

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS-UFAL
CAMPUS DO SERTÃO
ENGENHARIA CIVIL**

RÔMULO MONTALVÃO SILVA

**ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE TUBOS DE MATERIAIS
COMPÓSITOS SUBMETIDOS À PRESSÕES UNIFORMES**

**DELMIRO GOUVEIA
2017**

Rômulo Montalvão Silva

Análise de Confiabilidade Estrutural de Tubos de Materiais Compósitos submetidos à Pressões
Uniformes

Monografia apresentada como requisito parcial
para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia
Civil da Universidade Federal de Alagoas - UFAL,
Campus do Sertão.

Orientador: Prof. Dr. Márcio André Araújo
Cavalcante

Delmiro Gouveia

2017

S586a Silva, Rômulo Montalvão
Análise de confiabilidade estrutural de tubos de materiais
compósitos submetidos à pressões uniformes/ Rômulo Montalvão
Silva
. - 2017.
75f.: il.

Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de
Alagoas, Delmiro Gouveia, 2017.
Orientação: Prof. Dr. Márcio André Araújo Cavalcante

1.Compósitos. 2. Confiabilidade Estrutural.

CDU 624

Folha de Aprovação

AUTOR: RÔMULO MONTALVÃO SILVA

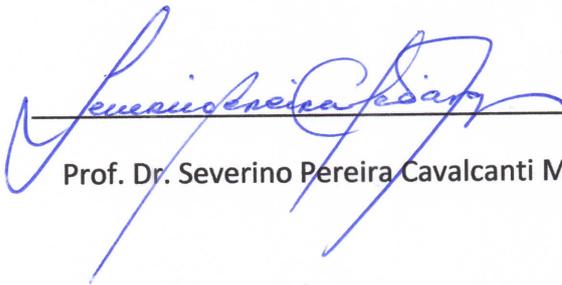
ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE TUBOS DE MATERIAIS COMPÓSITOS SUBMETIDOS À PRESSÕES UNIFORMES

Este trabalho de conclusão de curso foi julgado adequado para obtenção do título de Engenheiro Civil e aprovado em sua forma final pelo professor orientador e pelo Colegiado do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas – Campus do Sertão em 24 de janeiro de 2017.



Prof. Dr. Márcio André Araújo Cavalcante, UFAL (Orientador)

Banca Examinadora



Prof. Dr. Severino Pereira Cavalcanti Marques, UFAL (Examinador Interno)



Prof. Dr. Eduardo Toledo de Lima Júnior, UFAL (Examinador Interno)

Aos meus pais, Fátima Almeida Montalvão e
Vanivaldo Silva Filho.

AGRADECIMENTOS

À minha família, em especial aos meus pais, Fátima e Vanivaldo, pelo amor e apoio, constantes e incondicionais.

À minha namorada, Patricia Figuerido, o maior presente que este curso me deu. Obrigado por todo amor, apoio, carinho, alegria e atenção.

Aos professores do Campus do Sertão pela dedicação em transmitir seus conhecimentos, em especial ao professor Márcio André Araújo Cavalcante pelas oportunidades, orientação e paciência, que me fizeram ir além do esperado.

Aos amigos mais próximos e colegas de curso, pelo companheirismo.

A todos que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização desse trabalho.

"Quanto mais aumenta nosso conhecimento,
mais evidente fica nossa ignorância".

John F. Kennedy

RESUMO

Nos últimos anos, a busca por materiais com um melhor desempenho mecânico levou ao aumento de pesquisas e ao desenvolvimento de materiais compósitos, com ênfase nos materiais reforçados por fibras longas unidirecionais. Estes materiais têm se destacado devido as suas elevadas relações rigidez/peso e resistência/peso, além de excelente resistência à fadiga e à corrosão. O bom desempenho mecânico destes materiais tem propiciado a sua utilização na produção de tubos que podem ser submetidos a altas pressões e a condições ambientais severas. Como exemplo, pode ser citado o seu emprego em risers na indústria offshore, em substituição ao aço. Devido às dificuldades encontradas na avaliação das propriedades efetivas destes materiais, devido a heterogeneidade e a anisotropia dos mesmos, recorre-se ao emprego de técnicas de homogeneização e de estratégias de modelagem multi-escala. No presente trabalho, propõe-se a utilização do modelo auto-consistente generalizado na obtenção das propriedades elásticas efetivas das lâminas que compõem o laminado da parede do tubo. Estas propriedades são utilizadas na análise de tubos de materiais compósitos laminados, respeitando as restrições cinemáticas impostas aos tubos de parede fina e empregando a Teoria Clássica da Laminação e a Teoria da Instabilidade Linear, permitindo a avaliação da pressão externa crítica, que pode levar o tubo à flambagem, e a pressão hidrostática interna que levaria o tubo à falha, segundo o critério de falha de Tsai-Hill. São realizadas análises de confiabilidade via Método de Monte Carlo, com o intuito de realizar avaliações da sensibilidade com relação aos parâmetros definidores da configuração do tubo, com ênfase naqueles que podem ser controlados durante o processo de fabricação.

Palavras-chave: Materiais Compósitos Reforçados por Fibras; Modelo Auto-Consistente Generalizado; Pressão Externa Crítica; Análise de Falhas; Tubo de Parede Fina; Análise de Confiabilidade.

ABSTRACT

In recent years, the search for materials with better mechanical performance has led to increased research and development of composite materials, with emphasis on reinforced materials by unidirectional long fibers. These materials have been highlighted because of its high stiffness/weight and strength/weight ratios, and excellent resistance to fatigue and corrosion. The good mechanical performance of these materials has allowed its use in pipes production that may be subjected to high pressure and severe environmental conditions. For example, it can be cited its use in risers in the offshore industry, replacing steel. Because of the difficulties in assessing the effective properties of these materials, due to heterogeneity and anisotropy of them, it is recommended the use of homogenization techniques and multiscale modeling strategies. In this work, its proposed the use of the Generalized Self-Consistent Model to obtain the effective elastic properties of the laminas that constitute the laminate of the pipe wall. These properties are used on the analysis of composite laminate tubes, satisfying kinematic constraints typically imposed for thin-walled tubes and employing the Classical Lamination and Linear Instability Theories, enabling assessment of critical external pressure, which can cause buckling in the tube, and external hydrostatic pressure that would cause the pipe failure, based on the Tsai-Hill failure criterion. Reliability analyses are performed via Monte Carlo Method, in order to perform reliable assessments of sensitivity with respect to the parameters defining the pipe configuration, with emphasis on those that can be controlled during the manufacturing process.

Keywords: Fiber-reinforced composites; Generalized Self-Consistent Model; Critical External Pressure; Failure Analysis; Thin Wall Pipes; Reliability Analysis.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Materiais com constituição heterogênea. | 14 |
| Figura 2 – Tubos em PRF | 19 |
| Figura 3 – Processo de filamento recíproco. | 20 |
| Figura 4 – Esquema do Modelo Auto-Consistente Generalizado. | 23 |
| Figura 5 – EVR utilizado no modelo CCA. | 24 |
| Figura 6 – Esquema do modelo CCA. | 25 |
| Figura 7 – Espaçamento entre fibras para arranjos quadrático (a) e hexagonal (b). | 27 |
| Figura 8 – Esforços atuantes no plano do laminado | 29 |
| Figura 9 – Sistema de coordenadas do tubo | 31 |
| Figura 10 – Coordenadas das interfaces entre as lâminas | 32 |
| Figura 11 – (a) Tubo sob ação de pressão externa uniforme. (b) Configuração do tubo flambado. | 33 |
| Figura 12 – Tubo submetido à pressões uniformes externa e interna | 35 |
| Figura 13 – Superfície de falha | 41 |
| Figura 14 – Probabilidade de falha em função da margem de segurança. | 42 |
| Figura 15 – Probabilidade de falha em termos da variável normalizada Y | 43 |
| Figura 16 – Viga em balanço. | 49 |
| Figura 17 – Tempo de solução do problema em função da quantidade de núcleos (processadores) | 50 |
| Figura 18 – (a) Variação da Pressão Externa Crítica em função do número de lâminas. (b) Variação da Pressão de Ruptura em função do número de lâminas. - Layup: $[30^\circ / - 30^\circ]_n$ | 53 |
| Figura 19 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Módulo de Elasticidade da Matriz) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - (E_{matriz})$ | 54 |
| Figura 20 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para as Espessuras das Lâminas) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - (t_{lamina})$ | 55 |
| Figura 21 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Ângulo de Orientação de Fibras) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - (\theta)$ | 56 |
| Figura 22 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para a Fração Volumétrica de Fibras) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - (f_f)$ | 57 |
| Figura 23 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Diâmetro Interno do Tubo) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - (D_i)$ | 58 |

| | |
|---|----|
| Figura 24 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório para vários parâmetros do tubo) - $\gamma_{carga} \times \text{cov}$ | 59 |
| Figura 25 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Módulo de Elasticidade da Matriz) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - E_{matriz}$ | 62 |
| Figura 26 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para as Espessuras das Lâminas) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - t_{lamina}$ | 63 |
| Figura 27 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Ângulo de Orientação das Fibras) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - \theta$ | 63 |
| Figura 28 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para a Fração Volumétrica de Fibras) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - f_f$ | 64 |
| Figura 29 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Diâmetro Interno do Tubo) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - D_i$ | 64 |
| Figura 30 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório para vários parâmetros do tubo) - $\gamma_{carga} \times \text{cov} - (E_{matriz}, t_{lamina}, \theta, f_f, D_i)$ | 65 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Propriedades de fibras utilizadas em plásticos reforçados | 18 |
| Tabela 2 – Comparação das faixas típicas de valores das propriedades das resinas . . . | 19 |
| Tabela 3 – Propriedades elásticas efetivas do material compósito reforçado por fibras isotrópicas | 26 |
| Tabela 4 – Resistências das lâminas | 27 |
| Tabela 5 – Características das variáveis aleatórias do problema | 49 |
| Tabela 6 – Resultados obtidos na análise de confiabilidade realizada por Ferreira (2015) | 50 |
| Tabela 7 – Resultados obtidos por meio da metodologia apresentada neste trabalho . . | 51 |
| Tabela 8 – Propriedades mecânicas médias dos materiais constituintes | 52 |
| Tabela 9 – Valores máximos de redução de carga detectados nas configurações analisadas para o caso de pressões externas atuantes | 67 |
| Tabela 10 – Valores máximos de redução de carga detectados nas configurações analisadas para o caso de pressões internas atuantes | 67 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---------|--|
| FGM | <i>Functionally Graded Material</i> |
| PRF | Polímero Reforçado por Fibras |
| ACG | Auto-Consistente Generalizado |
| CCA | <i>Composite Cylinders Assemblage</i> |
| EVR | Elemento de Volume Representativo |
| SLC | <i>Standard Laminate Code</i> |
| PDF | <i>Probability Density Function</i> |
| GPU | <i>Graphics Processing Unit</i> |
| FORM | <i>First Order Reliability Method</i> |
| SORM | <i>Second Order Reliability Method</i> |
| SORM DG | <i>Second Order Reliability Method - Differential Geometry</i> |
| FOSM | <i>First Order Second Moment</i> |
| HLRF | <i>Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler</i> |
| HPC | <i>High Performance Computing</i> |
| cov | Coefficiente de variação |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|-------------------------------------|---|
| $V_{c,f,m}$ | Volume do material compósito, da fibra, e da matriz, respectivamente. |
| $\rho_{c,f,m}$ | Massa específica do material compósito, da fibra, e da matriz, respectivamente. |
| $f_{f,m}$ | Fração volumétrica de fibras, e de matriz, respectivamente. |
| $m_{c,f,m}$ | Massa do material compósito, da fibra, e da matriz, respectivamente. |
| a | Raio do sólido cilíndrico constituído de fibra para o EVR do modelo CCA. |
| b | Raio externo da casca cilíndrica constituída de matriz para o EVR do modelo CCA. |
| E_{ii} | Módulo de Elasticidade do material na direção i . |
| ν_{ij} | Coefficiente de Poisson que indica uma deformação sofrida na direção j devido a uma solicitação na direção i . |
| μ_{ij} | Módulo de Cisalhamento do material no plano $i - j$. |
| k_{ij} | Módulo de elasticidade volumétrico no plano $i - j$ |
| $(\varepsilon)_{ult}$ | Deformação normal última do material. |
| $(\gamma)_{ult}$ | Deformação angular última do material. |
| X_T | Resistência à tração da lâmina de material compósito na direção paralela às fibras. |
| Y_T | Resistência à tração da lâmina de material compósito na direção perpendicular às fibras. |
| S | Resistência ao cisalhamento no plano da lâmina de material compósito. |
| d/s | Distribuição das fibras ao longo do plano de isotropia da lâmina de material compósito, onde d representa o diâmetro das fibras e s a distância entre os centroides destas. |
| N_{ij} | Força por unidade de comprimento que atua na direção j em um plano normal à direção i . |
| M_{ij} | Momento por unidade de comprimento que atua na direção j em um plano normal à direção i . |
| σ_{ij} | Tensão atuante na direção j em um plano normal à direção i . |
| ε_{ii} | Deformação normal na direção i . |
| γ_{ij} | Deformação angular no plano $i - j$. |
| $\varepsilon_{ii}^0, \gamma_{ij}^0$ | Deformações normais e angulares no plano médio do laminado. |
| κ_{ij} | Curvatura do plano $i - j$ do laminado. |
| r | Coordenada radial do tubo que parte do centro do tubo e segue até a superfície externa do mesmo. |
| r_0 | Raio médio do tubo. |

| | |
|-------------------|--|
| \bar{Q} | Matriz de rigidez para lâminas ortotrópicas em Estado Plano de Tensão, para o plano principal do tubo. |
| \bar{Q}_{ij} | Coefficiente da matriz de rigidez para lâminas ortotrópicas em Estado Plano de Tensão, para o plano principal do tubo. |
| Q | Matriz de rigidez para lâminas ortotrópicas em Estado Plano de Tensão, para o plano principal da lâmina. |
| Q_{ij} | Coefficiente da matriz de rigidez para lâminas ortotrópicas em Estado Plano de Tensão, para o plano principal da lâmina. |
| σ | Vetor das componentes de tensão no plano. |
| ε | Vetor das componentes de deformação no plano. |
| T | Matriz de transformação de tensões e deformações no plano. |
| R | Matriz de Reuter. |
| A | Matriz de rigidez extensional do laminado. |
| A_{ij} | Coefficiente da matriz de rigidez extensional do laminado. |
| B | Matriz de rigidez extensional-flexional do laminado. |
| B_{ij} | Coefficiente da matriz de rigidez extensional-flexional do laminado. |
| C | Matriz de rigidez flexional do laminado. |
| C_{ij} | Coefficiente da matriz de rigidez flexional do laminado. |
| p_{cr} | Pressão externa crítica. |
| a | Matriz de flexibilidade extensional do laminado. |
| a_{ij} | Coefficiente da matriz de flexibilidade extensional do laminado. |
| b | Matriz de flexibilidade extensional-flexional do laminado. |
| b_{ij} | Coefficiente da matriz de flexibilidade extensional-flexional do laminado. |
| c | Matriz de flexibilidade flexional do laminado. |
| c_{ij} | Coefficiente da matriz de flexibilidade flexional do laminado. |
| u_r | Deslocamento na direção radial do tubo. |
| P_i | Pressão hidrostática interna no tubo. |
| P_e | Pressão hidrostática externa no tubo. |
| r_i | Raio interno do tubo. |
| r_e | Ratio externo do tubo. |
| $f(\sigma)$ | Expressão para o critério polinomial de Tsai-Hill. |
| $\lambda(\sigma)$ | Razão de resistência. |
| $P_{ruptura}$ | Pressão que leva o material do tubo à falha. |
| $P_{atuante}$ | Pressão que atua sobre o tubo. |

| | |
|------------------|---|
| \mathbf{X} | Vetor de variáveis aleatórias. |
| X_i | i-ésima variável aleatória. |
| S | Solicitação imposta à estrutura. |
| R | Resistência da estrutura. |
| M | Margem de segurança. |
| $G(\mathbf{X})$ | Função do Estado Limite |
| P_f | Probabilidade de falha de uma estrutura. |
| C | Confiança (evento complementar à probabilidade de falha). |
| $\mu_{M,S,R}$ | Valores médios da margem de segurança, solicitação, e resistência, respectivamente. |
| $\sigma_{M,S,R}$ | Desvios padrão da margem de segurança, solicitação, e resistência, respectivamente. |
| Y | Variável normal padrão. |
| β | Índice de confiabilidade. |
| f_X | Função densidade de probabilidade conjunta. |
| I | Função indicadora. |
| D_f | Domínio de falha. |
| n_{si} | Número de simulações no método de Monte Carlo. |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 14 |
| 2 | OBJETIVOS | 16 |
| 2.1 | OBJETIVO GERAL | 16 |
| 2.2 | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 16 |
| 3 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 17 |
| 3.1 | MATERIAIS COMPÓSITOS | 17 |
| 3.1.1 | Componentes constituintes de materiais compósitos | 18 |
| 3.1.1.1 | Materiais de reforço | 18 |
| 3.1.1.2 | Matrizes poliméricas | 18 |
| 3.2 | TUBOS CONFECCIONADOS COM POLÍMEROS REFORÇADOS POR FIBRAS | 19 |
| 3.3 | CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS | 21 |
| 4 | METODOLOGIA | 22 |
| 4.1 | ANÁLISE MICROMECAÂNICA DE LÂMINAS | 22 |
| 4.1.1 | Homogeneização de Lâminas de Materiais Compósitos | 23 |
| 4.1.1.1 | Modelo Auto-Consistente Generalizado | 23 |
| 4.1.2 | Resistências das lâminas | 25 |
| 4.2 | ANÁLISE MACROMECAÂNICA DE LAMINADOS | 28 |
| 4.2.1 | Standard Laminate Code | 28 |
| 4.2.2 | Teoria Clássica da Laminação | 28 |
| 4.2.2.1 | Restrições Cinemáticas e Estáticas | 28 |
| 4.2.2.2 | Relação Constitutiva Macroscópica de uma Lâmina | 30 |
| 4.2.2.3 | Matrizes de Rigidez de um Laminado | 31 |
| 4.3 | ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TUBOS DE MATERIAIS COMPÓSITOS SUBMETIDOS À PRESSÕES EXTERNAS UNIFORMES | 33 |
| 4.4 | ANÁLISE DO CAMPO DE TENSÕES AO LONGO DA ESPESSURA DO TUBO | 35 |
| 4.5 | ANÁLISE DE FALHAS | 37 |
| 4.5.1 | Critério de Tsai-Hill | 37 |
| 4.5.2 | Razão de Resistência | 38 |
| 4.6 | CONFIABILIDADE ESTRUTURAL | 39 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4.6.1 | Metodologia de Análise da Confiabilidade Estrutural | 40 |
| 4.6.1.1 | Probabilidade de Falha e Índice de Confiabilidade | 41 |
| 4.6.2 | Método de Monte Carlo | 44 |
| 4.6.2.1 | Geração de amostras de variáveis aleatórias com distribuição normal padrão | 45 |
| 4.6.2.2 | Utilização do Processamento Paralelo no Método de Monte Carlo | 46 |
| 4.6.2.3 | Avaliação do coeficiente de minoração de carga | 47 |
| 5 | RESULTADOS E DISCUSSÕES | 49 |
| 5.1 | VERIFICAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO | 49 |
| 5.2 | ANÁLISES DE SENSIBILIDADE | 51 |
| 5.3 | ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA PRESSÃO EXTERNA CRÍTICA | 53 |
| 5.4 | ANÁLISES DE PRESSÃO INTERNA | 61 |
| 6 | CONCLUSÕES | 66 |
| 6.1 | SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS | 67 |
| | REFERÊNCIAS | 69 |

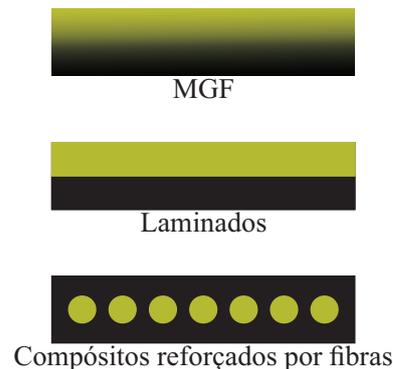
1 INTRODUÇÃO

Os avanços da tecnologia têm motivado o aparecimento de uma nova geração de materiais avançados, manufaturados para atendimento às necessidades dos modernos setores industriais, tais como, indústria automotiva e petrolífera.

Estes materiais, em geral, exibem comportamentos diferenciados quando comparados aos materiais convencionais, isotrópicos e homogêneos, levando-se à necessidade de estratégias de análise diferenciadas, a exemplo de técnicas de homogeneização e de estratégias de modelagem multi-escala.

Nesta nova geração de materiais avançados, destacam-se aqueles com constituição heterogênea. A heterogeneidade se caracteriza por transições graduais na microestrutura e composição (Materiais com Gradação Funcional - MGF), ou por variações bruscas nas suas propriedades (laminados, compósitos reforçados por fibras, etc.).

