

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS-UFAL
CAMPUS SERTÃO
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

YAGO LUIZ GODÊZ

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE CARREGAMENTOS TÉRMICOS E
MECÂNICOS NA FALHA DE MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS
REFORÇADOS POR FIBRAS UNIDIRECIONAIS**

DELMIRO GOUVEIA-AL

2018

YAGO LUIZ GODÊZ

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE CARREGAMENTOS TÉRMICOS E
MECÂNICOS NA FALHA DE MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS
REFORÇADOS POR FIBRAS UNIDIRECIONAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia Civil
como parte dos requisitos exigidos para
obtenção do Grau de Bacharel em
Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Romildo dos Santos
Escarpini Filho.

DELMIRO GOUVEIA - AL

2018

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca do Campus Sertão
Sede Delmiro Gouveia

Bibliotecária responsável: Larissa Carla dos Prazeres Leobino

G582a Godêz, Yago Luiz

Análise da influência de carregamentos térmicos e mecânicos na falha de materiais compósitos laminados reforçados por fibras unidirecionais / Yago Luiz Godêz. – 2018.

68 f. : il.

Orientação: Prof. Dr. Romildo dos Santos Escarpini Filho.
Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Curso de Engenharia Civil. Delmiro Gouveia, 2018.

1. Engenharia civil. 2. Testes dos materiais. 3. Materiais compósitos laminados. I. Título.

CDU: 620.1

Folha de Aprovação

AUTOR: YAGO LUIZ GODÊZ

Análise da influência de carregamentos térmicos e mecânicos na falha de materiais compósitos laminados reforçados por fibras unidirecionais

Este trabalho de conclusão de curso foi julgado adequado para obtenção do título de Engenheiro Civil e aprovado em sua forma final pelo professor orientador e pelo Colegiado do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas – Campus do Sertão em 04 de maio de 2018.

Romildo S. Escarpini Fh.

Profº. Dr. Romildo dos Santos Escarpini Filho, UFAL (Orientador)

Banca Examinadora

Romildo S. Escarpini Filho

Profº. Dr. Romildo dos Santos Escarpini Filho, UFAL (Orientador)

Christiano Augusto Ferrario Várady Filho

Eng. MSc. Christiano Augusto Ferrario Várady Filho, (Examinador Externo)

Diogo Henrique Souza Ferraz

Eng. MSc. Diogo Henrique Souza Ferraz, UFAL (Examinador Interno)

AGRADECIMENTOS

Dedico meus sinceros agradecimentos a Deus, por todas as bênçãos diárias e por todo amor e sabedoria que transborda em minha vida.

À minha família, que desde o início me apoiou para que eu pudesse realizar essa importante etapa da minha jornada; em especial aos meus pais e avó.

Aos meus amigos que compartilharam comigo momentos únicos e que dividiram o mesmo teto ao longo desses 5 anos, servindo de base para que eu pudesse evoluir durante a graduação e me trazendo um aprendizado extraordinário.

A todos os integrantes que fizeram e/ou fazem parte da I9 Engenharia Jr., empresa júnior do Campus Sertão, no período de 2016 a 2018, pelos quais tenho grande afeto, adquirido ao longo dos anos de trabalho e esforço por um país melhor.

Aos meus amigos do grupo de pesquisa de materiais compósitos que participaram do PIBIC no ciclo 2016/2017, que com esforço, contribuíram para que conseguíssemos desenvolver essa linha de pesquisa no Campus.

Ao meu orientador, por todo esforço e paciência em me passar de bom grado seu amplo conhecimento sobre o assunto, que foi extremamente importante para que eu pudesse desenvolver interesse e paixão pela área de materiais compósitos.

RESUMO

Os materiais compósitos baseiam-se na mistura heterogênea de dois ou mais materiais distintos, de maneira que o resultado dessa mistura crie um novo material com características das duas fases distintas. Devido à melhoria na qualidade desses materiais, que podem obter alta resistência mecânica, leveza, resistência à abrasão e resistência térmica o mercado automobilístico, aeroespacial e, recentemente, devido a sua versatilidade, também os de transporte, construção civil e bens pessoais estão cada vez mais investindo nos materiais compósitos. Dentre esses, estão os laminados reforçados por fibras unidirecionais, formados por camadas de um material aglutinante (matriz ou fase contínua) com reforço (fibra ou fase dispersa), que tem valor no mercado pela sua fácil composição, bons resultados mecânicos e resistência em diversas orientações. Com isso, buscou-se desenvolver análises das tensões e deformações nos eixos cartesianos X e Y, e principais nas direções 1 e 2, em painéis compósitos laminados, composto de matriz polimérica epóxi, reforçados por fibras unidirecionais de grafite. O estudo considerou, nas análises, o efeito de carregamentos térmicos e mecânicos, deduzindo a formulação da Teoria Clássica dos Laminados (TCL) para esses efeitos. Por fim, foram estudadas as envoltórias de falha em empilhamentos de $[0^\circ, 90^\circ]_s$ e $[+/-30^\circ, 0^\circ]_s$ dos painéis laminados, a partir das tensões resultantes dos carregamentos de tração $N_x = 50400 N/m$ e $N_x = 675000 N/m$, momento $M_x = -58000 N/m$ e cargas térmicas geradas por temperaturas de $-190^\circ C$, $-150^\circ C$, $40^\circ C$, $270^\circ C$, $500^\circ C$ e $730^\circ C$, verificando a ruptura das camadas sob os critérios de Máxima Tensão, Tsai-Hill, Tsai-Wu e Hoffman.

Palavras-chave: Materiais Compósitos, Teoria Clássica de Laminação, Análise Numérica.

ABSTRACT

Composite materials are based on the heterogeneous combination of two or more different materials, so that the result of this combination creates a new material with characteristics of the two distinct phases. Due to the improvement in the quality of these materials which can obtain high mechanical strength, lightness, abrasion resistance, and thermal resistance, the automotive and aerospace market – and recently due to its versatility – transportation, civil construction, electronics, and personal possessions are increasingly investing in composite materials. In this regard, as a subcategory of composite materials, there are unidirectional fibers reinforced laminates, formed by layers of binder material (matrix or continuous phase) with reinforcement (fiber or dispersed phase), which have high market value for its easy composition, good mechanical results, and resistance in several orientations. Thus, the aim was to develop tension and deformation analyzes on cartesian axes X and Y as well as main in the direction 1 and 2, in laminated composite panels composed of epoxy polymer matrix and reinforced with unidirectional graphite fibers. The study took into consideration the effect of thermal and mechanical loads, by deducing the Classical Laminate Theory (CLT) for these effects. Lastly, it was studied the stacking failure envelopes of $[0^\circ, 90^\circ]_s$ and $[+/-30^\circ, 0^\circ]_s$ of the laminated panels as from the resulting tensions of the traction loads $N_x = 50400 N/m$ and $N_x = 675000 N/m$, moment $M_x = -58000 N/m$, and thermal loads generated by temperatures of -190°C, -150°C, 40°C, 270°C, 500°C e 730°C, by verifying the rupture of layers according to Maximum Strain, Tsai-Hill, Tsai-Wu, and Hoffman criteria.

Key words: Composite Materials, Classical Laminate Theory, Numerical Analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Matriz reforçada com diferentes reforços.	17
Figura 2 – Partes do Airbus 350 compostas por PMCs.	20
Figura 3 – Cabo condutor feito de fios de MMCs.	23
Figura 4 – Componentes de motor feitos de CMCs.	24
Figura 5 – Discos de freio dos trens de pouso da aeronave feitos de compósitos CC.	25
Figura 6 – Peça estrutural da lâmina de turbina eólica TX-100 feita de compósitos híbridos.	26
Figura 7 – Empilhamento de laminados reforçados por fibras unidirecionais. .	27
Figura 8 – Elemento de volume representativo submetido a tensões longitudinais.	31
Figura 9 – Elemento de volume representativo submetido a tensões transversais.	31
Figura 10 – Elemento de volume representativo de uma lâmina unidirecional submetido a tensões longitudinais.	32
Figura 11 – Elemento de volume representativo de uma lâmina unidirecional submetido a tensões cisalhantes.	33
Figura 12 – Estado de tensões em um ponto infinitesimal.	34
Figura 13 – Laminado transversalmente isotrópico com fibras dispostas em um arranjo quadrático.	35
Figura 14 – Tensões nos eixos de carregamento de um laminado reforçado com fibras.	36
Figura 15 – Laminado.	37
Figura 16 – Relação entre deslocamentos através da espessura de uma placa para deslocamentos e curvaturas no plano médio.	39
Figura 17 – Forças e momentos resultantes em um elemento de volume representativo de uma lâmina.	40
Figura 18 – Empilhamento $[0^\circ, 90^\circ]_s$	47
Figura 19 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido a carregamento $N_x = 50400 \text{ N/m}$	49
Figura 20 – Empilhamento $[+/-30^\circ, 0^\circ]_s$	50

Figura 21 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[+/-30^{\circ},0^{\circ}]_s$ submetido a carregamento $N_x = 675000 \text{ N/m}$	52
Figura 22 – Esquemática do momento em X no laminado.....	53
Figura 23 – Distribuição das Deformações principais ao longo da espessura do laminado $[+/-30^{\circ},0^{\circ}]_s$ submetido a carregamento $M_x = -58000 \text{ N.m/m}$	54
Figura 24 – Distribuição das tensões principais ao longo da espessura do laminado $[+/-30^{\circ},0^{\circ}]_s$ submetido a carregamento $M_x = -58000 \text{ N.m/m}$	55
Figura 25 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[0^{\circ},90^{\circ}]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^{\circ}\text{C}$	58
Figura 26 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[0^{\circ},90^{\circ}]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = 730^{\circ}\text{C}$	60
Figura 27 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[0^{\circ},90^{\circ}]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -190^{\circ}\text{C}$	61
Figura 28 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[0^{\circ},90^{\circ}]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^{\circ}\text{C}$ e mecânico $N_x = 50400 \text{ N/m}$	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades de alguns reforços.	19
Tabela 2 – Propriedades Mecânicas do Grafite/Epóxi.	46
Tabela 3 – Resistencia mecânica à falha da composição grafite/epóxi.	46
Tabela 4 – Tensões de falha do laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido a carregamento	48
Tabela 5 – Tensões de falha no laminado $[+/-30^\circ, 0^\circ]_s$ submetido a carregamento $N_x = 675000 \text{ N/m}$	51
Tabela 6 – Tensões de falha no laminado $[+/-30^\circ, 0^\circ]_s$ submetido a carregamento $M_x = -58000 \text{ N/m}$	56
Tabela 7 – Identificação do critério para a falha do laminado $[+/-30^\circ, 0^\circ]_s$ submetido a carregamento $M_x = -58000 \text{ N/m}$	56
Tabela 8 – Tensões de falha no laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$	57
Tabela 9 – Deformações cartesianas no laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido a diferentes carregamentos térmicos.	59
Tabela 10 – Tensões cartesianas no laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido a diferentes carregamentos térmicos.	59
Tabela 11 – Tensões de falha no laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = 730^\circ\text{C}$	60
Tabela 12 – Identificação do critério para a falha do laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = 730^\circ\text{C}$	60
Tabela 13 – Tensões de falha no laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -190^\circ\text{C}$	61
Tabela 14 – Identificação do critério para a falha do laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -190^\circ\text{C}$	61
Tabela 15 – Tensões de falha no laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$ e mecânico $N_x = 50400 \text{ N/m}$	63
Tabela 16 – Identificação do critério para a falha do laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$ e mecânico $N_x = 50400 \text{ N/m}$	63

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CC	Compósito de Carbono-Carbono
CMCs	Compósitos de Matriz Cerâmica (<i>Ceramic Matrix Composites</i>)
MMCs	Compósitos de Matriz Metálica (<i>Metal Matrix Composites</i>)
PMCs	Compósitos de Matriz Polimérica (<i>Polymer Matrix Composites</i>)
CRF	Compósito Laminado Reforçado por Fibras Unidirecionais
GFRP	Polímero Reforçado com Fibras de Vidro (<i>Glass Fiber Reinforced Polymer</i>)
PAN	Poliacrilonitrilo
PEEK	Polieteretercetona
PEI	Polieterimida
PPS	Poli Sulfato de Fenileno
CFRP	Polímero Reforçado com Fibras de Carbono (<i>Carbon Fiber Reinforced Polymer</i>)
RBS	Revisão Bibliográfica Sistemática
TCL	Teoria Clássica dos Laminados
UHMWPE	Polietileno de Ultra Alto Peso Molecular (<i>Ultra high molecular weight polyethylene</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da lâmina
A_m	Área da matriz
A_f	Área das fibras
α_m	Coeficiente de dilatação térmica da matriz
α_f	Coeficiente de dilatação térmica das fibras
α_1	Coeficiente de dilatação térmica na direção 1
α_2	Coeficiente de dilatação térmica na direção 2
ν_f	Coeficiente de Poisson da fibra
ν_m	Coeficiente de Poisson da matriz
ν_{12}	Coeficiente de Poisson no plano 1-2
ν_{21}	Coeficiente de Poisson no plano 2-1
S_{ij}	Componentes de conformidade
ε_j	Componentes de deformações normais na direção j
C_{ij}	Componentes de rigidez
σ_i	Componentes de tensões normais na direção i
z	Coordenada através da espessura de um ponto na seção transversal
z_{k-1}	Coordenada z da superfície inferior da camada k
z_k	Coordenada z da superfície superior da camada k
ε_{xy}	Deformação de cisalhamento em relação a xy
ε_x	Deformação em relação ao eixo x
ε_y	Deformação em relação ao eixo y
ε_m	Deformação na matriz
ε_f	Deformação nas fibras
ε^L	Deformação normal na direção longitudinal
ε^T	Deformação normal na direção transversal
γ	Deformações cisalhantes
t	Espessura da lâmina
t_m	Espessura da matriz
t_r	Espessura das fibras

V_f	Fração volumétrica da fibra
V_m	Fração volumétrica da matriz
T^{-1}	Inversa da matriz de transformação
W	Largura da lâmina
C	Matriz constitutiva do material
S	Matriz de flexibilidade do material
Q	Matriz de rigidez
\bar{Q}	Matriz de rigidez transformada
T	Matriz de transformação
B_{ij}	Matrizes de acoplamento
D_{ij}	Matrizes de rigidez à flexão
A_{ij}	Matrizes extensivas
G_{12}	Módulo de cisalhamento no plano 1-2
G_{23}	Módulo de cisalhamento no plano 2-3
E_f	Módulo de elasticidade da fibra
E_m	Módulo de elasticidade da matriz
E_1	Módulo de elasticidade na direção 1
E_2	Módulo de elasticidade na direção 2
$(\sigma_1^C)_{ult}$	Resistencia a compressão longitudinal às fibras
$(\sigma_2^C)_{ult}$	Resistencia a compressão transversal às fibras
$(\sigma_1^T)_{ult}$	Resistencia a tração longitudinal às fibras
$(\sigma_2^T)_{ult}$	Resistencia a tração transversal às fibras
σ_{xy}	Tensão de cisalhamento em relação a xy
τ	Tensão de cisalhamento.
σ_x	Tensão em relação ao eixo x
σ_y	Tensão em relação ao eixo y
σ_1	Tensão na direção 1
σ_2	Tensão na direção 2
σ_3	Tensão na direção 3
σ_m	Tensão na matriz
σ_f	Tensão nas fibras
ΔT	Variação de temperatura

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Considerações Iniciais	14
1.2	Objetivos	15
1.3	Justificativa	15
1.4	Metodologia.....	16
2	MATERIAIS COMPÓSITOS.....	17
2.1	Fase contínua.....	18
2.2	Fase dispersa.....	18
2.3	Tipos de materiais compósitos	19
2.3.1	Compósitos de matriz polimérica	19
2.3.1.1	Compósitos de matriz polimérica reforçado por fibras de vidro	20
2.3.1.2	Compósitos de matriz polimérica reforçado por fibras de carbono ..	21
2.3.1.3	Compósitos de matriz polimérica reforçado por fibras de poliamida	21
2.3.2	Compósitos de matriz metálica	22
2.3.3	Compósitos de matriz cerâmica.....	23
2.3.4	Compósitos de carbono-carbono	24
2.3.5	Compósitos híbridos	25
2.4	Materiais compósitos laminados	26
2.4.1	Comprimento e orientação das Fibras	27
3	ANÁLISES MECÂNICAS EM MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS	29
3.1	Micromecânica de laminados	29
3.1.1	Regra da mistura	30
3.1.1.1	Módulo de Elasticidade Longitudinal.....	30
3.1.1.2	Módulo de Elasticidade Transversal	31
3.1.1.3	Módulo de Poisson no Plano 1-2	32
3.1.1.4	Módulo de cisalhamento axial no plano 1-2.....	32

3.2 Macromecânica de laminados	33
3.2.1 Lei de Hooke Generalizada.....	33
3.2.2 Comportamento elástico para Lâminas Unidirecionais no Plano	35
3.2.3 Teoria Clássica dos Laminados	37
3.2.3.1 Relação entre deslocamento e deformações no laminado	38
3.2.3.2 Relação entre tensão e deformação no laminado.....	39
3.2.3.3 Relações entre deformações e curvaturas no plano médio com forças e momentos atuantes no laminado	39
3.3 Comportamento térmico das placas laminadas	41
3.4 Critérios de Falha	42
3.4.1 Critério de Máxima Tensão.....	43
3.4.2 Critério de Tsai-Hill	43
3.4.3 Critério de Hoffman.....	44
3.4.4 Critério de Tsai-Wu	44
4 EXEMPLOS E RESULTADOS	46
4.1 Laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido a carregamento $N_x = 50400 \text{ N/m}$	47
4.2 Laminado $[\pm 30^\circ, 0^\circ]_s$ submetido a carregamento $N_x = 675000 \text{ N/m}$	50
4.3 Laminado $[\pm 30^\circ, 0^\circ]_s$ submetido a carregamento $M_x = -58000 \text{ N.m/m}$	53
4.4 Laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$	56
4.5 Laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -190^\circ\text{C}$ até $T = 730^\circ\text{C}$.....	58
4.6 Laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$ e mecânico $N_x = 50400 \text{ N/m}$	62
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	64
REFERÊNCIAS.....	66

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

O mercado mundial, no contexto atual, está cada vez mais interessado em materiais que possuam alta resistência não somente à esforços mecânicos, como também resistência à abrasão, ao fogo, à variação térmica, leveza, dentre outras propriedades afins. Em geral, essas características de alto desempenho não são encontradas com materiais convencionais: alta resistência pode ser relacionada com alta densidade, o que aumenta o peso, por exemplo.

Com isso, os compósitos conseguem suprir essa demanda do mercado, sendo definidos como materiais multifásicos, resultantes da combinação de dois ou mais materiais diferentes, que são produzidos de maneira artificial e que possuam, além de ambas as propriedades das fases constituintes, propriedades intermediárias (CALLISTER, 2007, p. 578).

Dentro dos diversos tipos de materiais compósitos, há uma linha destes que é amplamente utilizada por sua liberdade de composição; o que proporciona flexibilidade para alinhar rigidez estrutural e resistência (REDDY, 1997, p. 83). Esse tipo de material é denominado de Compósito Laminado Reforçado por Fibras Unidirecionais (CRF), que é formado pelo empilhamento de várias lâminas que são constituídas da junção de uma matriz reforçada por fibras orientadas. As devidas resistências desse material compósito são conferidas pelo empilhamento de lâminas com diferentes propriedades (materiais constituintes da matriz e da fibra, direção das fibras, espessura das lâminas).

O trabalho em questão baseia-se em estudos que levem em consideração a mudança de temperatura e seus efeitos na análise mecânica do material. Segundo Callister (2007, p. 733), os carregamentos gerados por efeitos térmicos, quando não estudados seus impactos e alcances, podem vir a causar a fratura do material, o que faz com que a consideração desse fator ambiental torne o estudo mais próximo da realidade.

Dessa maneira, foi submetido carregamentos termomecânicos no laminado, para analisar as deformações e tensões ao longo das camadas e o aparecimento da falha da primeira camada, que pode indicar o colapso do empilhamento; essas falhas são denominadas interlaminares.

1.2 Objetivos

O objetivo geral do presente trabalho é contribuir com análises computacionais da falha de painéis laminados, testando-os a esforços térmicos e mecânicos. As análises realizadas baseiam-se na Teoria Clássica dos Laminados.

Específicos:

- Desenvolver a formulação da teoria clássica dos laminados para considerar efeitos térmicos;
- Fazer comparações dos resultados numéricos encontrados com a literatura;
- Testar os painéis laminados à falha;
- Fazer análises de tensões e deformações atuantes em painéis laminados com diferentes números de lâminas, ordem de empilhamento e carregamentos.

1.3 Justificativa

O material escolhido, os CRF, são amplamente usados na indústria, por ser um material com boas relações de rigidez/peso e resistência/peso. Pode-se encontrar suas aplicações em peças na aeronáutica, que já possuem modelos com altas porcentagens de sua estrutura feitas de compósitos de matriz polimérica reforçado por fibras de carbono (CFRP), como o Airbus A350 XWB.

Seu uso, porém, não se limita apenas a estruturas de aeronaves, conseguindo expandir-se para automóveis, bens de consumo, indústria naval, entre outros usos no mercado. Devido ao alto custo de fabricação do CRF, o que dificulta a análise experimental, métodos de simulação analítica estão se tornando cada vez mais atraentes. Isso, em conjunto com a necessidade de se obter mais informações sobre o assunto, motiva o estudo acadêmico na área.

Assim, a análise mecânica desse tipo de material, principalmente quanto às deformações e tensões atuantes, como também sua falha foram o foco do

estudo, incluindo variações de temperatura, para chegar-se em um modelo matemático mais próximo da realidade.

1.4 Metodologia

Para o levantamento bibliográfico, foi utilizado um método de revisão bibliográfica, denominado Revisão Bibliográfica Sistemática (RBS), baseado no processo *ProKnow-C* demonstrado por Afonso et al. (2012) e Oliveira Vilela (2012), como também em técnicas de análises de filtros de qualidade, segundo pesquisas de Levy e Ellis (2006) apud HART (1998) e Biolchini *et al.* (2008).

Nesse contexto, o presente trabalho realizou análises numéricas utilizando fundamentos da micromecânica para descobrir as matrizes de rigidez do material que, associadas aos demais dados, foram usadas para encontrar as tensões e deformações através do uso da Teoria Clássica dos Laminados (TCL) com a adição de efeitos térmicos.

Assim, o estudo da falha na lâmina utilizou-se das propriedades macromecânicas encontradas, aplicando-as em alguns métodos analíticos: não interativos, que é o caso do Critério de Máxima Tensão, mais simples; e interativos, que consideram as interações entre os componentes de tensão, que são os critérios de Hoffman, Tsai-Hill e Tsai-Wu.

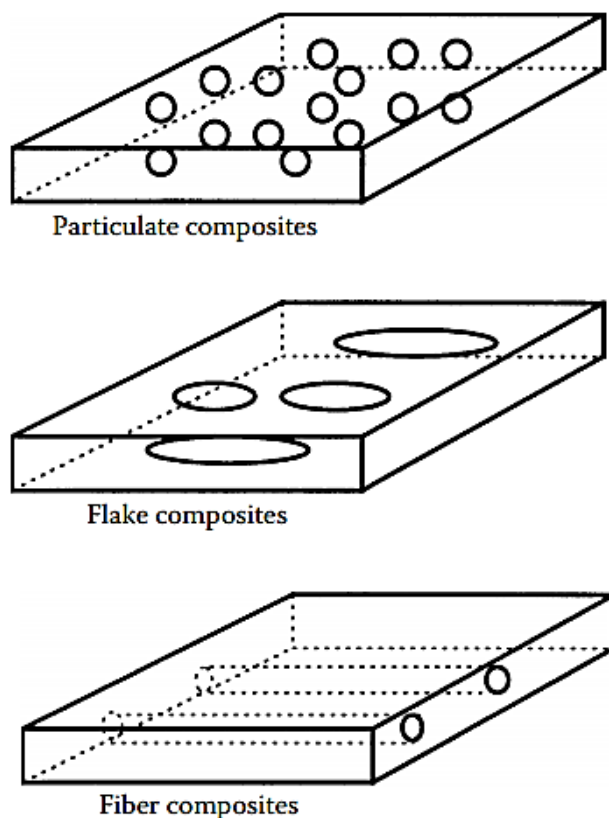
Nessa análise, considerou-se as maiores tensões de compressão, tração e cisalhamento e as respectivas resistências do material estudado. Para cada resultado gerado, foram estudadas as envoltórias de falha provenientes das tensões biaxiais geradas nos eixos 1 e 2 (σ_1 e σ_2).

Por fim, os materiais compósitos, definidos detalhadamente no capítulo seguinte, tiveram no presente trabalho uma análise matemática desenvolvida com auxílio de algoritmos e ferramentas computacionais, como a linguagem Matlab®, e os resultados foram comparados com problemas encontrados na literatura da área.

2 MATERIAIS COMPÓSITOS

Os materiais compósitos são uma mistura a nível macroscópico (uma esquemática desse material pode ser vista na **Figura 1**) formados por uma fase de reforço (ou fase dispersa) embebida em uma fase contínua (ou matriz), em que o reforço podem ser fibras, partículas ou flocos e a matriz são geralmente aglomerantes (KAW, 2006, p. 2).

Figura 1 – Matriz reforçada com diferentes reforços.



Fonte: Kaw, 2006, p.18.

Esse tipo de material possui propriedades que variam de acordo com a direção analisada. O estudo dessa anisotropia é determinante para a construção do compósito, e traz consigo uma inerente dificuldade na previsão das falhas interlâminares e intralâminares (TITA, 2007, p. 5).

Apesar da dificuldade de estudo de falha e da complexidade de fabricação, o que contribui para que o material fique mais oneroso, as tecnologias e os estudos nessa área vem crescendo e assim, contribuindo para o desenvolvimento destes materiais.

2.1 Fase contínua

A fase contínua é composta pela matriz, que tem como funções principais redistribuir as cargas atuantes no compósito e envolver o reforço, protegendo-o de intempéries externos (REDDY, 1997, p. 81). São exemplos: poliéster, epóxi, carbono e matrizes metálicas, sendo que a escolha de qual utilizar depende da necessidade e função (resistência a abrasão, resistência a tração, leveza, etc.), como também custo e compatibilidade com as fibras.

Além disso, a matriz é constituída por um material dúctil, com módulo de elasticidade bem menor que o das fibras, uma vez que uma das principais funções da matriz é redistribuir as tensões atuantes e impedir que as falhas ocorram de fibra para fibra, o que pode ocasionar a propagação de fissuras no material (KAW, 2006, p. 16). A falha, então, só irá ocorrer quando um número considerável de fibras romper. É necessário ressaltar a importância da ligação fibra-matriz, ou seja, a aderência entre elas tem que ser perfeita para que se

2.2 Fase dispersa

Callister (2007, p. 596) aprofunda o estudo do reforço no material compósito e classifica três grupos principais, que são: *whisker*, fibras e fios. No geral, possuem propriedades que variam de acordo com a direção longitudinal, transversal e no plano, como pode ser visto na **Tabela 1**.

Os *whisker* são monocristais, que podem ser feitos com grafite, carboneto de silício e óxido de alumínio. Possuem um diâmetro muito menor do que o seu comprimento, o que melhora de maneira considerável sua resistência à falha, uma vez que a fratura em uma superfície crítica diminui com a redução do volume (KAW, 2006, p. 12); eles possuem, no entanto, um valor mais elevado no mercado e costumam ser difíceis de serem incorporados em uma matriz.

As fibras, por sua vez, são policristalinas ou amorfos. Tem um diâmetro pequeno e geralmente são polímeras ou cerâmicas, como: vidro, carbono e boro. De acordo com Kaw (2006, p.18), as fibras podem ser contínuas ou descontínuas. As fibras longas e unidirecionais na matriz são utilizadas na criação de painéis laminados, que é o foco de estudo neste trabalho.

Por fim, os fios finos possuem diâmetros maiores e podem ser usados como reforço em pneus, invólucros de foguete e mangueiras de alta pressão.

Tabela 1 – Propriedades de alguns reforços.

Material	Resistencia a Tração (GPa)	Resistencia Específica (GPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Módulo Específico (GPa)
Fibras descontínuas (<i>Whisker</i>)				
Grafite	20 (3)	9.1	700 (100)	318
Nitreto de Silicene	5–7 (0.75–1.0)	1.56–2.2	350–380 (50–55)	109–118
Óxido de Alumínio	10–20 (1–3)	2.5–5.0	700–1500 (100–220)	175–375
Fibras				
Aramida (Kevlar 49™)	3.6–4.1 (0.525–0.600)	2.5–2.85	131 (19)	91
Carbono	1.5–4.8 (0.22–0.70)	0.70–2.70	228–724 (32–100)	106–407
E-glass	3.45 (0.5)	1.34	72.5 (10.5)	28.1
Boro	3.6 (0.52)	1.40	400 (60)	156
Carboneto de Silício	3.9 (0.57)	1.30	400 (60)	133
UHMWPE (Spectra 900™)	2.6 (0.38)	2.68	117 (17)	121
Fios de Metal				
Aço de Alta Resistencia	2.39 (0.35)	0.30	210 (30)	26.6
Molibdênio	2.2 (0.32)	0.22	324 (47)	31.8

Fonte: Adaptado de Callister (2007, p. 596).

2.3 Tipos de materiais compósitos

Existem diversas classificações e tipos de materiais compósitos, formados pelas mais variadas combinações de materiais, que são realizadas a depender da necessidade a qual o material será empregado.

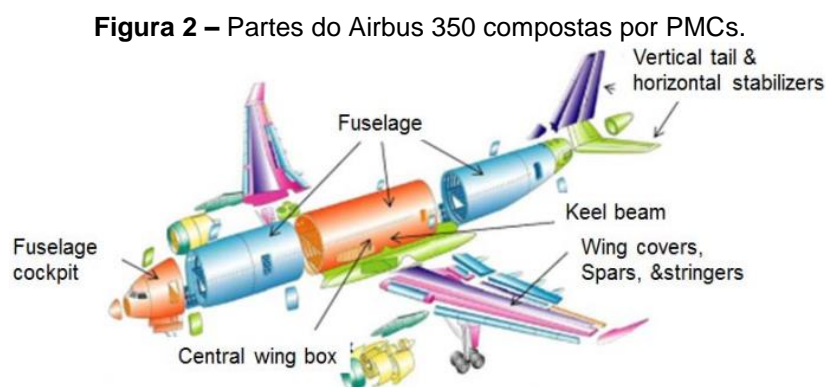
2.3.1 Compósitos de matriz polimérica

Esse tipo de compósito é feito basicamente por resinas (epóxi, poliéster, poliuretano), que são plásticos de alta densidade, e reforçados por fibras de

vidro, carbono ou aramida. Este tipo de material apresenta um desempenho consideravelmente bom, a exemplo do epóxi reforçado por grafite, que tem resistência cerca de cinco vezes superior à do aço (KAW, 2006, p. 19).

As resinas de polímero mais utilizadas são as de poliéster, epóxi e ésteres de vinil, sendo usadas geralmente com fibras de vidro. O uso dessas resinas se dá principalmente pelo seu bom desempenho mecânico, boa capacidade de processo e resistência química (WU e EAMON, 2017, p. 12). Comumente o epóxi, mesmo com considerável eficiência, é menos usual no mercado, considerando as demais resinas; isso ocorre devido ao seu preço, que geralmente é mais alto que os demais.

As resinas termoplásticas, usadas geralmente em aeronaves espaciais, são: polieteretercetona (PEEK), poli (sulfato de fenileno) (PPS) e polieterimida (PEI) (CALLISTER, 2007, p. 600). Por fim, é possível observar aplicações mais amplas dos CMPs em aeronaves comerciais, como está exemplificado na **Figura 2**.



Fonte: Hashish, 2013.

2.3.1.1 Compósitos de matriz polimérica reforçado por fibras de vidro

Os GFRPs são compostos basicamente de pedaços de vidro, que podem ser contínuos ou descontínuos, em uma matriz polimérica (CALLISTER, 2007, p. 597). Essa fibra, segundo Wu e Eamon (2017, p. 11), é a mais utilizada no mercado, devido ao baixo custo comercial e o desempenho razoável. A sua performance vai desde a sua alta resistência até a excelente compatibilidade com matrizes poliméricas; além da capacidade de se manter conservado em

ambientes corrosivos. Pode ser classificada em três tipos principais: *S-Glass*, *AR-Glass* e *E-Glass*.

As aplicações de fibras de vidro são diversas e podem ser encontradas em automóveis, tubos de plástico, estruturas de navios e recipientes de armazenamento. A indústria automotiva tem um destaque maior, utilizando plásticos reforçados por essas fibras para criar o esqueleto do veículo. Através dessa substituição, ante aos materiais mais densos, há uma diminuição do peso total, aumentando a velocidade e eficiência do combustível.

2.3.1.2 Compósitos de matriz polimérica reforçado por fibras de carbono

O CFRP tem como reforço a fibra de carbono que, por sua vez, é bastante usado por seu alto desempenho, como: alta resistência específica, alto módulo de tração, conforme está disposto na **Tabela 1**. Esse material, criado a partir de três materiais precursores principais: *rayon*, poliacrilonitrilo (PAN) e *pitch*, é um material com moderada resistência a variações de temperatura, sendo pouco afetado pela umidade (em temperaturas ambiente), solventes, ácidos e bases (CALLISTER, 2006, p. 598).

O carbono origina o grafite, através de processos químicos a nível molecular. Hyer (1998, p. 14) exemplifica a estrutura do grafite dispondo-a em anéis hexagonais com grande anisotropia, demonstrando alto módulo de elasticidade na direção longitudinal e baixos módulos de elasticidade na direção transversal.

Pode-se encontrar exemplos de aplicação desses materiais em varas de pesca, tacos de golfe, vasos de pressão e componentes estruturais de aeronaves comerciais ou militares.

2.3.1.3 Compósitos de matriz polimérica reforçado por fibras de poliamida

A fibra de poliamida, popularmente conhecida como aramida, é outro material comumente usado com matrizes poliméricas. A fibra possui altas resistências, sendo bastante usados quando se procura boas relações de força-peso. As variações de fibra de aramida mais frequentes são Kevlar®, que tem

suas variações: Kevlar 29, 49 e 149, com diferentes propriedades cada; e Nomex® (CALLISTER, 2007, p. 599).

Possuem altas resistências à tração, maiores do que as fibras de aço e vidro, como também possuem valores próximos às fibras de UHMWPE (*Ultra high molecular weight polyethylene*) e carbono (NEWCOMB e CHAE, 2018, p. 637). Contudo, esse tipo de material não possui boa resistência à compressão e é mais suscetível a decomposição por ácidos e bases fortes, sendo assim sensíveis ao calor e umidade (WU e EAMON, 2017, p. 12).

Dentre as aplicações comerciais da aramida em materiais de matrizes poliméricas, pode-se citar a composição de coletes e armaduras à prova de bala, bem como artigos esportivos, pneus, cordas, vasos de pressão e embreagem para automóveis e juntas.

2.3.2 Compósitos de matriz metálica

Esses materiais possuem, segundo Callister (2007, p. 603), uma maior ductilidade e são usados quando há temperaturas de serviço mais altas, sendo um dos diferenciais em comparação às demais composições, isso porque possui boa fluência quando submetido a altas temperaturas. Esse tipo de reforço possui uma boa rigidez, resistência específica à abrasão e ao fogo, como também boa condutividade térmica. Além disso, dificilmente se degrada quando submetido à ação de fluidos orgânicos.

A fase contínua é composta por superligas (liga de alumínio, magnésio, titânio e polímero), enquanto o reforço são partículas, fibras contínuas e descontínuas (carbono, carboneto de silício, boro, óxido de alumínio e metais refratários) e *whisker* (carboneto de silício, fibras cortadas de óxido de alumínio e carbono).

Ainda que seja resistente à degradação orgânica à carregamentos térmicos, quando submetido a temperaturas elevadas, os materiais de reforço podem sofrer reações químicas que induzem a deterioração do material. De acordo com Clyne e Withers (1995, p. 309), o processo de desgaste da matriz acontece a partir do reforço que, ao ser exposto por um longo tempo a uma temperatura moderada (300°C – 600°C), gera uma influência negativa na

interface fibra/matriz e consequente degradação, o que acarreta na diminuição da resistência do material.

Isso pode ser resolvido revestindo o reforço ou modificando a composição da liga para evitar a oxidação, segundo Callister (2007, p. 604). Os materiais refratáveis também são muito usados, sendo, em alguns casos, acrescentados como reforço nessas situações, por sua excelente resistência a altas temperaturas e impacto.

Devido ao alto valor comercial, não tem uso abrangente no mercado quando comparado aos demais materiais compósitos. Pode-se ter como exemplo de aplicação a indústria automotiva, que utiliza em seus motores combinações de matriz de liga de alumínio com óxido de alumínio e carbono, sendo essa composição extremamente rígida, com baixa densidade e uma resistência à fratura consideravelmente boa (CLYNE e WITHERS, 1995, p. 461). Da mesma forma, acontece na indústria de energia, quando da composição de condutores de transmissão de energia elétrica de grandes potências (**Figura 3**).

Figura 3 – Cabo condutor feito de fios de MMCs.



Fonte: Miracle, 2005.

2.3.3 Compósitos de matriz cerâmica

Esse material pode ser considerado um dos materiais ideais para uso quando são necessárias grandes resistências à altas temperaturas e oxidação, tendo, porém, disposição à fratura frágil, ou seja, baixos coeficientes de dureza (CALLISTER, 2007, p. 605). Uma nova linha desses compósitos está surgindo,

compensando os pontos negativos; trata-se de uma combinação particular, na qual a resina cerâmica é reforçada com fibras ou *whisker* também cerâmicos.

Essa melhora das qualidades mecânicas é obtida aplicando-se técnicas de redução da propagação de fissuras, como por exemplo o endurecimento de transformação, que se baseia na introdução de partículas estabilizadoras dentro da matriz. São exemplos dessas partículas o óxido de cálcio (CaO), óxido de magnésio (MgO) e óxido de ítrio (Y_2O_3).

De acordo com Callister (2007, p. 605), uma alternativa de endurecimento é uso de *whisker* cerâmicos, que têm a capacidade de dificultar a propagação de fissuras, formando pontes através das rachaduras, deflexão de pontas de fissura e redistribuição de tensões em regiões adjacentes às pontas da fissura.

É possível encontrar suas aplicações em áreas que exijam resistência a altas temperaturas. Segundo Kaw (2006, p. 46), isso acontece quando os compósitos a base de polímero e metal não podem ser usados. Se destacam em motores de aeronaves e peças de turbina, como pode ser visto na **Figura 4**.

Figura 4 – Componentes de motor feitos de CMCs.



Fonte: Grady *et al.*, 2016.

2.3.4 Compósitos de carbono-carbono

Como o próprio nome sugere, esse tipo de compósito é formado por uma matriz de carbono reforçada por fibras de carbono. São combinações, mas recentes e consideravelmente caras, devido às complexas técnicas de processamento.

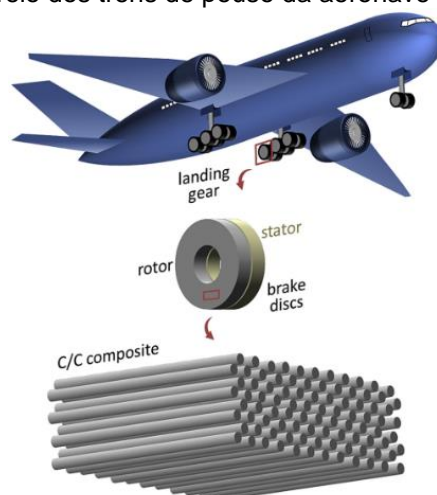
Dentre suas principais características, estão presentes o alto módulo de resistência, resistência a tração e fratura, principalmente em temperaturas extremas, resultado de seus baixos coeficientes de dilatação térmica, sendo

assim, um bom material quando se trata de grandes gradientes de temperatura (CALLISTER, 2006, p. 604).

Chung (1994, p. 145) destaca a fraqueza, quanto à oxidação, dos compostos carbono-carbono e propriedades interlaminares fracas, que, somadas à dificuldade de fazer juntas e aos altos valores de mercado, acabam tornando-o um material menos requisitado que os demais materiais compósitos disponíveis.

São aplicados em motores de foguete, em partes de aeronaves (em especial nas que possuam grandes fricções), automóveis de alto desempenho, moldes de prensa quente, componentes de motores de turbina avançados, entre outros. Estudos desenvolvem também aplicações desses materiais em discos de freios de aeronaves (**Figura 5**).

Figura 5 – Discos de freio dos trens de pouso da aeronave feitos de compósitos CC.



Fonte: Chowdhury *et al.*, 2017.

2.3.5 Compósitos híbridos

A combinação de dois ou mais reforços ou matrizes gera o denominado compósito híbrido. Este tem mais qualidades que um considerado “não híbrido”, uma vez que a mistura de mais de um reforço pode acarretar em uma melhora na qualidade e, especialmente, no preço.

