UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Enaldo Vieira de Melo

ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA ALIADO À MODELAGEM MATEMÁTICA

Maceió – AL

2016

Enaldo Vieira de Melo

ENSINO - APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA ALIADO À MODELAGEM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração “Ensino de Matemática”, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. Dr. Elton Casado Fireman

Maceió – AL

2016

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale

M528e Melo, Enaldo Vieira de.
Ensino-aprendizagem de funções trigonométricas através do software geogebra aliado à modelagem matemática / Enaldo Vieira de Melo. – 2016.
153 f. il.

Orientador: Elton Casado Fireman.
Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Maceió, 2016.

Bibliografia: f. 113-120.
Anexos: f. 121-153.

1. Trigonometria – Ensino auxiliado por computador. 2. Geogebra (Software). 3. Funções trigonométricas. 4. Modelagem matemática. I. Título.

CDU: 514.116: 371.315

ENALDO VIEIRA DE MELO

ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS ATRAVÉS DO *SOFTWARE GEOGEBRA* ALIADO À MODELAGEM MATEMÁTICA

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração "Ensino de Matemática", pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas, aprovada em 09 de junho de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Elton Casado Fireman
Orientador e presidente
(CEDU/UFAL)

Prof. Dr. Rogério Fernando Pires
(UESC)

Prof. Dr. Amauri da Silva Barros
(IM/UFAL)

Dedico à minha filha Laura,
motivação para vencer os
obstáculos da vida.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por ter me permitido vencer aos grandes desafios da vida, tanto profissional como pessoal;

Aos meus pais que hoje estão na eternidade, por terem me dado o dom da vida;

À minha tia Palmira, que me deu a oportunidade de estudar e me desenvolver. Sem ela não teria conseguido chegar aonde cheguei;

À minha esposa Nila, que soube ter paciência nos momentos em que não tive tempo para família em função do trabalho e do mestrado, mas sempre me apoiou, dando-me força para continuar a caminhada;

À minha filha Laura, a quem dedico este trabalho, por ter sido minha inspiração nos momentos de desânimo;

Ao meu orientador, professor Dr. Elton Casado Fireman, por ter me guiado e confiado em meu trabalho;

Ao professor Dr. Amauri da Silva Barros, por fazer parte de minha vida acadêmica, tanto na graduação, como na pós-graduação, e por ter aceitado participar de minha banca;

Ao professor Dr. Rogério Fernando Pires, por ter aceitado fazer parte como examinador externo de minha banca e, principalmente, pelas grandes contribuições feitas ao meu trabalho com suas sugestões de correção/alteração; além da pequena e grande oportunidade que me fez ter ao aceitar dialogar sobre minha pesquisa, transmitindo-me confiança e segurança para dar continuidade ao estudo.

Ao professor Dr. Ediel Azevedo Guerra, por aceitar a suplência em minha banca; mas principalmente, pelas grandes aulas que tive a oportunidade de ter neste programa de mestrado com sua pessoa;

Ao Prof. Dr. Jenner Barretto Bastos Filho, pelos grandes ensinamentos transmitidos em suas aulas, ensinando-me, através de sua pessoa, que um grande sábio se esconde por trás de sua humildade;

Ao Prof. Dr. Kleber Cavalcanti Serra, que me ensinou que nunca é tarde para ousar a aprender a ensinar de forma diferenciada;

À Prof.ª Dr.ª Anamelea de Campos Pinto, que me ensinou que sempre é possível melhorar o que aparenta estar perfeito;

Às técnicas administrativas do PPGECIM, Maria do Socôrro Dias de Oliveira e Mônica França da Silva Barros, pela gentileza e eficiência com que atendem aos alunos do programa;

À todos os colegas da turma 2014 do PPGECIM, pelos bons momentos vividos, compartilhando experiências e saberes;

Em especial aos meus amigos da matemática, Hugo, Andrew, Wellington e Diogo pelos vários momentos em que trocamos ideias, experiências e conselhos.

Aos alunos das Escolas Municipais de Coruripe e Marechal Deodoro em Alagoas, pela grande contribuição que deram à pesquisa com sua participação. Sem estes não teria sido possível a conclusão deste trabalho.

“Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer.”

Albert Einstein – Físico (1879 – 1955)

“Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos sempre. ”

Paulo Freire – Educador (1921-1997)

RESUMO

A presente pesquisa qualitativa, delineado por um estudo de caso com pesquisa participante, analisou as contribuições da utilização do software Geogebra aliado à Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno, à luz da Aprendizagem Significativa. O estudo foi realizado com 18 alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Marechal Deodoro, Alagoas. A investigação foi regida por uma sequência didática de ensino, produto desta dissertação, na qual foi trabalhado o software e aplicada a Modelagem Matemática dos fenômenos periódicos usando o mesmo. Os resultados da pesquisa mostraram que uso do software Geogebra otimizou o ensino e a aprendizagem de funções trigonométricas; foi possível utilizar a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino para a aprendizagem das funções seno e cosseno; os discentes compreenderam o comportamento de cada um dos parâmetros *a*, *b*, *c* e *d* das funções $f(x)=a+bsen(cx+d)$ e $g(x)=a+bcos(cx+d)$. O estudo tem como principal contribuição, a conexão realizada pelos estudantes entre o conteúdo de funções trigonométricas e o cotidiano, através de sua aplicação na previsão de fenômenos periódicos (altura da maré e fases lunares), entendendo ainda a importância deste assunto para outras áreas do conhecimento, como física, astronomia, biologia e medicina, obtendo assim, uma Aprendizagem Significativa.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem. Geogebra. Modelagem Matemática. Funções Trigonométricas.

ABSTRACT

This qualitative research, outlined by a case study with participatory research, analyzed the contributions using the Geogebra software combined with Mathematical Modelling in the teaching-learning trigonometric sine and cosine functions in the light of Meaningful Learning. The study was done with 18 students of the second year of high school in a public school in the municipality of Marechal Deodoro, Alagoas. The investigation was conducted by a didactic sequence of education, product of this work, which was worked the software and applied the mathematical modeling of periodic phenomena using the same. The survey results showed that use of the Geogebra software optimized the teaching and learning of trigonometric functions; We could use mathematical modeling as a teaching methodology for learning the sine and cosine functions; the students understand the behavior of each of the parameters *a*, *b*, *c* and *d* of the functions $f(x)=a+b\sin(cx + d)$ and $g(x)=a+b\cos(cx+d)$. The study's main contribution, the connection made by students between the content of trigonometric functions and daily life through its application in predicting periodic phenomena (high tide and lunar phases), also understanding the importance of this issue to other areas of knowledge, such as physics, astronomy, biology, and medicine, thereby obtaining a meaningful learning.

Keywords: Teaching and Learning. Geogebra. Mathematical Modeling. Trigonometric functions.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

CGI.br - Comitê Gestor da Internet no Brasil

CIED - Centros de Informática Aplicada à Educação

CIES - Centro de Informática na Educação Superior

CIET - Centros de Informática na Educação Tecnológica

CMCC - Centro de Matemática, Computação e Cognição

CMCC - Centro de Matemática, Computação e Cognição

CREMM - Centro de Referência em Modelagem Matemática no Ensino

CREMM - Centro de Referência em Modelagem Matemática no Ensino

EDUCOM - Computadores na Educação

FORMAR - Programa de Ação Imediata em Informática na Educação

FURB - Universidade Regional de Blumenau

FVC - Fundação Victor Civita

ICMI - International Commission on Mathematical Instruction

IDI - Índice de desenvolvimento em tecnologia da informação e comunicação

IMECC - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

IMECC - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada

LSI - Laboratório de Sistemas Integráveis

MEC – Ministério da Educação e Cultura

NTE - Núcleos de Tecnologia Educacional

ONU - Organização das Nações Unidas

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PPGCC - Pós-Graduação em Ciências Contábeis

PPGCC - Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis

PROINFO - Programa Nacional de Educação Tecnológica

PRONINFE - Programa Nacional de Informática na Educação

PUCRS - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica

TIC – Tecnologia da Informação e Comunicação

UFMG - Universidade Federal de Minas Gerais

UFPE - Universidade Federal de Pernambuco

UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

UFRJ - Universidade Federal do Rio de Janeiro

UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina

UFSCar - Universidade Federal de São Carlos

UIT - União Internacional das Telecomunicações

UNESP - Universidade Estadual Paulista

UNESP - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas

USA - United States of America

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Esta pesquisa foi motivada por uma preocupação e inquietação pessoal, diante da realidade nacional em relação aos resultados de pesquisas que envolvem o ensino e a aprendizagem na disciplina de matemática: dados de Pisa[1] (UOL, 2013) mostram que o Brasil piorou em leitura e teve uma melhora em matemática, mas se comparados com os de outros países, ainda deixa muito a desejar. A falta de engenheiros é reflexo na deficiência do aprendizado em matemática (JORNAL HOJE, 2013); a falta de profissionais capacitados na área de tecnologia (JORNAL DA GLOBO, 2011) chega a 70 mil em 2011. Estas são algumas informações que corroboram a precariedade quanto à aprendizagem de matemática.

O conteúdo de trigonometria, especificamente funções que é o nosso objeto de estudo, tem grande relevância nas áreas de engenharias e tecnologia, setores da economia que impulsionam o desenvolvimento de qualquer nação. Este assunto pode ser associado a vários fenômenos periódicos do nosso cotidiano, como a altura da maré, as fases lunares, o ciclo menstrual das mulheres, a variação da pressão nas paredes dos vasos sangüíneos de um indivíduo, dentre outros e, principalmente, serve de base para vários conteúdos da matemática. A dificuldade em assimilá-lo - considerando a experiência pessoal no exercício da docência (09 anos de ensino) -, é refletido nos dados concernentes aos níveis de aprendizado e também na falta de profissionais nas áreas de exatas.

Isto nos levou a questionar: a metodologia tradicional[2] de ensino-aprendizagem tem contribuído para que os alunos aprendam os conteúdos e façam a conexão com o dia a dia? De que maneira o professor pode colaborar para que esta ocorra? Segundo Lévy (2010, p.169), “os indivíduos toleram cada vez menos seguir cursos uniformes ou rígidos que não correspondem a suas necessidades reais e à especificidade de seu trajeto de vida.” Ainda segundo Freire, citado por Barroqueiro e Amaral (2011, p.129), “o docente deve acima de tudo ser um

[1] Pisa - Programa Internacional de Avaliação de Alunos.
[2] Consideramos como ensino tradicional a prática de ensino onde o professor é apenas um transmissor de conhecimento e o aluno um receptor deste.

pesquisador e um contínuo estudioso de novos métodos e técnicas de aprendizagem para poder orientar melhor os seus alunos.”.

Assim, vimos no uso de tecnologias, por meio do Geogebra - software matemático - e na metodologia de Modelagem Matemática, um “fazer educativo que ofereça múltiplos caminhos e alternativas” (GUIMARÃES; DIAS apud COSCARELLI, 2006, p.23). Objetivando que esse fazer educativo possa levar o aluno a ter outra visão do conteúdo de funções trigonométrica; que este assunto possa fazer-lhe sentido e se conectar com sua realidade, seu cotidiano, facilitando ainda a aprendizagem em outros conceitos matemáticos, ou seja, que ele consiga atingir uma aprendizagem Significativa, segundo os preceitos de Ausubel.

No segundo capítulo desta dissertação, intitulado “*Tecnologias*”, relatamos o início das tecnologias, bem como o que se configura como tal, mostrando o seu percurso desde os tempos mais primitivos até a atualidade. Na sequência fazemos uma discussão, mostrando a importância da tecnologia na sociedade. Ainda no mesmo tópico, embasados pelos resultados da pesquisa realizada sob a encomenda da Fundação Victor Civita (2009), discutimos sobre inserção, infraestrutura e uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) nas escolas brasileiras, além de fazer um levantamento do período em que se deu o início do uso da tecnologia da informação e comunicação na educação (1980) no Brasil, enumerando os vários programas governamentais usados para tal finalidade, culminando no atual ProInfo – Programa Nacional de Educação Tecnológica. No terceiro tópico deste capítulo discutimos os resultados do relatório - intitulado Medindo a Sociedade da Informação, de 2013 - feito pela União Internacional das Telecomunicações (UIT), órgão da ONU (Organização das Nações Unidas), e algumas concepções do pesquisador Prensky (2001), ambos sobre os nativos e imigrantes digitais. No penúltimo tópico falamos sobre os resultados positivos da inserção do uso de softwares educativos em sala de aula, onde as pesquisas realizadas confirmam a otimização no processo de ensino. Além disso, destacamos os tipos e categorias de softwares, mostrando ainda alguns dos principais, com suas características e potencialidades. No ultimo damos uma atenção maior ao software que iremos usar em nossa pesquisa, o Geogebra. Dentre os softwares de Matemática Dinâmica existentes, a escolha do Geogebra é justificada por ser atualmente um dos mais completos, comprovado por pesquisas realizadas, como as de Silva et al (2012), Ramalho (2013), Santos, Nunes e Sá (2014), Ferreira (2010), Gomes e Penteado (2013), Lopes (2013), Silva (2011) e Pereira (2012) e confirmado pelos numerosos e significativos prêmios conquistados pelo mesmo, ratificando assim, o porquê de temos lhe escolhido para trabalharmos junto à Modelagem Matemática.

Logo, ao final deste capítulo, chamado de “*Tecnologias”*, verificou-se que o uso das tecnologias, especificamente dos softwares, tem sido um grande aliado no processo de ensino-aprendizagem. Além disso, constata-se que sua inserção na educação matemática tende a otimizar o processo de aprendizagem uma vez que “os ambientes gerados por aplicativos informáticos dinamizam os conteúdos curriculares e potencializam o processo pedagógico” (PARANÁ, 2008, p.65).

O terceiro capítulo discute sobre a metodologia de ensino de Modelagem Matemática, donde no primeiro tópico, discutimos sua origem, cujas pesquisas mostram que esta remonta desde a antiguidade, ratificado pelos papirus egípcios (ROQUE, 2012) e passando por Pitágoras, com suas notas musicais e por William Harvey com a circulação sanguínea (BIEMBENGUT; HEIN, 2003). Mostramos sua trajetória no Brasil, com sua inserção em nossas salas de aula à procura de uma melhor aprendizagem, a partir da década de 1970 com Aristides Camargo Barreto, Paulo Freire e Ubiratan D’Ambrosio (BORBA; VILLARREAL apud MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011). Além disso, tem sua expansão a partir da década de 1980, com os trabalhos de Rodney Bassanezi, João Frederico Meyer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011).

No tópico seguinte mostramos algumas visões da Modelagem Matemática, como a pragmática e científica de Kaiser-Messmer (1991), a Sócio-Crítica de Barbosa (2001), e a que tipo de conhecimento a modelagem se relaciona, segundo Skovsmose (1990).

No terceiro tópico deste capítulo apresentamos dois processos de modelagem, fornecidos por pesquisadores renomados no assunto: Rodney Carlos Bassanezi, Maria Salett Biembengut e Nelson Hein, os quais nortearão a aplicação do mesmo. Será dada ênfase ao caminho fornecido por Biembengut e Hein, os quais mostram uma vertente deste processo voltado para o trabalho com o conteúdo curricular, chamado pelos mesmos de modelação matemática, uma vez que queremos atingir o assunto de funções trigonométricas.

No quarto tópico discutimos a importância de se utilizar a modelagem em sala de aula, mostrando sua importância em fazê-lo e lembrando que a própria legislação educacional brasileira preconiza seu uso nesta.

No último tópico deste capítulo sobre modelagem, destacamos, corroborado pelas pesquisas de âmbito nacional de Borba e Malheiros (2007), Araújo (2003), Jacobini (2004), Borba (2009), Borba e Scucuglia (2009), Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) e internacional de Greefrath (2011), a sinergia entre tecnologia e modelagem matemática. Estas pesquisas confirmam a otimização no processo de modelagem uma vez usada as tecnologias.

Ao final deste estudo sobre esta metodologia de Modelagem Matemática, constatamos que, segundo pesquisas realizadas, como as de Bassanezi (2011), Barbosa (2001), Caldeira e Malheiros (2011), Biembengut e Hein (2003), Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), Anastacio (2010), Postal, Haetinger, Dullius e Schossler (2011), Borges (2010), Burak (2010), Malheiros (2012), Nina (2005), Kaiser-Messmer (1991), Skovsmose (1990), Brasil (2006), Borba e Malheiros (2007), Araújo (2003), Jacobini (2004), Borba (2009), Borba e Scucuglia (2009), Greefrath (2011), Moura e Ceolim (2011), Paraná (2008), esta é uma excelente metodologia de ensino uma vez que, à medida que se realiza uma investigação em busca de um Modelo Matemático que possa retratar uma determinada situação real do nosso cotidiano, o discente se depara com conceitos matemáticos necessários à sua solução. Esta Metodologia trás ainda a oportunidade de o aluno refletir sobre sua realidade de forma crítica (BARBOSA, 2001), além de trabalhar os conteúdos matemáticos (BIEMBENGUT; HEIN, 2003).

No quarto capítulo, baseado nos textos de Moreira (2006), falamos sobre a Aprendizagem Significativa de Ausubel: o que vem a ser subsunçores, aprendizagem mecânica; fatores necessários para que ela ocorra; como se dá a aquisição de conhecimento em crianças pequenas e em idade escolar; como deve ser o material introdutório; e como deve se portar o indivíduo ante a aprendizagem. No tópico seguinte distinguimos os tipos de aprendizagens, consideradas por Ausubel: representacional, conceitua e proposicional.

No terceiro ponto deste capítulo discutimos a importância das funções trigonométricas para a sociedade; a relação entre a metodologia de ensino de

Modelagem Matemática e o processo de contextualização, bem como a recomendação dos parâmetros curriculares nacionais para o uso em sala de aula deste último.

No quarto tópico discutimos as mudanças de paradigmas que são necessárias a aprendizagens mais eficientes, significativas: professor, mediador do conhecimento e aluno construtor do seu conhecimento, culminando numa escola cada vez menos tradicional.

Assim, ao final da nossa pesquisa esperamos atingir aos objetivos propostos: usar o software Geogebra como um recurso computacional que venha otimizar os processos de ensino-aprendizagem de funções trigonométricas; utilizar a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino para as funções seno e cosseno; que os discentes compreendam o comportamento de cada um dos parâmetros *a*, *b*, *c* e *d* nas funções $f(x) = a + bsen(cx + d)$ e $g(x) = a + b\cos(cx + d)$; fazer com que os discentes consigam estabelecer uma conexão entre o conteúdo de funções trigonométricas e os fenômenos periódicos do seu dia a dia, entendendo sua importância para previsão destas situações bem como para outras áreas do conhecimento - , e responder ao nosso problema de pesquisa: quais as contribuições da utilização do software Geogebra aliado à Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno, à luz da Aprendizagem Significativa?

2. TECNOLOGIAS

2.1 O INÍCIO DAS TECNOLOGIAS

Quando falamos em tecnologia vem logo em nossa mente todo tipo de processos e técnicas sofisticadas, inovadoras, que surgem para superar e/ou melhorar recursos, produtos e serviços; para atender às nossas demandas pessoais e/ou de trabalho. Pensamos imediatamente em computadores, tabletes, smartphones, softwares e tudo que é interligado pela internet, como redes sociais, emails, aplicativos e mídias. Segundo Kensky,

> [...] a engenhosidade humana, em todos os tempos, que deu origem às mais diferenciadas tecnologias. [...] Os conhecimentos daí derivados, quando colocados em prática, dão origem a diferentes equipamentos, instrumentos, recursos, produtos, processos, ferramentas, enfim, a tecnologias. (KENSKI, 2007, p.15)

Logo, a tecnologia não é algo recente, ela, remonta há muito mais tempo do que possamos imaginar. Os homens da caverna já se utilizavam de tecnologias em benefício de sua proteção e alimentação. Tecnologias desta época como o atrito de duas pedras ou de dois paus com a finalidade de obter fogo e que tempos mais tarde viria a servir para moldar metais e passar de paus afiados, usados em sua proteção e caça, para lanças afiadas que serviriam logo depois para o domínio de povos – esta finalidade ainda nos é contemporâneo. A tecnologia do domínio da manipulação do metal via fundição, talvez tenha sido o que mais impulsionou para que outras tecnologias ficassem cada vez mais sofisticadas. Como nos fala Kenski (2007, p.15), “tecnologia é poder” e “[...] com o uso de inovações tecnológicas cada vez mais poderosas, os homens buscavam ampliar seus domínios e acumular cada vez mais riquezas” (KENSKI, 2007, p.16); e isto implicou e até hoje implica em mortes de seres humanos.

Entretanto é a tecnologia do computador e da internet que o mundo, a sociedade, vem se transformando, fazendo com que o ser humano atinja limites nunca antes imaginado, impulsionando outras tecnologias. De acordo com Levy (2010), os primeiros computadores, máquinas enormes que ocupavam várias salas refrigeradas e cuja função era simplesmente realizar cálculos, surgem em 1945 na Inglaterra e nos Estados Unidos, passando muito tempo sob o domínio militar. “A informática servia aos cálculos científicos, às estatísticas dos estados e das grandes empresas ou a tarefas pesadas de gerenciamento (folhas de pagamento etc.)” (LEVY, 2010, p.31). Apenas em 1960 é que seu uso é estendido à população e tem sua expansão iniciada em 1970 com o desenvolvimento e comercialização do microprocessador[3]. Com o acesso à tecnologia computacional, não mais apenas limitado às grandes empresas, jovens nascidos na Califórnia, apossados das novas possibilidades técnicas, inventam o computador pessoal. A partir daí estes jovens, dos países desenvolvidos, começam a programar e criar textos, planilhas, banco de dados e jogos (LEVY, 2010), tornando o acesso a essas tecnologias cada vez mais próximas das pessoas comuns.

Nos anos 80 a informática e telecomunicação começam a se fundir. Essa fusão é anunciada por Albert Einstein como uma das bombas que haviam explodido no século XX (LEVY, 2010). É o prenúncio da digitalização da informação e comunicação. O rádio, a televisão e o cinema nunca mais seriam os mesmos. Surgem as mídias físicas (hardware[4]) e digitais de armazenamento de informações como o CD-ROM, os disquetes, os softwares; os hipertextos[5]; as novas interfaces gráficas são criadas para sistemas computacionais, tornado o acesso à leitura, ao trabalho com o computador e o manuseio mais agradáveis.

Ainda segundo Levy (2010, p.32), é no final dos anos 80 e começo de 90 que nasce a ciberespaço: “novo espaço de comunicação, de sociabilidade, de organização e de transação, mas também novo mercado da informação e do conhecimento”. Este espaço, resultado de um movimento social advindo dos jovens

[3] Unidade de cálculo lógico e aritmético localizada em um pequeno chip eletrônico.
[4] Parte física do computador
[5] Texto, ao qual se agregam outros conjuntos de informação na forma de blocos de textos, palavras, imagens ou sons, cujo acesso se dá através de referências específicas, no meio digital são denominadas hiperlinks, ou simplesmente links.

profissionais das grandes metrópoles e dos campi americanos, é caracterizado pela interconexão de redes de computadores de vários usuários.

Dos anos 90 pra cá, principalmente a partir do ano 2000, as tecnologias, especialmente as de informação e comunicação (TIC), que segundo Gebran,

> [...] é definida para designar o conjunto de recursos dedicados ao armazenamento, processamento e comunicação da informação, bem como o modo que esses recursos estão organizados, num sistema capaz de executar um conjunto de tarefas. A TI não se restringe à informática, isto é, aos equipamentos, computadores, nem aos programas e à comunicação de dados. Existem também tecnologias relativas ao planejamento de informática, à metodologia de desenvolvimento de programas e sistemas, ao suporte de softwares, aos processos de produção e operação, ao suporte de *hardware* etc. (GEBRAN, 2009, pp.11-12),

tem se expandido de forma exponencial na sociedade. O acesso a computadores, tabletes e smartphones, e principalmente à internet, que neste século é cada vez maior, fazem com que haja um enorme desenvolvimento de recursos digitais e de tecnologias ligadas à informática. Segundo Maia (2013), o espaço urbano está sendo reestruturado, e, ao mesmo tempo, desterritorializado, ao possibilitar que as tecnologias digitais sejam acessíveis a toda a população, e não somente às classes mais favorecidas.

2.2 PANORAMA NACIONAL DA TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO

Com o avanço da tecnologia, vários setores da sociedade, como indústrias, serviços, logística, construção, segurança, saúde, dentre outros tiveram que se render à nova ordem econômica: adaptar-se às novas possibilidades técnicas e de conhecimento oferecidas pela inclusão das tecnologias de informação e comunicação (TIC) em seu meio:

> Sabemos que o avanço da tecnologia tem influenciado a economia mundial, e por conta disso, as relações de mercado e pessoais já não são mais as

> mesmas. Hoje, as relações giram em torno do consumo, interconectividade, da informação. A nova era da Sociedade da Informação exige maior rapidez e demanda quantidade de informação, o que nos leva a elaborar outros olhares e a eleger novos interesses. Portanto, em face dessas mudanças as instituições também tentam se adequar para atender às exigências atuais. (CARVALHO; BARROS, 2011, p.209).

As pesquisas mostram que é impossível que a escola se mantenha por tanto tempo imparcial, indiferente, aos recursos tecnológicos, como nos fala Follador:

> O século XX entrou para a história com a inegável marca de um século no qual houve um desenvolvimento acelerado da tecnologia eletrônica, especialmente da informática e, por consequência, dos computadores. A partir da entrada do século XXI, esses equipamentos têm exercido um papel fundamental na formação de profissionais das mais diversas áreas. Essa realidade gera para a educação básica a demanda de inserir essas tecnologias em seus projetos pedagógicos e ambientes físicos. (FOLLADOR, 2007, p. 35)

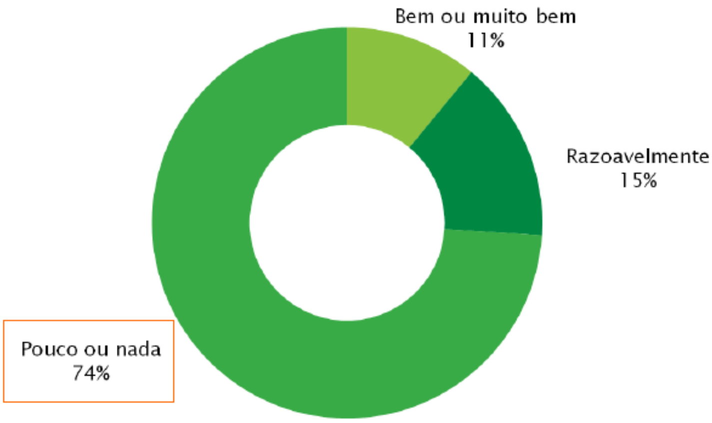
Dentre os fatores que impedem, ou mesmo dificultam a inserção das tecnologias em escolas, na sala de aula, como financeiro e gestacional, o principal é o professor. São vários os motivos para que este fique na retaguarda, como medo de que a tecnologia automatize sua função; falta de formação continuada – e quando tem, não são focadas nesses recursos, ou não tem muita qualidade; falta de comprometimento, pois para se trabalhar com tecnologias em suas aulas, o professor demanda de tempo para prepará-la com determinada mídia.

> [...] como aponta Belloni (2003, p. 299): “Falta de tempo para realizar formação continuada dentro da jornada de trabalho; formação inicial precária; falta de hábito de autodidatismo e conseqüente dificuldade de aproveitar o que o próprio programa oferece”. Ou seja, como conclui Belloni (id., ibid.), falta motivação dos professores “para a realização de formação continuada, em serviço, tendo em vista a ausência de incentivos de formação no plano de carreira e o nível de salários dessa categoria profissional”. (KENSKI, 2007, p.58).

Uma pesquisa quantitativa realizada pelo Laboratório de Sistemas Integráveis (LSI), em 2009, com a participação do Ibope Inteligência, sob encomenda da

Fundação Victor Civita (FVC), investigou o uso do computador e da internet em 400 escolas públicas do Ensino Fundamental e Médio das capitais brasileiras, detectou que as formações continuadas não são satisfatórias aos anseios dos docentes (74%), preparando pouco ou nada (Gráfico 1).

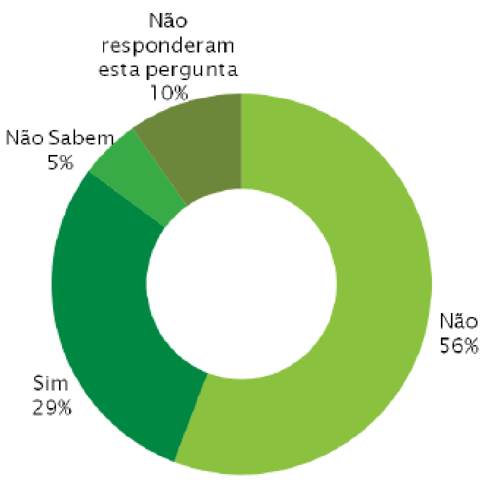
Gráfico 1 – Preparo para o uso da tecnologia na formação inicial



Fonte: Disponível em: <http://www.fvc.org.br/pdf/estudo-computador-internet.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2015.

A pesquisa, ainda com relação à formação continuada do docente constatou que apenas 29% tiveram formação em tecnologia no último ano com carga horária acima de 32 horas, contra 56% de professores que não tiveram (Gráfico 2).

Gráfico 2 - Formação em tecnologia no último ano (carga horária acima de 32 horas)

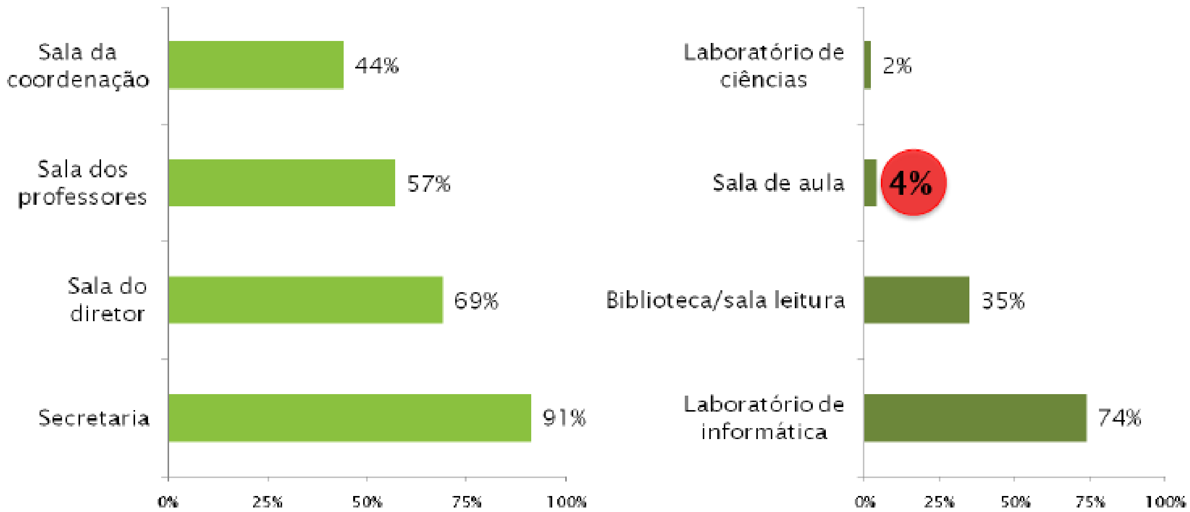


Fonte: <http://www.fvc.org.br/pdf/estudo-computador-internet.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2015.

Um dos impedimentos que fazem o professor não adotar o uso das TIC, é a instabilidade didática pedagogia na qual ele se encontra. Trabalhar com tecnologias é sair de sua zona de conforto, é submeter-se ao inesperado e isto não é bem recebido pelos professores, pois temem estar diante do aluno e não saber o porquê que aquele passo não funcionou ou por que resultou em algo que não estava previsto. O inesperado faz parte do que pode ocorrer com o uso das tecnologias, pois é isso que elas proporcionam: investigação e fatos inesperados. De acordo com Penteado e Skovsmose (apud GOMES, PENTEADO, 2013, p.282), uma zona de risco, apesar de parecer um momento negativo, é, na verdade, um momento que precisa ser explorado pelo professor para aumentar as possibilidades de aprendizagem dos alunos.

Outro fator que dificulta a inserção das tecnologias nas escolas é a questão de infraestrutura. Muitas ainda têm estruturas precárias que impossibilitam o crescimento tecnológico nesse meio, como demonstram ainda os dados da Fundação: em apenas 4% das escolas há computador em sala de aula, predominando ainda seu uso administrativo na mesma (91%) (Gráfico 3).

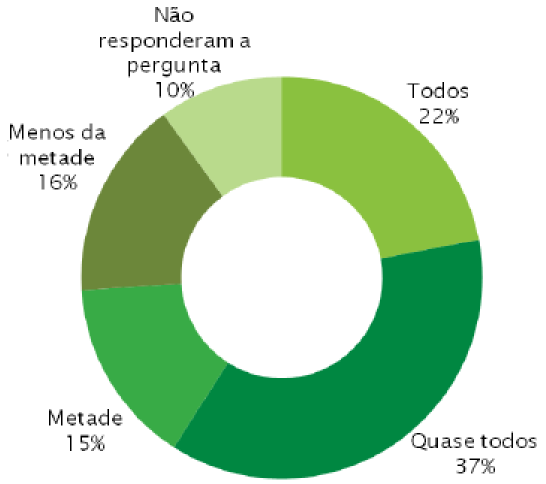
Gráfico 3 – Locais onde há computadores/laptops funcionando normalmente na escola



Fonte: <http://www.fvc.org.br/pdf/estudo-computador-internet.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2015.

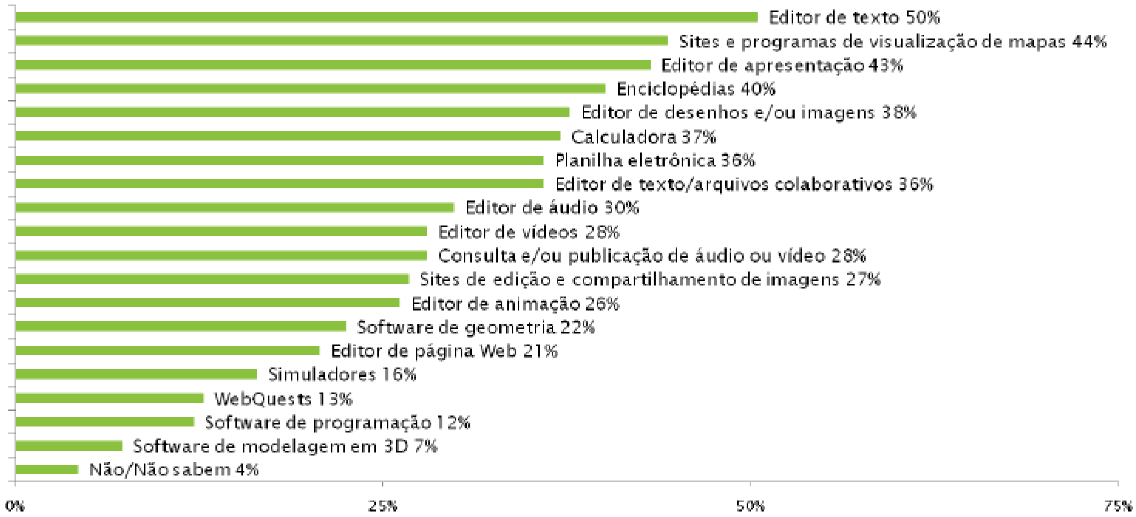
Mesmo as escolas que possuem laboratório equipados com computadores e suas mídias digitais, há o contraste, justamente decorrente da falta de preparo e/ou resistência por parte dos professores, de que muitos não os utilizam (Gráfico 4), e quando o fazem, trabalham apenas conceitos básicos, não tendo muita interferência na aprendizagem (Gráfico 5).

Gráfico 4 – Utilização dos computadores pelos professores na escola.



Fonte: <http://www.fvc.org.br/pdf/estudo-computador-internet.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2015.

Gráfico 5 – Os programas mais utilizados pelos professores com seus alunos são os menos complexos



Fonte: <http://www.fvc.org.br/pdf/estudo-computador-internet.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2015.

Apesar de toda esta estatística negativa, existe um grande esforço por parte de pesquisadores-professores no intuito de mostrar, que as tecnologias educacionais são essenciais em sala e fora dela. No cenário internacional:

> Dentre muitos e muitos pesquisadores, a compreensão dos meandros das relações educativas no mundo virtual é objeto de pesquisa de autores como Hillz (1995), que foca sua atenção nas novas possibilidades de aprendizagem colaborativa em rede; Moore (1993), que, no campo da educação não presencial, propõe a teoria da distância transacional; Harasim, Hiltz, Turoff e Teles (2005), que buscam revelar como as Novas Tecnologias de Informação, Comunicação e Expressão (NTICE) podem ser utilizadas no ensino fundamental, médio, universitário e em educação de adultos; Peters (2006) que procura estabelecer as bases de uma didática do ensino a distância; Palloff e Pratt (2005), que têm como objeto de investigação as relações estabelecidas entre alunos e conhecimentos em dinâmicas de educação mediadas por tecnologias. (SANTOS, 2011, p.839).

E no cenário brasileiro,

> [...], podemos citar nomes tais como Kenski (2003), que se dedica a discutir os suportes tecnológicos e as ações docentes em situação de educação a distância; Silva (2000), que busca situar o hipertexto e as tecnologias digitais na nova sala de aula; Barreto (2002), que se preocupa com a formação de professores para atuar na sala de aula virtual; Oliveira (2003), que discute a mudança paradigmática na educação decorrente da influência das tecnologias digitais; Belloni (2005), que introduz e debate o conceito de mídia-educação; Pretto (1996), que discute o futuro da escola na Sociedade Informacional; Dias(2007), que aponta as possibilidades educativas múltiplas e inovadoras do hipertexto; Moraes (2003), que defende a exploração educativa do ciberespaço por meio de uma pedagogia libertadora. (SANTOS, 2011, p.839).

Apesar do atraso tecnológico existente em nossas salas de aula, parece-nos que só agora as pesquisas e políticas públicas voltadas para a inserção das TIC na educação estão atuantes. Pelo contrário, de acordo com Borba e Penteado (2012) e Moraes (1993) citado na pesquisa teórica realizada pela Fundação Victor Civita (2009), a informática no Brasil remonta desde a década de 1970, quando foi discutido pela primeira vez o uso do computador no ensino de Física, num seminário promovido pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), onde houve participação de um especialista da Universidade de Dartmouth (EUA).

Em 1973 outras universidades começaram a desenvolver experiências com o uso do computador; na UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro, o ensino e a avaliação de simulações em Química, passaram a ser feitas pelo computador como recurso auxiliar do professor; na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), programas educacionais passaram a ser desenvolvidos.

Em 1975 a Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), para investigar o uso do computador com linguagem LOGO[6] na Educação Infantil, inicia cooperação com o *Media Lab* do Massachusetts *Institute of Technology* (MIT), segundo Valente (1999) citado pela Victor Civita (2009).

Já na década 1980 Borba e Penteado (2012) e Moraes (1993) (apud FUNDAÇÃO VICTOR CIVITA, 2009) falam dos seminários realizados "no sentido de estimular e promover a implementação do uso de tecnologia informática nas escolas brasileiras, como o I Seminário Nacional de Informática Educativa" (BORBA; PENTEADO, 2012, p.19) em 1981. Segundo Borba e Penteado (2012) foi a partir deste evento que foram criados os projetos Educom, Formar e o Proninfe. Conforme Borba e Penteado (2012) o Educom (COMputadores na EDUcação), lançado pelo MEC[7] e pela Secretaria Especial de Informática, em 1983, tinha como objetivo criar centros pilotos em universidades brasileiras no intuito de desenvolver pesquisas relacionadas às mais diversas aplicações do computador na educação. Universidades como a UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro), UNICAMP (Universidade de Campinas), UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul), UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais) e UFPE (Universidade Federal de Pernambuco), estiveram envolvidas no Educom onde desenvolveram pesquisas sobre formação de recursos humanos na área de informática educativa e análise dos efeitos da introdução do computador no ensino de disciplinas nos níveis fundamental e médio.

De acordo com a pesquisa da Fundação Victor Civita (2009), os resultados do Educom fizeram com que o MEC, em 1986, criasse o Projeto Formar (Programa de Ação Imediata em Informática na Educação de 1º e 2º graus), que se destinava a capacitar professores e implantar infraestrutura que desse suporte às secretarias estaduais de educação (Cied - Centros de Informática Aplicada à Educação de 1º e 2º graus), às escolas técnicas federais (Ciet - Centros de Informática na Educação

[6]Em informática, Logo é uma linguagem de programação interpretada, voltada para crianças, jovens e até adultos. (fonte: Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Logo>. Acesso em 21 mar. 2015.)
[7]MEC – Ministério da Educação e Cultura

Tecnológica) e às universidades (Cies - Centro de Informática na Educação Superior).

Em 1989, com o objetivo de dar continuidade às iniciativas de desenvolver a informática educativa nos sistemas públicos de ensino, é criado o Proninfe (Programa Nacional de Informática na Educação), que vem para contribuir na formação docente (BORBA; PENTEDO, 2012).

Com os resultados iniciais desses Programas (Formar, Proninfe), a partir da década de 1980, várias ações, de município e estados, são direcionadas à implantação da tecnologia educacional e em 1997 o governo federal (MEC) lança o atual Programa Nacional de Educação Tecnológica (ProInfo), cujo objetivo é promover a inserção e o uso de Tecnologias de Informação e Comunicações (TIC) em escolas da rede pública de ensino Fundamental e Médio (FUNDAÇÃO VITOR CIVITA, 2009). Segundo Borba e Penteado (2012), esse programa já equipou mais de 200 escolas e investiu na formação de mais de vinte mil professores por meio dos 244 NTE (Núcleos de Tecnologia Educacional) instalados em diversas partes do país, desde a sua criação.

Neri (2003) (apud FUNDAÇÃO VICTOR CIVITA, 2009) relata os dados positivos, resultantes da implementação dessas políticas governamentais, através do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e do Censo Escolar em 1997, com relação a 2001. Em 1997, 10,8% do total de alunos matriculados no Ensino Fundamental regular estavam matriculados em escolas com laboratório de informática; em 2001 já era 23,9%. No Ensino Médio Regular, em 1997, 29,1% estavam matriculados em escolas com laboratório de informática e em 2001, 55,9%. Em 2001, 25,4% dos alunos do Ensino Fundamental regular estavam matriculados em escolas com acesso à internet e no Ensino Médio regular, 45,6%.

Atualmente o ProInfo tem concentrado esforços na implantação de laboratórios de informática em escolas de Ensino Fundamental de áreas rurais e urbanas que ainda não dispõem deste tipo de infraestrutura, além de formação de professores à distância por meio do e-ProInfo (FUNDAÇÃO VICTOR CIVITA, 2009).

Em 2012 o governo federal (MEC) anunciou a distribuição de tablets[8] às escolas públicas num investimento de 150 milhões de reais na compra de 600 mil aparelhos para uso de professores do Ensino Médio (CARDOSO, 2012).

> Receberão os materiais primeiramente as escolas urbanas, com banda larga, rede sem fio e laboratório do Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo). A distribuição se dará no segundo semestre dentro do Educação Digital – Política para computadores interativos e tablets, que prevê a inclusão de tecnologias de informação e comunicação (TIC) no processo de ensino. Os tablets virão num pacote de computadores interativos com lousa, acesso à internet, DVD, microfone, computador e projetor. Os aparelhos terão telas com entre 7 e 10 polegadas, câmera, saída de vídeo e conteúdos pré-instalados. (CARDOSO, 2012).

Segundo Cardoso (2012), a medida é anunciada pelo governo como estratégia no combate à evasão escolar no Ensino Médio. Segundo Klaus Schlünzen Júnior, coordenador do Núcleo de Educação a Distância da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp), citado por Cardoso (2012): "A iniciativa de disponibilizar tecnologia é importante, necessária, mas não suficiente para melhorar a educação brasileira. O grande problema é a formação de professores, ela deve ser intensa e acompanhar qualquer inserção de TIC nas escolas". Ainda de acordo com Sérgio Ferreira do Amaral, professor da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) e pesquisador do Laboratório de Novas Tecnologias Aplicadas na Educação da instituição:

> São importantes as políticas direcionadas a investimento em tecnologia nas escolas, é uma questão de inclusão social. O problema é como isso é colocado. Hoje, a maioria das escolas tem laboratórios de informática subutilizados. Não há projetos pedagógicos, os computadores são usados para fazer pesquisas, baixar coisas da internet, o que é muito pouco para o que a infraestrutura permite. Há o risco de o mesmo acontecer com o tablet", questiona o professor Sergio Ferreira. E completa: "Não é só levar o equipamento até a criança. É preciso saber quem está dando suporte pedagógico. O tablet representa um campo novo, não pode ser só a versão eletrônica do papel (CARDOSO, 2012).

A inserção das tecnologias na educação é fundamental, no entanto é preciso que tenhamos cuidado, pois "sem a mediação efetiva do professor, o uso das

[8] Tablets são os dispositivos intermediários entre os computadores e os smartphones, ou seja, não são tão grandes e potentes quanto um computador, nem tão pequenos quanto um smartphone.

tecnologias na escola favorece a diversão e o entretenimento, e não o conhecimento.” (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2013, p.59).

> Quanto mais tecnologia, maior a importância de profissionais competentes, confiáveis, humanos e criativos. A educação é um processo de profunda interação humana, com menos momentos presenciais tradicionais e múltiplas formas de orientar, motivar, acompanhar e avaliar. (MORAN; MASETTO; BEHRENS 2013, p.35).

Além disso, não podemos ver o uso das TIC como uma panaceia para o problema do ensino-aprendizagem no Brasil.

> [...] a tecnologia não pode, por si só, constituir uma solução milagrosa para as dificuldades sentidas pelos sistemas educativos. Deve, evidentemente, ser utilizada em ligação com formas clássicas de educação e não ser considerada como um processo de substituição, autônomo em relação a elas. (DELORS, 1998, p.188).

Existem muitos outros fatores, como os que foram expostos no início, que dificultam o processo. É preciso que os alunos sejam, assim como os professores na postura de mediadores, construtores do seu conhecimento, deixando de lado uma postura de receptor de conhecimento moldados.

2.3 O CRESCIMENTO DO ACESSO ÀS TECNOLOGIAS DIGITAIS PELOS JOVENS

Não podemos imaginar uma escola afastada por muito tempo do uso das tecnologias digitais. A cada ano, aumenta cada vez mais a geração de usuários, denominada por Prensky (2001) de “nativos digitais” e conhecida também como Geração Y (COELHO, 2012), ou seja, jovens que, nascidos a partir década de 80 e 90, não conseguem se imaginar sem as funcionalidades proporcionadas pelas tecnologias. São jovens que estão habituados a obter a informação de forma rápida e a interagir com várias mídias digitais ao mesmo tempo desde que nasceram (PESCADOR, 2010). Segundo Prensky (2001), citado por Coelho:

> [...] as crianças - nativas digitais - apresentam uma intimidade com os meios digitais e possuem a habilidade e competência de realizar múltiplas tarefas ao mesmo tempo. A geração desses nativos alterou, assim, definitivamente, os rumos da Comunicação, bem como da Educação. Logo, não podemos pensar a Comunicação e nem a Educação a partir de paradigmas retrógrados, porque os avanços tecnológicos mudaram a forma de ser, agir e pensar da sociedade. Temos, assim, uma nova geração de crianças – as nativas digitais - que interagem, a todo momento, com as novas e velhas mídias. (COELHO, 2012, p.02).

Para Prensky, citado por Lemos (2009), é preciso que os professores (denominado pelo mesmo como imigrantes digitais, ou seja, pessoas que nasceram antes de 1980 e estão ainda se acostumando com as tecnologias), usem da linguagem dos nativos digitais na aprendizagem de conteúdos.

De acordo com o site oficial da Organização das Nações Unidas (ONU[9]), no relatório intitulado *Medindo a Sociedade da Informação*, de 2013 divulgado pela União Internacional das Telecomunicações (UIT), órgão da ONU, um novo modelo matemático estima o número de nativos digitais em todo o mundo. Segundo o relatório (UIT, 2013), em 2012, de uma população mundial de aproximadamente 07 (sete) bilhões, havia cerca de 363 milhões de nativos digitais (jovens de 15 a 24 anos de idade, com cinco ou mais anos de experiência online), o que equivale a 5,2% do total da população mundial e 30% da população mundial de jovens. Nos países desenvolvidos, estima-se que de um total de 145 milhões de usuários de Internet, 86,3% são nativos digitais, enquanto que nos em desenvolvimento, menos da metade dos 503 milhões. No entanto, a perspectiva é que nos próximos cinco anos, a população de nativos digitais dobre nos países em desenvolvimento. De acordo com o diretor do escritório de desenvolvimento das telecomunicações, Brahima Sanou, que produziu o relatório anual, “Os jovens são os adeptos e usuários mais entusiasmados das TIC. São eles quem moldarão a direção da nossa indústria nas próximas décadas e suas vozes devem ser ouvidas” (ONU, 2013).

[9]Disponível em: <http://www.itu.int/en/ITU-D/Statistics/Pages/publications/mis2013.aspx>. Acesso em 03 mai. 2015.

Segundo a UTI (2003), apesar de haver consenso no impacto que as TIC têm provocado nos jovens, é certo que as mídias digitais estão transformando a maneira com que os jovens aprendem, brincam, socializam e participam da vida civil.

O Brasil aparece no relatório como sendo a quarta maior população (20 milhões) do mundo de nativos digitais, perdendo apenas para China (75,2 milhões), Estados Unidos (41,3 milhões) e Índia (22,6 milhões). Isto representa 60,2% dos jovens no país, ou seja, 10% do total dos brasileiros são nativos digitais (quadro 1), apesar de o custo de estar conectado no Brasil ser um dos mais altos do mundo (UTI, 2013).

Quadro1 - Nativos Digitais em 2012

País	População, em milhões	Fatia de 'nativos digitais' na população, em %	Fatia de 'nativos digitais entre os jovens, em %
1º - China	75,2	5,6	34,7
2º - EUA	41,3	13,1	95,6
3º - Índia	22,6	1,8	9,5
4º - Brasil	**20**	**10,1**	**60,2**
5º - Japão	12,2	9,6	99,5
6º - México	9	7,8	43,3
7º - Rússia	8,9	6,3	49,6
8º - Alemanha	8,2	10,1	94,2
9º - Vietnã	7,5	8,4	43,6
10º - Reino Unido	6,9	11,1	85,9

Fonte: UIT/ONU

Na lista dos países com a maior proporção de nativos digitais, o Brasil aparece na 50ª posição. Este item é encabeçado pelos países que possuem alto índice de desenvolvimento em tecnologia da informação e comunicação (IDI), os quais equilibram bem seus níveis de acesso à web, uso da rede e as habilidades desenvolvidas online. O Brasil, segundo o relatório, no quesito IDI aparece no 62º posição (UTI, 2013).

Outra informação que ratifica a inserção do nativo digital em nosso meio é o seu acesso às tecnologias cada vez maior. Segundo Caputo (2014), da revista online Exame.com, em pesquisa realizada pelo Comitê Gestor da Internet no Brasil (CGI.br), TIC Domicílios, de setembro de 2013 a fevereiro de 2014, contando 16.887 domicílios de 350 municípios brasileiros, mais da metade dos brasileiros foram classificados como usuários de internet (85,9 milhões). Dados da mesma ainda mostram que 42,5 milhões de brasileiros acessam a internet usando celulares. O parâmetro para essa classificação é que 51% dos entrevistados haviam acessado a internet nos últimos três meses. A pesquisa mostrou ainda que em 2013, 49% das residências brasileiras tinham um computador em casa, inserindo-se nessa categoria computadores de mesa, notebooks e tablets. No entanto, as regiões urbanas (53%) são os maiores detentores deles, contra as rurais (21%). No total são 30,6 milhões de casas com computadores no Brasil. Com relação ao uso da internet no celular, de 82% dos brasileiros que tem um aparelho (137 milhões), 31% a usaram no mesmo nos últimos três meses. Isto representa 42,5 milhões de brasileiros acessando a internet através de um dispositivo móvel.

Assim, é evidente que esses “nativos digitais” tendem a aumentar cada vez mais o seu conhecimento e relação com às tecnologias, fazendo a sala de aula ser (se não o for) o espaço menos desejado de aprendizagem. Os professores (imigrantes digitais), como nos fala Prensky (2001), precisam falar a mesma língua destes nativos em prol da aprendizagem.

2.4 FERRAMENTAS TECNOLÓGICAS: O SOFTWARE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São várias as ferramentas que as TIC oferecem para otimizar a aprendizagem em sala de aula - ou mesmo fora dela, como a educação à distância - e favorecer um ensino que não é mais de transmissão, mas mediação pelo professor. Através de chats, emails, redes sociais, blogs, vídeos, sites e softwares, o professor tem a capacidade de dinamizar o conhecimento, fazendo com que o aluno o construa.

Uma grande vantagem de se utilizar tais tecnologias em prol da aprendizagem, é que os alunos já têm certo domínio de uso da computação e de algumas mídias, como aponta Santanella:

> É pelo panorama atual que essa nova era (digital) tem sido chamada cultura do acesso, ou seja, a partir da democratização do acesso às tecnologias digitais, surge uma nova cultura que coloca as pessoas em meio a uma revolução técnica e cultural cuja tendência natural é de se alastrar cada vez mais em razão do barateamento dos equipamentos e serviços (SANTAELLA, 2003).

Assim, o trabalho com as mídias pode ser mais fácil do que se pensa. “Os alunos gostam de um professor que os surpreenda, que traga novidades, que varie suas técnicas e seus métodos de organizar o processo de ensino-aprendizagem.” (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2013, p.35). Então as mídias são o caminho certo para oferecer ao discente este anseio.

Uma ferramenta computacional que vem sendo muito utilizada em pesquisas, apontada por Gravina (1996), Santos, Loreto e Gonçalves (2010), Gimenes (2004), Heidrich (2014), Calil (2011), Gomes e Penteado (2013), Lage (2011), Pietrosanto, Santos e Rodrigues (2000), Júnior (2013), Silva (2013), Santos, Santos e Nunes (2014), Melo e Melo (2005), Santos (2001), é o software, objeto da nossa pesquisa. Fernandes (2015) o define, de forma geral, como uma linguagem escrita e executada pelo computador. Sommervilee (2007) (apud SANTOS, LORETO, GONÇALVES, 2010, p.50) define software como sendo “programas de computador e todos os dados de documentação e configuração associados, necessários para que o programa opere corretamente.” Ou seja, softwares nada mais são que programas executados por sistemas de computadores. A grande utilização de softwares relacionados ao ensino-aprendizagem se deve à capacidade de a maioria executar os mais diversos conteúdos matemáticos de forma dinâmica, fazendo com que o aluno enxergue o conteúdo sob diversos ângulos, aguçando seu espírito de observação e de pesquisa: “[...] visam oportunizar a motivação e apropriação do conteúdo estudado em sala de aula.” (SANTOS, LORETO GONÇALVES, 2010, p.48). Além disso, o uso do software computacional na aprendizagem de matemática surge para facilitar processos, como a construção com lápis e papel, que além de demorado e impreciso, é estático, ou seja, após a construção, não é possível visualizar os diferentes ângulos da figura, o que pode ser feito com os softwares dinâmicos. A possibilidade de mover a figura, trás outra perspectiva para o estudo da disciplina: amplia o campo de conhecimentos. Bittar, citado por Calil (2011), refere - se ao software como um artefato, um instrumento que possui vários esquemas de uso e que, portanto, deve ser analisado pelo professor. No entanto, é preciso que a escolha de um software pelo docente seja resultado de um planejamento didático-pedagógico, analisado com cuidado para que se possa atingir aos objetivos de aprendizagem de determinado conteúdo matemático.

> Segundo Almouloud (2007), o professor que pretende atingir seus objetivos educacionais utilizando tecnologias, em particular os softwares, não pode se esquecer de orientar-se em questões como entraves na utilização que o software impõe ao aluno/usuário, quais comportamentos induz e que ensino permite e quais os efeitos que o software educativo pode provocar no processo de ensino – aprendizagem em sala de aula (CALIL, 2011, p. 25).

Segundo Tajra (apud DINIZ, 2007, p.19) "[...] em função da gama de ferramentas disponíveis nos softwares, os alunos além de ficarem mais motivados, também se tornam mais criativos".

> No contexto da Educação Matemática, os ambientes gerados por aplicativos informáticos dinamizam os conteúdos curriculares e potencializam o processo pedagógico. O uso de mídias tem suscitado novas questões, sejam elas em relação ao currículo, à experimentação matemática, às possibilidades do surgimento de novos conceitos e de novas teorias matemáticas (BORBA, 1999). Atividades com lápis e papel ou mesmo quadro e giz, para construir gráficos, por exemplo, se forem feitas com o uso dos computadores, permitem ao estudante ampliar suas possibilidades de observação e investigação, porque algumas etapas formais do processo construtivo são sintetizadas (PARANÁ, 2008, p.65).

Algumas experiências com o uso do software na educação são relacionadas por Calil (2011), como as de Pimentel e Paula (2007) que concluíram que os alunos conseguiram compreender melhor os conteúdos do que em uma aula tradicional, e as de outros pesquisadores - Mathias et al (2007), Vieira e Nicoleit (2007) e Frota e Borges (2007) – que enfatizam os resultados positivos relacionados ao uso de softwares e outras TIC na educação.

De acordo com Santos, Loreto e Gonçalves, (2010, pp. 51-52), existem os seguintes tipos de softwares:

- **Softwares Livres:** Software Livre é qualquer programa de computador que pode ser usado, copiado, estudado, modificado e redistribuído sem nenhuma restrição.
- **Softwares de Código aberto ou *Open source*:** Neste tipo de Software o usuário tem acesso ao código fonte[10], podendo assim alterá-lo da maneira que quiser.

- **Softwares Gratuitos ou *Freeware*:** São disponibilizados gratuitamente, mas diferente dos Softwares Livre e de Código aberto, pois não se tem acesso ao seu código fonte e, portanto, não pode ser alterado ou apenas estudado, somente pode ser usado da forma como ele foi disponibilizado. Geralmente estão disponíveis na internet para *download* e a validade não expira.

- **Software *Shareware***: Estes têm limitações de uso, podendo ser de tempo ou funcionalidades (não ter todas as funções). Gratuitos apenas para divulgação, após algum tempo perdem sua validade. Na realidade, é uma cópia de avaliação, possibilitando ao usuário a instalação gratuita e o conhecimento do que o software é capaz de fazer.

- ***Demo*:** São Softwares para análise, ou seja, podem ser testados gratuitamente. O termo *Demo,* de *demonstration,* é aplicado particularmente a jogos.

- ***Trial***: É semelhante ao tipo *Demo*, mas se refere a aplicativos, em vez de jogos.

- **Software Proprietário:** Também denominado programa "não livre", cuja cópia, redistribuição ou modificação são restringidas pelo seu criador ou distribuidor.

---

[10] É o conjunto de palavras ou símbolos escritos de forma ordenada, contendo instruções em uma das linguagens de programação existentes, de maneira lógica (SANTOS, LORETO GONÇALVES, 2010, p.51).

Além disso, segundo Valente (2003) (apud CALIL, 2011, p.26), um software educacional pode ser inserido nas seguintes categorias:

- **Sistemas tutoriais**: Os tópicos a serem ensinados são divididos em pequenas partes ou módulos, que apresentam animações, som, vídeo, etc.

- **Sistemas de exercícios e práticas:** Usados para revisar o conteúdo ensinado em sala de aula e envolvem principalmente memorização e repetição. Neste tipo de software, o aluno coloca a sua resposta e depois verifica se está certa, refletindo sobre a mesma.

- **Simulações:** Oferecem a possibilidade de o aluno desenvolver hipóteses, testá-las, analisar resultados e refinar os conceitos.

- **Jogos educacionais:** A proposta defende que as crianças aprendem melhor quando ela é livre para descobrir relações ao invés de ser ensinada.

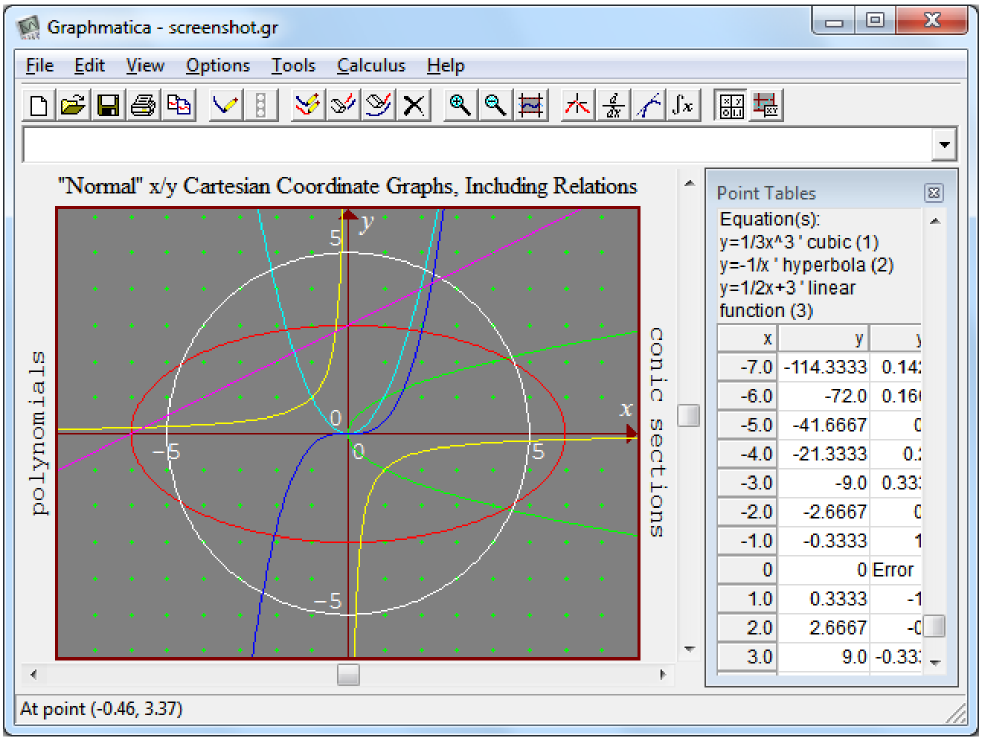
É grande a variedade de softwares utilizados na educação. Segue a relação de alguns com informações sobre sua operacionalidade e potencialidades.

GRAPHMATICA

De acordo com o site techtudo (2015) e Calil (2011), o **Graphmatica**[11] desenvolvido por Keith Hertzer e Carlos Malaca, possui uma interface simples e de fácil manipulação. Constrói gráfico de qualquer tipo de função e equação inserida pelo usuário. Além disso, tem suporte para funções cartesianas, relações, inequações, funções polares, paramétricas e equações diferenciais comuns, podendo visualizar até 999 gráficos ao mesmo tempo. O **Graphmatica** oferece um suporte de ajuda online para tirar qualquer dúvida e aprender a mexer melhor no software. É do tipo gratuito e inserido na categoria de simulação.

[11] Disponível em: http://www.graphmatica.com.

Figura 1 - Tela do Graphmatica



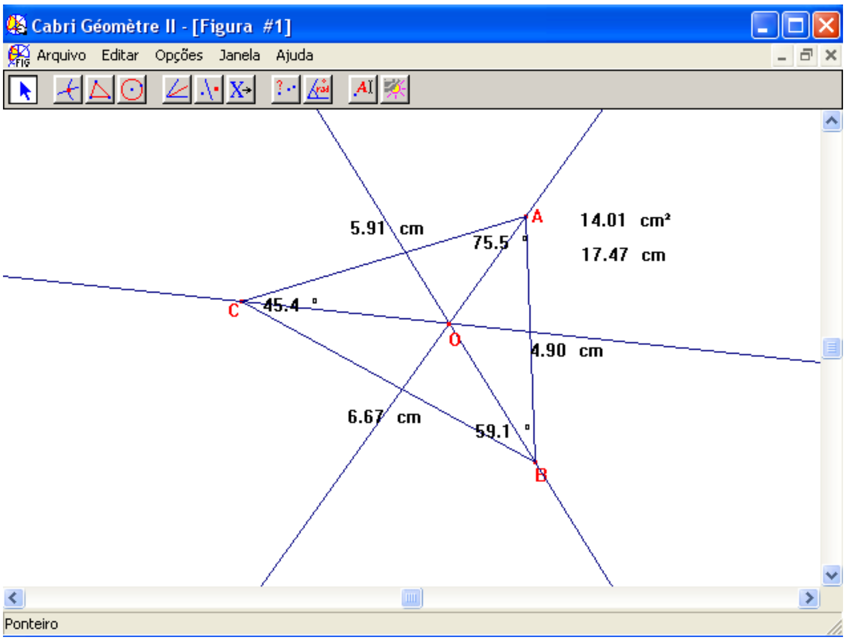
Fonte: http://www.graphmatica.com

CABRI GÉOMÈTRE II

Este software[12] foi desenvolvido na França, sob a coordenação de Laborde e Bellemain, no Instituto Joseph Fourier. A sigla **Ca**hier de **Br**ouillon **I**nformatique, cujo significado é Caderno de Rascunho Informativo, é quem dá nome ao programa. É um aplicativo que permite a criação de desenhos geométricos, estabelecendo relações entre seus componentes, podendo ser utilizado para trabalhar Geometria, Aritmética e Álgebra (CALIL, 2011).

12 Disponível através de contato por email com a PUC – São Paulo, através do endereço eletrônico pucsp@fpsp.fapesp.br

Figura 2 - Figura construída por usuário no Cabri Géomètre II

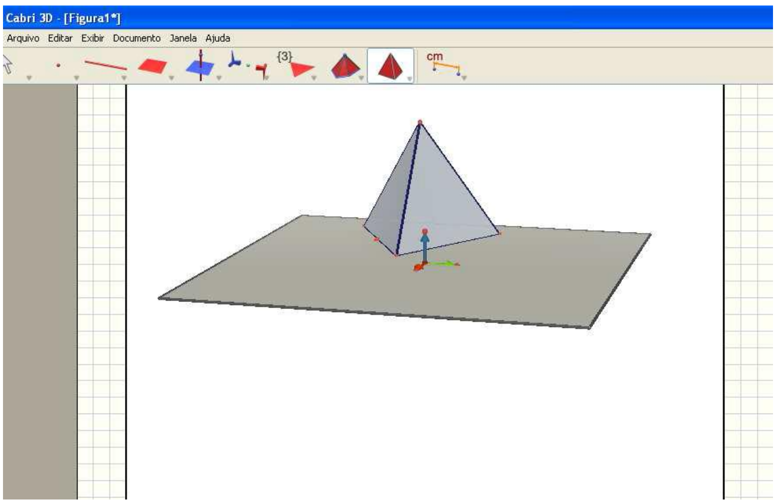


Fonte: Calil (2011, p.29)

CABRI 3D

O Cabri 3D[13] é a versão tridimensional do **Cabril Géomètre**, possuindo as mesmas funcionalidade deste.

Figura 3 - Sólido construído no Cabri 3D



Fonte: Calil (2011, p.31)

---

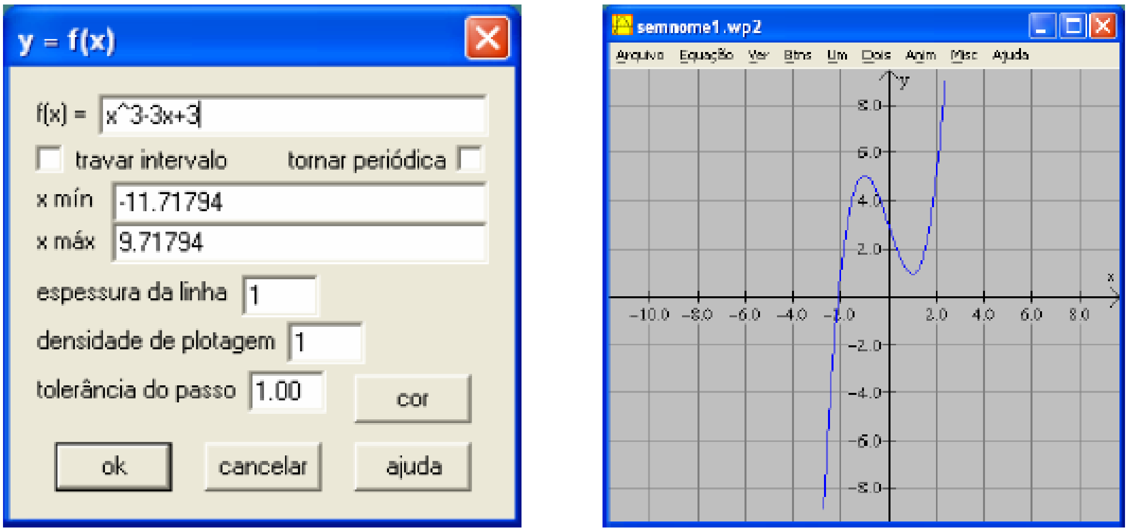
[13]Disponível em http://www.cabri.com/progress-in-maths.html.

De acordo com o site oficial (http://www.cabri.com/progress-in-maths.html), pesquisadores espanhóis realizaram um estudo com 15.000 (quinze mil) alunos e 400 professores do Ensino Médio, cujo objetivo era medir o impacto do uso das novas tecnologias na sala de aula de matemática e constataram que o rendimento foi quase 25% maior (EL PAÍS, 2006). Entre os softwares de geometria avaliados, constatou-se que utilizando o Cabri, o rendimento dos alunos testados foi 30% maior com relação ao grupo controle (CABRI, 2015).

WINPLOT

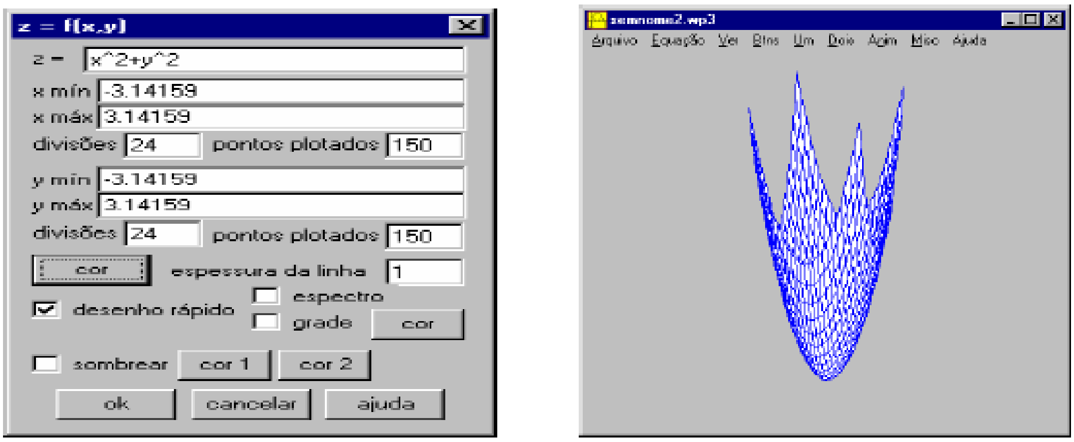
Segundo o site da PUCRS (Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul), O Winplot é um programa para construção de gráficos de funções de uma e duas variáveis, extremamente simples de ser utilizado, pois dispensa o conhecimento de qualquer linguagem de programação e é distribuído gratuitamente.

Figura 4 – Tela de execução Winpot



Fonte: Disponível em: <http://www.pucrs.br/famat/fmoreira/economiaII/WINPLOT.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2015.

Figura 5 – Tela de execução Winpot tridimensional

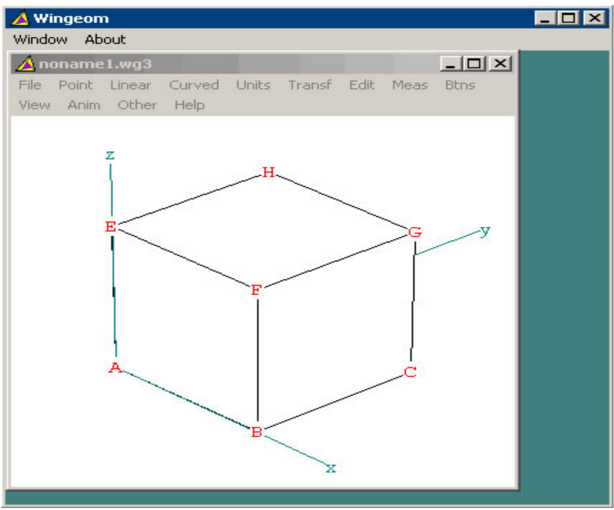


Fonte: Disponível em: <http://www.pucrs.br/famat/fmoreira/economiaII/WINPLOT.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2015.

WINGEOM

O Wingeom, software de geometria dinâmica criado por Richard Parris, e editado pela Philips Exeter academy, tem a capacidade de realizar construções geométricas de alta precisão em duas ou três dimensões, além de fácil manuseio (CALIL, 2011).

Figura 6 – Tela em execução do Wingeom



Fonte: http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/softwares/interfaces/wingeom.jpg

2.5 O SOFTWARE GEOGEBRA

O software Geogebra, talvez seja na atualidade o mais utilizado, tanto em pesquisas - como as de Silva et al (2012), Ramalho (2013), Santos, Nunes e Sá (2014), Ferreira (2010), Gomes e Penteado (2013), Lopes (2013), Silva (2011) e Pereira (2012) -, como em sala de aula. O Geogebra foi desenvolvido pelo professor Markus Horenwarter, o qual iniciou o projeto em 2001 na University of Salzburg e continua sendo desenvolvido na Florida Atlantic University (RAMALHO, 2013). De acordo com o site[14] oficial no Brasil, é um software de matemática dinâmica destinado a todos os níveis de ensino (básico e superior) reunindo Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos reunidos em um único pacote de fácil utilização. O Geogebra que atualmente se encontra na versão 5.0, possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países, tornando-se um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática, comprovado pelos prêmios internacionais conquistados (GEOGEBRA, 2015):

- MERLOT Classics Award 2013: Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching (Las Vegas, Nevada, USA);
- NTLC Award 2010: National Technology Leadership Award (Washington D.C., USA);
- Tech Award 2009: Laureat in the Education Category (San Jose, California, USA);
- BETT Award 2009: Finalist in London for British Educational Technology Award;
- SourceForge.net Community Choice Awards 2008: Finalist, Best Project for Educators;
- AECT Distinguished Development Award 2008: Association for Educational Communications and Technology (Orlando, USA);
- Learnie Award 2006: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- eTwinning Award 2006: 1st prize for "Crop Circles Challenge" with Geogebra (Linz, Austria);

[14] Disponível em:<http://www.Geogebra.org/about>. Acesso em 01 abr. 2015.

- Trophées du Libre 2005: International Free Software Award, category Education (Soisson, France);
- Comenius 2004: German Educational Media Award (Berlin, Germany);
- Learnie Award 2005: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria);
- digita 2004: German Educational Software Award (Cologne, Germany);
- Learnie Award 2003: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria);
- EASA 2002: European Academic Software Award (Ronneby, Sweden).

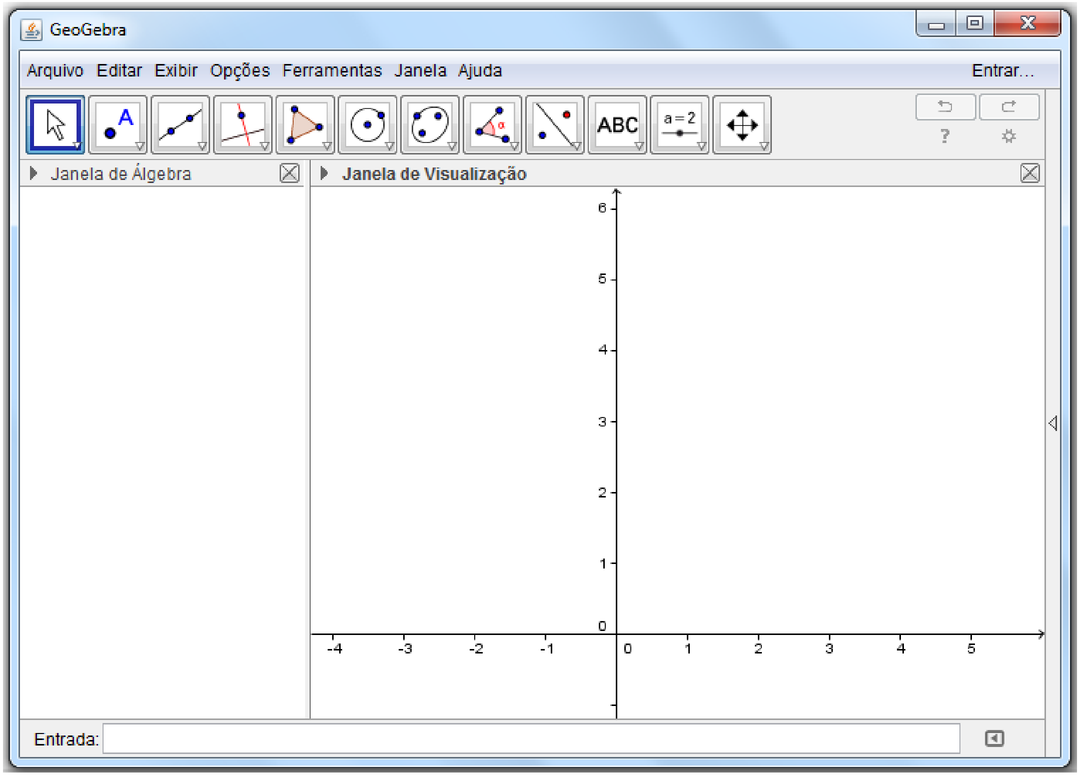
O Geogebra, além de ser um Software de Código Aberto disponível gratuitamente para usuários não comerciais, se enquadrando na categoria de simuladores, pode ser baixado em tablets e computadores, e ser executado pelos sistemas operacionais Windows, Linux ou Mac OS X, o que o torna um aplicativo multiplataforma.

Alguns fatos são característicos no software, como Geometria, Álgebra e Planilha de Cálculo, sempre interconectadas e totalmente dinâmicas; interface de simples uso, ainda assim, com muitos recursos poderosos; ferramentas de desenvolvimento para a criação de materiais didáticos como páginas web interativas; disponível em vários idiomas para milhões de usuários ao redor do mundo (GEOGEBRA, 2015).

Apesar de o Geogebra ser um programa intuitivo e autoexplicativo, podendo ser usado por usuários que não necessitam de conhecimentos avançados em informática, o conhecimento matemático é o ponto fundamental de sua utilização. Uma vez que atividades investigativas levam o aluno a questionamentos, este software possui características que propiciam a criação de situações desse tipo, dando possibilidade de o discente analisar propriedades e características de uma figura de forma rápida, levando-o a um processo de criação e exploração (SKOVSMOSE apud SILVA, 2010, p.43). Contudo, para que se possa aproveitar ao máximo todos os recursos disponibilizados pelo programa, é preciso que se tenha um mínimo de conhecimento de Matemática

O Geogebra possui as mais simples e avançadas ferramentas da geometria, álgebra e cálculo. A tela inicial (Figura 2.7) é composta de Menu (Arquivo, Editar, Exibir, Opções, Ferramentas, Janela e Ajuda), Barra de Ferramentas (onde são disponibilizados todos os recursos matemáticos: pontos retas, polígonos, circunferências, ângulos; operações envolvendo pontos, ângulos, retas, vetores; cálculo de áreas, medidas e ângulos; e execuções relativas ao que está sendo construído, como ampliar, diminuir, mover apagar, inserção de textos, figuras e determinação de parâmetros). No entanto, o que é mais característico no Geogebra são suas duas janelas: Janela de Álgebra, onde é visualizada a representação algébrica dos objetos em construção; Janela de Visualização, onde os objetos são construídos, ou seja, são visualizados os gráficos das funções, as figuras geométricas, local onde ainda é possível editar o que se está construindo, como cor, espessura de linha e realizar movimentos. E por último, o Geogebra disponibiliza uma barra chamada de Campo de Entrada, espaço reservado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções que ao clicar na tecla *Enter* é possível ver sua representação geométrica na janela gráfica.

Figura 7 – Tela do software Geogebra

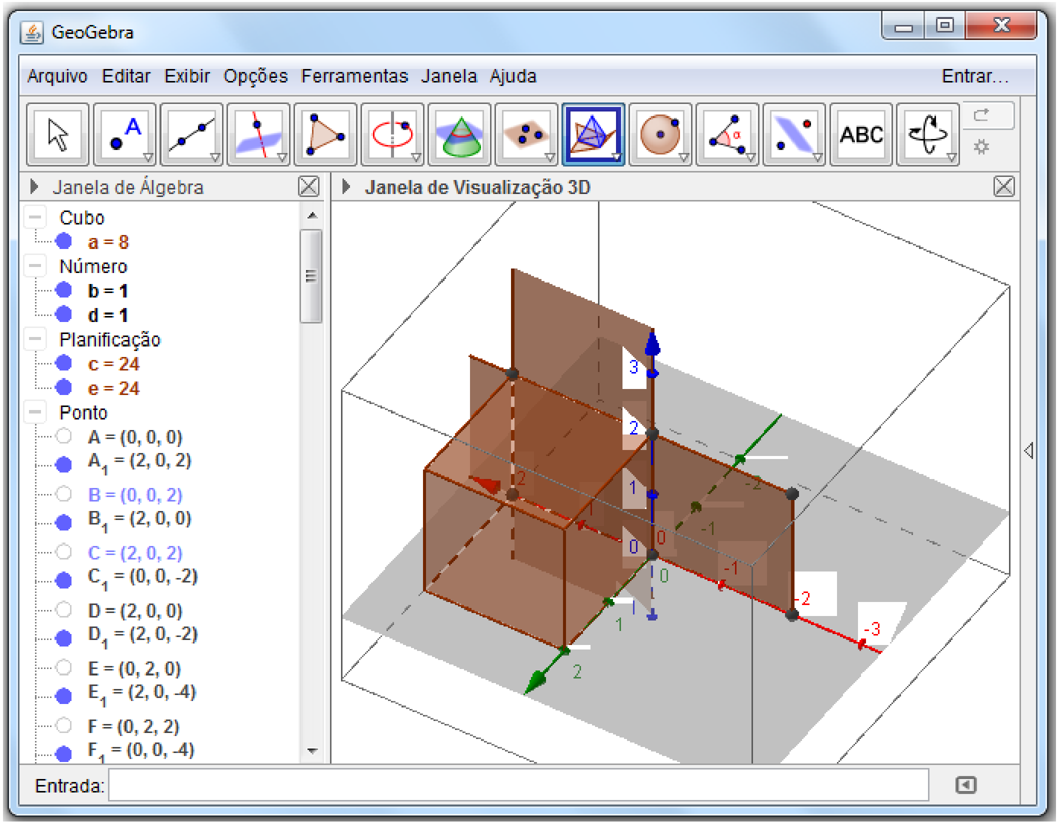


Fonte: O autor (2016)

No Geogebra é possível construir vários objetos como pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas, gráficos de funções e curvas parametrizadas, os quais podem ser manipulados dinamicamente, de tal forma que suas propriedades e relações sejam preservadas, facilitando a observação e a percepção de propriedades e conceitos matemáticos pelo aluno (GOLDENBERG, SCHER, FEURZEIG apud GOMES, PENTEADO, 2013). É possível ainda, inserir equações de coordenadas, visualizar um lugar geométrico ao se traçar a trajetória de um ponto escolhido, facilitando a observação do comportamento das funções seno, cosseno e tangente ponto a ponto e habilitar coordenadas cartesianas e polares. Enfim, oferece uma variedade de comandos, incluindo ainda o cálculo de derivadas e integrais (RAMALHO, 2013).

A grande novidade do software atualmente, disponível na versão 5.0, é a Janela de Visualização 3D (Figura 2.8). Habilitando-a e clicando na mesma, são acrescentadas na barra de ferramentas, mais recursos matemáticos como a interseção de duas superfícies, planos paralelos e perpendiculares, construção de pirâmides, prismas, cones, esferas, cilindros, cubos, planificação de poliedros, reflexões em relação a planos, retas e pontos, calculo de distâncias, área e volume. É possível ainda trabalhar ao mesmo tempo com as janelas de duas dimensões, 3D, CAS e planilhas.

Figura 8 – Geogebra 3D: sólido planificado



Fonte: O autor (2016)

Além de poder ser instalado em máquinas, o Geogebra pode ser utilizado on-line, em seu site oficial (http://www.Geogebra.org/), contando com todas as funcionalidades e características do aplicativo baixado (Figura 9). No site é possível ter acesso - on-line ou baixar – vários materiais já construídos e compartilhados pelos usuários, bem como manuais de instrução do programa.

Figura 9 – Site oficial do Geogebra

Fonte: Disponível em: <http://www.Geogebra.org/>. Acesso em: 03 abr. 2015

São vários os conteúdos matemáticos que podem ser trabalhados através dos recursos disponíveis no Geogebra:

- No estudo de figuras planas, podem-se explorar conceitos como perímetros, áreas, inclinações de retas, os Teoremas de Tales e Pitágoras, semelhança e congruência de triangulo, bissetriz de um ângulo, mediatriz, mediana, Teorema do ângulo externo, trigonometria no triângulo retângulo, e muitos outros.

- No Plano cartesiano, funções polinomiais, funções trigonométricas, círculo trigonométrico, geometria analítica, números complexos, vetores, resolução de sistemas de equações; probabilidade e estatística, seções cônicas, integral e derivada, etc.

- Na Janela 3D, podem-se trabalhar, além dos conceitos de áreas e medidas, volumes e planificação de cones, cilindros, esferas, prismas, cubos, pirâmides, posições relativas entre planos, entre outros.

São várias as possibilidades de aplicação com o software Geogebra. No entanto, vai depender apenas do professor e também do aluno fazer com que ocorra tal aprendizagem, pois “[...] assim como um bom livro-texto não é, por si só, garantia de um bom curso, também um bom software precisa ser bem explorado por mestres e alunos para dar bons resultados” (SANT, apud ZULATTO, 2002, p.6).

3. MODELAGEM

3.1 A ORIGEM E A INSERÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCACÃO BRASILEIRA

A Modelagem Matemática, “arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações problemas de nosso meio” (BIEMBENGUT, HEIN, 2003, p.7), pode ser evidenciada mesmo desde os primórdios quando a partir do modo empírico de contar ovelhas cunhando em argilas, levou ao aparecimento da escrita cuneiforme:

> As primeiras formas de que temos registro são oriundas da Mesopotâmia e datam do final do quarto milênio a.E.C. A versão histórica tradicional, desde o Iluminismo, era a de que sua prática se iniciou com o registro de figuras que buscavam representar objetos do cotidiano, ou seja, sua origem estaria em uma fase pictográfica, e a escrita cuneiforme mesopotâmica teria sido desenvolvida a partir daí.” (ROQUE, 2012, p.29).

Ou seja, partindo de uma situação real, obteve-se uma representação matemática, que foi a escrita das quantidades de objetos em forma de números. Com a evolução da maneira de escrever os números e procedimentos matemáticos, chegamos à álgebra que conhecemos atualmente, ou seja, álgebra simbólica (ROQUE, 2012).

De acordo com Anastácio (2010) os egípcios, e posteriormente os gregos, já usavam do método da modelagem matemática, como sugerem os *papirus*, quando a partir de um raciocínio vindo de verdades experimentáveis chegavam a posteriores generalizações ao trabalharem com medidas de superfície nas construções de pirâmides.

Biembengut e Hein (2003) exemplificam ainda como exemplos de modelagem do passado, Pitágoras (530 a.C) e Willian Harvey (1578-1657). O primeiro, considerado o pai da música, verificou que os sons musicais têm durações diferentes, e após experiências descobriu uma relação entre estas e as frações; e o segundo, um dos grandes cientistas e pensadores da renascença, observou que as válvulas do coração impedem que o sangue caminhe em outro sentido que não seja para o coração. Assim, demonstrou matematicamente a circulação sanguínea.

De acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) a aplicação da Modelagem no ensino da Matemática inicia no século XX com os matemáticos puros e aplicados na busca por métodos de ensino na disciplina, espalhando-se por alguns países (BIEMBENGUT apud MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011). No Brasil ela surge na década de 1970 com trabalhos na área de ensino de Aristides Camargo Barreto, da PUC do Rio de Janeiro (um dos primeiros) e trabalhos de Paulo Freire e de Ubiratan D'Ambrosio no final desta década e começo de 1980, os quais tratavam dos aspectos sociais em sala de aula (BORBA; VILLARREAL apud MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011). Entre estas mesmas décadas alguns trabalhos como os de Burghes e Borrie (1981), James e McDonald (1981) e de Huntely e James (1990), exerceram forte influência nas aplicações de Modelagem no ensino-aprendizagem de Matemática, tendo sempre como referência a "situação-problema" focada no cotidiano (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011). De acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), ainda na década de 1980 a Modelagem ganha destaque com os trabalhos de Rodney Bassanezi, João Frederico Meyer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, além dos já citados Aristides Camargo Barreto e D'Ambrosio, com cursos direcionados para professores e ações em sala de aula. Suas iniciativas, como discussões sobre a elaboração de modelos e a maneira de se elaborar os mesmos, contribuíram para que a Modelagem viesse a ser uma linha de pesquisa na Educação Matemática (BIEMBENGUT apud MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011).

A Modelagem Matemática se insere em vários campos de atuação, tais como saúde, economia, física, geografia, astrofísica química e até em áreas que imaginamos que não se aplica, como história, sociologia, psicologia, política e antropologia (BASSANEZI, 2011). Na educação matemática, especificamente nos processos de ensino-aprendizagem, ela é vista como uma possibilidade de se distanciar do paradigma do ensino tradicional (Bassenezi, 1990, 1994; Biembengut, 1990, 1999; Blum & Niss, 1991; Borba, Meneghetti & Hermini, 1997, 1999 apud BARBOSA, 2001), oportunizando uma inversão deste modelo onde são enfatizados problemas e discussões e, posteriormente, os conteúdos matemáticos necessários para suas resoluções (BURAK apud MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011).

De acordo com os estudos teóricos realizados - Barbosa (2001), Caldeira e Malheiros (2011), Biembengut e Hein (2003), Bassanezi (2011), Anastacio (2010), Postal, Haetinger, Dullius e Schossler (2011), Borges (2010), Burak (2010), Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), Nina (2005) -, pôde-se concluir que o processo de Modelagem Matemática não é rígido, ou seja, não segue apenas uma única maneira de se fazer; não existe uma teoria pronta e acabada, o que requer, segundo recomendação dos autores citados acima, uma intensificação nas pesquisas relacionadas, objetivando dar mais clareza à metodologia. Todavia, existe um consenso entre todos quanto aos caminhos que se fazem necessários para se utilizar o processo de Modelagem, bem como os benefícios relativos ao desenvolvimento do educando. Mais a frente, discutiremos estes fatos.

3.2 CONCEPÇÕES DE MODELAGEM

Como foi dito, não há uma teoria “pronta” e “acabada” quanto ao processo de Modelagem:

> Na literatura específica sobre o tema, não há uma única definição de Modelagem, mas as concepções apresentadas evidenciam convergências com base em estudos empíricos sobre o tema. Além disso, para quem usa a Modelagem, situações diferentes levam a diferentes conceituações – felizmente! (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p.78).

Discorreremos sobre três visões que atualmente são seguidas no processo de Modelagem, a saber, a Pragmática e Científica de Kaiser-Messmer (1991), predominantes nas discussões internacionais sobre Modelagem, e a Sócio – Crítica de Barbosa (2001).

Segundo Barbosa (2001), a vertente Pragmática[15] enfatiza a organização curricular em torno das aplicações, retirando os conteúdos matemáticos que não são úteis em áreas não-matemáticas, ensinando apenas os conceitos que têm interesse à sociedade, destacando a resolução de problemas aplicados, com foco no processo de construção de modelos matemáticos.

Com relação à visão Científica, esta busca, a partir da própria matemática, relações com outras áreas do conhecimento, considerando que a matemática e suas estruturas são indispensáveis ao seu próprio ensino, não podendo ser deixada de lado. Para os que adotam a visão científica, esta é uma maneira de se transmitir novos conceitos (BARBOSA, 2001).

De forma geral, a corrente pragmática "[...] volta-se para aspectos externos da matemática enquanto que a científica, para os internos." (BARBOSA, 2001, p.3). No entanto, o foco permanece na capacidade de a matemática resolver problemas de outras áreas.

Skovsmose, citado por Barbosa (2001, p.4), relaciona a Modelagem Matemática a três tipos de conhecimentos, a saber:

- O conhecimento matemático em si;
- O conhecimento tecnológico, que se refere a como construir e usar um modelo matemático;
- O conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação.

A terceira corrente, a Sócio – Crítica, é proposta por Barbosa (2001), que, partindo da relação dada por Skovsmose (1990), enfatiza que as correntes de Kaiser-Messmer (1991), Pragmática e Científica, estagnam no conhecimento matemático e tecnológico, demonstrando praticamente nenhum interesse pelo conhecimento reflexivo, que é a ideia central de sua corrente. Para Barbosa (2001, p.4), "as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para

[15] (Latin, pragmaticus. do gregor. pragmatikôs) Em um sentido geral, "pragmático" significa concreto, aplicado, prático, e opõe-se a teórico, especulativo, abstrato. (JAPIASSÚ; MARCONDES, 2001, p.154)

explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea." possuindo potencial para gerar certo nível de crítica.

Apesar da existência dessas correntes, o cerne da Modelagem, é um consenso entre todos: a Modelagem, processo no qual se busca um modelo matemático para expressar uma dada situação real do cotidiano, é uma forma de instigar os alunos, motivá-los, e despertar o espírito investigativo, quer seja priorizando os conteúdos curriculares com aplicabilidade em determinadas áreas (corrente Pragmática), quer seja enfatizando através de modelos os conceitos matemáticos (corrente Científica) ou quer seja usando a modelagem para refletir os aspectos sociais (corrente Sócio-Crítica).

A pesquisa em questão, justificada pelo fato do processo de Modelagem Matemática não ser uma metodologia de teoria "pronta" e "acabada", pelo contrário, flexível a ponto de conservar sua essência - criação de modelos matemáticos para representar uma situação real -, buscará relacionar essas correntes. Por ter como objetivo através dessa metodologia, enfatizar o conteúdo curricular de funções trigonométricas que tem muito significado perante os fenômenos periódicos da natureza, omitiremos uma das etapas da Modelagem que é a escolha do tema pelo aluno, mas que se faz necessário visto nosso ideal de analisar o ensino-aprendizagem deste conteúdo através do software Geogebra aliado a esta metodologia de ensino em discussão.

3.3 PROCESSOS DE MODELAGEM

Como já foi dito, o processo de Modelagem não está, teoricamente, "pronto" e "acabado". Vários autores usam procedimentos similares, pelo fato de não perderem a essência do método que é a obtenção de um modelo matemático para uma situação real do cotidiano; isto se traduz na educação matemática como meio de estimular os alunos para a aprendizagem dos conceitos na disciplina e quebrar um pouco do paradigma do ensino tradicional. Mostraremos dois processos de modelagem sugeridos por autores/pesquisadores que têm grande conhecimento nesta metodologia: Bassanezi (2011) e Biembengut e Hein (2003). Apresentaremos seus processos pelo fato da grande e longa experiência na área que os mesmos possuem e pelo fato de que iremos, em nossa pesquisa, segui-los.

3.3.1 Etapas do processo de modelagem sugeridas por Bassanezi (2011)

Conforme informações disponibilizadas pelo mesmo na internet[16], Rodney Carlos Bassanezi é graduado em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1965), mestrado (1971) e doutorado (1977) pela Universidade Estadual de Campinas. Trabalhou no IMECC (Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica – Unicamp), de 1969 a 2001 quando passou a ser pesquisador voluntário nesta universidade, permanecendo até 2006. A partir de 2007 trabalha na Universidade Federal do ABC onde foi o primeiro coordenador do programa de pós-graduação do CMCC (Centro de Matemática, Computação e Cognição). Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Análise, atuando principalmente nos seguintes temas: Teoria Fuzzy: Sistemas dinâmicos subjetivos; Biomatemática: epidemiologia, ecologia; Educação Matemática - Modelagem.

Para Bassanezi, a Modelagem Matemática

> é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2011, p.24).

As etapas do processo, chamadas de atividades intelectuais da Modelagem Matemática, sugeridas por Bassanezi (2011, pp.26-31) são as seguintes:

[16] Disponível em: <http://lattes.cnpq.br/6541957090000783>. Acesso em: 29 jun. 2015.

1. **EXPERIMENTAÇÃO** - É uma atividade essencialmente laboral onde se processa a obtenção de dados; os métodos experimentais, quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objetivo da pesquisa.

2. **ABSTRAÇÃO** - É o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos. Nesta fase, procura-se estabelecer:

a) **Seleção das variáveis** - A distinção entre as variáveis de estado que descrevem a evolução do sistema e as varáveis de controle que agem sobre o sistema;

b) **Problematização ou formulação aos problemas teóricos** numa linguagem própria da área em que se está trabalhando.

c) **Formulação de hipóteses** - As hipóteses dirigem a investigação e são comumente formulações gerais que permitem ao pesquisador deduzir manifestações empíricas específicas.

d) **Simplificação** - A simplificação é um dos passos mais importantes na obtenção de um modelo matemático, visto que quanto mais complexo é o problema, mais difícil é a análise de suas variáveis.

Segundo Bassanezi (2011), esta etapa já era usada por Galileu (1554-1642), com seu método científico analítico, e por Descartes com seu método da razão. Ambas consistiam basicamente em restringir e isolar o objeto de estudo de tal modo que o problema fosse tratável e, ao mesmo tempo mantivesse sua relevância. Mark Kac (1914-1983), citado por Bassanezi (2011), extraordinário matemático polonês, já dizia: “Se você não consegue resolver o problema a que se propôs, então tente simplificá-lo. A condição única é esta: você não deve simplificá-lo demasiadamente a ponto de perder as informações essenciais”.

3. **RESOLUÇÃO** - O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente.

De acordo com Bassanezi (2011), os métodos computacionais tendem a facilitar a obtenção de modelos considerados complexos, oferecendo pistas e sugestões posteriores.

4. **VALIDAÇÃO -** É o processo de aceitação ou não do modelo proposto.

Nesta etapa, ocorre o confronto de dados e hipóteses, comparando soluções e previsões. O modelo tende a ser aceito quanto maior for o seu grau de aproximação com o sistema real. Tal modelo deve prever, pelo menos, os fatos que o fizeram surgir (BASSANEZI, 2011).

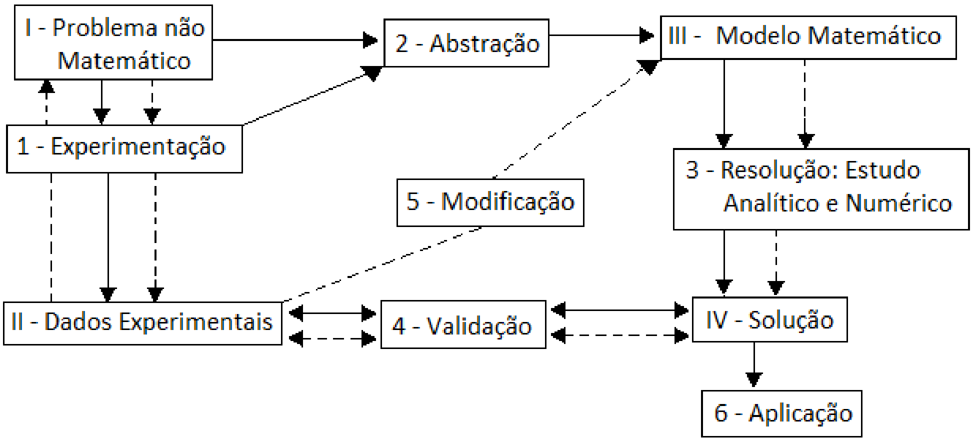
5. **MODIFICAÇÃO -** Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos.

Pela necessidade de simplificações e idealizações em busca de um sistema menos complexo, que facilite a obtenção do modelo, algumas características do problema inicial podem ser perdidas, conduzindo a previsões incorretas e indefinidas, e isto requer algumas modificações (BASSANEZI, 2011). Isto pode ocorrer por alguma das seguintes razões:

- Alguma hipótese usada pode ser falsa ou não suficientemente próxima da verdade;
- Alguns dados experimentais ou informações podem ter sidos obtidos de maneira incorreta;
- As hipóteses e os dados são verdadeiros, mas insuficientes, e nossa intuição da realidade é inadequada;
- Existem outras variáveis envolvidas na situação real que não foram utilizadas no modelo teórico;
- Foi cometido algum erro no desenvolvimento matemático formal.

Assim, este é o processo sugerido por Bassanezi para se trabalhar com modelagem.

Figura 10 - Esquema de uma modelagem



Fonte: Bassanezi (2011, p.27)

A figura 3.1 acima resume todo o processo: “As setas contínuas indicam a primeira aproximação. A busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado torna o processo dinâmico, indicado pelas setas pontilhadas”. (BASSANEZI, 2011, p.27).

3.3.2 Etapas do processo de modelagem sugeridas por Bimbengut e Hein (2003)

Segundo as informações prestadas por Maria Salett Biembengut disponíveis na internet[17], ela é formada em matemática com especialização na UNICAMP (Universidade Estadual de Campinas), pedagoga com mestrado em Educação Matemática pela UNESP (Universidade Estadual Paulista), doutora em Engenharia de Produção e Sistemas pela UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina) e pós-doutora em Educação pela USP (Universidade de São Paulo) (2003) e pela University of New Mexico USA (United States of America) (2009). Na FURB (Universidade Regional de Blumenau) atuou de 1990 a 2010 no Departamento de Matemática e nos Programas de Pós-graduação em Educação e em Ensino de Ciências e Matemática. Após a aposentadoria em fevereiro de 2010, passou a atuar

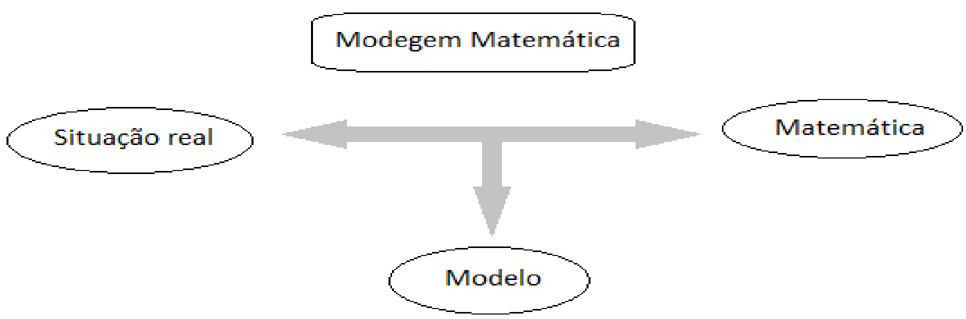
[17] Disponível em: <http://lattes.cnpq.br/0809444321174546>. Acesso em: 29 jun. 2015.

como professora voluntária. Desde agosto de 2010, atua na Faculdade de Matemática e no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática na PUCRS - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Dedica-se à pesquisa em Modelagem Matemática na Educação desde 1986. Foi membro do IPC Aplicações & Modelagem International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) (2001-2007). Atualmente é membro do International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications e idealizadora e fundadora do Centro de Referência em Modelagem Matemática no Ensino - CREMM.

Já Nelson Hein, segundo informações prestadas pelo mesmo na internet[18], possui graduação em Ciências (1987) e em Matemática (1988) pela FURB (Universidade Regional de Blumenau), com especialização em Ensino de Ciências / Matemática pela mesma (1990). Mestrado (1994) e Doutorado (1998) em Engenharia de Produção pela UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina. Possui Pós-Doutorado pelo IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada (2003) e pela Anderson School of Management da Universidade do Novo México (EUA), concluído em 2011. É professor do Departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau desde 1989. Atualmente é professor permanente no Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis (PPGCC) da Universidade Regional de Blumenau. Tem experiência na área de Matemática Aplicada, atuando principalmente nos seguintes temas: análise estatística multivariada e análise decisória multicritério.

A modelagem matemática é o meio pelo qual interagem a matemática e a realidade (figura 3.2) (BIEMBENGUT; HEIN, 2003).

Figura 11 – Esquema do processo de modelagem matemática



Fonte: Biembengut e Hein (2003, p.13)

---

[18] Disponível em: <http://lattes.cnpq.br/2285426292603416>. Acesso em 30 jun. 2015.

Biembengut e Hein definem a Modelagem Matemática como sendo

> [...] o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT; HEIN, 2003, p.12).

O processo de modelagem matemática indicado por Biembengut e Hein (2003, pp.13-15) é agrupado em três etapas, sendo estas, cada uma, subdivididas em duas outras, a saber:

1. INTERAÇÃO

- **Reconhecimento da situação-problema;**
- **Familiarização do problema em termos do modelo → referencial teórico.**

Esta é a fase em que se deve fazer um estudo sobre o assunto abordado, de forma indireta (pesquisando em revistas, jornais, livros, artigos e até mesmo na internet) ou direta, ou seja, *in loco*.

2. MATEMATIZAÇÃO

- **Formulação do problema → hipóteses;**

Nesta etapa é preciso:

1. Classificar as informações (relevantes ou não), identificando fatos envolvidos;
2. Decidir quais os fatores a serem perseguidos, levantando hipóteses;
3. Selecionar variáveis relevantes e constantes envolvidas;
4. Selecionar símbolos apropriados para essas variáveis;

5. Descrever essas relações em termos matemáticos.

Esta é a fase da modelagem em que se busca o encadeamento do “ferramental” matemático, buscando obter expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas e gráficos, quer seja através de programas computacionais ou não, que levem a uma possível solução.

- **Resolução do problema em termos do modelo.**

Nesta etapa, passa-se a testar a solução da situação-problema com o que foi obtido de “ferramental” matemático - expressões aritméticas, algébricas, gráficos, etc. Segundo Biembengut e Hein (2003, p.14), “Isto requer aguçado conhecimento sobre as entidades matemáticas usadas na formulação. O computador pode ser um instrumento imprescindível [...].”

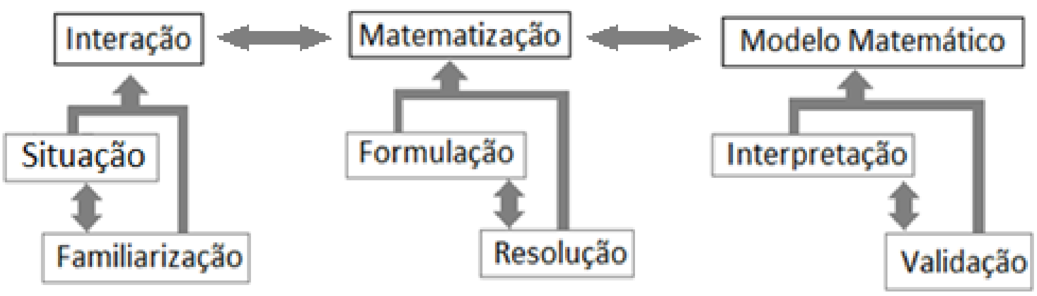
3. MODELO MATEMÁTICO

- **Interpretação da solução;**

- **Validação do modelo $\rightarrow$ avaliação**

Este é o momento que de fato, o modelo obtido é testado, analisando o nível de aproximação com a situação-problema em questão. Assim, ele é interpretado e verificado sua validação. Como explicita Bassanezi (2011), o modelo deve pelo menos, prever o fato que o originou. Caso não se consiga os resultados esperados, deve-se retornar à etapa de Matematização. Abaixo segue a figura 3.3, resumo desta dinâmica de modelagem.

Figura 12 – Dinâmica da modelagem matemática



Fonte: Biembengut e Hein (2003, p.15)

3.3.3 Modelação matemática

De acordo com Biembengut e Hein (2003), uma forma de se trabalhar conteúdos específicos do currículo, é praticando uma vertente da Modelagem Matemática, chamada de *Modelação Matemática*. Um das vantagens do seu uso é que o professor deve trabalhar apenas o conteúdo da grade curricular, evitando cair nas incertezas do método tradicional, no qual nos deparamos com conteúdos que muitas vezes requer do professor um tempo de estudo maior. Outra vantagem se traduz no tempo de aplicação, que é menor, dado que o professor já está preparado (ou quase preparado) para suprir as dúvidas que devem surgir dos alunos. Os temas a serem usados na modelação devem estar relacionados com o conteúdo curricular. Com exceção do conteúdo que já é definido, todas as outras etapas da modelagem são seguidas.

Na modelação matemática, os objetivos são (BIEMBENGUT; HEIN, 2003, p.18):

- Aproximar uma outra área do conhecimento da Matemática;
- Enfatizar a importância da matemática para a formação do aluno;
- Despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade;
- Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
- Desenvolver a habilidade para resolver problemas;
- Estimular a criatividade.

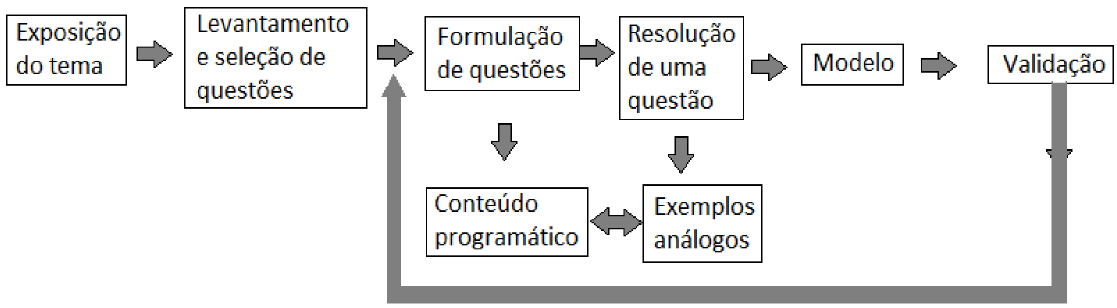
Para pôr o método em prática, Biembengut e Hein (2003) sugerem que se faça um diagnóstico no qual sejam verificados cinco fatores com relação aos discentes:

1. A realidade socioeconômica – que deve influenciar na escolha do tema;
2. O nível de conhecimento matemático – norteará o professor quanto às dúvidas que devem surgir;

3. O horário da turma – para cada turno, uma dinâmica diferente deve ser adotada, principalmente no noturno;
4. A quantidade de alunos – deve ser levada em conta para que haja uma boa orientação por parte do professor;
5. Disponibilidade – quanto mais disponível, melhor é o trabalho de pesquisa. No entanto, não se devem desconsiderar aqueles que trabalham. Assim deve ser dado prioridade ao trabalho de modelagem em sala de aula para estes alunos.

A figura 3.4 mostra um resumo do processo de modelação.

Figura 13 – Desenvolvimento do conteúdo programático.



Fonte: Biembengut e Hein (2003, p.22)

A nossa pesquisa segue esta vertente apresentada por Biembengut e Hein (2003), pois usando o software Geogebra aliado à metodologia de ensino de Modelagem Matemática, pretendemos atingir uma aprendizagem significativa de um conteúdo específico do currículo do Ensino Médio, que são as funções trigonométricas, em particular, as funções seno e cosseno, que retratam os fenômenos periódicos do dia a dia, como o movimento das ondas do mar, as fases lunares, os movimentos executados pela Terra, os batimentos cardíacos, entre outros.