Figura 1 – Materiais com constituição heterogênea.



Fonte: Elaborada pelo autor

Os compósitos reforçados por fibras se destacam pelas elevadas relações *resistência/peso* e *rigidez/peso* e os materiais com gradação funcional por sua utilização em situações com altos gradientes de temperatura e/ou tensões.

O excelente desempenho mecânico dos materiais compósitos reforçados por fibras tem incentivado o seu emprego na confecção de tubos industriais, submetidos a condições ambientais severas e a alta pressão. Podem ser citadas suas aplicações como risers na indústria *offshore*, em substituição ao aço (MENICONI et al., 2001).

Para utilização destes tubos de PRF nas atividades citadas acima, os mesmos devem atender alguns requisitos definidos por normas técnicas, a exemplo: especificações dimensionais, resistência à tensão axial, resistência à tensão circunferencial, pressão de ruptura e rigidez.

Grande parte destes critérios podem ser satisfeitos por tubos de parede fina, por conta da elevada resistência de materiais do tipo PRF. Já com relação à rigidez, estes materiais possuem valores inferiores quando comparados, por exemplo, com as ligas metálicas. Essa baixa rigidez, em conjunto com a pequena espessura da parede destes tubos, torna-os mais susceptíveis ao fenômeno da flambagem quando submetidos à pressões hidrostáticas (BARROS, 2007).

Em análises práticas de um projeto estrutural, é comum recorrer a formulações analíticas com o intuito de caracterizar o comportamento mecânico do material, de modo que, ele venha a resistir às mais diversas situações. No entanto, nessas situações é comum se deparar com inúmeras incertezas associadas às variáveis do problema (variações nas propriedades mecânicas e geométricas da estrutura e do carregamento ao longo de sua vida útil) (SOUTO, 2015).

No caso de tubos confeccionados com o uso de Polímeros Reforçados por Fibras (PRF), diversos são os parâmetros definidores de sua configuração. Esses parâmetros por sua vez, possuem diversas incertezas agregadas que tornam o comportamento de tubos em PRF bastante imprevisível.

Essa imprevisibilidade de comportamento resulta em valores elevados de coeficientes de minoração de carga que provocam uma subutilização da capacidade de carga dos tubos. Situações como essa podem ser amenizadas por meio de análises de confiabilidade estrutural, realizadas com o intuito de levar em consideração as incertezas durante a fase de projeto, possibilitando a estimativa da probabilidade da estrutura violar suas condições de estado limite, ou seja, sua probabilidade de falha.

Assim, determinando valores de probabilidades de falha com base no bom senso e levando em conta a aplicação da estrutura, é possível estimar valores de coeficientes de minoração de carga e/ou realizar a calibração de coeficientes de segurança de estruturas.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Análise de confiabilidade estrutural de tubos de materiais compósitos de parede fina submetidos à pressões hidrostáticas, com o intuito de avaliar a sensibilidade com relação aos parâmetros que definem a configuração do tubo.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 1) Obtenção das propriedades elásticas efetivas de materiais compósitos reforçados por fibras longas unidirecionais empregando-se o Modelo Auto-Consistente Generalizado, também conhecido como o Modelo de Três Fases.
- 2) Aplicação da Teoria Clássica da Laminação e do Critério de Falha de Tsai-Hill para a avaliação da resistência de tubos de parede fina de materiais compósitos reforçados por fibras longas unidirecionais submetidos à pressões hidrostáticas.
- 3) Aplicação da Teoria Clássica da Laminação e da Teoria da Instabilidade Elástica Linear para a avaliação da pressão crítica externa de tubos de parede fina de materiais compósitos reforçados por fibras longas unidirecionais submetidos à pressões hidrostáticas.
- 4) Realização de estudos paramétricos, visando-se determinar a influência dos parâmetros definidores da configuração (número e disposição das lâminas; frações volumétricas e orientações das fibras) na resistência de tubos de parede fina de materiais compósitos reforçados por fibras longas unidirecionais.
- 5) Realização de estudos paramétricos, visando-se determinar a influência dos parâmetros definidores da configuração (número e disposição das lâminas; frações volumétricas e orientações das fibras) na pressão externa crítica de tubos de parede fina de materiais compósitos reforçados por fibras longas unidirecionais.
- 6) Realização de análises de confiabilidade, com o intuito de avaliar a sensibilidade com relação às incertezas dos parâmetros definidores da configuração dos tubos, com foco naqueles que podem ser controlados durante o processo de fabricação.
- 7) Utilização de técnicas de *High Performance Computing* (HPC) com o intuito de reduzir o tempo de execução das simulações do Método de Monte Carlo.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 MATERIAIS COMPÓSITOS

Os materiais compósitos do tipo PRF têm encontrado, nos últimos anos, um vasto campo de aplicações. Suas principais características mecânicas são elevadas relações rigidez/peso e resistência/peso, excelente resistência à fadiga e também à corrosão. O emprego de tais materiais se estende desde a confecção de artigos esportivos até os mais sofisticados projetos das indústrias automobilística, aeronáutica, aeroespacial, offshore, etc.(JONES, 1998).

Para confecção de elementos estruturais, em geral, várias lâminas são empilhadas formando laminado, de modo que as características de resistência e rigidez desejadas sejam atendidas através do controle do número de lâminas e da orientação das fibras em cada uma delas. É comum a utilização de laminados com constituição híbrida, ou seja, compostos por lâminas de materiais diferentes.

As diferentes características mecânicas apresentadas pelas fibras e pelas matrizes utilizadas nos materiais compósitos tornam o comportamento dos mesmos bastante complexo. Além disto, quando a matriz é uma resina, as condições ambientais podem ter uma importante influência sobre a resposta daqueles materiais (DANIEL; ISHAI, 1994). As diferenças de comportamento das fibras e das matrizes são também responsáveis pelos variados mecanismos de falha exibidos pelos PRF (JONES, 1998). Do ponto de vista macroscópico, os principais tipos de falhas são ruptura de fibras, fissuração da matriz e delaminação.

Considerando as dificuldades para a descrição do comportamento de estruturas reais de materiais heterogêneos, levando-se em conta todos os detalhes da microestrutura, é comum se recorrer a técnicas de homogeneização e a estratégias de modelagem multi-escala (NEMAT-NASSER et al., 1996), adotadas neste trabalho.

Os PRF podem ser utilizados em formas estruturais diversas, tais como painéis planos ou curvos, vasos, barras e tubos (DANIEL; ISHAI, 1994). Em geral, eles são constituídos por lâminas compostas por fibras dispostas em uma ou em duas direções e envolvidas por uma matriz polimérica. Como fibras muito usadas destacam-se as de carbono e de vidro e como matrizes as resinas à base de epóxi.

3.1.1 Componentes constituintes de materiais compósitos

3.1.1.1 Materiais de reforço

O reforço é o elemento constituinte que contribui de forma mais significativa com as características mecânicas do material compósito. O reforço pode aparecer nesses materiais na forma de partículas e/ou na forma de fibras, podendo estas serem curtas ou longas.

Neste trabalho, os elementos de reforço desses materiais compósitos do tipo PRF serão fibras longas e contínuas que tem como principal característica promover maiores resistência e rigidez ao longo das mesmas. Na Tabela 1, são listadas as propriedades de alguns tipos de fibras utilizadas como reforço em resinas poliméricas.

Tabela 1 – Propriedades de fibras utilizadas em plásticos reforçados

| Fibra | Massa específica [$10^6 g/m^3$] | Módulo de Elasticidade [GPa] | Resistência à tração [MPa] |
|--------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| Fibra de Vidro (E-Glass) | 2,54 | 70 | 2200 |
| Kevlar 49 (aramida) | 1,45 | 130 | 2900 |
| SiC | 2,60 | 250 | 2200 |
| Alumina | 3,90 | 380 | 1400 |
| Boro | 2,65 | 420 | 3500 |

Fonte: (TITA, 2007, p. 12)

3.1.1.2 Matrizes poliméricas

A matriz, nos materiais compósitos, tem como principal função a transferência das solicitações mecânicas para as fibras e a proteção das mesmas contra as ações do ambiente externo. Devem ainda manter as fibras em suas posições definidas em projeto e evitar fenômenos como a microflambagem das fibras.

As matrizes poliméricas, que geralmente aparecem na forma de resinas, podem ser divididas em dois grandes tipos: *resinas termofixas* e *resinas termoplásticas*. Ambas resinas são moldadas a temperaturas superiores à ambiente, porém, as termoplásticas podem ser novamente moldadas após o resfriamento, caso sofram um acréscimo de temperatura, o que não ocorre nas resinas termofixas. A Tabela 2 compara, de forma geral, algumas características de resinas termofixas e termoplásticas.

Tabela 2 – Comparação das faixas típicas de valores das propriedades das resinas

| Propriedades | Termofixas | Termoplásticas |
|---|-------------|----------------|
| Módulo de Elasticidade (GPa) | 1,3 - 6,0 | 1,0 - 4,8 |
| Resistência à Tração (GPa) | 0,02 - 0,18 | 0,04 - 0,19 |
| Temperatura Máxima de Serviço ($^{\circ}C$) | 50 - 450 | 25 - 230 |

Fonte: (TITA, 2007, p. 8)

3.2 TUBOS CONFECCIONADOS COM POLÍMEROS REFORÇADOS POR FIBRAS

Em 1948, os tubos do tipo PRF começaram a ser empregados na indústria petrolífera devido ao menor custo e à maior resistência quando comparados com os materiais utilizados na época (AWWA, 1999).

Cerca de vinte anos depois, tubos de PRF (Figura 2) começaram a conquistar outros mercados, a exemplo dos sistemas de dessalinização, onde a resistência à corrosão é um dos principais parâmetros de projeto (SALIBI, 2001).

Figura 2 – Tubos em PRF



Fonte: (BARROS, 2007, p. 26)

Uma das aplicações de tubulações em PRF na indústria petrolífera está nos chamados *topside piping*, sendo utilizadas para escoamento de efluentes da plataforma, condução de fluidos perigosos e em cinturões de incêndio (BARROS, 2007).

No processo de fabricação de sólidos de revolução em materiais compósitos reforçados por fibras longas, a exemplo de cilindros e esferas, é empregada a técnica *Filament Winding* ou Enrolamento Filamentar em português. Esta técnica é muito empregada na fabricação de elementos industriais, como vasos de pressão e eixos de transmissão de potência, e na produção de tubos.

A máquina utilizada no processo de fabricação (Figura 3) se assemelha muito a um torno mecânico utilizado no processo de usinagem de peças metálicas.

Um molde de forma cilíndrica (mandril), onde serão enroladas as fibras, é posicionado em torno de um eixo rotativo da máquina. As fibras são liberadas a partir de diversos carretéis a medida em que o mandril gira, sendo estas impregnadas com a resina antes do processo de enrolamento. A fração volumétrica de fibras é controlada por meio do tensionamento das fibras e dos parâmetros de viscosidade da resina aquecida. O posicionamento e ângulo de orientação de fibras de projeto podem ser executados controlando a velocidade do braço mecânico que distribui as fibras ao longo do mandril e pela velocidade de rotação do mandril. Este processo é também conhecido como *Filamento Recíproco*.

Figura 3 – Processo de filamento recíproco.



Fonte: (BARROS, 2007, p. 21)

3.3 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS

Nos últimos trinta anos, os métodos e a teoria para a análise de confiabilidade estrutural se desenvolveram extensamente, estimulando o interesse no tratamento probabilístico associados às cargas, resistência e características geométricas das estruturas (LOPES, 2009). Ao longo dessas três décadas, têm sido publicados diversos trabalhos na área.

Em seu trabalho, Lin (2000) estima valores para os índices de confiabilidade de placas de materiais compósitos sujeitas ao fenômeno da flambagem, através do Método de Monte Carlo. Os valores obtidos na sua pesquisa foram comparados com dados experimentais, demonstrando a capacidade de retratar a realidade desse método de análise probabilística.

Por meio do método *Advanced First Order Second Moment* (AFOSM), Miki et al (1990) estimou a confiabilidade de lâminas de materiais compósitos, utilizando como função de estado limite o Critério de Falha de Tsai-Wu. Ainda neste trabalho, foi realizada uma análise de sensibilidade da confiabilidade estrutural com relação aos ângulos de orientação de fibras.

Por meio da simulação de Monte Carlo, PALIGA et al. (2011) calculou a probabilidade de falhas de vigas de concreto armado recuperadas com a utilização de lâminas constituídas por polímeros reforçados com fibra de carbono. Foi utilizado um modelo não linear de elementos finitos capaz de lidar com o fenômeno de descolamento das lâminas reforçadas por fibra de carbono.

4 METODOLOGIA

Para a realização do presente trabalho, inicialmente foi realizado um levantamento bibliográfico sobre análise de confiabilidade em materiais compósitos e seu emprego em tubos submetidos à situações de alto grau de agressividade ambiental. Posteriormente, com base no levantamento realizado, foi definido o tema e os métodos de análise que seriam empregados.

Para isso, foi desenvolvida uma rotina computacional baseada no emprego dos referidos métodos e modelos:

- 1 Modelo Auto-Consistente Generalizado durante o processo de homogeneização das lâminas de material compósito;
- 2 Teoria Clássica da Laminação para obtenção das propriedades elásticas dos laminados;
- 3 Estimativa das pressões crítica e de resistência dos tubos;
- 4 Método de Monte Carlo para a análise de confiabilidade, empregando os métodos de análise citados acima para os mais diversos cenários, levando em consideração as incertezas inerentes aos parâmetros definidores da configuração de cada tubo;
- 5 Utilização de técnicas de computação paralela em conjunto com o Método de Monte Carlo com o intuito de reduzir o tempo de execução das simulações;
- 6 Utilização de uma *toolbox* de otimização do ambiente computacional MATLAB[®], para obtenção do coeficiente de minoração de carga com base em um valor definido para a probabilidade de falha de projeto.

Os demais detalhes da metodologia empregada e hipóteses simplificadoras utilizadas são discutidos nas sessões a seguir.

4.1 ANÁLISE MICROMECAÂNICA DE LÂMINAS

Em contrapartida aos materiais isotrópicos, a avaliação experimental das propriedades físicas das lâminas de materiais compósitos é muito custosa e pode consumir tempo já que essas características dependem de vários fatores: materiais constituintes utilizados na fabricação do compósito, fração volumétrica de fibras, arranjo das fibras, etc. Assim, surge a motivação para o desenvolvimento de modelos analíticos para estimativa das características térmicas, elétricas e mecânicas destes materiais (KAW, 2005).

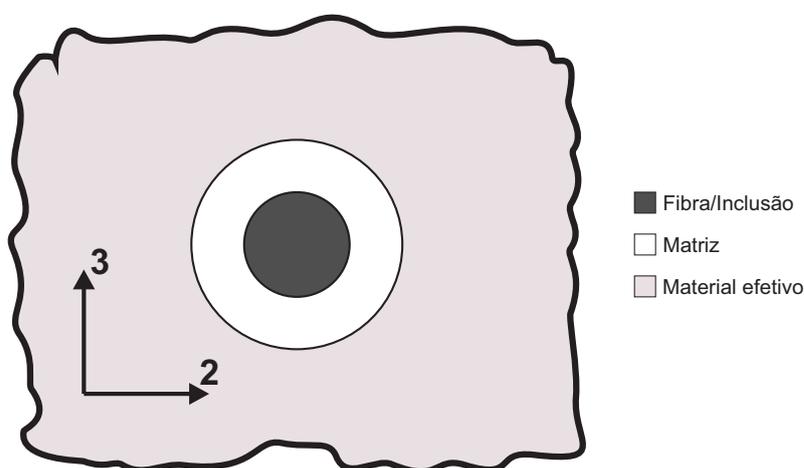
A *Micromecânica de Materiais Compósitos* visa estimar as propriedades *macromecânicas* de materiais compósitos, partindo das propriedades de seus constituintes e da forma como estes interagem entre si.

4.1.1 Homogeneização de Lâminas de Materiais Compósitos

4.1.1.1 Modelo Auto-Consistente Generalizado

O Modelo Auto-Consistente Generalizado (ACG) foi originalmente proposto e formulado por Christensen & Lo (1979), e depois analisado por Christensen (1990). Esse modelo considera a interação entre a inclusão e a matriz, assim como a interação entre as inclusões.

Figura 4 – Esquema do Modelo Auto-Consistente Generalizado.



Fonte: Elaborada pelo autor.

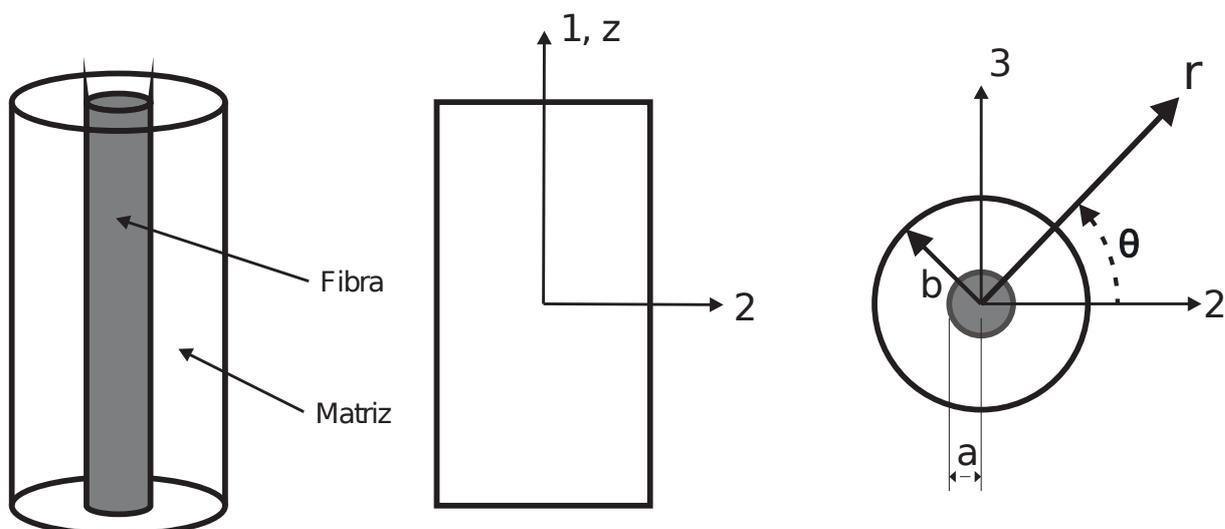
O modelo ACG fornece os mesmos valores para as propriedades elásticas efetivas de lâminas reforçadas por fibras longas do modelo CCA (HASHIN; ROSEN, 1964), com exceção do módulo de cisalhamento transversal. Por ser composto por três fases, inclusão, matriz e meio efetivo, esse modelo também é conhecido como o Modelo de Três Fases.

O elemento de volume representativo (EVR) utilizado no modelo CCA, Figura 5, consiste em um sólido cilíndrico de raio a (fibra), envolto por uma casca cilíndrica de raio externo b (matriz). A fração volumétrica de fibras de cada EVR deve ser igual à fração volumétrica de fibras de todo o material compósito, e para cada EVR deve ser mantida a relação:

$$f_f = \frac{a^2}{b^2} \quad (1)$$

onde f_f representa a fração volumétrica de fibras

Figura 5 – EVR utilizado no modelo CCA.

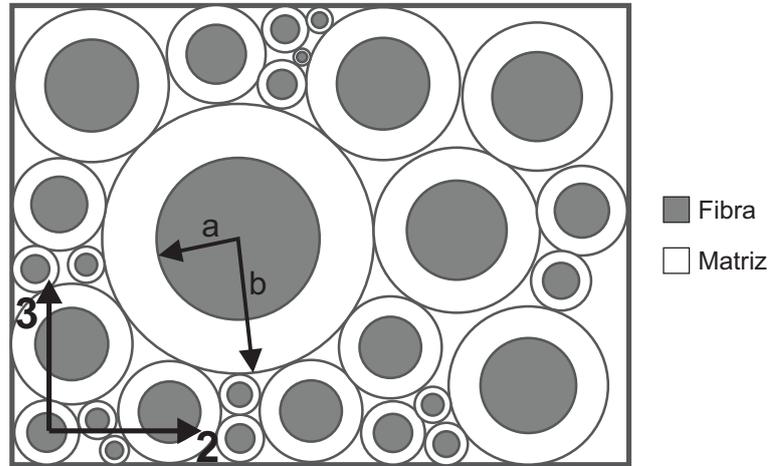


Fonte: Elaborada pelo autor

Os EVRs são elementos constituídos por uma porção de inclusão e outra de matriz, que devem conter as mesmas frações volumétricas de matriz e inclusão encontradas no material compósito e fornecer as mesmas respostas para as propriedades elásticas efetivas do material, seja para uma condição de contorno homogênea em tensão ou em deformação.