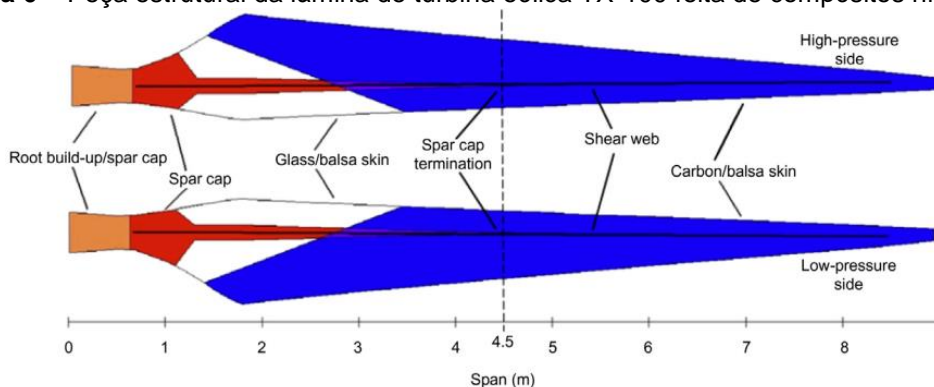
Um exemplo simples são os compostos de matriz polimérica reforçados com carbono, que possui qualidades incríveis, perdendo, entretanto, em quesito de utilização, mesmo tendo melhor desempenho, para os compósitos de matriz

polimérica reforçados com vidro, pelo fato de a fibra de carbono ser mais cara que a de vidro. Com a redução do carbono e a introdução do vidro, a mistura híbrida fica com uma boa relação custo/benefício.

Esse material possui um estudo de falhas diferenciado dos demais, uma vez que as resistências das fibras diferem e pode haver diversas combinações possíveis, dependendo da necessidade do resultado esperado. São usados, geralmente, em componentes ortopédicos leves e artigos esportivos.

É possível, também, encontrar esses materiais em varas de hóquei no gelo, feitas da mistura da fibra de poliamida Kevlar com as fibras de vidro, considerando então os aspectos de durabilidade e rigidez (KAW, 2006, p. 38). Estudos incluem a importante aplicação em turbinas eólicas (**Figura 6**), com composições feitas em fibras de vidro e carbono com matriz epóxi.

Figura 6 – Peça estrutural da lâmina de turbina eólica TX-100 feita de compósitos híbridos.



Fonte: Thakur; Thakur; Pappu, 2017.

2.4 Materiais compósitos laminados

Os materiais compósitos laminados são demasiadamente utilizados na indústria, em especial os reforçados com fibras; isso devido à sua flexibilidade com relação à composição de diversos tipos, cada qual com características específicas. Basicamente, trata-se do uso de fibras (contínuas, descontínuas, unidirecionais, bidimensionais ou dispersas) como material de reforço, embebido de uma matriz polimérica e, por vezes, de agentes químicos de acoplamento e enchimento, para aumentar a resistência e ligação da fibra-matriz (REDDY, 1997, p. 83).

Kaw (2006, p. 61) classifica-os como um material de camada fina, em média de 0,125 mm de espessura, de difícil caracterização mecânica; isso

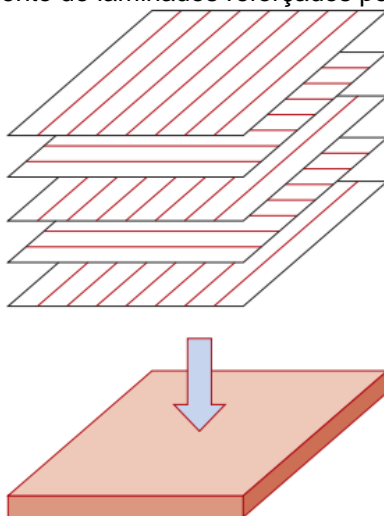
significa, em termos de estudo do material, caracterizações de alto custo ou análises complexas e, em vezes, limitadas por hipóteses, que podem ser inconsistentes para algumas situações. Ao longo do trabalho, será realizado uma análise teórica e suas hipóteses de aplicações.

2.4.1 Comprimento e orientação das Fibras

Existem algumas diferenças entre as fibras curtas e longas e, segundo Kaw (2006, p. 14), a principal é a dificuldade da orientação das fibras curtas, que mesmo tendo menores custos e sendo mais fáceis de se trabalhar, não conseguem atingir a mesma eficiência em fatores, como: resistência ao impacto, baixo encolhimento e estabilidade dimensional. Por outro lado, devido ao comprimento reduzido, as falhas das fibras curtas são menores.

O laminado composto de fibras contínuas unidirecionais, como o utilizado nesta monografia, se mostra com maior resistência na direção das fibras, contudo apresentam módulos consideravelmente baixos na direção transversal das fibras (REDDY, 1997, p. 83). Com isso, é possível criar painéis, que são compostos de acordo com, por sobreposição de camadas de laminados, empilhando-as, ao tempo em que cada lâmina atribui alta resistência em uma direção específica, que varia de camada a camada (**Figura 7**) (CALLISTER, 2007, p. 611).

Figura 7 – Empilhamento de laminados reforçados por fibras unidirecionais.



Fonte: Callister, 2007, p. 611.

Assim como pontua Reddy (1997, p. 2), a orientação das fibras escolhida em cada lâmina, tem como função alcançar a força e rigidez ideal para a direção que se posiciona. Isso abre espaço para compensações e otimização do material compósito, motivo pelo qual são amplamente utilizados na indústria.

Para o estudo do trabalho, optou-se por um material de matriz polimérica, em específico a epóxi, com reforço de fibras longas de grafite dispostas de maneira uniforme e paralelamente. Com isso, foram feitos dois tipos de empilhamento simétricos, para formar os painéis laminados, sendo eles: $[0,90^{\circ}]_s$ e $[\pm 30^{\circ}, 0^{\circ}]_s$, que foram analisado com base nas equações detalhadas na próxima seção.

3 ANÁLISES MECÂNICAS EM MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS

Para ser possível a análise numérica dos painéis laminados compostos do material escolhido, empregando métodos de falhas, algoritmos e outros, é necessário entender os conceitos que regem as propriedades mecânicas, a fim de se achar as tensões e deformações dos mesmos (KAW, 2006, p. 61).

Os conceitos mecânicos dos laminados diferem dos convencionais, que são isotrópicos homogêneos, ou seja, uma lâmina de um compósito possui rigidez diferente dependendo de onde se analisa; seja na matriz, na fibra ou em sua interface, os valores são distintos. Contudo, de acordo com Reddy (1997, p. 85), do ponto de vista macroscópico, as propriedades do compósito são resultado da média das características dos materiais constituintes, o que dá um caráter, para análise, de um material homogêneo. Essa suposição, ainda bastante utilizada, está sendo eliminada com a melhoria das técnicas de análise.

3.1 Micromecânica de laminados

Com o entendimento da micromecânica, é possível fazer a análise macromecânica do material. Com isso, é necessário entender as relações para encontrar os componentes constituintes do compósito, como: matrizes de rigidez, coeficientes de expansão térmica e fração volumétrica.

Segundo Reddy (1997, p. 86), são necessárias como hipóteses para determinar as constantes elásticas da engenharia:

1. Ligação perfeita entre fibra e matriz;
2. Distribuição uniforme de fibras, que são dispostas paralelamente;
3. Matriz sem tensões residuais e matriz livre de vazios ou microfissuras;
4. Matriz e fibra isotrópicas e obedecendo a Lei de Hooke;
5. Cargas aplicadas paralelamente ou perpendiculares à direção da fibra.

As propriedades principais das fases constituintes utilizadas nesse trabalho podem ser divididas em:

- E_f – Módulo de elasticidade da fibra;
- E_m – Módulo de elasticidade da matriz;
- ν_f – Coeficiente de Poisson da fibra;
- ν_m – Coeficiente de Poisson da matriz;
- V_f – Fração volumétrica da fibra;
- V_m – Fração volumétrica da matriz.

3.1.1 Regra da mistura

A regra da mistura é necessária para correlacionar as propriedades de cada fase constituinte e suas propriedades, que alteram o desempenho do material no geral, dependendo da quantidade volumétrica do constituinte.

De acordo com Barbero (2017, p. 113), apenas cinco constantes elásticas são necessárias para descrever um material ortotrópico ou transversalmente isotrópico:

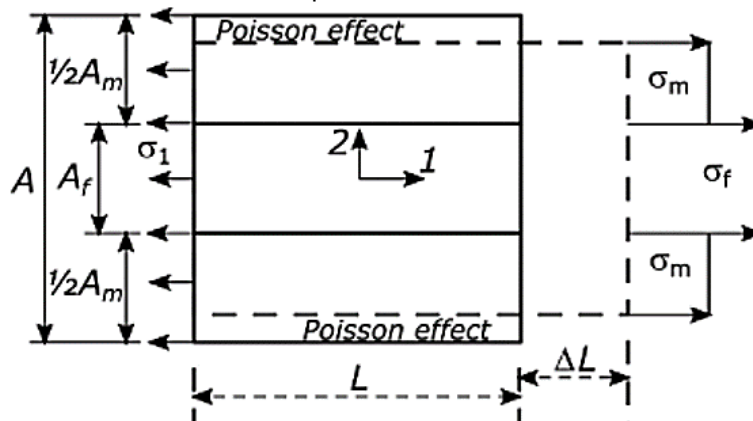
- E_1 – Módulo de elasticidade na direção da fibra;
- E_2 – Módulo de elasticidade na direção transversal às fibras;
- ν_{12} – Coeficiente de Poisson no plano 1-2;
- G_{12} – Módulo de cisalhamento no plano 1-2;
- G_{23} – Módulo de cisalhamento no plano 2-3.

3.1.1.1 Módulo de Elasticidade Longitudinal

Na **Figura 8**, pode ser visto como funciona a distribuição de tensões uniaxiais na direção longitudinal às fibras, em um elemento de volume representativo. Nela, está representado as tensões atuantes na fibra (σ_f) e na matriz (σ_m) e a tensão resultante na direção 1 (σ_1). Esse estado de tensões gera um alongamento (ΔL) na camada do laminado.

Para determinar o módulo de elasticidade longitudinal às fibras, assume-se que o material possui uma ligação fibra/matriz perfeita, ou seja, a deformação na direção das fibras é a mesma na matriz e na fibra ($\varepsilon_m = \varepsilon_f$).

Figura 8 – Elemento de volume representativo submetido a tensões longitudinais.



Fonte: Barbero, 2017, p. 114.

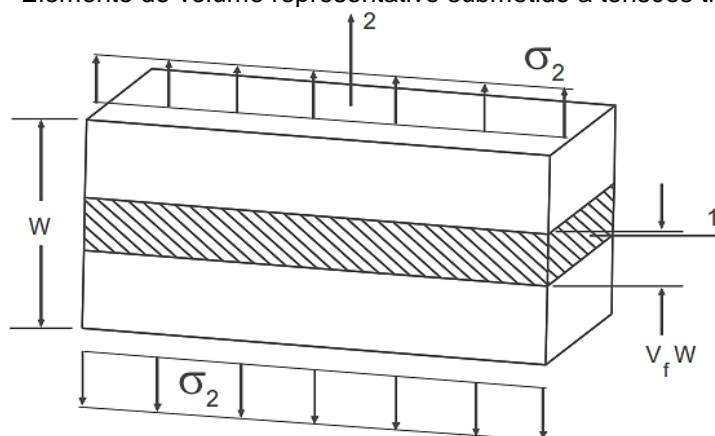
Com isso, utilizando-se disso e dos conceitos da Lei de Hooke ($\sigma = E\varepsilon$) é possível chegar na **Equação (3.1)**, abaixo.

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (3.1)$$

3.1.1.2 Módulo de Elasticidade Transversal

De maneira análoga ao módulo de elasticidade longitudinal, a **Figura 9** demonstra a distribuição de tensões uniaxiais, porém, na direção transversal às fibras.

Figura 9 – Elemento de volume representativo submetido a tensões transversais.



Fonte: Barbero, 2017, p. 116.

O módulo de elasticidade transversal é encontrado assumindo que a tensão (σ_2) seja a mesma na fibra e matriz ($\sigma_f = \sigma_m = \sigma_2$), ou seja, existe uma

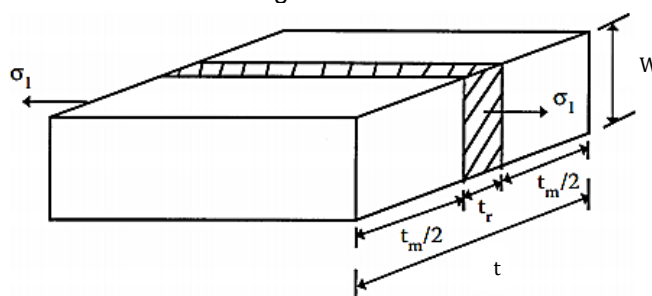
ligação fibra/matriz perfeita; e que o material é linear elástico ($\sigma = E\varepsilon$). Com isso, obtém-se a **Equação (3.2)**.

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_m}{E_m} + \frac{V_f}{E_f} \quad (3.2)$$

3.1.1.3 Módulo de Poisson no Plano 1-2

Kaw (2006, p. 227) define o coeficiente de Poisson como a razão negativa entre a deformação normal na direção transversal e a deformação normal na direção longitudinal ($\nu = -\varepsilon^T/\varepsilon^L$), assumindo uma distribuição de tensões como é mostrado na **Figura 10**.

Figura 10 – Elemento de volume representativo de uma lâmina unidirecional submetido a tensões longitudinais.



Fonte: Kaw, 2006, p. 227.

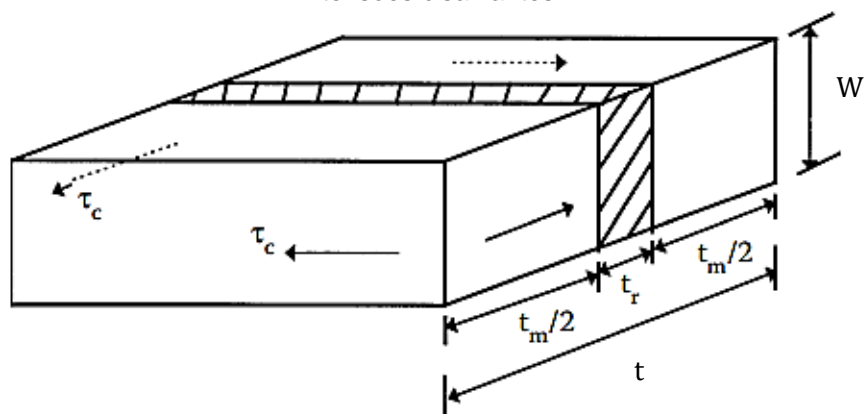
Assim, o coeficiente de Poisson no plano 1-2, mostrado na **Equação (3.3)**, pode ser determinado considerando que a deformação na direção das fibras é a mesma na matriz e na fibra ($\varepsilon_m = \varepsilon_f$); e relacionando as deformações transversais com as longitudinais.

