

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

TAÍS VANESSA RODRIGUES

**O USO DO GEOGEBRA 3D, VERSÃO PARA SMARTPHONE, NO PROCESSO  
ENSINO APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL**

Maceió  
2019

TAÍS VANESSA RODRIGUES

**O USO DO GEOGEBRA 3D, VERSÃO PARA SMARTPHONE, NO PROCESSO  
ENSINO APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL**

Dissertação de Mestrado apresentada à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração “Ensino de Matemática”, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos

Maceió  
2019

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**  
Bibliotecário: Marcelino de Carvalho

R696u Rodrigues, Taís Vanessa.

O uso do Geogebra 3D, versão para smartphone, no processo ensino aprendizagem de geometria espacial / Taís Vanessa Rodrigues. – 2019.  
88 f. : il.

Orientador: Givaldo Oliveira dos Santos.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade  
Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Maceió, 2019.

Bibliografia: f. 68-70.

Apêndices: f. 71-88.

1. Geometria espacial. 2. Geogebra 3D (Aplicativos móveis). 3. Aprendizagem sequencial. I. Título.

CDU: 372.851

TAIS VANESSA RODRIGUES

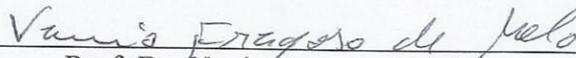
**“O uso de Geogebra 3D, versão para smartphone, no processo ensino aprendizagem de geometria espacial”**

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Subárea de Concentração “Matemática”, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas, aprovada em 28 de fevereiro de 2019.

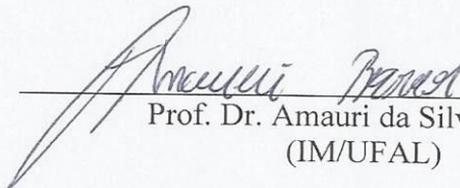
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos - Orientador  
(IFAL)



Prof. Dr. Vanio Fragoso de Melo  
(IM/UFAL)



Prof. Dr. Amauri da Silva Barros  
(IM/UFAL)

Dedico este trabalho aos meus pais, José Rodrigues Sobrinho e Vera Lúcia da Conceição, que sempre me incentivaram a perseguir meus objetivos, em particular a minha mãe que sempre proporcionou meios para que eu crescesse e avançasse, muitas vezes colocando meus sonhos acima dos seus.

## **AGRADECIMENTOS**

Acima de todos a Deus, por me conduzir pelo caminho e me auxiliar em todas as minhas escolhas, sem Ele eu nada faria e nada seria.

Ao meus pais, por acreditar em mim e me fazerem enxergar a importância da educação.

A Ivanildo, meu noivo e futuro esposo, por toda paciência nos dias de estresse.

A Ingrid, minha irmã, por sempre me incentivar.

A Givaldo, orientador, por toda paciência, disposição e conhecimento compartilhado, essa caminhada se tornou bem mais rica com a sua participação.

A Marquinhos, amigo e socorro nas horas precisas, responsável por traduzir meu resumo para o inglês.

A Roberto e Ana Paula, meus pastores, por toda confiança e expectativa depositadas em mim.

Aos Professores Amauri e Ediel, por aceitarem fazer parte desse projeto como banca avaliadora.

A todos os colegas e professores do PPGECIM que colaboraram, direta e indiretamente para a realização deste trabalho.

As gestoras da Escola Estadual Edleuza Oliveira da Silva, por permitirem e confiarem em mim para que essa prática fosse realizada na escola.

Aos alunos, participantes diretos dessa pesquisa, sem os quais a realização desse trabalho não seria possível.

## RESUMO

A Geometria Espacial é um conteúdo matemático que está presente em diversas situações do dia a dia e pode ser facilmente observado no nosso cotidiano, além disso diversas áreas de estudo, como arquitetura, engenharia, física, entre outras, utilizam os conhecimentos pertinentes a este conteúdo. O objetivo deste trabalho é analisar as contribuições de uma intervenção pedagógica por meio de sequências didáticas utilizando o Geogebra 3D em sua versão para smartphone, para a construção dos conceitos fundamentais de geometria espacial no ensino médio: áreas e volumes de sólidos geométricos. Visando alcançar o objetivo proposto, a sequência construída foi fundamentada na teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e na teoria de Van Hiele, e também leva em consideração a trajetória histórica do ensino de Geometria, a importância do uso de softwares como estratégia de ensino e a utilização de sequências didáticas para construção de uma aprendizagem significativa. A metodologia utilizada nessa pesquisa baseia-se em uma abordagem de Pesquisa-ação Participante com caráter qualitativo. A coleta de dados acontecerá a partir de um diário de bordo, visando registrar todo o processo de aplicação da sequência, através da aplicação de um questionário diagnóstico, com o intuito de analisar os conhecimentos prévios possuídos pelos alunos, e também identificar as expectativas deles com relação ao estudo proposto, através da execução das etapas da sequência e por meio da aplicação de um segundo questionário diagnóstico, objetivando analisar os conhecimentos adquiridos pelos alunos a partir da proposta de intervenção sugerida. A pesquisa aconteceu efetivamente, a partir da aplicação da sequência didática proposta, com alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola da rede estadual de ensino, no município de São Miguel dos Campos. A análise feita a partir dos resultados obtidos com essa pesquisa, nos permite afirmar que essa proposta de intervenção produz avanços importantes e significativos para o ensino de Geometria espacial. Dessa forma, esperamos que este trabalho contribuía com os professores de Matemática e torne mais interessante o ensino de Geometria Espacial.

Palavras-chaves: Geometria. Geogebra 3D. Sequências. Smartphone.

## ABSTRACT

Spatial Geometry is a mathematical content that is present and can be easily observed in many everyday life situations, in addition to several areas of study, such as architecture, engineering, physics and others, use the knowledge relevant to this content. The objective of this work is to analyze the contributions of a pedagogical intervention through didactic sequences using Geogebra 3D mobile application version for smartphone, for the construction of the fundamental concepts of spatial geometry in high school: namely, geometric solids' surface areas and volumes. In order to reach the proposed goal, the sequence thus constructed was based on Guy Brousseau's Theory Situations and Van Hile theory, also takes into account the historical trajectory of Geometry teaching, the importance of using software as a teaching strategy and the use of didactic sequences to construct meaningful learning. The methodology used in this research is based on a participatory action-research approach to learning with a qualitative character. Data collection will take place from a logbook, aiming to record the whole process of applying the sequence, through the application of a diagnostic questionnaire, the purpose of analyzing the students' pre-existing knowledge, and also to identify their expectations regarding the proposed study, through the execution of the stages of the sequence and through the application of a second diagnostic questionnaire, aiming to analyze the knowledge acquired by the students from the proposed intervention. The research took place, as a result of the application of the proposed didactic sequence, with a group of sophomore students of stata public school, in the municipality of São Miguel dos Campos. The resulting outcome of this probe allows us to affirm that this proposal of intervention produces important and significant advances for the teaching of spatial geometry. Thus, we hope to have contributed to Mathematic teachers and make the teaching of Space Geometry more interesting.

**Keywords:** Geometry. 3D Geogebra. Sequences. Smartphone

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Barra de comando do Geogebra .....	35
Figura 2: Interface do Geogebra 3D Grapher (I) .....	35
Figura 3: Interface do Geogebra 3D Grapher (II) .....	36
Figura 4: Menu configurações .....	36
Figura 5: Funções de cada ferramenta .....	37
Figura 6: Cubo construído no Geogebra 3D Grapher .....	41
Figura 7: Paralelepípedo construído no Geogebra 3D Grapher .....	42
Figura 8: Prisma de base triangular construído no Geogebra 3D Grapher .....	43
Figura 9: Prisma de base quadrangular construído no Geogebra 3D Grapher .....	44
Figura 10: Prisma de base hexagonal construído no Geogebra 3D Grapher.....	45
Figura 11: Sólidos produzidos pelo grupo 1 .....	84
Figura 12: Sólidos produzidos pelo grupo 2 .....	84
Figura 13: Sólidos produzidos pelo grupo 3 .....	85
Figura 14: Sólidos produzidos pelo grupo 4 .....	85
Figura 15: Sólidos produzidos pelo grupo 5 .....	86
Figura 16: Sólidos produzidos pelo grupo 6 .....	86
Figura 17: Sólidos produzidos pelo grupo 7 .....	87
Figura 18: Sólidos produzidos pelo grupo 8 .....	87
Figura 19: Sólidos produzidos pelo grupo 9 .....	88
Figura 20: Sólidos produzidos pelo grupo 10 .....	88

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Índice de respostas sobre o estudo de geometria espacial.....	48
Tabela 2 – Índice de respostas sobre a importância do estudo de geometria espacial .....	49
Tabela 3 – Índice de respostas sobre o que é uma figura plana.....	50
Tabela 4 – Índice de respostas sobre o que é uma figura espacial.....	50
Tabela 5 – Índice de respostas sobre o nome dado à base de um sólido específico	51
Tabela 6 – Índice de respostas sobre área de uma figura .....	51
Tabela 7 – Índice de respostas sobre volume de um sólido.....	52
Tabela 8 – Índice de respostas sobre recursos utilizados no ensino de matemática	53
Tabela 9 – Índice de respostas sobre a importância da utilização de softwares no ensino de matemática .....	53
Tabela 10 – Índice de respostas sobre o conhecimento dos alunos quanto a softwares utilizados no ensino de matemática .....	54

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Atividade referente ao cubo, ao paralelepípedo e ao prisma de base triangular .....	58
Quadro 2: Atividade referente ao prisma de base quadrangular e ao prisma de base hexagonal.....	60
Quadro 3: Segundo questionário diagnóstico.....	62

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Respostas dos alunos aos itens da atividade 1 .....	59
Gráfico 2: Respostas dos alunos aos itens da atividade 2 .....	61
Gráfico 3: Respostas dos alunos as questões do segundo questionário .....	63

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
<b>2 JUSTIFICATIVA, OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	<b>16</b>
2.1 Justificativa .....	16
2.2 Objetivo Geral .....	17
2.3 Objetivos Específicos .....	17
2.4 Procedimentos Metodológicos .....	17
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>20</b>
3.1 Breve história e Conceitos pertinentes no estudo de Sólidos Geométricos .....	20
3.2 O uso de softwares educativos no Ensino de Matemática .....	22
3.3 Didática de ensino da Matemática: O lugar das sequências didáticas .....	24
<b>4 A TEORIA DE VAN HIELE PARA O ENSINO DE GEOMETRIA E USO DE SOFTWARES</b> .....	<b>27</b>
4.1 O Ensino de Geometria: Seu lugar nas salas de aulas da atualidade .....	28
4.2 Alguns aspectos sobre a Teoria de VAN HIELE .....	29
4.3 O uso de softwares no Ensino de Geometria, a luz da Teoria de VAN HIELE ....	32
<b>5 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA</b> .....	<b>34</b>
5.1 Conhecendo o Geogebra .....	34
5.2 A sequência didática .....	37
5.3 Etapas da sequência didática .....	40
5.3.1 Primeira etapa – Construção de um cubo .....	41
5.3.2 Segunda etapa – Construção de um paralelepípedo .....	42
5.3.3 Terceira etapa – Construção de um prisma de base triangular .....	43
5.3.4 Quarta etapa – Construção de um prisma de base quadrada .....	44
5.3.5 Quinta etapa – Construção de um prisma de base hexagonal .....	45
<b>6 COLETA E ANÁLISE DOS DADOS</b> .....	<b>47</b>
6.1 Análise a priori – aplicação do primeiro questionário diagnóstico .....	47
6.1.1 Diagnóstico Inicial .....	48

6.1.2 Expectativas dos alunos quanto ao estudo de Geometria Espacial .....	52
6.2 Preparação para aplicação das etapas da sequência didática.....	55
6.3 Análise da aplicação das etapas da sequência didática .....	57
6.4 Análise a posteriori – aplicação do segundo questionário diagnóstico.....	61
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>65</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>68</b>
<b>APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO .....</b>	<b>71</b>
<b>APÊNDICE B – CONSTRUÇÃO DE UM CUBO .....</b>	<b>74</b>
<b>APÊNDICE C - CONSTRUÇÃO DE UM PARALELEPÍPEDO .....</b>	<b>76</b>
<b>APÊNDICE D - CONSTRUÇÃO DE UM PRISMA DE BASE TRIANGULAR .....</b>	<b>78</b>
<b>APÊNDICE E - CONSTRUÇÃO DE UM PRISMA DE BASE QUADRADA.....</b>	<b>80</b>
<b>APÊNDICE F - CONSTRUÇÃO DE UM PRISMA DE BASE HEXAGONAL .....</b>	<b>82</b>
<b>APÊNDICE G – IMAGENS DOS SÓLIDOS CONSTRUÍDOS PELOS ALUNOS NO GEOGEBRA 3D .....</b>	<b>84</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A Geometria espacial está relacionada a diversas situações do cotidiano, e conceitos básicos ligados a ela são facilmente exigidos no convívio em sociedade. Mais do que um conjunto de fórmulas, o estudo da geometria busca promover no indivíduo a construção de conceitos ligados a espaço e forma, que serão intuitivamente aplicados em questões do cotidiano.

Observando a Geometria sob esse ponto de vista, é admissível supor que os alunos desenvolvam naturalmente interesse por esse estudo, uma vez que ele permite desenvolver o pensamento crítico de suma importância para o convívio em sociedade. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM),

À medida que vamos nos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente. (BRASIL, 2000, p. 40)

Diante disso, o ensino de Matemática, mas especificamente da Geometria, é capaz de promover amplamente a visão científica da realidade e o desenvolvimento de diversas habilidades pertinentes a formação do ser humano.

No entanto, a geração de alunos que chegam a sala de aula, demonstram um desinteresse crescente por este estudo e alguns fatores que podem ser citados como determinantes para essa situação são: a falta de habilidade que alguns profissionais demonstram na transmissão desses conceitos para os estudantes, a forma como o conteúdo é exposto, e a superficialidade que lidam com eles em sala de aula. Ressaltando que a forma como é construída a ligação entre situações fictícias e situações reais, no ensino de Geometria, faz toda diferença no resultado final apresentado pelo aluno, no que diz respeito a sua aprendizagem.

Ainda seguindo este estudo, observa-se a necessidade de atribuir novos instrumentos aos que já são utilizados no processo de ensino aprendizagem. Nesse sentido, é válido observar que a presença da tecnologia na sala de aula tornou-se um fato inegável. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) nos dizem que,

O fato de, neste final de século, estar emergindo um conhecimento por simulação, típico da cultura informática, faz com que o computador seja

também visto como um recurso didático cada dia mais indispensável. Ele é apontado como um instrumento que traz versáteis possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, seja pela sua destacada presença na sociedade moderna, seja pelas possibilidades de sua aplicação nesse processo. (BRASIL, 1997, p. 34,35)

Logo, com a facilidade crescente em se obter aparelhos celulares, computadores, tablets, entre outros, impedir que esses tipos de instrumentos sejam utilizados como recurso didático parece cada vez mais difícil. Por isso, faz-se necessário uma geração de professores preparados para administrar de forma construtiva a presença dessas novas ferramentas em sala de aula, estabelecendo um diálogo positivo entre a metodologia de ensino tradicional e a metodologia de ensino alternativa.

Deste modo, visando contribuir de forma significativa para o ensino da Geometria, afim de promover estratégias de ensino que proporcionem a construção do conhecimento, apresentaremos neste trabalho uma proposta de sequência didática para o Ensino Médio, que utilizará como principal ferramenta o software educacional Geogebra, em sua versão para smartphone, possibilitando ao aluno uma visualização mais ampla das figuras geométricas com as quais irá trabalhar, sendo também uma aplicação útil para sala de aula.

Diante disso, a presente dissertação está subdividida em seis capítulos. O segundo capítulo – Justificativa, Objetivos e Procedimentos Metodológicos – apresenta as principais motivações do autor para elaboração deste trabalho, bem como os principais objetivos que esperasse alcançar ao associar a prática docente ao uso de tecnologias, em particular nesse estudo, o software Geogebra em sua versão para smartphone. Além de apresentar uma descrição dos métodos utilizados para realização da pesquisa.

O terceiro capítulo – Fundamentação Teórica – aborda as contribuições teóricas a respeito dos conceitos pertinentes ao estudo sobre sólidos geométricos, as construções de alguns teóricos que discutem o uso de softwares no ensino de matemática e a aplicação de sequências didáticas dentro de sala de aula como instrumento de ensino.

O quarto capítulo – A Teoria de Van Hiele para o Ensino de Geometria e uso de Softwares – apresenta as principais contribuições dessa teoria no ensino de Geometria e as principais influências para elaboração deste trabalho.

O quinto capítulo – A Sequência Didática – traz um breve tutorial sobre o manuseio do Geogebra, com as principais características dos sólidos que serão estudados e o roteiro de sua aplicação.

O sexto capítulo – Análise de Dados e Resultados – aborda a investigação dos conhecimentos prévios dos alunos, as principais observações feitas durante a aplicação da Sequência Didática, e os resultados obtidos com a execução e finalização do que foi proposto neste trabalho.

Nas considerações finais serão observadas algumas sugestões e críticas para melhoria e aperfeiçoamento deste trabalho.

## 2 JUSTIFICATIVA, OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

### 2.1 Justificativa

No decorrer da minha experiência profissional, ao lidar com o ensino de Geometria Espacial, que até então para mim era um conteúdo de fácil aprendizagem, devido à possibilidade de relacioná-lo tão claramente com objetos com os quais estamos acostumados a lidar no dia a dia. Observei que mesmo com a facilidade mencionada à cima, os alunos apresentavam um alto índice de dificuldade para resolver as situações propostas, e quase sempre não atribuíam ao problema a interpretação adequada. Pude notar, que na busca incessante pela solução correta, os alunos quase sempre deixavam de lado a associação existente entre o problema fictício proposto e os problemas equivalentes com os quais eles se deparam em seu cotidiano, trabalhando apenas a aplicação de fórmulas.

O resultado da situação exposta à cima quase sempre é a inversão de conceitos, onde os alunos não conseguem distinguir, quando o problema proposto se refere a um cálculo relacionado com áreas ou com volume, ou seja, eles não conseguem fazer a interpretação necessária que precede a resolução da situação.

Por isso, apesar dos conceitos abstratos serem importantes para a resolução da situação, a fórmula por si só é um instrumento sem uso se não for aplicada corretamente. A Geometria Espacial para ser melhor compreendida, deve partir de um ponto concreto, que são os conceitos geométricos que os alunos detêm devido ao seu contato com os objetos no cotidiano, até a construção abstrata que auxilia na resolução do problema.

Seguindo essa visão, os ambientes informatizados se mostram fortes instrumentos para possibilitar uma melhor visualização do objeto trabalhado, por parte do aluno, além de possibilitar uma aula interativa e dinâmica. Devido a esse fato, pensou-se na construção de uma sequência didática, de fácil aplicação, utilizando-se do Geogebra 3D em sua versão para smartphone, como instrumento principal para proporcionar aos professores do ensino médio uma estratégia diferenciada no ensino dos sólidos geométricos.

## 2.2 Objetivo Geral

- Analisar as contribuições de uma intervenção pedagógica por meio de sequências didáticas, utilizando o Geogebra 3D em sua versão para smartphone, para a construção dos conceitos fundamentais de Geometria Espacial no ensino médio: áreas e volumes de sólidos geométricos.

## 2.3 Objetivos Específicos

- Experimentar o software Geogebra 3D em sua versão para smartphone como instrumento de auxílio para fixar conceitos inerentes à Geometria Espacial, visando à construção e validações de objetos geométricos espaciais;
- Discutir situações espaciais a partir de construções e manipulações auxiliadas pelos recursos do Geogebra 3D em sua versão para smartphone, visando à verificação de propriedades e caracterização dos sólidos construídos;
- Desenvolver habilidades e possibilitar a ampliação da concepção do espaço tridimensional;
- Analisar os resultados obtidos com a aplicação da sequência didática;
- Investigar as potencialidades da sequência didática construída.

## 2.4 Procedimentos Metodológicos

A pesquisa apresentada é de caráter qualitativo, por possuir características que a identificam como tal. Dentre essas características é possível citar o ambiente natural, pois os dados serão coletados “no campo e local em que os participantes vivenciam a questão ou problema que está sendo estudado” (CRESWELL, 2010, p.208), o envolvimento do pesquisador como instrumento fundamental, pois o mesmo é responsável direto pela coleta das informações por meio de observação e questionários dirigidos aos participantes, e o significado dos participantes, pois o pesquisador em todo o tempo “mantém um foco na aprendizagem do significado que os participantes dão ao problema ou questão, e não ao significado que os pesquisadores trazem para a pesquisa ou que os autores expressam na literatura.” (CRESWELL, 2010, p.209)

A abordagem de pesquisa escolhida para este trabalho é a de Pesquisa-ação Participante, sendo esta um caso particular da abordagem de pesquisa-ação, onde “os dados são gerados a partir de experiências diretas dos participantes de pesquisa” (GRAY, 2012, p. 255). Essa abordagem foi escolhida devido à necessidade vista pela pesquisadora, participante direta da pesquisa, em possibilitar alternativas que modificassem a realidade dos sujeitos envolvidos, contribuindo para a construção de conhecimentos que não foram obtidos pelo método utilizado anteriormente, levando em consideração que os participantes possuem conhecimentos prévios diferenciados. Como diz Gray (2012, p. 258) “a tarefa de quem faz pesquisa-ação, portanto, é reunir pessoas com percepções e visões divergentes para que elas possam formular coletivamente uma construção conjunta.”

Segundo Gray (2012, p. 258), “o processo da pesquisa-ação em si, como concebido originalmente por Lewin, é cíclico, funcionando por meio de uma série de passos que incluem planejamento, ação e observação, bem como os efeitos da ação.” Nessa perspectiva, através da observação e de planos de ação que serão analisados posteriormente, objetiva-se avaliar a eficácia da ação realizada.

A pesquisa será realizada em uma escola da rede pública estadual, situada no município de São Miguel dos Campos. Os sujeitos envolvidos são 36 (trinta e seis) estudantes do segundo ano “A” do ensino médio integral, com idades entre 15 e 18 anos, e a escolha do local e dos sujeitos envolvidos na pesquisa, se deu exclusivamente pelo fato de ser meu local de trabalho, bem como a turma na qual leciono.

A coleta de dados realizou-se através de um diário, onde foram feitos registros relativos à descrição dos encontros realizados, datas e características dos sujeitos e dos locais da pesquisa, através de questionários que foram utilizados antes e depois da aplicação da sequência didática. Antes com o objetivo de atuar como diagnóstico, e depois com o objetivo de avaliar se realmente houve a construção dos conhecimentos esperados. Além disso, utilizou-se como instrumento de coleta, uma roda de conversa, que foi feita posteriormente a aplicação da sequência didática, com o intuito de trazer para o texto a fala do sujeito, algo que enriquece o mesmo.

A análise dos dados se deu inicialmente através da organização de tudo o que foi coletado no período da pesquisa, ou seja, o questionário inicial que foi utilizado como instrumento para avaliar os conhecimentos que cada aluno possui referente aos conteúdos de geometria espacial, o questionário posterior a aplicação da sequência

didática, utilizado para verificar se os alunos alcançaram os conhecimentos previstos, e a roda de conversa que atuará como um instrumento aberto, onde os alunos poderão expressar as experiências obtidas durante a pesquisa. Em seguida foi feito um estudo geral desses dados com o intuito de se obter uma visão ampla das informações obtidas através da coleta. A partir da visão geral, foi feita a análise dos subtemas que podem ser obtidos por meio dela, além da descrição, de forma mais criteriosa, do local e dos sujeitos envolvidos na pesquisa. Por fim foi feito a interpretação ou extração de significado dos dados analisados pelo pesquisador, com o intuito de evidenciar as lições aprendidas ao longo da pesquisa. Segundo Creswell (2010, p.223), “Essas lições podem ser a interpretação pessoal do pesquisador, expressa no entendimento que o investigador traz para o estudo de sua própria cultura, história e experiências.”

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A melhoria do ensino de Matemática no Brasil, apesar dos avanços crescentes, ainda enfrenta muita resistência. Fazendo referência as propostas de mudança na prática docente dos profissionais da área, os PCN's colocam que,

Os movimentos de reorientação curricular ocorridos no Brasil a partir dos anos 20 não tiveram força suficiente para mudar a prática docente dos professores para eliminar o caráter elitista desse ensino bem como melhorar sua qualidade. Em nosso país o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão. (Brasil, 1998, p.19)

Nesse sentido, fica evidente a necessidade de práticas docentes mais eficazes no ensino de forma geral, e mais especificamente, no ensino de Geometria, estudo alvo deste trabalho.

As diversas sugestões de metodologias de ensino para melhorar essa prática são discutidas frequentemente, porém, mais que sugestões de atividades a serem desenvolvidas, deve-se observar de que forma essas atividades alternativas realmente contribuem para o ensino de Matemática. Candau *apud* Santos, destaca que,

Utilizar o computador em sala de aula é o menor dos desafios do professor: utilizar o computador de forma a tornar a aula mais envolvente, interativa, criativa e inteligente, é que parece realmente preocupante. O simples fato de transferir a tarefa do quadro-negro para o computador não muda uma aula. É fundamental que a metodologia utilizada seja pensada em conjunto com os recursos tecnológicos que a modernidade oferece, O filme, a lousa interativa, o computador, etc., perdem a validade se não se mantiver o objetivo principal: a aprendizagem. (2015, p.21)

Dessa forma, neste capítulo, visamos discutir a luz de alguns teóricos, a eficácia do uso de softwares no ensino de geometria e da aplicação de sequências didáticas como instrumento de ensino. Para isso, iniciaremos com algumas reflexões a cerca da origem dos estudos sobre Geometria.

#### 3.1 Breve história e Conceitos pertinentes no estudo de Sólidos Geométricos

A história da matemática data de longos tempos, devido a isso existem diversas discussões a respeito da origem da mesma, mas foi com a aquisição da escrita que

os avanços científicos tornaram-se mais evidentes, a partir das “interpretações baseadas nos poucos artefatos que restaram de evidência fornecida pela moderna antropologia, e de extrapolação retroativa, conjectural, a partir dos documentos que sobreviveram” (BOYER, 2010, p.4). Com a geometria não foi diferente, os principais estudiosos da época afirmam que seu surgimento se deu no Egito.

Heródoto mantinha que a geometria se originava no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do rio. Aristóteles achava que a existência no Egito de uma classe sacerdotal com lares é que tinha conduzido ao estudo da geometria. (BOYER, 2010, p.4)

Apesar deles diferirem sobre qual a necessidade que levou ao surgimento da Geometria, ambos concordaram com seu local de origem.

As principais contribuições relacionadas à parte do conhecimento matemático que temos hoje foram retiradas de alguns papiros, que apesar de muito antigos, resistiram ao tempo. No âmbito da Geometria as principais contribuições foram obtidas através do Papiro de Rhind (também chamado Papiro Ahmes) e do Papiro de Moscou. O primeiro é datado de 1650 e apresenta diversos problemas relacionados ao cálculo de áreas e volumes de algumas figuras geométricas, bem como problemas relacionados a outras áreas de estudo da matemática. O segundo, com data de compra de 1893 no Egito, “contém vinte e cinco exemplos, quase todos da vida prática, e não diferindo muito dos de Ahmes, exceto dois que tem significado especial.” (BOYER, 2010, p.13).

Diante das construções históricas feitas acima é possível observar que “o cálculo de áreas e volumes é um assunto milenar, cuja importância se revelou muito cedo, mesmo em civilizações organizadas de modo simples em relação aos padrões atuais” (LIMA, 2006, p.IX).

Apesar disso, o ensino de Geometria por vezes foi omitido dos currículos escolares, voltando-se apenas para um ensino axiomático embasado no estudo da Geometria Euclidiana Clássica. Com o Movimento da Matemática Moderna, em 1960, que,

pode ser analisado historicamente como uma série de iniciativas para reforma do ensino escolar da matemática que congregou autoridades educacionais, matemáticos e educadores de diversos países, notadamente nos EUA e na Europa, mas também na América Latina, (DIAS, 2008, p.2)

A Álgebra ganha espaço nos currículos, e o ensino de Geometria no Brasil torna-se ainda mais esquecido. A fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em 1988 e a elaboração e publicação dos PCN's, no mesmo ano, mudam o cenário da educação matemática no Brasil e o ensino passa a receber um olhar especial, visando promover uma aprendizagem significativa para os estudantes. Dessa forma, o ensino de Geometria, mesmo que discretamente, volta a ter seu lugar nos currículos, e é iniciada uma busca por metodologias que favoreçam o ensino desse conteúdo. Os PCNEM afirmam que,

As habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 1997, p.44)

Devido a isso se faz necessário construir claramente com os alunos esses conceitos, que tem tamanha importância no dia a dia. Segundo os PCNEM, o aluno deve ser capaz de “identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para o aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade” (BRASIL, 2000, p.96).

### **3.2 O uso de softwares educativos no Ensino de Matemática**

As novas tecnologias e os ambientes informatizados para uso em sala de aula vêm crescendo consideravelmente, hoje já se pode contar com uma vasta quantidade de softwares, principalmente na área de ensino de matemática, que podem ser utilizados pelos professores para tornar o ensino mais dinâmico, alguns exemplos disso são: Cabri-Geometry, Geoplan, Geogebra, Winplot, entre outros. Apesar disso, muitos professores ainda se limitam ao ensino tradicional, o que é destacado pelos PCN's da seguinte forma,

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. (BRASIL, 1998, p. 37)

A insistência em não optar por meios alternativos, como o uso de tecnologias, para mediar o processo de ensino aprendizagem, se dá em muitos casos pelo fato de que alguns profissionais não dominam completamente o uso dessas tecnologias, segundo Dowbor (2013, p.3) “as tecnologias são importantes, mas apenas se soubermos utilizá-las. E saber utilizá-las não é apenas um problema técnico.”

A necessidade de se adotar novas estratégias dentro da sala de aula é visível, os alunos estão cada vez mais envolvidos com o mundo da tecnologia, atualmente ela é algo presente na realidade da maioria das pessoas. Dentro dessa perspectiva, ao se depararem rotineiramente com algo diferente disso em sala de aula, não demonstram interesse por aquilo que é exposto no ambiente escolar.

O mundo que hoje surge constitui ao mesmo tempo um desafio ao mundo da educação, e uma oportunidade. É um desafio, porque o universo de conhecimentos está sendo revolucionado tão profundamente, que ninguém vai sequer perguntar à educação se ela quer se atualizar. A mudança é hoje uma questão de sobrevivência, e a contestação não virá de “autoridades”, e sim do crescente e insustentável “saco cheio” dos alunos, que diariamente comparam os excelentes filmes e reportagens científicos que surgem na televisão e na internet, com as mofadas apostilas e repetitivas lições da escola. (DOWBOR, 2013, p.5,6)

Se adequar ao uso de abordagens diferenciadas na prática de ensino, não é algo ligado apenas a atrair a atenção do aluno para o que está sendo trabalhado na aula, mas sim um meio de facilitar a aprendizagem do mesmo a respeito de determinados conteúdos. Alguns conceitos matemáticos que são expostos tradicionalmente têm um aspecto muito abstrato para que o aluno compreenda rapidamente, e os softwares disponíveis hoje auxiliam de forma significativa a promover a associação desses conceitos com algo concreto.

Diante disso, o Geogebra é uma ótima escolha por ser um software livre e que rapidamente pode ser instalado em qualquer computador, não sendo necessário ter acesso a internet após sua instalação.

Neste trabalho em particular, será utilizada a versão do software para smartphone, que também pode ser facilmente instalada em qualquer aparelho celular. É necessário ressaltar que os aparelhos, com sistema operacional Android, devem apresentar versão 4.0 ou superior para que o aplicativo seja instalado.

Devido à grande quantidade de ferramentas de que dispõe, possibilita a construção e visualização de diversos sólidos geométricos em três dimensões, auxiliando o aluno a ter a percepção do objeto que através da visualização no quadro,

em duas dimensões, ele não teria. Segundo Hohenwarter (2009, p. 6), seu criador, “o Geogebra é um software de matemática dinâmica que junta geometria, álgebra e cálculo”. Devido a essas características, esse software é visto como uma excelente alternativa para o ensino de matemática.

Diferente da versão para computador do Geogebra, que engloba em um único aplicativo todas as funções disponíveis do software, sua versão para smartphone apresenta-se subdivida em quatro aplicativos, a saber, Geogebra Geometria, Calculadora Gráfica Geogebra, Calculadora Gráfica Geogebra 3D e Geogebra CAS Calculator. Cada uma dessas versões apresenta características específicas que serão destacadas a seguir.

A primeira, traz basicamente as principais funções do Geogebra. A segunda, desenvolvida inicialmente para tablets, mas disponível para smartphones desde de 2015, é uma calculadora gráfica interativa e dinâmica, que permite construir gráficos de funções antes mesmo de terminar a digitação da função e desenhar figuras geométricas dinâmicas apenas com o arrastar do dedo, além de reconhecer as formas desenhadas à mão livre. A terceira, permite ao usuário trabalhar com modelagem matemática 3D, criando sólidos, esferas, planos e outros objetos tridimensionais de forma dinâmica e interativa. Por fim, a quarta versão, permite a realização de operações matemáticas básicas e mais complexas como cálculos de derivadas e integrais de forma simples.

Neste trabalho, a versão do Geogebra para smartphone utilizada, será Calculadora Gráfica Geogebra 3D (Geogebra 3D Graph).

### **3.3 Didática de ensino da Matemática: O lugar das sequências didáticas**

As pesquisas com estudos voltados para o ensino de matemática têm se intensificado nos últimos tempos, e hoje já é possível encontrar diversos textos que discutem quais os métodos mais adequados para auxiliar os alunos na construção do conhecimento, pois se sabe que nem todos eles aprendem mediante os mesmos processos e circunstâncias.

Mediante a isso, esta pesquisa será fundamentada na teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, que foi desenvolvida na França por volta da década de 70, e na teoria de Van Hiele, abordada no capítulo seguinte.

Brousseau iniciou sua carreira profissional aos 20 anos como professor do Ensino Fundamental, e posteriormente concluiu o curso de Matemática em Bordeaux, onde também passou a lecionar. O desenvolvimento de sua teoria veio através de pesquisas que relacionavam o meio, ou seja, os instrumentos de ensino que serão utilizados pelo professor para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, tais como jogos, problemas, exercícios, etc., o aluno e o professor. Segundo Brousseau,

Os conhecimentos dos alunos revelam o funcionamento do meio, considerado como um sistema. Portanto, é o meio que deve ser modelado. Assim, um problema ou exercício não pode ser mera reformulação de um conhecimento, mas um dispositivo, um meio que responde ao sujeito, segundo algumas regras (2008, p. 19).

Seguindo as teorias de Brousseau nos deparamos com dois tipos de situação: a situação didática, que procura promover o que foi citado anteriormente, ou seja, a relação do meio com o aluno e o professor, sendo este último o responsável por oferecer atividades que sejam promotoras da construção do conhecimento por parte do aluno, à medida que ele tenta solucioná-la, e as situações adidáticas, onde o aluno consegue realizar a construção de determinado conhecimento, implícito no problema proposto, sem o auxílio do professor como mediador.

Apoiando-se nas teorias de Guy Brousseau entramos no campo da Engenharia didática, que desde a década de 80 visa promover situações didáticas eficazes para o ensino da matemática. Definindo-a melhor, a Engenharia Didática vista,

como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. (ALMOULOU, COUTINHO, 2008, p.66)

Associado ao conceito de Engenharia Didática surge também o conceito de sequência didática, que segundo Zabala, nada mais é que “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.”

Sendo assim, este trabalho visa utilizar como sequência de ensino, a elaboração de uma sequência didática, utilizando o Geogebra 3D Grapher para

construção e análise das propriedades de alguns sólidos geométricos. Passos e Teixeira ressaltam ainda que,

A Teoria das Situações Didáticas discute as formas de apresentação de determinado conteúdo matemático – ou parte dele – para os alunos, sempre que houver uma intenção clara do professor de possibilitar ao aluno a aprendizagem (aquisição de saberes), por meio da sequência didática planejada. (PASSOS, TEIXEIRA, 2013, p.163)

## 4 A TEORIA DE VAN HIELE PARA O ENSINO DE GEOMETRIA E USO DE SOFTWARES

O ensino de matemática na atualidade tem sido alvo de muitas pesquisas, com isso o surgimento de recursos facilitadores desse ensino tem crescido consideravelmente. Apesar disso ainda há muito que se discutir, temos visto o amplo crescimento de algumas áreas em detrimento de outras, o que gera uma preocupação quanto ao que se tem aprendido nas salas de aula hoje em dia. Dentre os conteúdos deixados em segundo plano, um cuja ausência traz relevante preocupação, é a geometria. Segundo os PCN's:

“Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1997, p. 55).

Mediante a isso, diversos autores concordam com o fato de que existe um crescente abandono do ensino de geometria, dentre eles podemos citar Lorenzato (1995, p. 3) que afirma que “o ensino da Geometria, se comparado com o ensino de outras partes da matemática, tem sido o mais desvairador [...]”.

A preocupação em seguir à risca os livros didáticos, que apresentam os conteúdos de geometria de forma fragmentada e escassa, e a formação fragilizada de muitos professores nessa área, são os principais fatores que contribuem para essa situação. O segundo fator é ainda mais preocupante, pois um professor que não sente segurança em seu domínio com relação a um conteúdo, também não se sentirá seguro para transmiti-lo a outros, dessa forma, como afirma Lorenzato (1995, p. 4), “está estabelecido um círculo vicioso: a geração que não estudou geometria não sabe como ensiná-la.”

Visando alternativas que despertem nos professores o desejo de incluir novamente nas salas de aulas, os importantes conceitos relativos à geometria espacial com segurança e coerência, este capítulo de caráter teórico e bibliográfico, apresenta as principais contribuições do modelo de Van-Hiele para o ensino de geometria, bem como o uso de softwares educativos, que facilitam na visualização e manipulação de sólidos geométricos, assim como na construção de figuras.

#### 4.1 O Ensino de Geometria: Seu lugar nas salas de aulas da atualidade

O ensino de Geometria no Brasil encontra-se cada vez mais defasado, pouco a pouco os conteúdos vêm sendo omitidos das salas de aulas e quando expostos, são apresentados de forma rápida e superficial. Nos livros didáticos, em sua maioria, esse conteúdo é apresentado apenas nos últimos capítulos, como a componente curricular para cada ano letivo, é extensa e nem sempre é possível abordá-la em sala de aula completamente, isso contribui diretamente para o abandono desse ramo da matemática nas escolas, uma vez que muitos professores usam como instrumento principal o livro didático. Nesse sentido, Borba e Guimarães, afirmam que existe,

[...] uma excessiva valorização do livro didático pelos professores, o qual serve como um guia no desenvolvimento da escolaridade, associado à estafante jornada de trabalho a que eles são submetidos – o que impede até mesmo uma reflexão sobre o papel desse livro didático. Nessas condições, a geometria não encontra seu lugar dentro do ensino de Matemática senão na forma de uma espécie de *apêndice curricular*, apresentado de modo fortemente fragmentado, relegado à condição de último capítulo do livro, aquele que, coincidentemente, não encontra tempo de ser visto durante o ano escolar. (2009, p. 179)

Além disso, outro fator que tem contribuído com esta situação é a formação dos professores que atuam nas escolas, uma boa parte deles durante sua jornada acadêmica, tiveram pouco, ou nenhum contato com o ensino de geometria, o que dificulta consideravelmente seu desempenho em sala de aula. Segundo Lorenzato,

Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. (1995, p.3, 4)

Na tentativa de achar uma resposta para o dilema mencionado acima, a maioria dos professores opta por não ensinar geometria, e nesse sentido, o principal prejudicado é o aluno, que perde de adquirir um conhecimento que se faz necessário tanto para o ambiente escolar, quanto para a vida cotidiana. Lorenzato afirma ainda, que,

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente

conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (1995, p. 5)

Levando-se em consideração o crescente interesse de proporcionar aos alunos a aquisição de conhecimentos úteis em diferentes áreas, vê-se que sem os conhecimentos referentes à geometria, essa perspectiva torna-se fragilizada.

