



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**O Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e a
utilização de Mapas Mentais como Recurso
Didático para as aulas de Matemática da 3ª série
do Ensino Médio**

Denise Nunes de Almeida



Instituto de Matemática

Maceió, 11 de junho de 2020



PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

DENISE NUNES DE ALMEIDA

**O Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e a utilização de
Mapas Mentais como Recurso Didático para as aulas de
Matemática da 3ª série do Ensino Médio**

Maceió
2020

Denise Nunes de Almeida

**O Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e a utilização de
Mapas Mentais como Recurso Didático para as aulas de
Matemática da 3^a série do Ensino Médio.**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do grau Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Juliana Roberta Theodoro de Lima

Maceió

2020

Catlogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

A447e Almeida, Denise Nunes de.

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e a utilização de mapas mentais como recurso didático para as aulas de matemática da 3ª série do ensino médio / Denise Nunes de Almeida. – 2020.

159 f. : il. ; figs. ; tabs. color. + material adicional

Orientadora: Juliana Roberta Theodoro de Lima.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Maceió, 2020.

Bibliografia: f. 130-132.

Apêndices: f. 133-154.

Anexos: f. 155-159.

1. Mapas mentais. 2. Ferramentas de ensino. 3. Matemática – Estudo e ensino.
4. Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). I. Título.

CDU: 51: 371.3

Folha de Aprovação

DENISE NUNES DE ALMEIDA

O Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e a Utilização de Mapas Mentais como Recurso Didático para as Aulas de Matemática da 3ª. série do Ensino Médio

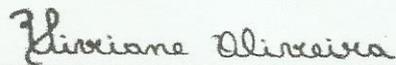
Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 11 de junho de 2020.



Prof. Dra. Juliana R. Theodoro de Lima
Instituto de Matemática - UFAL
CNPq: 320474/5

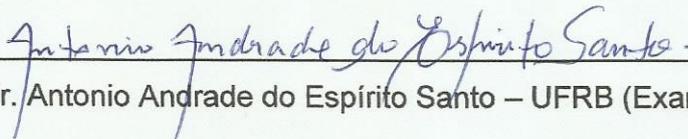
Prof. Dra. Juliana Roberta Theodoro de Lima – UFAL (Orientadora)

Banca Examinadora:



Viviane Oliveira

Prof. Dra. Viviane de Oliveira Santos – UFAL (Examinador Interno)



Antonio Andrade do Espírito Santo

Prof. Dr. Antonio Andrade do Espírito Santo – UFRB (Examinador Externo)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, que sempre esteve presente em toda minha vida.

À minha mãe Marineide e ao meu pai Damácio (in memoriam), a quem dedico este trabalho, pela minha formação como ser humana, que além de tudo, me educaram para que eu entendesse a importância do estudo. E aos meus irmãos por todo apoio e compreensão neste período.

Ao meu marido Niraldo, que abraçou comigo este desafiador projeto, pelo amor, paciência e cuidado.

Às minhas filhas Eduarda e Luísa minhas maiores motivações. Amo Vocês!

Aos professores do programa de mestrado Profmat que contribuíram, ao longo desses dois anos, com seus valiosos conhecimentos para a minha formação, qualificação e crescimento profissional, em especial a minha orientadora prof^a. Dra. Juliana Roberta pela orientação e incentivo. Sempre disposta a ajudar e sendo um exemplo de profissional a ser seguida.

A todos os colegas de turma, especialmente meus companheiros de viagem, Adriana, Gabriel, Vitor e André, agradeço por toda ajuda nos estudos e pela convivência que fizeram com que este período do curso se tornasse mais alegre e menos cansativo.

Aos meus grandes amigos que a matemática me presenteou, Ju e Paulinho, por estarem sempre presentes; ao Clebão por sempre acreditar, incentivar, ajudar e inspirar.

Aos meus alunos, por participarem, ajudarem e respeitarem o meu trabalho. Vocês me inspiram diariamente e me impulsionam a buscar as melhorias na educação.

Enfim, agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para a concretização deste sonho!

*“Um professor que tenta ensinar sem inspirar o
aluno com o desejo de aprender está
martelando em ferro frio”.*

Horace Mann

RESUMO

Este trabalho traz uma discussão teórica sobre mapas mentais, caracterizando-os como ferramentas que auxiliam na organização mental de conceitos e permite, em termos educacionais, tanto serem utilizados como instrumentos de avaliação, pelo professor, quanto de autoavaliação, pelo aluno. A fim de verificar sua aceitação e impacto na organização do pensamento matemático, foram propostas atividades em duas turmas da terceira série do ensino médio, no segundo semestre de 2019, no colégio Rosa Mística de Arapiraca, explorando mapas mentais para trabalhar assuntos que fazem parte da matriz de referência da área de Matemática e suas tecnologias do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Durante a sequência, os participantes da pesquisa, fizeram mapas mentais no papel e no software Xmind. Por fim, disponibilizamos um material voltado para professores e alunos que buscam um preparo para a prova da área de Matemática e suas Tecnologias do Enem. Neste material, trazemos informações importantes sobre a prova, as competências e habilidades, um detalhamento do que mais foi cobrado nos itens das provas de 2015 a 2019 e mapas mentais voltadas para estas competências e habilidades.

Palavras-chave: Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Mapas Mentais de Matemática. Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

This work brings a theoretical discussion about mind maps, characterizing them as tools which help mind organization of concepts and allows them, in educational terms, both to be used as instruments of evaluation, by the teacher, and of self-evaluation, by the student. In order to verify their acceptance and impact on the organization of mathematical thinking, activities exploring mind maps were proposed in two groups of the third grade of high school in a school called Rosa Mística in Arapiraca during the second semester of 2019 to review subjects that are part of the reference curriculum in the area of Mathematics and its technologies of the National High School Exam (Enem). During the sequence the research participants made handwritten mind maps and on the Xmind software. Finally, we provided material aimed at teachers and students with the objective to prepare them for the examination in the area of Mathematics and its Technologies at Enem. In this work we bring important information about the examination, the competencies and skills, detailed information of what were demanded in the exams from 2015 to 2019 and mind maps focused on these competences and skills.

Keywords: National High School Exam (Enem). Mathematics Mind Maps. Meaningful Learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Número de inscritos no Enem	14
Figura 2 – Número de questões por conteúdos	17
Figura 3 – Nota Mínima e Máxima da Prova de Matemática do Enem de 2009 a 2019	23
Figura 4 – Nota média de Matemática e suas Tecnologias	24
Figura 5 – Vantagens que os mapas mentais trazem para o estudo.	26
Figura 6 – Elementos e modelo da estrutura de um mapa mental	28
Figura 7 – Interface do Xmind	30
Figura 8 – Modelos da estrutura do mapa mental	31
Figura 9 – Caixa central para iniciar o mapa mental	31
Figura 10 – Inserindo a palavra central	32
Figura 11 – Inserindo figuras no mapa central	33
Figura 12 – Escolhendo a imagem para o tópico do mapa mental	33
Figura 13 – Inserindo subtópicos no mapa mental	34
Figura 14 – Inserindo subtópico por meio do menu inserir	34
Figura 15 – Parte do mapa já com figuras e cores	35
Figura 16 – Tópico do mapa mental com vários subtópicos	35
Figura 17 – Visualização do mapa mental disposto na folha de impressão	36
Figura 18 – Tópico Format	36
Figura 19 – Formatando os elementos do mapa mental	37
Figura 20 – Opções de formatação para os elementos do mapa mental	37
Figura 21 – Personalizando os elementos do mapa mental	38
Figura 22 – Inserindo elementos ocultos e informações sobre os tópicos do mapa mental	38
Figura 23 – Exportando o mapa mental em imagem	39
Figura 24 – Salvando o mapa mental no formato png	39
Figura 25 – Salvando o mapa mental no formato pdf	40
Figura 26 – Apresentação dos elementos de um mapa mental	46
Figura 27 – Momento de apresentação dos elementos que compõe um mapa mental	47
Figura 28 – Construção de um mapa mental em conjunto	48
Figura 29 – Mapa mental de geometria espacial feita na aula	48
Figura 30 – Momento de elaboração dos mapas pelos alunos	49

Figura 31 – Mapa mental sobre áreas das figuras planas elaborado por um aluno	50
Figura 32 – Mapa mental sobre análise combinatória elaborado por um aluno	50
Figura 33 – Mapa mental sobre matemática financeira elaborado por um aluno	51
Figura 34 – Mapa mental sobre regra de três elaborado por um aluno	51
Figura 35 – Mapa mental sobre função quadrática elaborado por um aluno	52
Figura 36 – Mapa mental sobre estatística elaborado por um aluno	52
Figura 37 – Mapa mental sobre geometria espacial elaborado por um aluno	53
Figura 38 – Mapa mental sobre geometria espacial elaborado por um segundo aluno	53
Figura 39 – Mapa mental sobre matemática financeira elaborado por mais um aluno	54
Figura 40 – Contribuições de um mapa mental	55
Figura 41 – Momento de apresentar os pontos positivos do uso dos mapas mentais	55
Figura 42 – Mapa mental sobre geometria espacial elaborado por um aluno apresentando poucos elementos propostos por Buzan	56
Figura 43 – Mapa mental sobre estatística elaborado por um segundo aluno com a falta de informações relevantes	56
Figura 44 – Mapa mental sobre geometria espacial elaborado por um segundo aluno	57
Figura 45 – Aula de função quadrática com a elaboração de mapa mental	58
Figura 46 – Número de questões dos exames do Enem de 2015 a 2019 por Competências de Matemática e suas Tecnologias	59
Figura 47 – Número de questões dos exames do Enem de 2015 por Competências de Matemática e suas Tecnologias	60
Figura 48 – Número de questões dos exames do Enem de 2016 1ª aplicação por Competências de Matemática e suas Tecnologias	60
Figura 49 – Número de questões dos exames do Enem de 2016 2ª aplicação por Competências de Matemática e suas Tecnologias	61
Figura 50 – Número de questões dos exames do Enem de 2017 por Competências de Matemática e suas Tecnologias	61
Figura 51 – Número de questões dos exames do Enem de 2018 por Competências de Matemática e suas Tecnologias	61
Figura 52 – Número de questões dos exames do Enem de 2019 por Competências de Matemática e suas Tecnologias	62
Figura 53 – Número de questões dos exames do Enem de 2015 a 2019 por Habilidade de Matemática	63

Figura 54 – Número de questões dos exames do Enem de 2015 por Habilidade de Matemática . . .	63
Figura 55 – Número de questões dos exames do Enem de 2016 1ª aplicação por Habilidade de Matemática	64
Figura 56 – Número de questões dos exames do Enem de 2016 2ª aplicação por Habilidade de Matemática	64
Figura 57 – Número de questões dos exames do Enem de 2017 por Habilidade de Matemática . . .	64
Figura 58 – Número de questões dos exames do Enem de 2018 por Habilidade de Matemática . . .	65
Figura 59 – Número de questões dos exames do Enem de 2019 por Habilidade de Matemática . . .	65
Figura 60 – Mapa Mental: Razão, Proporção e Escala	67
Figura 61 – Questão 156 (Enem 2019)	68
Figura 62 – Questão 177 (Enem 2018)	69
Figura 63 – Questão 165 (Enem 2017)	70
Figura 64 – Questão 148 (Enem 2016 – 2ª aplicação)	71
Figura 65 – Questão 176 (Enem 2016 – 1ª aplicação)	72
Figura 66 – Questão 144 (Enem 2015)	73
Figura 67 – Mapa Mental: Geometria Espacial	74
Figura 68 – Questão 178 (Enem 2019)	75
Figura 69 – Questão 146 (Enem 2016 – 2ª aplicação)	77
Figura 70 – Questão 161 (Enem 2016 – 2ª aplicação)	78
Figura 71 – Questão 175 (Enem 2016 – 1ª aplicação)	79
Figura 72 – Questão 179 (Enem 2015)	80
Figura 73 – Mapa Mental: Estatística	81
Figura 74 – Questão 172 (Enem 2019)	82
Figura 75 – Questão 162 (Enem 2018)	83
Figura 76 – Questão 170 (Enem 2017)	84
Figura 77 – Questão 140 (Enem 2016 – 2ª aplicação)	85
Figura 78 – Questão 141 (Enem 2016 – 1ª aplicação)	86
Figura 79 – (Questão 166 (Enem 2015)	87
Figura 80 – Mapa Mental: Análise Combinatória	88
Figura 81 – Questão 137 (Enem 2019)	89
Figura 82 – Questão 161 (Enem 2018)	91
Figura 83 – Questão 167 (Enem 2017)	92

Figura 84 – Questão 170 (Enem 2016 – 2º aplicação)	93
Figura 85 – Questão 153 (Enem 2016 – 1 aplicação)	95
Figura 86 – Questão 142 (Enem 2015)	96
Figura 87 – Mapa Mental: Matemática Financeira	98
Figura 88 – Questão 154 (Enem 2019)	99
Figura 89 – Questão 167 (Enem 2018)	101
Figura 90 – Questão 172 (Enem 2017)	102
Figura 91 – Questão 155 (Enem 2016 – 2ª aplicação)	104
Figura 92 – Questão 164 (Enem 2016 – 1ª aplicação)	105
Figura 93 – Questão 152 (Enem 2015)	106
Figura 94 – Questão 155 (Enem 2015)	107
Figura 95 – Mapa Mental: Equação do 2º Grau	108
Figura 96 – Questão 168 (Enem 2017))	109
Figura 97 – Questão 176 (Enem 2017)	111
Figura 98 – Parábola para resolução da questão 176 (Enem 2017 – Prova amarela)	111
Figura 99 – Questão 147 (Enem 2016 – 2ª aplicação)	113
Figura 100–Questão 152 (Enem 2016 – 1ª aplicação)	114
Figura 101 – Esquema do gráfico para equação dada na questão 152 (Enem 2016 – 1ª aplicação – Prova amarela)	114
Figura 102–Questão 136 (Enem 2015)	115
Figura 103–Questão 157 (Enem 2015)	116
Figura 104–Mapa Mental: Áreas das principais figuras planas	118
Figura 105–Questão 146 (Enem 2019)	119
Figura 106–Esquema da área fornecida pela questão 146 (Enem 2019 – Prova amarela)	119
Figura 107–Questão 137 (Enem 2017)	121
Figura 108–Imagem do fundo da bandeja com os dados fornecidos pela questão 137 (Enem 2017- Prova amarela))	121
Figura 109–Questão 145 (Enem 2016 – 2ª aplicação)	123
Figura 110–Questão 154 (Enem 2016 – 1ª aplicação)	124
Figura 111–Questão 161 (Enem 2015)	126

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Percentual de presentes e ausentes no 1º e 2º dia de aplicação de prova de 2009 a 2019	12
Tabela 2	–	Simulação de respostas de alunos após a aplicação de uma prova	15
Tabela 3	–	Relação entre os eixos cognitivos, as competências e as habilidades na área de Matemática e suas Tecnologias	22
Tabela 4	–	Organização dos dados da questão 178 (Enem 2019)	75
Tabela 5	–	Complementando a tabela dada na questão 166 (Enem 2015)	87
Tabela 6	–	Dados retirados da questão 142 (Enem 2015)	97

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
1 EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM)	11
1.1 O novo Enem	13
1.2 Método de correção do Enem	14
1.3 Conhecendo e criando estratégias para a prova de matemática do Enem	16
2 MAPAS MENTAIS	25
2.1 Elementos de um mapa mental	28
2.2 Como construir um mapa mental no Xmind	30
2.3 Mapas mentais e aprendizagem significativa	40
2.4 A utilização de mapas mentais na sala de aula	41
3 UMA EXPERIÊNCIA COM MAPAS MENTAIS NA SALA DE AULA	46
4 ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS PROVAS DE 2015, 2016 1ª APLICAÇÃO, 2016 2ª APLICAÇÃO, 2017, 2018 E 2019	59
4.1 Resultados da análise das questões das provas do Enem de 2015, 2016 1ª aplicação, 2016 2ª aplicação, 2017, 2018 e 2019 por competências da área de matemática e suas tecnologias	59
4.2 Resultados da análise das questões das provas do Enem de 2015, 2016 1ª aplicação, 2016 2ª aplicação, 2017, 2018 e 2019 por habilidade matemática	62
5 MAPAS MENTAIS E QUESTÕES DO ENEM RESOLVIDAS E COMENTADAS	66
CONCLUSÃO	128
REFERÊNCIAS	130
APÊNDICES	133

Apêndice A – Análise da edição do Enem 2018 (caderno amarelo)	133
Apêndice B – Análise da edição do Enem 2016 - 1ª aplicação (caderno amarelo) . . .	135
Apêndice C – Análise da edição do Enem 2016 - 2ª aplicação (caderno amarelo) . . .	137
Apêndice D – Análise da edição do Enem 2017(caderno amarelo)	139
Apêndice E – Análise da edição do Enem 2018 (caderno amarelo)	141
Apêndice F – Análise da edição do Enem 2019 (caderno amarelo)	143
Apêndice G – Simulado de matemática e suas tecnologias	145
ANEXOS	155
Anexo A – Nota Técnica: Teoria de Resposta ao Item	155
Anexo B – Termo de ciência da escola enquanto aplicação da metodologia	159

INTRODUÇÃO

Atualmente, presenciamos um aumento de pessoas tentando ingressar numa instituição de ensino superior, pública ou privada. E, como uma grande parte das instituições públicas de ensino superior utilizam para seus processos de seleção o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), ele se tornou nos últimos anos um dos principais exames de seleção.

Visando o fato de que aulas de matemática ainda hoje são desenvolvidas, em muitas escolas, por meio de atividades em que a parte conceitual é abordada de forma descontextualizada, levando o aluno a considerar a disciplina de matemática além de difícil, abstrata e sem relação com o seu cotidiano. Essa metodologia torna-se inadequada ao modelo de questões que são apresentadas no Enem. Além disso, pensando no fato de que o professor deve utilizar em suas aulas diferentes ferramentas de ensino, no sentido de incentivar os estudantes a ter interesse pelas aulas de matemática e conseguir relacionar os conteúdos vistos em sala de aula com o seu dia a dia, mostramos aqui neste trabalho como alternativa para contextualizar os conteúdos de matemática e relacioná-los com o cotidiano, o ensino por meio da construção e utilização de mapas mentais. Partimos da hipótese de que o uso dos mapas mentais poderá compor uma abordagem inovadora e válida aos métodos de aprendizagem e estudo.

A abordagem de mapas mentais nas aulas favorece uma aprendizagem significativa, entendendo que o indivíduo constrói seu conhecimento e significados a partir de seu prévio conhecimento, e ocorrendo assim, uma exteriorização desse conhecimento. Assim, por meio dessa exteriorização, na construção de mapas mentais é possível acompanhar o progresso dos estudantes, verificando os novos conhecimentos adquiridos pelos alunos.

Tendo em vista a importância do Enem nos dias de hoje e a atual experiência profissional da autora da presente dissertação que leciona a disciplina de matemática para alunos do ensino médio, em sua maioria, alunos da terceira série do Ensino Médio de escolas públicas e privadas da cidade de Arapiraca desde 2011, foi definido que o tema dessa dissertação de mestrado tivesse o intuito de contribuir para aulas e estudos voltados para esse exame.

A experiência em preparar aulas para estes alunos que estavam se preparando para a realização da prova do Enem, indicavam que alguns temas apareciam com mais frequência na prova e a maneira como o qual era cobrado, além de que os temas como: geometria, razões e proporções, porcentagem e análise combinatória, que são temas recorrentes em documentos

oficiais que tratam do ensino e aprendizagem, tais como: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além de serem temas presentes em muitas situações do nosso cotidiano.

A dissertação está dividida em 5 capítulos: o primeiro, para entender melhor o que é o Enem, apresentamos inicialmente alguns pontos importantes e modificações que fizeram parte dele desde a sua criação. Também apresentamos a nova proposta do exame que ocorreu em 2009, chamado de “O Novo Enem. Apresentamos as suas competências e habilidades e a forma como a nota é calculada.

No capítulo 2, apresentaremos a definição e como surgiu a técnica de construção de mapas mentais, mostraremos o quanto ele se tornou um valioso instrumento de aprendizagem, avaliação e de transmissão de conhecimentos, isso por favorecer a sistematização e visualização das conexões e inter-relações entre ideias e conceitos, além de exibimos um passo a passo de como construir um mapa mental no software Xmind.

No capítulo 3, relatamos uma prática de revisão de conteúdos por meio de construções de mapas mentais desenvolvida com alunos de duas turmas de 3ª série do Ensino Médio do turno matutino, de uma escola privada do município de Arapiraca. O desenvolvimento das atividades na escola ocorreu durante o segundo semestre do ano letivo de 2019 até a semana que antecedia a prova do Enem.

No capítulo 4, é apresentado uma análise estatística das provas do Enem da área de Matemática e suas Tecnologias aplicadas nos anos de 2015 a 2019. Foram analisadas as questões por competências de área, habilidade matemática e principal conteúdo abordado. Essa análise, se torna importante no sentido de tornar a prova mais objetiva, tanto para professores como para alunos que buscam uma melhor preparação para si dos conteúdos que devem ser priorizados no estudo que antecedem esse exame, visando uma otimização de resultados no Enem.

Finalmente, no capítulo 5 são apresentados 7 mapas mentais juntamente com questões que envolvem cada tema das provas do Enem, de 2015 a 2019. Além de apresentadas, todas as questões são resolvidas e comentadas. Os mapas mentais e a resolução das questões foram apresentadas com o intuito de fornecer um material que sirva como exemplo para professores do Ensino Médio, bem como para alunos que queiram estudar os temas sob a perspectiva de abordagem do Enem, e não um material pronto a ser aplicado em sala de aula.

1 EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (Enem)

Foi em 1998, que o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Inep, articulado com o Ministério da Educação (MEC) cria o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). De início tinha o objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes que concluíam a educação básica, a fim de buscar melhorias na qualidade da educação básica do país.

O Enem é uma prova elaborada a partir das competências e habilidades da Matriz de Referência, que é um documento que descreve as competências e habilidades exigidas dos alunos e lista o conteúdo programático da prova. De acordo com o MEC, competências são as modalidades da inteligência que usamos para estabelecer relações entre o que desejamos conhecer, já as habilidades são competências adquiridas e estão ligadas ao "saber fazer".

A primeira aplicação da prova do Enem contou com 115.575 participantes no dia 20 de agosto de 1998. Neste ano, o uso das notas do Enem foram utilizadas apenas por duas instituições de educação superior. Após um ano de realização o número de instituições de educação superior que utilizavam os resultados do Enem subiu para 93.

Em 2004, a nota do Enem começou a ser usada pelo Programa Universidade para Todos (ProUni) que permite a concessão de bolsas de estudos integrais e parciais aos participantes. Por esse motivo, neste ano houve um aumento considerável de participantes que realizaram o exame com o objetivo de entrar em uma faculdade.

Em 2009 nasce um novo Enem, com a criação do Sistema de Seleção Unificada (Sisu). O exame passa a ter 180 questões objetivas, 45 para cada área do conhecimento, e a redação. A aplicação passa a ser em dois dias e o exame começa a certificar a conclusão do ensino médio. Além disso, as matrizes de referência são reformuladas com base nas Matrizes de Referência do Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (Encceja).

Foi em 2010 que os resultados passaram a ser adotados pelo Financiamento Estudantil (Fies). Em 2013 quase todas as instituições federais adotam o Enem como critério de seleção e a nota do exame é utilizada na concessão de bolsas de estudos do programa Ciências sem Fronteiras e passa a ser divulgada por escola com estratificação nos níveis socioeconômicos.

Em 2014 as Universidades de Coimbra e Algarve, em Portugal, passaram a aceitar o Enem, marcando o início das parcerias com instituições de ensino superior de Portugal, autorizadas a utilizar as notas do Enem em seus processos seletivos.

Em 2015 passam a ser identificados o número de “treineiros”, participantes que fazem o Enem para autoavaliação. E em 2016 o exame passa a ter mais segurança com a coleta de dado biométrico durante a aplicação da prova e algumas medidas de segurança do exame ficaram ainda mais rígidas, com o uso de detectores de metais nas entradas de todos os banheiros dos locais de prova.

Em 2017, o Enem passa a ser aplicado em dois domingos consecutivos. A certificação do ensino médio voltou a ser competência do Encceja. O exame ficou ainda mais acessível com a estreia da vídeo prova em Libras para surdos e deficientes auditivos. Outra novidade foi a estreia da prova personalizada com nome e número de inscrição do participante, e a adoção de novo recurso de segurança: identificador de receptor de ponto eletrônico. E ainda teve a novidade da criação de um novo site do Enem.

O Enem de 2018 foi marcado por apresentar o menor índice de faltosos desde 2009, ano em que este assumiu o formato em dois dias. O número de instituições de educação superior que usaram as notas do Enem chegou a 35.

Em 2019 foi a edição que ocorreu o menor índice de ausentes com relação às demais edições como pode ser observado na tabela abaixo que indica o percentual de presentes e ausentes no 1º e 2º dia de aplicação de prova de 2009 a 2019. Apesar de ser a edição com o menor índice de ausentes, o Enem 2019 também teve o menor número de participantes desde 2010.

Tabela 1 – Percentual de presentes e ausentes no 1º e 2º dia de aplicação de prova de 2009 a 2019

Edição	Presentes no	Ausentes no	Presentes no	Ausentes no
	1º dia	1º dia	2º dia	2º dia
2009	61,88%	38,12%	59,02%	40,98%
2010	73,30%	26,60%	70,71%	29,29%
2011	74,25%	25,75%	72,13%	27,87%
2012	72,93%	27,07%	70,74%	29,26%
2013	72,58%	27,42%	70,16%	29,84%
2014	70,69%	29,31%	68,59%	31,41%
2015	74,35%	25,65%	72,67%	27,33%
2016	69,59%	30,41%	67,80%	32,20%
2017	69,90%	30,10%	65,95%	34,05%
2018	75,24%	24,76%	70,81%	29,19%
2019	76,94%	23,06%	72,81%	27,19%

Fonte: <https://vestibular.brasilecola.uol.com.br>. Acesso: Jan, 2020.

Os dados acima foram baseados no dados históricos do Enem. (INEP, 2020).

1.1 O novo Enem

A prova do Enem, desde 2009, sofreu várias mudanças importantes, passando a ter 180 questões ao invés de 63, que deveriam ser resolvidas em dois dias de prova, além do agrupamento das disciplinas em quatro grandes áreas do conhecimento: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; e Ciências Humanas e suas Tecnologias.

Foi ainda em 2009 que o Enem, passou também a ser utilizado como instrumento de seleção para o ingresso no ensino superior. Como as universidades possuem autonomia para estabelecer seus critérios de seleção, as notas obtidas no exame são usadas integralmente ou parcialmente pela instituição, isso varia do critério escolhido pela instituição.

Essa nova proposta de reestruturação do Enem em 2009 apresentava como objetivo principal democratizar as oportunidades de concorrência às vagas oferecidas aos cursos de nível superior nas instituições federais de ensino superior, podendo o participante concorrer nos processos de seleção de diferentes regiões do país. Foi assim implementado o Sistema de Seleção Unificada (Sisu) desenvolvido em 2009 pelo Ministério da Educação para ser usado por aqueles que se submetiam a prova do Enem. Segundo Rabelo (2013):

De acordo com o documento intitulado "Proposta: unificação dos processos seletivos das Instituições Federais de Ensino Superior a partir da reestruturação do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)", encaminhado pelo presidente do Inep/MEC à Associação Nacional dos Dirigentes das Instituições Federais de Ensino Superior (Andifes) em 30 de março de 2009, o que se deseja com a reformulação do exame é democratizar as oportunidades de concorrência às vagas federais de ensino superior por meio da unificação da seleção às vagas das IFES, utilizando uma única prova, e racionalizar a disputa por essas vagas, de forma a democratizar a participação nos processos de seleção para vagas em diferentes regiões do país. (RABELO, 2013, p.57).

Uma das mudanças mais significativa se dar pelo fato de avaliar os estudantes por competências e habilidades, descritas na Matriz de Referência do Enem.

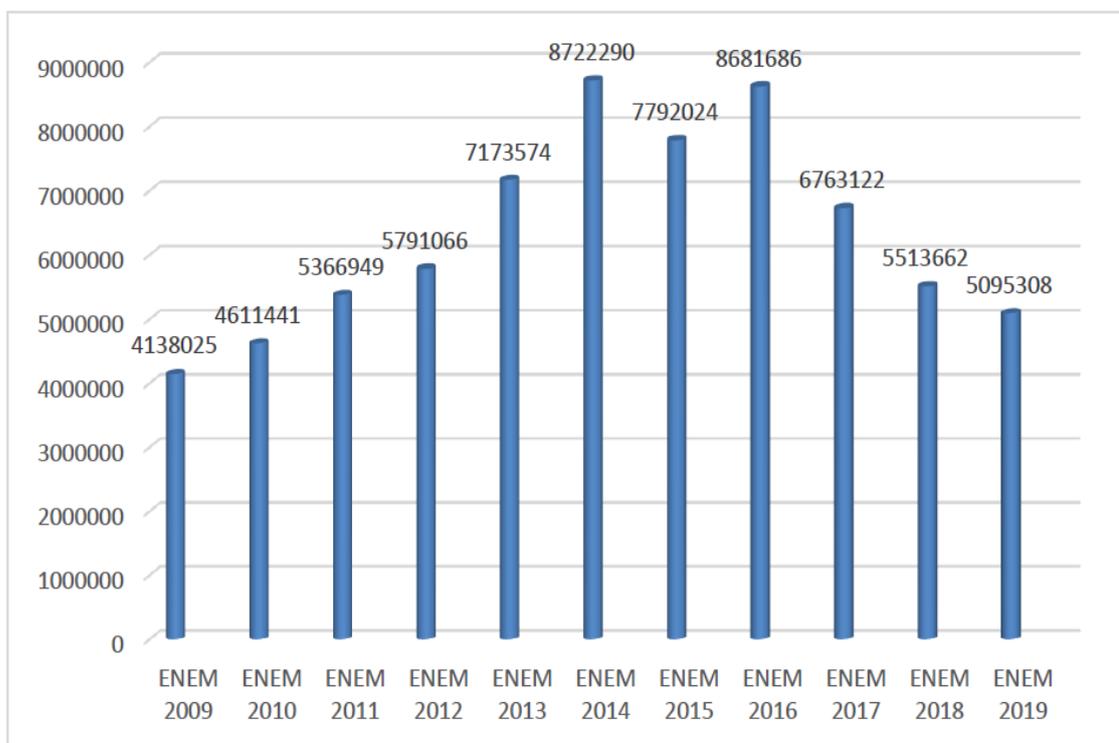
Ramalho e Núñez (2011) apontam da seguinte forma as mudanças do Enem:

[...] o Enem constrói sua trajetória marcada por contradições inerentes a uma nova e importante experiência, de grande proporção e de nível nacional, batendo recordes de inscrições e participação nos anos de 2009 e 2010. Tornou-se,

portanto, o principal instrumento de avaliação da Implantação da Reforma nas escolas públicas e privadas, sinalizando para o MEC as diferenças entre redes e revelando as deficiências a serem superadas. (RAMALHO; NÚÑEZ, 2011, p. 8).

Dentre outras coisas, a nota do Enem possibilita o ingresso ao ensino superior por meio de programas do Governo, como o Sisu e o ProUni. O Enem é o maior processo seletivo do Brasil, vejamos abaixo na Figura 1 a evolução do número de inscritos ao longo dos anos de 2009 a 2019.

Figura 1 – Número de inscritos no Enem



Fonte: <http://portal.inep.gov.br>. Acesso: Dez. 2019.

O fato da migração de certificados do ensino médio que era a cargo do Enem passar a ser de responsabilidade do Enceja (Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos) fez com que houvesse uma queda de inscritos no exame a partir de 2017, como podemos observar na Figura 1.

1.2 Método de correção do Enem

Para a obtenção da nota do Enem, não é feita a simples soma de acertos do participante, como ocorre nas provas escolares ou na maioria das provas de concurso público. A nota do Enem

é obtida após um cálculo estatístico que leva em conta a coerência nas respostas de cada um, isto é, caso uma pessoa acerte as questões mais difíceis, de modo geral, acerta também as questões fáceis daquela área (INEP, 2019).

A análise dos itens e o cálculo das questões por proficiência no Enem têm como base a Teoria de Resposta ao Item (TRI), que segundo o site oficial do Inep é uma modelagem estatística que permite, dentre outros pontos, fazer um mapeamento do padrão de respostas de cada estudante e atribuir uma pontuação diferenciada em função do grau de dificuldade de cada questão.

Vamos tentar entender melhor como funciona a TRI. Considere uma prova composta por 6 questões com 5 alternativas e apenas uma correta, na qual foi aplicado para um grupo de 10 estudantes, no qual chamaremos de aluno A, aluno B, aluno C, ..., e aluno J. Na Tabela 2, encontramos a quantidade de acertos e erros desses alunos em cada item, isto é, 1 indica acerto e 0 erro. Ao obtermos o somatório do número de acertos por alunos, nos surge os seguintes questionamentos: será possível que um aluno que acertou menos questões, tenha um conhecimento maior que outro que acertou mais? Por que a questão 1 teve um número maior de acertos, enquanto a questão 5 poucos alunos acertaram? Todas as questões medem o mesmo nível de conhecimento do aluno? A TRI faz uma análise individual por questão, analisando características como discriminação, dificuldade e acerto casual, isso para que seja possível determinar o grau de conhecimento, no caso a habilidade, dos estudantes que realizam a prova.

Tabela 2 – Simulação de respostas de alunos após a aplicação de uma prova

Aluno	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Total
A	1	1	1	1	0	0	4
B	1	1	1	1	0	1	5
C	1	0	1	1	0	1	4
D	1	1	1	1	1	1	6
E	1	1	1	0	0	0	3
F	1	1	1	1	0	1	5
G	1	0	0	0	0	0	1
H	0	0	0	0	1	1	2
I	1	1	1	1	0	0	4
J	1	1	1	0	0	0	3
Total	9	7	8	6	2	5	

Fonte: Elaborada pela autora.

A TRI foi desenvolvida, com o objetivo principal, do aluno ser avaliado por item e não a prova como um todo. Conforme a nota técnica divulgada pelo Inep que trata sobre a Teoria de Resposta ao Item:

A TRI é um conjunto de modelos que relacionam a probabilidade de um aluno apresentar uma determinada resposta a um item, com sua proficiência e características (parâmetros) do item. O modelo utilizado no Enem é o modelo logístico de três parâmetros que, além dos parâmetros de discriminação e de dificuldade, também faz uso de um parâmetro para controlar o acerto casual. Este último parâmetro tem um papel bastante importante nas avaliações com itens de múltipla escolha, caso do Enem. O modelo logístico da TRI parte do princípio de que quanto maior a proficiência do respondente, maior a sua probabilidade de acerto, traço latente acumulativo. (BRASIL, 2012, p. 03).

Assim a TRI, que permite acrescentar outros aspectos, além da quantidade de respostas corretas, tais como os parâmetros dos itens e a coerência do padrão de resposta do participante. Dessa forma, duas pessoas com a mesma quantidade de acertos na prova poderão ter níveis de proficiência diferentes e assim notas também diferentes.

Essa metodologia que possibilita o acompanhamento e comparação do desempenho dos estudantes foi criada em 2009. O cálculo estatístico da nota considera a combinação da coerência do padrão de resposta, e ainda, as características, como parâmetros de complexidade, de cada item.

Em termos de habilidades e competências, as escalas de proficiência construídas por meio da TRI são cumulativas. Dessa forma, candidatos centrados em um determinado tema da escala dominam não só os conteúdos, habilidades e competências associados a esse tema, mas também os conteúdos, habilidades e competências descritas nos tópicos anteriores.

Assim, é possível que um candidato que acertou os itens mais complexos da prova junto com os conteúdos, habilidades e competências dos tópicos anteriores a ele (visto como pré-requisito para este tema) obtenha uma pontuação maior a de um outro candidato que marcou o mesmo número de respostas certas, mas para questões menos complexas, isso se dá pelo fato do cálculo estatístico da TRI.

Mais informações sobre a TRI pode ser obtido na nota técnica produzida pelo Inep, cujo assunto é a Teoria de Resposta ao Item que se encontra no Anexo A.

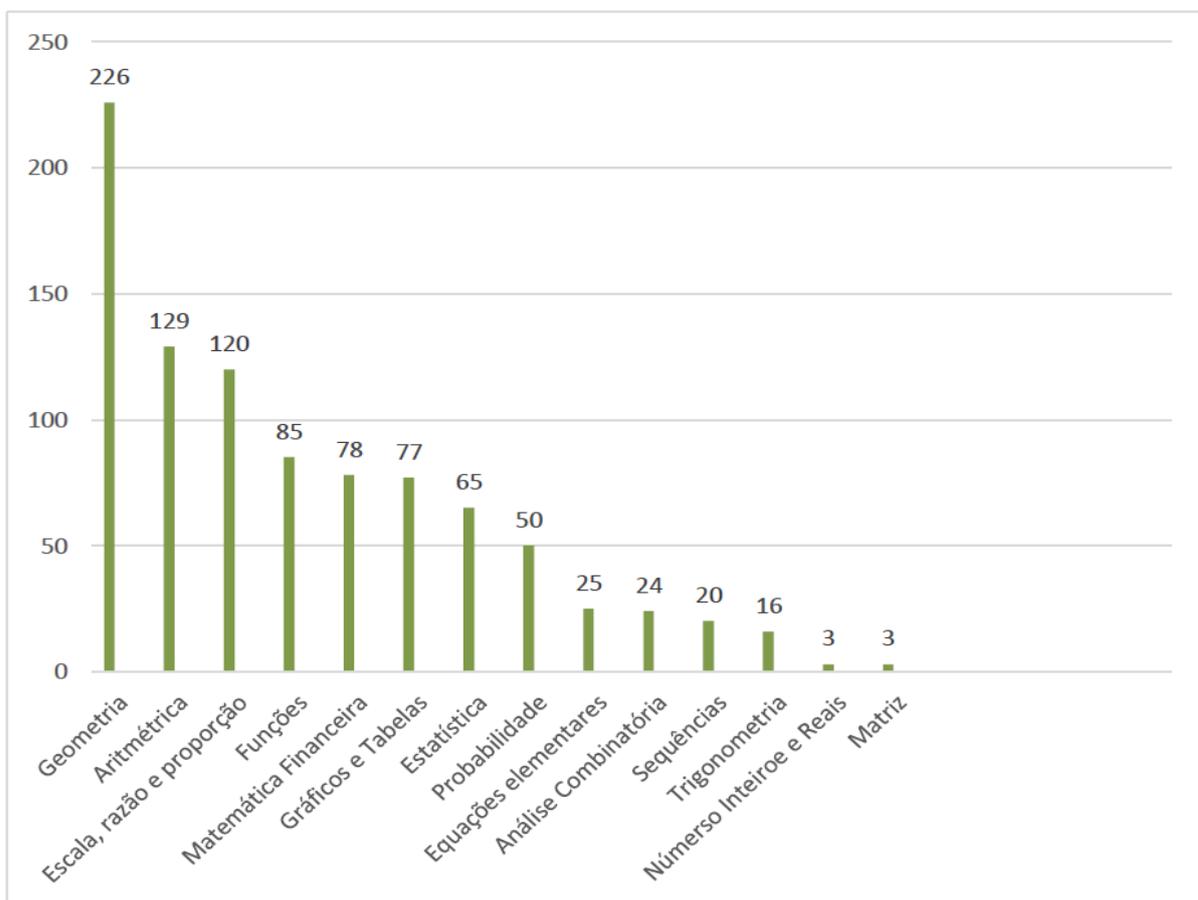
1.3 Conhecendo e criando estratégias para a prova de matemática do Enem

Visando o fato de que devemos criar estratégias de ensino/estudo, entre elas revisar e estudar com mais atenção os assuntos mais cobrados na prova do Enem, ao se inteirar sobre quais matérias têm mais destaque na prova, o professor/aluno poderá traçar seu plano de aula/estudos

conforme a dificuldade e o tempo disponível, identificando os pontos que precisam de mais atenção, e assim trabalhá-los de forma eficiente.

Por isso, uma dica para ir bem junto com seus alunos nesse estudo voltado para a prova de matemática do Enem é priorizar as temáticas que mais apareceram nos últimos anos no exame. Pensando nisso, abaixo estão listados na Figura 2 quais foram os assuntos de matemática que mais apareceram nas provas do Enem de 2009 a 2019, vale ressaltar que uma questão pode abordar mais que um tema.

Figura 2 – Número de questões por conteúdos



Fonte: Elaborada pela autora.

As questões de matemática de 2009 a 2019 são de particular interesse desse trabalho, por esse motivo destacamos abaixo a Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias, Inep/2009, publicado pelo Diário Oficial da União, Portaria MEC nº462, de 27 de maio de 2009. Contemplaremos também os eixos cognitivos, que são comuns a todas as áreas avaliadas. Essa matriz inclui as competências da área, as habilidades e os objetos de conhecimentos que são utilizados para a elaboração dos itens.

Eixos Cognitivos (comuns a todas as áreas de conhecimento):

I. Dominar linguagens (DL): dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.

II. Compreender fenômenos (CF): construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.

III. Enfrentar situações-problema (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.

IV. Construir argumentação (CA): relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.

V. Elaborar propostas (EP): recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias (competências e habilidades)

Competência de área 1 (C1) – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1 - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2 (C2) - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 (C3) - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12 - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13 - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14 - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4 (C4) - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5 (C5) - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6 (C6) - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7 (C7) - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Objetos de conhecimento:

- **Conhecimentos numéricos:** operações de conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios da contagem.

- **Conhecimentos geométricos:** características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.

- **Conhecimentos de estatística e probabilidade:** representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.
- **Conhecimentos algébricos:** gráficos e funções; funções algébricas do 1º e do 2º grau, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.
- **Conhecimentos algébricos/geométricos:** plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistema de equações.

Na Tabela 3 abaixo é possível observar de forma mais clara as relações entre os eixos cognitivos, as competências de área e as habilidades. Podemos observar que o enfrentamento de situações-problemas e a construção de argumentação estão presentes em todas as competências.

Tabela 3 – Relação entre os eixos cognitivos, as competências e as habilidades na área de Matemática e suas Tecnologias

Competências de área	DL	CF	SP	CA	EP
C1	H1	H2	H3	H4	H5
C2	H6	H7	H8	H9	
C3	H10	H11	H12	H13	H14
C4		H15	H16	H17	H18
C5	H19	H20	H21	H22	H23
C6			H24	H25	H26
C7		H27	H28	H29	H30

Fonte: Elaborada pela autora.

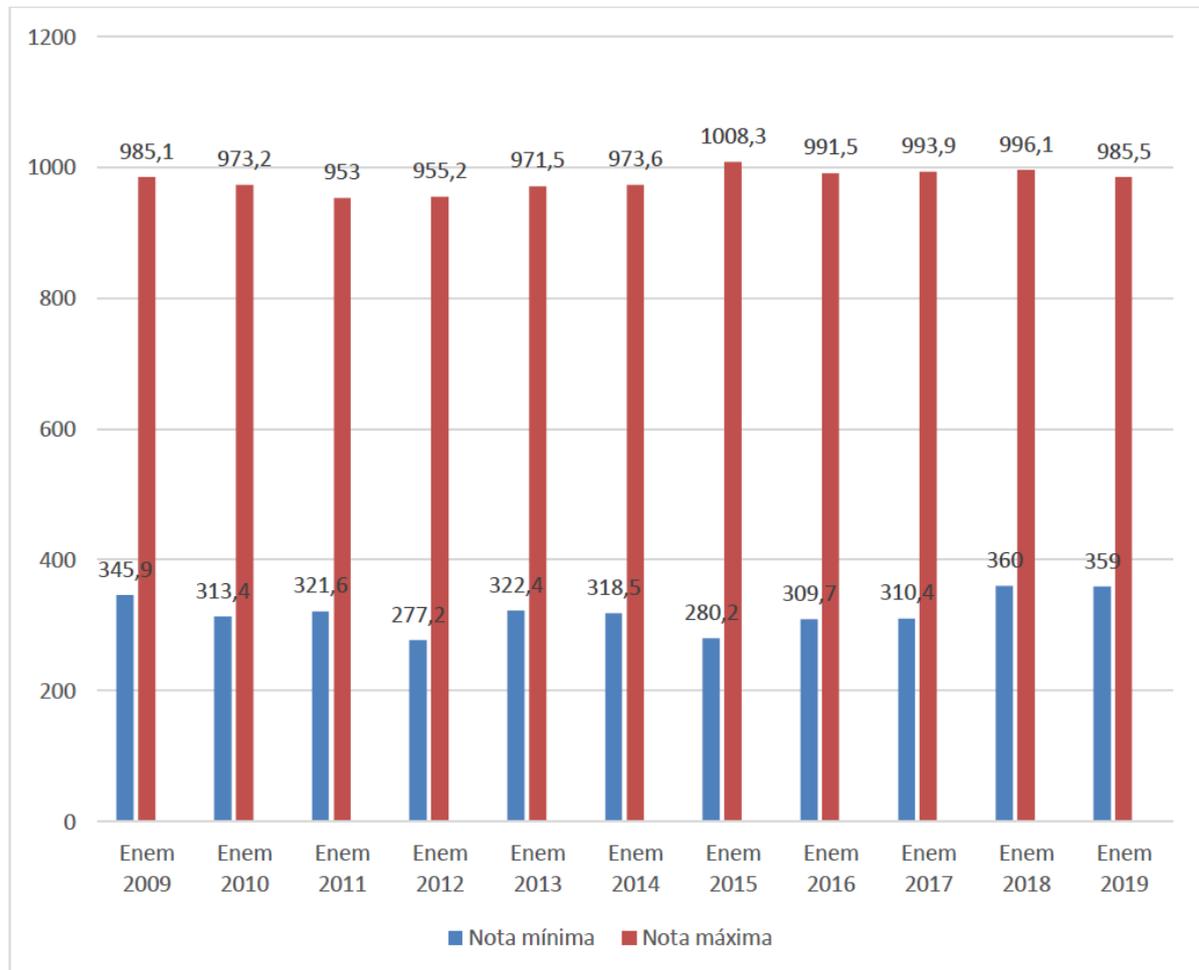
A partir de 2009 as questões de matemática no Enem são elaboradas de acordo com estas sete competências e com uma relação de interdisciplinaridade e contextualização, assim como pode ser observado no texto do PCN a seguir:

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. (BRASIL, 1998, p.43)

Embora a área de Matemática e suas Tecnologias permaneça sendo a área com as maiores notas máximas, ela ainda apresenta média nacional baixa. Na Figura 3 podemos analisar as notas

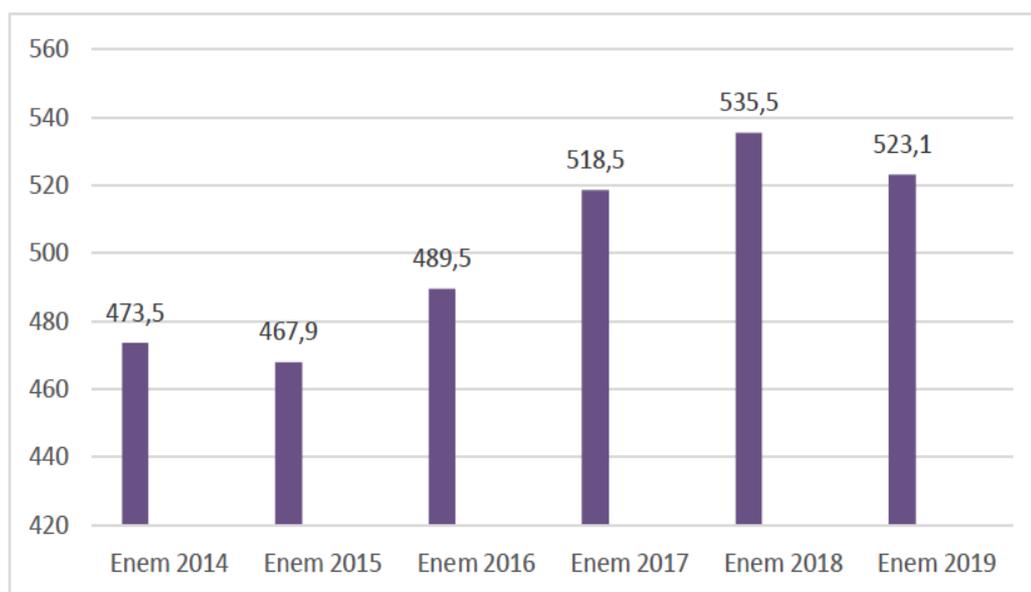
mínimas e máximas da prova de matemática do Enem de 2009 a 2019, assim como na Figura 4 podemos observar as notas médias de Matemática e suas Tecnologias de 2014 a 2019. Isso nos mostra o quanto precisamos melhorar no ensino da matemática.

Figura 3 – Nota Mínima e Máxima da Prova de Matemática do Enem de 2009 a 2019



Fonte: <http://portal.inep.gov.br> . Acesso: JAN, 2020.

Figura 4 – Nota média de Matemática e suas Tecnologias



Fonte: <http://portal.inep.gov.br> . Acesso: JAN, 2020.

Ainda sobre a Figura 3, observamos que a nota máxima na prova de matemática do Enem de 2015 foi 1008,3. Pois é pela primeira vez na história do Enem, 13 candidatos obtiveram mais de mil pontos em uma das áreas do conhecimento. Isso ocorreu pelo fato deles acertarem todas as 45 questões que compõe a prova de matemática, a nota mais alta já vista no exame.

2 MAPAS MENTAIS

Nesse capítulo apresentaremos a definição e como surgiu a técnica de construção de mapas mentais, mostraremos o quanto ele se tornou um valioso instrumento de aprendizagem, avaliação e de transmissão de conhecimentos, isso por favorecer a sistematização e visualização das conexões e inter-relações entre ideias e conceitos.

Os mapas mentais são resumos cheios de símbolos, cores, setas e frases de efeito com o objetivo de organizar o conteúdo e facilitar associações entre as informações destacadas, ou seja, é uma ficha de estudos que te dará uma visão geral do tema, te ajudará a fixar os pontos mais importantes da matéria e permitirá que você faça todas as associações possíveis sobre o assunto relacionado.

Foi Tony Buzan, psicólogo e escritor inglês e autor de diversos livros sobre mapas mentais, memória e aprendizagem, o inventor da técnica de mapas mentais. Buzan (2009) aponta que os mapas mentais podem ser utilizados para qualquer propósito da vida, no trabalho, na vida social e também na escola, nesse último, os mapas podem ser utilizados como: leitura, revisão de um conteúdo, anotações, desenvolvimentos de ideias entre outros. Além disso, Ontoria (2006), afirma que os mapas mentais configuram um instrumento que pode contribuir para aumentar a capacidade de aprendizado dos estudantes.

Geralmente, quando é apresentado ao indivíduo algo novo, ele compara com aquilo que já se conhece e, então, associa de forma a armazenar o novo conhecimento ou tentar buscar algo semelhante do novo conteúdo de forma a se adequar em outro já pré-existente. Porém, se o novo conhecimento não se assemelha a nenhum padrão já visto, ele geralmente será desconsiderado ou esquecido (BOVO, 2005).

E assim, o professor deve entender que os novos conhecimentos são associados mais facilmente se for buscado no aluno suas referências e conhecimentos anteriores, o que torna o novo algo naturalmente adaptado. O uso de mapas mentais faz com que a aprendizagem tenha uma nova conotação, passando da aquisição isolada de informações para o estabelecimento de relações entre informações, ganhando significado cognitivo, lançando o conceito de aprendizagem significativa (MORETTO, 2003).

A prática de produzir mapas mentais tem sido desenvolvida e usada no estudo educacional e em empresas. Apontamos nesse trabalho que os mapas mentais ajudam a informação a ser

mantida disponível na memória e com fácil lembrança, é uma técnica extremamente eficiente, com um alto poder de fixação, que permite a aprendizagem que proporciona agilidade na realização de exercícios e provas.

Como proposto por Buzan (2009), a construção de um mapa mental, se baseia na ligação nivelada das informações de maneira não linear com formatação gráfica, colorida e contendo elementos que ajudem na memorização e no aprendizado dos conteúdos abordados.

Os mapas mentais são uma forma de anotar, registrando os conhecimentos adquiridos, ideias e conclusões. Conforme a Figura 5 é possível observar algumas das vantagens que os mapas mentais trazem para o seu estudo.

Figura 5 – Vantagens que os mapas mentais trazem para o estudo.



Fonte: Elabora pela autora.

A elaboração de mapas mentais desenvolve o potencial criativo dos estudantes, facilitando a aprendizagem significativa, isto é, uma aprendizagem oposta à memorística. Essa aprendizagem

leva os alunos a construírem o seu aprendizado de forma criativa e construtiva.

Há vários indícios históricos que mostram que Bill Gates, Leonardo da Vinci, Albert Einstein e Beethoven, entre outros gênios da humanidade utilizavam imagens e associações para organizar e gerar novos conhecimentos por meio do pensamento radiante. E o mapa mental é o processo pelo qual se pode fazer isso.

A aplicação de mapas mentais é útil em qualquer área da vida, seja nos estudos, no trabalho, na organização pessoal ou mesmo na geração de novas ideias, isso porque ele utiliza ao máximo possível a capacidade mental, ajudando a criar novos conceitos e também acessar nossa memória de longo prazo.

Imagine estudar um tema uma única vez e criar um resumo, em forma de um mapa mental em uma única página com os pontos-chaves que te fazem lembrar todo o conteúdo extenso estudado, esse mapa mental vai permitir revisar todo o conteúdo em poucos minutos. Os mapas mentais ajudam a compreender melhor e de forma muito mais rápida o conteúdo de livros, apostilas e textos, ele se encarrega de ativar sua memória para lembrar o conteúdo.

O mapa mental ativa a memória de longo prazo, aquela que armazena a informação definitivamente em nosso cérebro, isso para recuperar informações e conhecimento por meio das palavras-chave e imagens-chave.

Os mapas mentais têm o poder de ativar os dois hemisférios do cérebro, o lado lógico e racional (o esquerdo) e lado criativo e emocional (o direito) e são compostos basicamente por: uma ideia central, palavras-chave (abreviações), imagens, cores, letras grandes e ramificações, que será detalhado na próxima seção.

Ao criar o mapa mental do conteúdo que está sendo estudado, se consegue acessar aquelas informações na mente de forma clara, que parece que acabou de assistir a aula ou a palestra.

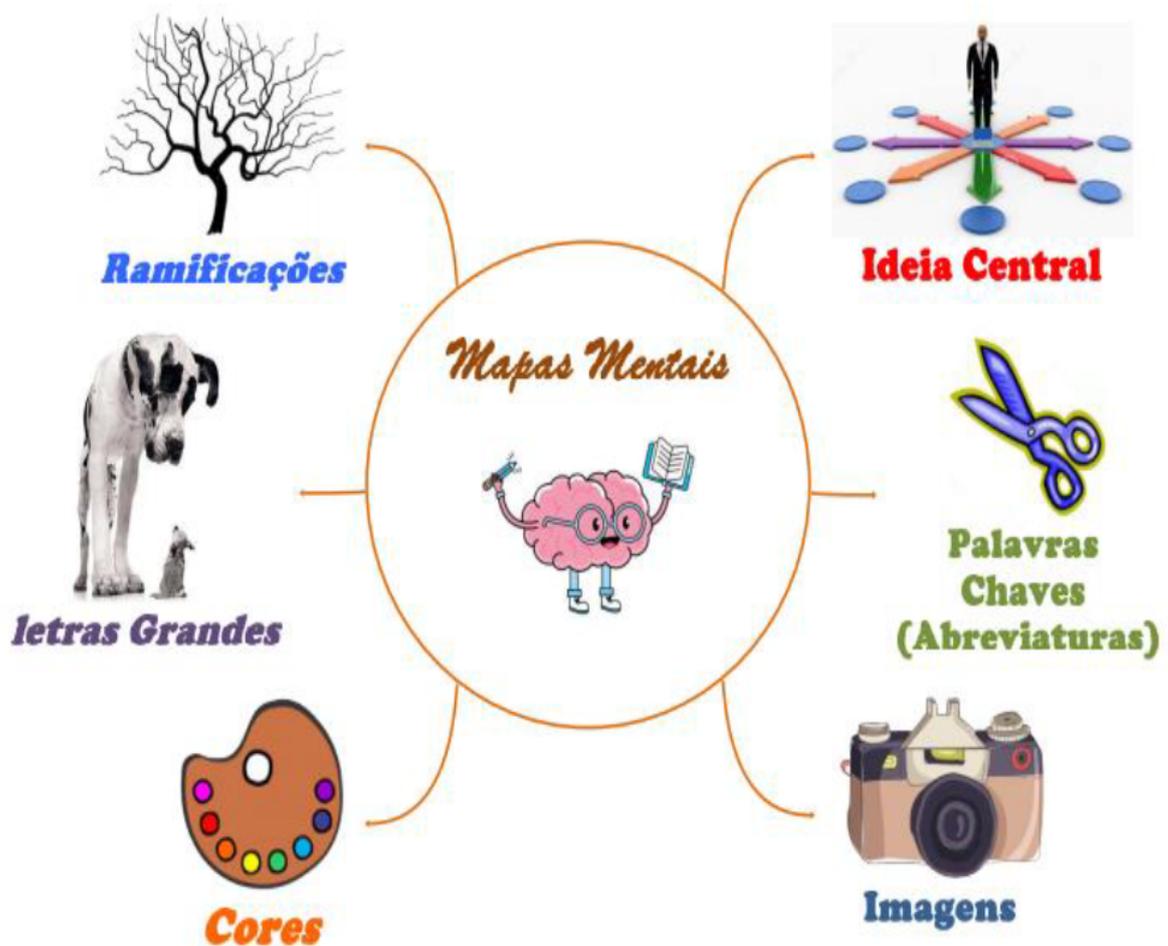
Fica muito mais fácil aprendermos um conteúdo quando associamos com algo. E aí está o poder dos mapas mentais. Eles organizam as informações por associação de palavras e imagens-chave.

A intenção da criação de um mapa mental é estudar uma única vez a matéria/conteúdo e nunca mais voltar para esse material, pois sempre que precisar estudar/revisar novamente, recorre-se ao mapa. A revisão do conteúdo se torna muito mais dinâmica e produtiva.

2.1 Elementos de um mapa mental

Como vimos, os mapas mentais trabalham para estimular nossas capacidades cognitivas por meio da ativação dos dois hemisférios cerebrais e conseqüentemente ativar nossa memória e criatividade para nos lembrar do conteúdo estudado e são formados por; ideia central, cores, letras grandes, imagens e ramificações, como podemos observar na Figura 6 abaixo.

Figura 6 – Elementos e modelo da estrutura de um mapa mental



Fonte: Elabora pela autora.

Mapas mentais podem ser criados manualmente (no papel) ou de forma digital (no computador). Vamos entender cada etapa para construir um mapa mental sugerido por Buzan (2009):

1. Ideia central

Como o próprio nome diz, deve ficar no centro da folha, podemos dizer que é o “título” de nosso mapa mental. Escrever as informações a partir do centro de uma folha de papel, e deste

ponto proceder em todas as direções, fazendo conexões. É o assunto que origina o mapa, com seus conteúdos dispostos em tópicos e subtópicos, e de preferência deve estar na orientação horizontal dispondo mais espaço para acomodar os ramos do mapa.

2. Ramificações

Ramificações ou ramos são as linhas que interligam uma ideia a outra. Elas fazem a conexão das ideias do mapa. A quantidade de níveis ou ramos do mapa mental não possui limites, podendo ser criados quantos forem necessários, desde que a disposição no papel permita clareza.

3. Palavras-chave – letras grandes

São palavras associadas ao conteúdo que fazem lembrar. São pontos fortes para sua memória. Não se devem usar frases longas, pois elas irão restringir e atrapalhar a memória. O ideal é o mínimo de palavras possível e com letras grandes, elas deverão resumir questões bem mais abrangentes do que uma simples palavra possa normalmente conseguir expressar.

4. Imagens-chave

As imagens vão ajudar a associar e ativar sua memória. Muitas vezes, um desenho ou imagem, representa melhor o que você quer transmitir do que qualquer palavra. A imagem favorece maior compreensão, ilustrando melhor as ideias. Para um mapa feito a mão basta rabiscar ou inventar a imagem que a ideia possa surgir. As figuras auxiliam no aprendizado, principalmente para quem possui uma inteligência visual afiada, por isso, é recomendado que sejam utilizadas imagens no mapa mental.

5. Cores

As cores prendem a atenção, tornando mais atrativo e chamativo o nosso estudo, o cérebro adora cores. Usar cores, de modo que apareçam as diferenças entre as palavras. As palavras não assumem sempre a mesma importância e significado. As cores e o tamanho das letras podem ajudar a fazer essas diferenças. Um Mapa colorido será certamente mais fácil de ser interpretado.

Vale também ressaltar que um mesmo assunto pode originar distintos mapas mentais, elaborados por uma mesma pessoa ou por pessoas distintas, pois ele depende da forma como o pensamento é desenvolvido ou estruturado referente ao tema central, variando também conforme

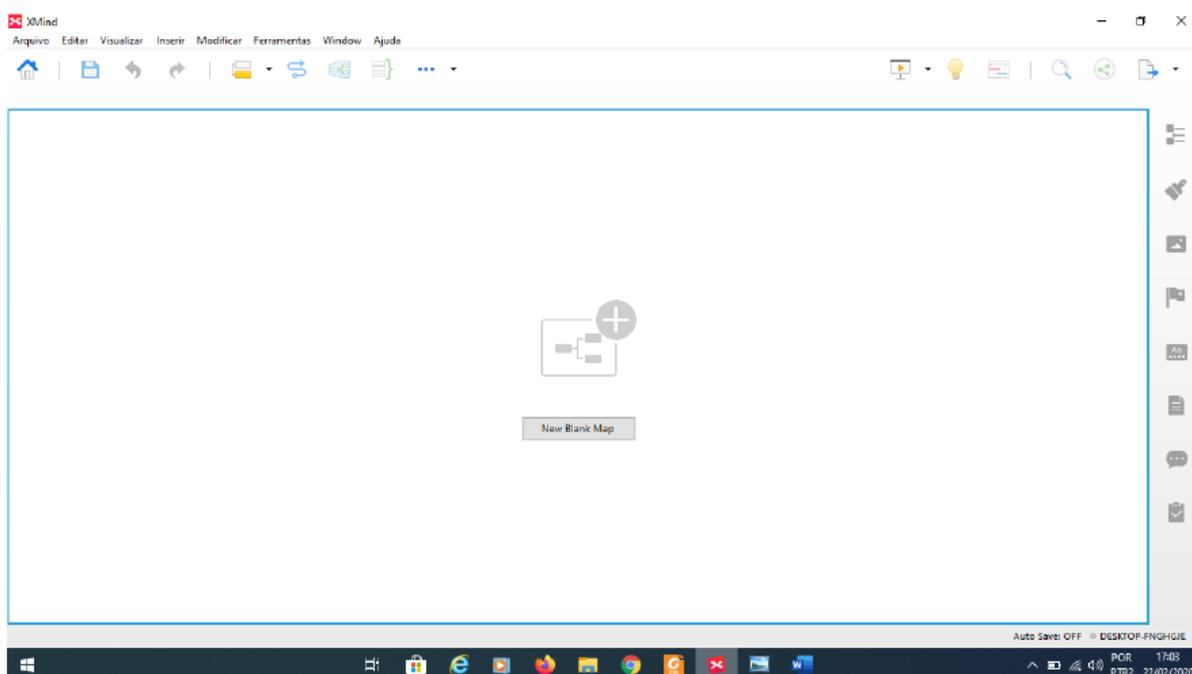
o conhecimento que a pessoa que o irá elaborar detém e sua forma de particionar e organizar as informações relevantes ao tema do mapa.

2.2 Como construir um mapa mental no Xmind

Neste trabalho, o software utilizado para desenho dos mapas mentais apresentados, foi o Xmind. O Xmind Windows é uma potente ferramenta de criação de mapas mentais e conceituais ele é muito simples de usar, compatível com os formatos do MindManager e FreeMind e pode exportar os mapas de ideias a texto, imagem ou HTML e ainda possui sua versão gratuita e paga. O único problema é que a versão gratuita tem certas limitações, entretanto para a realização do nosso trabalho a versão gratuita supriu nossas necessidades. Outro ponto positivo é que o Xmind facilitará, também, a tarefa de compartilhar o mapa com outras pessoas, possibilitando até mesmo a exportação do trabalho para formatos populares, como PDF, Word e PowerPoint. Apresentaremos nesse momento um passo a passo de como construir um mapa mental no Xmind. Vale ressaltar que seguimos as orientações de Tony Buzan o idealizador dessa técnica sobre a ordem e forma de construir um mapa mental.

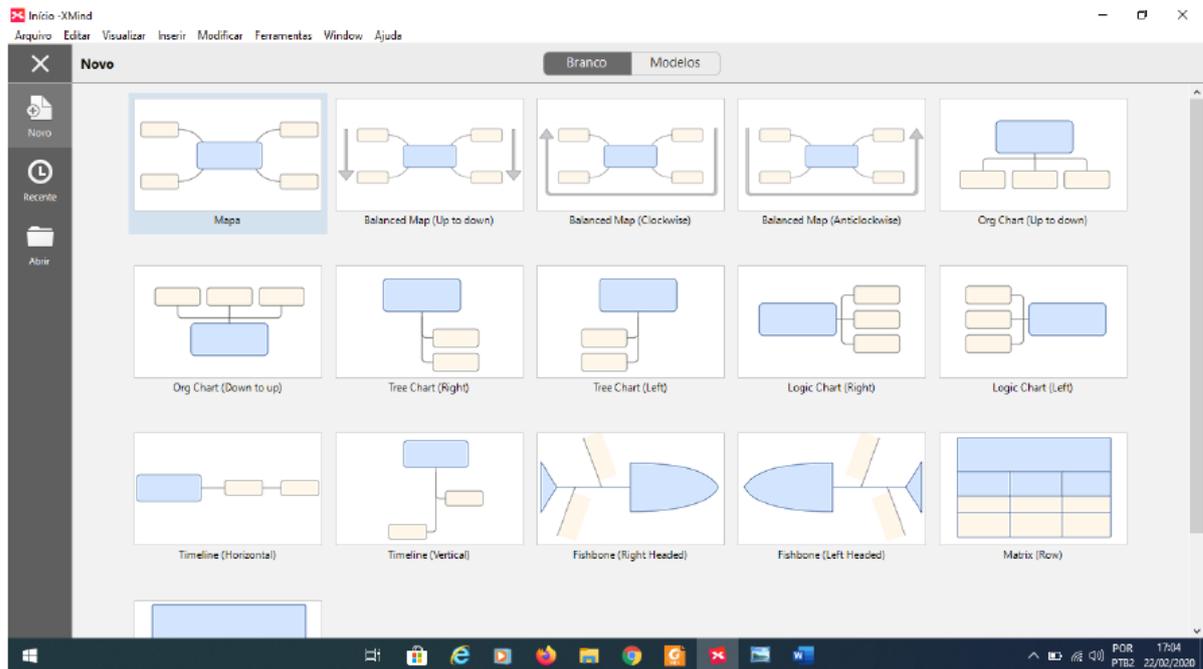
Na Figura 7 encontramos a janela do programa assim que o abrimos e na Figura 8 as opções dos modelos dos mapas.

Figura 7 – Interface do Xmind



Fonte: Elaborada pela autora.

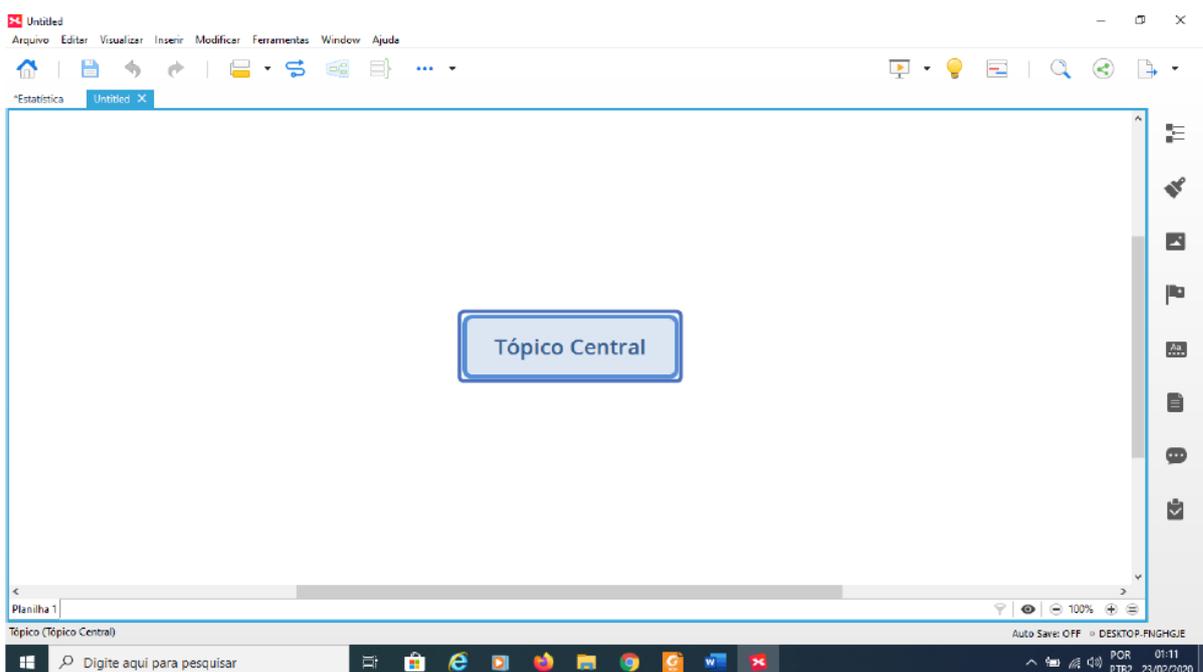
Figura 8 – Modelos da estrutura do mapa mental



Fonte: Elabora pela autora.

De início, uma caixa central estará disponível no centro da tela quando você executar o Xmind pela primeira vez, como podemos observar na Figura 9. É a partir dela que as ideias devem ser desenvolvidas. Para isso, existe uma variedade de ferramentas e recursos na qual descreveremos abaixo.

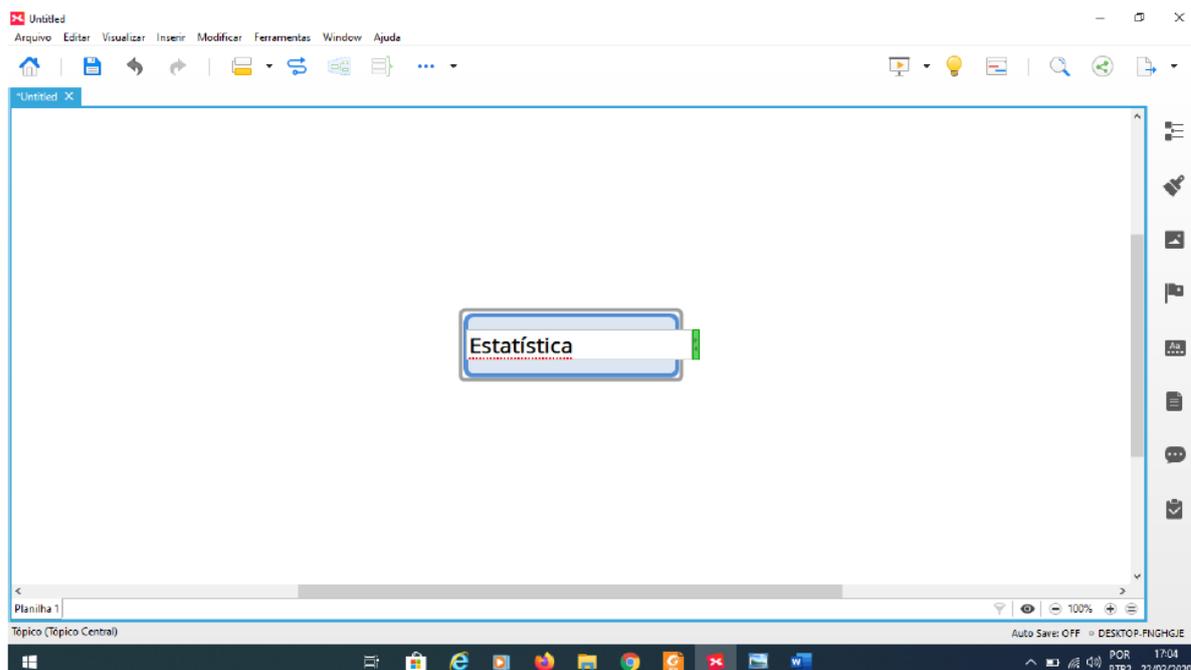
Figura 9 – Caixa central para iniciar o mapa mental



Fonte: Elabora pela autora.

Primeiramente deve ser definido o tema do mapa, o que nada mais é do que a ideia central ou palavra-chave que define o assunto a ser abordado. Essa ideia deve ser colocada no centro da folha, a qual de preferência deve estar na orientação horizontal dispondo mais espaço para acomodar os subtópicos do mapa. Na Figura 10 podemos observar nosso primeiro passo na construção.

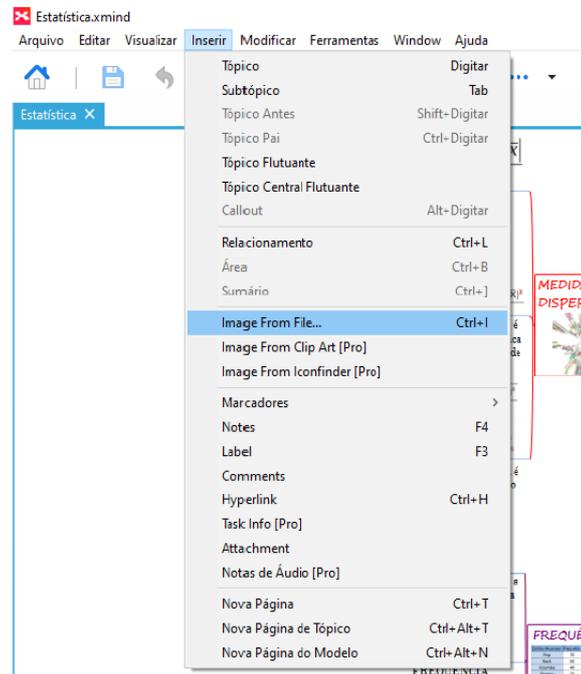
Figura 10 – Inserindo a palavra central



Fonte: Elaborada pela autora.

Podemos inserir figuras, selecionando o tópico desejado e no menu inserir, selecionando o item Image From File ou na tecla de atalho Ctrl+I, como podemos observar na Figura 11.

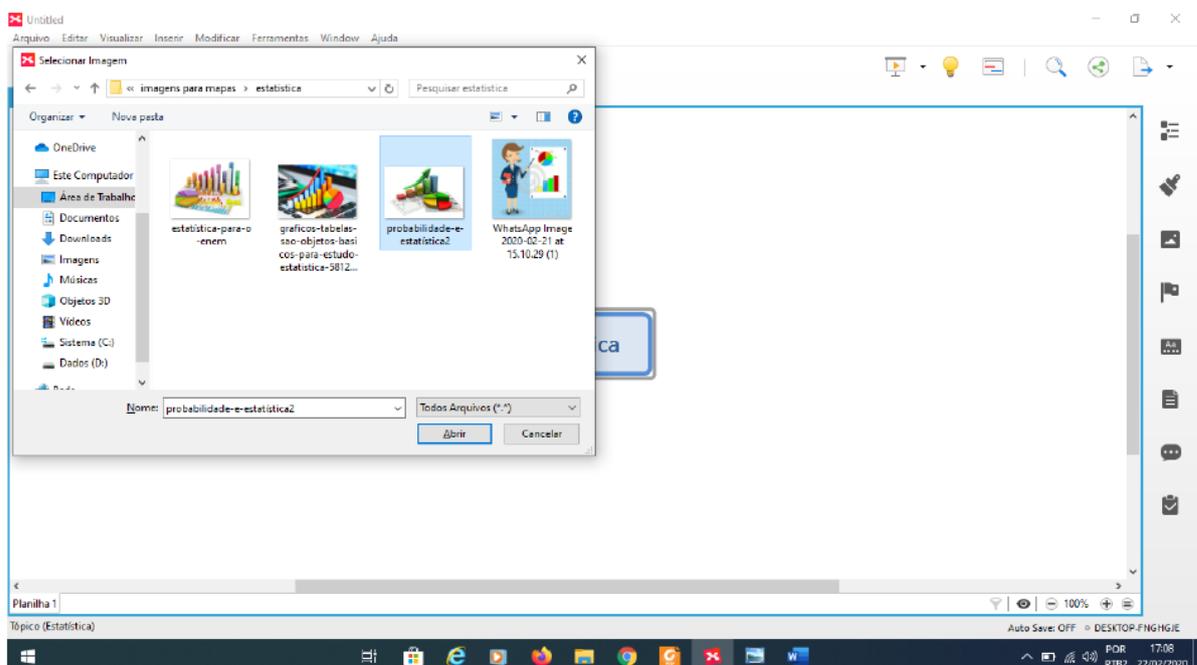
Figura 11 – Inserindo figuras no mapa central



Fonte: Elabora pela autora.

Logo após uma janela será aberta e você poderá escolher sua imagem salva em seu computador observe a Figura 12

Figura 12 – Escolhendo a imagem para o tópico do mapa mental

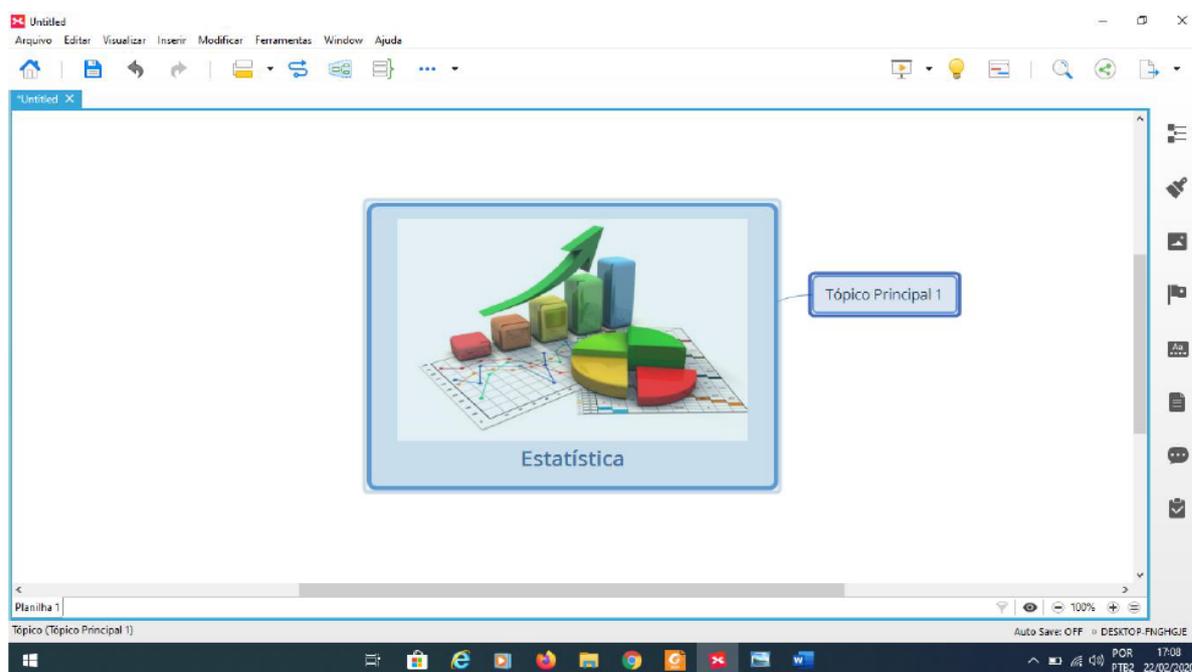


Fonte: Elabora pela autora.

Em seguida basta adicionar subtópicos que levem a outra palavra importante para o

desenvolvimento do tema central, como por exemplo, ideias organizadoras. Elas fornecem uma ideia dos assuntos que irão compor o desenvolvimento do assunto proposto. Com a palavra central selecionada, basta um clic na tecla Tab do seu teclado e o subtópico surge, como podemos observar na Figura 13.

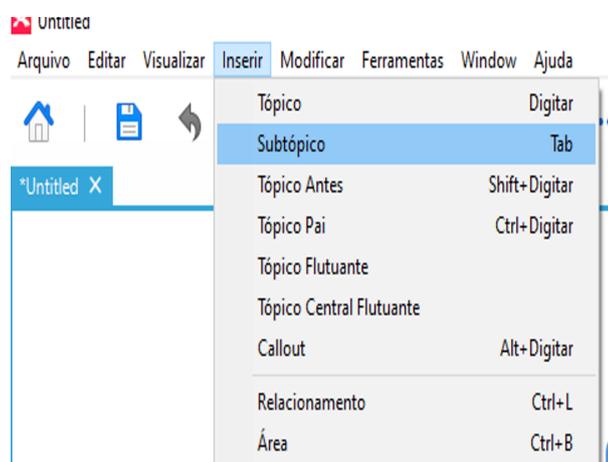
Figura 13 – Inserindo subtópicos no mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora.

Também é possível a criação de um subtópico por meio do menu inserir no item subtópico como é observado na Figura 14.

Figura 14 – Inserindo subtópico por meio do menu inserir

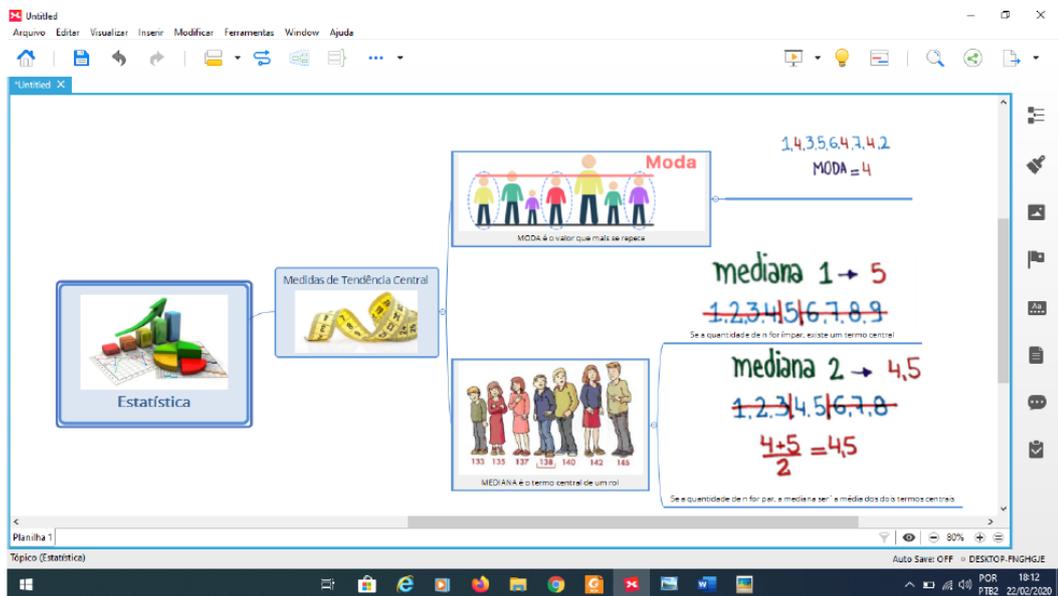


Fonte: Elaborada pela autora.

É muito importante utilizar cores diversas e poucas palavras por linha, o que proporcio-

ará clareza e objetividade no desenvolvimento do raciocínio, selecionando apenas conteúdos efetivamente relevantes. Observe a Figura 15.

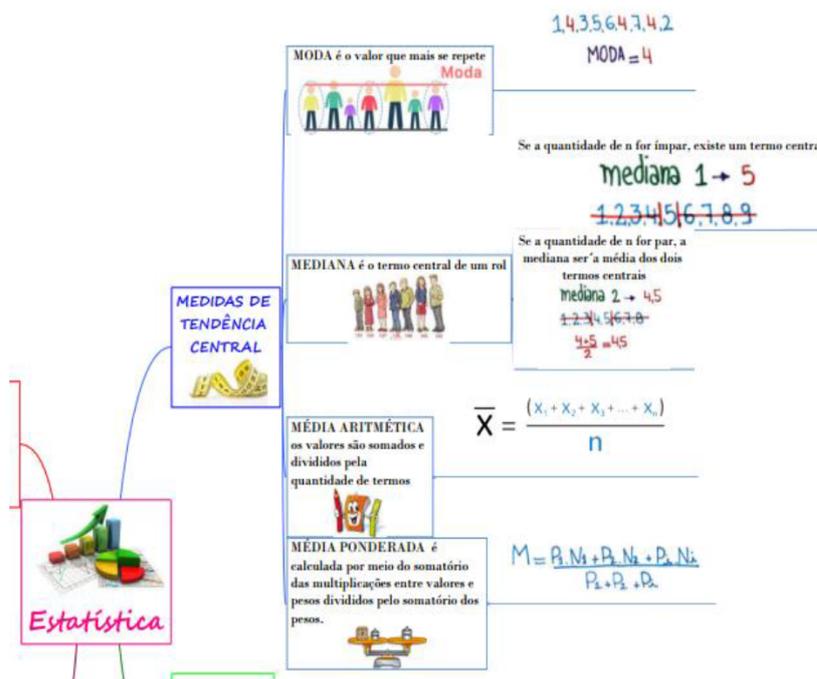
Figura 15 – Parte do mapa já com figuras e cores



Fonte: Elabora pela autora.

Todos os subtópicos principais devem ser especificados e distribuídos na página de maneira uniforme para facilitar a sua identificação. O Xmind facilita esta tarefa, ele faz a distribuição uniforme automaticamente como pode ser observado na Figura 16.

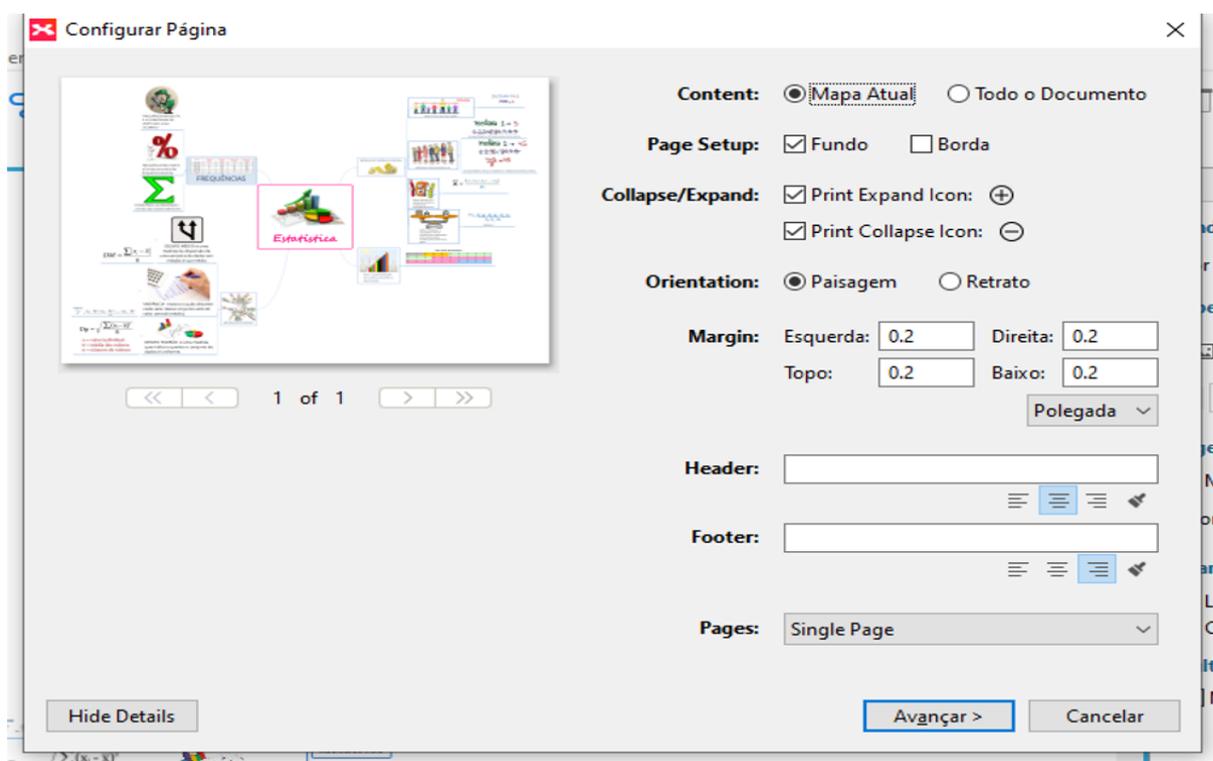
Figura 16 – Tópico do mapa mental com vários subtópicos



Fonte: Elabora pela autora.

A quantidade de níveis ou subtópicos do mapa mental não possui limites, podendo ser criados quantos forem necessários, desde que a disposição no papel permita clareza. Pela tecla de atalho ctrl+P o surgimento de uma nova janela nos mostrará de forma mais abundante como está a visualização do nosso mapa na folha, observe a Figura 17.

Figura 17 – Visualização do mapa mental disposto na folha de impressão



Fonte: Elabora pela autora.

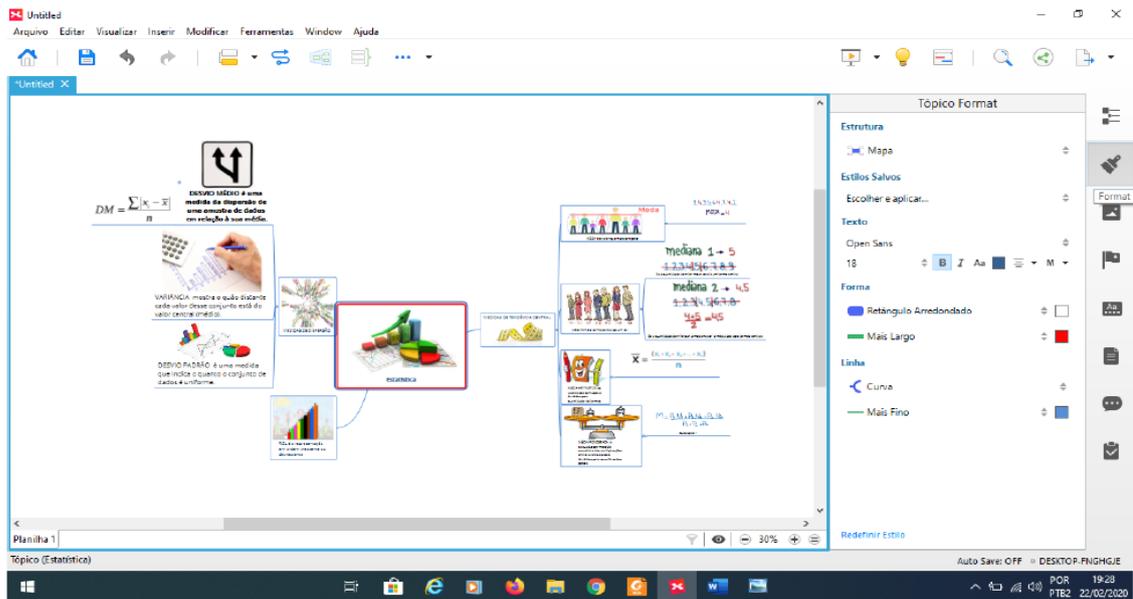
Do lado direito da tela temos alguns ícones para formatação, nos trabalhos utilizamos sempre o ícone chamado de Tópico Format (Figura 18), nele alteramos: cor, tamanho, fonte, modelo da forma que as palavras chaves e subtópicos apareceram, entre outras opções como podemos observar nas Figuras 19 e 20.

Figura 18 – Tópico Format



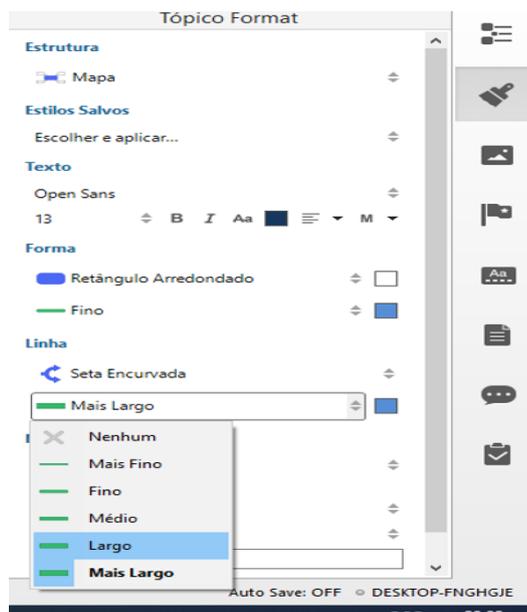
Fonte: Elabora pela autora.

Figura 19 – Formatando os elementos do mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 20 – Opções de formatação para os elementos do mapa mental

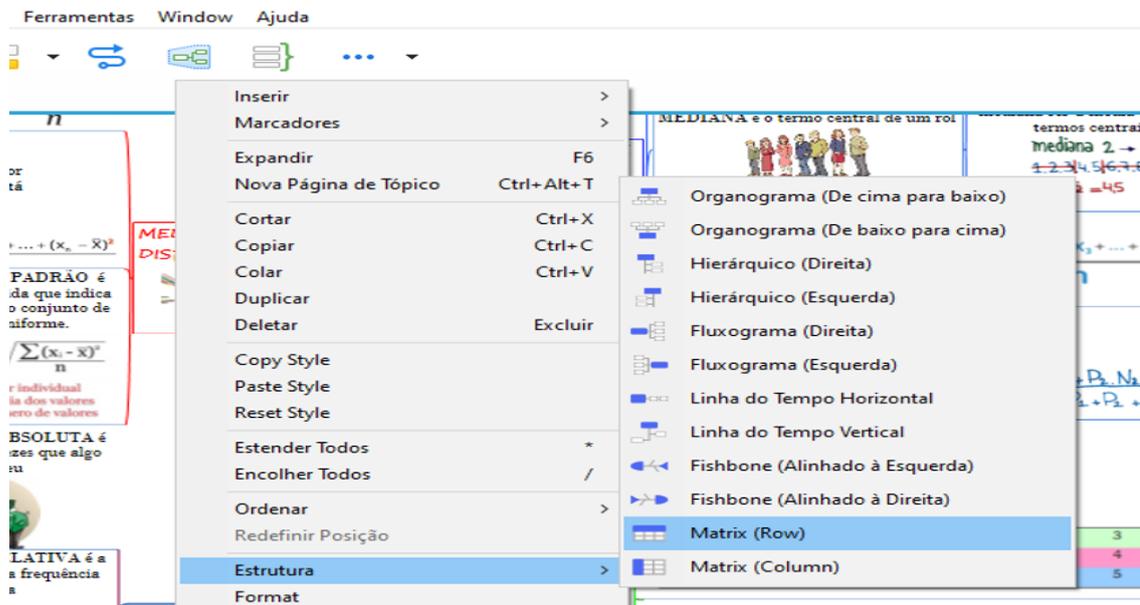


Fonte: Elaborada pela autora.

Sobre a estrutura, utilizando programas para a criação e edição de mapas mentais, dificilmente pode-se modificar a estrutura de apresentação deste, pois os tópicos, subtópicos e linhas possuem uma forma de organização pré-definida, no Xmind poucas modificações podemos fazer com relação a estrutura após escolhermos o modelo do mapa. Mas, todo elemento do mapa mental pode ser personalizado à sua maneira. Para isso, basta clicar sobre ele com o botão direito do mouse e optar entre as inúmeras opções que se abrem. Entre as opções de destaque estão a

alteração na estrutura de tópicos e subtópicos, que possibilitam a organização, organogramas, árvores, diagrama lógico e planilha como podemos observar a Figura 21.

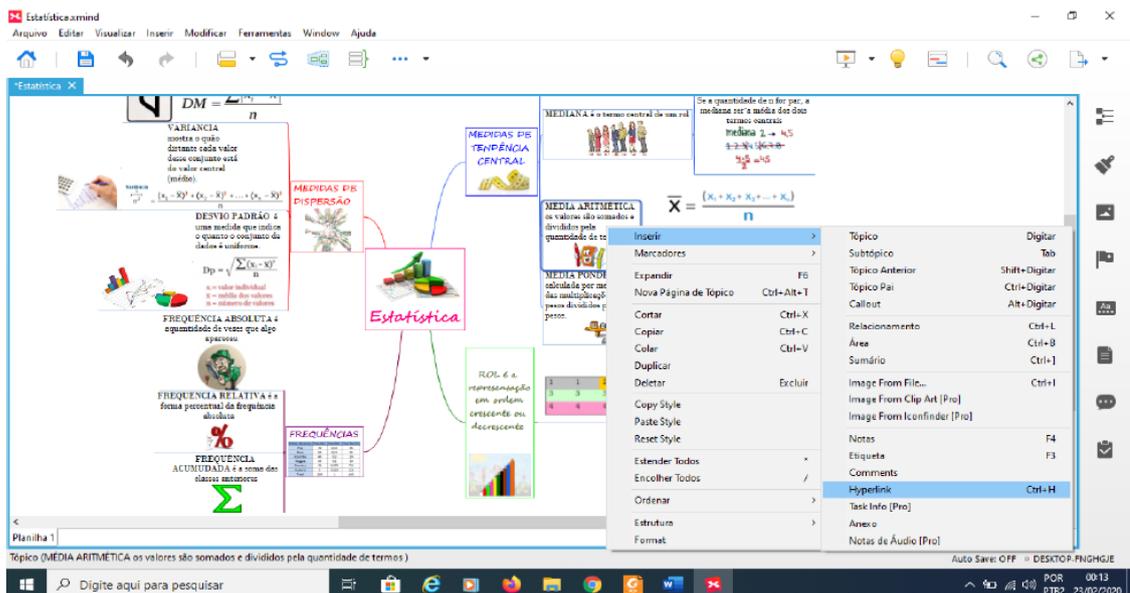
Figura 21 – Personalizando os elementos do mapa mental



Fonte: Elabora pela autora.

O botão direito do mouse também dá acesso à opção de inserir anotações ocultas em determinado tópico e rótulos que podem servir como lembretes. Se necessário, o item “Hyperlink” permite que você referencie um elemento para um arquivo ou página na internet. Observe a Figura 22.

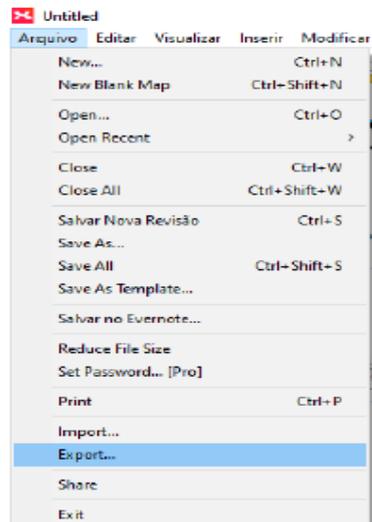
Figura 22 – Inserindo elementos ocultos e informações sobre os tópicos do mapa mental



Fonte: Elabora pela autora.

Para salvar como imagem no formato png temos a opção no item Export no menu arquivo, como podemos observar na Figura 23.

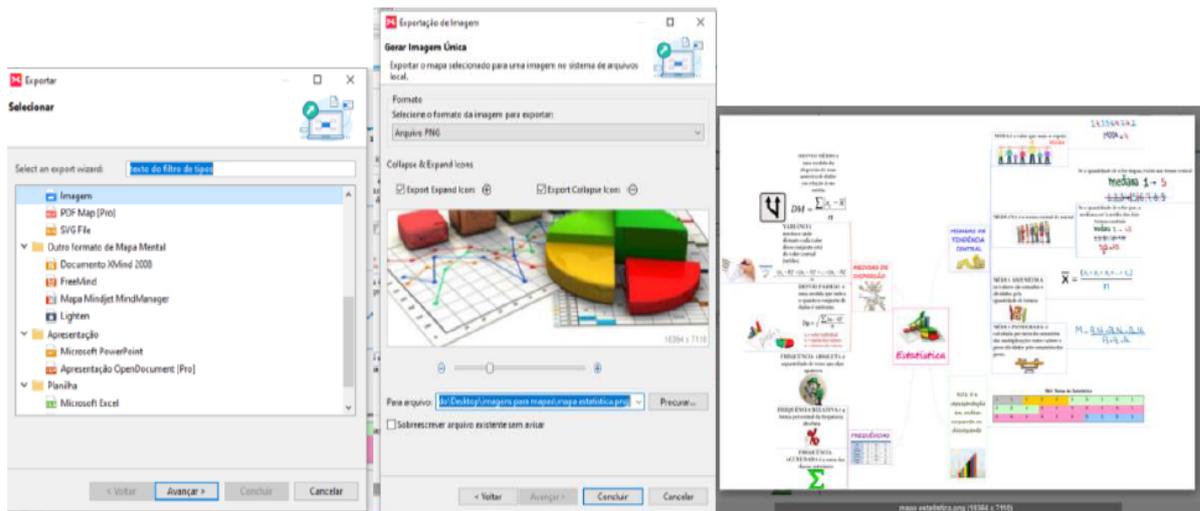
Figura 23 – Exportando o mapa mental em imagem



Fonte: Elaborada pela autora.

Em seguida surgirá uma janela como mostrada na Figura 24, onde você selecionará a opção Imagem >Avançar >concluir

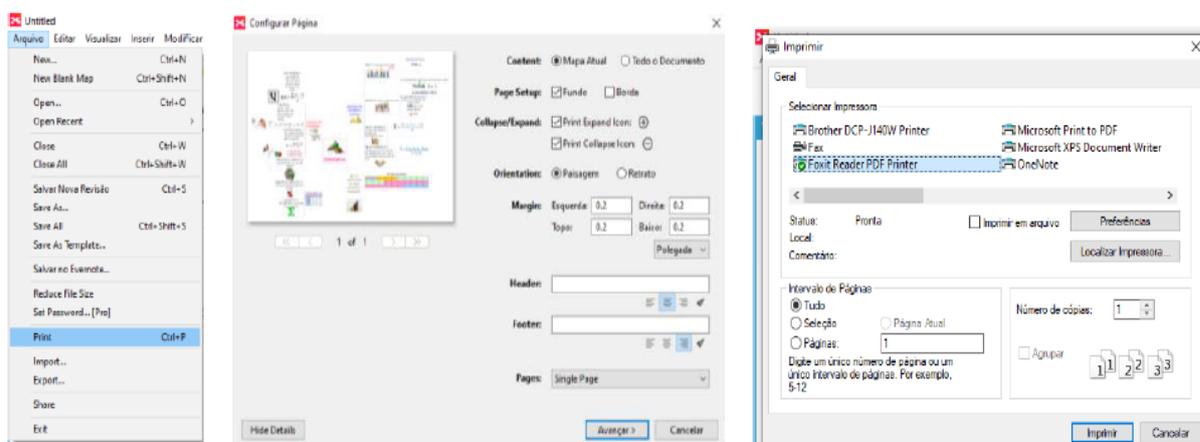
Figura 24 – Salvando o mapa mental no formato png



Fonte: Elaborada pela autora.

Para salvar em PDF uma opção é seguir a ordem: menu arquivo> Print ou Ctrl+P na qual aparecerá uma nova janela e você segue em avançar e seleciona a opção em PDF, como mostra a Figura 25.

Figura 25 – Salvando o mapa mental no formato pdf



Fonte: Elaborada pela autora.

Tudo que utilizamos para a execução dos mapas apresentados neste trabalho foi mostrado aqui, entretanto, sabemos das inúmeras ferramentas que o Xmind apresenta que pode fazer com que seu mapa se torne muito mais atraente e funcional. Na seção Referências desse trabalho, pode ser encontrado o site para baixar a versão Xmind 8. Vale ressaltar que existem outros programas para a elaboração e confecção de mapas mentais como o FreeMind e InteliMap.

2.3 Mapas mentais e aprendizagem significativa

Quando o aluno se depara com alguma informação nova e a esta informação adquire significados através de uma espécie de aspectos relevantes preexistentes na sua estrutura de conhecimentos, está ocorrendo aí a aprendizagem significativa. Nessa aprendizagem significativa ocorre uma interação entre o novo conhecimento e o já existente. Durante esse tipo de aprendizagem ocorre uma reestruturação cognitiva. Caso a aprendizagem não possua uma atribuição a conhecimentos já existentes, ela será mecânica, não significativa.

Segundo Ausubel (1983), a aprendizagem significativa ocorre quando as informações contidas na mente do aluno se revelam, por meio da aprendizagem por descoberta e por recepção. De acordo com essa teoria de aprendizagem significativa, a aprendizagem por descoberta e por recepção é caracterizada pela descoberta, onde o aluno aprende “sozinho” e descobre algum princípio ou algo semelhante a uma solução de um determinado problema, e na recepção ocorre o recebimento da informação, como observamos em aulas expositivas, e aí o aluno começa a relacionar essa informação com seu conhecimento já adquirido em sua estrutura cognitiva.

Dessa forma, o trabalho com mapas mentais é proposto como meio de instrumento para

a verificação de indicativos da existência de uma aprendizagem significativa. Nesse caso o mapa será visto como um instrumento capaz de evidenciar significados atribuídos a conceitos e relações entre conceitos no contexto do que se está estudando.

Na busca por uma aprendizagem que faça sentido para o aluno, Ausubel (1983) nos aponta que a informação deverá interagir e ancorar-se nos conceitos relevantes já existentes da estrutura cognitiva do aluno. Essa aprendizagem significativa acontece quando o aluno pode acrescentar outros conceitos ao seu conhecimento prévio.

Como foi dito, a aprendizagem significativa implica na atribuição de significados próprios da pessoa, dessa forma, os mapas mentais elaborados tanto por professores como por alunos, refletirão tais significados. Assim, não existe um mapa mental “único”. Dessa forma, se um professor solicitar um mapa mental de determinado assunto aos seus alunos, cada mapa apresentará as evidências da aprendizagem do quem o elaborou, com seus significados pessoais. Um mesmo assunto pode originar distintos mapas mentais, já que estes dependem da forma como o pensamento é desenvolvido e/ou estruturado, também varia conforme o conhecimento que a pessoa que o está construindo detém, além da sua forma de organizar as informações relevantes ao tema. Além do mais, mapas distintos podem evidenciar um bom entendimento do que está sendo estudado, como também pode ocorrer da construção de um mapa não favorecer a aprendizagem adequada. Sabemos que existem certos pontos no contexto da matéria que são essenciais para a aprendizagem de determinado assunto. O ensino busca fazer com que o aluno venha também a compartilhar tais pontos.

Diferentemente de como a maioria dos sistemas de ensino avalia o aluno, por meio quantitativo, a análise de mapas mentais é essencialmente qualitativa. Assim o professor ao invés de atribuir um valor ao mapa traçado pelo aluno, deve procurar interpretar a informação dada no mapa a fim de obter evidências de aprendizagem significativa. Se algo permanecer confuso, a explicação do aluno, oral ou escrita, poderá ajudar.

2.4 A utilização de mapas mentais na sala de aula

Para que o professor possa conduzir no aluno a uma efetiva aprendizagem, é necessário planejar uma prática pedagógica que possa garantir sua realização. Nesse caso a busca por uma aprendizagem construtivista realizada pelo próprio aluno por meio das relações que são criadas entre as informações que lhe são apresentadas, seja pelo professor ou por um material didático,

e entre os seus conhecimentos prévios. É importante salientar, que o professor é responsável por conduzir o aluno na estruturação do conhecimento, realizando interações entre o que vai ser ensinado com a estrutura cognitiva do aluno, isso por meio do processo de assimilação do novo conhecimento com o velho conhecimento.

Uma aprendizagem baseada no modelo construtivista pressupõe aprender de modo significativo, construindo significados para o que está sendo apresentado de novo. Adquirindo uma nova aprendizagem por meio de conhecimentos prévios.

Segundo Ausubel (1980), a aprendizagem significativa se estabelece quando ocorre uma ampliação nos conhecimentos do indivíduo, novas informações são integradas e reestruturadas com as informações já existentes em sua estrutura cognitiva. Para que exista uma aprendizagem significativa, é necessário que aconteça um processo de transformação do conhecimento.

O aluno ao apresentar sob a forma de um mapa mental os conceitos conhecidos, relacionando esta noção inicial com outras também já conhecidas, pode organizar seu conhecimento de maneira autônoma, corrigindo seu próprio raciocínio em função da construção do mapa. Por possibilitar ao aluno ou ao professor desenvolver um processo cognitivo de aprendizagem que orienta a obtenção de novas informações por meio de relações com o conhecimento já estabelecido, os mapas mentais demonstram ser uma ferramenta adequada.

Os mapas mentais também podem ser vistos como uma forma de organizar as ideias e utilizar ao máximo as capacidades mentais.

Ao analisar um mapa mental, é possível verificar uma série de ideias a respeito de um tema central, as quais se entrelaçam e compõe o assunto. Esse método de ensino possui alguns componentes em comum, como os tópicos com seus conteúdos, símbolos, palavras e desenhos.

Os mapas mentais contribuem para a obtenção, o armazenamento e a utilização da informação (BORUCHOVITCH, 1999). Quando o aluno compreende o significado dos conteúdos, os mapas possibilitam-lhe relacionar as novas informações aos seus conhecimentos prévios. E no momento da construção do mapa, eles favorecem ao educando avaliar continuamente o que está sendo elaborado e, em consequência, buscar esforços para aprender coisas novas. E assim, a construção de mapas mentais propiciam a ocorrência de uma aprendizagem por reestruturação, que constitui a atividade mental que produz a construção de um novo conhecimento por meio de outros conhecimentos já adquiridos, de tal forma que:

[...] o novo conhecimento elaborado (isto é, construído e aprendido) não é cópia do estímulo recebido pelos sentidos e nem repetição do que já se sabia. É uma formulação nova, aliás, marcada pelas peculiaridades do aprendiz, em função de seus conhecimentos prévios [...]. (BZUNECK, 2004, p. 35)

Os mapas mentais também ajudam o aluno no planejamento, no monitoramento e na regulação do próprio pensamento e das próprias ações. No momento de sua construção, ou comparação de outros mapas já elaborados, o aluno é levado a refletir criticamente acerca de suas realizações e dos elementos cognitivos escolhidos na produção. Desse modo, o trabalho com mapas mentais permite-lhe, contínua e progressivamente, aprender a refletir sobre seu pensamento e suas realizações, a desenvolver a capacidade de conhecer-se cognitivamente, procedimentalmente e emocionalmente.

Conforme Paulo Freire (1996), ensinar não é apenas transmitir conhecimentos, mas criar possibilidades para sua criação ou produção. Dessa forma, procurar técnicas e métodos novos para ensinar, nas quais buscam aproximar os alunos dos conhecimentos ainda não obtidos é o trabalho do professor de hoje, e a criação de mapas mentais pode ser uma dessas técnicas.

Um mapa mental produzido por um aluno oferece evidências sobre a forma de aprendizagem adquirida por ele e pode a qualquer momento ser alterado, conferindo dinamicidade e progressividade ao ensino e à aprendizagem, por esse motivo são tão importantes na promoção da aprendizagem significativa.

Mesmo que mapas mentais não contenham todas as informações de um texto corrido, eles irão servir para lembrar das demais informações ou até mesmo para a construção de textos, pois possuem as informações mais relevantes do texto.

Uma das limitações do uso dos mapas é o fato de colocarmos o que quisermos nele. Logo, caso as informações não estejam bem definidas e ordenadas, é necessário refazê-lo, até que se chegue em um ideal das informações do tema central. E aí entra a vantagem de elaborar um mapa mental em um software, já que é possível alterá-lo quantas vezes forem necessárias antes ou depois de utilizá-lo.

De acordo com Ausubel (1983), mapa conceitual é uma representação gráfica de um conjunto de conceitos construídos por meios de relações entre eles. Os conceitos aparecem dentro de caixas, e as relações entre os conceitos são feitas por meio de frases de ligação que unem os conceitos. Quando os conceitos estão conectados por frases de ligação, existe aí uma proposição. As proposições são uma característica particular dos mapas conceituais. De acordo com essa

definição é possível conjecturar que os mapas conceituais são, aparentemente, semelhantes aos mapas mentais. Contudo, os mapas mentais são organizados por meio de palavras-chave, cores e imagens em uma estrutura que se irradia a partir de um centro. Os desenhos de mapas mentais que beneficiam o aprendizado e, conseqüentemente, aprimoram a produtividade pessoal é uma das características que diferenciam dos mapas conceituais.

Após a apresentação de um novo conteúdo, e a ocorrência da aprendizagem, os mapas podem ser elaborados na forma de um resumo de tudo aquilo que se aprendeu, criando novas relações com o conhecimento que já possuía. Esse mapa mental criado vai ajudar a tornar mais evidente os conceitos-chave que vão sendo assimilados.

De acordo com Ausubel (1983), é necessário que o professor crie momentos que busca a construção do conhecimento do aluno, aproveitando aquilo que ele já possui de conhecimento, favorecendo a abertura de caminhos para outras aprendizagens.

Elaborar um mapa mental é desafiador, e essa característica pode ser um ponto positivo para a busca de interesse por parte dos alunos, visto que sua aprendizagem pode se desenvolver com mais eficiência quando são estimulados a fazer algo novo. Esse processo provocante de criar mapas mentais exige um pouco mais de tempo. Entretanto, esse tempo a mais será compensado quando se torna necessário revisar novamente e reter as informações nele contidas (BOVO, 2005).

Os mapas mentais trazem grandes pontos positivos quando o objetivo é a transmissão de conhecimentos com vista à memorização de procedimentos. Torna-se muito mais fácil interiorizar uma sequência de procedimentos práticos através da análise de um esquema misto texto/imagem do que através da leitura de um texto no seu modo convencional.

Muito mais eficaz pode ser o mapa para a aprendizagem se for o próprio aprendiz que o constrói. O processo da sua criação é uma das melhores formas de estudo, pois em sua elaboração o aluno se vê obrigado a pesquisar, sintetizar e relacionar as partes de grande relevância para alcançar um resultado coerente e efetivo. E mesmo depois de construído, o mapa mental pode ser alterado sempre que for necessário e do interesse do aluno, servindo assim como forma de aprimoramento e obtenção de conhecimento.

Diante das experiências bem sucedidas apresentadas neste capítulo, realizamos algumas atividades explorando o uso de mapas mentais para o ensino e a aprendizagem de temas que se encontram presentes na matriz de referência da área de Matemática e suas Tecnologias no Enem,

com uma turma do Ensino Médio, em uma escola privada do município de Arapiraca, Alagoas .
A experiência está descrita no capítulo a seguir.

3 UMA EXPERIÊNCIA COM MAPAS MENTAIS NA SALA DE AULA

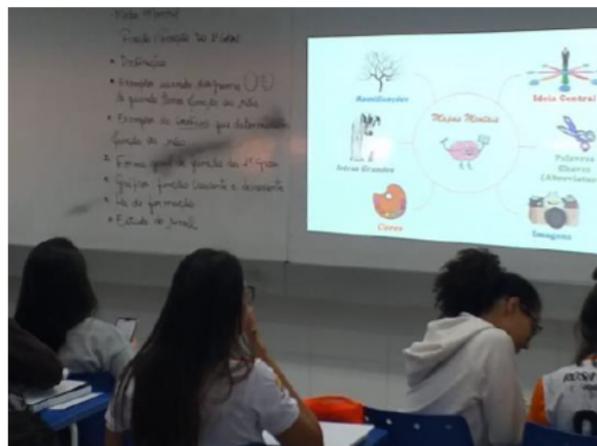
Este capítulo relata uma prática desenvolvida com 96 estudantes, de duas turmas de 3ª série do Ensino Médio do turno matutino, de uma escola privada do município de Arapiraca. O desenvolvimento das atividades na escola ocorreu durante o segundo semestre do ano letivo de 2019 até a semana que antecedia a prova do Enem, nos períodos da disciplina de matemática, que correspondia a 4 horas/aula por turma. No Anexo B encontra-se o termo de ciência da escola enquanto aplicação da metodologia.

As atividades foram realizadas em quatro aulas, com 50 minutos cada, ocorrendo da seguinte forma: uma aula para a explicação e apresentação dos elementos que compõe um mapa mental, duas aulas para que os alunos estruturassem e elaborassem seus mapas e uma aula para compartilharmos a experiência da prática da aprendizagem a partir da elaboração dos mapas.

Na primeira aula de nosso planejamento, antes de dar início à construção dos mapas, foram apresentadas aos estudantes as principais regras para a elaboração de mapas mentais, para que posteriormente os mesmos pudessem confeccionar os seus próprios mapas mentais relacionados aos temas de matemática que apareciam com maior frequência na prova do Enem.

As regras sugeridas para os estudantes que serviram como subsídio para a elaboração do mapa mental foram as mesmas propostas por Buzan (2009) que se encontram no capítulo 2 desse trabalho. Observe nas Figuras 26 e 27 o momento em que é apresentado aos alunos os elementos que compõe o mapa mental.

Figura 26 – Apresentação dos elementos de um mapa mental



Fonte: Elabora pela autora.

Figura 27 – Momento de apresentação dos elementos que compõe um mapa mental



Fonte: Elabora pela autora.

Inicialmente na nossa segunda aula, para que os alunos pudessem entender a dinâmica de estruturação do mapa mental, foi feita a elaboração de um mapa em conjunto, escolhemos para a confecção o tema geometria espacial, tema já abordado em sala de aula em um outro momento, isto é, os alunos já apresentavam concepções prévias sobre a geometria espacial. Durante a elaboração desse mapa foi apresentado por meio do data show o software Xmind, mostrando suas principais funções, como inserir figuras, como salvar nos diversos formatos, como enviar, como formatar a fonte, como alterar tamanhos, etc. A maioria dos alunos nesse momento baixou a versão do Xmind em seus celulares, outros baixaram em casa em seus computadores.

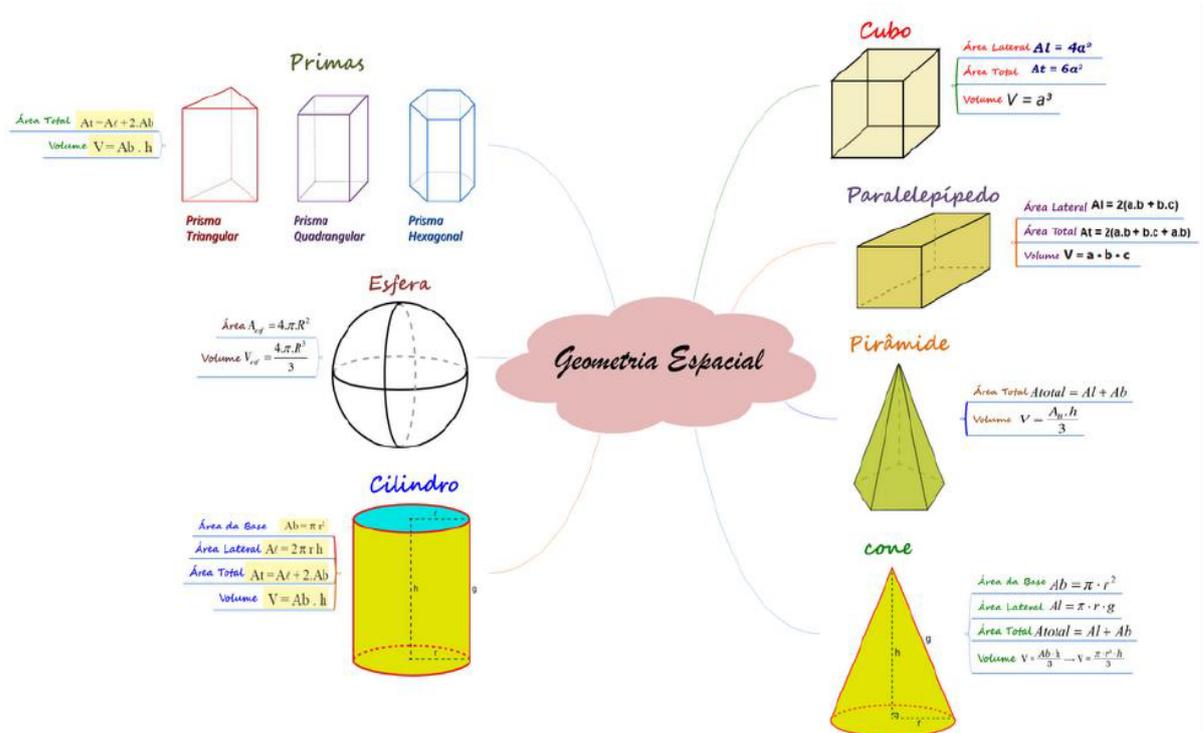
A princípio buscamos em conjunto identificar as ideias e conceitos mais importantes que estavam presentes no material fornecido pelo livro didático deles, para em seguida estruturarmos as palavras chaves e formarmos as frases curtas, para assim utilizarmos de forma adequada as fórmulas, as imagens que nos fazem lembrar e chegarmos a um resultado de leitura de mapa compreensivo a todos. Observe na Figura 28 esse momento de construção e na Figura 29 é possível verificar o resultado final do nosso mapa.

Figura 28 – Construção de um mapa mental em conjunto



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 29 – Mapa mental de geometria espacial feita na aula



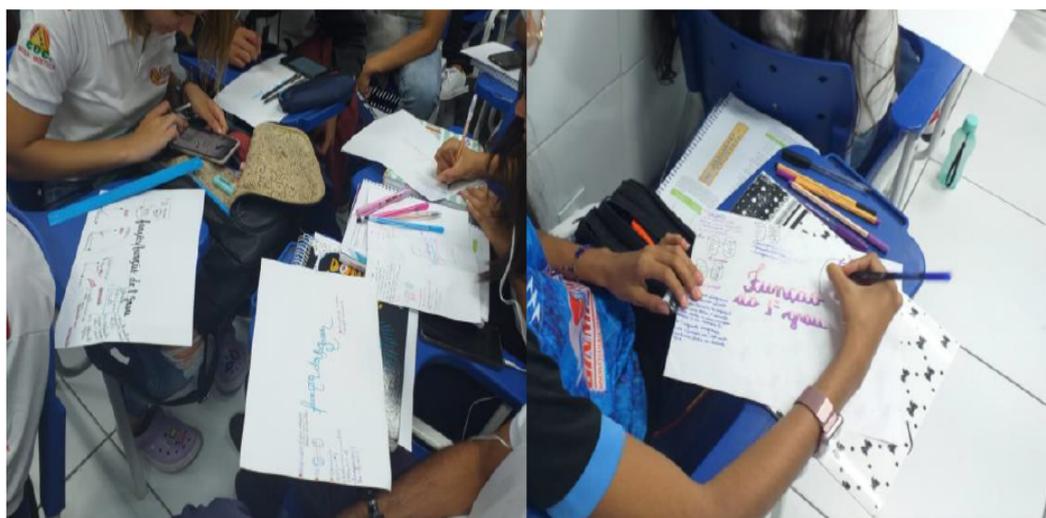
Fonte: Elaborada pela autora.

No terceiro momento foi solicitado que os alunos, de forma individual, elaborassem e fizessem um esboço de um mapa mental no papel, com a utilização de marcadores de texto, lápis grafite e qualquer outro material que pudesse dá cor ao seu mapa, para que em casa eles pudessem construir o seu mapa no software Xmind como solicitado pela professora. Durante a confecção dos mapas, o envolvimento dos alunos foi evidente, com troca de ideias sobre como começar a construção e como seria a estruturação do mapa. Nesse processo, o professor/pesquisador atuou

como agente mediador, acompanhando, cada aluno, e tirando as dúvidas que surgiam durante a sua elaboração.

A maioria dos mapas apresentou uma mesma configuração, pois os alunos procuraram seguir o modelo apresentado em aula, no entanto muitos deles não apresentaram as imagens, fato que foi justificado pela dificuldade de não conseguir anexar a figura. A Figura 30 a seguir apresenta os alunos esboçando seus primeiros mapas, em papel.

Figura 30 – Momento de elaboração dos mapas pelos alunos



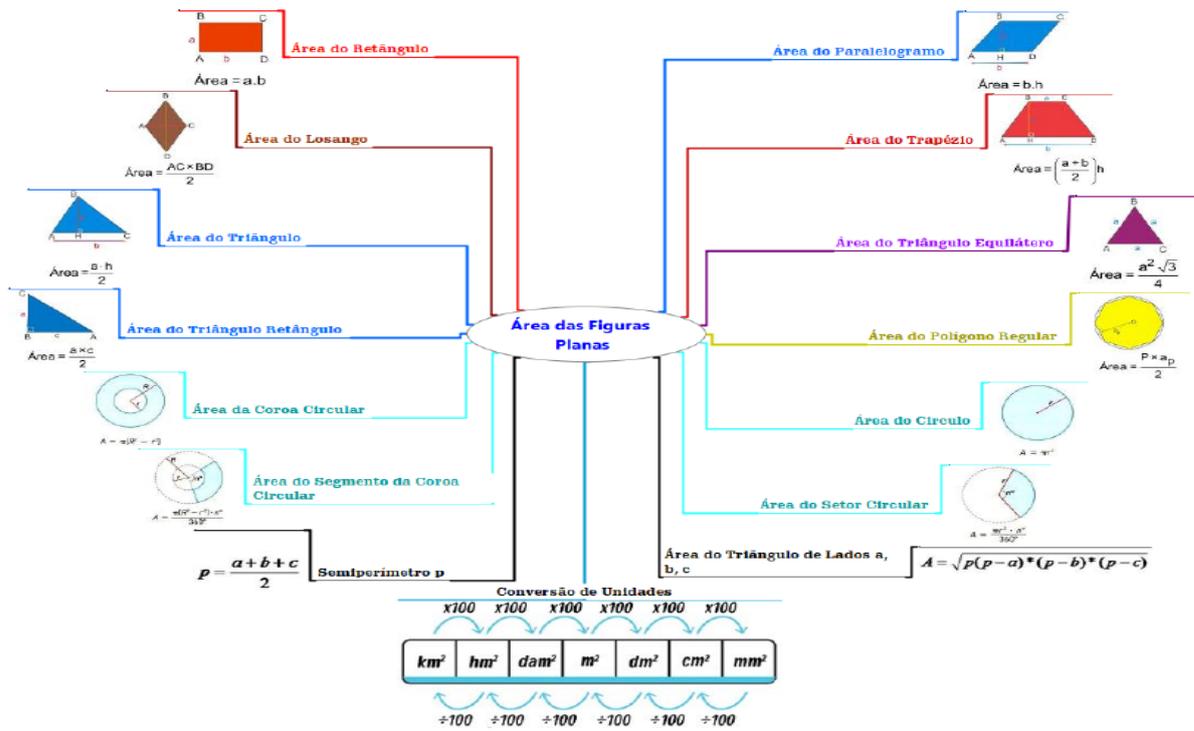
Fonte: Elabora pela autora.

Cada estudante elaborou de modo individual o seu mapa mental. O objetivo nesse momento foi de verificar a aceitação e envolvimento dos alunos com relação a elaboração dos mapas mentais.

O entusiasmo com a atividade diferenciada foi notório entre a maioria dos alunos, no momento da confecção do mapa-modelo, surgiram diferentes perguntas por partes dos alunos, sobre a estrutura e formatação do mapa; a preocupação na escolha das palavras chaves, para que não ficasse faltando algo; quais relações conceituais poderiam ser estabelecidas. Esses questionamentos resultaram em uma proveitosa interação dialógica, mostrando assim indícios de que os alunos estavam dando significado a sua aprendizagem a partir da construção do mapa mental.

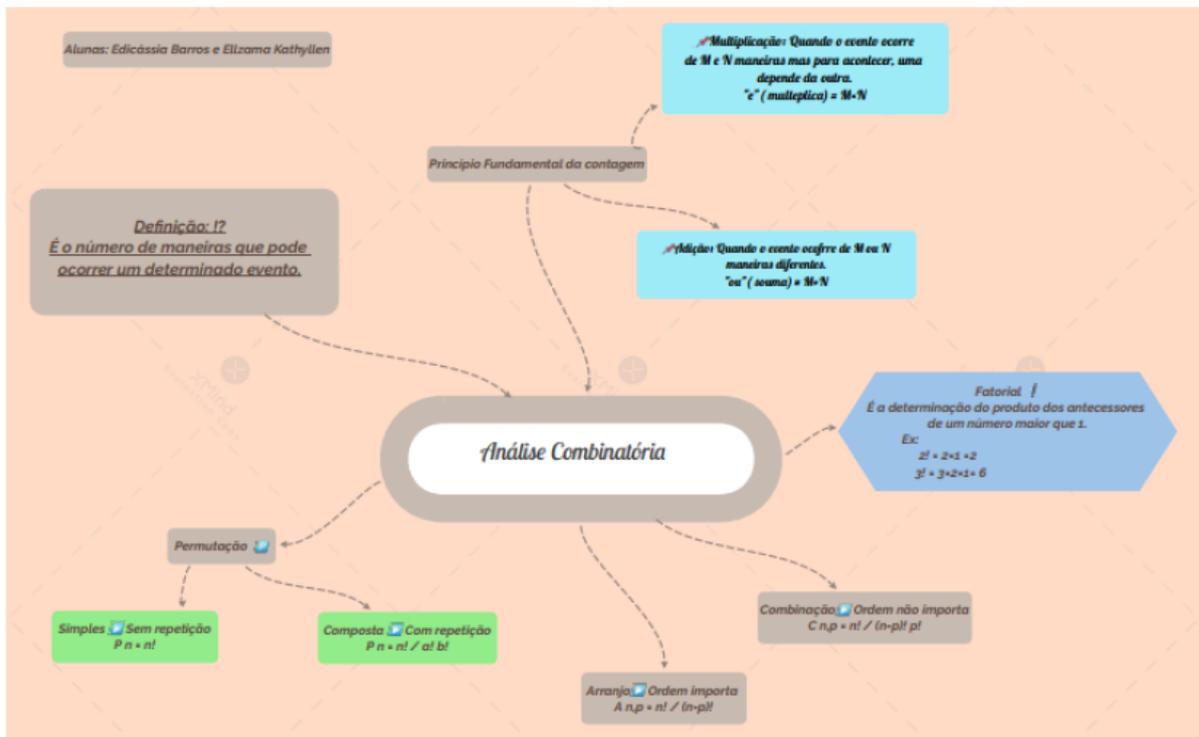
Após a confecção dos mapas elaborados pelos alunos, eles enviaram para o e-mail a versão em pdf e assim puderam ser avaliados na tentativa de inferir se houve ou não a aprendizagem significativa. As Figuras 31 a 39 a seguir apresentam alguns dos mapas feitos no software Xmind e enviados pelos alunos.

Figura 31 – Mapa mental sobre áreas das figuras planas elaborado por um aluno



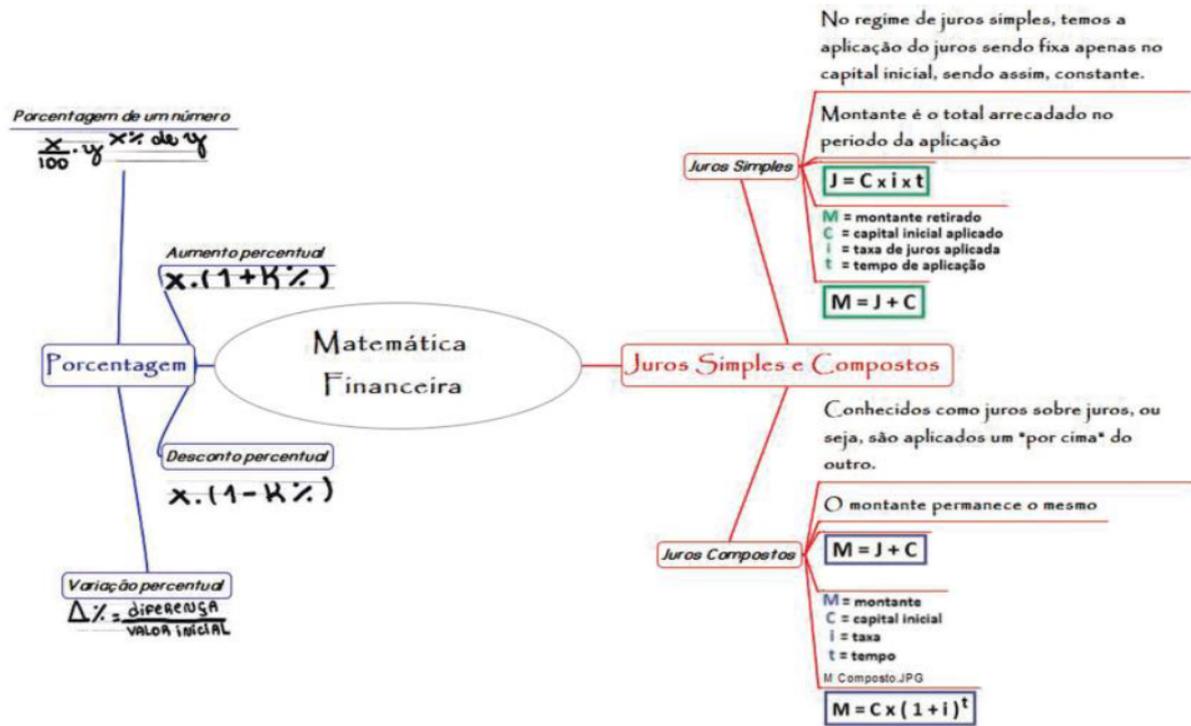
Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 32 – Mapa mental sobre análise combinatória elaborado por um aluno



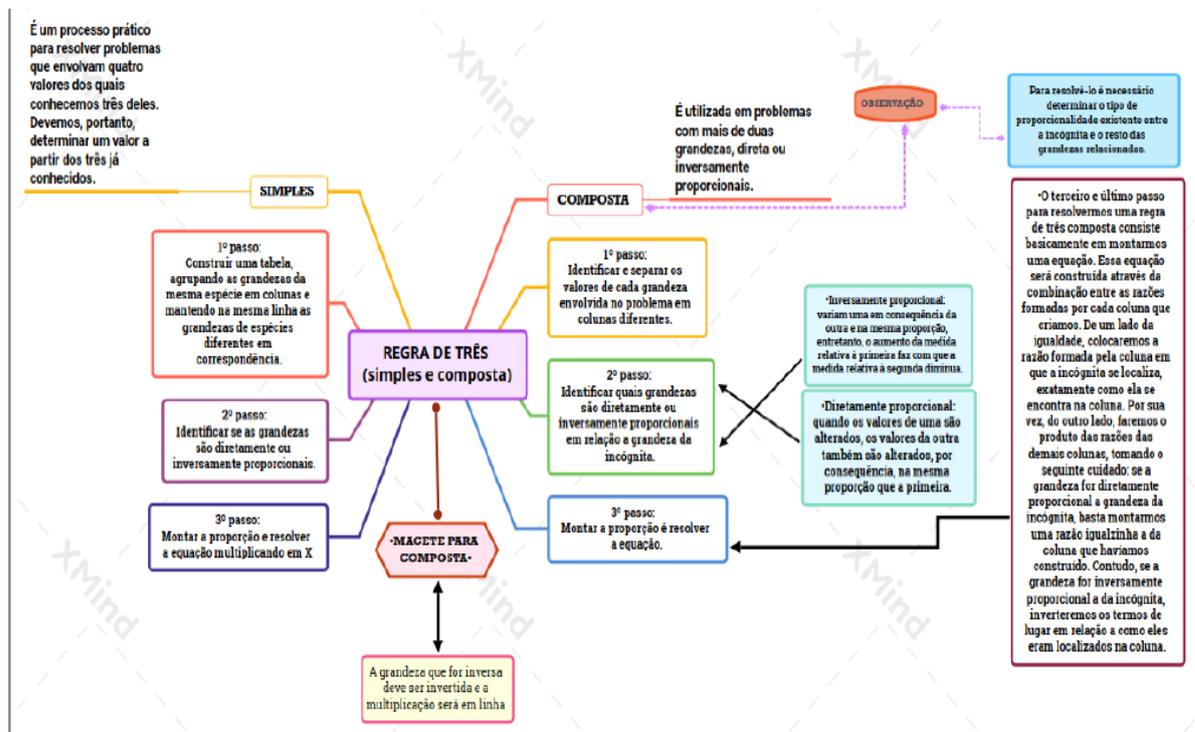
Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 33 – Mapa mental sobre matemática financeira elaborado por um aluno



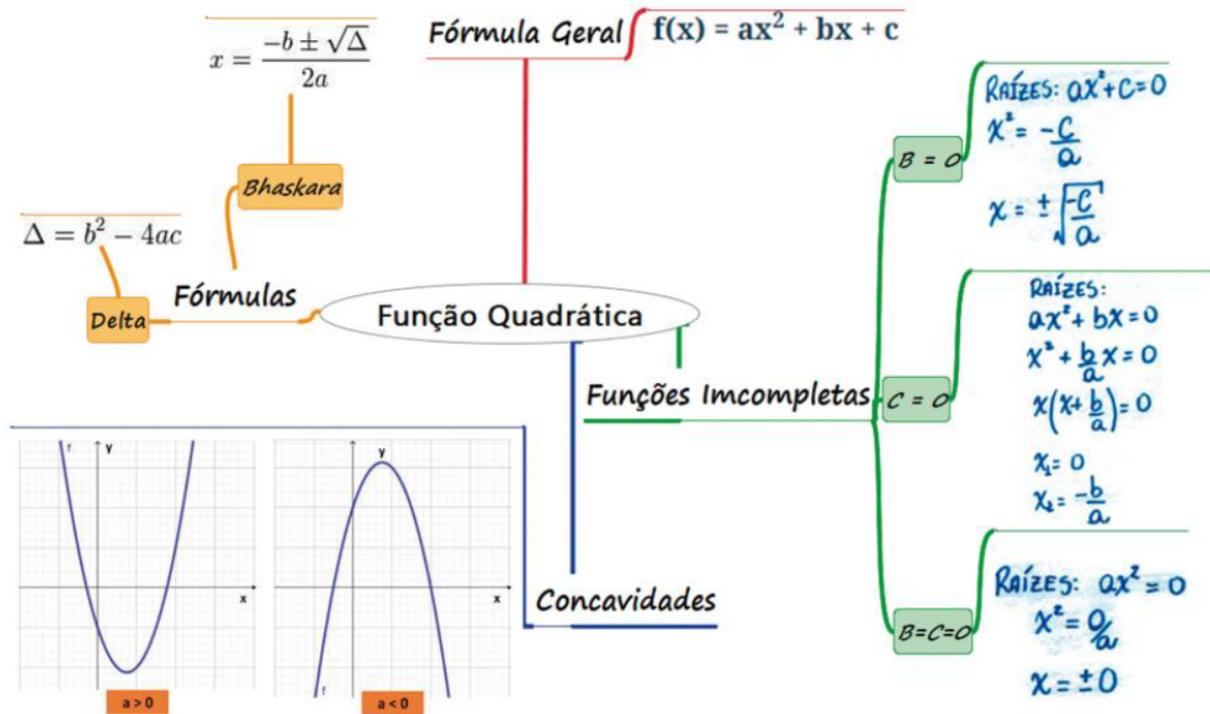
Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 34 – Mapa mental sobre regra de três elaborado por um aluno



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 35 – Mapa mental sobre função quadrática elaborado por um aluno



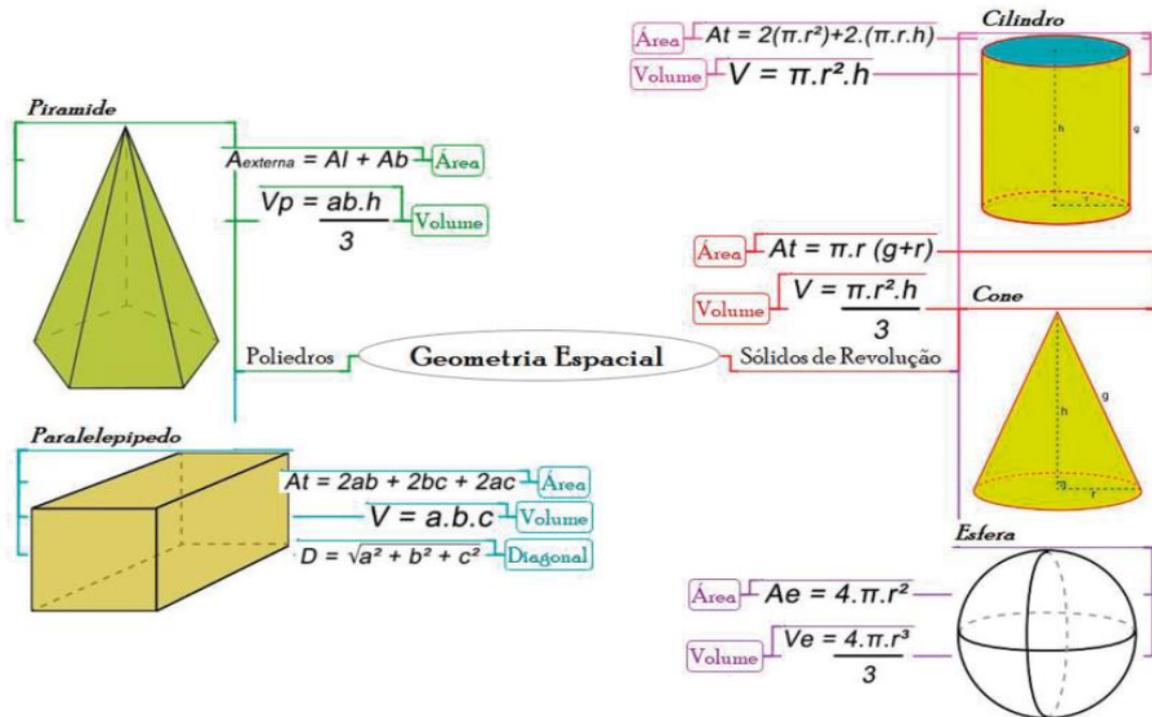
Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 36 – Mapa mental sobre estatística elaborado por um aluno



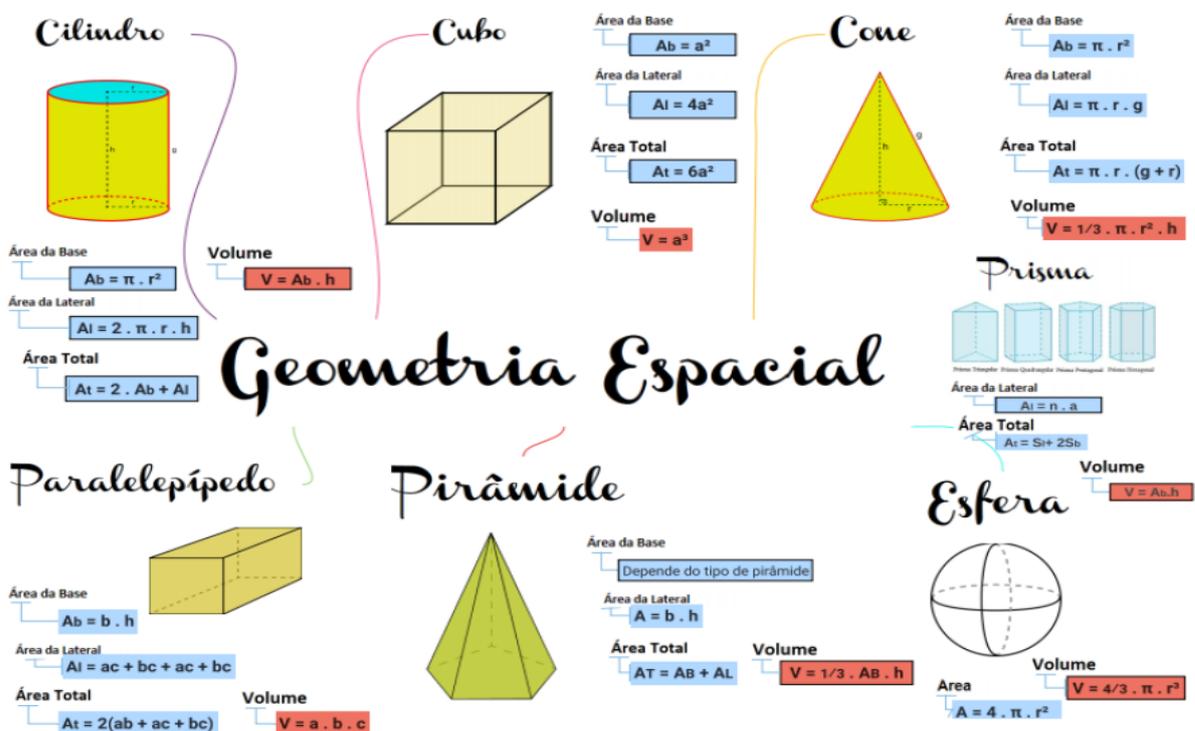
Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 37 – Mapa mental sobre geometria espacial elaborado por um aluno



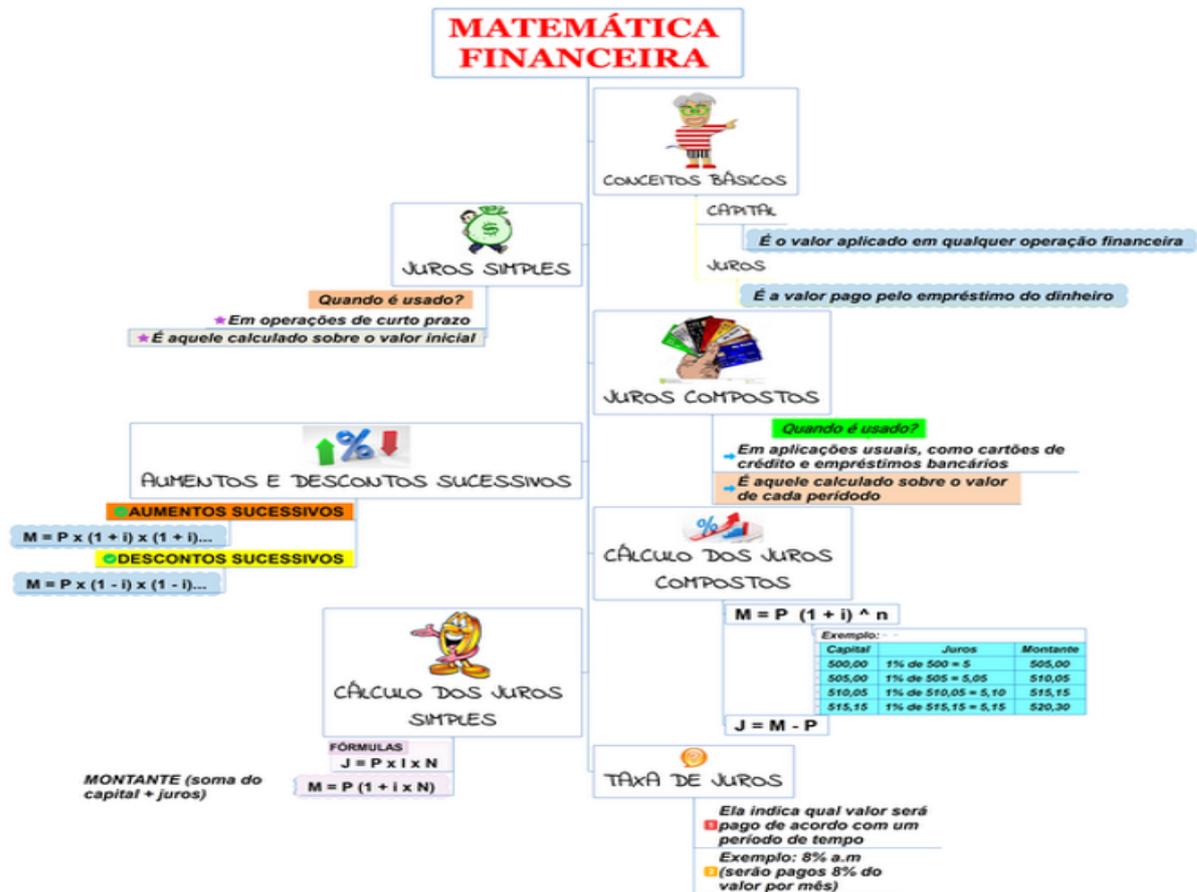
Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 38 – Mapa mental sobre geometria espacial elaborado por um segundo aluno



Fonte: Dados da pesquisa.

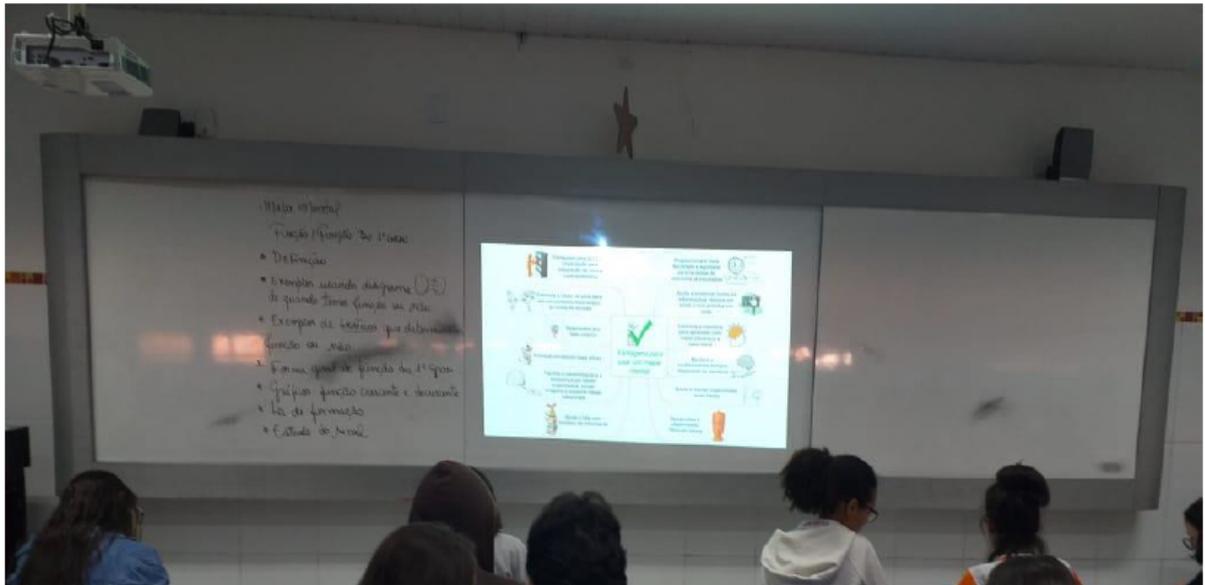
Figura 39 – Mapa mental sobre matemática financeira elaborado por mais um aluno



Fonte: Dados da pesquisa.

Na quarta aula foi apresentada a contribuição que a construção de mapas mentais pode favorecer nos estudos, nesse momento também houve o compartilhamento da experiência por parte dos alunos da prática da aprendizagem a partir da elaboração dos mapas, nos quais foram envolvidos em um diálogo, interagindo os conhecimentos que cada mapa mental apresentava. Nas Figuras 40 e 41 podemos observar esse momento.

Figura 40 – Contribuições de um mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 41 – Momento de apresentar os pontos positivos do uso dos mapas mentais



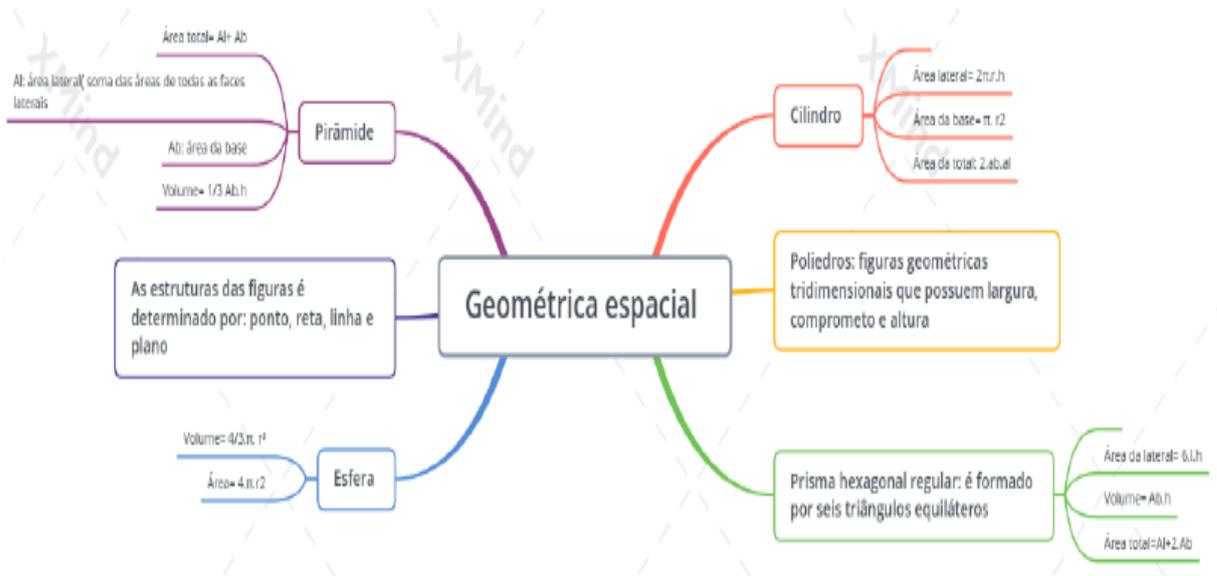
Fonte: Elaborada pela autora

Como foi citado no capítulo 3 que relata sobre os mapas mentais, não existe o mapa correto sobre qualquer assunto, mas sim um mapa que relata os conceitos e ideias de quem o elabora. Esse mapa que pode estar pobre ou cheio de riqueza de informações vai auxiliar o professor na avaliação, permitindo perceber que conceitos foram aprendidos pelos alunos e quais conceitos serão necessários retomar.

Muitas vezes o professor ao avaliar com foco nos procedimentos, pouco revelam sobre

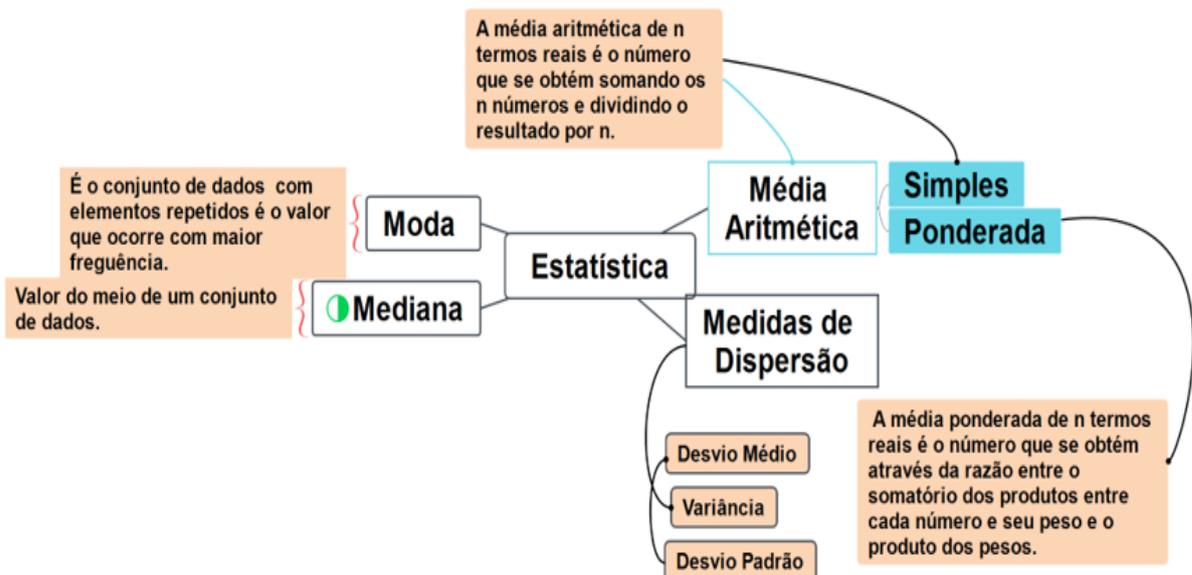
o domínio conceitual dos alunos. As Figuras 42 e 43 a seguir, apresentam exemplos de mapas mentais feito por alunos da turma em que foi observado a falta de elementos básicos do mapa mental e a falta de informações relevantes e clareza sobre o assunto escolhido por estes alunos.

Figura 42 – Mapa mental sobre geometria espacial elaborado por um aluno apresentando poucos elementos propostos por Buzan



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 43 – Mapa mental sobre estatística elaborado por um segundo aluno com a falta de informações relevantes

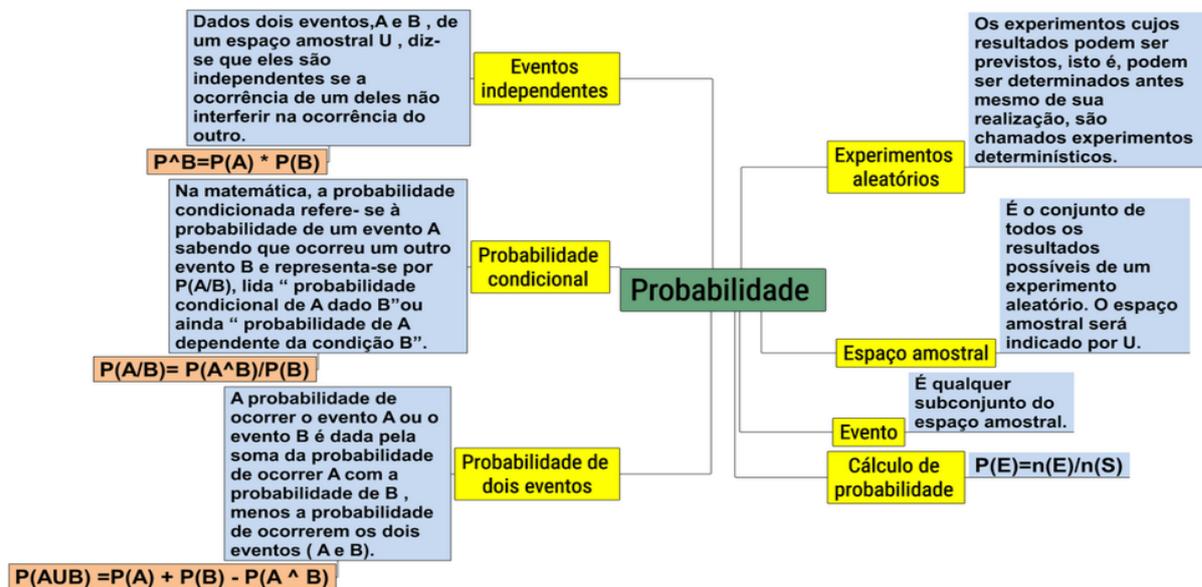


Fonte: Dados da pesquisa

Neste último momento, como os mapas mentais não são autoexplicativos, também foi necessário que alguns alunos explicassem o seu mapa. A maioria dos mapas apresentaram

conceitos significativos e ordenados de maneira lógica, entretanto houve alguns que apresentaram informações que não estabeleceram relação e não apresentaram elementos que permitissem uma boa interpretação do tema proposto. Como podemos observar na Figura 44.

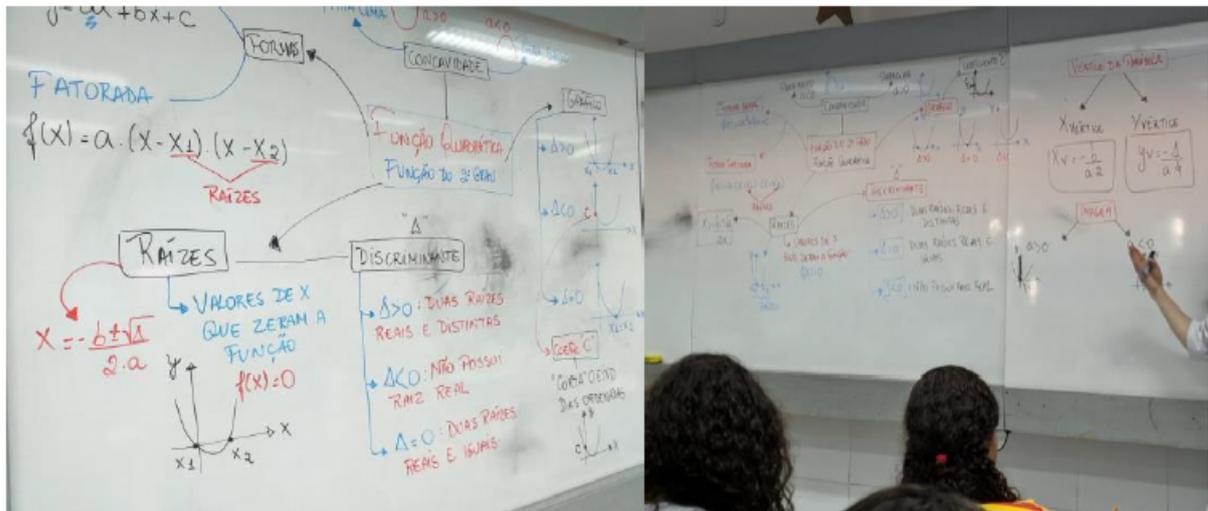
Figura 44 – Mapa mental sobre geometria espacial elaborado por um segundo aluno



Fonte: Dados da pesquisa

Nas aulas seguintes foi possível observar avanços dos alunos, muitos apresentavam mais seguros em relação aos seus conhecimentos para realização de uma boa prova do Enem. Muitos alegaram que estavam adquirindo a prática e construção de mapas mentais para estudos e revisões para outras disciplinas. Durante as aulas sempre que possível revisávamos o assunto elaborando mapas mentais no quadro, como pode ser observado na Figura 45, em uma aula sobre função quadrática. Assim, foi possível observar que os alunos foram adquirindo maior condição de organizar, sistematizar e compreender suas próprias ações cognitivas.

Figura 45 – Aula de função quadrática com a elaboração de mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora

Essa atividade de construção de mapas mentais promove a autonomia do aluno, tornando-o responsável pela sua própria aprendizagem. A apresentação de conceitos matemáticos, fórmulas, cálculos e resolução de problemas que buscam na maioria apenas a aplicação de fórmulas desenvolvem uma aprendizagem sem significado.

Ministrar aulas com a experiência da elaboração de mapas mentais nas aulas de matemáticas da turma de 3ª série do Ensino Médio que estavam prestes a fazer a prova do Enem permitiu despertar uma maior segurança, maior interesse e participação nas aulas e trouxe mais dinamismo às aulas. A elaboração de mapas promoveu nessas turmas o pensar conceitual de forma individualizada, dando importância ao conhecimento já adquirido pelo aluno e uma maneira diferenciada de avaliar e se auto avaliar, era visível a satisfação do aluno por ter sido capaz de entender o conteúdo e elaborar o mapa de acordo com seu conhecimento. Também foi notório o papel do professor como mediador do processo de aprendizagem. Dessa forma essa proposta de execução de mapas facilitou o processo de ensino aprendizagem tornando assim uma experiência satisfatória.

4 ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS PROVAS DE 2015, 2016 1ª APLICAÇÃO, 2016 2ª APLICAÇÃO, 2017, 2018 e 2019

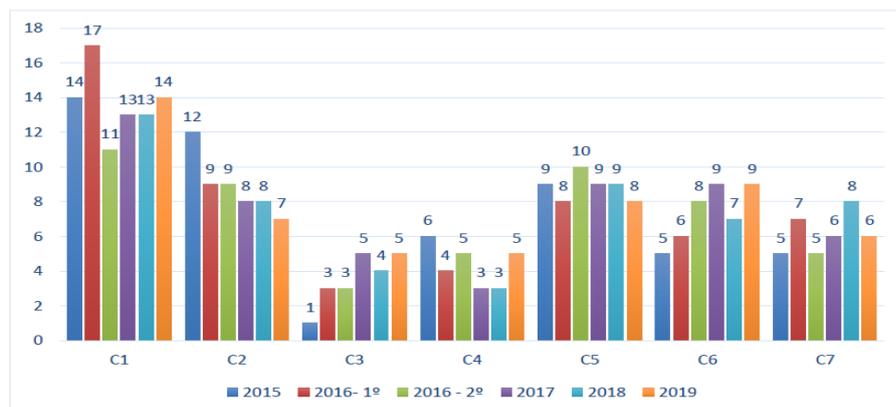
Neste capítulo é feita uma análise estatística das provas do Enem da área de Matemática e suas Tecnologias aplicadas nos anos de 2015 a 2019, no total são 6 exames, visto que no ano de 2016 foram aplicados dois exames, no qual nos referimos em 1ª aplicação e 2ª aplicação. Foram analisadas as questões por competências de área, habilidade matemáticas e principal conteúdo abordado. Foi preferível apresentar as informações por meio de gráficos, com o objetivo de facilitar a leitura.

4.1 Resultados da análise das questões das provas do Enem de 2015, 2016 1ª aplicação, 2016 2ª aplicação, 2017, 2018 e 2019 por competências da área de matemática e suas tecnologias

Como cada questão pode avaliar mais de uma competência, optamos por classificar cada questão pela(s) competência(s) que mais caracteriza a compreensão da questão. Por esse motivo, uma outra análise provavelmente poderá trazer um resultado diferente, caso a classificação seja dada de outra forma.

Na análise feita por item, foi analisado cada questão dentro das 30 habilidades e depois separadas na distribuição das 7 competências contidas na matriz de referência do Enem, assim foi observado que não há uma distribuição uniforme de quantidade de questões por competência como pode ser observado na Figura 46 que informa a quantidade de questão por competência em cada exame.

Figura 46 – Número de questões dos exames do Enem de 2015 a 2019 por Competências de Matemática e suas Tecnologias

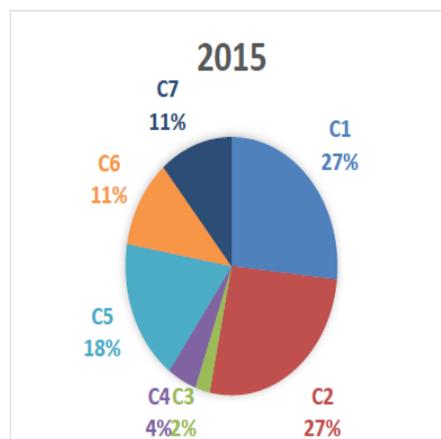


Fonte: Elaborada pela autora

Analisando o gráfico 5, percebe-se que a competência que mais aparece nos 6 exames é a competência de área 1 (C1) – “construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais”. Esta competência é a que mais está associada a conteúdos ministrados no ensino fundamental. As competências C3: “construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano”; e C4: “construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano” dificultou essa análise por apresentar semelhança no tipo de questão, surgindo dúvidas na hora da classificação, dessa forma, foi necessário analisar as questões pelas habilidades inicialmente para assim classificar na competência 3 ou competência 4.

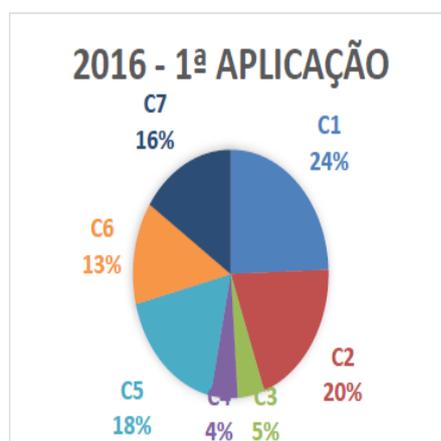
Veja nas Figuras 47, 48, 49, 50, 51 e 52 este resultado de forma individual por exame.

Figura 47 – Número de questões dos exames do Enem de 2015 por Competências de Matemática e suas Tecnologias



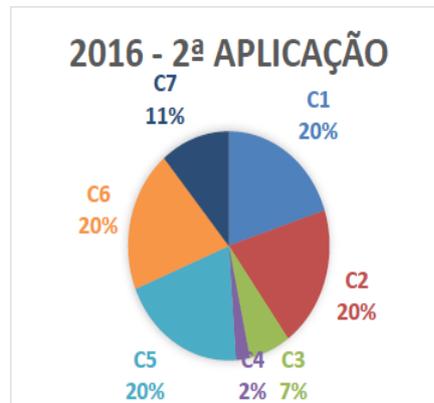
Fonte: Elaborada pela autora

Figura 48 – Número de questões dos exames do Enem de 2016 1ª aplicação por Competências de Matemática e suas Tecnologias



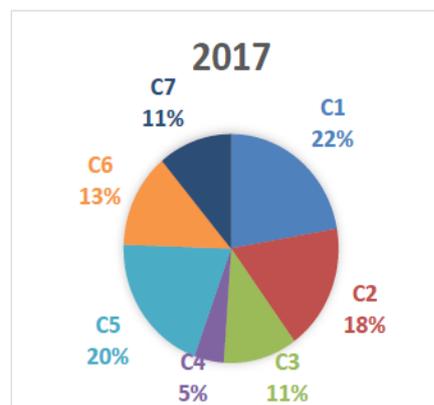
Fonte: Elaborada pela autora

Figura 49 – Número de questões dos exames do Enem de 2016 2ª aplicação por Competências de Matemática e suas Tecnologias



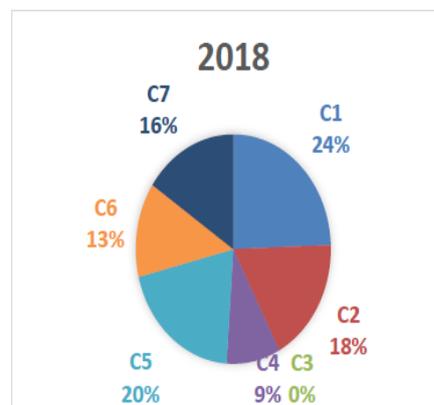
Fonte: Elaborada pela autora

Figura 50 – Número de questões dos exames do Enem de 2017 por Competências de Matemática e suas Tecnologias



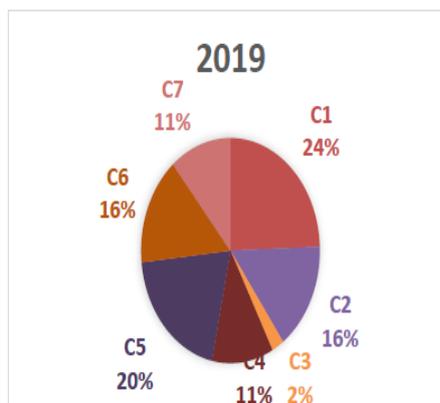
Fonte: Elaborada pela autora

Figura 51 – Número de questões dos exames do Enem de 2018 por Competências de Matemática e suas Tecnologias



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 52 – Número de questões dos exames do Enem de 2019 por Competências de Matemática e suas Tecnologias



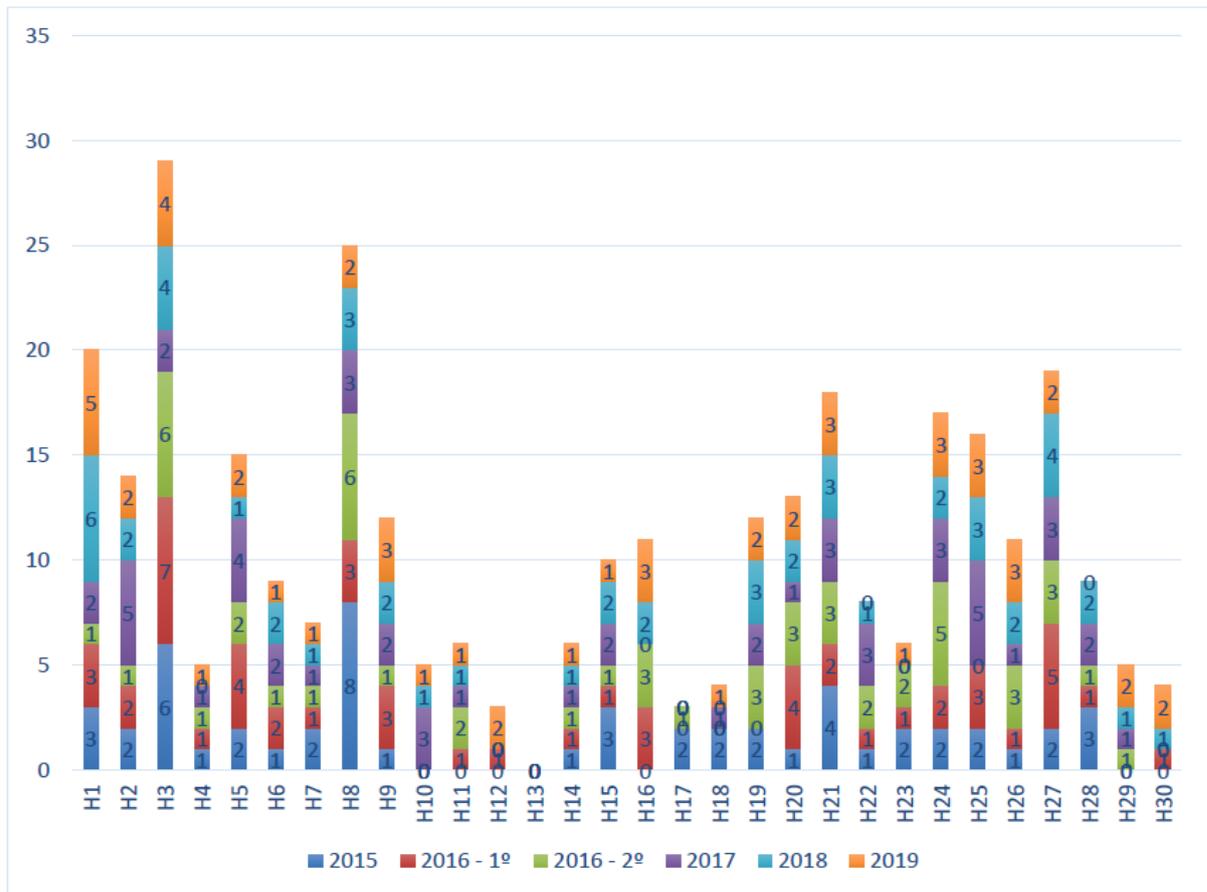
Fonte: Elaborada pela autora

4.2 Resultados da análise das questões das provas do Enem de 2015, 2016 1ª aplicação, 2016 2ª aplicação, 2017, 2018 e 2019 por habilidade matemática

Nos exames de 1998 a 2008 encontrávamos questões de todas as 21 habilidades cada uma 3 vezes totalizando as 63 questões da prova, característica apresentada nas orientações do Inep. Com a nova formulação do Enem desde 2009, não encontramos mais nenhuma orientação do Inep referente a quantidade e obrigatoriedade de uma habilidade estar presente na prova do Enem. No nosso estudo referente as 6 edições de 2015 a 2019, nenhuma delas apresentaram as 30 habilidades e ainda não foi verificada a habilidade H13 em nenhuma questão dos 6 exames, como podemos observar na Figura 53 que traz o número de questão por habilidade por edição.

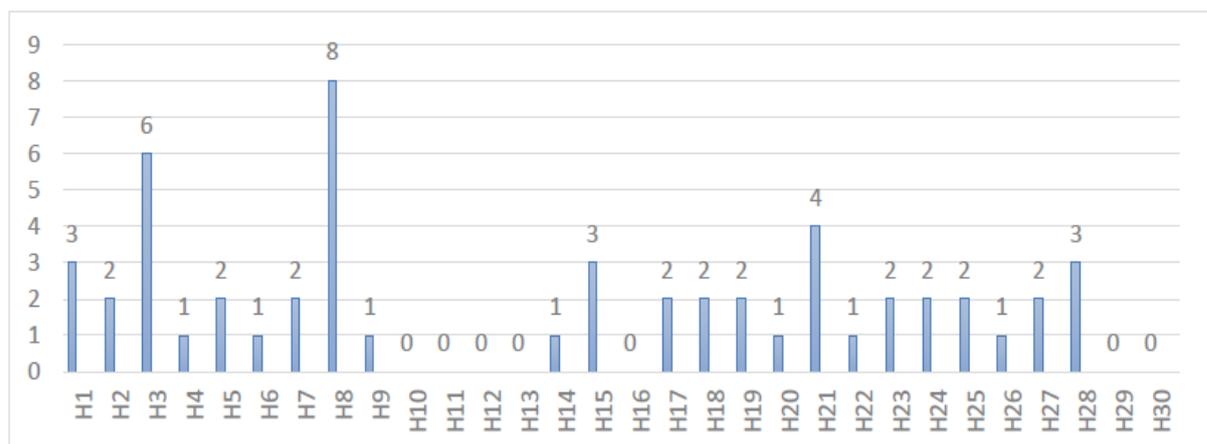
Analisando a Figura 53, percebe-se que a habilidade que mais aparece nos 6 exames são as habilidades: H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos, H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma, H11 - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais, H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos, H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos. e H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências. Veja nas Figuras 54, 55, 56, 57, 58 e 59 este resultado de forma individual por exame.

Figura 53 – Número de questões dos exames do Enem de 2015 a 2019 por Habilidade de Matemática



Fonte: Elaborada pela autora

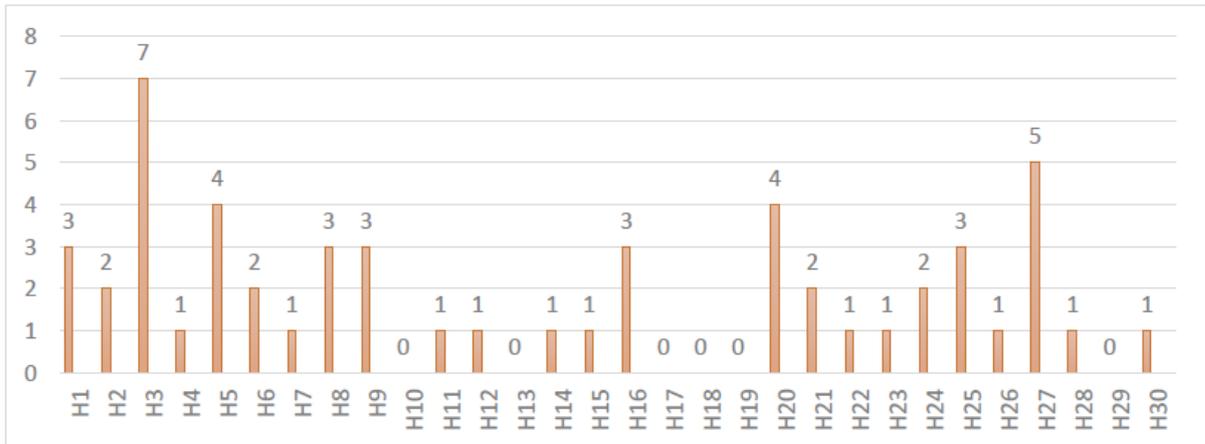
Figura 54 – Número de questões dos exames do Enem de 2015 por Habilidade de Matemática



Fonte: Elaborada pela autora

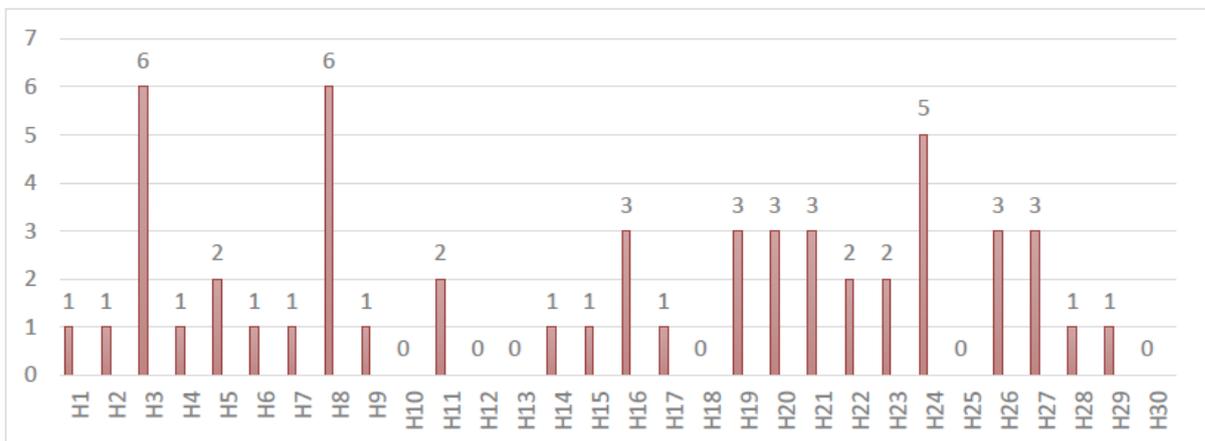
Analisando as Figuras 54, 55, 56, 57, 58 e 59, notamos que o exame de 2019 foi o que se apresentou de forma mais uniforme com relação a distribuição de itens por habilidade, já o exame de 2015 e 2016 1ª aplicação foram o que apresentaram maior diferença na distribuição nas habilidades, sendo que em 2015 nenhuma questão foi identificada em quatro das cinco

Figura 55 – Número de questões dos exames do Enem de 2016 1ª aplicação por Habilidade de Matemática



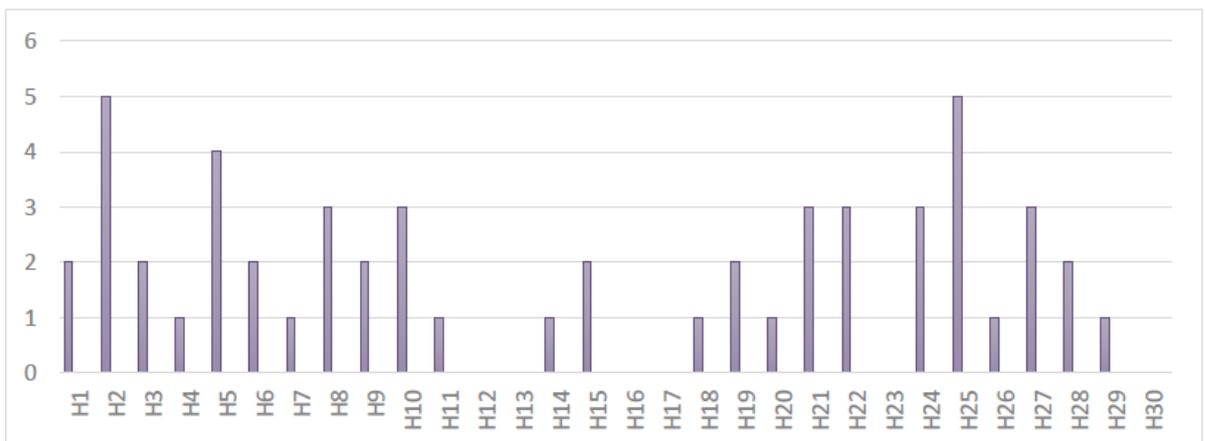
Fonte: Elaborada pela autora

Figura 56 – Número de questões dos exames do Enem de 2016 2ª aplicação por Habilidade de Matemática



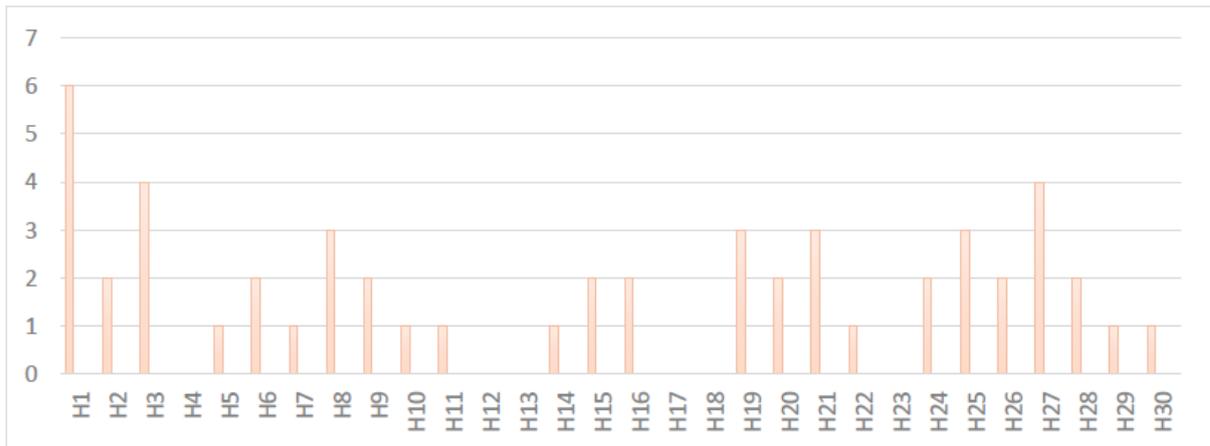
Fonte: Elaborada pela autora

Figura 57 – Número de questões dos exames do Enem de 2017 por Habilidade de Matemática



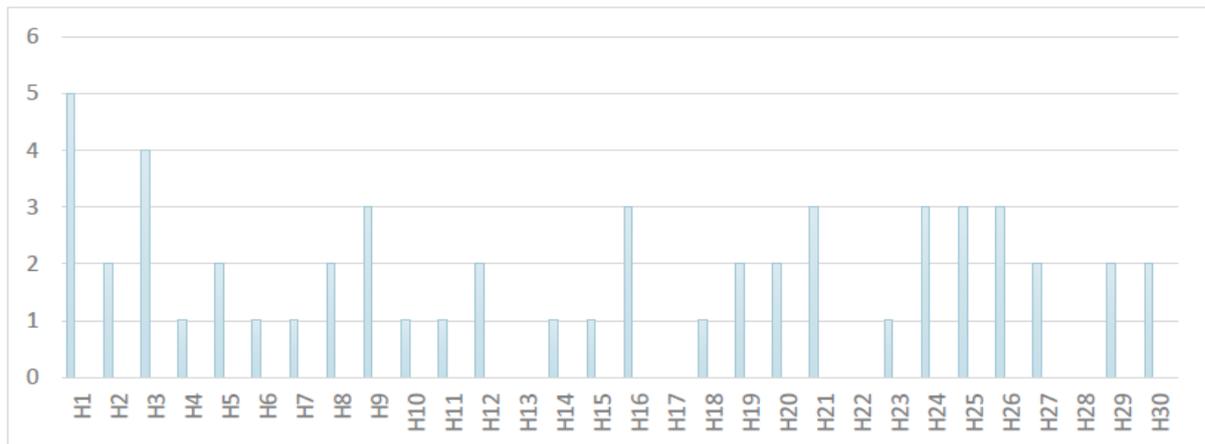
Fonte: Elaborada pela autora

Figura 58 – Número de questões dos exames do Enem de 2018 por Habilidade de Matemática



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 59 – Número de questões dos exames do Enem de 2019 por Habilidade de Matemática



Fonte: Elaborada pela autora

habilidades da competência 3.

Ainda sobre nosso estudo por questões das provas de 2015 a 2019, foi possível observar que o Enem é composto basicamente por questões contextualizadas onde sua grande maioria abordam conteúdos do Ensino Fundamental. Nos Apêndices A, B, C, D, E e F estão apresentados os conteúdos que predomina em cada item das provas analisadas neste trabalho. Outra coisa relevante se trata da principal dificuldade para a realização desta análise, que foi a falta de materiais oficiais com informações a respeito das provas estudadas.