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (3.3)$$

3.1.1.4 Módulo de cisalhamento axial no plano 1-2

Considera-se para análise que há tensões cisalhantes atuantes no material, como exemplificado na **Figura 11**.

Figura 11 – Elemento de volume representativo de uma lâmina unidirecional submetido a tensões cisalhantes.



Fonte: Kaw, 2006, p. 227.

A tensão de cisalhamento é a mesma na matriz, fibra e camada ($\tau_m = \tau_r = \tau_c$) e fazendo as devidas relações com as deformações cisalhantes no laminado, encontra-se o módulo de cisalhamento no plano 1-2, mostrado abaixo.

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m} \quad (3.4)$$

3.2 Macromecânica de laminados

A macromecânica é responsável por relacionar as tensões e deformações dos laminados com as forças e momentos aplicados. Sabe-se que os materiais compósitos são criados com o intuito de serem submetidos a carregamentos. Para isso, é necessário estudar, de maneira macro, o comportamento desses materiais devido a esses carregamentos.

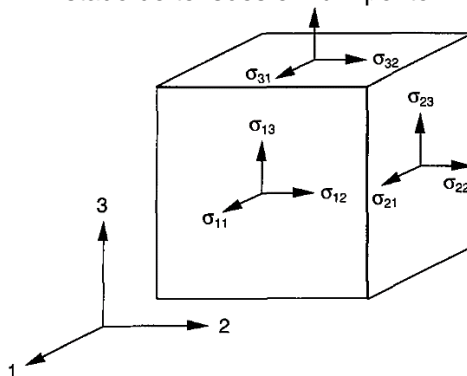
3.2.1 Lei de Hooke Generalizada

As lâminas, segundo Reddy (1997, p. 85), têm que ser contínuas, ou seja, não podem possuir lacunas; e com comportamento elástico, seguindo, assim, a Lei de Hooke.

Um estado de tensões, para um material anisotrópico, pode ser representado por nove componentes de tensão σ_{ij} (em que $i, j = 1, 2$ e 3) agindo

em um cubo elementar, com lados paralelos aos eixos de referência, como pode ser visto na **Figura 12**, (DANIEL e ISHAI, 2006, p. 63).

Figura 12 – Estado de tensões em um ponto infinitesimal.



Fonte: Daniel e Ishai, 2006, p. 64.

Considerando a simetria dos tensores, em que $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ e $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, A Lei de Hooke Generalizada pode ser obtida na **Equação (3.5)**, abaixo.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

em notação indicial,

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j \quad (3.6)$$

em que $(i, j = 1, 2, 3...6)$, C_{ij} corresponde as componentes de rigidez, e ε_j as componentes de deformações normais na direção j

De acordo com Tita (2007, p. 33), um compósito reforçado por fibras é considerado um material ortotrópico, ou seja, possui três planos de simetria entre si e suas propriedades mecânicas são diferentes em cada direção. Considerando esse caráter ortotrópico e simplificando a **Equação (3.5)** eliminando os termos simétricos, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

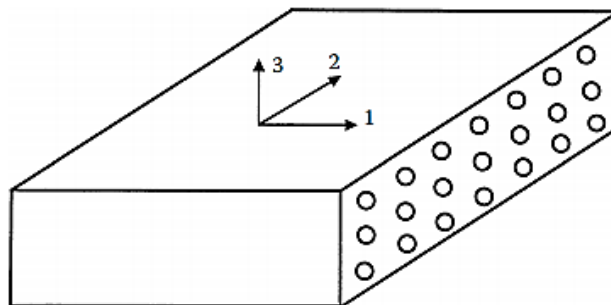
De acordo com Daniel e Ishai (2006, p. 67), isso acontece porque não existe ligação entre as tensões normais (σ_1 , σ_2 e σ_3) e as deformações cisalhantes (γ_4 , γ_5 e γ_6). O mesmo ocorre para as tensões de cisalhamento (τ_4 , τ_5 e τ_6) e as deformações normais (ε_4 , ε_5 e ε_6). Isso implica que tensões normais que atuam nas direções principais irão apenas gerar deformações normais e tensões de cisalhamento irão causar, somente, deformações cisalhantes.

3.2.2 Comportamento elástico para Lâminas Unidirecionais no Plano

Como coloca Barbero (2017, p. 113), os compósitos laminados reforçados por fibras podem ser considerados transversalmente isotrópicos no plano; para esse tipo de material, as propriedades mecânicas se mantêm igual em um plano e variam em uma direção normal a esse plano.

É possível visualizar uma representação do material na **Figura 13**, orientado por um sistema de coordenadas com eixos nas direções normal, transversal e perpendicular às fibras.

Figura 13 – Laminado transversalmente isotrópico com fibras dispostas em um arranjo quadrático.



Fonte: Kaw, 2006, p. 88.

As análises no trabalho basearam-se na aplicação da Lei de Hooke para lâminas unidirecionais no plano. Para esse tipo de material, considera-se uma placa fina, onde não há cargas fora do plano, ou seja, assume-se que a variação das tensões nas superfícies superiores são tão pequenas que são nulas: $\sigma_3 = 0$, $\tau_{31} = 0$ e $\tau_{23} = 0$ (KAW, 2006, p. 99).

De maneira simplificada, pode-se reduzir a **Equação (3.7)** para **(3.8)**, descritas abaixo (DANIEL e ISHAI, 2006, p. 69).

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

em que,

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1}{E_1}; C_{21} = \frac{-\nu_{12}}{E_1}; C_{31} = \frac{-\nu_{13}}{E_1}; C_{12} = \frac{-\nu_{21}}{E_2}; C_{13} = \frac{-\nu_{13}}{E_3}; C_{22} = \frac{1}{E_2}; \\ C_{23} &= \frac{-\nu_{32}}{E_3}; C_{33} = \frac{1}{E_3}; C_{44} = \frac{1}{G_{23}}; C_{55} = \frac{1}{G_{31}}; C_{66} = \frac{1}{G_{12}}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Através da simetria do tensor C , em que $\nu_{ij}/E_i = \nu_{ji}/E_j$ e simplificando a **Equação (3.8)** é possível encontrar a seguinte expressão:

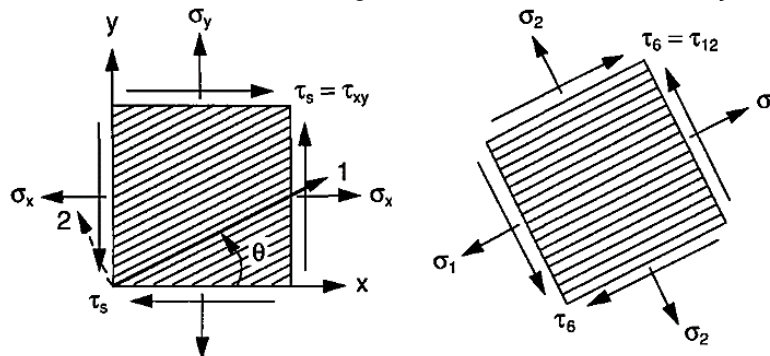
$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

em que,

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{(1-\nu_{12}\nu_{21})} = \frac{E_1^2}{(E_1-\nu_{12}^2 E_2)}; Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{12} E_2}{(1-\nu_{12}\nu_{21})} = \frac{\nu_{12} E_1 E_2}{(E_1-\nu_{12}^2 E_2)}; \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{(1-\nu_{12}\nu_{21})} = \frac{E_1 E_2}{(E_1-\nu_{12}^2 E_2)}; \quad \frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}; \quad Q_{66} = G_{12} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Daniel e Ishai (2006, p. 77), e pode ser evidenciado na **Figura 14**, os carregamentos (x, y) não estão, na maioria dos casos, na mesma direção que os eixos de referência da fibras (1, 2).

Figura 14 – Tensões nos eixos de carregamento de um laminado reforçado com fibras.



Fonte: Daniel e Ori Ishai, 2006, p. 77.

Isso faz com que se tenha a necessidade de encontrar a relação entre tensão e deformação no que diz respeito aos eixos de referência do material.

Dessa forma, é possível obter as relações necessárias com a matriz de transformação $[T]$, que corresponde a:

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & (m^2 - n^2) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

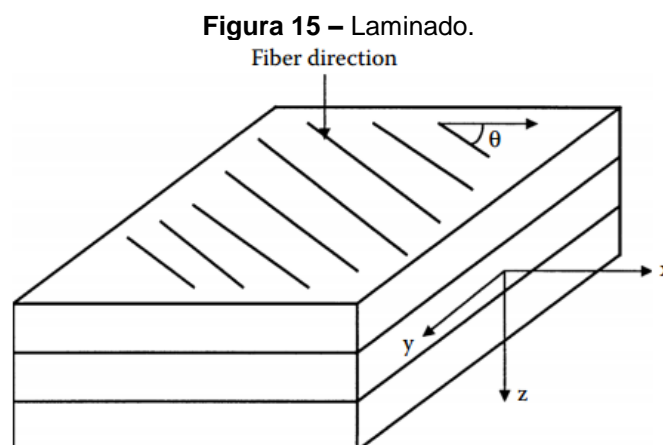
em que, $m = \cos(\theta)$ e $n = \sin(\theta)$.

Assim, as tensões e deformações nas direções principais 1 e 2 podem ser obtidas a partir das tensões cartesianas x e y , como mostra na **Equação (3.13)**.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_6}{2} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.2.3 Teoria Clássica dos Laminados

Os laminados podem ser definidos, segundo Kaw (2006, p. 316) como um conjunto de camadas, sobrepostas e ligadas entre si. Cada camada possui fibras unidirecionais em uma determinada angulação, como pode ser visualizado na **Figura 15**. Assim, a TCL faz um estudo da macromecânica, a partir de determinadas hipóteses estabelecidas, dos laminados.



Fonte: Kaw, 2006, p. 316.

Para que um laminado possa ser considerado dentro da TCL, segundo Daniel e Ishai, (2006, p. 157), é preciso que o mesmo siga os seguintes propostos:

1. Considera-se cada camada como um material homogêneo e ortotrópico;
2. O material é considerado plano ($\sigma_3 = 0$, $\tau_{31} = 0$ e $\tau_{23} = 0$);
3. Os deslocamentos são contínuos em todo o laminado e variam linearmente ao longo da espessura;
4. As relações entre deslocamento, deformação e tensão são lineares;
5. Os deslocamentos são pequenos em comparação com a espessura do laminado (h), tal que ($|u|$, $|v|$, $|w| \ll |h|$);
6. Ligação entre as interfaces da lâmina é perfeita, de maneira que não há deslizamento entre elas;
7. Uma linha reta, que passa no plano médio, permanece reta após a deformação; isso sugere que as tensões de cisalhamento transversal são nulas ($\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$);
8. ε_z é nulo, o que implica que o deslocamento transversal (w) não depende da coordenada (z) da espessura do laminado.

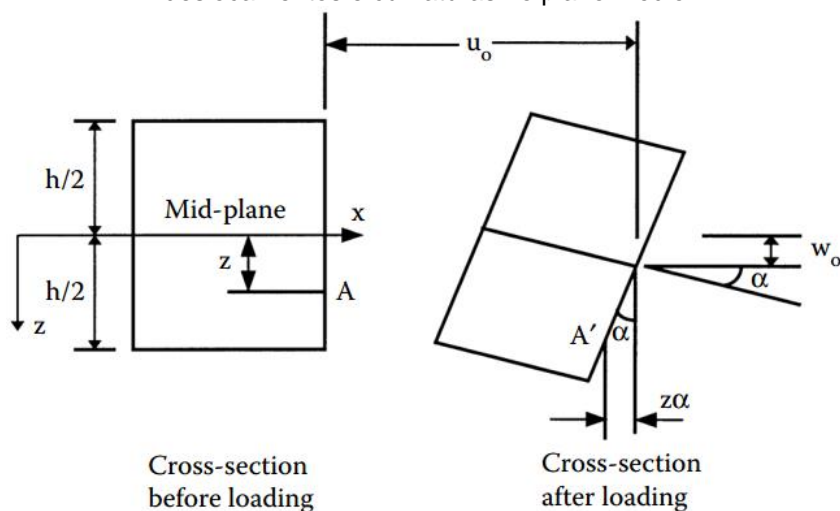
3.2.3.1 Relação entre deslocamento e deformações no laminado

Como é possível visualizar na **Figura 16**, para encontrar os deslocamentos em qualquer ponto diferente do plano médio, é necessário considerar a inclinação do ponto médio e a localização axial do ponto.

Admitindo que u_0 , v_0 e w_0 são os deslocamentos no plano médio nas direções x , y e z , e, u , v e w os deslocamentos em qualquer ponto, nas direções x , y e z , respectivamente, além de relacionar as deformações com as curvaturas no plano médio, têm-se:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

Figura 16 – Relação entre deslocamentos através da espessura de uma placa para deslocamentos e curvaturas no plano médio.



Fonte: Kaw, 2006, p. 321.