A geometria está presente no dia a dia de todos, mesmo que de forma sucinta, e por isso é vista por muitos como a ponte entre o pensamento abstrato e pensamento concreto. Segundo Borba e Guimarães,

[...] podemos dizer que os problemas que tratam das ligações entre os objetos reais, os dados originários da observação e da percepção e os objetos teóricos e abstratos do domínio do conhecimento, aparecem de maneira singular na Geometria. (2009, p. 180)

Portanto, faz-se extremamente necessário resgatar para a realidade das salas de aulas o ensino de geometria. No entanto, para Lorenzato,

Soluções esporádicas ou pontuais não serão suficientes para resolver a questão da omissão geométrica. É preciso um amplo e contínuo esforço de diferentes áreas educacionais para que mudanças se efetivem no atual quadro do ensino da Geometria escolar. (1995, p. 4)

Dessa forma, uma proposta bastante significativa, mas ainda pouco difundida em nosso país, é o uso da Teoria de Van Hiele, como instrumento facilitador da construção do pensamento geométrico em sala de aula.

#### **4.2 Alguns aspectos sobre a Teoria de VAN HIELE**

O casal Holandês Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof, ao investigarem o desenvolvimento do pensamento geométrico, foram responsáveis pela teoria que hoje conhecemos como Modelo de Van-Hiele. Apesar de ainda ser pouco

disseminada no Brasil, essa teoria teve suas primeiras publicações em 1959 por meio das teses de doutorado do casal.

Segundo Borba e Guimarães (2009) o modelo para a aprendizagem de geometria proposto por Van-Hiele, está de acordo com as ideias sobre o desenvolvimento da inteligência de Piaget, que identifica quatro fatores atuantes no processo de desenvolvimento cognitivo.

Van-Hiele por sua vez diferencia as duas teorias ao destacar que a psicologia de Piaget era de desenvolvimento e não de aprendizagem, mas ressalta a leitura de alguns textos Piagetianos, que de alguma forma lhe influenciaram. (ALVES, SAMPAIO, 2010)

Em seu artigo, Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele, Michael Villiers (2010) cita Usiskin (1982) que resume quatro características importantes da teoria de Van-Hiele da seguinte maneira:

- **Ordem fixa:** A ordem na qual os alunos progredem por meio dos níveis de pensamento não varia. Em outras palavras, um aluno não pode estar no nível  $n$  sem ter passado pelo nível  $n-1$ .
- **adjacência:** Em cada nível de pensamento o que era intrínseco no nível anterior se torna extrínseco no nível atual.
- **distinção:** Cada nível possui seus próprios símbolos linguísticos e sua própria rede de relacionamentos que conecta tais símbolos.
- **separação:** Duas pessoas com raciocínio em níveis diferentes não podem entender uma à outra. (USISKIN *apud* VILLIERS, 2010, p. 401)

A partir dessas características, o modelo de Van Hiele é formado por cinco níveis de compreensão, que permitem identificar em que etapa do pensamento geométrico o aluno se encontra e por cinco fases sequenciais de ensino, que favorecem a aquisição de um nível de pensamento.

Os van Hiele assinalam que, numa sala de aula, cada aluno pensa em diferentes níveis e, além disso, eles apresentam modos de pensar diferentes dos professores, pois costumam utilizar com frequência palavras e objetos distintos dos empregados pelos professores e livros. Deste modo, o assunto não é bem assimilado e não fica retido por muito tempo na memória. (ALVES, SAMPAIO, 2010, p. 70)

O que justifica diversas situações que acontecem dentro da sala de aula, dentre elas, a dificuldade de comunicação entre professor e aluno.

Pode-se descrever os níveis de conhecimento de Van-Hiele da seguinte forma: o **nível zero - visualização** é a etapa na qual o aluno é capaz de reconhecer

visualmente uma figura geométrica, mas ainda não é capaz de identificar as propriedades que a caracterizam. No **nível um - análise** os alunos são capazes de identificar as propriedades relativas a uma figura, mas não inter-relacionam figuras distintas e propriedades. No **nível dois – dedução informal ou ordenação** já é possível inter-relacionar figuras distintas e acompanhar demonstrações simples, sem, no entanto, fazer a construção, por ainda não compreender o significado de uma dedução. O **nível três – dedução formal** é a etapa onde o aluno é capaz de construir demonstrações, inclusive de mais de uma forma, raciocinando no contexto de um sistema matemático completo. Por fim, no **nível quatro - rigor** o aluno é capaz de compreender sistemas dedutivos formais com bastante rigor e comparar sistemas baseados em diferentes axiomas.

Uma vez descritos os níveis de conhecimento, descreveremos as fases sequenciais de ensino. A primeira delas, conhecida como **interrogação ou informação**, tem como característica, a descoberta pelo professor dos conhecimentos prévios do aluno, a partir da construção de um diálogo entre eles, sobre o tema a ser estudado. A segunda fase, ou **orientação dirigida**, baseia-se na proposição, pelo professor, de atividades específicas e objetivas para os alunos que respeitem uma sequência didática de ensino. A **explicação**, terceira fase, tem como alvo observar se o aluno é capaz de reproduzir de forma oral ou escrita as experiências vividas por ele anteriormente, ou seja, não há a aquisição de novos conhecimentos, e sim a formalização de conceitos adquiridos anteriormente. Na fase quatro, conhecida como **orientação livre**, os alunos devem utilizar os conhecimentos adquiridos para resolver problemas diferentes dos propostos na fase dois e com um grau de dificuldade maior. Por fim, na fase cinco, **integração**, os alunos, com o auxílio do professor, construirão uma síntese dos conhecimentos adquiridos com relação ao tema estudado, com o objetivo de ter uma visão geral sobre todos os aspectos estudados anteriormente.

Conhecidos os níveis de compreensão do pensamento e as fases sequenciais de ensino, é possível trabalhar em sala com atividades que promovam a construção de saberes e do pensamento geométrico por parte do aluno, a partir do nível em que este se encontra.

### 4.3 O uso de softwares no Ensino de Geometria, a luz da Teoria de VAN HIELE

A tecnologia atualmente está por toda parte, inclusive nas salas de aula. A maioria dos alunos possui aparelhos eletrônicos que os permitem, através das redes sociais, se conectar com qualquer pessoa, em qualquer lugar do mundo, o que torna cada vez mais difícil a tarefa do professor. Manter a atenção do aluno no conteúdo, com tantas distrações ao alcance da mão é uma missão difícil, dessa forma o ensino tem se ajustado para que a tecnologia ocupe no ambiente escolar um papel importante, não usada pelos alunos como meio de distração, mas sim pelo professor, como instrumento de ensino. Nesse sentido os PCNEM, afirmam que,

O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. [...] Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 2000, p. 41)

Dessa forma, é possível encontrar hoje uma quantidade considerável de softwares que permitem a integração da tecnologia à sala de aula, em particular ao ensino de matemática. Um grande obstáculo para isso, no entanto, ainda é a falta de habilidade que alguns professores demonstram no manuseio desses softwares, principalmente aqueles ligados ao ensino de geometria, como por exemplo, Cabri-Geometry, Poly, Sketchpad, Geogebra, entre outros.

Apesar disso, o uso de softwares, ainda é uma perspectiva animadora para o ensino de matemática, e principalmente para o ensino de geometria, um dos enfoques desse trabalho. Se pensarmos na sua utilização a luz da teoria de Van Hiele, perceberemos que atividades desenvolvidas com base nesses softwares se encaixam perfeitamente no conceito de níveis de compreensão, e principalmente, nas fases sequenciais de ensino, fundamentais para que o aluno adquira um novo nível de pensamento geométrico.

Segundo Isotani e Brandão (2004), citado por Schirlo, Silva, Oliveira, Ishikawa em seu artigo, Abordando a Geometria pelos níveis de Van Hiele com o auxílio de softwares educativos,

A fase de informação, o aluno necessita saber o vocabulário a ser utilizado para acionar os comandos para o computador executar a atividade e na fase

de orientação o professor pode guiar os alunos pelo software que está usando. Já na fase de explicitação, os alunos podem compartilhar, com seus colegas, como construíram seus desenhos e o que aconteceu quando movimentam o mouse ao estarem construindo figuras geométricas por meio de algum software educativo. E, na fase de orientação livre, os alunos podem descobrir outros meios para construir um mesmo desenho, conservando as propriedades geométricas. Nesse momento, o professor pode concluir a síntese com relato dos problemas que ocorreram na construção das figuras geométricas com o auxílio de softwares e as propriedades descobertas pelos alunos com o desenvolvimento das referidas atividades. (ISOTONI, BRANDÃO *apud* SCHIRLO *et al*, 2014, p. 8)

Diante de tudo que foi citado, o descaso com o ensino da geometria é um fator alarmante. No entanto, tem-se visto estudos relevantes que vem contribuindo com a mudança desse cenário. Alternativas tem sido apresentadas para que esse ensino, precário na maioria das vezes, encontre lugar novamente nas salas de aulas brasileiras e o uso de softwares tem apresentado resultados positivos nesse sentido, pois ele permite a utilização de recursos que facilitam a visualização das diversas propriedades que um sólido apresenta.

A teoria de Van Hiele, por sua vez, promove uma melhor interação entre professor e aluno, uma vez que estes tem sua comunicação facilitada, já que o professor ao identificar o nível de compreensão do pensamento geométrico em que o aluno se encontra, não mais transmitirá conceitos que ele não consegue compreender, apenas memoriza momentaneamente. Além disso, ao utilizar as ferramentas presentes nos softwares disponíveis para fazer conjecturas e testar as propriedades presentes nos sólidos geométricos, o aluno é guiado pelos níveis apresentados por essa teoria, partindo do mais simples, até o mais complexo. Por esse motivo essa é a teoria utilizada como base nessa pesquisa.

## 5 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar a sequência didática proposta por meio desta dissertação, visando proporcionar aos professores de matemática, uma estratégia de ensino diferenciada para a assimilação dos conteúdos de geometria espacial em sala de aula. Para isso, iniciaremos com uma breve apresentação do software Geogebra em sua versão para smartphone, e suas principais ferramentas, destacando que a versão utilizada para desenvolver a sequência didática é Calculadora Gráfica Geogebra 3D (Geogebra 3D Grapher).

### 5.1 Conhecendo o Geogebra 3D Grapher

Como citado anteriormente, o software Geogebra, desenvolvido por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburgo na Áustria, é um software matemático dinâmico, que facilita o ensino e aprendizagem da Geometria, Álgebra e Cálculo, podendo ser utilizado tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior.

Sendo um software gratuito, disponível em vários idiomas e de fácil instalação, faz-se apenas necessário a presença do Java no computador em que o software será executado, o que lhe permite estar disponível em várias plataformas. O Geogebra é uma excelente opção para ser trabalhado nos laboratórios das escolas com os alunos. Além disso, em suas atualizações mais recentes, trouxe como novidade sua versão para smartphones, facilmente obtida através da plataforma Play Store do celular.

Essa alternativa é de grande relevância, uma vez que a utilização do celular em sala de aula vem sendo amplamente discutida, além de proporcionar uma estratégia de ensino que traga utilidade significativa para o mesmo durante as aulas.

Devido as diversas aplicações que podem ser obtidas através do Geogebra, sua utilização como instrumento mediador do ensino aprendizagem na sala de aula, vem sendo amplamente requerida pelos profissionais da educação. Segundo Nascimento,

O GeoGebra está rapidamente ganhando popularidade no ensino e aprendizagem da Matemática em todo o mundo. Atualmente, o GeoGebra é traduzido para 58 idiomas, utilizado em 190 países e baixado por aproximadamente 300.000 usuários em cada mês. Esta utilização crescente obrigou o estabelecimento do Internacionais GeoGebra Institute (GII), que serve como uma organização virtual para apoiar GeoGebra locais iniciativas e institutos. (NASCIMENTO, 2012. p.128).

As versões mais recentes do Geogebra podem ser obtidas no site [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Neste trabalho em particular, optou-se pela utilização da versão para smartphone nomeada como Calculadora Gráfica Geogebra 3D, ou Geogebra 3D Grapher.

Para realizar as construções necessárias, utiliza-se basicamente as *ferramentas*, a *janela da álgebra*, espaço onde podem ser digitados comandos de forma direta, e a *janela de visualização*, onde esses comandos serão visualizados. Vale destacar que as *ferramentas* e a *janela da álgebra* não são exibidas simultaneamente, mas de forma alternada, ao selecionar um dos ícones apresentados na Figura 1.

**Figura 1 - Barra de comando do Geogebra**



Fonte: Autora 2018

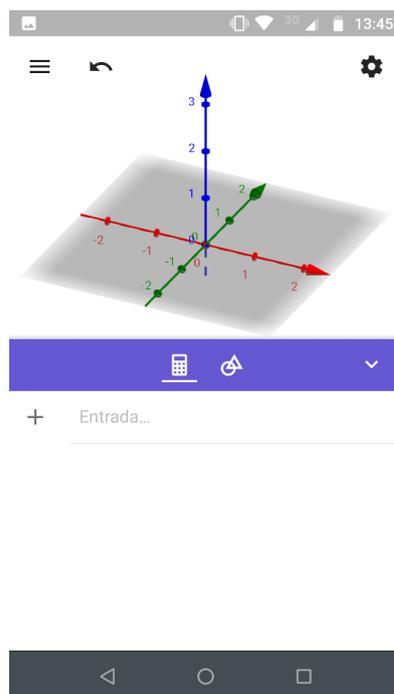
O ícone  representa a *janela da álgebra* e o ícone  é utilizado para acessar o menu de *ferramentas*.

A interface do Geogebra 3D Grapher pode ser observada nas Figuras 2 e 3 apresentadas a seguir.

**Figura 2 - Interface do Geogebra 3D Grapher (I)**

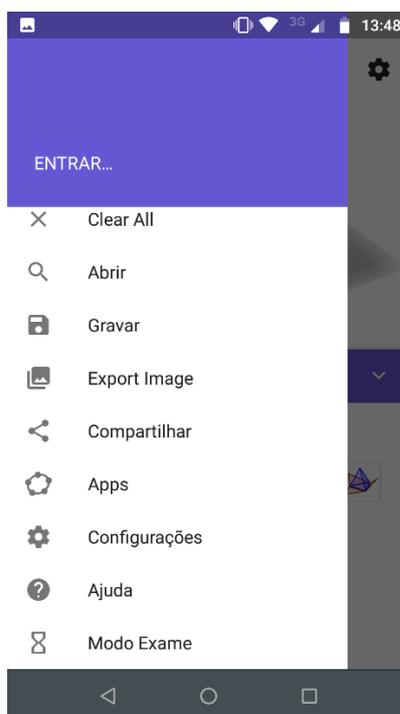


Fonte: Autora 2018

**Figura 3 - Interface do Geogebra 3D Grapher (II)**

Fonte: Autora 2018

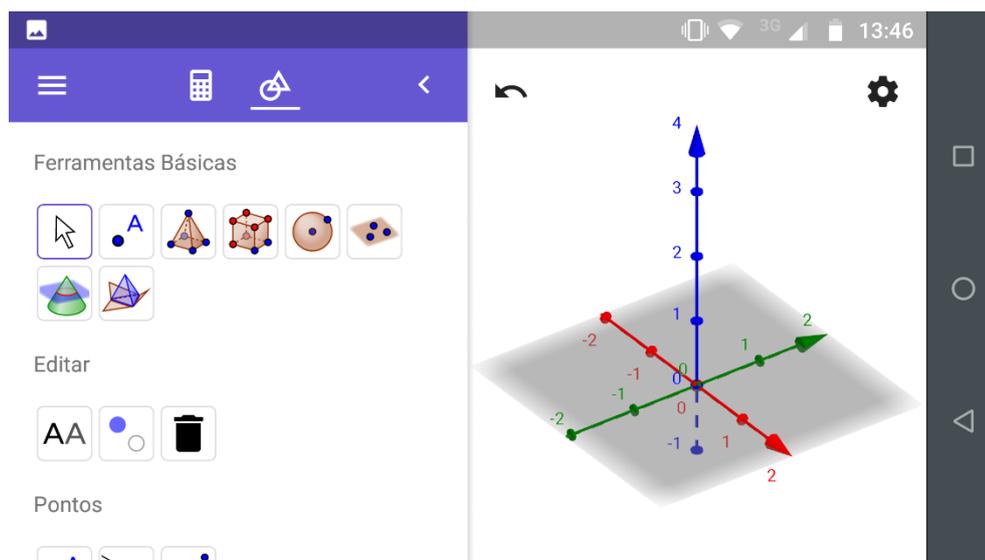
O *eixo x* está representado em vermelho, o *eixo y* em verde e o *eixo z* em azul. No canto superior esquerdo, as configurações gerais do Geogebra podem ser exibidas ao clicarmos neste ícone , apresentado na Figura 4.

**Figura 4 - Menu configurações**

Fonte: Autora 2018

Outro detalhe importante, é que o menu ferramentas apresenta inicialmente as ferramentas básicas, ou seja, aquelas utilizadas com mais frequência. Em seguida, são disponibilizados outros ícones, que abrangem funções mais avançadas, possibilitando a escolha daquele que mais viabiliza a construção que estiver sendo feita no dado momento, como exemplificamos na Figura 5.

**Figura 5 - Funções de cada ferramenta**



**Fonte:** Autora 2018

Como é possível notar, o Geogebra apresenta diversas funções que nos possibilitam a construção dos mais variados objetos, sendo assim, daremos continuidade a este capítulo, com a apresentação da sequência didática proposta.

## 5.2 A sequência didática

Segundo Passos e Teixeira,

Uma sequência didática é uma série de situações que se estruturam ao longo de uma quantidade prefixada de aulas. Devidamente estruturadas, essas situações têm como objetivo tornar possível a aquisição de saberes bastante claros, sem esgotar o assunto trabalhado. (PASSOS, TEIXEIRA, 2013, p.162)

Com base nessa perspectiva, a sequência didática aqui vista, tende a proporcionar para os professores de Matemática do Ensino médio uma metodologia alternativa para o ensino de Geometria Espacial. Além disso, para maior êxito na aplicação da sequência como instrumento no processo de ensino aprendizagem, é

sugerido que ao longo do desenvolvimento da mesma, o professor atue como mediador no processo de aprendizagem, destacando informações e características relevantes sobre o conteúdo, e permitindo que o estudante perceba que,

“Usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante deste tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas.” (BRASIL, 2006)

O principal instrumento utilizado para o desenvolvimento dessa sequência, será a versão para smartphone do Geogebra (Geogebra 3D Grapher). Devido a praticidade de manuseio do aplicativo, a facilidade em ser obtido e seu extenso número de ferramentas, o Geogebra 3D Grapher permite a construção de sólidos geométricos, tais como, prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas, além de permitir e facilitar a exploração das principais características desses sólidos.

Nessa sequência, propomos a construção de alguns prismas, visando auxiliar o estudante na construção e fixação de alguns conceitos, a saber, o conceito de arestas, faces, vértices, área e volume, além de utilizarmos uma ferramenta disponível no Geogebra que permite planificar os sólidos, possibilitando que os estudantes consigam observar com clareza as figuras planas que compõem o objeto estudado. Também é sugerido por essa sequência a animação do sólido geométrico, onde o estudante poderá observar a construção do sólido a partir de sua planificação.