5 MAPAS MENTAIS E QUESTÕES DO ENEM RESOLVIDAS E COMENTADAS

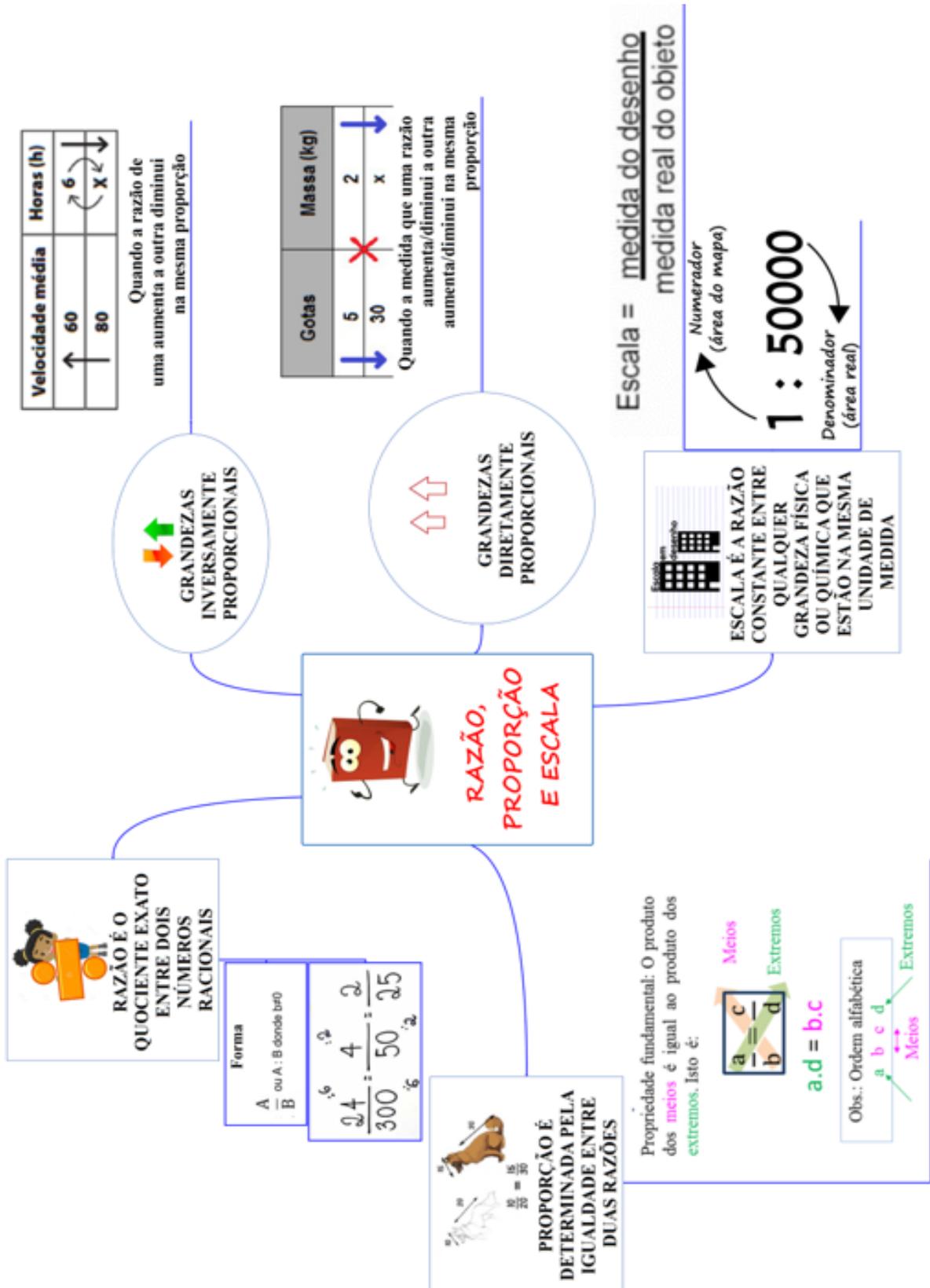
Esse capítulo é formado por 7 mapas mentais dos assuntos da área de Matemática e suas Tecnologias, que no capítulo anterior foi apresentado como mais frequente nas provas do Enem de 2015 a 2019, no total são 6 exames, visto que no ano de 2016 foram aplicados dois exames, no qual nos referimos em 1^a aplicação e 2^a aplicação. Junto com cada mapa apresentamos algumas das questões retiradas dessas provas, respondidas e comentadas. Os temas abordados são:

- Razão, Proporção e Escala;
- Geometria Espacial;
- Estatística;
- Análise Combinatória;
- Matemática Financeira;
- Equação do 2º grau;
- Áreas das Principais Figuras Planas.

No Apêndice G encontra-se um simulado composto de 15 questões retiradas das provas do Enem, junto com o gabarito das mesmas.

Como o objetivo da construção de mapas mentais é incentivar alunos a construir seu próprio conhecimento, todo material pronto encontrado neste trabalho serve apenas como exemplo do que se pode construir com os mapas mentais e não um modelo a ser aplicado e utilizado em sala de aula.

Figura 60 – Mapa Mental: Razão, Proporção e Escala



Fonte: Elaborada pela autora

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C4	H16	Grandezas inversamente proporcionais

Figura 61 – Questão 156 (Enem 2019)

Questão 156

Para contratar três máquinas que farão o reparo de vias rurais de um município, a prefeitura elaborou um edital que, entre outras cláusulas, previa:

- Cada empresa interessada só pode cadastrar uma única máquina para concorrer ao edital;
- O total de recursos destinados para contratar o conjunto das três máquinas é de R\$ 31 000,00;
- O valor a ser pago a cada empresa será inversamente proporcional à idade de uso da máquina cadastrada pela empresa para o presente edital.

As três empresas vencedoras do edital cadastraram máquinas com 2, 3 e 5 anos de idade de uso.

Quanto receberá a empresa que cadastrou a máquina com maior idade de uso?

- A** R\$ 3 100,00
- B** R\$ 6 000,00
- C** R\$ 6 200,00
- D** R\$ 15 000,00
- E** R\$ 15 500,00

Fonte: INEP, 2019, p. 23

Resolução e comentário: Sejam A, B e C os valores pagos, em reais, às empresas que cadastraram as máquinas com 2, 3 e 5 anos de idade de uso respectivamente. Logo, como o valor a ser pago será inversamente proporcional à idade de uso da máquina cadastrada pela empresa temos:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5} = \frac{A+B+C}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{31000}{\frac{31}{30}} = 30000$$

Portanto, a empresa que cadastrou a máquina com maior idade de uso (5anos) receberá:

$$C = \frac{30000}{5} = 6000,00$$

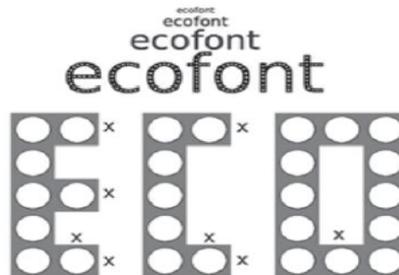
Alternativa: B

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2018/ amarelo	C3	H14	Razão e proporção

Figura 62 – Questão 177 (Enem 2018)

QUESTÃO 177

A Ecofont possui *design* baseado na velha fonte Vera Sans. Porém, ela tem um diferencial: pequenos buraquinhos circulares congruentes, e em todo o seu corpo, presentes em cada símbolo. Esses furos proporcionam um gasto de tinta menor na hora da impressão.



Disponível em: www.goo.gl. Acesso em: 2 dez. 2017 (adaptado).

Suponha que a palavra ECO esteja escrita nessa fonte, com tamanho 192, e que seja composta por letras formadas por quadrados de lados x com furos circulares de raio $r = \frac{x}{3}$. Para que a área a ser pintada seja reduzida a $\frac{1}{16}$ da área inicial, pretende-se reduzir o tamanho da fonte. Sabe-se que, ao alterar o tamanho da fonte, o tamanho da letra é alterado na mesma proporção.

Nessas condições, o tamanho adequado da fonte será

- A** 64.
- B** 48.
- C** 24.
- D** 21.
- E** 12.

Fonte: INEP, 2018, p. 30

Resolução e comentário: Inicialmente dividiremos a área inicial pela área final, encontrando assim a razão de semelhança do quadrado (K^2)

$$k^2 = \frac{\text{área inicial}}{\text{área final}} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16. \text{ Logo } k = 4$$

Como o tamanho da fonte é alterado na mesma proporção, a nova fonte terá o tamanho

$$\frac{192}{4} = 48$$

Alternativa: B

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C3	H11	Escala

Figura 63 – Questão 165 (Enem 2017)

QUESTÃO 165

Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1 : 400, e que seu volume é de 25 cm³.

O volume do monumento original, em metro cúbico, é de

- A 100.
- B 400.
- C 1 600.
- D 6 250.
- E 10 000.

Fonte: INEP, 2017, p. 25

Resolução e comentário: De acordo com o enunciado da questão, temos que a lembrança e o monumento são sólidos semelhantes com razão de semelhança 1:400. Chamando de V o volume do monumento, temos:

$$\frac{25\text{cm}^3}{V} = \left(\frac{1}{400}\right)^3$$

$$V = 25 \cdot 64000000 = 1600 \cdot 10^6 \text{cm}^3 = 1600\text{m}^3$$

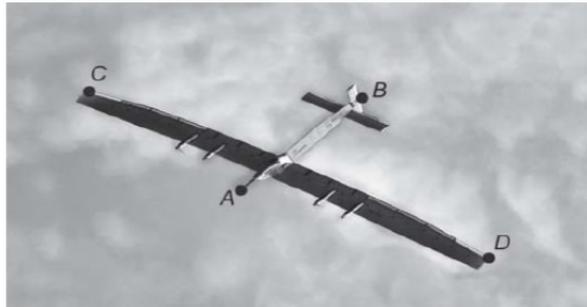
Alternativa: C

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C3	H11	Escala

Figura 64 – Questão 148 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 148

Uma empresa europeia construiu um avião solar, como na figura, objetivando dar uma volta ao mundo utilizando somente energia solar. O avião solar tem comprimento AB igual a 20 m e uma envergadura de asas CD igual a 60 m.



Para uma feira de ciências, uma equipe de alunos fez uma maquete desse avião. A escala utilizada pelos alunos foi de 3 : 400.

A envergadura CD na referida maquete, em centímetro, é igual a

- A 5.
- B 20.
- C 45.
- D 55.
- E 80.

Fonte: INEP, 2016, p. 21

Resolução e comentário: A razão de semelhança entre a maquete e o avião é 3:400.

Assim, a envergadura CD na referida maquete, deverá ser:

$$\frac{CD}{60m} = \frac{3}{400}$$

$$CD = \frac{180}{400} = \frac{9}{20}m = \frac{900}{20}cm = 45cm$$

Alternativa: C

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1ª aplicação/ amarelo	C3	H11	Escala

Figura 65 – Questão 176 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 176 

Em uma empresa de móveis, um cliente encomenda um guarda-roupa nas dimensões 220 cm de altura, 120 cm de largura e 50 cm de profundidade. Alguns dias depois, o projetista, com o desenho elaborado na escala 1 : 8, entra em contato com o cliente para fazer sua apresentação. No momento da impressão, o profissional percebe que o desenho não caberia na folha de papel que costumava usar. Para resolver o problema, configurou a impressora para que a figura fosse reduzida em 20%.

A altura, a largura e a profundidade do desenho impresso para a apresentação serão, respectivamente,

- A** 22,00 cm, 12,00 cm e 5,00 cm.
- B** 27,50 cm, 15,00 cm e 6,25 cm.
- C** 34,37 cm, 18,75 cm e 7,81 cm.
- D** 35,20 cm, 19,20 cm e 8,00 cm.
- E** 44,00 cm, 24,00 cm e 10,00 cm.

Fonte: INEP, 2016, p.30

Resolução e comentário: Inicialmente vamos calcular as medidas da altura, largura e profundidade na escala 1:8

$$\text{Altura: } h = \frac{220}{8} \text{ cm} = 27,5 \text{ cm}$$

$$\text{Largura: } L = \frac{120}{8} \text{ cm} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Profundidade: } P = \frac{50}{8} = 6,25 \text{ cm}$$

Reduzindo essas medidas 20% para a impressão do desenho, obtemos:

$$\text{Altura do desenho impresso} = 27,5 \cdot (100\% - 20\%) = 27,5 \cdot 0,8 = 22 \text{ cm}$$

$$\text{Largura do desenho impresso} = 15 \cdot (100\% - 20\%) = 15 \cdot 0,8 = 12 \text{ cm}$$

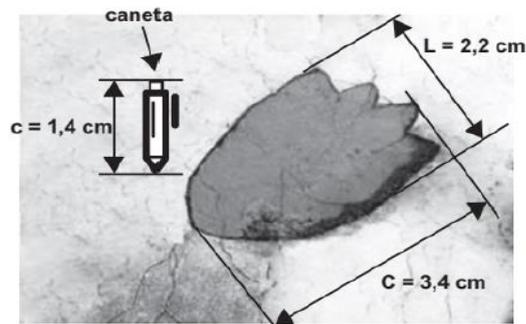
$$\text{Profundidade do desenho impresso} = 6,25 \cdot (100\% - 20\%) = 6,25 \cdot 0,8 = 5 \text{ cm}$$

Alternativa: A

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C3/C4	H14/H15	Proporção

Figura 66 – Questão 144 (Enem 2015)

Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a

- A** 4,9 e 7,6.
- B** 8,6 e 9,8.
- C** 14,2 e 15,4.
- D** 26,4 e 40,8.
- E** 27,5 e 42,5.

Fonte: INEP, 2015, p. 22

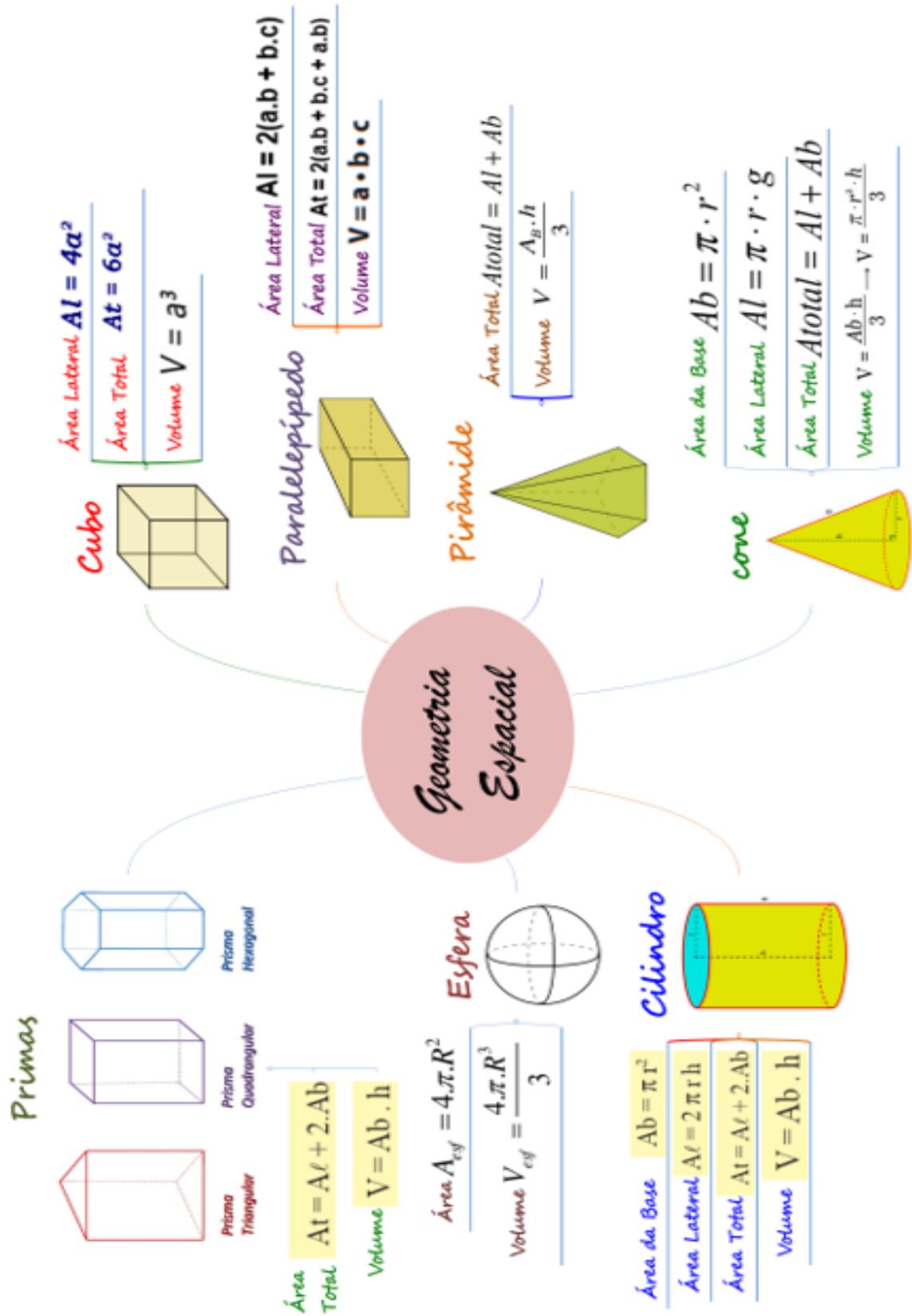
Resolução e comentário: Como o comprimento real da caneta é 16,8cm e o comprimento c dela na fotografia é 1,4cm, então a razão de semelhança será:

$$k = \frac{16,8}{1,4} = 12$$

Assim a largura real da pegada será de $2,2\text{cm} \cdot 12 = 26,4\text{cm}$ e o comprimento real da pegada será de $3,4\text{cm} \cdot 12 = 40,8\text{cm}$.

Alternativa: D

Figura 67 – Mapa Mental: Geometria Espacial



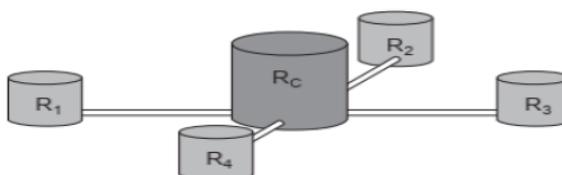
Fonte: Elaborada pela autora

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C2	H8	Volume

Figura 68 – Questão 178 (Enem 2019)

Questão 178

Uma construtora pretende conectar um reservatório central (R_C) em formato de um cilindro, com raio interno igual a 2 m e altura interna igual a 3,30 m, a quatro reservatórios cilíndricos auxiliares (R_1 , R_2 , R_3 e R_4), os quais possuem raios internos e alturas internas medindo 1,5 m.



As ligações entre o reservatório central e os auxiliares são feitas por canos cilíndricos com 0,10 m de diâmetro interno e 20 m de comprimento, conectados próximos às bases de cada reservatório. Na conexão de cada um desses canos com o reservatório central há registros que liberam ou interrompem o fluxo de água.

No momento em que o reservatório central está cheio e os auxiliares estão vazios, abrem-se os quatro registros e, após algum tempo, as alturas das colunas de água nos reservatórios se igualam, assim que cessa o fluxo de água entre eles, pelo princípio dos vasos comunicantes.

A medida, em metro, das alturas das colunas de água nos reservatórios auxiliares, após cessar o fluxo de água entre eles, é

- A** 1,44.
- B** 1,16.
- C** 1,10.
- D** 1,00.
- E** 0,95.

Fonte: INEP, 2019, p. 31

Resolução e comentário: Inicialmente vamos organizar resumidamente os dados fornecidos no enunciado em uma tabela. Assim temos:

Tabela 4 – Organização dos dados da questão 178 (Enem 2019)

	Raio	Altura
Reservatório central (R_C)	2m	3,3 m
Reservatórios auxiliares (R_1, R_2, R_3 e R_4)	1,5 m	1,5 m
Canos	0,05 m	20 m

Fonte: Elaborada pela autora

O volume do reservatório central deve ser igual a soma do volume de água do reservatório

central, nos reservatórios auxiliares e nos canos, e sendo h a altura das colunas de água, temos que:

$$\pi \cdot 2^2 \cdot 3,3 = \pi \cdot 2^2 \cdot h + 4 \cdot \pi \cdot (1,5)^2 \cdot h + 4 \cdot \pi \cdot (0,005)^2 \cdot 20$$

$$13,2 = 4h + 9h + 0,2$$

$$13h = 13$$

$$h = 1$$

Alternativa: D

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C2	H9	Volume

Figura 69 – Questão 146 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 146

Uma indústria de perfumes embala seus produtos, atualmente, em frascos esféricos de raio R , com volume dado por $\frac{4}{3}\pi \cdot (R)^3$.

Observou-se que haverá redução de custos se forem utilizados frascos cilíndricos com raio da base $\frac{R}{3}$, cujo volume será dado por $\pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot h$, sendo h a altura da nova embalagem.

Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura do frasco cilíndrico (em termos de R) deverá ser igual a

- A** $2R$.
- B** $4R$.
- C** $6R$.
- D** $9R$.
- E** $12R$.

Fonte: INEP, 2016, p. 21

Resolução e comentário: Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura h do frasco cilíndrico será:

$$\begin{aligned}
 V_{\text{esfera}} &= V_{\text{cilindro}} \\
 \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 &= \pi \cdot \left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot h \\
 \frac{4}{3} R^3 &= \frac{R^2}{9} \cdot h \\
 h &= 12R
 \end{aligned}$$

Alternativa: E

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C2	H8	Volume

Figura 70 – Questão 161 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 161

O recinto das provas de natação olímpica utiliza a mais avançada tecnologia para proporcionar aos nadadores condições ideais. Isso passa por reduzir o impacto da ondulação e das correntes provocadas pelos nadadores no seu deslocamento. Para conseguir isso, a piscina de competição tem uma profundidade uniforme de 3 m, que ajuda a diminuir a “reflexão” da água (o movimento contra uma superfície e o regresso no sentido contrário, atingindo os nadadores), além dos já tradicionais 50 m de comprimento e 25 m de largura. Um clube deseja reformar sua piscina de 50 m de comprimento, 20 m de largura e 2 m de profundidade de forma que passe a ter as mesmas dimensões das piscinas olímpicas.

Disponível em: <http://desporto.publico.pt>. Acesso em: 6 ago. 2012.

Após a reforma, a capacidade dessa piscina superará a capacidade da piscina original em um valor mais próximo de

- A** 20%.
- B** 25%.
- C** 47%.
- D** 50%.
- E** 88%.

Fonte: INEP, 2016, p. 25

Resolução e comentário: Vamos inicialmente encontrar o volume da piscina original, em m^3 :

$$V_1 = 2 \cdot 50 \cdot 20 = 2000$$

O volume nova piscina será, em m^3 :

$$V_2 = 3 \cdot 50 \cdot 25 = 3750$$

Calculando a porcentagem que representa o V_2 em relação ao V_1 , obtemos:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3750}{2000} = 1,875 = 187,5\%$$

Portanto, a capacidade da piscina, após a reforma, superará a capacidade da piscina original em aproximadamente 88%.

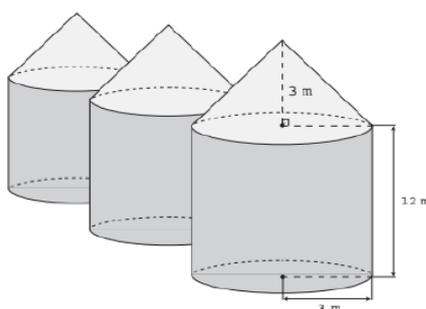
Alternativa: E

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1ª aplicação/ amarelo	C2	H8	Volume

Figura 71 – Questão 175 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 175

Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3 . Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π .

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

- A** 6.
- B** 16.
- C** 17.
- D** 18.
- E** 21.

Fonte: INEP, 2016, p. 30

Resolução e comentário: Cada silo é formado por um cone e um cilindro. Assim, o volume do silo (V) será dado por:

$$V = V_{cone} + V_{cilindro}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h + \pi \cdot R^2 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 \cdot 12 = 27 + 324 = 351 \text{ m}^3$$

Como a capacidade máxima do caminhão é de 20 m^3 , o número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer, será:

$$\frac{351}{20} = 17,55$$

Logo, será necessária no mínimo 18 viagens.

Alternativa: B

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C2	H8	Volume

Figura 72 – Questão 179 (Enem 2015)

QUESTÃO 179 ◇◇◇◇◇

Uma fábrica de sorvetes utiliza embalagens plásticas no formato de paralelepípedo retangular reto. Internamente, a embalagem tem 10 cm de altura e base de 20 cm por 10 cm. No processo de confecção do sorvete, uma mistura é colocada na embalagem no estado líquido e, quando levada ao congelador, tem seu volume aumentado em 25%, ficando com consistência cremosa.

Inicialmente é colocada na embalagem uma mistura sabor chocolate com volume de 1 000 cm³ e, após essa mistura ficar cremosa, será adicionada uma mistura sabor morango, de modo que, ao final do processo de congelamento, a embalagem fique completamente preenchida com sorvete, sem transbordar.

O volume máximo, em cm³, da mistura sabor morango que deverá ser colocado na embalagem é

- A** 450.
- B** 500.
- C** 600.
- D** 750.
- E** 1 000.

Fonte: INEP, 2015, p. 31

Resolução e comentário: Pelos dados no enunciado, o volume interno da embalagem (V), em cm^3 , é:

$$V = 10 \cdot 20 \cdot 10 = 2000$$

O volume (V_1) da mistura sabor chocolate após ficar cremosa, em cm^3 , será de:

$$V_1 = 125\% \cdot 1000 = 1,25 \cdot 1000 = 1250$$

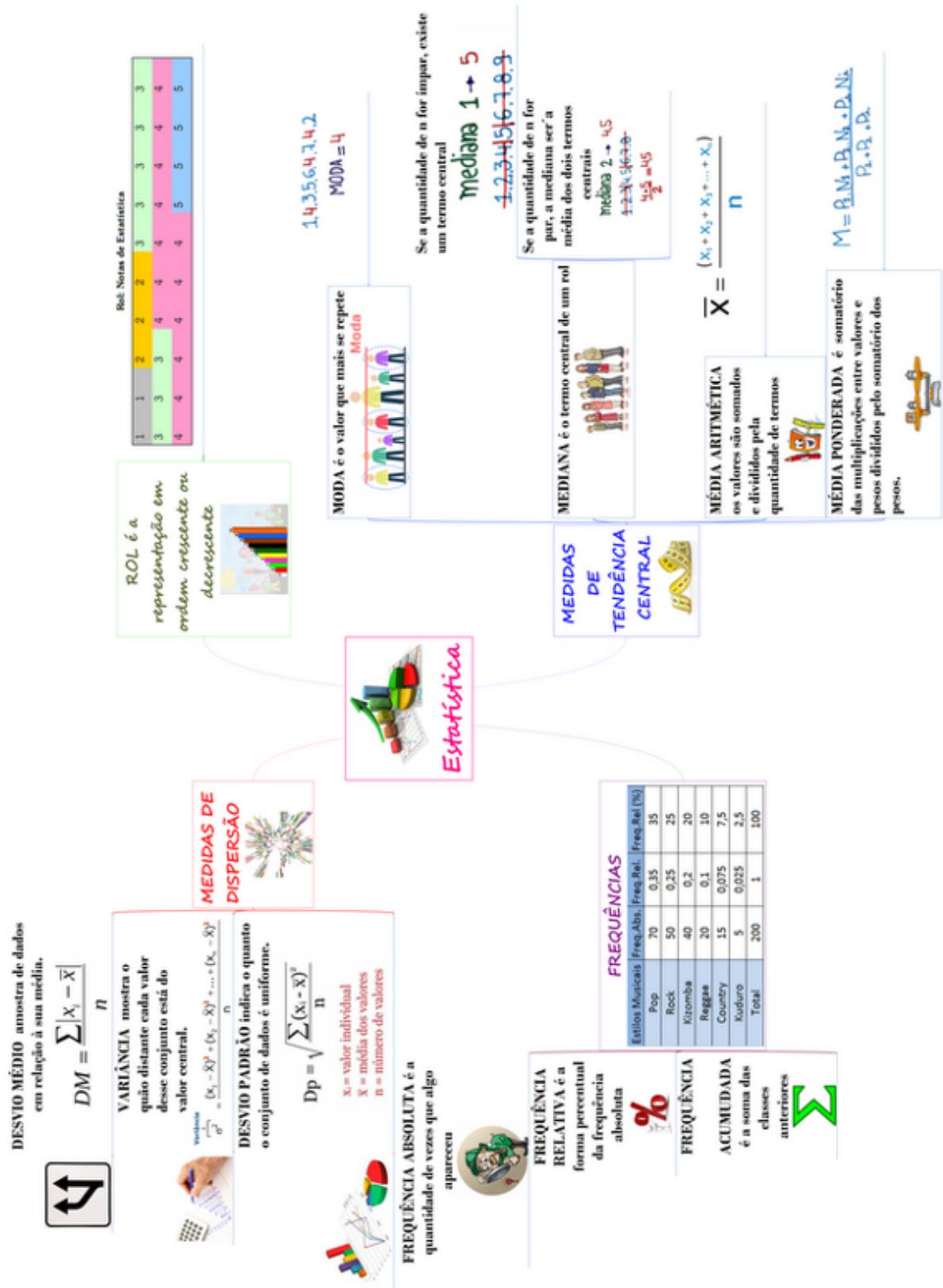
Dessa forma o volume interno (V_2) que restará na embalagem, em cm^3 , será de:

$$V_2 = 2000 - 1250 = 750$$

Assim, sendo V_3 o volume máximo, em cm^3 , da mistura sabor morango que deverá ser colocado na embalagem é:

$$1,25 \cdot V_3 = 750 \Rightarrow V_3 = 600 \quad \textbf{Alternativa: C}$$

Figura 73 – Mapa Mental: Estatística



Fonte: Elaborada pela autora

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C7	H30	Média, moda e mediana

Figura 74 – Questão 172 (Enem 2019)

Questão 172

Os alunos de uma turma escolar foram divididos em dois grupos. Um grupo jogaria basquete, enquanto o outro jogaria futebol. Sabe-se que o grupo de basquete é formado pelos alunos mais altos da classe e tem uma pessoa a mais do que o grupo de futebol. A tabela seguinte apresenta informações sobre as alturas dos alunos da turma.

Média	Mediana	Moda
1,65	1,67	1,70

Os alunos P, J, F e M medem, respectivamente, 1,65 m, 1,66 m, 1,67 m e 1,68 m, e as suas alturas não são iguais a de nenhum outro colega da sala.

Segundo essas informações, argumenta-se que os alunos P, J, F e M jogaram, respectivamente,

- A** basquete, basquete, basquete, basquete.
- B** futebol, basquete, basquete, basquete.
- C** futebol, futebol, basquete, basquete.
- D** futebol, futebol, futebol, basquete.
- E** futebol, futebol, futebol, futebol.

Fonte: INEP, 2019, p. 28

Resolução e comentário: Como o grupo de basquete tem uma pessoa a mais que o grupo de futebol, então a quantidade de alunos é um número ímpar. Assim, a mediana 1,67 é o número central, que é a altura do aluno F e ele está no grupo de basquete (time com um participante a mais e com alunos mais altos da classe). Dessa forma, o aluno F é o aluno menor entre os alunos do grupo de basquete. Portanto os alunos P e J que apresentam alturas menores que o aluno F participam do time de futebol e o aluno M que apresenta altura maior que o aluno F participa do time de basquete.

Alternativa: C

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2018/ amarelo	C7	H27	Média ponderada

Figura 75 – Questão 162 (Enem 2018)

QUESTÃO 162

Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%, 10%, 30% e 40%, respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 60 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 46, 60 e 50, respectivamente.

O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é

- A 29,8.
- B 71,0.
- C 74,5.
- D 75,5.
- E 84,0.

Fonte: INEP, 2018, p. 24

Resolução e comentário: Para ser aprovado esse estudante precisa ter média maior ou igual a 60. Como cada prova tem um peso diferente, iremos utilizar o cálculo de média ponderada pra obtermos a na nota N_4 . Dessa forma:

$$\frac{46 \cdot 20\% + 60 \cdot 10\% + 50 \cdot 30\% + N_4 \cdot 40\%}{100\%} \geq 60$$

$$3020 + 40N_4 \geq 6000$$

$$N_4 \geq 74,5$$

Alternativa: C

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C7	H28	Mediana

Figura 76 – Questão 170 (Enem 2017)



Fonte: INEP, 2017, p. 27

Resolução e comentário: Organizando os dados do gráfico em rol obtemos:

6,8; 7,5; 7,6; 7,6; 7,7; 7,9; 7,9; 8,1; 8,2; 8,5; 8,5; 8,6; 8,9; 9,0

Como temos uma quantidade par de elementos nesse rol, a mediana será dada pela média aritmética dos dois elementos centrais, assim a mediana é:

$$\frac{7,9 + 8,1}{2} = 8$$

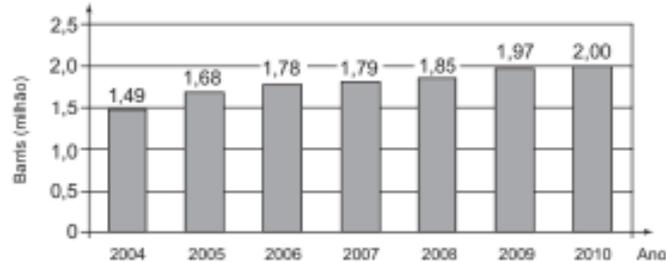
Alternativa: B

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2º aplicação/ amarelo	C7	H27	Média aritmética

Figura 77 – Questão 140 (Enem 2016 – 2º aplicação)

QUESTÃO 140

O gráfico mostra a média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, no período de 2004 a 2010.



Estimativas feitas naquela época indicavam que a média de produção diária de petróleo no Brasil, em 2012, seria 10% superior à média dos três últimos anos apresentados no gráfico.

Disponível em: <http://blogs.estadao.com.br>. Acesso em: 2 ago. 2012.

Se essas estimativas tivessem sido confirmadas, a média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, em 2012, teria sido igual a

- A** 1,940.
- B** 2,134.
- C** 2,167.
- D** 2,420.
- E** 6,402.

Fonte: INEP, 2016, p. 20

Resolução e comentário: Como apresentado no texto a média dos anos 2008, 2009 e 2010 é:

$$M = \frac{1,85 + 1,97 + 2,00}{3} = \frac{5,82}{3} = 1,94$$

Dessa forma, pela estimativa a média de 2012 será ter um aumento de 10% de 1,94, portanto será de:

$$(100\% + 10\%) \cdot 1,94 = 1,1 \cdot 1,94 = 2,134$$

Alternativa: E

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1º aplicação/ amarelo	C7	H30	Desvio Padrão

Figura 78 – Questão 141 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 141

O procedimento de perda rápida de “peso” é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66 kg, Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três “pesagens” antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos “pesos”. As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª pesagem (kg)	2ª pesagem (kg)	3ª pesagem (kg)	Média	Mediana	Desvio padrão
I	78	72	66	72	72	4,90
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três “pesagens”, os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta.

A primeira luta foi entre os atletas

- A** I e III.
- B** I e IV.
- C** II e III.
- D** II e IV.
- E** III e IV.

Fonte: INEP, 2016, p. 19

Resolução e comentário: O desvio padrão fornecido na tabela, nos fornece qual atleta foi mais ou menos regular com relação as pesagens.

O atleta mais regular foi o III, já que foi aquele que apresentou o menor desvio padrão e o atleta menos regular foi o II, pois apresentou o maior desvio padrão.

Assim, a primeira luta ocorrerá entre os atletas II e III.

Alternativa: C

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C7	H27	Média aritmética

Figura 79 – (Questão 166 (Enem 2015))

QUESTÃO 166 ◇◇◇◇◇

Um concurso é composto por cinco etapas. Cada etapa vale 100 pontos. A pontuação final de cada candidato é a média de suas notas nas cinco etapas. A classificação obedece à ordem decrescente das pontuações finais. O critério de desempate baseia-se na maior pontuação na quinta etapa.

Candidato	Média nas quatro primeiras etapas	Pontuação na quinta etapa
A	90	60
B	85	85
C	80	95
D	60	90
E	60	100

A ordem de classificação final desse concurso é

- A** A, B, C, E, D.
- B** B, A, C, E, D.
- C** C, B, E, A, D.
- D** C, B, E, D, A.
- E** E, C, D, B, A.

Fonte: INEP, 2015, p. 28

Resolução e comentário: Para entendermos melhor vamos continuar organizando os dados por candidato na tabela acima, calculando na última coluna a média das 5 etapas.

Tabela 5 – Complementando a tabela dada na questão 166 (Enem 2015)

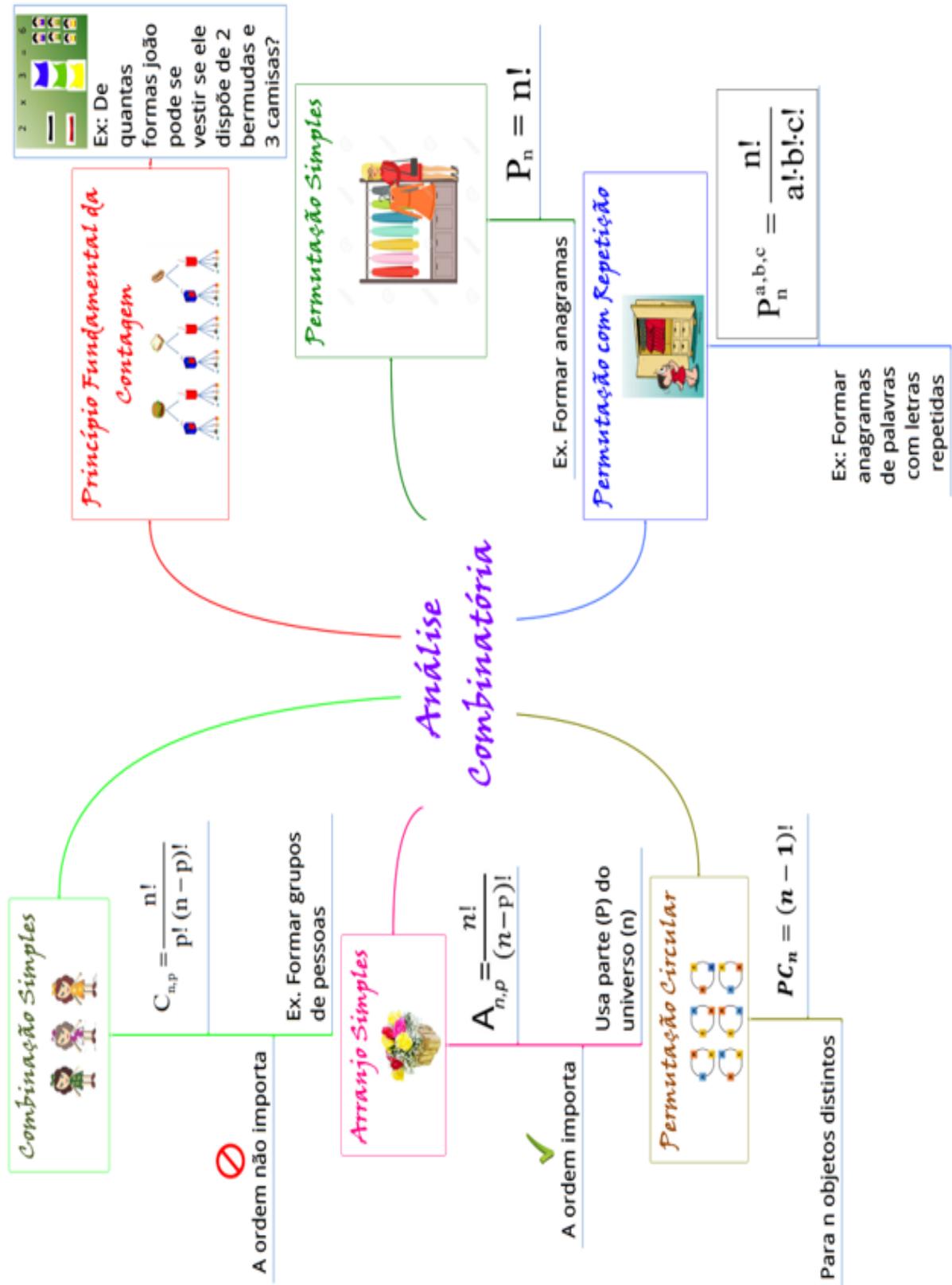
Candidato	Média nas 4 primeiras etapas	Pontuação na 5ª etapa	Pontuação Final/ Média das 5 etapas
A	90	60	$\frac{4.90+60}{5} = 84$
B	85	85	$\frac{4.85+85}{5} = 85$
C	80	95	$\frac{4.80+95}{5} = 83$
D	60	90	$\frac{4.60+90}{5} = 66$
E	60	100	$\frac{4.60+100}{5} = 68$

Fonte: Elaborada pela autora

Logo, a ordem de classificação desse concurso que leva em conta a ordem crescente de média é: B, A, C, E e D.

Alternativa: B

Figura 80 – Mapa Mental: Análise Combinatória



Fonte: Elaborada pela autora

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C1	H2	Combinação

Figura 81 – Questão 137 (Enem 2019)

Questão 137

Uma empresa confecciona e comercializa um brinquedo formado por uma locomotiva, pintada na cor preta, mais 12 vagões de iguais formato e tamanho, numerados de 1 a 12. Dos 12 vagões, 4 são pintados na cor vermelha, 3 na cor azul, 3 na cor verde e 2 na cor amarela. O trem é montado utilizando-se uma locomotiva e 12 vagões, ordenados crescentemente segundo suas numerações, conforme ilustrado na figura.



De acordo com as possíveis variações nas colorações dos vagões, a quantidade de trens que podem ser montados, expressa por meio de combinações, é dada por

- A $C_{12}^4 \times C_{12}^3 \times C_{12}^3 \times C_{12}^2$
- B $C_{12}^4 + C_8^3 + C_5^3 + C_2^2$
- C $C_{12}^4 \times 2 \times C_8^3 \times C_5^2$
- D $C_{12}^4 + 2 \times C_{12}^3 + C_{12}^2$
- E $C_{12}^4 \times C_8^3 \times C_5^3 \times C_2^2$

Fonte: INEP, 2019, p. 17

Resolução e comentário: Com os 12 vagões de iguais formatos e tamanhos, numerados de 1 a 12, a quantidade de trens que podemos montar de acordo com as condições do enunciado são:

$$C_{12}^4 \times C_8^3 \times C_5^3 \times C_2^2$$

Alternativa: E

Dica: Como não importa a ordem da escolha, temos um problema que envolve combinação. Neste caso temos 4 escolhas a fazer, por esse motivo as 4 combinações. De 12 vagões inicialmente escolhemos 4 pra a cor vermelha. Em seguida dos 8 que restaram escolhemos 3 para a cor azul. Logo após dos 5 restantes escolhemos 3 para a cor verde e por fim os dois últimos ficam para cor amarela. Por fim vale ressaltar que como serão feitas as 4 escolhas, devemos multiplica-las. Seria

a soma, como apresentado na alternativa B, se a tivéssemos que fazer a escolha da cor vermelha, “ou” a escolha da cor azul, “ou” a escolha da cor verde, “ou” a escolha da cor amarela.

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2018/ amarelo	C1	H2	Combinação

Figura 82 – Questão 161 (Enem 2018)

QUESTÃO 161

O Salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em *design* e tecnologia.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 4 fev. 2015 (adaptado).

Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete.

Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante.

Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é

- A A_{10}^4
- B C_{10}^4
- C $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$
- D $A_4^2 \times A_6^2 \times 2 \times 2$
- E $C_4^2 \times C_6^2$

Fonte: INEP, 2018, p. 24

Resolução e comentário: Inicialmente para a escolha dos 2 carros compactos entre os 4 disponibilizados, como não importa a ordem, teremos: C_4^2

Para a escolha das duas caminhonetes entre as 6 disponibilizadas, como a ordem não importa, teremos: C_6^2

Como existem dois estandes, um na entrada e um na região central do salão, e cada um deles, ficará exposto um carro e uma caminhonete, teremos 2 opções de escolha pra colocar qual carro em cada estande e 2 opções de escolha pra colocar qual caminhonete em cada estande. Dessa forma uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é: $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$

Alternativa: C

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C1	H2	Princípio Fundamental da Contagem

Figura 83 – Questão 167 (Enem 2017)

QUESTÃO 167

O comitê organizador da Copa do Mundo 2014 criou a logomarca da Copa, composta de uma figura plana e o *slogan* "Juntos num só ritmo", com mãos que se unem formando a taça Fifa. Considere que o comitê organizador resolvesse utilizar todas as cores da bandeira nacional (verde, amarelo, azul e branco) para colorir a logomarca, de forma que regiões vizinhas tenham cores diferentes.



Disponível em: www.pt.fifa.com. Acesso em: 19 nov. 2013 (adaptado).

De quantas maneiras diferentes o comitê organizador da Copa poderia pintar a logomarca com as cores citadas?

- A** 15
- B** 30
- C** 108
- D** 360
- E** 972

Fonte: INEP, 2017, p. 26

Resolução e comentário: Como se trata de uma figura plana, temos apenas as 6 regiões que são visíveis na imagem. Para a primeira parte a ser pintada teremos 4 opções de escolha (qualquer uma das 4 cores disponibilizadas), já para a segunda parte a ser pintada (vizinha a parte já pintada) teremos apenas 3 opções de cores para pinta-la, pois não podemos pintar com a mesma cor da sua região vizinha. Para a terceira parte que é vizinha a segunda teremos também 3 possibilidades de escolha para a cor, excluindo apenas a cor que foi pintada a segunda região (que é apenas ela sua vizinha já pintada) e assim para as demais partes teremos sempre 3 cores para escolha, eliminando apenas a cor da região vizinha já pintada.

Assim, a quantidade de maneiras diferentes do comitê organizador da Copa poderia pintar a logomarca com as cores citadas são: $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 972$

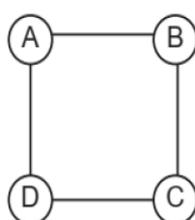
Alternativa: E

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2º aplicação/ amarelo	C1	H2	Princípio Fundamental da Contagem

Figura 84 – Questão 170 (Enem 2016 – 2º aplicação)

QUESTÃO 170

Para estimular o raciocínio de sua filha, um pai fez o seguinte desenho e o entregou à criança juntamente com três lápis de cores diferentes. Ele deseja que a menina pinte somente os círculos, de modo que aqueles que estejam ligados por um segmento tenham cores diferentes.



De quantas maneiras diferentes a criança pode fazer o que o pai pediu?

- A** 6
- B** 12
- C** 18
- D** 24
- E** 72

Fonte: INEP, 2016, p. 28

Resolução e comentário: Temos dois casos a considerar:

1º caso: Se dois círculos não adjacentes, o A e o C por exemplo, forem pintados com a mesma cor, teremos 3 opções para o círculo A ou C e 1 opção pra o outro (já que serão pintados com a mesma cor), já para o círculo B teremos duas opções de escolha, excluindo apenas a cor que foi utilizada nos círculos A e C. da mesma forma que teremos apenas duas opções de cores para o círculo D. Dessa forma, o número de possibilidades para esse caso é:

$$3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

2º caso: Se os dois círculos não adjacentes, o A e o C por exemplo, forem pintados com cores diferentes, teremos 3 opções para o primeiro círculo e 2 opções para o segundo, já para o círculo B, por exemplo, teremos apenas 1 opção, já que não podemos usar nem a cor do círculo A nem a cor do círculo C, da mesma forma que o círculo D, que teremos apenas uma opção de cor. Dessa forma, o número de possibilidades para esse caso é:

$$3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$

Como é possível que aconteça o 1º caso “OU” o 2º caso o total de maneiras diferentes da criança fazer o que o pai pediu é:

$$12 + 6 = 18$$

Alternativa: C

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1º aplicação/ amarelo	C1	H2	Princípio Fundamental da Contagem

Figura 85 – Questão 153 (Enem 2016 – 1 aplicação)

QUESTÃO 153 

Para cadastrar-se em um *site*, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.

Disponível em: www.infowester.com. Acesso em: 14 dez. 2012.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse *site* é dado por

- A** $10^2 \cdot 26^2$
- B** $10^2 \cdot 52^2$
- C** $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2!}$
- D** $10^2 \cdot 26^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$
- E** $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$

Fonte: INEP, 2016, p. 23

Resolução e comentário: Para a escolha da senha teremos 52 (26 letras minúsculas + 26 letras maiúsculas) possibilidades para a escolha do primeiro caractere que é composto pela letra assim como 52 possibilidades de escolha para o segundo caractere que também é composto por uma letra. Para o terceiro caractere teremos 10 (número de algarismos distintos) possibilidades de escolha e para a última escolha do algarismo também 10 possibilidades de escolha. Outra coisa relevante a observar nesta questão é que as letras e os algarismos podem ocupar qualquer posição, logo teremos uma permutação com repetição para a quantidade de ordenação desses caracteres. Dessa forma, o número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse site é dado por:

$$52 \cdot 52 \cdot 10 \cdot 10 \cdot P_{2,2}^4 = 10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$$

Alternativa: E

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C1	H2	Princípio Fundamental da Contagem

Figura 86 – Questão 142 (Enem 2015)

QUESTÃO 142 ◇◇◇◇◇

Numa cidade, cinco escolas de samba (I, II, III, IV e V) participaram do desfile de Carnaval. Quatro quesitos são julgados, cada um por dois jurados, que podem atribuir somente uma dentre as notas 6, 7, 8, 9 ou 10. A campeã será a escola que obtiver maior pontuação na soma de todas as notas emitidas. Em caso de empate, a campeã será a que alcançar a maior soma das notas atribuídas pelos jurados no quesito Enredo e Harmonia. A tabela mostra as notas do desfile desse ano no momento em que faltava somente a divulgação das notas do jurado B no quesito Bateria.

Quesitos	1. Fantasia e Alegoria		2. Evolução e Conjunto		3. Enredo e Harmonia		4. Bateria		Total
	A	B	A	B	A	B	A	B	
Jurado									
Escola I	6	7	8	8	9	9	8		55
Escola II	9	8	10	9	10	10	10		66
Escola III	8	8	7	8	6	7	6		50
Escola IV	9	10	10	10	9	10	10		68
Escola V	8	7	9	8	6	8	8		54

Quantas configurações distintas das notas a serem atribuídas pelo jurado B no quesito Bateria tornariam campeã a Escola II?

- A** 21
- B** 90
- C** 750
- D** 1 250
- E** 3 125

Fonte: INEP, 2015, p. 21

Resolução e comentário: Inicialmente observe que as escolas I, III, e V, mesmo que recebam a nota máxima do jurado B no quesito bateria não poderão ser ganhadoras pois suas notas somadas serão inferiores comprando com as demais escolas. Observe também que em caso de empate entre as escolas II e IV a escola II será campeã, pois ganha no quesito enredo e harmonia. Assim a escola II será campeã se as pontuações das escolas II e IV forem:

Tabela 6 – Dados retirados da questão 142 (Enem 2015)

	Opção 1	Opção 2	Opção 3	Opção 4	Opção 5	Opção 6
Escola II	8	9	9	10	10	10
Escola IV	6	6	7	6	7	8

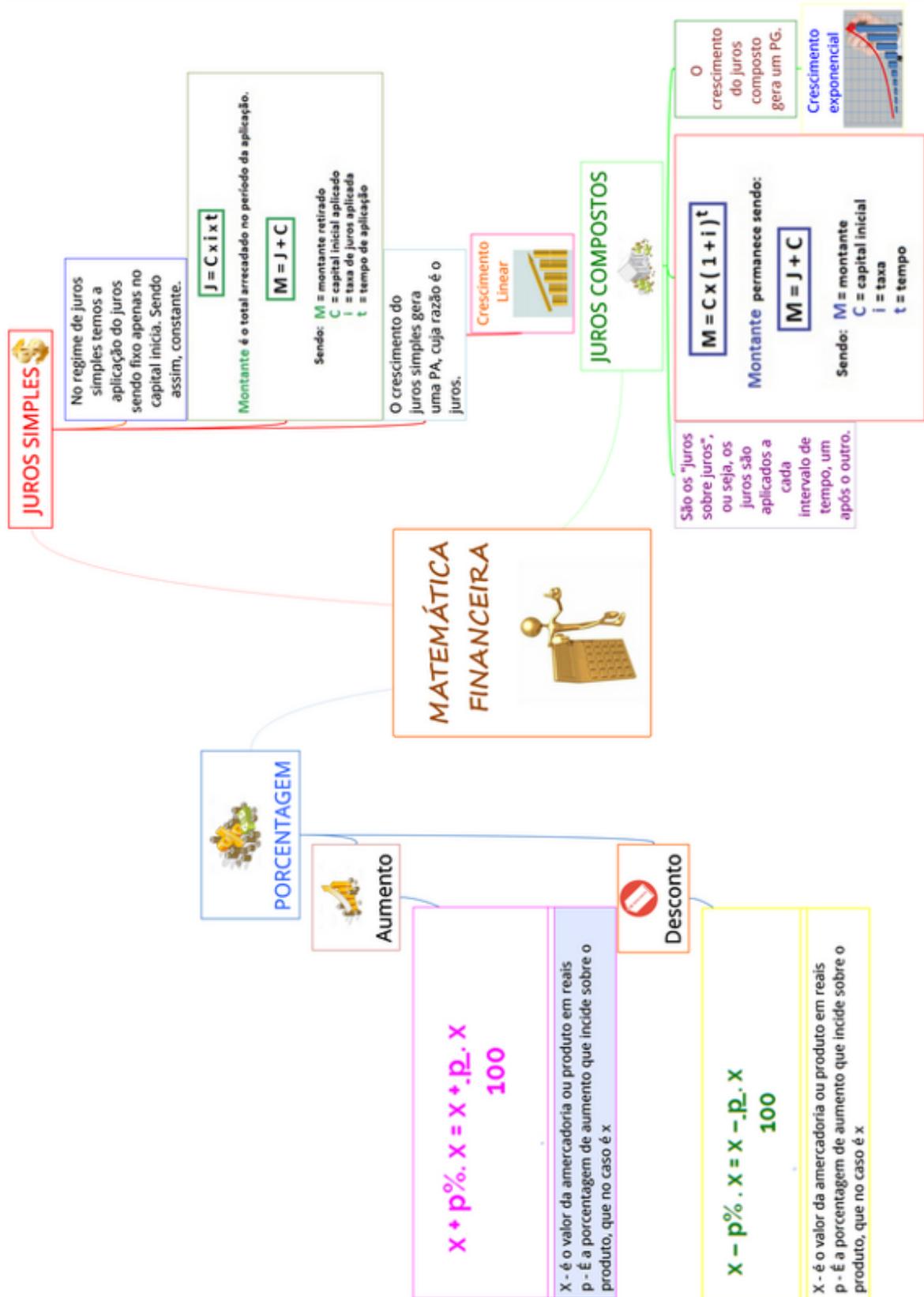
Fonte: Elaborada pela autora

Assim teremos 6 possibilidades de a escola II ficar em primeiro lugar e a escola IV em segundo lugar. Já as demais escolas possuem cada uma 5 possibilidades do jurado B dá sua nota sem influenciar na colocação da escola II. Portanto, a quantidade de configurações distintas das notas a serem atribuídas pelo jurado B no quesito Bateria para tornar a escola II campeã é:

$$6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 750$$

Alternativa: C

Figura 87 – Mapa Mental: Matemática Financeira



Fonte: Elaborada pela autora

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C5	H23	Juros Compostos

Figura 88 – Questão 154 (Enem 2019)

Questão 154

Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado.

O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

- A 398,02.
- B 400,00.
- C 401,94.
- D 404,00.
- E 406,02.

Fonte: INEP, 2019, p. 22

Resolução e comentário: Seja x o valor do produto à vista, em reais. Esse valor foi dividido em duas parcelas na qual chamaremos de y (a primeira) e z (a segunda).

Assim, o valor à vista y da primeira parcela corresponde a:

$$(100\% + 10\%) \cdot y = 202,00$$

$$1,1 \cdot y = 202,00$$

$$y = 200,00$$

O valor à vista z da segunda parcela corresponde a:

$$(100\% + 10\%)^2 \cdot z = 204,20$$

$$(1,1)^2 \cdot z = 204,20$$

$$1,21 \cdot z = 204,20$$

$$Y = 200,00$$

Portanto, o valor à vista, em real que deverá constar na note fiscal é:

$$y + z = 200,00 + 200,00 = 400,00$$

Alternativa: B

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2018/ amarelo	C1	H3	Porcentagem

Figura 89 – Questão 167 (Enem 2018)

QUESTÃO 167

Devido ao não cumprimento das metas definidas para a campanha de vacinação contra a gripe comum e o vírus H1N1 em um ano, o Ministério da Saúde anunciou a prorrogação da campanha por mais uma semana. A tabela apresenta as quantidades de pessoas vacinadas dentre os cinco grupos de risco até a data de início da prorrogação da campanha.

Balanço parcial nacional da vacinação contra a gripe			
Grupo de risco	População (milhão)	População já vacinada	
		(milhão)	(%)
Crianças	4,5	0,9	20
Profissionais de saúde	2,0	1,0	50
Gestantes	2,5	1,5	60
Indígenas	0,5	0,4	80
Idosos	20,5	8,2	40

Disponível em: <http://portalsaude.saude.gov.br>. Acesso em: 16 ago. 2012.

Qual é a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas?

- A** 12
- B** 18
- C** 30
- D** 40
- E** 50

Fonte: INEP, 2018, p. 26

Resolução e comentário: Inicialmente vamos somar os dados dado na tabela pra sabermos o total da população que deverá ser vacinada: $4,5 + 2,0 + 2,5 + 0,5 + 20,5 = 30$ milhões.

Agora vamos somar os dados da tabela para sabermos quantas pessoas já foram vacinadas: $0,9 + 1,0 + 1,5 + 0,4 + 8,2 = 12$ milhões.

Logo, a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas é:

$$\frac{12}{30} = 0,4 = 40\%$$

Alternativa: D

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C1	H3	Porcentagem

Figura 90 – Questão 172 (Enem 2017)

QUESTÃO 172

A energia solar vai abastecer parte da demanda de energia do *campus* de uma universidade brasileira. A instalação de painéis solares na área dos estacionamentos e na cobertura do hospital pediátrico será aproveitada nas instalações universitárias e também ligada na rede da companhia elétrica distribuidora de energia.

O projeto inclui 100 m² de painéis solares que ficarão instalados nos estacionamentos, produzindo energia elétrica e proporcionando sombra para os carros. Sobre o hospital pediátrico serão colocados aproximadamente 300 m² de painéis, sendo 100 m² para gerar energia elétrica utilizada no *campus*, e 200 m² para geração de energia térmica, produzindo aquecimento de água utilizada nas caldeiras do hospital.

Suponha que cada metro quadrado de painel solar para energia elétrica gere uma economia de 1 kWh por dia e cada metro quadrado produzindo energia térmica permita economizar 0,7 kWh por dia para a universidade. Em uma segunda fase do projeto, será aumentada em 75% a área coberta pelos painéis solares que geram energia elétrica. Nessa fase também deverá ser ampliada a área de cobertura com painéis para geração de energia térmica.

Disponível em: <http://agenciabrasil.etc.com.br>. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

Para se obter o dobro da quantidade de energia economizada diariamente, em relação à primeira fase, a área total dos painéis que geram energia térmica, em metro quadrado, deverá ter o valor mais próximo de

- A 231.
- B 431.
- C 472.
- D 523.
- E 672.

Fonte: INEP, 2017, p. 27

Resolução e comentário: Inicialmente o projeto inicial prevê 200m² de painéis geradores de energia elétrica (100m² do hospital e 100m² do estacionamento) e 200m² de energia térmica. Assim, a economia em kWh, é:

- Para a energia elétrica: 200 · 1kWh = 200 kWh
- Para a energia térmica: 200 · 0,7kWh = 140 kWh
- Totalizando: 200kWh + 140kWh = 340 kWh

Na segunda parte do projeto, a economia em energia elétrica deverá aumentar em 75%, isso equivale a: $200 + 75\% \cdot 200 = 200 + 0,75 \cdot 200 = 350$ kWh Como é solicitado o dobro da quantidade de energia economizada diariamente, em relação a primeira fase, teremos um total de $2 \cdot 340 = 680$ kWh. Como desses 680 kWh, 350 kWh são de energia elétrica, a economia em energia térmica será de 330kWh. E como cada metro quadrado de painel de energia térmica

permite economizar 0,7 kWh por dia, temos que o número que representa a área dos painéis, em metros quadrados, que geram energia térmica será:

$$\frac{330}{0,7} \simeq 472$$

Alternativa: C

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C1	H3	Porcentagem

Figura 91 – Questão 155 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 155

Um produtor de maracujá usa uma caixa-d'água, com volume V , para alimentar o sistema de irrigação de seu pomar. O sistema capta água através de um furo no fundo da caixa a uma vazão constante. Com a caixa-d'água cheia, o sistema foi acionado às 7 h da manhã de segunda-feira. Às 13 h do mesmo dia, verificou-se que já haviam sido usados 15% do volume da água existente na caixa. Um dispositivo eletrônico interrompe o funcionamento do sistema quando o volume restante na caixa é de 5% do volume total, para reabastecimento.

Supondo que o sistema funcione sem falhas, a que horas o dispositivo eletrônico interromperá o funcionamento?

- A) Às 15 h de segunda-feira.
- B) Às 11 h de terça-feira.
- C) Às 14 h de terça-feira.
- D) Às 4 h de quarta-feira.
- E) Às 21 h de terça-feira.

Fonte: INEP, 2016, p. 24

Resolução e comentário: Seja x a hora, a partir das 7h de segunda-feira, para que o volume da caixa seja 5% do total. As 13h já se passado 6h e já havia usado 15% do volume da caixa. Assim para que se tenha usado 95% temos:

$$6h \text{ --- } 15\%$$

$$xh \text{ --- } 95\%$$

$$x = \frac{95 \cdot 6}{15} = 38h$$

Dessa forma, 38 horas a partir das 7h da segunda-feira será 21h da terça-feira.

Alternativa: E

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1ª aplicação/ amarelo	C1	H3	Porcentagem

Figura 92 – Questão 164 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 164 

O LIRAA, Levantamento Rápido do Índice de Infestação por *Aedes aegypti*, consiste num mapeamento da infestação do mosquito *Aedes aegypti*. O LIRAA é dado pelo percentual do número de imóveis com focos do mosquito, entre os escolhidos de uma região em avaliação.

O serviço de vigilância sanitária de um município, no mês de outubro do ano corrente, analisou o LIRAA de cinco bairros que apresentaram o maior índice de infestação no ano anterior. Os dados obtidos para cada bairro foram:

- I. 14 imóveis com focos de mosquito em 400 imóveis no bairro;
- II. 6 imóveis com focos de mosquito em 500 imóveis no bairro;
- III. 13 imóveis com focos de mosquito em 520 imóveis no bairro;
- IV. 9 imóveis com focos de mosquito em 360 imóveis no bairro;
- V. 15 imóveis com focos de mosquito em 500 imóveis no bairro.

O setor de dedetização do município definiu que o direcionamento das ações de controle iniciarão pelo bairro que apresentou o maior índice do LIRAA.

Disponível em: <http://bvsmis.saude.gov.br>. Acesso em: 28 out. 2015.

As ações de controle iniciarão pelo bairro

- A** I.
- B** II.
- C** III.
- D** IV.
- E** V.

Fonte: INEP, 2016, p. 26

Resolução e comentário: Pelos dados do enunciado da questão temos:

$$\text{I} - \frac{14}{400} = 0,035 = 3,5\%$$

$$\text{II} - \frac{6}{500} = 0,012 = 1,2\%$$

$$\text{III} - \frac{13}{520} = 0,025 = 2,5\%$$

$$\text{IV} - \frac{9}{360} = 0,025 = 2,5\%$$

$$\text{V} - \frac{15}{500} = 0,03 = 3\%$$

Assim, o bairro que apresentou o maior índice do LIRAA foi o bairro I.

Alternativa: A

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C1	H3	Juros – Porcentagem

Figura 93 – Questão 152 (Enem 2015)

QUESTÃO 152 ◇◇◇◇◇

Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180 000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- A** 2 075,00.
- B** 2 093,00.
- C** 2 138,00.
- D** 2 255,00.
- E** 2 300,00.

