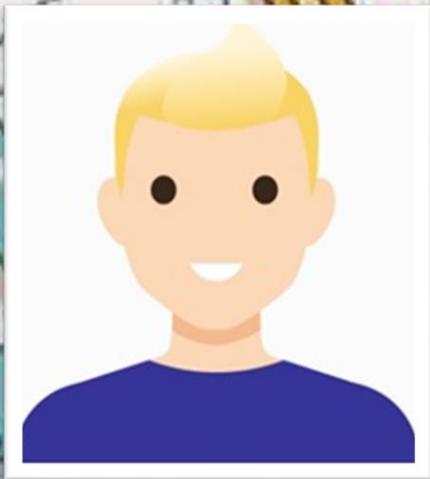
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



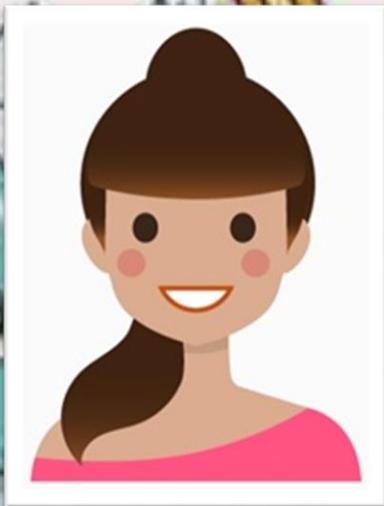
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



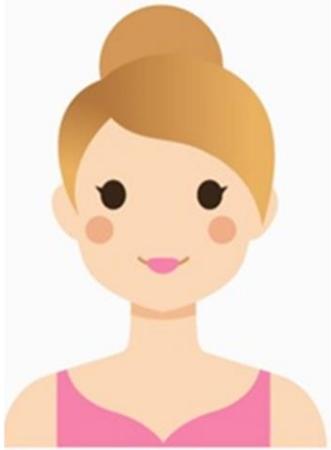
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



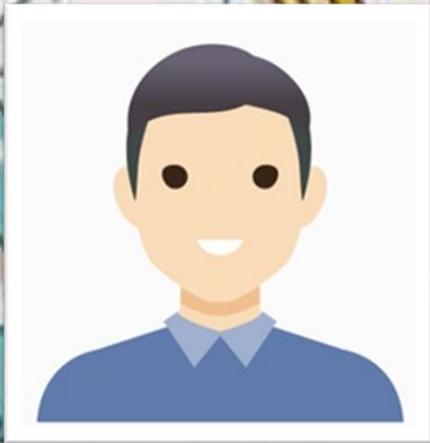
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



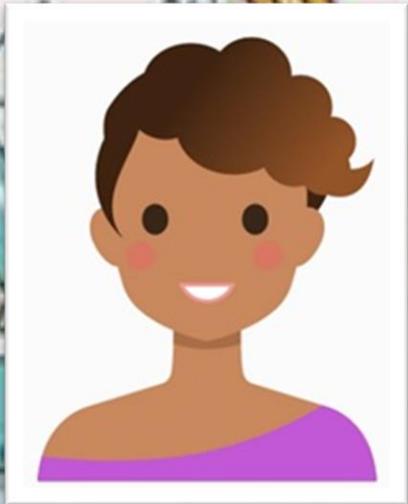
Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus:



Nome:

Nome do Personagem:

Level:

XP:

Bônus: