

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

CAMPUS DO SERTÃO

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

ALLEX BARBOSA SILVA

**ANÁLISE COMPARATIVA DOS MOMENTOS FLETORES DE LAJES MACIÇAS
ENTRE O SOFTWARE EBERICK E MÉTODOS SIMPLIFICADOS**

DELMIRO GOUVEIA - AL

2018

ALEX BARBOSA SILVA

**ANÁLISE COMPARATIVA DOS MOMENTOS FLETORES DE LAJES MACIÇAS
ENTRE O SOFTWARE EBERICK E MÉTODOS SIMPLIFICADOS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. M. Sc. Vinicius Costa Correia

DELMIRO GOUVEIA - AL

2018

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca do Campus Sertão
Sede Delmiro Gouveia

Bibliotecária responsável: Renata Oliveira de Souza – CRB-4 2209

S586a Silva, Alex Barbosa

Análise comparativa dos momentos fletores de lajes maciças entre o Software Eberick e métodos simplificados / Alex Barbosa Silva. – 2018. 163 f. : il.

Orientação: Prof. Me. Vinícius Costa Correia.
Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Curso de Engenharia Civil. Delmiro Gouveia, 2018.

1. Engenharia civil – lajes maciças. 2. Projeto estrutural. 3. Dimensionamento. 4. Software Eberick V10. I. Título.

CDU: 624.073

ALLEX BARBOSA SILVA

**ANÁLISE COMPARATIVA DOS MOMENTOS FLETORES DE LAJES MACIÇAS
ENTRE O SOFTWARE EBERICK E MÉTODOS SIMPLIFICADOS**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado como requisito parcial para
obtenção do grau de Bacharel em
Engenharia Civil pela Universidade
Federal de Alagoas.

APROVADA EM 08/10/2018

BANCA EXAMINADORA



AVALIADOR: Prof.º M. Sc. David Anderson Cardoso Dantas – Universidade Federal
de Alagoas



AVALIADOR: Prof.º M. Sc. Salvatore Verde – Universidade Federal de Alagoas



ORIENTADOR: Prof.º M. Sc. Vinicius Costa Correia - Universidade Federal de
Alagoas

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e por te me proporcionado chegar até aqui. A minha família por toda dedicação e paciência, contribuindo diretamente para finalizar esta etapa.

Agradeço aos professores que sempre estiveram dispostos a ajudar e cooperar para um melhor aprendizado, em especial ao meu orientador Vinicius pela ajuda durante o curso e na realização deste trabalho.

Agradeço também a minha instituição, por ter me dado à chance e todas as ferramentas que me permitiram chegar ao final desse ciclo de maneira satisfatória. E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, os meus sinceros agradecimentos.

"Os cientistas estudam o mundo como ele é; os engenheiros criam um mundo como ele nunca havia sido" - Theodore von Karman

RESUMO

Os projetos estruturais são os principais responsáveis por oferecerem segurança, funcionalidade e durabilidade para uma construção, bem como atender a todas as necessidades para as quais a mesma será construída. Devido à necessidade de elaborar projetos estruturais de forma cada vez mais eficiente e rápida, que atendessem aos prazos e com custos cada vez menores, diversos softwares estruturais foram desenvolvidos. Para verificar se os resultados obtidos pelo sistema computacional são próximos aos calculados manualmente foi realizado um estudo comparativo entre os momentos fletores obtidos pelos métodos simplificados (teoria simplificada de Marcus, resolução por meio de séries - Czerny e Bares) e o processo de analogias de grelhas, realizado pelo software Eberick V10. Para isso, a partir do projeto de uma residência unifamiliar definiu-se um pavimento tipo, com seis lajes retangulares, visando enquadrar cada uma delas em um dos casos que atendam às condições de contorno propostas pelos métodos simplificados. Os resultados encontrados através dos métodos simplificados divergiam muito pouco entre si. Por outro lado, ao compará-los com os resultados do Eberick V10, nota-se que ocorreu uma diferença significativa nos momentos fletores e nas áreas de aço nos engastamentos das lajes. A mudança ocorre devido as várias formas de arranjo e análise estrutural que cada método utiliza. Em suma, os resultados obtidos, com a comparação entre os momentos fletores, foram de certa forma satisfatórios. Porém é importante salientar que os resultados dos métodos simplificados não simulam um comportamento real da estrutura, já que analisam a estrutura isoladamente e não como um pórtico espacial.

Palavras-chave: Lajes maciças, Dimensionamento, Estudo comparativo.

ABSTRACT

Structural projects are the mainly responsible for offering security, functionality and durability for a construction as well as meeting all the needs for which it will be built. Due to the need to develop structural projects in an increasingly efficient and fast way, that meets the deadlines and with decreasing costs, several structural softwares have been developed. To verify if the results obtained by the computational system are close to those calculated manually, a comparative study was performed between the bending moments obtained by simplified methods (Marcus' simplified theory, series resolution - Czerny and Bares) and the grid analogy process performed by Eberick V10 software. To do this, a single-family dwelling was defined as a 6-ply rectangular slab with the purpose of framing each one of them, in one of the cases that meet the contour conditions proposed by the simplified methods. The values of the bending moments for these six slabs were calculated, compatibilized and corrected, following the references found and described here by the bibliography of each method. On the other hand, when comparing them with the results of the Eberick V10, it is noticed that a significant difference in the bending moments and in the steel areas occurred in the corrugations of the slabs, this difference occurs due to the different forms of arrangement and structural analysis that each method uses. In short, the results obtained with the comparison between the bending moments were somewhat satisfactory. However, it is important to point out that the results of these simplified methods do not simulate a real behavior of the structure, since they analyze the structure in isolation and not as a space portico.

Keywords: Solid slabs, Dimensionig, Comparative study.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Distribuição normal dos resultados – adaptada de Montoya	29
Figura 2.2 – Modos de ensaios de resistência do concreto à tração.....	30
Figura 2.3 – Corpo-de-prova para ensaio de tração direta.....	31
Figura 2.4 – Diagrama tensão-deformação idealizado	33
Figura 2.5 – Diagrama tensão-deformação bilinear de tração.....	34
Figura 2.6 – Elemento linear.....	34
Figura 2.7 – Elemento bidimensional	35
Figura 2.8 – Elemento tridimensional	35
Figura 2.9 – Lajes nervuradas.....	36
Figura 2.10 – Laje cogumelo e laje lisa	37
Figura 2.11 – Laje maciça	37
Figura 2.12 – Vãos teóricos l_x (menor vão) e l_y (maior vão)	38
Figura 2.13 – Representação dos tipos de vinculação	39
Figura 2.14 – Tipos de lajes em função dos vínculos nas bordas	39
Figura 2.15 – Caso específico de vinculação	40
Figura 2.16 – Vão livre e teórico.....	41
Figura 2.17 – Vão teórico (definição usual)	41
Figura 2.18 – Altura total e altura útil da laje	44
Figura 2.19 – Peso próprio calculado para 1 m ² de laje	45
Figura 2.20 – Alvenaria sobre lajes armadas em duas direções	47
Figura 2.21 – Carga concretada decorrente da parede.....	48
Figura 2.22 – Distribuição da armadura de reforço	49
Figura 2.23 – Momentos fletores em laje armada em uma direção.....	51
Figura 2.24 – Laje armada em uma direção sobre apoios simples e com carregamento uniforme	51
Figura 2.25 – Laje armada em uma direção sobre apoio simples e engaste perfeito	52
Figura 2.26 – Laje armada em uma direção biengastada com carregamento uniforme	52
Figura 2.27 – Compatibilização de momentos fletores.....	53
Figura 2.28 – Laje simplesmente apoiada nos quatro lados.....	57
Figura 2.29 – Pavimento de edifício em modelo de Analogia de Grelha	65

Figura 3.1 – Localização do município de Arapiraca no cenário nacional e estadual	67
Figura 3.2 – Planta baixa do térreo	68
Figura 3.3 – Planta baixa do pavimento superior	69
Figura 3.4 – Planta de fôrmas do pavimento superior	71
Figura 3.5 – Pórtico tridimensional – Vista Superior	72
Figura 3.6 – Pórtico tridimensional – Vista Frontal	72
Figura 3.7 – Pórtico tridimensional – Vista Traseira	73
Figura 3.8 – Pórtico tridimensional – Vista Direita	73
Figura 3.9 – Pórtico tridimensional – Vista Esquerda	73
Figura 3.10 – Pórtico tridimensional – Vista Superior	74
Figura 4.1 – Vinculações e comprimento dos vãos	76
Figura 4.2 – Momentos fletores característicos (Tabela de Marcus)	80
Figura 4.3 – Momentos fletores característicos nas lajes do pavimento superior (Tabela de Czerny).....	82
Figura 4.4 – Momentos fletores característicos nas lajes do pavimento superior (Tabela de Bares).....	84
Figura 4.5 – Momentos fletores (Tabela de Marcus)	87
Figura 4.6 – Momentos fletores (Tabela de Czerny)	88
Figura 4.7 – Momentos fletores (Tabela de Bares)	89
Figura 4.8 - Grelha do pavimento superior	90
Figura 4.9 - Momentos fletores (Eberick V10) - Adaptada pelo autor	91
Figura 4.10 - Momentos fletores máximos obtidos utilizando os métodos simplificados compatibilizados e o Eberick V10.....	94
Figura 4.11 - Máximo momento fletor positivo entre os 4 métodos na direção X	95
Figura 4.12 - Máximo momento fletor positivo entre os 4 métodos na direção Y	95
Figura 4.13 - Máximo momento fletor negativo entre os 4 métodos na direção X.....	96
Figura 4.14 - Máximo momento fletor negativo entre os 4 métodos na direção Y.....	96
Figura 4.15 – Área de aço para amadura positiva pelos 4 métodos na direção X... 105	
Figura 4.16 - Área de aço para amadura positiva pelos 4 métodos na direção Y ... 105	
Figura 4.17 - Área de aço para amadura negativa pelos 4 métodos na direção X.. 106	
Figura 4.18 - Área de aço para amadura negativa pelos 4 métodos na direção Y .. 106	
Figura 4.19 – Máximo momento fletor positivo entre os 4 métodos na direção X – Altura de viga de 80 cm	111

Figura 4.20 – Máximo momento fletor positivo entre os 4 métodos na direção Y – Altura de viga de 80 cm.....	111
Figura 4.21 – Máximo momento fletor negativo entre os 4 métodos na direção X – Altura de viga de 80 cm.....	112
Figura 4.22 – Máximo momento fletor negativo entre os 4 métodos na direção Y – Altura de viga de 80 cm.....	112
Figura 4.23 – Área de aço para amadura positiva pelos 4 métodos na direção X – Altura de viga de 80 cm.....	114
Figura 4.24 – Área de aço para amadura positiva pelos 4 métodos na direção Y – Altura de viga de 80 cm.....	115
Figura 4.25 – Área de aço para amadura negativa pelos 4 métodos na direção X – Altura de viga de 80 cm.....	115
Figura 4.26 – Área de aço para amadura negativa pelos 4 métodos na direção Y – Altura de viga de 80 cm.....	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo)	32
Tabela 2.2 – Critério para bordas com uma parte engastada e outra parte apoiada.	40
Tabela 2.3 – Valores do coeficiente adicional γ_n para lajes em balanço	42
Tabela 2.4 – Classes de agressividade ambiental (CAA).....	42
Tabela 2.5 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental.....	43
Tabela 2.6 – Valores mínimos das cargas acidentais para edificações	50
Tabela 2.7 – Taxas mínimas de armadura de flexão.....	63
Tabela 2.8 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes	64
Tabela 4.1 – Geometria das lajes.....	75
Tabela 4.2 – Cálculo da altura.....	77
Tabela 4.3 – Peso do contrapiso	77
Tabela 4.4 – Peso da parede	78
Tabela 4.5 – Ações atuantes nas lajes	78
Tabela 4.6 – Laje armada em uma direção	78
Tabela 4.7 – Momentos fletores positivos (Tabela de Marcus)	79
Tabela 4.8 – Momentos fletores negativos (Tabela de Marcus).....	79
Tabela 4.9 – Momentos fletores positivos (Tabela de Czerny).....	81
Tabela 4.10 – Momentos fletores negativos (Tabela de Czerny)	81
Tabela 4.11 – Momentos fletores positivos (Tabela de Bares).....	83
Tabela 4.12 – Momentos fletores negativos (Tabela de Bares)	83
Tabela 4.13 – Momentos fletores positivos pelos Métodos Simplificados	85
Tabela 4.14 – Momentos fletores negativos pelos Métodos Simplificados.....	85
Tabela 4.15 – Determinação da altura útil mínima	85
Tabela 4.16 – Comparativo dos momentos fletores positivos entre os 4 métodos....	92
Tabela 4.17 – Comparativo dos momentos fletores negativos entre os 4 métodos ..	93
Tabela 4.18 – Comparativo dos momentos fletores negativos entre os 4 métodos (organizados por lajes).....	93

Tabela 4.19 - Comparação entre os momentos fletores positivos calculados pelo Eberick com as cargas de paredes nas vigas e sem as cargas de paredes nas vigas	98
Tabela 4.20 - Comparação entre os momentos fletores negativos calculados pelo Eberick com as cargas das paredes nas vigas e sem as cargas de paredes nas vigas	98
Tabela 4.21 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L1 e L2 - Método de Marcus	100
Tabela 4.22 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L3 e L4 - Método de Marcus	100
Tabela 4.23 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L5 e L6 - Método de Marcus	100
Tabela 4.24 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L1 e L2 - Método de Czerny.....	101
Tabela 4.25 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L3 e L4 - Método de Czerny.....	101
Tabela 4.26 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L5 e L6 - Método de Czerny.....	101
Tabela 4.27 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L1 e L2 - Método de Bares.....	102
Tabela 4.28 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L3 e L4 - Método de Bares.....	102
Tabela 4.29 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L5 e L6 - Método de Bares.....	102
Tabela 4.30 – Comparativo de área de aço da armadura positiva entre os 4 métodos	103
Tabela 4.31 – Comparativo de área de aço da armadura negativa entre os 4 métodos (organizados por lajes).....	104
Tabela 4.32 – Área de aço total da armadura positiva (cm ² /m)	107
Tabela 4.33 – Área de aço total da armadura negativa (cm ² /m).....	107
Tabela 4.34 – Área de aço em todas as lajes (armadura positiva + negativa)	108
Tabela 4.35 – Variação média dos momentos fletores e das áreas de aço entre os métodos simplificados e o Eberick V10.....	108

Tabela 4.36 – Comparativo dos momentos fletores positivos entre os 4 métodos – Altura de viga de 80 cm.....	110
Tabela 4.37 – Comparativo dos momentos fletores negativos entre os 4 métodos – Altura de viga de 80 cm.....	110
Tabela 4.38 – Comparativo de área de aço da armadura positiva entre os 4 métodos – Altura de viga de 80 cm.....	113
Tabela 4.39 – Comparativo de área de aço da armadura negativa entre os 4 métodos – Altura de viga de 80 cm.....	114
Tabela 4.40 – Área de aço em todas as lajes (armadura positiva + negativa) - Altura de viga de 80 cm.....	117
Tabela 4.41 – Variação média dos momentos fletores e das áreas de aço entre os métodos simplificados e o Eberick V10 - Altura de viga de 80 cm...	117

LISTA DE QUADROS

Quadro A.1 – Tabelas de Marcus – Caso 1.....	144
Quadro A.2 – Tabelas de Marcus – Casos 2A e 2B.....	145
Quadro A.3 – Tabelas de Marcus – Caso 3.....	146
Quadro A.4 – Tabelas de Marcus – Casos 4A e 4B.....	147
Quadro A.5 – Tabelas de Marcus – Casos 5A e 5B.....	148
Quadro A.6 – Tabelas de Marcus – Caso 6.....	149
Quadro A.7 – Tabela de Czerny - Caso 1.....	150
Quadro A.8 – Tabela de Czerny - Caso 2A.....	151
Quadro A.9 – Tabela de Czerny - Caso 2B.....	152
Quadro A.10 – Tabela de Czerny - Caso 3.....	153
Quadro A.11 – Tabela de Czerny - Caso 4A.....	154
Quadro A.12 – Tabela de Czerny - Caso 4B.....	155
Quadro A.13 – Tabela de Czerny - Caso 5A.....	156
Quadro A.14 – Tabela de Czerny - Caso 5B.....	157
Quadro A.15 – Tabela de Czerny - Caso 6.....	158
Quadro A.16 – Tabelas de Bares – Casos 1, 2A e 2B.....	159
Quadro A.17 – Tabelas de Bares – Casos 3, 4A e 4B.....	160
Quadro A.18 – Tabelas de Bares – Casos 5A e 5B.....	161
Quadro A.19 – Tabelas de Bares – Caso 6.....	162

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CA	Concreto Armado
ELU	Estado Limite Último
ELS	Estado Limite Serviço
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
NBR	Norma Brasileira aprovada pela ABNT

LISTA DE SÍMBOLOS

a_1	menor valor entre $t_1/2$ e $0,3.h$
a_2	menor valor entre $t_2/2$ e $0,3.h$
b	espessura da parede
b_w	largura da seção retangular da laje
c	cobrimento da ferragem
d	altura útil da laje
d_{min}	área de aço mínima
e_1	espessura do contrapiso
e_2	espessura do revestimento
f_c	resistência à compressão do concreto
f_{ci}	resistência à compressão do concreto de cada corpo de prova
f_{cd}	resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	resistência característica à compressão do concreto
f_{ckj}	resistência característica à compressão do concreto aos j dias
f_{cm}	resistência média à compressão do concreto
f_{ct}	resistência do concreto à tração direta
f_{yd}	resistência de projeto (cálculo) de escoamento do aço
f_{yk}	resistência característica do aço à tração
g	somatório de todas as cargas permanentes atuantes na laje
g_{contr}	carga permanente do contrapiso
g_{piso}	carga do piso
g_{pp}	peso próprio da laje
g_{rev}	carga permanente do revestimento do teto

m_x	coeficiente para cálculo do momento fletor positivo atuante na direção paralela a l_x , obtido pela tabela de Marcus
m_x	momento fletor positivo na direção x, da tabela de Czerny e Bares
m_y	coeficiente para cálculo do momento fletor positivo atuante na direção paralela a l_y , obtido pela tabela de Marcus
m_y	momento fletor positivo na direção y, da tabela de Czerny e Bares
m'_x	momento fletor negativo nas direções x, da tabela de Czerny
m'_y	momento fletor negativo nas direções y, da tabela de Czerny
n^*	número de corpos de prova
n	número de bordas engastadas
n_x	coeficiente para cálculo do momento fletor negativo atuante na direção paralela a l_x , obtido pela tabela de Marcus
n_y	coeficiente para cálculo do momento fletor negativo atuante na direção paralela a l_y , obtido pela tabela de Marcus
p	carga total atuante na laje
p_x	parcela de carga total que atua na direção x
p_y	parcela de carga total que atua na direção y
q	carga total uniformemente distribuída (tabela de Marcus)
q	somatório de todas as cargas acidentais atuantes na laje
t_1	espessura da viga de apoio da laje à direita
t_1	espessura da viga de apoio da laje à esquerda
ν	coeficiente de Poisson
x_x	momento fletor negativo nas direções x, da tabela de Bares
x_y	momento fletor negativo nas direções y, da tabela de Bares
w	deslocamento vertical;
$A_{s,min}$	área de aço mínima para seção retangular

A_s	área de aço da armadura positiva
A_{se}	área de aço da armadura negativa
A_{sx}	área de aço da armadura positiva na direção x
A_{sxe}	área de aço da armadura negativa na direção x
A_{sy}	área de aço da armadura positiva na direção y
A_{sye}	área de aço da armadura negativa na direção y
D	rigidez à flexão da placa
E	módulo de deformação longitudinal do concreto
E_{ci}	módulo de elasticidade
$E_{ci}(t)$	módulo de elasticidade do concreto no instante t
E_{cs}	módulo de deformação secante
G_c	módulo de elasticidade transversal do concreto
H	altura da parede
l_p	comprimento total da parede sobre a laje
M	momento fletor característico
M_d	momento de projeto
M_x	momento fletor positivo na direção x
M_{xd}	momento positivo de cálculo na direção de x
M_{xe}	momento negativo na direção de x
M_{xed}	momento negativo de cálculo na direção de x
M_y	momento fletor positivo na direção y
M_{yd}	momento positivo de cálculo na direção de y
M_{ye}	momento negativo na direção de y
M_{yed}	momento negativo de cálculo na direção de y
P_a	carga uniforme da parede

X_x	momento fletor negativo nas direções x, da tabela de Marcus
X_y	momento fletor negativo nas direções y, da tabela de Marcus
α_E	Parâmetro em função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade
α_x	coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes na direção paralelas a l_x , obtido pela tabela de Czerny
α_y	coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes na direção paralelas a l_y , obtido pela tabela de Czerny
β_x	coeficientes para cálculo dos momentos fletores negativos atuantes na direção paralelas a l_x , obtido na tabela de Czerny
β_y	coeficientes para cálculo dos momentos fletores negativos atuantes pela direção paralelas a l_y , obtido na tabela de Czerny
γ_a	peso específico da alvenaria
γ_{con}	peso específico do concreto armado
γ_{contr}	peso específico do contrapiso
γ_n	coeficiente de ajustamento adicional
γ_{rev}	peso específico do revestimento
Δ	relação entre valores
δ	desvio padrão
ε_{c2}	deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
ε_{cu}	deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
λ	parâmetro referente a geometria da laje
ℓ^*	menor valor entre ℓ_x e $0,7\ell_y$
ℓ_o	distância entre as faces internas de dois apoios consecutivos
ℓ_x	menor das dimensões da superfície da placa
ℓ_y	maior das dimensões da superfície da placa

μ_x	coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos na direção paralelas a l_x , obtido pela tabela de Bares
μ_y	coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos na direção paralelas a l_y , obtido pela tabela de Bares
μ'_x	coeficientes para cálculo dos momentos fletores negativos na direção paralelas a l_x , obtido pela tabela de Bares
μ'_y	coeficientes para cálculo dos momentos fletores negativos na direção paralelas a l_y , obtido pela tabela de Bares
ρ_{min}	taxa geométrica mínima de armadura longitudinal de tração
ϕ	diâmetro da barra de aço
%	porcentagem
‰	permilagem (por mil)
cm	centímetros
cm ² /m	centímetros ao quadrado a cada metro
h	altura da laje
hab/km ²	habitantes por quilometro quadrado
km ²	quilometro quadrado
kN	quilonewton
kN. m	quilonewton metro
kN. m/m	quilonewton metro a cada metro
kN/m ²	quilonewton por metro quadrado
kN/m ³	quilonewton por metro cúbico
m	metros
m/s ²	metros por segundo ao quadrado
mm	milímetros
MPa	mega pascal

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	25
2.1	CONCRETO ARMADO	25
2.1.1	Conceitos fundamentais	25
2.1.2	Vantagens e desvantagens do concreto armado	26
2.1.3	Um breve histórico	26
2.1.4	Características e propriedades do concreto fresco	27
2.1.5	Características e propriedades do concreto endurecido.....	28
2.1.5.1	Massa específica	28
2.1.5.2	Resistência à compressão	29
2.1.5.3	Resistência à tração.....	30
2.1.5.4	Módulo de elasticidade.....	31
2.1.5.5	Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão.....	33
2.1.5.6	Diagrama tensão-deformação do concreto à tração	33
2.1.5.7	Coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade transversal.....	34
2.2	ELEMENTOS ESTRUTURAIS EM CONCRETO ARMADO	34
2.2.1	Elementos lineares	34
2.2.2	Elementos bidimensionais.....	35
2.2.3	Elementos tridimensionais	35
2.3	LAJES	35
2.3.1	Classificação.....	36
2.3.1.1	Principais tipos de lajes de acordo com sua natureza	36
2.3.1.2	Tipos de lajes de acordo com seus apoios	37
2.3.1.3	Tipos de lajes quanto à armação	37
2.3.2	Condições de apoio.....	38

2.3.3	Vão livre e vão teórico de lajes.....	40
2.3.4	Alturas, comprimentos mínimos e pré-dimensionamento das lajes	41
2.3.5	Carregamento das lajes	44
2.3.5.1	Ações ou cargas permanentes (g).....	44
2.3.5.2	Ações ou cargas acidentais (q).....	50
2.3.5.3	Ação ou carga total (p).....	50
2.4	MOMENTOS FLETORES SOLICITANTES	51
2.4.1	Lajes armadas em uma direção.....	51
2.4.2	Lajes armadas em duas direções.....	52
2.5	MÉTODO ELÁSTICO.....	53
2.5.1	Resolução por meio de séries	55
2.5.2	Teoria Simplificada de Marcus para lajes sobre apoios rígidos.....	56
2.6	MÉTODOS DE CÁLCULO	57
2.6.1	Resolução por Meio de Séries.....	58
2.6.1.1	Tabela de Czerny.....	59
2.6.1.2	Tabela de Bares.....	60
2.6.2	Tabela de Marcus.....	60
2.7	DETERMINAÇÃO DA ÁREA DE AÇO DA LAJE (A_s)	61
2.8	SOFTWARES PARA CÁLCULO ESTRUTURAL	64
2.8.1	AltoQi Eberick.....	65
2.8.2	TQS	65
2.8.3	CypeCAD	66
3	METODOLOGIA	67
3.1	ÁREA DE ESTUDO.....	67
3.2	COLETA DE DADOS	67
3.3	ANÁLISE DOS DADOS.....	70

4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	75
4.1	CLASSIFICAÇÃO QUANTO À DIREÇÃO	75
4.2	PRÉ-DIMENSIONAMENTO	75
4.2.1	Tipo de vinculação e comprimento dos vãos	75
4.2.2	Altura das lajes	77
4.3	CÁLCULO DAS CARGAS ATUANTES	77
4.4	MOMENTOS FLETORES UTILIZANDO OS MÉTODOS SIMPLIFICADOS	78
4.4.1	Laje armada em uma direção	78
4.4.2	Laje armada em duas direções	79
4.4.3	Determinação da altura útil mínima	85
4.4.4	Compatibilização dos momentos	86
4.5	MOMENTOS FLETORES UTILIZANDO O EBERICK V10	90
4.6	COMPARATIVO DOS MOMENTOS FLETORES OBTIDOS	92
4.7	DETERMINAÇÃO DA ÁREA DE AÇO	99
4.8	COMPARATIVO DE ÁREA DE AÇO	103
4.9	VERIFICAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DA VIGA NOS RESULTADOS OBTIDOS PELO EBERICK V10	109
5	CONCLUSÃO	118
	REFERÊNCIAS	119
	APÊNDICE A – Planta de Fôrma	122
	APÊNDICE B – Compatibilização dos Momentos Fletores	124
	ANEXO A – Quadros	143

1 INTRODUÇÃO

Durante muitos anos, os cálculos estruturais eram feitos de maneira simplificada, com a utilização de tabelas, ábacos e calculadoras programáveis, nos quais os engenheiros levavam dias e até mesmo semanas para realizar o dimensionamento e detalhamento de seus projetos. Isso se devia, principalmente, à falta de recursos computacionais capazes de resolver o grande volume de equações simultâneas necessárias para analisar os elementos estruturais como um todo.

Nos dias atuais, a possibilidade de se construir estruturas mais esbeltas e arrojadadas trouxe, sem dúvidas, grandes avanços tecnológicos na área da construção civil. Em contrapartida, os cálculos dessas estruturas se tornaram cada vez mais complexos e refinados, sendo praticamente impossível imaginar a realização desses cálculos estruturais totalmente de forma manual sem comprometer o cronograma do projeto.

O surgimento de alguns softwares de análise estrutural veio da necessidade cada vez maior de se produzir projetos estruturais de forma eficiente e rápida, que atendesse aos prazos e custos cada vez menores.

O uso de programas computacionais, no auxílio ao cálculo de estruturas, gerou um aumento da produtividade e a possibilidade de análise de várias formas de arranjo da estrutura, visando encontrar o modelo mais econômico e adequado para a situação dada, de modo a garantir a segurança e a durabilidade da edificação.

Os métodos de dimensionamento utilizados em software de análise estrutural são ensinados em sala de aula como forma didática para o entendimento e aprendizado de como a estrutura se comporta e o porquê, visando garantir que o engenheiro compreenda o que ocorrerá no momento que ele insere as informações no programa e, posteriormente, descobre quais devem ser os valores a serem colocados para garantir a segurança, durabilidade e economia do projeto estrutural analisado.

A realização deste trabalho justifica-se pela necessidade de verificação da eficiência positiva ou negativa dos métodos simplificados (que considera os elementos estruturais separadamente) em relação ao mais complexos e sofisticados (que considera os elementos estruturais como um todo), os quais são obtidos através de softwares. Além de analisar a importância de cada método aplicado, apresentando

suas diferenças e realizando um comparativo de valores obtidos e os procedimentos de cada metodologia.

Este trabalho tem como objetivo comparar e analisar as diferenças entre os resultados obtidos para os momentos fletores máximos positivos e negativos, a partir de um pavimento tipo, por meio de métodos de cálculos simplificados, utilizando as tabelas de Marcus, Czerny, Bares e também pelo processo de analogia de grelha, no qual foi utilizado o software AltoQi Eberick V10.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 CONCRETO ARMADO

2.1.1 Conceitos fundamentais

O concreto é um material composto de água, cimento e agregados. Associando-se esses materiais, segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2015, p. 19), o resultado é:

- **Pasta:** cimento + água;
- **Argamassa:** pasta + agregado miúdo;
- **Concreto:** argamassa + agregado graúdo;
- **Microconcreto:** concreto em que o agregado graúdo tem dimensões reduzidas;
- **Concreto de alto desempenho:** considera-se, em geral, o concreto em que a resistência à compressão supera os 50 MPa.

“Como o cimento é um material caro, o principal objetivo da utilização do agregado de maiores dimensões é reduzir os custos sem que a qualidade do material seja muito prejudicada”. (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2015, p. 19)

De acordo com Fusco (2008), os agregados do concreto podem ser divididos em graúdos ou miúdos, dependendo da sua composição granulométrica. Como exemplo de graúdo tem-se a pedra britada, e de miúdo a areia.

“Agregado é o material particulado, incoesivo, de atividade química praticamente nula, constituído de misturas de partículas cobrindo extensa gama de tamanhos (BAUER, 2008).

Para utilização estrutural, o concreto sozinho não é adequado como elemento resistente, pois, enquanto tem uma boa resistência à compressão, pouco resiste à tração (cerca de 10% da resistência à compressão). Com o intuito de aumentar a resistência à tração do concreto simples, há a associação com aço, assim o mesmo absorve os esforços de tração na estrutura. O material composto formado pela associação do concreto com barra de aço é definido como concreto armado.

2.1.2 Vantagens e desvantagens do concreto armado

Conforme Carvalho e Figueiredo Filho (2015), como todo material que se utiliza para determinada finalidade, o concreto apresenta vantagens e desvantagens quanto ao seu uso estrutural.

Suas principais vantagens são:

- Boa resistência à maioria das solicitações;
- Tem boa trabalhabilidade, permitindo grande variabilidade de formas e de concepções arquitetônicas;
- Permite obter estruturas monolíticas, o que não ocorre com as de aço, madeira e pré-moldadas;
- As técnicas de construção já são amplamente dominadas no país;
- Apresenta durabilidade, quando utilizado em dosagem correta e respeitando os cobrimentos mínimos para as armaduras;
- É resistente a choques e vibrações, efeitos térmicos, atmosféricos e desgastes mecânicos.

Suas principais desvantagens são:

- Resulta em elementos com maiores dimensões que o aço, e com peso próprio elevado, se comparado com a sua resistência;
- Reformas e adaptações são, muitas vezes, de difícil execução;
- São necessários um sistema de formas e utilização de escoramentos (quando não se faz uso de pré-moldagem).

2.1.3 Um breve histórico

A história do concreto tem suas primeiras evidências em Roma, aproximadamente 2000 anos atrás, sendo essencialmente utilizado nos aquedutos e estradas. Para elaboração de seus concretos, os romanos usavam uma matéria prima especial que consistia de cascalho e areia grossa misturada com cal quente e água e, às vezes, até mesmo sangue de animal e cabelo de cavalo para reduzir as retrações. Evidências históricas constam que os sírios e babilônios usavam argila

como material ligante. Argamassa de cal e cimento também foram usados pelos egípcios antigos na construção de suas pirâmides.

Indícios históricos também apontam que Romanos usavam pozolana, gordura animal, leite e sangue como aditivos em construções de concreto. (KAEFER, 1998)

Um outro importante acontecimento para produção do concreto foi o desenvolvimento do cimento Portland em 1824, quando o inglês Joseph Aspdin, após laboriosos experimentos, queimou conjuntamente pedras calcárias em um forno até que o dióxido de carbono evaporasse, transformando-as num pó fino que resultou em um forte aglomerante. Entretanto, só começou a ser fabricado pelas indústrias depois de 1850.

“Considera-se como a primeira peça de concreto armado o barco construído por Lambot, na França, no ano de 1849. Essa data é hoje admitida internacionalmente como sendo a do nascimento do concreto armado”. (FUSCO, 2008)

Segundo Verzegnassi (2015), as pesquisas em busca de melhorias do concreto de cimento Portland levaram ao descobrimento de adições minerais e químicas que possibilitaram a execução de concretos de alto desempenho, com estruturas mais resistentes e leves, com menor consumo de material.

2.1.4 Características e propriedades do concreto fresco

As principais propriedades do concreto fresco são a consistência, a trabalhabilidade e a homogeneidade. Entre os fatores que influenciam nas características finais do concreto estão o adensamento, o início do endurecimento (pega) e a cura do concreto.

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2015):

- **Consistência:** corresponde à maior ou menor capacidade que o concreto fresco tem de se deformar; está relacionada ao processo de transporte, lançamento e adensamento do concreto e varia, em geral, com a quantidade de água empregada, granulometria dos agregados e dos aditivos utilizados.
- **Trabalhabilidade:** está ligado basicamente à maneira de efetuar seu adensamento, e depende principalmente do fator água/cimento.

- **Homogeneidade:** distribuição dos agregados graúdos dentro da massa de concreto.
- **Adensamento:** consiste basicamente, em um primeiro momento, na separação dos diversos compostos para, depois, misturá-los adequadamente, evitando a formação de bolhas de ar, vazios e segregação de materiais. Desta forma, faz com que o concreto preencha todos os recantos das fôrmas. Pode ser feito por processos manuais – socamento ou apiloamento – ou mecânicos – vibração e centrifugação.
- **Início do endurecimento (pega) do concreto:** ocorre quando a consistência do concreto não permite mais a sua trabalhabilidade, ou seja, não é mais possível lançá-lo nas formas e adensá-lo.

2.1.5 Características e propriedades do concreto endurecido

De acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2015, p. 33)

No concreto endurecido, as principais características de interesse são as mecânicas, destacando-se as resistências à compressão e à tração. (...). Considera-se como aproximação razoável que a resistência do concreto para diversos tipos de solicitações seja função de sua resistência à compressão. Assim, a ABNT NBR 6118:2014, no item 8.2, que trata das propriedades do concreto, apresenta uma série de expressões a partir das quais se obtêm, em função da resistência à compressão, as resistências do concreto para diversos tipos de solicitações. De maneira geral, essas expressões são empíricas.

2.1.5.1 Massa específica

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, item 8.2.2, se a massa específica real não for conhecida, para efeito de cálculo, pode-se adotar para o concreto simples o valor $2\,400\text{ kg/m}^3$ e para o concreto armado, $2\,500\text{ kg/m}^3$.

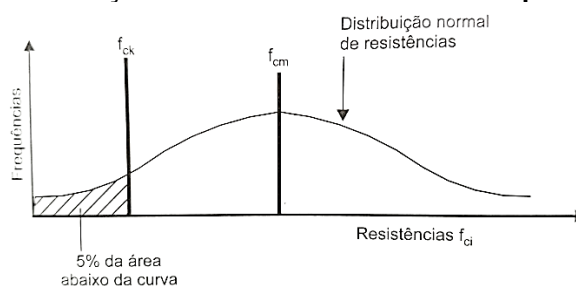
Porém, se a massa específica do concreto já for conhecida, pode-se considerar a massa específica do concreto armado como aquela do concreto simples acrescida de 100 kg/m^3 a 150 kg/m^3 .

2.1.5.2 Resistência à compressão

No Brasil, a resistência à compressão do concreto é estimada a partir de ensaios de curta duração de ruptura de corpos de prova cilíndricos, com base de 15 cm e altura de 30 cm, e também corpos de prova com base de 10 cm e altura de 20 cm, com idade de referência para o rompimento de 28 dias, idade na qual se pressupõe que a estrutura deverá entrar em carga. A moldagem dos cilindros é especificada pela ABNT NBR 5738:2003 (emenda 1:2008) – Concreto – Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova. O ensaio deve seguir as recomendações da ABNT NBR 5739:2007 – Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndrico.

Através de um certo número de ensaios de corpos de prova pode ser elaborado um gráfico com os valores de resistência obtidos (f_c) versus a quantidade de corpos de prova relativos (n^*) a determinado valor de f_c . A curva encontrada denomina-se Curva Estatística de Gauss e nela encontram-se o valor da resistência média do concreto à compressão, f_{cm} , e a resistência característica do concreto à compressão, f_{ck} .

Figura 2.1 – Distribuição normal dos resultados – adaptada de Montoya



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2015

Os valores de f_{ck} e f_{cm} são calculados por meio das seguintes expressões (Equações 2.1, 2.2 e 2.3):

$$f_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n^*} f_{ci}}{n^*} \quad (2.1)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n^*} (f_{ci} - f_{cm})^2}{n^* - 1}} \quad (2.2)$$

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,645 \cdot \delta \quad (2.3)$$

Em que

f_{ci} = é a resistência à compressão de cada corpo de prova;

f_{cm} = é a média das resistências à compressão;

n^* = é o número de corpos de prova;

δ = desvio padrão.

Sendo assim, o f_{ck} é o valor da resistência que possui 5% de probabilidade de não ser alcançado em ensaios de corpos de prova de um determinado lote de concreto.

De acordo com a resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}), a ABNT NBR 8953:2015 – Concreto para fins estruturais – Classificação, divide o concreto em dois grupos:

- Classe I: C20, C25, C30, C35, C40, C45, C50;
- Classe II: C55, C60, C70, C80, C90, C100.

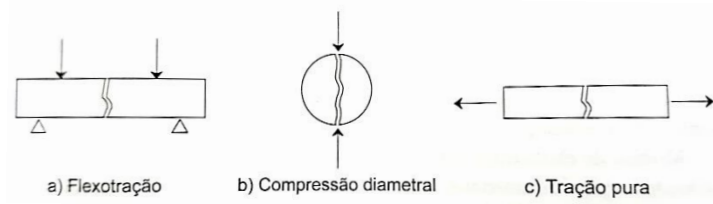
Onde os concretos são denominados pela letra C seguida do f_{ck} , expresso em megapascal (MPa).

Segundo a ABNT NBR 6118:2014 a utilização de concreto de 15 MPa deixa de ser permitida para uso estrutural, sendo admitida somente em fundações e obras provisórias.

2.1.5.3 Resistência à tração

Conforme Rodrigues (2011), a resistência à tração do concreto varia entre 8% e 15% da sua resistência à compressão. Esta resistência pode ser determinada em três ensaios diferentes: ensaio de tração direta (tração pura), ensaio tração indireta (compressão diametral) ou ensaio de tração na flexão (flexo-tração).

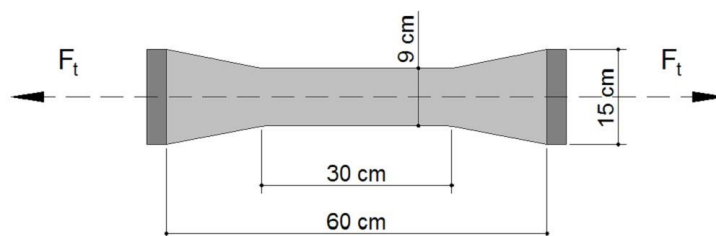
Figura 2.2 – Modos de ensaios de resistência do concreto à tração



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2015

No ensaio de tração direta, considerado de referência, aplica-se uma tração axial até a ruptura em corpos de prova de concreto simples com as seguintes dimensões:

Figura 2.3 – Corpo-de-prova para ensaio de tração direta



Fonte: Rodrigues, 2011

Para determinação da resistência à tração indireta é realizado o ensaio de compressão diametral, prescrito na ABNT NBR 7222:2010 - Concreto e argamassa - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos.

A resistência à tração na flexão é determinada através de um ensaio que consiste em submeter uma viga de concreto simples a um esforço de flexão simples até a sua ruptura, seguindo os procedimentos da ABNT NBR 12.142:2010 - Concreto - Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos.

2.1.5.4 Módulo de elasticidade

De acordo com a item 8.2.8 da ABNT NBR 6118:2014, o módulo de elasticidade (E_{ci}) deve ser obtido segundo o método de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522:2008, sendo considerado na Norma o módulo de deformação tangente inicial, obtido aos 28 dias de idade. Quando não forem realizados ensaios, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial pelas expressões 2.4 e 2.5:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \text{ para } f_{ck} \text{ de 20 MPa a 50 MPa} \quad (2.4)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 55 MPa a 90 MPa} \quad (2.5)$$

sendo

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaiss;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.

Em que

E_{ci} e f_{ck} são dados em megapascal (MPa).

O módulo de deformação secante pode ser obtido segundo método de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522:2008 ou estimado pela expressão:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (2.6)$$

sendo

$$\alpha_i = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80}\right) \cdot E_{ci} \leq 1 \quad (2.7)$$

Tabela 2.1 – Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo)

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

O módulo de elasticidade em uma idade menor que 28 dias pode ser avaliado pelas expressões a seguir:

$$E_{ci}(t) = \left[\frac{f_{ckj}}{f_{ck}}\right]^{0,5} \cdot E_{ci}, \text{ para os concretos com } f_{ck} \text{ de 20 MPa a 45 MPa} \quad (2.8)$$

$$E_{ci}(t) = \left[\frac{f_{ckj}}{f_{ck}}\right]^{0,3} \cdot E_{ci}, \text{ para os concretos com } f_{ck} \text{ de 50 MPa a 90 MPa} \quad (2.9)$$

Em que

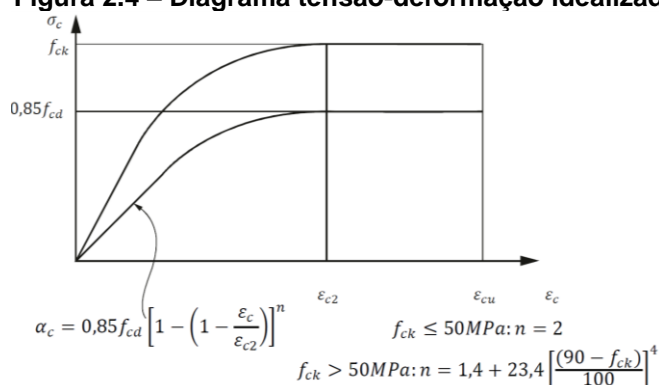
$E_{ci}(t)$ é a estimativa do módulo de elasticidade do concreto em uma idade entre 7 dias e 28 dias;

f_{ckj} é a resistência característica à compressão do concreto na idade que se pretende estimar o módulo de elasticidade em megapascal (MPa).

2.1.5.5 Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão

Segundo a NBR 6118:2014, para o dimensionamento de seções transversais de peças de concreto armado no estado limite último, é indicado o diagrama de tensão-deformação como sendo um diagrama simplificado.

Figura 2.4 – Diagrama tensão-deformação idealizado



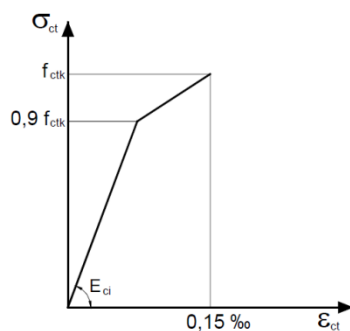
Fonte: ABNT NBR 6118:2014

O diagrama mostrado é uma idealização de como o concreto, com $f_{ck} \leq 50$ MPa, se deforma sob tensões de compressão. Para deformações de até 2‰, a lei de variação é de acordo com a parábola do 2º grau. A partir de 2‰ o concreto sofre um encurtamento plástico até o valor máximo de 3,5‰. A tensão máxima de compressão do concreto é limitada por um fator 0,85, ou seja, para efeito de cálculo se considera um valor reduzido de 15%.

2.1.5.6 Diagrama tensão-deformação do concreto à tração

Em relação ao concreto não fissurado, submetido a tensões de tração, de acordo com o item 8.2.10.2 da ABNT NBR 6118:2014, pode ser adotado o diagrama tensão-deformação bilinear de tração da Figura 2.5.

Figura 2.5 – Diagrama tensão-deformação bilinear de tração



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

2.1.5.7 Coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade transversal

Segundo Bastos (2006), quando se aplica uma força no concreto, surgem deformações em duas direções: na direção da força e na direção transversal à força. A relação entre a deformação transversal e a deformação longitudinal é chamada coeficiente de Poisson (ν), que segundo a ABNT NBR 6118:2014 (item 8.2.9), para tensões de compressão menores que $0,5 f_c$ e tensões de tração menores que f_{ct} , o coeficiente de Poisson ν pode ser tomado como igual a $0,2$ e o módulo de elasticidade transversal G_c igual a $E_{cs}/2,4$ ($G_c = E_{cs}/2,4$).

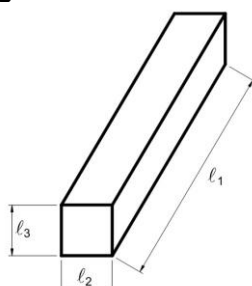
2.2 ELEMENTOS ESTRUTURAIS EM CONCRETO ARMADO

As estruturas de concreto armado são compostas de elementos que podem ser classificados de acordo com a sua geometria. Esta se faz comparando as três dimensões principais do elemento que são comprimento, altura e espessura.

2.2.1 Elementos lineares

Possuem a espessura da mesma ordem de grandeza que a altura, porém, ambas muito menores que o comprimento. Exemplos mais comuns são as vigas e os pilares.

Figura 2.6 – Elemento linear

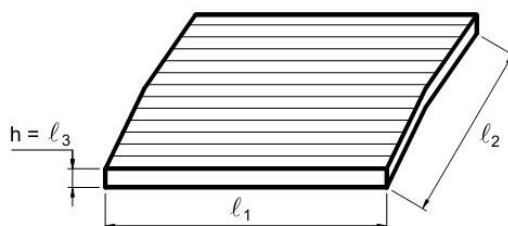


Fonte: Bastos, 2006.

2.2.2 Elementos bidimensionais

“Elementos onde duas dimensões, a largura e o comprimento, possuem grandezas semelhantes e muito maiores que a espessura. Como exemplos, encontram-se as lajes e as paredes de reservatórios.” (BASTOS, 2006)

Figura 2.7 – Elemento bidimensional

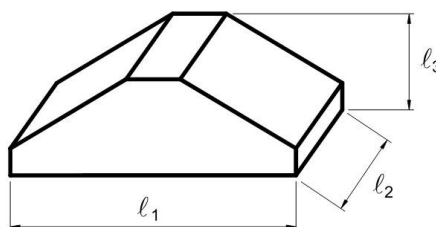


Fonte: Bastos, 2006.

2.2.3 Elementos tridimensionais

São chamados elementos de volume e possuem nas três dimensões a mesma ordem de grandeza. Exemplos mais comuns são as sapatas e blocos de fundação. (BASTOS, 2006)

Figura 2.8 – Elemento tridimensional



Fonte: Bastos, 2006.

2.3 LAJES

Lajes são elementos planos, em que na maioria dos casos estão dispostas horizontalmente, com duas de suas dimensões muito maiores que a terceira, sendo esta denominada espessura. A principal função é receber os carregamentos atuantes no andar, provenientes do uso da construção (pessoas, móveis e equipamentos), e transferi-los para os apoios. (PINHEIRO; MUZARDO; SANTOS, 2003)

“Os pisos das edificações podem ser executados com diferentes tipos de lajes, como as lajes maciças, as lajes nervuradas, as lajes cogumelo, além de diversos tipos de lajes pré-moldadas.” (ARAÚJO, 2010)

2.3.1 Classificação

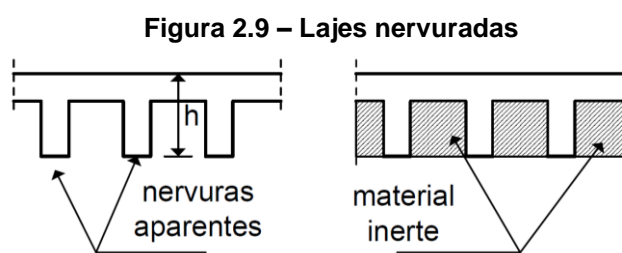
Segundo Cunha & Souza (1998), as lajes em concreto armado ou protendido podem ser classificadas quanto à sua forma (retangulares, quadradas, triangulares, circulares, anelares etc.), natureza (maciças, nervuradas, pré-fabricadas etc.), tipo de apoio (apoio contínuo, discreto etc.) e tipo de armação (em uma só direção ou armada em cruz). (*apud* ZENZEN, 2012, p. 19)

2.3.1.1 Principais tipos de lajes de acordo com sua natureza

- **Lajes nervuradas**

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, as lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte.

As lajes nervuradas são empregadas para vencer grandes vãos, geralmente superiores a oito metros, sendo constituída por nervuras, onde são colocadas nas partes tracionadas, dessa forma consegue-se uma redução do peso próprio da mesma, já que elimina uma parte do concreto que estaria sob o efeito de tração. O espaço entre as nervuras pode ser preenchido por algum material inerte ou pode ficar aparente (ARAÚJO, 2010).

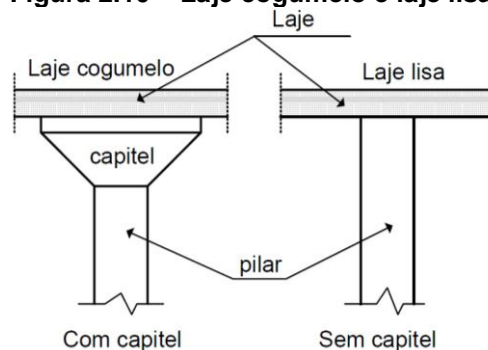


Fonte: Araújo, 2010

- **Lajes cogumelo e lajes lisas**

De acordo com Araújo (2010, p. 03)

Lajes cogumelo são lajes apoiadas diretamente em pilares, resultando um piso sem vigas. Nessas lajes, o topo do pilar possui um aumento de seção, denominado capitel, para aumentar a resistência à punção da laje. Quando o capitel não está presente, a laje é denominada de laje lisa.

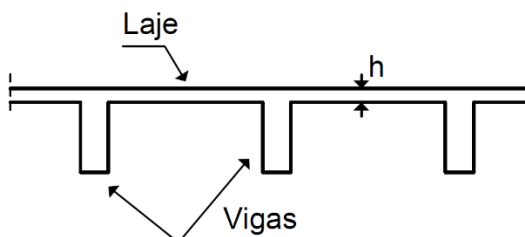
Figura 2.10 – Laje cogumelo e laje lisa

Fonte: Araújo, 2010

- **Lajes maciças**

De acordo com Araújo (2010, p. 02)

As lajes maciças são placas de espessura uniforme, apoiadas ao longo do seu contorno. Os apoios podem ser constituídos por vigas ou por alvenarias, sendo este o tipo de laje predominante nos edifícios residenciais onde os vãos são relativamente pequenos.

Figura 2.11 – Laje maciça

Fonte: Araújo, 2010

2.3.1.2 Tipos de lajes de acordo com seus apoios

As lajes podem se apoiar sobre vigas, alvenaria, paredes de concreto ou diretamente sobre pilares. Quando apoiadas sobre vigas, podem ser de concreto armado ou protendido. Enquanto apoiadas sobre pilares são geralmente chamadas de lajes cogumelo. (ZENZEN, 2012)

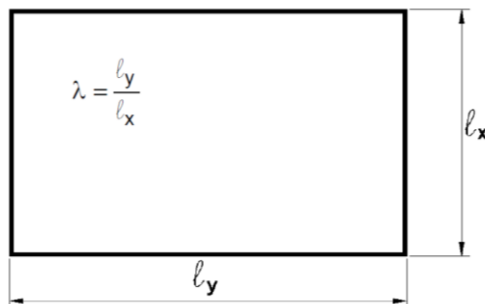
2.3.1.3 Tipos de lajes quanto à armação

Quanto à armação as lajes podem ser classificadas em:

- **Armadas em uma só direção:** são as que apresentam esforços cortantes e momentos fletores em apenas uma direção, esta condição ocorre quando a relação entre vãos é superior a 2, sendo assim, a maioria do carregamento é suportado na menor direção.

- **Armadas em duas direções (ou armadas em cruz):** neste caso, os momentos fletores são importantes nas duas direções e devem ser calculados. A relação entre o vão maior e o vão menor não é superior a 2. (ARAÚJO, 2010)

Figura 2.12 – Vãos teóricos ℓ_x (menor vão) e ℓ_y (maior vão)



Fonte: Pinheiro; Muzardo; Santos, 2003

O coeficiente λ , que reflete a geometria da laje é dado por:

$$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} \quad (2.10)$$

sendo

$\lambda \leq 2 \rightarrow$ laje armada em duas direções;

$\lambda > 2 \rightarrow$ laje armada em uma direção.

Em que

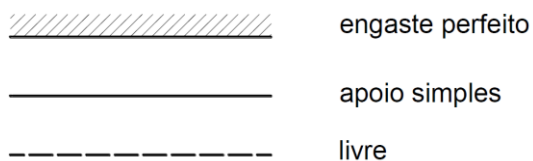
ℓ_x = menor das dimensões da superfície da placa

ℓ_y = maior das dimensões da superfície da placa

2.3.2 Condições de apoio

A identificação do tipo de vinculação das lajes é extremamente importante para a realização do seu dimensionamento. Basicamente, existem três tipos de vinculação: borda livre, caracterizado pela ausência de apoio, apresentando, portanto, deslocamentos verticais; borda simplesmente apoiada, como o próprio nome já diz, ela está apoiada, não apresentando assim deslocamentos verticais; e bordas engastadas, esse tipo apresenta continuidade, sendo o engastamento promovido pela laje adjacente (PINHEIRO; MUZARDO; SANTOS; 2003).

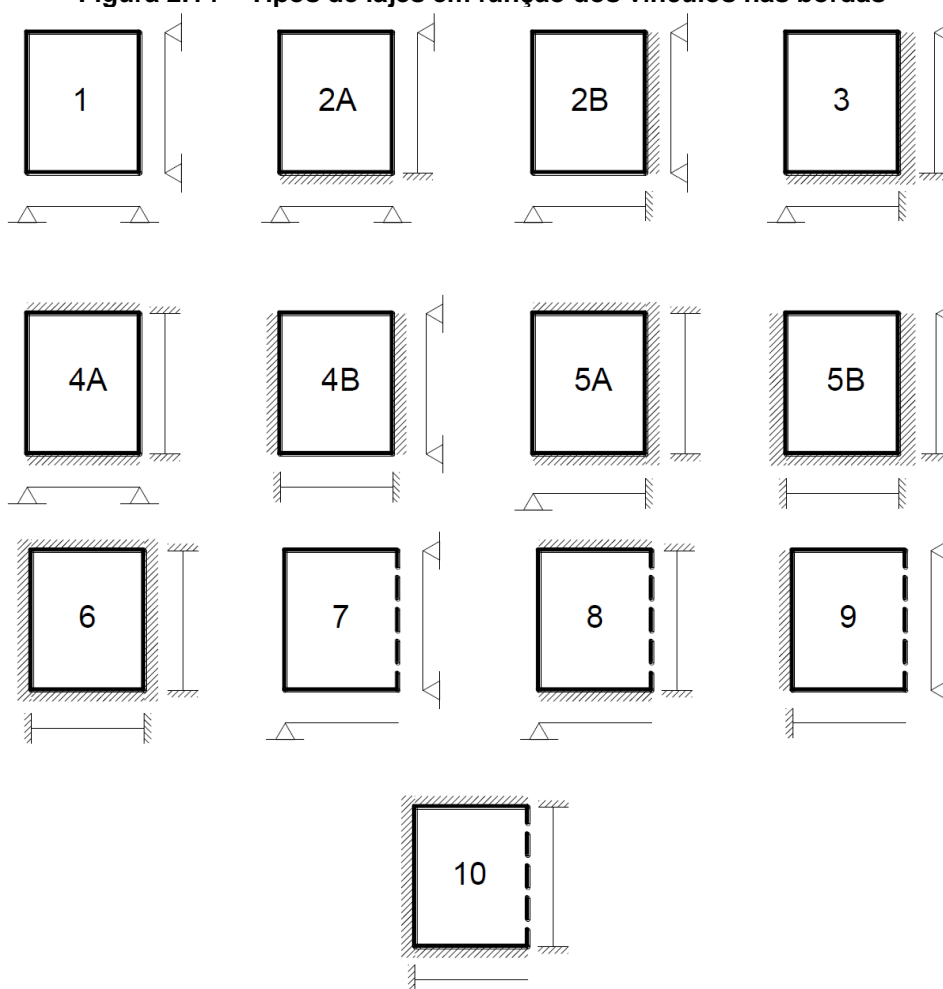
Figura 2.13 – Representação dos tipos de vinculação



Fonte: Bastos, 2015

Em função das várias combinações possíveis de vínculos nas quatro bordas das lajes retangulares, as lajes recebem números que diferenciam as combinações de vínculos nas bordas, como indicados na Figura 2.14.

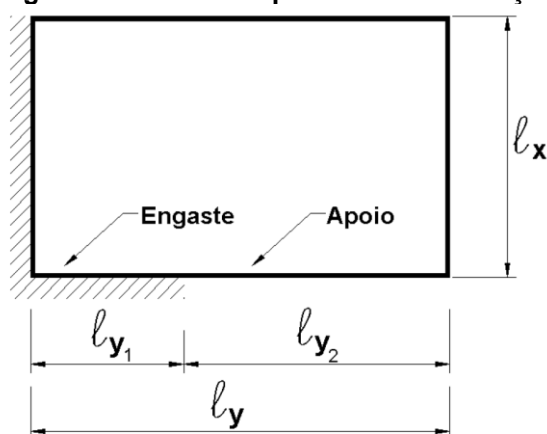
Figura 2.14 – Tipos de lajes em função dos vínculos nas bordas



Fonte: Bastos, 2015

Podem ocorrer casos em que a laje está com uma borda parte engastada e parte apoiada, para determinar se ela está realmente apoiada ou engastada usa-se o critério da figura abaixo.

Figura 2.15 – Caso específico de vinculação



Fonte: Pinheiro; Muzardo; Santos; 2003

Tabela 2.2 – Critério para bordas com uma parte engastada e outra parte apoiada

$l_{y1} \leq \frac{l_y}{3}$	Considera-se a borda totalmente apoiada
$\frac{l_y}{3} < l_{y1} < \frac{2 \cdot l_y}{3}$	Calculam-se os esforços para as duas situações – borda totalmente apoiada e borda totalmente engastada – e adotam-se os maiores valores no dimensionamento
$l_{y1} \geq \frac{2 \cdot l_y}{3}$	Considera-se a borda totalmente engastada

Fonte: Pinheiro; Muzardo; Santos; 2003

2.3.3 Vão livre e vão teórico de lajes

Segundo Pinheiro; Muzardo; Santos (2003), vão livre é a distância livre entre as faces dos apoios consecutivos. No caso de balanços, é a distância da extremidade livre até a face do apoio.

O vão teórico (ℓ) é denominado vão equivalente pela ABNT NBR 6118:2014, que deve ser calculado pela expressão a seguir.

$$\ell = \ell_0 + a_1 + a_2 \quad (2.11)$$

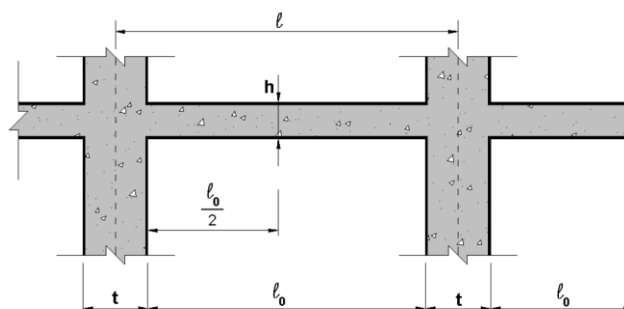
Em que

ℓ_0 = distância entre as faces internas de dois apoios consecutivos

a_1 = menor valor entre $t_1/2$ e $0,3 \cdot h$

a_2 = menor valor entre $t_2/2$ e $0,3 \cdot h$

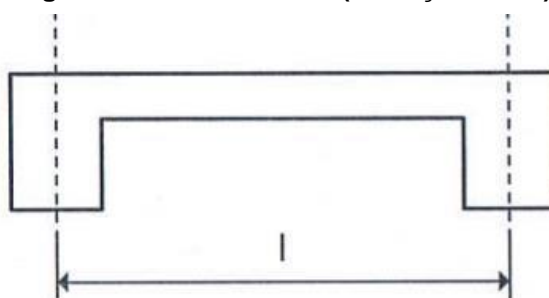
Figura 2.16 – Vão livre e teórico



Fonte: Pinheiro; Muzardo; Santos; 2003

Quando a largura das vigas de apoio não é muito grande, as diferenças entre a distância, os centros de apoio e os limites indicados anteriormente são pequenos, tornando-se usual adotar como vão teórico a distância entre os centros dos apoios. (ARAÚJO, 2010 *apud* JÚNIOR, 2016)

Figura 2.17 – Vão teórico (definição usual)



Fonte: Araújo, 2010

2.3.4 Alturas, comprimentos mínimos e pré-dimensionamento das lajes

A ABNT NBR 6118:2014, item 13.2.4.1, estipula valores limites mínimos para a espessura de lajes maciças que devem ser respeitados

- a) **7 cm** para cobertura não em balanço;
- b) **8 cm** para lajes de piso não em balanço;
- c) **10 cm** para lajes em balanço;
- d) **10 cm** para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- e) **12 cm** para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- f) **15 cm** para lajes com protensão apoiadas em vigas, com o mínimo de $l/42$ para lajes de piso biapoiadas e $l/50$ para lajes de piso contínuas;
- g) **16 cm** para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo, fora do capitel.

No dimensionamento das lajes em balanço, as ações devem ser multiplicadas por um coeficiente de ajustamento adicional γ_n , de acordo com o indicado na figura a seguir.

Tabela 2.3 – Valores do coeficiente adicional γ_n para lajes em balanço

h cm	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45

onde

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 h;$$

h é a altura da laje, expressa em centímetros (cm).

NOTA O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nas lajes em balanço, quando de seu dimensionamento.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Os valores mínimos de cobrimento para armaduras das lajes (Tabela 2.5) são de suma importância para sua durabilidade, pois a camada de proteção evita a corrosão do aço provocada pelos agentes externos e está relacionada de acordo com a agressividade ambiental do local (Tabela 2.4).

Tabela 2.4 – Classes de agressividade ambiental (CAA)

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a, b}	
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c}	Elevado
		Respingos de maré	

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura). ^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Tabela 2.5 – Correspondência entre a classe de agressividade ambiental

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

A ABNT NBR 6118:2014 não especifica um pré-dimensionamento da altura da laje, apenas retrata os valores mínimos de altura, já citados anteriormente.

Segundo Pinheiro; Muzardo; Santos (2003), o pré-dimensionamento da laje pode ser obtido pela expressão abaixo:

$$d \geq \frac{(2,5-0,1.n)\ell^*}{100} \quad (2.12)$$

Em que

d = altura útil da laje (cm)

n = número de bordas engastadas

ℓ^* = menor valor entre ℓ_x e $0,7\ell_y$

Com o cálculo da altura útil necessária e feito a comparação do valor com a altura útil mínima, adota-se o maior valor entre os dois resultados.

A determinação do d_{min} é feita através da expressão abaixo:

$$d_{min} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}} \quad (2.13)$$

Em que

d_{min} = área de aço mínima (m)

M_d = momento de projeto (kN.m/m)

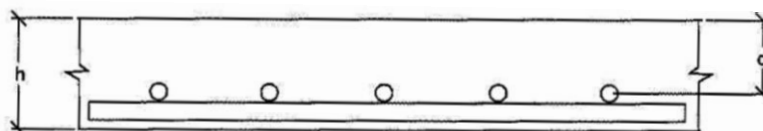
b_w = largura da seção retangular (1,00 m)

f_{cd} = resistência de projeto (cálculo) à compressão do concreto (kN/m²)

Com isso, o valor da altura h da laje poderá ser determinado (Figura 2.18) somando-se ao valor de d , o cobrimento c a ser considerado, mais uma vez e meio diâmetro ϕ da armadura empregada.

$$h = d + c + 1,5\phi \quad (2.14)$$

Figura 2.18 – Altura total e altura útil da laje



Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2015

2.3.5 Carregamento das lajes

Os carregamentos ou ações nas lajes devem estar conforme as normas ABNT NBR 6118 e ABNT NBR 6120. Esses carregamentos são normalmente constituídos pelo peso próprio da laje, peso do revestimento de piso e de forro, além do peso das paredes divisórias e das cargas de uso. (PINHEIRO; MUZARDO; SANTOS; 2003)

Geralmente, nas edificações, as ações principais a serem consideradas são as ações permanentes (g) e as cargas acidentais (q).

2.3.5.1 Ações ou cargas permanentes (g)

São aquelas em que os valores praticamente não variam ao longo da vida útil da estrutura. Para as lajes, são cargas permanentes o seu peso próprio, o peso das camadas de regularização, o peso dos revestimentos, paredes divisórias e outras cargas específicas. (RODRIGUES, 2011)

a) Peso Próprio

Para o peso próprio da laje se a massa específica real não for conhecida, para efeito de cálculo, segundo o item 8.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 pode-se adotar para o valor do peso específico do concreto armado, 2 500 kg/m³.

O peso próprio para lajes com espessura constante é uniformemente distribuído na área da laje, e para um metro quadrado de laje (Figura 2.19) pode ser calculado como:

$$g_{pp} = \gamma_{con} \cdot h \quad (2.15)$$

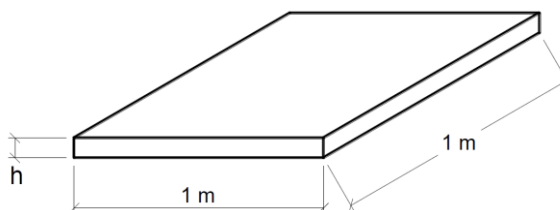
Em que

g_{pp} = peso próprio da laje (kN/m²);

γ_{con} = peso específico do concreto armado (kN/m³);

h = altura da laje (m).

Figura 2.19 – Peso próprio calculado para 1 m² de laje



Fonte: Bastos, 2015

b) Contrapiso

A camada de argamassa colocada logo acima do concreto da superfície superior das lajes recebe o nome de contrapiso ou argamassa de regularização. A sua função é de nivelar e diminuir a rugosidade da laje, preparando-a para receber o revestimento de piso final.

A ação permanente do contrapiso é função da espessura (e_1) do contrapiso:

$$g_{contr} = \gamma_{contr} \cdot e_1 \quad (2.16)$$

Em que

g_{contr} = carga permanente do contrapiso (kN/m²);

γ_{contr} = peso específico do contrapiso (kN/m³);

e_1 = espessura do contrapiso (m).

c) Revestimento do Teto

Na superfície inferior das lajes (teto do pavimento inferior), é padrão executar-se uma camada de revestimento de argamassa, sobreposta à camada fina de chapisco. Para essa argamassa, menos rica em cimento, pode-se considerar o peso específico (γ_{rev}) de 19 kN/m³, conforme a Tabela 1 da ABNT NBR 6120:1998.

A ação permanente do revestimento do teto é função da espessura (e_2) do revestimento:

$$g_{rev} = \gamma_{rev} \cdot e_2 \quad (2.17)$$

Em que

g_{rev} = carga permanente do revestimento do teto (kN/m²);

γ_{rev} = peso específico do revestimento (kN/m³);

e_2 = espessura do revestimento (m).

d) Piso

O piso é o revestimento final na superfície superior da laje, assentado sobre a argamassa de regularização. Os tipos mais comuns são os de madeira, de cerâmica, carpetes ou forrações, e de rochas, como granito e mármore.

A Tabela 1 da ABNT NBR 6120:1980 fornece os pesos específicos de diversos materiais, valores que auxiliam no cálculo da carga do piso (g_{piso}) por metro quadrado de área de laje.

e) Peso de alvenarias

De acordo com Araújo (2010), “o peso específico das alvenarias de tijolos cerâmicos depende das dimensões e do tipo de tijolo utilizado (tijolo maciço ou tijolo furado) e das espessuras de reboco e da argamassa de assentamento.” No projeto, pode-se adotar, de acordo com a Tabela 1 da ABNT NBR 6120:1980, os seguintes pesos específicos para alvenarias.

Alvenaria de tijolos cerâmicos furados: 13 kN/m³

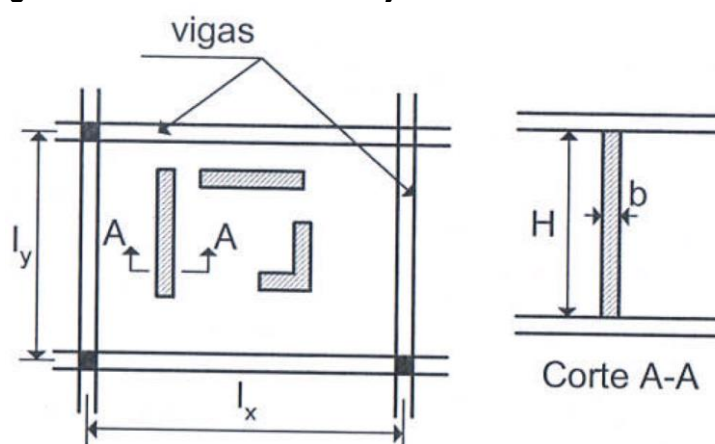
Alvenaria de tijolos cerâmicos maciços: 18 kN/m³

O peso total da parede (em kN) é obtido multiplicando-se o peso específico da alvenaria por seu volume. Entretanto, a forma de como essa carga é considerada no cálculo dos esforços depende se a laje é armada em uma ou em duas direções.

- Lajes armada em duas direções

“Se a parede estiver afastada da região central, ou quando existirem várias paredes distribuídas sobre toda a extensão da laje, o peso total das paredes pode ser distribuído uniformemente pela área da laje”. (ARAÚJO, 2010)

Figura 2.20 – Alvenaria sobre lajes armadas em duas direções



Fonte: Araújo, 2010

A carga uniformemente distribuída decorrente da alvenaria P_a é expressa por:

$$P_a = \gamma_a \frac{b \cdot H \cdot I_p}{l_x \cdot l_y} \quad (2.18)$$

Em que

P_a = carga uniforme da parede (kN/m²)

b = espessura da parede (m);

H = altura da parede (m);

I_p = comprimento total da parede sobre a laje (m);

γ_a = peso específico da alvenaria (kN/m³);

l_x, l_y = vãos de cálculo da laje (m).

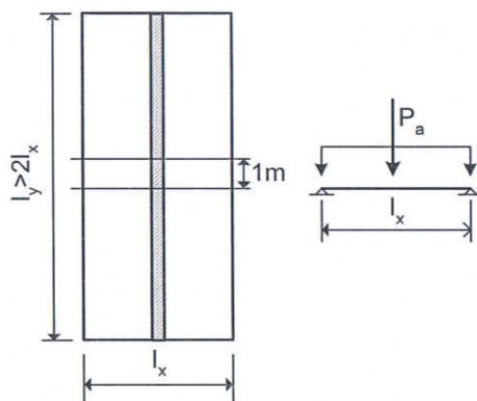
- Lajes armada em uma direção

Para essas lajes, devem-se analisar dois casos:

Caso 1 - Parede paralela ao vão maior (ℓ_y)

Neste caso, a parede é considerada como uma carga concentrada, conforme apresentada pela Figura 2.21.

Figura 2.21 – Carga concretada decorrente da parede



Fonte: Araújo, 2010

A carga P_a correspondente a uma parede de 1 m de comprimento é expressa por:

$$P_a = \gamma_a \cdot b \cdot H \quad (2.19)$$

Em que

P_a = força concretada representativa da parede (kN);

γ_a = peso específico da alvenaria (kN/m³);

b = espessura da parede (m);

H = altura da parede (m).

O momento fletor devido à parede na direção do vão de cálculo para parede central é dado pela equação abaixo. Este deve ser adicionado ao momento devido às outras cargas.

$$M_x = \frac{P_a \cdot \ell_x}{4} \quad (2.20)$$

Em que

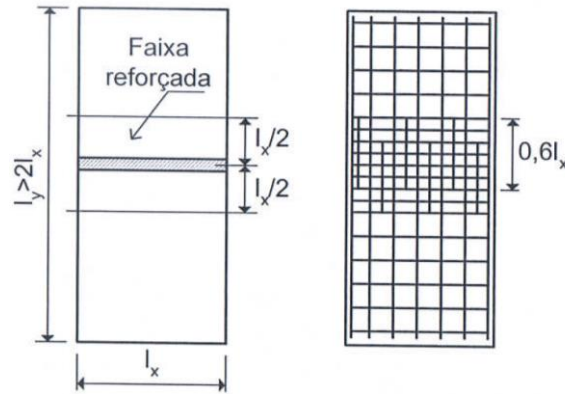
P_a = força concretada representativa da parede (kN);

ℓ_x = vão menor da laje (m).

Caso 2 - Parede paralela ao vão menor (ℓ_x)

Neste caso, há necessidade de reforçar uma faixa nas proximidades da parede, conforme apresentado na Figura 2.22.

Figura 2.22 – Distribuição da armadura de reforço



Fonte: Araújo, 2010

A carga uniformemente distribuída decorrente da alvenaria P_a é expressa por:

$$P_a = \gamma_a \frac{b \cdot H \cdot I_p}{\ell_x^2} \quad (2.21)$$

Em que

P_a = carga uniforme da parede (kN/m²);

γ_a = peso específico da alvenaria (kN/m³);

b = espessura da parede (m);

H = altura da parede (m);

I_p = comprimento total da parede sobre a laje (m);

ℓ_x = vão menor da laje (m).

Se os dois bordos na direção do vão de cálculo ℓ_x são apoios simples, a armadura principal deve ser reforçada para o momento adicional.

$$M_x = 0,11P_a \cdot \ell_x \quad (2.22)$$

Em que

P_a = é o peso de 1 m de parede, dado pela equação 2.18;

ℓ_x = vão menor da laje (m).

Além disso, deve-se prever uma armadura transversal adicional para o momento M_y , aproximadamente igual a M_x , disposta em todo o vão, podendo ter um comprimento de $0,6\ell_x$ conforme apresentado na Figura 2.22.

2.3.5.2 Ações ou cargas acidentais (q)

São aquelas que atuam nos pavimentos da edificação em função do seu uso e referem-se ao peso de pessoas, móveis, utensílios e veículos.

Segundo o item 2.2.1.2 da ABNT NBR 6120:1980, as cargas acidentais nas lajes residenciais devem ser admitidas, salvo casos especiais, uniformemente distribuídas em toda a área, havendo valores mínimos recomendados para cada local da edificação. Entre eles destacam-se, a seguir, alguns desses valores na figura abaixo.

Tabela 2.6 – Valores mínimos das cargas acidentais para edificações

Local	Carga
Residências – dormitório, copa, cozinha e banheiro	1,5 kN/m ²
Forros não destinados a depósitos	0,5 kN/m ²
Dispensa, área de serviço, lavanderia e dependência de escritório	2,0 kN/m ²
Compartimentos destinados a reuniões ou ao acesso público	3,0 kN/m ²
Compartimentos destinados a bailes, ginástica ou esportes	5,0 kN/m ²
Escadas, corredores e terraços com acesso ao público	3,0 kN/m ²
Escadas, corredores e terraços sem acesso ao público	2,0 kN/m ²
Lojas	2,0 kN/m ²

Fonte: ABNT NBR 6120:1980

2.3.5.3 Ação ou carga total (p)

A carga total, p , que atua nas lajes será:

$$p = g + q \quad (2.23)$$

Em que

g = é o somatório de todas as cargas permanentes atuantes na laje

q = é o somatório de todas as cargas acidentais atuantes na laje.

2.4 MOMENTOS FLETORES SOLICITANTES

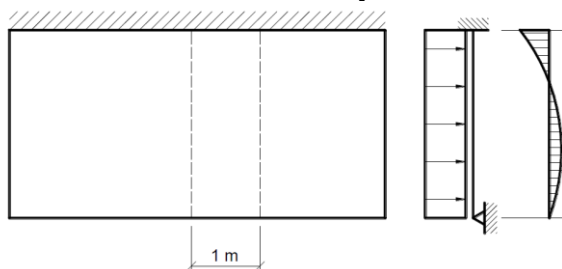
De acordo com Bastos (2015, p. 15):

Os momentos fletores e as flechas nas lajes maciças são determinadas conforme a laje é armada em uma ou em duas direções. As lajes armadas em uma direção são calculadas como vigas segundo a direção principal e as lajes armadas em duas direções podem ser aplicadas diferentes teorias, como a Teoria da Elasticidade e a das Charneiras Plásticas.

2.4.1 Lajes armadas em uma direção

Segundo Bastos (2015), no caso das lajes armadas em uma direção, considera-se simplificada que a flexão na direção do menor vão da laje é preponderante à da outra direção, de modo que a laje será suposta como vigas paralelas com largura constante de um metro, em conformidade a direção principal da laje (Figura 2.23). Na direção secundária desprezam-se os momentos fletores existentes.

Figura 2.23 – Momentos fletores em laje armada em uma direção



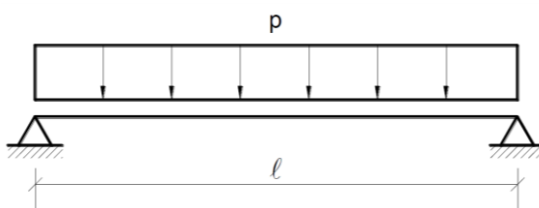
Fonte: Bastos, 2015

As equações para obtenção dos momentos fletores são utilizadas de acordo com sua vinculação, sendo ℓ_x o menor vão da laje, tem-se:

- Laje isolada (Figura 2.24)

$$M = p \frac{\ell_x^2}{8} \quad (2.24)$$

Figura 2.24 – Laje armada em uma direção sobre apoios simples e com carregamento uniforme



Fonte: Bastos, 2015

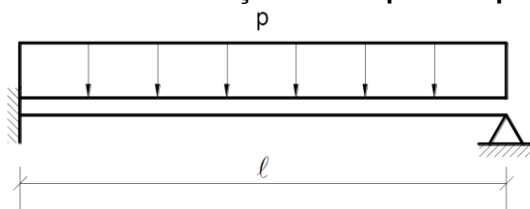
- Laje engastada de um lado (Figura 2.25)

$$M = p \frac{\ell_x^2}{14,22} \quad (2.25)$$

No engaste:

$$M = -p \frac{\ell_x^2}{8} \quad (2.26)$$

Figura 2.25 – Laje armada em uma direção sobre apoio simples e engaste perfeito



Fonte: Bastos, 2015

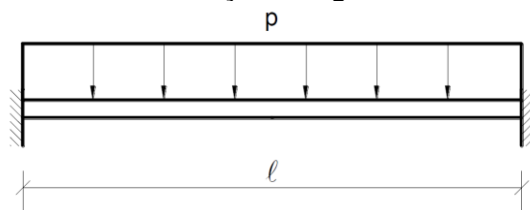
- Laje biengastada (Figura 2.26)

$$M = p \frac{\ell_x^2}{24} \quad (2.27)$$

No engaste:

$$M = -p \frac{\ell_x^2}{12} \quad (2.28)$$

Figura 2.26 – Laje armada em uma direção biengastada com carregamento uniforme



Fonte: Bastos, 2015

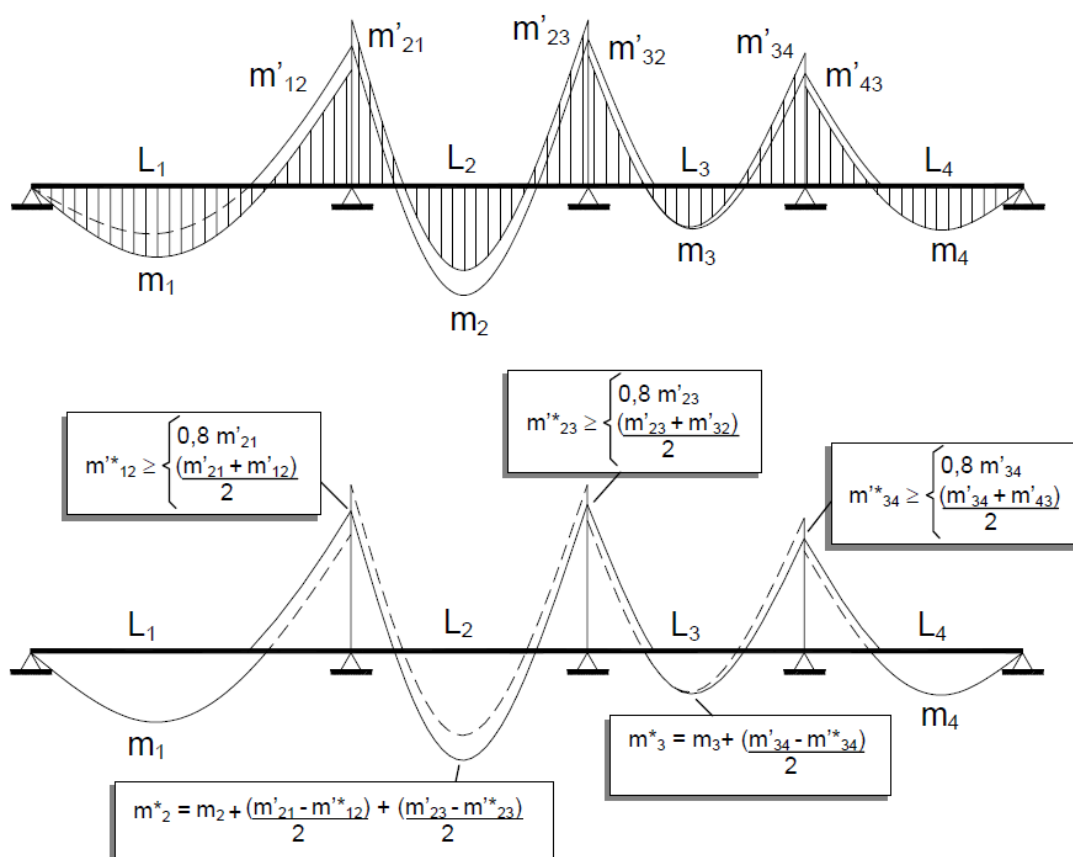
2.4.2 Lajes armadas em duas direções

Segundo Araújo (2010), para contornar o elevado grau de dificuldade do cálculo de lajes contínuas, mediante a complexidade da obtenção dos esforços, nos procedimentos tradicionais de projeto, admite-se que as lajes que compõem o pavimento sejam consideradas separadamente como se fossem lajes isoladas. Deste modo, obtêm-se os momentos fletores positivos nos vãos e os momentos negativos nos bordos engastados.

Como a laje não foi calculada sendo contínua, o bordo terá dois momentos negativos. Através do critério usual pode-se obter este momento negativo

aproximado, através do maior valor entre a média dos momentos em estudo ou 80% do maior momento negativo. Decorrente desta compatibilização, os momentos positivos devem ser analisados, pois a correção tende a diminuir ou aumentar o valor do momento positivo. Se o mesmo aumentar o valor deve ser corrigido. Caso ele diminua, o valor continuará o mesmo, em prol da segurança. (PINHEIRO; MUZARDO; SANTOS, 2003, p. 91)

Figura 2.27 – Compatibilização de momentos fletores



Fonte: Pinheiro; Muzardo; Santos, 2003

2.5 MÉTODO ELÁSTICO

Há basicamente dois métodos de dimensionamento para lajes maciças: o elástico e o de ruptura. O elástico é sustentado na análise do comportamento do elemento sob cargas de serviço e não é levado em conta a fissuração do concreto e sendo possível obtê-lo nas equações de equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa e nas relações de compatibilidade das deformações. Enquanto o método de ruptura se baseia no mecanismo de ruptura da laje, procurando identificar de que forma a laje chegará ao colapso, e para isso calcula-se os esforços através da teoria das charneiras plásticas. (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2015).

De acordo com o item 14.7.3 da ABNT NBR 6118:2014, os métodos baseados na teoria da elasticidade podem ser utilizados nas estruturas de placas, com coeficiente de Poisson ν (relação entre as deformações transversal e longitudinal de um elemento submetido a uma força) igual a 0,2, desde que atendidas às condições da norma que tratam de análise linear e ao que se referem aos valores de rigidez e das condições de redistribuição de momentos e de ductilidade. (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2015)

Os métodos tradicionais ou clássicos, para a determinação da distribuição de momentos em uma laje, têm sido realizados através de modelos elásticos. Estes métodos baseiam-se na solução da equação diferencial que governa o comportamento de uma placa. (BANKI, 2013)

O método clássico utilizado para esse tipo de cálculo, também denominado como Teoria das Placas ou Teoria de Kirchhoff-Love, tem como base a Lei de Hooke que considera os materiais em regime elástico-linear, homogêneo e isótropo, sendo considerado, portanto, constituído de um único material com as mesmas propriedades em todas as direções.

A partir de relações matemáticas entre deslocamentos e deformações e considerando os parâmetros estabelecidos para o material constituinte estudado, Kirchhoff-Love, Lagrange (1811) desenvolveu a equação fundamental das placas delgadas, que tem a forma de uma diferencial parcial de 4ª ordem, conforme demonstrado na Equação 2.29, o que torna seu cálculo manual bastante complexo.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{p}{D} \quad (2.29)$$

Em que

w = deslocamento vertical;

x, y = coordenadas de um ponto genérico da placa;

p = intensidade da carga atuante;

D = rigidez à flexão da placa, definida pela Equação 2.30.

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (2.30)$$

Em que

E = módulo de deformação longitudinal do concreto;

ν = coeficiente de Poisson;

h = altura ou espessura da placa (laje) (cm).

A partir desta equação, foram elaborados diversos processos de resolução, que dentre os consolidados, são usuais a Resolução por Meio de Séries, Teoria Simplificada de Marcus, Processo de Grelha Equivalente, Método de Diferenças Finitas e Métodos dos Elementos Finitos.

Lajes mais complexas não possuem uma solução fechada pela Teoria da Elasticidade. Para resolvê-las, deve-se fazer uso de procedimentos numéricos que são viáveis apenas em computadores. O mais conhecido é o Método dos Elementos Finitos.

Neste trabalho, as tabelas utilizadas foram desenvolvidas a partir do método elástico para o coeficiente de Poisson ν igual 0,2 e conforme tipos de lajes em função dos vínculos nas bordas (Figura 2.14).

2.5.1 Resolução por meio de séries

A solução exata da equação diferencial da placa somente pode ser obtida para uns poucos casos particulares. Nos casos mais gerais de carregamento e condições de contorno, as soluções são encontradas adotando-se expansões em série de Fourier. Duas soluções são disponíveis: a solução de Navier e a solução de Levy (ARAÚJO, 2010, p. 55).

As séries de Fourier, denominadas em homenagem ao matemático e físico francês Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), são a representação de uma função periódica, utilizada para encontrar valores aproximados para uma integral sobre um intervalo. Através dessas séries, Claude Louis Marie Henri Navier (engenheiro, matemático e físico francês, 1785-1836) definiu equações para o cálculo dos momentos fletores (Equação 2.31). Da mesma maneira, Paul Pierre Lévy (matemático francês, 1886-1971) também realizou estudos, que resultou na Equação 2.32.

$$M_x = \pi^2 D \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \nu \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] W_{mn} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (2.31)$$

$$Y_m(y) = (A_m + B_m \eta) \cos h\eta + (C_m + D_m \eta) \operatorname{sen} h\eta \quad (2.32)$$

As equações de Navier e Lévy são soluções para a equação geral das placas (Equação de Lagrange). No entanto, a resolução dessas equações é feita através de diversos e exaustivos cálculos matemáticos, o que torna o processo longo e inviável nos dias atuais, suas demonstrações e cálculos podem ser vistas com mais detalhes na obra de Araújo (2010, p. 57).

A complexidade dessas soluções, segundo Bastos (2015, p. 21), “motivou o surgimento de diversas tabelas, de diferentes origens e autores, com coeficientes que proporcionam o cálculo dos momentos fletores e das flechas para casos específicos de apoios e carregamentos”.

Dentre essas tabelas, podem ser citadas as de Bares, Szilard, Stiglat/Wippel, Kalmanok e Czerny que possibilitam que o cálculo seja executado manualmente, de maneira simples, sendo comumente ensinado nos cursos de graduação em Engenharia Civil, para o cálculo de lajes maciças.

2.5.2 Teoria Simplificada de Marcus para lajes sobre apoios rígidos

Segundo Araújo (2010, p. 100), “o método de Marcus é um método simplificado que procura adaptar a teoria das grelhas para incluir os efeitos da torção da laje.”

O método consiste na aplicação de uma carga (p), uniformemente distribuída por unidade de área, onde os apoios dos vãos l_x e l_y são considerados indeformáveis. Considera-se também duas faixas de largura unitária, uma em cada direção, onde a carga de aplicação (p) é dividida em quinhões de carga p_x e p_y , relacionadas, respectivamente, às direções x e y . (Araújo, 2010)

Na Teoria das Grelhas, foram estabelecidas relações por meio da dedução de que a flecha no centro da laje, no encontro de duas faixas da grelha, é única, considerando um mesmo valor nas direções X e Y , conforme ilustra a Figura 2.28.

Os quinhões de carga devem obedecer à relação:

$$p = p_x + p_y \quad (2.33)$$

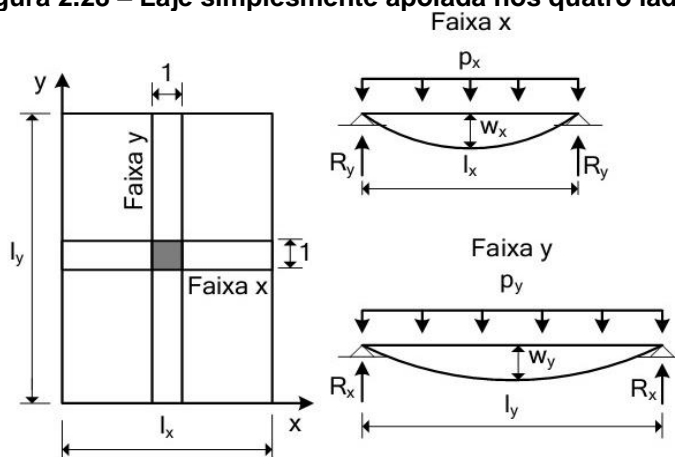
Em que

p = carga total uniformemente distribuída (kN/m²);

p_x = parcela de carga total que atua na direção X (kN/m²);

p_y = parcela de carga total que atua na direção Y (kN/m²);

Figura 2.28 – Laje simplesmente apoiada nos quatro lados



Fonte: Araújo, 2010

No entanto, em uma análise mais real do comportamento da placa, Marcus percebeu, que devido aos efeitos de torção, o máximo deslocamento não ocorreria necessariamente no centro da placa para as duas direções. A partir disso, definiu-se que os momentos fletores positivos encontrados na Teoria das Grelhas deveriam ser reduzidos, em consequência da própria rigidez a torção da placa, que consequentemente reduzem as deflexões.

O aparecimento desses coeficientes de redução resulta de imperfeição da teoria das grelhas, que supõe os quinhões constantes e imagina a laje constituída por faixas independentes, ao passo que ela forma um conjunto único, isto é, funciona como uma placa que se deforma no espaço sendo as flechas menores do que as que resultam da teoria das grelhas, e, portanto, menores os momentos (ROCHA, 1999, p. 54).

Os coeficientes estudados por Marcus, segundo Araújo (2010, p. 100) “dependem das condições de contorno e da relação entre os vãos da laje”. A partir da relação entre as condições de contorno da laje, Marcus elaborou uma tabela com a finalidade de facilitar o dimensionamento manual.

A teoria demonstrada por Marcus para uma laje simplesmente apoiada nos quatro lados pode ser estendida para outras condições de contorno. Os casos possíveis são os casos 1, 2A, 2B, 3, 4A, 4B, 5A, 5B e 6 conforme mostrados na Figura 2.14.

2.6 MÉTODOS DE CÁLCULO

Dentre os métodos usuais para dimensionamento de lajes bidirecionais maciças, este estudo limitou-se a analisar a Resolução por Meio de Séries, Teoria

Simplificada de Marcus e o Processo de Analogias de Grelhas, realizado pelo programa Eberick V10.

Para efeitos de cálculo, os métodos de Resolução por Meio de Séries e Teoria Simplificada de Marcus consideram que as cargas geradas pela laje são uniformemente distribuídas nas vigas de contorno por meio de forças verticais. Os momentos de torção das placas não são transferidos, considerando para esse parâmetro a viga como um elemento rígido (indeformável) e os contornos devem ser considerados ainda apoiados (rotulados) ou engastados, não havendo a possibilidade de semi-engastamento. (WERNER, 2013)

Os dimensionamentos através desses dois métodos foram realizados por meio de tabelas que simplificam os cálculos manuais. Essas tabelas foram elaboradas considerando nove casos de vínculos com os apoios de uma laje (condições de contorno), o que influencia diretamente no cálculo de momentos fletores. Cada tabela possui os mesmos casos, porém com nomenclaturas diferentes; com a finalidade de facilitar a interpretação dos resultados, optou-se por padronizar a nomenclatura, utilizando a adotada pelas tabelas de Bares, conforme demonstrado na Figura 2.14.

Através das tabelas a seguir serão calculados os máximos momentos fletores positivos e negativos nas direções x e y .

2.6.1 Resolução por Meio de Séries

Dentre as tabelas disponíveis para o método, decidiu-se realizar o dimensionamento através das Tabelas de Bares e das Tabelas de Czerny. Conforme a Equação 2.30, o dimensionamento dentro da Teoria das Placas sofre influência direta do coeficiente de Poisson (ν). Adotou-se, nestes estudos, tabelas elaboradas considerando $\nu = 0,20$.

As tabelas apresentam coeficientes aplicados em equações específicas, para cálculo de momentos fletores. Os cálculos dos momentos fletores, através das tabelas de Czerny, são realizados por meio das equações 2.34, 2.35, 2.36 e 2.37. E das tabelas de Bares, os momentos fletores são calculados por meio das Equações 2.38, 2.39, 2.40 e 2.41.

2.6.1.1 Tabela de Czerny

- Momentos fletores positivos:

$$m_x = \frac{p \cdot l_x^2}{\alpha_x} \quad (2.34)$$

$$m_y = \frac{p \cdot l_y^2}{\alpha_y} \quad (2.35)$$

- Momentos fletores negativos:

$$m'_x = -\frac{p \cdot l_x^2}{\beta_x} \quad (2.36)$$

$$m'_y = -\frac{p \cdot l_y^2}{\beta_y} \quad (2.37)$$

Em que

m_x e m_y = momento fletor positivo nas direções x e y (kN.m/m);

m'_x e m'_y = momento fletor negativo nas direções x e y (kN.m/m);

p = carga total uniformemente distribuída (kN/m²);

α_x e α_y = coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas a l_x e l_y , respectivamente;

β_x e β_y = coeficientes para cálculo dos momentos fletores negativos atuantes nas direções paralelas a l_x e l_y , respectivamente;

l_x = menor vão da laje (m);

l_y = maior vão da laje (m).

Os coeficientes adimensionais α_x , α_y , β_x e β_y são obtidos nas tabelas de Czerny, para lajes retangulares com carregamento uniformemente distribuído, que seguem no anexo A. Essas tabelas apresentadas por Czerny no volume I do Beton Kalender de 1976 foram adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim (2016) para coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,20.

2.6.1.2 Tabela de Bares

- Momentos fletores positivos:

$$m_x = \mu_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (2.38)$$

$$m_y = \mu_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (2.39)$$

- Momentos fletores negativos:

$$x_x = -\mu'_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (2.40)$$

$$x_y = -\mu'_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (2.41)$$

Em que

m_x e m_y = momento fletor positivo nas direções x e y (kN.m/m);

x_x e x_y = momento fletor negativo nas direções x e y (kN.m/m);

p = carga total uniformemente distribuída (kN/m²);

μ_x e μ_y = coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos;

μ'_x e μ'_y = coeficientes para cálculo dos momentos fletores negativos;

l_x = menor vão da laje (m).

Os coeficientes adimensionais μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y são obtidos nas tabelas de Bares, que seguem no anexo A. As tabelas apresentadas são baseadas nas soluções em séries desenvolvidas por Bares em 1972 e foram adaptadas por Carvalho (2015) para coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,20.

2.6.2 Tabela de Marcus

Igualmente ao método de Resolução por Meio de Séries, a Teoria Simplificada de Marcus é dimensionada através de coeficientes extraídos de tabelas semelhantes às de Bares e Czerny. Os cálculos dos momentos fletores são por meio das equações 2.42, 2.43, 2.44 e 2.45.

- Momentos fletores positivos:

$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{m_x} \quad (2.42)$$

$$M_y = \frac{q \cdot l_x^2}{m_y} \quad (2.43)$$

- Momentos fletores negativos:

$$X_x = -\frac{q \cdot l_x^2}{n_x} \quad (2.44)$$

$$X_y = -\frac{q \cdot l_x^2}{n_y} \quad (2.45)$$

Em que

M_x e M_y = momento fletor positivo nas direções x e y (kN.m/m);

X_x e X_y = momento fletor negativo nas direções x e y (kN.m/m);

q = carga total uniformemente distribuída (kN/m²);

m_x e m_y = coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas a l_x e l_y , respectivamente;

n_x e n_y = coeficientes para cálculo dos momentos fletores negativos atuantes nas direções paralelas a l_x e l_y , respectivamente;

X e Y = para cada um dos seis casos a direção X deve ser:

- a direção com o maior número de engastes (casos 2A, 2B, 4A, 4B, 5A, 5B);
- caso haja igualdade de engastes, considera $l_y \geq l_x$ (casos 1, 3 e 6), ou seja, a direção X está paralela ao menor vão (l_x) e a direção Y está paralela ao maior vão (l_y).

Os coeficientes adimensionais m_x , m_y , n_x e n_y são obtidos nas tabelas de Marcus, que segue no anexo A.

2.7 DETERMINAÇÃO DA ÁREA DE AÇO DA LAJE (A_s)

O cálculo da área de aço necessária é feito da mesma maneira que em vigas retangulares sob flexão simples para uma faixa de laje de largura (b_w) igual a 1,00 m.

Para isto temos que:

$$\text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa:} \quad \lambda = 0,8 \text{ e } \alpha_c = 0,85$$

$$\text{para } f_{ck} > 50 \text{ MPa:} \quad \lambda = 0,8 - \frac{f_{ck}-50}{400} \quad (2.46)$$

$$\alpha_c = 0,85 \left(1 - \frac{f_{ck}-50}{200} \right) \quad (2.47)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \quad (2.48)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \quad (2.49)$$

$$M_d = 1,4 \cdot M_k \quad (2.50)$$

$$d = h - c - \phi/2 \quad (2.51)$$

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (2.52)$$

$$k_x = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot KMD}{\alpha_c}}}{\lambda} \quad (2.53)$$

$$k_z = 1 - \frac{\lambda}{2} \cdot k_x \quad (2.54)$$

Por fim, a determinação da área de aço (A_s) é dada pela equação abaixo:

$$A_s = \frac{M_d}{k_z \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (2.55)$$

Em que

M_d = momento de projeto

b_w = base da seção transversal (igual a 1,00 m)

d = distancia entra a face superior da laje e o eixo da ferragem inferior

h = altura da laje

c = cobrimento da ferragem

ϕ = diâmetro da barra de aço

f_{cd} = resistência de projeto (cálculo) à compressão do concreto

f_{ck} = resistência característica do concreto à compressão

f_{yd} = resistência de projeto (cálculo) de escoamento do aço

f_{yk} = resistência característica do aço à tração

Com o cálculo da área de aço necessária e feito a comparação do valor com da área de aço mínima, adota-se assim o maior valor entre os dois resultados.

A determinação do $A_{s,min}$ é feita através da expressão abaixo:

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b_w \cdot h \quad (2.56)$$

Em que

$A_{s,min}$ = área de aço mínima para seção retangular

ρ_{min} = taxa geométrica mínima de armadura longitudinal de tração

b_w = largura da seção retangular (adota-se 100 cm)

h = espessura da seção retangular

O valor de ρ_{min} pode ser retirado das tabelas 2.7 e 2.8 a seguir:

Tabela 2.7 – Taxas mínimas de armadura de flexão

Forma da seção	Valores de ρ_{min}^a ($A_{s,min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,21	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.