Sendo assim, buscamos oferecer uma ferramenta que contribua de forma significativa para o aprendizado de Geometria, visto que, como já foi discutido anteriormente, existe uma necessidade em aperfeiçoar as estratégias no ensino de Geometria, dada sua importância dentro e fora da sala de aula.

Para se realizar esta proposta, que será norteada pelas fases sequenciais de ensino sugeridas por Van Hiele, e que são descritas neste texto no capítulo 4, alguns passos serão estabelecidos:

- Investigar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre figuras planas e sólidos geométricos por meio da aplicação de um questionário diagnóstico;
- Avaliar a importância do tema trabalhado, na visão do aluno e identificar sua postura com relação ao tema, dentro de sala de aula;
- Observar a utilização da Geometria espacial no cotidiano;

- Apresentar o aplicativo Geogebra 3D Grapher para a turma, descrevendo suas principais ferramentas;
- Aplicar todas as etapas da sequência didática proposta;
- Realizar as atividades direcionadas por essa sequência, considerando o nível da turma, evidenciado através do questionário diagnóstico.
- Analisar cada seção de ensino aplicada, observando os resultados adquiridos.

Após o término da aplicação desta sequência didática, das discussões e intervenções feitas pelo professor durante o desenvolvimento da mesma, e da resolução de atividades que serão utilizadas como testes verificadores que complementarão o presente trabalho, objetiva-se que o aluno apresente as habilidades de:

- Compreender os conceitos de arestas, vértices, faces, área e volume;
- Caracterizar um sólido geométrico;
- Nomear um sólido a partir de suas características;
- Identificar um sólido a partir de sua planificação;
- Associar o conteúdo a situações do cotidiano;
- Calcular área e volume de um sólido geométrico.

O estudante do ensino médio que apresenta essas habilidades demonstra compreensão e domínio do conteúdo. Sendo assim, as etapas de investigação dessa sequência buscam atingir os alvos propostos acima, a partir de encontros organizados da seguinte forma:

- **1º encontro:** Aplicação do questionário diagnóstico disponibilizado no apêndice A;
- **2º encontro:** Discussão a respeito das respostas obtidas através do questionário e sobre a relevância e aplicação do tema no cotidiano;
- **3º encontro:** Apresentação do aplicativo Geogebra 3D Grapher, destacando suas principais funções e ferramentas, visando a familiarização dos estudantes com o aplicativo;
- **4º encontro:** Aplicação da sequência didática (1º etapa – Construção de um cubo; 2º etapa – Construção de um paralelepípedo; 3º etapa – Construção de um prisma de base triangular);
- **5º encontro:** Resolução da primeira atividade;

- **6º encontro:** Aplicação da sequência didática (4º etapa – Construção de um prisma de base quadrada; 5º etapa – Construção de um prisma de base hexagonal);
- **7º encontro:** Resolução da segunda atividade;
- **8º encontro:** Aplicação de atividade verificadora.

Sugerimos que a sequência didática proposta seja aplicada com alunos do segundo ano do ensino médio, por ser nesse período que este conteúdo é trabalhado em sala de aula pelos professores. Alguns livros didáticos apresentam a abordagem de geometria espacial apenas no terceiro ano do ensino médio, mas não é o caso da referência utilizada pela escola onde o trabalho será desenvolvido.

O questionário diagnóstico proposto e elaborado pelo autor deste trabalho, tem por objetivo analisar até que ponto vão os conhecimentos dos alunos acerca do tema estudado, fazendo assim uma análise *a priori* dos níveis de conhecimento apresentados na turma. É válido ressaltar, que o professor que utilizar essa sequência em sala de aula, uma vez conhecedor da aptidão de seus estudantes com relação ao tema, se necessário, deve fazer as alterações pertinentes no questionário de acordo com a realidade de seu ambiente de aplicação.

Destacamos ainda, que as informações obtidas a partir da aplicação deste questionário, são de grande relevância para o desenvolvimento da pesquisa e permitirão que os encontros posteriores sejam planejados com maior cuidado e de forma a atingir os objetivos almejados neste trabalho.

### **5.3 Etapas da sequência didática**

Como visto anteriormente, antes da aplicação prática da sequência didática, algumas intervenções são necessárias para sua execução. A aplicação do questionário diagnóstico, bem como sua análise, a discussão acerca da importância da geometria espacial no cotidiano e a apresentação do aplicativo Geogebra 3D Grapher, são etapas introdutórias e fundamentais para o desenvolvimento da sequência proposta.

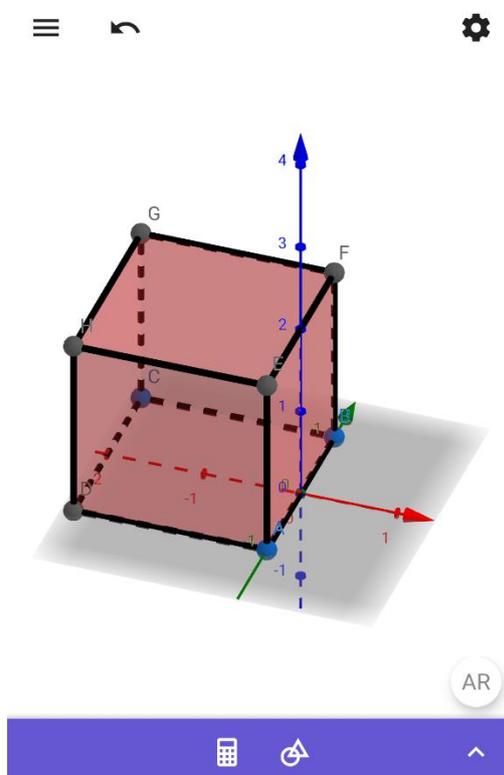
As principais etapas da sequência sugerida, que serão aplicadas posteriormente a esses momentos, serão descritas a seguir. Destacamos que as sessões de ensino propostas aqui, devem ser utilizadas como instrumentos facilitadores no processo de ensino aprendizagem, mas faz-se necessário a

participação do professor como mediador nesse processo, intervindo e complementando o tema estudado com suas explicações. Além disso, a utilização de atividades de fixação apresentadas pelo professor ou extraídas do livro didático possibilitam de forma ainda mais concreta, a garantia de que o processo de aprendizagem seja eficaz.

### 5.3.1 Primeira etapa – Construção de um cubo

A primeira etapa visa apresentar as principais características e propriedades de um cubo, destacando seu número de vértices, faces e arestas e exibindo sua planificação. Além disso, sugerimos que durante a construção do sólido no Geogebra 3D Grapher, o professor destaque as informações que considerar pertinentes e relevantes ao estudo do cubo. A seguir, apresentamos a Figura 6, construída a partir da utilização do Geogebra 3D Grapher.

Figura 6 - Cubo construído no Geogebra 3D Grapher



Fonte: Autora 2018

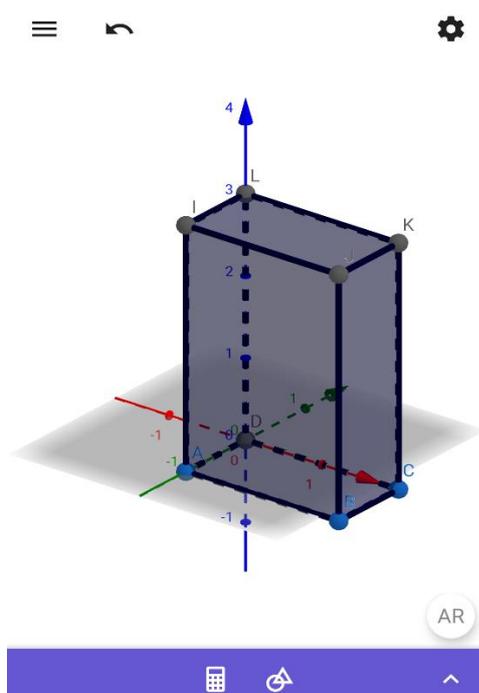
Nesta etapa, objetivamos proporcionar ao estudante a aquisição dos conhecimentos pertinentes ao estudo do cubo, tais como, sua planificação e sua versão tridimensional e as figuras planas que representam as faces, além das fórmulas matemáticas que permitem os cálculos de área e volume.

O desenvolvimento desta etapa deu-se em uma aula de 50 minutos, e utilizamos o Geogebra 3D Grapher para executar o tutorial de construção do cubo sugerido no apêndice B.

### 5.3.2 Segunda etapa – Construção de um paralelepípedo

Na segunda etapa apresentamos as principais características e propriedades de um paralelepípedo, também chamado de prisma retangular, destacando seu número de vértices, faces e arestas e exibindo sua planificação. Além disso, sugerimos que durante a construção do sólido no Geogebra 3D Grapher, o professor destaque as informações que considerar pertinentes e relevantes ao estudo do paralelepípedo. A Figura 7, construída a partir da utilização do Geogebra 3D Grapher, representa um paralelepípedo.

**Figura 7 - Paralelepípedo construído no Geogebra 3D Grapher**



Fonte: Autora 2018

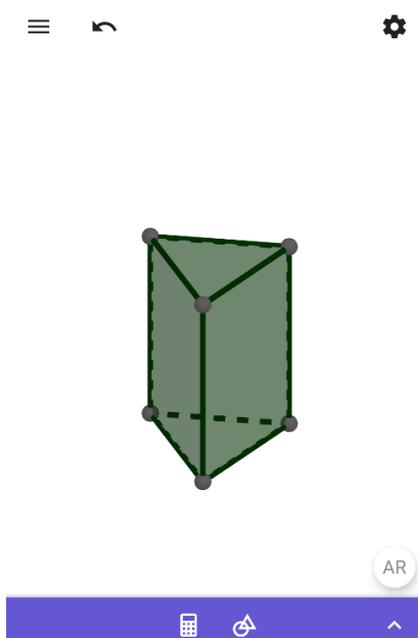
Nesta etapa, objetivamos proporcionar ao estudante a aquisição dos conhecimentos pertinentes ao estudo do paralelepípedo, tais como, sua planificação e sua versão tridimensional e as figuras planas que representam as faces, além das fórmulas matemáticas que permitem os cálculos de área e volume.

O desenvolvimento desta etapa deu-se em uma aula de 50 minutos, e utilizaremos o Geogebra 3D Grapher para executar o tutorial de construção do paralelepípedo sugerido no apêndice C.

### 5.3.3 Terceira etapa – Construção de um prisma de base triangular

Dando sequência, a terceira etapa visa apresentar as principais características e propriedades de um prisma de base triangular, destacando seu número de vértices, faces e arestas e exibindo sua planificação. A base do prisma estudado nesta etapa será um triângulo equilátero, mas ressaltamos que todas as construções feitas, podem ser igualmente realizadas se a base do prisma for um triângulo qualquer. Além disso, sugerimos que durante a construção do sólido no Geogebra 3D Grapher, o professor destaque as informações que considerar pertinentes e relevantes ao estudo de um prisma de base triangular. A seguir, a Figura 8, construída a partir da utilização do Geogebra 3D Grapher, ilustra a representação de um prisma de base triangular.

**Figura 8 - Prisma de base triangular construído no Geogebra 3D Grapher**



Fonte: Autora 2018

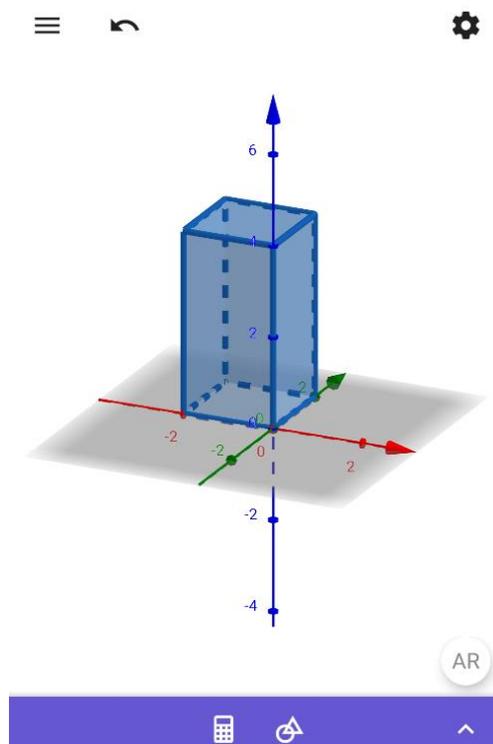
Nesta etapa, objetivamos proporcionar ao estudante a aquisição dos conhecimentos pertinentes ao estudo de um prisma de base triangular, tais como, sua planificação e sua versão tridimensional e as figuras planas que representam as faces, além das fórmulas matemáticas que permitem os cálculos de área e volume.

O desenvolvimento desta etapa deu-se em uma aula de 50 minutos, e utilizaremos o Geogebra 3D Grapher para executar o tutorial de construção de um prisma de base triangular, sugerido no apêndice D.

#### 5.3.4 Quarta etapa – Construção de um prisma de base quadrada

A quarta etapa visa apresentar as principais características e propriedades de um prisma de base quadrada, ou prisma quadrangular, destacando seu número de vértices, faces e arestas e exibindo sua planificação. Além disso, sugerimos que durante a construção do sólido no Geogebra 3D Grapher, o professor destaque as informações que considerar pertinentes e relevantes ao estudo do cubo. A seguir, apresentamos a Figura 9, construída a partir da utilização do Geogebra 3D Grapher.

**Figura 9 - Prisma de base quadrangular construído no Geogebra 3D Grapher**



Fonte: Autora 2018

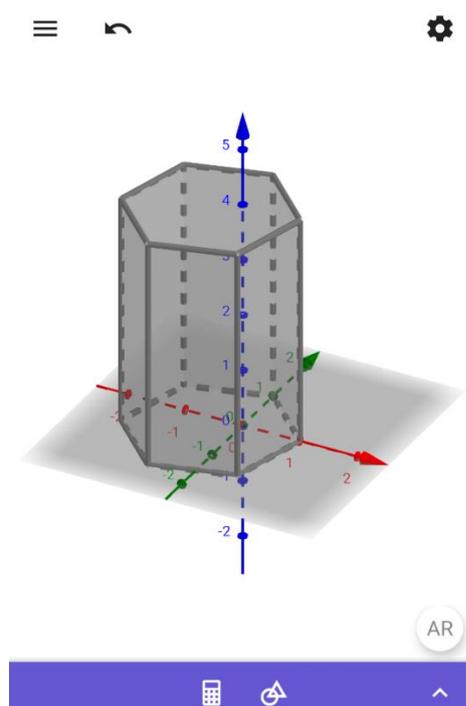
Nesta etapa, objetivamos proporcionar ao estudante a aquisição dos conhecimentos pertinentes ao estudo de um prisma de base quadrada, tais como, sua planificação e sua versão tridimensional e as figuras planas que representam as faces, além das fórmulas matemáticas que permitem os cálculos de área e volume.

O desenvolvimento desta etapa deu-se em uma aula de 50 minutos, e utilizaremos o Geogebra 3D Grapher para executar o tutorial de construção de um prisma de base quadrada sugerido no apêndice E.

### 5.3.5 Quinta etapa – Construção de um prisma de base hexagonal

Por fim, a quinta etapa desta sequência busca apresentar as principais características e propriedades de um prisma de base hexagonal, destacando seu número de vértices, faces e arestas e exibindo sua planificação. Além disso, sugerimos que durante a construção do sólido no Geogebra 3D Grapher, o professor destaque as informações que considerar pertinentes e relevantes ao estudo de um prisma de base hexagonal. A seguir, apresentamos a Figura 10, construída a partir da utilização do Geogebra 3D Grapher.

**Figura 10 - Prisma de base hexagonal construído no Geogebra 3D Grapher**



Fonte: Autora 2018

Nesta etapa, objetivamos proporcionar ao estudante a aquisição dos conhecimentos pertinentes ao estudo de um prisma de base hexagonal, tais como, sua planificação e sua versão tridimensional e as figuras planas que representam as faces, além das fórmulas matemáticas que permitem os cálculos de área e volume.

O desenvolvimento desta etapa deu-se em uma aula de 50 minutos, e utilizaremos o Geogebra 3D Grapher para executar o tutorial de construção de um prisma de base hexagonal sugerido no apêndice F.

## 6 COLETA E ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção apresentamos os dados coletados no *lócus* da pesquisa, bem como uma análise quantitativa e qualitativa, a luz das teorias utilizadas como aporte teórico deste trabalho, desses dados, visando observar de qual forma a sequência didática proposta ao longo desse trabalho pode auxiliar o aluno a compreender melhor os conteúdos de geometria espacial.

A aplicação dessa sequência aconteceu em uma escola pública da rede estadual, situada no município de São Miguel dos Campos, a turma selecionada para participar da pesquisa foi uma turma do segundo ano do ensino médio, e os encontros foram organizados inicialmente, de forma que os alunos trabalhassem em dupla. Como a maior parte da pesquisa necessitou do uso do smartphone, e em alguns casos, mesmo formando duplas, os alunos não possuíam o aparelho para desenvolver a pesquisa, foram permitidos alguns trios.

Os encontros foram realizados na escola, e a maioria deles aconteceram na sala onde eles tinham aula rotineiramente, porém como o principal instrumento da pesquisa era um aparelho móvel, isso nos permitiu realizar alguns momentos no pátio da escola. Por ser a professora da turma, utilizamos os momentos das aulas de matemática, cinco momentos semanais, para realizar a pesquisa. A seguir, estão descritos os acontecimentos de cada encontro e os resultados obtidos pela aplicação de cada etapa da sequência.

### 6.1 Análise a priori – aplicação do primeiro questionário diagnóstico

O trabalho inicial com os alunos, baseou-se na aplicação de um questionário diagnóstico, que nos permitiu verificar os conhecimentos prévios de cada um com relação aos conceitos de geometria. O questionário mencionado, apresenta 17 questões, em sua maioria objetivas, cada um com objetivos distintos, visando proporcionar um panorama geral sobre os conhecimentos dos alunos e também as expectativas de cada indivíduo com a relação ao estudo de geometria.

O primeiro encontro aconteceu no dia 23 de outubro de 2018 e foram utilizadas duas aulas de 50 minutos cada, para socialização e aplicação do questionário. Vale ressaltar que enquanto professora, trabalho com a turma desde o início do ano letivo,

que se deu em meados de março, faz-se necessário essa colocação, para justificar o método de pesquisa adotado, a saber, Pesquisa-Ação Participante.

Nesse primeiro momento, também foram discutidos os objetivos da pesquisa e quais etapas seriam realizadas durante o processo. Ficou claro para a turma, que as aulas aconteceriam naturalmente e normalmente, apenas substituindo a prática tradicional por uma abordagem diferenciada.

### 6.1.1 Diagnóstico Inicial

A turma na qual a sequência foi aplicada, tem 36 alunos matriculados. No dia da aplicação do questionário compareceram 33 alunos, sendo 16 (48,48%) do sexo feminino e 17 (51,52%) do sexo masculino. Todos os alunos se identificaram e preencheram corretamente o nome da escola em que estudam e do município onde residem. As perguntas 1 a 5, são questionamentos que caracterizam o sujeito, tais como, nome, idade e sexo, por isso não foram consideradas relevantes, enquanto influência para os resultados da pesquisa.

As perguntas 6 a 12 objetivam identificar se os alunos apresentam algum conhecimento sobre o conteúdo geometria e quais são esses conhecimentos, principalmente os conceitos ligados a prismas, objeto central de estudo das etapas da sequência aqui trabalhada.

Na questão 6, o aluno é indagado sobre o estudo da Geometria Espacial, sendo motivado a discursar, a sua maneira, sobre os objetos de estudo da Geometria Espacial. De forma geral, o resultado apresentado por esse questionamento não é satisfatório, pois apenas uma minoria da turma respondeu positivamente a essa questão, conforme os resultados apresentados na tabela 1.