No modelo CCA, esses EVRs aparecem distribuídos por todo o material, possuindo diferentes dimensões, para que seja possível preencher todo o domínio do mesmo, Figura 6. Como os EVRs desse modelo podem apresentar comportamentos axissimétricos em seu plano de isotropia, os mesmos podem ser utilizados para estimar as propriedades efetivas de laminados reforçados por fibras longas e contínuas, que possuem a característica de apresentarem comportamento isotrópico no plano transversal ao eixo longitudinal das fibras.

Figura 6 – Esquema do modelo CCA.



Fonte: Elaborada pelo autor

As expressões obtidas pelo modelo ACG para as propriedades efetivas do material compósito reforçado por fibras longas são apresentadas na Tabela 3, onde f representa a fração volumétrica do constituinte, E o módulo de elasticidade longitudinal, ν o coeficiente de Poisson, μ o módulo de elasticidade de cisalhamento e k o módulo de elasticidade volumétrico no plano de isotropia, considerando um estado plano de deformação. Os subscritos f e m representam as propriedades da fibra e da matriz, respectivamente.

O módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson transversais podem ser avaliados utilizando as Equações (2) e (3)

$$E_{22} = \frac{4\mu_{23}k_{23}}{k_{23} + \mu_{23} + 4\nu_{12}^2\mu_{23}k_{23}/E_{11}} \quad (2)$$

$$\nu_{23} = \frac{k_{23} - \mu_{23} - 4\nu_{12}^2\mu_{23}k_{23}/E_{11}}{k_{23} + \mu_{23} + 4\nu_{12}^2\mu_{23}k_{23}/E_{11}} \quad (3)$$

Como o material é transversalmente isotrópico no plano 2 – 3, são válidas as seguintes relações: $E_{33} = E_{22}$, $\nu_{13} = \nu_{12}$, $\mu_{13} = \mu_{12}$, $\nu_{32} = \nu_{23}$, $\nu_{21}/E_{22} = \nu_{12}/E_{11}$ e $\nu_{31}/E_{33} = \nu_{13}/E_{11}$.

4.1.2 Resistências das lâminas

No processo de estimativa dos parâmetros de resistência das lâminas de material compósito, foram utilizadas expressões desenvolvidas com base na Resistência dos Materiais (KAW, 2005), sendo realizadas as devidas modificações para o caso de lâminas reforçadas por fibras

Tabela 3 – Propriedades elásticas efetivas do material compósito reforçado por fibras isotrópicas

| | |
|--|--|
| Módulo de Elasticidade Longitudinal (E_{11}) | |
| $E_{11} = f_f E_f + f_m E_m + \frac{4f_f f_m (\nu_f - \nu_m)^2 \mu_m}{\frac{f_m \mu_m}{k_f + \frac{\mu_f}{3}} + \frac{f_f \mu_m}{k_m + \frac{\mu_m}{3}} + 1}$ | |
| Coefficiente de Poisson Longitudinal (ν_{12}) | |
| $\nu_{12} = f_f \nu_f + f_m \nu_m + \frac{f_f f_m (\nu_f - \nu_m) \left[\frac{\mu_m}{k_m + \frac{\mu_m}{3}} - \frac{\mu_m}{k_f + \frac{\mu_m}{3}} \right]}{\frac{f_m \mu_m}{k_f + \frac{\mu_f}{3}} + \frac{f_f \mu_m}{k_m + \frac{\mu_m}{3}} + 1}$ | |
| Módulo de Elasticidade Volumétrico em Estado Plano de Deformação (k_{23}) | |
| $k_{23} = k_m + \frac{\mu_m}{3} + \frac{f_f}{\frac{1}{\left[k_f - k_m + \frac{1}{3}(\mu_f - \mu_m) \right]} + \frac{f_m}{k_m + \frac{4}{3}\mu_m}}$ | |
| Módulo de Elasticidade de Cisalhamento Longitudinal (μ_{12}) | |
| $\mu_{12} = \mu_m \left[\frac{\mu_f(1 + f_f) + \mu_f f_m}{\mu_f f_m + \mu_m(1 + f_f)} \right]$ | |
| Modulo de Elasticidade de Cisalhamento Transversal (μ_{23}) | |
| $A \left(\frac{\mu_{23}}{\mu_m} \right)^2 + 2B \left(\frac{\mu_{23}}{\mu_m} \right) + C = 0, \text{ onde:}$ | |
| $A = 3f_f f_m^2 \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} - 1 \right) \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} + \eta_f \right) + \left[\frac{\mu_f}{\mu_m} \eta_m + \eta_f \eta_m - \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} \eta_m - \eta_f \right) f_f^3 \right] \left[f_f \eta_m \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} - 1 \right) - \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} \eta_m + 1 \right) \right];$ | |
| $B = -3f_f f_m^2 \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} - 1 \right) \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} + \eta_f \right) + \frac{1}{2} \left[\frac{\mu_f}{\mu_m} \eta_m + \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} - 1 \right) f_f + 1 \right] \left[(\eta_m - 1) \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} + \eta_f \right) - 2 \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} \eta_m - \eta_f \right) f_f^3 \right] + \frac{f_f}{2} (\eta_m + 1) \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} - 1 \right) \left[\frac{\mu_f}{\mu_m} + \eta_f + \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} \eta_m - \eta_f \right) f_f^3 \right]; e$ | |
| $C = 3f_f f_m^2 \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} - 1 \right) \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} + \eta_f \right) + \left[\frac{\mu_f}{\mu_m} \eta_m + \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} - 1 \right) f_f + 1 \right] \left[\frac{\mu_f}{\mu_m} + \eta_f + \left(\frac{\mu_f}{\mu_m} \eta_m - \eta_f \right) f_f^3 \right]$ | |
| com $\eta_f = 3 - 4\nu_f$ e $\eta_m = 3 - 4\nu_m$. | |

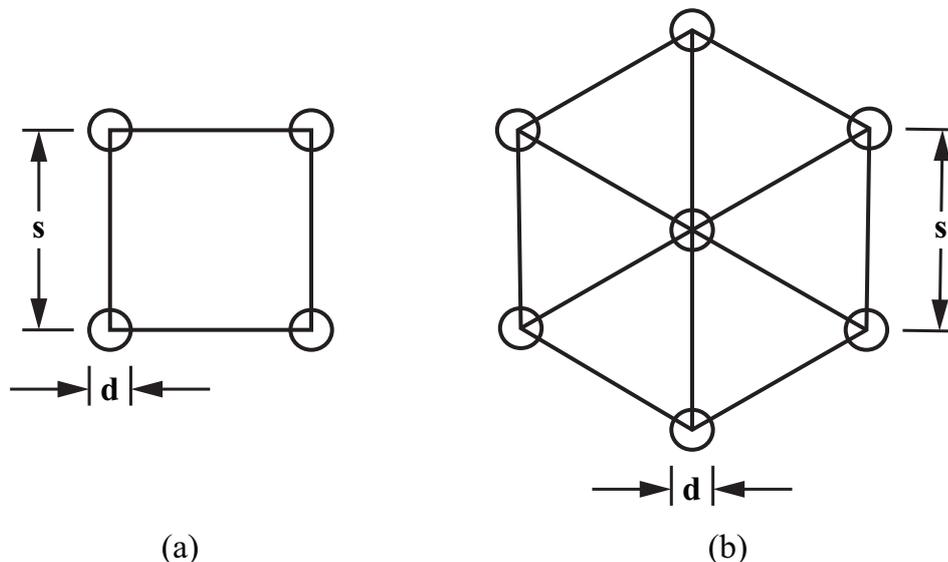
transversalmente isotrópicas (Tabela 4), onde $(\varepsilon)_{ult}$ e $(\gamma)_{ult}$ representam as deformações normais e angulares últimas dos constituintes.

Tabela 4 – Resistências das lâminas

| | |
|--|--|
| Resistência à tração na direção paralela às fibras (X_T) | |
| $X_T \leq \begin{cases} E_{11} \cdot (\varepsilon_{11,f})_{ult} \\ E_{11} \cdot (\varepsilon_{11,m})_{ult} \end{cases}$ | |
| Resistência à tração na direção perpendicular às fibras (Y_T) | |
| $Y_T \leq \begin{cases} E_{22} \cdot \left[\frac{d}{s} \cdot \frac{E_m}{E_{22,f}} + \left(1 - \frac{d}{s}\right) \right] \cdot (\varepsilon_m)_{ult} \\ E_{22} \cdot \left[\frac{d}{s} + \left(1 - \frac{d}{s}\right) \cdot \frac{E_{22,f}}{E_m} \right] \cdot (\varepsilon_{22,f})_{ult} \end{cases}$ | |
| Resistência ao cisalhamento no plano da lâmina (S) | |
| $S \leq \begin{cases} \mu_{12} \cdot (\gamma_m)_{ult} \cdot \left[\frac{d}{s} \cdot \frac{\mu_m}{\mu_{12,f}} + \left(1 - \frac{d}{s}\right) \right] \\ \mu_{12} \cdot (\gamma_{12,f})_{ult} \cdot \left[\frac{d}{s} + \left(1 - \frac{d}{s}\right) \cdot \frac{\mu_{12,f}}{\mu_m} \right] \end{cases}$ | |

A relação d/s está relacionada à forma como as fibras estão distribuídas ao longo do plano de isotropia da lâmina (KAW, 2005). A Figura 7 ilustra dois possíveis arranjos de fibra encontrados na literatura, onde s representa o espaçamento entre os centroides de cada fibra e d o diâmetro das fibras. Neste trabalho, a relação d/s foi obtida assumindo que as fibras apresentam um arranjo hexagonal, já que o mesmo reproduz melhor a forma como as fibras se distribuem no compósito, além de apresentar um plano de isotropia transversalmente às fibras, o que não acontece no arranjo quadrático. Para o caso de arranjos quadráticos, tem-se $d/s = (4f_f/\pi)^{1/2}$, enquanto que para arranjos hexagonais, tem-se $d/s = (2\sqrt{3}f_f/\pi)^{1/2}$.

Figura 7 – Espaçamento entre fibras para arranjos quadrático (a) e hexagonal (b).



4.2 ANÁLISE MACROMECAÂNICA DE LAMINADOS

Geralmente, os materiais compósitos reforçados por fibras são utilizados na forma de laminados multidirecionais, constituídos por lâminas empilhadas e orientadas de formas distintas. A Teoria Clássica da Laminação utiliza-se de uma abordagem macromecânica para analisar o comportamento mecânico do laminado (DANIEL; ISHAI, 1994).

Geralmente, laminados são utilizados na fabricação de estruturas como placas e cascas, que são definidas como sendo corpos sólidos tridimensionais que apresentam a particularidade de serem limitados por duas superfícies. A distância entre essas superfícies é chamada de espessura, e é normalmente muito inferior a qualquer outra dimensão do sólido. A grande diferença entre placas e cascas, é que as placas são limitadas por superfícies planas e as cascas são limitadas por superfícies curvas, como é o caso de tubos.

4.2.1 Standard Laminate Code

Devido ao fato dos laminados serem multidirecionais, é necessária a utilização de uma denominação específica que possibilite a identificação adequada de cada lâmina que compõe o laminado, informando características como a localização de cada camada no laminado, materiais constituintes e ângulo de orientação com relação a um eixo de referência. Esses itens são especificados pelo SLC (Standard Laminate Code).

Por exemplo, um laminado com ângulo de orientação de fibras iguais a $+\alpha$, $+\beta$, $-\beta$ e $-\alpha$ pode ser representado das seguintes formas: $[+\alpha/+ \beta/- \beta/- \alpha]$ ou $[+\alpha/\pm \beta_2/- \alpha]$. É possível ainda indicar os materiais que compõem cada camada utilizando a seguinte representação: $[+\alpha^{Mat1}/+ \beta^{Mat2}/- \beta^{Mat2}/- \alpha^{Mat1}]$ ou $[+\alpha^{Mat1}/\pm \beta^{Mat2}/- \alpha^{Mat1}]$.

4.2.2 Teoria Clássica da Laminação

4.2.2.1 Restrições Cinemáticas e Estáticas

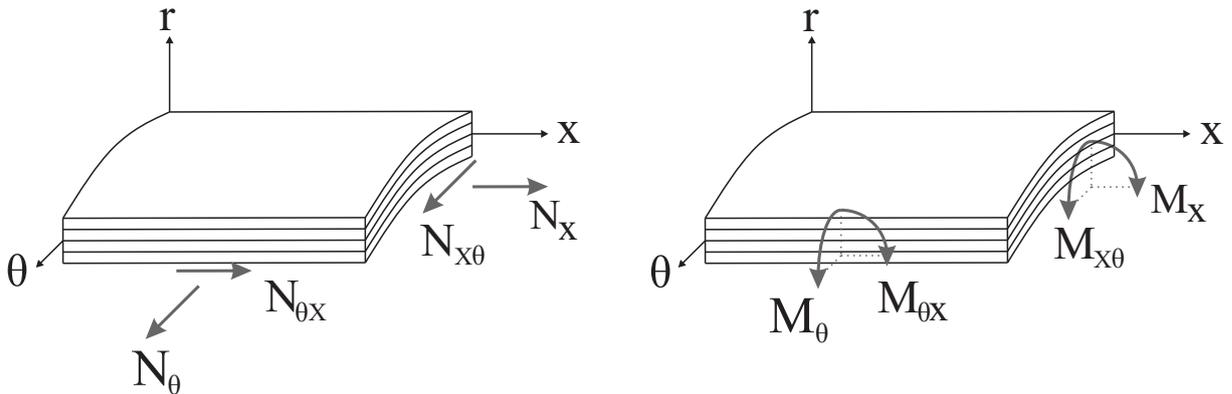
Para que seja possível desenvolver expressões para as deformações ao longo da espessura do laminado em função da deformada de sua superfície média, estando o mesmo sujeito à ação de momentos fletores (M_x e M_θ), momentos torçores ($M_{x\theta}$ e $M_{\theta x}$), esforços cisalhantes ($N_{x\theta}$ e $N_{\theta x}$) e carregamentos uniaxiais (N_x e N_θ), Figura 8, algumas hipóteses simplificadoras devem ser adotadas (DANIEL; ISHAI, 1994):

- A espessura do laminado é muito pequena em comparação às outras dimensões, podendo-se admitir que a deformação e a tensão normal na direção da espessura do laminado são

nulas ($\sigma_r = 0$ e $\varepsilon_r = 0$).

- Não existem imperfeições nas interfaces das lâminas, o que impede o deslocamento relativo entre elas.
- Uma linha reta e perpendicular à superfície média do laminado permanece reta e perpendicular a esta superfície durante o processo de deformação ($\gamma_{xr} = \gamma_{\theta r} = 0$).
- Cada lâmina apresenta um comportamento elástico linear.
- Os esforços acontecem somente no plano do laminado ($\sigma_r = \tau_{xr} = \tau_{\theta r} = 0$).
- Os deslocamentos são contínuos e muito menores que a espessura do laminado.
- Cada lâmina é homogênea e ortotrópica.

Figura 8 – Esforços atuantes no plano do laminado



Fonte: Elaborada pelo autor

Com base nas hipóteses cinemáticas mencionadas acima, é possível encontrar a seguinte expressão que relaciona deslocamentos e deformações para um laminado:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{x\theta} \end{Bmatrix} (r - r_0) \quad (4)$$

que pode ser escrita na forma:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \kappa \cdot (r - r_0) \quad (5)$$

em que, ε_0 representa as deformações e κ as curvaturas apresentadas pela superfície média do laminado. A superfície média do laminado localiza-se em $r = r_0$.

4.2.2.2 Relação Constitutiva Macroscópica de uma Lâmina

A partir da *Lei de Hook para lâminas ortotrópicas em Estado Plano de Tensão* e com base nas hipóteses apresentadas acima, chega-se na relação entre as tensões e as deformações para cada lâmina que compõem o laminado:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

podendo ser escrita na forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = \bar{\mathbf{Q}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

em que $\bar{\mathbf{Q}}$ é a matriz constitutiva da lâmina no sistema de coordenadas principais do tubo, que pode ser avaliada a partir da matriz constitutiva da lâmina nas suas direções principais da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{T}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{R}^{-1} \quad (8)$$

$$\text{com } \mathbf{T} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Onde $m = \cos(\theta)$ e $n = \sin(\theta)$, sendo θ o ângulo formado entre a direção longitudinal da lâmina e o eixo x (eixo longitudinal do tubo).

A utilização da matriz de *Reuter* (\mathbf{R}) é necessária devido às expressões de transformação de deformação no plano serem desenvolvidas com base nas componentes de deformação ε_x , ε_θ e $\varepsilon_{x\theta}$, enquanto que as componentes da matriz constitutiva de rigidez nas direções principais da lâmina (\mathbf{Q}) são representadas de tal forma que o vetor de tensões possa ser obtido pelo produto entre a matriz de rigidez e o vetor de deformações contendo as componentes ε_x , ε_θ e $\gamma_{x\theta}$. Assim,

tem-se a seguinte relação para estas deformações:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{x\theta} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

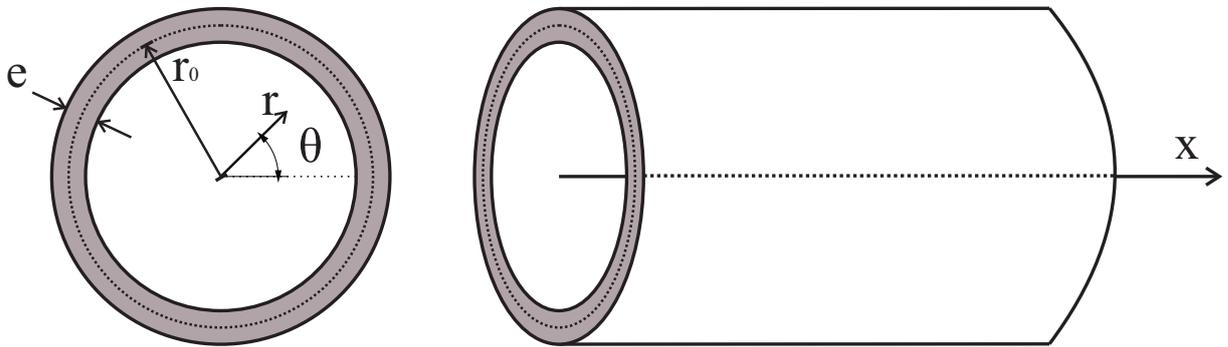
As componentes da matriz constitutiva da lâmina nas suas direções principais são avaliadas a partir das propriedades elásticas da lâmina como segue:

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, Q_{66} = G_{12} \quad (10)$$

4.2.2.3 Matrizes de Rigidez de um Laminado

Como as lâminas são empilhadas possuindo orientações distintas, é necessário avaliar como cada uma delas irá trabalhar ao serem solicitadas nas direções principais do laminado (direções longitudinal e circunferencial do tubo), ilustradas na Figura 9.

Figura 9 – Sistema de coordenadas do tubo



Fonte: Elaborada pelo autor

Substituindo a Equação (4) na Equação (6) e integrando a expressão resultante ao longo de toda espessura do laminado, é possível obter a relação entre forças e momentos resultantes com as deformações e curvaturas da superfície média:

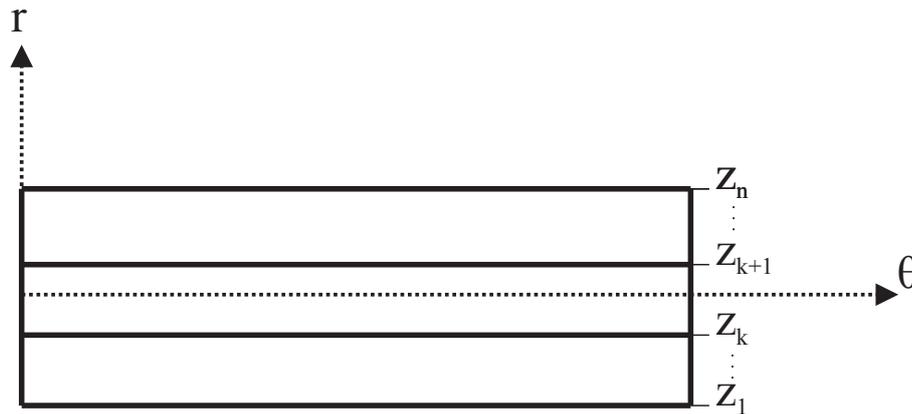
$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \\ M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{\theta\theta}^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{\theta\theta} \\ \kappa_{x\theta} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Onde, $A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1})$ (Matriz de Rigidez Extensional), $B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2)$ (Matriz de Rigidez Extensional-Flexional), $D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3)$ (Matriz de Rigidez Flexional). Além disso, tem-se $t_k = z_k - z_{k-1}$ (espessura da k-ésima lâmina) e $z = r - r_0$, sendo r a coordenada radial, r_0 o raio médio do tubo e n o número de lâminas. A Figura 10 apresenta o esquema de coordenadas das interfaces entre lâminas.

A Equação (11) pode ainda ser representada de forma compacta como mostrado na Equação (12).