Fonte: NBR 6118:2014

Tabela 2.8 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$ (ver 19.3.3.2)
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min}$		–
onde $\rho_s = A_s/b_w h$ e $\rho_p = A_p/b_w h$. NOTA Os valores de ρ_{\min} são definidos em 17.3.5.2.1.			

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

2.8 SOFTWARES PARA CÁLCULO ESTRUTURAL

A necessidade de se construir estruturas cada vez mais esbeltas e arrojadas trouxe, sem dúvida, um grande avanço tecnológico à construção civil. Em contrapartida, projetos antes realizados por modelos matemáticos simples (métodos simplificados) se tornavam cada vez mais complexos e trabalhosos para serem realizados, levando dias ou até mesmo semanas para realizar o dimensionamento e detalhamento dos projetos. Com a evolução dos microcomputadores e dos softwares, ferramentas poderosas foram desenvolvidas com a finalidade de auxiliar os engenheiros a executar os projetos de forma rápida e eficiente atendendo os prazos e custos cada vez menores. (FISCHER, 2003)

Atualmente, existem inúmeros programas computacionais, mas poucos estão adaptados à execução de projetos de estruturas de concreto armado voltado à

construção de edificações residenciais e comerciais, adaptado a ABNT NBR 6118:2014. Entre os mais utilizados pela engenharia civil no país, estão o TQS que utiliza o modelo integrado e flexibilizado de pórtico espacial, o AltoQi Eberick que utiliza o processo de analogias de grelhas e o CypeCAD que utiliza o método dos elementos finitos.

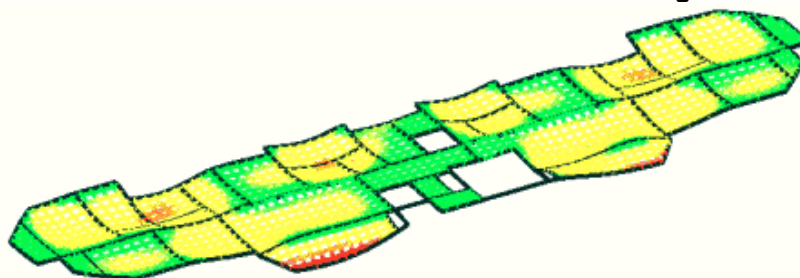
2.8.1 AltoQi Eberick

É um software para elaboração de projetos estruturais em concreto armado moldado in-loco e concreto pré-moldado que engloba as etapas de lançamento, análise da estrutura, dimensionamento e o detalhamento dos elementos. (ALTOQI EBERICK, 2018)

O software Eberick é um sistema gráfico que analisa a estrutura em um modelo de pórtico espacial, com diversos recursos de dimensionamento e detalhamento dos elementos estruturais de forma automatizada, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014. (SEIL, 2018)

O programa utiliza como base para o dimensionamento de lajes o processo da Analogia de Grelhas (Figura 2.29). Neste método, o comportamento das lajes do pavimento e suas vigas são analisadas em conjunto. É mais conveniente em painéis de lajes contínuas, pois pode-se obter uma configuração de deformação e esforços mais próximo do real em regime elástico. (ALTOQI EBERICK, 2018)

Figura 2.29 – Pavimento de edifício em modelo de Analogia de Grelha



Fonte: Banki, 2013

2.8.2 TQS

Produzido por brasileiros, o TQS é um software do tipo CAD voltado para o projeto de estruturas em concreto armado, protendido e em alvenaria estrutural. O TQS é bastante completo, englobando desde a concepção estrutural – análise de esforços e flechas,

dimensionamento e detalhamento de armaduras – até a emissão das plantas finais do projeto. (ALVES, 2018)

O programa possui recursos avançados que permitem o cálculo estrutural de maneira realista e segura, como a verificação de ductilidade nos apoios de vigas e lajes e a ancoragem adequada em vigas com apoios curtos. (ALVES, 2018)

Todo o seu desenvolvimento está integralmente baseado nas normas técnicas de concreto armado e protendido (TQS está totalmente adaptado à ABNT NBR 6118:2014), bem como na metodologia usual de elaboração e representação de projetos estruturais empregada pelas empresas brasileiras. (TQS, 2018)

2.8.3 CypeCAD

O CYPECAD é um programa para projeto estrutural em concreto armado, pré-moldado, protendido e misto de concreto e aço que engloba as etapas de lançamento do projeto, análise e cálculo estrutural, dimensionamento e detalhamento final dos elementos. (MULTIPLUS, 2018)

O CYPECAD possibilita ao engenheiro o lançamento de aberturas nas lajes maciças e nervuradas, a análise é feita através do Método dos elementos finitos, fornecendo ao usuário todos os esforços e tensões no pano de laje que contém a abertura. (MULTIPLUS, 2018)

Os recursos para detalhamento e dimensionamento realizados pelo sistema computacional estão de acordo com as normas brasileiras de concreto armado (NBR 6118:2014), fundações (NBR 6122), carregamentos (NBR 6120), barras (NBR 7480), ventos (NBR 6123), ações e combinações (NBR 8681). (MULTIPLUS, 2018)

3 METODOLOGIA

3.1 ÁREA DE ESTUDO

O objeto de estudo é uma residência unifamiliar localizada no município de Arapiraca/AL. De acordo com dados de 2016 do IBGE, a cidade conta com uma população de 232.671 habitantes, tem uma densidade demográfica de 600,83 hab/km² e ocupa uma área de 345,6 Km²

Figura 3.1 – Localização do município de Arapiraca no cenário nacional e estadual



Fonte: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/al/arapiraca>> (Adaptado pelo Autor)

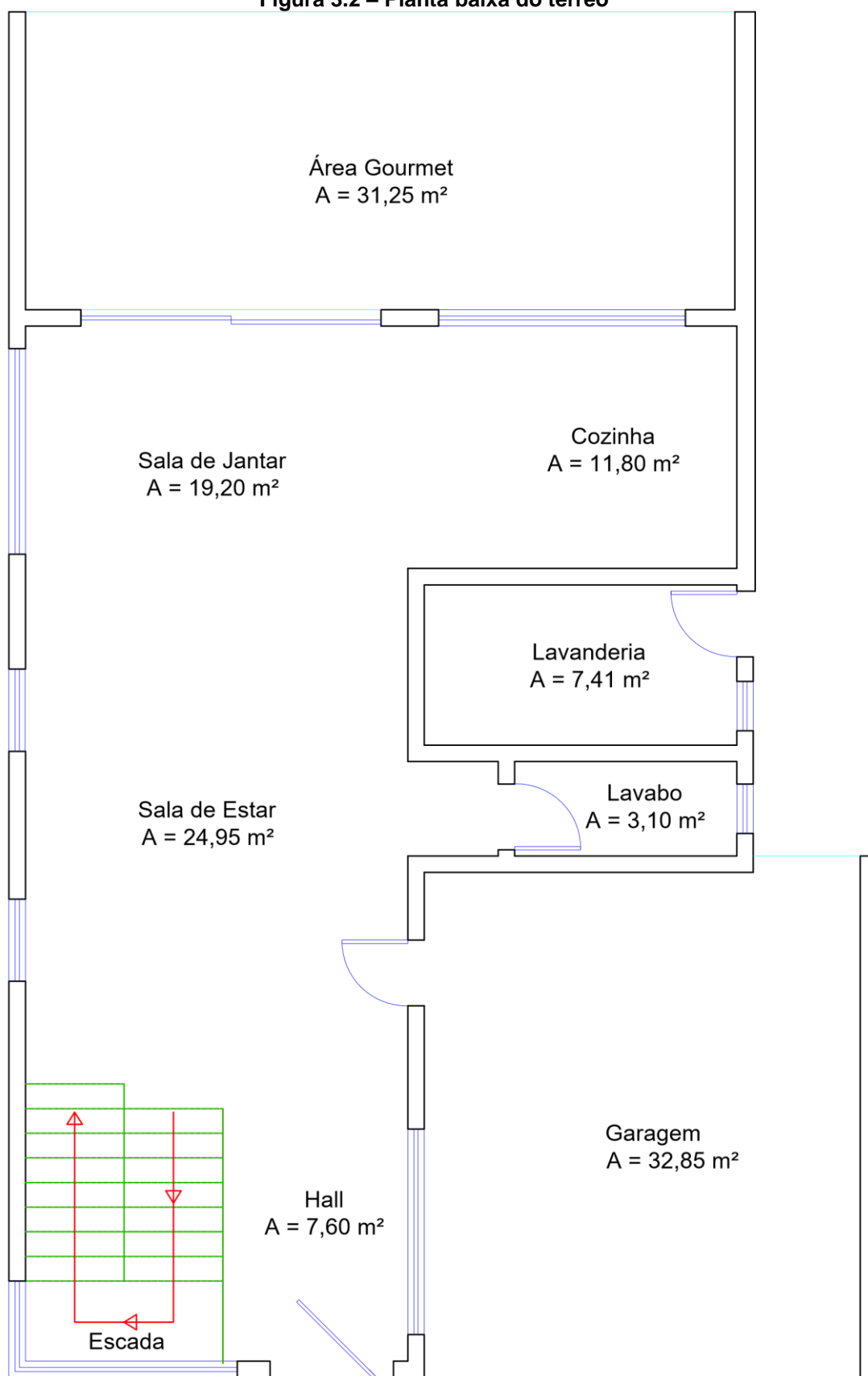
3.2 COLETA DE DADOS

Para a realização da presente pesquisa, iniciou-se uma revisão teórica sobre os assuntos que compõem o estudo. Essa revisão teve como início as matérias-primas para a confecção da estrutura de concreto armado, prosseguindo por suas características até chegar ao ponto principal da pesquisa, a caracterização e métodos de dimensionamento das lajes.

Através do projeto arquitetônico, foi definido o posicionamento dos elementos estruturais, para assim dar início ao pré-dimensionamento e logo em seguida o dimensionamento final das lajes.

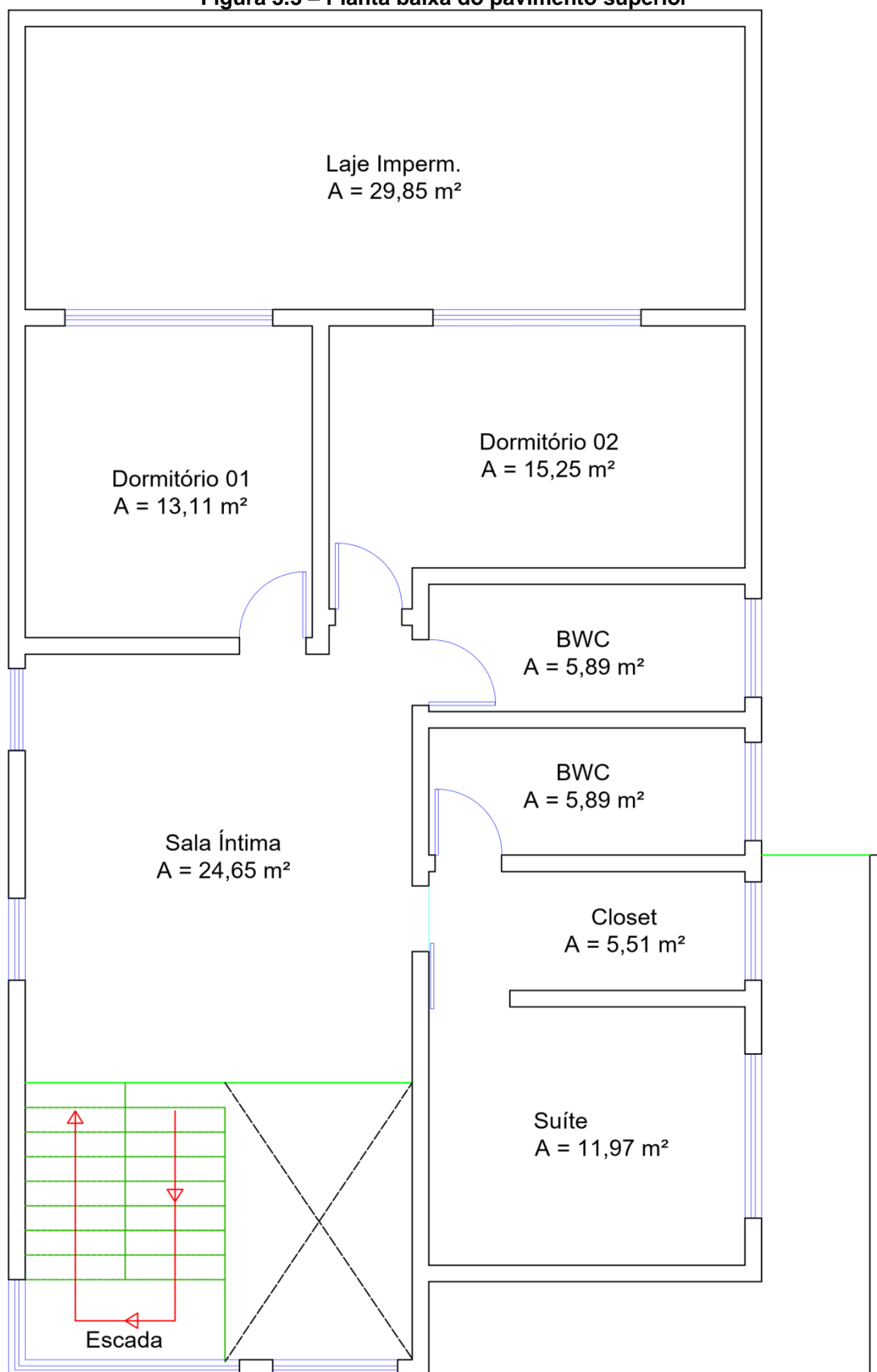
A residência é composta por térreo e por um pavimento superior. A cobertura é formada por telhado, extinguindo a necessidade de laje de cobertura. Sendo assim, a laje a ser dimensionada é a que serve como piso para o pavimento superior. A planta baixa da edificação pode ser vista nas figuras a seguir:

Figura 3.2 – Planta baixa do térreo



Fonte: Próprio Autor

Figura 3.3 – Planta baixa do pavimento superior



Fonte: Próprio Autor

Dados para o projeto:

- Classe de agressividade ambiental II (ambiente urbano);
- Concreto com resistência característica $f_{ck} = 25$ MPa e peso específico de $25,00$ kN/m³;
- Cobrimento nominal da armadura de 25 mm;
- Vigas: largura $b_w = 19,00$ cm e altura $h = 40,00$ cm;
- Paredes com espessura de $19,00$ cm e $2,60$ m de altura com peso específico de $13,00$ kN/m³;
- Contrapiso com espessura média de $2,00$ cm, feito com argamassa de cimento e areia com peso específico de $21,00$ kN/m³;
- Revestimento de piso cerâmico de $0,15$ kN/m² sobre toda área útil;
- Revestimento na face inferior da laje de $0,23$ kN/m²;
- Aceleração da gravidade adotada de $10,00$ m/s².

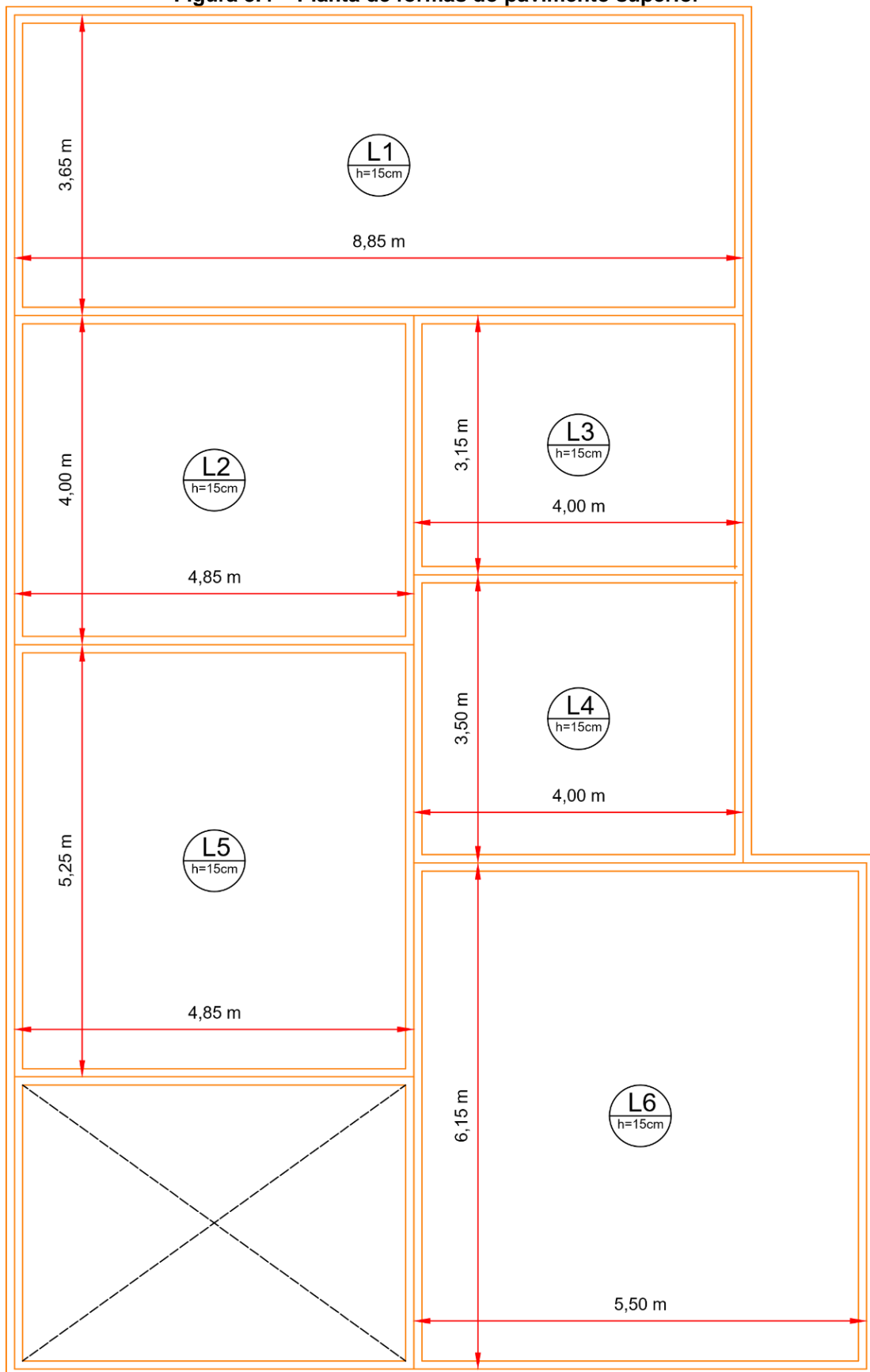
3.3 ANÁLISE DOS DADOS

A partir de um projeto estrutural definido foram calculados os momentos fletores das lajes que servem como piso do pavimento superior, por meio de métodos de cálculos simplificados, utilizando as tabelas de Marcus, Czerny, Bares, que consideram os apoios rígidos de forma que a laje em questão é individualizada da estrutura global. Para obtenção dos resultados foram utilizadas as equações presentes nos itens 2.4.1, 2.4.2, 2.6.1, 2.6.2 e o auxílio das tabelas que seguem no anexo A.

Também foram calculados os momentos fletores das lajes, considerando a estrutura como um pórtico espacial, através do processo de analogia de grelha, no qual foi utilizado o software AltoQi Eberick V10.

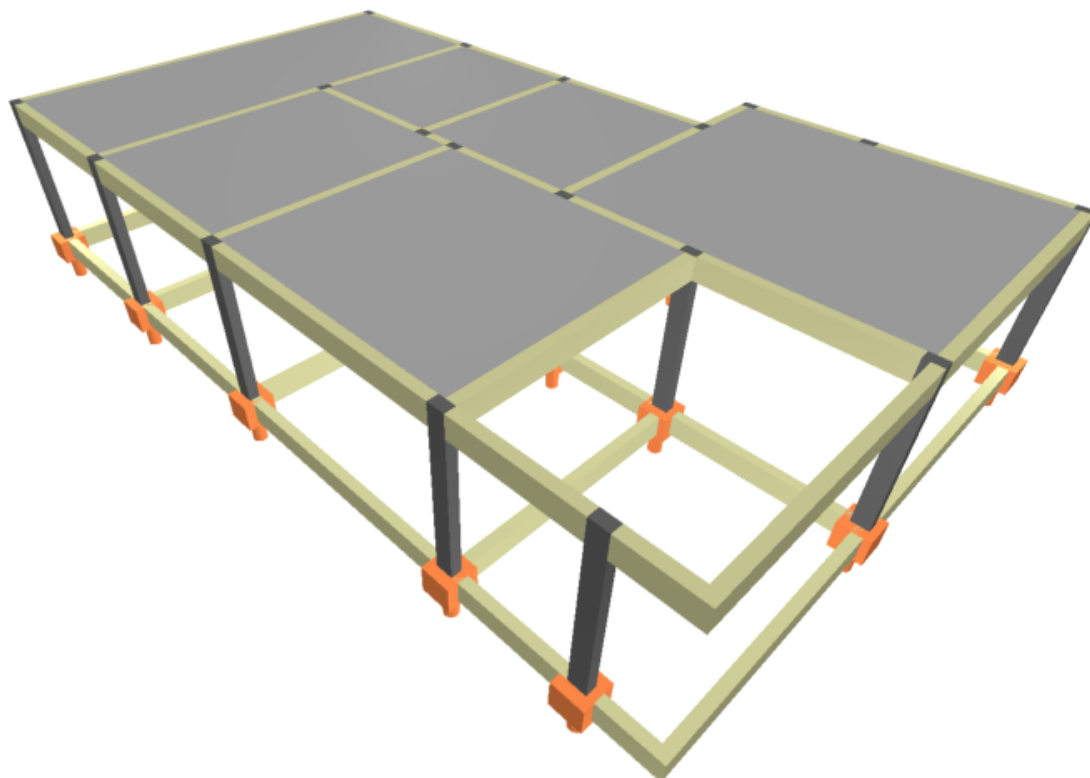
Os resultados obtidos com a aplicação dos métodos simplificados foram analisados e comparados aos valores obtidos pelo software AltoQi Eberick V10, com a finalidade de determinar as discrepâncias dos valores entre os métodos. Na Figura 3.4 é apresentada a planta de fôrma das lajes do piso do pavimento superior e da Figura 3.5 até a Figura 3.10 é demonstrado o pórtico tridimensional da estrutura elaborado pelo software AltoQi Eberick V10.

Figura 3.4 – Planta de fôrmas do pavimento superior



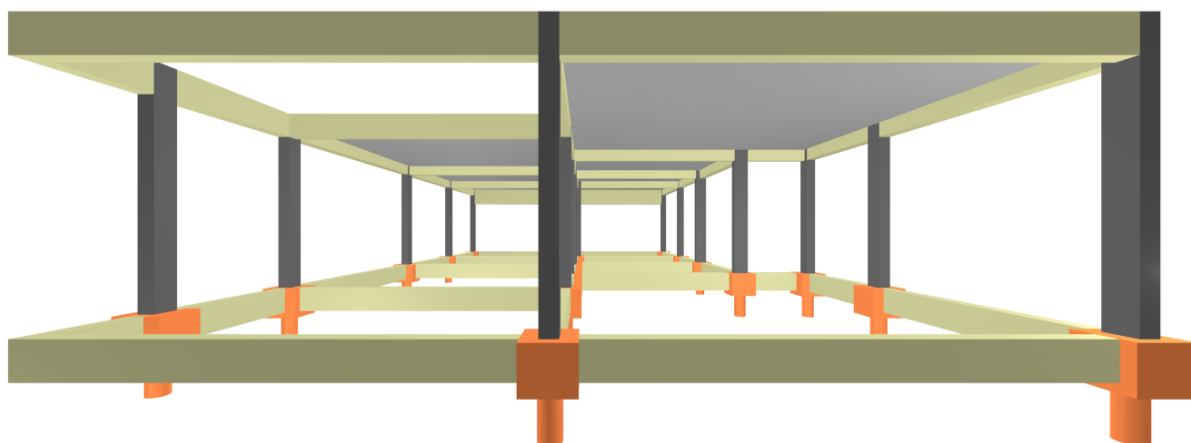
Fonte: Próprio Autor

Figura 3.5 – Pórtico tridimensional – Vista Superior



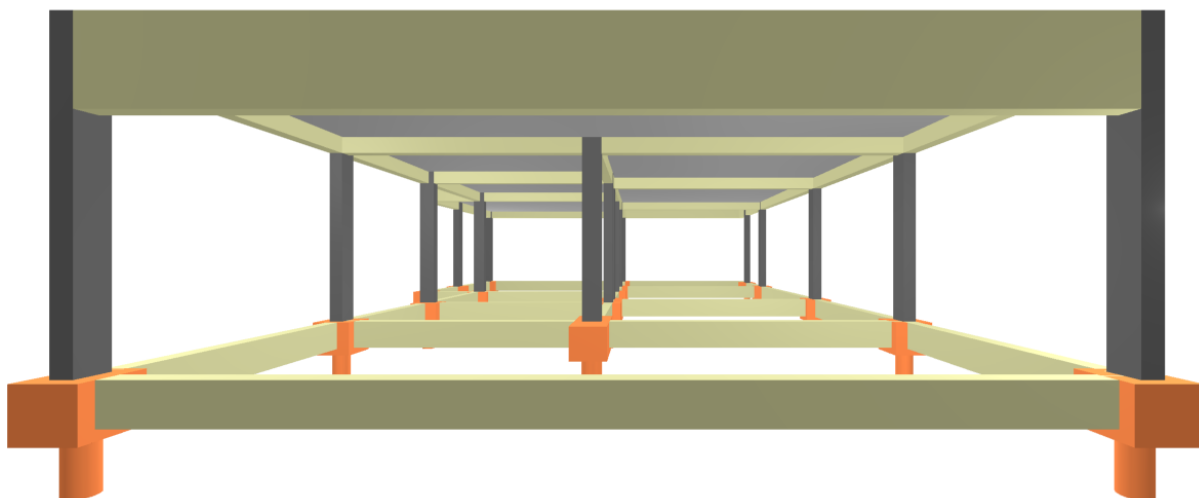
Fonte: AltoQi Eberick V10

Figura 3.6 – Pórtico tridimensional – Vista Frontal



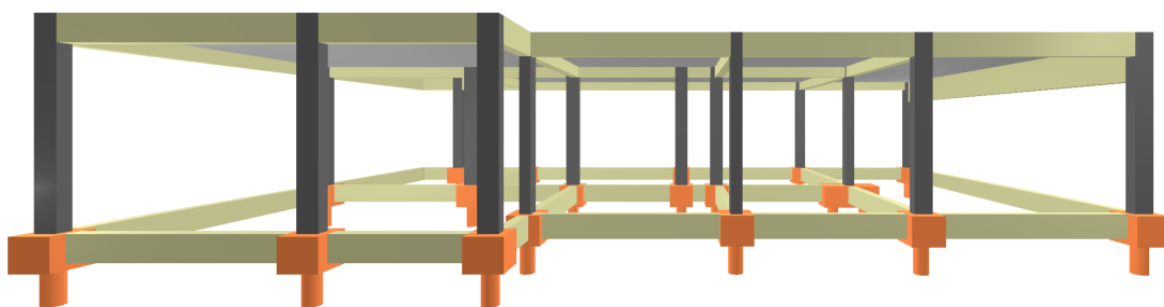
Fonte: AltoQi Eberick V10

Figura 3.7 – Pórtico tridimensional – Vista Traseira



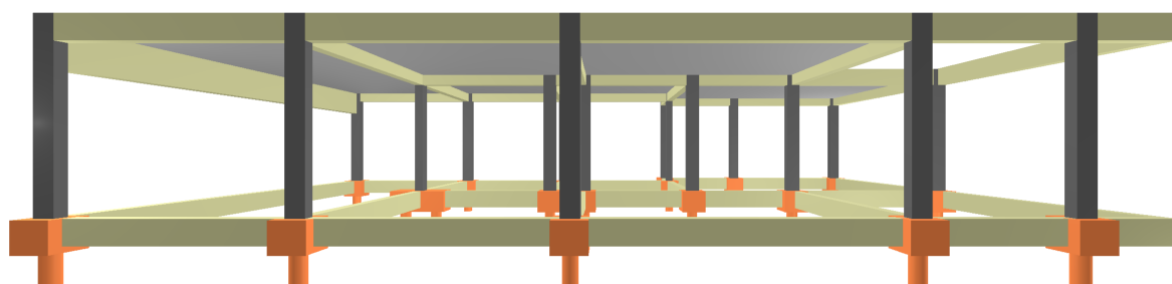
Fonte: AltoQi Eberick V10

Figura 3.8 – Pórtico tridimensional – Vista Direita



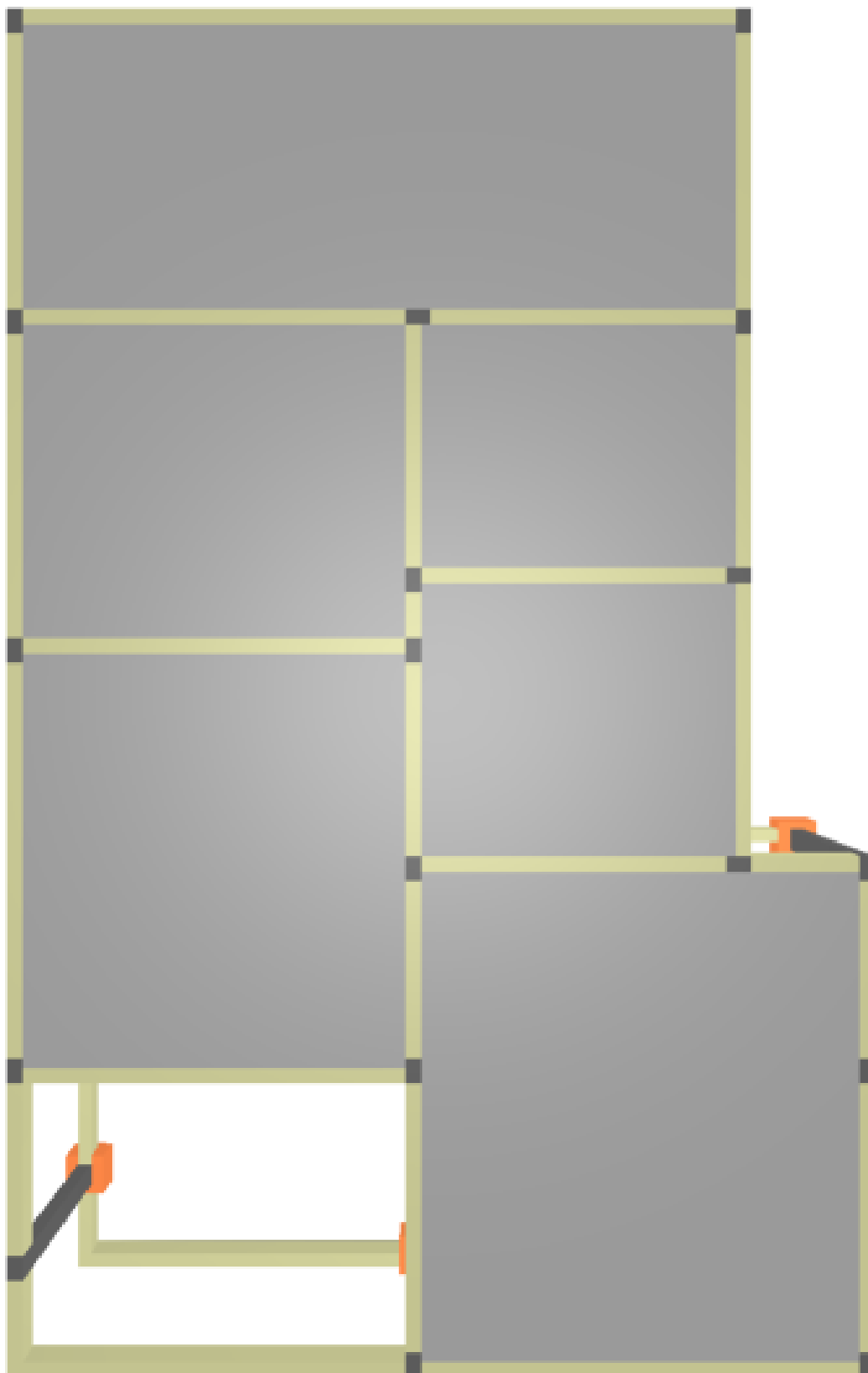
Fonte: AltoQi Eberick V10

Figura 3.9 – Pórtico tridimensional – Vista Esquerda



Fonte: AltoQi Eberick V10

Figura 3.10 – Pórtico tridimensional – Vista Superior



Fonte: AltoQi Eberick V10

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 CLASSIFICAÇÃO QUANTO À DIREÇÃO

A classificação das lajes quanto à direção está de acordo com a equação 2.10 e está representada na tabela a seguir:

Tabela 4.1 – Geometria das lajes

LAJE	ℓ_y (m)	ℓ_x (m)	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	DIREÇÃO DA ARMADURA PRINCIPAL
L1	8,85	3,65	2,42	Uma direção
L2	4,85	4,00	1,21	Duas direções
L3	4,00	3,15	1,27	Duas direções
L4	4,00	3,50	1,14	Duas direções
L5	5,25	4,85	1,08	Duas direções
L6	6,15	5,50	1,12	Duas direções

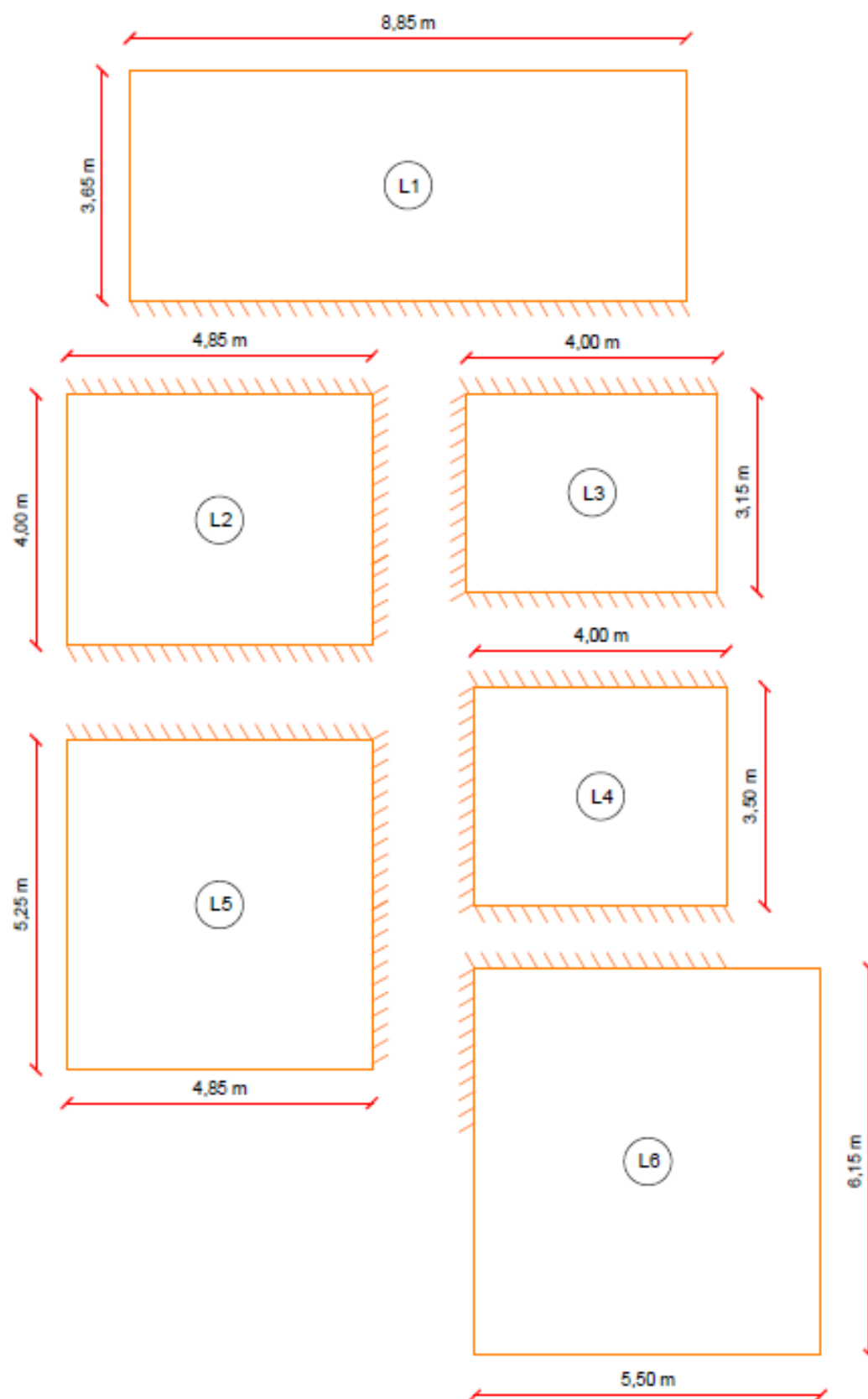
Fonte: Próprio Autor

4.2 PRÉ-DIMENSIONAMENTO

4.2.1 Tipo de vinculação e comprimento dos vãos

Como a largura das vigas de apoio não é muito grande, as diferenças entre a distância, os centros de apoio e os limites são pequenos, então adotou-se como vão teórico a distância entre os centros dos apoios das vigas. O resultado dos comprimentos dos vãos e dos tipos de vinculação estão representados pela Figura 4.1.

Figura 4.1 – Vinculações e comprimento dos vãos



Fonte: Próprio Autor

4.2.2 Altura das lajes

O pré-dimensionamento da altura das lajes foi feito de acordo com as equações 2.12 e 2.14, admitindo inicialmente barras de $\varnothing = 10$ mm, os valores foram calculados e organizados conforme a tabela a seguir.

Tabela 4.2 – Cálculo da altura

LAJE	ℓ_y (cm)	ℓ_x (cm)	$0,7\ell_y$ (cm)	ℓ^* (cm)	n	d (cm)	c (cm)	\varnothing (mm)	h (cm)	h^* (cm)
L1	885	365	620	365	1	8,76	2,5	10	12,8	15
L2	485	400	340	340	3	7,47	2,5	10	11,5	15
L3	400	315	280	280	3	6,16	2,5	10	10,2	15
L4	400	350	280	280	3	6,16	2,5	10	10,2	15
L5	525	485	368	368	2	8,45	2,5	10	12,5	15
L6	615	550	431	431	2	9,90	2,5	10	13,9	15
L6*	615	550	431	431	1	10,33	2,5	10	14,3	15

L6* Laje armada engastada em apenas uma borda, de acordo com o caso específico de vinculação item 2.3.2

h* Altura total adotada

Fonte: Próprio Autor

Pelos resultados, a maior altura necessária é de 14,30 cm. Como as seis lajes devem ter a mesma altura, adota-se:

$$d = 11 \text{ cm e } h = 15 \text{ cm}$$

4.3 CÁLCULO DAS CARGAS ATUANTES

A carga total (p), necessária para o dimensionamento no estado limite último, foi calculada utilizando as equações 2.15, 2.16, 2.17, 2.18 e 2.23. Os valores foram calculados e organizados conforme a Tabela 4.5. As cargas permanentes dos contrapisos (g_{contr}) e das paredes (P_a) utilizadas na Tabela 4.5 foram calculadas e apresentadas nas Tabelas 4.3 e 4.4, respectivamente.

Tabela 4.3 – Peso do contrapiso

LAJE	Contrapiso		
	γ_{contr} (kN/m ³)	e_1 (m)	g_{contr} (kN/m ²)
L1	21,00	0,02	0,42
L2	21,00	0,02	0,42
L3	21,00	0,02	0,42
L4	21,00	0,02	0,42
L5	21,00	0,02	0,42
L6	21,00	0,02	0,42

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.4 – Peso da parede

LAJE	Parede						
	ℓ_y (m)	ℓ_x (m)	γ_a (kN/m ³)	b (m)	H (m)	I_p (m)	P_a (kN/m ²)
L1	8,85	3,65	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
L2	4,85	4,00	13,00	0,19	2,60	3,80	1,26
L3	4,00	3,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
L4	4,00	3,50	13,00	0,19	2,60	3,80	1,74
L5	5,25	4,85	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
L6	6,15	5,50	13,00	0,19	2,60	11,40	2,16

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.5 – Ações atuantes nas lajes

LAJE	Peso Próprio			Revestimento Total			Parede	Carga Permanente	Carga Acidental	Carga Total
	γ_{con} (kN/m ³)	h (m)	g_{pp} (kN/m ²)	g_{contr} (kN/m ²)	g_{rev} (kN/m ²)	g_{piso} (kN/m ²)	P_a (kN/m ²)	g (kN/m ²)	q (kN/m ²)	$p = g+q$ (kN/m ²)
L1	25	0,15	3,75	0,42	0,23	0,15	0,00	4,55	0,50	5,05
L2	25	0,15	3,75	0,42	0,23	0,15	1,26	5,81	1,50	7,31
L3	25	0,15	3,75	0,42	0,23	0,15	0,00	4,55	1,50	6,05
L4	25	0,15	3,75	0,42	0,23	0,15	1,74	6,29	1,50	7,79
L5	25	0,15	3,75	0,42	0,23	0,15	0,00	4,55	1,50	6,05
L6	25	0,15	3,75	0,42	0,23	0,15	2,16	6,71	1,50	8,21

Fonte: Próprio Autor

4.4 MOMENTOS FLETORES UTILIZANDO OS MÉTODOS SIMPLIFICADOS

4.4.1 Laje armada em uma direção

Para o cálculo do momento fletor da Laje 1, armada em uma direção, sobre apoio simples e engaste perfeito, foram utilizadas as equações 2.25 (para o lado apoiado) e 2.26 (para o lado engastado).

Tabela 4.6 – Laje armada em uma direção

Laje	ℓ_y (m)	ℓ_x (m)	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Carga (kN/m ²)	M_x (kN.m/m)	M_{xe} (kN.m/m)
L1	8,85	3,65	2,42	5,05	4,73	8,41

Fonte: Próprio Autor

Em que

ℓ_x = menor vão de cálculo da laje;

ℓ_y = maior vão de cálculo da laje;

λ = parâmetro referente a geometria da laje;

M_x = momento positivo na direção de x;

M_{xe} = momento negativo na direção de x.

4.4.2 Laje armada em duas direções

- Cálculo dos momentos Fletores utilizando as tabelas de Marcus:

Os momentos máximos positivo e negativo calculados pelas tabelas de Marcus, nas lajes armadas em duas direções, por unidade de comprimento (faixa unitária), são calculados por meio das equações 2.42 a 2.45, com os coeficientes m_x , m_y , n_x e n_y fornecidos nos quadros A.1 a A.6, que estão no Anexo A.

Os cálculos dos momentos máximos positivo e negativo foram organizados nas Tabelas 4.7 e 4.8, respectivamente.

Tabela 4.7 – Momentos fletores positivos (Tabela de Marcus)

Laje	Caso	ℓ_y (m)	ℓ_x (m)	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Carga (kN/m ²)	m_x	M_x (kN.m/m)	m_y	M_y (kN.m/m)
L2	5B	4,85	4,00	1,21	7,31	34,99	3,34	59,02	1,98
L3	5B	4,00	3,15	1,27	6,05	33,45	1,79	62,28	0,96
L4	5B	4,00	3,50	1,14	7,79	37,25	2,56	55,64	1,72
L5	3	5,25	4,85	1,08	6,05	32,11	4,43	37,45	3,80
L6	3	6,15	5,50	1,12	8,21	30,14	8,24	37,81	6,57
L6*	2A	5,50	6,15	0,89	8,21	96,46	3,22	34,91	8,90

Fonte: Próprio Autor

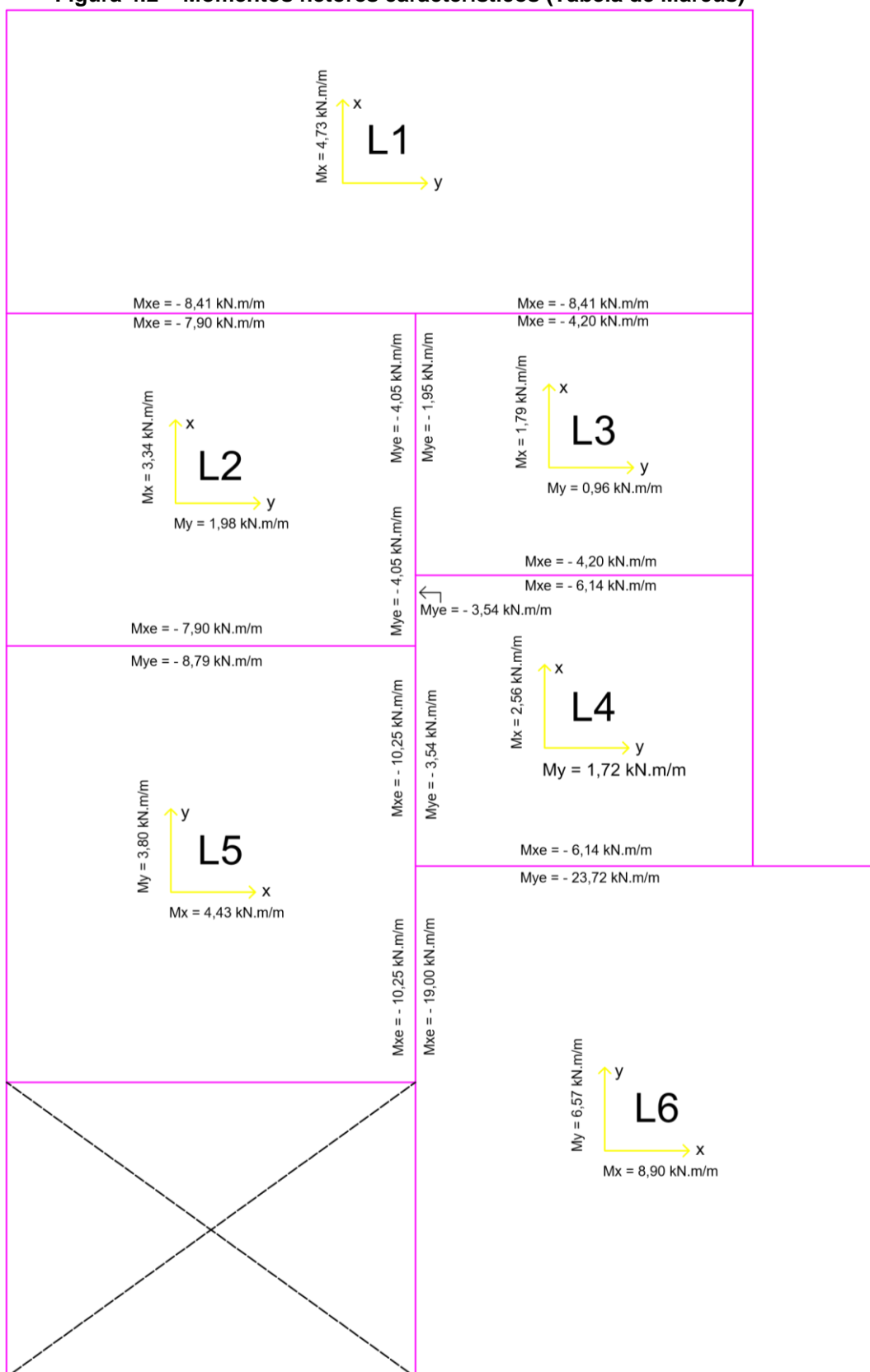
Tabela 4.8 – Momentos fletores negativos (Tabela de Marcus)

Laje	Caso	ℓ_y (m)	ℓ_x (m)	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Carga (kN/m ²)	n_x	X_x (kN.m/m)	n_y	X_y (kN.m/m)
L2	5B	4,85	4,00	1,21	7,31	14,80	7,90	28,89	4,05
L3	5B	4,00	3,15	1,27	6,05	14,31	4,20	30,77	1,95
L4	5B	4,00	3,50	1,14	7,79	15,55	6,14	26,95	3,54
L5	3	5,25	4,85	1,08	6,05	13,88	10,25	16,19	8,79
L6	3	6,15	5,50	1,12	8,21	13,08	19,00	16,41	15,14
L6*	2A	5,50	6,15	0,89	8,21	13,10	23,72	-	-

Fonte: Próprio Autor

Os momentos fletores máximos característicos calculados pela tabela de Marcus estão representados na figura a seguir.

Figura 4.2 – Momentos fletores característicos (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

- Cálculo dos momentos Fletores utilizando as tabelas de Czerny:

Os momentos máximos positivo e negativo calculados pelas tabelas de Czerny, nas lajes armadas em duas direções, por unidade de comprimento (faixa unitária), são calculados por meio das equações 2.34 a 2.37, com os coeficientes α_x , α_y , β_x e β_y fornecidos nos quadros A.7 a A.15, que estão no Anexo A.

Os cálculos dos momentos máximos positivo e negativo foram organizados nas tabelas 4.9 e 4.10, respectivamente.