3.4 CURRÍCULO, PROFESSOR E MODELAGEM

A Modelagem Matemática surge como uma perspectiva de superar o paradigma do ensino tradicional, ou mesmo incrementá-la, de tal forma que se consiga alcançar o entusiasmo pela aprendizagem de Matemática, uma vez que os alunos são partes do próprio processo, ou seja, eles atuam diretamente, quer seja pesquisando, coletando dados, interpretando determinada situação com vistas em um modelo matemático que possa representar uma situação real do seu cotidiano, e posteriormente refletir sobre tal. Sobre este processo, Barbosa comenta que

> [...] trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e idéias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade. (BARBOSA, 2001, p.5).

Ainda segundo Biembengut e Hein (2003, p. 18) “a Modelagem Matemática pode ser um caminho para despertar, no aluno, o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo, que aprende a arte de modelar matematicamente”.

Apesar das dificuldades de se transformar o atual sistema de ensino, predominantemente tradicional, a própria legislação educacional brasileira, recomenda que seja incrementado o processo de Modelagem Matemática como metodologia de ensino, como enseja as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, nível de ensino onde será aplicada a nossa pesquisa:

> Em anos recentes, os estudos em educação matemática também têm posto em evidência, como um caminho para se trabalhar a Matemática na escola, a idéia de *modelagem matemática,* que pode ser entendida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. A modelagem matemática, percebida como estratégia de ensino, apresenta fortes conexões com a idéia de resolução de problemas [...]. Ante uma situação-problema ligada ao “mundo real”, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque variado de competências [...]. (BRASIL, 2006, pp.84,85).

A inserção da Modelagem Matemática em sala de aula depende basicamente do professor. E isto implica para este profissional uma mudança de atitude e comportamento, uma vez que o processo de modelagem lida, muitas vezes, mesmo trabalhando com conteúdos previstos do currículo, com o imprevisível, ou seja, o docente pode se deparar com conceitos que os alunos não têm conhecimento, e talvez mesmo ele, não tenha o seu domínio. E isto pode resultar em insegurança por parte do mesmo diante do processo. Assim, Oliveira e Barbosa, citados por Meyer, Caldeira e Malheiros, nos falam que

> A presença da modelagem na escola representa desafios para os professores, pois as aulas de Matemática apresentam uma dinâmica diferente, já que acontecerão diversos caminhos propostos pelos alunos para a resolução do problema. Com isso, não há a previsibilidade do que ocorrerá nas aulas na utilização deste ambiente de aprendizagem movendo os professores para uma zona de risco. (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p.52)

Entretanto, é importante ressaltar que o inesperado faz parte do processo, e é isso que motiva na atividade de modelagem, pois se busca por algo desconhecido (modelo matemático) que possa explicar o conhecido (situação real). Resta ao professor a habilidade de lidar com isto, o que vai implicar em estudos e pesquisas pessoais que venham lhe fornecer a segurança diante do processo.

3.5 MODELAGEM E TECNOLOGIAS

O uso da tecnologia tem sido um grande aliado na educação matemática, uma vez que existem vários softwares que trabalham conteúdos específicos da matemática, tais como geometria plana e espacial, álgebra, cálculo, integrais, limites e derivadas, dentre outros. Estes programas potencializam a aprendizagem e auxiliam o professor em seu processo de ensino, pois com a “[...] presença das TIC no cotidiano escolar, as possibilidades de experimentação e investigação de determinadas situações podem ser otimizadas, viabilizando a realização de simulações e previsões.” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p.116). Sua utilização já é preconizada pelas Orientações Curriculares Nacionais:

> No uso de tecnologia para o aprendizado da Matemática, a escolha de um programa torna-se um fator que determina a qualidade do aprendizado. É com a utilização de programas que oferecem recursos para a exploração de conceitos e idéias matemáticas que está se fazendo um interessante uso de tecnologia para o ensino da Matemática. (BRASIL, 2006, pp.89,90).

Com a modelagem não tem sido diferente. Aliado a esta metodologia, o uso das tecnologias tem se tornado frequente no processo, uma vez que auxilia de forma determinante, dado que várias etapas do processo são potencializadas, facilitando ao modelador enxergar mais facilmente o comportamento de uma determinada variável em análise. Essa participação tecnológica no ambiente de modelagem é explicitada por vários autores/pesquisadores tais como Borba e Malheiros (2007), Araújo (2003), Jacobini (2004), Borba (2009), Borba e Scucuglia (2009), Greefrath (2011) (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011), os quais têm observado em suas pesquisas o seu uso frequente. Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p.115) corroboram citando Borba e Malheiros (2007), ao se referirem às TIC como atrizes no processo de Modelagem, pois atuam de maneira diferenciada e em níveis distintos ao trabalharem, por exemplo, com softwares (gráficos, editores de texto, editores de fórmulas matemáticas, planilhas eletrônicas, etc), pesquisa e comunicações online; e simuladores que facilitam a visualização do objeto que se está querendo modelar.

O uso das TIC aliado a Modelagem é abordado também em pesquisas internacionais. Greefrath (2011) (apud MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011), por exemplo, confirma que ela oferece novas maneiras de aprender e entender a Matemática, destacando que as mesmas não servem apenas de suporte às atividades matemáticas, mas que oportunizam um maior número de aplicações e Modelagem em sala de aula. Em seus estudos, ele observou que o uso de calculadoras e outros recursos tecnológicos foram importantes na interpretação e validação da solução. Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p.123), Greefrath (2011) enfatiza a necessidade de “que mais pesquisas que envolvam a Modelagem e as TIC sejam realizadas, para que se possa compreender melhor as relações entre essas duas tendências no processo de aprendizagem da Matemática”.

4. ENSINO-APRENDIZAGEM E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

4.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE AUSUBEL

A presente pesquisa é embasada teoricamente pela Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Através dela buscamos subsídios para compreender se o uso do software Geogebra aliado à Modelagem Matemática, contribui para a aprendizagem, em particular, observar se a mesma é significativa para os alunos, segundo estes preceitos teóricos.

A Teoria da aprendizagem Significativa, cognitivista, parte do princípio de que o mais importante para que ocorra a aprendizagem, é lidar com que o aluno já sabe. Como nos fala Ausubel: “o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo.” (AUSUBEL apud MOREIRA, 2006, p.13). Ou seja, é preciso que busquemos mecanismos e materiais que possam identificar e serem aplicados a tal conhecimento. Isto que o aluno já sabe, são os “aspectos específicos da estrutura cognitiva que são relevantes para a aprendizagem de uma nova informação” (AUSUBEL apud MOREIRA, 2006, p.14), também chamado pelo mesmo de “conceito subsunçor”. Assim, aprendizagem significativa é

> [...] um processo pelo qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de “conceito subsunçor” ou, simplesmente “subsunçor”, existente na estrutura cognitiva de quem aprende. (AUSUBEL apud MOREIRA, 2006, pp.14,15).

Segundo Ausubel, (apud MOREIRA, 2006), é o subsunçor, ou seja, as ideias, conceitos e proposições pré-existentes em sua estrutura cognitiva, que servem de “ancoradouro” à nova informação, ao novo conhecimento, fazendo assim - ou não – significado para o individuo. Logo, quando a nova informação se “ancora” e interage com os conceitos relevantes preexistentes à estrutura cognitiva do indivíduo, diz-se que houve uma aprendizagem significativa.

Entretanto, como surgem esses subsunçores no caso de sua inexistência? Segundo Moreira (2006) é gradual e idiossincrático o processo de adquirir significados para signos ou símbolos em cada indivíduo, ou seja, a construção de subsunçores. As crianças pequenas adquirem conceitos por **formação de conceitos** – que é uma aprendizagem por descoberta -, a qual envolve geração e teste de hipóteses, além de generalizações baseadas em instâncias específicas. Na idade escolar, maior parte das crianças, possuindo um conjunto razoável de conceitos, permite que ocorra a aprendizagem significativa por recepção. Em outras palavras, ao adquirir certa quantidade de conceitos pelo processo de formação de conceitos, a diferenciação desses conceitos e a obtenção de novos acontecem, fundamentalmente, através da **assimilação de conceitos,** e isto se dá através da interação de conceitos preexistentes na estrutura cognitiva, ou seja, com os subsunçores.

Assim, os primeiros subsunçores são adquiridos por formação de conceitos, dando condições para que ocorra a assimilação de conceitos, esta passando a predominar em crianças mais velhas e adultos.

Alguns autores seguem esta mesma linha de pensamento da aprendizagem de Ausubel: de acordo com Barbosa (2005, p. 29), “a aprendizagem somente ocorre quando há da parte do sujeito uma assimilação ativa [...].”; segundo Zanella, citado por Rosa (2002, p.27), “à medida que novas aprendizagens surgem vão sendo incorporadas às já existentes, propiciando o surgimento de novos enfoques, ideias e atitudes”; Rosa (2002, p.15) completa: “todas as aprendizagens são importantes, porém a sua relevância depende de seu conteúdo e do que significa para o aprendiz – quer dizer, o quanto ela modifica o indivíduo, e em que sentido ela o faz.”

A **aprendizagem mecânica**, “[...] aquela em que novas informações são aprendidas praticamente sem interagirem com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva, sem ligarem-se a conceitos subsunçores específicos.” (MOREIRA, 2006, p.16), tão dominante na metodologia de ensino tradicional, não é na sua totalidade descartada:

> [...] Ausubel não estabelece a distinção entre aprendizagem significativa e mecânica como sendo uma dicotomia, e sim como um continuum. Por exemplo, a simples memorização de fórmulas situar-se-ia em um dos extremos desse continuum (o da aprendizagem mecânica), enquanto a aprendizagem de relações entre conceitos poderia estar no outro extremo (o da aprendizagem significativa) (MOREIRA, 2006, p.17).

Ou seja, existe um momento em que não se pode dispensar totalmente a aprendizagem mecânica. Esta é importante, por exemplo, quando não existem subsunçores necessários à aprendizagem de determinado conceito, proposição ou ideia na estrutura cognitiva do estudante capazes de ancorar um novo conhecimento. Podemos citar, por exemplo, a aprendizagem dos conceitos primitivos da geometria como os axiomas (ou postulados) que são princípios matemáticos aceitos como verdades, sem precisarem de demonstração, ou seja, são empíricos, e servem de base para outras proposições matemáticas mais aprofundadas. Falar em ponto, reta, plano ou afirmar que numa reta ou fora dela existem infinitos pontos; que num plano há infinitos pontos; que dois pontos distintos determinam uma única reta; que três pontos não colineares determinam um plano; e que se a reta possui dois pontos distintos num plano, então ela está contida nele, são conceitos iniciais que têm que ser assumidos como verdades para que se possa dar prosseguimento ao estudo de geometria. Assim, a imposição de aceitação desse conhecimento é uma aprendizagem mecânica, mas que não pode ser descartada. Como nos fala Ausubel, citado por Moreira (2006), é um "*continuum*" para a aprendizagem significativa. De posse desse conhecimento empírico, o aluno possui já em sua estrutura cognitiva subsunçores necessários para "ancorar" novos conceitos e proposições matemáticas, que serão provadas e demonstradas por estes postulados.

Novak (apud MOREIRA, 2006) complementa ainda que a aprendizagem mecânica faz-se necessária quando o aprendiz obtém novas informações em uma área do conhecimento que até então lhe era desconhecido e que esta ocorre até que se "criem" subsunçores que possam ancorar agora as novas informações nessa área de conhecimento.

Segundo Moreira (2006), a aprendizagem significativa não se dá de qualquer forma:

> [...] uma das condições para ocorrência de aprendizagem significativa é que o material a ser aprendido seja relacionável (ou incorporável) a estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira não arbitraria e não literal. Um material com essa característica é dito **potencialmente significativo.** (MOREIRA, 2006, p.19).

Ou seja, para que a aprendizagem seja significativa, que ela ocorra, devem-se elaborar materiais, meios e mecanismos que sejam relacionáveis com os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aluno, tornando-se assim um material potencialmente significativo, ou seja, que pode gerar aprendizagem.

Todavia, para que esse material seja potencialmente significativo, é preciso considerar a natureza do material em si e a da estrutura cognitiva do discente. Quanto à do material, este deve ser “logicamente significativo” ou ter “significado lógico”, ou seja, que possa ser relacionado de forma não literal e não arbitrária às ideias relevantes pré-existentes no aprendiz. Quanto à do aluno, neste devem estar presentes subsunçores específicos**,** com os quais o novo material possa ser relacionado (MOREIRA, 2006). Ainda com relação ao aprendiz, não basta que o material seja potencialmente significativo e que ele possua os subsunçores necessários para “ancorar” o novo conhecimento, é preciso que o mesmo “manifeste uma disposição para relacionar, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, o novo material potencialmente significativo, a sua estrutura cognitiva” (MOREIRA, 2006, p.20). Assim, como nos fala Moreira:

> [...] independentemente de quão potencialmente significativo possa ser o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz for, simplesmente, a de memorizá-lo arbitrária e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos (ou automáticos). E, de modo recíproco, independentemente de quão disposto a aprender estiver o indivíduo, nem o processo nem o produto da aprendizagem serão significativos, se o material não for potencialmente significativo – se não for relacionável à estrutura cognitiva, de maneira não literal e não arbitrário (MOREIRA, 2006, p.20).

Ausubel, citado por Moreira (2006), sugere ainda que usemos materiais introdutórios antes de ser apresentado o que realmente quer que se aprenda. São os chamados **organizadores prévios**. Estes devem servir de ancoradouro ao novo conhecimento e deverão desenvolver conceitos subsunçores que facilitem a aprendizagem seguinte. Esses organizadores deverão ser apresentados em nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade do que o próprio material a ser aprendido. Ele ainda comenta que esses organizadores não se tratam de sumários, introduções ou "visões gerais do assunto" que são apresentados no mesmo nível de abstração, generalidade e inclusividade do material de aprendizagem.

Conforme Ausubel (apud MOREIRA, 2006, p.23), "a principal função do organizador prévio é servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele precisa saber para que possa aprender significativamente a tarefa com que se depara". Logo, os organizadores prévios facilitam a aprendizagem funcionando como "pontes cognitivas", preenchendo a lacuna entre o que o aluno já sabe e o que ele precisa saber, a fim de que o novo conhecimento possa ser aprendido de forma significativa (MOREIRA, 2006).

4.2 TIPOS DE APRENDIZAGENS SIGNIFICATIVAS

Segundo Moreira (2006), Ausubel distingue as aprendizagens em três, a saber: **representacional**, **de conceitos** e **proposicional**.

A **aprendizagem representacional**, segundo Moreira (2006), é a forma mais básica, da qual as demais dependem. É nela que objetos, eventos e conceitos ganham significado na forma de símbolos (basicamente palavras). Estes passam a significar para o sujeito, o que seus referentes significam. Assim, uma palavra ou um símbolo qualquer representam ou equivalem em significado, a seus referentes. Ou seja, passam a ser os mesmos. Moreira (2006) dá como exemplo a aprendizagem da palavra "bola". Segundo ele, esta ocorre quando o som dessa palavra passa a representar, ou torna-se equivalente àquela bola que a criança percebe naquele momento, passando a significar o mesmo que o objeto bola. Completa ainda que isto não acontece por mera associação, símbolo-objeto, mas na medida em que a aprendizagem passa a ser significativa, a criança irá relacionar de maneira não literal e não arbitrária essa proposta de equivalência representacional com conteúdos relevantes à sua estrutura cognitiva.

A **aprendizagem de conceitos**[19] é uma aprendizagem representacional, uma vez que são também representados por símbolos particulares. Entretanto, são genéricos, pois apresentam abstrações dos atributos essenciais dos referentes, ou seja, representam regularidades em eventos ou objetos.

Na **aprendizagem proposicional** não mais se aprende o que palavras isoladas ou combinadas representam, nem mesmo o significado dos conceitos, mas sim o de ideias em forma de proposições. O que se almeja agora é aprender o significado de ideias expressas verbalmente, através desses conceitos, na forma de proposição. Aprender o sentido do que compõe a proposição: junção dos significados das palavras ou conceitos.

Segundo Moreira (2006), sendo a aprendizagem de proposição mais complexa que a representacional e a conceitual, esta é bem parecida com as demais uma vez que significados surgem quando a nova proposição se relaciona e interage com proposições ou conceitos relevantes, na estrutura cognitiva do indivíduo. Assim, uma proposição que tem potencial significativo, expressa verbalmente em uma sentença, contendo tanto os significados denotativos quanto conotativo dos conceitos evolvidos, interage com os subsunçores, emergindo significados da nova proposição.

4.3 FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: ESTUDOS E CONTEXTUALIZAÇÃO

As funções trigonométricas são um dos assuntos mais importantes da matemática, vista sua aplicação e utilização em várias outras áreas do conhecimento como engenharias e tecnologia; está associada a vários fenômenos periódicos do nosso cotidiano, e se relaciona com vários outros conteúdos da matemática. A dificuldade em assimilá-lo - considerando a experiência pessoal no exercício da docência -, contribui com dados negativos referentes aos níveis de aprendizado e consequentemente na falta de profissionais nas áreas de exatas. Assim, justifica-se nossa preocupação, em pesquisar novas abordagens e metodologias que venham contribuir para uma melhor aprendizagem desse

[19] Conceitos: “objetos, eventos, situações ou propriedades que possuem atributos criteriais comuns e são designados, em uma dada cultura, por algum símbolo aceito” (AUSUBEL apud MOREIRA, 2006, p.25).

conteúdo, e de muitos outros, como nos trabalhos de Ribeiro e Júnior (2012) que objetivaram compreender e identificar conhecimentos prévios de estudantes do Ensino Médio em relação ao conteúdo funções trigonométricas; de Pereira (2002) que apresenta um software computacional (DELPHI) para aprendizagem matemática, desvinculado da forma tradicional de ensino e que contempla os conteúdos referentes às funções trigonométricas; de Silva (2011) que investigou as contribuições de uma abordagem envolvendo modelagem e diferentes tecnologias no ensino de trigonometria, contemplando as funções trigonométricas; e de Silva e Frota (2012) que investigaram as contribuições de uma sequência de ensino de trigonometria, com ênfase na Modelagem Matemática e na utilização do recurso tecnológico *applets*[20], para explorar alguns modelos matemáticos da trigonometria.

Ao abordarmos os fenômenos periódicos - fato intrínseco às funções trigonométricas seno e cosseno -, pensando numa aprendizagem que faça sentido para o aluno, sendo significativa para o mesmo, segundo a teoria de Ausubel, sustentamos o uso do software Geogebra aliado à Modelagem Matemática, na base da contextualização, forma recomendada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2006), para se trabalharem os conteúdos matemáticos. Segundo este, a contextualização deve

> [...] favorecer a atribuição de significados pelo aluno no processo de ensino e aprendizagem. A articulação da Matemática ensinada no ensino médio com temas atuais da ciência e da tecnologia é possível e necessária. Deve-se observar que as articulações com as práticas sociais não são as únicas maneiras de se favorecer a atribuição de significados a conceitos e a procedimentos matemáticos, pois isso igualmente é possível, em muitos casos, com o estabelecimento de suas conexões com outros conceitos e procedimentos matemáticos importantes. (BRASIL, 2006, p.95).

O processo de contextualizar tem relação direta com a metodologia de ensino de Modelagem Matemática, uma vez que segundo Ramos (apud PARANÁ, 2008, p.28) "é um importante meio de estimular a curiosidade e fortalecer a confiança do

[20] Segundo o site wikipedia (https://pt.wikipedia.org/wiki/Applet), o applet é um pequeno software que executa uma atividade específica, dentro (do contexto) de outro programa maior (como por exemplo um web browser), geralmente como um Plugin. O termo foi introduzido pelo AppleScript em 1993.

aluno". Aliás, a modelagem é um viés da contextualização, uma vez que, conforme Barbosa,

> [...] é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. [...] trata-se de uma atividade que convida os alunos a discutirem matemática no contexto de situações do dia a dia e/ou da realidade. (BARBOSA, 2004, p.3).

No entanto, Barbosa (2004) considera errônea a maneira como é considerada a questão da contextualização na matemática, uma vez que "seu emprego tem remetido à idéia de que existem atividades na matemática escolar sem contexto." (BARBOSA, 2004, p.2), e levanta o seguinte questionamento: "os conhecimentos produzidos pelos matemáticos não têm um contexto?" (BARBOSA, 2004, p.2). De acordo com Lannes,

> [...] a produção matemática é legitimada por uma rede de significados na comunidade dos matemáticos, ou seja, existem padrões sobre o que é aceito como verdade ou não. Isso sustenta a idéia de que a matemática constitui um contexto, onde afirmações se mantêm e se ajustam. (LANNES apud BARBOSA, 2004, p. 2).

Assim, Barbosa (2004) considera indevido o uso do termo "contextualização", não fazendo jus a cobrança de contextualizar o ensino de matemática, pois ele já o é na medida em que "todas as atividades da matemática escolar pertencem a um determinado contexto." (BARBOSA, 2004, p.2). Logo, Skovsmose (apud BARBOSA, 2004, p.2,3) considera que a matemática pode ser trabalhada nas atividades escolares em três vertentes de contextualização:

- **Matemática pura**: quando a situação pertence integralmente à matemática acadêmica;
- **Semi-realidade**: quando a situação envolve elementos do dia a dia ou outras ciências, mas trata-se de situações fictícias.
- **Realidade**: quando descreve situações que ocorrem na vida diária e científica.

Logo, nossa pesquisa leva em consideração este último ponto colocado por Skovsmose, uma vez que pretendemos levar os alunos a modelarem as ondas do mar e as fases lunares – obtendo funções trigonométricas para os mesmos -, considerando que estes são moradores da cidade de Marechal Deodoro, município alagoano banhado pelo mar e que tem como uma de suas fontes de renda, a pesca. Ou seja, mar e pesca é habitual para a maioria desses discentes, e por isto acreditamos que será altamente significativo para eles relacionar a matemática das funções trigonométricas a este seu cotidiano.

4.4 ENSINO: PROFESSOR MEDIADOR E ALUNO CONSTRUTOR DE SEU CONHECIMENTO

Quando se prega uma mudança de paradigma do ensino tradicional, esta está centrada no comportamento do professor dentro da sala de aula e fora dela também. É notório que a postura do professor nessa nova forma de trabalho não deve ser mais apenas de um mero transmissor do conhecimento, detentor de uma sabedoria rígida e intransponível. Consoante com Moran, Masetto e Behrens, “a transmissão de conteúdos dependerá menos dos professores, porque dispomos de um vasto arsenal de materiais digitais sobre qualquer assunto.” (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2013, p.32) e “o modelo de passar conteúdo e cobrar sua devolução é insuficiente [...]. Aprender hoje é buscar, comparar, pesquisar, produzir, comunicar.” (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2013, p.34). O modelo atualmente vigente, predominantemente tradicional, não trás benefícios para aprendizagem, assim, “torna-se cada vez mais necessário um fazer educativo que ofereça múltiplos caminhos e alternativas” (DIAS; MOURA apud COSCARELLI, 2006, p.23), já que “os jovens educados no nosso sistema não foram educados para aprender, mas sim para ser ensinados.” (FIGUEIREDO apud CARVALHO, 2000, p. 75).

Assim como a função do professor, que até o momento é de um mero transmissor do conhecimento, e que agora precisa exercer o papel de mediador, orientador, direcionador da construção do saber, também o aluno precisa mudar sua postura, de mero receptor, passivo a todo conhecimento transmitido, sem questionamentos e discussão, para um aluno que irá assumir uma maior responsabilidade: a de edificar seu próprio conhecimento. Entender que seu papel a partir de agora é de um aluno questionador, que deve possuir um senso crítico diante dos conteúdos a serem assimilados, associando-os à sua realidade, pessoal, social e de sua comunidade. Essa nova posição alinha-se com alguns dos critérios para se ter uma aprendizagem significativa: é preciso que o discente também "manifeste uma disposição para relacionar, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, o novo material, potencialmente significativo, a sua estrutura cognitiva" (MOREIRA, 2006, p.20), ou seja, ele precisa sair de sua zona de acomodação, passando a ser um sujeito construtor do seu conhecimento. Isto pode ser alcançado com a metodologia de Modelagem Matemática que incute no aluno o espírito de pesquisador. Precisamos então, esforçarmo-nos na busca de meios que auxiliem e estimulem a aprendizagem, como o uso de softwares e novas metodologias de ensino. Corrobora Figueiredo (apud CARVALHO, 2000, p. 79) com a necessidade de mudança: "a construção de uma nova aprendizagem se situa ao nível de uma mudança cultural que rompa com os paradigmas mecanicistas que hoje aprisionam os nossos sistemas escolares." Esta discussão é confirmada nos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) quando falam que é preciso inovar nos métodos de ensino:

> [...] um desenvolvimento mais eficaz, científico e pedagógico exige mudanças na própria escola, de forma a promover novas atitudes no aluno e na comunidade. É preciso mudar convicções equivocadas, culturalmente difundidas em toda a sociedade, de que os alunos são os pacientes, de que os agentes são os professores e de que a escola estabelece simplesmente o cenário do processo de ensino. (BRASIL, 1998, p. 263).

Assim, a nossa pesquisa trilha este caminho: o de buscar novas metodologias de ensino como a Modelagem Matemática, e de aprendizagem, como o software Geogebra que potencializa a mesma, para que aos poucos possamos mudar este paradigma de ensino tradicional, transformando o professor num mediador do conhecimento, uma vez que o processo de Modelagem permite essa abordagem à medida que intervém na procura de um modelo matemático que possa representar uma realidade do nosso cotidiano, transformando e colaborando com a mudança de postura do aluno, dado que o processo, ainda de modelagem, desperta no mesmo as características de um pesquisador: curiosidade, observação dinamismo, criatividade e senso crítico diante dos resultados.

5. METODOLOGIA

O estudo que é de natureza aplicada, uma vez que se direcionou à aquisição de conhecimentos com vistas à aplicação numa situação específica (GIL, 2002), observou as contribuições do uso do software Geogebra, aliado à metodologia de ensino de Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno à luz da Aprendizagem Significativa, numa abordagem qualitativa, pois conforme Bogdan (1994, p. 16) “este tipo de investigação privilegia a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação, recolhendo os dados a partir de um contato aprofundado com os indivíduos”. Além disso, (BOGDAN, 1994, p. 17) “o investigador tenta levar os sujeitos a expressar livremente as suas opiniões sobre determinados assuntos”.

Foi delineado ainda como um estudo de caso, pois segundo Yin (2001) citado por Gil (2002, p.54), é o mais “adequado para a investigação de um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto real, onde os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente percebidos”, e também como uma pesquisa participante, uma vez que segundo Gil (2002, p.55), esta “caracteriza-se pela interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas”, e isto foi justificado pelo fato de a metodologia de ensino de Modelagem Matemática ter como característica a interação e interferência do professor no processo de modelagem.

Para coletar as informações visando aos objetivos propostos pela pesquisa, lançamos mão de questionários (com perguntas abertas e/ou fechadas) e entrevistas. Sobre estes instrumentos de coleta de dados, Selltiz, citado por Gil (2002, p.115), fala-nos que estes são “bastante úteis para a obtenção de informações acerca do que a pessoa ‘sabe, crê ou espera, sente ou deseja, pretende fazer, faz ou fez, bem como a respeito de suas explicações ou razões para quaisquer das coisas precedentes’.” Justificando ainda o uso desse tipo de instrumentos, Gil (2002) comenta que o questionário é uma forma rápida e barata de obtenção de dados, não necessitando de treinamento para sua aplicação e que garante o anonimato; sobre a entrevista, diz que esta abrange um maior número de pessoas, possibilitando auxiliar àqueles que possuem dificuldades para responder, permitindo ainda a análise do seu comportamento não verbal.

Além desses mecanismos de coleta de informações, analisamos o comportamento e o desenvolvimento dos alunos durante a aplicação da sequência didática face à proposta da pesquisa, no tocante à aprendizagem, através do caderno de campo, o qual serviu como instrumento onde

> [...] o investigador registrará idéias, estratégias, reflexões e palpites, bem como os padrões que emergem. O relato escrito daquilo que o observador ouve, vê, experiência e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo. (BOGDAN; BIKLEN,1994, p.50)

Além disso de acordo com Souza et al (2013, p.10) “ele ajuda a criar o hábito de escrever e observar com atenção, descrever com precisão e refletir sobre os acontecimentos que envolvem a pesquisa científica.”

5.1 LOCAL E PÚBLICO ALVO

A pesquisa foi aplicada em uma turma de 18 alunos do 2º ano do Ensino Médio, estudantes de uma escola pública no município de Marechal Deodoro, Alagoas, donde finalizaram 13. Para garantir o anonimato destes alunos, seus nomes foram substituídos pelas iniciais dos mesmos. Com exceção do primeiro encontro, que teve como objetivo apresentar o pesquisador, sua pesquisa e entregar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE -, para consentimento dos pais ou responsáveis pelos menores, as atividades foram realizadas no laboratório de informática da escola dos discentes. A escolha do 2º ano foi impreterível, haja vista que é neste nível de ensino que se situa o conteúdo de funções trigonométricas. Com relação a este conhecimento, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio recomendam que

> Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, [...]. As funções trigonométricas seno e co-seno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico. O estudo das demais funções trigonométricas pode e deve ser colocado em segundo plano. (BRASIL, 2006, pág.74)

Percebemos assim a sintonia da pesquisa com as recomendações citadas acima, uma vez que abordamos as funções seno e cossenos direcionadas aos fenômenos periódicos.

5.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA - ETAPAS DA PESQUISA

A pesquisa foi aplicada na forma de sequência didática, sendo esta dividida em 05 (cinco) etapas. Antes de iniciarmos a aplicação da sequência, seguindo o aspecto qualitativo e considerando a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, analisamos o conhecimento do aluno com relação ao conteúdo de funções trigonométricas no que diz respeito à sua visão deste assunto e sua relação com mundo real, bem como o nível de aprendizagem já adquirido pelos mesmos. Para isto, aplicamos um questionário com perguntas abertas e fechadas.

A primeira etapa constou de uma oficina cujo objetivo foi conhecer o software Geogebra, suas principais funções e ferramentas, em particular, às que eram necessárias ao estudo das funções trigonométricas e ao processo de Modelagem Matemática. Em seguida aplicamos atividades que visavam o domínio das ferramentas e objetivavam a aplicação da modelagem que ocorreu nas etapas seguintes.

Na segunda, atendendo já uma das etapas da modelagem que é a interação, onde o estudante deve se familiarizar com o tema escolhido para o processo de modelagem (BIEMBENGUT; HEIN, 2003), ministramos uma aula, composta de slides e vídeos sobre a importância das funções trigonométricas para outras áreas do conhecimento, tais como computação, física, geografia, engenharias, música, arquitetura, topografia, navegação por satélites, astronomia e aviação.

Na terceira etapa, já com o conhecimento das ferramentas do Geogebra, fizemos uma oficina cujo objetivo era analisar o comportamento das funções trigonométricas $f(x)=a+b.sen(c.x+d)$ e $g(x)=a+b.cos(c.x+d)$. Para isto, estudamos as implicações nas funções de cada um dos 4 (quatro) parâmetros que poderiam aparecer nas respectivas funções.

Na quarta, foi exposto oralmente, o processo de modelagem e sua aplicação no mundo real. Mostramos como se dá este processo e algumas situações onde foram feitas modelagens na busca de solucionar questionamentos. Foi discutida ainda a importância das funções trigonométricas no contexto dos fenômenos periódicos em nosso dia a dia, além de sua utilização nas diversas áreas. Discutimos ainda o problema que seria modelado no encontro seguinte.

Na quinta e última etapa da sequência didática, foram modelados dois fenômenos periódicos, a saber, a altura da maré em função do tempo e a porcentagem de visualização da lua (fases lunares) em função do tempo, onde ao final do processo de modelagem os discentes responderam às seguintes atividades:

1. Escolha um mês e encontre a função que representa a porcentagem de visualização da lua em função do tempo.
   a) Calcule a porcentagem de visualização para alguns dias. Eles se aproximam com os do site? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação
   b) Calcule a porcentagem de visualização para um dia qualquer do mês seguinte (Ex. você modelou um mês de 31 dias. Saber a porcentagem de visualização da lua no dia 17 do mês seguinte: chamando a função de f, basta calcular f(31+17)=f(48)). O resultado se aproxima com o do site? Se sim prossiga, do contrário retorne à modelação.
   c) Neste dia a lua esta crescendo ou decrescendo? Justifique usando a função encontrada.
2. Para o dia escolhido acima, do mês seguinte, encontre a função que representa a altura da maré
3. Com relação a este dia, usando a função modelada:
   a) Calcule a altura da maré para as horas da tabela fornecida pela Marinha
   b) Os resultados são aproximados? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação
   c) Calcule a altura da maré numa hora diferente da tabela. (Ex. dia 17, às 09h35min: chamando a função de h e convertendo os minutos em horas, calcular h(9+35/60).
   d) É uma boa hora para tomar banho? Justifique usando a função modelada mostrando a altura da maré neste horário.

e) Considerando a fase lunar e altura da maré neste dia e nesta hora, é um bom momento para pesca?

Com estas atividades, esperávamos que os alunos entendessem como os parâmetros ***a***, ***b***, ***c*** e ***d***, influenciavam os gráficos das funções *f(x)=a+b.sen(c.x+d)* e *g(x)=a+b.cos(c.x+d)*. Pretendíamos ainda que compreendessem os conceitos de período, imagem, domino e a relação entre essas duas funções. Que eles percebessem que poderíamos usar na modelagem das mesmas ondas as mesmas funções. E o principal, que fizessem a conexão deste conteúdo com o seu cotidiano. Este encontro foi sendo motivado pelas discussões que iam surgindo ao longo das modelagens.

Ao final da sequência didática, aplicamos um questionário, contendo questões abertas e fechadas relativas ao processo de ensino-aprendizagem de funções trigonométricas com o uso do software Geogebra aliado à metodologia de ensino de modelagem matemática.

Assim, de posse destes questionários e das observações do caderno de campo, foi feita a análise e a discussão dos dados objetivando responder ao problema de pesquisa: quais as contribuições da utilização do software Geogebra aliado à Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno, à luz da Aprendizagem Significativa?

A sequência didática de ensino é o produto desta dissertação que visa auxiliar aos professores do Ensino Médio no tocante ao ensino das respectivas funções.

5.3 OBJETIVOS DA PESQUISA

A pesquisa pretendeu, de forma geral, analisar as contribuições da utilização do software Geogebra aliado à Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno, à luz da Aprendizagem Significativa, e especificamente:

1. Usar o software Geogebra como um recurso computacional que otimizasse os processos de ensino e aprendizagem de funções trigonométricas;

2. Utilizar a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino para as funções seno e cosseno;

3. Fazer com que os discentes compreendessem o comportamento de cada um dos parâmetros *a*, *b*, *c* e *d* nas funções $f(x)=a+b.sen(c.x+d)$ e $g(x)=a+b.cos(c.x+d)$.

4. Fazer com que os discentes conseguissem estabelecer uma conexão entre o conteúdo de funções trigonométricas e os fenômenos periódicos do seu dia a dia, entendendo sua importância para previsão destas situações bem como para outras áreas do conhecimento.

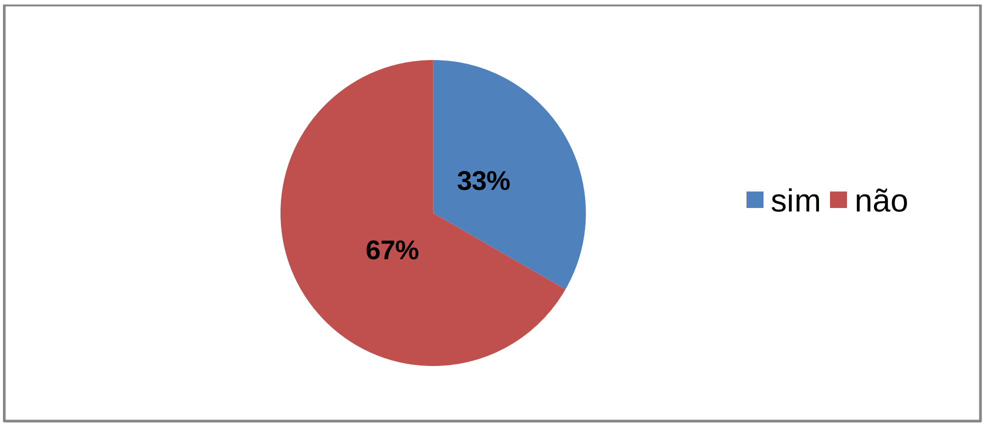
6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

6.1 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DE CONHECIMENTO PRÉVIO

Para aplicação da sequência didática, e posterior análise das contribuições do software Geogebra aliado à Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno, à luz da Aprendizagem Significativa, foi necessário sabermos, através de questionário (apêndice A), qual o conhecimento prévio adquirido pelo aluno, uma vez que conforme Ausubel, citado Moreira (2006, p.13), “o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo”. Assim segue análise desse questionário, respondido por 18 alunos. No questionário formado por 06 (seis) perguntas, algumas com alternativas, além de analisar o conhecimento prévio, há também questionamentos inerentes ao conhecimento do software e algumas perguntas pessoais necessárias à relação do aluno com o assunto de funções trigonométricas.

O gráfico abaixo é resultado da seguinte pergunta: “Você já estudou matemática usando o software Geogebra?”.