Fonte: INEP, 2015, p. 32

Resolução e comentário: De acordo com os dados do enunciado na décima prestação, o saldo devedor é, em reais: $180000 - 9 \cdot 500 = 175500,00$

Assim a décima prestação será:

$$500 + 1\% \cdot 175500 = 500 + 0,01 \cdot 175500 = 500 + 1755 = 2255,00$$

Alternativa: D

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C1	H3	Porcentagem

Figura 94 – Questão 155 (Enem 2015)

QUESTÃO 155 ◇◇◇◇◇

Segundo dados apurados no Censo 2010, para uma população de 101,8 milhões de brasileiros com 10 anos ou mais de idade e que teve algum tipo de rendimento em 2010, a renda média mensal apurada foi de R\$ 1 202,00. A soma dos rendimentos mensais dos 10% mais pobres correspondeu a apenas 1,1% do total de rendimentos dessa população considerada, enquanto que a soma dos rendimentos mensais dos 10% mais ricos correspondeu a 44,5% desse total.

Disponível em: www.estadao.com.br. Acesso em: 16 nov. 2011(adaptado).

Qual foi a diferença, em reais, entre a renda média mensal de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais ricos e de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais pobres?

- A** 240,40
- B** 548,11
- C** 1 723,67
- D** 4 026,70
- E** 5 216,68

Fonte: INEP, 2015, p. 32

Resolução e comentário: Chamando de x a população de brasileiros com 10 anos ou mais de idade. Temos $x = 101,8$ milhões. A receita gerada pela população x foi R\$ $1202,00 \cdot x$, a receita gerada pelos 10% mais pobres foi de $1,1\% \cdot 1202 \cdot x$ e a renda média mensal de um brasileiro com 10 anos ou mais foi:

$$\frac{1,1\% \cdot 1202 \cdot x}{10\% \cdot x} = 132,22$$

E a receita gerada pelos 10% mais ricos foi de $44,5\% \cdot 1202,00 \cdot x$ e a renda mensal de um brasileiro com 10 anos ou mais destes foi:

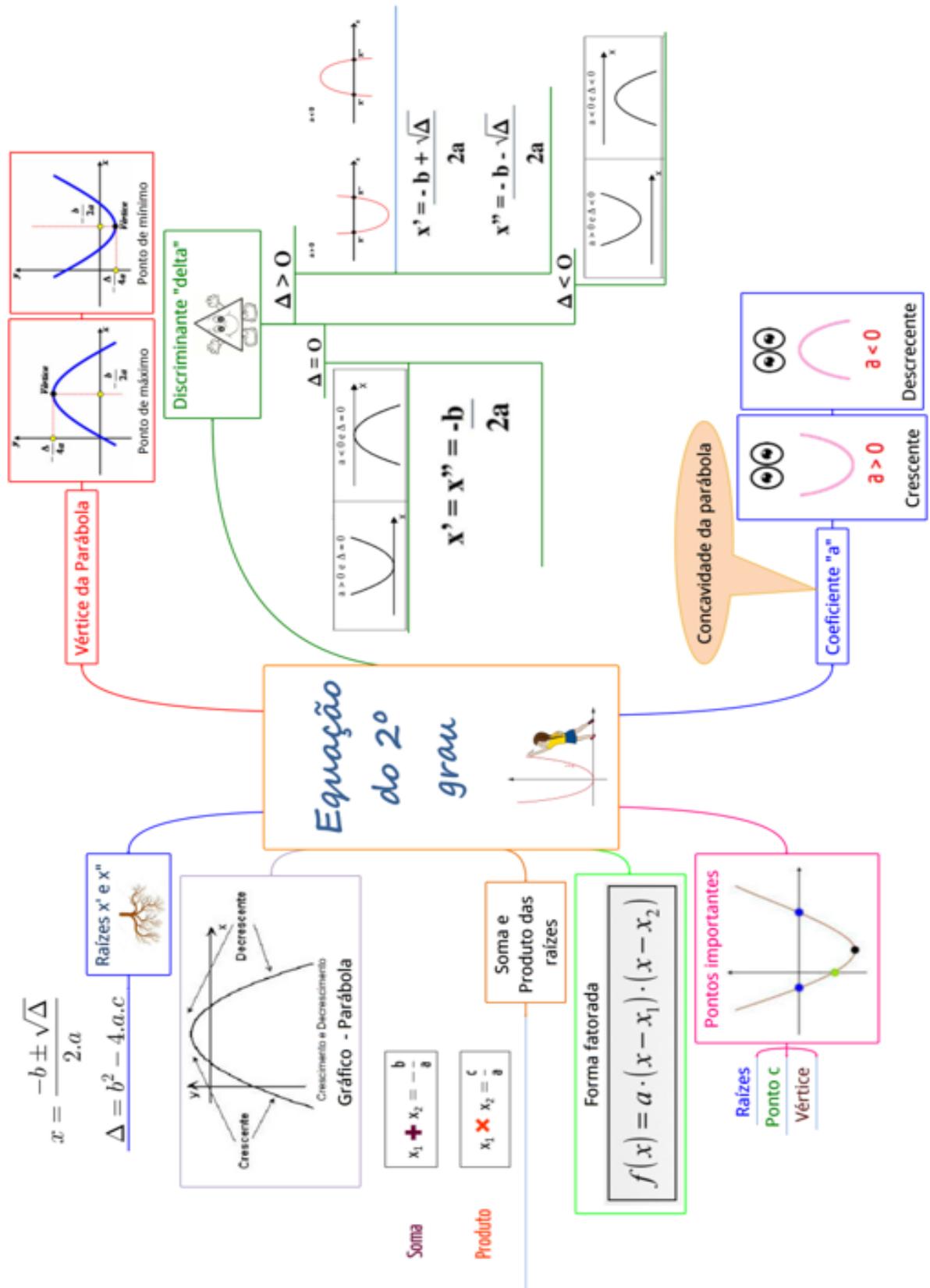
$$\frac{44,5\% \cdot 1202 \cdot x}{10\% \cdot x} = 5348,90$$

Dessa forma, a diferença, em reais, entre as rendas médias dos brasileiros que estavam nas duas faixas foi de:

$$5348,90 - 132,22 = 5216,68$$

Alternativa: E

Figura 95 – Mapa Mental: Equação do 2º Grau



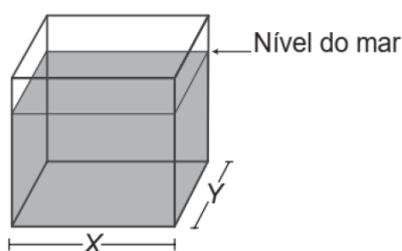
Fonte: Elaborada pela autora

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C5	H22	Sistema de equações/ equação do 2º grau

Figura 96 – Questão 168 (Enem 2017))

QUESTÃO 168

Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.



Quais devem ser os valores de X e de Y , em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

- A** 1 e 49
- B** 1 e 99
- C** 10 e 10
- D** 25 e 25
- E** 50 e 50

Fonte: INEP, 2017, p. 26

Resolução e comentário: Pelos dados do enunciado acima, temos que a área (A) da base do viveiro e o perímetro da base ($P = 100m$) do viveiro, são dados por:

$$A = x \cdot y \quad (1)$$

$$P = 2x + 2y = 100 \Rightarrow x + y = 50 \Rightarrow y = 50 - x \quad (2)$$

Substituindo 1 em 2, obtemos:

$$A(x) = x \cdot (50 - x) = -x^2 + 50x \quad (3)$$

Para que a área seja máxima devemos encontrar o valor máximo para x (x do vértice), isto é:

$$X_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-50}{2 \cdot (-1)} = 25 \quad (4)$$

Substituindo 4 em 2, obtemos:

$$y = 50 - 25 = 25 \quad (5)$$

Portanto, os valores de x e de y , em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima, são: $x = y = 25$

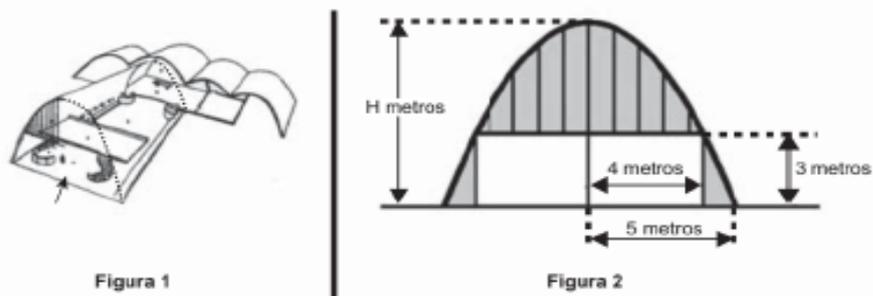
Alternativa: B

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C5	H20	Equação do 2º grau

Figura 97 – Questão 176 (Enem 2017)

QUESTÃO 176

A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.



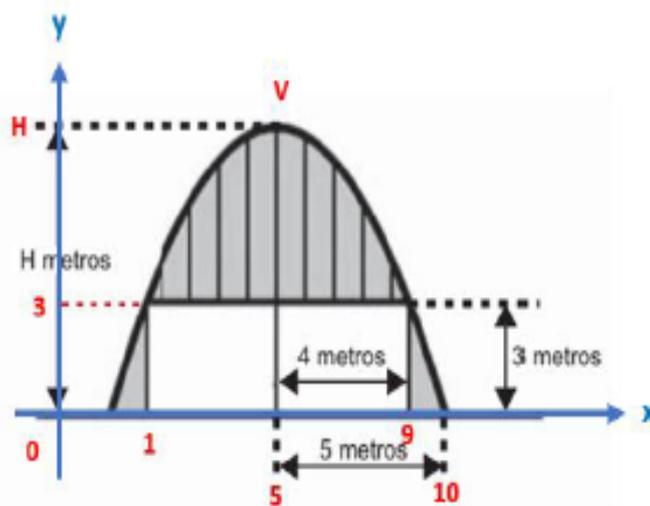
Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

- A $\frac{16}{3}$
- B $\frac{31}{5}$
- C $\frac{25}{4}$
- D $\frac{25}{3}$
- E $\frac{75}{2}$

Fonte: INEP, 2017, p.30

Resolução e comentário: Analise a figura abaixo:

Figura 98 – Parábola para resolução da questão 176 (Enem 2017 – Prova amarela)



Fonte: Elaborada pela autora

Pela figura acima, temos que as raízes são 0 e 10, logo uma equação do segundo grau

com coeficiente “a” que pode ser representada por essa parábola é:

$$y = a \cdot x \cdot (x - 10) \quad (6)$$

Vamos agora substituir o ponto (1,3) dados no gráfico na equação 6

$$3 = a \cdot 1 \cdot (1 - 10)$$

$$-9 \cdot a = 3$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

Dessa forma, a equação 6 é dada por:

$$y = -\frac{1}{3} \cdot x^2 + \frac{10}{3}x \quad (7)$$

A medida H solicitada será dada pelo ponto máximo da parábola, isto é, pelo, Y_V , logo:

$$Y_V = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)}{4a} = \frac{-\left(\left(\frac{10}{3}\right)^2 + 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0\right)}{4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{-\frac{100}{9}}{\frac{4}{3}} = -\frac{100}{9} \cdot \frac{3}{4} = -\frac{25}{3}m$$

Alternativa: D

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2º aplicação/ amarelo	C5	H19/H23	Equação do 2º grau

Figura 99 – Questão 147 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 147

Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia.

A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer.

A segunda dedetização começou no

- A** 19º dia.
- B** 20º dia.
- C** 29º dia.
- D** 30º dia.
- E** 60º dia.

Fonte: INEP, 2016, p. 21

Resolução e comentário: Como $f(t)$ indica o número de infectados no dia t , temos que:

$$f(t) = 1600 = -2t^2 + 120t$$

Assim, calculando as raízes da equação $-2t^2 + 120t - 1600 = 0$, encontramos os dias em que o número de infectados atingiu 1600 pessoas.

Aplicando a fórmula de Bhaskara, obtemos:

$$X_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = \frac{-120 + \sqrt{120^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1600)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-120 + \sqrt{14400 - 12800}}{-4} = 20$$

e

$$X_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = \frac{-120 - \sqrt{120^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1600)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-120 - \sqrt{14400 - 12800}}{-4} = 40$$

Portanto a segunda dedetização começou no 20º dia.

Alternativa: B

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1º aplicação / amarelo	C5	H22	Equação do 2º grau

Figura 100 – Questão 152 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 152

Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola:

$$y = 9 - x^2, \text{ sendo } x \text{ e } y \text{ medidos em metros.}$$

Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $\frac{2}{3}$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel.

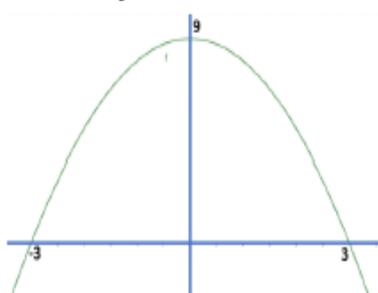
Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

- A** 18
- B** 20
- C** 36
- D** 45
- E** 54

Fonte: INEP, 2016, p. 23

Resolução e comentário: O gráfico abaixo representa a parábola da equação $y = 9 - x^2$. Para calcular a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado, precisamos da base do túnel ($b = 3 - (-3) = 6$) e da altura do túnel ($h = 9$)

Figura 101 – Esquema do gráfico para equação dada na questão 152 (Enem 2016 – 1ª aplicação – Prova amarela)



Fonte: Elaborada pela autora

Dessa forma, a área é dada por:

$$\frac{2}{3} \cdot b \cdot h = \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot 9 = 36m^2$$

Alternativa: C

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C5	H21	Equação do 2º grau

Figura 102 – Questão 136 (Enem 2015)

QUESTÃO 136 ◇◇◇◇◇

Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = -h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \leq T \leq 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \leq T \leq 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como

- A** muito baixa.
- B** baixa.
- C** média.
- D** alta.
- E** muito alta.

Fonte: INEP, 2015, p. 19

Resolução e comentário: De acordo com o enunciado da questão a maior temperatura T ocorrerá quando a $T(h) = -h^2 + 22h - 85$ atingir seu valor máximo, dado por:

$$T = Y_V = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)}{4a} = -\frac{22^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-85)}{4 \cdot (-1)} = -\frac{484 - 340}{-4} = 36$$

Como $30 \leq T \leq 43$, temos que a temperatura no interior da estufa está classificada como alta.

Alternativa: D

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C5	H21/H23	Equação do 2º grau - Raízes

Figura 103 – Questão 157 (Enem 2015)

QUESTÃO 157 ◇◇◇◇◇

Uma padaria vende, em média, 100 pães especiais por dia e arrecada com essas vendas, em média, R\$ 300,00. Constatou-se que a quantidade de pães especiais vendidos diariamente aumenta, caso o preço seja reduzido, de acordo com a equação

$$q = 400 - 100p,$$

na qual q representa a quantidade de pães especiais vendidos diariamente e p , o seu preço em reais.

A fim de aumentar o fluxo de clientes, o gerente da padaria decidiu fazer uma promoção. Para tanto, modificará o preço do pão especial de modo que a quantidade a ser vendida diariamente seja a maior possível, sem diminuir a média de arrecadação diária na venda desse produto.

O preço p , em reais, do pão especial nessa promoção deverá estar no intervalo

- A** R\$ $0,50 \leq p < R\$ 1,50$
- B** R\$ $1,50 \leq p < R\$ 2,50$
- C** R\$ $2,50 \leq p < R\$ 3,50$
- D** R\$ $3,50 \leq p < R\$ 4,50$
- E** R\$ $4,50 \leq p < R\$ 5,50$

Fonte: INEP, 2015, p. 25

Resolução e comentário: A arrecadação média $R(p)$ em reais, em função do preço p , caso o preço seja p e a quantidade de pães vendida seja $q = 400 - 100p$ será:

$$R(p) = (400 - 100p) \cdot p$$

Para que essa arrecadação seja R\$300,00, devemos ter:

$$(400 - 100p) \cdot p = 300$$

$$p^2 - 4p + 3 = 0 \tag{8}$$

Calculando as raízes da equação 8, obtemos:

$$p = 1 \text{ ou } p = 3$$

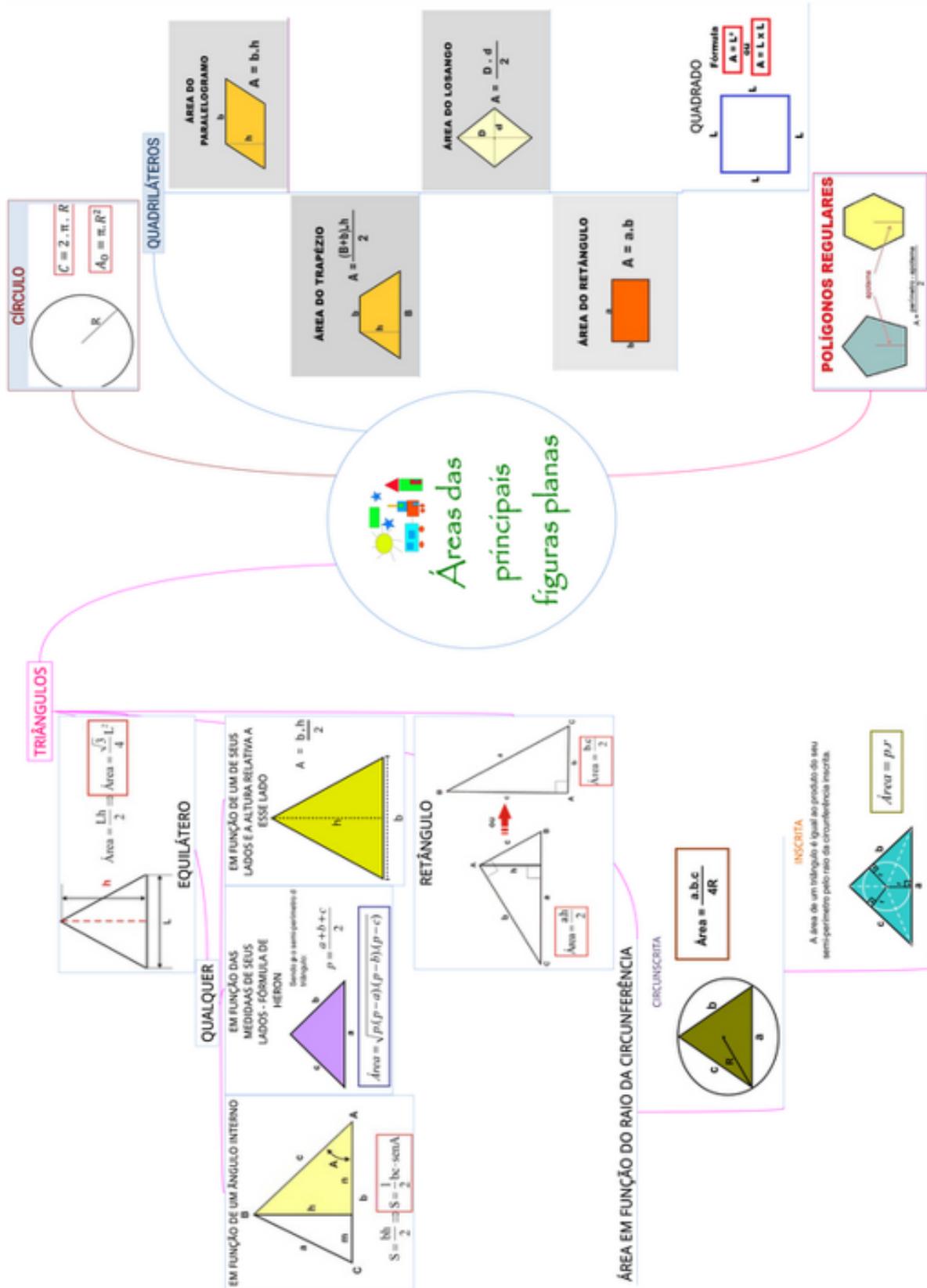
Note que o preço atual é R\$3,00, pois $\frac{R\$300,00}{100} = R\$3,00$

Dessa forma, para se manter a arrecadação de R\$300,00 , o preço deverá ser baixado para R\$1,00.

E assim, $R\$0,50 \leq R\$1,00 \leq R\$1,50$

Alternativa: B

Figura 104 – Mapa Mental: Áreas das principais figuras planas



Fonte: Elaborada pela autora

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C2	H9	Área do círculo

Figura 105 – Questão 146 (Enem 2019)

Questão 146

Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo 6 m, é cercada por grama. A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em 8 m, o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente. O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais 100 m² de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada.

Utilize 3 como aproximação para π .

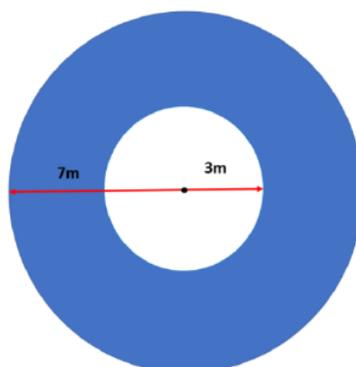
A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque

- A** será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 21 m².
- B** será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 24 m².
- C** será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 48 m².
- D** não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 108 m².
- E** não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 120 m².

Fonte: INEP, 2019, p. 20

Resolução e comentário: Como o diâmetro do círculo vai ser aumentado de 6m para 14m (aumento em 8m) a área aumentada corresponde a coroa circular mostrada na figura abaixo:

Figura 106 – Esquema da área fornecida pela questão 146 (Enem 2019 – Prova amarela)



Fonte: Elaborada pela autora

Calculando a área da coroa circular, temos:

$$\pi \cdot 7^2 - \pi \cdot 3^2 = \pi \cdot (49 - 9) = 3 \cdot 40 = 120m^2$$

Logo, o material disponível ($100m^2$) em estoque não será suficiente.

Alternativa: E

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C2	H9	Áreas

Figura 107 – Questão 137 (Enem 2017)

QUESTÃO 137

Um garçom precisa escolher uma bandeja de base retangular para servir quatro taças de espumante que precisam ser dispostas em uma única fileira, paralela ao lado maior da bandeja, e com suas bases totalmente apoiadas na bandeja. A base e a borda superior das taças são círculos de raio 4 cm e 5 cm, respectivamente.



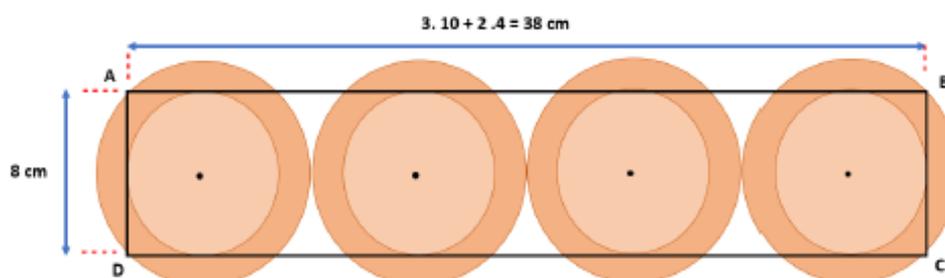
A bandeja a ser escolhida deverá ter uma área mínima, em centímetro quadrado, igual a

- A 192.
- B 300.
- C 304.
- D 320.
- E 400.

Fonte: INEP, 2017, p.16

Resolução e comentário: Como as taças precisam ser dispostas em uma única fileira e deve apresentar a menor área possível temos que a bandeja deve apresentar o formato do retângulo ABCD da Figura abaixo:

Figura 108 – Imagem do fundo da bandeja com os dados fornecidos pela questão 137 (Enem 2017- Prova amarela))



Fonte: Elaborada pela autora

O retângulo ABCD tem base medindo 3 vezes o diâmetro do círculo maior (borda superior), mais 2 vezes o raio do círculo menor (base da taça) e base medindo o diâmetro do círculo menor. Assim a área da bandeja (retângulo ABCD) deverá ter área mínima de:
 $38 \cdot 8 = 304 \text{cm}^2$.

Alternativa: C

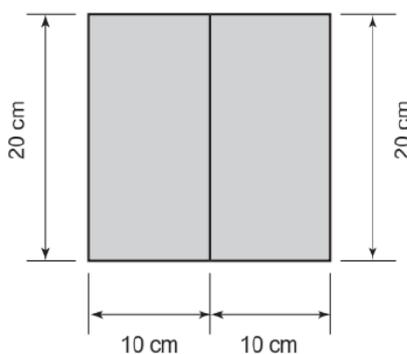
Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C2	H8	Áreas

Figura 109 – Questão 145 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 145

Um agricultor vive da plantação de morangos que são vendidos para uma cooperativa. A cooperativa faz um contrato de compra e venda no qual o produtor informa a área plantada.

Para permitir o crescimento adequado das plantas, as mudas de morango são plantadas no centro de uma área retangular, de 10 cm por 20 cm, como mostra a figura.



Atualmente, sua plantação de morangos ocupa uma área de 10 000 m², mas a cooperativa quer que ele aumente sua produção. Para isso, o agricultor deverá aumentar a área plantada em 20%, mantendo o mesmo padrão de plantio.

O aumento (em unidade) no número de mudas de morango em sua plantação deve ser de

- A** 10 000.
- B** 60 000.
- C** 100 000.
- D** 500 000.
- E** 600 000.

Fonte: INEP, 2016, p.21

Resolução e comentário: O aumento da área plantada corresponde a 20% de 10000m² que equivale a 2000m².

Como cada muda necessita de uma região retangular de 10cm por 20cm, a área que cada muda ocupa é de $10 \cdot 20 = 200\text{cm}^2 = 0,02\text{m}^2$.

Assim, para o acréscimo da área de plantação serão necessárias:

$$\frac{2000}{0,02} = 100000 \text{ mudas}$$

Alternativa: C

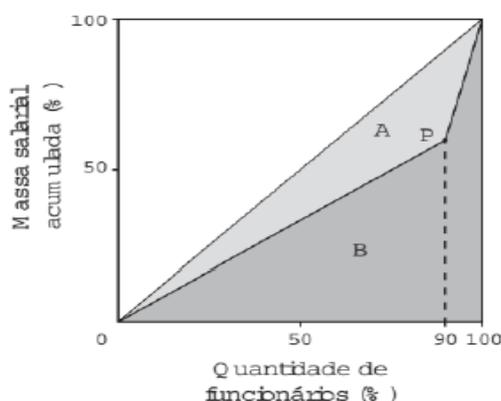
Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1ª aplicação/ amarelo	C2	H9	Área

Figura 110 – Questão 154 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 154

A distribuição de salários pagos em uma empresa pode ser analisada destacando-se a parcela do total da massa salarial que é paga aos 10% que recebem os maiores salários. Isso pode ser representado na forma de um gráfico formado por dois segmentos de reta, unidos em um ponto P , cuja abscissa tem valor igual a 90, como ilustrado na figura.

No eixo horizontal do gráfico tem-se o percentual de funcionários, ordenados de forma crescente pelos valores de seus salários, e no eixo vertical tem-se o percentual do total da massa salarial de todos os funcionários.



O Índice de Gini, que mede o grau de concentração de renda de um determinado grupo, pode ser calculado pela razão $\frac{A}{A+B}$, em que A e B são as medidas das áreas indicadas no gráfico.

A empresa tem como meta tornar seu Índice de Gini igual ao do país, que é 0,3. Para tanto, precisa ajustar os salários de modo a alterar o percentual que representa a parcela recebida pelos 10% dos funcionários de maior salário em relação ao total da massa salarial.

Disponível em: www.ipeaq.gov.br. Acesso em: 4 maio 2016.

Para atingir a meta desejada, o percentual deve ser

- A** 40%
- B** 20%
- C** 60%
- D** 30%
- E** 70%

Fonte: INEP, 2016, p.23

Resolução e comentário: Inicialmente vamos calcular a área da região B que é formada por um triângulo e um trapézio, usaremos o ponto P de coordenadas $(90, y_p)$. dessa forma a área da região B , será:

$$B = \frac{90 \cdot y_p}{2} + \frac{(100 + y_p) \cdot 10}{2} = 45y_p + 500 + 5y_p = 50y_p + 500$$

A área da região A pode ser obtida pela diferença entre a área de toda região $(A+B)$

pela área da região B , assim temos:

$$A = A_{(A+B)} - B = \frac{100 \cdot 100}{2} - 50y_p - 500 = 4500 - 50y_p$$

Dessa forma substituindo os dados acima na razão $\frac{A}{A+B} = 0,3$, obtemos:

$$\frac{A}{A+B} = 0,3 = \frac{4500 - 50y_p}{5000}$$

$$50y_p = 4500 - 1500$$

$$y_p = 60$$

Assim, 60% representa a parcela da massa salarial recebida pelos 90% que ganham os menores salários e 40% representa a parcela recebida pelos 10% que recebem os maiores salários.

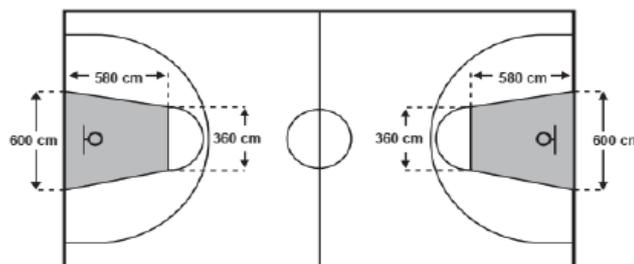
Alternativa: A

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C2	H8	Área

Figura 111 – Questão 161 (Enem 2015)

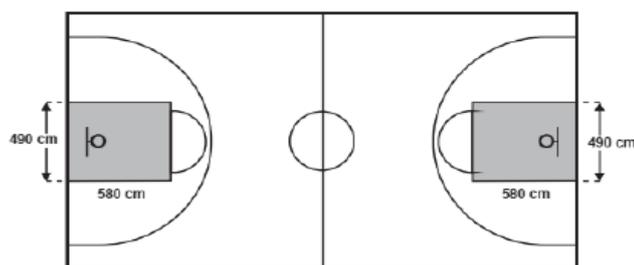
QUESTÃO 161 ◇◇◇◇◇

O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

- A** aumento de 5 800 cm².
- B** aumento de 75 400 cm².
- C** aumento de 214 600 cm².
- D** diminuição de 63 800 cm².
- E** diminuição de 272 600 cm².

Fonte: INEP, 2015, p. 26

Resolução e comentário: Pelos dados da primeira figura temos que a área de cada garrafão (A_1) correspondem a área de um trapézio de medidas indicadas na figura. Assim, temos:

$$A_1 = \frac{(600 + 360) \cdot 580}{2} = 278400 \text{ cm}^2$$

E pelos dados da segunda figura temos que a área de cada garrafão (A_2) corresponde a

área de um retângulo cujas medidas estão indicadas na figura. Assim, temos:

$$A_2 = 580 \cdot 490 = 284200 \text{ cm}^2$$

Portanto, o aumento da área de cada garrafão, em cm^2 , foi de:

$$A_2 - A_1 = 284200 - 278400 = 5800$$

Alternativa: A

CONCLUSÃO

Para a realização deste trabalho foi feita uma análise a respeito da Matriz de Referência, possibilitando a identificação das competências e habilidades avaliadas nos itens que compõem as provas de matemática, do Enem aplicadas de 2015 a 2019.

A escolha do tema foi motivada pela importância atual dada ao Enem e pela necessidade da autora, como Professora do ensino básico a buscar mais conhecimento acerca desse exame e alternativas que incentivassem e ajudassem os alunos nesse processo de revisão e aprofundamento dos temas, que apareciam com mais frequência nas últimas provas e assim a dissertação torna-se-ia uma oportunidade para aprimoramento da metodologia, o que contribuiu para fortalecer a formação como docente.

Acreditando que é tarefa fundamental do professor é elaborar estratégias que aliem abordagens metodológicas diferenciadas para tornar o ensino atraente e significativo e que o aluno seja sujeito e construtor de sua aprendizagem, a proposta da utilização de mapas mentais representa uma estratégia pedagógica que possibilita a criação de um ensino significativo. O uso dos mapas mentais pelos professores, em suas tarefas cotidianas pode auxiliá-los para o ensino dos novos assuntos, para reforçar a compreensão de um assunto já ministrado, verificar a aprendizagem por meio da avaliação do processo de ensino, bem como realizar avaliação para verificar se os objetivos foram alcançados e as relações conceituais estabelecidas.

Os mapas mentais demonstram ser uma ferramenta adequada, porque possibilitam ao aluno e ao professor desenvolver um processo cognitivo de aprendizagem em que ele próprio orienta a obtenção de novas informações, nas quais estarão diretamente relacionadas com a estrutura de conhecimento prévio, ele ainda pode ser utilizado, tanto como uma estratégia de ensino/aprendizagem, como uma ferramenta avaliativa. Como instrumento de avaliação da aprendizagem, eles podem ser usados para se obter uma visualização da organização conceitual que o estudante atribui a um dado conhecimento. Trata-se de buscar informações sobre os significados e relações significativas entre os conceitos da matéria de ensino, segundo o ponto de vista do aluno. É mais apropriada para uma avaliação qualitativa, formativa, da aprendizagem. E ainda, quando o conteúdo estiver formatado em mapas, pode-se rapidamente revisá-lo e reativar o aprendizado.

Assim entendemos que os mapas mentais podem ajudar no processo ensino-aprendizagem

possibilitando aos alunos a ampliação do seu conhecimento e significado ao que está sendo aprendido. Nesse caso o aluno é o construtor do seu conhecimento e o faz por meio de uma aprendizagem significativa, aprendendo a partir de relações com suas experiências, compreendendo por meio do que se está aprendendo e o que já se sabe. Levando-se em conta que toda aprendizagem depende de conhecimentos prévios.

Foi possível observar que a utilização da construção dos mapas mentais, no decorrer das aulas de revisão para a prova do Enem, foi importante para o ensino e aprendizagem. A partir da análise dos mapas foi possível identificar a construção do conhecimento por parte dos estudantes. Destacamos ainda, que durante a elaboração dos mapas, foi notório o empenho dos estudantes, os quais mostravam-se interessados e animados.

Desse modo, espera-se que este trabalho sirva de apoio pedagógico ao professor do Ensino Médio que queira aprofundar seus conhecimentos acerca das abordagens mais frequentes que o Enem tem utilizado e, ainda sirva como material de estudo aos estudantes que queiram analisar peculiaridades de abordagem que aparecem nos itens deste exame. Por fim, convidamos você leitor, aluno, professor, a desenvolver e implementar práticas de estudos utilizando mapas mentais.

REFERÊNCIAS

- AUSUBEL D. P, Novak JD, Hanesian H. **Psicologia da Educação**. Rio de Janeiro: Interamericana; 1980.
- AUSUBEL, D. P. **aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel** São Paulo: Moraes, 1983.
- BORUCHOVITCH, E. **Estratégias de aprendizagem e desempenho escolar: considerações para a prática educacional**. Psicologia: reflexão e crítica, Porto Alegre, v. 12, n. 2, 1999. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0102-79721999000200008&script=sci_arttext&tlng=pt>. Acesso em: 10 dez. 2019.
- BOVO, V.; HERMANN, W. **Mapas Mentais – Enriquecendo Inteligências**. Edição dos autores, 2005.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 10 ago. de 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2012b) **Guia do Participante: Entenda a sua Nota no Enem**. Brasília: INEP/MEC.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. **Matrizes de referência do Enem**. Brasília, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 1988.
- BUZAN, T. **Mapas mentais**. Rio de Janeiro, RJ: Sextante, 2009.
- BZUNECK, J. A. **Aprendizagem por processamento de informação: uma visão construtivista**. In: BORUCHOVITCH, E.; BZUNECK, J. A. (Orgs.) **Aprendizagem: processos psicológicos e o contexto social da escola**. Petrópolis: Vozes, p. 17-54, 2004.
- COSTA, Ramon Dantas. **Análise de questões do Novo Enem relativas à Proporcionalidade empregando a metodologia Análise de Conteúdo**. 2019. 136 f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.
- DOUGLAS, Felipe Lima Willian. **Mapas Mentais e Memorização par as Provas e Concursos**. 4. ed. Niterói: Impetus, 2015.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**. Editora EGA. P. 92, 1996.

GALANTE, Carlos Eduardo da Silva. O uso de mapas conceituais e de mapas mentais como ferramentas pedagógicas no contexto educacional do ensino superior. **Revista de Estudos de Gestão, Jurídicos e Financeiros**. Brasília, ano IV, Número 11, Jul./Ago., 2013.

INEP. **Portal do Inep**. Disponível em <<http://portal.inep.gov.br/conheca-o-inep>>. Acesso em: 12 Out. 2019.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Enem 2015**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2015. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2015/CAD_ENEM%202015_DIA%202_05_AMARELO.pdf>. 12 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Enem 2016 1º Aplicação**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2016. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_05_AMARELO.pdf>. 12 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Enem 2016 2º Aplicação**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2016. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_05_AMARELO_2.pdf>. 12 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Enem 2017**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2017. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/cad_5_prova_amarelo_12112017.pdf>. 12 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Enem 2018**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2018. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2018/2DIA_05_AMARELO_BAIXA.pdf>. 12 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Enem 2019**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2019. Disponível em <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2019/caderno_de_questoes%202_dia_caderno_5_amarelo_aplicacao_regular.pdf>. 12 Jan. 2020.

KEIDANN, G. L. **Utilização de Mapas Mentais na Inclusão Digital**. In: GT3 – COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS PERSPECTIVAS TEÓRICO – METODOLÓGICAS, II Encontro de Educomunicação da Região Sul, 2013, Ijuí. Artigo. Ijuí/RS, 2013.

KRAISIG, Ângela Renata. BRAIBANTE, Mara Elisa Fortes. Mapas mentais: Instrumento para a construção do conhecimento científico relacionado à temática “cores”. **SOUTH AMERICAN journal of Basic Education, Technical and Technological**. ISSN: 2446-4821. v. 4, n. 2, p. 70-83, 2017.

MOREIRA, M. A. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. Porto Alegre, 1997. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/moreira/mapasport.pdf>>. Acesso em: 5 jan. 2020.

MORETTO, V. P. **Construtivismo: a produção do conhecimento em aula**. Rio de Janeiro: DP&A editora, 2003.

ONTORIA, A. P.; LUQUE, A.; GOMEZ, J. P. R. **Aprender com os mapas mentais: uma estratégia para pensar e estudar**. 2. ed. São Paulo: Editora Madras, 2006.

RABELO, M. L. **Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

RAMALHO, Betânia Leite; NÚNEZ, Isauro Beltrán. **Diagnóstico das necessidades formativas de professores do ensino médio no contexto das reformas curriculares**. Revista Educação em Questão, v.40, n. 26, jan/jun, Natal/RN, 2011.

SOUZA, Nadja Aparecida. **Mapas conceituais e avaliação formativa: tecendo aproximações**. Universidade Estadual de Campinas. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 36, n. 3, p. 785-810, Set./Dez., 2010.

VILELA, V. V. **Modelos e métodos para usar mapas mentais: usos detalhados de mapas mentais para seu cotidiano, seu aprendizado e suas realizações**. 5ª ed. Brasília: edição do autor, 2012.

XMIND. Download for Windows. Versão 8. Disponível em: <<https://www.xmind.net/download/>>. Acessado em: 10 Jun. 2019.

APÊNDICES

Apêndice A – Análise da edição do Enem 2018 (caderno amarelo)

QUESTÃO	COMPETÊNCIA	HABILIDADE	CONTEÚDO
136	C5	H21	Equação do 2º grau
137	C2/C5	H9/H21	Volume
138	C5	H23	Gráfico cartesiano – função
139	C6	H26	Análise de gráficos
140	C2	H8	Geometria Plana – triângulo equilátero
141	C6	H24	Análise de gráficos
142	C1	H2	Princípio de contagem
143	C1	H3	Situação problema – conhecimentos numéricos
144	C3/C4	H14/H15	Proporção
145	C1/C4	H3/H17	Porcentagem
146	C1	H4	MDC
147	C4	H15/H18	Regra de 3 simples
148	C2	H6	Representação de figura geométrica
149	C7	H28	Probabilidade
150	C6/C1	H25/H3	Leitura de gráficos e operações básicas
151	C2	H8	Áreas de figuras planas
152	C1	H3	Juros – porcentagem
153	C1	H1	Operações numéricas
154	C5/C4	H21/H17	Análise e aplicação de fórmula
155	C1	H5	Porcentagem
156	C2	H7	Poliedros – identificação
157	C5	H21/H23	Equação do 2º grau- raízes
158	C1	H5	Porcentagem
159	C5	H19	Identificar a expressão algébrica

160	C7	H27	Mediana
161	C2	H8	Área de figuras planas
162	C1	H3	MDC
163	C2	H8	Volume
164	C2/C1	H7/H3	Identificar o polígono/ Porcentagem
165	C5	H22	Expressão algébrica por análise de gráfico
166	C7	H27	Média aritmética
167	C2	H8	Volume
168	C5	H20	Sistemas coordenados
169	C1	H1	Operações numéricas
170	C1	H2	Combinação
171	C2	H8	Área
172	C4	H15	Transformação de unidades e relação entre grandezas
173	C6/C4	H25/H18	Dados de tabelas/ regra de 3 simples
174	C2	H8	Volume
175	C7	H28	Probabilidade
176	C5	H19	Equação trigonométrica
177	C1	H1	Representação dos números
178	C6	H24	Análise de gráfico
179	C2	H8	Volume
180	C7	H28	Probabilidade

Apêndice B – Análise da edição do Enem 2016 - 1ª aplicação (caderno amarelo)

QUESTÃO	COMPETÊNCIA	HABILIDADE	CONTEÚDO
136	C5	H20	Cálculo do coeficiente angular
137	C2/C4	H8/H16	Volume/grandezas direta e inversamente proporcionais
138	C6/C1	H25/H3	Dados de gráficos/ porcentagem
139	C6	H26	Análise de gráfico
140	C6	H25	Análise de gráfico – cálculo de velocidade
141	C7	H30	Desvio padrão
142	C1	H3	Operações numéricas
143	C5	H20	Gráfico cartesiano – equação do 1º grau
144	C7/C1	H27/H1	Média aritmética
145	C5	H21	Equação logarítmica
146	C2	H9	Volume
147	C7	H28	Probabilidade
148	C7	H27	Média aritmética
149	C1	H5	Operações numéricas
150	C7	H27	Moda
151	C6/C1	H25/H3	Análise de tabela/ porcentagem
152	C5/C1	H22/H1	Equação do 2º grau / operações numéricas
153	C1	H2	Princípio fundamental da contagem
154	C2/C1	H9/H3	Área/ Porcentagem
155	C5/C1	H23/H3	Equações algébricas / porcentagem
156	C1	H5	Situação -problema / operações numéricas
157	C1	H2	Combinação
158	C1	H1	Sistema numérico
159	C2	H9	Dimensão de figuras geométricas

160	C6	H24	Análise de gráfico
161	C1	H5	Operações numéricas
162	C2	H7	Figuras geométricas
163	C6	H24	Análise de gráficos
164	C1	H3	Porcentagem
165	C5	H20	Análise de Gráfico cartes
166	C2	H8	Áreas
167	C7	H27	Média aritmética
168	C3	H14	Operações numéricas
169	C4	H16	Regra de 3 simples
170	C1	H4	Progressão aritmética
171	C5	H20	Distância entre pontos
172	C2	H6	Projeção ortogonal
173	C3	H12	Razão e proporção
174	C5	H21	Cálculo com expressão algébrica
175	C2	H8	Volume
176	C3/C1	H11/H3	Escalas/ porcentagem
177	C4	H15	Transformação de unidades
178	C2	H6	Representação bidimensional de um objeto
179	C1/C4	H5/H16	Operações numéricas / regra de 3 simples
180	C7	H27	Média

Apêndice C – Análise da edição do Enem 2016 - 2ª aplicação (caderno amarelo)

QUESTÃO	COMPETÊNCIA	HABILIDADE	CONTEÚDO
136	C6	H26	Análise de dados na tabela
137	C5	H20	Equações de retas-plano cartesiano
138	C5	H22	Equações algébricas
139	C4	H16	Regra de 3 simples – grandezas inversas
140	C7	H27	Média aritmética
141	C5	H21	Equações exponencial
142	C7	H27	Média aritmética
143	C3/C4	H11/H15	Escalas
144	C1	H5	Operações numéricas
145	C2/C1/C3	H8/H3/H14	Área/porcentagem/proporção
146	C2	H9	Volume
147	C5	H19/H23	Equação do 2 grau
148	C3	H11	Escalas
149	C2	H8	Teorema de Pitágoras
150	C5	H22	Equações – expressão algébrica
151	C1	H1	Operações numéricas
152	C2	H8	Numero de arestas, faces e vértices
153	C1	H3	Porcentagem
154	C4	H17	Proporção
155	C1/C4	H3/H16	Porcentagem / regra de 3 simples
156	C5	H19/H20	Gráfico/ expressão algébrica
157	C2	H6	Projeção de sólido geométrico
158	C2/C4	H8/H16	Volume
159	C5	H19/H23	Expressão algébrica
160	C1	H3	Operações numéricas
161	C2/C1	H8/H3	Volume
162	C5	H20	Análise de gráfico cartesiano
163	C1	H5	Operações numéricas

164	C7	H27	Média
165	C1	H4	Situação problema – operações básicas
166	C5	H21	Equações algébricas
167	C2	H8	Área
168	C6	H26	Informações em gráfico
169	C6	H24	Análise de gráfico
170	C1	H2	Princípio fundamental da contagem
171	C6	H24	Análise de gráfico
172	C6	H26	Dados retirados de tabela
173	C6	H24	Análise de tabela
174	C5	H21	Equação exponencial – gráfico
175	C6	H24	Análise de gráfico
176	C7	H28	Probabilidade
177	C6	H24	Análise de tabela
178	C1	H3	MMC
179	C2	H7	Triângulos
180	C7	H29	Probabilidade

Apêndice D – Análise da edição do Enem 2017(caderno amarelo)

QUESTÃO	COMPETÊNCIA	HABILIDADE	CONTEÚDO
136	C6	H24	Análise de gráfico
137	C2	H9	Área
138	C1	H5	Expressão algébrica
139	C2/C1	H8/H1	Volume/operações numéricas
140	C1	H2	Princípio de contagem
141	C1	H2	Combinação
142	C7	H28	Probabilidade
143	C4	H18	Proporção
144	C5	H19	Expressão algébrica
145	C5	H21	Aplicação na expressão algébrica dada
146	C5	H21	Equação trigonométrica
147	C2	H6	Movimentação de figuras
148	C7/C6	H27/H25	Média/ análise de tabela
149	C1	H2	Combinação
150	C4	H15	Relação entre grandezas
151	C6/C5	H25/H21	Análise de tabelas/formas algébricas
152	C3	H14	Razão e proporção
153	C6/C1	H25/H3	Análise de gráfico/porcentagem
154	C2	H7	Identificação de sólidos geométricos
155	C7	H29	Probabilidade
156	C6	H26	Análise de gráfico
157	C2	H9	Triângulo equilátero – altura
158	C2	H6	Movimentação – posição
159	C7	H27	Média aritmética
160	C5	H22	Geometria analítica - estudo de equação
161	C1	H5	Operações numéricas
162	C3/C4	H10/H15	Razão entre medidas

163	C2	H8	Lei do cosseno
164	C1	H1	Operações numéricas
165	C3	H11	Escala
166	C1	H5	Operações numéricas
167	C1	H2	Princípio fundamental da contagem
168	C5	H22	Sistema de equações – equação do 2º grau
169	C1	H4	Operações numéricas
170	C7	H27	Mediana
171	C1/C7	H2/H28	Análise combinatória/ probabilidade
172	C1	H3/H5	Porcentagem
173	C6	H24	Análise de gráficos
174	C6	H24	Análise de dados em figuras
175	C5	H22	Comprimento da circunferência
176	C5	H20	Equação do 2º grau
177	C3/C6	H10/H25	Razão entre medidas/análise de gráficos
178	C3/C6	H10/H25	Relação entre grandezas/análise de gráfico
179	C5	H19	Equação trigonométrica
180	C2	H8	Teorema de Pitágoras

Apêndice E – Análise da edição do Enem 2018 (caderno amarelo)

QUESTÃO	COMPETÊNCIA	HABILIDADE	CONTEÚDO
136	C3	H15	Operações numéricas
137	C1	H3	Porcentagem
138	C5	H19	Expressão numérica
139	C2	H7	Tipo de triângulo
140	C7	H28	Probabilidade
141	C3	H11	Escala
142	C1	H3	Porcentagem
143	C7	H27	Média aritmética
144	C3/C4	H10/H15	Escala
145	C5/C6	H19/H24	Equação trigonométrica/análise de gráfico
146	C2	H6	Formas de sólidos
147	C7	H27	Média
148	C2	H8	Teorema da bissetriz interna
149	C1	H1	Operações com números inteiros
150	C1	H1	Operações com frações
151	C6/C1	H25/H1	Análise de gráfico/operações numéricas
152	C4	H16	Regra de 3 simples
153	C1	H1	Operações com números inteiros
154	C7	H27	Média aritmética
155	C2	H6	Posição angular
156	C6/C1	H26/H1	Análise de tabelas/ operações com n ^o s inteiros
157	C5	H21	Comprimento do arco
158	C6/C1	H25/H1	Análise de tabela/ operações com números naturais
159	C1	H5	Operações numéricas

160	C1	H2	Padrões numéricos/ equações algébricas
161	C1	H2	Combinação
162	C7	H27	Média ponderada
163	C4	H16	Porcentagem
164	C6	H26	Representação de dados em matriz – análise
165	C5	H21	Equação exponencial – log
166	C5	H20	Análise de gráfico cartesiano
167	C6/C1	H25/H3	Análise de tabela/porcentagem
168	C5	H22	Problemas algébricos
169	C2	H9	Semelhança de triângulos
170	C2	H8	Relações com as faces do cilindro
171	C5	H21	Equação exponencial – log
172	C5	H19	Equação algébrica
173	C6/C7	H24/H30	Análise de tabelas
174	C2	H9	Análise de figuras/ triângulos
175	C1	H3	Porcentagem
176	C7	H29	Probabilidade
177	C3	H14	Razão e proporção
178	C5	H20	Interpretação gráfico cartesiano
179	C2	H8	Área da circunferência/teorema de Pitágoras
180	C7	H28	Probabilidade

Apêndice F – Análise da edição do Enem 2019 (caderno amarelo)

QUESTÃO	COMPETÊNCIA	HABILIDADE	CONTEÚDO
136	C1	H5	Operações numéricas
137	C1	H2	Combinação
138	C7/C6	H27/H24	Média aritmética/ análise de gráfico
139	C2	H6	Projeção ortogonal
140	C5	H21	Inequação logarítmica
141	C1/C3	H1/H12	Porcentagem, operações numéricas básicas
142	C6	H24	Análise de gráfico e figura
143	C1/C6	H1/H25	Operações com números naturais
144	C1	H5	Notação científica
145	C4	H16	Grandezas diretamente proporcionais
146	C2	H9	Área do círculo
147	C6	H24	Análise de gráfico
148	C6/C1	H25/H1	Análise de dados na matriz/operações com n ^o s naturais
149	C4	H16	Grandezas inversamente proporcionais
150	C6	H26	Análise de gráfico
151	C2	H9	Área de figuras planas
152	C1/C3	H3/H14	Porcentagem
153	C6	H26	Análise de tabelas
154	C5	H23	Juros compostos
155	C4	H18	Grandezas diretamente proporcionais – porcentagem
156	C4	H16	Grandezas inversamente proporcionais
157	C1	H3	Porcentagem
158	C5	H21	Equações logarítmicas
159	C1	H4	Padrões numéricos – sequências

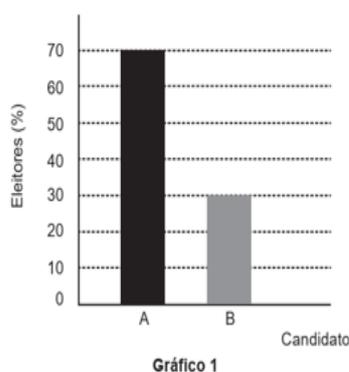
160	C1	H2	Princípio fundamental da contagem
161	C2	H7	Identificação de sólidos geométricos
162	C3	H11	Escalas
163	C5	H20	Análise de gráfico cartesiano
164	C7	H30	Exponenciais
165	C7	H29	Média aritmética
166	C7	H27	Média aritmética
167	C4	H15	Razão e proporção
168	C5/C1	H19/H1	Exponenciais – análise numérica
169	C2	H9	Área e volume
170	C1/C3	H3/H10	Operações numéricas
171	C2	H8	Teorema de Pitágoras
172	C7	H30	Estatística- média, moda e mediana
173	C5	H19	Equação algébrica
174	C5	H20	Distância entre pontos – gráfico cartesiano
175	C1/C6	H1/H26	Análise de gráfico
176	C7	H29	Probabilidade condicional
177	C3/C6	H12/H25	Análise de gráfico
178	C2	H8	Volume
179	C1	H3	Porcentagem
180	C5	H21	Função trigonométrica

Apêndice G – Simulado de matemática e suas tecnologias

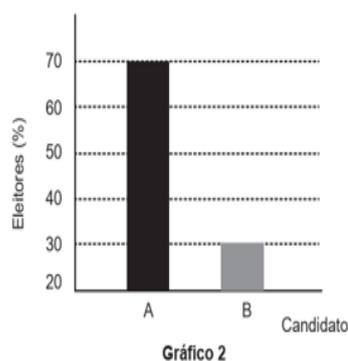
1. (Enem 2019 - Questão 155 – Prova amarela) Três sócios resolveram fundar uma fábrica. O investimento inicial foi de R\$ 1.000.000,00. E, independentemente do valor que cada um investiu nesse primeiro momento, resolveram considerar que cada um deles contribuiu com um terço do investimento inicial. Algum tempo depois, um quarto sócio entrou para a sociedade, e os quatro, juntos, investiram mais R\$ 800.000,00 na fábrica. Cada um deles contribuiu com um quarto desse valor. Quando venderam a fábrica, nenhum outro investimento havia sido feito. Os sócios decidiram então dividir o montante de R\$ 1.800.000,00 obtido com a venda, de modo proporcional à quantia total investida por cada sócio. Quais os valores mais próximos, em porcentagens, correspondentes às parcelas financeiras que cada um dos três sócios iniciais e o quarto sócio, respectivamente, receberam?

- a) 29,60 e 11,11.
- b) 28,70 e 13,89.
- c) 25,00 e 25,00.
- d) 18,52 e 11,11.
- e) 12,96 e 13,89.

2. (Enem 2017 - Questão 178 – Prova amarela) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.



Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.

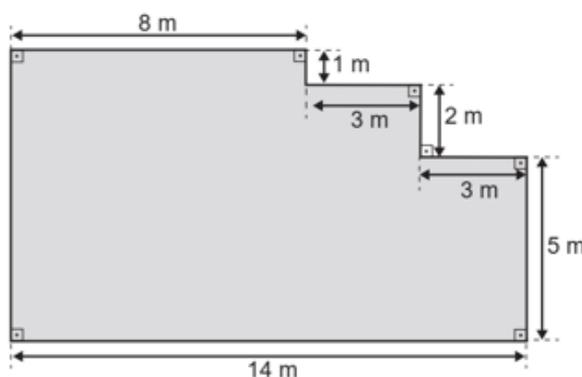


Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é

- a) 0
- b) $\frac{1}{2}$
- c) $\frac{1}{5}$
- d) $\frac{2}{15}$
- e) $\frac{8}{35}$

3. (Enem 2019 - Questão 169 – Prova amarela) Um mestre de obras deseja fazer uma laje com espessura de 5 cm utilizando concreto usinado, conforme as dimensões do projeto dadas na figura. O concreto para fazer a laje será fornecido por uma usina que utiliza caminhões com capacidades máximas de $2m^3$, $5m^3$ e $10m^3$ de concreto.



Qual a menor quantidade de caminhões, utilizando suas capacidades máximas, que o mestre de obras deverá pedir à usina de concreto para fazer a laje?

- a) Dez caminhões com capacidade máxima de $10m^3$.
- b) Cinco caminhões com capacidade máxima de $10m^3$.

- c) Um caminhão com capacidade máxima de $5m^3$.
- d) Dez caminhões com capacidade máxima de $2m^3$.
- e) Um caminhão com capacidade máxima de $2m^3$.

4. (Enem 2016 – 2ª aplicação - Questão 167 – Prova amarela) O proprietário de um restaurante deseja comprar um tampo de vidro retangular para a base de uma mesa, como ilustra a figura



Sabe-se que a base da mesa, considerando a borda externa, tem a forma de um retângulo, cujos lados medem AC 105 cm e AB 120 cm. Na loja onde será feita a compra do tampo, existem cinco tipos de opções de tampos, de diferentes dimensões, e todos com a mesma espessura, sendo:

Tipo 1: 110 cm x 125 cm

Tipo 2: 115 cm x 125 cm

Tipo 3: 115 cm x 130 cm

Tipo 4: 120 cm x 130 cm

Tipo 5: 120 cm x 135 cm

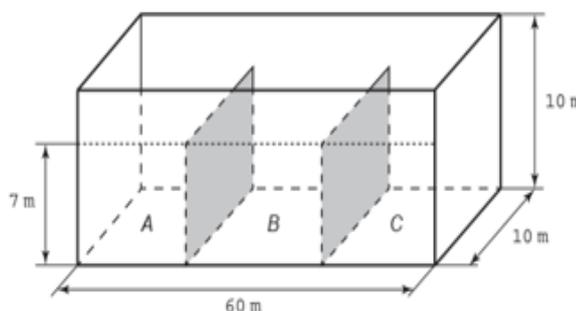
O proprietário avalia, para comodidade dos usuários, que se deve escolher o tampo de menor área possível que satisfaça a condição: ao colocar o tampo sobre a base, de cada lado da borda externa da base da mesa, deve sobrar uma região, correspondendo a uma moldura em vidro, limitada por um mínimo de 4 cm e máximo de 8 cm fora da base da mesa, de cada lado.

Segundo as condições anteriores, qual é o tipo de tampo de vidro que o proprietário avaliou que deve ser escolhido?

- a) 1
- b) 2

- c) 3
- d) 4
- e) 5

5. (Enem 2016 – 1ª aplicação - Questão 146 – Prova amarela) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C. Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisorias. Após o fim do vazamento, o volume do petróleo derramado terá sido de

- a) $1,4 \times 10^3 m^3$
- b) $1,8 \times 10^3 m^3$
- c) $2,0 \times 10^3 m^3$
- d) $3,2 \times 10^3 m^3$
- e) $6,0 \times 10^3 m^3$

6. (Enem 2015 - Questão 174 – Prova amarela) Para economizar em suas contas mensais de água, uma família de 10 pessoas deseja construir um reservatório para armazenar a água captada das chuvas, que tenha capacidade suficiente para abastecer uma família por 20 dias. Cada pessoa da família consome, diariamente, $0,08 m^3$ de água.

Para que os objetivos da família sejam atingidos, a capacidade mínima, em litros, do

reservatório a ser construído deve ser

- a) 16
- b) 800
- c) 1 600
- d) 8 000
- e) 16 000

7. (Enem 2019 - Questão 179 – Prova amarela) Para construir uma piscina, cuja área total da superfície interna é igual a 40 m^2 , uma construtora apresentou o seguinte orçamento:

- R\$ 10.000,00 pela elaboração do projeto;
- R\$ 40.000,00 pelos custos fixos;
- R\$ 2.500,00 por metro quadrado para construção da área interna da piscina. Após a apresentação do orçamento, essa empresa decidiu reduzir o valor de elaboração do projeto em 50%, mas recalculou o valor do metro quadrado para a construção da área interna da piscina, concluindo haver a necessidade de aumentá-lo em 25%. Além disso, a construtora pretende dar um desconto nos custos fixos, de maneira que o novo valor do orçamento seja reduzido em 10% em relação ao total inicial.

O percentual de desconto que a construtora deverá conceder nos custos fixos é de

- a) 23,3%
- b) 25,0%
- c) 50,0%
- d) 87,5%
- e) 100,0%

8.(Enem 2018 - Questão 137 – Prova amarela) O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu “colesterol bom” com a taxa do seu “colesterol ruim”. Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de “colesterol bom”, porém, taxa do “colesterol ruim” (também chamado LDL) de 280mg/dL.

O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

Taxa de LDL (mg/dL)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito alta	190 ou mais

Disponível em: www.minhavidacom.br. Acesso em: 15 out. 2015 (adaptado).

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL, reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa LDL. De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é

- a) ótima
- b) próxima de ótima
- c) limite
- d) alta
- e) muito alta

9. (Enem 2017 - Questão 153 – Prova amarela) Num dia de tempestade, a alteração na profundidade de um rio, num determinado local, foi registrada durante um período de 4 horas. Os resultados estão indicados no gráfico de linhas. Nele, a profundidade h , registrada às 13 horas, não foi anotada e, a partir de h , cada unidade sobre o eixo vertical representa um metro.



Foi informado que entre 15 horas e 16 horas, a profundidade do rio diminuiu em 10%.

Às 16 horas, qual é a profundidade do rio, em metro, no local onde foram feitos os registros?

- a) 18
- b) 20
- c) 24
- d) 36
- e) 40

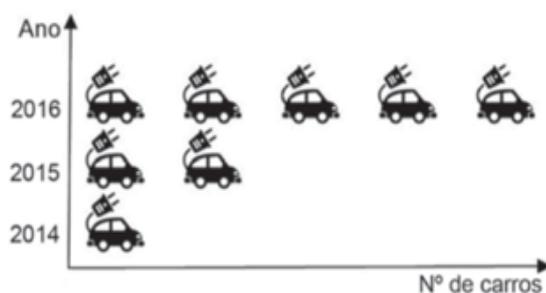
10. (Enem 2019 - Questão 165 – Prova amarela) O preparador físico de um time de basquete dispõe de um plantel de 20 jogadores, com média de altura igual a 1,80 m. No último treino antes da estreia em um campeonato, um dos jogadores desfalcou o time em razão de uma séria contusão, forçando o técnico a contratar outro jogador para recompor o grupo.

Se o novo jogador é 0,20 m mais baixo que o anterior, qual é a média de altura, em metro, do novo grupo?

- a) 1,60
- b) 1,78
- c) 1,79
- d) 1,81
- e) 1,82

11. (Enem 2018 - Questão 147 – Prova amarela) De acordo com um relatório recente da Agência Internacional de Energia (AIE), o mercado de veículos elétricos atingiu um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis da categoria. Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidades desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011.

No Brasil, a expansão das vendas também se verifica. A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforme representado no gráfico.



Disponível em: www.tecmundo.com.br. Acesso em: 5 dez. 2017.

A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de

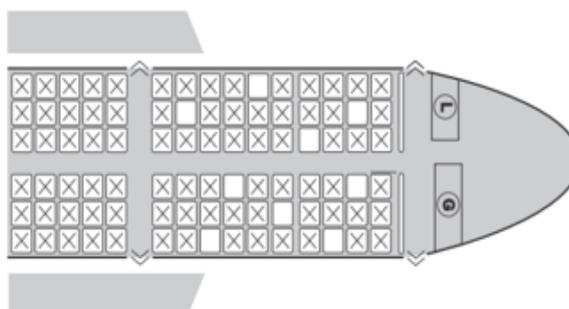
- a) 192
- b) 240
- c) 252
- d) 320
- e) 420

12. (Enem 2016 – 1ª aplicação - Questão 157 – Prova amarela) O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro. Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos.

Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

- a) $\frac{10!}{2! \cdot 8!} - \frac{4!}{2! \cdot 2!}$
- b) $\frac{10!}{8!} - \frac{4!}{2!}$
- c) $\frac{10!}{2! \cdot 8!} - 2$
- d) $\frac{6!}{4!} + 4 \cdot 4$
- e) $\frac{6!}{2! \cdot 4!} + 6 \cdot 4$

13. (Enem 2015 - Questão 170 – Prova amarela) Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o site de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo site, as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco



Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

- a) $\frac{9!}{2!}$
- b) $\frac{9!}{7! \cdot 2!}$
- c) $7!$
- d) $\frac{5!}{2!} \cdot 4!$
- e) $\frac{5!}{4!} \cdot \frac{4!}{3!}$

14. (Enem 2014 - Questão 164 – Prova amarela) Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f , de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas $y = f(x)$, da seguinte maneira:

- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

A expressão da função $y = f(x)$ a ser utilizada pelo professor é

- a) $y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$
- b) $y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$
- c) $y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$
- d) $y = \frac{4}{5}x + 2$
- e) $y = x$

15. (Enem 2013 - Questão 165 – Prova amarela) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento ($t = 0$) e varia de acordo com a expressão $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°C .

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

- a) 19,0
- b) 19,8
- c) 20,0
- d) 38,0
- e) 39,0

GABARITO

Questão	Alternativa
1	A
2	E
3	C
4	C
5	D
6	E
7	D
8	D
9	A
10	C
11	D
12	A
13	A
14	A
15	D

ANEXOS

Anexo A – Nota Técnica: Teoria de Resposta ao Item



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA
DIRETORIA DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA – DAEB

NOTA TÉCNICA

Assunto: Teoria de Resposta ao Item

A decisão de implementar no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) a Teoria de Resposta ao Item (TRI) teve duas finalidades principais: (1) permitir a comparabilidade dos resultados entre os anos e (2) permitir a aplicação do Exame várias vezes ao ano.

A comparação dos resultados entre avaliações é possível na medida em que, com a TRI, uma escala métrica é estabelecida. Assim como existem escalas padrões para mensurar comprimento (metro) e temperatura (Celsius), com a TRI desenvolve-se uma escala padrão de conhecimento. As provas, nas avaliações educacionais, são instrumentos de medida do conhecimento, comumente denominado de traço latente. Por sua natureza, os conhecimentos adquiridos pelos estudantes não podem ser mensurados diretamente, mas é possível utilizar instrumentos de medida que buscam mensurá-los indiretamente. Essa é a fundamentação da Teoria da Medida e é ela que embasa a construção também de instrumentos psicológicos que buscam medir: inteligência, depressão, personalidade etc.

O uso da TRI em avaliações educacionais teve início no Brasil com o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em 1995 e, posteriormente, foi implementado também no Enceja, Prova Brasil e Enem. No âmbito internacional, a TRI vem sendo utilizada largamente

por diversos países: Estados Unidos, França, Holanda, Coreia do Sul, China, sem falar nos países participantes do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes).

Um dos grandes exemplos de avaliação utilizando a TRI é o exame de proficiência em língua inglesa (TOEFL). Este exame surgiu em 1964 e é amplamente utilizado em todo o mundo. Desde o ano de sua origem, este exame já avaliou mais de 25 milhões de alunos e tem sido administrado por mais de 4.500 centros em 165 países do mundo. No TOEFL, os alunos marcam o horário em um dos centros credenciados e podem realizá-lo várias vezes ao ano. A prova é adaptativa, realizada no computador, e cada candidato responde a um conjunto de itens (questões) diferentes. Apesar de em cada aplicação o candidato receber uma prova distinta, todos os resultados são comparáveis e considerados isonômicos.

Outro exame bastante importante e mais semelhante ao Enem é o SAT (*Scholastic Aptitude Test ou Scholastic Assessment Test*). Este é um exame educacional padronizado dos Estados Unidos, aplicado a estudantes do Ensino Médio, que serve de critério para admissão nas universidades norte-americanas. O exame é aplicado sete vezes ao ano, em outubro, novembro, dezembro, janeiro, março (ou abril), maio e junho. Estudantes de outros países também podem prestá-lo, caso estejam interessados em ingressar em uma das universidades que aceita os resultados do SAT. Novamente, apesar de aplicações realizadas em momentos distintos e com provas diferentes, a existência de uma escala padrão possibilita a comparabilidade de desempenhos.

Um pouco mais sobre TRI

Usualmente, quando desejamos medir a proficiência de um aluno em determinada área do conhecimento, fazemos uso do escore (número de acertos) do aluno em um teste com um determinado número de itens (questões). Os itens são analisados através de parâmetros denominados de discriminação e de dificuldade, que dependem fundamentalmente do grau de dificuldade do teste, como também depende o escore do aluno, e do grupo de respondentes. Comparações entre desempenhos de alunos submetidos a diferentes provas são difíceis de serem realizadas. Esta é a Teoria Clássica dos Testes (TCT).

Para contornar estas dificuldades, e também para permitir uma medida mais apropriada da proficiência do aluno, foi desenvolvida a TRI, cujo foco principal, como bem diz o seu nome, é o item e não o teste como um todo. Dentro do contexto da TRI, a medida de proficiência de um aluno não depende dos itens apresentados a ele e os parâmetros de discriminação e de

dificuldade do item não dependem do grupo de respondentes. Em outras palavras, um item mede determinado conhecimento, independentemente de quem o está respondendo, e a proficiência de um aluno não depende dos itens que estão sendo apresentados a ele.

A TRI é um conjunto de modelos que relacionam a probabilidade de um aluno apresentar uma determinada resposta a um item, com sua proficiência e características (parâmetros) do item. O modelo utilizado no Enem é o modelo logístico de três parâmetros que, além dos parâmetros de discriminação e de dificuldade, também faz uso de um parâmetro para controlar o acerto casual. Este último parâmetro tem um papel bastante importante nas avaliações com itens de múltipla escolha, caso do Enem.

O modelo logístico da TRI parte do princípio de que quanto maior a proficiência do respondente, maior a sua probabilidade de acerto, traço latente acumulativo. O seu parâmetro de dificuldade é medido na mesma escala da proficiência, fato este que permite a comparabilidade entre resultados de diferentes testes e a construção e interpretação de escalas de proficiência, como a escala nacional de proficiência do SAEB construída pelo INEP/MEC para Matemática e Língua Portuguesa (www.inep.gov.br). Uma outra leitura para esse parâmetro, a qual nos parece mais apropriada, é dizer que ele representa a proficiência mínima que um respondente deve possuir para que sua probabilidade de acerto seja alta, ou seja, ele poderia ser chamado de “proficiência do item”.

Para exemplificar, vamos supor que desejemos medir a altura de uma pessoa, em metros, por meio de um questionário. Com um conjunto de perguntas seríamos capazes de definir com uma boa precisão a altura da pessoa. Uma pergunta (item) que poderia ser feita é “Você consegue guardar a bagagem no porta-malas do avião?”. Podemos imaginar que uma pessoa para responder sim para este item deve ter pelo menos 1,65m. Esta seria então a “altura” do item. Um outro item seria: “Você acha que se daria bem em um time de basquete?”. A altura deste item seria bem maior do que 1,65m. Ao final de um conjunto de respostas, seria possível saber a altura do respondente. O importante a ressaltar aqui é que não existe um único conjunto de questões capazes de medir a altura, ou seja, é possível medir a altura de maneira **isonômica** a partir de **provas** diferentes, ou seja, a partir de um conjunto diferente de questões. Itens de mesma “altura” serão respondidos de maneira igual por pessoas de mesma altura. Por isso, pode-se dizer que os resultados são comparáveis. Esta é a grande inovação da Teoria de Resposta ao Item utilizada no Enem, só que ao invés de medir altura, o Enem mede a proficiência de estudantes do Ensino

Médio.

O parâmetro de discriminação, como já diz o seu nome, deve ser um valor mínimo de modo a garantir que respondentes com proficiências diferentes tenham probabilidades diferentes de acerto. O grau de informação do item está diretamente relacionado com esse parâmetro.

A elaboração de uma boa prova exige o conhecimento dos parâmetros dos itens. Isto é conseguido através de pré-testagens de itens em amostras apropriadas de alunos nas quais estimamos os parâmetros dos itens em uma mesma escala de proficiência. Deste modo, posicionamos os itens em uma escala de acordo com o nível de proficiência que eles exigem.

O conjunto desses itens passa a formar um banco de itens na escala de proficiência desejada e a partir dele podemos construir um ou mais testes com graus de dificuldade apropriados para atender os objetivos de uma ou mais avaliações. O importante é que as proficiências de alunos submetidos a esses diferentes testes são medidas na mesma escala e, portanto, comparáveis entre si. Da mesma forma, as medidas que se obtêm da proficiência de um aluno submetido a dois testes construídos com itens desse banco serão iguais.

Por último, vale a pena ressaltar que em avaliações onde o acerto casual é possível, caso do Enem, a medida de proficiência da TRI leva em conta não só o número de acertos, mas também o padrão de respostas do aluno. Em outras palavras, dois alunos com o mesmo escore podem receber da TRI diferentes valores de proficiência. Receberá maior proficiência aquele aluno que apresentar respostas aos itens de forma mais coerente com o construto que está sendo medido.

Dalton Francisco de Andrade

Coordenador-Geral de Informações e Indicadores Educacionais

Camila Akemi Karino

Coordenadora-Geral de Instrumentos e Medidas

Anexo B – Termo de ciência da escola enquanto aplicação da metodologia



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
 Campus A.C. Simões

TERMO DE CIÊNCIA DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO PARA A
REALIZAÇÃO DA METODOLOGIA DE MAPAS MENTAIS EM SALA DE
AULA

Eu Cleurdson Barbosa de Almeida, Diretor Geral do Colégio Nossa Senhora Rosa Mística, situado à Rua Estudante José de Oliveira Leite, nº 207, Centro, na cidade de Arapiraca, temos ciência que a Professora Denise Nunes de Almeida, desta unidade de ensino utilizou a metodologia de mapas mentais para preparação de conteúdos de aulas por ela responsável, nas turmas e que serão objetos de estudos em capítulos de sua dissertação para a conclusão do seu mestrado PROFMAT/UFAL. Além disso, as fotos dos alunos em sala, usadas dentro desses capítulos da dissertação, não identificam rostos específicos dos mesmos, sendo assim respeitadas todas as condutas à pesquisa no que diz respeito à pesquisa de seres humanos e no quesito audio-visual.

Atesta a veracidade das informações prestadas e damos fé, a orientadora da dissertação Profa. Juliana Roberta Theodoro de Lima e a orientanda Denise Nunes de Almeida.

Prof. Dra. Juliana Roberta Theodoro de Lima
 Orientadora PROFMAT/UFAL

Denise Nunes de Almeida
 Orientanda PROFMAT/UFAL

Diretor Geral da Escola

Maceió, 01 de junho de 2020.

DENISE NUNES DE ALMEIDA

**O estudo com mapas
mentais para
preparação do Exame
Nacional do Ensino
Médio (ENEM)**



SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	2
1 MAPAS MENTAIS	3
1.1 ELEMENTOS DE UM MAPA MENTAL	4
1.2 COMO CONSTRUIR UM MAPA MENTAL NO Xmind	5
2 MAPAS MENTAIS E QUESTÕES DO ENEM RESOLVIDAS E COMENTADAS	11
2.1 RAZÃO, PROPORÇÃO E ESCALA	12
2.2 GEOMETRIA ESPACIAL	19
2.3 ESTATÍSTICA	25
2.4 ANÁLISE COMBINATÓRIA	32
2.5 MATEMÁTICA FINANCEIRA	39
2.6 EQUAÇÃO DO 2º GRAU	47
2.7 ÁREAS DAS PRINCIPAIS FIGURAS PLANAS	54
3 MODELOS DE MAPAS MENTAIS ELABORADOS POR ALUNOS	60
3.1 GEOMETRIA ESPACIAL 1	60
3.2 GEOMETRIA ESPACIAL 2	61
3.3 MATEMÁTICA FINANCEIRA 1	62
3.4 MATEMÁTICA FINANCEIRA 2	63
3.5 ÁREA DAS FIGURAS PLANAS	64
3.6 REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA	65
3.7 FUNÇÃO QUADRÁTICA	66
4 SIMULADO DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS	67
AO LEITOR	74
REFERÊNCIAS	75

APRESENTAÇÃO

A elaboração deste material é obra da dissertação intitulada por O Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e a Utilização de Mapas Mentais como Recurso Didático para as Aulas de Matemática do 3ª série do Ensino Médio do programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat) e tem por objetivo fornecer um material voltado para professores e alunos que buscam um preparo para a prova da área de Matemática e suas Tecnologias do Enem.

Nesta apostila trazemos uma discussão teórica sobre mapas mentais, caracterizando-os como ferramentas que auxiliam na organização mental de conceitos e permite, em termos educacionais, tanto serem utilizados como instrumentos de avaliação, pelo professor, como de autoavaliação, pelo aluno.

A abordagem de mapas mentais nas aulas favorece uma aprendizagem significativa, entendendo que o indivíduo constrói seu conhecimento e significados a partir de seu prévio conhecimento e ocorrendo assim uma exteriorização desse conhecimento. E assim por meio dessa exteriorização, na construção de mapas mentais é possível acompanhar o progresso dos estudantes, verificando os novos conhecimentos adquiridos pelos alunos.

O presente trabalho está dividido em 4 capítulos. De início, apresentaremos a definição e como surgiu a técnica de construção de mapas mentais, mostraremos o quanto ele se tornou um valioso instrumento de aprendizagem, avaliação e de transmissão de conhecimentos, além de exibimos um passo a passo de como construir um mapa mental no software Xmind. Em seguida, são apresentados 7 mapas mentais juntamente com questões que envolvem cada tema das provas do Enem, de 2015 a 2019. Além de apresentadas, todas as questões são resolvidas e comentadas.

Ainda neste trabalho temos um capítulo que traz mapas mentais elaborados pelos alunos durante uma experiência feita em sala de aula que encontra-se

detalhada na dissertação que deu origem a este material, também nesta dissertação encontrasse informações importantes sobre a prova do Enem, as competências e habilidades e um detalhamento do que mais foi cobrado nos itens das provas de 2015 a 2019.

Vale ressaltar que, como o objetivo da construção de mapas mentais é incentivar alunos a construir seu próprio conhecimento, todo material pronto encontrado neste trabalho serve apenas como exemplo do que se pode construir com os mapas mentais e não um modelo a ser aplicado e utilizado em sala de aula.

1 MAPAS MENTAIS

Foi Tony Buzan, psicólogo e escritor inglês e autor de diversos livros sobre mapas mentais, memória e aprendizagem, o inventor da técnica de mapas mentais. Buzan (2009) aponta que os mapas mentais podem ser utilizados para qualquer propósito da vida, no trabalho, na vida social e também na escola, nesse último, os mapas podem ser utilizados como: leitura, revisão de um conteúdo, anotações, desenvolvimentos de ideias entre outros. Além disso, Ontoria (2006), afirma que os mapas mentais configuram um instrumento que pode contribuir para aumentar a capacidade de aprendizado dos estudantes.

Geralmente, quando é apresentado ao indivíduo algo novo ele compara com aquilo que já se conhece e, então, associa de forma a armazenar o novo conhecimento ou tentar buscar algo semelhante do novo conteúdo de forma a se adequar em outro já pré-existente. Porém, se o novo conhecimento não se assemelha a nenhum padrão já visto, ele geralmente será desconsiderado ou esquecido (BOVO, 2005).

E assim, o professor deve entender que os novos conhecimentos são associados mais fácil se for buscado no aluno suas referências e conhecimentos anteriores, o que torna o novo algo naturalmente adaptado. O uso de mapas mentais faz com que a aprendizagem tenha uma nova conotação, passando da aquisição isolada de informações para o estabelecimento de relações entre informações, ganhando significado cognitivo, lançando o conceito de aprendizagem significativa (MORETTO, 2003).

Os mapas mentais é uma forma de anotar, registrando os conhecimentos adquiridos, ideias e conclusões.

Conforme a figura 1 é possível observar algumas das vantagens que os mapas mentais trazem para o seu estudo.

Figura 1 - **Vantagens que os mapas mentais trazem para o estudo.**



Fonte: Elaborada pela autora

A elaboração de mapas mentais desenvolve o potencial criativo dos estudantes, facilitando a aprendizagem significativa, isto é, uma aprendizagem oposta à memorística. Essa aprendizagem leva os alunos a construir o seu aprendizado de forma criativa e construtiva.

Imagine estudar um tema uma única vez e criar um resumo, em forma de um mapa mental em uma única página com os pontos-chave que te fazem lembrar todo o conteúdo extenso estudado, esse mapa mental vai permitir revisar todo o conteúdo em poucos minutos. Os mapas mentais ajudam a compreender

melhor e de forma muito mais rápida o conteúdo de livros, apostilas e textos, ele se encarrega de ativar sua memória para lembrar o conteúdo.

A intenção da criação de um mapa mental é estudar uma única vez a matéria/conteúdo e nunca mais voltar para esse material, pois sempre que precisar estudar/revisar novamente, recorre ao mapa. A revisão do conteúdo se torna muito mais dinâmica e produtiva.

1.1 ELEMENTOS DE UM MAPA MENTAL

Como vimos, os mapas mentais trabalham para estimular nossas capacidades cognitivas por meio da ativação dos dois hemisférios cerebrais e consequentemente ativar nossa memória e criatividade para nos lembrar do conteúdo estudado e são formados por; ideia central, cores, letras grandes, imagens e ramificações, como podemos observar na figura 2 abaixo.

Figura 2 - Elementos e modelo da estrutura de um mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora

Mapas mentais podem ser criados manualmente (no papel) ou de forma digital (no computador). Vamos entender cada etapa para construir um mapa mental sugerido por Buzan (2009):

1. Ideia central

Como o próprio nome diz, deve ficar no centro da folha, podemos dizer que é o “título” de nosso mapa mental. Escrever as informações a partir do centro de uma folha de papel, e deste ponto proceder em todas as direções, fazendo conexões. É o assunto que origina o mapa, com seus conteúdos dispostos em tópicos e subtópicos, e de preferência deve estar na orientação horizontal dispondo mais espaço para acomodar os ramos do mapa.

2. Ramificações

Ramificações ou ramos são as linhas que interligam uma ideia a outra. Elas fazem a conexão das ideias do mapa. A quantidade de níveis ou ramos do mapa mental não possui limites, podendo ser criados quantos forem necessários, desde que a disposição no papel permita clareza.

3. Palavras-chave – letras grandes

São palavras associadas ao conteúdo que fazem lembrar. São pontos fortes para sua memória. Não se devem usar frases longas, pois elas irão restringir e atrapalhar a memória. O ideal é o mínimo de palavras possível e com letras grandes, elas deverão poder resumir questões bem mais abrangentes do que uma simples palavra possa normalmente conseguir expressar.

4. Imagens-chave

As imagens vão ajudar a associar e ativar sua memória. Muitas vezes, um desenho ou imagem, representa melhor o que você quer transmitir do que qualquer palavra. A imagem favorece maior compreensão, ilustrando melhor as ideias. Para um mapa feito a mão basta rabiscar ou inventar a imagem que a ideia possa surgir. As figuras auxiliam no aprendizado, principalmente para quem possui uma inteligência visual afiada, por isso, é recomendado que sejam utilizadas imagens no mapa mental.

5. Cores

As cores prendem a atenção, tornando mais atrativo e chamativo o nosso estudo, o cérebro adora cores. Usar cores, de modo que apareçam as diferenças entre as palavras. As palavras não assumem sempre a mesma importância e significado. As cores e o tamanho das letras podem ajudar a fazer essas diferenças. Um Mapa colorido será certamente mais fácil de ser interpretado.

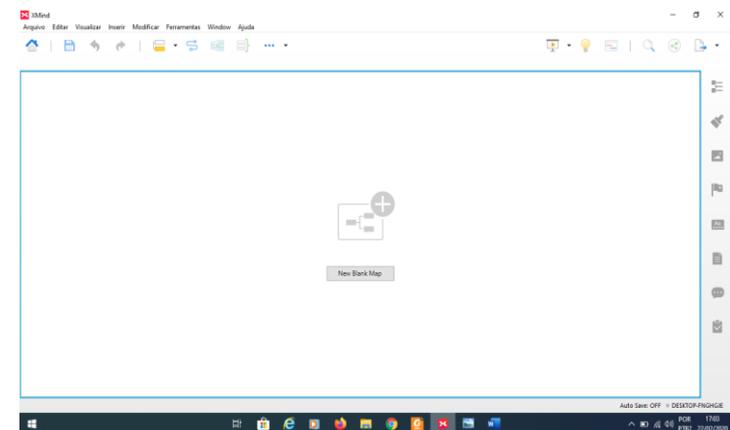
Vale também ressaltar que um mesmo assunto pode originar distintos mapas mentais, elaborados por uma mesma pessoa ou por pessoas distintas, pois ele depende da forma como o pensamento é desenvolvido ou estruturado referente ao tema central, variando também conforme o conhecimento que a pessoa que o irá elaborar detém e sua forma de particionar e organizar as informações relevantes ao tema do mapa.

1.2 COMO CONSTRUIR UM MAPA MENTAL NO Xmind

Utilizamos o software Xmind para os desenhos dos mapas mentais. O Xmind Windows é uma potente ferramenta de criação de mapas mentais e conceituais ele é muito simples de usar, compatível com os formatos do MindManager e FreeMind e pode exportar os mapas de ideias a texto, imagem ou HTML e ainda possui sua versão gratuita e paga. O único problema é que a versão gratuita tem certas limitações, entretanto para a realização dos mapas apresentados aqui a versão gratuita supriu as necessidades. Outro ponto positivo é que o Xmind facilitará, também, a tarefa de compartilhar o mapa com outras pessoas, possibilitando até mesmo a exportação do trabalho para formatos populares, como PDF, Word e PowerPoint. Apresentarmos nesse momento um passo a passo de como construir um mapa mental no Xmind. Vale ressaltar que seguimos as orientações de Tony Buzan o idealizador dessa técnica sobre a ordem e forma de construir um mapa mental.

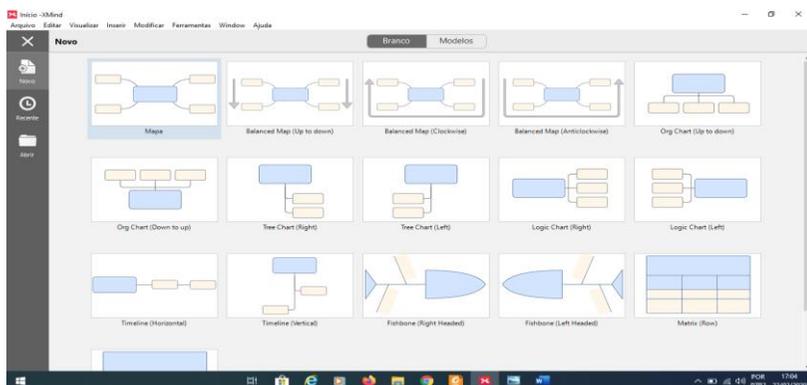
Na figura 3 encontramos a janela do programa assim que o abrimos e na figura 4 as opções dos modelos dos mapas.

Figura 3 - Interface do Xmind



Fonte: Elaborada pela autora

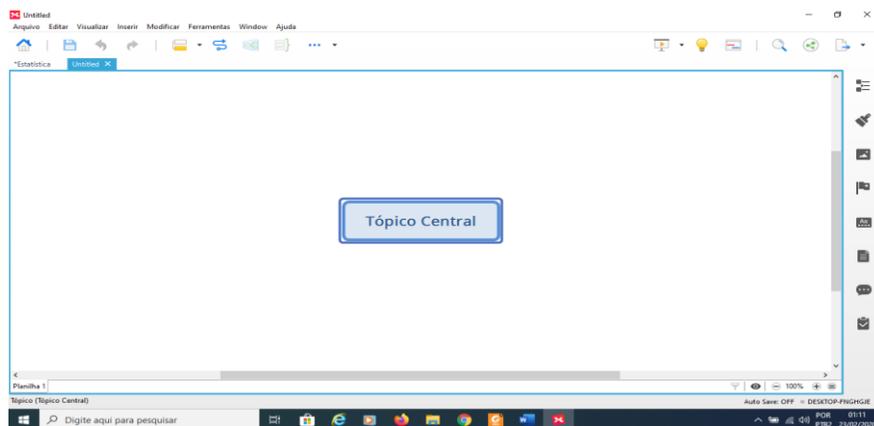
Figura 4 - Modelos da estrutura do mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora

De início, uma caixa central estará disponível no centro da tela quando você executar o Xmind pela primeira vez, como podemos observar na figura 5. É a partir dela que as ideias devem ser desenvolvidas. Para isso, existe uma variedade de ferramentas e recursos na qual descreveremos abaixo.

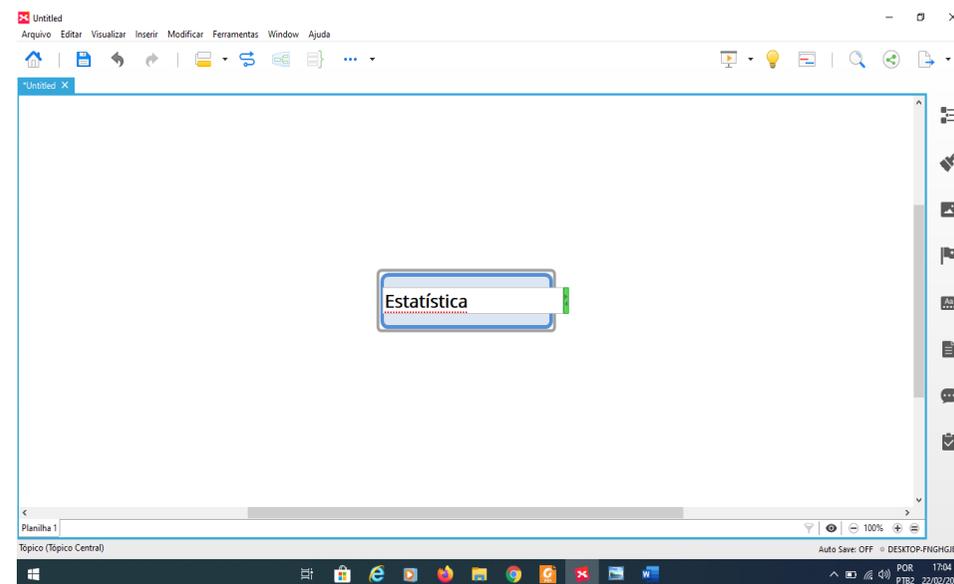
Figura 5 - Caixa central para iniciar o mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora

Primeiramente deve ser definido o tema do mapa, o que nada mais é do que a ideia central ou palavra-chave que define o assunto a ser abordado. Essa ideia deve ser colocada no centro da folha, a qual de preferência deve estar na orientação horizontal dispondo mais espaço para acomodar os subtópicos do mapa. Na figura 6 podemos observar nosso primeiro passo na construção.

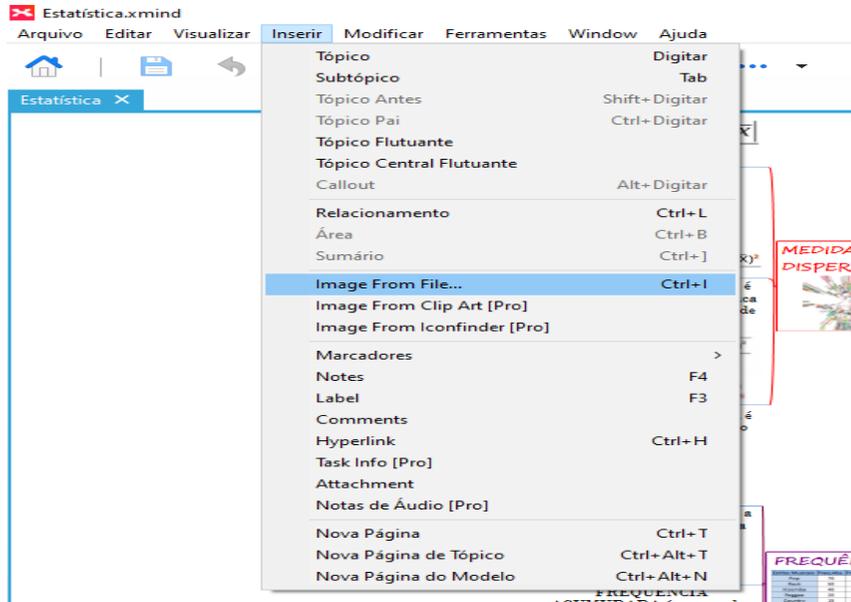
Figura 6 - Inserindo a palavra central



Fonte: Elaborada pela autora

Podemos inserir figuras, selecionando o tópico desejado e no menu inserir, selecionando o item Image From File ou na tecla de atalho Ctrl+I, como podemos observar na figura 7.

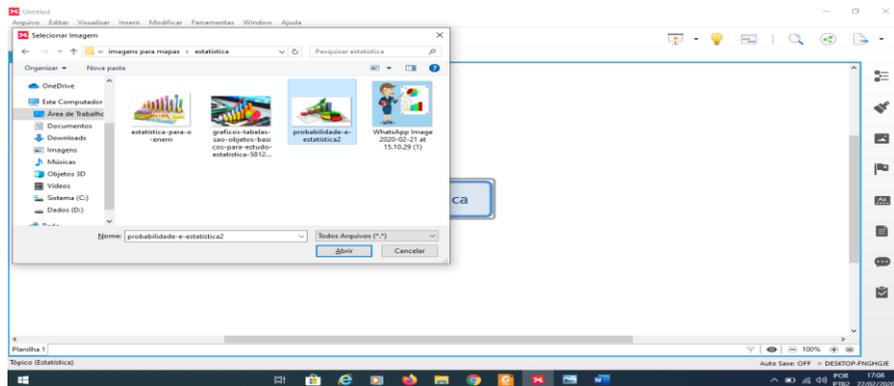
Figura 7 - Inserindo figuras no mapa central



Fonte: Elaborada pela autora

Logo após uma janela será aberta e você poderá escolher sua imagem salva em seu computador observe a figura 8

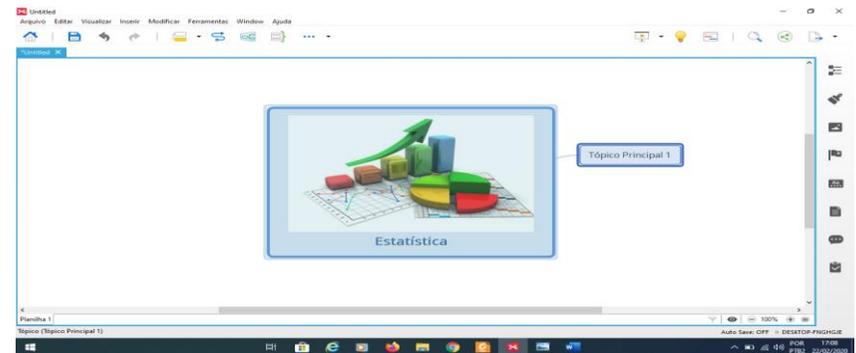
Figura 8 - Escolhendo a imagem para o tópico do mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora

Em seguida basta adicionar subtópicos que levem a outra palavra importante para o desenvolvimento do tema central, como por exemplo, ideias organizadoras. Elas fornecem uma ideia dos assuntos que irão compor o desenvolvimento do assunto proposto. Com a palavra central selecionada, basta com um clic na tecla Tab do seu teclado e o subtópico surge, como podemos observar na figura 9.

Figura 9 - Inserindo subtópicos no mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora

Também é possível a criação de um subtópico por meio do menu inserir no item subtópico como é observado na figura 10.

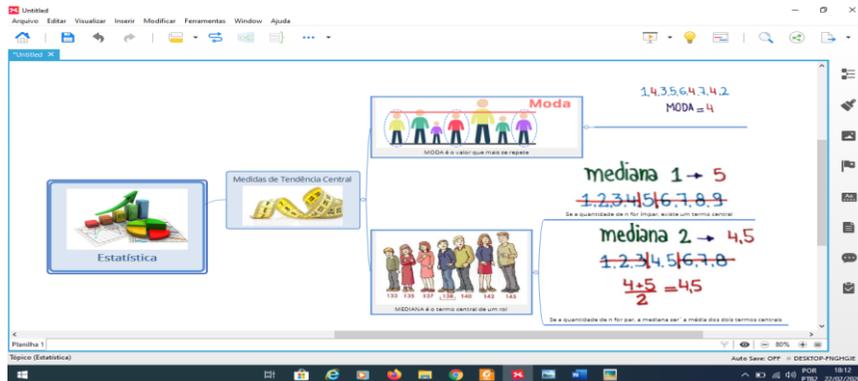
Figura 10 - Inserindo subtópico por meio do menu inserir



Fonte: Elaborada pela autora

É muito importante utilizar cores diversas e poucas palavras por linha, o que proporcionará clareza e objetividade no desenvolvimento do raciocínio, selecionando apenas conteúdos efetivamente relevantes. Observe a figura 11.

Figura 11 - Parte do mapa já com figuras e cores



Fonte: Elaborada pela autora

Todos os subtópicos principais devem ser especificados e distribuídos na página de maneira uniforme para facilitar a sua identificação. O Xmind facilita esta tarefa, ele faz a distribuição uniforme automaticamente como pode ser observado na figura 12.

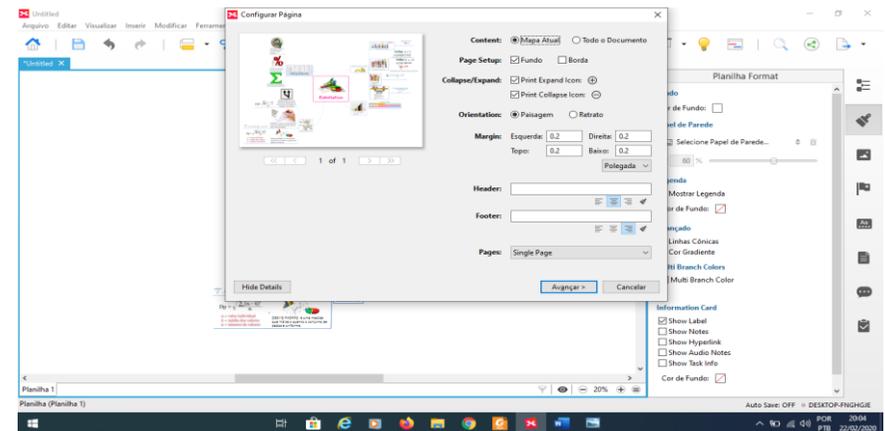
Figura 12 - Tópico do mapa mental com vários subtópicos



Fonte: Elaborada pela autora

A quantidade de níveis ou subtópicos do mapa mental não possui limites, podendo ser criados quantos forem necessários, desde que a disposição no papel permita clareza. Pela tecla de atalho ctrl+P o surgimento de uma nova janela nos mostrará de forma mais abundante como está a visualização do nosso mapa na folha, observe a figura 13.

Figura 13 - Visualização do mapa mental disposto na folha de impressão



Fonte: Elaborada pela autora

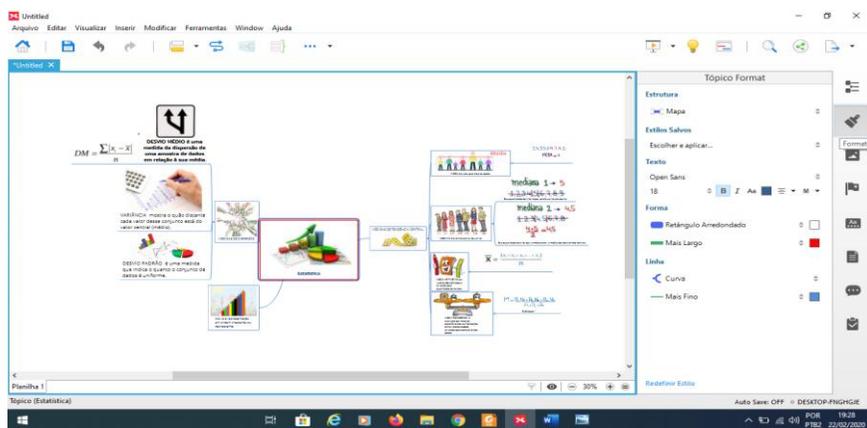
Do lado direito da tela temos alguns ícones para formatação, nos trabalhos utilizamos sempre o ícone chamado de Tópico Format (figura 14), nele alteramos, cor, tamanho, fonte, modelo da forma que as palavras chaves e subtópicos apareceram, entre outras opções como podemos observar as figuras 15 e 16.

Figura 14 - Tópico Format



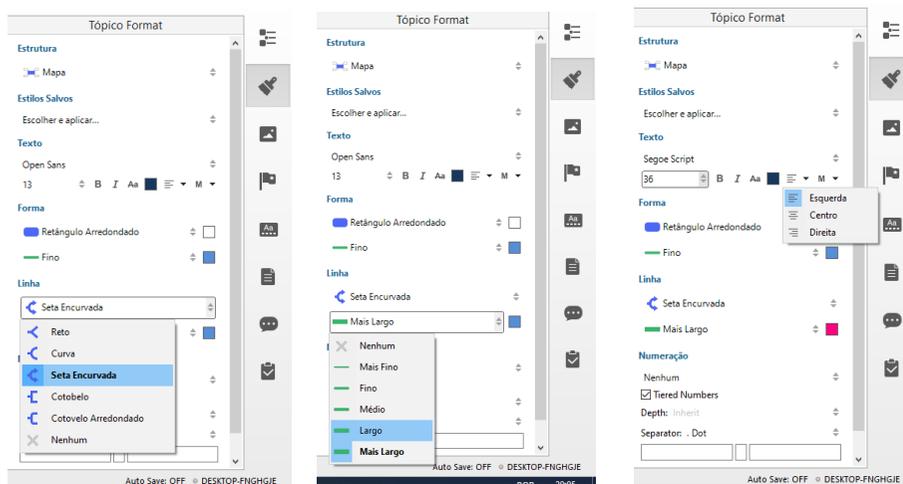
Fonte: Elaborada pela autora

Figura 15 - Formatando os elementos do mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 16 - Opções de formatação para os elementos do mapa mental

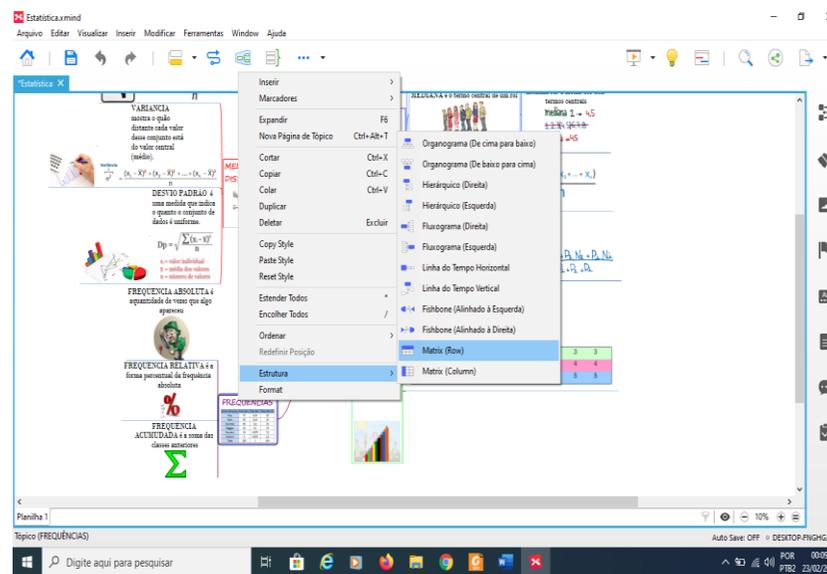


Fonte: Elaborada pela autora

Sobre a estrutura, utilizando programas para a criação e edição de mapas mentais, dificilmente pode-se modificar a estrutura de apresentação deste, pois os tópicos, subtópicos e linhas possuem uma forma de organização pré-definida, no

Xmind poucas modificações podemos fazer com relação a estrutura após escolhermos o modelo do mapa. Mas Todo elemento do mapa mental pode ser personalizado à sua maneira. Para isso, basta clicar sobre ele com o botão direito do mouse e optar entre as inúmeras opções que se abrem. Entre as opções de destaque estão a alteração na estrutura de tópicos e subtópicos, que possibilitam a organização, organogramas, árvores, diagrama lógico e planilha como podemos observar a figura 17.

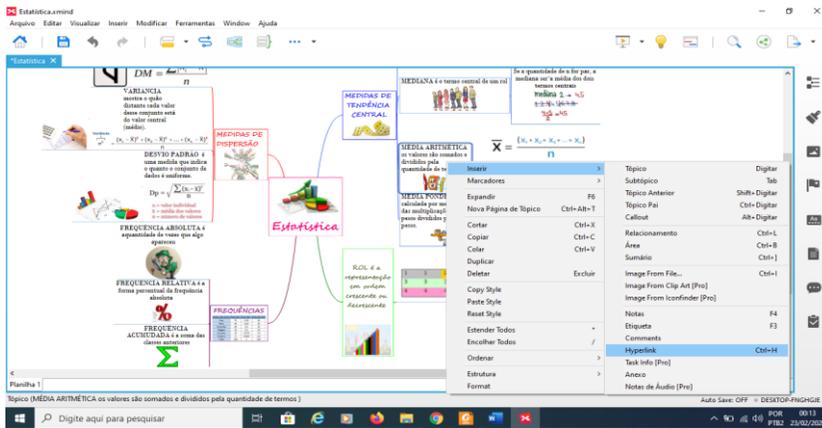
Figura 17 - Personalizando os elementos do mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora

O botão direito do mouse também dá acesso à opção de inserir anotações ocultas em determinado tópico e rótulos que podem servir como lembretes. Se necessário, o item “Hyperlink” permite que você referencie um elemento para um arquivo ou página na internet. Observe a figura 18.

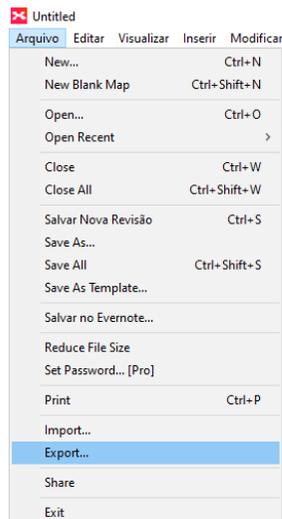
Figura 18 - Inserindo elementos ocultos e informações sobre os tópicos do mapa mental



Fonte: Elaborada pela autora

Para salvar como imagem no formato png temos a opção no item Export no menu arquivo, como podemos observar na figura 19.

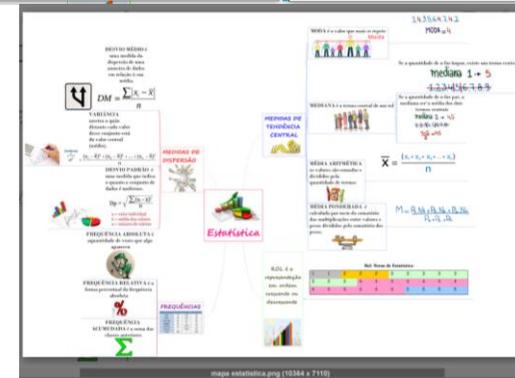
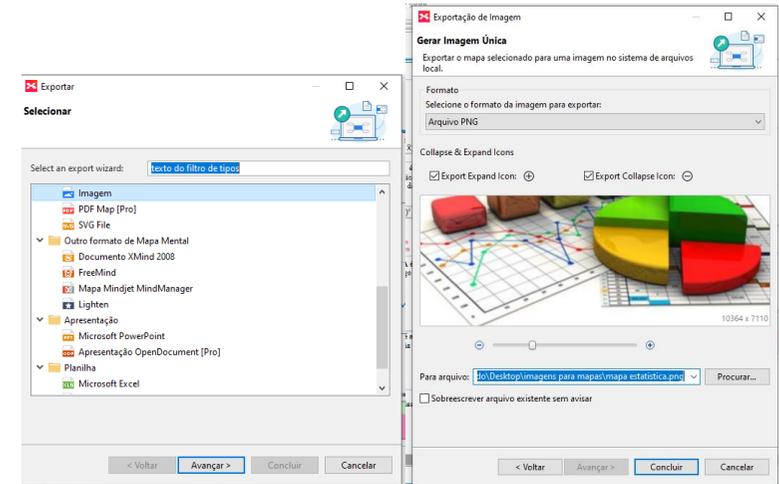
Figura 19 - Exportando o mapa mental em imagem



Fonte: Elaborada pela autora

Em seguida surgirá uma janela como mostrada na figura 20, onde você selecionará a opção Imagem >Avançar >concluir

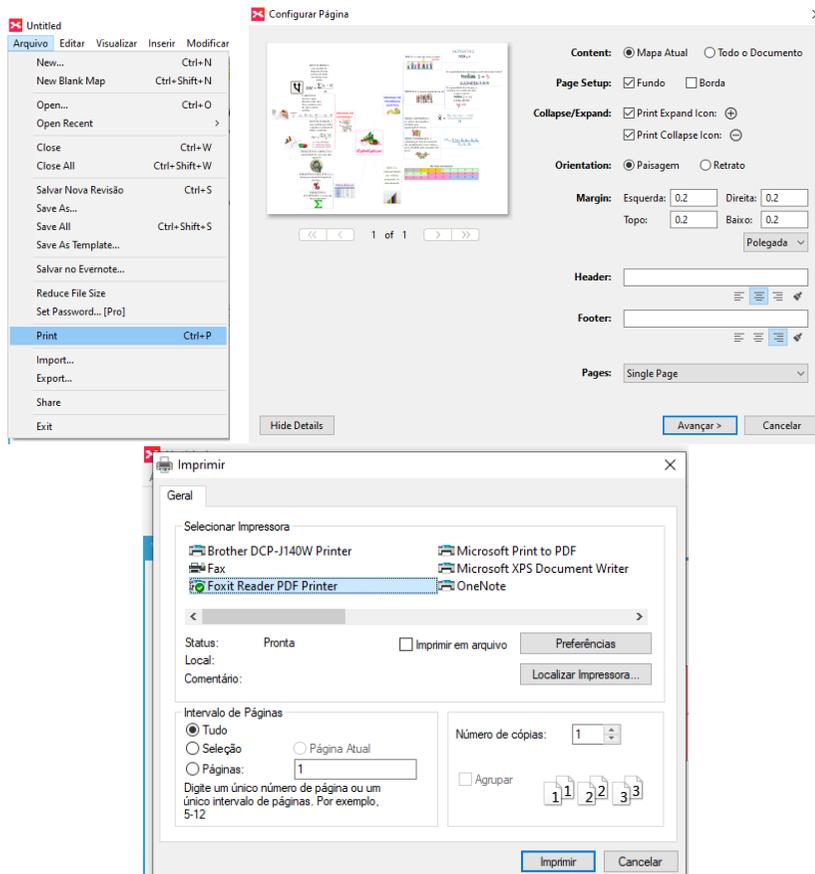
Figura 20 - Salvando o mapa mental no formato png



Fonte: Elaborada pela autora

Para salvar em PDF uma opção é seguir a ordem: menu arquivo> Print ou Ctrl+P na qual aparecerá uma nova janela e você segue em avançar e seleciona a opção em PDF, como mostram as figuras 21.

Figura 21 - Salvando o mapa mental no formato pdf



Fonte: Elaborada pela autora

Tudo que utilizamos para a execução dos mapas apresentados foi mostrado aqui, entretanto sabemos das inúmeras ferramentas que o Xmind apresenta que pode fazer com que seu mapa se torne muito mais atraente e funcional. Na seção Referências, pode ser encontrado o site para baixar a versão Xmind 8. Vale ressaltar que existem outros programas para a elaboração e confecção de mapas mentais como o FreeMind e InteliMap.

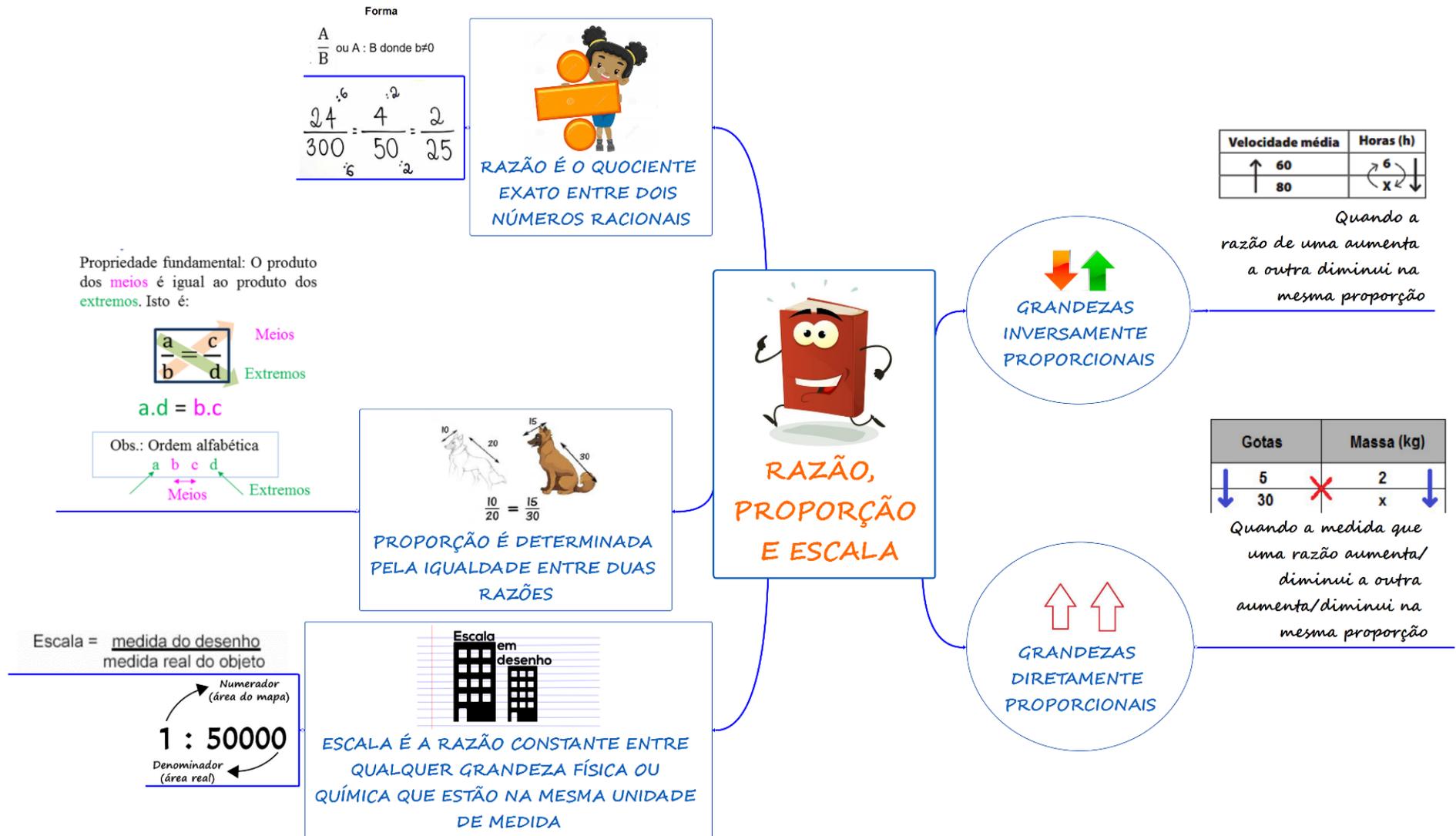
2 MAPAS MENTAIS E QUESTÕES DO ENEM RESOLVIDAS E COMENTADAS

Temas abordados:

- Razão, Proporção e Escala;
- Geometria Espacial;
- Estatística;
- Análise Combinatória;
- Matemática Financeira;
- Equação do 2º grau;
- Áreas das Principais Figuras Planas.

2.1 RAZÃO, PROPORÇÃO E ESCALA

Figura 22- Mapa Mental: Razão, Proporção e Escala



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 23 - Questão 156 (Enem 2019)

Questão 156

Para contratar três máquinas que farão o reparo de vias rurais de um município, a prefeitura elaborou um edital que, entre outras cláusulas, previa:

- Cada empresa interessada só pode cadastrar uma única máquina para concorrer ao edital;
- O total de recursos destinados para contratar o conjunto das três máquinas é de R\$ 31 000,00;
- O valor a ser pago a cada empresa será inversamente proporcional à idade de uso da máquina cadastrada pela empresa para o presente edital.

As três empresas vencedoras do edital cadastraram máquinas com 2, 3 e 5 anos de idade de uso.

Quanto receberá a empresa que cadastrou a máquina com maior idade de uso?

- A** R\$ 3 100,00
- B** R\$ 6 000,00
- C** R\$ 6 200,00
- D** R\$ 15 000,00
- E** R\$ 15 500,00

Fonte: INEP, 2019, p. 23

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C4	H16	Grandezas inversamente proporcionais

Resolução e comentário: Sejam A, B e C os valores pagos, em reais, às empresas que cadastraram as máquinas com 2, 3 e 5 anos de idade de uso respectivamente. Logo, como o valor a ser pago será inversamente proporcional à idade de uso da máquina cadastrada pela empresa temos:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5} = \frac{A+B+C}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{31000}{\frac{31}{30}} = 30000$$

Portanto, a empresa que cadastrou a máquina com maior idade de uso (5anos) receberá:

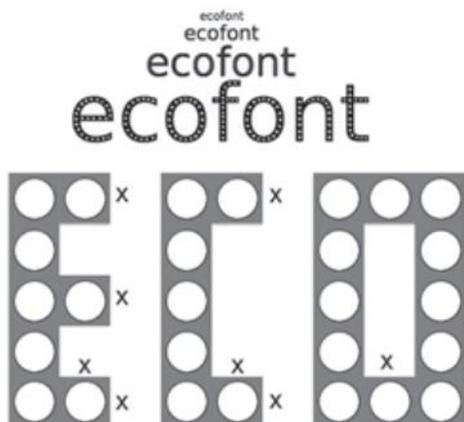
$$C = \frac{30000}{5} = 6000,00$$

Alternativa: B

Figura 24 - Questão 177 (Enem 2018)

QUESTÃO 177

A Ecofont possui *design* baseado na velha fonte Vera Sans. Porém, ela tem um diferencial: pequenos buraquinhos circulares congruentes, e em todo o seu corpo, presentes em cada símbolo. Esses furos proporcionam um gasto de tinta menor na hora da impressão.



Disponível em: www.goo.gl. Acesso em: 2 dez. 2017 (adaptado).

Suponha que a palavra ECO esteja escrita nessa fonte, com tamanho 192, e que seja composta por letras formadas por quadrados de lados x com furos circulares de raio $r = \frac{x}{3}$. Para que a área a ser pintada seja reduzida a $\frac{1}{16}$ da área inicial, pretende-se reduzir o tamanho da fonte. Sabe-se que, ao alterar o tamanho da fonte, o tamanho da letra é alterado na mesma proporção.

Nessas condições, o tamanho adequado da fonte será

- A** 64.
- B** 48.
- C** 24.
- D** 21.
- E** 12.

Fonte: INEP, 2018, p. 30

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2018/ amarelo	C3	H14	Razão e proporção

Resolução e comentário: Inicialmente dividiremos a área inicial pela área final, encontrando assim a razão de semelhança do quadrado (K^2)

$$K^2 = \frac{\text{área inicial}}{\text{área final}} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16. \text{ Logo, } k = 4$$

Como o tamanho da fonte é alterado na mesma proporção, a nova fonte terá o tamanho

$$\frac{192}{4} = 48$$

Alternativa: B

Figura 25 - Questão 165 (Enem 2017)

QUESTÃO 165

Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1 : 400, e que seu volume é de 25 cm³.

O volume do monumento original, em metro cúbico, é de

- A** 100.
- B** 400.
- C** 1 600.
- D** 6 250.
- E** 10 000.

Fonte: INEP, 2017, p. 25

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C3	H11	Escala

Resolução e comentário: De acordo com o enunciado da questão, temos que a lembrança e o monumento são sólidos semelhantes com razão de semelhança 1:400. Chamando de V o volume do monumento, temos:

$$\frac{25 \text{ cm}^3}{V} = \left(\frac{1}{400}\right)^3$$

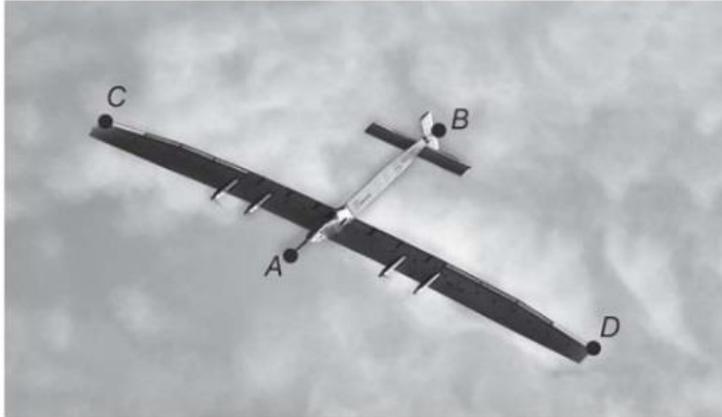
$$V = 25 \cdot 64000000 = 1600 \cdot 10^6 \text{ cm}^3 = 1600 \text{ m}^3$$

Alternativa: C

Figura 26 - Questão 148 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 148

Uma empresa europeia construiu um avião solar, como na figura, objetivando dar uma volta ao mundo utilizando somente energia solar. O avião solar tem comprimento AB igual a 20 m e uma envergadura de asas CD igual a 60 m.



Para uma feira de ciências, uma equipe de alunos fez uma maquete desse avião. A escala utilizada pelos alunos foi de 3 : 400.

A envergadura CD na referida maquete, em centímetro, é igual a

- A** 5.
- B** 20.
- C** 45.
- D** 55.
- E** 80.

Fonte: INEP, 2016, p. 21

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C3	H11	Escala

Resolução e comentário: A razão de semelhança entre a maquete e o avião é 3:400. Assim, a envergadura CD na referida maquete, deverá ser:

$$\frac{CD}{60m} = \frac{3}{400}$$
$$CD = \frac{180}{400} = \frac{9}{20} \text{ m} = \frac{900}{20} \text{ cm} = 45 \text{ cm}$$

Alternativa: C

Figura 27 - Questão 176 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 176

Em uma empresa de móveis, um cliente encomenda um guarda-roupa nas dimensões 220 cm de altura, 120 cm de largura e 50 cm de profundidade. Alguns dias depois, o projetista, com o desenho elaborado na escala 1 : 8, entra em contato com o cliente para fazer sua apresentação. No momento da impressão, o profissional percebe que o desenho não caberia na folha de papel que costumava usar. Para resolver o problema, configurou a impressora para que a figura fosse reduzida em 20%.

A altura, a largura e a profundidade do desenho impresso para a apresentação serão, respectivamente,

- A** 22,00 cm, 12,00 cm e 5,00 cm.
- B** 27,50 cm, 15,00 cm e 6,25 cm.
- C** 34,37 cm, 18,75 cm e 7,81 cm.
- D** 35,20 cm, 19,20 cm e 8,00 cm.
- E** 44,00 cm, 24,00 cm e 10,00 cm.

Fonte: INEP, 2016, p.30

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1ª Aplicação/ amarelo	C3	H11	Escala

Resolução e comentário: Inicialmente vamos calcular as medidas da altura, largura e profundidade na escala 1:8

$$\text{Altura: } h = \frac{220}{8} \text{ cm} = 27,5 \text{ cm}$$

$$\text{Largura: } L = \frac{120}{8} \text{ cm} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Profundidade: } P = \frac{50}{8} = 6,25 \text{ cm}$$

Reduzindo essas medidas 20% para a impressão do desenho, obtemos:

$$\text{Altura do desenho impresso} = 27,5 \cdot (100\% - 20\%) = 27,5 \cdot 0,8 = 22 \text{ cm}$$

$$\text{Largura do desenho impresso} = 15 \cdot (100\% - 20\%) = 15 \cdot 0,8 = 12 \text{ cm}$$

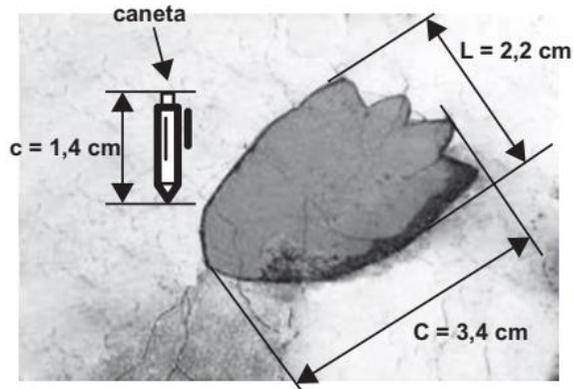
$$\text{Profundidade do desenho impresso} = 6,25 \cdot (100\% - 20\%) = 6,25 \cdot 0,8 = 5 \text{ cm}$$

Alternativa: A

Figura 28 - Questão 144 (Enem 2015)

QUESTÃO 144 ◇◇◇◇◇

Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a

- A** 4,9 e 7,6.
- B** 8,6 e 9,8.
- C** 14,2 e 15,4.
- D** 26,4 e 40,8.
- E** 27,5 e 42,5.