Tabela 4.9 – Momentos fletores positivos (Tabela de Czerny)

Laje	Caso	ℓ_y (m)	ℓ_x (m)	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Carga (kN/m ²)	α_x	m_x (kN.m/m)	α_y	m_y (kN.m/m)
L2	5B	4,85	4,00	1,21	7,31	30,46	3,84	47,62	2,46
L3	5B	4,00	3,15	1,27	6,05	29,06	2,07	47,70	1,26
L4	5B	4,00	3,50	1,14	7,79	32,34	2,95	46,82	2,04
L5	3	5,25	4,85	1,08	6,05	30,90	4,61	33,82	4,21
L6	3	6,15	5,50	1,12	8,21	29,26	8,49	33,90	7,33
L6*	2A	6,15	5,50	1,12	8,21	25,14	9,88	24,20	10,27

Fonte: Próprio Autor

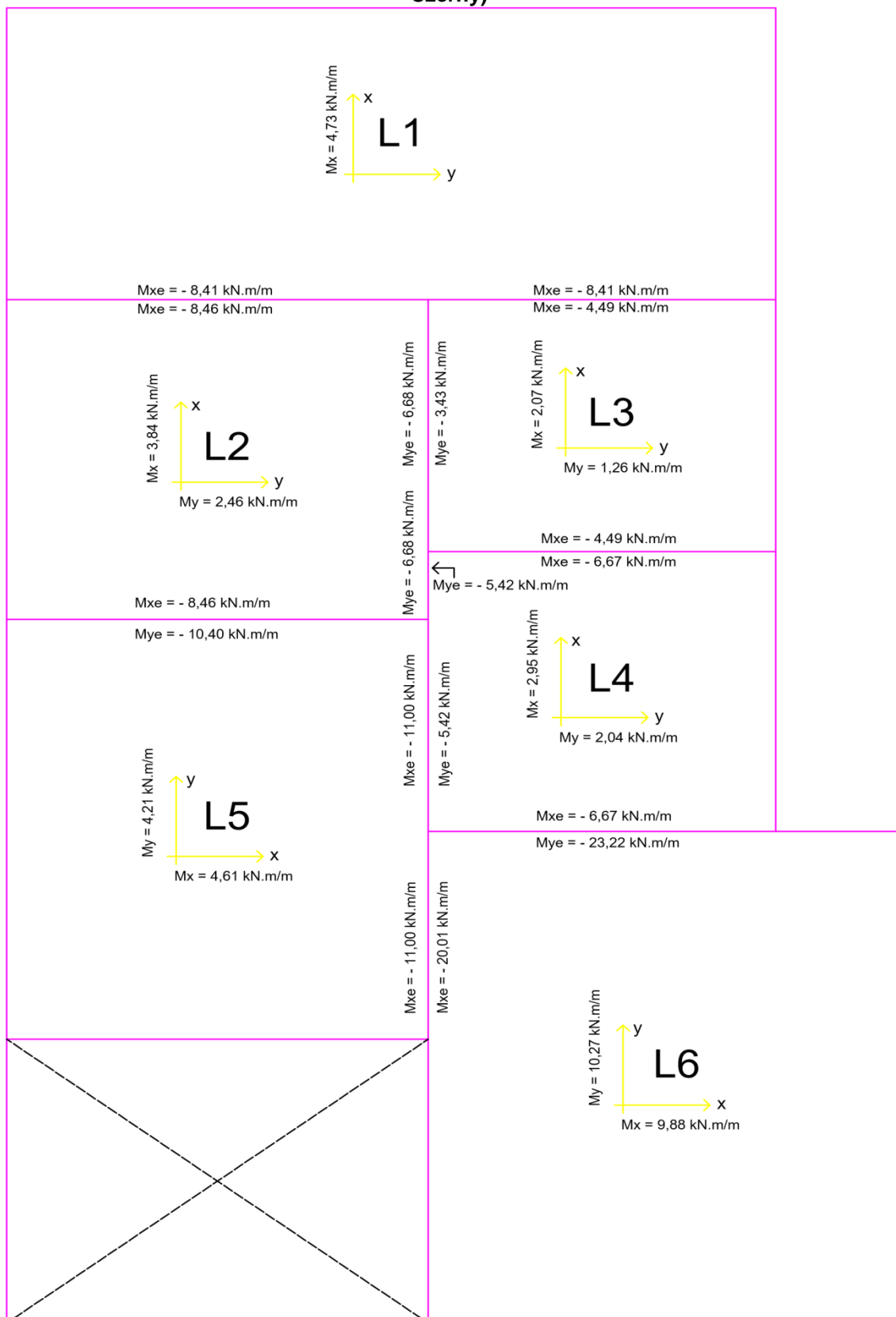
Tabela 4.10 – Momentos fletores negativos (Tabela de Czerny)

Laje	Caso	ℓ_y (m)	ℓ_x (m)	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Carga (kN/m ²)	β_x	m'_x (kN.m/m)	β_y	m'_y (kN.m/m)
L2	5B	4,85	4,00	1,21	7,31	13,82	8,46	17,50	6,68
L3	5B	4,00	3,15	1,27	6,05	13,38	4,49	17,50	3,43
L4	5B	4,00	3,50	1,14	7,79	14,32	6,67	17,62	5,42
L5	3	5,25	4,85	1,08	6,05	12,94	11,00	13,68	10,40
L6	3	6,15	5,50	1,12	8,21	12,42	20,01	13,48	18,43
L6*	2A	6,15	5,50	1,12	8,21	-	-	10,70	23,22

Fonte: Próprio Autor

Os momentos fletores máximos característicos calculados pela tabela de Czerny estão representados na figura a seguir.

Figura 4.3 – Momentos fletores característicos nas lajes do pavimento superior (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

- Cálculo dos momentos Fletores utilizando as tabelas de Bares:

Os momentos máximos positivo e negativo calculados pelas tabelas de Bares, nas lajes armadas em duas direções, por unidade de comprimento (faixa unitária), são calculados por meio das equações 2.38 a 2.41, com os coeficientes μ_x , μ_y , μ'_x e μ'_y fornecidos nos quadros A.16 a A.19, que estão no Anexo A.

Os cálculos dos momentos máximos positivo e negativo foram organizados nas tabelas 4.11 e 4.12, respectivamente.

Tabela 4.11 – Momentos fletores positivos (Tabela de Bares)

Laje	Caso	ℓ_y (m)	ℓ_x (m)	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Carga (kN/m ²)	μ_x	m_x (kN.m/m)	μ_y	m_y (kN.m/m)
L2	5B	4,85	4,00	1,21	7,31	3,23	3,78	1,92	2,24
L3	5B	4,00	3,15	1,27	6,05	3,40	2,04	1,82	1,09
L4	5B	4,00	3,50	1,14	7,79	3,09	2,95	1,98	1,89
L5	3	5,25	4,85	1,08	6,05	3,18	4,52	2,81	4,00
L6	3	6,15	5,50	1,12	8,21	3,42	8,49	2,81	6,97
L6*	2A	6,15	5,50	1,12	8,21	3,96	9,83	3,94	9,78

Fonte: Próprio Autor

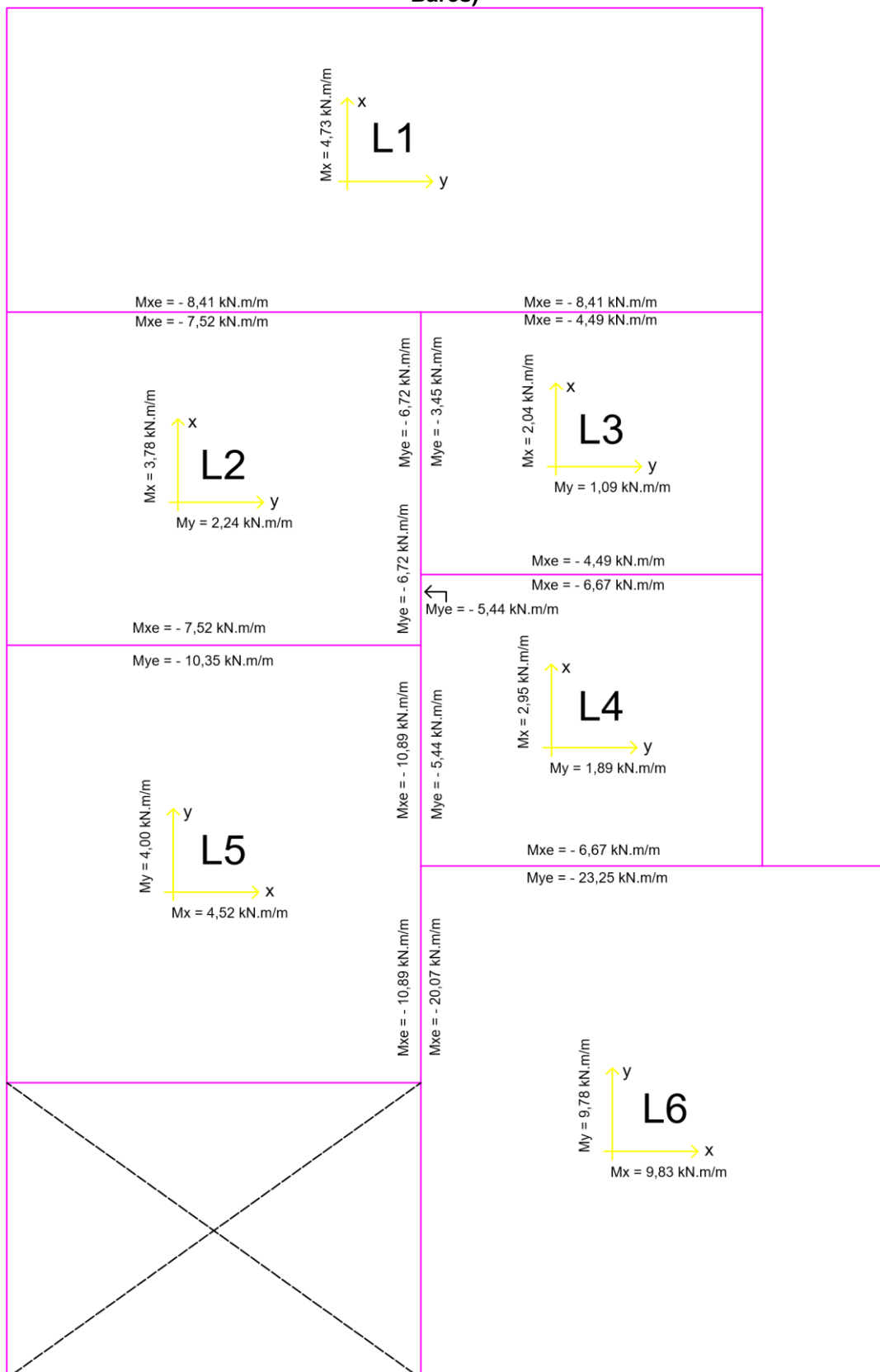
Tabela 4.12 – Momentos fletores negativos (Tabela de Bares)

Laje	Caso	ℓ_y (m)	ℓ_x (m)	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	Carga (kN/m ²)	μ'_x	x_x (kN.m/m)	μ'_y	x_y (kN.m/m)
L2	5B	4,85	4,00	1,21	7,31	6,43	7,52	5,75	6,72
L3	5B	4,00	3,15	1,27	6,05	7,49	4,49	5,76	3,45
L4	5B	4,00	3,50	1,14	7,79	6,99	6,67	5,70	5,44
L5	3	5,25	4,85	1,08	6,05	7,65	10,89	7,27	10,35
L6	3	6,15	5,50	1,12	8,21	8,08	20,07	7,43	18,46
L6*	2A	6,15	5,50	1,12	8,21	-	-	9,36	23,25

Fonte: Próprio Autor

Os momentos fletores máximos característicos calculados pela tabela de Bares estão representados na figura a seguir.

Figura 4.4 – Momentos fletores característicos nas lajes do pavimento superior (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

Os resultados dos momentos fletores positivos e negativos calculados pelos três métodos simplificados acima estão organizados nas Tabelas 4.13 e 4.14, respectivamente.

Tabela 4.13 – Momentos fletores positivos pelos Métodos Simplificados

Laje	Marcus		Czerny		Bares	
	M_x (kN.m/m)	M_y (kN.m/m)	M_x (kN.m/m)	M_y (kN.m/m)	M_x (kN.m/m)	M_y (kN.m/m)
L2	3,34	1,98	3,84	2,46	3,78	2,24
L3	1,79	0,96	2,07	1,26	2,04	1,09
L4	2,56	1,72	2,95	2,04	2,95	1,89
L5	4,43	3,80	4,61	4,21	4,52	4,00
L6	8,90	6,57	9,88	10,27	9,83	9,78

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.14 – Momentos fletores negativos pelos Métodos Simplificados

Laje	Marcus		Czerny		Bares	
	M_{xe} (kN.m/m)	M_{ye} (kN.m/m)	M_{xe} (kN.m/m)	M_{ye} (kN.m/m)	M_{xe} (kN.m/m)	M_{ye} (kN.m/m)
L2	7,90	4,05	8,46	6,68	7,52	6,72
L3	4,20	1,95	4,49	3,43	4,49	3,45
L4	6,14	3,54	6,67	5,42	6,67	5,44
L5	10,25	8,79	11,00	10,40	10,89	10,35
L6	19,00	23,72	20,01	23,22	20,07	23,25

Fonte: Próprio Autor

4.4.3 Determinação da altura útil mínima

Com o cálculo da altura útil necessária (Equação 2.12) e feito a comparação deste valor com a altura útil mínima (Equação 2.13), elege-se assim o maior valor entre os dois resultados. Adota-se o maior valor dos momentos positivos e negativos de cada método para o cálculo da determinação da altura útil mínima, esse valor está a favor da segurança.

Tabela 4.15 – Determinação da altura útil mínima

Método	Armadura Positiva						Armadura Negativa					
	M (kN.m/m)	b_w (m)	f_{ck} (MPa)	f_{cd} (kN/m ²)	d_{min} (cm)	d (cm)	M (kN.m/m)	b_w (m)	f_{ck} (MPa)	f_{cd} (MPa)	d_{min} (cm)	d (cm)
Marcus	8,90	1,00	25,00	17857	5,28	11,00	23,72	1,00	25,00	17857	8,62	11,00
Czerny	10,27	1,00	25,00	17857	5,67	11,00	23,22	1,00	25,00	17857	8,53	11,00
Bares	9,83	1,00	25,00	17857	5,55	11,00	23,25	1,00	25,00	17857	8,54	11,00

Fonte: Próprio Autor

Como $d > d_{min}$, então segue-se adotando para os cálculos seguintes o valor da altura útil de $d = 11,00$ cm.

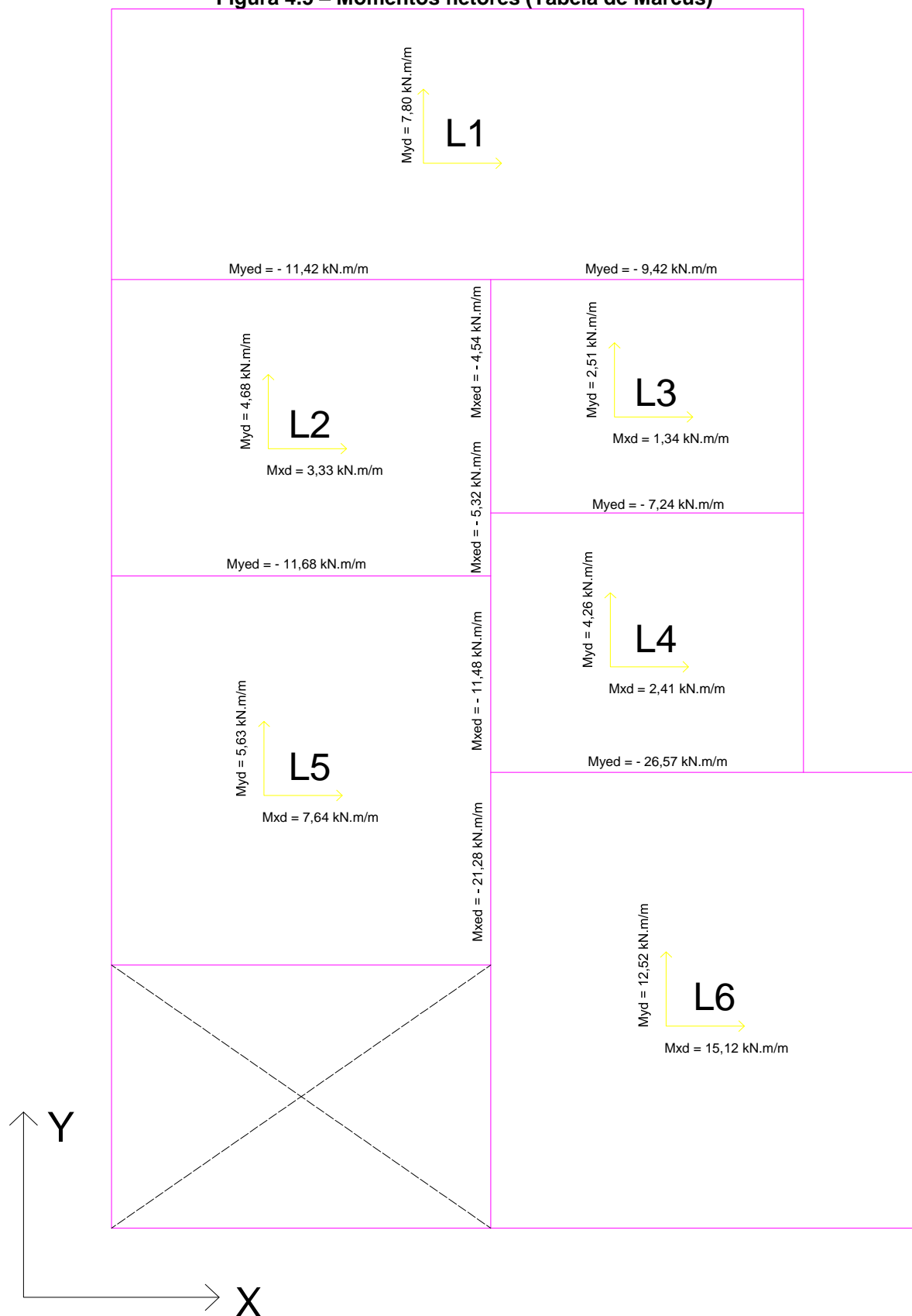
4.4.4 Compatibilização dos momentos

Seguindo os critérios descritos no item 2.4.2, os momentos fletores entre as lajes adjacentes foram compatibilizados, corrigidos e estão apresentados a seguir, na unidade kN.m/m.

Para que a análise dos momentos possa ser comparada com os resultados obtidos pelo software Eberick, devesse incluir aos momentos fletores característicos compatibilizados obtidos pelos métodos simplificados o fator de segurança de 1,40. Adiciona assim 40% a todos os momentos fletores característicos calculados pelas tabelas de Marcus, Czerny e Bares.

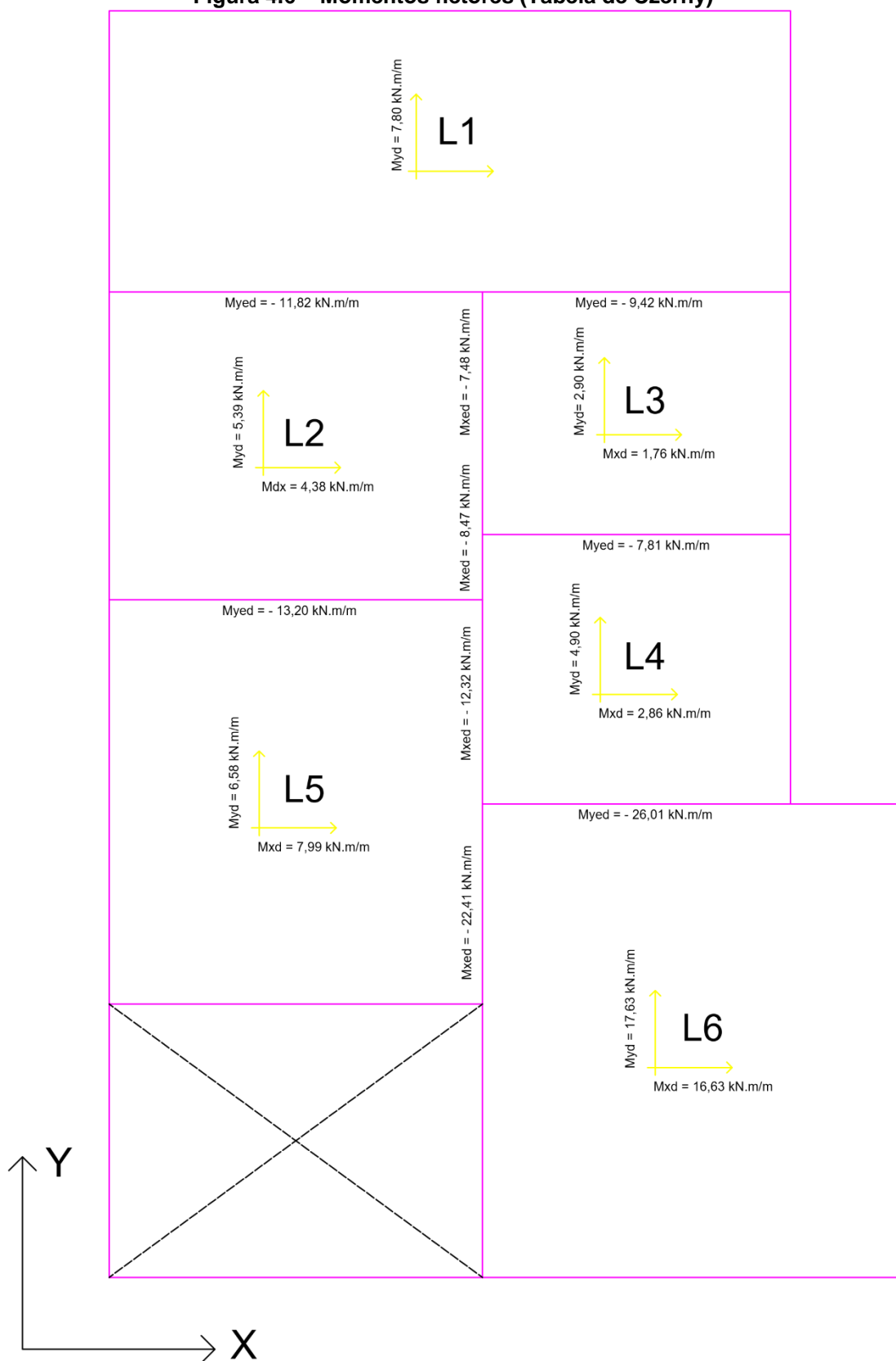
Os resultados da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes calculadas pelas tabelas de Marcus, Czerny e Bares (Apêndice B) estão representados nas Figuras 4.5, 4.6, e 4.7, estes valores foram obtidos após a inclusão do fator de segurança de 1,40 nos resultados das Figuras B.13, B.26 e B.39 respectivamente, que estão no Apêndice B.

Figura 4.5 – Momentos fletores (Tabela de Marcus)



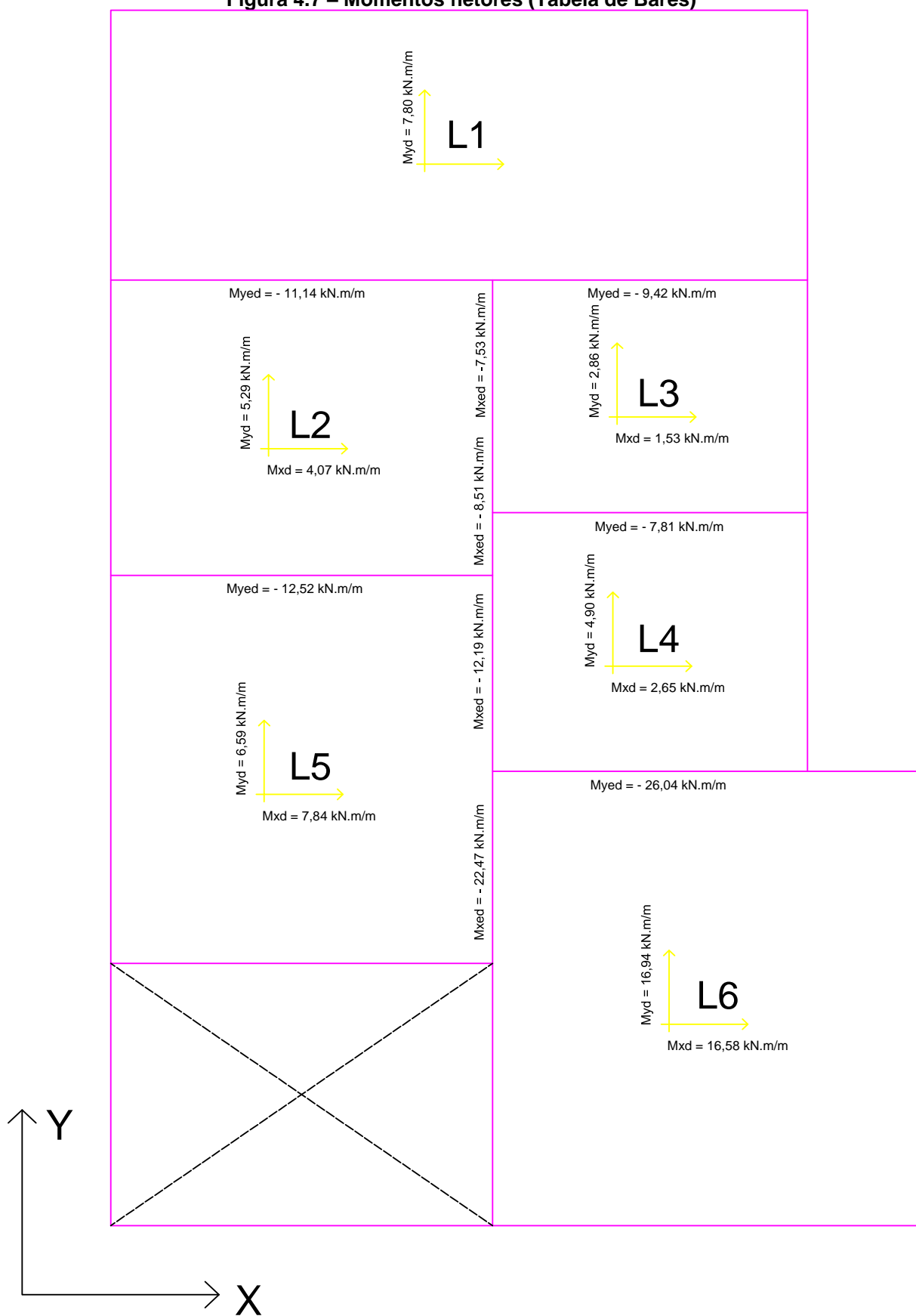
Fonte: Próprio Autor

Figura 4.6 – Momentos fletores (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

Figura 4.7 – Momentos fletores (Tabela de Bares)

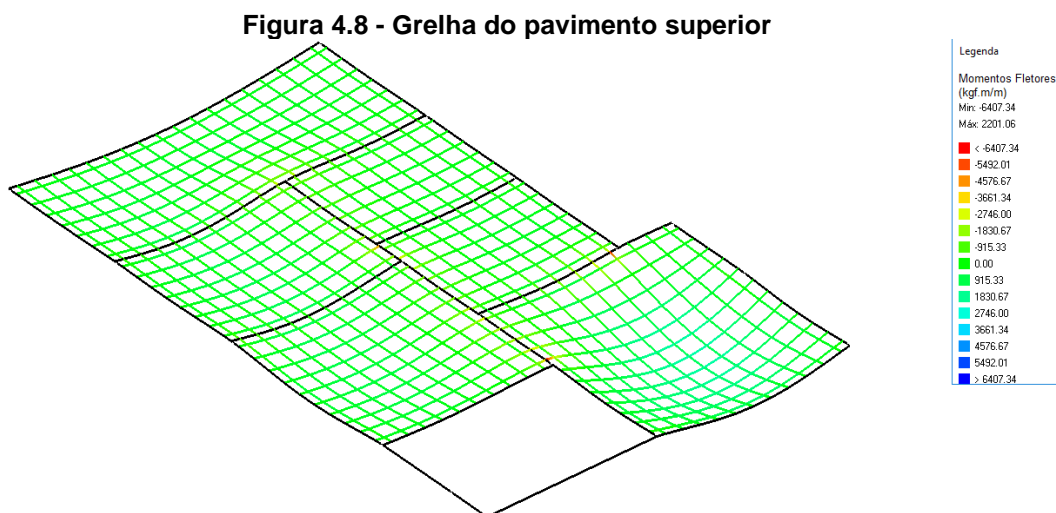


Fonte: Próprio Autor

4.5 MOMENTOS FLETORES UTILIZANDO O EBERICK V10

A estrutura do pavimento definido anteriormente foi lançada no software AltoQi Eberick V10, o qual gerou o pórtico 3D apresentado na Figura 3.5.

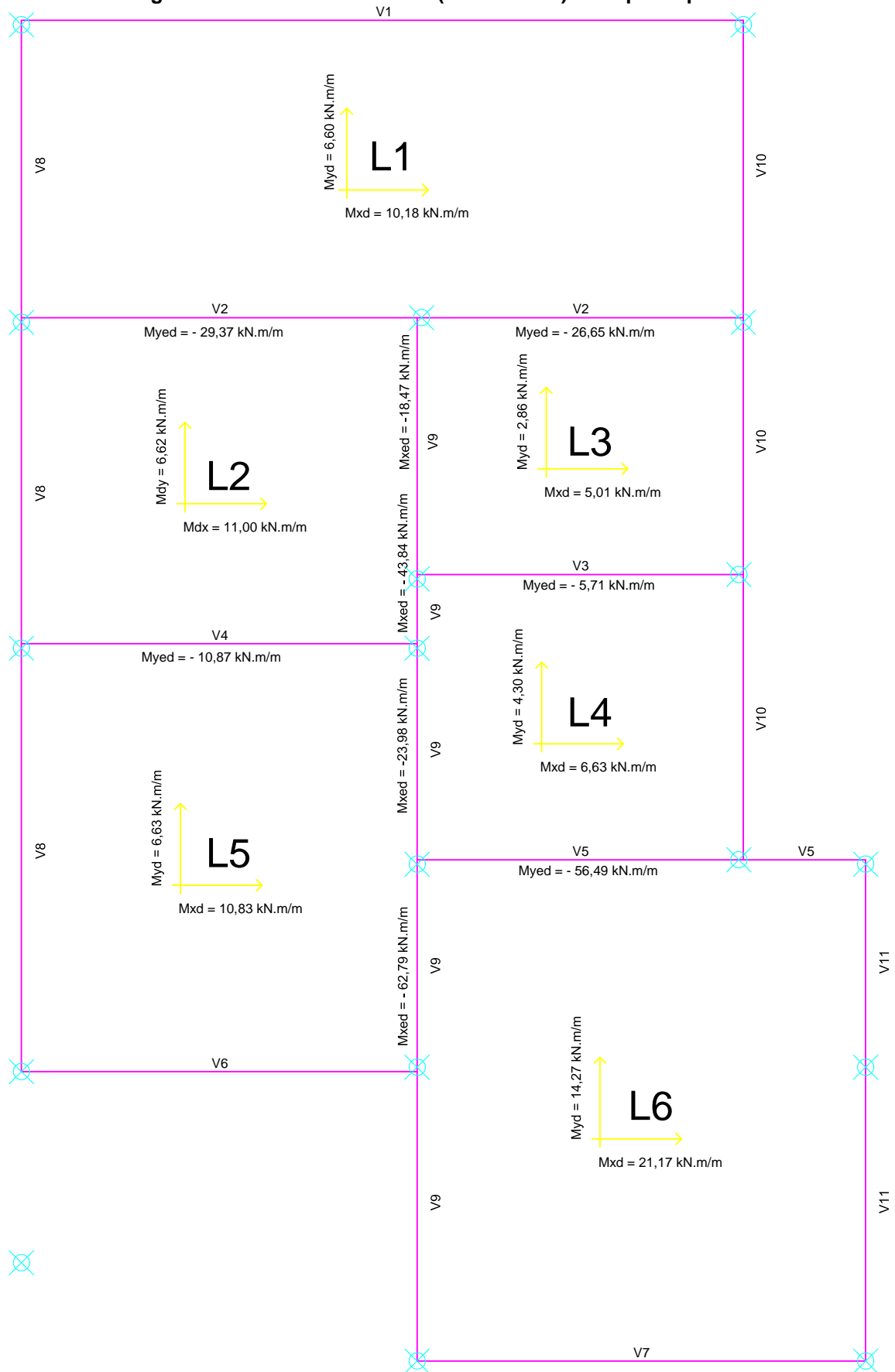
Após o lançamento estrutural e o dimensionamento, o software gerou um modelo de grelha utilizada para o cálculo dos momentos fletores (Figura 4.8).



Fonte: AltoQi Eberick V10

Após a análise, o software gerou os momentos fletores máximos em kgf.m/m, que foram convertidos para kN.m/m. Os resultados dos momentos máximos nas direções x e y e nos engastamentos entre as lajes estão representados na Figura 4.9.

Figura 4.9 - Momentos fletores (Eberick V10) - Adaptada pelo autor



Fonte: AltoQi Eberick V10

4.6 COMPARATIVO DOS MOMENTOS FLETORES OBTIDOS

Os comparativos dos momentos fletores entre os Métodos Simplificados e o software AltoQi Eberick V10 são representados em forma de porcentagem, tendo como base os resultados obtidos pelo Eberick, conforme a equação abaixo.

$$\text{Porcentagem} = \left(\frac{\text{Valor do método simplificado}}{\text{Valor do Eberick}} - 1 \right) \cdot 100\% \quad (4.1)$$

Variações percentuais positivas apresentam valores de momentos fletores superiores ao calculado pelo Eberick e foram destacadas em negrito conforme apresentado nas tabelas 4.16, 4.17 e 4.18.

Com os resultados obtidos nas tabelas 4.16 e 4.17, foi feita a Figura 4.10 que apresenta os momentos nas lajes do pavimento superior obtidos pelos 4 métodos.

Tabela 4.16 – Comparativo dos momentos fletores positivos entre os 4 métodos

Laje	Método	Momentos Fletores Positivos			
		M_{xd}		M_{yd}	
		(kN.m/m)	Δ (%)	(kN.m/m)	Δ (%)
L1	Eberick V10	10,18	—	6,60	—
	Marcus ¹	0,00	-100,00	7,80	18,18
	Czerny ²	0,00	-100,00	7,80	18,18
	Bares ³	0,00	-100,00	7,80	18,18
L2	Eberick V10	11,00	—	6,62	—
	Marcus	3,33	-69,74	4,68	-29,30
	Czerny	4,38	-60,19	5,39	-18,57
	Bares	4,07	-63,01	5,29	-20,08
L3	Eberick V10	5,01	—	2,86	—
	Marcus	1,34	-73,26	2,51	-12,35
	Czerny	1,76	-64,88	2,90	1,27
	Bares	1,53	-69,47	2,86	-0,12
L4	Eberick V10	6,63	—	4,30	—
	Marcus	2,41	-63,65	4,26	-0,82
	Czerny	2,86	-56,86	4,90	14,08
	Bares	2,65	-60,03	4,90	14,08
L5	Eberick V10	10,83	—	6,63	—
	Marcus	7,64	-29,43	5,63	-15,07
	Czerny	7,99	-26,20	6,58	-0,74
	Bares	7,84	-27,59	6,59	-0,59
L6	Eberick V10	21,17	—	14,27	—
	Marcus	15,12	-28,59	12,52	-12,26
	Czerny	16,63	-21,45	17,63	23,56
	Bares	16,58	-21,69	16,94	18,72

¹Após a compatibilização com a aplicação do método de Marcus

²Após a compatibilização com a aplicação do método de Czerny

³Após a compatibilização com a aplicação do método de Bares

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.17 – Comparativo dos momentos fletores negativos entre os 4 métodos

Referência	Trecho de Engastamento	Método						
		Eberick V10	Marcus	Δ (%)	Czerny	Δ (%)	Bares	Δ (%)
a	L1-L2	-29,37	-11,42	-61,12	-11,82	-59,76	-11,14	-62,07
b	L1-L3	-26,65	-9,42	-64,66	-9,42	-64,66	-9,42	-64,66
c	L2-L3	-18,47	-4,54	-75,41	-7,48	-59,49	-7,53	-59,22
d	L2-L4	-43,84	-5,32	-87,86	-8,47	-80,68	-8,51	-80,59
e	L2-L5	-10,87	-11,68	7,49	-13,20	21,48	-12,52	15,22
f	L3-L4	-5,71	-7,24	26,85	-7,81	36,84	-7,81	36,84
g	L4-L5	-23,98	-11,48	-52,12	-12,32	-48,62	-12,19	-49,16
h	L4-L6	-56,49	-26,57	-52,96	-26,01	-53,95	-26,04	-53,90
i	L5-L6	-62,79	-21,28	-66,11	-22,41	-64,31	-22,47	-64,22

Fonte: Próprio Autor

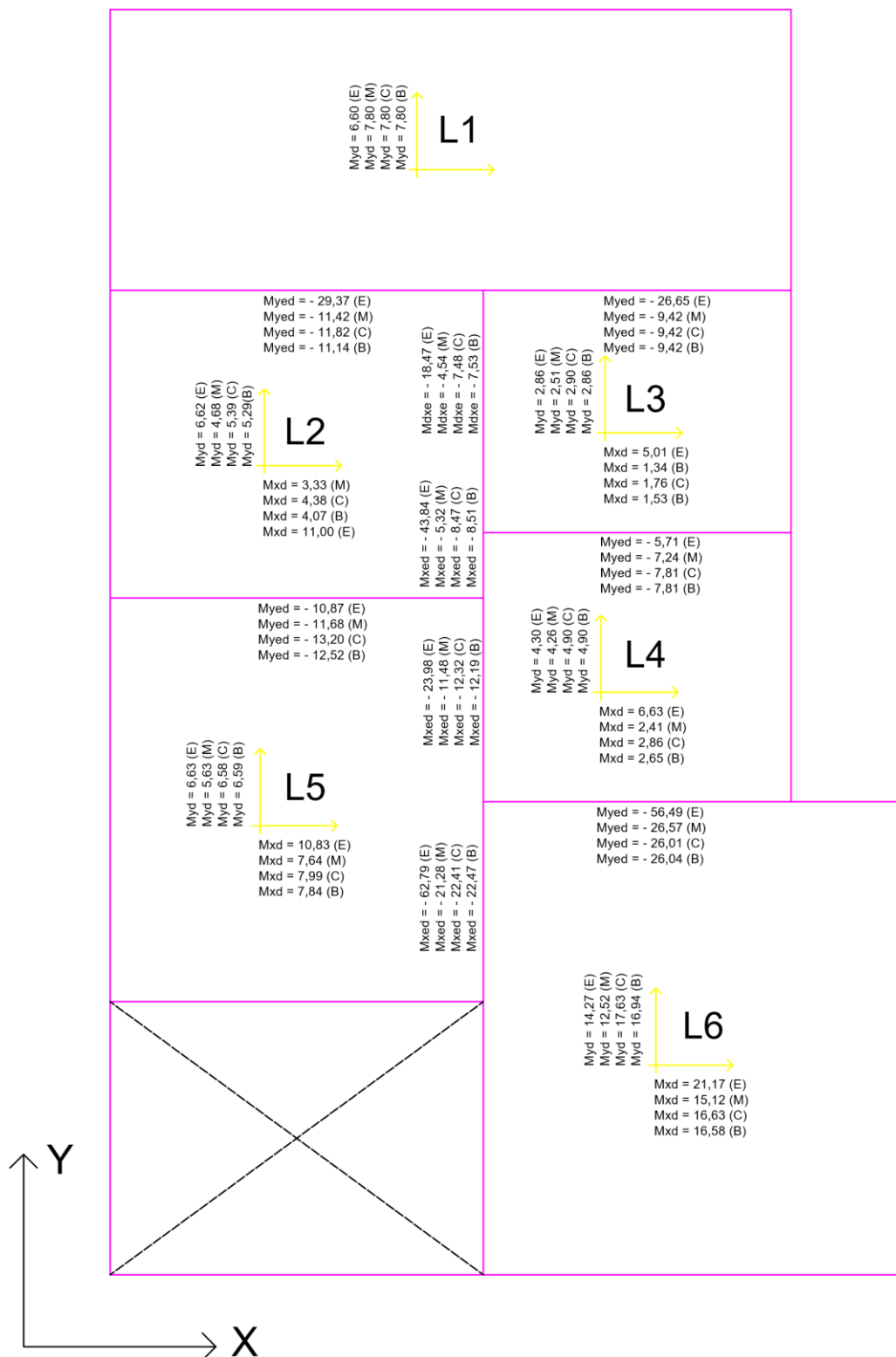
Tabela 4.18 – Comparativo dos momentos fletores negativos entre os 4 métodos (organizados por lajes)

Laje	Método	Momentos Fletores Negativos							
		M_{xed}				M_{yed}			
		(kN.m/m)	Δ (%)	(kN.m/m)	Δ (%)	(kN.m/m)	Δ (%)	(kN.m/m)	Δ (%)
L1	Eberick V10	—	—	—	—	-29,37 ^a	—	-26,65 ^b	—
	Marcus ¹	—	—	—	—	-11,42 ^a	-61,12 ^a	-9,42 ^b	-64,66 ^b
	Czerny ²	—	—	—	—	-11,82 ^a	-59,76 ^a	-9,42 ^b	-64,66 ^b
	Bares ³	—	—	—	—	-11,14 ^a	-62,07 ^a	-9,42 ^b	-64,66 ^b
L2	Eberick V10	-18,47 ^c	—	-43,84 ^d	—	-29,37 ^a	—	-10,87 ^e	—
	Marcus	-4,54 ^c	-75,41 ^c	-5,32 ^d	-87,86 ^d	-11,42 ^a	-61,12 ^a	-11,68 ^e	7,49^e
	Czerny	-7,48 ^c	-59,49 ^c	-8,47 ^d	-80,68 ^d	-11,82 ^a	-59,76 ^a	-13,20 ^e	21,48^e
	Bares	-7,53 ^c	-59,22 ^c	-8,51 ^d	-80,59 ^d	-11,14 ^a	-62,07 ^a	-12,52 ^e	15,22^e
L3	Eberick V10	-18,47 ^c	—	—	—	-26,65 ^b	—	-5,71 ^f	—
	Marcus	-4,54 ^c	-75,41 ^c	—	—	-9,42 ^b	-64,66 ^b	-7,24 ^f	26,85^f
	Czerny	-7,48 ^c	-59,49 ^c	—	—	-9,42 ^b	-64,66 ^b	-7,81 ^f	36,84^f
	Bares	-7,53 ^c	-59,22 ^c	—	—	-9,42 ^b	-64,66 ^b	-7,81 ^f	36,84^f
L4	Eberick V10	-43,84 ^d	—	-23,98 ^g	—	-5,71 ^f	—	-56,49 ^h	—
	Marcus	-5,32 ^d	-87,86 ^d	-11,48 ^g	-52,12 ^g	-7,24 ^f	26,85^f	-26,57 ^h	-52,96 ^h
	Czerny	-8,47 ^d	-80,68 ^d	-12,32 ^g	-48,62 ^g	-7,81 ^f	36,84^f	-26,01 ^h	-53,95 ^h
	Bares	-8,51 ^d	-80,59 ^d	-12,19 ^g	-49,16 ^g	-7,81 ^f	36,84^f	-26,04 ^h	-53,90 ^h
L5	Eberick V10	-23,98 ^g	—	-62,79 ⁱ	—	-10,87 ^e	—	—	—
	Marcus	-11,48 ^g	-52,12 ^g	-21,28 ⁱ	-66,11 ⁱ	-11,68 ^e	7,49^e	—	—
	Czerny	-12,32 ^g	-48,62 ^g	-22,41 ⁱ	-64,31 ⁱ	-13,20 ^e	21,48^e	—	—
	Bares	-12,19 ^g	-49,16 ^g	-22,47 ⁱ	-64,22 ⁱ	-12,52 ^e	15,22^e	—	—
L6	Eberick V10	-62,79 ⁱ	—	—	—	-56,49 ^h	—	—	—
	Marcus	-21,28 ⁱ	-66,11 ⁱ	—	—	-26,57 ^h	-52,96 ^h	—	—
	Czerny	-22,41 ⁱ	-64,31 ⁱ	—	—	-26,01 ^h	-53,95 ^h	—	—
	Bares	-22,47 ⁱ	-64,22 ⁱ	—	—	-26,04 ^h	-53,90 ^h	—	—

¹ Após a compatibilização com a aplicação do método de Marcus² Após a compatibilização com a aplicação do método de Czerny³ Após a compatibilização com a aplicação do método de Bares^a Momento Negativo entre L1 e L2^b Momento Negativo entre L1 e L3^c Momento Negativo entre L2 e L3^d Momento Negativo entre L2 e L4^e Momento Negativo entre L2 e L5^f Momento Negativo entre L3 e L4^g Momento Negativo entre L4 e L5^h Momento Negativo entre L4 e L6ⁱ Momento Negativo entre L5 e L6

Fonte: Próprio Autor

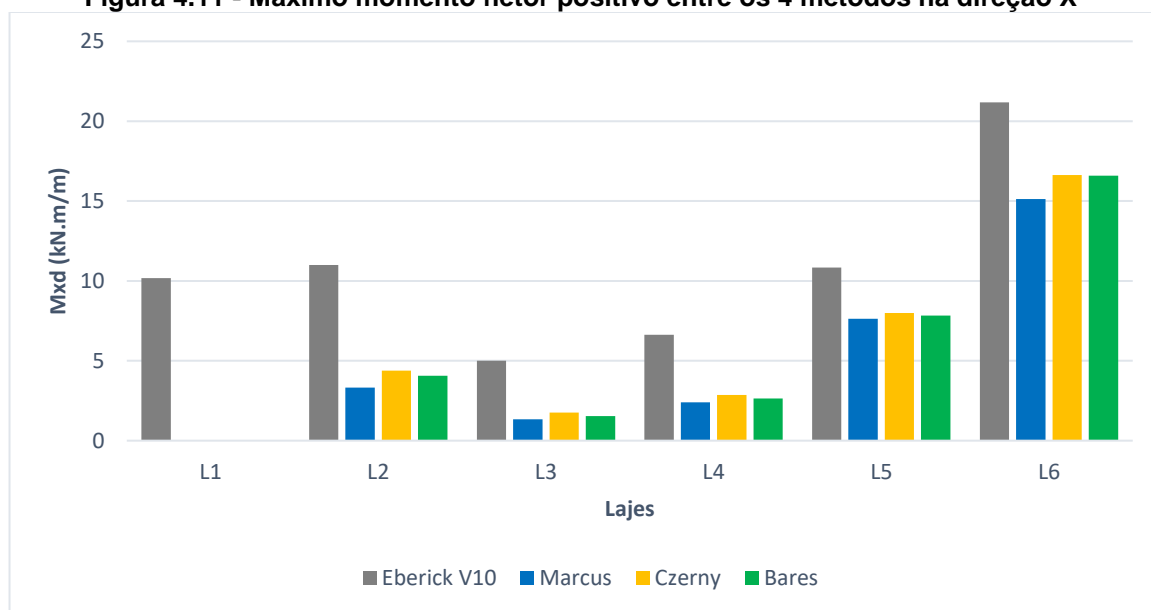
Figura 4.10 - Momentos fletores máximos obtidos utilizando os métodos simplificados compatibilizados e o Eberick V10



Fonte: Próprio Autor

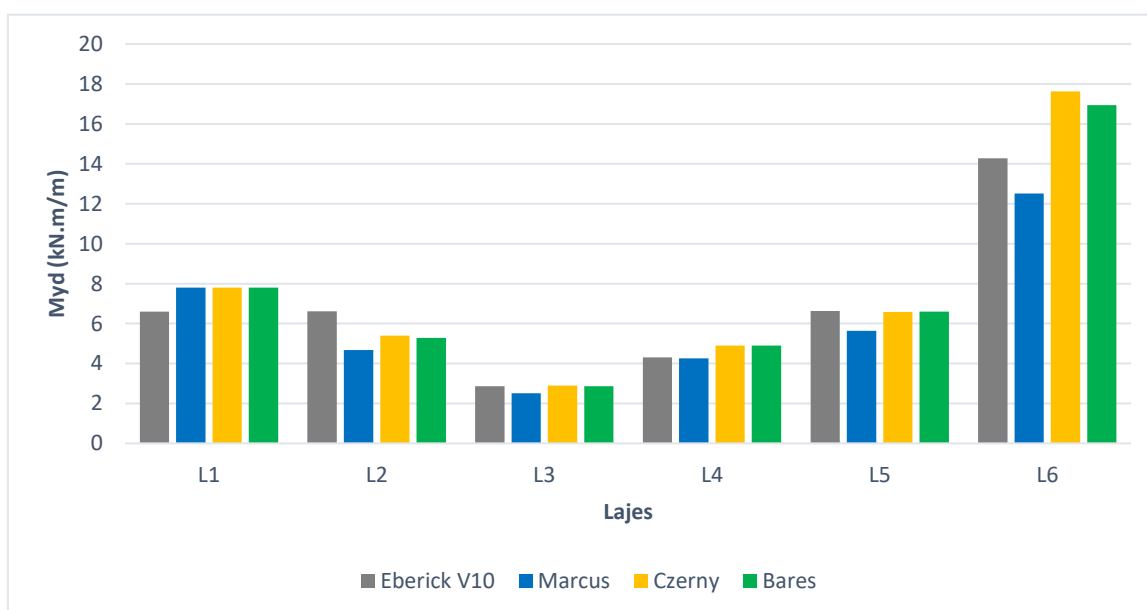
Com o intuito de comparar e quantificar as diferenças a partir dos resultados obtidos pela Figura 4.10, elaborou-se as Figuras 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14, demonstrando os valores dos momentos fletores máximos obtidos para cada tipo de laje, em cada método estudado. Para os eixos X e Y, descritos nas figuras, considerou-se o plano cartesiano global ilustrado na Figura 4.10.