Gráfico 6 – Respostas à primeira pergunta do questionário

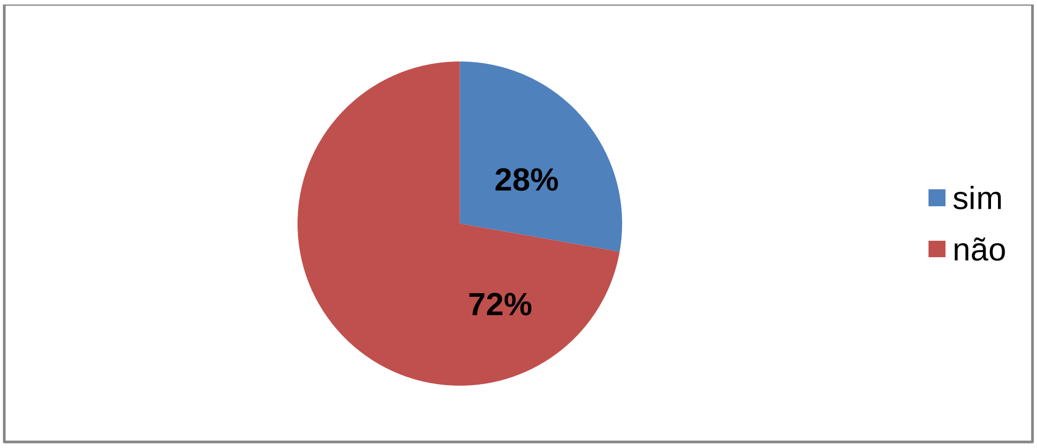


Fonte: O autor (2016)

Observamos que o uso do software Geogebra ainda não é muito difundido como ferramenta de estudo entre os estudantes: 67% (12 dentre 18 alunos) responderam que não e 33% (06 de 18) que sim. Estes que responderam que sim, justificaram que o professor usa o software durante alguma exposição de conteúdo, mas que eles não trabalham individualmente conteúdos com o mesmo.

Uma vez que a aplicação da pesquisa está relacionada à modelagem dos fenômenos periódicos altura da maré e fases lunares, e que estes repercutem na pesca, procuramos saber: “Tem parente ou pai/mãe que trabalha com pesca, na lagoa ou no mar?”.

Gráfico 7 – Respostas à segunda pergunta do questionário

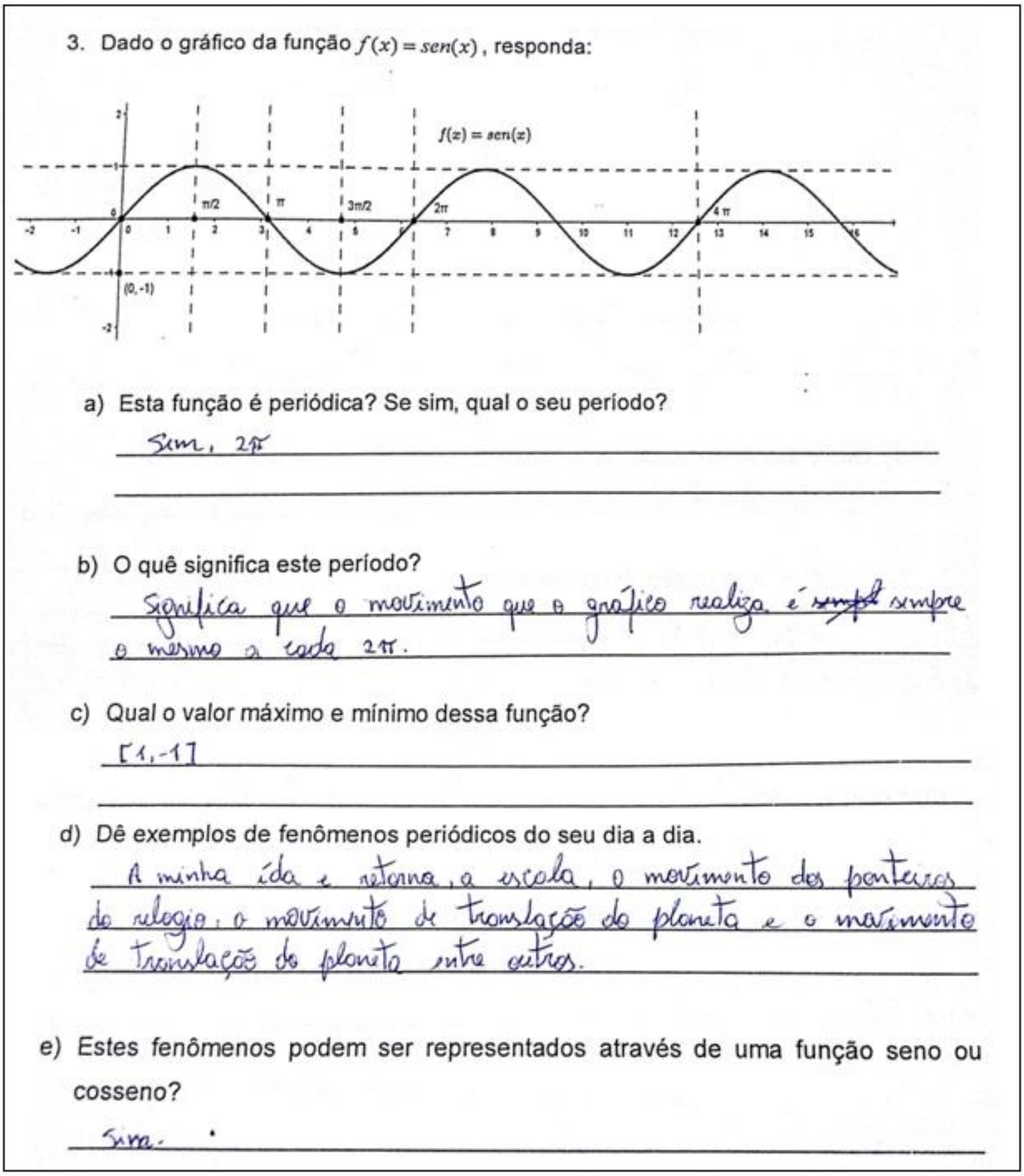


Fonte: O autor (2016)

Observamos que uma minoria, 28% (5/18), respondeu que sim. Para estes alunos a abordagem do conteúdo de funções trigonométricas utilizada na pesquisa tende a ser mais interessante do que para os demais, visto terem alguma relação, direta ou não com a pesca.

Os resultados que seguem dizem respeito ao conhecimento do aluno quanto ao assunto de funções trigonométricas visto pelos alunos, informação necessária à aplicação da pesquisa.

Figura 14 – Questão 03 respondida pelo aluno P.



3. Dado o gráfico da função $f(x) = sen(x)$, responda:

a) Esta função é periódica? Se sim, qual o seu período?

Sim, 2π

b) O quê significa este período?

Significa que o movimento que o gráfico realiza é ~~sempl~~ sempre o mesmo a cada 2π.

c) Qual o valor máximo e mínimo dessa função?

[1, -1]

d) Dê exemplos de fenômenos periódicos do seu dia a dia.

A minha ida e retorna, a escola, o movimento dos ponteiros do relogio, o movimento de translação do planeta e o movimento de translação do planeta entre outros.

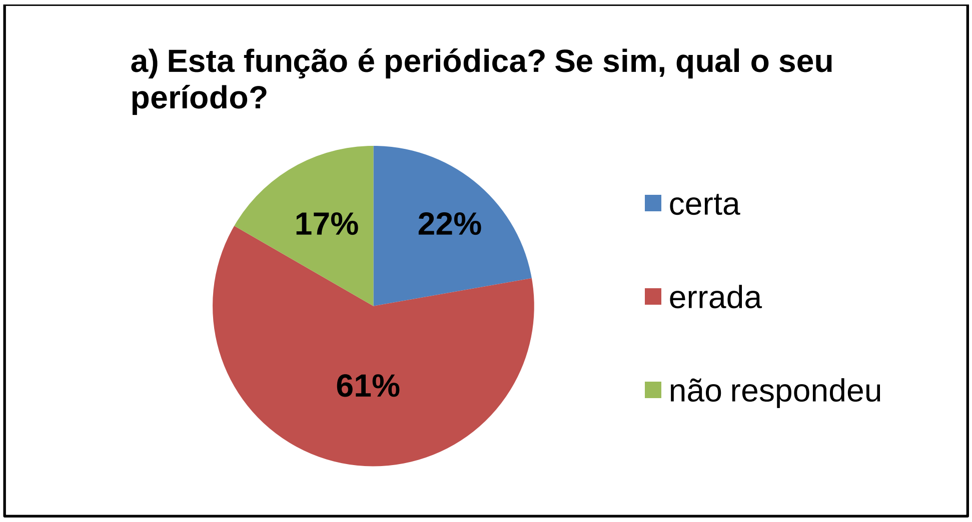
e) Estes fenômenos podem ser representados através de uma função seno ou cosseno?

Sim.

Fonte: O autor (2016)

A seguir, respostas dos 18 alunos relativas à questão 03 (figura 14). Esta questão visou, de forma geral, analisar a concepção do aluno quanto ao entendimento sobre periodicidade, vendo sua capacidade de extrair esta informação via gráfico e de o mesmo relacionar este fato a um fenômeno periódico.

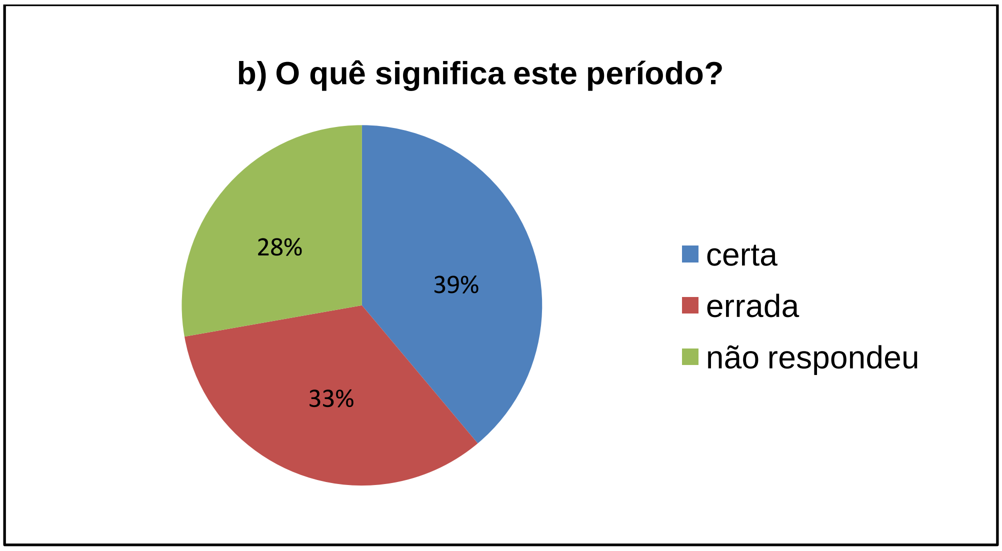
Gráfico 8 – Respostas ao item a



Fonte: O autor (2016)

Vemos pelo gráfico 8 que a maioria dos alunos (61%) não conseguiu extrair a informação de período apenas analisando a função, denotando uma deficiência de análise de gráficos no tocante ao período.

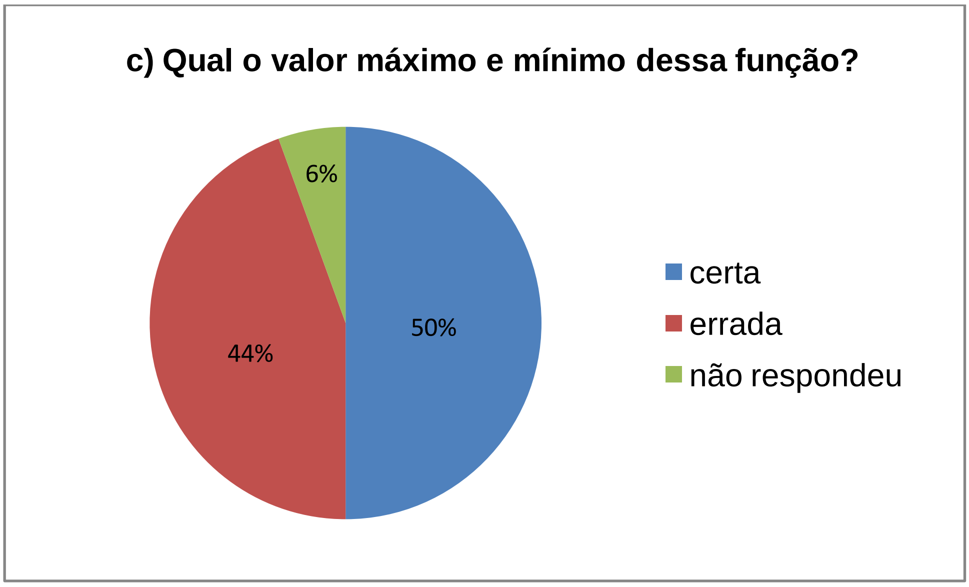
Gráfico 9 – Respostas ao b



Fonte: O autor (2016)

Observamos ainda que a maioria dos discentes não têm ainda uma concepção clara sobre o que venha a ser o período de uma função, observando-o no gráfico, uma vez que somando os que não responderam com os que responderam errado, obtemos 61%.

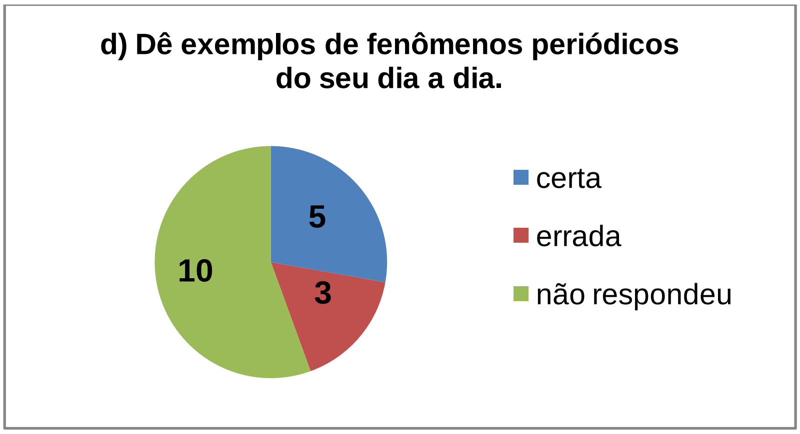
Gráfico 10 – Respostas ao item c



Fonte: O autor (2016)

Uma questão importante para aplicação da modelagem das funções é saber identificar os valores máximo e o mínimo num conjunto de dados. Quanto a esse item, considerado fácil, metade dos alunos (09) não conseguiu obter esta informação analisando o gráfico da função, demonstrando insuficiência em análises de gráfico.

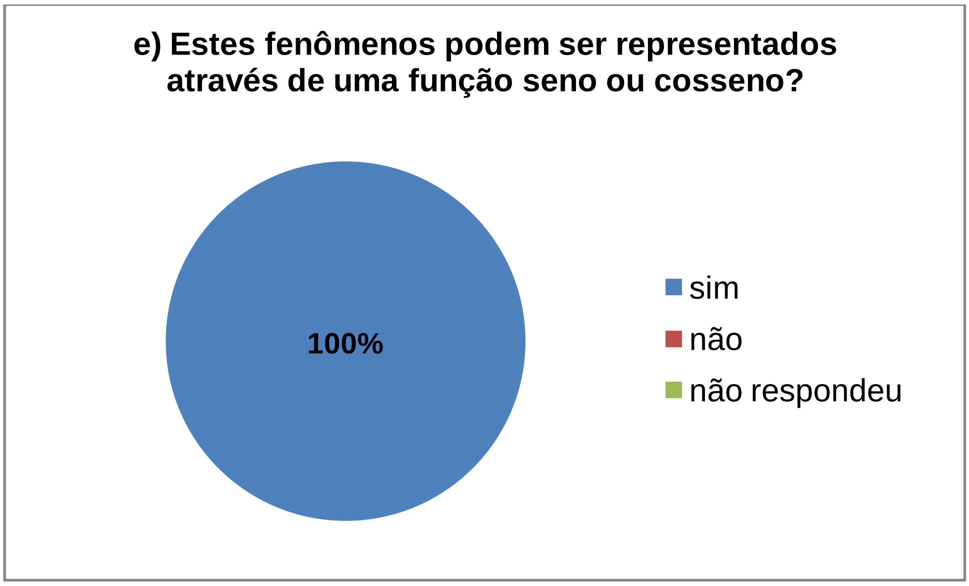
Gráfico 11 – Respostas ao item d.



Fonte: O autor (2016)

Se somarmos os percentuais “não respondeu” com respostas erradas, temos que aproximadamente 72% (13/18) dos discentes não têm uma concepção clara sobre periodicidade, algo necessário para o estudo de funções trigonométricas.

Gráfico 12 – Respostas ao item e

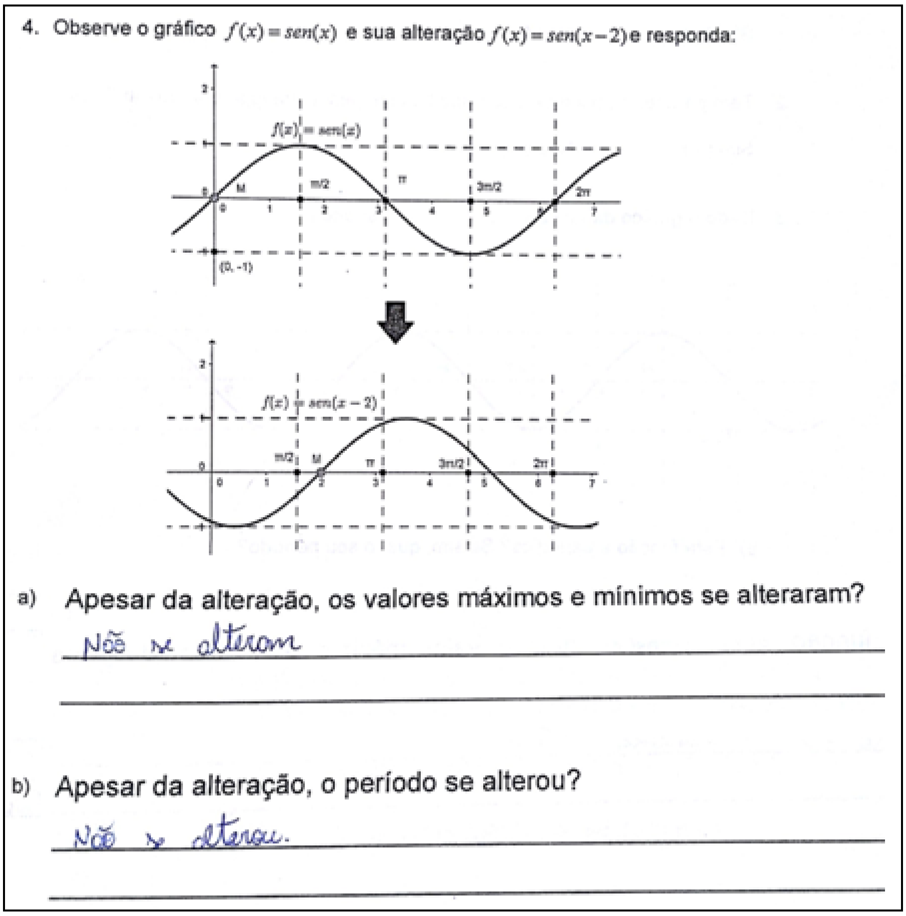


Fonte: O autor (2016)

Os cincos alunos que responderam corretamente ao item anterior, também sabiam que poderiam representar um fenômeno periódico através de uma função seno ou cosseno.

Seguem respostas dos 18 alunos relativas à questão 04 (figura 14). Esta questão objetivou analisar se o estudante consegue perceber os fatos alterados ou não pelo parâmetro d numa função que passa *de* $f(x)= sen(x)$ ou $h(x)=cos(x)$ para $m(x)=sen(x+d)$ ou $p(x)=cos(x+d)$ respectivamente.

Figura 15 – Questão 04 respondida pelo aluno P



4. Observe o gráfico $f(x) = sen(x)$ e sua alteração $f(x) = sen(x-2)$ e responda:

a) Apesar da alteração, os valores máximos e mínimos se alteraram?

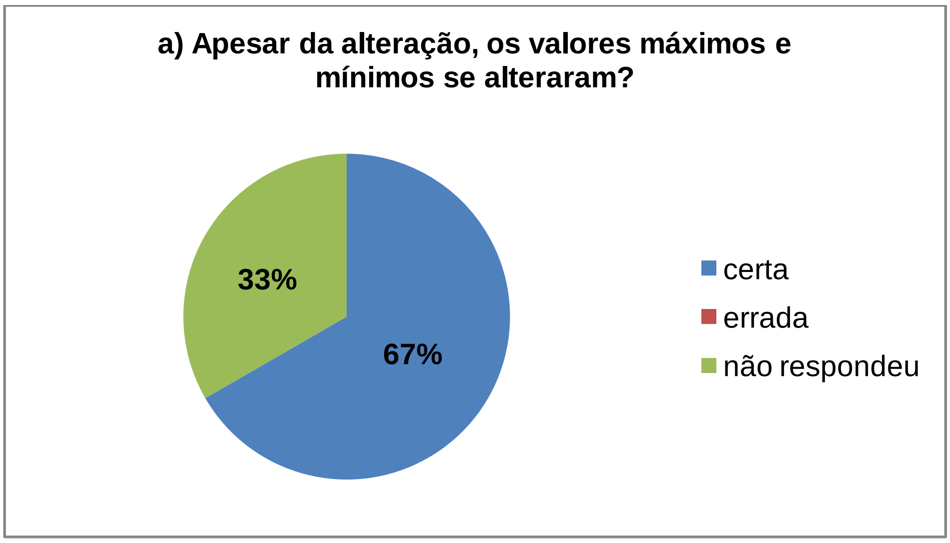
Nõe se alteram

b) Apesar da alteração, o período se alterou?

Nõe se alterou.

Fonte: O autor (2016)

Gráfico 13 – Respostas ao item a

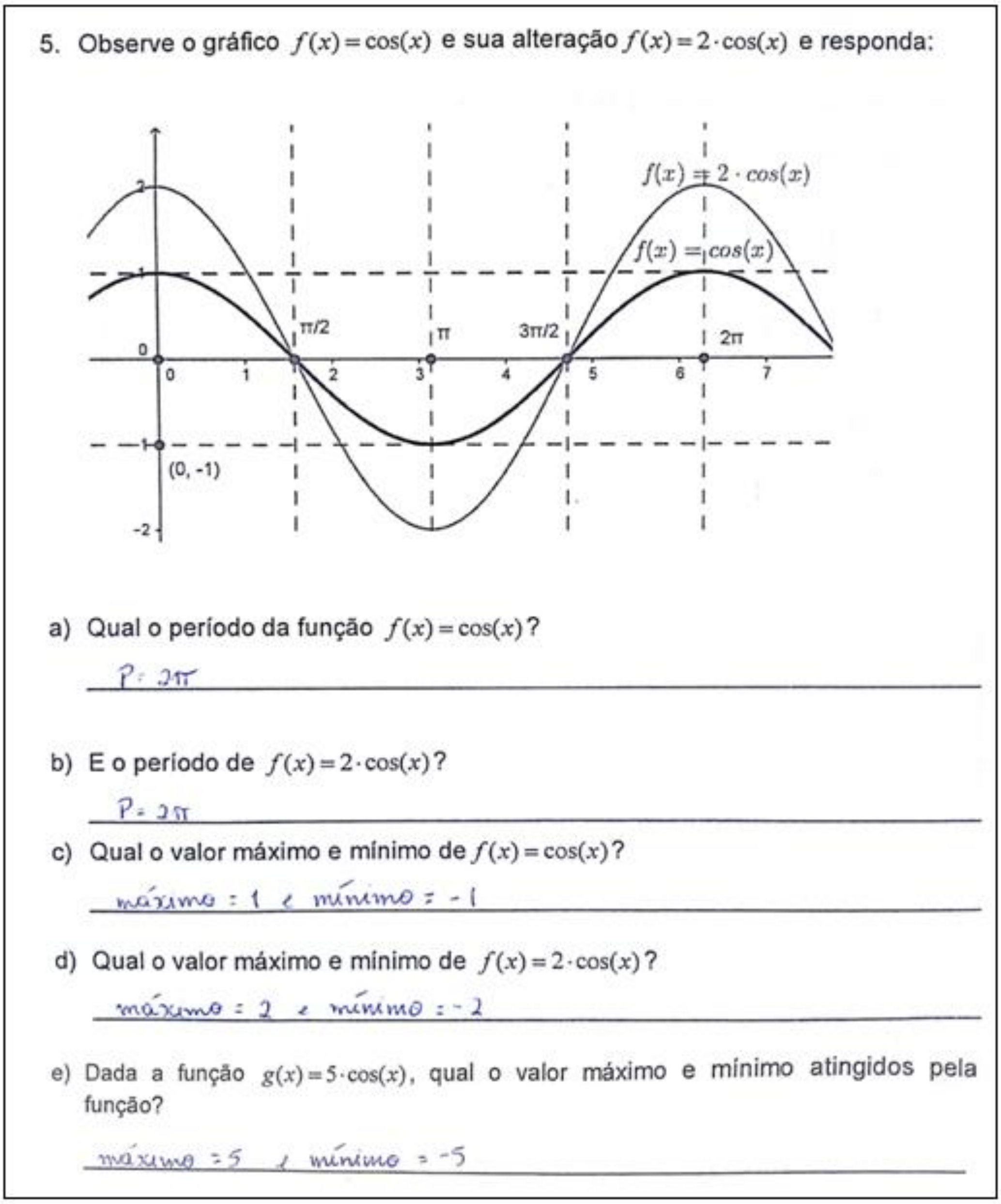


Fonte: O autor (2016)

A maioria dos alunos conseguiu perceber que os valores máximo e mínimo não foram alterados. Entretanto, por ser considerado um item fácil, preocupa uma vez que uma minoria não respondeu.

Seguem análise dos itens da questão 05.

Figura 16 – Questão 05 respondida pelo aluno P



5. Observe o gráfico $f(x)=\cos(x)$ e sua alteração $f(x)=2\cdot\cos(x)$ e responda:

a) Qual o período da função $f(x)=\cos(x)$?

P: 2π

b) E o período de $f(x)=2\cdot\cos(x)$?

P= 2π

c) Qual o valor máximo e mínimo de $f(x)=\cos(x)$?

máximo : 1 e mínimo : -1

d) Qual o valor máximo e mínimo de $f(x)=2\cdot\cos(x)$?

máximo : 2 e mínimo : -2

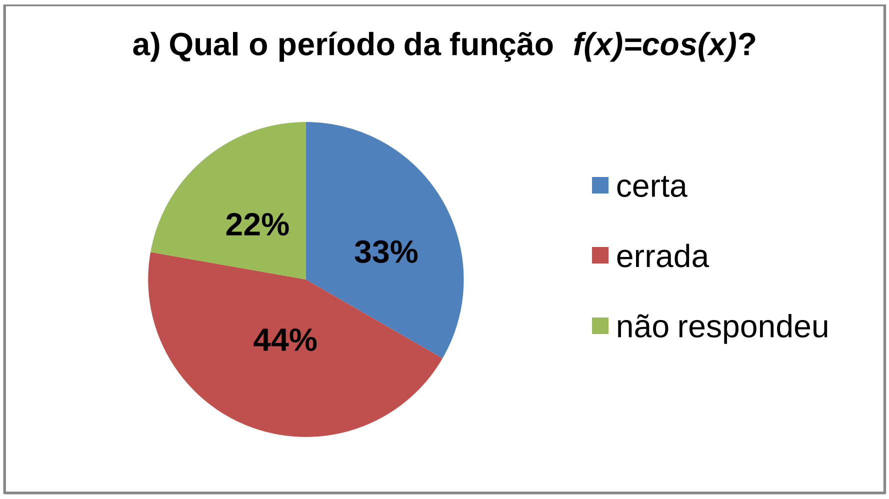
e) Dada a função $g(x)=5\cdot\cos(x)$, qual o valor máximo e mínimo atingidos pela função?

máximo =5 e mínimo = -5

Fonte: O autor (2016)

Esta questão buscou analisar a percepção do estudante quanto ao comportamento do parâmetro b na função cosseno, bem como seu conhecimento sobre período e valores máximo e mínimo relativos à esta função.

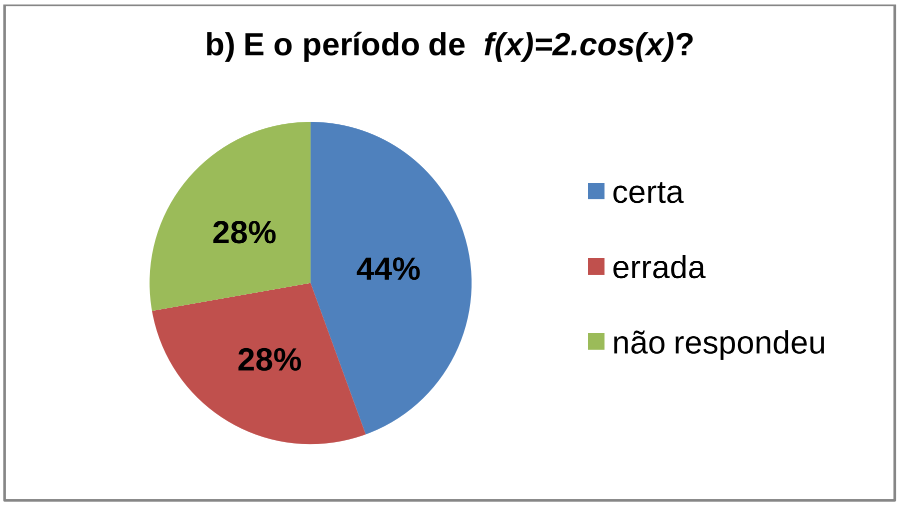
Gráfico 14 – Respostas ao item a



Fonte: O autor (2016)

A maioria (aproximadamente 77%) demonstrou que não conseguem perceber o período da referida função apenas com a análise do gráfico.

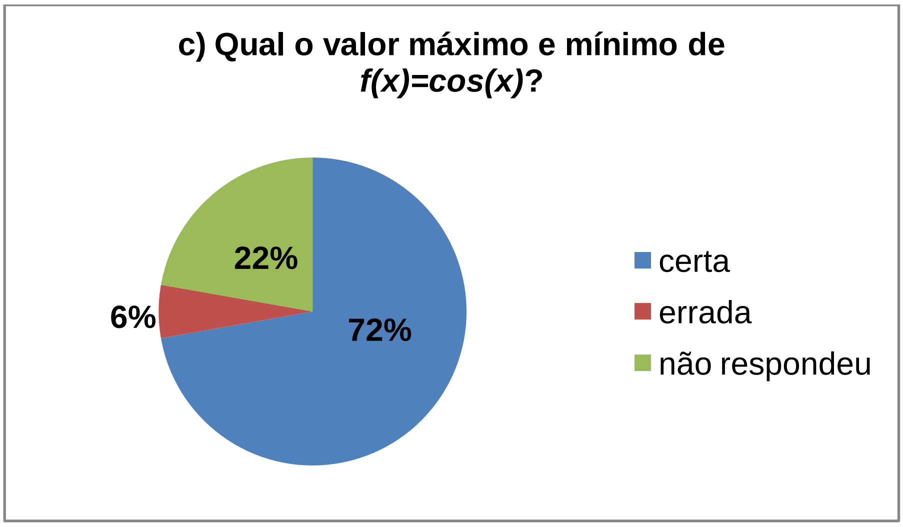
Gráfico 15 – Respostas ao item b



Fonte: O autor (2016)

Os estudantes não conseguiram perceber que o parâmetro *b* não influenciou no período da função.

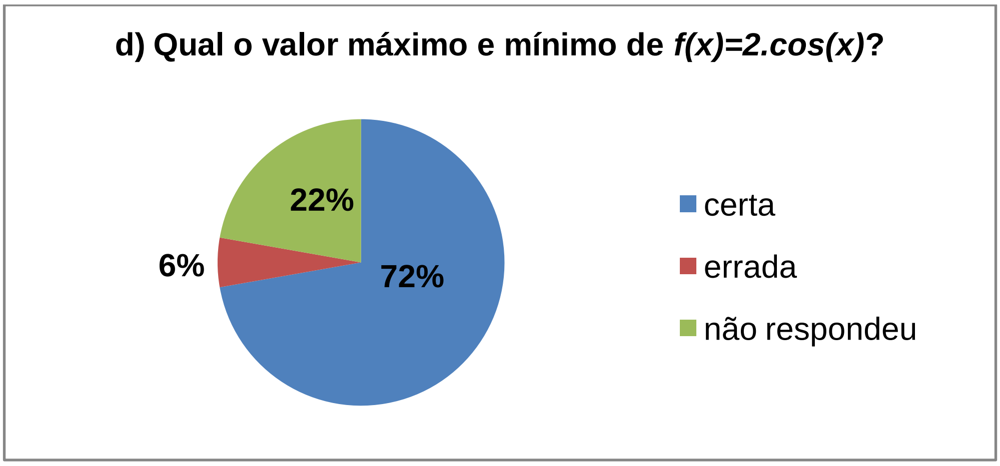
Gráfico 16 – Respostas ao item c



Fonte: O autor (2016)

A maioria entende que os valores máximos e mínimos são pontos mais altos e mais baixos da função. No entanto, por ser uma questão de análise fácil, preocupa uma vez que temos aproximadamente 28% não enxergaram este fato.

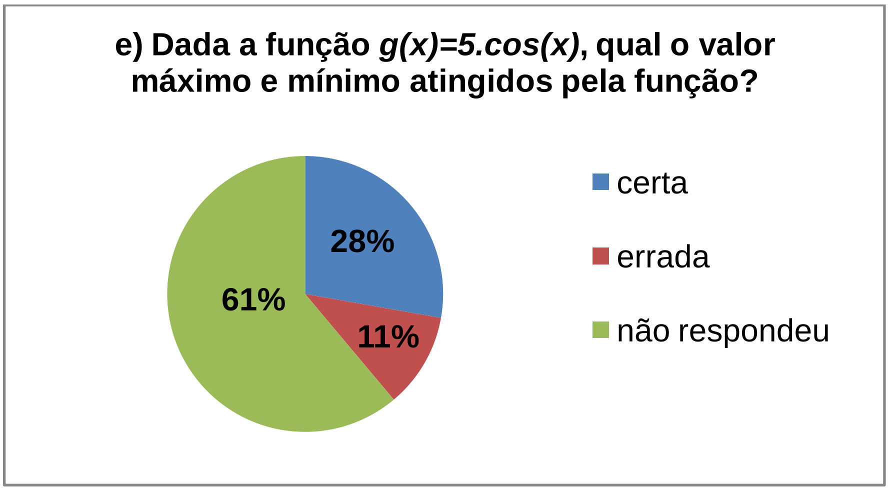
Gráfico 17 – Respostas ao item d



Fonte: O autor (2016)

Apesar de a maioria ter respondido corretamente, ainda assim não foi citado que a alteração do parâmetro não influenciou nestes valores máximos e mínimos.

Gráfico 18 – Respostas ao item e

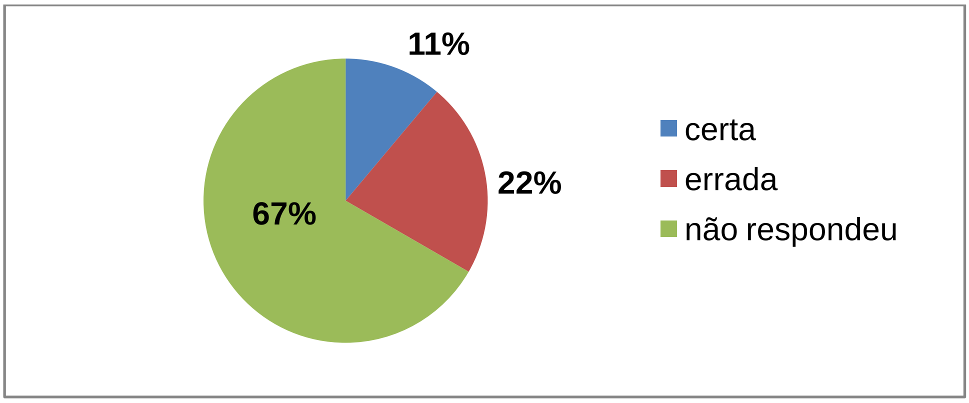


Fonte: O autor (2016)

Após uma breve explicação sobre a influência do parâmetro *b* usando o software Geogebra, foi respondido na sequência o item e. Houve uma leve melhora no entendimento, pois apesar de ter sido mostrado o gráfico, a maioria acertou a questão.

A última questão do formulário procurou verificar se os alunos sabiam calcular a imagem de uma função dado um determinado valor (figura 16).