3.2.3.2 Relação entre tensão e deformação no laminado

Para encontrar as tensões correspondentes, utiliza-se da **Equação (3.10)**, obtendo as correspondentes cartesianas e substituindo os termos de deformações da **(3.14)**:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

de maneira reduzida,

$$[\sigma]^k = [\bar{Q}]^k([\varepsilon^0] + z[k]) \quad (3.16)$$

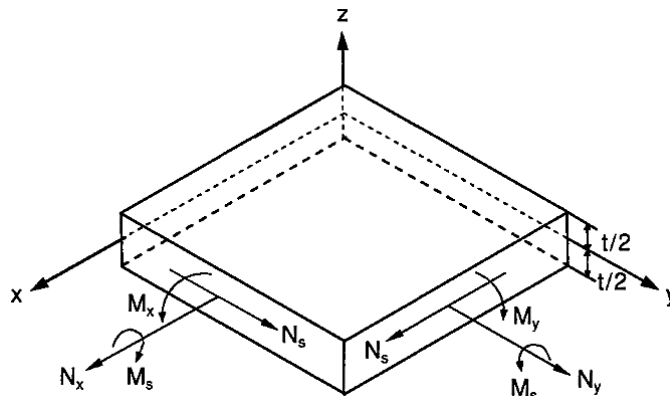
em que $[\varepsilon^0]$ representa as deformações no plano médio do laminado; $[k]$ as curvaturas do laminado em relação ao plano médio; e k indica a lâmina.

3.2.3.3 Relações entre deformações e curvaturas no plano médio com forças e momentos atuantes no laminado

Como ficou explícito na **Equação (3.16)**, as tensões e deformações estão em função das deformações e curvaturas no plano médio; sabe-se que as tensões em cada lâmina podem ser integradas através da espessura para se encontrar as forças e momentos aplicados.

Com isso, considerando que as forças e momentos atuantes agem segundo os visualizados na **Figura 17**, essas forças e momentos podem ser obtidas, para um número de lâminas n , através das equações **(3.17)** e **(3.18)**.

Figura 17 – Forças e momentos resultantes em um elemento de volume representativo de uma lâmina.



Fonte:: Daniel e Ishai, 2006, p. 162.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} z dz \right\} \quad (3.17)$$

e

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} z^2 dz \right\} \quad (3.18)$$

Lembrando que a matriz $[\bar{Q}]$ leva as propriedades elásticas da lâmina e, por isso, é constante ao longo da camada, assim como $[\varepsilon^0]$ e $[k]$. As expressões **(3.17)** e **(3.18)** podem ser escritas da seguinte maneira:

$$[N] = [A][\varepsilon^0] + [B][k] \quad (3.19)$$

e

$$[M] = [B][\varepsilon^0] + [D][k] \quad (3.20)$$

em que, os momentos são representados por $[M]$ e os carregamentos normais por $[N]$.

As matrizes, extensivas (A_{ij}), acoplamento (B_{ij}) e rigidez à flexão (D_{ij}), são obtidas nas expressões abaixo:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (z_k - z_{k-1}), (i, j = 1, 2 \text{ e } 3 \dots 6) \quad (3.21)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (z_k^2 - z_{k-1}^2), (i, j = 1, 2 \text{ e } 3 \dots 6) \quad (3.22)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3), (i, j = 1, 2 \text{ e } 3 \dots 6) \quad (3.23)$$

3.3 Comportamento térmico das placas laminadas

Tendo as equações principais da TCL, é necessário fazer as devidas correlações com os efeitos térmicos. Para isso, como foi deduzido anteriormente, as deformações podem ser obtidas por meio de relações entre as tensões $[\sigma]$ e os componentes da matriz de rigidez reduzida $[Q]$. Logo, adicionando as deformações térmicas $[\varepsilon^T]$ em **(3.10)** é possível obter uma nova configuração, mostrada abaixo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 - \varepsilon_1^T \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_2^T \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

em que,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1^T \\ \varepsilon_2^T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} \Delta T \quad (3.25)$$

Os coeficientes de dilatação térmica na direção 1 (α_1) e 2 (α_2) são obtidos utilizando os conceitos da regra da mistura, fazendo correlações entre as propriedades das fases constituintes: dilatação térmica da fibra, matriz, frações volumétricas e módulos de elasticidade, como pode ser visto na **Equação (3.26)**.

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_f E_f V_f + \alpha_m E_m V_m}{E_f V_f + E_m V_m} ; \alpha_2 = \alpha_m V_m + \alpha_f V_f + \frac{(v_f E_m - v_m E_f)}{\left(\frac{E_m}{v_f} + \frac{E_f}{v_m}\right)} (\alpha_f - \alpha_m) \quad (3.26)$$

A partir disso, as forças normais **(3.17)** e momentos **(3.18)** sofrem uma modificação, obtendo a seguinte configuração:

$$\begin{bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left(\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix}_k \Delta T_k \right) t_k \quad (3.27)$$

e

$$\begin{bmatrix} M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left(\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix}_k \Delta T_k \right) \bar{z}_k t_k \quad (3.28)$$

em que, $t_k = z_k - z_{k-1}$ e $\bar{z}_k = (z_k + z_{k+1})/2$.

3.4 Critérios de Falha

Com as tensões e deformações atuantes e a resistência do laminado, no caso específico desse trabalho a resistência do epóxi reforçado com fibras unidirecionais de carbono, é possível conseguir encontrar qual a carga que levará a falha.

Para estudar isso, é necessário entender que os materiais compósitos têm uma complexidade maior, comparado aos convencionais, quanto a sua falha. Isso ocorre por serem ortotrópicos, ao contrário dos materiais convencionais.

Jones (1999, p. 104) coloca outro fator importante, fazendo uma analogia à falha de metais, na qual percebe-se que a depender do tipo de metal (ferro fundido, alumínio, aço, cobre, etc.) irá se obter diferentes falhas, evidenciando que os compósitos, que possuem diferentes tipos de material, exigem critérios de falha que levem em consideração as condições específicas de cada material constituinte.

Devido a tal complexidade, é preferível que a falha seja estudada de maneira experimental. Contudo, como muitas vezes não é possível, são utilizadas análises matemáticas, considerando o material como homogêneo para análise.

Kaw (2006, p. 138) afirma que é necessário a análise de dois eixos do material, para estudar essa ruptura, sendo um paralelo as fibras e outro perpendicular, gerando cinco parâmetros, que são:

- $(\sigma_1^T)_{ult}$ = Resistencia a tração longitudinal às fibras;
- $(\sigma_1^C)_{ult}$ = Resistencia a compressão longitudinal às fibras;
- $(\sigma_2^T)_{ult}$ = Resistencia a tração transversal às fibras;
- $(\sigma_2^C)_{ult}$ = Resistencia a compressão transversal às fibras;
- $(\tau_{12})_{ult}$ = Resistencia ao cisalhamento no plano 1-2.

3.4.1 Critério de Máxima Tensão

Esse critério aplica-se de maneira similar aos materiais isotrópicos, e propõe que a camada irá se romper se qualquer das tensões, normais ou de cisalhamento, nas coordenadas da lâmina, for maiores que os valores de resistência, ou seja, se as expressões **(3.29)**, **(3.30)** e **(3.31)** forem devidamente verificadas.

$$\sigma_1 < (\sigma_1^T)_{ult}; \quad \sigma_2 < (\sigma_2^T)_{ult} \quad (3.29)$$

em que σ_1 e $\sigma_2 > 0$, ou seja, estão agindo tracionando a peça.

$$\sigma_1 > (\sigma_1^C)_{ult}; \quad \sigma_2 > (\sigma_2^C)_{ult} \quad (3.30)$$

em que σ_1 e $\sigma_2 < 0$, ou seja, estão agindo comprimindo a peça.

$$|\sigma_{12}| < (\tau_{12})_{ult} \quad (3.31)$$

em que σ_{12} é a tensão de cisalhamento no plano.

3.4.2 Critério de Tsai-Hill

Kaw (2006, p. 150) explica essa teoria de falha através do conceito de deformação, que é formada parte pela mudança de volume (dilatação) e outra pela mudança de forma (distorção). Hill (1998, p. 318) baseia-se no critério de escoamento de Von-Mises, que é usado para relacionar a energia de distorção em um corpo isotrópico, aplicando em materiais anisotrópicos, considerando a anisotropia infinitamente pequena, tendo

$$(G + H)\sigma_1^2 + (F + H)\sigma_2^2 + (F + G)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1 \quad (3.32)$$

em que F, H, G, L, M e N são parâmetros de resistência a falha.

Tsai relaciona os parâmetros de resistência a falha de Hill (F, H, G, L, M e N) com os parâmetros usuais $((\sigma_1)_{ult}, (\sigma_2)_{ult} e (\tau_{12})_{ult})$. Assim, chega-se a equação:

$$\frac{\sigma_1^2}{(\sigma_1)_{ult}^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{(\sigma_1)_{ult}^2} + \frac{\sigma_2^2}{(\sigma_2)_{ult}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{(\tau_{12})_{ult}^2} = 1 \quad (3.33)$$

em que $(\sigma_1)_{ult}$ pode ser $(\sigma_1^T)_{ult}$ ou $(\sigma_1^C)_{ult}$; e $(\sigma_2)_{ult}$ pode ser $(\sigma_2^T)_{ult}$ e $(\sigma_1^C)_{ult}$ a depender do sinal de (σ_1) e (σ_2) , respectivamente.

3.4.3 Critério de Hoffman

Hoffman, nesse critério, acrescenta termos lineares para a equação base do critério de Tsai-Hill, obtendo:

$$C_1(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + C_2(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + C_3(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + C_4\sigma_1 + C_5\sigma_2 + C_6\sigma_3 + C_7\tau_{23}^2 + C_8\tau_{31}^2 + C_9\tau_{12}^2 = 1 \quad (3.34)$$

em que os termos C_i são determinados através das resistências nas coordenadas principais: $(\sigma_1^T)_{ult}$, $(\sigma_1^C)_{ult}$, $(\sigma_2^T)_{ult}$, $(\sigma_2^C)_{ult}$, $(\sigma_3^T)_{ult}$, $(\sigma_3^C)_{ult}$, $(\tau_{12})_{ult}$, $(\tau_{23})_{ult}$ e $(\tau_{31})_{ult}$.

Considerando que as tensões estão no plano 1-2 ($\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{31} = 0$) e a isotropia transversal da lâmina, no plano 2-3 ($(\sigma_3^T)_{ult} = (\sigma_2^T)_{ult}$, $(\sigma_3^C)_{ult} = (\sigma_2^C)_{ult}$, $(\tau_{31})_{ult} = (\tau_{12})_{ult}$). Assim, o critério de falha simplificado é:

$$-\frac{\sigma_1^2}{(\sigma_1^C)_{ult}(\sigma_1^T)_{ult}} + \frac{\sigma_1\sigma_2}{(\sigma_1^C)_{ult}(\sigma_1^T)_{ult}} - \frac{\sigma_2^2}{(\sigma_2^C)_{ult}(\sigma_2^T)_{ult}} + \frac{(\sigma_1^C)_{ult} + (\sigma_1^T)_{ult}}{(\sigma_1^C)_{ult}(\sigma_1^T)_{ult}}\sigma_1 + \frac{(\sigma_2^C)_{ult} + (\sigma_2^T)_{ult}}{(\sigma_2^C)_{ult}(\sigma_2^T)_{ult}}\sigma_2 + \frac{\tau_{12}^2}{(\tau_{12})_{ult}^2} = 1 \quad (3.35)$$

3.4.4 Critério de Tsai-Wu

Esse critério foi criado com o intuito de melhorar o modelo de falha e as correlações entre o modelo analítico e o experimental, aumentando a capacidade de ajuste da curva de ruptura; isso, adicionando uma maneira de

representar as diversas forças em forma de tensor (JONES, 1999, p. 109). Assim, Tsai-Wu propõe um modelo que distingue entre compressão e tração em que a ruptura ocorre, se

$$H_1\sigma_1 + H_2\sigma_2 + H_6\tau_{12} + H_{11}\sigma_1^2 + H_{22}\sigma_2^2 + H_{66}\tau_{12}^2 + 2H_{12}\sigma_1\sigma_2 < 1 \quad (3.36)$$

em que,

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult}} - \frac{1}{(\sigma_1^C)_{ult}}; H_{11} = \frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult}(\sigma_1^C)_{ult}} - \frac{\sigma_2^2}{(\sigma_2^C)_{ult}(\sigma_2^T)_{ult}} \\ H_2 &= \frac{1}{(\sigma_2^T)_{ult}} - \frac{1}{(\sigma_2^C)_{ult}}; H_{22} = \frac{1}{(\sigma_2^T)_{ult}(\sigma_2^C)_{ult}}; \\ H_6 &= 0; H_{66} = \frac{1}{(\tau_{12})_{ult}^2} \end{aligned} \quad (3.37)$$

O componente H_{12} não pode ser encontrado diretamente, ao contrário dos demais, sendo obtido na maioria dos casos de maneira experimental. Uma expressão bastante usada para se obter essa componente:

$$H_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{H_{11}H_{22}} \quad (3.38)$$

Assim, esses quatro modelos de análise de falha servirão de base para ser possível encontrar quais as tensões levam o material à ruptura, o que poderá ser visto no capítulo seguinte.

4 EXEMPLOS E RESULTADOS

Para as análises, feitas com algoritmos com base nas equações do capítulo anterior, foi utilizado o laminado de matriz polimérica epóxi reforçado com fibras unidirecionais de grafite. Com o uso das suas propriedades mecânicas (**Tabela 2**), foi possível demonstrar como as tensões e deformações atuam no material. Os exemplos foram comparados com a literatura, segundo dados colhidos de Hyer (1998).

Tabela 2 – Propriedades Mecânicas do Grafite/Epóxi.

Propriedade	Símbolo	Unidade	Grafite/Epóxi
Fração volumétrica da fibra	V_f	(adimensional)	0,7
Módulo de elasticidade longitudinal	E_{11}	GPa	155
Módulo de elasticidade transversal	E_{22}	GPa	12,1
Coefficiente de Poisson radial	ν_{12}	(adimensional)	0.248
Módulo de Cisalhamento	G_{12}	GPa	4,4
Coefficiente de expansão térmico longitudinal	α_1	$10^{-6}/^{\circ}C$	-0,018
Coefficiente de expansão térmico transversal	α_2	$10^{-6}/^{\circ}C$	24.3

Fonte: Adaptado de Hyer, 1998, p. 58.

Com as tensões e deformações obtidas nas direções principais, foi estudado a falha segundo seus parâmetros de resistência (**Tabela 3**). Procurou-se alternar o carregamento nos exemplos, assim como o ângulo das fibras ao longo das camadas.