Figura 4.11 - Máximo momento fletor positivo entre os 4 métodos na direção X



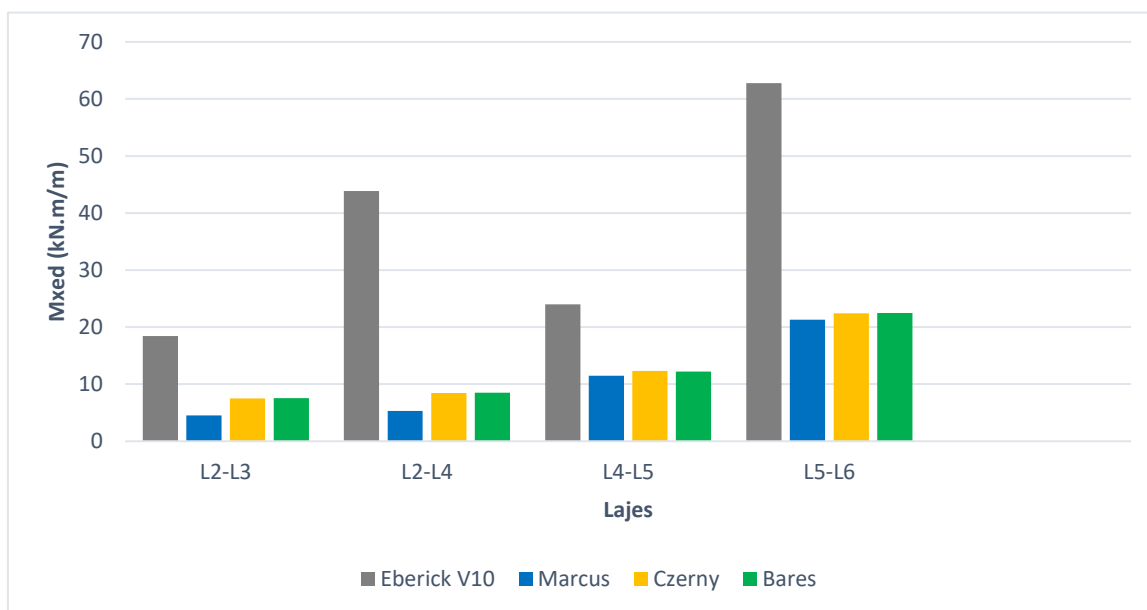
Fonte: Próprio Autor

Figura 4.12 - Máximo momento fletor positivo entre os 4 métodos na direção Y



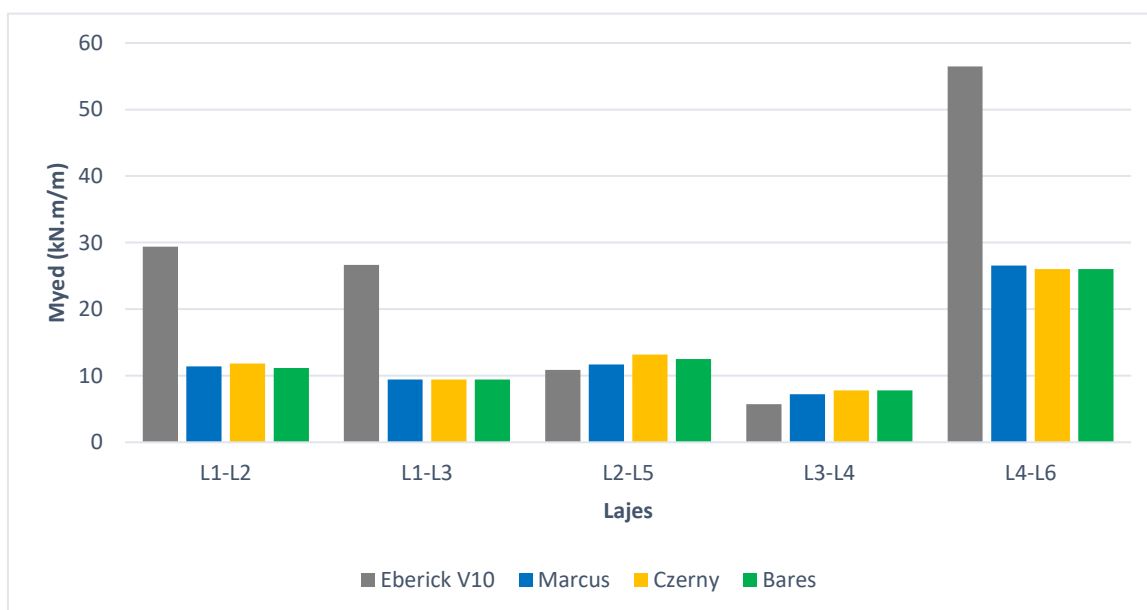
Fonte: Próprio Autor

Figura 4.13 - Máximo momento fletor negativo entre os 4 métodos na direção X



Fonte: Próprio Autor

Figura 4.14 - Máximo momento fletor negativo entre os 4 métodos na direção Y



Fonte: Próprio Autor

Os resultados apresentados demonstram que os dimensionamentos realizados manualmente com o auxílio das tabelas (Marcus, Czerny e Bares) não obtiveram grandes variações entre si, por outro lado, quando comparado com o Eberick, nota-se que em alguns casos existiu uma diferença significativa.

Ao analisar as Figuras 4.11 e 4.12, pode-se observar que a maioria dos valores dos momentos positivos apresentaram uma variação pequena para mais ou para menos, mas no caso dos momentos negativos essa variação apresentou uma discrepância relativamente grande, como observado nas Figuras 4.13 e 4.14.

Na aplicação dos métodos simplificados, os apoios das lajes são considerados como rígidos, fator que, segundo Araújo (2010), não é comum em edificações residenciais ou comerciais, e que a distribuição dos momentos fletores na laje depende da rigidez das vigas de apoio. Este parâmetro também é um dos causadores das diferenças encontradas nos valores dos momentos, já que o software não considera as vigas de apoio como rígidas e sim como deformáveis.

É importante salientar que o modelo de análise dos métodos aplicados também contribuem para a discrepância dos valores encontrados, já que os métodos simplificados utilizam a análise através de elementos isolados, não levando em consideração a estrutura como um pórtico espacial, fator que está em desacordo com a ABNT NBR 6118:2014, onde no item 11.2.1, a mesma especifica que — na análise estrutural deve ser considerada a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura em exame.

Para verificar se as cargas de paredes, que estão sobre as vigas influenciam os cálculos dos momentos fletores calculados pelo Eberick, foram elaboradas as tabelas 4.19 e 4.20, no qual o momento atual representa o obtido pelo Eberick, processando a estrutura com a presença das cargas de paredes sobre as vigas. Enquanto o momento novo foi calculado pelo Eberick, sem presença das cargas de paredes sobre as vigas.

Tabela 4.19 - Comparação entre os momentos fletores positivos calculados pelo Eberick com as cargas de paredes nas vigas e sem as cargas de paredes nas vigas

Laje	Momento Atual	Momento Novo	Variação	Média
L1	10,18 6,60	8,17 6,27	-19,75 -5,05	-12,40
L2	11,00 6,62	8,68 5,64	-21,12 -14,81	-17,97
L3	5,01 2,86	4,66 2,42	-7,05 -15,41	-11,23
L4	6,63 4,30	5,71 3,61	-13,91 -15,98	-14,94
L5	10,83 6,63	9,21 4,49	-14,95 -32,25	-23,60
L6	21,17 14,27	21,26 14,07	0,42 -1,37	-0,48
Média Final				-13,44

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.20 - Comparação entre os momentos fletores negativos calculados pelo Eberick com as cargas das paredes nas vigas e sem as cargas de paredes nas vigas

Trecho de Engastamento	Momento Atual	Momento Novo	Variação
L1-L2	-29,37	-27,24	-7,25
L1-L3	-26,65	-24,78	-7,03
L2-L3	-18,47	-16,49	-10,67
L2-L4	-43,84	-38,46	-12,26
L2-L5	-10,87	-7,57	-30,32
L3-L4	-5,71	-3,80	-33,33
L4-L5	-23,98	-21,21	-11,53
L4-L6	-56,49	-52,42	-7,20
L5-L6	-62,79	-61,44	-2,16
Média			-13,53

Fonte: Próprio Autor

Observa-se que houve uma diminuição de cerca de 13,50% nos momentos fletores, quando processou a estrutura sem a presença das cargas de paredes nas vigas de apoio das lajes. Isso ocorre pelo fato do Eberick analisar a estrutura como um pórtico espacial, em que as vigas e as lajes do pavimento se deformam em conjunto, como observado pela Figura 4.8.

Como na estrutura real as cargas de paredes nas vigas de apoio das lajes existem, então os momentos fletores usados anteriormente (Figura 4.10) continuaram a ser utilizados para comparação das áreas de aço.

4.7 DETERMINAÇÃO DA ÁREA DE AÇO

O cálculo da armadura é feito da mesma maneira que em vigas retangulares sob flexão simples para uma faixa de laje de largura igual a 1,0 m. Como para as armaduras positivas e negativas a altura útil vista no item 4.2.2 é maior que a mínima, o aço (CA-50) trabalhará com sua capacidade total e sua resistência será $f_s = f_{yk} = 50 \text{ kN/cm}^2$. A resistência característica do concreto é $f_{ck} = 25000 \text{ kN/m}^2$.

O cálculo da armadura é feito de acordo com as equações 2.46 a 2.55. Já o cálculo da área de aço mínima para uma seção retangular é feito de acordo com as Figuras 2.7 e 2.8.

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{M_d}{1,0 \cdot 0,11^2 \cdot 25000/1,4} = 0,00463 \cdot M_d$$

$$A_s = \frac{M_d}{k_z \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{M_d (\text{kN} \cdot \text{m}/\text{m})}{k_z \cdot 0,11 (\text{m}) \cdot (50 \text{ kN}/\text{cm}^2)/1,15} = 0,20909 \cdot M_d / (k_z)$$

$$A_{s,min} = 0,15\% A_c = \frac{0,15}{100} \cdot b_w \cdot h = \frac{0,15}{100} \cdot 100 \cdot 15$$

$$A_{s,min} = 2,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Área de Aço da Armadura negativa

$$A_{se} > A_{s,min} = 2,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- Área de Aço da Armadura positiva

$$A_s > A_{s,min} = 2,25 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (Laje Armada em uma Direção)}$$

$$A_s > 0,67 \cdot A_{s,min} = 1,51 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (Laje Armada em duas Direções)}$$

$$A_s > \begin{cases} 20\% \text{ da armadura principal} & \text{(Armadura Positiva Secundária de} \\ 0,50 \cdot A_{s,min} & \text{Laje Armada em uma Direção)} \\ 0,90 \text{ cm}^2/\text{m} & \end{cases}$$

Os passos para o cálculo e os resultados finais da área de aço por metro de largura da laje [A_s (cm^2/m)] para os métodos simplificados, são obtidas por meio das tabelas 4.21 a 4.29.

Tabela 4.21 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L1 e L2 - Método de Marcus

Laje	L1				L2					
Momento	M_{xd}	M_{yd}	M_{yed}		M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}		M_{yed}	
kN.m/m	-	7,80	11,42 ^a	9,42 ^b	3,33	4,68	4,54 ^c	5,32 ^d	11,42 ^a	11,68 ^e
KMD	-	0,036	0,053	0,044	0,015	0,022	0,021	0,025	0,053	0,054
k_z	-	0,978	0,968	0,974	0,991	0,987	0,987	0,985	0,968	0,967
$Md/(k_z)$	-	7,973	11,799	9,675	3,361	4,741	4,598	5,399	11,799	12,077
As (cm ²)	-	1,667	2,467	2,023	0,703	0,991	0,961	1,129	2,467	2,525

^a Momento Negativo entre L1 e L2
^b Momento Negativo entre L1 e L3
^c Momento Negativo entre L2 e L3
^d Momento Negativo entre L2 e L4
^e Momento Negativo entre L2 e L5

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.22 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L3 e L4 - Método de Marcus

Laje	L3					L4					
Momento	M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}	M_{yed}		M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}		M_{yed}	
kN.m/m	1,34	2,51	4,54 ^c	9,42 ^b	7,24 ^f	2,41	4,26	5,32 ^d	11,48 ^g	7,24 ^f	26,57 ^h
KMD	0,006	0,012	0,021	0,044	0,034	0,011	0,020	0,025	0,053	0,034	0,123
k_z	0,996	0,993	0,987	0,974	0,980	0,993	0,988	0,985	0,968	0,980	0,922
$Md/(k_z)$	1,345	2,527	4,598	9,675	7,389	2,426	4,311	5,399	11,863	7,389	28,833
As (cm ²)	0,281	0,528	0,961	2,023	1,545	0,507	0,901	1,129	2,480	1,545	6,029

^b Momento Negativo entre L1 e L3
^c Momento Negativo entre L2 e L3
^d Momento Negativo entre L2 e L4
^e Momento Negativo entre L2 e L5
^f Momento Negativo entre L3 e L4
^g Momento Negativo entre L4 e L5
^h Momento Negativo entre L4 e L6

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.23 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L5 e L6 - Método de Marcus

Laje	L5					L6			
Momento	M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}		M_{yed}	M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}	M_{yed}
kN.m/m	7,64	5,63	11,48 ^g	21,28 ⁱ	11,68 ^e	15,12	12,52	21,28 ⁱ	26,57 ^h
KMD	0,035	0,026	0,053	0,098	0,054	0,070	0,058	0,098	0,123
k_z	0,979	0,984	0,968	0,938	0,967	0,957	0,965	0,938	0,922
$Md/(k_z)$	7,806	5,719	11,863	22,680	12,077	15,800	12,979	22,680	28,833
As (cm ²)	1,632	1,196	2,480	4,742	2,525	3,304	2,714	4,742	6,029

^e Momento Negativo entre L2 e L5
^g Momento Negativo entre L4 e L5
^h Momento Negativo entre L4 e L6
ⁱ Momento Negativo entre L5 e L6

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.24 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L1 e L2 - Método de Czerny

Laje	L1				L2					
Momento	M_{xd}	M_{yd}	M_{yed}		M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}		M_{yed}	
kN.m/m	-	7,80	11,82 ^a	9,42 ^b	4,38	5,39	7,48 ^c	8,47 ^d	11,82 ^a	13,20 ^e
KMD	-	0,036	0,055	0,044	0,020	0,025	0,035	0,039	0,055	0,061
k_z	-	0,978	0,967	0,974	0,988	0,985	0,979	0,976	0,967	0,963
$Md/(k_z)$	-	7,973	12,227	9,675	4,434	5,472	7,639	8,675	12,227	13,712
As (cm ²)	-	1,667	2,557	2,023	0,927	1,144	1,597	1,814	2,557	2,867

^a Momento Negativo entre L1 e L2
^b Momento Negativo entre L1 e L3
^c Momento Negativo entre L2 e L3
^d Momento Negativo entre L2 e L4
^e Momento Negativo entre L2 e L5

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.25 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L3 e L4 - Método de Czerny

Laje	L3					L4					
Momento	M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}	M_{yed}		M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}		M_{yed}	
kN.m/m	1,76	2,90	7,48 ^c	9,42 ^b	7,81 ^f	2,86	4,90	8,47 ^d	12,32 ^g	7,81 ^f	26,01 ^h
KMD	0,008	0,013	0,035	0,044	0,036	0,013	0,023	0,039	0,057	0,036	0,120
k_z	0,995	0,992	0,979	0,974	0,978	0,992	0,986	0,976	0,965	0,978	0,923
$Md/(k_z)$	1,769	2,923	7,639	9,675	7,984	2,883	4,967	8,675	12,763	7,984	28,170
As (cm ²)	0,370	0,611	1,597	2,023	1,669	0,603	1,039	1,814	2,669	1,669	5,890

^b Momento Negativo entre L1 e L3
^c Momento Negativo entre L2 e L3
^d Momento Negativo entre L2 e L4
^e Momento Negativo entre L2 e L5
^f Momento Negativo entre L3 e L4
^g Momento Negativo entre L4 e L5
^h Momento Negativo entre L4 e L6

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.26 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L5 e L6 - Método de Czerny

Laje	L5					L6			
Momento	M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}		M_{yed}	M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}	M_{yed}
kN.m/m	7,99	6,58	12,32 ^g	22,41 ⁱ	13,20 ^e	16,63	17,63	22,41 ⁱ	26,01 ^h
KMD	0,037	0,030	0,057	0,104	0,061	0,077	0,082	0,104	0,120
k_z	0,978	0,982	0,965	0,935	0,963	0,952	0,949	0,935	0,923
$Md/(k_z)$	8,172	6,702	12,763	23,975	13,712	17,460	18,569	23,975	28,170
As (cm ²)	1,709	1,401	2,669	5,013	2,867	3,651	3,883	5,013	5,890

^e Momento Negativo entre L2 e L5
^g Momento Negativo entre L4 e L5
^h Momento Negativo entre L4 e L6
ⁱ Momento Negativo entre L5 e L6

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.27 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L1 e L2 - Método de Bares

Laje	L1				L2					
Momento	M_{xd}	M_{yd}	M_{yed}		M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}		M_{yed}	
kN.m/m	-	7,80	11,14 ^a	9,42 ^b	4,07	5,29	7,53 ^c	8,51 ^d	11,14 ^a	12,52 ^e
KMD	-	0,036	0,052	0,044	0,019	0,024	0,035	0,039	0,052	0,058
k_z	-	0,978	0,969	0,974	0,989	0,985	0,979	0,976	0,969	0,965
$Md/(k_z)$	-	7,973	11,500	9,675	4,116	5,368	7,691	8,717	11,500	12,979
As (cm ²)	-	1,667	2,405	2,023	0,861	1,122	1,608	1,823	2,405	2,714

^a Momento Negativo entre L1 e L2
^b Momento Negativo entre L1 e L3
^c Momento Negativo entre L2 e L3
^d Momento Negativo entre L2 e L4
^e Momento Negativo entre L2 e L5

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.28 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L3 e L4 - Método de Bares

Laje	L3					L4					
Momento	M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}	M_{yed}		M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}		M_{yed}	
kN.m/m	1,53	2,86	7,53 ^c	9,42 ^b	7,81 ^f	2,65	4,90	8,51 ^d	12,19 ^g	7,81 ^f	26,04 ^h
KMD	0,007	0,013	0,035	0,044	0,036	0,012	0,023	0,039	0,056	0,036	0,121
k_z	0,996	0,992	0,979	0,974	0,978	0,993	0,986	0,976	0,966	0,978	0,923
$Md/(k_z)$	1,536	2,883	7,691	9,675	7,984	2,669	4,967	8,717	12,624	7,984	28,206
As (cm ²)	0,321	0,603	1,608	2,023	1,669	0,558	1,039	1,823	2,640	1,669	5,898

^b Momento Negativo entre L1 e L3
^c Momento Negativo entre L2 e L3
^d Momento Negativo entre L2 e L4
^e Momento Negativo entre L2 e L5
^f Momento Negativo entre L3 e L4
^g Momento Negativo entre L4 e L5
^h Momento Negativo entre L4 e L6

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.29 – Cálculo e resultados finais da área de aço das lajes L5 e L6 - Método de Bares

Laje	L5				L6				
Momento	M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}		M_{yed}	M_{xd}	M_{yd}	M_{xed}	M_{yed}
kN.m/m	7,84	6,59	12,19 ^g	22,47 ⁱ	12,52 ^e	16,58	16,94	22,47 ⁱ	26,04 ^h
KMD	0,036	0,030	0,056	0,104	0,058	0,077	0,078	0,104	0,121
k_z	0,978	0,982	0,966	0,935	0,965	0,953	0,952	0,935	0,923
$Md/(k_z)$	8,015	6,713	12,624	24,044	12,979	17,405	17,803	24,044	28,206
As (cm ²)	1,676	1,404	2,640	5,027	2,714	3,639	3,722	5,027	5,898

^e Momento Negativo entre L2 e L5
^g Momento Negativo entre L4 e L5
^h Momento Negativo entre L4 e L6
ⁱ Momento Negativo entre L5 e L6

Fonte: Próprio Autor

4.8 COMPARATIVO DE ÁREA DE AÇO

Os comparativos das áreas de aço entre os Métodos Simplificados e o software AltoQi Eberick V10 são representados em forma de porcentagem, tendo como base os resultados obtidos pelo Eberick, conforme a equação abaixo.

$$\text{Porcentagem} = \left(\frac{\text{Valor do método simplificado}}{\text{Valor do Eberick}} - 1 \right) \cdot 100\% \quad (4.2)$$

Variações percentuais positivas apresentam valores de áreas de aço superiores ao calculado pelo Eberick e foram destacadas em negrito conforme apresentado nas tabelas 4.30 e 4.31.

Tabela 4.30 – Comparativo de área de aço da armadura positiva entre os 4 métodos

Laje	Método	Área de aço para armadura positiva			
		A_{sx}		A_{sy}	
		(cm ² /m)	Δ (%)	(cm ² /m)	Δ (%)
L1	Eberick V10	2,04	-	1,51 *	-
	Marcus ¹	1,13 ^P	-44,85	2,25	49,25
	Czerny ²	1,13 ^P	-44,85	2,25	49,25
	Bares ³	1,13 ^P	-44,85	2,25	49,25
L2	Eberick V10	2,21	-	1,51 *	-
	Marcus	1,51 *	-31,79	1,51 *	0,00
	Czerny	1,51 *	-31,79	1,51 *	0,00
	Bares	1,51 *	-31,79	1,51 *	0,00
L3	Eberick V10	1,51 *	-	1,51 *	-
	Marcus	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
	Czerny	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
	Bares	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
L4	Eberick V10	1,51 *	-	1,51 *	-
	Marcus	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
	Czerny	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
	Bares	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
L5	Eberick V10	2,17	-	1,51 *	-
	Marcus	1,63	-24,79	1,51 *	0,00
	Czerny	1,71	-21,26	1,51 *	0,00
	Bares	1,68	-22,77	1,51 *	0,00
L6	Eberick V10	3,56	-	7,50	-
	Marcus	3,30	-7,20	2,71	-63,82
	Czerny	3,65	2,55	3,88	-48,23
	Bares	3,64	2,22	3,72	-50,37

¹ Após a compatibilização com a aplicação do Método de Marcus

² Após a compatibilização com a aplicação do Método de Czerny

³ Após a compatibilização com a aplicação do Método de Bares

* Área de aço mínima

^P Armadura positiva (secundária) de lajes armada em uma direção

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.31 – Comparativo de área de aço da armadura negativa entre os 4 métodos (organizados por lajes)

Laje	Método	Área de aço para armadura negativa							
		A_{sxe}				A_{sye}			
		(cm ² /m)	Δ (%)	(cm ² /m)	Δ (%)	(cm ² /m)	Δ (%)	(cm ² /m)	Δ (%)
L1	Eberick V10	—	—	—	—	6,09 ^a	—	5,58 ^b	—
	Marcus ¹	—	—	—	—	2,47 ^a	-59,49 ^a	2,25 ^b	-59,68 ^b
	Czerny ²	—	—	—	—	2,56 ^a	-58,02 ^a	2,25 ^b	-59,68 ^b
	Bares ³	—	—	—	—	2,40 ^a	-60,52 ^a	2,25 ^b	-59,68 ^b
L2	Eberick V10	3,74 ^c	—	9,79 ^d	—	6,09 ^a	—	2,25 ^e	—
	Marcus	2,25 ^c	-39,84 ^c	2,25 ^d	-77,02 ^d	2,47 ^a	-59,49 ^a	2,53 ^e	12,23 ^e
	Czerny	2,25 ^c	-39,84 ^c	2,25 ^d	-77,02 ^d	2,56 ^a	-58,02 ^a	2,87 ^e	27,42 ^e
	Bares	2,25 ^c	-39,84 ^c	2,25 ^d	-77,02 ^d	2,40 ^a	-60,52 ^a	2,71 ^e	20,61 ^e
L3	Eberick V10	3,74 ^c	—	—	—	5,58 ^b	—	2,25 ^f	—
	Marcus	2,25 ^c	-39,84 ^c	—	—	2,25 ^b	-59,68 ^b	2,25 ^f	0,00 ^f
	Czerny	2,25 ^c	-39,84 ^c	—	—	2,25 ^b	-59,68 ^b	2,25 ^f	0,00 ^f
	Bares	2,25 ^c	-39,84 ^c	—	—	2,25 ^b	-59,68 ^b	2,25 ^f	0,00 ^f
L4	Eberick V10	9,79 ^d	—	4,91 ^g	—	2,25 ^f	—	19,29 ^h	—
	Marcus	2,25 ^d	-77,02 ^d	2,48 ^g	-49,48 ^g	2,25 ^f	0,00 ^f	6,03 ^h	-68,75 ^h
	Czerny	2,25 ^d	-77,02 ^d	2,67 ^g	-45,65 ^g	2,25 ^f	0,00 ^f	5,89 ^h	-69,47 ^h
	Bares	2,25 ^d	-77,02 ^d	2,64 ^g	-46,24 ^g	2,25 ^f	0,00 ^f	5,90 ^h	-69,43 ^h
L5	Eberick V10	4,91 ^g	—	16,60 ⁱ	—	2,25 ^e	—	—	—
	Marcus	2,48 ^g	-49,48 ^g	4,74 ⁱ	-71,43 ⁱ	2,53 ^e	12,23 ^e	—	—
	Czerny	2,67 ^g	-45,65 ^g	5,01 ⁱ	-69,80 ⁱ	2,87 ^e	27,42 ^e	—	—
	Bares	2,64 ^g	-46,24 ^g	5,03 ⁱ	-69,71 ⁱ	2,71 ^e	20,61 ^e	—	—
L6	Eberick V10	16,60 ⁱ	—	—	—	19,29 ^h	—	—	—
	Marcus	4,74 ⁱ	-71,43 ⁱ	—	—	6,03 ^h	-68,75 ^h	—	—
	Czerny	5,01 ⁱ	-69,80 ⁱ	—	—	5,89 ^h	-69,47 ^h	—	—
	Bares	5,03 ⁱ	-69,71 ⁱ	—	—	5,90 ^h	-69,43 ^h	—	—

¹ Após a compatibilização com a aplicação do Método de Marcus

² Após a compatibilização com a aplicação do Método de Czerny

³ Após a compatibilização com a aplicação do Método de Bares

^a Área de aço entre L1 e L2

^b Área de aço entre L1 e L3

^c Área de aço entre L2 e L3

^d Área de aço entre L2 e L4

^e Área de aço entre L2 e L5

^f Área de aço entre L3 e L4

^g Área de aço entre L4 e L5

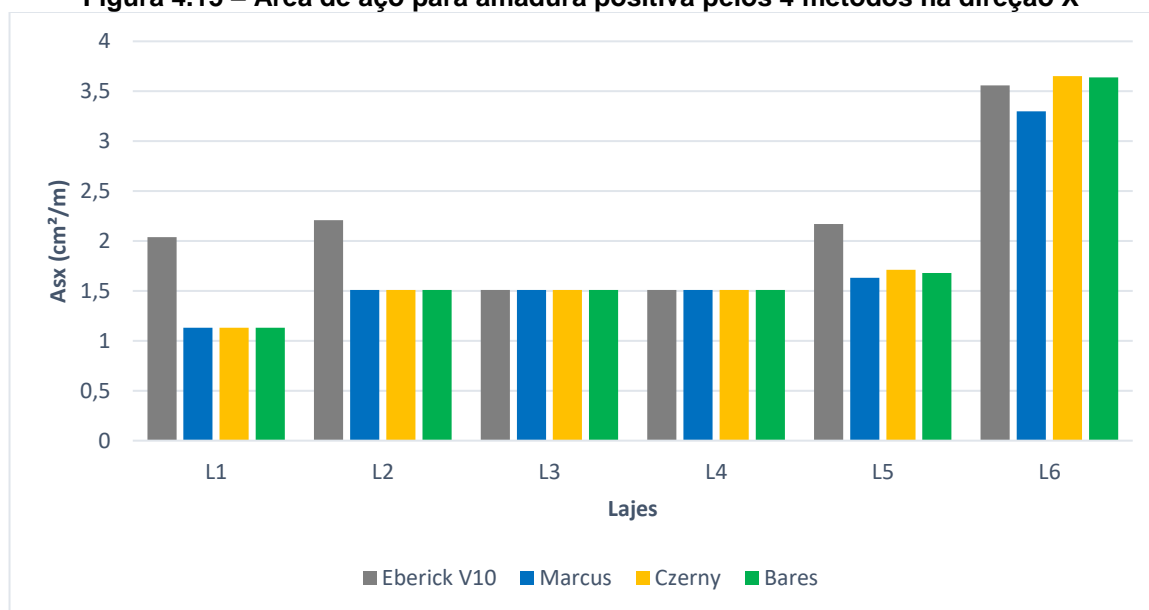
^h Área de aço entre L4 e L6

ⁱ Área de aço entre L5 e L6

Fonte: Próprio Autor

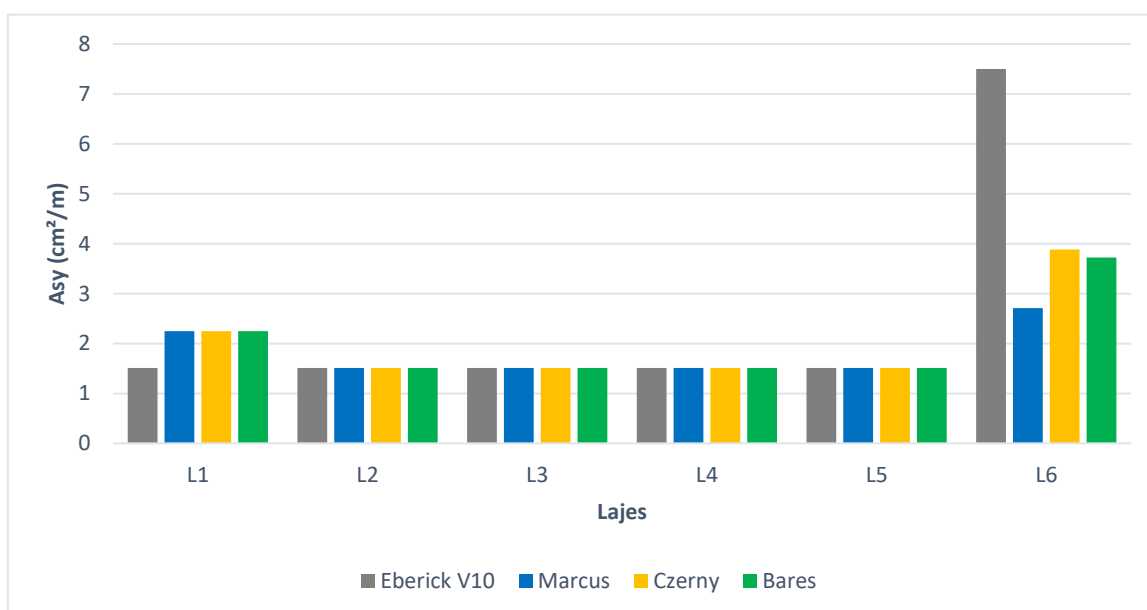
Com o intuito de comparar e quantificar as diferenças a partir dos resultados obtidos pelas tabelas 4.30 e 4.31, elaborou-se as Figuras 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18, demonstrando os valores das áreas de aço obtidas para cada tipo de laje em cada método estudado. Para os eixos X e Y, descritos nas figuras, considerou-se o plano cartesiano global ilustrado na Figura 4.10.

Figura 4.15 – Área de aço para amadura positiva pelos 4 métodos na direção X



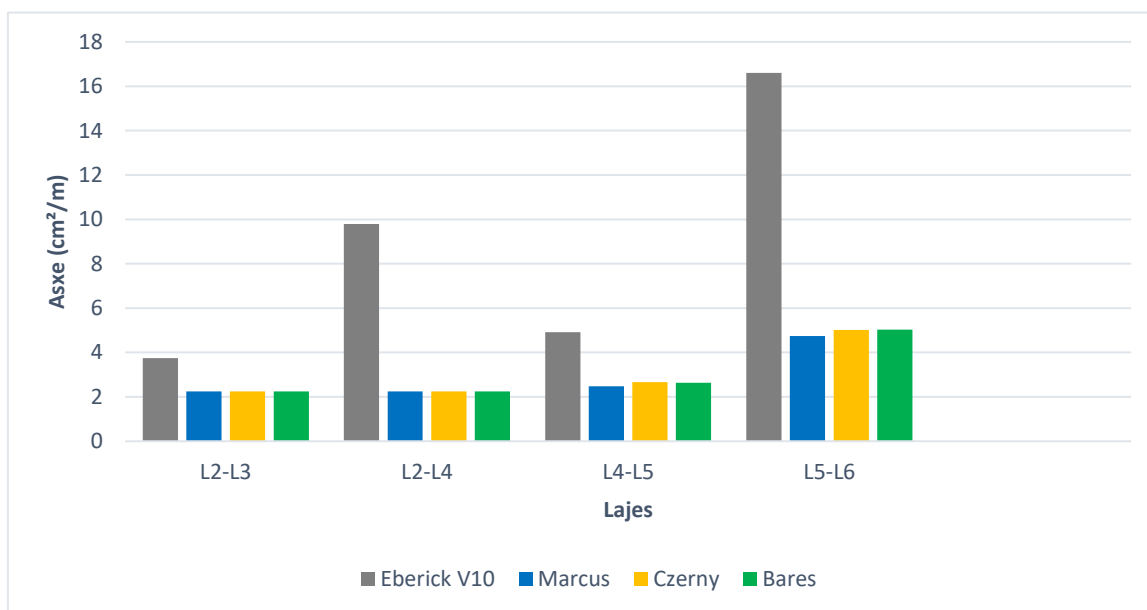
Fonte: Próprio Autor

Figura 4.16 - Área de aço para amadura positiva pelos 4 métodos na direção Y



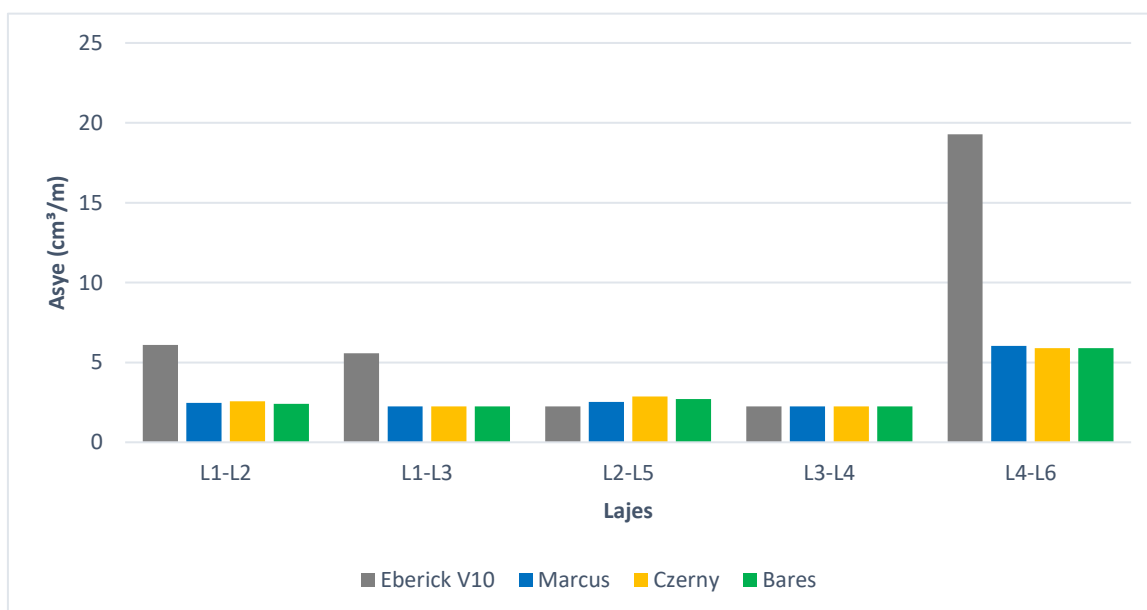
Fonte: Próprio Autor

Figura 4.17 - Área de aço para amadura negativa pelos 4 métodos na direção X



Fonte: Próprio Autor

Figura 4.18 - Área de aço para amadura negativa pelos 4 métodos na direção Y



Fonte: Próprio Autor

Pode-se notar que com a determinação das áreas de aço, locais onde se existia uma diferença muito grande nos valores de momento acabaram se tornando iguais ou tiveram uma diferença drasticamente ou moderadamente diminuída. A exemplo do caso da laje L1, que em sua área de aço na direção de X, de acordo com o item 19.3.3.2 da ABNT NBR 6118:2014, as lajes armadas em uma direção devem receber

uma armadura positiva secundária, que após a análise, segundo os parâmetros da Tabela 2.8, teve sua área de aço secundária definida, fazendo com que a diferença fosse reduzidas de maneira acentuada.

Em alguns casos os valores se igualaram por existir a necessidade da adoção de área de aço mínima, exemplo disso ocorre nas lajes L2, L3, L4 e L5, em seu A_{sy} .

Para comparar a área de aço total entre os métodos simplificados e o Eberick foram elaboradas as Tabelas 4.32 e 4.33, sendo a área de aço total da armadura positiva (Tabela 4.32) a soma das áreas de aço nas direções x e y em cada laje. E a área de aço total da armadura negativa (Tabela 4.33) a área de aço necessária nos trechos de engastamento entre as lajes.

Tabela 4.32 – Área de aço total da armadura positiva (cm²/m)

Laje	Método						
	Eberick V10	Marcus	Δ (%)	Czerny	Δ (%)	Bares	Δ (%)
L1	3,55	3,38	-4,86	3,38	-4,86	3,38	-4,86
L2	3,72	3,02	-18,90	3,02	-18,90	3,02	-18,90
L3	3,02	3,02	0,00	3,02	0,00	3,02	0,00
L4	3,02	3,02	0,00	3,02	0,00	3,02	0,00
L5	3,68	3,14	-14,63	3,22	-12,55	3,18	-13,44
L6	11,06	6,02	-45,59	7,53	-31,89	7,36	-33,44

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.33 – Área de aço total da armadura negativa (cm²/m)

Referência	Trecho de Engastamento	Método						
		Eberick V10	Marcus	Δ (%)	Czerny	Δ (%)	Bares	Δ (%)
a	L1-L2	6,09	2,47	-59,49	2,56	-58,02	2,40	-60,52
b	L1-L3	5,58	2,25*	-59,68	2,25*	-59,68	2,25*	-59,68
c	L2-L3	3,74	2,25*	-39,84	2,25*	-39,84	2,25*	-39,84
d	L2-L4	9,79	2,25*	-77,02	2,25*	-77,02	2,25*	-77,02
e	L2-L5	2,25*	2,53	12,23	2,87	27,42	2,71	20,61
f	L3-L4	2,25*	2,25*	0,00	2,25*	0,00	2,25*	0,00
g	L4-L5	4,91	2,48	-49,48	2,67	-45,65	2,64	-46,24
h	L4-L6	19,29	6,03	-68,75	5,89	-69,47	5,90	-69,43
i	L5-L6	16,60	4,74	-71,43	5,01	-69,80	5,03	-69,71

* Área de aço mínima

Fonte: Próprio Autor

Os resultados da área de aço total das armaduras positivas (Tabela 4.32) e das armaduras negativas (Tabela 4.33) foram somados e comparados pela Tabela 4.34.

Tabela 4.34 – Área de aço em todas as lajes (armadura positiva + negativa)

Método	A_s Total (cm ² /m)	Δ (%)
Eberick V10	98,53	-
Marcus	48,82	-50,45
Czerny	51,16	-48,07
Bares	50,65	-48,60

Fonte: Próprio Autor

Com os resultados dos momentos fletores e das áreas de aço calculados anteriormente foi elaborada a Tabela 4.35 que apresenta a variação média dos momentos fletores e das áreas de aço entre os métodos simplificados e o Eberick V10.

Tabela 4.35 – Variação média dos momentos fletores e das áreas de aço entre os métodos simplificados e o Eberick V10

Método	Momento Fletor		Área de Aço	
	M_d Δ (%)	M_{de} Δ (%)	A_s Δ (%)	A_{se} Δ (%)
Marcus	-28,8	-47,3	-14,0	-45,9
Czerny	-17,4	-41,5	-11,4	-43,6
Bares	-19,2	-42,4	-12,8	-44,6

Fonte: Próprio Autor

Pode-se observar pelas tabelas acima que todos os momentos e armaduras positivas ficaram inferiores ao calculado pelo Eberick, com uma média abaixo de 30% para os momentos e 15% para as áreas das armaduras positivas. Isso acontece, principalmente, por terem um arranjo e análise estrutural bastante similar. Entretanto, os momentos e armaduras negativas tiveram um valor mais acentuado, podendo passar de 70% em alguns casos específicos, ficando com uma média geral de 45% a menos em relação ao obtido pelo Eberick.

Como o Eberick analisa a estrutura mais detalhadamente, através de uma inspeção tridimensional, possibilitando um comportamento da estrutura mais próximo do real, fez com que o somatório de sua área de aço fosse mais acentuado.

4.9 VERIFICAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DA VIGA NOS RESULTADOS OBTIDOS PELO EBERICK V10

Como observado pelos resultados anteriores, as deformações das vigas que servem de apoio para as lajes (tabela 4.19 e 4.20) influenciam nos cálculos obtidos pelo Eberick, visto que o software analisa a estrutura como o pórtico espacial em que as vigas e as lajes se deformam em conjunto causando alterações nos resultados dos momentos fletores e áreas de aço. Para ratificar esse conceito, foram modificadas as alturas das vigas do projeto de 40 para 80 cm, com intuito de aumentar sua rigidez e conseqüentemente diminuir a sua deformação, deixando os apoios das lajes mais rígidos, como pressupõem os métodos simplificados.

Os resultados dos momentos fletores e áreas de aço obtidos pelos Eberick, para vigas com maior rigidez, foram comparados aos calculados pelos métodos simplificados e expresso em porcentagem, conforme a equação 4.1.

As tabelas 4.36 e 4.37 apresentam o comparativo dos momentos fletores positivos e negativos entre os métodos simplificados e o Eberick para esta nova situação.

Tabela 4.36 – Comparativo dos momentos fletores positivos entre os 4 métodos – Altura de viga de 80 cm

Laje	Método	Momentos Fletores Positivos			
		M_{xd}		M_{yd}	
		(kN.m/m)	Δ (%)	(kN.m/m)	Δ (%)
L1	Eberick V10	3,44	—	5,28	—
	Marcus ¹	0,00	-100,00	7,80	47,84
	Czerny ²	0,00	-100,00	7,80	47,84
	Bares ³	0,00	-100,00	7,80	47,84
L2	Eberick V10	4,35	—	6,97	—
	Marcus	3,33	-23,52	4,68	-32,88
	Czerny	4,38	0,59	5,39	-22,70
	Bares	4,07	-6,53	5,29	-24,13
L3	Eberick V10	2,86	—	4,62	—
	Marcus	1,34	-53,20	2,51	-45,66
	Czerny	1,76	-38,54	2,90	-37,21
	Bares	1,53	-46,57	2,86	-38,08
L4	Eberick V10	2,74	—	5,58	—
	Marcus	2,41	-11,92	4,26	-23,66
	Czerny	2,86	4,53	4,90	-12,19
	Bares	2,65	-3,15	4,90	-12,19
L5	Eberick V10	8,20	—	4,94	—
	Marcus	7,64	-6,81	5,63	13,91
	Czerny	7,99	-2,54	6,58	33,13
	Bares	7,84	-4,37	6,59	33,33
L6	Eberick V10	19,04	—	15,80	—
	Marcus	15,12	-20,61	12,52	-20,75
	Czerny	16,63	-12,68	17,63	11,59
	Bares	16,58	-12,94	16,94	7,23

¹Após a compatibilização com a aplicação do método de Marcus
²Após a compatibilização com a aplicação do método de Czerny
³Após a compatibilização com a aplicação do método de Bares

Fonte: Próprio Autor

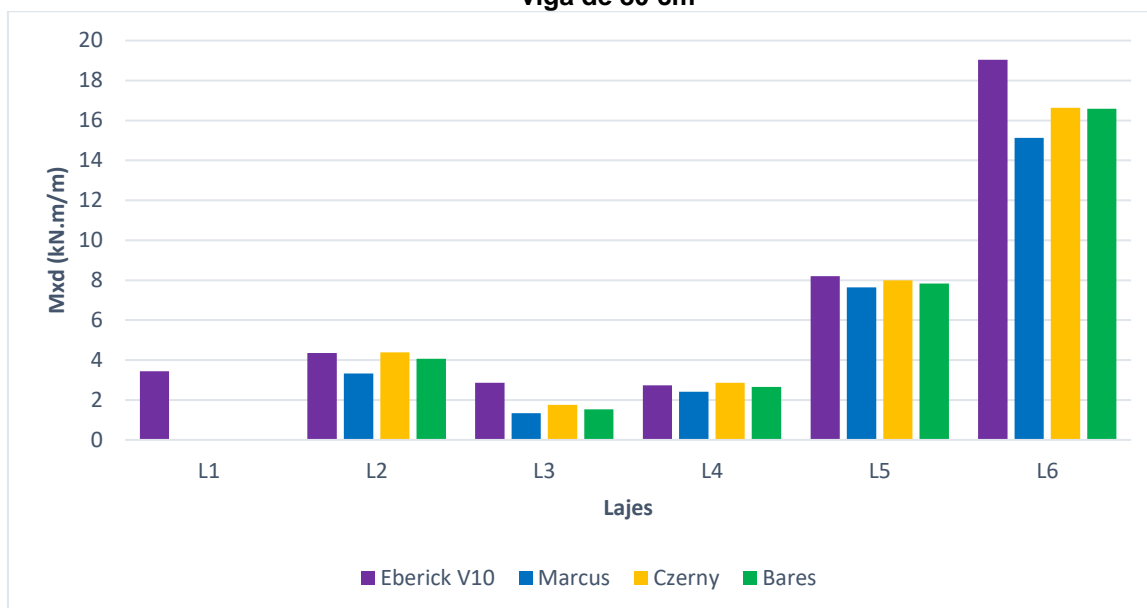
Tabela 4.37 – Comparativo dos momentos fletores negativos entre os 4 métodos – Altura de viga de 80 cm

Referência	Trecho de Engastamento	Método						
		Eberick V10	Marcus	Δ (%)	Czerny	Δ (%)	Bares	Δ (%)
a	L1-L2	-22,08	-11,42	-48,29	-11,82	-46,48	-11,14	-49,56
b	L1-L3	-20,69	-9,42	-54,48	-9,42	-54,48	-9,42	-54,48
c	L2-L3	-12,91	-4,54	-64,82	-7,48	-42,04	-7,53	-41,65
d	L2-L4	-22,53	-5,32	-76,38	-8,47	-62,40	-8,51	-62,22
e	L2-L5	-9,62	-11,68	21,41	-13,20	37,21	-12,52	30,14
f	L3-L4	-4,93	-7,24	46,77	-7,81	58,33	-7,81	58,33
g	L4-L5	-16,00	-11,48	-30,85	-12,32	-25,80	-12,19	-26,58
h	L4-L6	-51,75	-26,57	-48,66	-26,01	-49,74	-26,04	-49,68
i	L5-L6	-58,88	-21,28	-63,86	-22,41	-61,94	-22,47	-61,84

Fonte: Próprio Autor

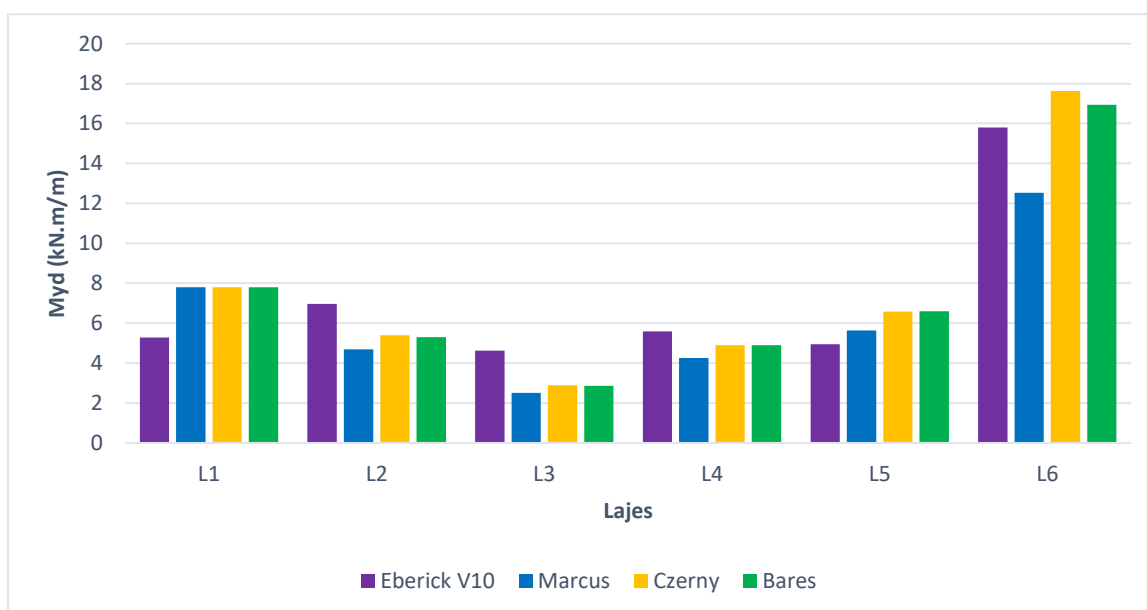
Com o intuito de comparar e quantificar as diferenças dos resultados apresentados pelas Tabelas 4.36 e 4.37, elaborou-se as Figuras 4.19, 4.20, 4.21 e 4.22, mostrando os valores dos momentos fletores máximos obtidos para cada tipo de laje, em cada método estudado. Para os eixos X e Y, descritos nas figuras, considerou-se o plano cartesiano global ilustrado na Figura 4.10.