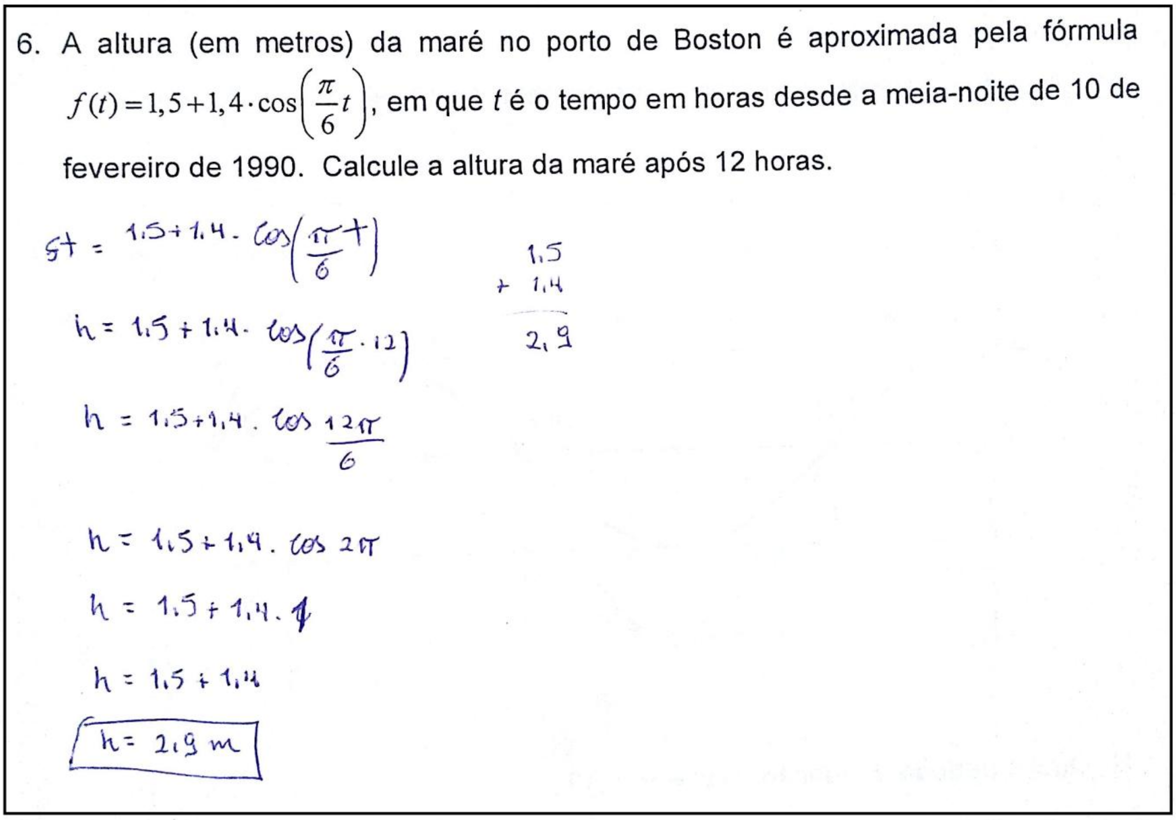
Gráfico 19 – Respostas questão 06



Fonte: O autor (2016)

A maioria dos alunos (89%) não conseguiu responder à esta questão, demonstrando não saberem calcular a imagem de uma função.

Figura 17 – Questão 06 respondida pelo aluno P



6. A altura (em metros) da maré no porto de Boston é aproximada pela fórmula $f(t)=1,5+1,4\cdot\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, em que t é o tempo em horas desde a meia-noite de 10 de fevereiro de 1990. Calcule a altura da maré após 12 horas.

$St = 1,5+1,4 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

$h = 1,5+1,4 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\cdot 12\right)$

$h = 1,5+1,4 \cdot \cos \frac{12\pi}{6}$

$h = 1,5+1,4 \cdot \cos 2\pi$

$h = 1,5+1,4 \cdot 1$

$h = 1,5+1,4$

$\boxed{h = 2,9\ m}$

$$\begin{array}{r} 1,5 \\ +\ 1,4 \\ \hline 2,9 \end{array}$$

Fonte: O autor (2016)

De forma geral, conseguimos apurar, observando o que diz Ausubel no sentido de verificar a aprendizagem prévia do aluno (MOREIRA, 2006), que estes têm um leve conhecimento prévio sobre o conteúdo de funções trigonométricas no tocante às análises de gráficos, períodos e imagens. No entanto, esse pouco conhecimento chega a ser suficiente para que se possa dar continuidade ao processo de Modelagem Matemática usando o software Geogebra. Dado que estes alunos haviam visto o conteúdo há aproximadamente 03 (três) meses, a contar do início desta pesquisa, talvez, o fator esquecimento tenha colaborado com os resultados verificados.

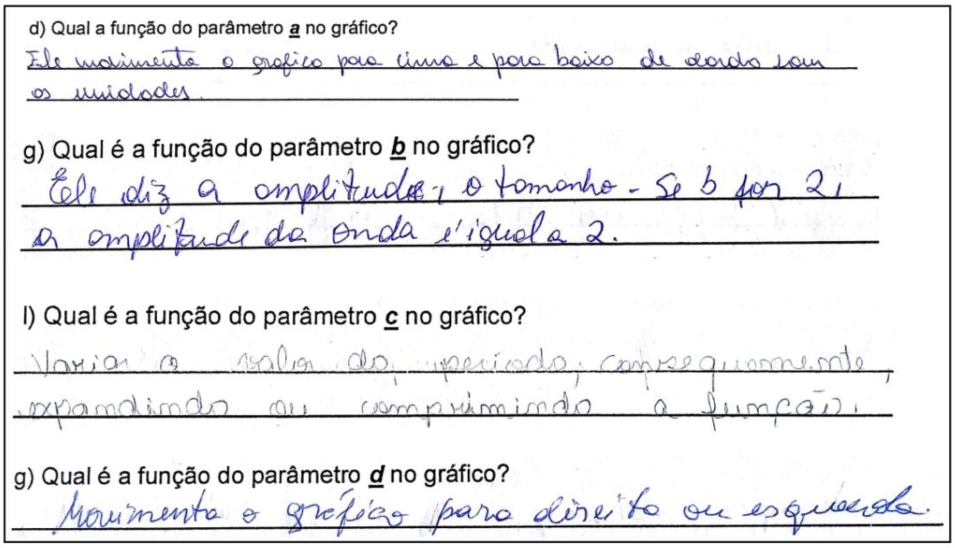
6.2 ANÁLISE DA OFICINA: TRABALHANDO OS PARÂMETROS DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO

A oficina, “trabalhando os parâmetros das funções seno e cosseno”, como o próprio nome revela objetivou fazer com que os alunos, através do Geogebra, compreendessem o comportamento das funções ocasionadas por estas variáveis. Ao mesmo tempo, investigamos suas impressões ao relacionarem esta maneira de ver as funções com a que haviam visto, ou seja, a construção manual destas. Ainda, analisamos se o software atende a um dos requisitos para a ocorrência da Aprendizagem Significativa de Ausubel, ou seja, ser um material potencialmente significativo (MOREIRA, 2006).

A oficina visou ainda o domínio do conhecimento desses parâmetros para que o mesmo fosse usado nas modelagens dos fenômenos que iríamos realizar após a conclusão desta etapa da sequência de ensino.

Ao final de cada sequência de atividade, perguntamos qual a função de cada parâmetro. Seguem repostas de alguns alunos, conforme figura abaixo.

Figura 18 – Recorte das respostas dadas sobre o comportamento dos parâmetros


d) Qual a função do parâmetro **a** no gráfico?

Ele movimenta o gráfico para cima e para baixo de acordo com as unidades.

g) Qual é a função do parâmetro **b** no gráfico?

Ele diz a amplitude, o tamanho. Se b for 2, a amplitude da onda é igual a 2.

l) Qual é a função do parâmetro **c** no gráfico?

Varia o valor do período, consequentemente, expandindo ou comprimindo a função.

g) Qual é a função do parâmetro **d** no gráfico?

Movimenta o gráfico para direita ou esquerda.

Fonte: O autor (2016)

Pelas respostas (figura 18) analisadas do grupo de alunos que findou esta oficina (13), concluímos que a maioria conseguiu perceber de forma fácil, o comportamento dos parâmetros nas funções seno e cosseno.

Figura 19 – Resposta dada pelo aluno J

g) Tome $c=-2$. Usando a fórmula, calcule o período da função $f(x)=sen(-2x)$

$P = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{|-2|} = 3,14$

h) Calcule a distância entre dois pontos máximos (ou mínimos), na função $f(x)=sen(-2x)$, usando a ferramenta de *calcular distância* no Geogebra. O que você conclui?

3,14, vai dar o mesmo valor, mas usando a Ferramenta é mais fácil

Fonte: O autor (2016)

Pelos comentários observados durante a oficina da sequência didática (figura 19) e no questionário aplicado logo após (figura 20), podemos aferir que o software atende a um dos requisitos para a ocorrência da Aprendizagem Significa de Ausubel, ou seja, mostra-se ser um material potencialmente significativo, facilitando assim, aprendizagem.

Figura 20 – Recorte de respostas dos alunos E e M sobre a construção de gráficos com o Geogebra

5. Qual a sua opinião sobre construir gráficos com o software Geogebra?

Pois ~~mais~~ construir gráficos com Sofware Geogebra é muito interessante, então trabalhar com gráfico manualmente é cansativo.

6. Ele ajuda a perceber mais facilmente o comportamento dos gráficos?

Sim (X) Não ( )

5. Qual a sua opinião sobre construir gráficos com o software Geogebra?

Eles ajudam muito a ter melhor entendimento porque através dele a gente ver como a função do seno e cosseno e seus parâmetros alteram o gráfico.

6. Ele ajuda a perceber mais facilmente o comportamento dos gráficos?

Sim (X) Não ( )

Fonte: O autor (2016)

Ainda, a figura 20 acima revela algumas das respostas dadas após questionário aplicado aos mesmos para sabermos qual a contribuição do Geogebra para esta etapa da construção de gráficos de funções trigonométricas. Pelas respostas percebemos que uma das contribuições do software, até então, citada pelos próprios discentes, é a facilidade de percepção proporcionada pelo programa. Isto é reflexo do dinamismo que o mesmo oferece, uma vez que as alterações nos gráficos, decorrentes dos parâmetros, são vislumbradas de forma instantânea, e isto implica numa aprendizagem mais eficaz.

Portanto, confirma-se o caráter facilitador da aprendizagem proporcionada pelo Geogebra, decorrente do dinamismo oferecida por este através de suas várias ferramentas. Assim sendo, podemos considerá-lo um material potencialmente significativo segundo os preceitos de Ausubel (MOREIRA, 2006).

Ainda, os discentes conseguiram atender aos objetivos da oficina: ter o domínio no Geogebra, das ferramentas necessárias à modelagem matemática que segue na próxima etapa da sequência didática; compreenderam o comportamento (figura 18) de cada um dos quatro parâmetros das funções seno e cosseno; e, além disso, o software lhes ajudou a entender melhor e internalizar, fatos básicos relacionados às funções trigonométricas, como o sentido de período (figura 19).

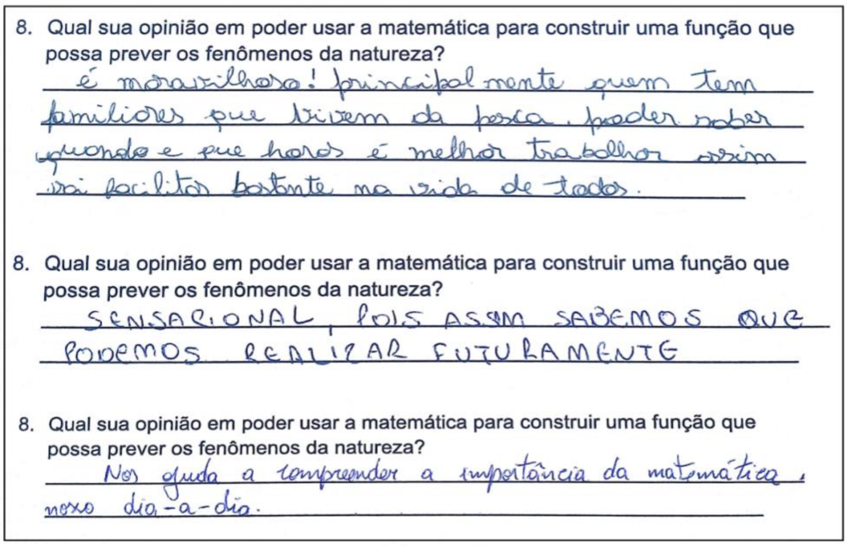
6.3 ANÁLISE DA OFICINA: MODELAGEM DAS FASES LUNARES E DA ALTURA DA MARÉ

Na última etapa da sequência didática realizamos a modelagem dos fenômenos periódicos. A oficina seguiu um roteiro de modelagem dos fenômenos visando que os alunos adquirissem habilidade nesta. Ao fim da oficina, aplicamos uma atividade de modelagem semelhante à realizada na oficina, com o objetivo de eles realizarem esta, sozinhos. Em algumas etapas foi necessária a interferência do pesquisador no intuito de guiar a modelagem, no entanto este fato faz parte do próprio processo. A atividade, assim como na oficina, consistiu em os alunos encontrarem duas funções (seno ou cosseno) que traduzissem as fases lunares e a altura da maré num determinado mês e dia respectivamente. Os dados utilizados foram retirados do site <http://www.calendario-365.com.br/lua/calendario-lunar.html>, que forneceu as informações a respeito das porcentagens das fases lunares e do site da marinha <http://www.mar.mil.br/dhn/chm/box-previsao-mare/tabuas>, do qual utilizamos as informações das alturas das marés em determinadas horas. A modelagem seguiu o passo a passo sugerido por Biembengut e Hein (2003) para realização da modelação matemática: interação, matematização e modelo matemático.

Na interação, que consiste de reconhecimento da situação-problema e familiarização do problema em termos do modelo, realizamos debates durante aulas com apresentações de slides e vídeos sobre os fatos que envolvem estes fenômenos: como ocorrem as fases lunares, as marés altas e baixas e como estes fenômenos estão relacionados; como estes fenômenos influenciam a pesca. Além disso, discutimos a importância das funções trigonométricas na representação de outros fenômenos naturais como pressão sanguínea, ciclo menstrual das mulheres, dentre outros.

Durante estes debates observamos que muitos alunos, principalmente as meninas, quando falamos sobre o fato de uma função poder representar o ciclo menstrual, ficaram surpresas. Além destes, também alguns alunos, cujas famílias lidam com a pesca, também se surpreenderam com a relação.

Figura 21 – Recorte de respostas dos alunos A, P e R no questionário final



8. Qual sua opinião em poder usar a matemática para construir uma função que possa prever os fenômenos da natureza?

é maravilhoso! principalmente quem tem familiares que vivem da pesca, poder saber quando e que horas é melhor trabalhar assim vai facilitar bastante na vida de todos.

8. Qual sua opinião em poder usar a matemática para construir uma função que possa prever os fenômenos da natureza?

SENSACIONAL, POIS ASSIM SABEMOS QUE PODEMOS REALIZAR FUTURAMENTE

8. Qual sua opinião em poder usar a matemática para construir uma função que possa prever os fenômenos da natureza?

Nos ajuda a compreender a importância da matemática, nosso dia-a-dia.

Fonte: O autor (2016)

De forma geral eles ficaram bem surpresos com este fato de as funções trigonométricas poderem representar um fenômeno real, como demonstram algumas das respostas do último questionário aplicado (figura 21).

A etapa de matematização foi otimizada pelo software Geogebra. Nesta etapa onde se busca o encadeamento do “ferramental” matemático, o software foi decisivo na compreensão dos fatores que levariam à melhor função. A busca consistia em encontrar os melhores parâmetros (*a*, *b*, *c* e *d* - representados pelos controles deslizantes do Geogebra) para as funções $f(x)=a+bsen(cx+d)$ e $g(x)=a+bsen(cx+d)$ donde seus gráficos deveriam ser ajustados aos pontos e segmentos que os interligava. Mesmo com a facilidade de uso dos controles deslizantes, foi necessário, na modelagem da altura maré, o uso de cálculos já conhecidos (ponto médio, período e amplitude), na busca dos parâmetros iniciais. Mesmo este processo de cálculo foi otimizado pelo programa, fazendo com que os discentes internalizassem tais processos de cálculos. Assim nesta etapa foi preciso, como preconiza Biembengut e Hein (2003):

1. Classificar as informações (relevantes ou não), identificando fatos envolvidos;

2. Decidir quais os fatores a serem perseguidos, levantando hipóteses;

3. Selecionar variáveis relevantes e constantes envolvidas;

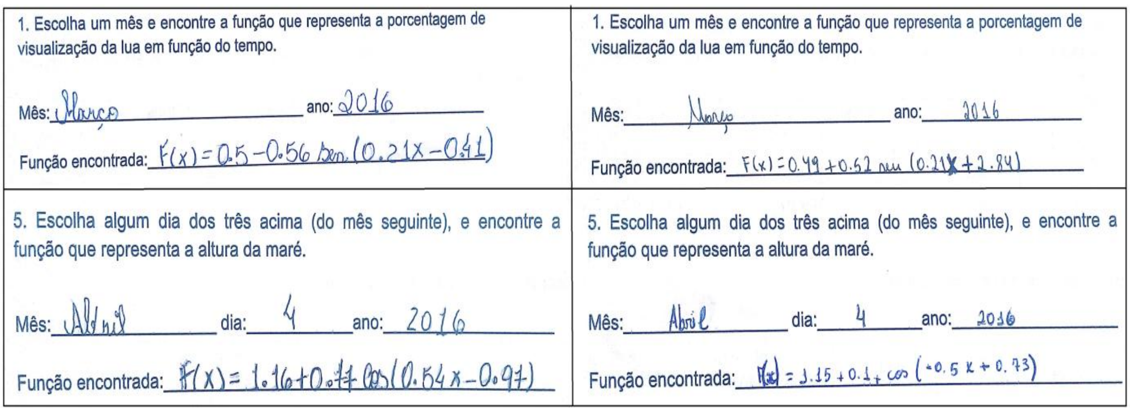
4. Selecionar símbolos apropriados para essas variáveis;

5. Descrever essas relações em termos matemáticos.

No processo de modelagem realizado pelos discentes, puderam-se corroborar as palavras dos autores quando dizem que “isto requer aguçado conhecimento sobre as entidades matemáticas usadas na formulação. O computador pode ser um instrumento imprescindível” (BIEMBENGUT; HEIN, 2003, p.14).

A fase final da modelagem foi marcada pela obtenção do modelo matemático (figuras 22, 23 e 24). Os alunos fizeram então a interpretação da solução e validação do modelo matemático obtido. Testaram-no e analisaram o seu nível de aproximação com os dados que os originaram (BIEMBENGUT; HEIN, 2003).

Figura 22 - Recorte: funções encontradas após modelagem (alunos C, E J)


1. Escolha um mês e encontre a função que representa a porcentagem de visualização da lua em função do tempo.

Mês: Março ano: 2016

Função encontrada: $f(x) = 0.5 - 0.56\ sen(0.21x - 0.41)$

1. Escolha um mês e encontre a função que representa a porcentagem de visualização da lua em função do tempo.

Mês: Março ano: 2016

Função encontrada: $F(x) = 0.49 + 0.52\ sen\ (0.21x + 2.84)$

5. Escolha algum dia dos três acima (do mês seguinte), e encontre a função que representa a altura da maré.

Mês: Abril dia: 4 ano: 2016

Função encontrada: $f(x) = 1.16 + 0.77\ cos(0.54x - 0.97)$

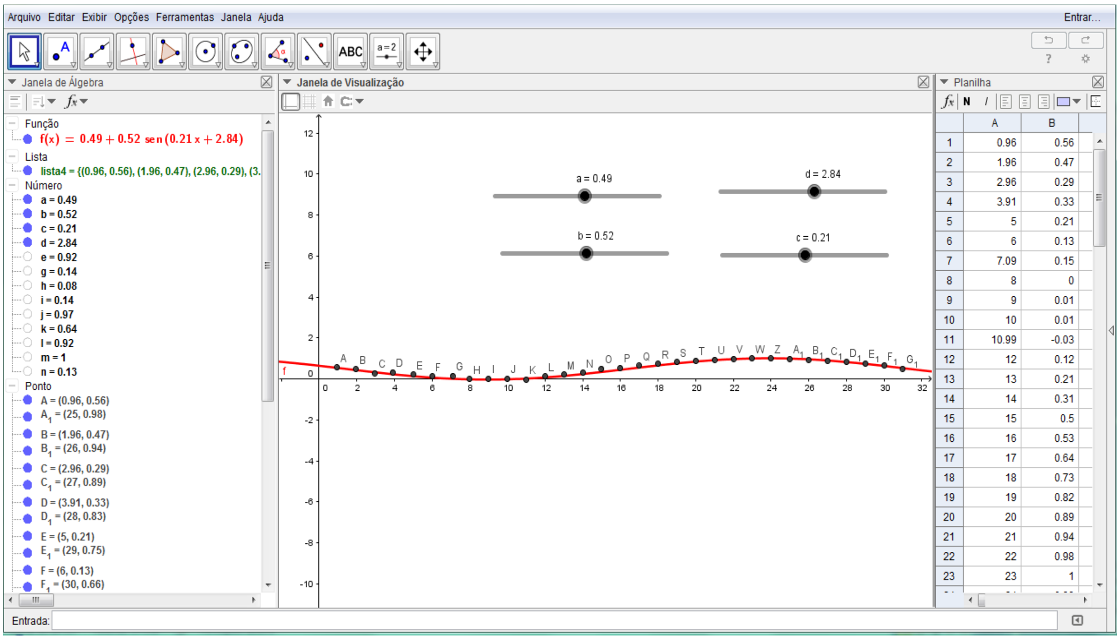
5. Escolha algum dia dos três acima (do mês seguinte), e encontre a função que representa a altura da maré.

Mês: Abril dia: 4 ano: 2016

Função encontrada: $f(x) = 1.15 + 0.1\ cos\ (-0.5x + 0.73)$

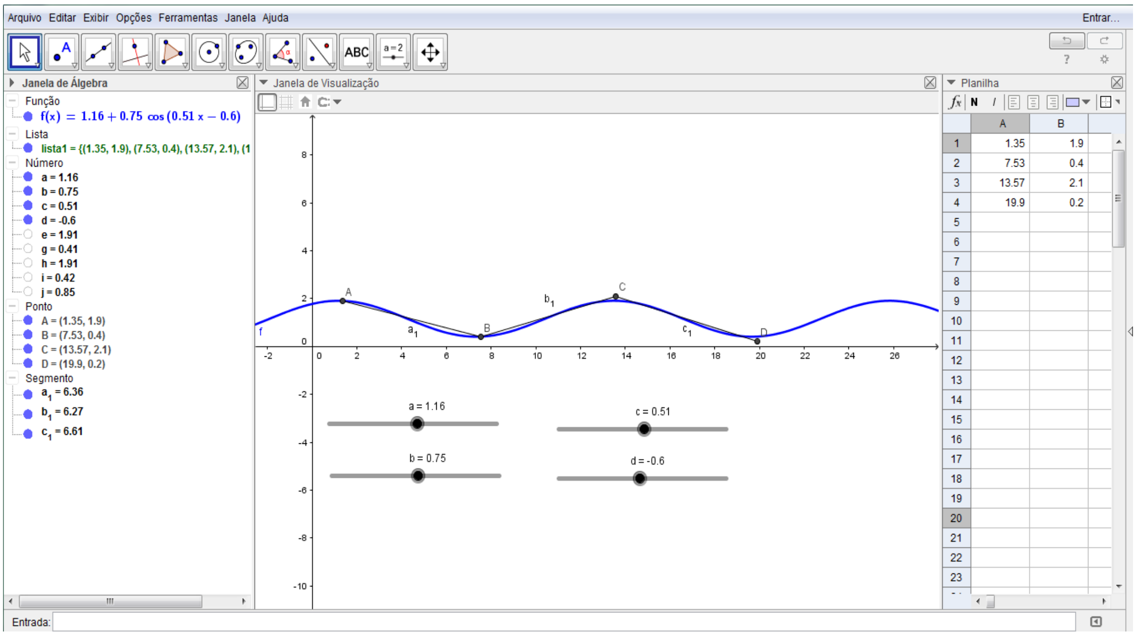
Fonte: O autor (2016)

Figura 23 – Modelagem das fases lunares no Geogebra pelo aluno J



Fonte: O autor (2016)

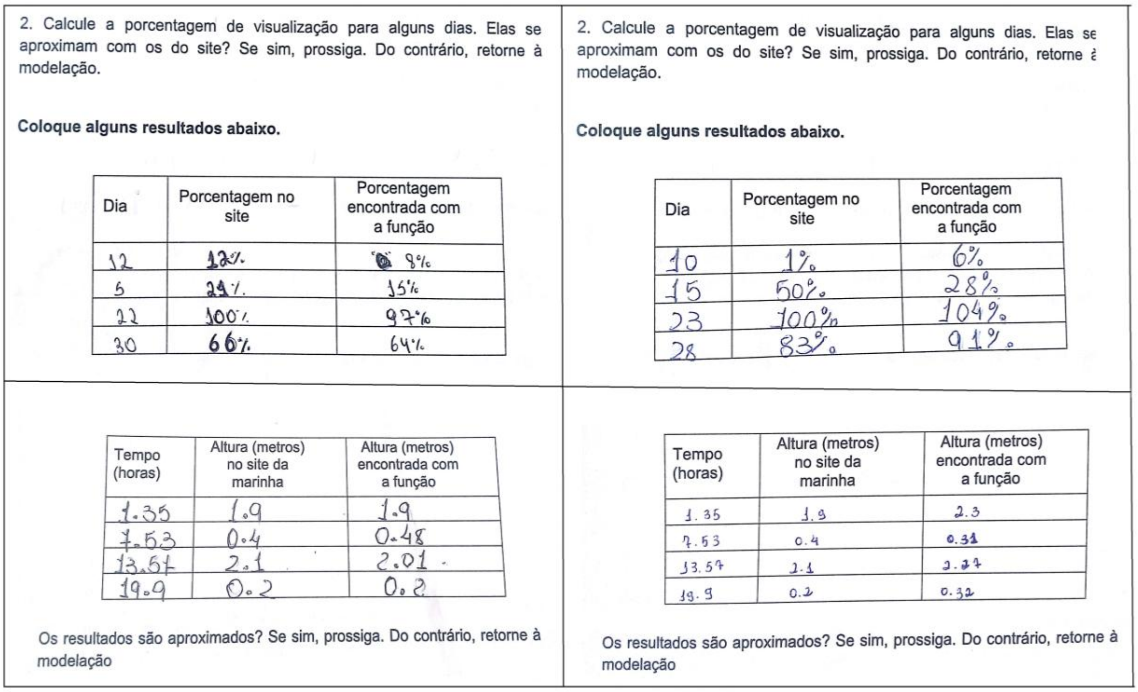
Figura 24 - Modelagem da altura da maré no Geogebra pelo aluno R



Fonte: O autor (2016)

Os discentes estavam cientes que o modelo deveria pelo menos, prever o fato que o originou (figura 24) e que, caso não se conseguisse os resultados esperados, deveriam retornar à etapa de Matematização (BASSANEZI, 2011).

Figura 25 – Recorte: confrontando com os dados originais (alunos J, E e C)



2. Calcule a porcentagem de visualização para alguns dias. Elas se aproximam com os do site? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação.

Coloque alguns resultados abaixo.

Dia	Porcentagem no site	Porcentagem encontrada com a função
12	12%	8%
5	21%	15%
22	100%	97%
30	66%	64%

Tempo (horas)	Altura (metros) no site da marinha	Altura (metros) encontrada com a função
1.35	1.9	1.9
7.53	0.4	0.48
13.57	2.1	2.01
19.9	0.2	0.2

Os resultados são aproximados? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação

2. Calcule a porcentagem de visualização para alguns dias. Elas se aproximam com os do site? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação.

Coloque alguns resultados abaixo.

Dia	Porcentagem no site	Porcentagem encontrada com a função
10	1%	6%
15	50%	28%
23	100%	104%
28	83%	91%

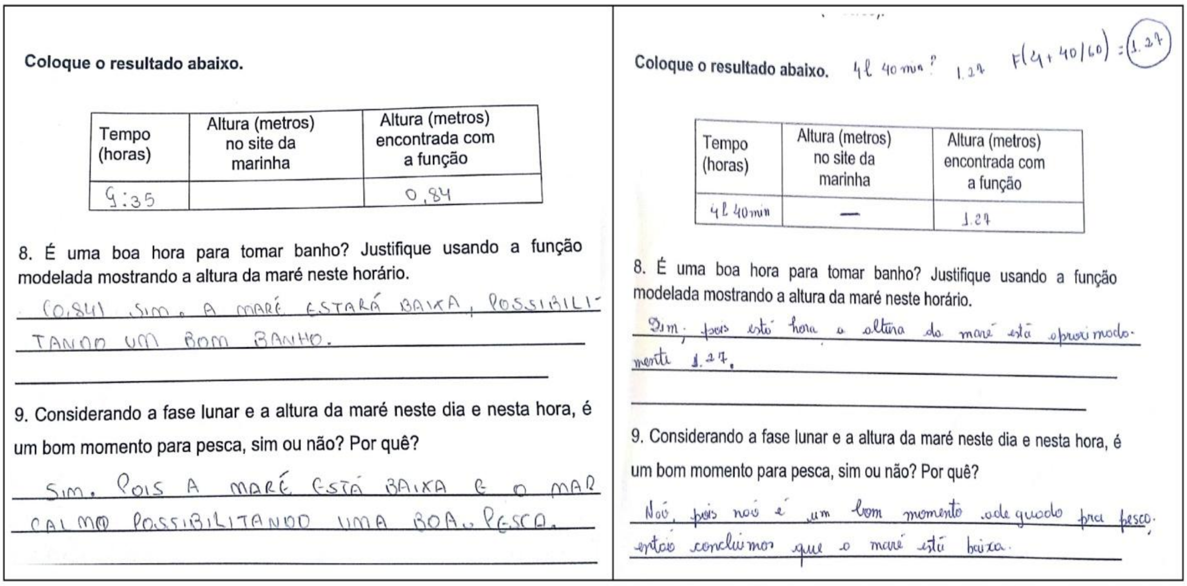
Tempo (horas)	Altura (metros) no site da marinha	Altura (metros) encontrada com a função
1.35	1.9	2.3
7.53	0.4	0.31
13.57	2.1	2.27
19.9	0.2	0.32

Os resultados são aproximados? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação

Fonte: O autor (2016)

Este foi o momento principal do trabalho, onde os discentes puderam sentir, verdadeiramente, a matemática “tomar vida”. Foi o momento onde associaram a teoria com a prática (figuras 22, 23, 24 e 25).

Figura 26 – Recorte: situações indagadas na modelagem dos fenômenos (alunos E e R)



Coloque o resultado abaixo.

Tempo (horas)	Altura (metros) no site da marinha	Altura (metros) encontrada com a função
9:35		0,84

8. É uma boa hora para tomar banho? Justifique usando a função modelada mostrando a altura da maré neste horário.

(0,84) SIM, A MARÉ ESTARÁ BAIXA, POSSIBILITANDO UM BOM BANHO.

9. Considerando a fase lunar e a altura da maré neste dia e nesta hora, é um bom momento para pesca, sim ou não? Por quê?

SIM. POIS A MARÉ ESTÁ BAIXA E O MAR CALMO POSSIBILITANDO UMA BOA PESCA.

Coloque o resultado abaixo. 4h 40min? 1,27 F(4+40/60) = 1,27

Tempo (horas)	Altura (metros) no site da marinha	Altura (metros) encontrada com a função
4h 40min	—	1,27

8. É uma boa hora para tomar banho? Justifique usando a função modelada mostrando a altura da maré neste horário.

Sim, pois esta hora a altura da maré está aproximadamente 1,27.

9. Considerando a fase lunar e a altura da maré neste dia e nesta hora, é um bom momento para pesca, sim ou não? Por quê?

Não, pois não é um bom momento onde quando pra pesca, então concluímos que a maré está baixa.

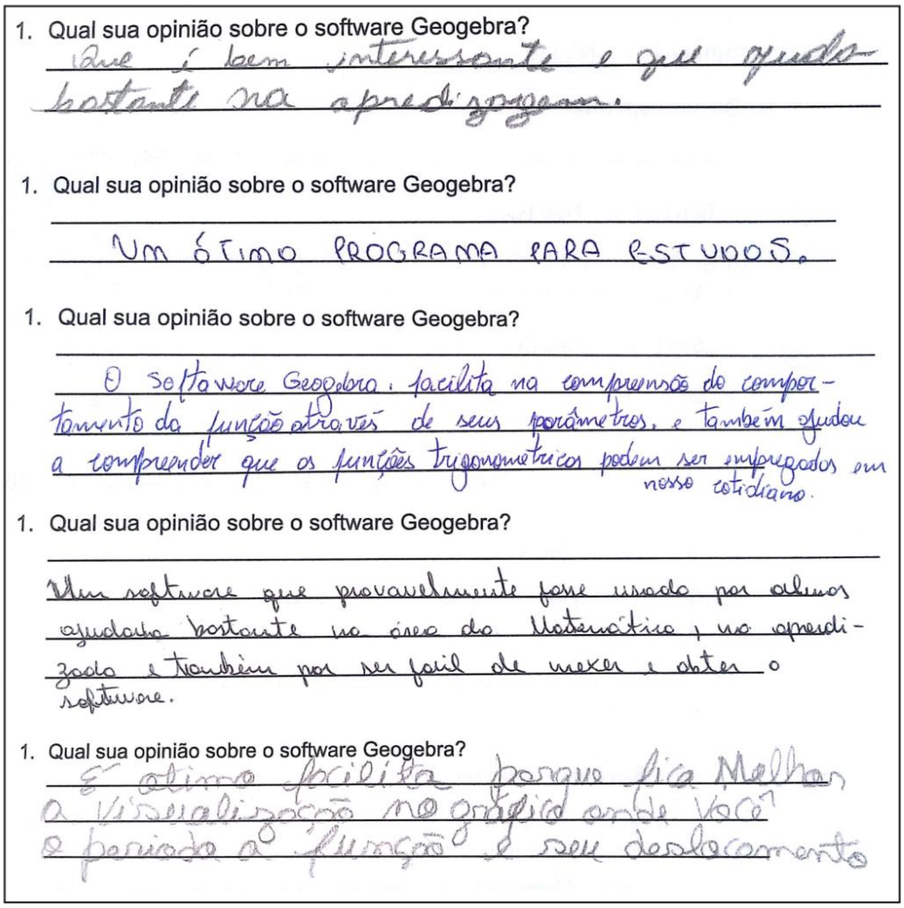
Fonte: O autor (2016)

O momento foi enriquecido por debates que surgiam durantes as modelagens, como as discussões de qual o melhor dia e horário para tomar banho de mar, considerando a função encontrada; se neste dia iríamos ter maré alta ou baixa e melhor dia de pesca considerando as funções encontradas para as fases lunares e para a altura da maré.

6.4 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO FINAL

A pesquisa se encerrou com aplicação de um questionário que abordou todo o processo da pesquisa. Foram levantadas questões inerentes ao software Geogebra, à metodologia de ensino de Modelagem Matemática e aos fatores inerentes à Aprendizagem Significativa das funções seno e cosseno.

Figura 27 – Recorte: respostas sobre o software Geogebra (alunos J, MG, MA, P e R)



1. Qual sua opinião sobre o software Geogebra?

Que é bem interessante e que ajuda bastante na aprendizagem.

1. Qual sua opinião sobre o software Geogebra?

UM ÓTIMO PROGRAMA PARA ESTUDOS.

1. Qual sua opinião sobre o software Geogebra?

O software Geogebra facilita na compreensão do comportamento da função através de seus parâmetros, e também ajudou a compreender que as funções trigonométricas podem ser empregados em nosso cotidiano.

1. Qual sua opinião sobre o software Geogebra?

Um software que provavelmente fosse usado por alunos ajudaria bastante na área da Matemática, na aprendizagem e também por ser fácil de mexer e obter o software.

1. Qual sua opinião sobre o software Geogebra?

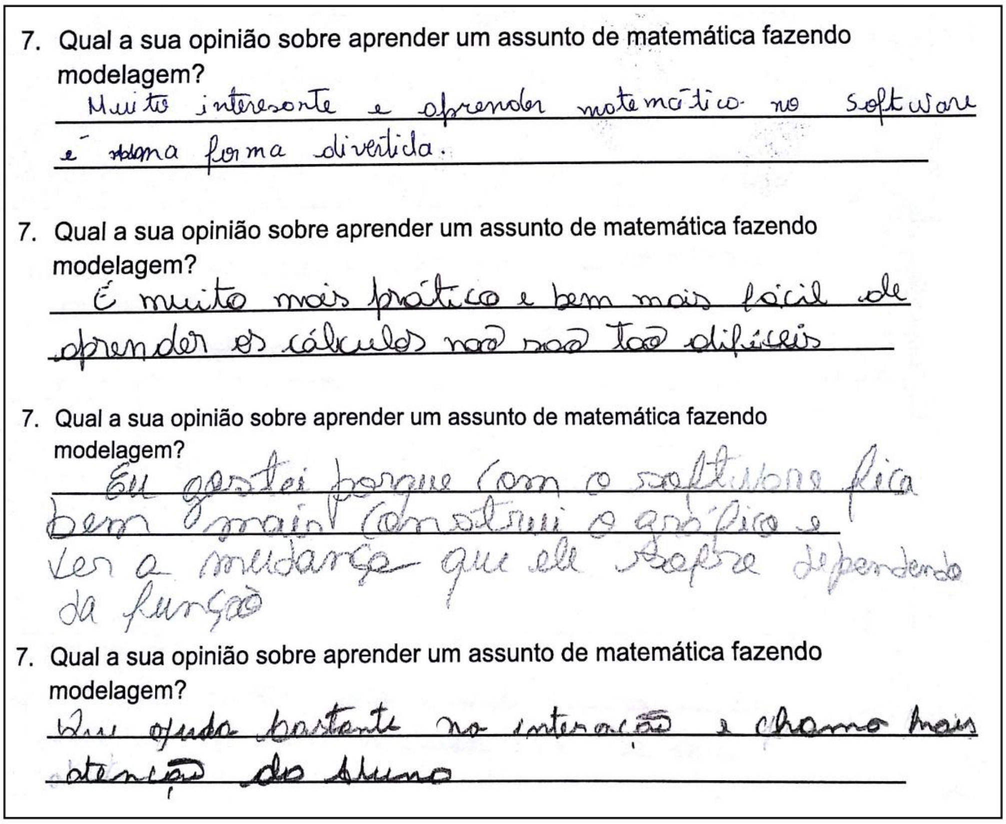
É ótimo facilita porque fica melhor a visualização no gráfico onde você o período da função e seu deslocamento

Fonte: O autor (2016)

Referente ao software Geogebra (figura 27), foi consenso entre os estudantes que este facilita a aprendizagem, considerando-o um excelente software para estudo, e que no caso específico do estudo de funções trigonométricas, dinamiza o seu entendimento uma vez que é possível visualizar o seu comportamento à medida que se alteram seus parâmetros, auxiliando assim na compreensão dos conceitos relativos a este assunto como período, imagem, domínio e amplitudes e construção e entendimento gráfico.