**Tabela 1 – Índice de respostas sobre o estudo de geometria espacial**

Respostas dos alunos sobre o estudo de Geometria Espacial	ALUNOS	
	Nº	%
SIM	11	33,33
NÃO	22	66,67

**Fonte:** Questionários respondidos pelos alunos em 23/10/2018

A tabela nos mostra que mais de 60% da turma considera não saber qual o objeto de estudo da Geometria Espacial, o que é um dado preocupante, visto que este estudo deve-se ser iniciado no Ensino Fundamental 2. Apesar disso, algumas respostas discursivas apresentadas por determinados alunos, mostram-se bastante interessantes. O sujeito 12 escreve que a Geometria Espacial “estuda todas as formas de figuras ou objetos com formato geométrico que tem no nosso cotidiano” o que nos mostra uma associação entre o conteúdo e situações do dia a dia. Já o sujeito 19 escreve que “estuda o espaço e o diâmetro dos objetos”, o que apesar de não ser uma definição muito clara, permite mostrar o conhecimento de alguns termos pertencentes ao estudo da Geometria. O sujeito 28 diz que “É o estudo do espaço em que vivemos ou realizamos algumas atividades”, e nesse caso podemos notar uma associação com o espaço físico ao seu redor, e não com o espaço geométrico. É importante destacar, que durante a aplicação do questionário, muitos alunos associaram em seu diálogo, o termo espaço, com o espaço sideral, estudado em astronomia, por exemplo, não fazendo ligação com as formas realmente estudadas em Geometria.

A questão 7, buscava identificar de maneira geral, a importância do ensino e do estudo de Geometria para os alunos, os dados obtidos estão expressos na tabela 2.

**Tabela 2 – Índice de respostas sobre a importância do estudo de geometria espacial**

Respostas dos alunos sobre a importância do estudo de Geometria Espacial	ALUNOS	
	Nº	%
SIM	20	60,60
NÃO	11	33,33
NÃO RESPONDERAM	2	6,07

**Fonte:** Questionários respondidos pelos alunos sem 23/10/2018

O resultado obtido pelos alunos foi satisfatório, por mostrar que mais de 60% dos alunos consideram o estudo de Geometria relevante, porém o número dos que discordam disso é bastante considerável, o que gera ainda mais preocupação sobre como o ensino de Geometria tem sido tratado dentro da sala de aula.

Quando questionados sobre a importância do estudo de Geometria Espacial, os alunos foram orientados a justificarem suas respostas em caso afirmativo, e muitos deles associaram a importância desse estudo, ao cálculo de áreas. O sujeito 1 destaca

“para sabermos a medição de áreas que estamos localizados, ou objetos e etc...”, o sujeito 12 diz “porque sempre é usada para grandes construções e que facilita em nossas áreas de estudos” e o sujeito 16 diz “eu acho que sim, estuda tudo como geometria, círculo, triângulo e etc...”, percebemos através dessas três colocações, uma certa insegurança quanto ao conteúdo, mas em contra partida a colocação de termos que demonstram algum conhecimento sobre o estudo abordado.

As questões 8 e 9, buscavam identificar se o aluno conseguiria diferenciar uma figura plana de uma figura espacial, sendo assim, em caso de respostas afirmativas para esses questionamentos, os alunos são instruídos a representar através de desenhos as figuras que eles consideram planas e as figuras que eles consideram espaciais. Destacamos que os conhecimentos relativos a Geometria Plana são de extrema importância para o estudo da Geometria Espacial. Os resultados estão descritos nas tabelas 3 e 4.

**Tabela 3 – Índice de respostas sobre o que é uma figura plana**

Respostas dos alunos sobre o que é uma figura plana	ALUNOS	
	Nº	%
SIM	27	81,81
NÃO	6	18,19

**Fonte:** Questionários respondidos pelos alunos sem 23/10/2018

**Tabela 4 – Índice de respostas sobre o que é uma figura espacial**

Respostas dos alunos sobre o que é uma figura espacial	ALUNOS	
	Nº	%
SIM	21	63,64
NÃO	11	33,33
NÃO RESPONDERAM	1	3,03

**Fonte:** Questionários respondidos pelos alunos sem 23/10/2018

Ambas as tabelas apresentam resultados satisfatórios com relação ao conhecimento dos alunos sobre o que são figuras planas e figuras espaciais, porém as representações feitas por eles identificam de forma mais clara o saber geométrico que cada aluno possui.

Sobre a questão 8, o sujeito 1 não exemplifica com figuras sua resposta, mas utiliza nomes adequados para representa-las, os sujeitos 3 e 15 utilizam objetos do

cotidiano para representar as figuras, sugerindo como exemplos de figuras planas, um espelho e uma mesa de bilhar, o sujeito 4 utiliza o desenho de um relevo e de um planalto, fugindo da ideia real de figura plana, e os sujeitos 7, 9, 16, 27 e 31 utilizam linhas como exemplos de figuras planas. De forma geral a maioria utilizou figuras adequadas pra exemplificar as figuras planas, sendo as mais utilizadas, o retângulo e o quadrado.

Sobre a questão 9, ao representar as figuras espaciais, o sujeito 7 utiliza o desenho de uma casa, o sujeito 12 cita uma mesa, o sujeito 29 apresenta um desenho que se assemelha a um cilindro e os sujeito 19 apresentam as melhores exemplificações de uma figura espacial, através dos desenhos de um cubo, de uma pirâmide e de um cilindro, de maneira geral, muitos utilizaram figuras planas para representar figuras espaciais.

A questão 10 visava identificar se eles conseguiriam nomear corretamente a base de um sólido.

**Tabela 5 – Índice de respostas sobre o nome dado à base de um sólido específico**

Respostas dos alunos sobre o nome dado a base de um sólido específico	ALUNOS	
	Nº	%
HÉXAGONO	4	84,85
PENTÁGONO	28	12,12
QUADRILÁTERO	1	3,03
TRIÂNGULO	0	0

**Fonte:** Questionários respondidos pelos alunos sem 23/10/2018

Conforme os resultados da tabela 5, percebemos que quase 85% da turma conseguiu identificar corretamente a base do sólido.

As questões 11 e 12 objetivavam identificar se os alunos compreendiam os conceitos de área de uma figura e volume de um sólido. As tabelas 6 e 7 apresentam os resultados obtidos.

**Tabela 6 – Índice de respostas sobre área de uma figura**

Respostas dos alunos sobre área de uma figura plana	ALUNOS	
	Nº	%
SOMA DAS MEDIDAS DE TODOS OS LADOS	19	57,57
MEDIDA DO COMPRIMENTO DE UM CONTORNO	1	3,03

A MEDIDA DA SUPERFÍCIE DE UMA FIGURA GEOMÉTRICA	3	9,10
QUANTIDADE DE ESPAÇO OCUPADA POR UM OBJETO	10	30,30

**Fonte:** Questionários respondidos pelos alunos sem 23/10/2018

**Tabela 7 – índice de respostas sobre volume de um sólido**

Respostas dos alunos sobre volume de um sólido	ALUNOS	
	Nº	%
SOMA DAS MEDIDAS DE TODOS OS LADOS	2	6,07
MEDIDA DO COMPRIMENTO DE UM CONTORNO	4	12,12
A MEDIDA DA SUPERFÍCIE DE UMA FIGURA GEOMÉTRICA	8	24,24
QUANTIDADE DE ESPAÇO OCUPADA POR UM OBJETO	18	54,54
NÃO RESPODERAM	1	3,03

**Fonte:** Questionários respondidos pelos alunos sem 23/10/2018

É possível notar, a partir dos resultados das tabelas, que na questão 11 a maioria dos alunos confundiram o conceito de área com o conceito de perímetro, e que apenas uma minoria assinalou corretamente o conceito de área. Já na questão 12, mais da metade dos alunos assinalaram corretamente o conceito de volume de um sólido.

Apesar da turma, em sua maior parte, não conseguir estabelecer conceitos bem definidos sobre o tema central da sequência, num panorama geral eles demonstram ter tido algum contato com o estudo de Geometria Espacial ao longo da vida escolar, o que nos permite explorar e aplicar de maneira significativa a sequência didática proposta.

#### 6.1.2 Expectativas dos alunos quanto ao estudo de Geometria Espacial

Neste tópico descreveremos os resultados obtidos com a aplicação das questões 13 a 17, que buscam identificar as expectativas dos alunos com relação ao tema estudado e a pesquisa proposta.

A questão 13 objetiva analisar as relações construídas pelo aluno entre a Geometria Espacial e situações do cotidiano. Sendo essa uma questão discursiva, apresentaremos algumas respostas, consideradas interessantes para os resultados da pesquisa. Boa parte dos alunos apontaram que não sabiam a relação entre o estudo da Geometria espacial e o cotidiano, alguns apenas não responderam, e uma

outra parte significativa, associou na maioria das vezes o estudo da geometria com a construção de casas, e mais especificamente com a construção civil. O sujeito 7 destaca “para a construção de muitos edifícios, entre outros”, já o sujeito 15 diz que “desde uma janela até a mesa podem ser relacionados com o nosso dia a dia e o diálogo também podemos assimilar as formas geométricas espaciais” e o sujeito 29 apresenta da seguinte forma “em construções de casas, janelas e outros tipos de corpos físicos que ocupam uma área”.

A questão 14, motiva o aluno a avaliar quais os recursos para o ensino que podem ser utilizados no ensino de Geometria Espacial. A tabela 8, traz os resultados obtidos, destacamos que o aluno poderia assinalar mais de uma alternativa.

**Tabela 8 – Índice de respostas sobre recursos utilizados no ensino de matemática**

Respostas dos alunos sobre recursos utilizados no ensino de matemática	ALUNOS	
	Nº	%
JOGOS	22	66,66
SOFTWARES	27	81,81
MATERIAL CONCRETO	12	36,36
RÉGUA LÁPIS	24	72,72
OUTROS	7	21,21

**Fonte:** Questionários respondidos pelos alunos sem 23/10/2018

A maioria dos alunos optou por marcar mais de uma alternativa como resposta para essa questão, o que evidencia a importância dada pelos alunos para metodologias de ensino diferenciadas. Os alunos que assinalaram a opção “OUTROS” em sua maioria não especificaram algum tipo de recurso, mas alguns sugeriram livros e pesquisas.

Na questão 15, os alunos foram questionados sobre as contribuições produzidas pela utilização de softwares para a aprendizagem de Geometria Espacial.

**Tabela 9 – Índice de respostas sobre a importância da utilização de softwares no ensino de matemática**

Respostas dos alunos sobre a importância da utilização de softwares no ensino de matemática	ALUNOS	
	Nº	%
SEMPRE	12	36,36
NA MAIORIA DAS VEZES	18	54,54
RARAMENTE	2	6,07

NUNCA	0	0
NÃO RESPONDERAM	1	3,03

**Fonte:** Questionários respondidos pelos alunos sem 23/10/2018

Como mostra a tabela 9, pouco mais de 90% dos alunos, consideram essa prática importante, quando analisamos os dois primeiros itens.

A questão 16 buscava analisar quais profissões, na opinião dos alunos, necessitam de conhecimentos pertinentes ao estudo da Geometria Espacial. Como essa questão era de caráter discursivo ressaltamos que as profissões mais citadas foram: arquitetura, astronomia, engenharia e matemática. Alguns alunos optaram por não responder. O sujeito 15 apresentou a seguinte resposta: “na área de um designer de games, construtor de gráficos, em profissões diversas como engenharia, digo que relacione desenho a cálculo e forma”, já o sujeito 20 destacou “Em criação de jogos e programas, e na criação de desenhos”. As respostas desses sujeitos são bastante significativas, porque nos mostram a habilidade desses alunos em enxergar a Geometria, e mais além, a Matemática de forma geral, nas mais diversas áreas.

Por fim, na questão 17, os alunos foram questionados se conheciam algum tipo de software utilizados no ensino de matemática. A tabela 10 apresenta os resultados obtidos.

**Tabela 10 – Índice de respostas sobre o conhecimento dos alunos quanto a softwares utilizados no ensino de matemática**

Respostas dos alunos sobre o conhecimento dos alunos quanto a softwares utilizados no ensino de matemática	ALUNOS	
	Nº	%
SIM	25	75,76
NÃO	8	24,24

**Fonte:** Questionários respondidos pelos alunos sem 23/10/2018

A maior parte dos alunos alegou conhecer algum software, quando pedidos para expressar qual seria software, eles responderam o próprio Geogebra, instrumento utilizado nessa sequência. Segundo os alunos, no ano anterior eles haviam trabalhado ligeiramente, com a versão 2D para computador do Geogebra, com o intuito de assimilar alguns conceitos pertinentes ao estudo das frações. O sujeito 15, entretanto, fez a seguinte colocação “existem vários como fotomath, construtor de gráficos 3D, smash mat, gltools, entre outros”.

O objetivo desse questionário foi obter um diagnóstico inicial da turma e uma visão geral dos conhecimentos prévios apresentados pelos alunos, antes que a sequência didática fosse aplicada, buscando analisar a proposta aqui sugerida e adequá-la da melhor maneira possível a realidade da turma. Salientamos, que devido ao pouco conhecimento de Geometria Plana demonstrado pelos alunos, e sendo esse um conteúdo necessário para a aprendizagem de Geometria Espacial, algumas aulas foram direcionadas para revisar alguns tópicos necessários, tais como, áreas de figuras planas.

Destacamos ainda, que a partir dos resultados obtidos através desse questionário, e levando em consideração a Teoria de Van-Hiele, que fundamenta esse trabalho, os alunos dessa turma podem ser enquadrados na etapa de **nível zero**, segundo os **níveis de conhecimento** de Van-Hiele, essa etapa também conhecida como **visualização**, é a etapa na qual o aluno é capaz de reconhecer visualmente uma figura geométrica, mas ainda não é capaz de identificar as propriedades que a caracterizam.

Ainda baseando-se na Teoria de Van-Hiele, podemos afirmar que através do questionário diagnóstico proposto, executamos a **primeira fase** sequencial de ensino, conhecida como **interrogação ou informação**, e que se caracteriza pela descoberta por parte do professor dos conhecimentos prévios do aluno, a partir da construção de um diálogo entre eles, sobre o tema a ser estudado.

Ressaltamos aqui, a importância de associar a aplicação das etapas da sequência didática com a intervenção e complementação do professor em sala de aula, buscando tornar ainda mais eficaz a construção do conhecimento por parte dos alunos.

## **6.2 Preparação para aplicação das etapas da sequência didática**

No segundo encontro, que aconteceu no dia 24 de outubro de 2018, e teve a duração de 2 aulas de 50 minutos, foi feita uma breve introdução do conteúdo de Geometria plana. Como citado anteriormente, através do questionário diagnóstico, ficou evidenciado a necessidade de se trabalhar com os alunos alguns conceitos pertencentes ao estudo da Geometria Plana, e necessários para a temática abordada na sequência aqui proposta. Sendo assim, foi apresentado um problema motivador para a turma, envolvendo um cálculo simples de área, onde os alunos deveriam

determinar a quantidade de tinta necessária para pintar uma das paredes da sala em que estudavam. A partir daí foi proposta uma pequena discussão, onde os alunos poderiam expor as estratégias sugeridas por eles para resolução do problema apresentado.

Os alunos demonstraram bastante interesse e foram construindo estratégias, que sem perceber, requeriam os conhecimentos desse conteúdo, adquiridos por eles, nas séries anteriores. Ao final, mediados pelo professor, os alunos concluíram que havia a necessidade de se obter a área da parede e extrair desse valor, a área das janelas, e a partir daí utilizar uma regra de três simples para obter o resultado desejado. Esse momento foi bastante significativo, pois os alunos demonstraram através de seus comentários, perceber quão relacionado está com o nosso cotidiano, os princípios apresentados pela Geometria Plana.

Em seguida, com o auxílio do quadro branco, apresentamos as principais figuras planas e suas características, sempre permitindo que os alunos associassem o que estava sendo exposto com os conhecimentos prévios, mas muitas vezes esquecidos, que eles já possuíam.

No terceiro encontro foram apresentadas mais algumas figuras planas, bem como as fórmulas de área e as noções de perímetro relativas a cada uma. Além disso, foram propostos alguns exercícios que permitiam analisar a utilização de cada fórmula, mostrando como aplicá-las adequadamente.

No quarto encontro, os alunos puderam observar e solucionar problemas propostos que relacionavam os conteúdos trabalhados com situações do dia a dia, assim como o problema que introduzimos inicialmente para despertar a curiosidade e interesse dos alunos. A princípio, eles sentiram dificuldade em interpretar as questões, mas no decorrer do encontro, conseguiram solucionar boa parte dos problemas.

Após esses encontros, com os resultados obtidos a partir da resolução das atividades e levando-se em consideração as dificuldades apresentadas pelos alunos, podemos identificar que eles podem ser enquadrados agora no **nível um**, segundo a Teoria de Van-Hiele, nível esse onde os alunos são capazes de identificar as propriedades relativas a uma figura, mas não inter-relacionam figuras distintas e propriedades.

Apenas no quinto encontro pudemos retomar o cronograma de aplicação da sequência didática e apresentar para os alunos a versão para smartphone do software Geogebra. Com o auxílio do Datashow, apresentamos para os alunos as principais

funções do aplicativo e suas utilidades. Em seguida, os alunos foram orientados a formar duplas ou trios para iniciarem o manuseio do aplicativo. Seguindo o comando de voz do professor, os alunos foram clicando sobre determinados ícones, até obter a construção de um cubo. Durante a execução, alguns alunos mostraram bastante agilidade em efetuar os comandos, uma minoria reclamou um pouco da dificuldade, mas no fim todos conseguiram finalizar os comandos propostos.

Ao observar o cubo surgir na tela do celular, muitas expressões como “que massa!”, “olha ... ficou igualzinho”, começaram a surgir na sala, mas o verdadeiro tumulto de vozes aconteceu na hora em que foi sugerido que eles clicassem em um ícone que permitia a animação do sólido. Ao observar o cubo sair da sua versão tridimensional e passar a sua planificação, retornando em seguida para sua versão tridimensional, muito alunos explodiram em gargalhadas, um momento realmente divertido e marcante em nossos encontros.

Nesse momento, estávamos na **segunda fase** sequencial de ensino, também conhecida como **orientação dirigida** e que é baseada na proposição, pelo professor, de atividades específicas e objetivas para os alunos, que respeitem uma sequência didática de ensino.

### 6.3 Análise da aplicação das etapas da sequência didática

Os próximos encontros foram utilizados para aplicação das etapas finais propostas por esta sequência, ou seja, as construções dos sólidos sugeridos, através do aplicativo Geogebra 3D.

No sexto encontro, os alunos receberam um material de apoio, apresentado como apêndice nesse texto, que trazia o tutorial da construção de alguns sólidos no Geogebra. A primeira sugestão de construção era a do cubo, dessa forma, os alunos seguindo o tutorial, foram orientados a construir um cubo com o seu aplicativo. Alguns alunos demonstraram mais agilidade que outros, o que fez com que demandássemos mais tempo para esse momento da atividade.

Depois de algum tempo, quando todos já haviam finalizado suas construções, como foi discutido e direcionado desde o princípio, o professor fez uma breve explanação dos conceitos de vértices, arestas e faces, utilizando o próprio sólido construído pelos alunos, e apresentou a definição de um prisma. Além disso,

utilizando a ferramenta de planificação de um sólido, pode-se explorar de maneira mais significativa os conceitos de área da base, área lateral e área total de um prisma.

No sétimo encontro os alunos exploraram o aplicativo para a construção de um paralelepípedo e de um prisma de base triangular, visto que, após o primeiro contato com o aplicativo o manuseio tornou-se mais simples e rápido, permitindo que os alunos executassem com mais facilidade os comandos sugeridos no tutorial.