Figura 4.19 – Máximo momento fletor positivo entre os 4 métodos na direção X – Altura de viga de 80 cm



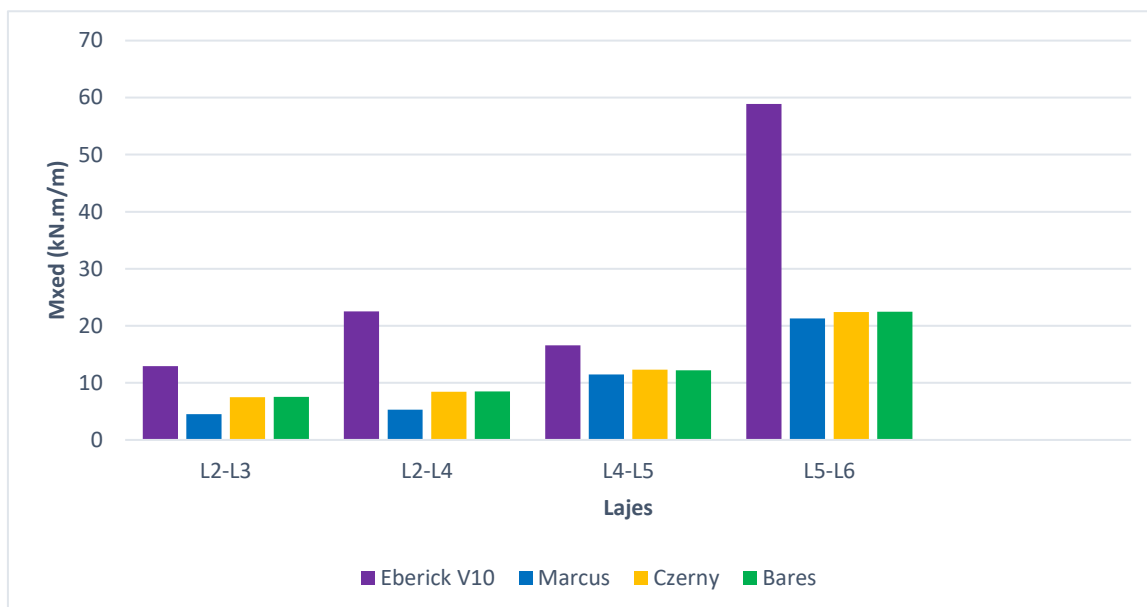
Fonte: Próprio Autor

Figura 4.20 – Máximo momento fletor positivo entre os 4 métodos na direção Y – Altura de viga de 80 cm



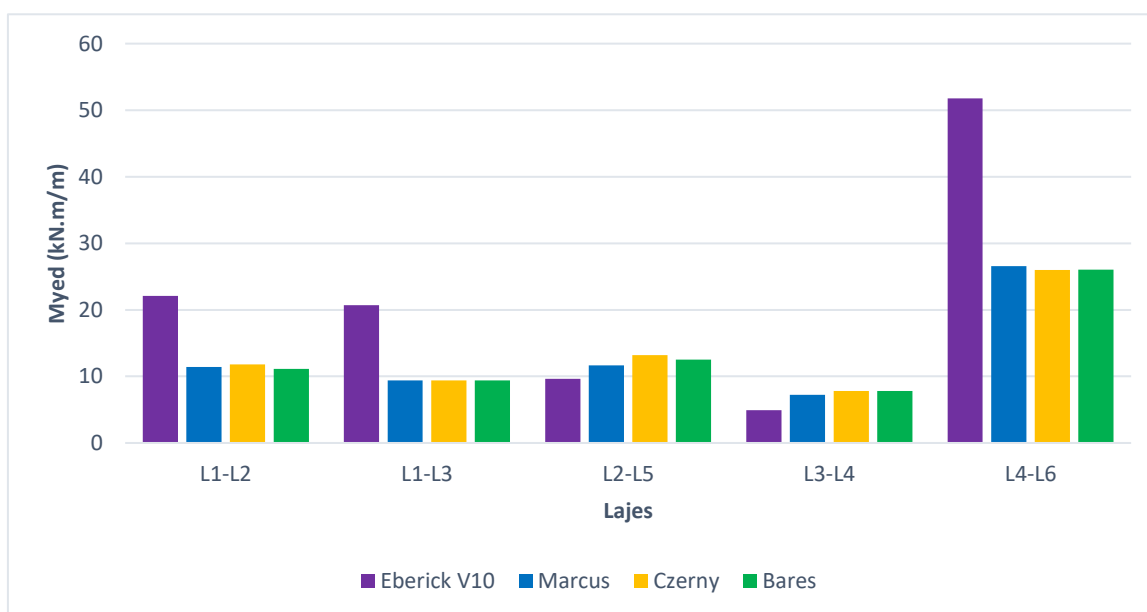
Fonte: Próprio Autor

Figura 4.21 – Máximo momento fletor negativo entre os 4 métodos na direção X – Altura de viga de 80 cm



Fonte: Próprio Autor

Figura 4.22 – Máximo momento fletor negativo entre os 4 métodos na direção Y – Altura de viga de 80 cm



Fonte: Próprio Autor

Como podemos observar, os resultados obtidos pelo Eberick, para a nova situação, foram próximos aos calculados pelos métodos simplificados, fato esse devido aos apoios das lajes serem considerados rígidos como pressupõem os métodos simplificados.

Para verificar o quanto a variação dos momentos fletores impactaria no custo deste projeto, foi analisada também a sua área de aço. Os resultados podem ser observados pelas tabelas 4.38 e 4.39.

As tabelas 4.38 e 4.39 apresentam o comparativo de área de aço da armadura positiva e negativa entre os métodos simplificados e o Eberick para a situação.

Tabela 4.38 – Comparativo de área de aço da armadura positiva entre os 4 métodos – Altura de viga de 80 cm

Laje	Método	Área de aço para armadura positiva			
		A_{sx}		A_{sy}	
		(cm ² /m)	Δ (%)	(cm ² /m)	Δ (%)
L1	Eberick V10	1,51 *	-	1,51 *	-
	Marcus ¹	1,13 ^p	-25,50	2,25	49,25
	Czerny ²	1,13 ^p	-25,50	2,25	49,25
	Bares ³	1,13 ^p	-25,50	2,25	49,25
L2	Eberick V10	1,51 *	-	1,52	-
	Marcus	1,51 *	0,00	1,51 *	-0,82
	Czerny	1,51 *	0,00	1,51 *	-0,82
	Bares	1,51 *	0,00	1,51 *	-0,82
L3	Eberick V10	1,51 *	-	1,51 *	-
	Marcus	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
	Czerny	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
	Bares	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
L4	Eberick V10	1,51 *	-	1,51 *	-
	Marcus	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
	Czerny	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
	Bares	1,51 *	0,00	1,51 *	0,00
L5	Eberick V10	1,63	-	1,51 *	-
	Marcus	1,63	0,00	1,51 *	0,00
	Czerny	1,71	4,83	1,51 *	0,00
	Bares	1,68	-2,81	1,51 *	0,00
L6	Eberick V10	3,56	-	7,50	-
	Marcus	3,30	-15,29	2,71	-23,12
	Czerny	3,65	-6,39	3,88	9,99
	Bares	3,64	-6,69	3,72	5,45

¹ Após a compatibilização com a aplicação do Método de Marcus
² Após a compatibilização com a aplicação do Método de Czerny
³ Após a compatibilização com a aplicação do Método de Bares
* Área de aço mínima
^p Armadura positiva (secundária) de lajes armada em uma direção

Fonte: Próprio Autor

Tabela 4.39 – Comparativo de área de aço da armadura negativa entre os 4 métodos – Altura de viga de 80 cm

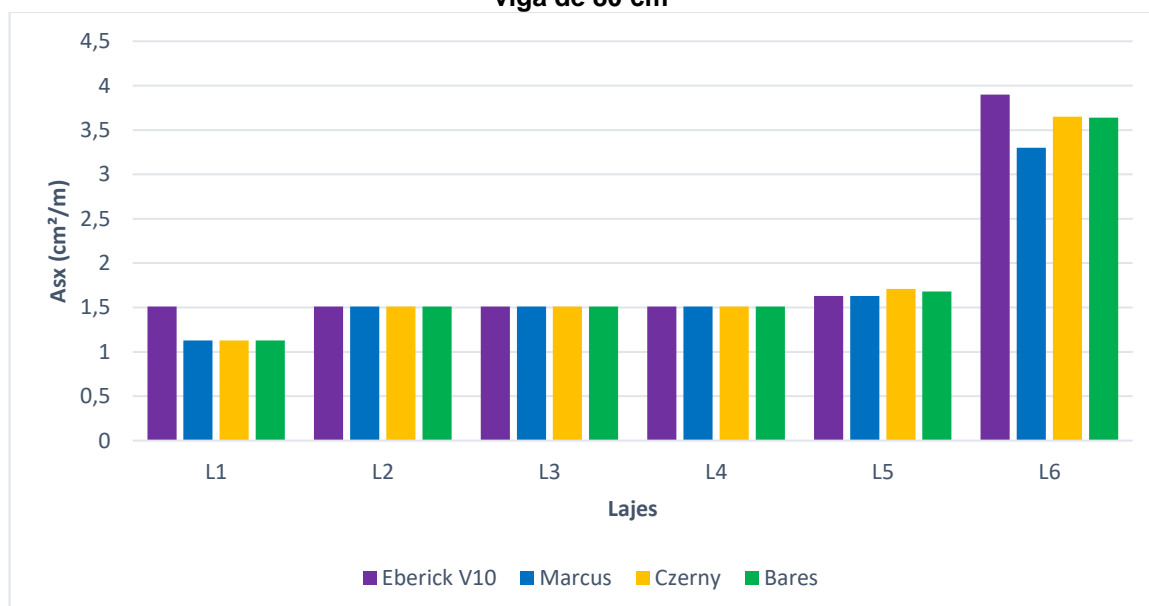
Referência	Trecho de Engastamento	Método						
		Eberick V10	Marcus	Δ (%)	Czerny	Δ (%)	Bares	Δ (%)
a	L1-L2	4,57	2,47	-46,02	2,56	-44,06	2,40	-47,38
b	L1-L3	4,26	2,25*	-47,18	2,25*	-47,18	2,25*	-47,18
c	L2-L3	2,60	2,25*	-13,46	2,25*	-13,46	2,25*	-13,46
d	L2-L4	4,72	2,25*	-52,33	2,25*	-52,33	2,25*	-52,33
e	L2-L5	2,25*	2,53	12,23	2,87	27,42	2,71	20,61
f	L3-L4	2,25*	2,25*	0,00	2,25*	0,00	2,25*	0,00
g	L4-L5	3,38	2,48	-26,61	2,67	-21,04	2,64	-21,91
h	L4-L6	11,94	6,03	-49,51	5,89	-50,67	5,90	-50,61
i	L5-L6	14,31	4,74	-66,86	5,01	-64,97	5,03	-64,87

* Área de aço mínima

Fonte: Próprio Autor

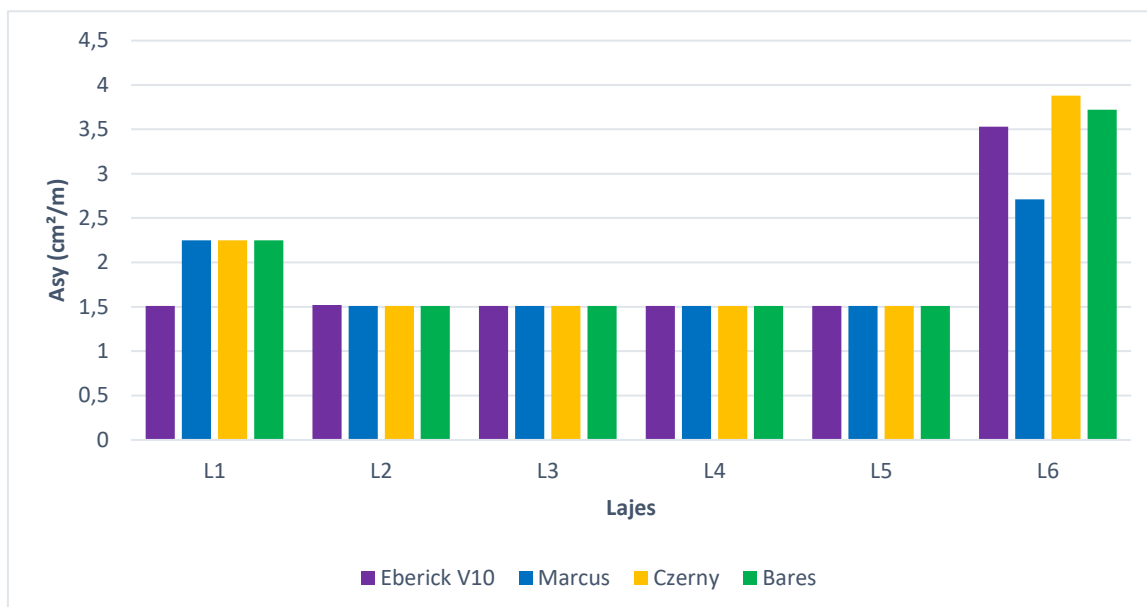
Com o intuito de comparar e quantificar as diferenças dos resultados apresentados pelas Tabelas 4.38 e 4.39, elaborou-se as Figuras 4.23, 4.24, 4.25 e 4.26, mostrando os valores da área de aço das armaduras positivas e negativas obtidos para cada tipo de laje, em cada método estudado. Para os eixos X e Y, descritos nas figuras, considerou-se o plano cartesiano global ilustrado na Figura 4.10.

Figura 4.23 – Área de aço para armadura positiva pelos 4 métodos na direção X – Altura de viga de 80 cm



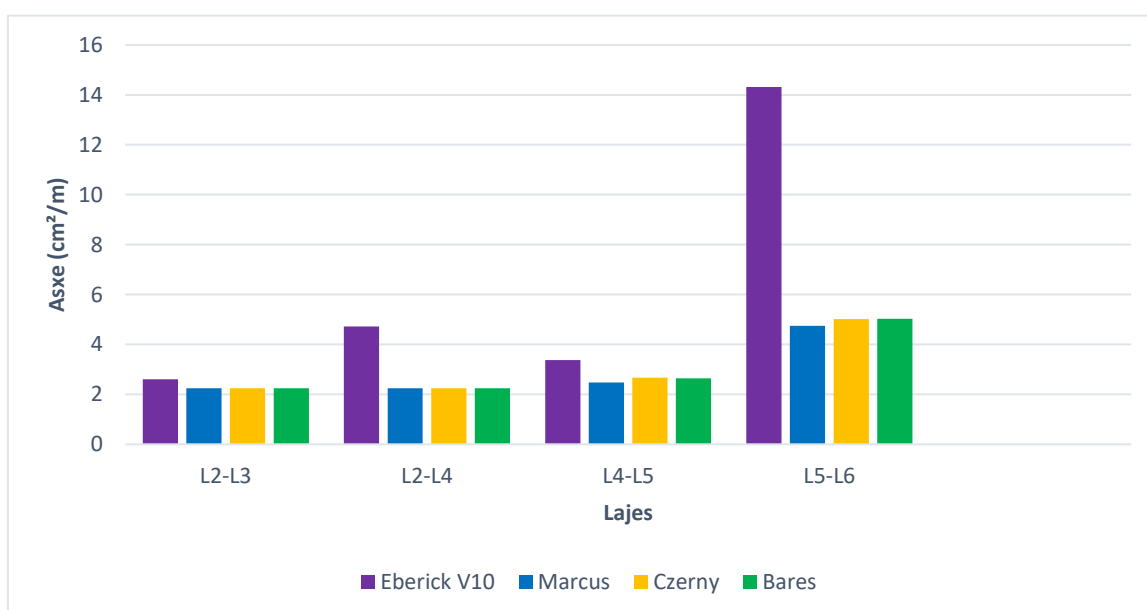
Fonte: Próprio Autor

Figura 4.24 – Área de aço para amadura positiva pelos 4 métodos na direção Y – Altura de viga de 80 cm



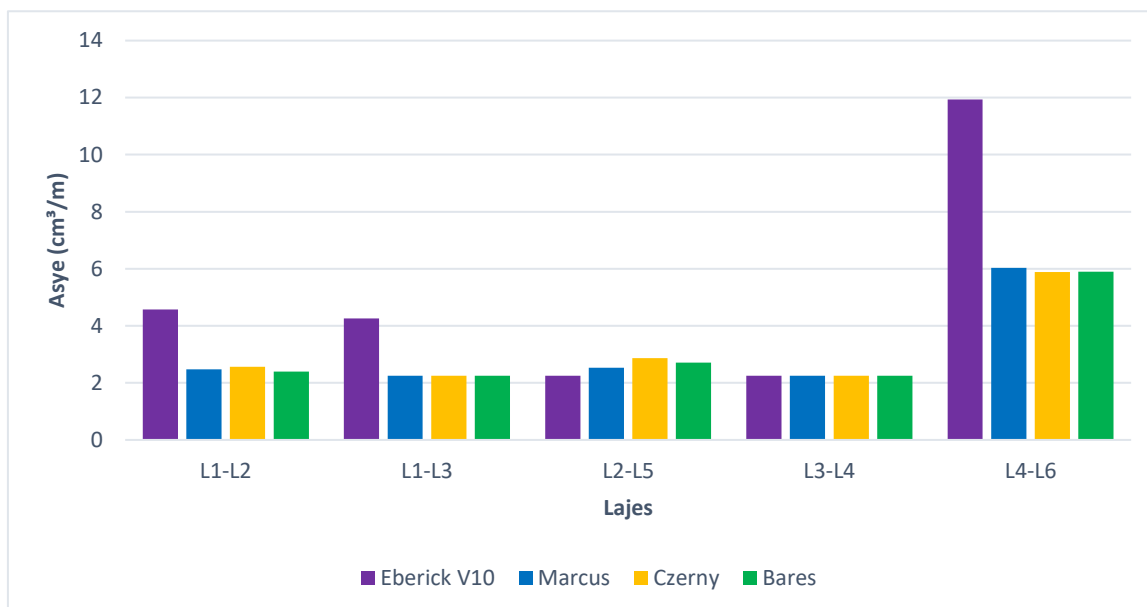
Fonte: Próprio Autor

Figura 4.25 – Área de aço para amadura negativa pelos 4 métodos na direção X – Altura de viga de 80 cm



Fonte: Próprio Autor

Figura 4.26 – Área de aço para amadura negativa pelos 4 métodos na direção Y – Altura de viga de 80 cm



Fonte: Próprio Autor

Pode-se notar que a maioria das áreas de aço acaba se tornando iguais ou tiveram a diferença drasticamente ou moderadamente diminuída, em relação aos resultados dos momentos fletores. Este fato ocorreu devido à necessidade da adoção de área de aço mínima. Exemplo disso ocorreu na armadura positiva das lajes L2, L3 e L4. Observa-se também que as áreas de aço das lajes obtidas pelo Eberick, para vigas de apoio com altura de 80 cm, foram menores que as calculadas com 40 cm, devido a menor deformação da viga e conseqüentemente menor deformação das lajes.

A diferença entre as áreas de aço da armadura positiva calculadas pelos métodos simplificados e o Eberick na laje L1 ocorreu pelo fato de o programa considerar em seus cálculos a laje L1 armada em duas direções. Enquanto os métodos simplificados calcularam armadura em uma direção.

Os resultados da área de aço das armaduras positivas (Tabela 4.38) e das armaduras negativas (Tabela 4.39) foram somados e comparados pela Tabela 4.40.

Tabela 4.40 – Área de aço em todas as lajes (armadura positiva + negativa) - Altura de viga de 80 cm

Método	A_s Total (cm ² /m)	Δ (%)
Eberick V10	72,93	-
Marcus	48,82	-33,05
Czerny	51,16	-29,84
Bares	50,65	-30,55

Fonte: Próprio Autor

Analisando os resultados da Tabela 4.40, verificou-se que os métodos simplificados tiveram em média 30% a menos de área de aço em relação ao calculadas pelo Eberick. Isso ocorreu devido principalmente às áreas de aço das armaduras negativas como visto pela tabela 4.41 em seu A_{se} .

A Tabela 4.41 apresenta a variação média dos momentos fletores e das áreas de aço entre os métodos simplificados e o Eberick V10. Observa-se que a maior variação dos momentos fletores positivos aconteceu no método, utilizando as tabelas de Marcus, em que a variação de sua área de aço da armadura positiva diminuiu consideravelmente pela adoção da área de aço mínima.

Tabela 4.41 – Variação média dos momentos fletores e das áreas de aço entre os métodos simplificados e o Eberick V10 - Altura de viga de 80 cm

Método	Momento Fletor		Área de Aço	
	M_d Δ (%)	M_{de} Δ (%)	A_s Δ (%)	A_{se} Δ (%)
Marcus	-16,1	-35,5	-1,3	-32,2
Czerny	-2,6	-27,5	2,5	-29,6
Bares	-5,4	-28,6	2,0	-30,8

Fonte: Próprio Autor

Observando os resultados apresentadas pela Tabela 4.41, em comparação com a Tabela 4.35, verificou-se que a maior rigidez das vigas e conseqüentemente menor deformação influenciou os resultados dos momentos fletores obtidos pelo Eberick, aproximando os resultados aos calculados pelos métodos simplificados. Isso acontece pelo fato dos métodos simplificados considerarem os apoios rígidos.

5 CONCLUSÃO

O trabalho apresentado buscou apresentar um comparativo do dimensionamento de lajes maciças de concreto armado, utilizando o método simplificado, no qual foram aplicadas as tabelas de Marcus, Czerny e Bares e um software de cálculo estrutural, sendo empregado no estudo o Eberick V10.

Analisando os resultados, verificou-se que dentre os métodos aplicados o Eberick foi o que obteve uma maior área de aço, seguido por Czerny, Bares e por último Marcus. O Eberick foi também o que obteve os maiores valores de momentos. Fator proveniente da análise da estrutura como um pórtico espacial, os pavimentos das lajes e suas vigas são analisadas em conjunto.

Observou-se que os valores encontrados pelos métodos simplificados divergiam muito pouco entre si, por outro lado, ao comparar esses valores com os resultados do Eberick, em especial os valores nos engastamentos, existiu uma diferença significativa nos momentos fletores e nas áreas de aço, isso ocorreu devido as diferentes formas de arranjo e análise estrutural a qual cada método utiliza.

Diante disto, percebe-se que os métodos simplificados têm sua eficiência na determinação dos momentos fletores das lajes maciças, mas possui limitações e adota um modelo que não acontece na maioria das vezes na estrutura real, como é o caso dos apoios rígidos, e não considera a estrutura como um pórtico espacial, conforme preconizado na ABNT NBR 6118:2014.

Como sugestão para trabalhos futuros tem-se:

- Utilizar a Teoria das Grelhas para a comparação com os outros métodos;
- Utilização de outros softwares, como o SAP 2000 ou CypeCAD que utilizam o Método dos Elementos Finitos.

REFERÊNCIAS

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738:2003** (emenda 1:2008): Concreto – Procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.

_____. **NBR 5739:2007**: Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro: ABNT, 2007.

_____. **NBR 6118:2014**: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento — Elaboração. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

_____. **NBR 6120:1980**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações – Elaboração. Rio de Janeiro: ABNT, 1980.

_____. **NBR 8953:2015**: Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.

ALVES, Nadine. **Os 11 melhores softwares para engenharia e construção civil**. Disponível em: <<https://constructapp.io/pt/melhores-softwares-para-engenharia-construcao-civil/>> Acesso em 10/09/2018

ARAÚJO, José Milton. **Curso de concreto**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010. vol. 2.

BANKI, André Luiz. **Modelos de análise de lajes de concreto armado**. Disponível em: < <http://faq.altoqi.com.br/content/245/588/pt-br/modelos-de-an%C3%A1lise-de-lajes-de-concreto-armado.html>> acessado em: 27/07/18.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Fundamentos do Concreto Armado**. 2006. Estruturas de Concreto I, Curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia, da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Campus de Bauru, 2006.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Lajes de Concreto**. 2015. Estruturas de Concreto I, Curso de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia, da Universidade Estadual Paulista – UNESP, Campus de Bauru, 2006.

BAUER, L.A. Falcão. **Materiais de construção**. 5 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. Vol. 01.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: Segundo a NBR 6118:2014**. 4. ed. São Carlos, 2015.

FISCHER, Nádia. Software auxiliam o cálculo estrutural, **Revista Técnica** – ed. 73, PINI, 2003.

FREITAS, A, H, C., et al., Cálculos Estruturais em Concreto Armado: Comparativo entre o cálculo manual e com auxílio de software. **Revista Pensar Engenharia**, Belo Horizonte, v. 2, n. 2, p. 1 – 19, Jul./2014.

FUSCO, P. B. **Tecnologia do Concreto Estrutural**. São Paulo. PINI, 2008.

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, **Arapiraca**. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/al/arapiraca>> acessado em: 26/07/18.

JÚNIOR, Itelvan Rodrigues dos Santos. **Análise comparativa do dimensionamento de lajes maciças por meio de um software computacional e alguns métodos simplificados**. Faculdade Pio Décimo, Aracaju, 2016.

KAEFER, L. F. **A Evolução do Concreto Armado**. (PEF 5707 – Conceção, Projeto e Realização das estruturas: aspectos históricos – 1998.3). São Paulo. Dez/1998. p43.

KOSTETZER, M. Dimensionamento comparativo de vigas e lajes entre software e método convencional. ISSN 2179-5568 - **Revista Especialize On-line IPOG** - Goiânia – 13. ed. nº 012 Vol.01/2017 Jul./2017.

MULTIPLUS. CYPECAD - Software para cálculo estrutural e projeto estrutural. Disponível em: <<https://www.multiplus.com/software/cypecad/>> Acesso em 10/09/2018

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P. **LAJES MACIÇAS – CAPÍTULO 11**, USP – EESC – Departamento de Engenharia de Estruturas, 2003.

RODRIGUES, Paulo Cesar. **Notas de Aula da disciplina de Estruturas de Concreto Armado I**. Curso de graduação em Engenharia Civil. 2. ed. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. Ijuí, 2011.

ROLIM, A. **Tabelas de Lajes de Czerny - Beton-Kalender (1976) Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim**. Disponível em:
<<https://profantoniorolimdotor.files.wordpress.com/2016/04/tabelas-de-czerny-beton-kalender-1976-adaptadas-prof-rolim-final.pdf>> acessado em: 05/09/18.

ROSA, W. A. 2007. **Cálculo de Lajes em Cruz – Marcus**. Universidade Anhanguera – Uniderp, Campo Grande, MS, 2007.

SEIL - Secretaria de Infraestrutura e Logística. Portal BIM Paraná. **Projetos estruturais em concreto armado: aumente sua produtividade utilizando um software especializado**. Disponível em:
<<http://www.bim.pr.gov.br/modules/extcal/event.php?event=34>> acessado em: 02/08/18.

TQS. Sobre o Sistema CAD/TQS. Disponível em: <<http://www.tqs.com.br/conheca-os-sistemas-cadtqs/visao-geral/sobre-o-sistema-cadtqs>> Acesso em 10/09/2018

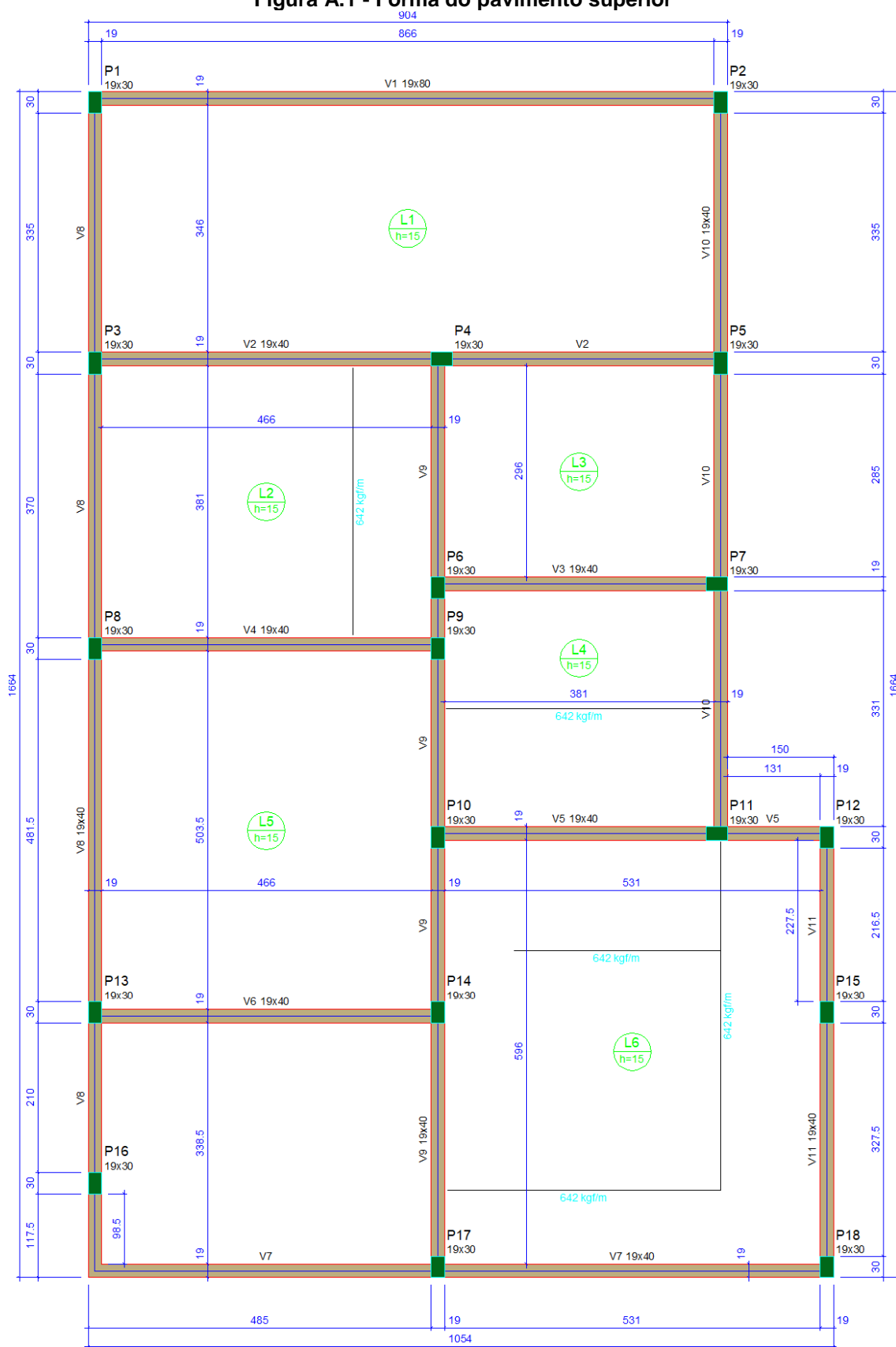
VERZEGNASSI, Emerson. **Estudo das propriedades no estado fresco e endurecido do concreto leve autoadensável**. 2015. Dissertação (Mestrado em Tecnologia na Área de Concentração Tecnologia e Inovação) - Faculdade de Tecnologia da Universidade Estadual de Campinas, Limeira, SP, 2015.

WERNER, B. V.; VARGAS, A. **Análise Comparativa entre Diferentes Métodos de Cálculo para o Dimensionamento de Lajes Maciças Bidirecionais**. Criciúma: Revista Iniciação Científica, v. 11, n. 1, 2013. ISSN 1678-7706.

ZENZEN, A. **Comparação de métodos de cálculo para determinação dos momentos fletores em lajes de concreto armado**. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2012.

APÊNDICE A – Planta de Fôrma

Figura A.1 - Forma do pavimento superior

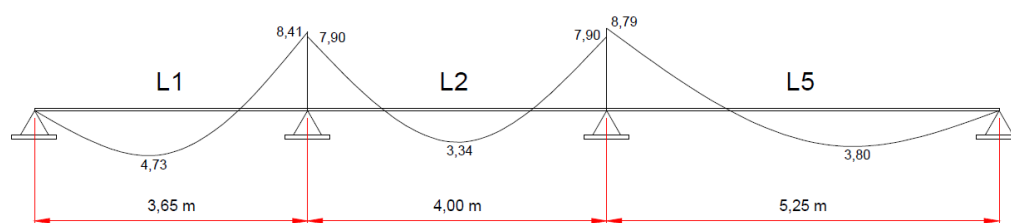


Fonte: AltoQi Eberick V10

APÊNDICE B – Compatibilização dos Momentos Fletores

➤ Tabela de Marcus

Figura B.1 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L1–L2–L5 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L1–L2–L5.

$$m'_{12} = \max \left[\frac{8,41 + 7,90}{2} = 8,16 \right] = 8,16$$

$$\left[0,80 \cdot 8,41 = 6,73 \right]$$

$$m'_{25} = \max \left[\frac{7,90 + 8,79}{2} = 8,34 \right] = 8,34$$

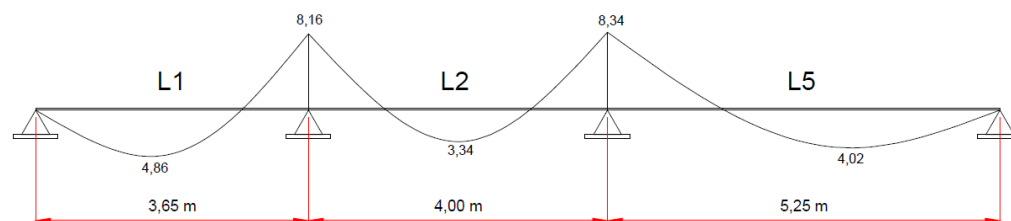
$$\left[0,80 \cdot 8,79 = 7,03 \right]$$

$$m^*_1 = 4,73 + \frac{8,41 - 8,16}{2} = 4,86$$

$$m_2 = 3,34$$

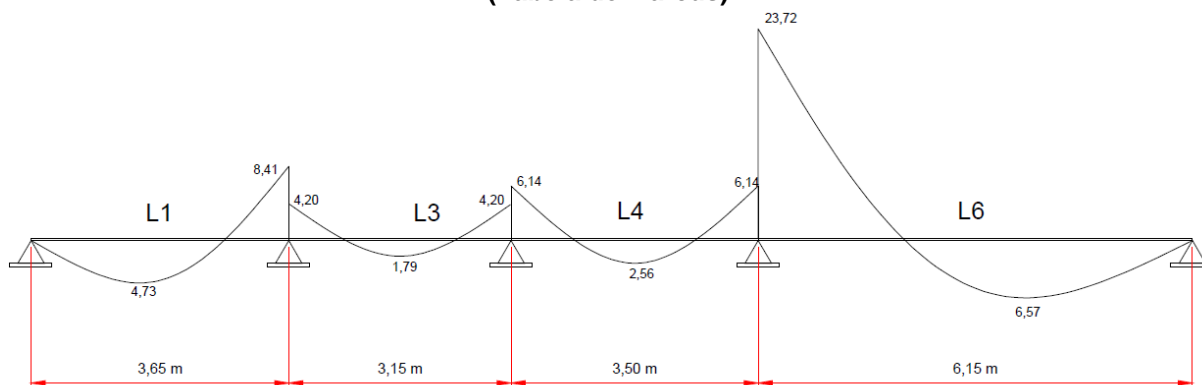
$$m^*_5 = 3,80 + \frac{8,79 - 8,34}{2} = 4,02$$

Figura B.2 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L1–L2–L5 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.3 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L1–L3–L4–L6 (Tabela de Marcus)



Fonte: Autor

Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L1–L3–L4–L6.

$$m_{13}^* = \max \left[\frac{8,41 + 4,20}{2} = 6,30 \right] = 6,73$$

$$m_{34}^* = \max \left[\frac{6,14 + 4,20}{2} = 5,17 \right] = 5,17$$

$$m_{46}^* = \max \left[\frac{6,14 + 23,72}{2} = 14,93 \right] = 18,98$$

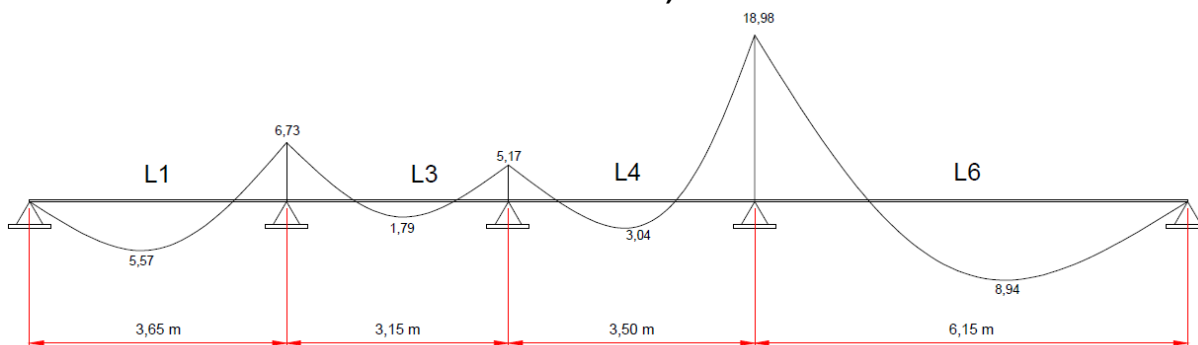
$$m_1^* = 4,73 + \frac{8,41 - 6,73}{2} = 5,57$$

$$m_3 = 1,79$$

$$m_4^* = 2,56 + \frac{6,14 - 5,17}{2} = 3,04$$

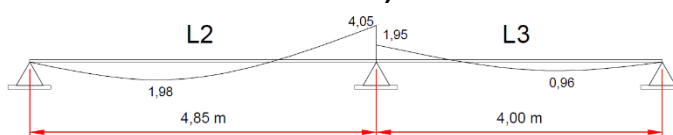
$$m_6^* = 6,57 + \frac{23,72 - 18,98}{2} = 8,94$$

Figura B.4 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L1–L3–L4–L6 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.5 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L2–L3 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L2–L3.

$$m_{23}^* = \max \left[\frac{4,05 + 1,95}{2} = 3,00 \right] = 3,24$$

$$m_2^* = 1,98 + \frac{4,05 - 3,24}{2} = 2,38$$

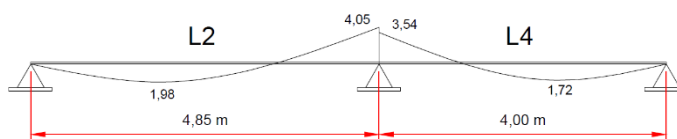
$$m_3 = 0,96$$

Figura B.6 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L2–L3 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.7 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L2–L4 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

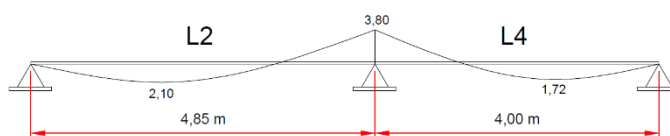
Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L2–L4.

$$m'_{24} = \max \left[\frac{4,05 + 3,54}{2} = 3,80 \right] = 3,80$$

$$m^*_2 = 1,98 + \frac{4,05 - 3,80}{2} = 2,10$$

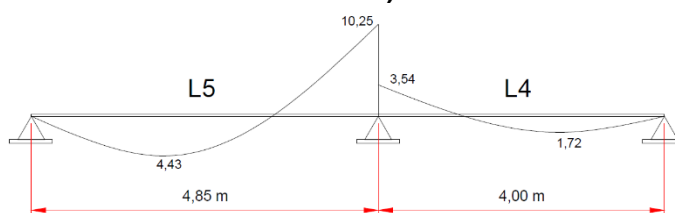
$$m_4 = 1,72$$

Figura B.8 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L2–L4 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.9 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L5–L4 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

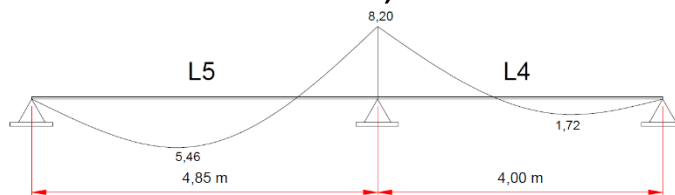
Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L5–L4.

$$m'_{54} = \max \left[\frac{10,25 + 3,54}{2} = 6,90 \right] = 8,20$$

$$m^*_4 = 4,43 + \frac{10,25 - 8,20}{2} = 5,46$$

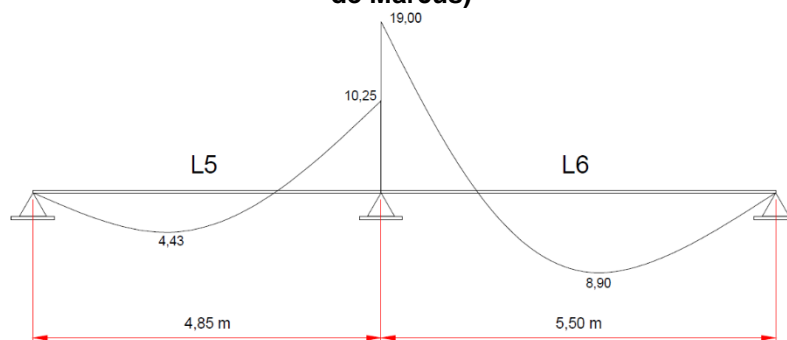
$$m_5 = 1,72$$

Figura B.10 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L5–L4 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.11 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L5–L6 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

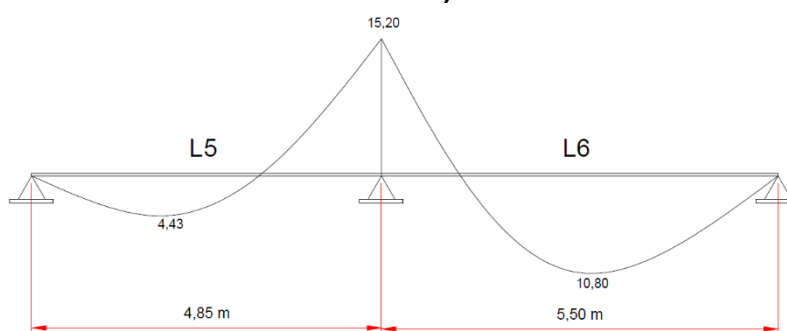
Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L5–L6.

$$m'_{56} = \max \left[\frac{19,00 + 10,25}{2} = 15,20 \right. \\ \left. 0,80 \cdot 19,00 = 14,62 \right] = 15,20$$

$$m_5 = 4,43$$

$$m^*_6 = 8,90 + \frac{19,00 - 15,20}{2} = 10,80$$

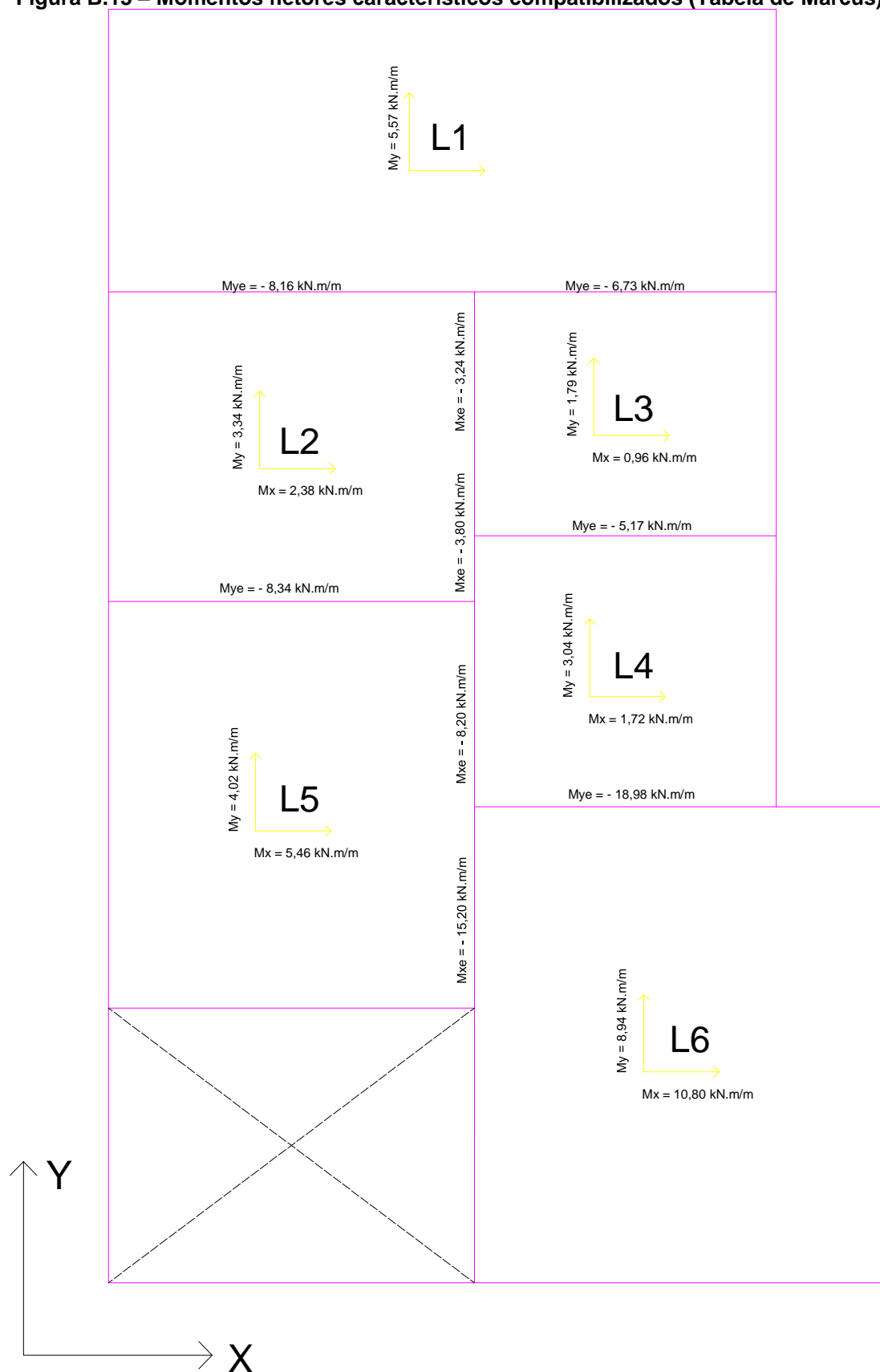
Figura B.12 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L5–L6 (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

Os momentos fletores característicos compatibilizados pela tabela de Marcus estão representados na figura a seguir

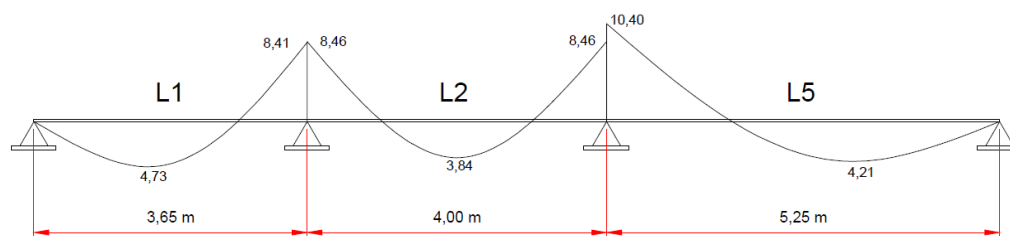
Figura B.13 – Momentos fletores característicos compatibilizados (Tabela de Marcus)



Fonte: Próprio Autor

➤ Tabela de Czerny

Figura B.14 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L1–L2–L5 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L1–L2–L5.

$$m_{12}^* = \max \left[\frac{8,41 + 8,46}{2} = 8,44 \right] = 8,44$$

$$\left[0,80 \cdot 8,46 = 6,77 \right]$$

$$m_{25}^* = \max \left[\frac{8,46 + 10,40}{2} = 8,32 \right] = 9,43$$

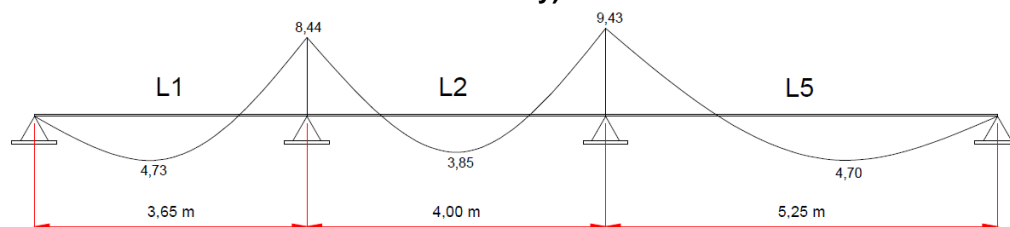
$$\left[0,80 \cdot 10,40 = 9,43 \right]$$

$$m_1 = 4,73$$

$$m_2^* = 3,84 + \frac{8,46 - 8,44}{2} = 3,85$$

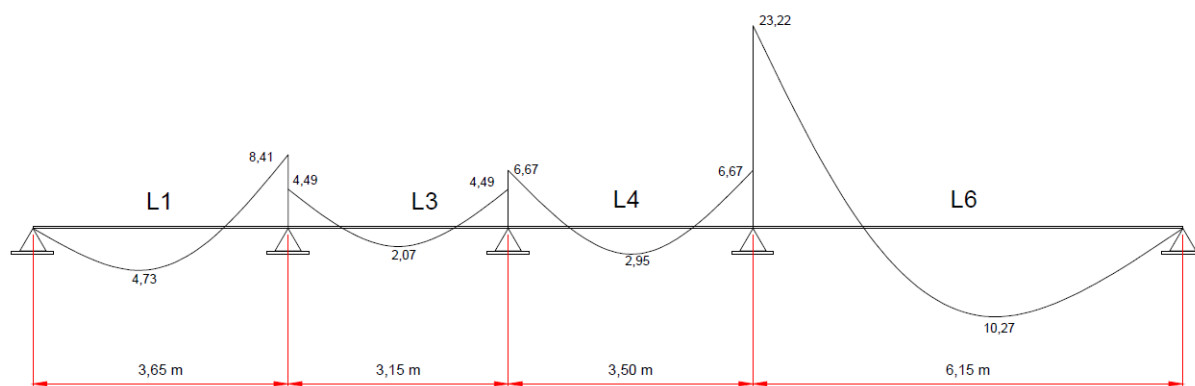
$$m_5^* = 4,21 + \frac{10,40 - 9,43}{2} = 4,70$$

Figura B.15 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L1–L2–L5 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.16 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L1–L3–L4–L6 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L1–L3–L4–L6.

$$m'_{13} = \max \left[\frac{8,41 + 4,49}{2} = 6,45 \right] = 6,73$$

$$m'_{34} = \max \left[\frac{4,49 + 6,67}{2} = 5,58 \right] = 5,58$$

$$m'_{46} = \max \left[\frac{6,67 + 23,22}{2} = 14,94 \right] = 18,58$$

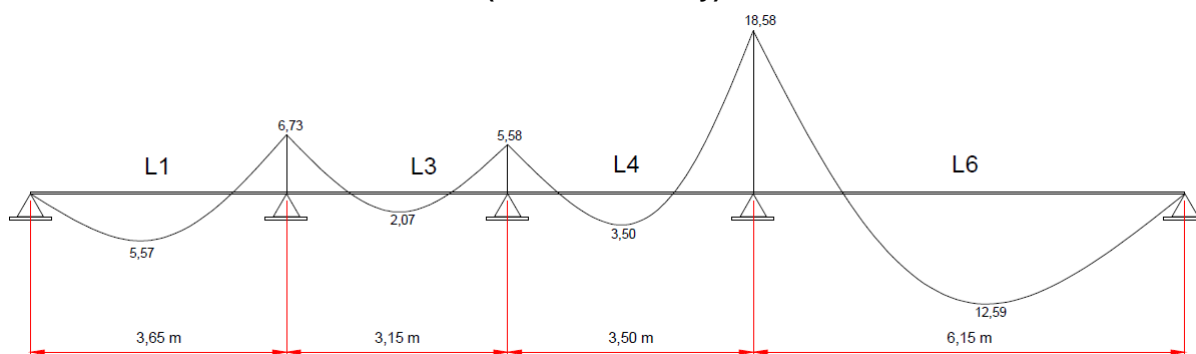
$$m^*_1 = 4,73 + \frac{8,41 - 6,73}{2} = 5,57$$

$$m_3 = 2,07$$

$$m^*_4 = 2,95 + \frac{6,67 - 5,58}{2} = 3,50$$

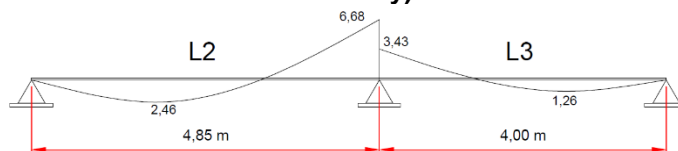
$$m^*_6 = 10,27 + \frac{23,22 - 18,58}{2} = 12,59$$