Na questão 07(sete) pedimos aos alunos que opinassem sobre aprender matemática fazendo modelagem. Nas respostas (figura 28) percebemos que eles consideraram como fazendo parte da metodologia, a ferramenta Geogebra. Isso mostra como as duas podem andar perfeitamente juntas, confirmando o que têm observado Borba e Malheiros (2007), ao se referirem às TIC como atrizes no processo de Modelagem.

Figura 28 – Respostas de alguns alunos sobre o processo de Modelagem Matemática



7. Qual a sua opinião sobre aprender um assunto de matemática fazendo modelagem?

Muito interesante é aprender matemática no software é uma forma divertida.

7. Qual a sua opinião sobre aprender um assunto de matemática fazendo modelagem?

É muito mais prático e bem mais fácil de aprender os cálculos não são tão difíceis

7. Qual a sua opinião sobre aprender um assunto de matemática fazendo modelagem?

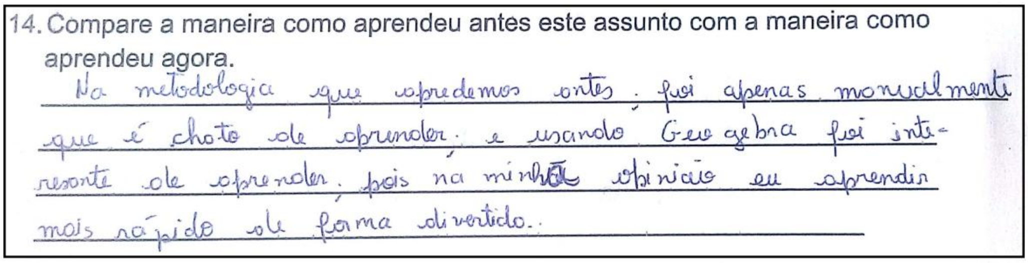
Eu gostei porque com o software fica bem mais construi o gráfico e ver a mudança que ele sofre dependendo da função

7. Qual a sua opinião sobre aprender um assunto de matemática fazendo modelagem?

Ele ajuda bastante na interação e chama mais atenção do aluno

Fonte: O autor (2016)

Figura 29 – Comparação de metodologias: resposta do aluno E



14. Compare a maneira como aprendeu antes este assunto com a maneira como aprendeu agora.

Na metodologia que aprendemos antes, foi apenas manualmente que é chato de aprender, e usando Geogebra foi interesante de aprender, pois na minha opinião eu aprendi mais rápido de forma divertido..

Fonte: O autor (2016)

Com relação à metodologia tradicional de ensino (quadro e giz), foi pedido no questionário (figura 29) que comparassem esta, com esta abordagem de ensino, ou seja, o uso do software Geogebra aliado à modelagem Matemática. Segue transcrição das respostas de alguns alunos:

Aluna M: “*Bem simplificado e de melhor entendimento pelo geogebra porque da forma tradicional o aluno não imagina que o assunto possa ser aplicado em fenômenos e no cotidiano.*”;

Aluno C: “*O assunto dados em aula teórica não foi mostrado na prática e agora foi mostrado como é utilizado na prática*”

Aluno R: “*Como descrevi antes, dessa forma é mais dinâmico, proporcionando o máximo de aprendizado*”;

Aluno E: “*Na metodologia que aprendemos antes; foi apenas manualmente que é chato de aprender; e usando o Geogebra foi interesante de aprender; pois na minha opinião eu aprendir mais rápido de forma divertido*”;

Aluno P: “*Primeiramente o assunto foi ensinado de maneira manual o que não permitia grande precisão nos gráficos e não permitia entender o comportamento dos parâmetros, o que foi possibilitado pelo software geogebra*”;

Aluna A: “*não tem comparação pois antes era muito chato só cálculos mas agora é muito bom e prazeroso aprender dessa forma*”

Aluna A.S: “*Na maneira antiga, se torna algo cansativo, já com o Geogebra, torna algo divertido*.”;

Aluna M.A: “*Bem mais fácil e compreensivo, antes era chato de localizar no gráfico manualmente*”

Aluna M.G: “*facilitou bastante porque fazer o gráfico manualmente dificulta e o software facilitou porque ajuda a ver melhor o tamanho e o deslocamento do gráfico onde você mesmo pode altera e muda a função e usar exemplos que conhecemos*”

Aluno K: “*antes não existia uma interdisciplinaridade entre assuntos, não estimulando muito a aprendizagem, pois não se ensina qual a utilidade das funções*”;

Aluna L: “*Em comparação o assunto que foi passado em sala sem o geogebra foi um pouco mais fácil, porque no geogebra é um pouco complicado por conta da modelagem*”.

As respostas elucidam uma Aprendizagem Significativa proporcionada pelo tipo de abordagem dada ao assunto de funções trigonométricas e ratificam o software como um material potencialmente significativo (MOREIRA, 2006). As opiniões dos alunos corroboram ainda com as palavras de Moran, Masetto e Behrens (2013, p.34), quando dizem que “o modelo de passar conteúdo e cobrar sua devolução é insuficiente [...]. Aprender hoje é buscar, comparar, pesquisar, produzir, comunicar” e isto é proporcionado pelo software Geogebra aliado à Modelagem Matemática. É perceptível ainda, o descontentamento com a abordagem tradicional observadas nas respostas transcritas.

De um total de 14 questões, exceto 01, 07, 08 e 14, as restantes foram perguntas objetivas que trazem à tona respostas sobre o processo de modelagem com o software Geogebra.

Quadro 2 – Quantitativo das respostas dadas pelos discentes

2. Sentiu alguma dificuldade em manuseá-lo?		
Sim	02	15%
Não	11	85%
3. De forma geral, como foi para você modelar os fenômenos com o software Geogebra?		
Fácil	11	85%
Difícil	02	15%
4. Suas ferramentas são complicadas?		
Sim	03	23%
Não	10	77%
5. Ele ajuda a perceber melhor o comportamento das funções seno e cosseno?		
Sim	13	100%
Não	00	0%
6. É mais interessante construir gráficos:		
Manualmente	01	8%
Software	12	92%
9. Você sentiu dificuldades em modelar os fenômenos periódicos?		
Sim	04	31%
Não	09	69%

Quadro 2 – Quantitativo das respostas dadas pelos discentes

11. Com essa metodologia de ensino você conseguiu relacionar o conteúdo de funções trigonométricas com o seu dia a dia?		
Sim	12	92%
Não	01	8%
12. Você gostaria que seu professor usasse essa maneira de ensinar?		
Sim	12	92%
Não	01	8%
13. Você se sentiu mais motivado para aprender o assunto com essa maneira de ensinar usando o Geogebra?		
Sim	12	92%
Não	01	8%

De forma geral, é fato – observando a respostas dadas (quadro 6.1) – que os alunos conseguiram ter uma compreensão maior, e melhor do assunto das funções trigonométricas seno e cosseno; conseguiram relacioná-lo ao cotidiano; não sentiram dificuldades em manipular o software, pelo contrário, viram-no, de maneira geral, como uma ferramenta de fácil manuseio; gostariam ainda que o seu professor adotasse tal metodologia em sala de aula. Além disso, alegaram ser mais motivador aprender dessa forma.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Antes de aplicarmos esta pesquisa com esta turma, fizemos um teste piloto, aplicando-a em outra turma de uma escola de outro município de Alagoas. Este nos fez melhorar alguns aspectos quanto à logística de tempo de aplicação em sala de aula, uma vez que queremos usar a modelação matemática, ou seja, a Modelagem Matemática aplicada a um conteúdo específico do currículo. Portanto temos que pensar nos aspectos, como nos fala Biembengut e Hein (2003), que fazem ser possível tal aplicação, como o tempo de aula, a quantidade de alunos e a continuação da ementa curricular. Quanto a este aspecto percebemos durante a execução da pesquisa que a mesma ainda precisa ser sintetizada, diminuindo ainda mais o seu tempo de aplicação. No entanto, alguma etapa, como o conhecimento das ferramentas do software Geogebra podem ser omitidos, dando ênfase apenas àquelas ferramentas necessárias à modelagem.

Concluímos a pesquisa em 05 (cinco) encontros, onde cada encontro durou duas aulas de 50 minutos. Durante a aplicação, observando o aspecto do ensino nas anotações do caderno de campo (BOGDAN; BIKLEN, 1994), percebemos que o uso da Modelagem Matemática, apesar de tomar mais tempo que uma aula tradicional, torna-se algo mais prazeroso aos alunos. Uma vez acostumados com a forma tradicional de ensino, onde professor-aluno interage pouco ou nada, é característica da modelagem a aproximação do docente na execução da mesma, gerando discussões e diminuindo a distância professor-aluno. Assim é possível ainda afirmar que este aspecto de aproximação, proporcionada pela metodologia de ensino, influi na aprendizagem, uma vez que o aluno se sente mais à vontade para questionar.

Pelas respostas obtidas nos vários questionários aplicados, e nas observações anotadas no caderno de campo, podemos afirmar que uso do software Geogebra otimizou o ensino e a aprendizagem de funções trigonométricas; que é possível utilizar a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino para a aprendizagem das funções seno e cosseno; que os discentes compreenderam o comportamento de cada um dos parâmetros a, b, c e d nas funções $f(x)=a+bsen(cx+d)$ e $g(x)=a+bcos(cx+d)$; e o principal, na opinião do pesquisador, os discentes conseguiram estabelecer uma conexão entre o conteúdo de funções trigonométricas e o cotidiano, através de sua aplicação na previsão de fenômenos periódicos (altura da maré e fases lunares), entendendo ainda a importância deste assunto para outras áreas do conhecimento, como física, astronomia, biologia e medicina. Logo, conseguimos atender aos objetivos iniciais da pesquisa.

Podemos, portanto, responder que as contribuições da utilização do software Geogebra aliado à Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno, à luz da Aprendizagem Significativa, são, além daqueles objetivos atendidos citados acima:

- Aproximar da matemática outras áreas do conhecimento, como física, astronomia, biologia e medicina;
- Conectar a matemática teórica com a prática;
- Despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade;
- Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
- Despertar o espírito de pesquisa/investigação nos discentes;
- Estimulamos a criatividade.
- Contribuir para formação em tecnologias.
- Aprender de forma significativa o assunto.

Portanto, acreditamos que o estudo realizado foi de grande valia para os estudantes participantes e será de suma importância para aqueles, cujos professores o utilizarem em suas aulas, quer seja da maneira que a fizemos, quer seja fazendo suas próprias adaptações. A pesquisa realizada contribui ainda com a Educação Matemática, no sentido de mostrar novos caminhos e possibilidades para melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem de matemática. Esperamos ainda que o produto desta dissertação (sequência didática de ensino) possa ser utilizada e difundida no meio docente.

REFERÊNCIAS

ANASTACIO, M. Q. A. **Realidade: uma aproximação através da modelagem matemática.** Revista de Modelagem na Educação Matemática. 2010, v.1, n.1, pp.2-9.

APPLET. Disponível em*:* <https://pt.wikipedia.org/wiki/Applet>. Acesso em: 10 set. 2015.

BARBOSA, A. A. S. **MODELAGEM MATEMÁTICA e TECNOLOGIA: POSSIBILIDADE DE ARTICULAÇÃO**. XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba - PR, 18-21 de junho de 2013.

BARBOSA, J. C. **A "contextualização" e a Modelagem na educação matemática do ensino médio**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. Anais. Disponível em <http://www.anped.org.br/24/T1974438136242.doc>. Acesso em: 28 mai. 2015.

BARROQUEIRO, C. H; AMARAL, L. H. **O Uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação no Processo de Ensino-Aprendizagem dos Alunos Nativos Digitais nas Aulas de Física e Matemática**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 2, n.2, jul/dez 2011.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M.S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino.** São Paulo: Contexto, 2003.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto editora, LDA: Portugal, 1994.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. **Informática e educação matemática.** 5. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2012. 104 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília, 2006. v.2.,135 p.

_______. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN: ensino médio***.* Brasília, 2000.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M. **Modelagem matemática: alunos em ação**. In: ALMEIDA, LMW., ARAÚJO, JL., BISOGNIN, E.(orgs). Práticas de modelagem matemática na educação matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas [online]. Londrina: EDUEL, 2011. Cap.3. 30p. Disponível em: <http://books.scielo.org/>. Acesso em: 06/01/15.

CALIL, A. M. **Caracterização da utlização dasTIC pelos professores de Matemática e diretrizes para ampliação do uso**. Pós-Graduação em Educação Matemática. Mestrado Profissional em Educação Matemática – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal, Juiz de Fora (MG), 2011.

CARDOSO, C. **Tablets na sala de aula: mais do mesmo**. Revista Carta Capital (versãoonline). 2012. Disponível em: <http://www.cartacapital.com.br/educacao/tablets-na-sabela-de-aula-mais-do-mesmo>. Acesso em: 23 mar. 2015.

CAPUTO, V. **Mais da metade dos brasileiros são usuários da internet**. 26 jun 2014. Disponível em <http://exame.abril.com.br/tecnologia/noticias/mais-da-metade-dos-brasileiros-sao-usuarios-da-internet>. Acesso em: 06 mai. 2015.

CARVALHO, A. D. **Novo conhecimento nova aprendizagem**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2000. 158 p.

CASTORINA, J. A; FERREIRO, E.; LERNER, D.; OLIVEIRA, M. K. **Piaget-Vygotsky: novas contribuições para o debate**. 3. ed. São Paulo-SP: Ática, 1996.

CHAVES, M. I. A.; SANTO, A. O. E. **Possibilidades para modelagem matemática na sala de aula**. In: ALMEIDA, LMW., ARAÚJO, JL., BISOGNIN, E.(orgs). Práticas de modelagem matemática na educação matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas [online]. Londrina: EDUEL, 2011. Cap.8, 32p. Disponível em: <http://books.scielo.org/>. Acesso em: 05/01/15.

COELHO, P. M. F. **Os nativos digitais e as novas competências tecnológicas**. Ano: 2012 – Volume: 5 – Número: 2. Disponível em: <http://periodicos.letras.ufmg.br/index. php/textolivre>. Acesso em 28 abr. 2015.

COSCARELLI, C. V. (Org.). **Novas tecnologias, novos textos, novas formas de pensar**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 144 p.

DELORS, J. et al. **Educação: um tesouro a descobri - Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI**. BRASIL, 1998.

EL PAÍS. Las n**uevas tecnologías mejoran El rendimiento en matemáticas em un 25%**. Disponível em: <http://www.infoymate.es/investiga/elpais/20060109_MatcasTIC.pdf>. Acesso em: 26 mar. 2015.

Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra**. WINgeom.** 2011.

FERREIRA, R. C. **Ensinando Matemática com o Geogebra**. ENCICLOPÉDIA BIOSFERA, Centro Científico Conhecer - Goiânia, vol.6, N.10, 2010.

FOLLADOR, D. **Tópicos especiais no ensino de matemática: tecnologias e tratamento da informação.** Curitiba: Ibpex, 2007.

FONTELLES, M. J., et al. **Metodologia da Pesquisa Científica: Diretrizes para a Elaboração de um Protocolo de Pesquisa**. Núcleo de Bioestatística Aplicado à pesquisa da Universidade da Amazônia – UNAMA, 2009. Disponível em: <http://files.bvs.br/upload/S/0101-5907/2009/v23n3/a1967.pdf>. Acesso em: 06 de maio 2014.

FVC-FUNDAÇÃO VITOR CIVITA. **O uso dos computadores e da Internet nas escolas públicas de capitais brasileiras, 2009.** Disponível em: < http://www.fvc.org.br/estudos-e-pesquisas/avulsas/estudos1-7-uso-computadores.shtml?page=0 >. Acesso em: 03 mar. 2010.

GEBRAN, M. P. **Tecnologias Educacionais**. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2009. 228 p.

GEOGEBRA. **O que é o Geogebra**. Disponível em: <http://www.Geogebra.org/about>. Acesso em: 02 abr. 2015.

GIL, A. C. Como **elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIMENES, M. C. **Proposta de Capacitação em Grupos de Estudos para professores em Informática Educacional na área da Matemática** – Dissertação de Mestrado, Palmas – PR, 2004.

GOMES, G. H., PENTEADO, M. G. **Geometria dinâmica na sala de aula: desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade**. Ciênc. Educ., Bauru, v. 19, n. 2, p. 279-292, 2013.

GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria**. Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, nov. 1996.

GUIMARÃES, A. M.; DIAS, R. **Ambientes de Aprendizagens: reengenharia da sala de aula**. In: COSCARELLI, Carla Viana (Org.). Novas tecnologias, novos textos, novas formas de pensar. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 144 p.

HEIDRICH, R. O., et al. **Neuro-navegática: software desenvolvido para interação com brain-computer interface para auxiliar o processo de inclusão escolar de pessoas com paralisia celebral**. Revista Educação Temática Digital, Campinas, SP v.16 n.2 p.287-306 maio/ago. 2014.

INFO**. Ibope aponta que acesso à internet cresce 3% no 2º trimestre** (2013). Disponível em: <http://info.abril.com.br/noticias/tecnologia-pessoal/2013/10/ibope-aponta-que-acesso-a-internet-cresce-3-no-2-trimestre.shtml>. Acesso em 26/05/14.

INSTITUTO TELECOM. **Quase 80% dos jovens brasileiros acessam redes sociais** (2012). Disponível em: <http://institutotelecom.com.br/index.php?option=com_content&view=article&id=3225

:quase-80-dos-jovens-brasileiros-acessam-redes-sociais&catid=1:latest-news> Acesso em 26/05/14.

JAPIASSÚ, H.; MARCONDES, D. **Dicionário básico de filosofia**. 3ª ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2001. Disponível em: <http://dutracarlito.com/dicionario_de_filosofia_japiassu.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2015.

JORNAL DA GLOBO. **Profissões na área de exatas estão entre as mais requisitadas no Brasil (2011)**. Disponível em <http://g1.globo.com/jornal-da globo/noticia/2011/02/profissoes-na-area-de-exatas-estao-entre-mais-requisitadas-no-brasil.html>. Acesso em 28/05/14.

JORNAL HOJE. **Falta de engenheiros faz com que profissão esteja em alta no Brasil (2013)**. Disponível em <http://g1.globo.com/jornal-hoje/noticia/2013/03/falta-de-engenheiros-faz-com-que-profissao-esteja-em-alta-no-brasil.html>. Acesso em 28/05/14.

JÚNIOR, G. L. **Geometria dinâmica com o Geogebra no ensino de algumas funções**. (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Viçosa, Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Viçosa-MG, 2013.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologia: O novo ritmo da informação**. Campinas – SP: Papirus, 2007.

LAGE, M. C. **Os softwares tipo CAQDAS e a sua contribuição para a pesquisa qualitativa em educação**. Educação Temática Digital, Campinas, v.12, n.2, p.42-58, jan./jun. 2011.

_______. **Utilização do software NVivo em pesquisa qualitativa: uma experiência em EaD**. Educ. Tem. Dig., Campinas, v.12, n.esp., p.198-226, mar. 2011.

LEMOS, S. **Nativos digitais x aprendizagens: um desafio para a escola**. B. Téc. Senac: a R. Educ. Prof., Rio de Janeiro, v. 35, n.3, set./dez. 2009.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informatica.** São Paulo: Ed. 34, 1993 203 p.

_______. **Cibercultura.** 3. ed. São Paulo: Ed. 34, 2010. 270 p.

LOPES, M. M. **Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software Geogebra**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 631-644, ago. 2013.

MAIA, J. O. **Novos e híbridos letramentos em contexto de periferia**. In: ROJO, Roxane et al (Org.). Escol@ conectada: os multiletramentos e as TIC. São Paulo: Parábola, 2013.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P S. **Modelagem em educação matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2011.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** 21. ed. Campinas: Papirus, 2013.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006. 186 p.

MOURA, C. A. S.; CEOLIM, A. J. **Modelagem Matemática: uma alternativa de ensino na perspectiva da educação Matemática**. VI Encontro de Produção Científica e Tecnológica, 24 a 28 out. 2011.

MELO, E. S. N., MELO, J. R. F. **Software de simulação no ensino de química: uma representação social na prática docente**. Educação Temática Digital, Campinas, v.6, n.2, p.51-63, jun. 2005.

NUÑES, I. B.; RAMALHO, B. L. Fundamentos do Ensino-**Aprendizagem das Ciências Naturais e da Matemática: O Novo Ensino Médio**. Porto Alegre: Sulina, 2004. 300 p.

ONU. **ONU: 4,4 bilhões de pessoas permanecem sem acesso à Internet**. Disponível em: <http://nacoesunidas.org/onu-44-bilhoes-de-pessoas-permanecem-sem-acesso-a-internet/>. Acesso em 03 mai. 2015.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. 2008.

PEREIRA, A. A. **Um Ambiente Computacional para o Ensino-aprendizagem de Funções Trigonométricas**. Florianópolis, 2002. 95 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2002.

PEREIRA, T. L. M. **O uso do software Geogebra em uma escola pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio**. Dissertação de Mestrado. Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Juiz de Fora, Set. 2012.

PESCADOR, C. M. **Tecnologias digitais e ações de aprendizagem dos nativos digitais**. V CINFE – Congresso Internacional de Filosofia e Educação. Caxias do Sul – RS, maio de 2010.

PIETROSANTO, A. G, SANTOS, G.C, RODRIGUES, C. A. **Implementação de um módulo de circulação através do software de funções integradas VIRTUA/VTLS : a experiência do Sistema de Bibliotecas da UNICAMP**. Rev. online Bibl. Prof, Joel Martins, Campinas, SP, v.1, n.3, jun. 2000.

PRENSKY, M. **Digital natives, digital immigrants**. Lincoln: MCB University Press, On The Horizon, Vol. 9 No. 6, outubro, 2001.

PUCRS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. **Winplot**. Disponível em: <http://www.pucrs.br/famat/fmoreira/economiaII/WINPLOT.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2015.

RAMALHO, L. V. **O uso do Geogebra no Ensino de Matemática.** IV Encontro Goiano de Educação Matemática. 16-18 de maio de 2013.

RIBEIRO, M. R. R. C.; JÚNIOR, A. T. **Funções trigonométricas: conhecimentos prévios dos estudantes do ensino médio.** Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Rio de Janeiro, out 2012.

ROQUE, T. **História da Matemática – uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. 2012.

ROSA, J. L. (Org.) et al. **Psicologia e educação: o significado do aprender**. 5. ed. Porto Alegre : EDIPUCRS, 2002. 230 p.

R7 NOTÍCIAS. **ONU diz que 2 bilhões de pessoas acessam a web** (2011). Disponível em: < http://noticias.r7.com/tecnologia-e-ciencia/noticias/onu-diz-que-2 bilhoes-de-pessoas-acessam-a-web-20110126.html>. Acesso em 26/05/14.

SANTAELLA, L. **Cultura e artes do pós-humano**. São Paulo: Paulus, 2003.

SANTOS, G. C. **Criação de páginas na internet, através do software Front Page no processo de ensino-aprendizagem como facilitador**. Educação Temática Digital, Campinas, SP, v.3, n.1, p.14-22, dez. 2001.

SANTOS, R., LORETO, A. B., GONÇALVES, J. L. **Avaliação de softwares matemáticos quanto a sua funcionalidade e tipo de licença para uso em sala de aula**. Revista Ensino de Ciências e Matemática, v. 1, n. 1, p. 47-65, 2010.

SANTOS, T. T, SANTOS, T. B, NUNES, D. M. **Utilização do software Geogebra nas aulas de geometria no Ensino Médio**. IV EIEMAT – Escola de Inverno de Educação Matemática, 06-08 ago. 2014.

SILVA, G. H. G. **Grupos de estudo como possibilidade de formação de professores de matemática no contexto da geometria dinâmica**, 2010, 191f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, rio Claro. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/marco2012/matematica artigos/dissertacaoguilhermesilva.pdf>

SILVA, J. W. A., et al. **O uso do Geogebra no estudo de alguns resultados da Geometria Plana e de Funções .**1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebr. 2012.

SILVA, M. F. **Trigonometria, modelagem e tecnologias: um estudo sobre uma sequência didática**. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de

Minas Gerais. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Belo Horizonte, 2011.

SILVA, M. F.; FROTA, M. C. R. **Explorando modelos matemáticos trigonométricos a partir de applets**. VIDYA, v. 32, n. 2, p.97-111, jul./dez., 2012 - Santa Maria, 2012.

SOUZA, D. I., et al. **Manual de orientações para projetos de pesquisa**. Fundação Escola Técnica Liberato Salzano Vieira da Cunha. Novo Hamburgo, 2013.

SILVA, D. G. **O ensino de matemática com modelagem de fenômenos físicos – desenvolvimento de atividades no Laboratório de Matemática e Física com alunos do Ensino Médio do IFNMG, campus Pirapora**. (Dissertação de mestrado). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Belo Horizonte, 2013.

TECHTUDO**. Graphmatica.** Disponível em: <http://www.techtudo.com.br/tudo-sobre/graphmatica.html>. Acesso em 23 mar. 2015.

UOL EDUCAÇÃO. **Pisa: desempenho do Brasil piora em leitura e 'empaca' em ciências (2013)**. Disponível em: <http://educacao.uol.com.br/noticias/2013/12/03/pisa-desempenho-do-brasil-piora-em-leitura-e-empaca-em-ciencias.htm. Acesso em 28/05/14.

UTI. **Medindo a Sociedade da Informação**. Disponível em: <http://www.itu.int/en/ITU-D/StatisTIC/Documents/publications/mis2013/MIS2013_without_Annex_4.pdf>. Acesso em: 03 mai. 2015.

VALENTINI, C. B., SOARES, E. M. S.(Org). **Aprendizagem em ambientes virtuais: compartilhando ideias e construindo cenários**. Caxias do Sul, RS: Educs, 2010. Disponível em: <http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php/aprendizagem-ambientes-virtuais/index>. Acesso em: 24 mar. 2015.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de Matemática que Utilizam Softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas**. 2002. 184f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, rio Claro. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissetacoes/zulatto_rba_me_rcla.pdf>.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Questionário de pesquisa

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS - UFAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIM
MESTRANDO: ENALDO VIEIRA DE MELO

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

Nome:____

Idade:________

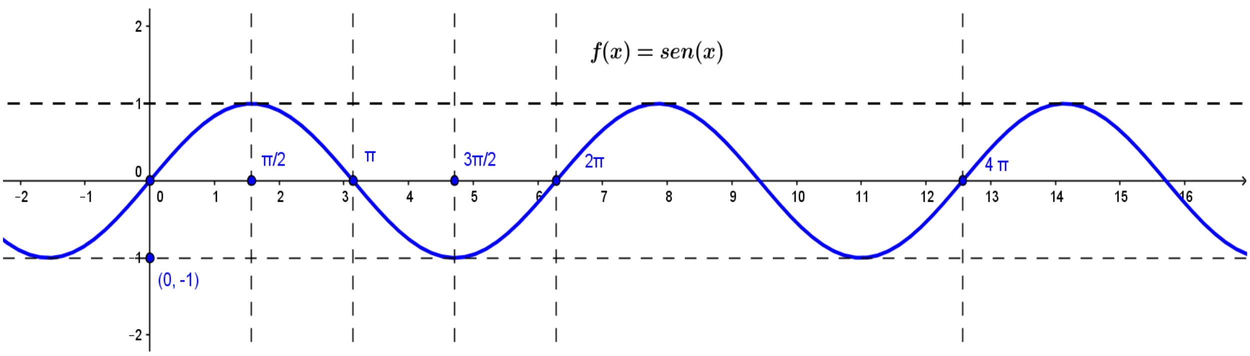
1. Você já estudou matemática usando o software Geogebra?

Sim ( ) Não ( )

2. Tem parente ou pai/mãe que trabalha com pesca, na lagoa ou no mar?

Sim ( ) Não ( )

3. Dado o gráfico da função *f(x)=sen(x)*, responda:



a) Esta função é periódica? Se sim, qual o seu período?

____

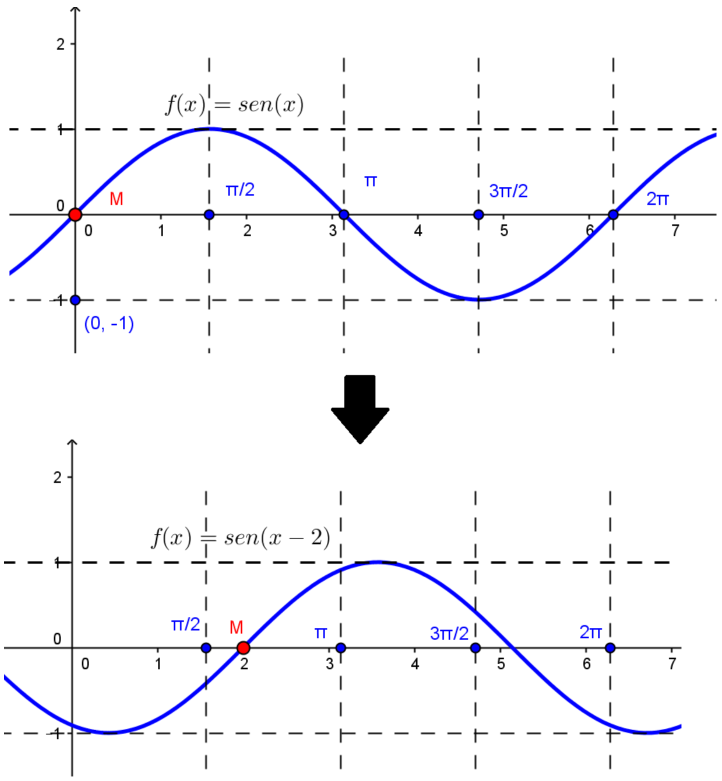
b) O quê significa este período?

c) Qual o valor máximo e mínimo dessa função?

d) Dê exemplos de fenômenos periódicos do seu .

e) Estes fenômenos podem ser representados através de uma função seno ou cosseno?

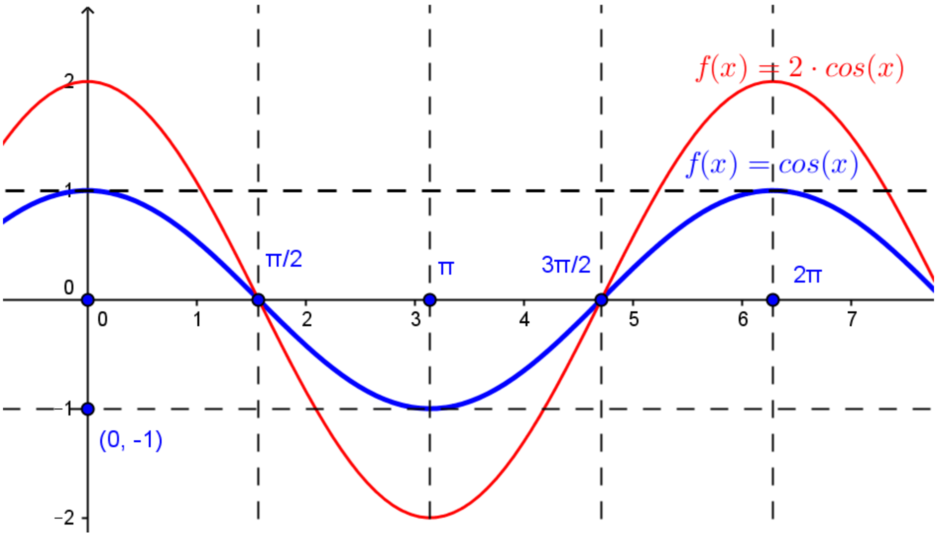
4. Observe o gráfico *f(x)=sen(x)* e sua alteração *f(x)=sen(x-2)* e responda:



a) Apesar da alteração, os valores máximos e mínimos se alteraram?

b) Apesar da alteração, o período se alterou?

5. Observe o gráfico *f(x)=cos(x)* e sua alteração *f(x)=2.cos(x)* e responda:



a) Qual o período da função *f(x)=cos(x)*?

b) E o período de *f(x)=2.cos(x)*?

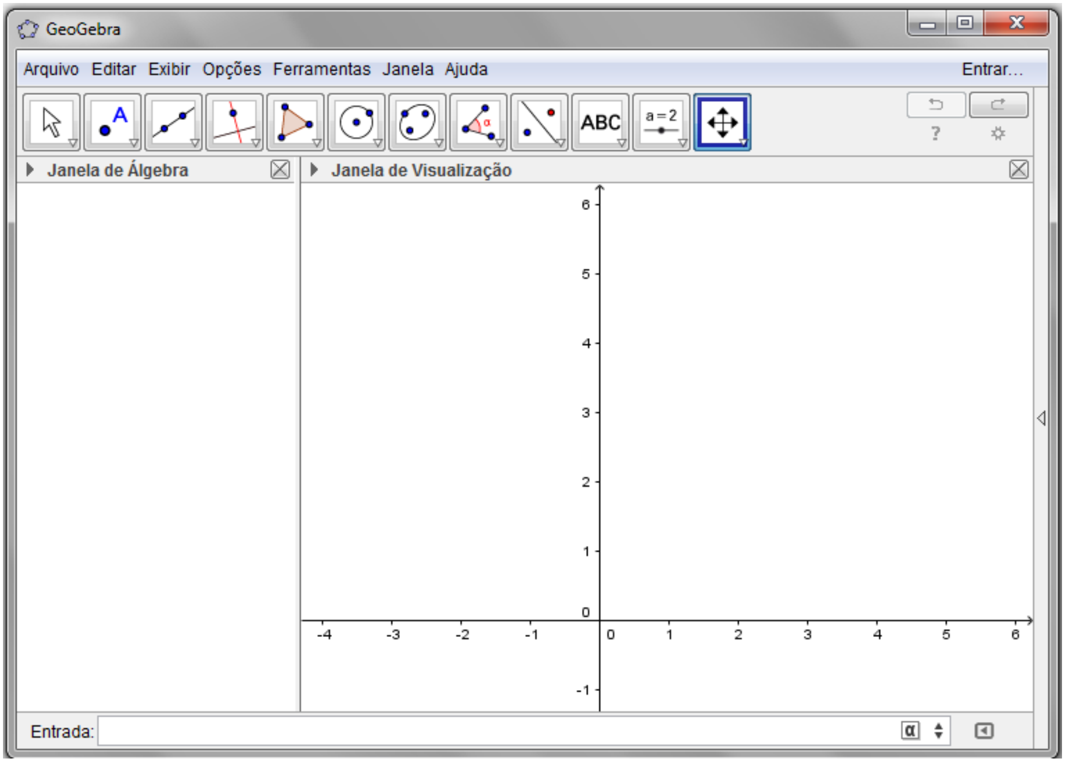
c) Qual o valor máximo e mínimo de *f(x)=cos(x)*?

d) Qual o valor máximo e mínimo de *f(x)=2.cos(x)*?

e) Dada a função *g(x)=5.cos(x)*, qual o valor máximo e mínimo atingidos pela função?

6. A altura (em metros) da maré no porto de Boston é aproximada pela fórmula $f(t) = 1,5 + 1,4 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, em que *t* é o tempo em horas desde a meia-noite de 10 de fevereiro de 1990. Calcule a altura da maré após 12 horas.