No oitavo encontro, foi proposto aos alunos que solucionassem uma atividade utilizando como base os prismas já construídos, visando permitir que os alunos alcançassem o **nível dois**, nos níveis de conhecimento segundo a Teoria de Van-Hiele, onde já é possível inter-relacionar figuras distintas e acompanhar demonstrações simples, sem no entanto fazer a construção, por ainda não compreender o significado de uma dedução.

Além disso, essa etapa nos permitiu executar a **terceira fase** sequencial de ensino, **a explanação**, que tem como alvo observar se o aluno é capaz de reproduzir de forma oral ou escrita as experiências vividas por ele anteriormente, ou seja, não há a aquisição de novos conhecimentos, e sim a formalização de conceitos adquiridos anteriormente.

Nesse momento, alguns alunos apresentaram certas dificuldades quanto a relacionar o sólido com o que estava sendo pedido na atividade, e alguns ainda confundiam os conceitos de arestas, vértices e faces. Apesar disso, a atividade decorreu tranquilamente e todos os alunos presentes finalizaram o exercício sugerido.

A atividade proposta para os alunos solucionarem ao final da etapa descrita anteriormente está descrita no quadro 1.

**Quadro 1 - Atividade referente ao cubo, ao paralelepípedo e ao prisma de base triangular**

1. Após construir o cubo, o paralelepípedo e o prisma de base triangular no Geogebra, determine:
  - a) o número de vértices, arestas e faces do cubo, e quais figuras representam suas faces.
  - b) o número de vértices, arestas e faces do paralelepípedo, e quais figuras representam suas faces.
  - c) o número de vértices, arestas e faces do prisma de base triangular, e quais figuras representam suas faces.

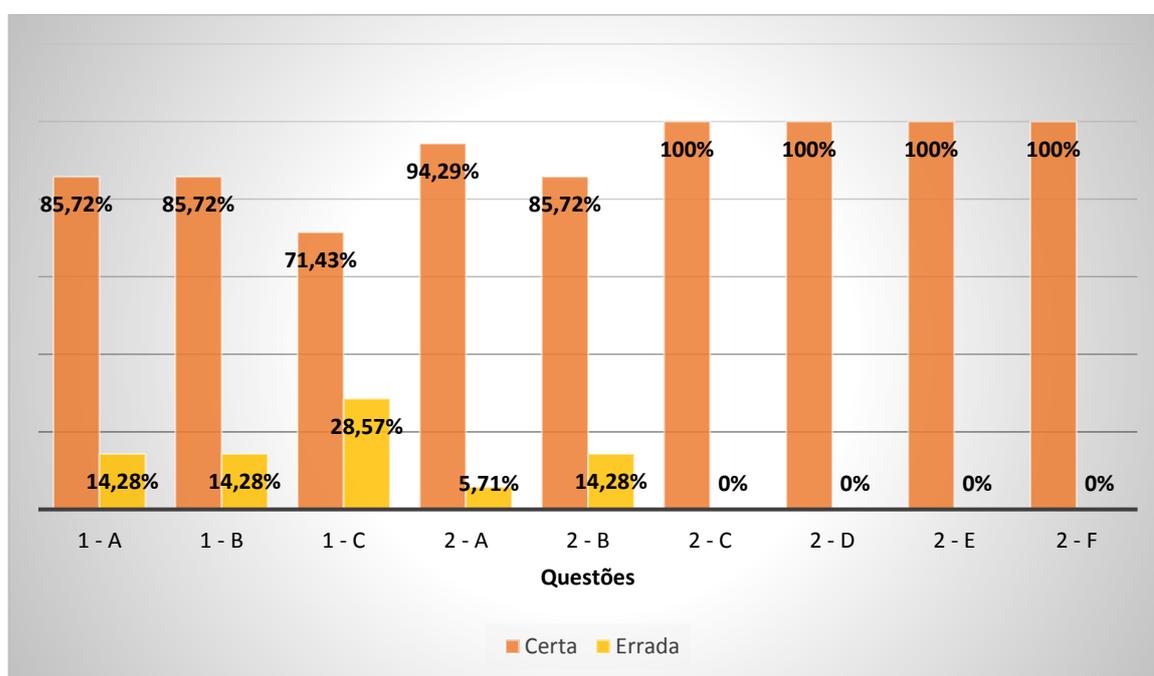
2. Na janela da álgebra identifique as medidas das arestas de cada figura e em seguida, utilizando os conhecimentos prévios de geometria Plana e o conceito de prisma, calcule:

- a) A área total do cubo
- b) A área total do paralelepípedo
- c) A área total do prisma triangular
- d) O volume do cubo
- e) O volume do paralelepípedo
- f) O volume do prisma de base triangular

Fonte: Autora 2018

A atividade proposta acima, visa identificar o nível de assimilação dos alunos, com certa clareza, a respeito de alguns conceitos fundamentais para o estudo de sólidos geométricos. Nesse encontro, estiveram presentes 35 alunos e todos participaram efetivamente da execução da atividade. No gráfico 1, estão os resultados obtidos a partir dessa primeira intervenção.

**Gráfico 1 - Respostas dos alunos aos itens da atividade 1**



Fonte: Respostas obtidas através da aplicação da atividade 1

Os resultados apresentados no gráfico nos permitiram considerar que, de forma geral, a maior parte dos alunos compreenderam o objetivo da atividade e conseguiu executá-la com coerência. No decorrer da aplicação fez-se necessário a intervenção do professor em alguns momentos, como mediador no processo ensino

aprendizagem, o que é de grande importância, pois esses momentos permitem ao professor nortear o aluno na aquisição do conhecimento.

Além disso, ainda a partir da análise do gráfico, podemos notar uma aquisição mais concreta dos saberes voltados para o cálculo de volumes, em contrapartida com os saberes voltados para o cálculo de áreas, visto que nenhum dos alunos apresentaram respostas erradas nos itens referentes a esse estudo.

Destacamos ainda, que foram necessários mais encontros do que os que estavam previstos inicialmente, principalmente devido a necessidade de fortalecer ou apresentar alguns conceitos necessários e que não faziam parte do saber prévio dos alunos.

No nono encontro, retomamos as construções dos sólidos no aplicativo. Ainda utilizando o tutorial como material de apoio, os alunos foram direcionados a construir mais dois sólidos, um prisma quadrangular e um prisma hexagonal.

Dos cinco prismas construídos, o prisma triangular foi o que inicialmente, os alunos demonstraram mais dificuldade para efetivar sua construção, pois como o prisma sugerido apresentava na base um triângulo regular, os alunos passaram a trabalhar com um tipo de comendo diferente, mas em seguida todos conseguiram executar o que foi pedido. A partir daí, mesmo se tratando de bases com formatos de figuras regulares, os dois últimos sólidos foram construídos com certa facilidade, devido a figura construída anteriormente.

O décimo encontro foi utilizado para aplicação da segunda atividade proposta por esta sequência. Os alunos utilizaram o material construído no aplicativo, explorando-o de maneira significativa para solucionar adequadamente os exercícios sugeridos. O quadro 2 apresenta a atividade proposta para a turma.

**Quadro 2 - Atividade referente ao prisma de base quadrangular e ao prisma de base hexagonal**

1. Após construir o prisma de base quadrangular e o prisma de base hexagonal no Geogebra, determine:
  - a) o número de vértices, arestas e faces do prisma de base quadrangular, e quais figuras representam suas faces.
  - b) o número de vértices, arestas e faces do prisma de base hexagonal, e quais figuras representam suas faces.

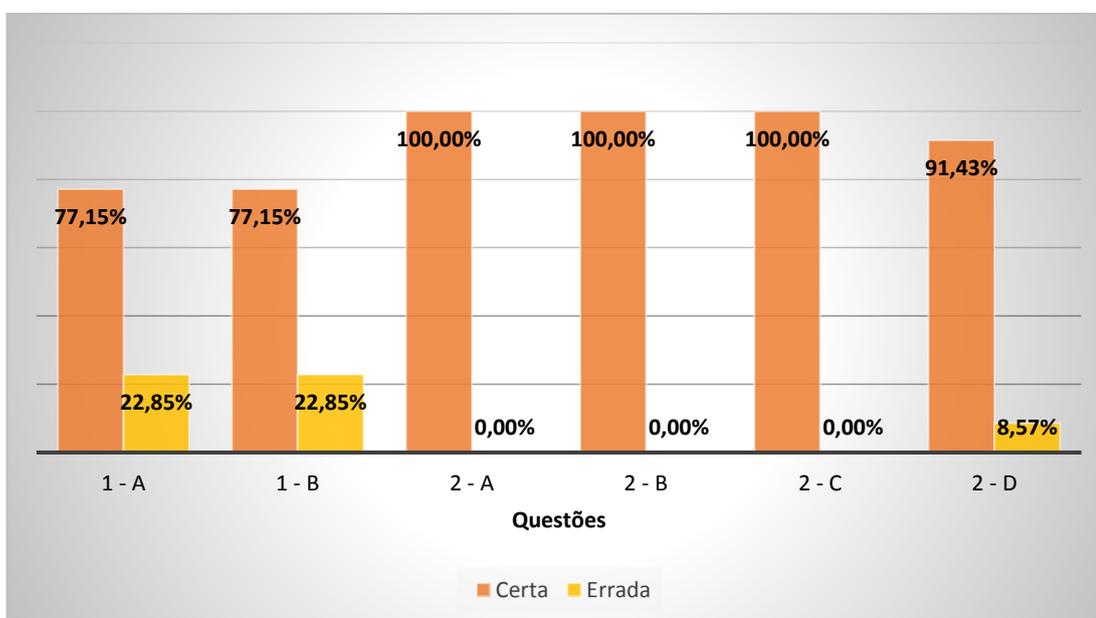
2. Na janela da álgebra identifique as medidas das arestas de cada figura e em seguida, utilizando os conhecimentos prévios de geometria Plana e o conceito de prisma, calcule:

- a) A área total do prisma de base quadrangular
- b) A área total do prisma hexagonal
- c) O volume do prisma de base quadrangular
- d) O volume do prisma de base hexagonal

**Fonte:** Autora 2018

Nesse encontro, estavam presentes 35 alunos que colaboraram efetivamente para a execução da tarefa. O gráfico 2, apresenta os resultados obtidos nesta etapa da sequência.

**Gráfico 2 - Respostas dos alunos aos itens da atividade 2**



**Fonte:** Respostas obtidas através da aplicação da atividade 2

Analisando o gráfico podemos perceber que os alunos assimilaram com clareza a proposta da atividade, apresentando algumas incoerências na resolução dos exercícios iniciais, que tratavam de características das figuras, tais como, número de vértices, faces e arestas.

#### 6.4 Análise a posteriori – aplicação do segundo questionário diagnóstico

Após esses encontros, como sugerido na proposta da sequência, os alunos receberam um segundo questionário diagnóstico, a fim de avaliar quais as

contribuições que a aplicação desta sequência trouxe para o estudo da geometria segundo a visão deles enquanto sujeitos vitais para a pesquisa.

No décimo primeiro encontro estavam presentes 30 alunos e todos se dispuseram a responder o questionário, que possuía 8 questões. Algumas questões propostas no primeiro questionário foram refeitas nesse segundo momento, a fim de observar se o olhar do aluno com relação ao estudo da Geometria espacial havia sido alterado.

As questões 1 e 2 visam observar quais conhecimentos conceituais foram adquiridos pelos alunos ao longo da aplicação da proposta de intervenção. Já as questões 3 a 8, buscam extrair as opiniões dos alunos quanto a utilização de estratégias de ensino diferenciadas para o ensino de matemática, em particular o uso de softwares. O quadro 3 apresenta as questões propostas nesse questionário.

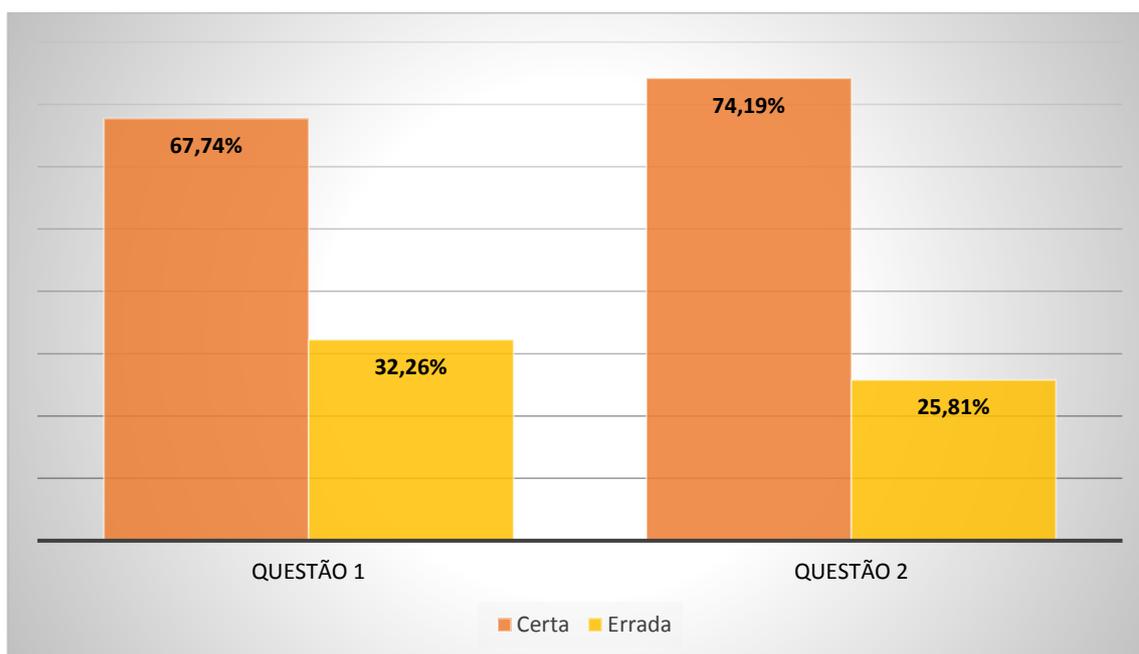
#### **Quadro 3 - Segundo questionário diagnóstico**

1. O que estuda a Geometria Plana? Exemplifique com figuras.
2. O que estuda a Geometria Espacial? Exemplifique com figuras.
3. Você considera o estudo da Geometria Espacial importante? Justifique.
4. Descreva em poucas linhas como foi a experiência de trabalhar com o Geogebra.
5. Você acredita que o uso de softwares facilita a aprendizagem? Justifique.
6. O uso do celular em sala de aula é muitas vezes visto como problema. Como foi trabalhar didaticamente com o celular, em sala de aula?
7. Do seu ponto de vista, quais os benefícios e/ou dificuldades de utilizar o celular como instrumento didático?
8. Você acredita que esse tipo de trabalho é mais eficaz para aprendizagem, ou independentemente do método os alunos sempre apresentarão dificuldades com a aprendizagem da matemática?

**Fonte:** Autora 2018

Os resultados obtidos para as questões 1 e 2, com a aplicação do questionário, estão representados no gráfico 3.

**Gráfico 3 - Respostas dos alunos as questões do segundo questionário**



**Fonte:** Respostas obtidas através da aplicação do segundo questionário

A partir dos resultados do gráfico, é possível analisar que boa parte dos alunos conseguiram assimilar com clareza os conceitos pertinentes ao objeto estudo da geometria plana e da geometria espacial. As respostas mais comuns entre os alunos definiam a geometria plana como o estudo de figuras planas que não possuíam volume, e a geometria espacial, como o estudo da geometria do espaço.

As questões 3 a 8, apresentavam um caráter maior de personalidade, por isso não utilizaremos gráficos para apresentar seus resultados, no entanto iremos expor uma análise geral sobre os resultados obtidos através do questionário.

Dos 30 alunos que participaram desse momento da pesquisa, 28 alunos responderam à questão 3 afirmativamente e 2 não apresentaram resposta. Citamos como exemplos, o sujeito 4, que destaca que “a geometria espacial está associada ao nosso cotidiano, por exemplo, para você saber o quanto de água tem que pôr em uma piscina, tem que saber o volume que possui a piscina, pode se trabalhar com geometria espacial em questões assim.” e o sujeito 16 que relata: “vejo como de importância para a vida de cada um de nós no meio social, para que possamos entender e visualizar melhor as coisas a nossa volta.”

A questão 4 foi respondida por 29 alunos e apenas 1 não apresentou resposta. Segundo os resultados obtidos, todos os alunos que responderam à pergunta, relataram gostar e achar interessante a experiência de trabalhar com o Geogebra. O

sujeito 2, por exemplo, cita que “a experiencia foi ótima, pois foi a primeira vez que eu utilizei o celular em sala com orientação do professor e foi rico para o conhecimento”, já o sujeito 3 diz “foi uma experiencia bem diferente da que estou acostumada a ver pois de alguma forma foi algo prático e divertido.” E o sujeito 15 coloca que “o começo foi difícil, pois tudo era novo, mas aos poucos fomos nos adequando a metodologia.”

Na questão 5, um aluno não apresentou resposta, alguns apresentaram dúvidas quanto ao seu posicionamento, mas a maioria respondeu afirmativamente sobre a facilidade promovida pelos softwares para a aprendizagem. O sujeito 6 apresenta a seguinte fala “sim, pois muitas vezes surgiu mais interesse da parte do aluno e torna a aula mais divertida” e o sujeito 22 diz “sim, pois o aplicativo é bastante legal e ajudou bastante na aprendizagem.”

A questão 6 demonstrou que os alunos gostaram de trabalhar didaticamente com o celular, principalmente por tornar a aula dinâmica, já a questão 7, nos mostrou que os benefícios ou pontos positivos mais citados pelos alunos foram a interação, a liberdade de criar oferecida pelo aplicativo, mesmo com o auxílio do tutorial, e a possibilidade de utilizar algo que é alvo de tantas críticas em sala de aula, de forma positiva. A maioria dos alunos disseram não considerar a existência de dificuldades ou pontos negativos, mas alguns citaram a dificuldade inicial de manusear as ferramentas do aplicativo, e a dispersão de alguns, que por descumprirem as regras, acabavam utilizando as redes sociais no momento da aula.

Por fim, a questão 8 deixou os alunos um tanto divididos, alguns consideraram que independentemente do método os alunos sempre terão dificuldades, mas uma boa parte concordou que a utilização desse tipo de estratégia facilita a aquisição do conhecimento e aproxima os alunos mais distantes, do processo de aprendizagem.

Ao longo do processo de aplicação das etapas da sequência didática, algumas alterações foram necessárias para que obtivéssemos uma análise mais clara do que foi proposto, citamos como exemplo a quantidade de encontros pré-definidos, que foram alteradas, devido a necessidade de fixar alguns conhecimentos prévios com os alunos. Sendo assim, ao professor responsável pela aplicação das sequências de ensino é dada a autonomia e a responsabilidade de analisar a melhor maneira de aplicar as etapas da sequência, buscando sempre favorecer a construção do conhecimento.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As contribuições retratadas nesta pesquisa buscam apresentar uma proposta de ensino para o conteúdo Geometria Espacial, de forma dinâmica e diferenciada, utilizando a versão do Geogebra para smartphone nomeada como Calculadora Gráfica Geogebra 3D (Geogebra 3D Grapher).

Durante esta pesquisa pudemos perceber fatores que nos motivaram a levantar o seguinte questionamento: “De que forma a construção de uma sequência didática, de fácil aplicação, utilizando-se do Geogebra 3D em sua versão para smartphone, pode atuar como instrumento principal para proporcionar aos professores do ensino médio uma estratégia diferenciada no ensino dos sólidos geométricos?”.

Diante disso, conseguimos observar que o estudo desse tema em sala de aula, a partir de uma abordagem interativa e diferente, sugerida nesta pesquisa, pode proporcionar aos alunos uma nova forma de enxergar o estudo da Geometria Espacial, bem como o ensino de Matemática como um todo, favorecendo significativamente a construção do conhecimento, e motivando principalmente os que apresentam mais dificuldade para a construção dos saberes matemáticos, a se envolverem no processo.