Figura B.17 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L1–L3–L4–L6 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.18 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L2–L3 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

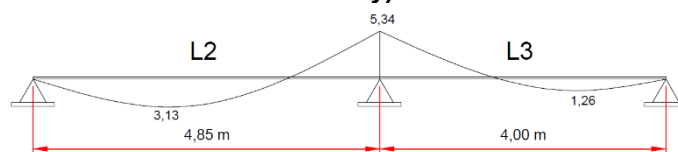
Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L2–L3.

$$m_{23}^* = \max \left[\frac{6,68 + 3,43}{2} = 5,01 \right] = 5,34$$

$$m_2^* = 2,46 + \frac{6,68 - 5,34}{2} = 3,13$$

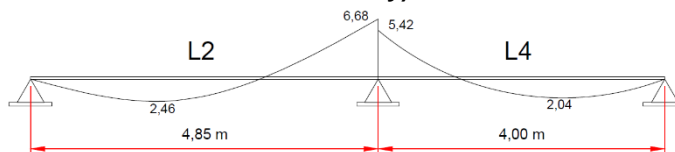
$$m_3 = 1,26$$

Figura B.19 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L2–L3 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.20 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L2–L4 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

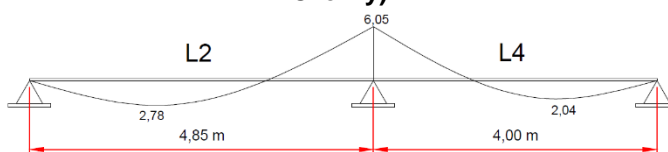
Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L2–L4.

$$m'_{24} = \max \left[\frac{6,68 + 5,42}{2} = 6,05 \right] = 6,05$$

$$m^*_2 = 2,46 + \frac{6,68 - 6,05}{2} = 2,78$$

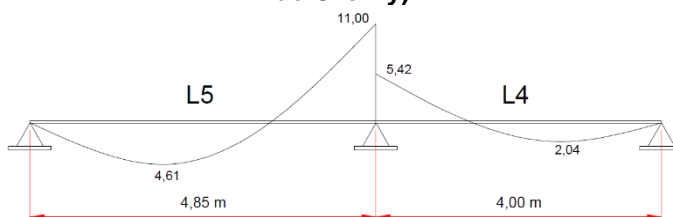
$$m_4 = 2,04$$

Figura B.0.21 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L2–L4 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.22 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L5–L4 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

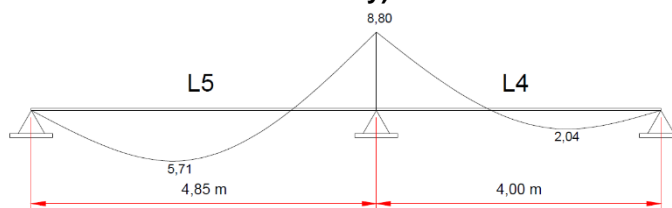
Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L5–L4.

$$m'_{54} = \max \left[\frac{11,00 + 5,42}{2} = 8,21 \right] = 8,80$$

$$m^*_4 = 4,61 + \frac{11,00 - 8,80}{2} = 5,71$$

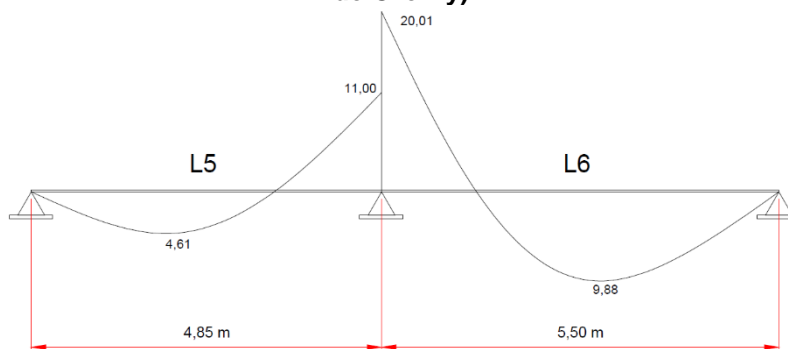
$$m_5 = 2,04$$

Figura B.23 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L5–L4 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

FIGURA B.24 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L5–L6 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

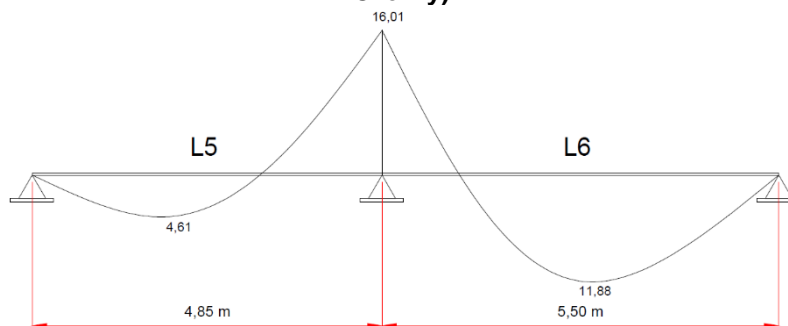
Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L5–L6.

$$m_{56}^* = \max \left[\frac{11,00 + 20,01}{2} = 15,51 \right] = 16,01$$

$$m_5 = 4,61$$

$$m_6^* = 9,88 + \frac{20,01 - 16,01}{2} = 11,88$$

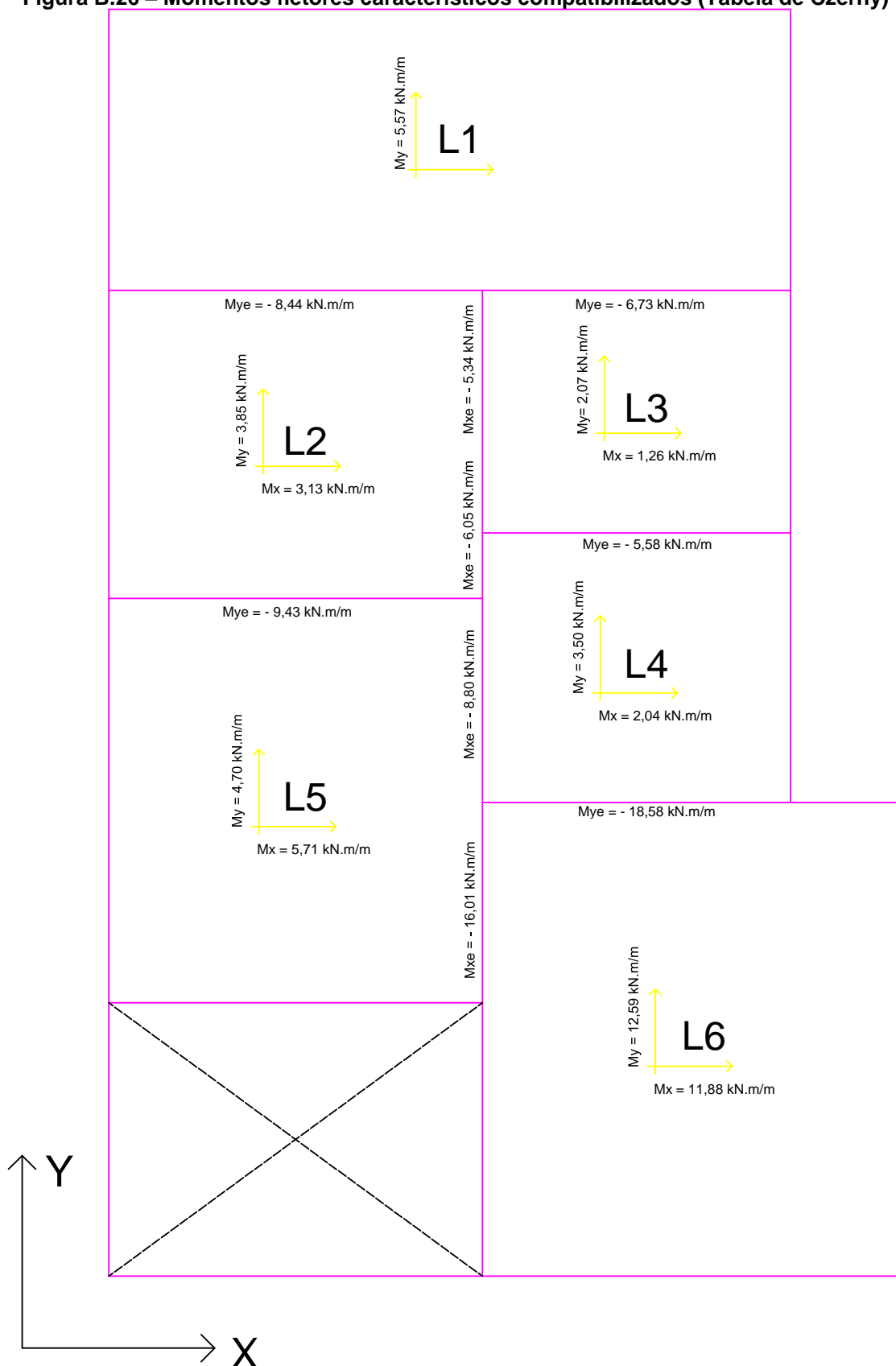
Figura B.25 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L5–L6 (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

Os momentos fletores característicos compatibilizados pela tabela de Czerny estão representados na figura a seguir.

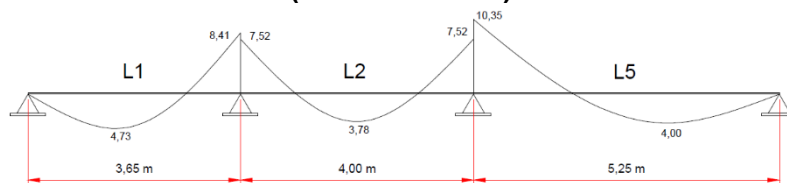
Figura B.26 – Momentos fletores característicos compatibilizados (Tabela de Czerny)



Fonte: Próprio Autor

➤ Tabela de Bares

Figura B.27 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L1–L2–L5 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L1–L2–L5.

$$m'_{12} = \max \left[\frac{8,41 + 7,52}{2} = 7,96 \right] = 7,96$$

$$\left[0,80 \cdot 8,41 = 6,73 \right]$$

$$m'_{25} = \max \left[\frac{7,52 + 10,35}{2} = 8,94 \right] = 8,94$$

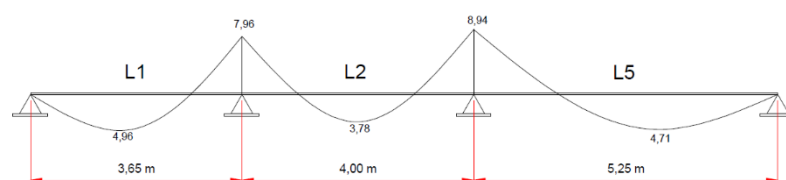
$$\left[0,80 \cdot 10,35 = 8,28 \right]$$

$$m^*_1 = 4,73 + \frac{8,41 - 7,96}{2} = 4,96$$

$$m_2 = 3,78$$

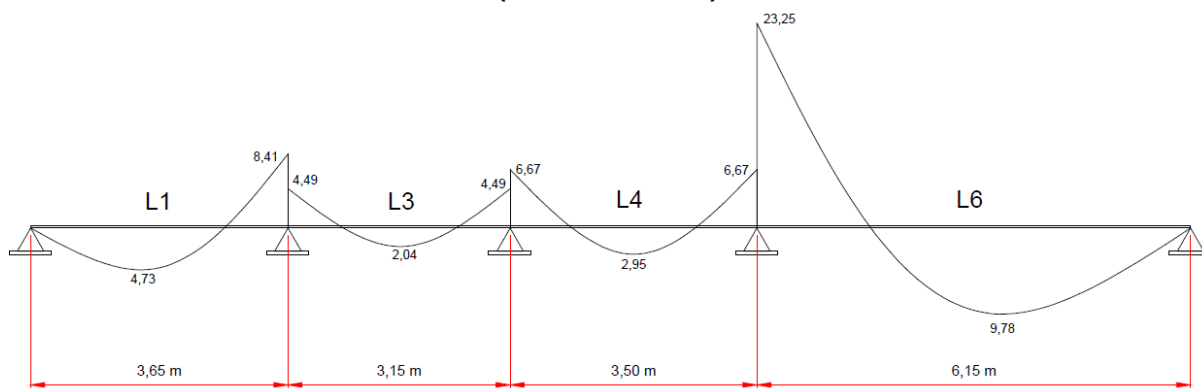
$$m^*_5 = 4,00 + \frac{10,35 - 8,94}{2} = 4,71$$

Figura B.28 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L1–L2–L5 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.29 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L1–L3–L4–L6 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L1–L3–L4–L6.

$$m'_{13} = \max \left[\frac{8,41 + 4,49}{2} = 6,45 \right] = 6,73$$

$$m'_{34} = \max \left[\frac{4,49 + 6,67}{2} = 5,58 \right] = 5,58$$

$$m'_{46} = \max \left[\frac{6,67 + 23,25}{2} = 14,96 \right] = 18,60$$

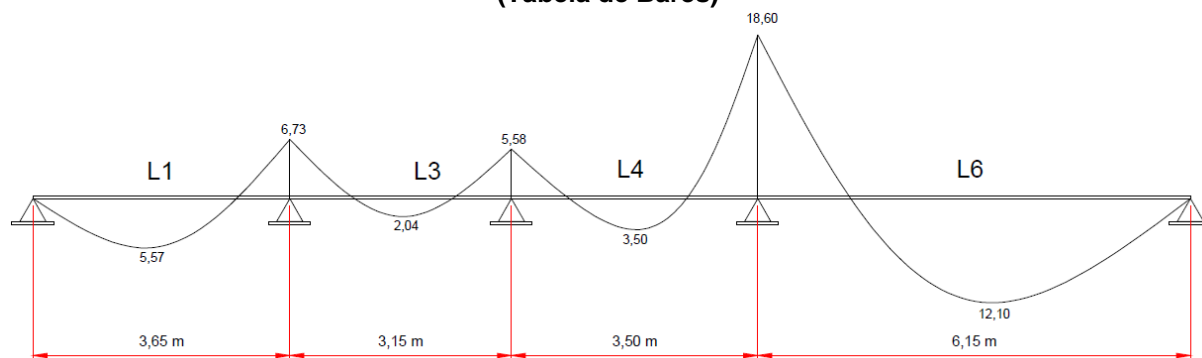
$$m^*_1 = 4,73 + \frac{8,41 - 6,73}{2} = 5,57$$

$$m_3 = 2,04$$

$$m^*_4 = 2,95 + \frac{6,67 - 5,58}{2} = 3,50$$

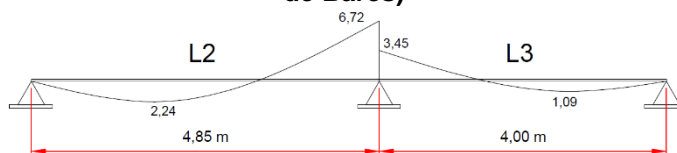
$$m^*_6 = 9,78 + \frac{23,25 - 18,60}{2} = 12,10$$

Figura B.30 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L1–L3–L4–L6 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.31 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L2–L3 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

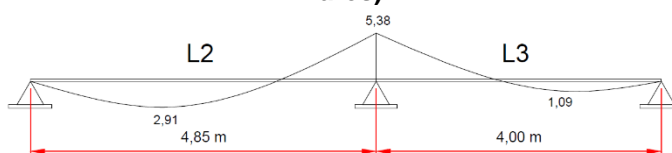
Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L2–L3.

$$m_{23}^* = \max \left[\frac{6,72 + 3,45}{2} = 5,08 \right] = 5,38$$

$$m_2^* = 2,24 + \frac{6,72 - 5,38}{2} = 2,91$$

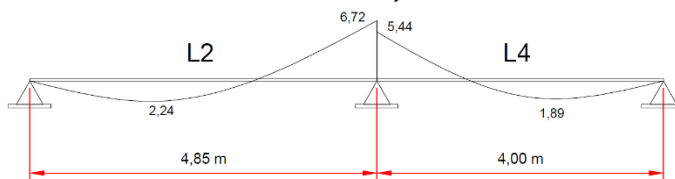
$$m_3 = 1,09$$

Figura B.32 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L2–L3 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.33 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L2–L4 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

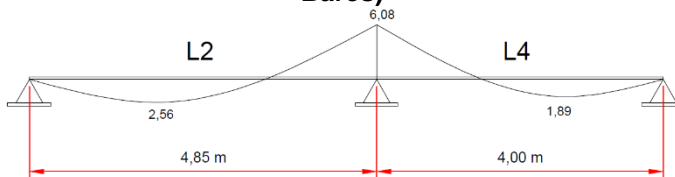
Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L2–L4.

$$m'_{24} = \max \left[\frac{6,72 + 5,44}{2} = 6,08 \right] = 6,08$$

$$m^*_2 = 2,24 + \frac{6,72 - 6,08}{2} = 2,56$$

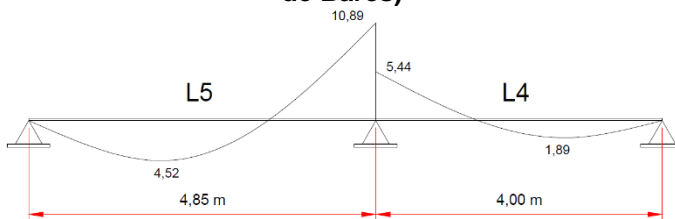
$$m_4 = 1,89$$

Figura B.34 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L2–L4 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.35 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L5–L4 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

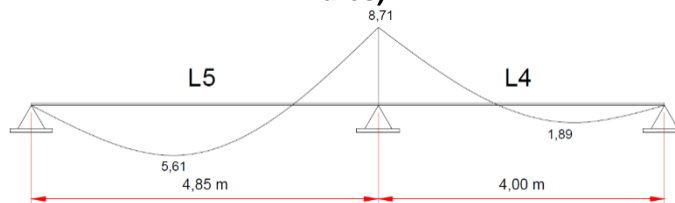
✓ Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L5–L4.

$$m'_{54} = \max \left[\frac{10,89 + 5,44}{2} = 8,16 \right] = 8,71$$

$$m^*_4 = 4,52 + \frac{10,89 - 8,71}{2} = 5,61$$

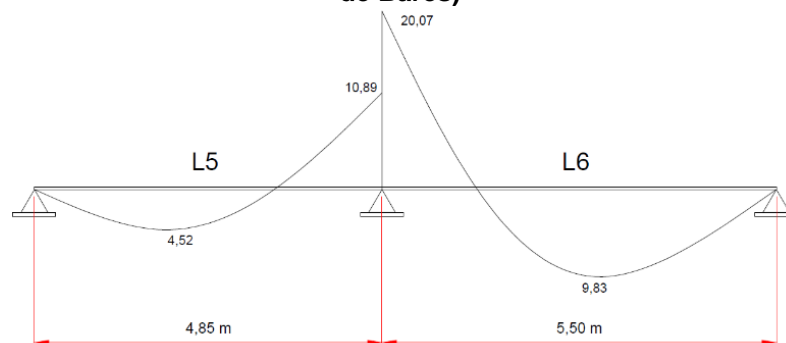
$$m_5 = 1,89$$

Figura B.36 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L5–L4 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

Figura B.37 – Momentos fletores característicos não compatibilizados – Lajes L5–L6 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

Cálculo da compatibilização dos momentos fletores entre as lajes L5–L6.

$$m_{56}^* = \max \left[\frac{10,89 + 20,07}{2} = 15,48 \right] = 16,05$$

$$m_5 = 4,52$$

$$m_6^* = 9,83 + \frac{20,07 - 16,05}{2} = 11,84$$

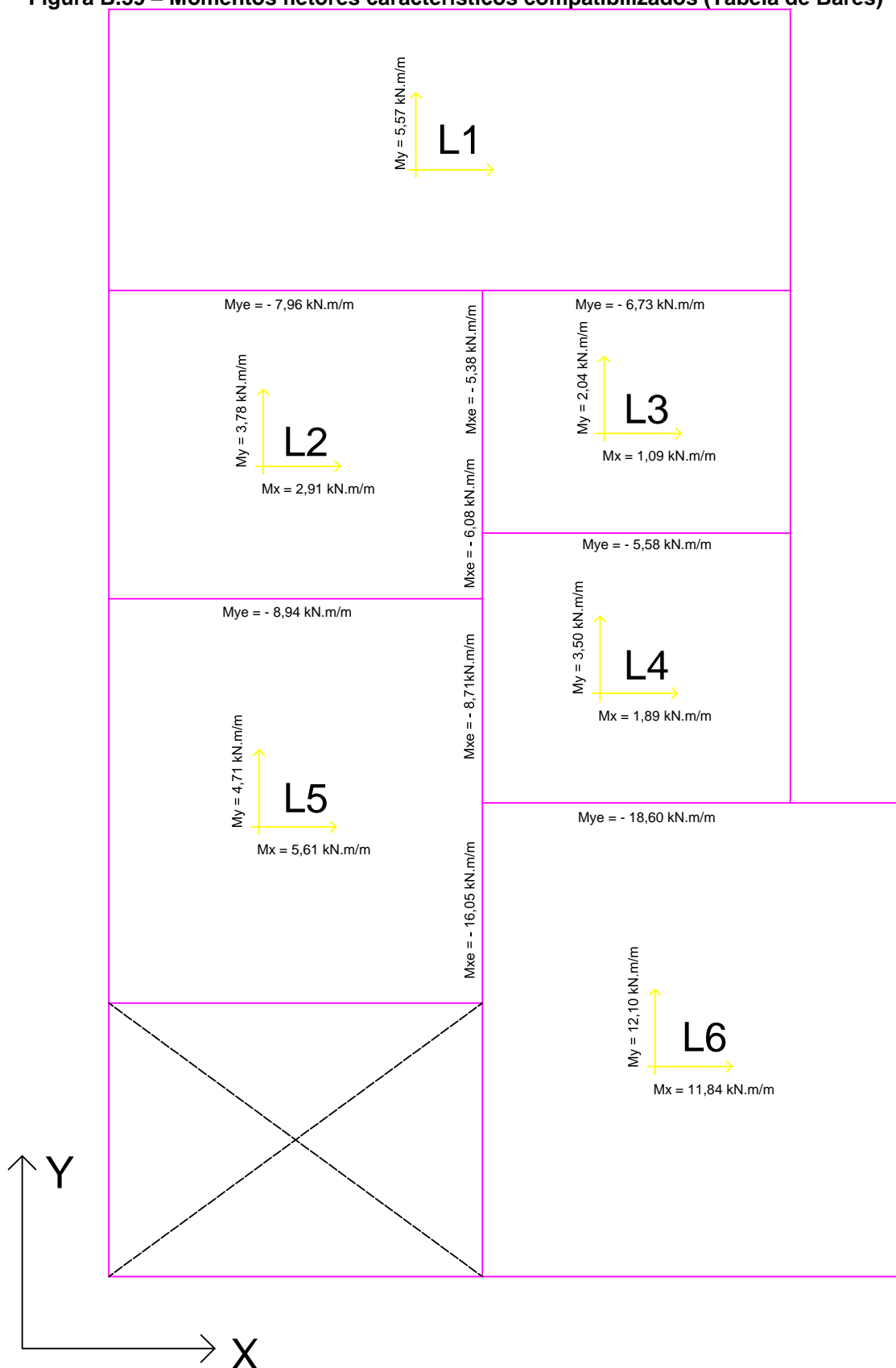
Figura B.38 – Momentos fletores característicos compatibilizados – Lajes L5–L6 (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

Os momentos fletores característicos compatibilizados pela tabela de Bares estão representados na figura a seguir.

Figura B.39 – Momentos fletores característicos compatibilizados (Tabela de Bares)



Fonte: Próprio Autor

ANEXO A – Quadros

- QUADROS (Método de Marcus)

Quadro A.1 – Tabelas de Marcus – Caso 1

$$\begin{array}{c}
 \boxed{1} \\
 L_x
 \end{array}
 L_y
 \quad
 M_x = \frac{q \cdot Lx^2}{m_x}
 \quad
 M_y = \frac{q \cdot Ly^2}{m_y}$$

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y
1,00	27,43	27,43	1,50	13,87	31,21
1,01	26,89	27,43	1,51	13,75	31,36
1,02	26,37	27,43	1,52	13,64	31,52
1,03	25,87	27,44	1,53	13,53	31,68
1,04	25,38	27,45	1,54	13,43	31,85
1,05	24,91	27,47	1,55	13,32	32,01
1,06	24,46	27,48	1,56	13,22	32,18
1,07	24,02	27,50	1,57	13,13	32,36
1,08	23,60	27,52	1,58	13,03	32,53
1,09	23,19	27,55	1,59	12,94	32,71
1,10	22,79	27,57	1,60	12,85	32,80
1,11	22,41	27,61	1,61	12,76	33,08
1,12	22,03	27,64	1,62	12,68	33,27
1,13	21,67	27,67	1,63	12,59	33,46
1,14	21,32	27,71	1,64	12,51	33,65
1,15	20,99	27,76	1,65	12,43	33,85
1,16	20,66	27,80	1,66	12,35	34,04
1,17	20,34	27,85	1,67	12,28	34,24
1,18	20,04	27,90	1,68	12,21	34,45
1,19	19,74	27,95	1,69	12,13	34,65
1,20	19,45	28,01	1,70	12,06	34,87
1,21	19,17	28,07	1,71	12,00	35,08
1,22	18,90	28,13	1,72	11,93	35,29
1,23	18,64	28,20	1,73	11,86	35,51
1,24	18,39	28,27	1,74	11,80	35,73
1,25	18,14	28,34	1,75	11,74	35,95
1,26	17,90	28,42	1,76	11,68	36,17
1,27	17,67	28,50	1,77	11,62	36,40
1,28	17,44	28,58	1,78	11,56	36,63
1,29	17,23	28,67	1,79	11,51	36,86
1,30	17,01	28,76	1,80	11,45	37,10
1,31	16,81	28,85	1,81	11,40	37,33
1,32	16,61	28,94	1,82	11,34	37,58
1,33	16,42	29,04	1,83	11,29	37,82
1,34	16,23	29,14	1,84	11,24	38,06
1,35	16,05	29,25	1,85	11,19	38,31
1,36	15,87	29,36	1,86	11,15	38,56
1,37	15,70	29,47	1,87	11,10	38,81
1,38	15,53	29,58	1,88	11,05	39,07
1,39	15,37	29,70	1,89	11,01	39,32
1,40	15,21	29,82	1,90	10,96	39,58
1,41	15,06	29,95	1,91	10,92	39,84
1,42	14,91	30,07	1,92	10,88	40,10
1,43	14,77	30,20	1,93	10,84	40,37
1,44	14,63	30,34	1,94	10,80	40,63
1,45	14,49	30,47	1,95	10,76	40,91
1,46	14,36	30,61	1,96	10,72	41,18
1,47	14,23	30,76	1,97	10,68	41,45
1,48	14,11	30,90	1,98	10,64	41,73
1,49	13,99	31,05	1,99	10,60	42,01
1,50	13,87	31,21	2,00	10,57	42,29

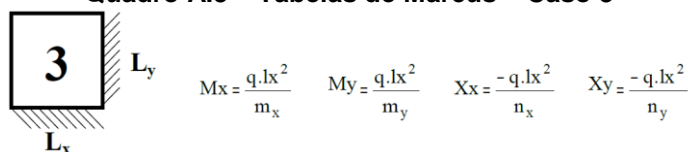
Fonte: Rosa, 2007

Quadro A.2 – Tabelas de Marcus – Casos 2A e 2B

$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	n_x	$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$	m_x	m_y	n_x
0,50	140,93	45,13	59,20	1,00	29,93	36,74	11,20
0,51	132,95	44,11	55,31	1,02	29,02	37,19	10,96
0,52	125,68	43,22	51,77	1,04	28,18	37,68	10,73
0,53	119,03	42,38	48,56	1,06	27,41	38,19	10,53
0,54	112,94	41,60	45,64	1,08	26,69	38,74	10,35
0,55	107,35	40,88	42,97	1,10	26,02	39,31	10,18
0,56	102,20	40,21	40,54	1,12	25,40	39,92	10,03
0,57	97,46	39,60	38,32	1,14	24,83	40,55	9,89
0,58	93,08	39,03	36,28	1,16	24,29	41,21	9,77
0,59	89,03	38,51	34,41	1,18	23,79	41,90	9,65
0,60	85,28	38,04	32,69	1,20	23,33	42,62	9,45
0,61	81,79	37,60	31,11	1,22	22,89	43,36	9,44
0,62	78,55	37,20	29,66	1,24	22,49	44,13	9,35
0,63	75,53	36,83	28,31	1,26	22,11	44,93	9,27
0,64	72,71	36,49	27,07	1,28	21,75	45,75	9,19
0,65	70,07	36,19	25,93	1,30	21,42	46,59	9,12
0,66	67,60	35,92	24,86	1,32	21,11	47,46	9,05
0,67	65,28	35,67	23,88	1,34	20,82	48,34	8,99
0,68	63,10	35,44	22,97	1,36	20,54	49,26	8,93
0,69	61,05	35,25	22,12	1,38	20,28	50,20	8,88
0,70	59,12	35,07	21,33	1,40	20,04	51,15	8,83
0,71	57,30	34,92	20,59	1,42	19,81	52,14	8,79
0,72	55,58	34,78	19,91	1,44	19,59	53,14	8,74
0,73	53,95	34,67	19,27	1,46	19,39	54,16	8,70
0,74	52,41	34,57	18,67	1,48	19,20	55,21	8,67
0,75	50,94	34,50	18,11	1,50	19,01	56,28	8,63
0,76	49,56	34,44	17,59	1,52	18,84	57,36	8,60
0,77	48,24	34,39	17,10	1,54	18,68	58,47	8,57
0,78	46,98	34,36	16,64	1,56	18,52	59,60	8,54
0,79	45,79	34,35	16,21	1,58	18,37	60,74	8,51
0,80	44,65	34,35	15,81	1,60	18,23	61,91	8,49
0,81	43,56	34,36	15,43	1,62	18,10	63,11	8,46
0,82	42,53	34,39	15,08	1,64	17,97	64,31	8,44
0,83	41,54	34,42	14,74	1,66	17,85	65,53	8,42
0,84	40,60	34,48	14,43	1,68	17,74	66,78	8,40
0,85	39,69	34,54	14,13	1,70	17,63	68,04	8,38
0,86	38,83	34,62	13,85	1,72	17,52	69,33	8,36
0,87	38,01	34,70	13,59	1,74	17,42	70,63	8,35
0,88	37,22	34,80	13,34	1,76	17,33	71,96	8,33
0,89	36,46	34,91	13,10	1,78	17,25	73,30	8,32
0,90	35,73	35,03	12,88	1,80	17,15	74,65	8,30
0,91	35,04	35,16	12,67	1,82	17,07	76,03	8,29
0,92	34,37	35,29	12,47	1,84	16,99	77,42	8,28
0,93	33,73	35,44	12,28	1,86	16,91	78,85	8,27
0,94	33,12	35,60	12,10	1,88	16,84	80,27	8,26
0,95	32,53	35,77	11,93	1,90	16,77	81,73	8,24
0,96	31,97	35,95	11,77	1,92	16,70	83,18	8,23
0,97	31,43	36,13	11,61	1,94	16,64	84,67	8,23
0,98	30,91	36,33	11,47	1,96	16,57	86,19	8,22
0,99	30,41	36,53	11,33	1,98	16,51	87,70	8,21
1,00	29,93	36,74	11,20	2,00	16,46	89,22	8,20

Fonte: Rosa, 2007

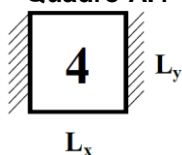
Quadro A.3 – Tabelas de Marcus – Caso 3



$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	37,14	37,14	16,00	16,00	1,50	20,61	46,38	9,58	21,55
1,01	36,42	37,15	15,69	16,00	1,51	20,49	46,71	9,54	21,75
1,02	35,72	37,16	15,39	16,01	1,52	20,36	47,05	9,50	21,94
1,03	35,05	37,19	15,11	16,03	1,53	20,24	47,38	9,46	22,14
1,04	34,42	37,22	14,84	16,05	1,54	20,12	47,73	9,42	22,34
1,05	33,81	37,27	14,58	16,08	1,55	20,01	48,07	9,39	22,55
1,06	33,21	37,32	14,34	16,11	1,56	19,90	48,43	9,35	22,76
1,07	32,65	37,38	14,10	16,15	1,57	19,79	48,78	9,32	22,96
1,08	32,11	37,45	13,88	16,19	1,58	19,69	49,14	9,28	23,17
1,09	31,59	37,53	13,67	16,24	1,59	19,58	49,51	9,25	23,09
1,10	31,09	37,61	13,46	16,29	1,60	19,48	49,88	9,22	23,60
1,11	30,61	37,71	13,27	16,35	1,61	19,39	50,25	9,19	23,82
1,12	30,14	37,81	13,08	16,41	1,62	19,29	50,63	9,16	24,04
1,13	29,70	37,92	12,91	16,48	1,63	19,20	51,01	9,13	24,26
1,14	29,27	38,04	12,74	16,55	1,64	19,11	51,40	9,11	24,49
1,15	28,85	38,16	12,57	16,63	1,65	19,02	51,79	9,08	24,72
1,16	28,46	38,29	12,42	16,71	1,66	18,94	52,19	9,05	24,95
1,17	28,08	38,43	12,27	16,79	1,67	18,86	52,58	9,03	25,18
1,18	27,71	38,58	12,13	16,88	1,68	18,77	52,99	9,00	25,41
1,19	27,35	38,73	11,99	16,98	1,69	18,70	53,39	8,98	25,65
1,20	27,00	38,89	11,85	17,07	1,70	18,62	53,81	8,96	25,89
1,21	26,68	39,06	11,73	17,18	1,71	18,54	54,22	8,93	26,13
1,22	26,36	39,23	11,61	17,28	1,72	18,47	54,64	8,91	26,37
1,23	26,05	39,41	11,49	17,39	1,73	18,40	55,07	8,89	26,61
1,24	25,75	39,59	11,38	17,50	1,74	18,33	55,49	8,87	26,86
1,25	25,46	39,78	11,28	17,62	1,75	18,26	55,92	8,85	27,11
1,26	25,18	39,98	11,17	17,74	1,76	18,18	56,36	8,83	27,36
1,27	24,92	40,19	11,07	17,86	1,77	18,13	56,80	8,81	27,61
1,28	24,66	40,40	10,98	17,99	1,78	18,07	57,24	8,80	27,87
1,29	24,40	40,61	10,89	18,12	1,79	18,00	57,68	8,78	28,13
1,30	24,16	40,83	10,80	18,25	1,80	17,94	58,14	8,76	28,39
1,31	23,93	41,06	10,72	18,39	1,81	17,88	58,59	8,74	28,65
1,32	23,70	41,29	10,63	18,53	1,82	17,83	59,05	8,73	28,91
1,33	23,48	41,53	10,56	18,67	1,83	17,77	59,51	8,71	29,18
1,34	23,26	41,77	10,48	18,82	1,84	17,72	59,97	8,70	29,44
1,35	23,06	42,02	10,41	18,97	1,85	17,66	60,44	8,68	29,72
1,36	22,86	42,28	10,34	19,12	1,86	17,61	60,92	8,67	29,99
1,37	22,66	42,54	10,27	19,28	1,87	17,56	61,39	8,65	30,26
1,38	22,48	42,80	10,21	19,43	1,88	17,51	61,88	8,64	30,54
1,39	22,29	43,07	10,14	19,60	1,89	17,46	62,36	8,63	30,81
1,40	22,12	43,35	10,08	19,76	1,90	17,41	62,85	8,61	31,09
1,41	21,95	43,63	10,02	19,93	1,91	17,36	63,34	8,60	31,38
1,42	21,78	43,92	9,97	20,10	1,92	17,32	63,83	8,59	31,66
1,43	21,62	44,21	9,91	20,27	1,93	17,27	64,33	8,58	31,94
1,44	21,46	44,50	9,86	20,45	1,94	17,23	64,83	8,56	32,23
1,45	21,31	44,80	9,81	20,62	1,95	17,18	65,34	8,55	32,52
1,46	21,16	45,11	9,76	20,80	1,96	17,14	65,84	8,54	32,81
1,47	21,02	45,42	9,71	20,99	1,97	17,10	66,36	8,53	33,10
1,48	20,88	45,74	9,67	21,17	1,98	17,06	66,88	8,52	33,40
1,49	20,75	46,06	9,62	21,36	1,99	17,02	67,39	8,51	33,70
1,50	20,61	46,38	9,58	21,55	2,00	16,93	67,92	8,50	34,00

Fonte: Rosa, 2007

Quadro A.4 – Tabelas de Marcus – Casos 4A e 4B

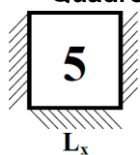


$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \cdot l_x^2}{m_y} \quad X_x = \frac{-q \cdot l_x^2}{n_x}$$

$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	m_x	m_y	n_x	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	m_x	m_y	n_x
0,50	137,06	49,92	50,40	1,00	37,47	55,74	14,40
0,51	130,06	49,11	47,48	1,02	36,71	57,01	14,22
0,52	123,66	48,38	44,83	1,04	36,00	58,33	14,05
0,53	117,79	47,72	42,42	1,06	35,34	59,70	13,90
0,54	112,39	47,13	40,23	1,08	34,74	61,12	13,76
0,55	107,42	46,60	38,23	1,10	34,18	62,59	13,64
0,56	102,83	46,13	36,40	1,12	33,66	64,10	13,52
0,57	98,59	45,72	34,74	1,14	33,18	65,66	13,42
0,58	94,67	45,35	33,21	1,16	32,74	67,26	13,32
0,59	91,02	45,04	31,81	1,18	32,32	68,91	13,24
0,60	87,62	44,77	30,52	1,20	31,93	70,60	13,16
0,61	84,46	44,54	29,33	1,22	31,57	72,33	13,08
0,62	81,51	44,35	28,24	1,24	31,23	74,11	13,01
0,63	78,76	44,21	27,24	1,26	30,92	75,92	12,95
0,64	76,18	44,10	26,30	1,28	30,62	77,78	12,89
0,65	73,76	44,02	25,45	1,30	30,34	79,66	12,84
0,66	71,49	43,98	24,65	1,32	30,08	81,60	12,79
0,67	69,36	43,97	23,91	1,34	29,83	83,58	12,74
0,68	67,36	43,98	23,22	1,36	29,60	85,58	12,70
0,69	65,47	44,03	22,59	1,38	29,39	87,63	12,66
0,70	63,69	44,11	22,00	1,40	29,18	89,72	12,62
0,71	62,01	44,21	21,44	1,42	28,99	91,84	12,59
0,72	60,42	44,34	20,93	1,44	28,80	94,01	12,56
0,73	58,92	44,49	20,45	1,46	28,63	96,20	12,53
0,74	57,51	44,66	20,00	1,48	28,47	98,45	12,50
0,75	56,16	44,86	19,38	1,50	28,31	100,72	12,47
0,76	54,89	45,08	19,19	1,52	28,16	103,02	12,45
0,77	53,69	45,33	18,83	1,54	28,02	105,38	12,43
0,78	52,54	45,59	18,48	1,56	27,89	107,76	12,40
0,79	51,46	45,87	18,16	1,58	27,76	110,16	12,38
0,80	50,42	46,17	17,86	1,60	27,64	112,61	12,37
0,81	49,44	46,30	17,57	1,62	27,53	115,12	12,35
0,82	48,51	46,84	17,31	1,64	27,42	117,62	12,33
0,83	47,62	47,20	17,06	1,66	27,31	120,17	12,32
0,84	46,78	47,57	16,82	1,68	27,21	122,76	12,30
0,85	45,97	47,97	16,60	1,70	27,12	125,41	12,29
0,86	45,21	48,38	16,39	1,72	27,03	128,04	12,27
0,87	44,48	48,81	16,19	1,74	26,94	130,75	12,26
0,88	43,78	49,25	16,00	1,76	26,86	133,50	12,25
0,89	43,12	49,71	15,82	1,78	26,78	136,24	12,24
0,90	42,48	50,19	15,66	1,80	26,70	139,05	12,23
0,91	41,87	50,68	15,50	1,82	26,63	141,85	12,22
0,92	41,30	51,18	15,35	1,84	26,56	144,78	12,21
0,93	40,74	51,50	15,21	1,86	26,49	147,65	12,20
0,94	40,21	52,24	15,07	1,88	26,43	150,60	12,19
0,95	39,70	52,78	14,95	1,90	26,37	153,54	12,18
0,96	39,22	53,35	14,82	1,92	26,31	156,53	12,18
0,97	38,75	53,92	14,72	1,94	26,25	159,56	12,17
0,98	38,31	54,52	14,60	1,96	26,19	162,60	12,16
0,99	37,88	55,12	14,50	1,98	26,14	165,75	12,16
1,00	37,47	55,74	14,40	2,00	26,09	168,89	12,15

Fonte: Rosa, 2007

Quadro A.5 – Tabelas de Marcus – Casos 5A e 5B



$$M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \cdot l_x^2}{m_y} \quad X_x = \frac{-q \cdot l_x^2}{n_x} \quad X_y = \frac{-q \cdot l_x^2}{n_y}$$

$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y
0,50	246,52	71,43	108,00	36,00	1,00	44,18	50,56	18,00	24,00
0,51	230,76	69,53	100,70	34,92	1,02	42,92	51,14	17,54	24,33
0,52	216,51	67,77	95,07	33,91	1,04	41,77	51,76	17,13	24,70
0,53	203,52	66,13	88,05	32,97	1,06	40,71	52,44	16,75	25,10
0,54	191,66	64,60	82,56	32,10	1,08	39,74	53,18	16,41	25,52
0,55	180,83	63,18	77,57	31,29	1,10	38,84	53,95	16,10	25,97
0,56	170,91	61,86	73,01	30,53	1,12	38,01	54,78	15,81	26,45
0,57	161,79	60,63	68,84	29,82	1,14	37,25	55,64	15,55	26,95
0,58	153,42	59,49	65,02	29,16	1,16	36,54	56,55	15,31	27,47
0,59	145,72	58,42	61,52	28,55	1,18	35,88	57,50	15,09	28,02
0,60	138,61	57,43	58,30	27,98	1,20	35,27	58,50	14,89	28,59
0,61	132,05	56,52	55,34	27,45	1,22	34,70	59,53	14,71	29,19
0,62	125,98	55,67	52,61	26,96	1,24	34,17	60,60	14,54	29,80
0,63	120,36	54,88	50,09	26,51	1,26	33,68	61,71	14,38	30,44
0,64	115,15	54,15	47,76	26,08	1,28	33,22	62,85	14,23	31,10
0,65	110,30	53,48	45,61	25,69	1,30	32,79	64,03	14,10	31,77
0,66	105,81	52,85	43,62	25,33	1,32	32,38	65,25	13,98	32,47
0,67	101,61	52,28	41,77	25,00	1,34	32,01	66,50	13,86	33,18
0,68	97,70	51,76	40,06	24,70	1,36	31,65	66,78	13,75	33,92
0,69	94,06	51,28	38,47	24,42	1,38	31,02	69,10	13,65	34,67
0,70	90,65	50,84	36,99	24,17	1,40	31,01	70,45	13,56	35,44
0,71	87,46	50,45	35,61	23,93	1,42	30,72	71,83	13,47	36,23
0,72	84,48	50,09	34,33	23,73	1,44	30,44	73,24	13,39	37,03
0,73	81,68	49,77	33,13	23,54	1,46	30,18	74,69	13,32	37,86
0,74	82,05	49,05	32,48	23,37	1,48	29,94	76,17	13,25	38,70
0,75	76,58	49,23	30,96	23,22	1,50	29,71	77,67	13,18	39,55
0,76	74,26	49,00	29,98	23,09	1,52	29,49	79,20	13,12	40,43
0,77	72,08	48,81	29,07	22,98	1,54	29,28	80,77	13,07	41,32
0,78	70,02	48,65	28,21	22,88	1,56	29,09	82,36	13,01	42,22
0,79	68,08	48,51	27,40	22,80	1,58	28,90	83,98	12,96	43,14
0,80	66,24	48,40	26,65	22,74	1,60	28,73	85,64	12,91	44,08
0,81	64,51	48,32	25,94	22,69	1,62	28,56	87,31	12,87	45,03
0,82	62,88	48,26	25,27	22,65	1,64	28,40	89,02	12,83	46,00
0,83	61,33	48,22	24,64	22,63	1,66	28,25	90,77	12,79	46,99
0,84	59,86	48,21	24,05	22,63	1,68	28,11	92,52	12,75	47,98
0,85	58,47	48,22	23,49	22,63	1,70	27,97	94,32	12,72	49,00
0,86	57,15	48,25	22,97	22,65	1,72	27,84	96,13	12,68	50,03
0,87	55,90	48,30	22,47	22,68	1,74	27,72	97,98	12,65	51,08
0,88	54,71	48,37	22,00	22,72	1,76	27,60	99,86	12,62	52,14
0,89	53,58	48,46	21,56	22,77	1,78	27,49	101,75	12,60	53,21
0,90	52,51	48,57	21,14	22,84	1,80	27,38	103,68	12,57	54,30
0,91	51,49	48,69	20,75	22,91	1,82	27,28	105,63	12,55	55,41
0,92	50,51	48,83	20,37	22,99	1,84	27,18	107,62	12,52	56,63
0,93	49,59	48,99	20,02	23,09	1,86	27,09	109,63	12,50	57,67
0,94	48,70	49,17	19,68	23,19	1,88	27,00	111,65	12,48	58,81
0,95	47,86	49,06	19,37	23,30	1,90	26,91	110,71	12,46	59,97
0,96	47,06	49,57	19,06	23,42	1,92	26,83	115,79	12,44	61,15
0,97	46,29	49,80	18,78	23,56	1,94	26,75	117,89	12,42	62,33
0,98	45,55	50,04	18,50	23,70	1,96	26,68	120,04	12,41	63,55
0,99	44,85	50,29	18,25	23,84	1,98	26,61	122,19	12,39	64,76
1,00	44,18	50,56	18,00	24,00	2,00	26,54	124,35	12,37	65,98

Fonte: Rosa, 2007

Quadro A.6 – Tabelas de Marcus – Caso 6

$$\begin{array}{c}
 \boxed{6} \\
 L_x
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 L_y \\
 M_x = \frac{q \cdot l_x^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q \cdot l_x^2}{m_y} \quad X_x = \frac{-q \cdot l_x^2}{n_x} \quad X_y = \frac{-q \cdot l_x^2}{n_y}
 \end{array}$$

$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y	$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$	m_x	m_y	n_x	n_y
1,00	55,74	55,74	24,00	24,00	1,50	32,04	72,10	14,37	32,33
1,01	54,65	55,75	32,53	24,00	1,51	31,87	72,67	14,31	32,62
1,02	53,61	55,78	32,09	24,02	1,52	31,71	73,25	14,25	32,92
1,03	52,62	55,82	22,66	24,04	1,53	31,54	73,84	14,19	33,22
1,04	51,76	55,88	22,26	24,07	1,54	31,39	74,44	14,13	33,52
1,05	50,76	55,96	21,87	24,11	1,55	31,24	75,04	14,08	33,82
1,06	49,89	56,06	21,50	24,16	1,56	31,09	75,65	14,03	34,13
1,07	49,06	56,17	21,15	24,22	1,57	30,94	76,27	13,97	34,45
1,08	48,27	56,30	20,82	24,28	1,58	30,80	76,90	13,92	34,79
1,09	47,50	56,44	20,50	24,36	1,59	30,67	77,52	13,88	35,08
1,10	46,77	56,59	20,20	24,44	1,60	30,54	78,17	13,83	35,41
1,11	46,07	56,76	19,90	24,52	1,61	30,41	78,81	13,79	35,73
1,12	45,40	56,95	19,63	24,62	1,62	30,28	79,47	13,74	36,06
1,13	44,75	57,14	19,36	24,72	1,63	30,16	80,13	13,70	36,40
1,14	44,13	57,36	19,10	24,83	1,64	30,04	80,80	13,66	36,74
1,15	43,54	57,58	18,86	24,94	1,65	29,93	81,48	13,62	37,08
1,16	42,97	57,82	18,63	25,06	1,66	29,82	82,16	13,58	37,42
1,17	42,42	58,07	18,40	25,19	1,67	29,71	82,84	13,54	37,77
1,18	41,89	58,33	18,19	25,33	1,68	29,60	83,54	13,51	38,12
1,19	41,38	58,60	17,98	25,47	1,69	29,50	84,24	13,47	38,47
1,20	40,90	58,89	17,79	25,61	1,70	29,40	84,95	13,44	38,83
1,21	40,42	59,19	17,60	25,76	1,71	29,30	85,67	13,40	39,19
1,22	39,97	59,49	17,42	25,92	1,72	29,20	86,38	13,37	39,55
1,23	39,54	59,81	17,24	26,09	1,73	29,11	87,12	13,34	39,92
1,24	39,12	60,15	17,07	26,25	1,74	29,02	87,85	13,31	40,29
1,25	38,71	60,49	16,91	26,43	1,75	28,93	88,60	13,28	40,67
1,26	38,32	60,84	16,76	26,61	1,76	28,84	89,34	13,25	41,04
1,27	37,95	61,20	16,61	26,79	1,77	28,76	90,09	13,22	41,42
1,28	37,58	61,57	16,47	26,98	1,78	28,68	90,86	13,19	41,81
1,29	37,23	61,96	16,33	27,18	1,79	28,60	91,61	13,17	42,19
1,30	36,89	62,05	16,20	27,38	1,80	28,52	92,39	13,14	42,58
1,31	36,57	62,75	16,07	27,58	1,81	28,44	93,17	13,12	42,97
1,32	36,25	63,16	15,95	27,79	1,82	28,37	93,96	13,09	43,37
1,33	35,95	63,59	15,83	28,01	1,83	28,29	94,75	13,07	43,77
1,34	35,65	64,02	15,72	28,23	1,84	28,22	95,54	13,05	44,17
1,35	35,37	64,46	15,61	28,45	1,85	28,15	96,35	13,02	44,57
1,36	35,09	64,91	15,51	28,68	1,86	28,09	97,16	13,00	44,98
1,37	34,83	65,36	15,41	28,91	1,87	28,02	97,98	12,98	45,09
1,38	34,57	65,83	15,31	29,15	1,88	27,95	98,80	12,96	45,81
1,39	34,32	66,31	15,21	29,39	1,89	27,89	99,62	12,94	46,22
1,40	34,08	66,79	15,12	29,64	1,90	27,83	100,46	12,92	46,64
1,41	33,85	67,29	15,04	29,89	1,91	27,77	101,30	12,90	47,06
1,42	33,62	67,79	14,95	30,15	1,92	27,71	102,14	12,88	47,49
1,43	33,40	68,30	14,87	30,40	1,93	27,65	103,00	12,86	47,92
1,44	33,19	68,82	14,79	30,67	1,94	27,60	103,85	12,85	48,35
1,45	32,98	69,34	14,71	30,94	1,95	27,54	104,72	12,83	48,78
1,46	32,78	69,88	14,64	31,21	1,96	27,49	105,58	12,81	49,21
1,47	32,59	70,42	14,57	31,48	1,97	27,43	106,45	12,80	49,65
1,48	32,40	70,97	14,50	31,76	1,98	27,38	107,35	12,78	50,10
1,49	32,22	71,53	14,43	32,04	1,99	27,33	108,23	12,76	50,55
1,50	32,04	72,10	14,37	32,33	2,00	27,28	109,12	12,75	50,99