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Figura 10 – Coordenadas das interfaces entre as lâminas



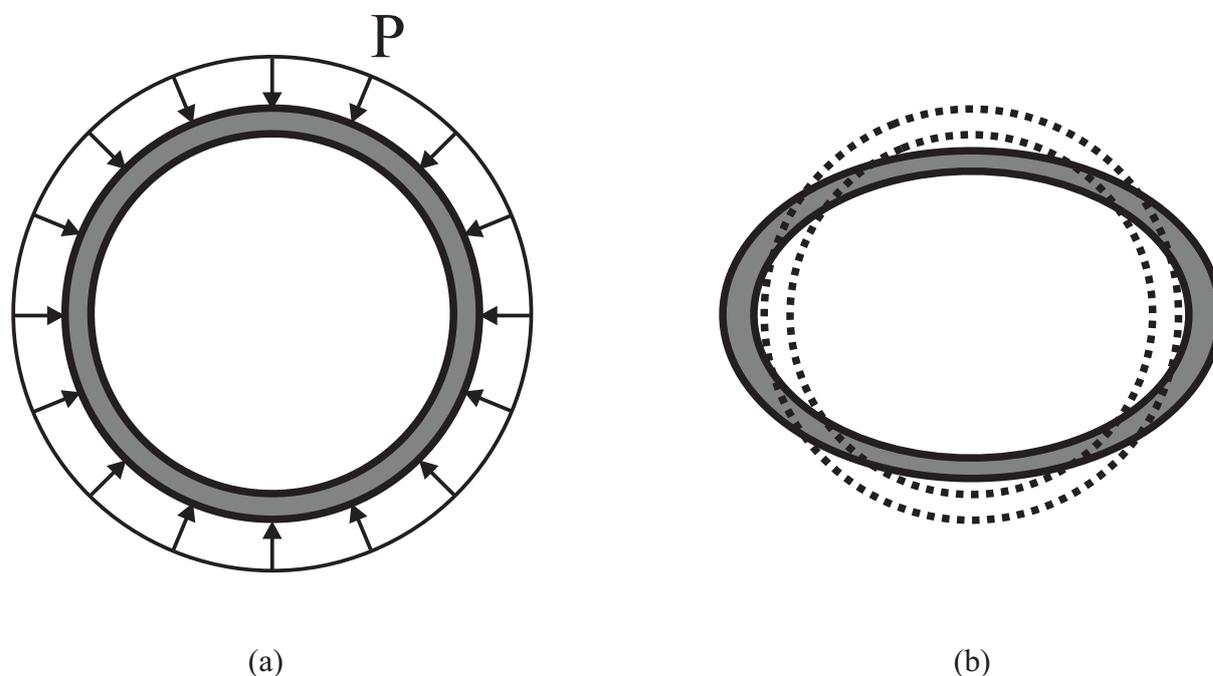
Fonte: Elaborada pelo autor

4.3 ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TUBOS DE MATERIAIS COMPÓSITOS SUBMETIDOS À PRESSÕES EXTERNAS UNIFORMES

Em uma situação onde o tubo estaria submetido a ação de uma pressão externa uniforme, Figura (11a), deve-se considerar que a falha do tubo pode ocorrer sem uma falha do material, mas devido ao fenômeno da flambagem. Considerando-se um tubo de parede fina, cuja relação entre o raio médio e a espessura seria igual ou superior a 10 (MAALAWI, 2011), o mesmo estaria mais susceptível ao fenômeno da flambagem. Esse tipo de falha levará o tubo ao colapso e fará com que ele assuma uma nova forma para sua seção transversal, devido a um processo de deflexão provocado pela flambagem, Figura (11b).

Na avaliação da pressão externa crítica do tubo de material compósito foi adotada uma abordagem multi-escala, onde foi empregado o modelo ACG para a determinação das propriedades efetivas das lâminas de material compósito, enquanto que as propriedades macroscópicas do laminado que compõem a parede do tubo foram avaliadas utilizando-se a Teoria Clássica da Laminação.

Figura 11 – (a) Tubo sob ação de pressão externa uniforme. (b) Configuração do tubo flambado.



Fonte: Elaborada pelo autor

A expressão analítica mostrada abaixo (Equação (13)) para o cálculo da pressão externa crítica de tubos laminados de materiais compósitos foi proposta por Rasheed & Yousif (2005).

Esta expressão baseia-se na Teoria Clássica da Laminação e na Teoria da Instabilidade Linear (BAZANT; CEDOLIN, 2010), logo, só se aplica a tubos de parede fina e não considera a existência de imperfeições geométricas ou nos materiais que compõem a parede do tubo.

$$p_{cr} = 3 \cdot \left(\frac{D_{ani}}{r_0^3} \right) \cdot \left(\frac{1 - \psi^2/\alpha}{1 + \alpha + 2 \cdot \psi} \right) \quad (13)$$

de modo que r_0 é o raio médio do tubo, e ψ e α são dados pelas Equações (14) e (15).

$$\psi = \left(\frac{1}{r_0} \right) \cdot \left(\frac{B_{ani}}{A_{ani}} \right) \quad (14)$$

$$\alpha = \left(\frac{1}{r_0^2} \right) \cdot \left(\frac{D_{ani}}{A_{ani}} \right) \quad (15)$$

Para tubos longos. Nessa situação, as curvaturas e deformações ao longo da direção longitudinal do tubo são nulas, mas pode existir a presença de esforços nesse direção. O tubo é impedido de se deformar nessa direção, logo, tem-se $\varepsilon_x^0 = \gamma_{xy}^0 = \kappa_x = \kappa_{xy} = 0$, o que implica em:

$$\begin{bmatrix} A_{ani} & B_{ani} \\ B_{ani} & D_{ani} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{22} & B_{22} \\ B_{22} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Para tubos curtos. Nessa situação, os esforços atuantes nas extremidades do tubo são admitidos nulos, ou seja, o tubo possui suas extremidades livres e encontra-se desimpedido de se deformar longitudinalmente, logo, tem-se $N_x = N_{xy} = M_x = M_{xy} = 0$, o que implica em:

$$\begin{bmatrix} A_{ani} & B_{ani} \\ B_{ani} & D_{ani} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{22} & B_{22} \\ B_{22} & D_{22} \end{bmatrix} - \mathbf{S}_2^T \cdot \mathbf{S}_1^{-1} \cdot \mathbf{S}_2 \quad (17)$$

de modo que \mathbf{S}_1 e \mathbf{S}_2 são dados pelas Equações (18) e (19).

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{16} & B_{11} & B_{16} \\ A_{16} & A_{66} & B_{16} & B_{66} \\ B_{11} & B_{16} & D_{11} & D_{16} \\ B_{16} & B_{66} & D_{16} & D_{66} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} A_{12} & B_{12} \\ A_{26} & B_{26} \\ B_{12} & D_{12} \\ B_{26} & D_{26} \end{bmatrix} \quad (19)$$

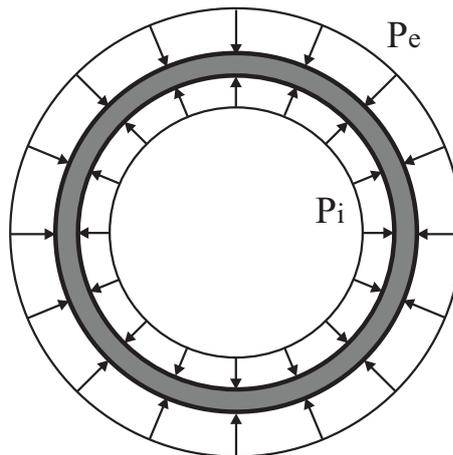
Na prática, os tubos sem a atuação de carregamento externo nos bordos livres encontram-se em condições intermediárias as admitidas para tubos curtos (anéis) e longos (RASHEED; YOUSIF, 2005).

4.4 ANÁLISE DO CAMPO DE TENSÕES AO LONGO DA ESPESSURA DO TUBO

Para a realização de *Análises de Resistência* de tubos de PRF, é necessário antes obter o campo de tensões ao longo de toda a espessura do laminado para verificação da primeira falha por meio de algum dos critérios disponíveis, tratando-se de um procedimento mais conservador de Análise de Resistência para laminados, conhecido como *First Ply Failure*, que não leva em consideração a resistência última do laminado, nem a ocorrência de falhas progressivas, típico de estruturas laminadas de materiais compósitos, cujo procedimento de análise é conhecido como *Ultimate Failure*.

Ressalta-se que a formulação aqui apresentada só se aplica para o caso de tubos de paredes finas submetido à pressões hidrostáticas interna e/ou externa, como mostrado na Figura 12.

Figura 12 – Tubo submetido à pressões uniformes externa e interna



Fonte: Elaborada pelo autor

A relação constitutiva de um laminado pode ser expressa por meio de sua *Matriz de Flexibilidade*, Equação (20), contendo as submatrizes a , b e d :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \kappa \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (20)$$

Onde:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^{-1} \quad (21)$$

A deformação e a curvatura na direção circunferencial de um tubo de parede fina submetido à pressões uniformes podem ser avaliadas a partir do deslocamento radial u_r por meio

das Equações (22) e (23), tornando-se possível encontrar o esforço normal e o momento fletor nessa direção.

$$\varepsilon_{\theta}^0 = \frac{\delta_{\theta}}{2\pi r_0} = \frac{2\pi(r_0 + u_r) - 2\pi r_0}{2\pi r_0} = \frac{u_r}{r_0} \quad (22)$$

$$\kappa_{\theta} = \frac{1}{r_0 + u_r} - \frac{1}{r_0} = -\frac{\varepsilon_{\theta}^0}{r_0} = -\frac{u_r}{r_0^2} \quad (23)$$

Conhecendo as deformações e curvaturas no plano médio do laminado, pode-se obter as tensões atuantes nas direções principais do tubo ao longo de toda a sua espessura por meio da Equação (24).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_{\theta} \\ \sigma_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_{\theta}^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_{\theta} \\ \kappa_{x\theta} \end{Bmatrix} (r - r_0) \quad (24)$$

em que r representa a coordenada radial que parte do centro do tubo, e r_0 representa o raio médio do mesmo. A depender das condições de vinculação do tubo, o mesmo pode ser classificado como longo ou curto (anel), algo que interfere no deslocamento radial do tubo (u_r).

Para tubos longos. Nessa situação, as curvaturas e deformações ao longo da direção longitudinal do tubo são nulas, $\varepsilon_x^0 = \gamma_{x\theta}^0 = \kappa_x = \kappa_{x\theta}^0 = 0$, o que implica em:

$$u_r = \frac{(P_i \cdot r_i - P_e \cdot r_e) \cdot r_0}{A_{22} - B_{22}/r_0} \quad (25)$$

Desse modo, para a situação de tubos longos pode-se obter os resultados para as expressões (22) e (23), e, conseqüentemente estimar as componentes de tensão por meio da Equação (24).

Para tubos curtos. Nessa situação, os esforços atuantes nas extremidades do tubo são admitidos nulos, $N_x = N_{x\theta} = M_x = M_{x\theta} = 0$, ou seja, o tubo possui suas extremidades livres, o que implica em:

$$u_r = \frac{a_{22} \cdot d_{22} - b_{22}^2}{d_{22} + b_{22}/r_0} \cdot (P_i \cdot r_i - P_e \cdot r_e) \cdot r_0 \quad (26)$$

As demais componentes das deformações e curvaturas no plano médio do laminado para

o caso de **tubos curtos** podem ser encontradas por meio da Equação (27).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{12} & b_{12} \\ a_{26} & b_{26} \\ b_{12} & d_{12} \\ b_{26} & d_{26} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_\theta \\ M_\theta \end{Bmatrix} \quad (27)$$

Os esforços N_θ e M_θ podem ser obtidos por meio da Equação (28).

$$\begin{Bmatrix} N_\theta \\ M_\theta \end{Bmatrix} = \frac{1}{a_{22} \cdot d_{22} - b_{22}^2} \begin{bmatrix} d_{22} & -b_{22} \\ -b_{22} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_\theta^0 \\ \kappa_\theta \end{Bmatrix} \quad (28)$$

Nas Equações (25) e (26) acima, r_i e r_e são os raios interno e externo do tubo, respectivamente.

4.5 ANÁLISE DE FALHAS

Após a obtenção do campo de tensões ao longo de toda a espessura do laminado, torna-se possível averiguar a presença da primeira falha em algum ponto do laminado.

No presente trabalho, foi escolhido o *Critério de Falha de Tsai-Hill*, que seria uma adaptação ou versão do *Critério de von-Mises* para análise de falhas de lâminas de materiais compósitos.

4.5.1 Critério de Tsai-Hill

O *Critério de Tsai-Hill* é um caso particular do critério da máxima energia de distorção aplicado à materiais ortotrópicos, para situações onde o elemento estrutural analisado encontra-se em *Estado Plano de Tensões*, que é o caso de lâminas e laminados de materiais compósitos (KAW, 2005), onde tem-se a seguinte expressão para a formulação clássica deste critério:

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \left(\frac{\sigma_1}{X_T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y_T} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{X_T^2} \right) + \left(\frac{\sigma_{12}}{S} \right)^2 \quad (29)$$

em que X_T , Y_T e S representam os parâmetros de resistência longitudinal, transversal e de cisalhamento no plano da lâmina, respectivamente, e σ_1 , σ_2 e σ_{12} são as tensões nas direções principais da lâmina. Assim, caso $f(\boldsymbol{\sigma}) < 1$ o material não apresentará falhas, e caso $f(\boldsymbol{\sigma}) \geq 1$ o material terá falhado. Para a realização da análise de primeira falha (*First Ply Failure*) de um laminado, faz-se necessária a avaliação do campo de tensões ao longo da espessura de todas as lâminas que compõem o laminado.

4.5.2 Razão de Resistência

Com o intuito de evitar a utilização de um processo de análise de falhas incremental (carregamento incrementado até que seja detectada a primeira falha), foi empregado um procedimento baseado no conceito de *Razão de Resistência* (KOLIOS, 2012), uma vez que o laminado apresenta um comportamento elástico linear até a primeira falha.

No procedimento de análise de resistência, são avaliados os níveis de tensão nas lâminas do laminado para uma determinada pressão atuante ($P_{atuante}$) nas direções principais do tubo. Então são avaliadas as componentes de tensão atuantes nas direções principais de cada lâmina, por meio da equação abaixo:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \end{Bmatrix} \quad (30)$$

A partir dessas componentes de tensão, é possível avaliar o índice de falha por meio da Equação (29), e assim obter um valor para a razão de resistência (λ), como segue:

$$\lambda(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{f(\sigma)}} \quad (31)$$

Para a estimativa da pressão de ruptura ($P_{ruptura}$), associada à primeira falha (*First Ply Failure*), deve ser utilizado o menor valor de λ , obtido ao longo da espessura do laminado.

$$P_{ruptura} = \lambda_{min} \cdot P_{atuante} \quad (32)$$

4.6 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Algo bastante desejável em um projeto estrutural é que a estrutura possua um desempenho satisfatório ao longo de toda sua vida útil e que a mesma não venha a falhar (BARBOSA, 2004).

O estudo da probabilidade da violação de um estado limite em um sistema estrutural está relacionado ao estudo da confiabilidade estrutural, levando-se em consideração as falhas associadas à toda a estrutura, bem como aquelas associadas aos colapsos parciais da mesma (*Estado Limite Último*). Também devem ser levadas em consideração as disfunções provocadas no uso da estrutura (*Estado Limite de Utilização*) (CASTANHEIRA, 2004).

Os métodos de dimensionamento podem ser classificados levando em consideração a quantidade de informação disponível (CASTANHEIRA, 2004):

- Nível 0 - Método das Tensões Admissíveis: método onde as tensões admissíveis são definidas com o auxílio de fatores de segurança;
- Nível 1 - Método dos Estados Limites: método onde são empregados valores característicos para as variáveis aleatórias além do uso de coeficientes de ponderação;
- Nível 2 - Método do Índice de Confiabilidade: método onde cada variável aleatória possui dois valores (geralmente média e variância) e uma medida que correlaciona estes valores (geralmente a covariância). Neste método é comum assumir que estas variáveis aleatórias possuem distribuição *Normal*, já que não se tem conhecimento da distribuição de probabilidade de cada uma delas;
- Nível 3 - Método da Probabilidade de Falha: método onde é feita a utilização da função densidade de probabilidade das variáveis aleatórias com o intuito de estimar a probabilidade de falha da estrutura;
- Nível 4 - Método da Minimização dos custos envolvidos ao Longo da Vida Útil: método que combina otimização e confiabilidade de estruturas com o intuito de projetar estruturas economicamente viáveis utilizando como parâmetro de restrição o nível de confiabilidade de projeto.

Dentre as incertezas associadas às variáveis aleatórias envolvidas em um projeto estrutural, pode-se citar (LOPES, 2007):

- Incertezas associadas às intensidades e distribuições das cargas acidentais e permanentes;

- Incertezas sobre as características geométricas de componentes estruturais;
- Incertezas ligadas às propriedades mecânicas dos materiais; e
- Incertezas inerentes ao processo de modelagem de estruturas.

4.6.1 Metodologia de Análise da Confiabilidade Estrutural

No processo de avaliação da *Confiabilidade Estrutural*, pode-se armazenar as variáveis de projeto (variáveis aleatórias) em um vetor, chamado de *vetor aleatório* (Equação (33)).

$$\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (33)$$

Deste modo, a probabilidade de falha da estrutura é avaliada a partir das incertezas associadas às variáveis aleatórias de projeto. Inicialmente, é necessário considerar as variáveis de projeto do sistema em questão, estabelecendo-se uma relação entre o nível de sollicitação da estrutura e sua resistência, obtendo-se, assim, a chamada *Função do Estado Limite* (Equação (34)).

$$G(\mathbf{X}) = G(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (34)$$

O problema fundamental de confiabilidade pode ser expresso em termos da resistência e da sollicitação atuante sobre a estrutura (Equação (35)):

$$G(R, S) = R - S \quad (35)$$

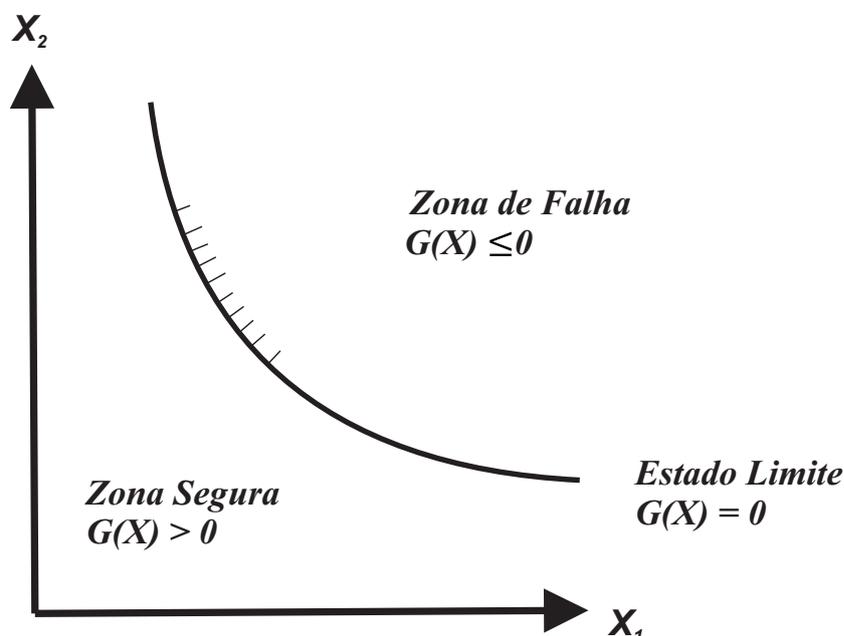
onde R representa a resistência da estrutura, e S representa as sollicitações a ela impostas, e ambas as variáveis (resistência e sollicitação) são variáveis aleatórias. A superfície de falha é então definida como $G(\mathbf{X}) = 0$, que restringe as regiões de falha e de segurança. Caso $G(\mathbf{X}) > 0$ (Resistência maior que a Sollicitação) a estrutura se encontra em uma zona de segurança e, caso $G(\mathbf{X}) \leq 0$ (Sollicitação maior ou igual à Resistência) a estrutura se encontra na zona de falha. A Figura 13 ilustra esta situação para o caso onde existem duas variáveis aleatórias ($\mathbf{X} = (X_1, X_2)$).

Outra possível solução para o *problema fundamental de confiabilidade* é por meio da *Margem de Segurança* (M).

$$M = R - S \quad (36)$$

Onde valores negativos da margem de segurança indicam falha da estrutura, valores positivos indicam segurança e valores nulos indicam a condição de estado limite.

Figura 13 – Superfície de falha



Fonte: Elaborada pelo autor

4.6.1.1 Probabilidade de Falha e Índice de Confiabilidade

O grande interesse da *Confiabilidade Estrutural* está na avaliação da probabilidade da *Função do Estado Limite* atingir valores pertencentes à zona de falha, $G(\mathbf{X}) \leq 0$ (SANTOS; MATIOLI, 2012).