Já nos primeiros encontros foi possível notar uma participação massiva da turma, todos os sujeitos envolvidos no processo se mostraram dispostos e animados para trabalhar uma metodologia de ensino diferenciada. Durante a apresentação do software os alunos se mostraram atentos e dispostos para adquirir o conhecimento referente ao seu manuseio, o que enquanto pesquisadora me fez perceber a dinamicidade produzida pela utilização dessa metodologia em sala de aula.

Apesar das dificuldades iniciais, todos os sujeitos que participaram da pesquisa, demonstraram domínio na construção dos sólidos a partir do Geogebra. Além disso, os resultados obtidos durante a execução da sequência didática aqui proposta, demonstraram que a prática sugerida contribuiu significativamente para a construção e consolidação de conceitos pertinentes ao estudo da Geometria Espacial.

Analisando os questionários diagnósticos, aplicados antes e depois da execução da sequência, podemos perceber que há um crescimento positivo na capacidade de formalizar determinados conceitos de Geometria espacial, por parte dos alunos. Também ficou evidente a satisfação dos mesmos, em poder utilizar o celular de forma positiva e consciente dentro da sala de aula.

Saliento que nesta pesquisa, as etapas da sequência didática foram bem definidas e executadas, e estavam direcionadas para a utilização de um único software e para exploração de um determinado conteúdo, a saber áreas e volume de prismas, que fazem parte dos estudos da Geometria Espacial, porém destacamos que essa metodologia de estudo pode ser adaptada e aplicada para a aquisição de conhecimentos referentes a outros conteúdos matemáticos e explorando outros tipos de softwares.

A escolha do Geogebra 3D, deu-se pelo fato de ser um software dinâmico e interativo, que permite ao aluno a construção e visualização de diversos sólidos geométricos e facilita também a compreensão da planificação de cada um. No início dessa pesquisa, pensou-se em utilizar o software em sua versão para computador, que diferente da versão para celular, não aparece em três aplicativos separadamente, mas sim de forma integrada, mas devido a problemas estruturais pensamos em outra estratégia que produzisse junto aos alunos uma experiência similar. Sendo assim, optamos pela versão para smartphone do software, o que acabou produzindo uma experiência ainda mais enriquecedora, visto que ainda existem poucos trabalhos que abordam a utilização do aplicativo Geogebra em sala de aula.

A partir do referencial teórico proposto neste trabalho, podemos considerar a estratégia de ensino aplicada, eficaz para obtenção de resultados positivos relacionados a construção dos saberes ligados a Geometria Espacial, mas faz-se necessário que o professor, responsável por mediar os alunos nesse processo, tenha facilidade em manusear o software Geogebra e esteja disposto a atualizar seus conhecimentos com relação as novas tecnologias.

Ao longo do processo pude observar que os alunos apresentaram pouco ou nenhum conhecimento com relação ao conteúdo, que muitos apresentavam dificuldades em interpretar as atividades propostas e que alguns demonstraram dificuldades no manuseio do aplicativo, apesar disso ficou evidente a evolução deles nesses aspectos e a forma com a qual essa atividade contribui para o crescimento intelectual de cada um.

Sendo assim, é importante destacar e evidenciar a necessidade do professor enquanto mediador dessa estratégia metodológica, analisar se os alunos apresentam os conhecimentos prévios necessários ou se será preciso dedicar algumas aulas para sanar essas dificuldades.

Ressaltamos que a falta de tempo nos impossibilitou de obter maiores resultados com a aplicação da sequência, por isso restringimos o conteúdo abordado apenas as construções dos prismas, porém com mais tempo e o planejamento adequado, essa prática pode e deve ser estendida ao estudo de outros sólidos, tais como pirâmides, cilindros, cones e esferas.

Sabemos que não existe receita pronta quando se trata de práticas de ensino, e que cada grupo responde de forma diferente a uma mesma proposta de intervenção, mas acreditamos apesar disso, que a sequência aqui sugerida, pode contribuir para melhorar a prática de ensino adotada por professores para o ensino de Geometria Espacial. Por isso, sugerimos que as etapas aqui descritas possam ser aplicadas pelos docentes, como parte integrante do seu plano de ensino, sempre associadas as contribuições que o próprio professor fará no decorrer das aulas.

A experiência de realizar essa prática foi grandemente enriquecedora, por poder analisar a proposta a partir de dois olhares, enquanto pesquisadora e enquanto professora. Enquanto pesquisadora pude comprovar a eficácia da sequência aqui proposta, e enquanto professora pude verificar a necessidade de aliar o ensino tradicional a outras propostas de ensino inovadoras. Nossas salas de aulas necessitam de um equilíbrio, nem todos os conteúdos irão se adaptar ao mesmo tipo de metodologia, e alguns conteúdos não se adaptarão à algumas metodologias, mas cabe ao professor ter um olhar direcionado para perceber as necessidades da sua turma.

É importante estar dispostos a nos modernizar. Apesar de lecionar há apenas seis anos, como professora, sempre fui adepta da prática tradicionalista, mas ao me tornar pesquisadora pude perceber todas as possibilidades que estavam a minha volta. Sei que como eu, existem diversos outros profissionais em situações similares, e acredito que uma das principais contribuições dessa pesquisa é a possibilidade de aproximar o professor do pesquisador, demonstrando que esse tipo de proposta contribui positivamente para a melhoria da educação em nossas escolas.

## REFERÊNCIAS

ALVES, G. S.; SAMPAIO, F. F. O Modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**. N. 5 p. 69-76, 2010.

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. Q. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V3.6, p.62-77, UFSC: 2008.

BOYER, C. B. História da Matemática. São Paulo: Edgar Blucher, 2010.

BRASIL, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2006

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**, Ensino Médio, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. PCNEM, 3. Brasília: Ministério da Educação; Secretaria da Educação Média e Tecnológica, 2000.

BORBA, R.; GUIMARÃES, Gilda. **A Pesquisa em educação matemática: repercussões na sala de aula**. São Paulo: Cortez, 2009.

BROUSSEAU, G. Introdução ao Estudo das Situações Didática – Conteúdos e métodos de ensino. Apresentação Silva, B.A. 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2008.

CANDAU, V. M. F. Informática e educação: um desafio. Tecnologia Educacional. Rio de Janeiro, v. 20, p. 14-23, jan./abr. 1991 apud, SANTOS, E. A. **Matemática e Tecnologia [manuscrito]: analisando a contribuição do software GeoGebra 3D para o processo de ensino aprendizagem da geometria espacial**. 2015. 54p. Trabalho de

Conclusão de Curso – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2015.

CRESWELL, J. W. Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DIAS, A. L. M. O movimento da matemática moderna: uma rede internacional científica-pedagógica no período da Guerra Fria. Disponível em: <<http://www.necso.ufrj.br/esocite2008/trabalhos/35892.doc.PDF>>. Acesso em: 14/10/2018.

DOWBOR, L. Tecnologias do conhecimento: os desafios da educação. São Paulo: Vozes, 2013.

GRAY, D. E. Pesquisa no mundo real. 2ª ed. Porto Alegre: Penso 2012.

HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER, J. Ajuda GeoGebra: Manual Oficial da Versão 3.2. Tradução e adaptação para português de Portugal António Ribeiro. Lisboa, 2009.

LIMA, E. L. Medida e forma em geometria. 4ª ed. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 4, p. 3-13, jan. /jun. 1995.

NASCIMENTO, E.G.A. Avaliação do uso do software Geogebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola. Artigo. GeoGebra Uruguay, 2012. Disponível em: <<http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/67.pdf>> Acesso em: 15/10/2018.

PASSOS, C. C. M.; TEIXEIRA, P. J. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. **Zetetiké** – FE/Unicamp – v. 21, n. 39 – jan/jun 2013.

SCHIRLO, A. C.; DA SILVA, S. C. R; DE OLIVEIRA, M. C. D; ISHIKAWA, E. C. Abordando a Geometria pelos níveis de Van Hiele com o auxílio de softwares educativos. In. CONGRESSO IBEROAMERICANO DE CIENCIA, TECNOLOGÍA, INNOVACIÓN Y EDUCACACIÓN, Buenos Aires, Argentina, ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 1535, 2014.

VILLIERS, M. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.12, n.3, p. 400-431, 2010.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

## APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS - UFAL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA – PPGE CIM**

### QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

Caros Alunos:

Venho por meio deste questionário, parte integrante da pesquisa de mestrado realizada por mim, que visa o desenvolvimento de uma sequência didática para o ensino de Geometria no Ensino Médio, com a utilização do software Geogebra, solicitar sua contribuição através das respostas aqui deixadas.

Desde já, agradeço a participação e as importantes contribuições obtidas com este questionário, e asseguro o anonimato na divulgação dos resultados.

Cordialmente:

Taís Vanessa Rodrigues

[taisvanessa.r@gmail.com](mailto:taisvanessa.r@gmail.com)

(82) 994184252

1. Nome: \_\_\_\_\_

2. Sexo:    (    ) Masculino            (    ) Feminino

3. Escola: \_\_\_\_\_

4. Município: \_\_\_\_\_

5. Idade: \_\_\_\_\_

6. Você sabe o que estuda a Geometria Espacial?

Sim                       Não

Em caso afirmativo, escreva com suas palavras o que estuda a Geometria Espacial.

---



---

7. Você acha o ensino da Geometria Espacial importante? Porque?

Sim                       Não

Justifique: \_\_\_\_\_

---

8. Você sabe o que é uma figura plana?

Sim                       Não

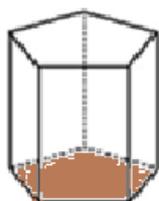
Em caso afirmativo, exemplifique com o desenho de uma.

9. Você sabe o que é uma figura espacial?

Sim                       Não

Em caso afirmativo, exemplifique com o desenho de uma.

10. Observe o sólido abaixo.



A base desse sólido tem a forma de um \_\_\_\_\_.

(A) hexágono.

(B) pentágono.

(C) quadrilátero.

(D) triângulo.

11. Assinale a alternativa que melhor expressa o conceito de área de uma figura?

Soma das medidas de todos os lados de uma figura.

Medida do comprimento de um contorno.

A medida da superfície de uma figura geométrica.

Quantidade de espaço ocupado por um objeto.

12. Assinale a alternativa que melhor expressa o conceito de volume de um sólido?

- Soma das medidas de todos os lados de uma figura.
- Medida do comprimento de um contorno.
- A medida da superfície de uma figura geométrica.
- Quantidade de espaço ocupado por um objeto.

13. De qual forma os conteúdos contemplados pelo estudo da Geometria Espacial podem ser relacionados com o cotidiano?

---

---

14. Que tipo de recursos você acha que podem ser utilizados para se aprender Geometria Espacial?

- Jogos
- Softwares
- Material concreto
- Régua e lápis
- Outros: \_\_\_\_\_

15. Você acha que as atividades de Geometria Espacial utilizando programas de computador podem contribuir para melhorar sua aprendizagem sobre este conteúdo?

- Sempre
- Na maioria das vezes
- Raramente
- Nunca

16. Em quais áreas profissionais você acha necessário o estudo da Geometria Espacial?

---

---

17. Você conhece algum software usado no ensino de Matemática?

- Sim
- Não

Em caso afirmativo, qual?

---

---

Grata pela colaboração.

## APÊNDICE B – CONSTRUÇÃO DE UM CUBO

- 1 – Inicie o aplicativo clicando no ícone . A interface do Geogebra 3D Grapher aparecerá, clique em  para acessar o menu de ferramentas;
- 2 – Clique sobre a ferramenta mover, representada pelo ícone  e em seguida segure e arraste sobre a tela, para mudar a perspectiva de visualização do plano;
- 3 – Clique sobre a ferramenta cubo, representada pelo ícone , e em seguida marque os pontos A(0,-1,0) e B(0,1,0) sobre o eixo y, representado em verde. O cubo aparecerá em seguida;
- 4 – Clique no ícone , para abrir a Janela da álgebra. Observe que vários termos aparecem representando as principais características do cubo;
- 5 – Verifique se as coordenadas dos pontos marcados correspondem as pedidas, e movimento os pontos na figura, caso necessário, para estabelecer as coordenadas desejadas;
- 6 – Altere a cor de todas as arestas do cubo, clicando no ícone  na janela da visualização, após identificar a aresta ou clique duas vezes sobre a aresta desejada, o mesmo ícone mencionado acima aparecerá na tela. Clique sobre ele para acessar o menu que permite alterar as configurações;
- 7 – Clique em configurações, em cor e em seguida escolha a cor preta. Repita o procedimento até que a cor de todas as arestas sejam alteradas;
- 8 – Altere a cor de todas as faces para vermelho seguindo o mesmo procedimento. Confira suas alterações na Janela de visualização;
- 9 – Clique sobre um dos pontos (A ou B) da base do cubo, desenhado originalmente sobre o eixo y e em seguida movimente-o para observar o que acontece com o cubo, e com os valores na janela da álgebra;
- 10 – Clique sobre o ponto C na base do cubo e movimente-o para observar o que acontece na Janela de visualização.
- 11 – Volte para o menu ferramentas clicando em  e selecione a ferramenta planificação, representada pelo ícone  e em seguida clique sobre o cubo construído na Janela de visualização. Se necessário diminua o zoom da imagem para visualizar toda a planificação;

12 – Clique sobre a engrenagem no canto superior direito da tela,  e desmarque as opções “Exibir Eixos” e “Exibir Plano”;

13 – Na Janela da álgebra procure o comando  $b = 1$ , clique sobre o ícone play, para iniciar a animação da planificação;

14 – Em seguida, procure o comando  $\text{Cubo}(A, B, C) \rightarrow 8$ , acesse as opções de configurações clicando sobre o ícone , e em seguida, nas opções “Transparência” e “Espessura da Linha” movimente o curso completamente para esquerda. A figura tridimensional desaparecerá;

15 – Nos demais comandos onde aparecer a indicação Cubo, demarque a bolinha azul a esquerda para remover os vértices D, E, F, G e H;

16 – No comando  $b = 1$ , clique sobre o ícone play, para iniciar a animação da planificação.

## APÊNDICE C - CONSTRUÇÃO DE UM PARALELEPÍPEDO

- 1 – Inicie o aplicativo clicando no ícone . A interface do Geogebra 3D Grapher aparecerá, clique em  para acessar o menu de ferramentas;
- 2 – Clique sobre a ferramenta mover, representada pelo ícone  e em seguida segure e arraste sobre a tela, para mudar a perspectiva de visualização do plano;
- 3 – Marque os pontos  $A(0,-1,0)$ ,  $B(2,-1,0)$ ,  $C(2,0,0)$  e  $D(0,0,0)$  sobre o plano  $xy$ , em seguida clique na ferramenta polígono  e selecione os vértices A, B, C, D e A novamente, nessa ordem;
- 4 – Na Janela da álgebra, verifique se as coordenadas dos pontos marcados correspondem as pedidas, caso não, faça as devidas alterações clicando sobre os valores e alterando as informações conforme desejado;
- 5 – Para construção do prisma podemos utilizar as ferramentas “Prisma” ou “Extrusão para Prisma ou Cilindro”, na primeira determinamos a altura clicando sobre um ponto qualquer no eixo  $z$ , na segunda uma caixa de texto é aberta onde o valor da altura é digitado. Utilizaremos a segunda ferramenta. Clique no ícone  e depois sobre o polígono desenhado inicialmente, digite 3 na caixa de texto que surgirá, para determinar a altura do paralelepípedo. Mude para a Janela da álgebra e observe os vários termos que aparecem representando as principais características do sólido;
- 6 – Na Janela da álgebra, encontre o comando  $f = 6$  e altere a cor da figura para azul marinho, clicando no ícone ;
- 7 – Clique em  e desmarque as opções “Exibir Eixos” e “Exibir Plano”;
- 8 – Volte para o menu ferramentas clicando em  e selecione a ferramenta planificação, representada pelo ícone  e em seguida clique sobre o paralelepípedo construído na Janela de visualização. Se necessário diminua o zoom da imagem para visualizar toda a planificação;
- 9 – Na Janela da álgebra procure o comando  $g = 22$ , acesse as configurações e altere a cor da planificação para amarelo;
- 10 – Em seguida, procure o comando  $e = 1$  e clique sobre o ícone play, para iniciar a animação da planificação;

11 – Em seguida, retorne ao comando  $f = 6$ , e desmarque a bolinha azul a esquerda, faça isso também com os vértices I, J, K e L;

12 – No comando  $e = 1$ , clique sobre o ícone play, para iniciar a animação da planificação novamente.

## APÊNDICE D - CONSTRUÇÃO DE UM PRISMA DE BASE TRIANGULAR



1 – Inicie o aplicativo clicando no ícone . A interface do Geogebra 3D Grapher aparecerá;



2 – Clique sobre a ferramenta mover, representada pelo ícone  e em seguida segure e arraste sobre a tela, para mudar a perspectiva de visualização do plano;



3 – Na Janela da álgebra acesse o menu de comandos adicionais, clicando em  e em ajuda, selecione a opção “Geometria” e em seguida a opção “Polígono”, uma expressão aparecerá na Janela da álgebra, digite entre os parênteses as coordenadas dos pontos utilizados para formar o triângulo equilátero da seguinte forma:  $((2,0,0),(4,0,0)(3))$ , onde o 3 indica a quantidade de lados da figura que desejasse construir. Esses passos podem ser utilizados para a construção de qualquer polígono regular. Diminua o zoom da tela para visualizar melhor a figura;

4 – Para construção do prisma podemos utilizar as ferramentas “Prisma” ou “Extrusão para Prisma ou Cilindro”, na primeira determinamos a altura clicando sobre um ponto qualquer no eixo z, na segunda uma caixa de texto é aberta onde o valor da altura é



digitado. Utilizaremos a segunda ferramenta. Clique no ícone  e depois sobre o triângulo equilátero desenhado inicialmente, digite 3 na caixa de texto que surgirá, para determinar a altura do prisma. Mude para a Janela da álgebra e observe os vários termos que aparecem representando as principais características do sólido;

5 – Na Janela da álgebra, encontre o comando  $b = 5,2$  e altere a cor da figura para verde claro, clicando no ícone ;

6 – Clique em  e desmarque as opções “Exibir Eixos” e “Exibir Plano”;

7 – Volte para o menu ferramentas clicando em  e selecione a ferramenta



planificação, representada pelo ícone  e em seguida clique sobre o prisma construído na Janela de visualização. Se necessário diminua o zoom da imagem para visualizar toda a planificação;

9 – Na Janela da álgebra procure o comando  $c = 21,46$ , acesse as configurações e altere a cor da planificação para verde escuro;

10 – Em seguida, procure o comando  $a = 1$  e clique sobre o ícone play, para iniciar a animação da planificação;

11 – Em seguida, retorne ao comando  $b = 5,2$ , e desmarque a bolinha a esquerda;

12 – No comando  $a = 1$ , clique sobre o ícone play, para iniciar a animação da planificação novamente.