Fonte: INEP, 2015, p. 22

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C3/C4	H14/H15	Proporção

Resolução e comentário: Como o comprimento real da caneta é 16,8 cm e o comprimento c dela na fotografia é 1,4 cm, então a razão de semelhança será:

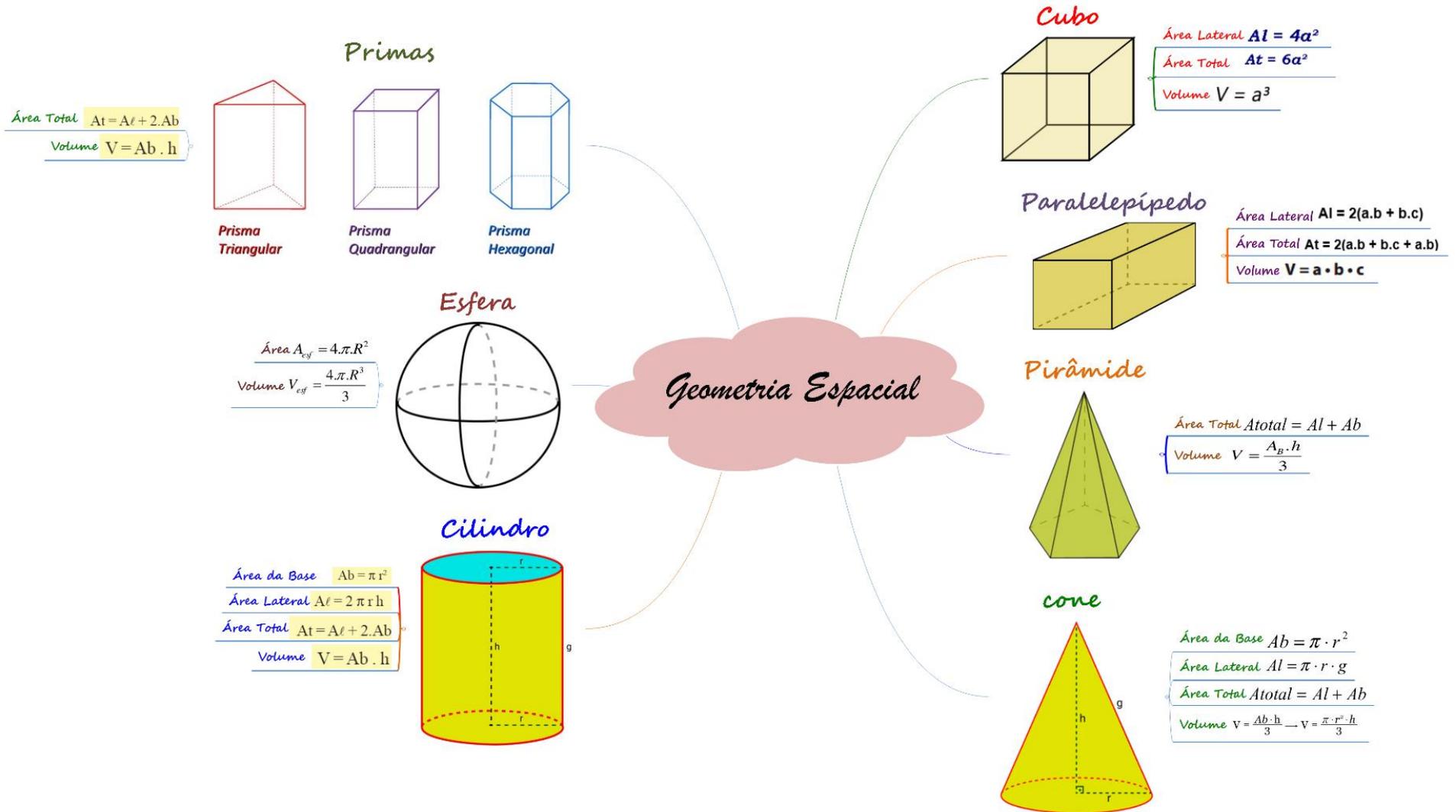
$$k = \frac{16,8}{1,4} = 12$$

Assim a largura real da pegada será de $2,2 \text{ cm} \cdot 12 = 26,4 \text{ cm}$ e o comprimento real da pegada será de $3,4 \text{ cm} \cdot 12 = 40,8 \text{ cm}$.

Alternativa: D

2.2 GEOMETRIA ESPACIAL

Figura 29 - Mapa Mental: Geometria Espacial

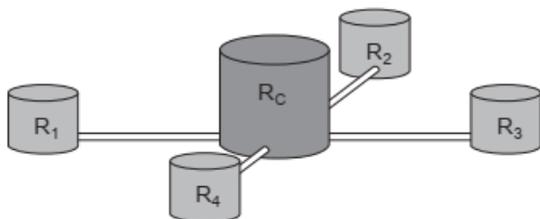


Fonte: Elaborada pela autora

Figura 30 - Questão 178 (Enem 2019)

Questão 178

Uma construtora pretende conectar um reservatório central (R_C) em formato de um cilindro, com raio interno igual a 2 m e altura interna igual a 3,30 m, a quatro reservatórios cilíndricos auxiliares (R_1 , R_2 , R_3 e R_4), os quais possuem raios internos e alturas internas medindo 1,5 m.



As ligações entre o reservatório central e os auxiliares são feitas por canos cilíndricos com 0,10 m de diâmetro interno e 20 m de comprimento, conectados próximos às bases de cada reservatório. Na conexão de cada um desses canos com o reservatório central há registros que liberam ou interrompem o fluxo de água.

No momento em que o reservatório central está cheio e os auxiliares estão vazios, abrem-se os quatro registros e, após algum tempo, as alturas das colunas de água nos reservatórios se igualam, assim que cessa o fluxo de água entre eles, pelo princípio dos vasos comunicantes.

A medida, em metro, das alturas das colunas de água nos reservatórios auxiliares, após cessar o fluxo de água entre eles, é

- A 1,44.
- B 1,16.
- C 1,10.
- D 1,00.
- E 0,95.

Fonte: INEP, 2019, p. 31

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C2	H8	Volume

Resolução e comentário: Inicialmente vamos organizar resumidamente os dados fornecidos no enunciado em uma tabela. Assim temos:

Tabela 4 - Organização dos dados da questão 178 (Enem 2019)

	Raio	Altura
Reservatório central (R_C)	2m	3,3 m
Reservatórios auxiliares (R_1, R_2, R_3 e R_4)	1,5 m	1,5 m
Canos	0,05 m	20 m

Fonte: Elaborada pela autora

O volume do reservatório central deve ser igual a soma do volume de água do reservatório central, nos reservatórios auxiliares e nos canos, e sendo h a altura das colunas de água, temos que:

$$\pi \cdot 2^2 \cdot 3,3 = \pi \cdot 2^2 \cdot h + 4 \cdot \pi \cdot (1,5)^2 \cdot h + 4 \cdot \pi \cdot (0,005)^2 \cdot 20$$

$$13,2 = 4h + 9h + 0,2$$

$$13h = 13$$

$$h = 1$$

Alternativa: D

Figura 31 - Questão 146 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 146

Uma indústria de perfumes embala seus produtos, atualmente, em frascos esféricos de raio R , com volume dado por $\frac{4}{3}\pi \cdot (R)^3$.

Observou-se que haverá redução de custos se forem utilizados frascos cilíndricos com raio da base $\frac{R}{3}$, cujo volume será dado por $\pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot h$, sendo h a altura da nova embalagem.

Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura do frasco cilíndrico (em termos de R) deverá ser igual a

- A** $2R$.
- B** $4R$.
- C** $6R$.
- D** $9R$.
- E** $12R$.

Fonte: INEP, 2016, p. 21

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C2	H9	Volume

Resolução e comentário: Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura h do frasco cilíndrico será:

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{cilindro}}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \pi R^3 = \pi \cdot \left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot h$$

$$\frac{4}{3} R^3 = \frac{R^2}{9} \cdot h$$

$$h = 12R$$

Alternativa: E

Figura 32 - Questão 161 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 161

O recinto das provas de natação olímpica utiliza a mais avançada tecnologia para proporcionar aos nadadores condições ideais. Isso passa por reduzir o impacto da ondulação e das correntes provocadas pelos nadadores no seu deslocamento. Para conseguir isso, a piscina de competição tem uma profundidade uniforme de 3 m, que ajuda a diminuir a “reflexão” da água (o movimento contra uma superfície e o regresso no sentido contrário, atingindo os nadadores), além dos já tradicionais 50 m de comprimento e 25 m de largura. Um clube deseja reformar sua piscina de 50 m de comprimento, 20 m de largura e 2 m de profundidade de forma que passe a ter as mesmas dimensões das piscinas olímpicas.

Disponível em: <http://desporto.publico.pt>. Acesso em: 6 ago. 2012.

Após a reforma, a capacidade dessa piscina superará a capacidade da piscina original em um valor mais próximo de

- A** 20%.
- B** 25%.
- C** 47%.
- D** 50%.
- E** 88%.

Fonte: INEP, 2016, p. 25

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C2	H8	Volume

Resolução e comentário: Vamos inicialmente encontrar o volume da piscina original, em m³:

$$V_1 = 2 \cdot 50 \cdot 20 = 2000$$

O volume nova piscina será, em m³:

$$V_2 = 3 \cdot 50 \cdot 25 = 3750$$

Calculando a porcentagem que representa o V_2 em relação ao V_1 , obtemos:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3750}{2000} = 1,875 = 187,5\%$$

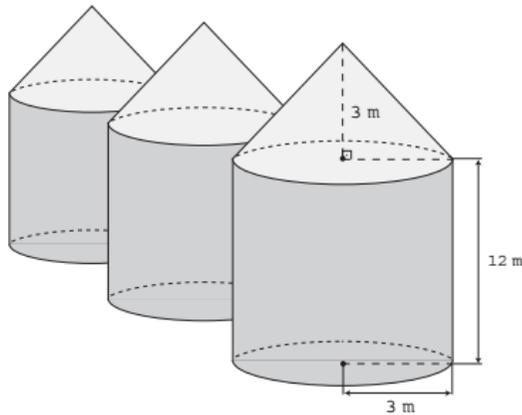
Portanto, a capacidade da piscina, após a reforma, superará a capacidade da piscina original em aproximadamente 88%

Alternativa: E

Figura 33 - Questão 175 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 175

Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3 . Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π .

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

- A** 6.
- B** 16.
- C** 17.
- D** 18.
- E** 21.

Fonte: INEP, 2016, p. 30

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1ª aplicação/ amarelo	C2	H8	Volume

Resolução e comentário: Cada silo é formado por um cone e um cilindro. Assim, o volume do silo (V) será dado por:

$$V = V_{\text{cone}} + V_{\text{cilindro}}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot h + \pi \cdot R^2 \cdot H = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 \cdot 12 = 27 + 324 = 351 \text{ m}^3$$

Como a capacidade máxima do caminhão é de 20 m^3 , o número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer, será: $\frac{351}{20} = 17,55$

Logo, será necessária no mínimo 18 viagens.

Alternativa: B

Figura 34 - Questão 179 (Enem 2015)

QUESTÃO 179 ◇◇◇◇◇

Uma fábrica de sorvetes utiliza embalagens plásticas no formato de paralelepípedo retangular reto. Internamente, a embalagem tem 10 cm de altura e base de 20 cm por 10 cm. No processo de confecção do sorvete, uma mistura é colocada na embalagem no estado líquido e, quando levada ao congelador, tem seu volume aumentado em 25%, ficando com consistência cremosa.

Inicialmente é colocada na embalagem uma mistura sabor chocolate com volume de 1 000 cm³ e, após essa mistura ficar cremosa, será adicionada uma mistura sabor morango, de modo que, ao final do processo de congelamento, a embalagem fique completamente preenchida com sorvete, sem transbordar.

O volume máximo, em cm³, da mistura sabor morango que deverá ser colocado na embalagem é

- A** 450.
- B** 500.
- C** 600.
- D** 750.
- E** 1 000.

Fonte: INEP, 2015, p. 31

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C2	H8	Volume

Resolução e comentário: Pelos dados no enunciado, o volume interna da embalagem (V), em cm³, é:

$$V = 10.20.10 = 2000$$

O volume (V₁) do da mistura sabor chocolate após ficar cremosa, em cm³, será de:

$$V_1 = 125\% \cdot 1000 = 1,25 \cdot 1000 = 1250$$

Dessa forma o volume interno (V₂) que restará na embalagem, em cm³, será de:

$$V_2 = 2000 - 1250 = 750$$

Assim, sendo V₃ o volume máximo, em cm³, da mistura sabor morango que deverá ser colocado na embalagem é:

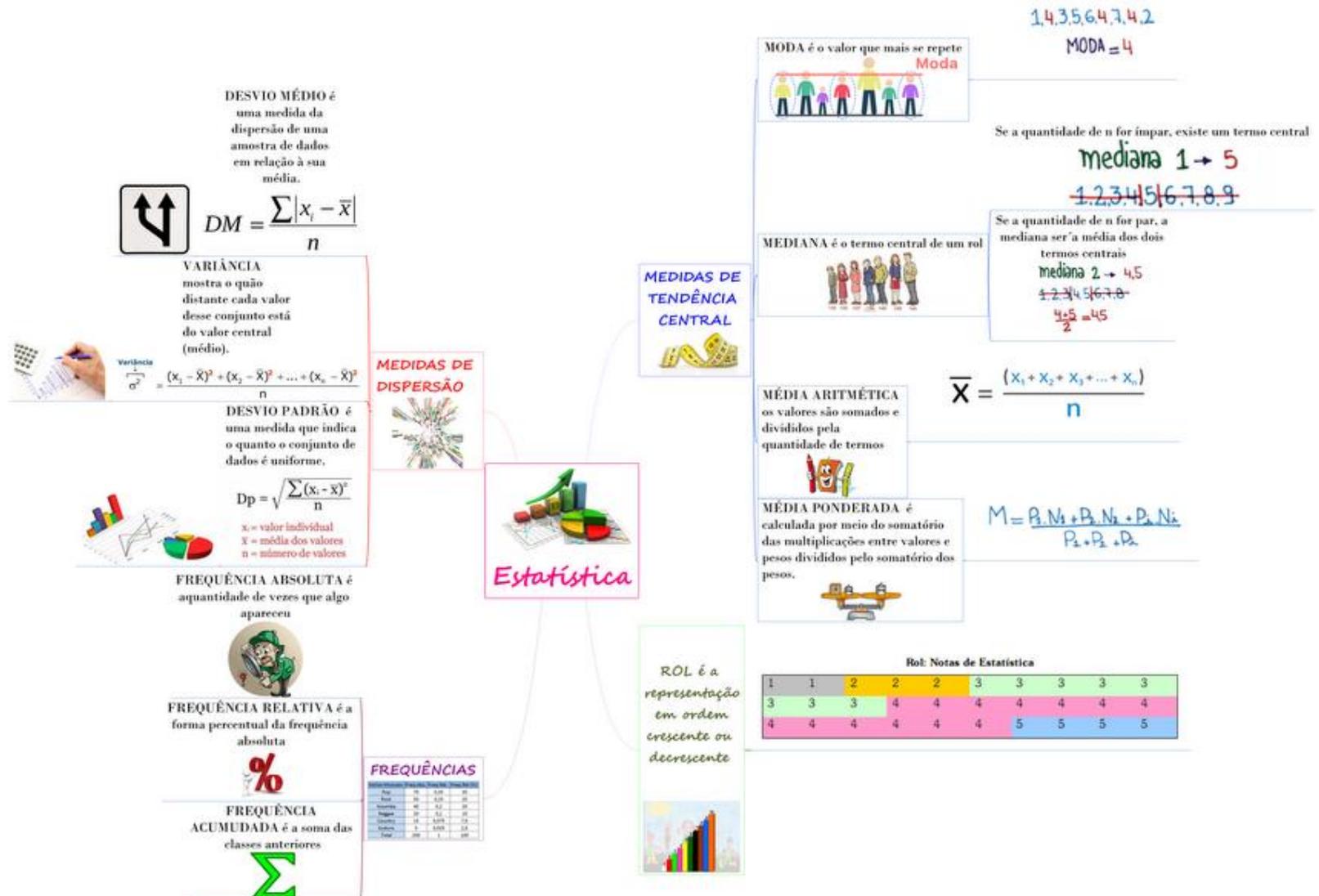
$$1,25 \cdot V_3 = 750$$

$$V_3 = 600$$

Alternativa: C

2.3 ESTATÍSTICA

Figura 35 - Mapa Mental: Estatística



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 36 - Questão 172 (Enem 2019)

Questão 172

Os alunos de uma turma escolar foram divididos em dois grupos. Um grupo jogaria basquete, enquanto o outro jogaria futebol. Sabe-se que o grupo de basquete é formado pelos alunos mais altos da classe e tem uma pessoa a mais do que o grupo de futebol. A tabela seguinte apresenta informações sobre as alturas dos alunos da turma.

Média	Mediana	Moda
1,65	1,67	1,70

Os alunos P, J, F e M medem, respectivamente, 1,65 m, 1,66 m, 1,67 m e 1,68 m, e as suas alturas não são iguais a de nenhum outro colega da sala.

Segundo essas informações, argumenta-se que os alunos P, J, F e M jogaram, respectivamente,

- A basquete, basquete, basquete, basquete.
- B futebol, basquete, basquete, basquete.
- C futebol, futebol, basquete, basquete.
- D futebol, futebol, futebol, basquete.
- E futebol, futebol, futebol, futebol.

Fonte: INEP, 2019, p. 28

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C7	H30	Média, moda e mediana

Resolução e comentário: Como o grupo de basquete tem uma pessoa a mais que o grupo de futebol, então a quantidade de alunos é um número ímpar. Assim, a mediana 1,67 é o número central, que é a altura do aluno F e ele está no grupo de basquete (time com um participante a mais e com alunos mais altos da classe). Dessa forma, o aluno F é o aluno menor entre os alunos do grupo de basquete. Portanto os alunos P e J que apresentam alturas menores que o aluno F participam do time de futebol e o aluno M que apresenta altura maior que o aluno F participa do time de basquete.

Alternativa: C

Figura 37 - Questão 162 (Enem 2018)

QUESTÃO 162

Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%, 10%, 30% e 40%, respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 60 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 46, 60 e 50, respectivamente.

O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é

- A** 29,8.
- B** 71,0.
- C** 74,5.
- D** 75,5.
- E** 84,0.

Fonte: INEP, 2018, p. 24

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2018/ amarelo	C7	H27	Média ponderada

Resolução e comentário: Para ser aprovado esse estudante precisa ter média maior ou igual a 60. Como cada prova tem um peso diferente, iremos utilizar o cálculo de média ponderada pra obtermos a na nota N_4 . Dessa forma:

$$\frac{46.20\% + 60.10\% + 50.30\% + N_4.40\%}{100\%} \geq 60$$

$$3020 + 40 N_4 \geq 6000$$

$$N_4 \geq 74,5$$

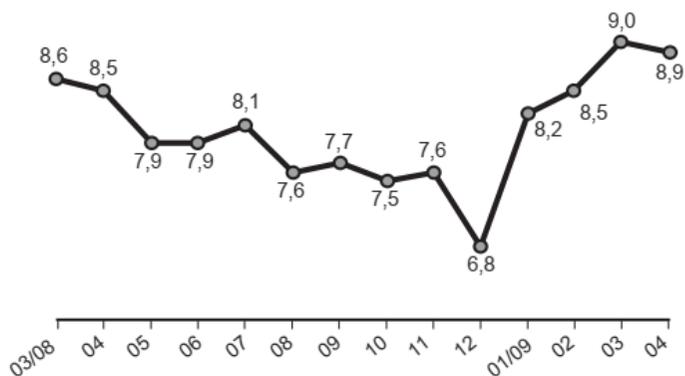
Alternativa: C

Figura 38- Questão 170 (Enem 2017)

QUESTÃO 170

O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.

Taxa de desemprego (%)



IBGE. Pesquisa mensal de emprego. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 30 jul. 2012 (adaptado).

A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

- A** 8,1%
- B** 8,0%
- C** 7,9%
- D** 7,7%
- E** 7,6%

Fonte: INEP, 2017, p. 27

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C7	H28	Mediana

Resolução e comentário: Organizando os dados do gráfico em rol obtemos:

6,8; 7,5; 7,6; 7,6; 7,7; 7,9; 7,9; 8,1; 8,2; 8,5; 8,5; 8,6; 8,9; 9,0

Como temos uma quantidade par de elementos nesse rol, a mediana será dada pela média aritmética dos dois elementos centrais, assim a mediana é:

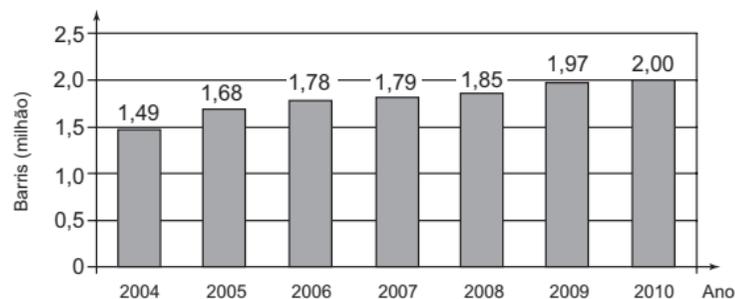
$$\frac{7,9+8,1}{2} = 8$$

Alternativa: B

Figura 39 - Questão 140 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 140

O gráfico mostra a média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, no período de 2004 a 2010.



Estimativas feitas naquela época indicavam que a média de produção diária de petróleo no Brasil, em 2012, seria 10% superior à média dos três últimos anos apresentados no gráfico.

Disponível em: <http://blogs.estadao.com.br>. Acesso em: 2 ago. 2012.

Se essas estimativas tivessem sido confirmadas, a média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, em 2012, teria sido igual a

- A** 1,940.
- B** 2,134.
- C** 2,167.
- D** 2,420.
- E** 6,402.

Fonte: INEP, 2016, p. 20

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C7	H27	Média aritmética

Resolução e comentário: Como apresentado no texto a média dos anos 2008, 2009 e 2010 é:

$$M = \frac{1,85 + 1,97 + 2,00}{3} = \frac{5,82}{3} = 1,94$$

Dessa forma, pela estimativa a média de 2012 será ter um aumento de 10% de 1,94, portanto será de:

$$(100\% + 10\%).1,94 = 1,1 \cdot 1,94 = 2,134$$

Alternativa: E

Figura 40 - Questão 141 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 141

O procedimento de perda rápida de “peso” é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66 kg, Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três “pesagens” antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos “pesos”. As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª pesagem (kg)	2ª pesagem (kg)	3ª pesagem (kg)	Média	Mediana	Desvio padrão
I	78	72	66	72	72	4,90
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três “pesagens”, os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta.

A primeira luta foi entre os atletas

- A** I e III.
- B** I e IV.
- C** II e III.
- D** II e IV.
- E** III e IV.

Fonte: INEP, 2016, p. 19

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1º aplicação/ amarelo	C7	H30	Desvio Padrão

Resolução e comentário: O desvio padrão fornecido na tabela, nos fornece qual atleta foi mais ou menos regular com relação as pesagens.

O atleta mais regular foi o III, já que foi aquele que apresentou o menor desvio padrão e o atleta menos regular foi o II, pois apresentou o maior desvio padrão.

Assim, a primeira luta ocorrerá entre os atletas II e III.

Alternativa: C

Figura 41 - Questão 166 (Enem 2015)

QUESTÃO 166 ◇◇◇◇◇

Um concurso é composto por cinco etapas. Cada etapa vale 100 pontos. A pontuação final de cada candidato é a média de suas notas nas cinco etapas. A classificação obedece à ordem decrescente das pontuações finais. O critério de desempate baseia-se na maior pontuação na quinta etapa.

Candidato	Média nas quatro primeiras etapas	Pontuação na quinta etapa
A	90	60
B	85	85
C	80	95
D	60	90
E	60	100

A ordem de classificação final desse concurso é

- A** A, B, C, E, D.
- B** B, A, C, E, D.
- C** C, B, E, A, D.
- D** C, B, E, D, A.
- E** E, C, D, B, A.

Fonte: INEP, 2015, p. 28

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C7	H27	Média aritmética

Resolução e comentário: Para entendermos melhor vamos continuar organizando os dados por candidato na tabela acima, calculando na última coluna a média das 5 etapas.

Tabela 1 - Complementando a tabela dada na questão 166 (Enem 2015)

Candidato	Média nas 4 primeiras etapas	Pontuação na 5ª etapa	Pontuação Final/ Média das 5 etapas
A	90	60	$\frac{4.90+60}{5} = 84$
B	85	85	$\frac{4.85+85}{5} = 85$
C	80	95	$\frac{4.80+95}{5} = 83$
D	60	90	$\frac{4.60+90}{5} = 66$
E	60	100	$\frac{4.60+100}{5} = 68$

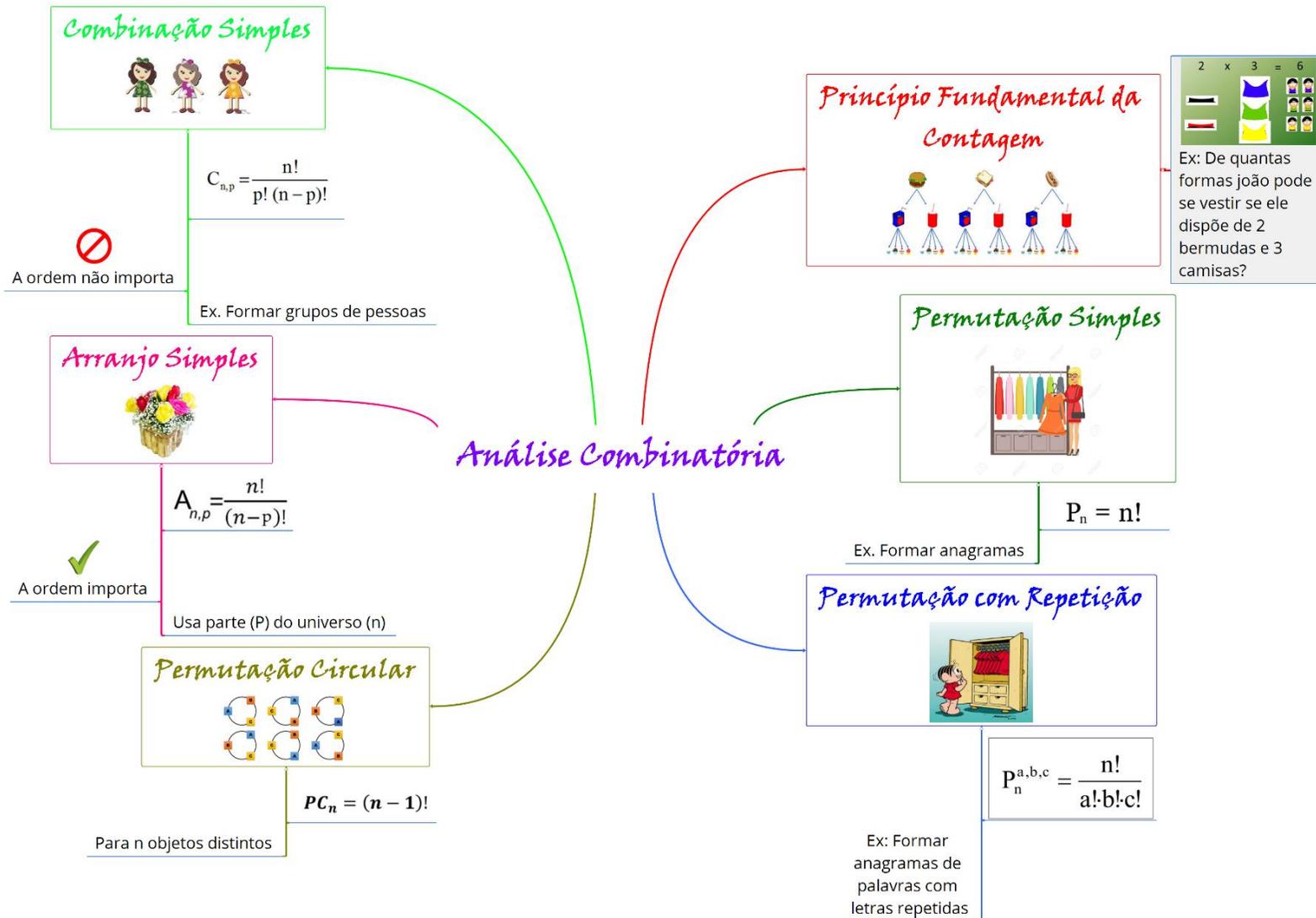
Fonte: Elaborada pela autora.

Logo, a ordem de classificação desse concurso que leva em conta a ordem crescente de média é: B, A, C, E e D.

Alternativa: B

2.4 ANÁLISE COMBINATÓRIA

Figura 42 - Mapa Mental: Análise Combinatória

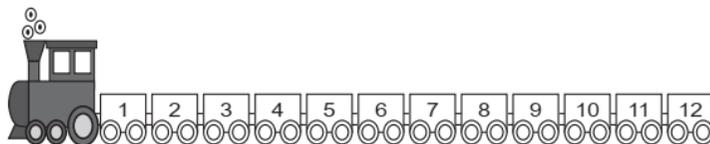


Fonte: Elaborada pela autora

Figura 43 - Questão 137 (Enem 2019)

Questão 137

Uma empresa confecciona e comercializa um brinquedo formado por uma locomotiva, pintada na cor preta, mais 12 vagões de iguais formato e tamanho, numerados de 1 a 12. Dos 12 vagões, 4 são pintados na cor vermelha, 3 na cor azul, 3 na cor verde e 2 na cor amarela. O trem é montado utilizando-se uma locomotiva e 12 vagões, ordenados crescentemente segundo suas numerações, conforme ilustrado na figura.



De acordo com as possíveis variações nas colorações dos vagões, a quantidade de trens que podem ser montados, expressa por meio de combinações, é dada por

- A $C_{12}^4 \times C_{12}^3 \times C_{12}^3 \times C_{12}^2$
- B $C_{12}^4 + C_8^3 + C_5^3 + C_2^2$
- C $C_{12}^4 \times 2 \times C_8^3 \times C_5^2$
- D $C_{12}^4 + 2 \times C_{12}^3 + C_{12}^2$
- E $C_{12}^4 \times C_8^3 \times C_5^3 \times C_2^2$

Fonte: INEP, 2019, p. 17

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C1	H2	Combinação

Resolução e comentário: Com os 12 vagões de iguais formatos e tamanhos, numerados de 1 a 12, a quantidade de trens que podemos montar de acordo com as condições do enunciado são:

$$C_{12}^4 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2.$$

Alternativa: E

Dica: Como não importa a ordem da escolha, temos um problema que envolve combinação. Neste caso temos 4 escolhas a fazer, por esse motivo as 4 combinações. De 12 vagões inicialmente escolhemos 4 pra a cor vermelha. Em seguida dos 8 que restaram escolhemos 3 para a cor azul. Logo após dos 5 restantes escolhemos 3 para a cor verde e por fim os dois últimos ficam para cor amarela. Por fim vale ressaltar que como serão feitas as 4 escolhas, devemos multiplica-las. Seria a soma, como apresentado na alternativa B, se a tivéssemos que fazer a escolha da cor vermelha, “ou” a escolha da cor azul, “ou” a escolha da cor verde, “ou” a escolha da cor amarela.

Figura 44 - Questão 161 (Enem 2018)

QUESTÃO 161

O Salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em *design* e tecnologia.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 4 fev. 2015 (adaptado).

Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete.

Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante.

Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é

- A A_{10}^4
- B C_{10}^4
- C $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$
- D $A_4^2 \times A_6^2 \times 2 \times 2$
- E $C_4^2 \times C_6^2$

Fonte: INEP, 2018, p. 24

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2018/ amarelo	C1	H2	Combinação

Resolução e comentário: Inicialmente para a escolha dos 2 carros compactos entre os 4 disponibilizados, como não importa a ordem, teremos:

$$C_4^2:$$

Para a escolha das duas caminhonetes entre as 6 disponibilizadas, como a ordem não importa, teremos:

$$C_6^2:$$

Como existem dois estandes, um na entrada e um na região central do salão, e cada um deles, ficará exposto um carro e uma caminhonete, teremos 2 opções de escolha pra colocar qual carro em cada estande e 2 opções de escolha pra colocar qual caminhonete em cada estande. Dessa forma uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é:

$$C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$$

Alternativa: C

Figura 45 - Questão 167 (Enem 2017)

QUESTÃO 167

O comitê organizador da Copa do Mundo 2014 criou a logomarca da Copa, composta de uma figura plana e o slogan “Juntos num só ritmo”, com mãos que se unem formando a taça Fifa. Considere que o comitê organizador resolvesse utilizar todas as cores da bandeira nacional (verde, amarelo, azul e branco) para colorir a logomarca, de forma que regiões vizinhas tenham cores diferentes.



Disponível em: www.pt.fifa.com. Acesso em: 19 nov. 2013 (adaptado).

De quantas maneiras diferentes o comitê organizador da Copa poderia pintar a logomarca com as cores citadas?

- A 15
- B 30
- C 108
- D 360
- E 972

Fonte: INEP, 2017, p. 26

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C1	H2	Princípio Fundamental da Contagem

Resolução e comentário: Como se trata de uma figura plana, temos apenas as 6 regiões que são visíveis na imagem. Para a primeira parte a ser pintada teremos 4 opções de escolha (qualquer uma das 4 cores disponibilizadas), já para a segunda parte a ser pintada (vizinha a parte já pintada) teremos apenas 3 opções de cores para pinta-la, pois não podemos pintar com a mesma cor da sua região vizinha. Para a terceira parte que é vizinha a segunda teremos também 3 possibilidades de escolha para a cor, excluindo apenas a cor que foi pintada a segunda região (que é apenas ela sua vizinha já pintada) e assim para as demais partes teremos sempre 3 cores para escolha, eliminando apenas a cor da região vizinha já pintada.

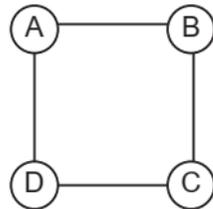
Assim, a quantidade de maneiras diferentes do comitê organizador da Copa poderia pintar a logomarca com as cores citadas são: $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 972$

Alternativa: E

Figura 46 - Questão 170 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 170

Para estimular o raciocínio de sua filha, um pai fez o seguinte desenho e o entregou à criança juntamente com três lápis de cores diferentes. Ele deseja que a menina pinte somente os círculos, de modo que aqueles que estejam ligados por um segmento tenham cores diferentes.



De quantas maneiras diferentes a criança pode fazer o que o pai pediu?

- A** 6
- B** 12
- C** 18
- D** 24
- E** 72

Fonte: INEP, 2016, p. 28

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C1	H2	Princípio Fundamental da Contagem

Resolução e comentário: Temos dois casos a considerar:

1º caso: Se dois círculos não adjacentes, o A e o C por exemplo, forem pintados com a mesma cor, teremos 3 opções para o círculo A ou C e 1 opção pra o outro (já que serão pintados com a mesma cor), já para o círculo B teremos duas opções de escolha, excluindo apenas a cor que foi utilizada nos círculos A e C. da mesma forma que teremos apenas duas opções de cores para o círculo D. Dessa forma, o número de possibilidades para esse caso é:

$$3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

2º caso: Se os dois círculos não adjacentes, o A e o C por exemplo, forem pintados com cores diferentes, teremos 3 opções para o primeiro círculo e 2 opções para o segundo, já para o círculo B, por exemplo, teremos apenas 1 opção, já que não podemos usar nem a cor do círculo A nem a cor do círculo C, da mesma forma que o círculo D, que teremos apenas uma opção de cor. Dessa forma, o número de possibilidades para esse caso é:

$$3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 6$$

Como é possível que aconteça o 1º caso “OU” o 2º caso o total de maneiras diferentes da criança fazer o que o pai pediu é:

$$12 + 6 = 18$$

Alternativa: C

Figura 47 - Questão 153 (Enem 2016 – 1 aplicação)

QUESTÃO 153 

Para cadastrar-se em um *site*, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.

Disponível em: www.infowester.com. Acesso em: 14 dez. 2012.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse *site* é dado por

- A $10^2 \cdot 26^2$
- B $10^2 \cdot 52^2$
- C $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2!}$
- D $10^2 \cdot 26^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$
- E $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$

Fonte: INEP, 2016, p. 23

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1º aplicação/ amarelo	C1	H2	Princípio Fundamental da Contagem

Resolução e comentário: Para a escolha da senha teremos 52 (26 letras minúsculas + 26 letras maiúsculas) possibilidades para a escolha do primeiro caractere que é composto pela letra assim como 52 possibilidades de escolha para o segundo caractere que também é composto por uma letra. Para o terceiro caractere teremos 10 (número de algarismos distintos) possibilidades de escolha e para a última escolha do algarismo também 10 possibilidades de escolha. Outra coisa relevante a observar nesta questão é que as letras e os algarismos podem ocupar qualquer posição, logo teremos uma permutação com repetição para a quantidade de ordenação desses caracteres. Dessa forma, o número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse site é dado por:

$$52 \cdot 52 \cdot 10 \cdot 10 \cdot P_{2,2}^4 = 10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$$

Alternativa: E

Figura 48 - Questão 142 (Enem 2015)

QUESTÃO 142 ◇◇◇◇◇

Numa cidade, cinco escolas de samba (I, II, III, IV e V) participaram do desfile de Carnaval. Quatro quesitos são julgados, cada um por dois jurados, que podem atribuir somente uma dentre as notas 6, 7, 8, 9 ou 10. A campeã será a escola que obtiver maior pontuação na soma de todas as notas emitidas. Em caso de empate, a campeã será a que alcançar a maior soma das notas atribuídas pelos jurados no quesito Enredo e Harmonia. A tabela mostra as notas do desfile desse ano no momento em que faltava somente a divulgação das notas do jurado B no quesito Bateria.

Quesitos	1. Fantasia e Alegoria		2. Evolução e Conjunto		3. Enredo e Harmonia		4. Bateria		Total
	A	B	A	B	A	B	A	B	
Jurado	A	B	A	B	A	B	A	B	
Escola I	6	7	8	8	9	9	8		55
Escola II	9	8	10	9	10	10	10		66
Escola III	8	8	7	8	6	7	6		50
Escola IV	9	10	10	10	9	10	10		68
Escola V	8	7	9	8	6	8	8		54

Quantas configurações distintas das notas a serem atribuídas pelo jurado B no quesito Bateria tornariam campeã a Escola II?

- A 21
- B 90
- C 750
- D 1 250
- E 3 125

Fonte: INEP, 2015, p. 21

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C1	H2	Princípio Fundamental da Contagem

Resolução e comentário: Inicialmente observe que as escolas I, III, e V, mesmo que recebam a nota máxima do jurado B no quesito bateria não poderão ser ganhadoras pois suas notas somadas serão inferiores comprando com as demais escolas. Observe também que em caso de empate entre as escolas II e IV a escola II será campeã, pois ganha no quesito enredo e harmonia. Assim a escola II será campeã se as pontuações das escolas II e IV forem:

Tabela 2 - Dados retirados da questão 142 (ENEM 2015)

	Opção 1	Opção 2	Opção 3	Opção 4	Opção 5	Opção 6
Escola II	8	9	9	10	10	10
Escola IV	6	6	7	6	7	8

Fonte: Elaborada pela autora

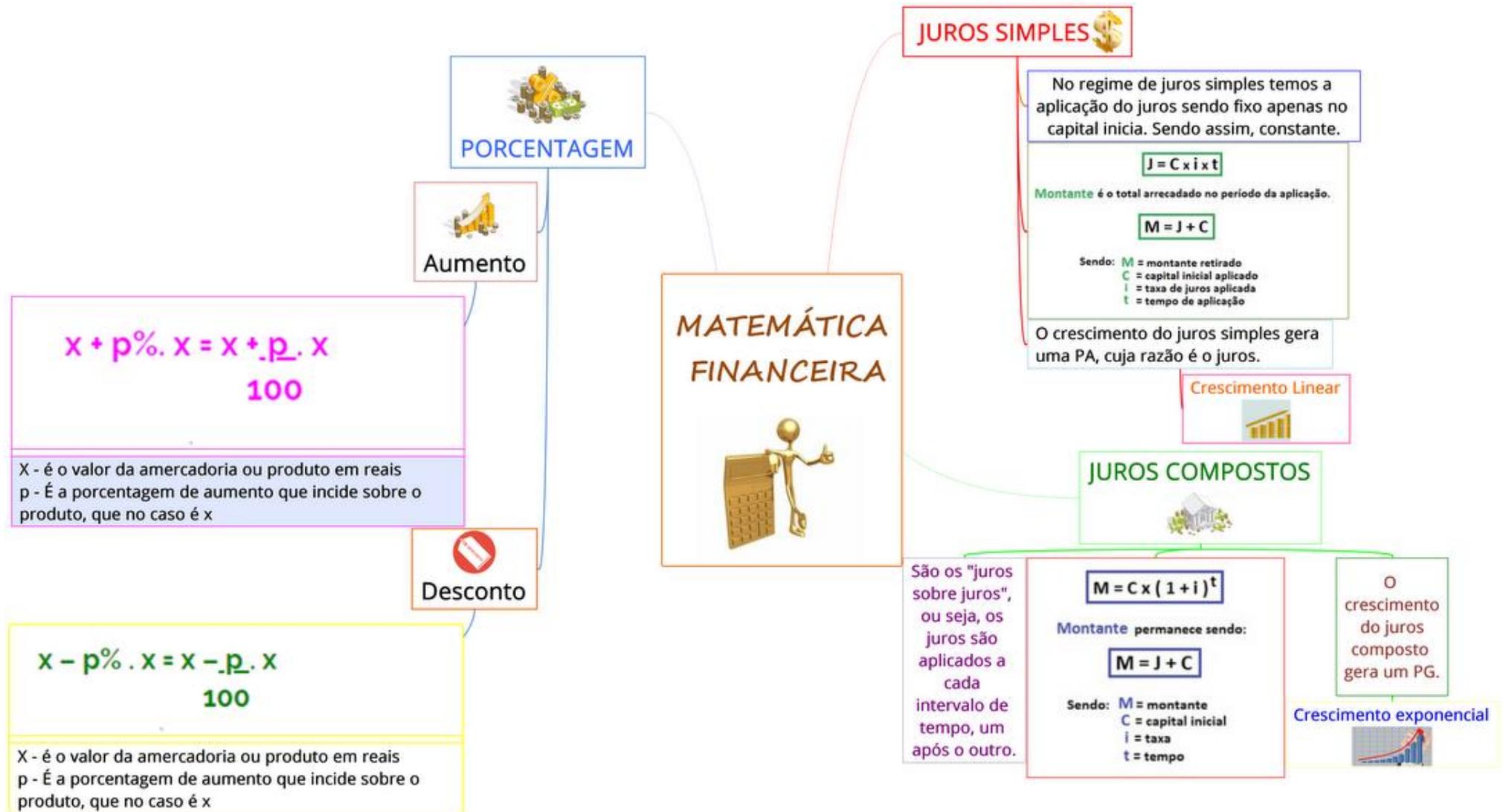
Assim teremos 6 possibilidades de a escola II ficar em primeiro lugar e a escola IV em segundo lugar. Já as demais escolas possuem, cada uma, 5 possibilidades do jurado B dá sua nota sem influenciar na colocação da escola II. Portanto, a quantidade de configurações distintas das notas a serem atribuídas pelo jurado B no quesito Bateria para tornar a escola II campeã é:

$$6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 750$$

Alternativa: C

2.5 MATEMÁTICA FINANCEIRA

Figura 49 - Mapa Mental: Matemática Financeira



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 50 - Questão 154 (Enem 2019)

Questão 154

Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado.

O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

- A** 398,02.
- B** 400,00.
- C** 401,94.
- D** 404,00.
- E** 406,02.

Fonte: INEP, 2019, p. 22

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C5	H23	Juros Compostos

Resolução e comentário: Seja x o valor do produto à vista, em reais. Esse valor foi dividido em duas parcelas na qual chamaremos de y (a primeira) e z (a segunda).

Assim, o valor à vista y da primeira parcela corresponde a:

$$(100\% + 10\%).y = 202,00$$

$$1,1.y = 202,00$$

$$y = 200,00$$

O valor à vista z da segunda parcela corresponde a:

$$(100\% + 10\%)^2.z = 204,20$$

$$(1,1)^2.y = 204,20$$

$$1,21.y = 204,20$$

$$Y = 200,00$$

Portanto, o valor à vista, em real que deverá constar na note fiscal é:

$$y + z = 200,00 + 200,00 = 400,00$$

Alternativa: B

Figura 51 - Questão 167 (Enem 2018)

QUESTÃO 167

Devido ao não cumprimento das metas definidas para a campanha de vacinação contra a gripe comum e o vírus H1N1 em um ano, o Ministério da Saúde anunciou a prorrogação da campanha por mais uma semana. A tabela apresenta as quantidades de pessoas vacinadas dentre os cinco grupos de risco até a data de início da prorrogação da campanha.

Balanco parcial nacional da vacinação contra a gripe			
Grupo de risco	População (milhão)	População já vacinada	
		(milhão)	(%)
Crianças	4,5	0,9	20
Profissionais de saúde	2,0	1,0	50
Gestantes	2,5	1,5	60
Indígenas	0,5	0,4	80
Idosos	20,5	8,2	40

Disponível em: <http://portalsaude.saude.gov.br>. Acesso em: 16 ago. 2012.

Qual é a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas?

- A** 12
- B** 18
- C** 30
- D** 40
- E** 50

Fonte: INEP, 2018, p. 26

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2018/ amarelo	C1	H3	Porcentagem

Resolução e comentário: Inicialmente vamos somar os dados dado na tabela pra sabermos o total da população que deverá ser vacinada: $4,5 + 2,0 + 2,5 + 0,5 + 20,5 = 30$ milhões

Agora vamos somar os dados da tabela para sabermos quantas pessoas já foram vacinadas: $0,9 + 1,0 + 1,5 + 0,4 + 8,2 = 12$ milhões

Logo, a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas é: $\frac{12}{30} = 0,4 = 40\%$

Alternativa: D

Figura 52 - Questão 172 (Enem 2017)

QUESTÃO 172

A energia solar vai abastecer parte da demanda de energia do *campus* de uma universidade brasileira. A instalação de painéis solares na área dos estacionamentos e na cobertura do hospital pediátrico será aproveitada nas instalações universitárias e também ligada na rede da companhia elétrica distribuidora de energia.

O projeto inclui 100 m² de painéis solares que ficarão instalados nos estacionamentos, produzindo energia elétrica e proporcionando sombra para os carros. Sobre o hospital pediátrico serão colocados aproximadamente 300 m² de painéis, sendo 100 m² para gerar energia elétrica utilizada no *campus*, e 200 m² para geração de energia térmica, produzindo aquecimento de água utilizada nas caldeiras do hospital.

Suponha que cada metro quadrado de painel solar para energia elétrica gere uma economia de 1 kWh por dia e cada metro quadrado produzindo energia térmica permita economizar 0,7 kWh por dia para a universidade. Em uma segunda fase do projeto, será aumentada em 75% a área coberta pelos painéis solares que geram energia elétrica. Nessa fase também deverá ser ampliada a área de cobertura com painéis para geração de energia térmica.

Disponível em: <http://agenciabrasil.etc.com.br>. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

Para se obter o dobro da quantidade de energia economizada diariamente, em relação à primeira fase, a área total dos painéis que geram energia térmica, em metro quadrado, deverá ter o valor mais próximo de

- A** 231.
- B** 431.
- C** 472.
- D** 523.
- E** 672.

Fonte: INEP, 2017, p. 27

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C1	H3	Porcentagem

Resolução e comentário: Inicialmente o projeto inicial prevê 200m² de painéis geradores de energia elétrica (100m² do hospital e 100m² do estacionamento) e 200m² de energia térmica. Assim, a economia em kWh, é:

- Para a energia elétrica: 200. 1kWh = 200 kWh
- Para a energia térmica: 200. 0,7kWh = 140 kWh
- Totalizando: 200kWh + 140kWh = 340 kWh

Na segunda parte do projeto, a economia em energia elétrica deverá aumentar em 75%, isso equivale a: $200 + 75\%.200 = 200 + 0,75.200 = 350$ kWh

Como é solicitado o dobro da quantidade de energia economizada diariamente, em relação a primeira fase, teremos um total de $2. 340 = 680$ kWh. Como desses 680 kWh, 350 kWh são de energia elétrica, a economia em energia térmica será de 330kWh. E como cada metro quadrado de painel de energia térmica permite economizar 0,7 kWh por dia, temos que o número que representa a área dos painéis, em metros quadrados, que geram energia térmica será:

$$\frac{330}{0,7} \cong 472$$

Alternativa: C

Figura 53 - Questão 155 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 155

Um produtor de maracujá usa uma caixa-d'água, com volume V , para alimentar o sistema de irrigação de seu pomar. O sistema capta água através de um furo no fundo da caixa a uma vazão constante. Com a caixa-d'água cheia, o sistema foi acionado às 7 h da manhã de segunda-feira. Às 13 h do mesmo dia, verificou-se que já haviam sido usados 15% do volume da água existente na caixa. Um dispositivo eletrônico interrompe o funcionamento do sistema quando o volume restante na caixa é de 5% do volume total, para reabastecimento.

Supondo que o sistema funcione sem falhas, a que horas o dispositivo eletrônico interromperá o funcionamento?

- A** Às 15 h de segunda-feira.
- B** Às 11 h de terça-feira.
- C** Às 14 h de terça-feira.
- D** Às 4 h de quarta-feira.
- E** Às 21 h de terça-feira.

Fonte: INEP, 2016, p. 24

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C1	H3	Porcentagem

Resolução e comentário: Seja x a hora, a partir das 7h de segunda-feira, para que o volume da caixa seja 5% do total. As 13h já se passaram 6h e já havia usado 15% do volume da caixa. Assim para que se tenha usado 95% temos:

$$6h \text{ --- } 15\%$$

$$Xh \text{ --- } 95\%$$

$$X = \frac{95 \cdot 6}{15} = 38h$$

Dessa forma, 38 horas a partir das 7h da segunda-feira será 21h da terça-feira.

Alternativa: E

Figura 54 - Questão 164 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 164

O LIRAA, Levantamento Rápido do Índice de Infestação por *Aedes aegypti*, consiste num mapeamento da infestação do mosquito *Aedes aegypti*. O LIRAA é dado pelo percentual do número de imóveis com focos do mosquito, entre os escolhidos de uma região em avaliação.

O serviço de vigilância sanitária de um município, no mês de outubro do ano corrente, analisou o LIRAA de cinco bairros que apresentaram o maior índice de infestação no ano anterior. Os dados obtidos para cada bairro foram:

- I. 14 imóveis com focos de mosquito em 400 imóveis no bairro;
- II. 6 imóveis com focos de mosquito em 500 imóveis no bairro;
- III. 13 imóveis com focos de mosquito em 520 imóveis no bairro;
- IV. 9 imóveis com focos de mosquito em 360 imóveis no bairro;
- V. 15 imóveis com focos de mosquito em 500 imóveis no bairro.

O setor de dedetização do município definiu que o direcionamento das ações de controle iniciarão pelo bairro que apresentou o maior índice do LIRAA.

Disponível em: <http://bvsmms.saude.gov.br>. Acesso em: 28 out. 2015.

As ações de controle iniciarão pelo bairro

- A** I.
- B** II.
- C** III.
- D** IV.
- E** V.

Fonte: INEP, 2016, p. 26

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1ª aplicação/ amarelo	C1	H3	Porcentagem

Resolução e comentário: Pelos dados do enunciado da questão temos:

$$\text{I. } \frac{14}{400} = 0,035 = 3,5\%$$

$$\text{II. } \frac{6}{500} = 0,012 = 1,2\%$$

$$\text{III. } \frac{13}{520} = 0,025 = 2,5\%$$

$$\text{IV. } \frac{9}{360} = 0,025 = 2,5\%$$

$$\text{V. } \frac{15}{500} = 0,03 = 3\%$$

Assim, o bairro que apresentou o maior índice do LIRAA foi o bairro I.

Alternativa: A

Figura 55 - Questão 152 (Enem 2015)

QUESTÃO 152 ◇◇◇◇◇

Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180 000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- A** 2 075,00.
- B** 2 093,00.
- C** 2 138,00.
- D** 2 255,00.
- E** 2 300,00.

Fonte: INEP, 2015, p. 32

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C1	H3	Juros – Porcentagem

Resolução e comentário: De acordo com os dados do enunciado na décima prestação, o saldo devedor é, em reais: $180\ 000 - 9 \cdot 500 = 175\ 500,00$

Assim a décima prestação será:

$$500 + 1\% \cdot 175\ 500 = 500 + 0,01 \cdot 175\ 500 = 500 + 1\ 755 = 2\ 255,00$$

Alternativa: D

Figura 56 - Questão 155 (Enem 2015)

QUESTÃO 155 ◇◇◇◇◇

Segundo dados apurados no Censo 2010, para uma população de 101,8 milhões de brasileiros com 10 anos ou mais de idade e que teve algum tipo de rendimento em 2010, a renda média mensal apurada foi de R\$ 1 202,00. A soma dos rendimentos mensais dos 10% mais pobres correspondeu a apenas 1,1% do total de rendimentos dessa população considerada, enquanto que a soma dos rendimentos mensais dos 10% mais ricos correspondeu a 44,5% desse total.

Disponível em: www.estadao.com.br. Acesso em: 16 nov. 2011(adaptado).

Qual foi a diferença, em reais, entre a renda média mensal de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais ricos e de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais pobres?

- A** 240,40
- B** 548,11
- C** 1 723,67
- D** 4 026,70
- E** 5 216,68

Fonte: INEP, 2015, p. 32

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C1	H3	Porcentagem

Resolução e comentário: Chamando de x a população de brasileiros com 10 anos ou mais de idade. Temos $x = 101,8$ milhões. A receita gerada pela população x foi R\$ $1202,00 \cdot x$, a receita gerada pelos 10% mais pobres foi de 1,1%. $1202 \cdot x$ e a renda média mensal de um brasileiro com 10 anos ou mais foi:

$$\frac{1,1\% \cdot 1202 \cdot x}{10\% \cdot x} = 132,22$$

E a receita gerada pelos 10% mais ricos foi de 44,5% . $1202,00 \cdot x$ e a renda mensal de um brasileiro com 10 anos ou mais destes foi:

$$\frac{44,5\% \cdot 1202 \cdot x}{10\% \cdot x} = 5348,90$$

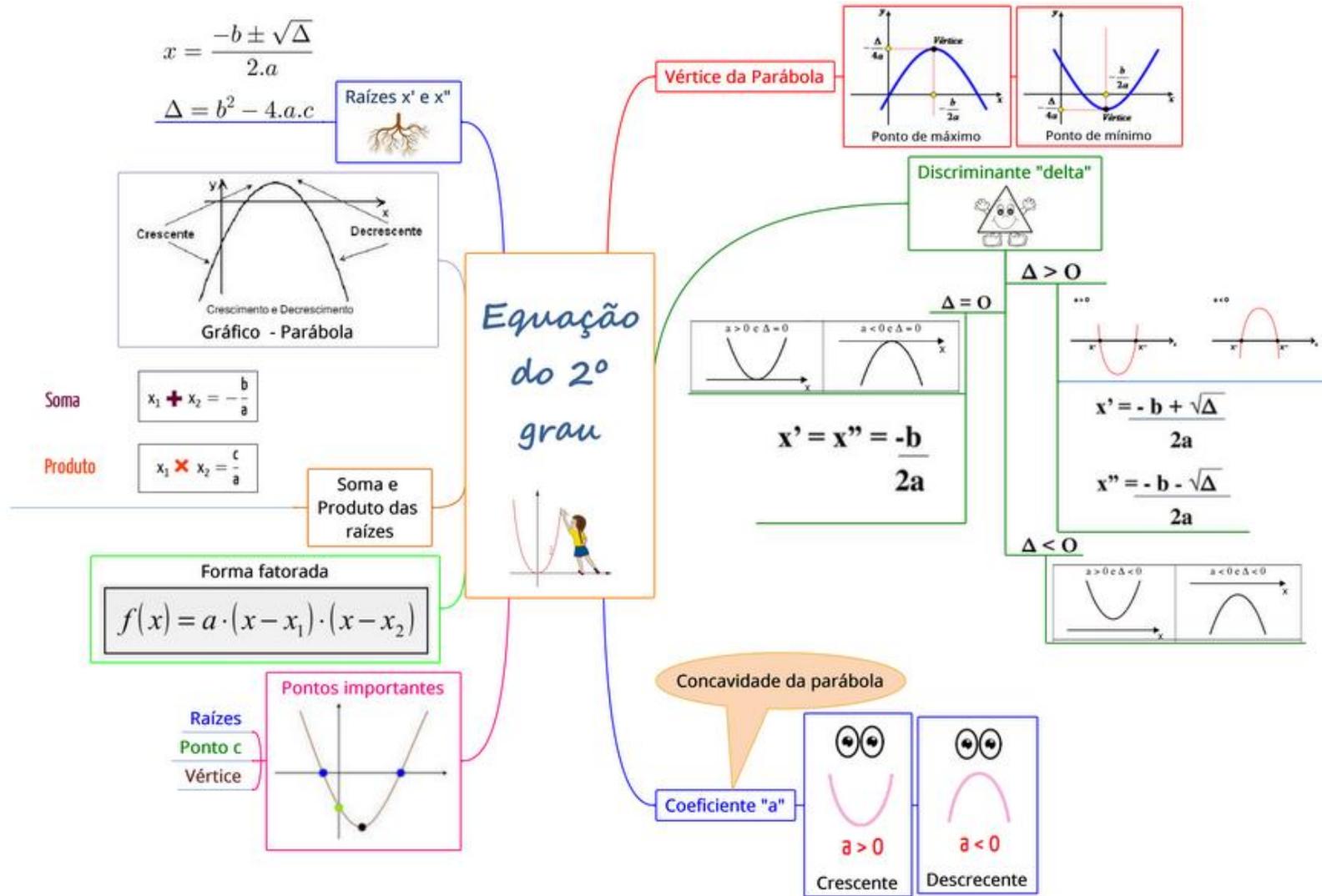
Dessa forma, a diferença, em reais, entre as rendas médias dos brasileiros que estavam nas duas faixas foi de:

$$5348,90 - 132,22 = 5216,68$$

Alternativa: E

2.6 EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Figura 57 - Mapa Mental: Equação do 2º Grau

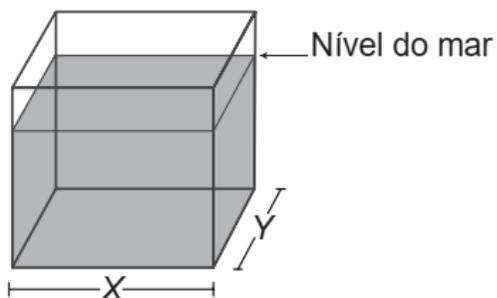


Fonte: Elaborada pela autora

Figura 58 - Questão 168 (Enem 2017)

QUESTÃO 168

Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais.



Quais devem ser os valores de X e de Y, em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

- A** 1 e 49
- B** 1 e 99
- C** 10 e 10
- D** 25 e 25
- E** 50 e 50

Fonte: INEP, 2017, p. 26

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C5	H22	Sistema de equações/ equação do 2º grau

Resolução e comentário: Pelos dados do enunciado acima, temos que a área (A) da base do viveiro e o perímetro da base ($P = 100$ m) do viveiro, são dados por:

$$A = x \cdot y \quad (\text{I})$$

$$P = 2x + 2y = 100 \rightarrow x + y = 50 \rightarrow y = 50 - x \quad (\text{II})$$

Substituindo (II) em (I), obtemos:

$$A(x) = x \cdot (50 - x) = -x^2 + 50x \quad (\text{III})$$

Para que a área seja máxima devemos encontrar o valor máximo para x (x do vértice), isto é:

$$X_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-50}{2 \cdot (-1)} = 25 \quad (\text{IV})$$

Substituindo (IV) em (II), obtemos:

$$y = 50 - 25 = 25$$

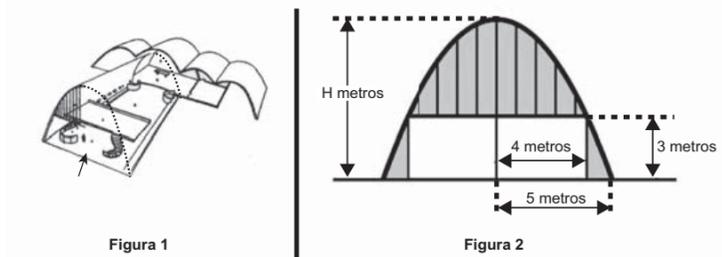
Portanto, os valores de x e de y, em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima, são: $x = y = 25$

Alternativa: B

Figura 59 - Questão 176 (Enem 2017)

QUESTÃO 176

A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

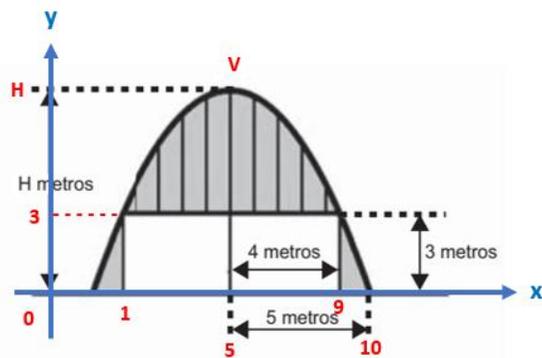


Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

- A $\frac{16}{3}$
- B $\frac{31}{5}$
- C $\frac{25}{4}$
- D $\frac{25}{3}$
- E $\frac{75}{2}$

Fonte: INEP, 2017, p.30

Figura 60 - Parábola para resolução da questão 176 (Enem 2017 – Prova amarela)



Fonte: Elaborada pela autora.

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C5	H20	Equação do 2º grau

Resolução e comentário: Analise a figura 60:

Pela figura 60, temos que as raízes são 0 e 10, logo uma equação do segundo grau com coeficiente “a” que pode ser representada por essa parábola é:

$$y = a \cdot x \cdot (x - 10) \quad (I)$$

Vamos agora substituir o ponto (1,3) dados no gráfico na equação (I):

$$3 = a \cdot 1 \cdot (1 - 10)$$

$$-9 \cdot a = 3$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

Dessa forma, a equação (I) é dada por:

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{10}{3}x \quad (II)$$

A medida H solicitada será dada pelo ponto máximo da parábola, isto é, pelo, y_v , logo:

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)}{4a} = \frac{-\left(\left(\frac{10}{3}\right)^2 + 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0\right)}{4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{-\frac{100}{9}}{\frac{4}{3}} = -\frac{100}{9} \cdot \frac{3}{4} = -\frac{25}{3} \text{ m}$$

Alternativa: D

Figura 61 - Questão 147 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 147

Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia.

A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer.

A segunda dedetização começou no

- A** 19º dia.
- B** 20º dia.
- C** 29º dia.
- D** 30º dia.
- E** 60º dia.

Fonte: INEP, 2016, p. 21

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2º aplicação/ amarelo	C5	H19/H23	Equação do 2º grau

Resolução e comentário: Como $f(t)$ indica o número de infectados no dia t , temos que:

$$f(t) = 1600 = -2t^2 + 120t, \quad (I)$$

Assim, calculando as raízes da equação $-2t^2 + 120t - 1600 = 0$, encontramos os dias em que o número de infectados atingiu 1600 pessoas.

Aplicando a fórmula de Bhaskara, obtemos:

$$X_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2a} = \frac{-120 + \sqrt{120^2 - 4.(-2).(-1600)}}{2(-2)} = \frac{-120 + \sqrt{14400 - 12800}}{-4} = 20,$$

$$X_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2a} = \frac{-120 - \sqrt{120^2 - 4.(-2).(-1600)}}{2(-2)} = \frac{-120 - \sqrt{14400 - 12800}}{-4} = 40$$

Portanto a segunda dedetização começou no 20º dia.

Alternativa: B

Figura 62 - Questão 152 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 152

Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola:

$$y = 9 - x^2, \text{ sendo } x \text{ e } y \text{ medidos em metros.}$$

Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $\frac{2}{3}$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel.

Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

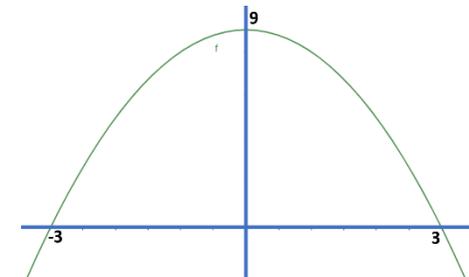
- A** 18
- B** 20
- C** 36
- D** 45
- E** 54

Fonte: INEP, 2016, p. 23

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1ª aplicação / amarelo	C5	H22	Equação do 2º grau

Resolução e comentário: O gráfico abaixo representa a parábola da equação $y = 9 - x^2$. Para calcular a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado, precisamos da base do túnel ($b = 3 - (-3) = 6$) e da altura do túnel ($h = 9$)

Figura 63 - Esquema do gráfico para equação dada na questão 152 (Enem 2016 – 1ª aplicação – Prova amarela)



Fonte: Elaborada pela autora.

Dessa forma, a área é dada por:

$$\frac{2}{3} \cdot b \cdot h = \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot 9 = 36 \text{ m}^2$$

Alternativa: C

Figura 64 - Questão 136 (Enem 2015)

QUESTÃO 136 ◇◇◇◇◇

Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = -h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura (°C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \leq T \leq 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \leq T \leq 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como

- A** muito baixa.
- B** baixa.
- C** média.
- D** alta.
- E** muito alta.

Fonte: INEP, 2015, p. 19

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C5	H21	Equação do 2º grau

Resolução e comentário: De acordo com o enunciado da questão a maior temperatura T ocorrerá quando a $T(h) = -h^2 + 22h - 85$ atingir seu valor máximo, dado por:

$$T = y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4.a.c)}{4a} = -\frac{22^2 - 4.(-1).(-85)}{4.(-1)} = -\frac{484 - 340}{-4} = 36$$

Como $30 \leq T \leq 43$, temos que a temperatura no interior da estufa está classificada como alta.

Alternativa: D

Figura 65 - Questão 157 (Enem 2015)

QUESTÃO 157 ◇◇◇◇◇

Uma padaria vende, em média, 100 pães especiais por dia e arrecada com essas vendas, em média, R\$ 300,00. Constatou-se que a quantidade de pães especiais vendidos diariamente aumenta, caso o preço seja reduzido, de acordo com a equação

$$q = 400 - 100p,$$

na qual q representa a quantidade de pães especiais vendidos diariamente e p , o seu preço em reais.

A fim de aumentar o fluxo de clientes, o gerente da padaria decidiu fazer uma promoção. Para tanto, modificará o preço do pão especial de modo que a quantidade a ser vendida diariamente seja a maior possível, sem diminuir a média de arrecadação diária na venda desse produto.

O preço p , em reais, do pão especial nessa promoção deverá estar no intervalo

- A** R\$ $0,50 \leq p < R\$ 1,50$
- B** R\$ $1,50 \leq p < R\$ 2,50$
- C** R\$ $2,50 \leq p < R\$ 3,50$
- D** R\$ $3,50 \leq p < R\$ 4,50$
- E** R\$ $4,50 \leq p < R\$ 5,50$

Fonte: INEP, 2015, p. 25

Ano de aplicação/ Caderno	Competên cia	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C5	H21/H23	Equação do 2º grau – Raízes

Resolução e comentário: A arrecadação média $R(p)$ em reais, em função do preço p , caso o preço seja p e a quantidade de pães vendida seja $q = 400 - 100p$ será:

$$R(p) = (400 - 100p) \cdot p$$

Para que essa arrecadação seja R\$ 300,00, devemos ter:

$$(400 - 100p) \cdot p = 300$$

$$P^2 - 4p + 3 = 0, \text{ (I)}$$

Calculando as raízes da equação (I), obtemos:

$$p = 1 \text{ ou } p = 3$$

Note que o preço atual é R\$ 3,00, pois $\frac{R\$ 300,00}{100} = R\$ 3,00$

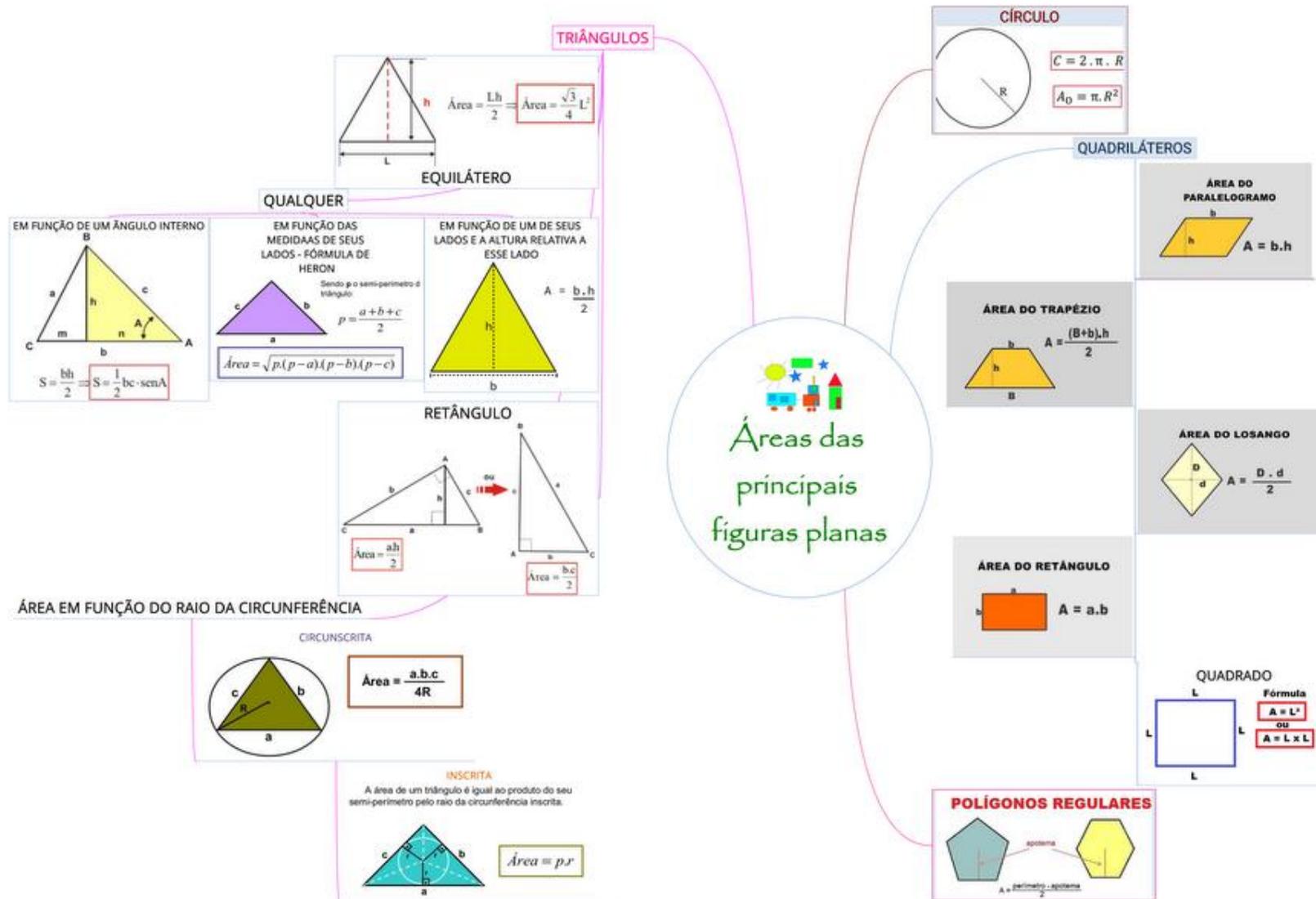
Dessa forma, para se manter a arrecadação de R\$ 300,00, o preço deverá ser baixado para R\$ 1,00.

E assim, $R\$ 0,50 \leq R\$ 1,00 \leq R\$ 1,50$

Alternativa: B

2.7 ÁREAS DAS PRINCIPAIS FIGURAS PLANAS

Figura 66 - Mapa Mental: Áreas das principais figuras planas



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 67 - Questão 146 (Enem 2019)

Questão 146

Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo 6 m, é cercada por grama. A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em 8 m, o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente. O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais 100 m² de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada.

Utilize 3 como aproximação para π .

A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque

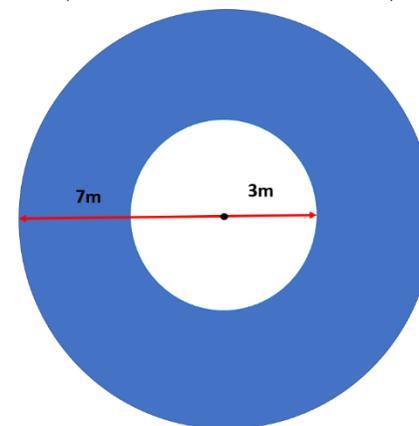
- A** será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 21 m².
- B** será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 24 m².
- C** será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 48 m².
- D** não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 108 m².
- E** não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 120 m².

Fonte: INEP, 2019, p. 20

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2019/ amarelo	C2	H9	Área do círculo

Resolução e comentário: Como o diâmetro do círculo vai ser aumentado de 6m para 14 m (aumento em 8m) a área aumentada corresponde a coroa circular mostrada na figura abaixo:

Figura 68 - Esquema da área fornecida pela questão 146 (Enem 2019 – Prova amarela)



Fonte: Elaborada pela autora.

Calculando a área da coroa circular, temos:

$$\pi \cdot 7^2 - \pi \cdot 3^2 = \pi \cdot (49 - 9) = 3 \cdot 40 = 120 \text{ m}^2$$

Logo, o material disponível (100m²) em estoque não será suficiente.

Alternativa: E

Figura 69 - Questão 137 (Enem 2017)

QUESTÃO 137

Um garçom precisa escolher uma bandeja de base retangular para servir quatro taças de espumante que precisam ser dispostas em uma única fileira, paralela ao lado maior da bandeja, e com suas bases totalmente apoiadas na bandeja. A base e a borda superior das taças são círculos de raio 4 cm e 5 cm, respectivamente.



A bandeja a ser escolhida deverá ter uma área mínima, em centímetro quadrado, igual a

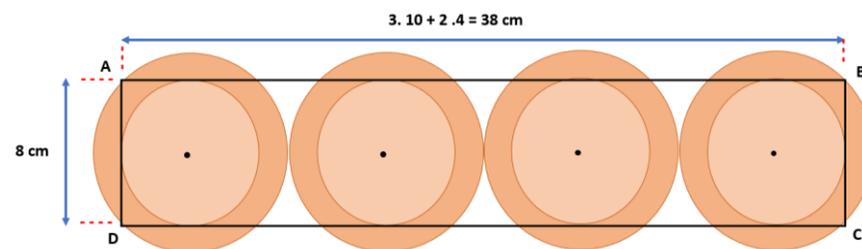
- A** 192.
- B** 300.
- C** 304.
- D** 320.
- E** 400.

Fonte: INEP, 2017, p.16

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2017/ amarelo	C2	H9	Áreas

Resolução e comentário: Como as taças precisam ser dispostas em uma única fileira e deve apresentar a menor área possível temos que a bandeja deve apresentar o formato do retângulo ABCD da figura abaixo:

Figura 70 - Imagem do fundo da bandeja com os dados fornecidos pela questão 137 (Enem 2017- Prova amarela)



Fonte: Elaborada pela autora.

O retângulo ABCD tem base medindo 3 vezes o diâmetro do círculo maior (borda superior), mais 2 vezes o raio do círculo menor (base da taça) e base medindo o diâmetro do círculo menor. Assim a área da bandeja (retângulo ABCD) deverá ter área mínima de: $38 \cdot 8 = 304 \text{ cm}^2$.

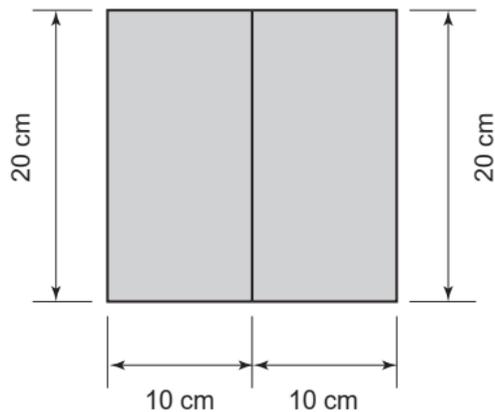
Alternativa: C

Figura 71 - Questão 145 (Enem 2016 – 2ª aplicação)

QUESTÃO 145

Um agricultor vive da plantação de morangos que são vendidos para uma cooperativa. A cooperativa faz um contrato de compra e venda no qual o produtor informa a área plantada.

Para permitir o crescimento adequado das plantas, as mudas de morango são plantadas no centro de uma área retangular, de 10 cm por 20 cm, como mostra a figura.



Atualmente, sua plantação de morangos ocupa uma área de 10 000 m², mas a cooperativa quer que ele aumente sua produção. Para isso, o agricultor deverá aumentar a área plantada em 20%, mantendo o mesmo padrão de plantio.

O aumento (em unidade) no número de mudas de morango em sua plantação deve ser de

- A** 10 000.
- B** 60 000.
- C** 100 000.
- D** 500 000.
- E** 600 000.

Fonte: INEP, 2016, p.21

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 2ª aplicação/ amarelo	C2	H8	Área

Resolução e comentário: O aumento da área plantada corresponde a 20% de 10000m² que equivale a 2000m².

Como cada muda necessita de uma região retangular de 10cm por 20cm, a área que cada muda ocupa é de $10 \cdot 20 = 200\text{cm}^2 = 0,02 \text{ m}^2$

Assim, para o acréscimo da área de plantação serão necessárias:

$$\frac{2000}{0,02} = 100000 \text{ mudas.}$$

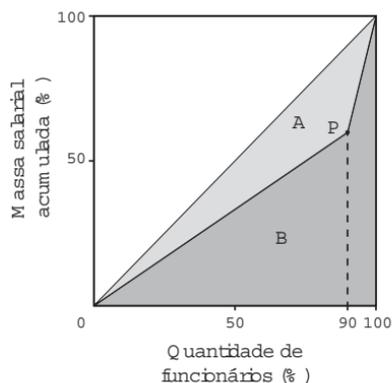
Alternativa: C

Figura 72- Questão 154 (Enem 2016 – 1ª aplicação)

QUESTÃO 154

A distribuição de salários pagos em uma empresa pode ser analisada destacando-se a parcela do total da massa salarial que é paga aos 10% que recebem os maiores salários. Isso pode ser representado na forma de um gráfico formado por dois segmentos de reta, unidos em um ponto P , cuja abscissa tem valor igual a 90, como ilustrado na figura.

No eixo horizontal do gráfico tem-se o percentual de funcionários, ordenados de forma crescente pelos valores de seus salários, e no eixo vertical tem-se o percentual do total da massa salarial de todos os funcionários.



O Índice de Gini, que mede o grau de concentração de renda de um determinado grupo, pode ser calculado pela razão $\frac{A}{A+B}$, em que A e B são as medidas das áreas indicadas no gráfico.

A empresa tem como meta tornar seu Índice de Gini igual ao do país, que é 0,3. Para tanto, precisa ajustar os salários de modo a alterar o percentual que representa a parcela recebida pelos 10% dos funcionários de maior salário em relação ao total da massa salarial.

Disponível em: www.ipea.gov.br. Acesso em: 4 mar. 2016 (a.a.a.)

Para atingir a meta desejada, o percentual deve ser

- A** 40%
- B** 20%
- C** 60%
- D** 30%
- E** 70%

Fonte: INEP, 2016, p.23

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2016 – 1ª aplicação/ amarelo	C2	H9	Área

Resolução e comentário: Inicialmente vamos calcular a área da região B que é formada por um triângulo e um trapézio, usaremos o ponto P de coordenadas $(90, y_p)$. dessa forma a área da região B, será:

$$B = \frac{90 \cdot y_p}{2} + \frac{(100 + y_p) \cdot 10}{2} = 45 y_p + 500 + 5 y_p = 50 y_p + 500$$

A área da região A pode ser obtida pela diferença entre a área de toda região $(A + B)$ pela área da região B, assim temos:

$$A = A_{(A+B)} - B = \frac{100 \cdot 100}{2} - 50 y_p - 500 = 4500 - 50 y_p$$

Dessa forma substituindo os dados acima na razão $\frac{A}{A+B} = 0,3$, obtemos:

$$\frac{A}{A+B} = 0,3 = \frac{4500 - 50 y_p}{5000}$$

$$50 y_p = 4500 - 1500$$

$$y_p = 60$$

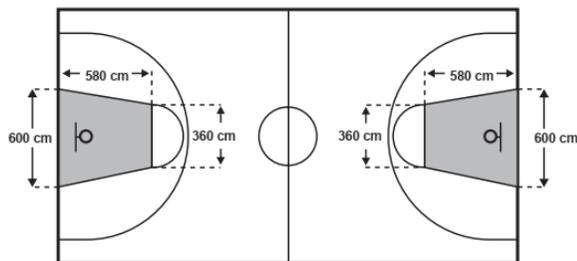
Assim, 60% representa a parcela da massa salarial recebida pelos 90% que ganham os menores salários e 40% representa a parcela recebida pelos 10% que recebem os maiores salários.

Alternativa: A

Figura 73 - Questão 161 (Enem 2015)

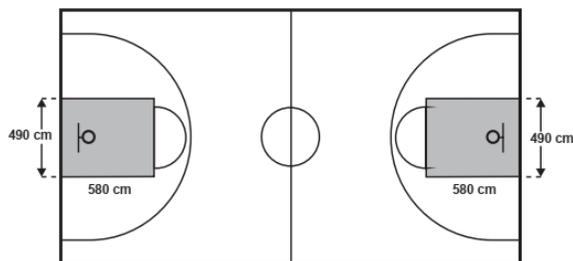
QUESTÃO 161 ◇◇◇◇◇

O Esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a)

- A** aumento de 5 800 cm².
- B** aumento de 75 400 cm².
- C** aumento de 214 600 cm².
- D** diminuição de 63 800 cm².
- E** diminuição de 272 600 cm².

Fonte: INEP, 2015, p. 26

Ano de aplicação/ Caderno	Competência	Habilidade	Conteúdo
2015/ amarelo	C2	H8	Área

Resolução e comentário: Pelos dados da primeira figura temos que a área de cada garrafão (A_1) correspondem a área de um trapézio de medidas indicadas na figura.

Assim, temos:

$$A_1 = \frac{(600+360).580}{2} = 278400 \text{ cm}^2$$

E pelos dados da segunda figura temos que a área de cada garrafão (A_2) corresponde a área de um retângulo cujas medidas estão indicadas na figura.

Assim, temos:

$$A_2 = 580.490 = 284200 \text{ cm}^2$$

Portanto, o aumento da área de cada garrafão, em cm², foi de:

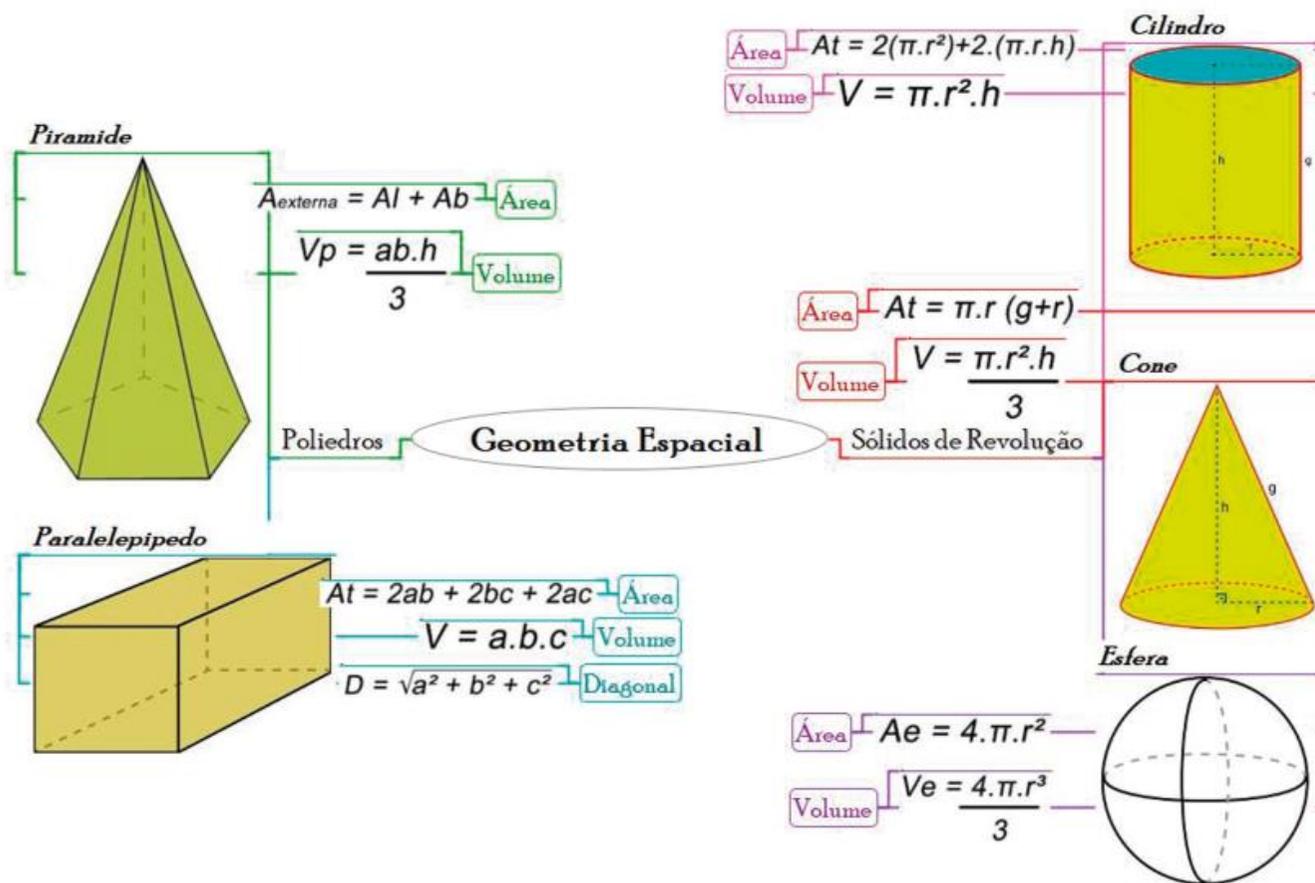
$$A_2 - A_1 = 284200 - 278400 = 5800$$

Alternativa: A

3 MODELOS DE MAPAS MENTAIS ELABORADOS POR ALUNOS

3.1 GEOMETRIA ESPACIAL 1

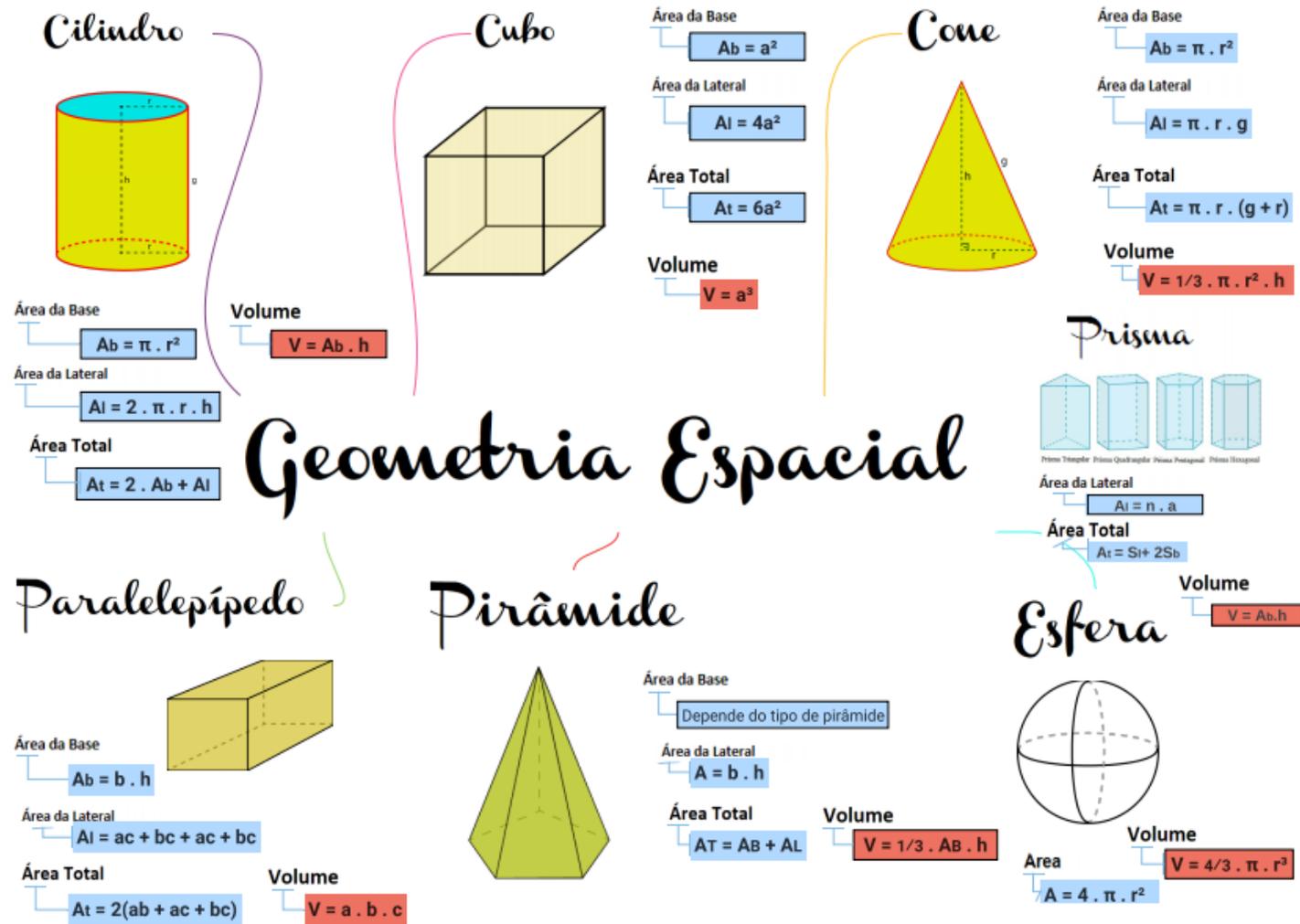
Figura 74 - Mapa mental sobre estatística elaborado por um aluno



Fonte: Dados da pesquisa

3.2 GEOMETRIA ESPACIAL 2

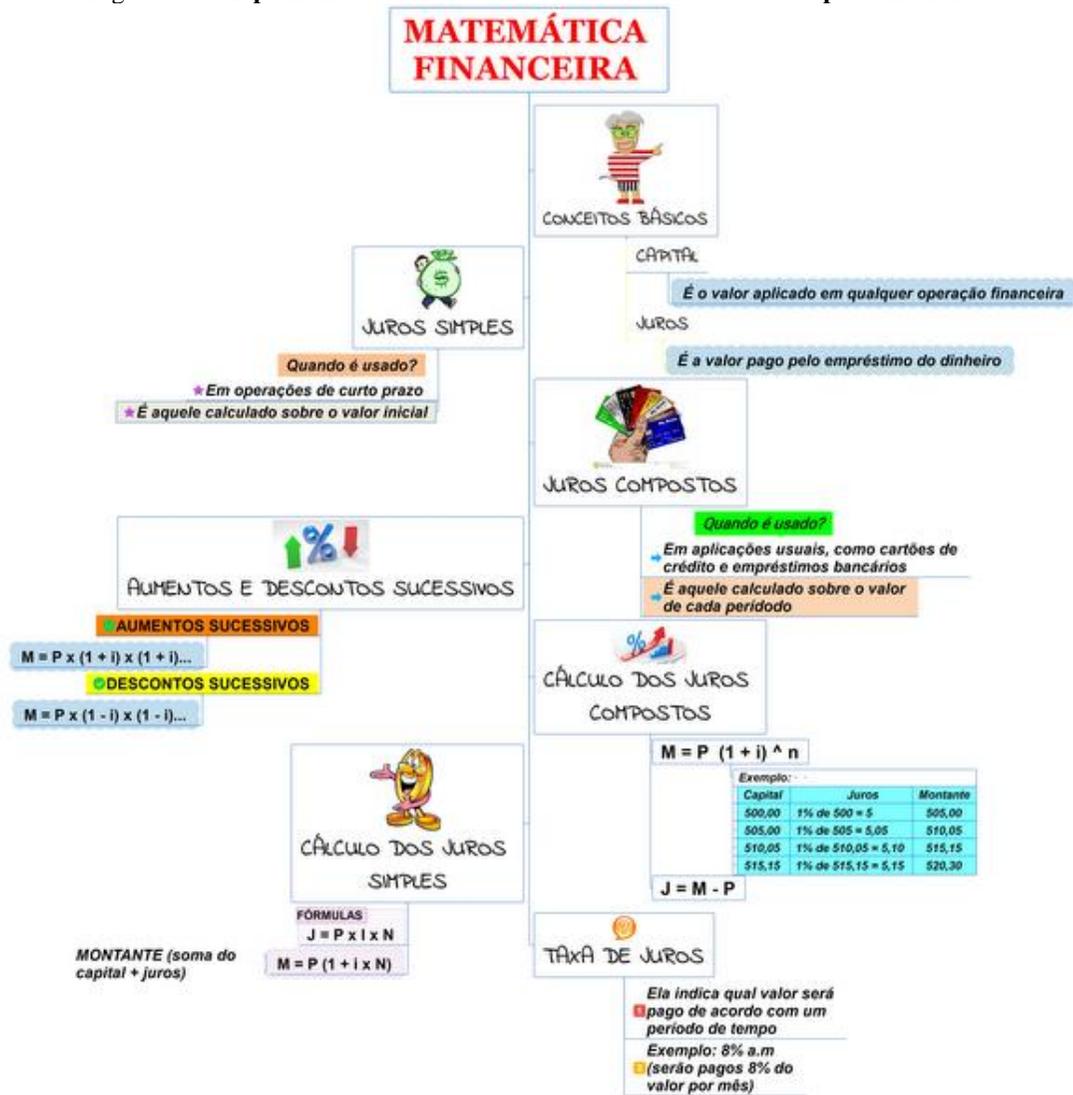
Figura 75 - Mapa mental sobre geometria espacial elaborado por um aluno



Fonte: Dados da pesquisa

3.3 MATEMÁTICA FINANCEIRA 1

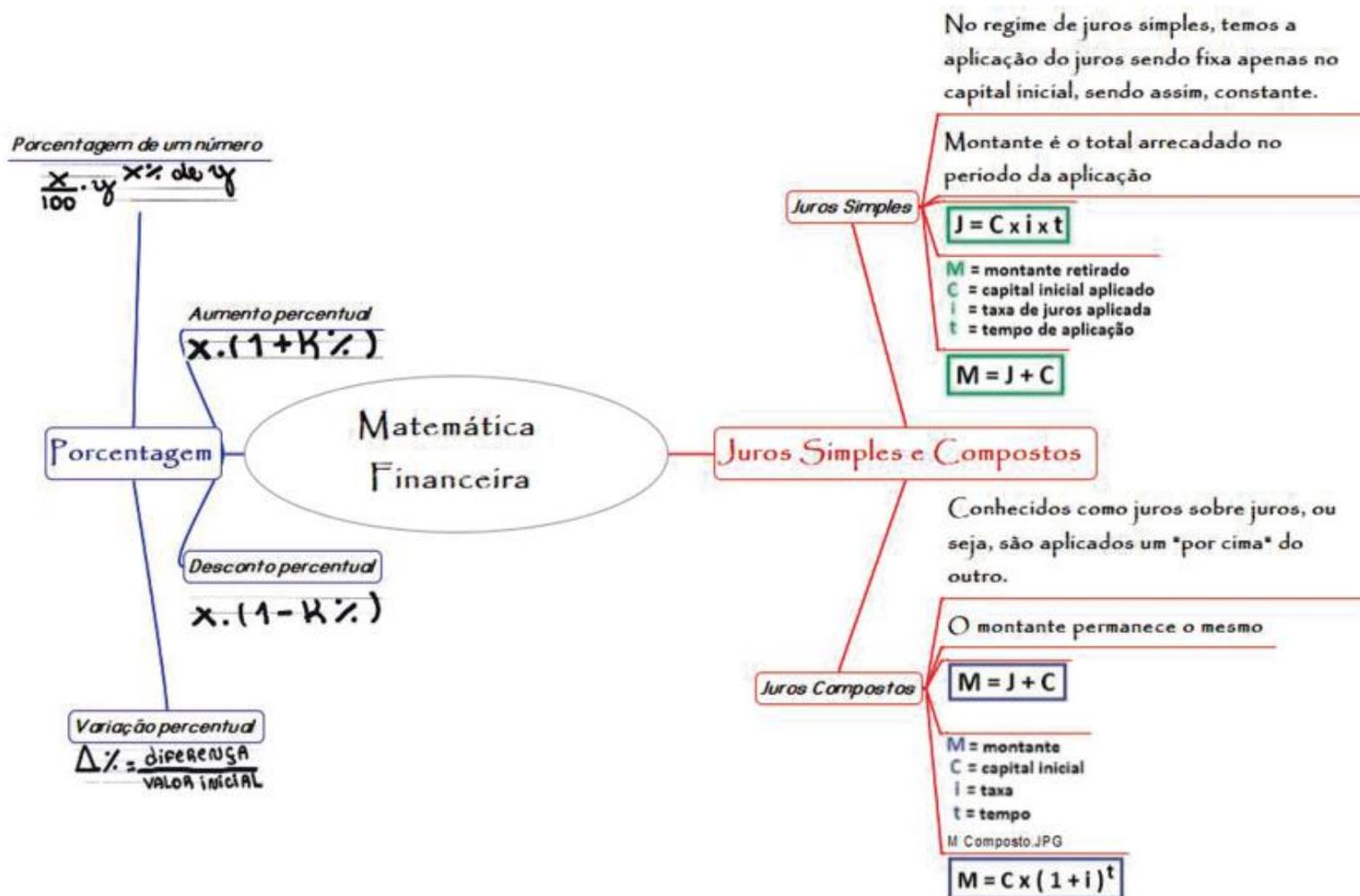
Figura 76 - Mapa mental sobre matemática financeira elaborado por um aluno



Fonte: Dados da pesquisa

3.4 MATEMÁTICA FINANCEIRA 2

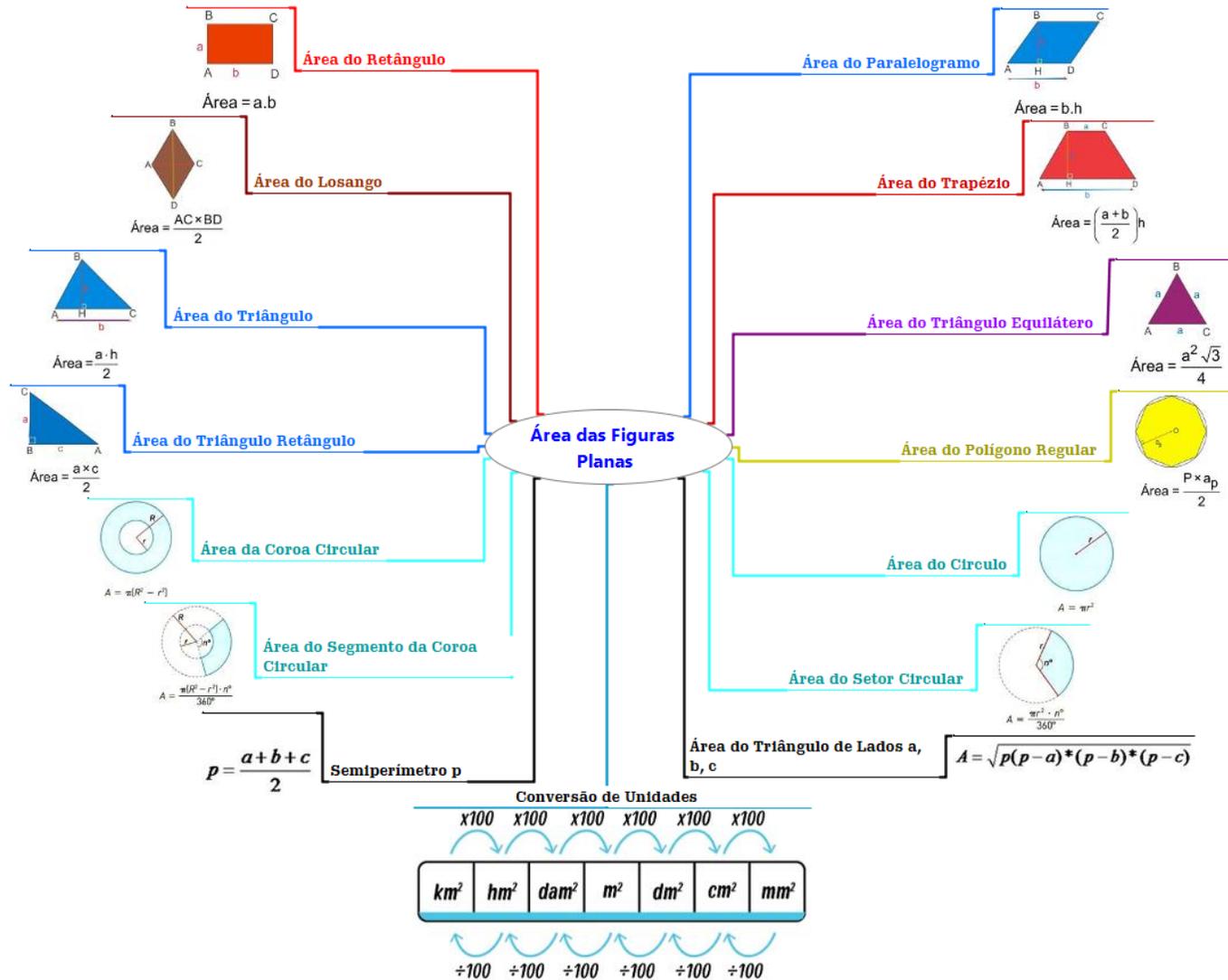
Figura 77 - Mapa mental sobre matemática financeira elaborado por um aluno



Fonte: Dados da pesquisa

3.5 ÁREA DAS FIGURAS PLANAS

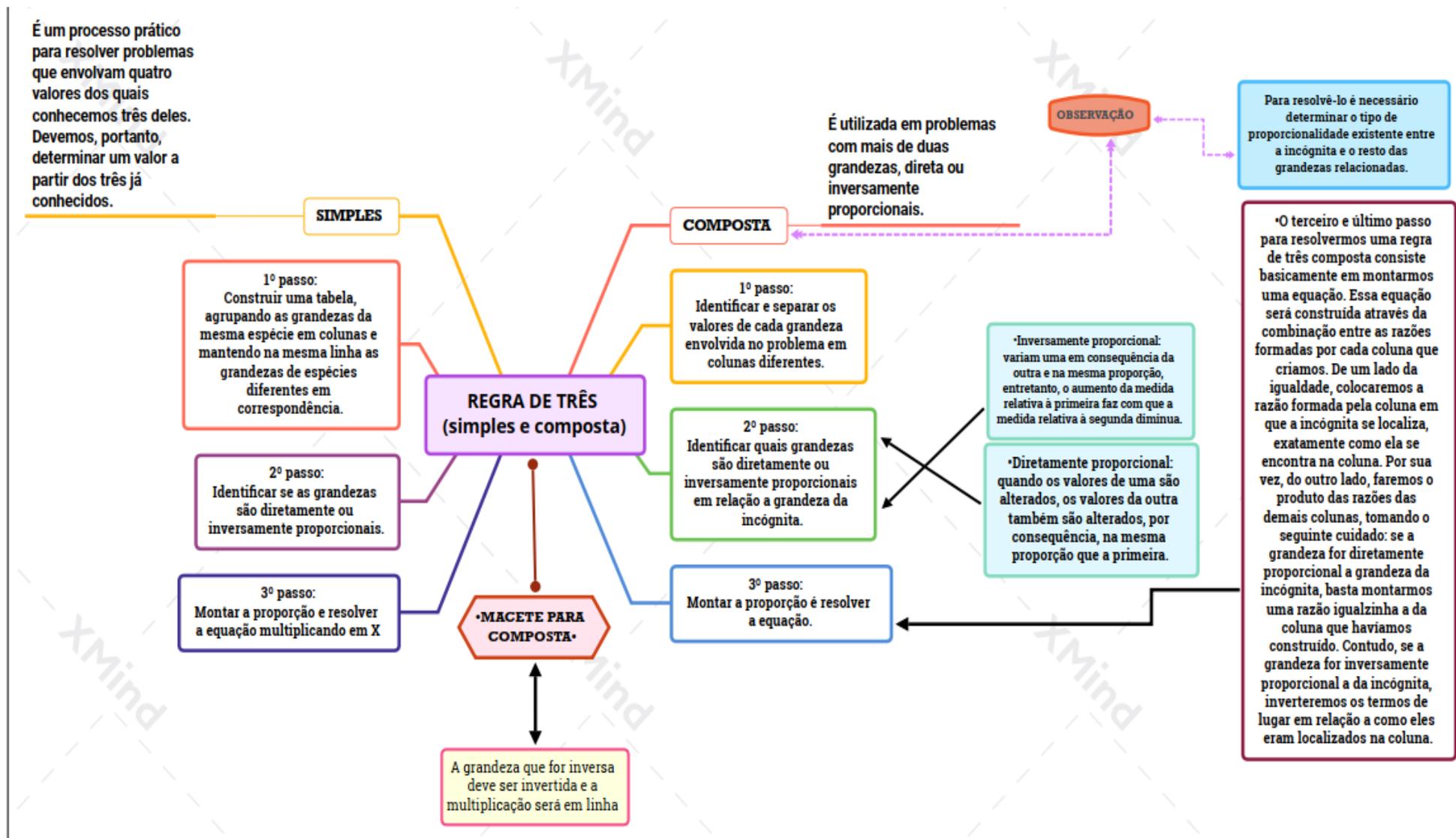
Figura 78 - Mapa mental sobre área das figuras planas elaborado por um aluno



Fonte: Dados da pesquisa

3.6 REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA

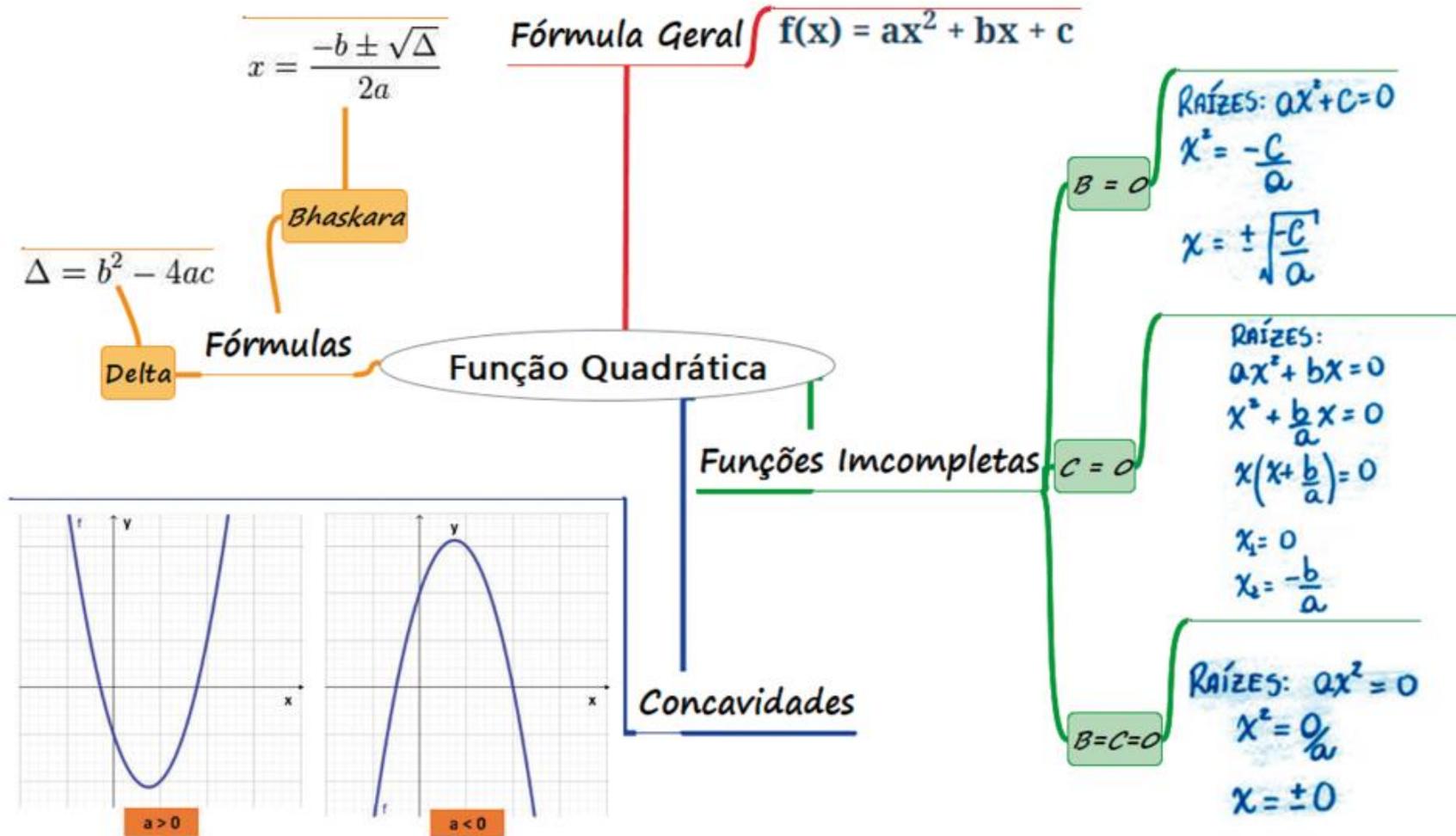
Figura 79 - Mapa mental sobre regra de três elaborado por um aluno



Fonte: Dados da pesquisa

3.7 FUNÇÃO QUADRÁTICA

Figura 80 - Mapa mental sobre função quadrática elaborado por um aluno



Fonte: Dados da pesquisa

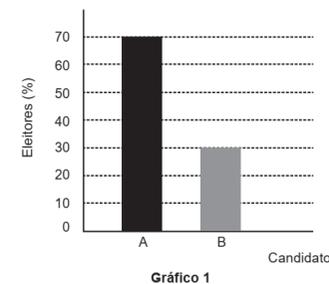
4 SIMULADO DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

1.(Enem 2019 - Questão 155 – Prova amarela) Três sócios resolveram fundar uma fábrica. O investimento inicial foi de R\$ 1 000 000,00. E, independentemente do valor que cada um investiu nesse primeiro momento, resolveram considerar que cada um deles contribuiu com um terço do investimento inicial. Algum tempo depois, um quarto sócio entrou para a sociedade, e os quatro, juntos, investiram mais R\$ 800 000,00 na fábrica. Cada um deles contribuiu com um quarto desse valor. Quando venderam a fábrica, nenhum outro investimento havia sido feito. Os sócios decidiram então dividir o montante de R\$ 1 800 000,00 obtido com a venda, de modo proporcional à quantia total investida por cada sócio.

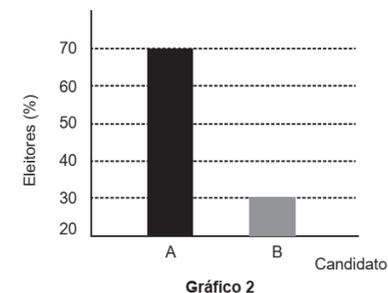
Quais os valores mais próximos, em porcentagens, correspondentes às parcelas financeiras que cada um dos três sócios iniciais e o quarto sócio, respectivamente, receberam?

- a) 29,60 e 11,11.
- b) 28,70 e 13,89.
- c) 25,00 e 25,00.
- d) 18,52 e 11,11.
- e) 12,96 e 13,89.

2.(Enem 2017 - Questão 178 – Prova amarela) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.



Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.



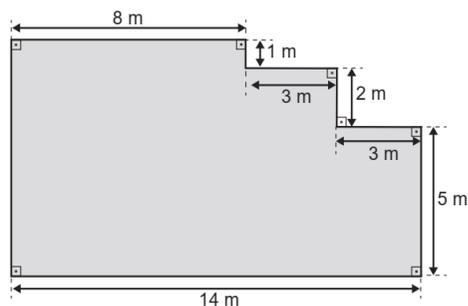
Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é

- a) 0
- b) $\frac{1}{2}$

- c) $\frac{1}{5}$
- d) $\frac{2}{15}$
- e) $\frac{8}{35}$

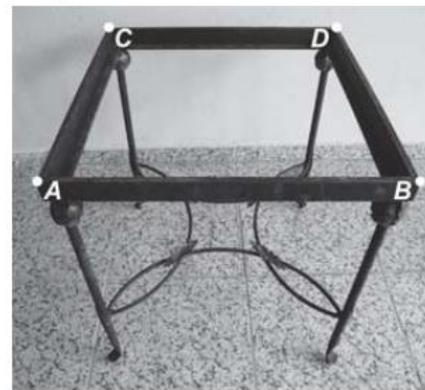
3.(Enem 2019 - Questão 169 – Prova amarela) Um mestre de obras deseja fazer uma laje com espessura de 5 cm utilizando concreto usinado, conforme as dimensões do projeto dadas na figura. O concreto para fazer a laje será fornecido por uma usina que utiliza caminhões com capacidades máximas de 2 m^3 , 5 m^3 e 10 m^3 de concreto.



Qual a menor quantidade de caminhões, utilizando suas capacidades máximas, que o mestre de obras deverá pedir à usina de concreto para fazer a laje?

- a) Dez caminhões com capacidade máxima de 10 m^3 .
- b) Cinco caminhões com capacidade máxima de 10 m^3 .
- c) Um caminhão com capacidade máxima de 5 m^3 .
- d) Dez caminhões com capacidade máxima de 2 m^3 .
- e) Um caminhão com capacidade máxima de 2 m^3 .

4.(Enem 2016 – 2ª aplicação - Questão 167 – Prova amarela) O proprietário de um restaurante deseja comprar um tampo de vidro retangular para a base de uma mesa, como ilustra a figura



Sabe-se que a base da mesa, considerando a borda externa, tem a forma de um retângulo, cujos lados medem AC 105 cm e AB 120 cm.

Na loja onde será feita a compra do tampo, existem cinco tipos de opções de tampos, de diferentes dimensões, e todos com a mesma espessura, sendo:

- Tipo 1: 110 cm x 125 cm
- Tipo 2: 115 cm x 125 cm
- Tipo 3: 115 cm x 130 cm
- Tipo 4: 120 cm x 130 cm
- Tipo 5: 120 cm x 135 cm

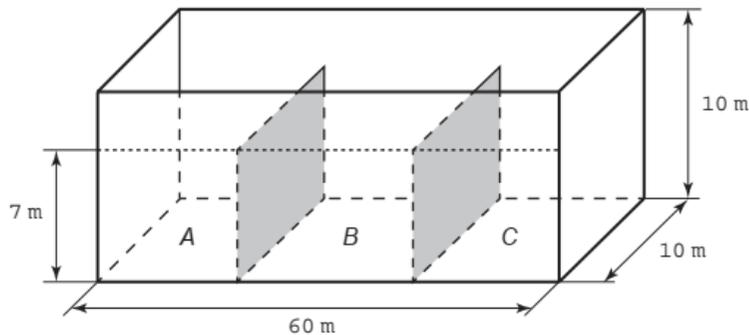
O proprietário avalia, para comodidade dos usuários, que se deve escolher o tampo de menor área possível que satisfaça a condição: ao colocar o tampo sobre a base, de cada lado da borda externa da base da mesa, deve sobrar uma região,

correspondendo a uma moldura em vidro, limitada por um mínimo de 4 cm e máximo de 8 cm fora da base da mesa, de cada lado.

Segundo as condições anteriores, qual é o tipo de tampo de vidro que o proprietário avaliou que deve ser escolhido?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

5.(Enem 2016 – 1ª aplicação - Questão 146 – Prova amarela) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C.

Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias.

Após o fim do vazamento, o volume do petróleo derramado terá sido de

- a) $1,4 \times 10^3 \text{ m}^3$
- b) $1,8 \times 10^3 \text{ m}^3$
- c) $2,0 \times 10^3 \text{ m}^3$
- d) $3,2 \times 10^3 \text{ m}^3$
- e) $6,0 \times 10^3 \text{ m}^3$

6.(Enem 2015 - Questão 174 – Prova amarela) Para economizar em suas contas mensais de água, uma família de 10 pessoas deseja construir um reservatório para armazenar a água captada das chuvas, que tenha capacidade suficiente para abastecer uma família por 20 dias. Cada pessoa da família consome, diariamente, $0,08 \text{ m}^3$ de água.

Para que os objetivos da família sejam atingidos, a capacidade mínima, em litros, do reservatório a ser construído deve ser

- a) 16.
- b) 800.

- c) 1 600.
- d) 8 000.
- e) 16 000.

7.(Enem 2019 - Questão 179 – Prova amarela) Para construir uma piscina, cuja área total da superfície interna é igual a 40 m², uma construtora apresentou o seguinte orçamento:

- R\$ 10 000,00 pela elaboração do projeto;
 - R\$ 40 000,00 pelos custos fixos;
 - R\$ 2 500,00 por metro quadrado para construção da área interna da piscina.
- Após a apresentação do orçamento, essa empresa decidiu reduzir o valor de elaboração do projeto em 50%, mas recalculou o valor do metro quadrado para a construção da área interna da piscina, concluindo haver a necessidade de aumentá-lo em 25%. Além disso, a construtora pretende dar um desconto nos custos fixos, de maneira que o novo valor do orçamento seja reduzido em 10% em relação ao total inicial.

O percentual de desconto que a construtora deverá conceder nos custos fixos é de

- a) 23,3%
- b) 25,0%
- c) 50,0%
- d) 87,5%
- e) 100,0%

8.(Enem 2018 - Questão 137 – Prova amarela) O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu “colesterol bom” com a taxa do seu “colesterol ruim”. Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de “colesterol bom”, porém, taxa do “colesterol ruim” (também chamado LDL) de 280mg/dL.

O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

Taxa de LDL (mg/dL)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito alta	190 ou mais

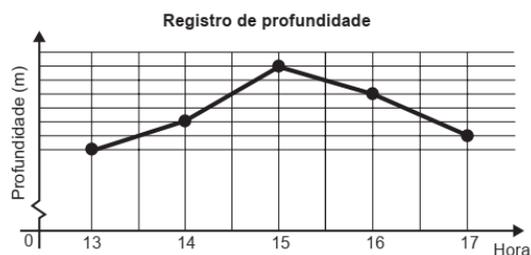
Disponível em: www.minhavidade.com.br. Acesso em: 15 out. 2015 (adaptado).

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL, reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa LDL.

De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é

- a) ótima.
- b) próxima de ótima.
- c) limite.
- d) alta.
- e) muito alta.

9.(Enem 2017 - Questão 153 – Prova amarela) Num dia de tempestade, a alteração na profundidade de um rio, num determinado local, foi registrada durante um período de 4 horas. Os resultados estão indicados no gráfico de linhas. Nele, a profundidade h , registrada às 13 horas, não foi anotada e, a partir de h , cada unidade sobre o eixo vertical representa um metro.



Foi informado que entre 15 horas e 16 horas, a profundidade do rio diminuiu em 10%.

Às 16 horas, qual é a profundidade do rio, em metro, no local onde foram feitos os registros?

- a) 18
- b) 20
- c) 24
- d) 36
- e) 40

10.(Enem 2019 - Questão 165 – Prova amarela) O preparador físico de um time de basquete dispõe de um plantel de 20 jogadores, com média de altura igual a 1,80 m. No último treino antes da estreia em um campeonato, um dos jogadores

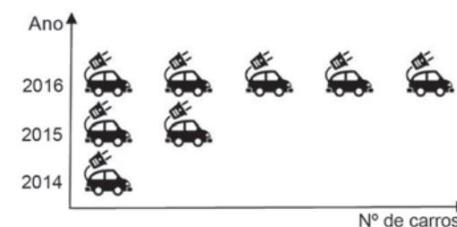
desfalcou o time em razão de uma séria contusão, forçando o técnico a contratar outro jogador para recompor o grupo.

Se o novo jogador é 0,20 m mais baixo que o anterior, qual é a média de altura, em metro, do novo grupo?

- a) 1,60
- b) 1,78
- c) 1,79
- d) 1,81
- e) 1,82

11.(Enem 2018 - Questão 147 – Prova amarela) De acordo com um relatório recente da Agência Internacional de Energia (AIE), o mercado de veículos elétricos atingiu um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis da categoria. Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidades desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011.

No Brasil, a expansão das vendas também se verifica. A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforme representado no gráfico.



Disponível em: www.tecmundo.com.br. Acesso em: 5 dez. 2017.

A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de

- a) 192
- b) 240
- c) 252
- d) 320
- e) 420

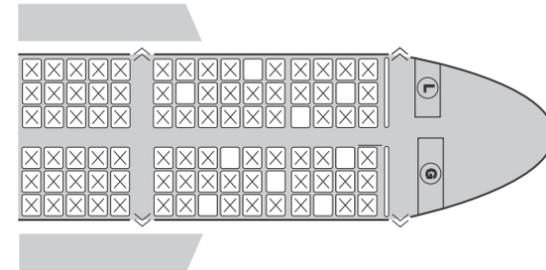
12.(Enem 2016 – 1ª aplicação - Questão 157 – Prova amarela) O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro. Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos.

Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

- a) $\frac{10!}{2!.8!} - \frac{4!}{2!.2!}$
- b) $\frac{10!}{8!} - \frac{4!}{2!}$
- c) $\frac{10!}{2!.8!} - 2$
- d) $\frac{6!}{4!} + 4.4$
- e) $\frac{6!}{4!} + 6.4$

13.(Enem 2015 - Questão 170 – Prova amarela) Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o *site* de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na

figura, disponibilizada pelo *site*, as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco



Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

- a) $\frac{9!}{2!}$
- b) $\frac{9!}{7!.2!}$
- c) $7!$
- d) $\frac{5!}{2!} \cdot 4!$
- e) $\frac{5!}{4!} \cdot \frac{4!}{3!}$

14.(Enem 2014 - Questão 164 – Prova amarela) Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f , de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas $y = f(x)$, da seguinte maneira:

- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

A expressão da função $y = f(x)$ a ser utilizada pelo professor é

a) $Y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$

b) $Y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$

c) $Y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$

d) $Y = \frac{4}{5}x + 2$

e) $Y = x$

15.(Enem 2013 - Questão 165 – Prova amarela) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento ($t = 0$) e varia de acordo com a expressão $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de $39\text{ }^\circ\text{C}$. Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

a) 19,0

b) 19,8

c) 20,0

d) 38,0

e) 39,0

GABARITO	
Questão	Alternativa
1	A
2	E
3	C
4	C
5	D
6	E
7	D
8	D
9	A
10	C
11	D
12	A
13	A
14	A
15	D

AO LEITOR ...

Caro leitor, esse material foi elaborado motivado pela importância atual dada ao Enem e pela minha necessidade como professora do ensino básico a buscar mais conhecimento acerca do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e alternativas que incentivasse e ajudasse os alunos nesse processo de revisão e aprofundamento dos temas que apareciam com mais frequência nas últimas provas.

Os mapas mentais demonstram ser uma ferramenta adequada porque possibilitam ao aluno e ao professor desenvolver um processo cognitivo de aprendizagem em que ele próprio orienta a obtenção de novas informações, nas quais estarão diretamente relacionadas com a estrutura de conhecimento prévio, ele ainda pode ser utilizado tanto como uma estratégia de ensino/aprendizagem, como uma ferramenta avaliativa. Como instrumento de avaliação da aprendizagem, eles podem ser usados para se obter uma visualização da organização conceitual que o estudante atribui a um dado conhecimento. Trata-se de buscar informações sobre os significados e relações significativas entre os conceitos da matéria de ensino segundo o ponto de vista do aluno. É mais apropriada para uma avaliação qualitativa, formativa, da aprendizagem. E ainda, quando o conteúdo estiver formatado em mapas, pode-se rapidamente revisá-lo e reativar o aprendizado.

Assim entendemos que os mapas mentais podem ajudar o processo ensino-aprendizagem possibilitando aos alunos a ampliação do seu conhecimento e significado ao que está sendo aprendido. Nesse caso o aluno é o construtor do seu conhecimento e o faz por meio de uma aprendizagem significativa, aprendendo a partir de relações com suas experiências, compreendendo por meio do que se está aprendendo e o que já se sabe e que toda aprendizagem depende de conhecimentos prévios.

Dessa forma, compartilho esta apostila como oportunidade para aprimoramento da metodologia, que este material sirva de apoio pedagógico a você professor do Ensino Médio que queira aprofundar seus conhecimentos acerca das

abordagens mais frequentes que o Enem tem utilizado e ainda, sirva como material de estudo a você estudante que queira analisar peculiaridades de abordagem que aparecem nos itens deste exame.

REFERÊNCIAS

BOVO, V.; HERMANN, W. **Mapas Mentais** – Enriquecendo Inteligências – Edição dos autores, 2005.

BUZAN, T. **Mapas mentais**. Rio de Janeiro, RJ: Sextante, 2009.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO

TEIXEIRA (INEP). **Enem 2015**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2015. Disponível em:<http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2015/CAD_ENEM_M%202015_DIA%20_05_AMARELO.pdf>. Acesso em: 12 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO

TEIXEIRA (INEP). **Enem 2016 1º Aplicação**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2016. Disponível em:<http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_05_AMARELO.pdf>. Acesso em: 12 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO

TEIXEIRA (INEP). **Enem 2016 2º Aplicação**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2016. Disponível em:<http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_05_AMARELO_2.pdf>. Acesso em: 12 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO

TEIXEIRA (INEP). **Enem 2017**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2017. Disponível em:<http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/cad_5_prova_a_marelo_12112017.pdf>. Acesso em: 12 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO

TEIXEIRA (INEP). **Enem 2018**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2018. Disponível em:<http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2018/2DIA_05_AMARELO_BAIXA.pdf>. Acesso em: 12 Jan. 2020.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO

TEIXEIRA (INEP). **Enem 2019**: Prova de Matemática e Suas Tecnologias, 2º dia, Caderno 5 – Amarelo, 2019. Disponível em:<http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2019/caderno_de_que_stoes%20_2_dia_caderno_5_amarelo_aplicacao_regular.pdf>. Acesso em: 12 Jan. 2020.

MORETTO, V. P. **Construtivismo**: a produção do conhecimento em aula. Rio de Janeiro: DP&A editora, 2003.

ONTORIA, A. P.; LUQUE, A.; GOMEZ, J. P. R. **Aprender com os mapas mentais**: uma estratégia para pensar e estudar. 2. ed. São Paulo: Editora Madras, 2006.

XMIND. Download for Windows. Versão 8. Disponível em:<<https://www.xmind.net/download/>>. Acessado em: 10 Jun. 2019.