Deste modo, a probabilidade de falha pode ser obtida por meio da equação abaixo:

$$P_f = \int \dots \int_{G(\mathbf{x}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (37)$$

onde $f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ representa a Função Densidade de Probabilidade (Probability Density Function - PDF) conjunta das variáveis aleatórias, que seria a probabilidade relativa de ocorrer um evento definido pelo vetor aleatório \mathbf{X} . A integração deve ser realizada sobre todo o domínio de falha definido por $G(\mathbf{x}) \leq 0$.

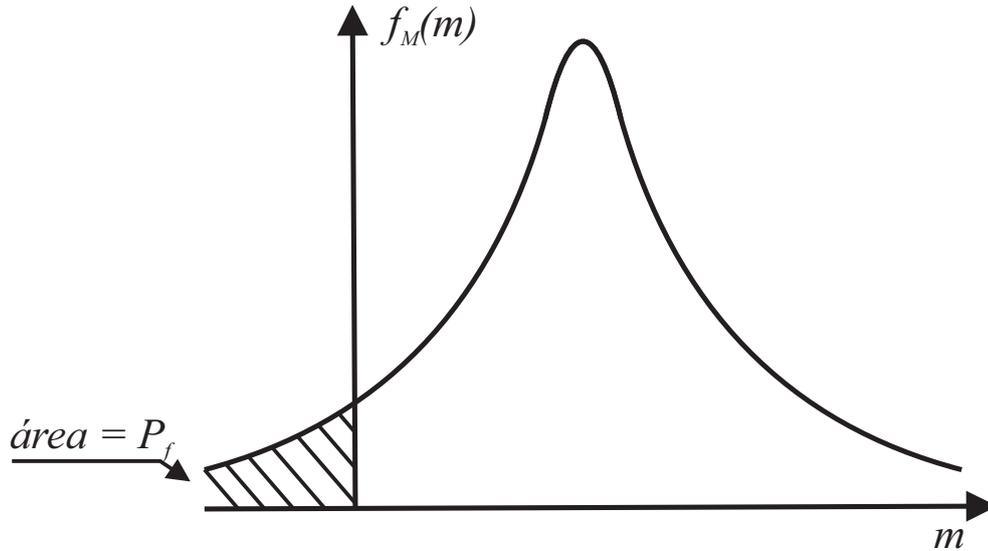
Pode-se ainda definir o parâmetro denominado de Confiança. Este parâmetro indica a probabilidade de uma estrutura não violar um determinado Estado Limite. O mesmo pode ser tratado como o evento complementar à Probabilidade de Falha, como segue:

$$C = 1 - P_f \quad (38)$$

Em termos da *Margem de Segurança* é possível encontrar a probabilidade de falha (Figura 14) por meio da Equação (39) abaixo:

$$P_f = P[M \leq 0] = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm \quad (39)$$

Figura 14 – Probabilidade de falha em função da margem de segurança.



Fonte: Elaborada pelo autor

Admitindo-se R e S como variáveis aleatórias com distribuição normal, a distribuição de M também será do tipo normal. Caso seja assumida a hipótese de independência entre R e S , o valor médio (ν_M) e o desvio padrão (σ_M) de M podem ser calculados a partir dos valores médios (ν_R e ν_S) e desvios padrões de R e S (σ_R e σ_S) por meio das equações abaixo.

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (40)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (41)$$

Transformando M em uma variável normal padrão Y , para avaliação das probabilidades associadas à variável M , tem-se:

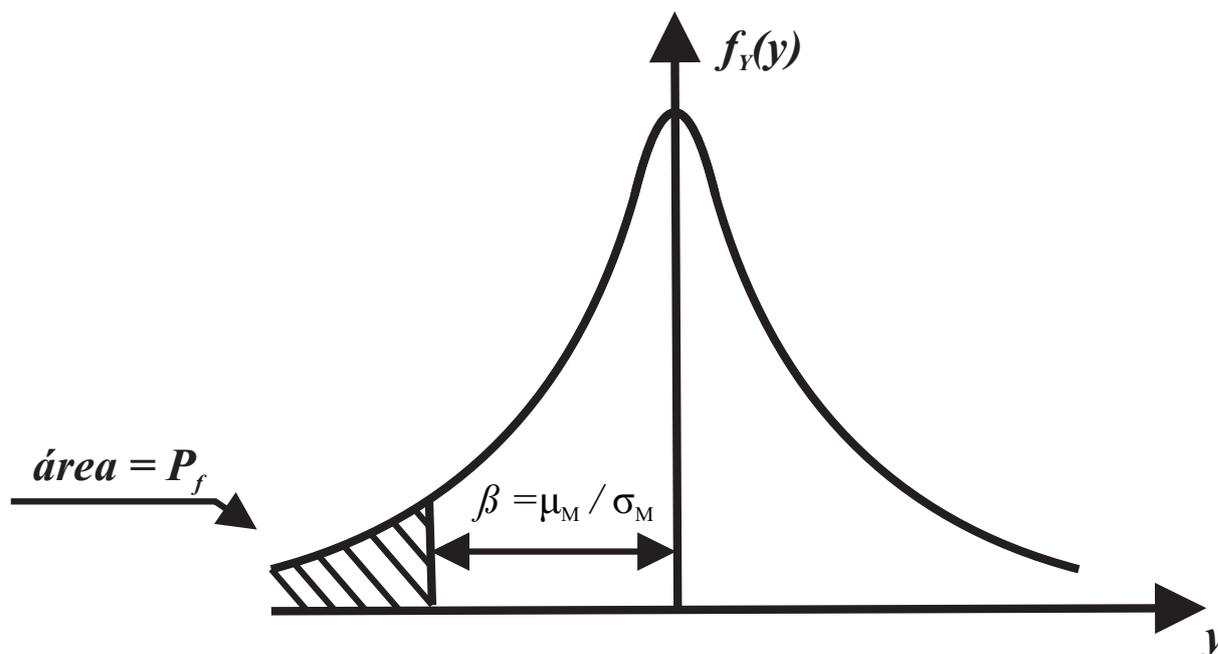
$$Y = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (42)$$

Nota-se que a variável Y possui média nula e desvio-padrão unitário, e fornece uma medida da probabilidade de falha. Por meio da Figura 15 é possível notar que esta medida corresponde à distância entre o ponto $M = 0$ e a origem (valor da média) da distribuição da

variável Y . Essa medida é denominada *Índice de Confiabilidade*, sendo representada pela letra grega β , podendo ser obtida por meio da Equação (43).

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (43)$$

Figura 15 – Probabilidade de falha em termos da variável normalizada Y



Fonte: Elaborada pelo autor

Contudo, o cálculo da probabilidade de falha por meio da Equação (37) é uma tarefa bastante complexa, já que em praticamente todos os casos não se tem posse da PDF conjunta das variáveis aleatórias, levando-se à necessidade da utilização de outras técnicas analíticas e/ou numéricas (SANTOS; GOUVEIA, 2015).

- **Métodos Numéricos** - Um dos métodos numéricos utilizados na solução de problemas de confiabilidade é o *Método de Monte Carlo*, o qual consiste na geração randômica de valores para as variáveis aleatórias, seguida pela combinação desses valores na *Função do Estado Limite* do modelo em questão. Deste modo, são simulados os possíveis valores da *Função do Estado Limite*, levando-se à estimativa da probabilidade de falha por meio do percentual de valores inferiores a zero em relação à quantidade total de amostras.
- **Métodos Analíticos** - Estes métodos possibilitam o uso de todas as informações das variáveis aleatórias do problema, existindo a possibilidade de lidar com quaisquer tipos de

distribuições estatísticas. Pode-se citar como exemplos de métodos analíticos os métodos *First Order Reliability Method* (FORM), *Second Order Reliability Method* (SORM) e *First Order Second Moment* (FOSM). Nos métodos listados, as variáveis aleatórias originais são transformadas em variáveis normais padrão, para que a solução da integral múltipla de grande complexidade (Equação (37)) se torne mais simples devido às propriedades de simetria e decaimento exponencial gaussiano no espaço normal reduzido (SANTOS; GOUVEIA, 2015). Assim, o cálculo da probabilidade de falha é analisado como sendo um problema de otimização não linear com restrição, sendo resolvido de forma iterativa pelo algoritmo desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e aperfeiçoado por Rackwitz e Fiessler (1978), denominado de *Algoritmo HLRF*.

4.6.2 Método de Monte Carlo

Este método tem sido utilizado na solução de problemas complexos, podendo prever o comportamento de sistemas de qualquer natureza, não impondo limite quanto ao número de variáveis do problema ou à complexidade do modelo, permitindo a solução dos problemas com uma certa facilidade do ponto de vista teórico e computacional.

O método consiste na avaliação dos possíveis cenários em que se encontra um sistema, por meio da geração de um grande número de amostras a partir de diferentes valores assumidos pelas variáveis aleatórias.

Conforme apresentado nas Equações (37) e (39), a estimativa da probabilidade de falha de um sistema estrutural envolve uma integral sobre todo o domínio de falha (D_f), onde $G(\mathbf{X}) \leq 0$. Pode-se ainda representar o domínio de falha com o auxílio de uma função indicadora ($I[\mathbf{X}]$), onde:

$$\begin{aligned} I[\mathbf{X}] &= 1 \text{ se } x \in D_f \text{ (falha)} \\ I[\mathbf{X}] &= 0 \text{ se } x \notin D_f \text{ (sobrevivência)} \end{aligned}$$

Deste modo, pode-se calcular as integrais das Equações (37) e (39) sobre todo o domínio, permitindo que a função indicadora restrinja o valor das integrais ao próprio domínio de falha. Escrevendo a Equação (37) de forma simplificada, integrando sobre todo o domínio (Ω) da função do estado limite e incluindo a função indicadora, tem-se:

$$P_f = \int_{\Omega} I[\mathbf{X}] f_X(\mathbf{x}) d\Omega \quad (44)$$

Assim, o valor da probabilidade de falha pode ser aproximado com base em uma amostra de tamanho finito, como segue:

$$\overline{P_f} = \frac{1}{n_{si}} \sum_{i=1}^{n_{si}} I[\mathbf{X}_i] \quad (45)$$

onde a barra indica o valor médio de P_f e n_{si} é o número de simulações, sendo este um estimador não-tendencioso da probabilidade de falha.

Devido à probabilidade de falha ser estimada com base em um número finito de amostras, a mesma está sujeita a um erro estatístico. A variância da probabilidade de falha pode ser estimada por meio da Equação (46).

$$Var[P_f] = \frac{1}{n_{si} - 1} \sum_{i=1}^{n_{si}} (I[\mathbf{X}_i] - \overline{P_f})^2 \quad (46)$$

É possível notar que a Equação (46) converge à zero quando $n_{si} \rightarrow \infty$, e que seu valor aumenta a medida em que n_{si} diminui. Quanto menor for a ordem de grandeza da probabilidade de falha, maior será o número de amostras geradas necessário para obter uma mesma variância. É possível estimar o número mínimo de amostras geradas para uma ordem de grandeza da probabilidade de falha e do seu coeficiente de variação desejado por meio da Equação (47).

$$n_{si} = \frac{1}{\delta^2} \cdot \frac{(1 - P_f)}{P_f} \quad (47)$$

em que δ representa $cov[P_f]$ e P_f indica a ordem de grandeza da probabilidade de falha.

Deste modo, nota-se que o Método de Monte Carlo consiste na geração de n_{si} amostras e da verificação da ocorrência de falha por meio da função indicadora para estimativa da probabilidade de falha.

4.6.2.1 Geração de amostras de variáveis aleatórias com distribuição normal padrão

Grande parte do Método de Monte Carlo consiste na geração das amostras, onde cada amostra contém n variáveis aleatórias. Em situações onde não se possui informações sobre o tipo de distribuição das variáveis aleatórias, é comum admitir que as mesmas possuem distribuição normal padrão.

O método mais utilizado para a geração de variáveis aleatórias com distribuição normal padrão é o proposto por Box e Muller (1958) (LANDAU; BINDER, 2005), onde um par de

amostras da variável aleatória X pode ser estimada por meio da Equação (48).

$$X_k = \mu + \sigma \cdot Z_k \quad (48)$$

de modo que μ representa a média da variável aleatória, σ representa seu desvio padrão, e Z_1 e Z_2 são obtidos por meio das Equações (49) e (50) a seguir:

$$Z_1 = \sqrt{-2 \cdot \ln U_2} \cdot \cos(2\pi U_1) \quad (49)$$

$$Z_2 = \sqrt{-2 \cdot \ln U_2} \cdot \sin(2\pi U_1) \quad (50)$$

onde U_1 e U_2 são variáveis aleatórias com distribuição uniforme $[0,1]$.

4.6.2.2 Utilização do Processamento Paralelo no Método de Monte Carlo

O uso de recursos de processamento paralelo é uma realidade em praticamente todos os segmentos que se utilizam de sistemas computacionais. Isso ocorre devido ao barateamento do custo de componentes de hardware paralelo, a exemplo de processadores *multicore* e as GPUs (*Graphics Processing Unit*, ou do português Unidades de Processamento Gráfico) que chegam a disponibilizar centenas de processadores (SILVEIRA et al., 2010).

Em consequência disso, os usuários domésticos começaram a ter acesso a computadores dotados de múltiplas unidades de processamento para os mais variados empregos, embora ainda exista um grande empecilho relacionado à falta de capacitação de recursos humanos para o uso de ferramentas de computação de alto desempenho.

O uso de recursos de computação paralela visa reduzir o tempo de execução de tarefas realizadas ao longo da solução do problema, distribuindo as tarefas entre os núcleos lógicos do processador, o que incentiva a solução de problemas que normalmente requerem um maior tempo de execução.

Algoritmos paralelos podem ser executados em sistemas de memória compartilhada, memória distribuída e memória compartilhada distribuída, que são definidas abaixo (CARNEIRO, 2008):

- **Memória Compartilhada:** sistema onde a memória física global de um sistema é acessível igualmente por todos os processadores.

- **Memória Distribuída:** sistema onde existem múltiplos nós de processamento independentes com módulos de memória privados. Os nós são conectados por uma rede de comunicação.
- **Memória Compartilhada Distribuída:** implementa de forma lógica um sistema de memória compartilhada em conjunto com um sistema de memória distribuída.

Uma das condições para paralelização da solução de um problema é que algumas partes do mesmo possam ser executadas de forma *assíncrona*, ou seja, as variáveis de uma determinada iteração são independentes dos valores assumidos por estas mesmas variáveis para quaisquer outras iterações.

A redução do tempo de execução depende de fatores como, por exemplo, a quantidade de operações que cada núcleo do processador pode realizar por segundo, da quantidade de núcleos disponíveis, e da parcela do problema que pode ser paralelizada. A eficiência é medida por meio do *Speedup*, que pode ser definido como o aumento de velocidade observado ao executar um processo em n processadores em relação à execução deste mesmo processos em um único processador, como mostrado na Equação (51).

$$Speedup = \frac{T_1}{T_n} \quad (51)$$

em que T_1 representa o tempo de execução do processo em um único processador, e T_n representa o tempo de execução desse mesmo processo em n processadores.

No caso do Método de Monte Carlo, os trechos do algoritmo executados de forma serial são muito pequenos em comparação com o restante do mesmo. Esses trechos de execução serial se resumem à entrada de dados, cálculo da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade, e saída de dados. O processo de geração de amostras e avaliação da função do Estado Limite Último (procedimento mais demorado) pode ser paralelizado, o que induz a grandes ganhos no que diz respeito à redução no tempo de execução.

Neste trabalho, utilizou-se a *toolbox* de processamento paralelo do MATLAB[®] em um sistema de memória compartilhada, paralelizando a estrutura de repetição do tipo *for* por meio do comando *parfor* (***parallel for***).

4.6.2.3 Avaliação do coeficiente de minoração de carga

O presente trabalho faz uso da função *fzero* do MATLAB[®] para resolver o problema de zero de funções a seguir, onde o propósito é avaliar a pressão hidrostática que minimizaria a di-

ferença entre a Probabilidade de Falha de Projeto (P_f), definida previamente, e a Probabilidade de Falha provocada pela pressão hidrostática a ser determinada (P_f).

$$\delta_{P_f} = P_f - P_{f,projeto} \quad (52)$$

Deste modo, objetiva-se encontrar uma pressão hidrostática aplicada que aproxima de zero o valor de δ_{P_f} , possibilitando a estimativa de um coeficiente de minoração de carga (γ_{carga}), como mostrado a seguir:

$$\gamma_{carga} = \frac{P_{i,e}^{max}}{\bar{P}_{i,e}} \quad (53)$$

onde $P_{i,e}^{max}$ indica o maior valor de pressão interna ou externa que pode ser aplicada ao tubo, que seria a pressão hidrostática calculada a partir da solução do problema de zero de funções apresentado acima, considerando-se o carácter estatístico das variáveis aleatórias, e $\bar{P}_{i,e}$ indica o valor da pressão interna ou externa associada aos valores médios das variáveis aleatórias, que seria a pressão hidrostática que poderia ser aplicada ao tubo, caso as variáveis aleatórias apresentassem um carácter determinístico, adotando-se para as mesmas os seus valores médios.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 VERIFICAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO

Esta sessão é dedicada à verificação da metodologia apresentada na sessão 4.6.2, utilizando-a para a solução do problema descrita abaixo.

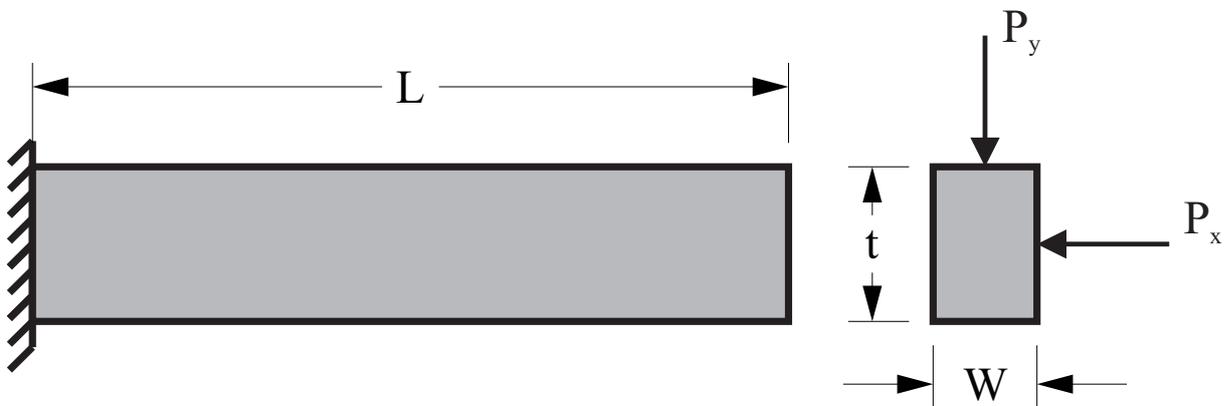
O problema consiste em uma função de Estado Limite (Equação (54)), onde a viga da Figura 16 se encontra submetida à ação das cargas externas P_x e P_y , sendo que o modo de falha da estrutura ocorre quando o deslocamento da extremidade livre (D_o) ultrapassa o valor de 3". A viga possui dimensões de seção transversal $W = 2"$ e $t = 4"$, comprimento $L = 100"$ e Módulo de Elasticidade $E = 30 \cdot 10^6 psi$. Este problema foi solucionado por Ferreira (2015) utilizando os Métodos FORM, SORM, Monte Carlo, e SORM DG (método proposto em seu trabalho). Alguns dos resultados obtidos por ele se encontram na Tabela 6, enquanto que as características das variáveis aleatórias são mostradas na Tabela 5.

$$G(P_x, P_y) = D_o - \frac{4 \cdot L^3}{E \cdot W \cdot t} \sqrt{\left(\frac{P_y}{t^2}\right)^2 + \left(\frac{P_x}{W^2}\right)^2} \quad (54)$$

Tabela 5 – Características das variáveis aleatórias do problema

| Variável | Distribuição | Média | Desvio padrão |
|-----------|--------------|-------|---------------|
| $P_x(lb)$ | Normal | 500 | 100 |
| $P_y(lb)$ | Normal | 1000 | 100 |

Figura 16 – Viga em balanço.