APÊNDICE B - Oficina 1: Conhecendo o Geogebra (principais menus e ferramentas para o processo de Modelagem Matemática)



A tela principal do Geogebra é constituída por:

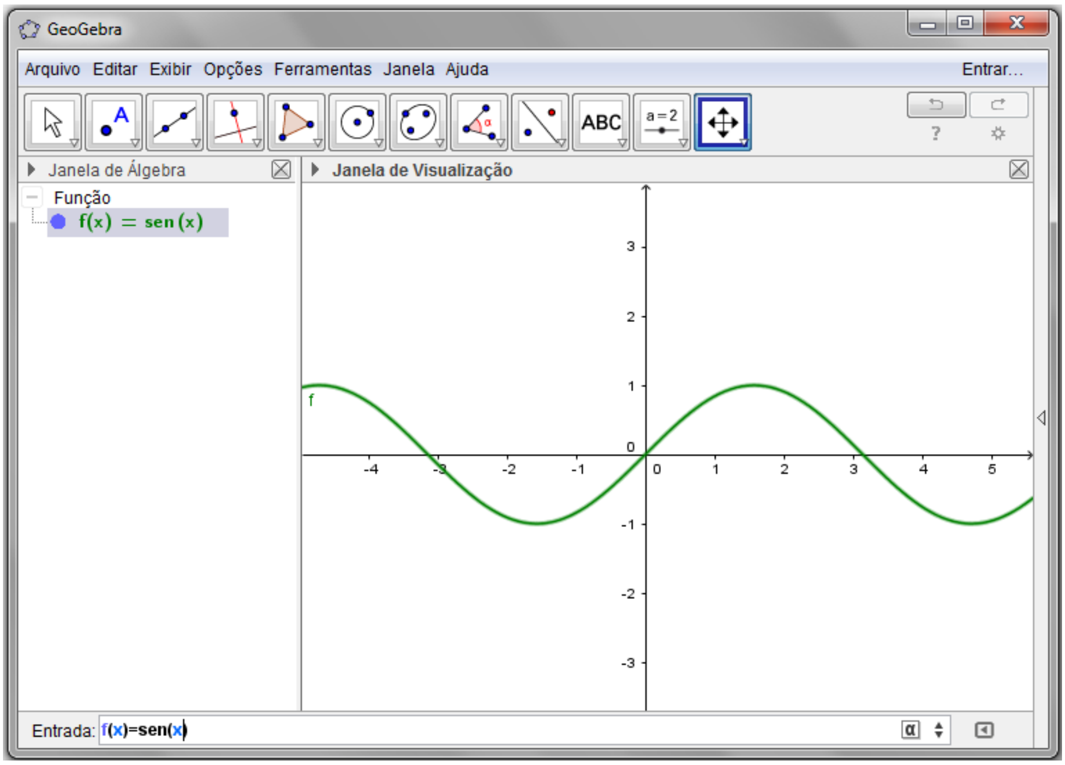
- **Janela de álgebra**: onde aparecem indicações dos objetos, tais como coordenadas de pontos, equações de retas, de circunferência, comprimentos, áreas, etc. Como o próprio diz, refere-se à toda parte algébrica digitada na Entrada de comandos.

- **Janela de visualização**: onde aparecem os pontos, as figuras geométricas, o esboço dos gráficos, a animação de figuras, dentre outros, apresentando (ou não) um sistema de eixos coordenados;

- **Entrada de comandos**: zona destinada à entrada dos comandos/condições que definem os objetos.

Por exemplo:

- Digitar na **entrada de comandos** a função $f(x) = sen(x)$, e clicar em *enter*;
- Na **janela de álgebra** aparecerá a respectiva função;
- Na **janela de visualização** aparecera o respectivo esboço

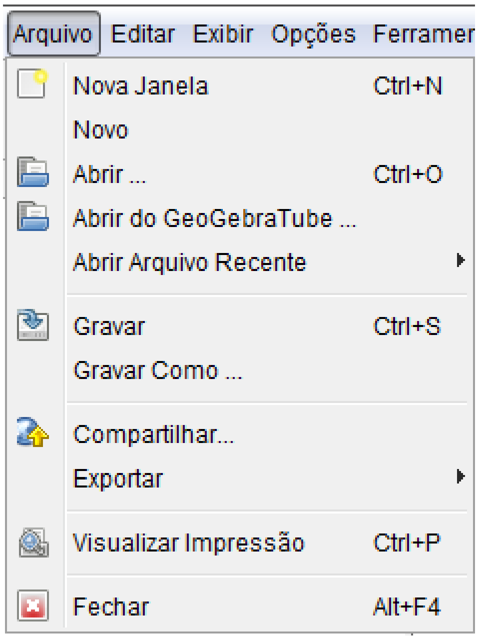


BARRA DE MENUS

No Geogebra temos os menus: Arquivo, Editar, Exibir, opções, Ferramentas, Janela e Ajuda.

Menus a serem usados ao longo das atividades:

- **Arquivo:**

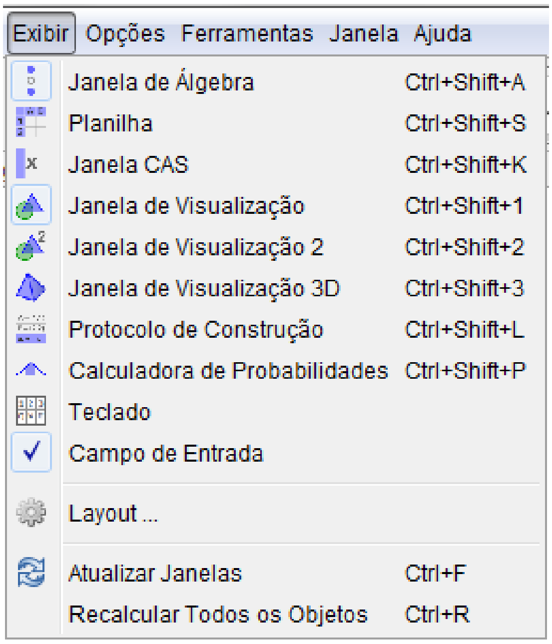


Neste menu podemos além das ações já conhecidas, como abrir uma nova Janela e salvar, podemos exportar o arquivo construído para outros formatos, como o GIF.

- **Editar**

Neste menu podemos desfazer ou refazer ações e copiar os arquivos para outras áreas.

- **Exibir**



Neste podemos adicionar mais janelas de visualização, janela de visualização 3D, Planilha de cálculo, dentre outras funcionalidades.

- **Opções**

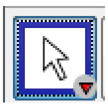
Neste menu dentre outras funções, podemos arredondar os valores.

BARRA DE FERRAMENTAS

Logo abaixo da barra de menus, temos a barra de ferramentas. Estas auxiliam em praticamente todas as construções geométricas conhecidas. Mostraremos apenas às necessárias à Modelação Matemática.

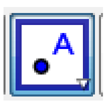
Ferramentas a serem usados ao longo das atividades:

- **Mover objetos**



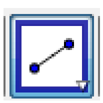
Com esta ferramenta, movemos os objetos construídos na Janela de Visualização.

- **Pontos**



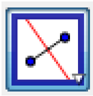
Com esta ferramenta, além de outras funções relativas aos pontos, podemos criar e encontrar pontos nas interseções.

- **Segmentos**



Esta ferramenta nos permite trabalhar com segmentos, além de outras funções relativas às retas, como vetores e semi-retas.

- **Retas**

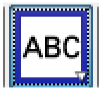


Esta ferramenta permite traçar retas perpendiculares, paralelas, mediatrizes, bissetrizes, dentre outras funcionalidades.

- **Cálculo de grandezas**

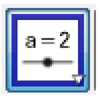
Esta ferramenta permite calcular as medidas de grandezas como área, comprimento, perímetro, ângulo, inclinação, etc.

- **Textos**



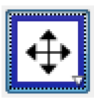
Esta nos permite colocar textos na Janela de Visualização.

- **Controle deslizante**



Com esta ferramenta podemos criar letras e fazê-las variarem.

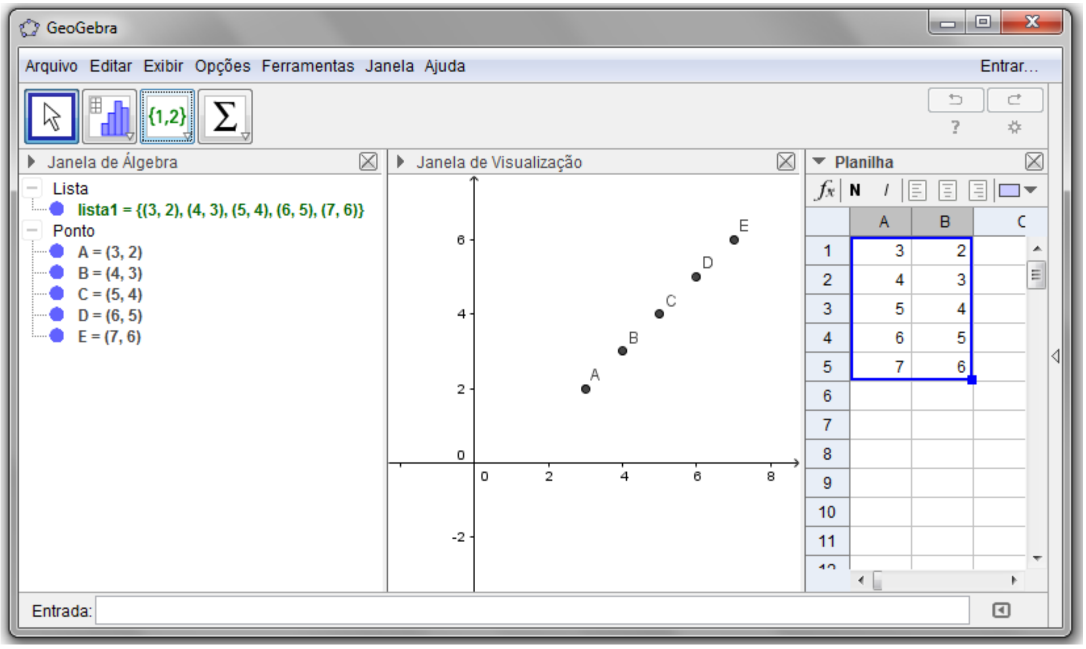
- **Mover Janela de Visualização**



Como o próprio nome diz, ela move a Janela de Visualização.

TRABALHANDO COM A PLANILHA

No Geogebra podemos trabalhar com planilha, integrando **Janela de Álgebra** e **Janela de Visualização**. Com a planilha aberta podemos criar um conjunto de pontos e visualizá-los em ambas.



ATIVIDADES 1:

Escreva as funções $s(x) = sen(mx)$ e $c(x) = \cos(nx)$ com parâmetros ***m*** e ***n*** e observe o comportamento do gráfico dessas funções quando eles variarem de -5 a 5, com relação às retas $y = 1$ e $y = -1$

Objetivo da atividade:

Praticar as ferramentas do Geogebra necessárias às futuras modelações.

ROTEIRO:

1. Vá à barra de ferramentas e clique em "**Controle Deslizante**".

2. Clique na "**Janela de Visualização"**, e ao abrir a tela do controle deslizante, digite *m* e clique em "aplicar". Observe que o intervalo de -5 a 5 já estará selecionado.

3. Na "**Entrada de comandos**" digite a função $s(x) = sen(mx)$ e dê **ENTER.** Logo em seguida digite as retas $y = 1$ e $y = -1$, dando "ENTER" em cada uma delas.

4. Clique na ferramenta "**Interseção de Dois Objetos**" na barra de ferramentas e marque pontos de interseção entre:

a) O gráfico da função seno e os eixos *x* e *y*: com a ferramenta ativada clique no gráfico da função e nos eixos;

b) O gráfico da função seno e as retas *y*=1 e *y*=-1: com a ferramenta ativada clique no gráfico da função e nas retas;

c) Entre as retas *y*=1 e *y*=-1 e os eixos: com a ferramenta ativada clique nas retas e nos eixos.

5. Clique na ferramenta **"Mediatriz"** e em seguida clique entre dois pontos da interseção do gráfico com o eixo-x. Logo em seguida:

a) Obtenha os pontos de interseção entre a reta mediatriz e o eixo-x e entre a reta mediatriz e o gráfico da função.

b) Clique na ferramenta **"Segmento"** e construa a altura dada por estes dois pontos. Após isto desabilite a reta mediatriz.

c) Em seguida calcule a medida dessa altura.

6. Com a ferramenta "**mover**" mova os valores do controle deslizante indo de -5 a 5, observando o comportamento do gráfico.

Roteiro para discussão:

1. Siga os 5 passos acima para a função $c(x) = \cos(nx)$.

2. Na Janela de Álgebra habilite cada uma das funções separadamente e depois observe as duas simultaneamente.

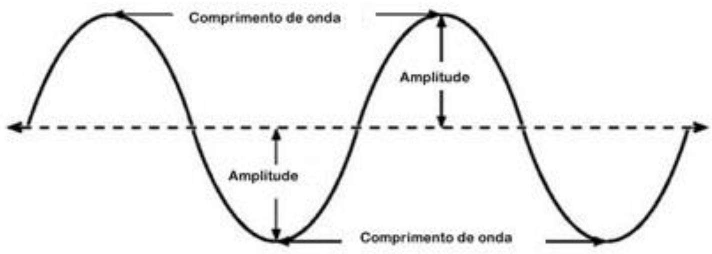
3. Observando ambos os gráficos, responda:

a) O que acontece com os gráficos ao aumentarmos ou diminuirmos os valores de *m* e *n*?

____

____

OBSERVAÇÃO:



- $comprimento\, da\, onda = x_2 - x_1$; $donde\ x_2 > x_1$, donde x_1 e x_2 são abscissas dos pontos máximo ou mínimo.

- $altura\, da\, onda = \dfrac{valor\ máximo - valor\ mínimo}{2}$

b) O que acontece com as "**distâncias**" entre dois pontos máximos ou mínimos quando aumentamos ou diminuímos os valores de *m* ou *n*?
____
____

c) Esta distância é também chamada de:______________________________

d) Qual é a **altura** (ou **amplitude**) da "***onda***" para *m* e *n* igual a 1?

____

e) E variando os valores de *m* e *n* para mais e para menos, o que ocorre?
____

f) O que dizer do resultado acima em comparação com a altura do segmento obtido através da mediatriz.
____

ATIVIDADES 2:

O site[21] da Marinha do Brasil dispõe da seguinte previsão de maré para o dia 22 de agosto de 2015 em Maceió, informando ainda que neste dia a lua será crescente. Faça o que se pede:

a) Observando a tabela, crie uma lista de pontos no plano cartesiano da altura da maré em função do tempo. (Observação: converta os minutos em horas).

b) Coloque no eixo x "tempo (horas)" e no eixo-y "altura (metros)"

[21]Disponível em: <http://www.mar.mil.br/dhn/chm/box-previsao-mare/tabuas/30725Ago2015.htm>. Acesso em: 10 ago 2015.

c) Ligue os pontos usando a ferramenta segmento.

Hora	Altura da maré (metros)
02h04	0.7
08h24	1.6
14h45	0.7
21h02	1.6

Objetivo da atividade:

Aprender a usar as ferramentas: **Planilha** integrada à Janela de Visualização e à Janela de Álgebra; “**Texto**” e “**Segmento**”

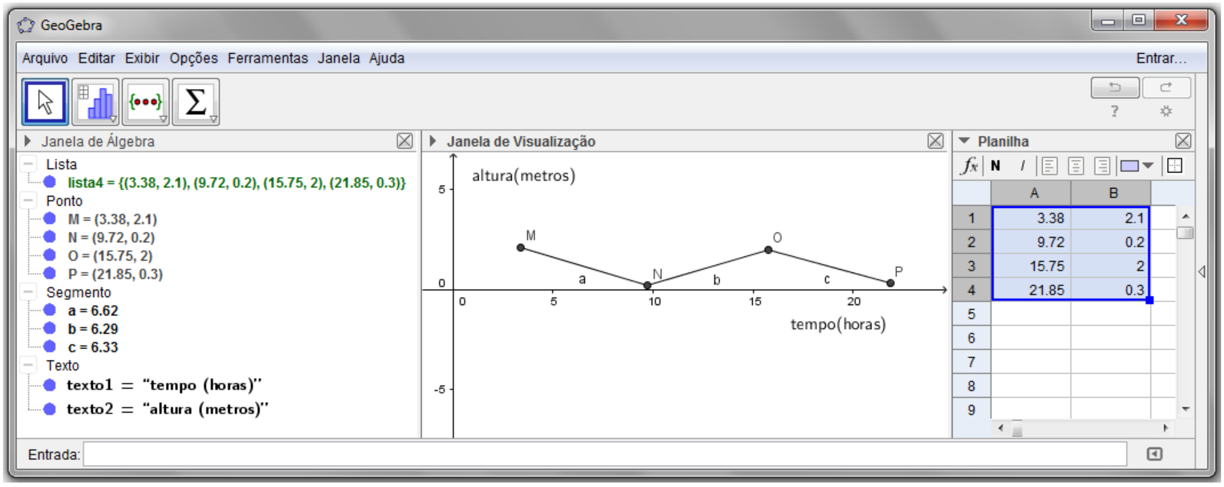
ROTEIRO:

1. Após converter o tempo em horas, vá no menu “**EXIBIR**” e clique em “**Planilha**”.
2. Na primeira coluna digite as horas e na segunda coluna digite as respectivas alturas.
3. Após selecionar as duas colunas, clique na ferramenta “**Criar Lista de Pontos**” e clique em “**cria**”.

4. Vá à ferramenta “**segmento**” e ligue os pontos.

5. Por último, clique na ferramenta “**Texto**” e clique na Janela de Visualização. Ao abrir a tela, digite “tempo (horas)” e coloque no eixo-x; faça o mesmo

procedimento para inserir no eixo-y a palavra “altura (metros)”. Devemos ficar com a seguinte imagem:



Ainda com relação às informações do site da Marinha do Brasil, a previsão de maré para o dia 29 de agosto de 2015 em Maceió está na tabela a seguir, informando ainda que neste dia a lua será cheia. Faça o que se pede:

Hora	Altura da maré (metros)
03h00	2.3
09h21	0.0
15h32	2.2
21h39	0.1

Roteiro para discussão

1. Siga as 5 etapas anteriores.

2. Compare as duas construções e responda:

a) Quais valores máximos e mínimos da maré na tabelas 1 e 2?

____

b) Quais as respectivas fases lunares?

____

c) Qual o período entre duas ondas altas na primeira tabela?

____

d) Qual o período entre duas ondas baixas na primeira tabela?

____

e) O que você percebeu? Será que existe alguma relação entre a altura da onda do mar e a fase da lua?

____

APÊNDICE C – Oficina 2: Trabalhando os parâmetros das funções seno e cosseno

ATIVIDADE 1: ESTUDANDO O COMPORTAMENTO DO PARÂMETRO <u>*a*</u>:

a) Crie o parâmetro *a*;

b) Digite na entrada de comando a função $f(x) = a + sen(x)$ ou $g(x) = a + \cos(x)$

c) Crie a reta $y = a$

d) Tome $a = 0$

e) Tome a=1, a=3 e a=5. O que ocorreu com o gráfico?

____

____

d) Tome a=-1, a=-2 e a=-4. O que ocorreu com o gráfico?

____

____

d) Qual a função do parâmetro <u>*a*</u> no gráfico?

____

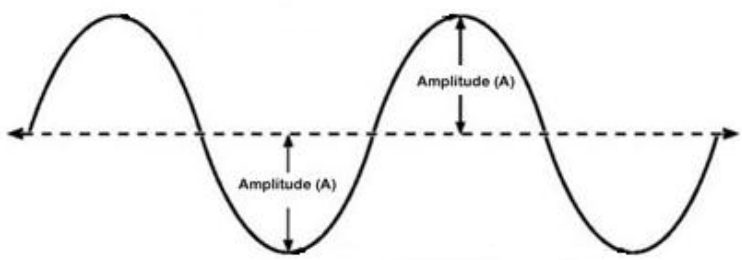
____

OBSERVAÇÕES

- A reta y=a divide o gráfico horizontalmente em duas partes iguais.
- O parâmetro <u>*a*</u> é chamado de VALOR MÉDIO
- A função "cortará" <u>sempre</u> o eixo-y no ponto (*a*,0).

ATIVIDADE 2: ESTUDANDO O COMPORTAMENTO DO PARÂMETRO <u>*b*</u>:

OBSERVAÇÃO:
(O valor de <u>b</u> nos dá a amplitude da onda, ou seja, o seu tamanho – figura abaixo).



$$b = amplitude\ da\ onda = \frac{y_{máximo} - y_{mínimo}}{2}$$

$$Se\ b > 0 \Rightarrow y_{máximo} = a + b \cdot (+1)\ e\ y_{mínimo} = a + b \cdot (-1),$$

$$Se\ b < 0 \Rightarrow y_{máximo} = a + b \cdot (-1)\ e\ y_{mínimo} = a + b \cdot (+1)$$

a) Crie o parâmetro *b*;

b) Digite na entrada de comando a função $f(x) = b \cdot sen(x)$ ou $g(x) = b \cdot \cos(x)$

c) Tome b=3 (digite a reta y=3). Qual a o tamanho da onda?_______________

d) Tome b=-3 (digite a reta y=-3). Qual a o tamanho da onda?_______________

e) Dada a função $f(x) = -2\cos(x)$, ela atinge qual valor máximo? E Qual valor mínimo?

____

f) Dada a função $f(x) = 2 + 3 \cdot sen(x)$, qual seu valor máximo e mínimo?

____

g) Qual é a função do parâmetro b no gráfico?

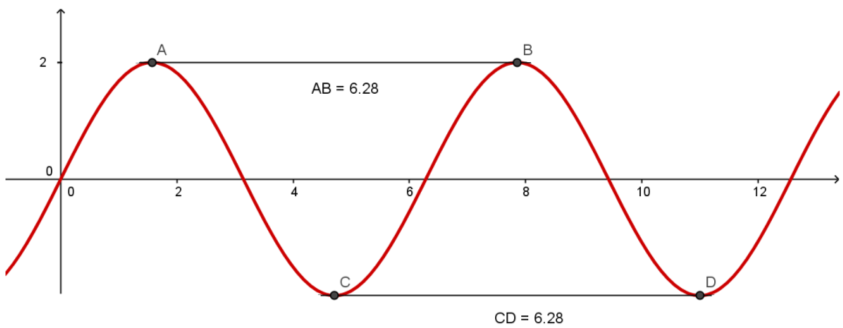
____

____

ATIVIDADE 3: ESTUDANDO O COMPORTAMENTO DO PARÂMETRO c:.

OBSERVAÇÃO:

(O período da função (ou da onda) é a distância entre dois pontos máximos ou mínimos)



a) Crie o parâmetro *c*

b) Digite na entrada de comando a função $f(x) = sen(c \cdot x)$ ou $g(x) = \cos(c \cdot x)$.

c) Digite na entrada de comando as retas horizontais $y = -1$ e $y = 1$;

d) Obtenha dois pontos máximos e mínimos consecutivos na função. (interseção do gráfico com as retas y=1 ou y=-1);
e) Qual a distância entre dois pontos máximos?________________________
f) Qual a distância entre dois pontos mínimos?_________________________

OBSERVAÇÃO:

- Para as funções $f(x) = a + b \cdot sen(cx + d)$ e $g(x) = a + b \cdot \cos(cx + d),$ o período é calculado pela fórmula: $p = \frac{2\pi}{|c|}$

- Ou pela subtração das abscissas dos pontos máximos ou mínimos consecutivos (x_2 - x_1, donde $x_2 > x_1$)

g) Tome $c = -2$. Usando a fórmula, calcule o período da função $f(x) = sen(-2x)$

h) Calcule a distância entre dois pontos máximos (ou mínimos), na função $f(x) = sen(-2x),$ usando a ferramenta de *calcular distância* no Geogebra. O que você conclui?
____
____

Para os itens a seguir considere a função $f(x) = sen(c \cdot x)$ ou $g(x) = \cos(c \cdot x)$.

- Digite na entrada de comando as retas horizontais $y = -1$ e $y = 1$;

i) Partindo de c=1, varie o parâmetro c até 5. O que ocorre com o período quando aumentamos seu valore?
____
____

j) Partindo de c=-1, varie o parâmetro c até -5. O que ocorre com o período quando diminuímos seu valor?
____
____

k) Em qualquer um dos casos, o que ocorre com a amplitude da “onda”?

____

____

l) Qual é a função do parâmetro <u>c</u> no gráfico?

____

____

____

ATIVIDADE 4: ESTUDANDO O COMPORTAMENTO DO PARÂMETRO <u>*d*</u>.

a) Crie o parâmetro *d*
b) Tome d=0
c) Digite na entrada de comando a função $f(x) = sen(x+d)$ ou $g(x) = \cos(x+d)$.
d) Marque o ponto de interseção entre o gráfico da função e a origem, usando a ferramenta ponto clicando na origem.
e) usando o controle deslizante, tome $d = -1, d = -2 \; e \; d = -3$, o que você percebe?

____

____

f) Tome $d = 0$ novamente. Usando ainda o controle deslizante, tome $d = 1, d = 2 \; e \; d = 3$, o que você percebe?

____

____

g) Qual é a função do parâmetro <u>*d*</u> no gráfico?

____

____

APÊNDICE D – Questionário sobre a compreensão do comportamento dos parâmetros *a*, *b*, *c* e *d* nas funções *f(x)=a+b.sen(cx+d)* e *g(x)=a+b.cos(cx+d)*

Aluno:____

1. Quando o professor deu este assunto, ele trabalhou a construção de gráficos das funções seno e cosseno?

   Sim (   )   Não (   )

2. Se sim, como ele fez isso?

   Com software (   )   manualmente (   )

3. Ele trabalhou o comportamento dos parâmetros *a*, *b*, *c* e *d* das funções seno e cosseno?

   Sim (   )   Não (   )

4. Se sim, ele trabalhou:

   Com software (   )   manualmente (   )

5. Qual a sua opinião sobre construir gráficos com o software Geogebra?

   ____
   ____
   ____

6. Ele ajuda a perceber mais facilmente o comportamento dos gráficos?

   Sim (   )   Não (   )

Considerando as funções *f(x)=a+b.sen(cx+d)* e *g(x)=a+b.cos(cx+d)* responda:

7. Dada a função f(x)=sen(x), se mudarmos para g(x)=2+sen(x), o que ocorre com o gráfico?

   ____
   ____
   ____

8. Qual o valor máximo e mínimo de $g(x)=2+sen(x)$?

9. Dada a função $g(x)=cos(x)$, se mudarmos para $f(x)=3cos(x)$, o que ocorre com o gráfico?

10. Qual o valor máximo e mínimo de $f(x)=3cos(x)$?

11. Dada a função $h(x)=sen(x)$, se mudarmos para $m(x)= sen(2x)$ o que ocorre com o gráfico?

12. Qual o valor máximo e mínimo de $h(x)=sen(x)$?

13. Qual o valor máximo e mínimo de $m(x)= sen(2x)$?

14. Dada a função $p(x)=cos(x)$, se mudarmos para $h(x)= cos(x+1)$, o que ocorre com o gráfico?

APÊNDICE E – Oficina 3: Modelando fenômenos periódicos

Objetivo:

Usando o Geogebra, **modelar os fenômenos periódicos**: altura da maré em função do tempo e a porcentagem de visualização da lua (fases lunares) em função do tempo. Ao final do processo de modelagem responder aos seguintes questionamentos:

4. Escolha um mês e encontre a função que representa a porcentagem de visualização da lua em função do tempo.
    d) Calcule a porcentagem de visualização para alguns dias. Eles se aproximam com os do site? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação
    e) Calcule a porcentagem de visualização para um dia qualquer do mês seguinte (Ex. você modelou um mês de 31 dias. Saber a porcentagem de visualização da lua no dia 17 do mês seguinte: chamando a função de f, basta calcular f(31+17)=f(48)). O resultado se aproxima com o do site? Se sim prossiga, do contrário retorne à modelação.
    f) Neste dia a lua esta crescendo ou decrescendo? Justifique usando a função encontrada.
5. Para o dia escolhido acima, do mês seguinte, encontre a função que representa a altura da maré
6. Com relação a este dia, usando a função modelada:
    f) Calcule a altura da maré para as horas da tabela fornecida pela Marinha
    g) Os resultados são aproximados? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação
    h) Calcule a altura da maré numa hora diferente da tabela. (Ex. dia 17, às 09h35min: chamando a função de h e convertendo os minutos em horas, calcular h(9+35/60).
    i) É uma boa hora para tomar banho? Justifique usando a função modelada mostrando a altura da maré neste horário.

j) Considerando a fase lunar e altura da maré neste dia e nesta hora, é um bom momento para pesca?

No desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, serão adotadas as etapas descritas por Biembengut e Hein (2003). A saber:

INTERAÇÃO

- Reconhecimento da situação-problema;
- Familiarização do problema em termos do modelo $\rightarrow$ referencial teórico.

MATEMATIZAÇÃO

- Formulação do problema $\rightarrow$ hipóteses;
- Resolução do problema em termos do modelo.

MODELO MATEMÁTICO

- Interpretação da solução;
- Validação do modelo $\rightarrow$ avaliação

ATIVIDADE 1 - VÍDEO

- Como ocorrem as fases lunares? <https://www.youtube.com/watch?v=q904EEU2-VU#action=share>

ATIVIDADE 2

Encontrar a função trigonométrica que representa as fases lunares (porcentagem de visualização) em função do tempo (considerar um mês).

Acessar o site:

<http://www.calendario-365.com.br/calend%C3%A1rio-lunar/2015/outubro.html>

ROTEIRO

1. Abra uma planilha. Na primeira coluna (eixo-x) colocar os dias do mês de outubro e na outra (eixo-y) as porcentagens (colocar em decimal) de visualização da lua;

2. Em seguida, crie uma lista de pontos (serão exibidos na Janela de Visualização);

3. Una os pontos com segmentos;

4. Criar os quatro parâmetros: ***a***, ***b***, ***c***, e ***d***; (coloque os intervalos de -20 a 20)

5. Digite na entrada de comando uma das funções $f(x) = a + b \cdot sen(c \cdot x + d)$ ou $g(x) = a + b \cdot \cos(c \cdot x + d)$ para modelar o fenômeno em questão

6. Alterando o comportamento dos parâmetros através dos controles deslizantes, ajuste o gráfico da função escolhida aos pontos e segmentos, fazendo então a modelagem.

7. Ao obter a função que mais se aproxima dos pontos, devemos **verificar sua validade**. Para isto, calcule a porcentagem de visualização da lua nos dias:

   a) Do mês atual;
   b) Do mês seguinte;
   c) Comparar com as informações do site

Observação:

A fórmula só terá validade quando os seus resultados forem iguais ou o mais próximos dos fornecidos pelo site; do contrário, deve-se ajustá-la.

ATIVIDADE 3 - AULA: SLIDES / VÍDEOS / SITES

- Como se formam as marés?
- Que tipos de marés existem?
- Como as fases da lua a influenciam?

Links

- <https://www.youtube.com/watch?v=k6Gqmkcosm0&list=RDfsXhC45g3qY&index=3>
- <http://www.tabuademares.com/mares>
- <http://www.tabuademares.com/mares/tipos-mares>
- <http://www.hidrografico.pt/glossario-cientifico-mares.php>

ATIVIDADE 4

Encontrando a função que representa a altura da maré num determinado dia

1. Acessar o site da Marinha que dispõe das tábuas de Marés dos Principais Portos do Brasil, como o de Maceió, disponível em <http://www.mar.mil.br/dhn/chm/box-previsao-mare/tabuas/>;

2. Selecionar o Porto de Maceió-Al, mês e ano; em seguida, exibir.

3. Será exibida uma tabela com as seguintes colunas: Lua (Fase); Dia; Hora (hora e minuto) e Altura (metros);

4. Escolha um dia.

5. Abra uma planilha. Na primeira coluna (eixo-x) colocar o tempo (em horas – converter os minutos) e no na outra (eixo-y) a altura (em metros);

6. Em seguida, crie uma lista de pontos (serão exibidos na Janela de Visualização);

7. Una os pontos com segmentos;

8. Crie os quatro parâmetros: ***a***, ***b***, ***c***, e ***d***; (coloque os intervalos de -20 a 20)

8. Digite na entrada de comando uma das funções $f(x) = a + b \cdot sen(c \cdot x + d)$ ou $g(x) = a + b \cdot \cos(c \cdot x + d)$ para modelar o fenômeno em questão

9. Alterando o comportamento dos parâmetros através dos controles deslizantes, ajuste o gráfico da função escolhida aos pontos e segmentos, fazendo então a modelagem.

10. Ao obter a função que mais se aproxima dos pontos e dos segmentos, devemos **verificar sua validade**. Para isto, devemos calcular a altura da maré para as horas fornecidas pela tabela e comparar os resultados, os quais devem estar o mais próximo possível.

Observação:

A fórmula só terá validade quando os seus resultados forem iguais ou o mais próximos dos fornecidos pelo site; do contrário, deve-se ajustá-la.

Encontrando a função que representa a altura da maré para qualquer dia do mês.

Considere ainda a tábua de maré do site da Marinha.

11. Encontrar a função que representa a altura da maré para qualquer dia do mês.

    Observação: Para isto converta as horas em frações do dia, somando 1 às frações do dia 01; 2 às frações do dia 02; 3 às frações do dia 03 e assim sucessivamente.

    Ex.: dia 05 às 17h34min: 5+(17+34/60)/24.

12. Escolha pelo menos uns 5 dias para fazer este procedimento.

13. Verifique a validade da fórmula calculando a altura da maré para algum dia do mês escolhido.

Observação:

A fórmula só terá validade quando os seus resultados forem iguais ou o mais próximos dos fornecidos pelo site; do contrário, deve-se ajustá-la.

APÊNDICE F - Atividade de modelagem com o Geogebra

Discente:____

Idade:_________

Objetivo:

Modelar os fenômenos periódicos: altura da maré em função do tempo e a porcentagem de visualização da lua (fases lunares) em função do tempo e responder alguns questionamentos.

- **Acesse o site**: <http://www.calendario-365.com.br/calend%C3%A1rio-lunar/2015/mar%C3%A7o.html>

1. Escolha um mês e encontre a função que representa a porcentagem de visualização da lua em função do tempo.

Mês:_________________________________ ano:_____________________

Função encontrada:____

2. Calcule a porcentagem de visualização para alguns dias. Elas se aproximam com os do site? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação.

Coloque alguns resultados abaixo.

Dia	Porcentagem no site	Porcentagem encontrada com a função

3. Calcule a porcentagem de visualização para um dia qualquer do mês seguinte

(Ex. você modelou um mês de 31 dias. Saber a porcentagem de visualização da lua no dia 17 do mês seguinte: chamando a função de f, basta calcular f(31+17)=f(48)).

O resultado se aproxima com o do site? Se sim prossiga, do contrário retorne à modelação.

Coloque o resultado abaixo.

Mês seguinte	Dia	Porcentagem no site	Porcentagem encontrada com a função

4. Neste dia a lua esta crescendo ou decrescendo? Justifique usando a função encontrada (calcule a porcentagem de visualização da lua nos dias seguintes).

Dias	Porcentagem encontrada com a função
Situação da lua	

5. Escolha algum dia dos três acima (do mês seguinte), e encontre a função que representa a altura da maré.

Mês:____________________ dia:_____________ano:_____________________

Função encontrada:____

6. Com relação a este dia, usando a função modelada, calcule a altura da maré para as horas da tabela fornecida pela Marinha. **Acesse**: <http://www.mar.mil.br/dhn/chm/box-previsao-mare/tabuas/>

Coloque alguns resultados abaixo.

Tempo (horas)	Altura (metros) no site da marinha	Altura (metros) encontrada com a função

Os resultados são aproximados? Se sim, prossiga. Do contrário, retorne à modelação

7. Neste mesmo dia, calcule a altura da maré numa hora diferente da tabela.

(Ex. dia 17, às 09h35min: chamando a função de h e convertendo os minutos em horas, calcular h(9+35/60).

Coloque o resultado abaixo.

Tempo (horas)	Altura (metros) encontrada com a função

8. É uma boa hora para tomar banho? Justifique usando a função modelada mostrando a altura da maré neste horário.

____

____

____

9. Considerando a fase lunar e a altura da maré neste dia e nesta hora, é um bom momento para pesca, sim ou não? Por quê?

____

____

____

APÊNDICE G – Questionário final

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE ALAGOAS

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS - UFAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIM
MESTRANDO: ENALDO VIEIRA DE MELO

QUESTIONÁRIO

Nome:____

Idade:________

1. Qual sua opinião sobre o software Geogebra?
   ____
   ____
   ____
   ____

2. Sentiu alguma dificuldade em manuseá-lo?

   Sim ( ) Não ( )

3. De forma geral, como foi para você modelar os fenômenos com o software Geogebra?

   Fácil ( ) difícil ( )

4. Suas ferramentas são complicadas?

   Sim ( ) Não ( )

5. Ele ajuda a perceber melhor o comportamento das funções seno e cosseno?

   Sim ( ) Não ( )

6. É mais interessante construir gráficos:

   ( ) manualmente ( ) com o software?

7. Qual a sua opinião sobre aprender um assunto de matemática fazendo modelagem?

   ____
   ____
   ____
   ____

8. Qual sua opinião em poder usar a matemática para construir uma função que possa prever os fenômenos da natureza?

   ____
   ____
   ____
   ____

9. Você sentiu dificuldades em modelar os fenômenos periódicos?

   Sim ( ) Não ( )

10. Se sim, em quê?

11. Com essa metodologia de ensino você conseguiu relacionar o conteúdo de funções trigonométricas com o seu dia a dia?

    Sim ( ) Não ( )

12. Você gostaria que seu professor usasse essa maneira de ensinar?

    Sim ( ) Não ( )

13. Você se sentiu mais motivado para aprender o assunto com essa maneira de ensinar usando o Geogebra?

    Sim ( ) Não ( )

14. Compare a maneira como aprendeu antes este assunto com a maneira como aprendeu agora.