Fonte: Rosa, 2007

- QUADROS (Método de Czerny)

Quadro A.7 – Tabela de Czerny - Caso 1 - Laje com os 4 bordos livremente apoiados

λ	α_x	α_y	λ	α_x	α_y
1,00	22,70	22,70	1,51	12,62	23,50
1,01	22,32	22,66	1,52	12,54	23,50
1,02	21,94	22,62	1,53	12,46	23,50
1,03	21,56	22,58	1,54	12,38	23,50
1,04	21,18	22,54	1,55	12,30	23,50
1,05	20,80	22,50	1,56	12,22	23,50
1,06	20,50	22,46	1,57	12,14	23,50
1,07	20,20	22,42	1,58	12,06	23,50
1,08	19,90	22,38	1,59	11,98	23,50
1,09	19,60	22,34	1,60	11,90	23,50
1,10	19,30	22,30	1,61	11,82	23,50
1,11	19,06	22,30	1,62	11,74	23,50
1,12	18,82	22,30	1,63	11,66	23,50
1,13	18,58	22,30	1,64	11,58	23,50
1,14	18,34	22,30	1,65	11,50	23,50
1,15	18,10	22,30	1,66	11,44	23,50
1,16	17,86	22,30	1,67	11,38	23,50
1,17	17,62	22,30	1,68	11,32	23,50
1,18	17,38	22,30	1,69	11,26	23,50
1,19	17,14	22,30	1,70	11,20	23,50
1,20	16,90	22,30	1,71	11,12	23,50
1,21	16,70	22,32	1,72	11,04	23,50
1,22	16,50	22,34	1,73	10,96	23,50
1,23	16,30	22,36	1,74	10,88	23,50
1,24	16,10	22,38	1,75	10,80	23,50
1,25	15,90	22,40	1,76	10,78	23,50
1,26	15,76	22,46	1,77	10,76	23,50
1,27	15,62	22,52	1,78	10,74	23,50
1,28	15,48	22,58	1,79	10,72	23,50
1,29	15,34	22,64	1,80	10,70	23,50
1,30	15,20	22,70	1,81	10,64	23,50
1,31	15,04	22,74	1,82	10,58	23,50
1,32	14,88	22,78	1,83	10,52	23,50
1,33	14,72	22,82	1,84	10,46	23,50
1,34	14,56	22,86	1,85	10,40	23,50
1,35	14,40	22,90	1,86	10,36	23,50
1,36	14,28	22,94	1,87	10,32	23,50
1,37	14,16	22,98	1,88	10,28	23,50
1,38	14,04	23,02	1,89	10,24	23,50
1,39	13,92	23,06	1,90	10,20	23,50
1,40	13,80	23,10	1,91	10,18	23,50
1,41	13,68	23,14	1,92	10,16	23,50
1,42	13,56	23,18	1,93	10,14	23,50
1,43	13,44	23,22	1,94	10,12	23,50
1,44	13,32	23,26	1,95	10,10	23,50
1,45	13,20	23,30	1,96	10,06	23,50
1,46	13,10	23,34	1,97	10,02	23,50
1,47	13,00	23,38	1,98	9,98	23,50
1,48	12,90	23,42	1,99	9,94	23,50
1,49	12,80	23,46	2,00	9,90	23,50
1,50	12,70	23,50	> 2,00	8,00	23,50

Fonte: Beton-Kalender, 1976. Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim, 2016

Quadro A.8 – Tabela de Czerny - Caso 2A - Laje com 3 bordos livremente apoiados e 1 bordo menor (lx) engastado

λ	α_x	α_y	β_y	λ	α_x	α_y	β_y
1,00	32,40	26,50	11,90	1,51	14,94	24,00	8,88
1,01	31,76	26,20	11,78	1,52	14,78	24,00	8,86
1,02	31,12	25,90	11,66	1,53	14,62	24,00	8,84
1,03	30,48	25,60	11,54	1,54	14,46	24,00	8,82
1,04	29,84	25,30	11,42	1,55	14,30	24,00	8,80
1,05	29,20	25,00	11,30	1,56	14,20	24,00	8,78
1,06	28,58	24,88	11,22	1,57	14,10	24,00	8,76
1,07	27,96	24,76	11,14	1,58	14,00	24,00	8,74
1,08	27,34	24,64	11,06	1,59	13,90	24,00	8,72
1,09	26,72	24,52	10,98	1,60	13,80	24,00	8,70
1,10	26,10	24,40	10,90	1,61	13,68	24,00	8,68
1,11	25,62	24,30	10,80	1,62	13,56	24,00	8,66
1,12	25,14	24,20	10,70	1,63	13,44	24,00	8,64
1,13	24,66	24,10	10,60	1,64	13,32	24,00	8,62
1,14	24,18	24,00	10,50	1,65	13,20	24,00	8,60
1,15	23,70	23,90	10,40	1,66	13,12	24,00	8,58
1,16	23,36	23,88	10,34	1,67	13,04	24,00	8,56
1,17	23,02	23,86	10,28	1,68	12,96	24,00	8,54
1,18	22,68	23,84	10,22	1,69	12,88	24,00	8,52
1,19	22,34	23,82	10,16	1,70	12,80	24,00	8,50
1,20	22,00	23,80	10,10	1,71	12,70	24,00	8,49
1,21	21,64	23,76	10,04	1,72	12,60	24,00	8,48
1,22	21,28	23,72	9,98	1,73	12,50	24,00	8,47
1,23	20,92	23,68	9,92	1,74	12,40	24,00	8,46
1,24	20,56	23,64	9,86	1,75	12,30	24,00	8,45
1,25	20,20	23,60	9,80	1,76	12,24	24,00	8,44
1,26	19,96	23,62	9,70	1,77	12,18	24,00	8,43
1,27	19,72	23,64	9,60	1,78	12,12	24,00	8,42
1,28	19,48	23,66	9,50	1,79	12,06	24,00	8,41
1,29	19,24	23,68	9,40	1,80	12,00	24,00	8,40
1,30	19,00	23,70	9,30	1,81	11,90	24,00	8,39
1,31	18,76	23,70	9,30	1,82	11,80	24,00	8,38
1,32	18,52	23,70	9,30	1,83	11,70	24,00	8,37
1,33	18,28	23,70	9,30	1,84	11,60	24,00	8,36
1,34	18,04	23,70	9,30	1,85	11,50	24,00	8,35
1,35	17,80	23,70	9,30	1,86	11,46	24,00	8,34
1,36	17,60	23,72	9,28	1,87	11,42	24,00	8,33
1,37	17,40	23,74	9,26	1,88	11,38	24,00	8,32
1,38	17,20	23,76	9,24	1,89	11,34	24,00	8,31
1,39	17,00	23,78	9,22	1,90	11,30	24,00	8,30
1,40	16,80	23,80	9,20	1,91	11,22	24,00	8,29
1,41	16,60	23,82	9,16	1,92	11,14	24,00	8,28
1,42	16,40	23,84	9,12	1,93	11,06	24,00	8,27
1,43	16,20	23,86	9,08	1,94	10,98	24,00	8,26
1,44	16,00	23,88	9,04	1,95	10,90	24,00	8,25
1,45	15,80	23,90	9,00	1,96	10,88	24,00	8,24
1,46	15,66	23,92	8,98	1,97	10,86	24,00	8,23
1,47	15,52	23,94	8,96	1,98	10,84	24,00	8,22
1,48	15,38	23,96	8,94	1,99	10,82	24,00	8,21
1,49	15,24	23,98	8,92	2,00	10,80	24,00	8,20
1,50	15,10	24,00	8,90	> 2,00	8,00	24,00	8,00

Fonte: Beton-Kalender, 1976. Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim, 2016

Quadro A.9 – Tabela de Czerny - Caso 2B - Laje com 3 bordos livremente apoiados e 1 bordo maior (l_y) engastado

λ	α_x	α_y	β_x	λ	α_x	α_y	β_x
1,00	26,50	32,40	11,90	1,51	18,70	42,50	8,98
1,01	26,34	32,58	11,78	1,52	18,60	42,50	8,96
1,02	26,18	32,76	11,66	1,53	18,50	42,50	8,94
1,03	26,02	32,94	11,54	1,54	18,40	42,50	8,92
1,04	25,86	33,12	11,42	1,55	18,30	42,50	8,90
1,05	25,70	33,30	11,30	1,56	18,20	42,50	8,88
1,06	25,44	33,42	11,22	1,57	18,10	42,50	8,86
1,07	25,18	33,54	11,14	1,58	18,00	42,50	8,84
1,08	24,92	33,66	11,06	1,59	17,90	42,50	8,82
1,09	24,66	33,78	10,98	1,60	17,80	42,50	8,80
1,10	24,40	33,90	10,90	1,61	17,74	42,50	8,78
1,11	24,18	34,02	10,82	1,62	17,68	42,50	8,76
1,12	23,96	34,14	10,74	1,63	17,62	42,50	8,74
1,13	23,74	34,26	10,66	1,64	17,56	42,50	8,72
1,14	23,52	34,38	10,58	1,65	17,50	42,50	8,70
1,15	23,30	34,50	10,50	1,66	17,44	42,50	8,68
1,16	23,10	34,58	10,44	1,67	17,38	42,50	8,66
1,17	22,90	34,66	10,38	1,68	17,32	42,50	8,64
1,18	22,70	34,74	10,32	1,69	17,26	42,50	8,62
1,19	22,50	34,82	10,26	1,70	17,20	42,50	8,60
1,20	22,30	34,90	10,20	1,71	17,16	42,50	8,58
1,21	22,12	34,96	10,14	1,72	17,12	42,50	8,56
1,22	21,94	35,02	10,08	1,73	17,08	42,50	8,54
1,23	21,76	35,08	10,02	1,74	17,04	42,50	8,52
1,24	21,58	35,14	9,96	1,75	17,00	42,50	8,50
1,25	21,40	35,20	9,90	1,76	16,96	42,50	8,48
1,26	21,26	35,24	9,86	1,77	16,92	42,50	8,46
1,27	21,12	35,28	9,82	1,78	16,88	42,50	8,44
1,28	20,98	35,32	9,78	1,79	16,84	42,50	8,42
1,29	20,84	35,36	9,74	1,80	16,80	42,50	8,40
1,30	20,70	35,40	9,70	1,81	16,74	42,50	8,38
1,31	20,58	35,88	9,64	1,82	16,68	42,50	8,36
1,32	20,46	36,36	9,58	1,83	16,62	42,50	8,34
1,33	20,34	36,84	9,52	1,84	16,56	42,50	8,32
1,34	20,22	37,32	9,46	1,85	16,50	42,50	8,30
1,35	20,10	37,80	9,40	1,86	16,48	42,50	8,30
1,36	20,02	38,22	9,38	1,87	16,46	42,50	8,30
1,37	19,94	38,64	9,36	1,88	16,44	42,50	8,30
1,38	19,86	39,06	9,34	1,89	16,42	42,50	8,30
1,39	19,78	39,48	9,32	1,90	16,40	42,50	8,30
1,40	19,70	39,90	9,30	1,91	16,38	42,50	8,30
1,41	19,60	40,14	9,26	1,92	16,36	42,50	8,30
1,42	19,50	40,38	9,22	1,93	16,34	42,50	8,30
1,43	19,40	40,62	9,18	1,94	16,32	42,50	8,30
1,44	19,30	40,86	9,14	1,95	16,30	42,50	8,30
1,45	19,20	41,10	9,10	1,96	16,28	42,50	8,30
1,46	19,12	41,38	9,08	1,97	16,26	42,50	8,30
1,47	19,04	41,66	9,06	1,98	16,24	42,50	8,30
1,48	18,96	41,94	9,04	1,99	16,22	42,50	8,30
1,49	18,88	42,22	9,02	2,00	16,20	42,50	8,30
1,50	18,80	42,50	9,00	> 2,00	14,20	42,50	8,00

Fonte: Beton-Kalender, 1976. Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim, 2016

Quadro A.10 – Tabela de Czerny - Caso 3 - Lajes com 2 bordos adjacentes engastados e os outros 2 livremente apoiados

λ	α_x	α_y	β_x	β_y	λ	α_x	α_y	β_x	β_y
1,00	34,50	34,50	14,30	14,30	1,51	20,60	40,20	9,56	12,38
1,01	34,02	34,34	14,10	14,20	1,52	20,50	40,20	9,52	12,36
1,02	33,54	34,18	13,90	14,10	1,53	20,40	40,20	9,48	12,34
1,03	33,06	34,02	13,70	14,00	1,54	20,30	40,20	9,44	12,32
1,04	32,58	33,86	13,50	13,90	1,55	20,20	40,20	9,40	12,30
1,05	32,10	33,70	13,30	13,80	1,56	20,10	40,20	9,36	12,30
1,06	31,70	33,74	13,18	13,76	1,57	20,00	40,20	9,32	12,30
1,07	31,30	33,78	13,06	13,72	1,58	19,90	40,20	9,28	12,30
1,08	30,90	33,82	12,94	13,68	1,59	19,80	40,20	9,24	12,30
1,09	30,50	33,86	12,82	13,64	1,60	19,70	40,20	9,20	12,30
1,10	30,10	33,90	12,70	13,60	1,61	19,60	40,20	9,18	12,28
1,11	29,68	33,90	12,56	13,54	1,62	19,50	40,20	9,16	12,26
1,12	29,26	33,90	12,42	13,48	1,63	19,40	40,20	9,14	12,24
1,13	28,84	33,90	12,28	13,42	1,64	19,30	40,20	9,12	12,22
1,14	28,42	33,90	12,14	13,36	1,65	19,20	40,20	9,10	12,20
1,15	28,00	33,90	12,00	13,30	1,66	19,12	40,20	9,06	12,20
1,16	27,68	33,92	11,90	13,26	1,67	19,04	40,20	9,02	12,20
1,17	27,36	33,94	11,80	13,22	1,68	18,96	40,20	8,98	12,20
1,18	27,04	33,96	11,70	13,18	1,69	18,88	40,20	8,94	12,20
1,19	26,72	33,98	11,60	13,14	1,70	18,80	40,20	8,90	12,20
1,20	26,40	34,00	11,50	13,10	1,71	18,72	40,20	8,88	12,20
1,21	26,10	34,08	11,42	13,06	1,72	18,64	40,20	8,86	12,20
1,22	25,80	34,16	11,34	13,02	1,73	18,56	40,20	8,84	12,20
1,23	25,50	34,24	11,26	12,98	1,74	18,48	40,20	8,82	12,20
1,24	25,20	34,32	11,18	12,94	1,75	18,40	40,20	8,80	12,20
1,25	24,90	34,40	11,10	12,90	1,76	18,34	40,20	8,78	12,20
1,26	24,68	34,52	11,02	12,88	1,77	18,28	40,20	8,76	12,20
1,27	24,46	34,64	10,94	12,86	1,78	18,22	40,20	8,74	12,20
1,28	24,24	34,76	10,86	12,84	1,79	18,16	40,20	8,72	12,20
1,29	24,02	34,88	10,78	12,82	1,80	18,10	40,20	8,70	12,20
1,30	23,80	35,00	10,70	12,80	1,81	18,04	40,20	8,68	12,20
1,31	23,64	35,32	10,62	12,78	1,82	17,98	40,20	8,66	12,20
1,32	23,48	35,64	10,54	12,76	1,83	17,92	40,20	8,64	12,20
1,33	23,32	35,96	10,46	12,74	1,84	17,86	40,20	8,62	12,20
1,34	23,16	36,28	10,38	12,72	1,85	17,80	40,20	8,60	12,20
1,35	23,00	36,60	10,30	12,70	1,86	17,74	40,20	8,58	12,20
1,36	22,84	36,84	10,24	12,68	1,87	17,68	40,20	8,56	12,20
1,37	22,68	37,08	10,18	12,66	1,88	17,62	40,20	8,54	12,20
1,38	22,52	37,32	10,12	12,64	1,89	17,56	40,20	8,52	12,20
1,39	22,36	37,56	10,06	12,62	1,90	17,50	40,20	8,50	12,20
1,40	22,20	37,80	10,00	12,60	1,91	17,44	40,20	8,48	12,20
1,41	22,04	38,06	9,96	12,58	1,92	17,38	40,20	8,46	12,20
1,42	21,88	38,32	9,92	12,56	1,93	17,32	40,20	8,44	12,20
1,43	21,72	38,58	9,88	12,54	1,94	17,26	40,20	8,42	12,20
1,44	21,56	38,84	9,84	12,52	1,95	17,20	40,20	8,40	12,20
1,45	21,40	39,10	9,80	12,50	1,96	17,18	40,20	8,40	12,20
1,46	21,26	39,32	9,76	12,48	1,97	17,16	40,20	8,40	12,20
1,47	21,12	39,54	9,72	12,46	1,98	17,14	40,20	8,40	12,20
1,48	20,98	39,76	9,68	12,44	1,99	17,12	40,20	8,40	12,20
1,49	20,84	39,98	9,64	12,42	2,00	17,10	40,20	8,40	12,20
1,50	20,70	40,20	9,60	12,40	>2,00	14,20	40,20	8,00	12,00

Fonte: Beton-Kalender, 1976. Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim, 2016

Quadro A.11 – Tabela de Czerny - Caso 4A - Laje com 2 bordos maiores l_y , livremente apoiados e 2 bordos menores l_x , engastados

λ	α_x	α_y	β_y	λ	α_x	α_y	β_y
1,00	46,10	31,60	14,30	1,51	17,88	24,38	9,46
1,01	44,86	31,24	14,12	1,52	17,66	24,36	9,42
1,02	43,62	30,88	13,94	1,53	17,44	24,34	9,38
1,03	42,38	30,52	13,76	1,54	17,22	24,32	9,34
1,04	41,14	30,16	13,58	1,55	17,00	24,30	9,30
1,05	39,90	29,80	13,40	1,56	16,84	24,30	9,28
1,06	39,12	29,60	13,26	1,57	16,68	24,30	9,26
1,07	38,34	29,40	13,12	1,58	16,52	24,30	9,24
1,08	37,56	29,20	12,98	1,59	16,36	24,30	9,22
1,09	36,78	29,00	12,84	1,60	16,20	24,30	9,20
1,10	36,00	28,80	12,70	1,61	16,04	24,30	9,17
1,11	35,18	28,58	12,56	1,62	15,88	24,30	9,14
1,12	34,36	28,36	12,42	1,63	15,72	24,30	9,11
1,13	33,54	28,14	12,28	1,64	15,56	24,30	9,08
1,14	32,72	27,92	12,14	1,65	15,40	24,30	9,05
1,15	31,90	27,70	12,00	1,66	15,26	24,30	9,02
1,16	31,32	27,54	11,90	1,67	15,12	24,30	8,99
1,17	30,74	27,38	11,80	1,68	14,98	24,30	8,96
1,18	30,16	27,22	11,70	1,69	14,84	24,30	8,93
1,19	29,58	27,06	11,60	1,70	14,70	24,30	8,90
1,20	29,00	26,90	11,50	1,71	14,56	24,30	8,88
1,21	28,44	26,74	11,42	1,72	14,42	24,30	8,86
1,22	27,88	26,58	11,34	1,73	14,28	24,30	8,84
1,23	27,32	26,42	11,26	1,74	14,14	24,30	8,82
1,24	26,76	26,26	11,18	1,75	14,00	24,30	8,80
1,25	26,20	26,10	11,10	1,76	13,90	24,30	8,78
1,26	25,78	26,00	11,02	1,77	13,80	24,30	8,76
1,27	25,36	25,90	10,94	1,78	13,70	24,30	8,74
1,28	24,94	25,80	10,86	1,79	13,60	24,30	8,72
1,29	24,52	25,70	10,78	1,80	13,50	24,30	8,70
1,30	24,10	25,60	10,70	1,81	13,40	24,30	8,68
1,31	23,70	25,50	10,62	1,82	13,30	24,30	8,66
1,32	23,30	25,40	10,54	1,83	13,20	24,30	8,64
1,33	22,90	25,30	10,46	1,84	13,10	24,30	8,62
1,34	22,50	25,20	10,38	1,85	13,00	24,30	8,60
1,35	22,10	25,10	10,30	1,86	12,92	24,30	8,58
1,36	21,80	25,04	10,24	1,87	12,84	24,30	8,56
1,37	21,50	24,98	10,18	1,88	12,76	24,30	8,54
1,38	21,20	24,92	10,12	1,89	12,68	24,30	8,52
1,39	20,90	24,86	10,06	1,90	12,60	24,30	8,50
1,40	20,60	24,80	10,00	1,91	12,50	24,30	8,48
1,41	20,34	24,76	9,95	1,92	12,40	24,30	8,46
1,42	20,08	24,72	9,90	1,93	12,30	24,30	8,44
1,43	19,82	24,68	9,85	1,94	12,20	24,30	8,42
1,44	19,56	24,64	9,80	1,95	12,10	24,30	8,40
1,45	19,30	24,60	9,75	1,96	12,04	24,30	8,40
1,46	19,06	24,56	9,70	1,97	11,98	24,30	8,40
1,47	18,82	24,52	9,65	1,98	11,92	24,30	8,40
1,48	18,58	24,48	9,60	1,99	11,86	24,30	8,40
1,49	18,34	24,44	9,55	2,00	11,80	24,30	8,40
1,50	18,10	24,40	9,50	> 2,00	8,00	24,30	8,00

Fonte: Beton-Kalender, 1976. Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim, 2016

Quadro A.12 – Tabela de Czerny - Caso 4B - Lajes com 2 bordos maiores l_y engastados e 2 bordos menores l_x livremente apoiados

λ	α_x	α_y	β_x	λ	α_x	α_y	β_x
1,00	31,60	46,10	14,30	1,51	24,16	47,60	12,18
1,01	31,26	46,16	14,20	1,52	24,12	47,60	12,16
1,02	30,92	46,22	14,10	1,53	24,08	47,60	12,14
1,03	30,58	46,28	14,00	1,54	24,04	47,60	12,12
1,04	30,24	46,34	13,90	1,55	24,00	47,60	12,10
1,05	29,90	46,40	13,80	1,56	24,00	47,60	12,08
1,06	29,72	46,56	13,74	1,57	24,00	47,60	12,06
1,07	29,54	46,72	13,68	1,58	24,00	47,60	12,04
1,08	29,36	46,88	13,62	1,59	24,00	47,60	12,02
1,09	29,18	47,04	13,56	1,60	24,00	47,60	12,00
1,10	29,00	47,20	13,50	1,61	24,00	47,60	12,00
1,11	28,80	47,30	13,44	1,62	24,00	47,60	12,00
1,12	28,60	47,40	13,38	1,63	24,00	47,60	12,00
1,13	28,40	47,50	13,32	1,64	24,00	47,60	12,00
1,14	28,20	47,60	13,26	1,65	24,00	47,60	12,00
1,15	28,00	47,70	13,20	1,66	24,00	47,56	12,00
1,16	27,84	47,78	13,16	1,67	24,00	47,52	12,00
1,17	27,68	47,86	13,12	1,68	24,00	47,48	12,00
1,18	27,52	47,94	13,08	1,69	24,00	47,44	12,00
1,19	27,36	48,02	13,04	1,70	24,00	47,40	12,00
1,20	27,20	48,10	13,00	1,71	24,00	47,38	12,00
1,21	27,04	48,12	12,94	1,72	24,00	47,36	12,00
1,22	26,88	48,14	12,88	1,73	24,00	47,34	12,00
1,23	26,72	48,16	12,82	1,74	24,00	47,32	12,00
1,24	26,56	48,18	12,76	1,75	24,00	47,30	12,00
1,25	26,40	48,20	12,70	1,76	24,00	47,28	12,00
1,26	26,28	48,18	12,68	1,77	24,00	47,26	12,00
1,27	26,16	48,16	12,66	1,78	24,00	47,24	12,00
1,28	26,04	48,14	12,64	1,79	24,00	47,22	12,00
1,29	25,92	48,12	12,62	1,80	24,00	47,20	12,00
1,30	25,80	48,10	12,60	1,81	24,00	47,18	12,00
1,31	25,70	48,06	12,56	1,82	24,00	47,16	12,00
1,32	25,60	48,02	12,52	1,83	24,00	47,14	12,00
1,33	25,50	47,98	12,48	1,84	24,00	47,12	12,00
1,34	25,40	47,94	12,44	1,85	24,00	47,10	12,00
1,35	25,30	47,90	12,40	1,86	24,00	47,10	12,00
1,36	25,20	47,88	12,38	1,87	24,00	47,10	12,00
1,37	25,10	47,86	12,36	1,88	24,00	47,10	12,00
1,38	25,00	47,84	12,34	1,89	24,00	47,10	12,00
1,39	24,90	47,82	12,32	1,90	24,00	47,10	12,00
1,40	24,80	47,80	12,30	1,91	24,00	47,10	12,00
1,41	24,72	47,78	12,28	1,92	24,00	47,10	12,00
1,42	24,64	47,76	12,26	1,93	24,00	47,10	12,00
1,43	24,56	47,74	12,24	1,94	24,00	47,10	12,00
1,44	24,48	47,72	12,22	1,95	24,00	47,10	12,00
1,45	24,40	47,70	12,20	1,96	24,00	47,08	12,00
1,46	24,36	47,68	12,20	1,97	24,00	47,06	12,00
1,47	24,32	47,66	12,20	1,98	24,00	47,04	12,00
1,48	24,28	47,64	12,20	1,99	24,00	47,02	12,00
1,49	24,24	47,62	12,20	2,00	24,00	47,00	12,00
1,50	24,20	47,60	12,20	> 2,00	24,00	47,00	12,00

Fonte: Beton-Kalender, 1976. Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim, 2016

Quadro A.13 – Tabela de Czerny - Caso 5A - Lajes com 2 bordos menores l_x engastados, 1 apoio maior l_y engastado e outro livremente apoiado

λ	α_x	α_y	β_x	β_y	λ	α_x	α_y	β_x	β_y
1,00	44,60	38,10	18,30	16,20	1,51	22,94	38,50	10,54	12,68
1,01	44,02	37,94	17,96	16,04	1,52	22,78	38,70	10,48	12,66
1,02	43,44	37,78	17,62	15,88	1,53	22,62	38,90	10,42	12,64
1,03	42,86	37,62	17,28	15,72	1,54	22,46	39,10	10,36	12,62
1,04	42,28	37,46	16,94	15,56	1,55	22,30	39,30	10,30	12,60
1,05	41,70	37,30	16,60	15,40	1,56	22,18	39,50	10,26	12,60
1,06	40,98	37,18	16,36	15,28	1,57	22,06	39,70	10,22	12,60
1,07	40,26	37,06	16,12	15,16	1,58	21,94	39,90	10,18	12,60
1,08	39,54	36,94	15,88	15,04	1,59	21,82	40,10	10,14	12,60
1,09	38,82	36,82	15,64	14,92	1,60	21,70	40,30	10,10	12,60
1,10	38,10	36,70	15,40	14,80	1,61	21,58	40,52	10,06	12,58
1,11	37,46	36,64	15,20	14,70	1,62	21,46	40,74	10,02	12,56
1,12	36,82	36,58	15,00	14,60	1,63	21,34	40,96	9,98	12,54
1,13	36,18	36,52	14,80	14,50	1,64	21,22	41,18	9,94	12,52
1,14	35,54	36,46	14,60	14,40	1,65	21,10	41,40	9,90	12,50
1,15	34,90	36,40	14,40	14,30	1,66	20,96	41,66	9,86	12,50
1,16	34,34	36,36	14,22	14,22	1,67	20,82	41,92	9,82	12,50
1,17	33,78	36,32	14,04	14,14	1,68	20,68	42,18	9,78	12,50
1,18	33,22	36,28	13,86	14,06	1,69	20,54	42,44	9,74	12,50
1,19	32,66	36,24	13,68	13,98	1,70	20,40	42,70	9,70	12,50
1,20	32,10	36,20	13,50	13,90	1,71	20,32	42,92	9,66	12,48
1,21	31,64	36,18	13,34	13,82	1,72	20,24	43,14	9,62	12,46
1,22	31,18	36,16	13,18	13,74	1,73	20,16	43,36	9,58	12,44
1,23	30,72	36,14	13,02	13,66	1,74	20,08	43,58	9,54	12,42
1,24	30,26	36,12	12,86	13,58	1,75	20,00	43,80	9,50	12,40
1,25	29,80	36,10	12,70	13,50	1,76	19,90	44,00	9,48	12,40
1,26	29,44	36,12	12,60	13,46	1,77	19,80	44,20	9,46	12,40
1,27	29,08	36,14	12,50	13,42	1,78	19,70	44,40	9,44	12,40
1,28	28,72	36,16	12,40	13,38	1,79	19,60	44,60	9,42	12,40
1,29	28,36	36,18	12,30	13,34	1,80	19,50	44,80	9,40	12,40
1,30	28,00	36,20	12,20	13,30	1,81	19,42	45,02	9,36	12,38
1,31	27,68	36,28	12,08	13,26	1,82	19,34	45,24	9,32	12,36
1,32	27,36	36,36	11,96	13,22	1,83	19,26	45,46	9,28	12,34
1,33	27,04	36,44	11,84	13,18	1,84	19,18	45,68	9,24	12,32
1,34	26,72	36,52	11,72	13,14	1,85	19,10	45,90	9,20	12,30
1,35	26,40	36,60	11,60	13,10	1,86	19,02	46,06	9,16	12,30
1,36	26,16	36,68	11,52	13,08	1,87	18,94	46,22	9,12	12,30
1,37	25,92	36,76	11,44	13,06	1,88	18,86	46,38	9,08	12,30
1,38	25,68	36,84	11,36	13,04	1,89	18,78	46,54	9,04	12,30
1,39	25,44	36,92	11,28	13,02	1,90	18,70	46,70	9,00	12,30
1,40	25,20	37,00	11,20	13,00	1,91	18,64	46,90	8,98	12,30
1,41	24,96	37,10	11,14	12,96	1,92	18,58	47,10	8,96	12,30
1,42	24,72	37,20	11,08	12,92	1,93	18,52	47,30	8,94	12,30
1,43	24,48	37,30	11,02	12,88	1,94	18,46	47,50	8,92	12,30
1,44	24,24	37,40	10,96	12,84	1,95	18,40	47,70	8,90	12,30
1,45	24,00	37,50	10,90	12,80	1,96	18,32	47,88	8,88	12,30
1,46	23,82	37,66	10,84	12,78	1,97	18,24	48,06	8,86	12,30
1,47	23,64	37,82	10,78	12,76	1,98	18,16	48,24	8,84	12,30
1,48	23,46	37,98	10,72	12,74	1,99	18,08	48,42	8,82	12,30
1,49	23,28	38,14	10,66	12,72	2,00	18,00	48,60	8,80	12,30
1,50	23,10	38,30	10,60	12,70	>2,00	14,20	48,60	8,00	12,00

Fonte: Beton-Kalender, 1976. Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim, 2016

Quadro A.14 – Tabela de Czerny - Caso 5B - Lajes com 2 bordos maiores l_y engastados, um lado menor l_x engastado e outro livremente apoiado

λ	α_x	α_y	β_x	β_y	λ	α_x	α_y	β_x	β_y
1,00	38,10	44,60	16,20	18,30	1,51	25,60	48,76	12,48	17,50
1,01	37,58	44,64	16,02	18,22	1,52	25,50	48,82	12,46	17,50
1,02	37,06	44,68	15,84	18,14	1,53	25,40	48,88	12,44	17,50
1,03	36,54	44,72	15,66	18,06	1,54	25,30	48,94	12,42	17,50
1,04	36,02	44,76	15,48	17,98	1,55	25,20	49,00	12,40	17,50
1,05	35,50	44,80	15,30	17,90	1,56	25,12	45,08	12,38	17,50
1,06	35,14	44,98	15,20	17,86	1,57	25,04	41,16	12,36	17,50
1,07	34,78	45,16	15,10	17,82	1,58	24,96	37,24	12,34	17,50
1,08	34,42	45,34	15,00	17,78	1,59	24,88	33,32	12,32	17,50
1,09	34,06	45,52	14,90	17,74	1,60	24,80	29,40	12,30	17,50
1,10	33,70	45,70	14,80	17,70	1,61	24,74	33,48	12,28	17,50
1,11	33,36	45,98	14,68	17,68	1,62	24,68	37,56	12,26	17,50
1,12	33,02	46,26	14,56	17,66	1,63	24,62	41,64	12,24	17,50
1,13	32,68	46,54	14,44	17,64	1,64	24,56	45,72	12,22	17,50
1,14	32,34	46,82	14,32	17,62	1,65	24,50	49,80	12,20	17,50
1,15	32,00	47,10	14,20	17,60	1,66	24,44	49,88	12,20	17,50
1,16	31,74	47,20	14,14	17,58	1,67	24,38	49,96	12,20	17,50
1,17	31,48	47,30	14,08	17,56	1,68	24,32	50,04	12,20	17,50
1,18	31,22	47,40	14,02	17,54	1,69	24,26	50,12	12,20	17,50
1,19	30,96	47,50	13,96	17,52	1,70	24,20	50,20	12,20	17,50
1,20	30,70	47,60	13,90	17,50	1,71	24,16	50,30	12,18	17,50
1,21	30,46	47,62	13,82	17,50	1,72	24,12	50,40	12,16	17,50
1,22	30,22	47,64	13,74	17,50	1,73	24,08	50,50	12,14	17,50
1,23	29,98	47,66	13,66	17,50	1,74	24,04	50,60	12,12	17,50
1,24	29,74	47,68	13,58	17,50	1,75	24,00	50,70	12,10	17,50
1,25	29,50	47,70	13,50	17,50	1,76	24,00	50,82	12,10	17,50
1,26	29,28	47,70	13,44	17,50	1,77	24,00	50,94	12,10	17,50
1,27	29,06	47,70	13,38	17,50	1,78	24,00	51,06	12,10	17,50
1,28	28,84	47,70	13,32	17,50	1,79	24,00	51,18	12,10	17,50
1,29	28,62	47,70	13,26	17,50	1,80	24,00	51,30	12,10	17,50
1,30	28,40	47,70	13,20	17,50	1,81	24,00	51,44	12,08	17,50
1,31	28,24	47,74	13,14	17,50	1,82	24,00	51,58	12,06	17,50
1,32	28,08	47,78	13,08	17,50	1,83	24,00	51,72	12,04	17,50
1,33	27,92	47,82	13,02	17,50	1,84	24,00	51,86	12,02	17,50
1,34	27,76	47,86	12,96	17,50	1,85	24,00	52,00	12,00	17,50
1,35	27,60	47,90	12,90	17,50	1,86	24,00	52,12	12,00	17,50
1,36	27,44	47,94	12,86	17,50	1,87	24,00	52,24	12,00	17,50
1,37	27,28	47,98	12,82	17,50	1,88	24,00	52,36	12,00	17,50
1,38	27,12	48,02	12,78	17,50	1,89	24,00	52,48	12,00	17,50
1,39	26,96	48,06	12,74	17,50	1,90	24,00	52,60	12,00	17,50
1,40	26,80	48,10	12,70	17,50	1,91	24,00	52,76	12,00	17,50
1,41	26,68	48,14	12,68	17,50	1,92	24,00	52,92	12,00	17,50
1,42	26,56	48,18	12,66	17,50	1,93	24,00	53,08	12,00	17,50
1,43	26,44	48,22	12,64	17,50	1,94	24,00	53,24	12,00	17,50
1,44	26,32	48,26	12,62	17,50	1,95	24,00	53,40	12,00	17,50
1,45	26,20	48,30	12,60	17,50	1,96	24,00	53,54	12,00	17,50
1,46	26,10	48,38	12,58	17,50	1,97	24,00	53,68	12,00	17,50
1,47	26,00	48,46	12,56	17,50	1,98	24,00	53,82	12,00	17,50
1,48	25,90	48,54	12,54	17,50	1,99	24,00	53,96	12,00	17,50
1,49	25,80	48,62	12,52	17,50	2,00	24,00	54,10	12,00	17,50
1,50	25,70	48,70	12,50	17,50	>2,00	24,00	54,00	12,00	17,50

Fonte: Beton-Kalender, 1976. Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim, 2016

Quadro A.15 – Tabela de Czerny - Caso 6 - Laje com os 4 bordos engastados

λ	α_x	α_y	β_x	β_y	λ	α_x	α_y	β_x	β_y
1,00	47,30	47,30	19,40	19,40	1,51	27,68	57,36	13,16	17,50
1,01	46,46	47,30	19,16	19,28	1,52	27,56	57,42	13,12	17,50
1,02	45,62	47,30	18,92	19,16	1,53	27,44	57,48	13,08	17,50
1,03	44,78	47,30	18,68	19,04	1,54	27,32	57,54	13,04	17,50
1,04	43,94	47,30	18,44	18,92	1,55	27,20	57,60	13,00	17,50
1,05	43,10	47,30	18,20	18,80	1,56	27,08	57,64	12,96	17,50
1,06	42,48	47,40	17,98	18,72	1,57	26,96	57,68	12,92	17,50
1,07	41,86	47,50	17,76	18,64	1,58	26,84	57,72	12,88	17,50
1,08	41,24	47,60	17,54	18,56	1,59	26,72	57,76	12,84	17,50
1,09	40,62	47,70	17,32	18,48	1,60	26,60	57,80	12,80	17,50
1,10	40,00	47,80	17,10	18,40	1,61	26,50	57,82	12,78	17,50
1,11	39,46	47,90	16,94	18,34	1,62	26,40	57,84	12,76	17,50
1,12	38,92	48,00	16,78	18,28	1,63	26,30	57,86	12,74	17,50
1,13	38,38	48,10	16,62	18,22	1,64	26,20	57,88	12,72	17,50
1,14	37,84	48,20	16,46	18,16	1,65	26,10	57,90	12,70	17,50
1,15	37,30	48,30	16,30	18,10	1,66	25,98	57,88	12,66	17,50
1,16	36,88	48,50	16,14	18,06	1,67	25,86	57,86	12,62	17,50
1,17	36,46	48,70	15,98	18,02	1,68	25,74	57,84	12,58	17,50
1,18	36,04	48,90	15,82	17,98	1,69	25,62	57,82	12,54	17,50
1,19	35,62	49,10	15,66	17,94	1,70	25,50	57,80	12,50	17,50
1,20	35,20	49,30	15,50	17,90	1,71	25,42	57,78	12,48	17,50
1,21	34,84	49,54	15,38	17,86	1,72	25,34	57,76	12,46	17,50
1,22	34,48	49,78	15,26	17,82	1,73	25,26	57,74	12,44	17,50
1,23	34,12	50,02	15,14	17,78	1,74	25,18	57,72	12,42	17,50
1,24	33,76	50,26	15,02	17,74	1,75	25,10	57,70	12,40	17,50
1,25	33,40	50,50	14,90	17,70	1,76	25,04	57,68	12,38	17,50
1,26	33,08	50,74	14,82	17,68	1,77	24,98	57,66	12,36	17,50
1,27	32,76	50,98	14,74	17,66	1,78	24,92	57,64	12,34	17,50
1,28	32,44	51,22	14,66	17,64	1,79	24,86	57,62	12,32	17,50
1,29	32,12	51,46	14,58	17,62	1,80	24,80	57,60	12,30	17,50
1,30	31,80	51,70	14,50	17,60	1,81	24,74	57,58	12,28	17,50
1,31	31,58	52,02	14,40	17,58	1,82	24,68	57,56	12,26	17,50
1,32	31,36	52,34	14,30	17,56	1,83	24,62	57,54	12,24	17,50
1,33	31,14	52,66	14,20	17,54	1,84	24,56	57,52	12,22	17,50
1,34	30,92	52,98	14,10	17,52	1,85	24,50	57,50	12,20	17,50
1,35	30,70	53,30	14,00	17,50	1,86	24,44	57,48	12,18	17,50
1,36	30,48	53,60	13,94	17,50	1,87	24,38	57,46	12,16	17,50
1,37	30,26	53,90	13,88	17,50	1,88	24,32	57,44	12,14	17,50
1,38	30,04	54,20	13,82	17,50	1,89	24,26	57,42	12,12	17,50
1,39	29,82	54,50	13,76	17,50	1,90	24,20	57,40	12,10	17,50
1,40	29,60	54,80	13,70	17,50	1,91	24,16	57,36	12,08	17,50
1,41	29,40	55,12	13,64	17,50	1,92	24,12	57,32	12,06	17,50
1,42	29,20	55,44	13,58	17,50	1,93	24,08	57,28	12,04	17,50
1,43	29,00	55,76	13,52	17,50	1,94	24,04	57,24	12,02	17,50
1,44	28,80	56,08	13,46	17,50	1,95	24,00	57,20	12,00	17,50
1,45	28,60	56,40	13,40	17,50	1,96	24,00	57,18	12,00	17,50
1,46	28,44	56,58	13,36	17,50	1,97	24,00	57,16	12,00	17,50
1,47	28,28	56,76	13,32	17,50	1,98	24,00	57,14	12,00	17,50
1,48	28,12	56,94	13,28	17,50	1,99	24,00	57,12	12,00	17,50
1,49	27,96	57,12	13,24	17,50	2,00	24,00	57,10	12,00	17,50
1,50	27,80	57,30	13,20	17,50	> 2,00	24,00	57,00	12,00	17,50

Fonte: Beton-Kalender, 1976. Adaptadas pelo Prof. Antonio Rolim, 2016

- QUADROS (Método de Bares)

Quadro A.16 – Tabelas de Bares – Casos 1, 2A e 2B – Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos

λ	Caso 1		Caso 2A			Caso 2B		
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ_y	μ_x	μ_x	μ_y
1,00	4,41	4,41	3,07	3,94	8,52	3,94	8,52	3,07
1,05	4,80	4,45	3,42	3,78	8,79	4,19	8,91	2,84
1,10	5,18	4,49	3,77	3,90	9,18	4,43	9,30	2,76
1,15	5,56	4,49	4,14	3,97	9,53	4,64	9,63	2,68
1,20	5,90	4,48	4,51	4,05	9,88	4,85	9,95	2,59
1,25	6,27	4,45	4,88	4,10	10,16	5,03	10,22	2,51
1,30	6,60	4,42	5,25	4,15	10,41	5,20	10,48	2,42
1,35	6,93	4,37	5,60	4,18	10,64	5,36	10,71	2,34
1,40	7,25	4,33	5,95	4,21	10,86	5,51	10,92	2,25
1,45	7,55	4,30	6,27	4,19	11,05	5,64	11,10	2,19
1,50	7,86	4,25	6,60	4,18	11,23	5,77	11,27	2,12
1,55	8,12	4,20	6,90	4,17	11,39	5,87	11,42	2,04
1,60	8,34	3,14	7,21	4,14	11,55	5,98	11,55	1,95
1,65	8,62	4,07	7,42	4,12	11,67	6,07	11,67	1,87
1,70	8,86	4,00	7,62	4,09	11,79	6,16	11,80	1,79
1,75	9,06	3,96	7,66	4,05	11,88	6,24	11,92	1,74
1,80	9,27	3,91	7,69	3,99	11,96	6,31	12,04	1,68
1,85	9,45	3,83	8,22	3,97	12,03	6,38	12,14	1,64
1,90	9,63	3,75	8,74	3,94	12,14	6,43	12,24	1,59
1,95	9,77	3,71	8,97	3,88	12,17	6,47	12,29	1,54
2,00	10,00	3,64	9,18	3,80	12,20	6,51	12,34	1,48
∞	12,57	3,77	9,18	3,80	12,20	7,61	12,76	1,48

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2015 (adaptado)

Quadro A.17 – Tabelas de Bares – Casos 3, 4A e 4B – Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos

λ	Caso 3				Caso 4A			Caso 4B		
	μ_x	μ_x	μ_y	μ_y	μ_x	μ_y	μ_y	μ_x	μ_x	μ_y
1,00	2,81	6,99	2,81	6,99	2,15	3,17	6,99	3,17	6,99	2,15
1,05	3,05	7,43	2,81	7,18	2,47	3,32	7,43	3,29	7,20	2,07
1,10	3,30	7,87	2,81	7,36	2,78	3,47	7,87	3,42	7,41	1,99
1,15	3,53	8,28	2,80	7,50	3,08	3,58	8,26	3,52	7,56	1,89
1,20	3,76	8,69	2,79	7,63	3,38	3,70	8,65	3,63	7,70	1,80
1,25	3,96	9,03	2,74	7,72	3,79	3,80	9,03	3,71	7,82	1,74
1,30	4,16	9,37	2,69	7,81	4,15	3,90	9,33	3,79	7,93	1,67
1,35	4,33	9,65	2,65	7,88	4,50	3,96	9,69	3,84	8,02	1,59
1,40	4,51	9,93	2,60	7,94	4,85	4,03	10,00	3,90	8,11	1,52
1,45	4,66	10,41	2,54	8,00	5,19	4,09	10,25	3,94	8,13	1,45
1,50	4,81	10,62	2,47	8,06	5,53	4,14	10,49	3,99	8,15	1,38
1,55	4,93	10,82	2,39	8,09	5,86	4,16	10,70	4,03	8,20	1,34
1,60	5,06	10,99	2,31	8,12	6,18	4,17	10,91	4,06	8,25	1,28
1,65	5,16	11,16	2,24	8,14	6,48	4,14	11,08	4,09	8,28	1,23
1,70	5,27	11,30	2,16	8,15	6,81	4,12	11,24	4,12	8,30	1,18
1,75	5,36	11,43	2,11	8,16	7,11	4,12	11,39	4,14	8,31	1,15
1,80	5,45	11,55	2,04	8,17	7,41	4,10	11,43	4,15	8,32	1,11
1,85	5,53	11,57	1,99	8,17	7,68	4,08	11,65	4,16	8,33	1,08
1,90	5,60	11,67	1,93	8,18	7,95	4,04	11,77	4,17	8,33	1,04
1,95	5,67	11,78	1,91	8,19	8,21	3,99	11,83	4,17	8,33	1,01
2,00	5,74	11,89	1,88	8,20	8,47	3,92	11,88	4,18	8,33	0,97
∞	7,06	12,50	1,95	8,20	12,58	4,13	11,88	4,18	8,33	0,97

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2015 (adaptado)

Quadro A.18 – Tabelas de Bares – Casos 5A e 5B – Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos

λ	Caso 5A				Caso 5B			
	μ_x	μ_x	μ_y	μ_y	μ_x	μ_x	μ_y	μ_y
1,00	2,13	5,46	2,60	6,17	2,60	6,17	2,13	5,46
1,05	2,38	5,98	2,66	6,46	2,78	6,47	2,09	5,56
1,10	2,63	6,50	2,71	6,75	2,95	6,76	2,04	5,65
1,15	2,87	7,11	2,75	6,97	3,09	6,99	1,98	5,70
1,20	3,11	7,72	2,78	7,19	3,23	7,22	1,92	5,75
1,25	3,43	8,81	2,79	7,36	3,34	7,40	1,85	5,75
1,30	3,56	8,59	2,77	7,51	3,46	7,57	1,78	5,76
1,35	3,76	8,74	2,74	7,63	3,55	7,70	1,72	5,75
1,40	3,96	8,88	2,71	7,74	3,64	7,82	1,64	5,74
1,45	4,15	9,16	2,67	7,83	3,71	7,91	1,59	5,73
1,50	4,32	9,44	2,63	7,91	3,78	8,00	1,53	5,72
1,55	4,48	9,68	2,60	7,98	3,84	8,07	1,47	5,69
1,60	4,63	9,91	2,55	8,02	3,89	8,14	1,42	5,66
1,65	4,78	10,13	2,50	8,03	3,94	8,20	1,37	5,62
1,70	4,92	10,34	2,45	8,10	3,98	8,25	1,32	5,58
1,75	5,04	10,53	2,39	8,13	4,01	8,30	1,27	5,56
1,80	5,17	10,71	2,32	8,17	4,04	8,34	1,20	5,54
1,85	5,26	10,88	2,27	8,16	4,07	8,38	1,17	5,55
1,90	5,36	11,04	2,22	8,14	4,10	8,42	1,14	5,56
1,95	5,45	11,20	2,14	8,13	4,11	8,45	1,11	5,60
2,00	5,55	11,35	2,07	8,12	4,13	8,47	1,08	5,64
∞	7,07	12,50	2,05	8,12	4,18	8,33	1,09	5,64

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2015 (adaptado)

Quadro A.19 – Tabelas de Bares – Caso 6 – Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos

λ	Caso 6			
	μ_x	μ_x	μ_y	μ_y
1,00	2,11	5,15	2,11	5,15
1,05	2,31	5,50	2,10	5,29
1,10	2,50	5,85	2,09	5,43
1,15	2,73	6,14	2,06	5,51
1,20	2,94	6,43	2,02	5,59
1,25	3,04	6,67	1,97	5,64
1,30	3,13	6,90	1,91	5,68
1,35	3,25	7,09	1,86	5,69
1,40	3,38	7,28	1,81	5,70
1,45	3,48	7,43	1,73	5,71
1,50	3,58	7,57	1,66	5,72
1,55	3,66	7,68	1,60	5,72
1,60	3,73	7,79	1,54	5,72
1,65	3,80	7,88	1,47	5,72
1,70	3,86	7,97	1,40	5,72
1,75	3,91	8,05	1,36	5,72
1,80	3,95	8,12	1,32	5,72
1,85	3,98	8,18	1,26	5,72
1,90	4,01	8,24	1,21	5,72
1,95	4,04	8,29	1,19	5,72
2,00	4,07	8,33	1,16	5,72
∞	4,19	8,33	1,17	5,72

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2015 (adaptado)