Fonte: FERREIRA, 2015, p. 76

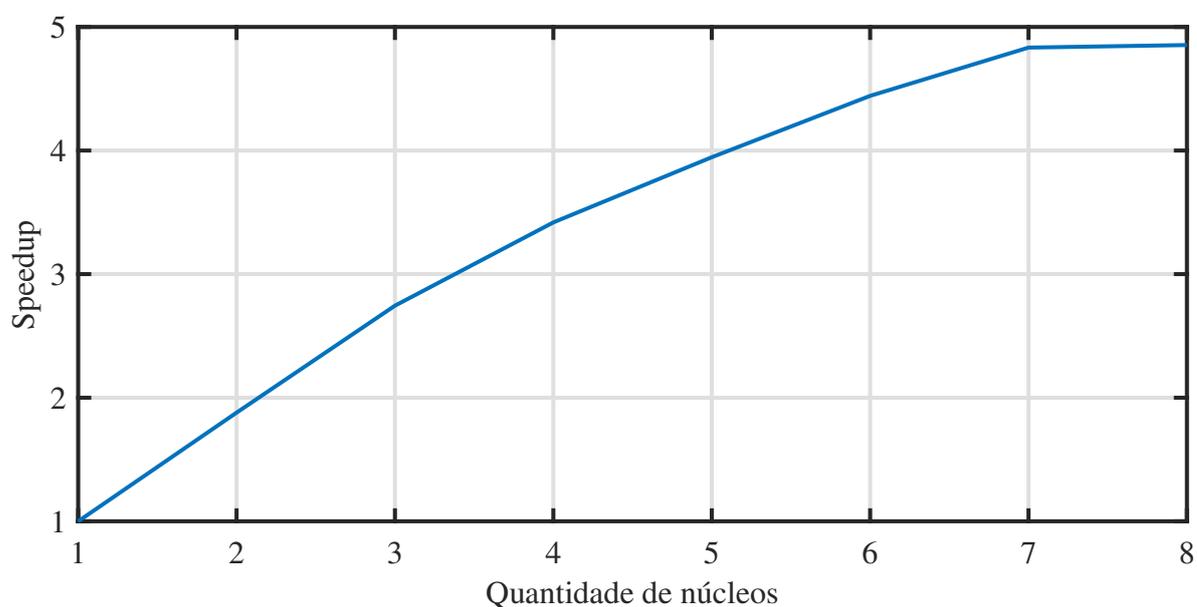
Tabela 6 – Resultados obtidos na análise de confiabilidade realizada por Ferreira (2015)

| | FORM | SORM DG | SORM | MONTE CARLO |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| P_f | $4,08 \cdot 10^{-2}$ | $4,11 \cdot 10^{-2}$ | $4,08 \cdot 10^{-2}$ | $4,14 \cdot 10^{-2}$ |
| β | 1,744 | 1,743 | 1,742 | 1,739 |
| Número de simulações | - | - | - | 245098 |

Fonte: FERREIRA, 2015, p. 76

Empregando a metodologia apresentada na sessão 4.6.2, e utilizando-se dos recursos de paralelismo disponíveis no ambiente de programação MATLAB[®], que possibilitou a execução da simulação de Monte Carlo com um maior número de amostras geradas e com um *Speedup* considerável. A Figura 17 mostra valores de *Speedup* para o problema da viga em balanço. Ressalta-se que, à medida em que aumenta o número de simulações, maior se torna o *Speedup*. Em uma situação ideal, o *Speedup* seria igual ao próprio número de processadores executando o algoritmo. Os resultados obtidos para a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade são apresentados na Tabela 7.

Figura 17 – Tempo de solução do problema em função da quantidade de núcleos (processadores)



Nota-se que com relação à probabilidade de falha, os resultados obtidos por Ferreira (2015) e por meio da metodologia adotada no presente trabalho foram iguais. Já no que diz respeito ao índice de confiabilidade, para todas as metodologias empregadas no seu trabalho, Ferreira (2015) utilizou a aproximação da inversa da PDF desenvolvida por Hamaker em 1978

Tabela 7 – Resultados obtidos por meio da metodologia apresentada neste trabalho

| | MONTE CARLO |
|----------------------|----------------------|
| P_f | $4,14 \cdot 10^{-2}$ |
| β | 1,777 |
| Número de simulações | 10^6 |

(BOWLING et al., 2009), para obtenção de P_f partindo de β , ou para a obtenção de β partindo de P_f , como é o caso do Método de Monte Carlo. Contudo, essa aproximação fornece erros consideráveis a depender dos valores de β e P_f .

A aproximação de Hamaker fornece um erro de aproximadamente 0.005 para $0 \leq \beta \leq 4$, e pode ser feita através da equação abaixo:

$$\beta = -\text{sign}(P_f - 0.5) \cdot (1.238 \cdot j \cdot (1 + 0.0262 \cdot j)) \quad (55)$$

onde $j = \sqrt{-\ln[4 \cdot P_f \cdot (1 - P_f)]}$.

5.2 ANÁLISES DE SENSIBILIDADE

Nas análises a seguir, foram utilizados os valores médios dos parâmetros definidores da configuração do tubo obtidos na literatura e através de relatórios técnicos. No processo de análise de sensibilidade, onde se deseja avaliar a influência de cada parâmetro na confiabilidade do tubo de forma individual, foram assumidos valores de coeficiente de variação para estes parâmetros variando de 0 a 3% e foi determinado um valor para a probabilidade de falha de projeto ($P_{f,projeto} = 10^{-3}$) de ordem próxima à dos valores utilizados na construção civil (por conta de não existirem normas determinando faixas de valores para esse parâmetro), verificando-se, assim, os valores de pressão hidrostática que poderiam ser aplicados neste intervalo. As propriedades dos materiais constituintes são mostradas na Tabela 8.

Ressalta-se que em casos onde não se conhece o tipo de distribuição estatística das variáveis aleatórias, é comum assumir que estas possuem distribuição normal.

Os resultados exibidos nas Figuras 19 a 30, foram obtidos assumindo-se que os tubos se enquadram na categoria de tubos longos, e que estes possuem um diâmetro interno médio igual a $317,5\text{mm}$ (12,5”), e que suas paredes são constituídas por 12 lâminas, apresentando $0,55\text{mm}$ de espessura média, cada lâmina.

Por meio da Equação (47), foi estimado o número de simulações via Método de Monte Carlo necessárias para obtenção de resultados com $\delta = 0,0466$ e probabilidade de falha com ordem de grandeza de 10^{-3} , resultando em um total de 460517 simulações.

Tabela 8 – Propriedades mecânicas médias dos materiais constituintes

| Parâmetro | Vidro-E | Epoxy 8551-7 |
|--------------------------------|---------|--------------|
| $\rho(kg/m^3)$ | 2540 | 1273,3 |
| $E_{11}(MPa)$ | 72395 | 4080 |
| $E_{22}(MPa)$ | 72395 | 4080 |
| $\mu_{12}(MPa)$ | 30336,9 | 1478 |
| $\mu_{23}(MPa)$ | 30336,9 | 1478 |
| $\nu_{12}(MPa)$ | 0,2 | 0,38 |
| $\nu_{23}(MPa)$ | 0,2 | 0,38 |
| $(\sigma_{11})_{ult}(MPa)$ | 2150 | 98,9 |
| $(\sigma_{12})_{ult}(MPa)$ | - | 110,8 |
| $(\varepsilon_{11})_{ult}(\%)$ | 2,97 | 2,42 |
| $(\gamma_{12})_{ult}$ | - | 0,075 |

As informações relacionadas ao *Hardware* e ao sistema operacional utilizados são mostradas abaixo:

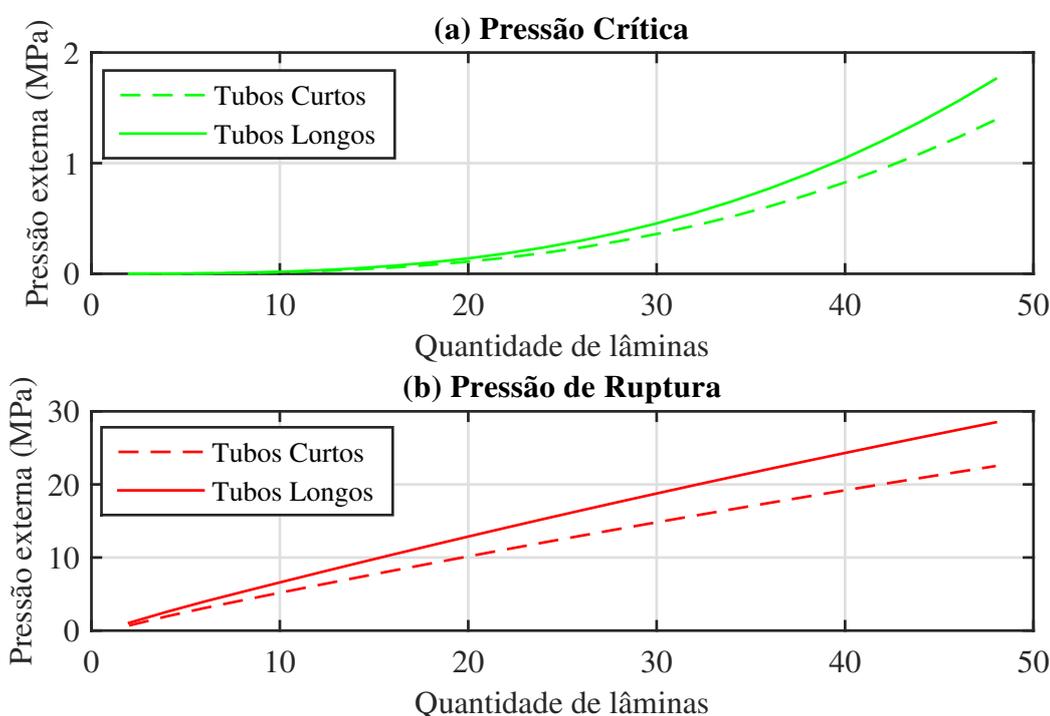
- **Processador:** AMD FX™-8350 *Eight-Core Processor* @4.0/4.2GHz
- **Memória RAM:** 8GB DDR3 1600MHz
- **Sistema Operacional:** Linux com arquitetura 64 bits.

5.3 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA PRESSÃO EXTERNA CRÍTICA

É possível notar na Figura 18, para um laminado com layup $[30^\circ / -30^\circ]_n$, adotando-se um diâmetro interno igual a 317.5mm , uma espessura para cada lâmina igual a 0.55mm e uma fração volumétrica de fibras de 20%, que partindo do número mínimo de lâminas até o máximo permitido pela restrição cinemática $r_0/t \geq 10$, quando submetido à uma pressão hidrostática externa, o tubo com este diâmetro interno sempre falhará por conta do fenômeno da flambagem antes que ocorra uma falha por ruptura, ou seja, falha no material, fato que ocorre para quaisquer configurações do laminado (orientação das lâminas, sequência das lâminas e fração volumétrica de fibras) confeccionado com os constituintes apresentados na Tabela 8.

Deste modo, como os tubos analisados nesta seção estão submetidos à ação de pressões hidrostáticas externas, a função do estado limite será avaliada levando-se em consideração apenas a pressão externa crítica de flambagem.

Figura 18 – (a) Variação da Pressão Externa Crítica em função do número de lâminas. (b) Variação da Pressão de Ruptura em função do número de lâminas. - Layup: $[30^\circ / -30^\circ]_n$



Aqui são apresentados os resultados e discussões para o caso de tubos submetidos à pressões hidrostáticas externas.

Figura 19 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Módulo de Elasticidade da Matriz) - $\gamma_{carga} \times cov - (E_{matriz})$

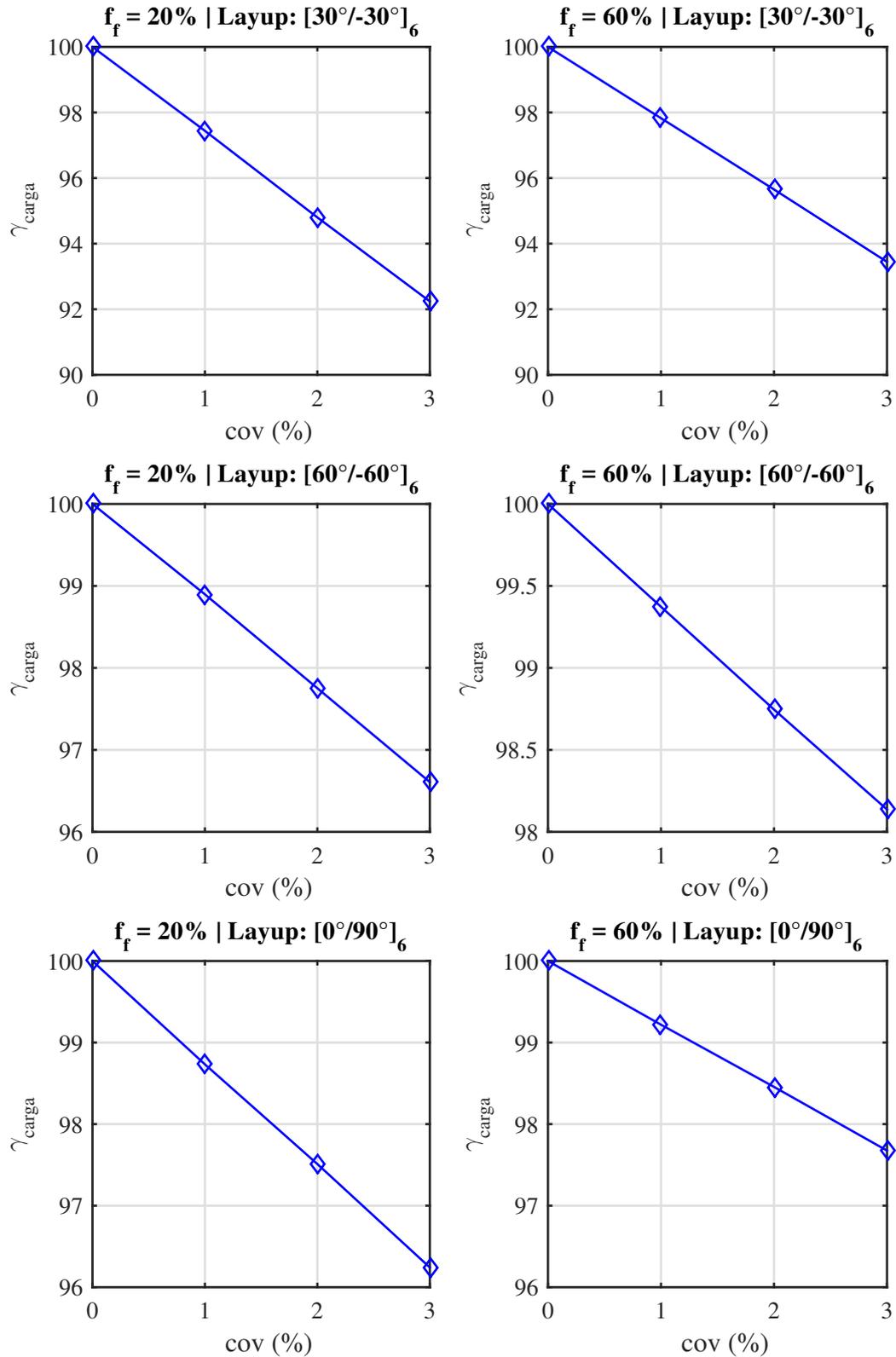


Figura 20 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para as Espessuras das Lâminas) - $\gamma_{carga} \times cov - (t_{lamina})$

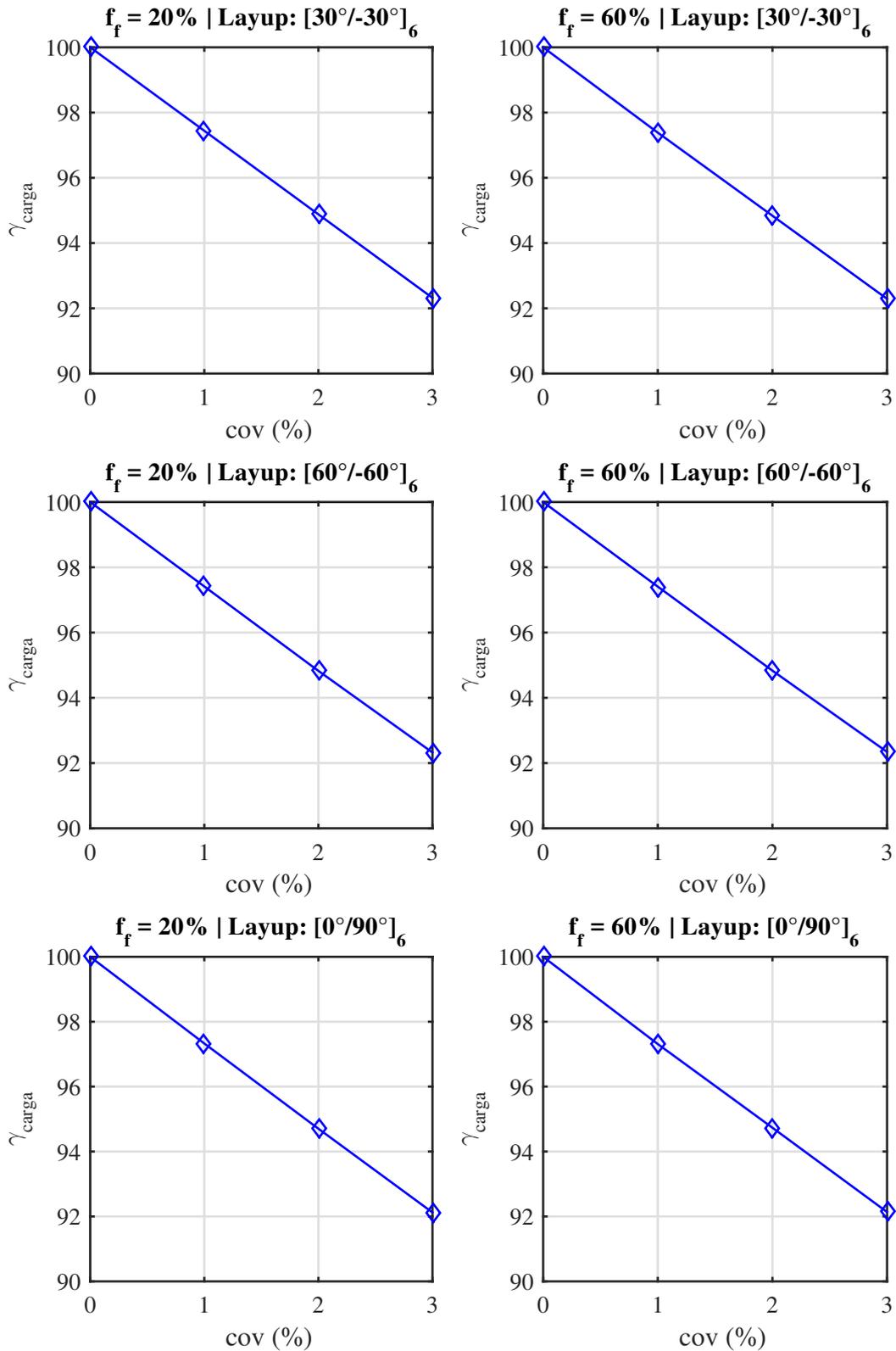


Figura 21 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Ângulo de Orientação de Fibras) - $\gamma_{carga} \times cov - (\theta)$

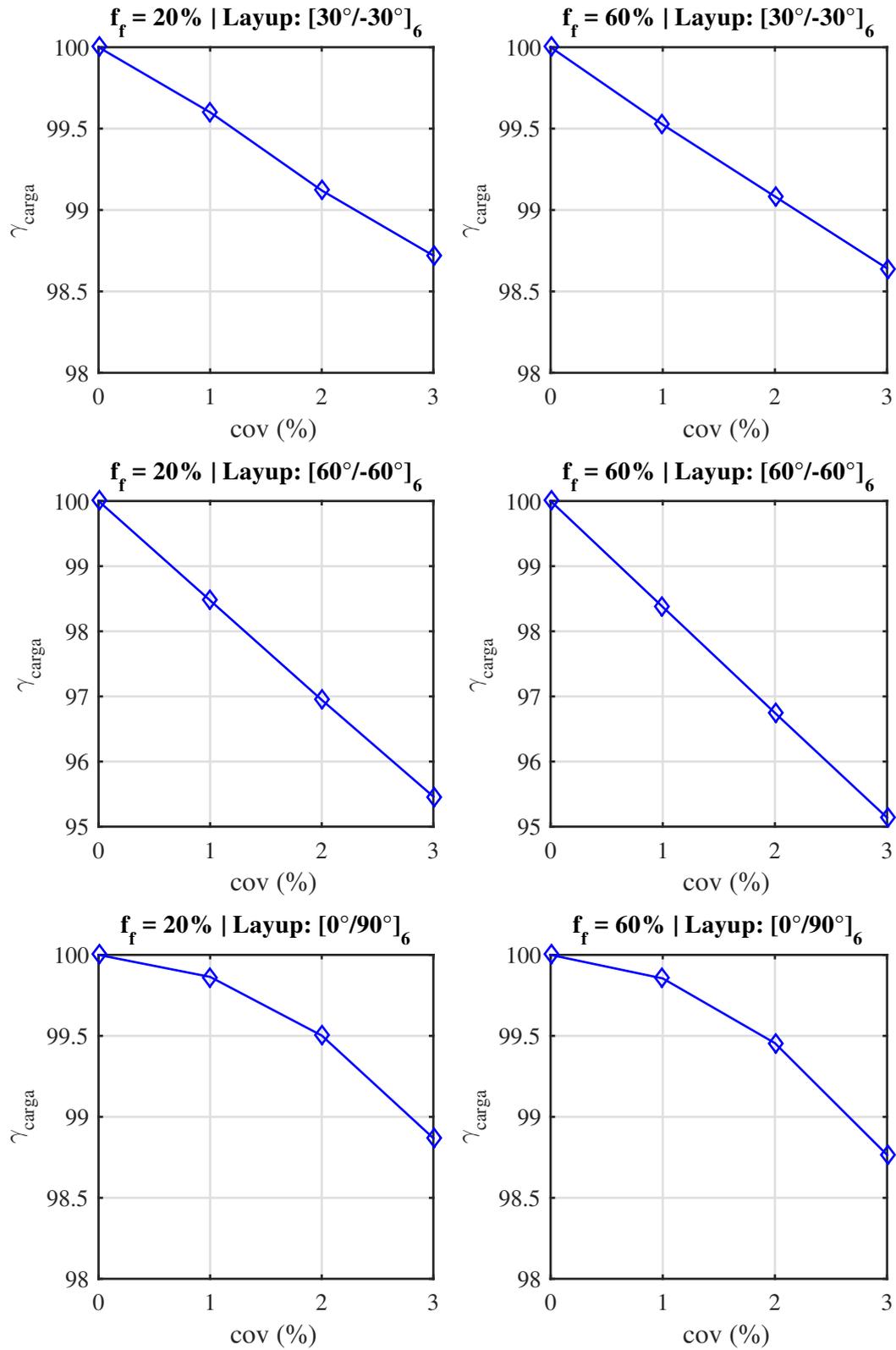


Figura 22 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para a Fração Volumétrica de Fibras) - $\gamma_{carga} \times cov - (f_f)$