Tabela 3 – Resistencia mecânica à falha da composição grafite/epóxi.

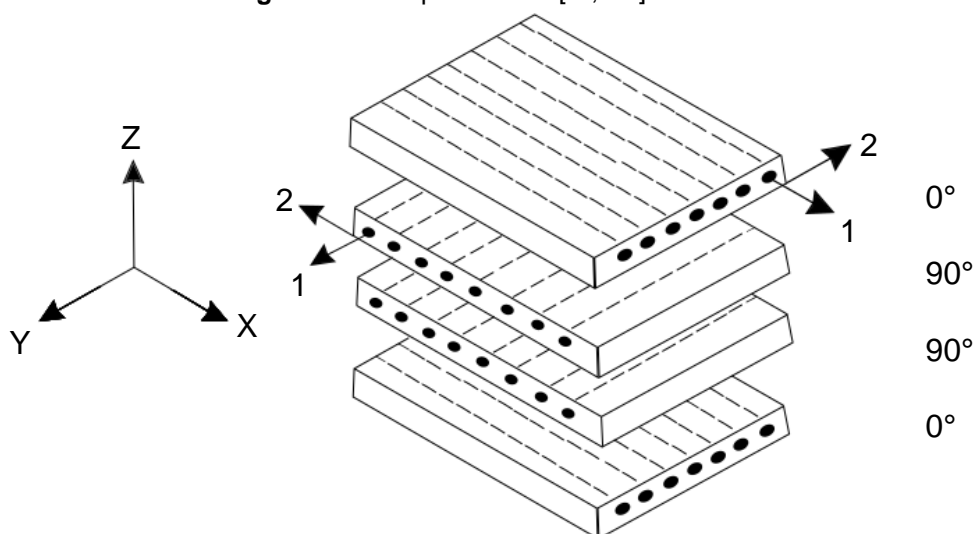
Propriedade	Símbolo	Unidade	Grafite/Epóxi
Resistencia a tração na direção principal 1	$(\sigma_1^T)_{ult}$	MPa	1500
Resistencia a compressão na direção principal 1	$(\sigma_1^C)_{ult}$	MPa	-1250
Resistencia a tração na direção principal 2	$(\sigma_2^T)_{ult}$	MPa	50
Resistencia a compressão na direção principal 2	$(\sigma_2^C)_{ult}$	MPa	-200
Resistencia ao cisalhamento	$(\sigma_{12})_{ult}$	MPa	100

Fonte: Adaptado de Hyer, 1998, p. 355.

4.1 Laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido a carregamento $N_x = 50400 \text{ N/m}$

Foi aplicado ao laminado, cujas camadas estão dispostas como mostrado na **Figura 18**, um carregamento mecânico à tração no eixo X, de $N_x = 50400 \text{ N/m}$, observando a resposta da solicitação na distribuição das tensões e deformações cartesianas ao longo da eixo vertical e falha. Cada camada tem espessura de 0,15 mm.

Figura 18 – Empilhamento $[0^\circ, 90^\circ]_s$.



Fonte: O Autor.

Por haver esforços apenas de tração na direção do eixo X, as solicitações tendem a fazer com que a lâmina alongue na direção X e encurte na direção Y, através do efeito de Poisson. Assim, as deformações em todas as camadas, em relação aos eixos cartesianos, obtiveram os seguintes valores:

$$\varepsilon_x = 1001,9 \mu\text{mm}/\text{mm}$$

$$\varepsilon_y = -36 \mu\text{mm}/\text{mm}$$

$$\gamma_{xy} = 0 \mu\text{mm}/\text{mm}$$

Com isso, percebe-se que as deformações na direção X são bem mais expressivas, enquanto que na direção Y possuem valores negativos, o que indica o alongamento e encurtamento citados.

Como esperado, as tensões seguem mais expressivas à tração no eixo cartesiano X e com valores tendendo à compressão no eixo cartesiano Y. Abaixo segue as tensões por lâmina.

em 0°:

$$\sigma_x = 155,93 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = 2,58 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

em 90°:

$$\sigma_x = 12,07 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -2,58 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

Uma característica que diferencia o material estudado dos materiais isotrópicos é que a distribuição de tensões é constante na camada, porém varia de camada a camada, tendo descontinuidades ao longo da espessura total. Isso ocorre pela mudança abrupta das propriedades em cada direção das fibras.

Para a análise da falha, foi transformado, no material, as tensões cartesianas X e Y em principais, nas direções 1 e 2. Observou-se que o material não sofre falha em nenhuma das lâminas, e o detalhamento das máximas tensões atuantes nas camadas segue na **Tabela 4**.

Tabela 4 – Tensões de falha do laminado [0°,90°]s submetido a carregamento $N_x = 50400 \text{ N/m}$.

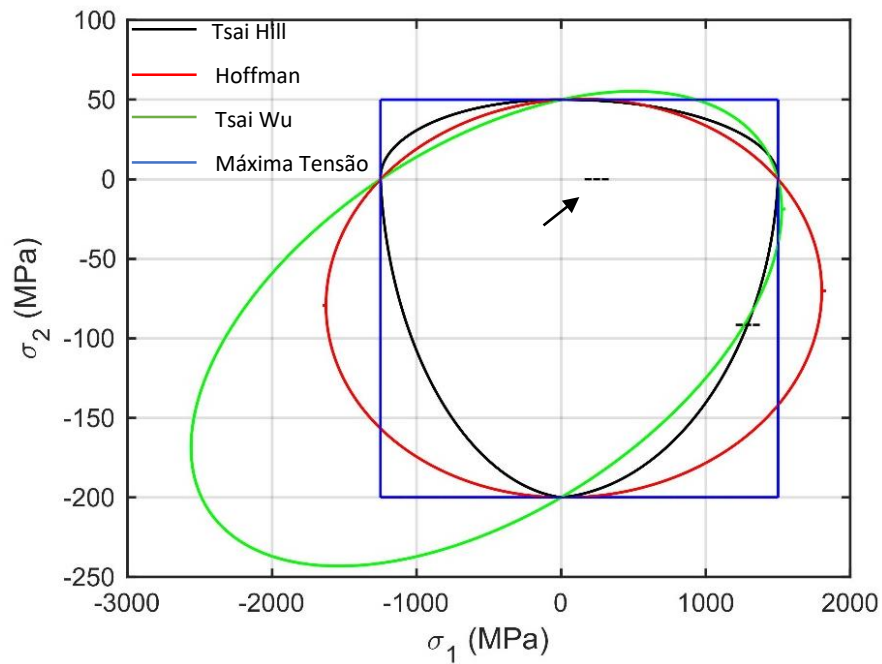
Camada	σ_1		σ_2		τ_{12}		Falha Status
	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máximo cisalhamento (MPa)	Mínimo cisalhamento (MPa)	
0°	0	155,9276	0	2,5834	0	0	Não falhou
90°	-2,5834	0	0	12,0724	0	0	Não falhou
90°	-2,5834	0	0	12,0724	0	0	Não falhou
0°	0	155,9276	0	2,5834	0	0	Não falhou

Fonte: O Autor.

Pode-se visualizar a envoltória de falha do material em que cisalhamento é nulo, na **Figura 19**. Com a envoltória, é possível confirmar o resultado da falha calculado com uso dos modelos analíticos e melhor entender os limites de

resistência dos métodos utilizados. O ponto que está mostrado pela seta corresponde a última camada (90°), com tração de 155,92376 MPa na direção 1 e tração de 2,5834 MPa na direção 2.

Figura 19 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido a carregamento $N_x = 50400 \text{ N/m}$.

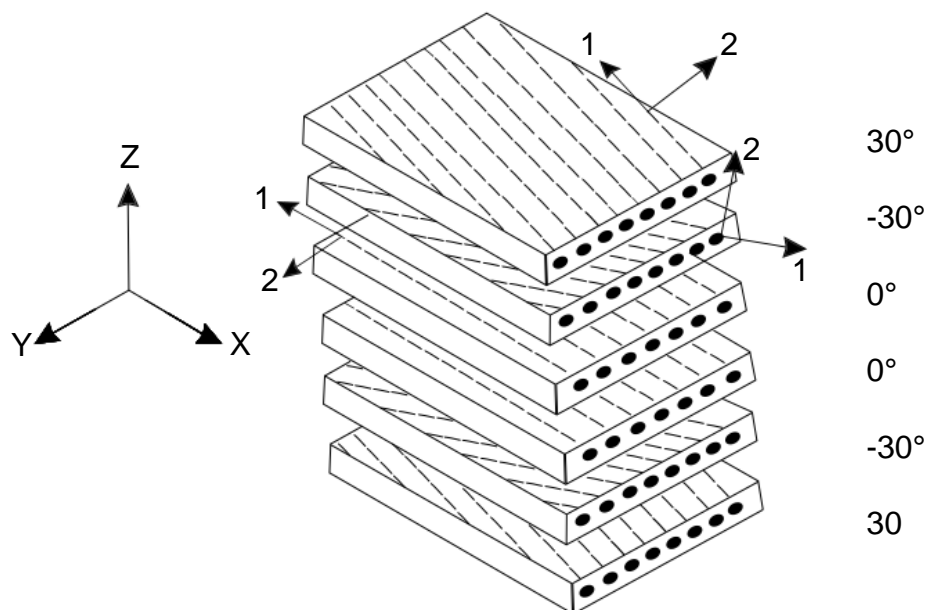


Fonte: O Autor.

4.2 Laminado $[\pm 30^\circ, 0^\circ]_s$ submetido a carregamento $N_x = 675000 \text{ N/m}$

Nesse exemplo, foi aplicada uma tração no eixo X, de $N_x = 675000 \text{ N/m}$, fazendo as devidas análises mecânicas da distribuição das tensões e deformações cartesianas e falha. As camadas, assim como o exemplo anterior, possuem 0,15 mm.

Figura 20 – Empilhamento $[\pm 30^\circ, 0^\circ]_s$.



Fonte: O Autor.

Para esse laminado, as deformações demonstram o alongamento na direção X, similar ao exemplo anterior, e encurtamento na direção Y. Contudo, as intensidades são amplificadas, isso devido as camadas $\pm 30^\circ$. As deformações em todas as camadas, para esse exemplo, foram:

$$\varepsilon_x = 84042 \mu\text{mm}/\text{mm}$$

$$\varepsilon_y = -97979 \mu\text{mm}/\text{mm}$$

$$\gamma_{xy} = 0 \mu\text{mm}/\text{mm}$$

As tensões ocorrem em valores mais altos nas camadas cujas fibras estão dispostas na direção em que a força está sendo aplicada, tendo os valores abaixo.

em 30°:

$$\sigma_x = 485,3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = 46,9 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 241 \text{ MPa}$$

em -30°:

$$\sigma_x = 485,3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = 46,9 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = -241 \text{ MPa}$$

em 0°:

$$\sigma_x = 1279,4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -93,8 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

Diferente do exemplo da seção 4.1, o carregamento gerou tensões de cisalhamento no plano cartesiano τ_{xy} , isso aconteceu em consequência da mudança de empilhamento.

Devido aos altos valores de carregamento, o material rompe por Tsai-Wu, nas camadas internas, que possuem os maiores valores de compressão e tração. A **Tabela 5** demonstra as tensões submetidas aos laminados nas direções principais 1, 2. Os demais métodos não demonstraram falha para esse exemplo, isso pode ser melhor visualizado na **Figura 21**.

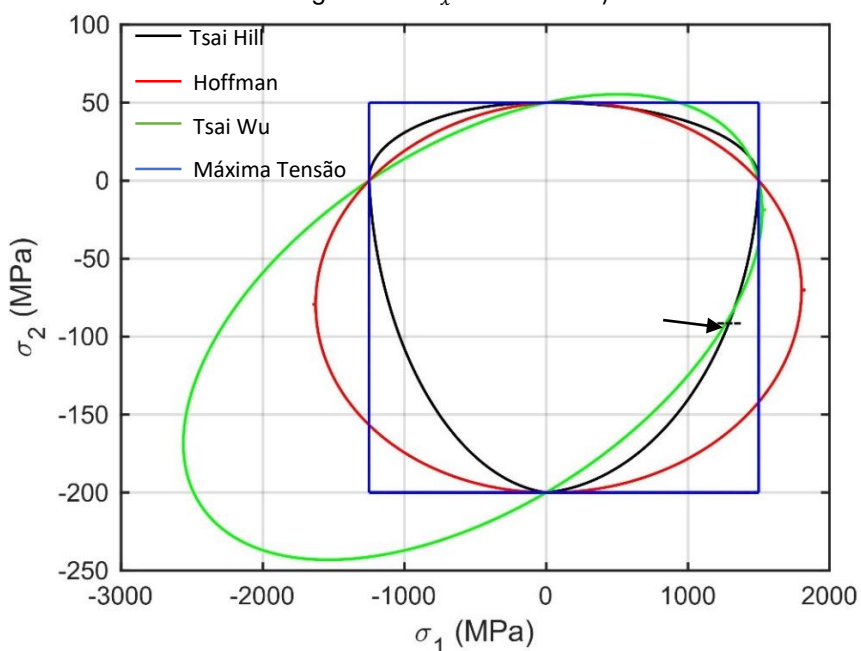
Tabela 5 – Tensões de falha no laminado [+/-30°,0°]s submetido a carregamento $N_x = 675000 \text{ N/m}$.

Camada	σ_1		σ_2		τ_{12}		Falha
	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máximo cisalhamento (MPa)	Mínimo cisalhamento (MPa)	Status
30°	0	584,4	-52,2	0	-69,4	0	Não falhou
-30°	0	584,4	-52,2	0	0	69,4	Não falhou
0°	0	1279,4	-93,8	0	0	0	Falhou
0°	0	1279,4	-93,8	0	0	0	Falhou
-30°	0	584,4	-52,2	0	0	69,4	Não falhou
30°	0	584,4	-52,2	0	-69,4	0	Não falhou

Fonte: O Autor.