## APÊNDICE E - CONSTRUÇÃO DE UM PRISMA DE BASE QUADRADA



1 – Inicie o aplicativo clicando no ícone . A interface do Geogebra 3D Grapher aparecerá;

2 – Clique sobre a ferramenta mover, representada pelo ícone  e em seguida segure e arraste sobre a tela, para mudar a perspectiva de visualização do plano;

3 – Na Janela da álgebra acesse o menu de comandos adicionais, clicando em  e em ajuda, selecione a opção “Geometria” e em seguida a opção “Polígono”, uma expressão aparecerá na Janela da álgebra, digite entre os parênteses as coordenadas dos pontos utilizados para formar o triângulo equilátero da seguinte forma:  $((0,0,0),(0,2,0)(4))$ , onde o 4 indica a quantidade de lados da figura que desejasse construir. Diminua o zoom da tela para visualizar melhor a figura;

4 – Para construção do prisma podemos utilizar as ferramentas “Prisma” ou “Extrusão para Prisma ou Cilindro”, na primeira determinamos a altura clicando sobre um ponto qualquer no eixo z, na segunda uma caixa de texto é aberta onde o valor da altura é

digitado. Utilizaremos a segunda ferramenta. Clique no ícone  e depois sobre o quadrado construído inicialmente, digite 4 na caixa de texto que surgirá, para determinar a altura do prisma. Mude para a Janela da álgebra e observe os vários termos que aparecem representando as principais características do sólido;

5 – Na Janela da álgebra, encontre o comando  $b = 16$  e altere a cor da figura para rosa claro, clicando no ícone ;

6 – Clique em  e desmarque as opções “Exibir Eixos” e “Exibir Plano”;

7 – Volte para o menu ferramentas clicando em  e selecione a ferramenta

planificação, representada pelo ícone  e em seguida clique sobre o prisma construído na Janela de visualização. Se necessário diminua o zoom da imagem para visualizar toda a planificação;

9 – Na Janela da álgebra procure o comando  $c = 40$ , acesse as configurações e altere a cor da planificação para rosa escuro;

10 – Em seguida, procure o comando  $a = 1$  e clique sobre o ícone play, para iniciar a animação da planificação;

11 – Em seguida, retorne ao comando  $b = 16$ , e desmarque a bolinha a esquerda;

12 – No comando  $a = 1$ , clique sobre o ícone play, para iniciar a animação da planificação novamente.

## APÊNDICE F - CONSTRUÇÃO DE UM PRISMA DE BASE HEXAGONAL



1 – Inicie o aplicativo clicando no ícone . A interface do Geogebra 3D Grapher aparecerá;



2 – Clique sobre a ferramenta mover, representada pelo ícone  e em seguida segure e arraste sobre a tela, para mudar a perspectiva de visualização do plano;



3 – Na Janela da álgebra acesse o menu de comandos adicionais, clicando em  e em ajuda, selecione a opção “Geometria” e em seguida a opção “Polígono”, uma expressão aparecerá na Janela da álgebra, digite entre os parênteses as coordenadas dos pontos utilizados para formar o hexágono regular da seguinte forma:  $((1,0,0),(0,1,0)(6))$ , onde o 6 indica a quantidade de lados da figura que desejasse construir. Diminua o zoom da tela para visualizar melhor a figura;

4 – Para construção do prisma podemos utilizar as ferramentas “Prisma” ou “Extrusão para Prisma ou Cilindro”, na primeira determinamos a altura clicando sobre um ponto qualquer no eixo z, na segunda uma caixa de texto é aberta onde o valor da altura é



digitado. Utilizaremos a segunda ferramenta. Clique no ícone  e depois sobre o triângulo equilátero desenhado inicialmente, digite 4 na caixa de texto que surgirá, para determinar a altura do prisma. Mude para a Janela da álgebra e observe os vários termos que aparecem representando as principais características do sólido;

5 – Na Janela da álgebra, encontre o comando  $b = 20,78$  e altere a cor da figura para



cinza, clicando no ícone .



6 – Clique em  e desmarque as opções “Exibir Eixos” e “Exibir Plano”;



7 – Volte para o menu ferramentas clicando em  e selecione a ferramenta



planificação, representada pelo ícone  e em seguida clique sobre o prisma construído na Janela de visualização. Se necessário diminua o zoom da imagem para visualizar toda a planificação;

9 – Na Janela da álgebra procure o comando  $c = 44,33$ , acesse as configurações e altere a cor da planificação para preto;

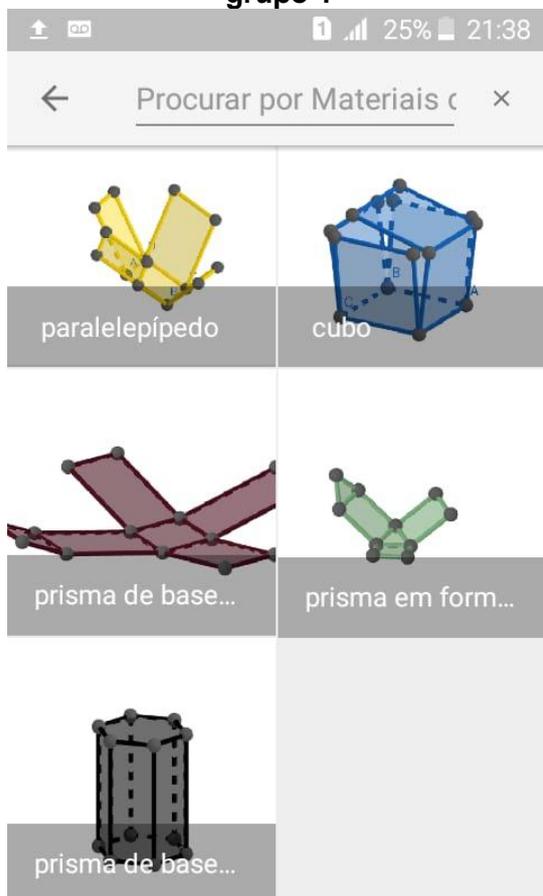
10 – Em seguida, procure o comando  $a = 1$  e clique sobre o ícone play, para iniciar a animação da planificação;

11 – Em seguida, retorne ao comando  $b = 20,78$ , e desmarque a bolinha a esquerda;

12 – No comando  $a = 1$ , clique sobre o ícone play, para iniciar a animação da planificação novamente.

## APÊNDICE G – IMAGENS DOS SÓLIDOS CONSTRUÍDOS PELOS ALUNOS NO GEOGEBRA 3D

Figura 11 - sólidos produzidos pelo grupo 1



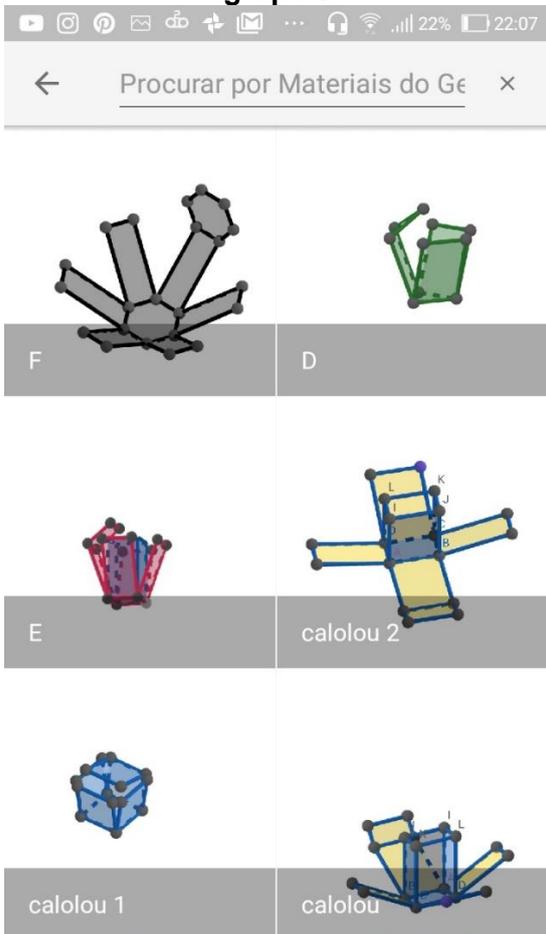
Fonte: Autora 2018

Figura 12 - sólidos produzidos pelo grupo 2



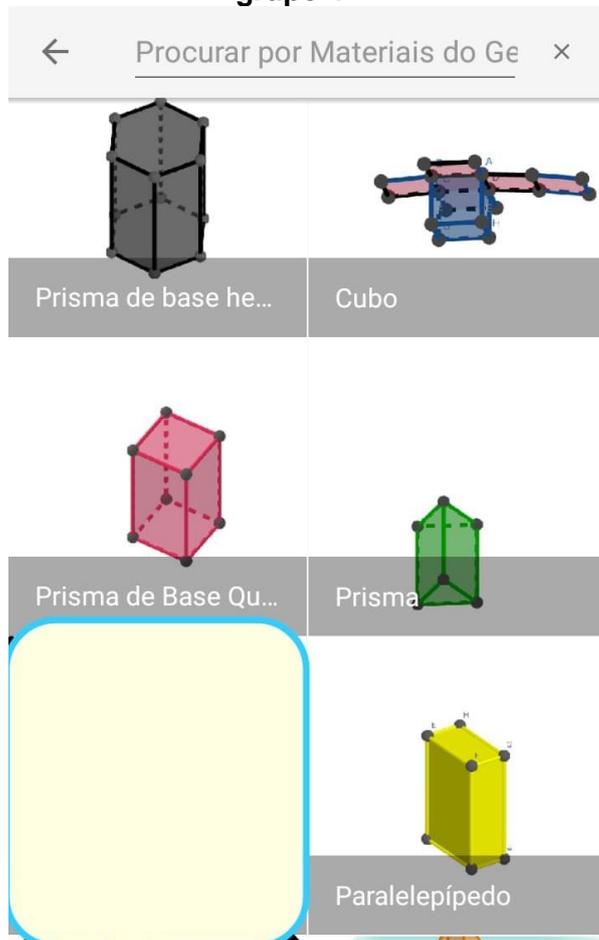
Fonte: Autora 2018

**Figura 13 - sólidos produzidos pelo grupo 3**



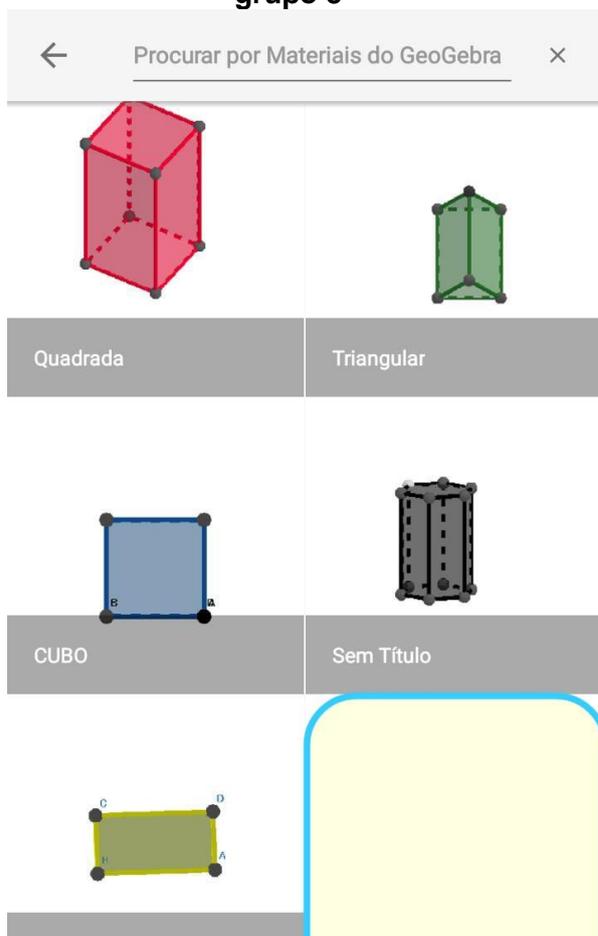
Fonte: Autora 2018

**Figura 14 - sólidos produzidos pelo grupo 4**



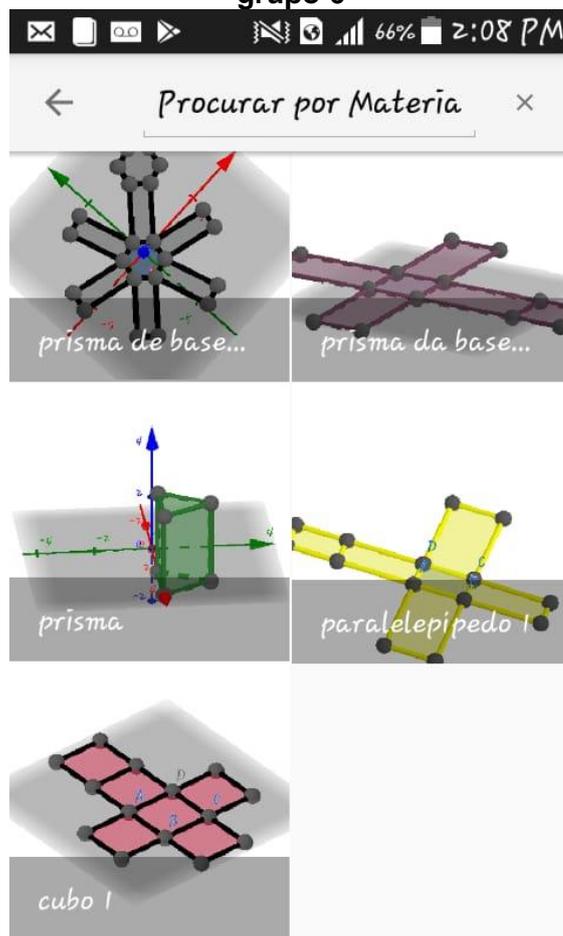
Fonte: Autora 2018

**Figura 15 - sólidos produzidos pelo grupo 5**



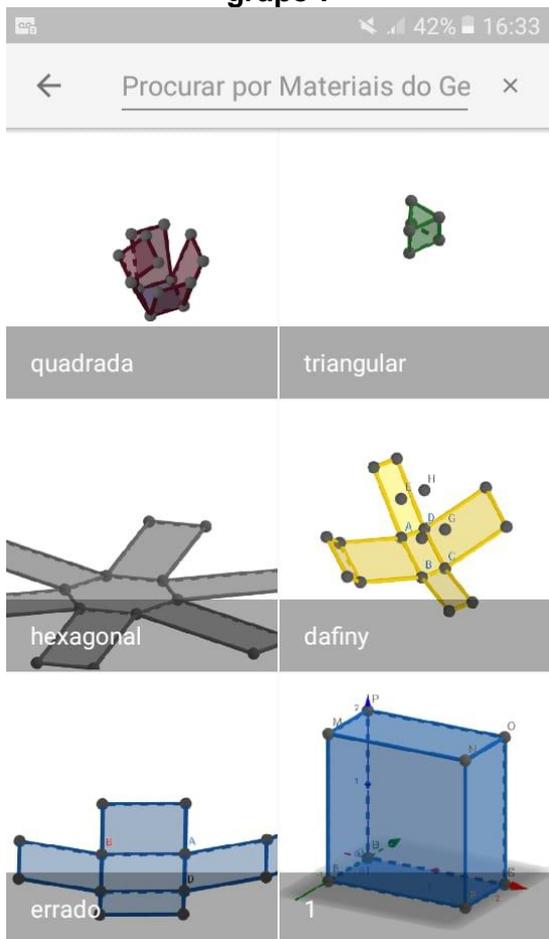
Fonte: Autora 2018

**Figura 16: sólidos produzidos pelo grupo 6**



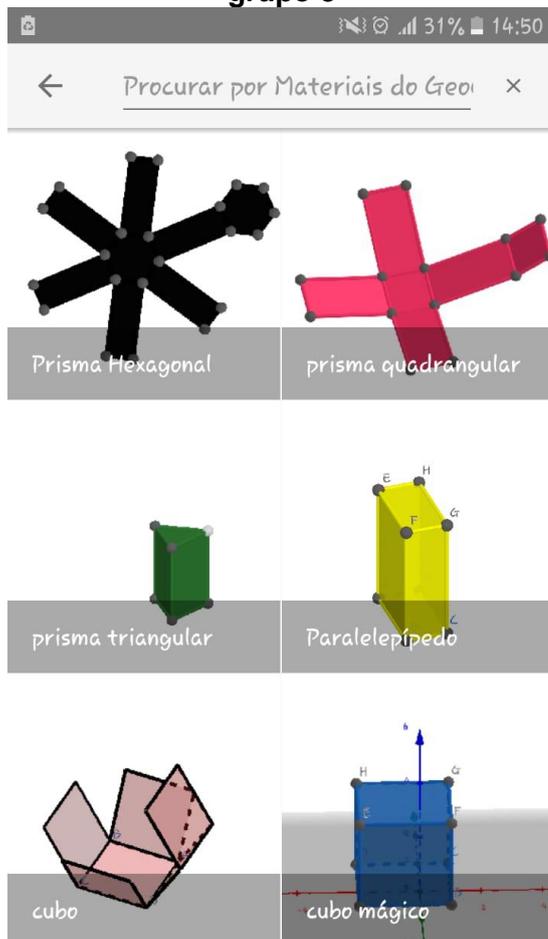
Fonte: Autora 2018

**Figura 17: sólidos produzidos pelo grupo 7**



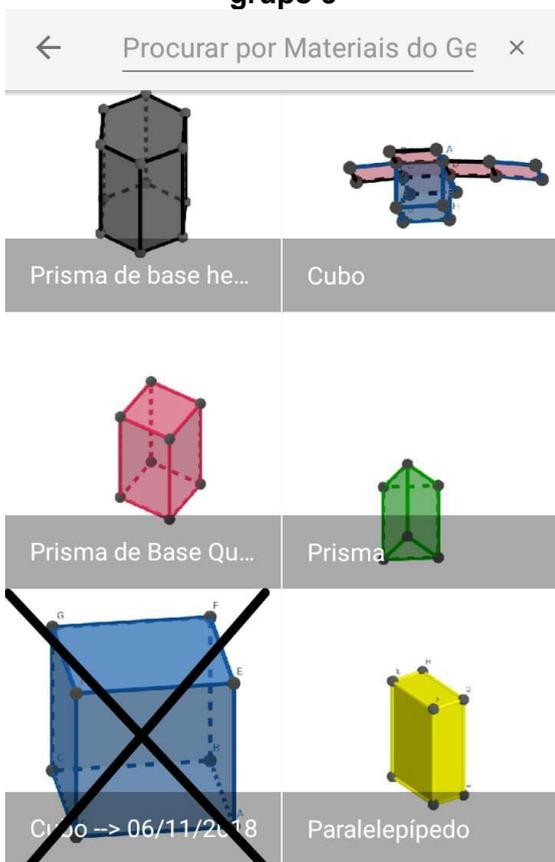
Fonte: Autora 2018

**Figura 18: sólidos produzidos pelo grupo 8**



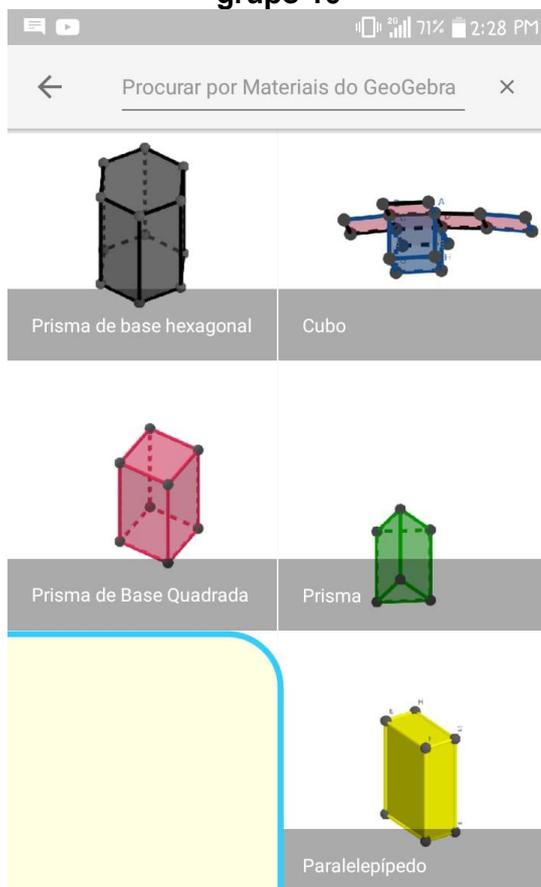
Fonte: Autora 2018

**Figura 19: sólidos produzidos pelo grupo 9**



Fonte: Autora 2018

**Figura 20: sólidos produzidos pelo grupo 10**



Fonte: Autora 2018