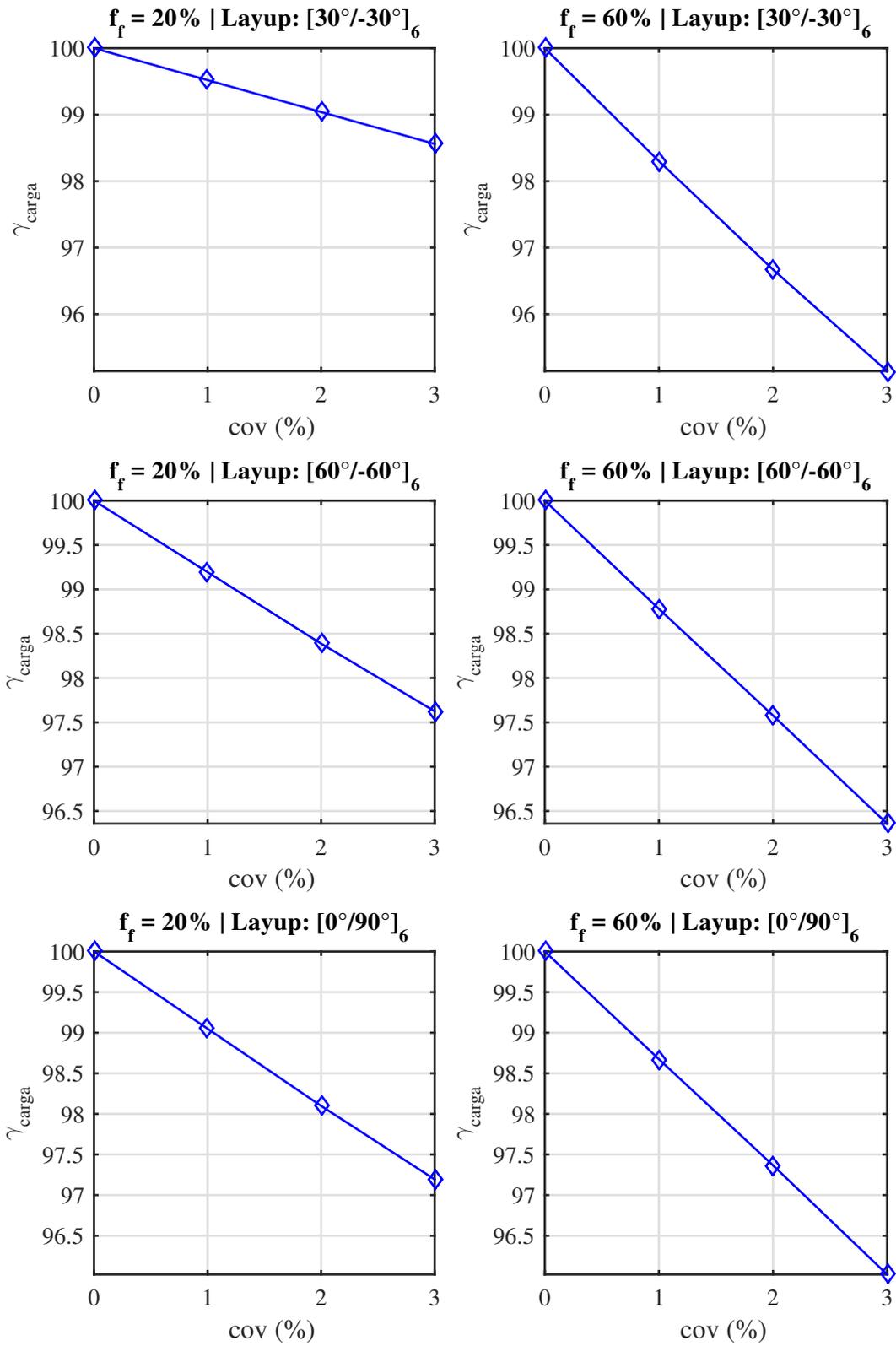


Figura 23 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Diâmetro Interno do Tubo) - $\gamma_{carga} \times cov - (D_i)$

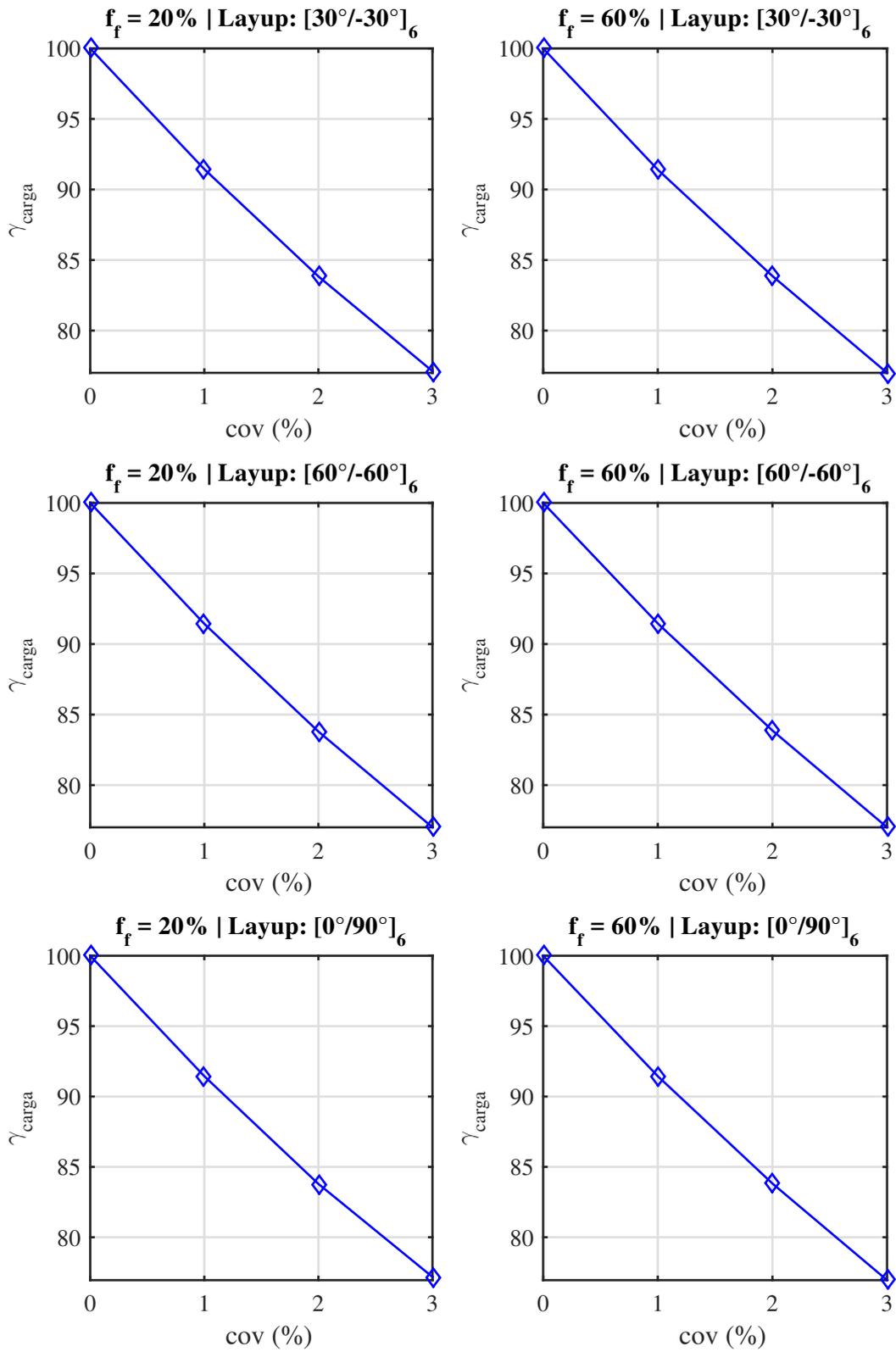
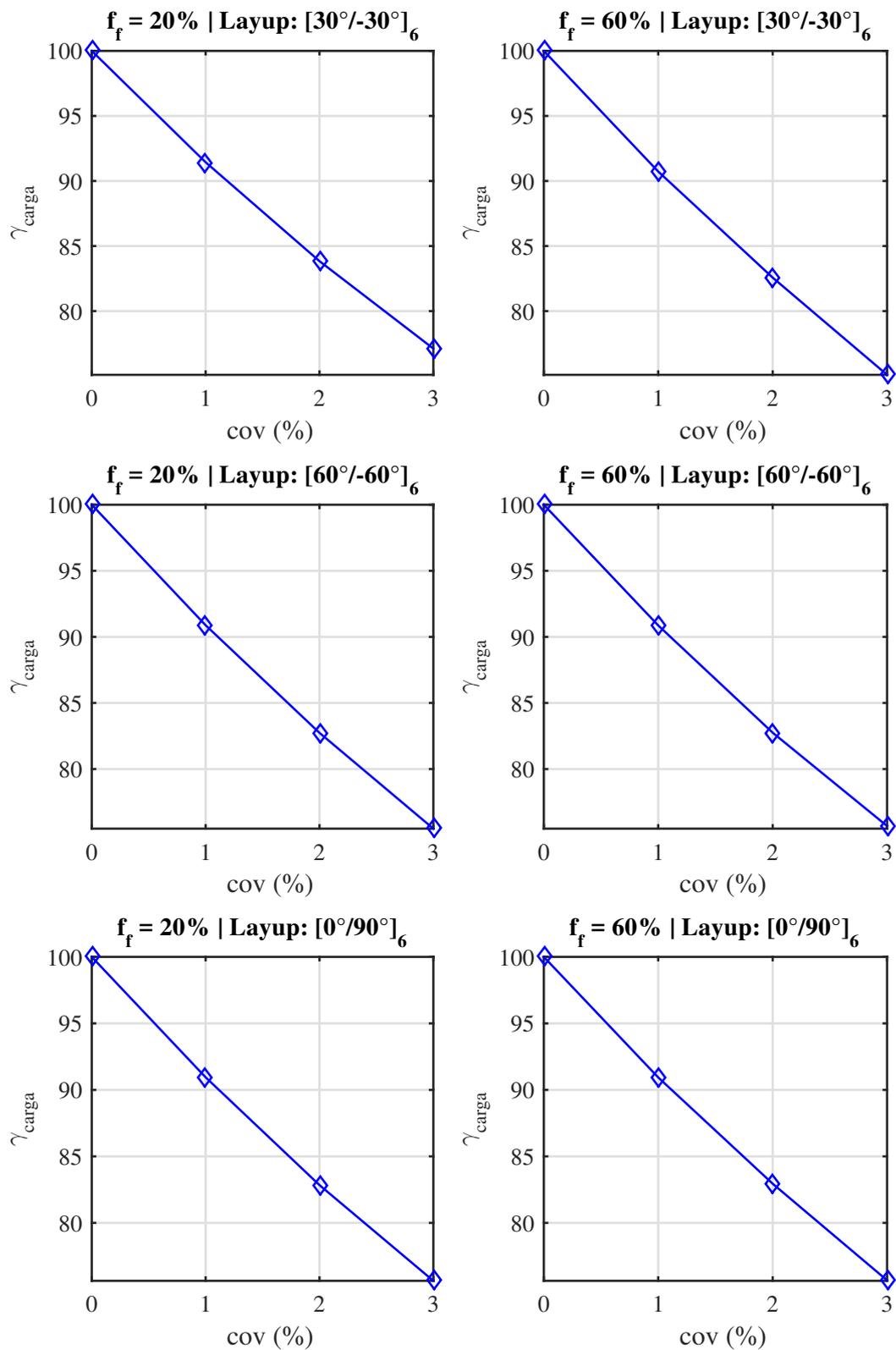


Figura 24 – Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório para vários parâmetros do tubo) - $\gamma_{carga} \times cov$



Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Módulo de Elasticidade da Matriz)

Com base nos resultados apresentados na Figura 17, para as configurações com fração volumétrica de fibras igual a 20%, nota-se que os valores dos coeficientes de minoração da pressão externa são inferiores àqueles para uma fração volumétrica de fibras igual a 60%. Isto ocorre por conta das lâminas possuírem um maior teor de matriz para o primeiro caso, logo, o laminado é afetado de forma mais intensa quando levadas em consideração as incertezas associadas ao Módulo de Elasticidade da Matriz (E_{matriz}).

Nota-se ainda, que para a situação onde o ângulo de orientação de fibras é igual a 30°, o coeficiente de minoração de carga foi superior aos demais casos. Isso ocorre por conta dos maiores níveis de esforços atuarem na direção circunferencial dos tubos, logo, ângulos de orientação de fibras mais próximos a 0° acabam por diminuir a rigidez destes tubos na direção mais solicitada (circunferencial).

Uma diminuição do carregamento máximo que pode ser imposto aos tubos ocorre a medida em que a incerteza de E_{matriz} aumenta.

Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para as Espessuras das Lâminas)

Com base nos resultados apresentados na Figura 18, para todos os valores de fração volumétrica de fibras e de ângulos de orientação de fibras, os coeficientes de minoração de carga (γ_{carga}) foram iguais. Assim, torna-se necessária a análise deste parâmetro para laminados com diferentes quantidades de lâminas para uma avaliação de sua influência sobre as características mecânicas do tubo. Contudo, a diminuição do carregamento máximo que pode ser imposto ao tubo ocorre a medida em que a incerteza de t_{lamina} aumenta.

Vale ressaltar, que as soluções analíticas, nas quais se baseiam a metodologia empregada no presente trabalho, impossibilitam a variação da espessura das lâminas ao longo da direções circunferencial e longitudinal do tubo.

Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Ângulo de Orientação das Fibras)

Com base nos resultados apresentados na Figura 19, nota-se que para ambos os valores de fração volumétrica de fibras, as configurações [30°/ - 30°] e [0°/90°] foram menos afetadas pela incerteza associada à orientação das fibras, sendo a configuração [60°/ - 60°] a mais afetada.

Uma diminuição do carregamento máximo que pode ser imposto ao tubo ocorre a me-

dida em que a incerteza associada à θ aumenta.

Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para a Fração Volumétrica de Fibras)

A Figura 20 indica que variações nas menores frações volumétricas de fibras possuem menor influência sobre o desempenho do tubo quando comparadas às configurações com maiores frações volumétricas de fibras.

Uma diminuição do carregamento máximo que pode ser imposto ao tubo ocorre a medida em que a incerteza associada à f_f aumenta.

Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Diâmetro Interno do Tubo)

Com base nos resultados apresentados na Figura 21, nota-se que todas as configurações apresentam um comportamento semelhante quando levadas em consideração as incertezas associadas ao diâmetro interno do tubo. O grande empecilho da metodologia empregada é a impossibilidade de considerar variações do diâmetro interno ao longo das direções longitudinal e circunferencial do tubo (situação onde o tubo apresentaria uma seção transversal ovalizada antes da aplicação do carregamento).

Percebe-se ainda que a medida em que o coeficiente de variação aumenta, o desempenho dos tubos cai de forma mais brusca quando comparado aos resultados onde os demais parâmetros avaliados sofreram variações nas amostras geradas, ou seja, a pressão externa crítica é mais sensível à variação do diâmetro em relação aos demais parâmetros.

Análise de sensibilidade da pressão externa crítica (assumindo-se um comportamento aleatório para vários parâmetros do tubo)

Com base nos resultados apresentados na Figura 22, considerando-se as incertezas de todos os parâmetros avaliados anteriormente, nota-se que os gráficos possuem comportamentos semelhantes aos da Figura 23. No entanto, nesta situação, a carga de projeto sofre reduções ainda maiores.

Como em todos os casos anteriores, a medida em que o coeficiente de variação aumenta, o desempenho dos tubos é reduzido.

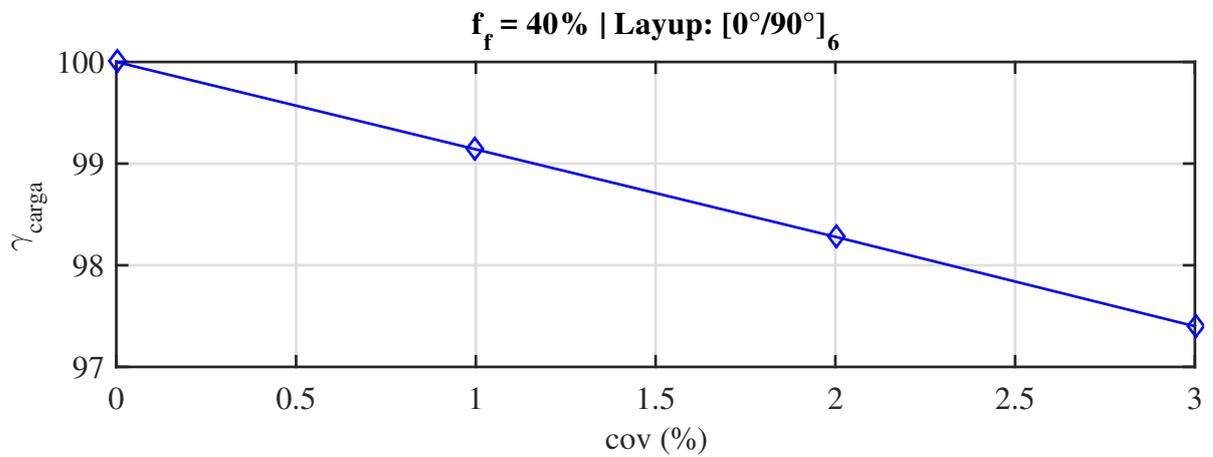
5.4 ANÁLISES DE PRESSÃO INTERNA

Os resultados a seguir foram obtidos para uma configuração do tubo com fração volumétrica de fibras em cada lâmina igual a 40% e orientação das fibras ao longo das direções longitudinal e circunferencial $[0^\circ/90^\circ]$, submetido à ação de uma pressão hidrostática interna,

onde a forma de falha se dá por meio da ruptura do tubo causada por uma falha dos materiais constituintes.

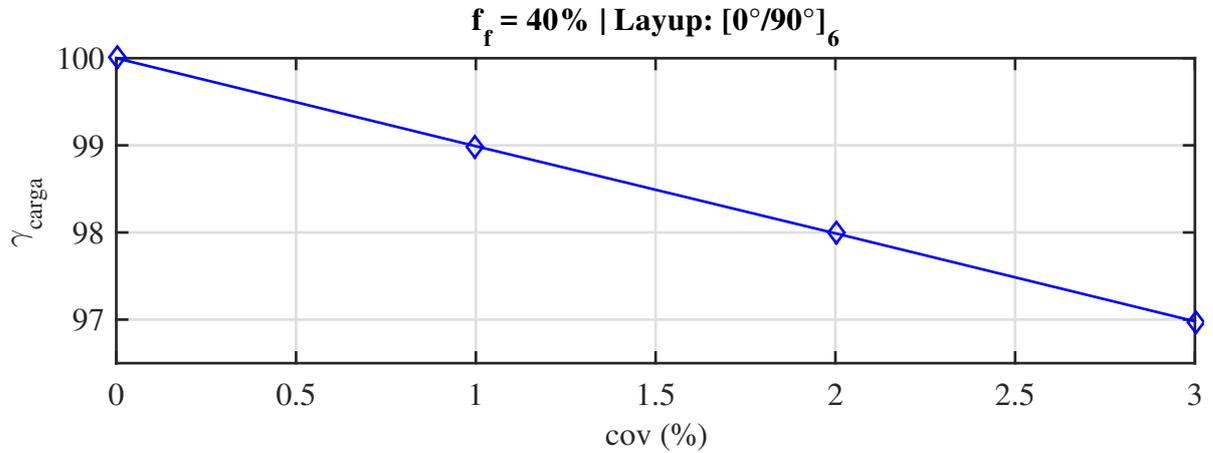
Com base na Figura 25, percebe-se um decaimento da carga que pode ser aplicada com o aumento do coeficiente de variação para o Módulo de Elasticidade da Matriz. Isso ocorre por conta da dependência da resistência à tração na direção paralela às fibras (Y_T) em relação ao Módulo de Elasticidade da Matriz.

Figura 25 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Módulo de Elasticidade da Matriz) - $\gamma_{carga} \times cov - E_{matriz}$



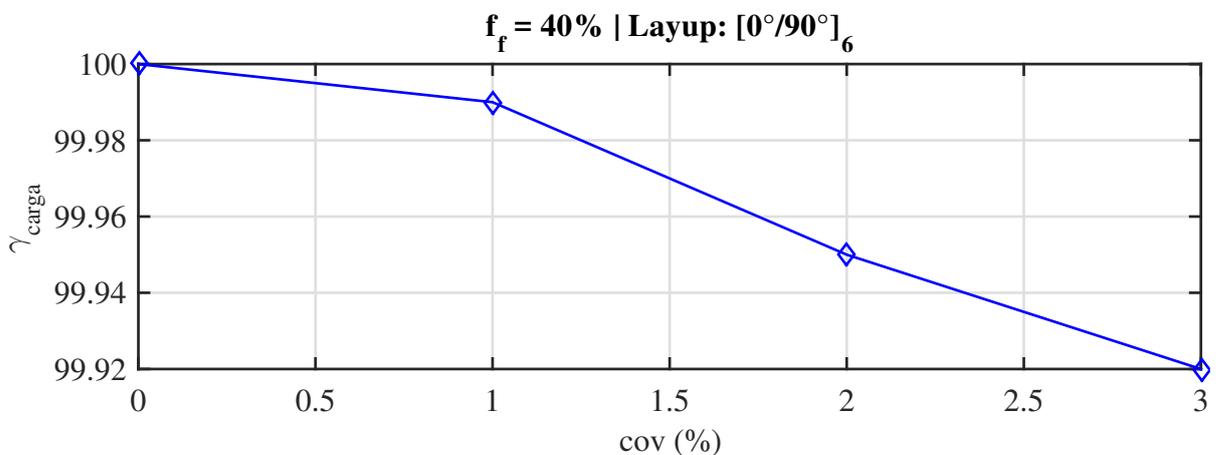
Para o caso de variações na espessura das lâminas, Figura 26, o desempenho diminui por conta da influência das espessuras das lâminas nos coeficientes de rigidez do laminado (A_{ij} , B_{ij} e D_{ij}), onde, quanto menores as espessuras das lâminas, menores serão os valores desses coeficientes.

Figura 26 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para as Espessuras das Lâminas) - $\gamma_{carga} \times cov - t_{lamina}$



Como o laminado possui lâminas com orientação a 0° , as variações relativas associadas ao ângulo de orientação de fibras dessas lâminas são nulas, o que resultou numa redução muito pequena de carga quando comparada aos demais parâmetros analisados. Além disso, uma variação relativa das lâminas orientadas à 90° influenciam muito pouco o desempenho do tubo, pois os parâmetros de rigidez e de resistência ao longo da direção longitudinal têm pouca influência no comportamento do tubo submetido à pressões hidrostáticas. Os resultados para essa configuração são apresentados na Figura 27

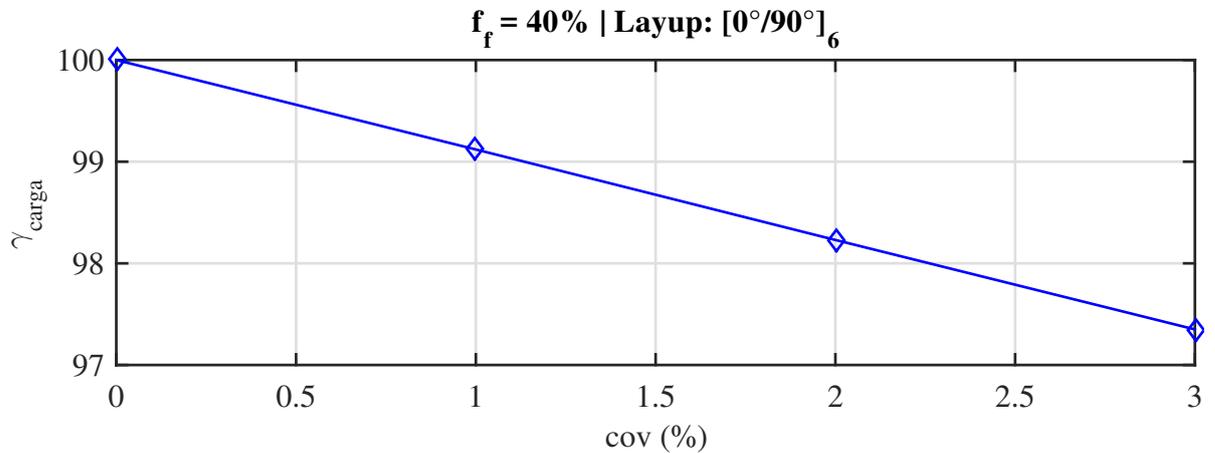
Figura 27 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Ângulo de Orientação das Fibras) - $\gamma_{carga} \times cov - \theta$



Quanto à fração volumétrica de fibras, esta provocou grande influência no desempenho dos tubos, já que afeta tanto os parâmetros de resistência quanto os de rigidez. Os resultados

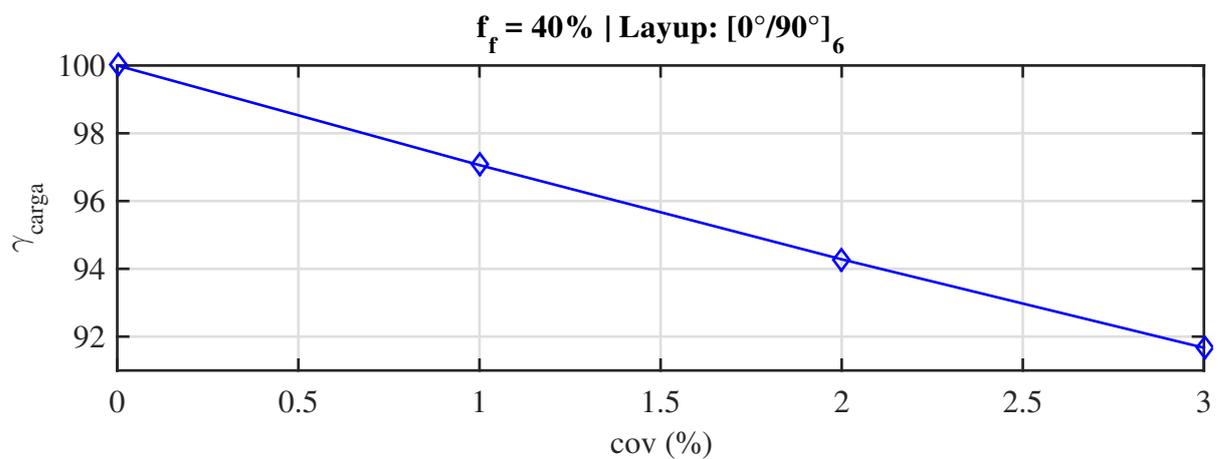
para este parâmetro variando aleatoriamente são apresentados na Figura 28.

Figura 28 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para a Fração Volumétrica de Fibras) - $\gamma_{carga} \times cov - f_f$



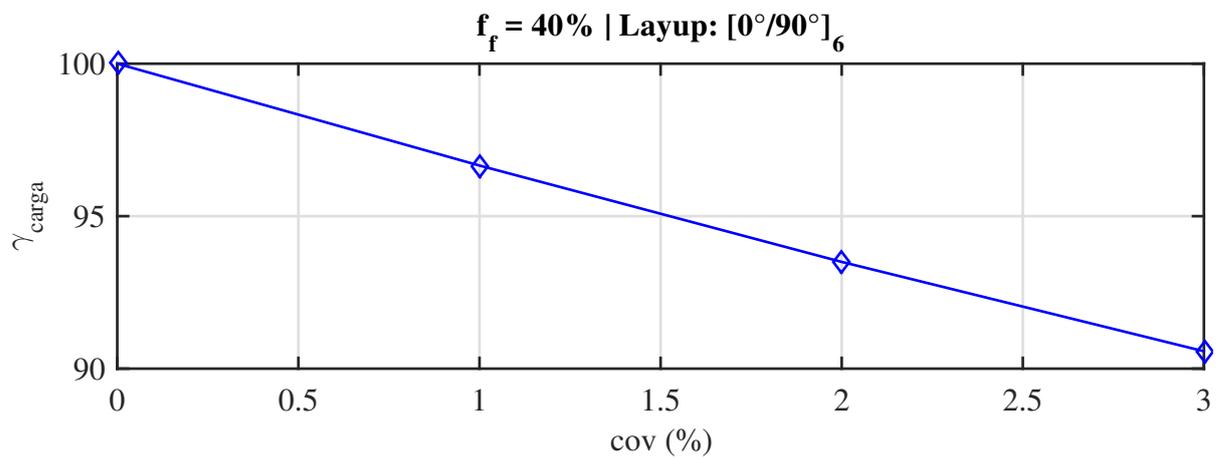
Assim como no caso de tubos submetidos à pressão externa, variações no diâmetro possuem grande influência na confiabilidade dos tubos. Neste caso, isso ocorre por conta de uma variação percentual de 3% no diâmetro afetar consideravelmente as dimensões totais do tubo, o que não acontece com os demais parâmetros avaliados neste trabalho. Os resultados são apresentados na Figura 29.

Figura 29 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório apenas para o Diâmetro Interno do Tubo) - $\gamma_{carga} \times cov - D_i$



Para o caso onde todos os parâmetros anteriores sofrem variações, os resultados indicam a necessidade de minoração da carga superior aos demais casos, como mostrado na Figura 30.

Figura 30 – Análise de sensibilidade da pressão interna de ruptura (assumindo-se um comportamento aleatório para vários parâmetros do tubo) - $\gamma_{carga} \times cov - (E_{matriz}, t_{lamina}, \theta, f_f, D_i)$



6 CONCLUSÕES

Por meio dos resultados obtidos, nota-se que o parâmetro com maior influência no desempenho dos tubos é o diâmetro interno. Contudo, devido ao fato da metodologia aqui empregada impossibilitar a avaliação de configurações de tubo com seções transversais ovalizadas antes mesmo de sofrer deformações por conta dos carregamentos aplicados, os resultados levam a crer que a grande influência deste parâmetro no caso de tubos submetidos à pressões externas está associada à variação da esbeltez dos tubos, uma vez que variações no diâmetro mantendo fixa a espessura das paredes dos tubos podem implicar em tubos mais esbeltos e mais susceptíveis à flambagem.

Para tubos submetidos à pressões externas, variações na espessura das lâminas podem levar a uma situação semelhante à variação do diâmetro. Contudo, o diâmetro é um parâmetro de ordem de grandeza muito superior à espessura das lâminas e termina por influenciar de forma mais significativa na esbeltez dos tubos e, conseqüentemente, no seu desempenho. Já para o caso de tubos sob a ação de pressões internas, a espessura tem grande influência por afetar os parâmetros de rigidez do laminado.

Para o caso da variação do Módulo de Elasticidade da Matriz, deve-se existir durante o processo de fabricação um controle rigoroso quanto aos processos de impregnação da resina sobre as fibras, adição de catalisadores e tensionamento das fibras durante o processo de Enrolamento Filamentar, já que em algumas configurações este parâmetro pode apresentar uma redução de aproximadamente 8% sobre a pressão crítica média desses tubos. A resistência dos tubos é afetada por esse parâmetro, devido à dependência do parâmetro Y_T com relação ao Módulo de Elasticidade da Matriz.

Quanto à fração volumétrica de fibras, nota-se uma redução de desempenho maior em casos onde o parâmetro em questão possui valores altos. Isso ocorre por conta da análise ter sido feita com base no coeficiente de variação, o que implica em menores valores de incertezas para parâmetros com menores valores médios.

Com relação ao ângulo de orientação de fibras, a situação é semelhante à da fração volumétrica de fibras. O maior valor médio de ângulo de orientação de fibras é igual a 90° , o que implicaria em uma maior incerteza associada a configurações contendo lâminas com este ângulo de orientação de fibras. Contudo, as configurações contendo lâminas com ângulo de orientação de fibras médio igual a 90° , também possuem a mesma quantidade de lâminas com este parâmetro possuindo valor médio nulo. Desse modo, as maiores incertezas estão associadas

aos laminados contendo lâminas com ângulo de orientação de fibras médias iguais a 60° .

A Tabela 9 mostra os maiores valores de redução da pressão externa crítica encontrados entre todas as situações para cada um dos parâmetros avaliados para o caso de tubos submetidos à pressões hidrostáticas externas, enquanto que a Tabela 10 apresenta os mesmos resultados para o caso de tubos submetidos à pressões hidrostáticas internas.

Tabela 9 – Valores máximos de redução de carga detectados nas configurações analisadas para o caso de pressões externas atuantes

| Parâmetro | Máxima redução detectada ($100\% - \gamma_{carga}$) (%) |
|--|---|
| E_{matriz} | 7,76 |
| t_{lamina} | 7,88 |
| θ | 4,86 |
| f_f | 4,86 |
| D_i | 23,05 |
| $(E_{matriz}, t_{lamina}, \theta, f_f, D_i)$ | 24,89 |

Tabela 10 – Valores máximos de redução de carga detectados nas configurações analisadas para o caso de pressões internas atuantes

| Parâmetro | Máxima redução detectada ($100\% - \gamma_{carga}$) (%) |
|--|---|
| E_{matriz} | 2,6 |
| t_{lamina} | 3,02 |
| θ | 0,08 |
| f_f | 2,65 |
| D_i | 8,33 |
| $(E_{matriz}, t_{lamina}, \theta, f_f, D_i)$ | 9,43 |

6.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Esta sessão objetiva a sugestão de estudos que complementem ou tomem como base resultados obtidos neste trabalho, como segue:

- Utilização de Métodos Numéricos para a modelagem do problema estudado de forma que se possa levar em consideração as imperfeições dos tubos inerentes ao processo de fabricação, tendo como exemplo as variações do diâmetro e da espessura das lâminas ao longo das direções longitudinal e circunferencial;
- Verificação da possibilidade e eficiência da implementação do Método de Monte Carlo utilizando GPUs, para que se torne possível a geração de um maior número de amostras em tempo reduzido;

- Realização de estudos de otimização, com o objetivo de encontrar configurações ótimas que forneçam bom desempenho às solicitações externa e interna atuantes no tubo.

REFERÊNCIAS

- AWWA. Fiberglass Pipe Design. **American Water Works Association**, 1999.
- BARBOSA, A. H. **Análise de confiabilidade estrutural utilizando o método de monte carlo e redes neurais**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2004.
- BARROS, G. d. A. **Tubulações de PRFV com adição de areia quartzosa visando sua aplicação na indústria do petróleo**. 2007.
- BAZANT, Z. P.; CEDOLIN, L. **Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories**. 1. ed. [S.l.]: World Scientific Publishing Company, 2010.
- BOWLING, S. R.; KHASAWNEH, M. T.; KAEWKUEKOOL, S.; CHO, B. R. A logistic approximation to the cumulative normal distribution. **Journal of Industrial Engineering and Management**, v. 2, n. 1, p. 114–127, 2009. ISSN 2013-0953.
- BOX, G. E.; MULLER, M. E. et al. A note on the generation of random normal deviates. **The annals of mathematical statistics**, Institute of Mathematical Statistics, v. 29, n. 2, p. 610–611, 1958.
- CARNEIRO, T. G. d. S. **Memória Compartilhada e Distribuída - Notas de aula**. [S.l.]: Universidade Federal de Ouro Preto, 2008.
- CASTANHEIRA, A. M. **Avaliação da Confiabilidade de Vigas Metálicas Dimensionadas pela NBR 8800**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2004.
- CHRISTENSEN, R. M. A critical evaluation for a class of micro-mechanics models. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 38, n. 3, p. 379–404, 1990. ISSN 0022-5096.
- CHRISTENSEN, R. M.; LO, K. H. Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 27, n. 4, p. 315–330, 1979. ISSN 0022-5096.
- DANIEL, I.; ISHAI, O. **Engineering mechanics of composite materials**. 1994. 881–886 p.
- FERREIRA, E. G. **Análise de Confiabilidade Estrutural via Método SORM DG**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2015.
- HAMAKER, H. C. Approximating the cumulative normal distribution and its inverse. **Applied Statistics**, JSTOR, p. 76–77, 1978.
- HASHIN, Z.; ROSEN, B. W. The Elastic Moduli of Fiber-Reinforced Materials. **Journal of Applied Mechanics**, ASME, v. 31, n. 2, p. 223–232, jun 1964.
- HASOFER, A. M.; LIND, N. C. **Exact and Invariant Second-Moment Code Format**. 1974. 111–121 p.
- JONES, R. M. **Mechanics Of Composite Materials**. [S.l.]: Taylor & Francis, 1998. (Materials Science and Engineering Series).
- KAW, A. **Mechanics of Composite Materials**. [S.l.: s.n.], 2005. v. 1.
- KOLIOS, A. J. Evaluation of the Reliability Performance of Failure Criteria for Composite Structures. **World Journal of Mechanics**, v. 02, n. 03, p. 162–170, 2012.

LANDAU, D. P.; BINDER, K. **A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics , Second Edition.** [S.l.: s.n.], 2005. v. 38. 432 p.

LIN, S. Buckling failure analysis of random composite laminates subjected to random loads. **International Journal of Solids and Structures**, v. 37, n. 51, p. 7563–7576, 2000. ISSN 00207683.

LOPES, M. T. d. A. **Análise de Confiabilidade de Estruturas Aplicada ao Projeto de Reforço à Força Cortante de Vigas em Concreto Armado com Compósitos de Fibras de Carbono.** Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2007.

LOPES, P. A. M. **Otimização de Estruturas de Materiais Compósitos Laminados, Baseada em Confiabilidade, Utilizando Algoritmos Genéticos e Redes Neurais Artificiais.** Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

MAALAWI, K. Y. Use of material grading for enhanced buckling design of thin-walled composite rings/long cylinders under external pressure. **Composite Structures**, Elsevier Ltd, v. 93, n. 2, p. 351–359, 2011.

MENICONI, L. C. M.; REID, S. R.; SODEN, P. D. Preliminary design of composite riser stress joints. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 32, n. 5, p. 597–605, may 2001.

MIKI, M.; MUROTSU, Y.; TANAKA, T.; SHAO, S. Reliability of unidirectional fibrous composites. **AIAA Journal**, v. 28, n. 11, p. 1980–1986, 1990.

NEMAT-NASSER, S.; LORI, M.; DATTA, S. K. Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials. **Journal of Applied Mechanics**, v. 63, p. 561, 1996.

PALIGA, C. M.; FILHO, A. C.; MARIA, S.; DINIZ, C. Métodos de análise de confiabilidade aplicados a vigas de concreto armado recuperadas com PRFC. v. 17, p. 57–66, 2011.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Non-normal vectors in structural reliability. **SFB**, v. 96, p. 1–22, 1978.

RASHEED, H. a.; YOUSIF, O. H. Stability of Anisotropic Laminated Rings and Long Cylinders Subjected to External Hydrostatic Pressure. **Journal of Aerospace Engineering**, v. 18, n. 3, p. 129–138, 2005.

SALIBI, Z. Performance of reinforced thermosetting resin pipe systems in desalination applications : a long-term solution to corrosion The Arabian Gulf example. **European Conference on DESALINATION AND THE ENVIRONMENT WATER SHORTAGE**, v. 138, n. May, p. 379–384, 2001.

SANTOS, R. V. dos; GOUVEIA, L. P. de. Influência do Truncamento das Variáveis Aleatórias na Confiabilidade de Tubos de Revestimento sujeitos à Pressão Interna. 2015.

SANTOS, S. R. D.; MATIOLI, L. C. Desenvolvimento de Algoritmos Matemáticos Aplicados a Confiabilidade Estrutural. XXIX, p. 15–18, 2012.

SILVEIRA, C. L. B.; Da Silveira Jr., L. G.; CAVALHEIRO, G. G. H. Programação em OpenCL: Uma introdução prática. **Labsv3Dcombr**, p. 19–51, 2010.

SOUTO, N. A. d. O. **Aplicação de confiabilidade ao estudo de elementos de aço comprimido em situação de incêndio.** 2015.

TITA, V. Projeto e fabricação de estruturas em material compósito polimérico. [S.l.]: EESC/SMM, 2007.