Nos cálculos, percebe-se que o método de Tsai-Hill não identifica a falha, ainda que sua envoltória passe próximo do ponto mais solicitado, indicado pela seta, que correspondente à tração de 1279,4MPa na direção 1 e compressão de -93,8MPa na direção 2. O estado biaxial foi possível para essa envoltória de falha uma vez que as tensões que causam a falha da camada são exclusivamente de tração e compressão, enquanto o cisalhamento é nulo.

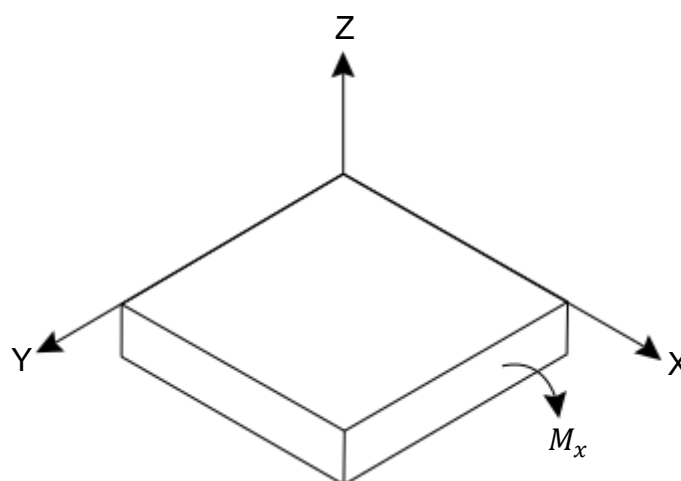
Figura 21 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[\pm 30^\circ, 0^\circ]_s$ submetido a carregamento $N_x = 675000 \text{ N/m}$.



4.3 Laminado $[+/-30^{\circ},0^{\circ}]_s$ submetido a carregamento $M_x = -58000 \text{ N.m/m}$

Para esse caso foi submetido um momento no eixo X, de $M_x = -58000 \text{ N.m/m}$. O empilhamento é idêntico ao da **Figura 20**, com camadas que possuem 0,15 mm. Vale ressaltar que os momentos em X são impostos no laminado como mostrado na figura abaixo.

Figura 22 – Esquemática do momento em X no laminado.

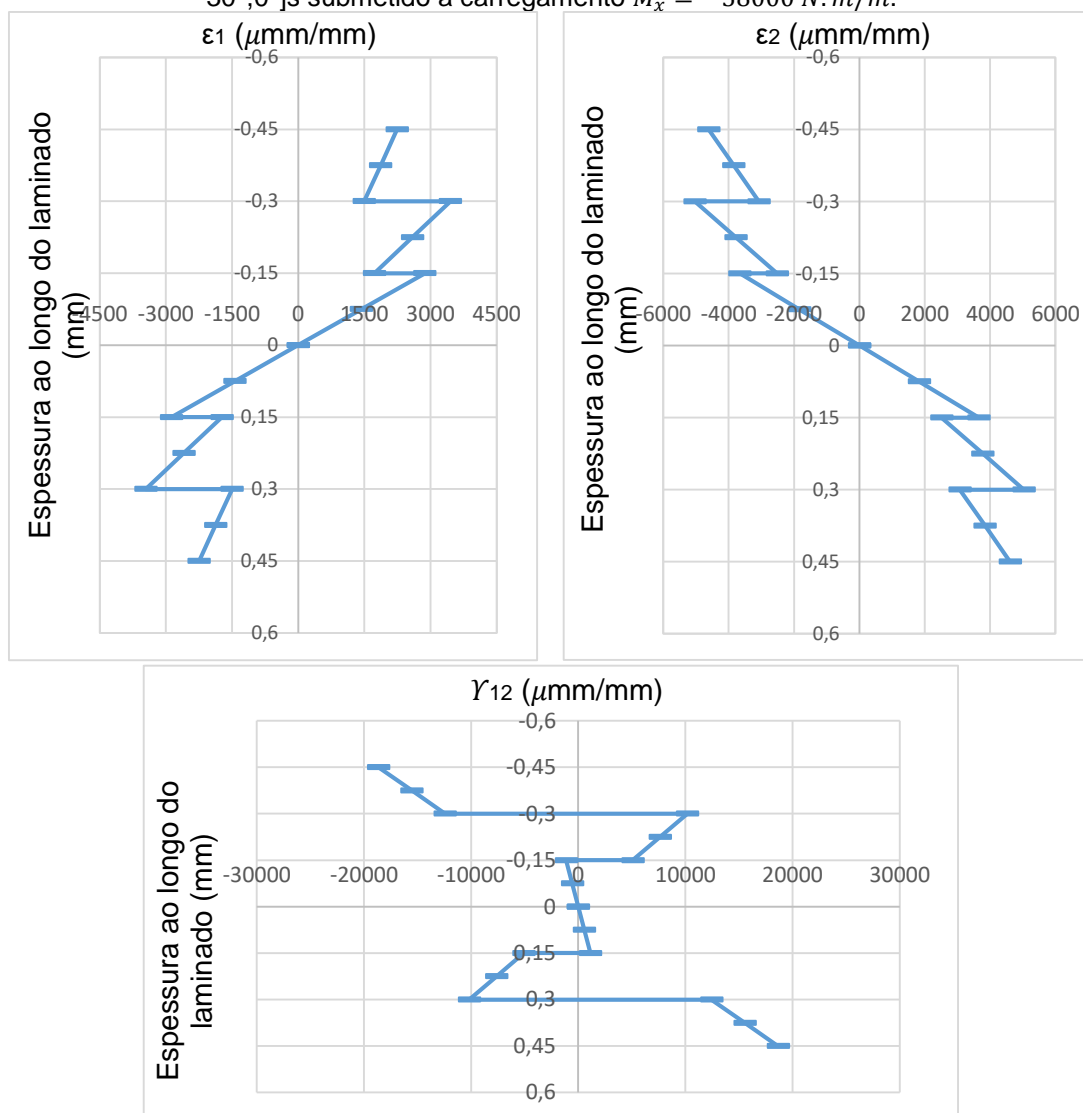


Fonte: O Autor.

Para esse caso, houve uma maior variação das deformações nas direções principais 1, 2 ao longo das camadas, o que necessitou de uma apresentação mais detalhada desses valores no laminado, visto na **Figura 23**.

Com a aplicação de um momento em X, percebe-se que houve o aparecimento de deformações cisalhantes (γ_{12}) mais expressivas ao longo do laminado, variando linearmente na espessura da camada e mudando de forma abrupta na sua interface.

Figura 23 – Distribuição das Deformações principais ao longo da espessura do laminado [+/- 30°,0°]s submetido a carregamento $M_x = -58000 \text{ N.m/m}$.

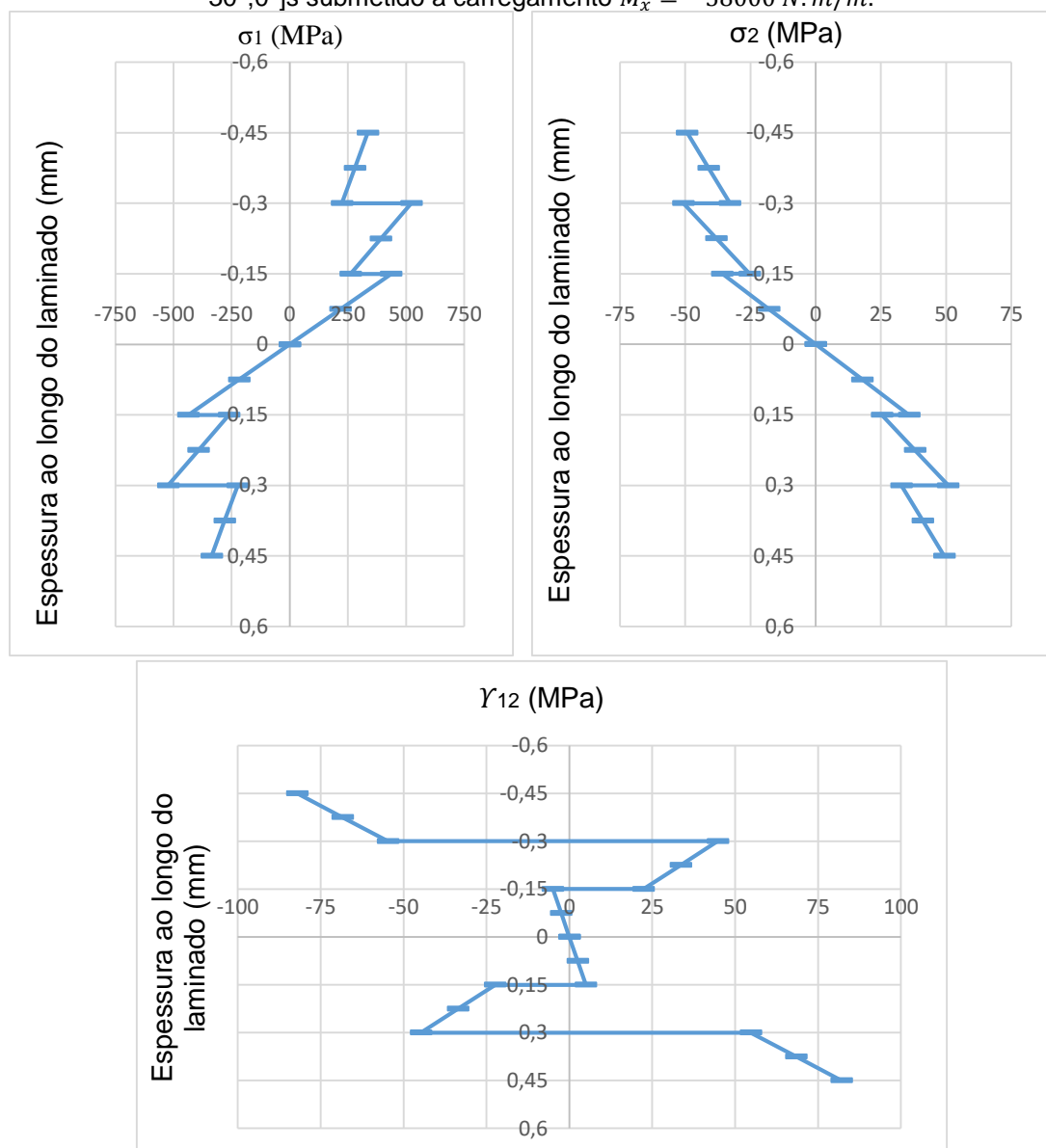


Fonte: O Autor.

É possível perceber que as deformações no geral ocorrem de maneira simétrica ao longo do laminado, e que enquanto uma parte do material está sofrendo compressão na direção 1, há tração agindo na direção 2.

Quanto as tensões, observou-se na **Figura 24** que os valores de cisalhamento e deformações cisalhantes foram maiores, devido à natureza do carregamento. Nota-se também que as maiores solicitações, diferente do caso anterior, estão nas camadas exteriores.

Figura 24 – Distribuição das tensões principais ao longo da espessura do laminado [+/- 30°,0°]s submetido a carregamento $M_x = -58000 \text{ N.m/m}$.



Fonte: O Autor.

Como a resistência do material é menor com relação a compressão que à tração, observando a **Tabela 6**, é possível perceber que o material rompe nas ultimas camadas, onde a compressão é maior.

Tabela 6 – Tensões de falha no laminado $[+/-30^{\circ},0^{\circ}]_s$ submetido a carregamento $M_x = -58000 \text{ N/m}$.

Camada	σ_1		σ_2		τ_{12}		Falha
	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máximo cisalhamento (MPa)	Mínimo cisalhamento (MPa)	Status
30°	0	335,7375	-49,2822	0	-54,7227	-82,084	Não falhou
-30°	0	522,8557	-50,7558	0	44,7753	22,3877	Não falhou
0°		435,9244	-35,8239	0	0	-4,9737	Não falhou
0°	-435,9244		0	35,8239	4,9737	0	Não falhou
-30°	-522,8557			50,7558	-22,3877	-44,7753	Falhou
30°	-335,7375			49,2822	82,084	54,7227	Falhou

Fonte: O Autor.

Tabela 7 – Identificação do critério para a falha do laminado $[+/-30^{\circ},0^{\circ}]_s$ submetido a carregamento $M_x = -58000 \text{ N/m}$.

Camada	Critério de Tsai-Hill	Critério de Máxima Tensão	Critério de Tsai-Wu	Critério de Hoffman
	Status	Status	Status	Status
30°	Não falhou	Não falhou	Não falhou	Não falhou
-30°	Não falhou	Não falhou	Não falhou	Não falhou
0°	Não falhou	Não falhou	Não falhou	Não falhou
0°	Não falhou	Não falhou	Não falhou	Não falhou
-30°	Falhou	Falhou	Falhou	Falhou
30°	Falhou	Falhou	Falhou	Falhou

Fonte: O Autor.

Como tanta compressão, como tração e cisalhamento influenciaram efetivamente a falha, não foi possível fazer as análises das envoltórias de falha gerados pelas tensões biaxiais.

4.4 Laminado $[0^{\circ},90^{\circ}]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^{\circ}\text{C}$

Para o carregamento térmico optou-se por utilizar o empilhamento segundo a **Figura 18**, para camadas de 0,15 mm, impondo ao mesmo cargas térmicas e observando suas respostas mecânicas, bem como as suas envoltórias de falha.

Inicialmente, o material foi resfriado para uma temperatura de -150°C , sem a influência de forças mecânicas. Foi visto que o empilhamento selecionado

não tem influência nas componentes de deformação, promovendo uma distribuição invariável em toda a espessura, semelhante aos materiais isotrópicos.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -315,51 \mu\text{mm}/\text{mm}$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{12} = 0 \mu\text{mm}/\text{mm}$$

Com relação as tensões cartesianas, o resfriamento do material implicou em tensões de compressão de maneira predominante.

em 0°:

$$\sigma_x = -50,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -4,79 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

em 90°:

$$\sigma_x = -4,79 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -50,1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

Fazendo a análise das tensões no laminado nas direções principais 1,2, observa-se na **Tabela 8** que os valores máximos de solicitações não levaram o material à falha apenas com o resfriamento do material em nenhum dos critérios utilizados.

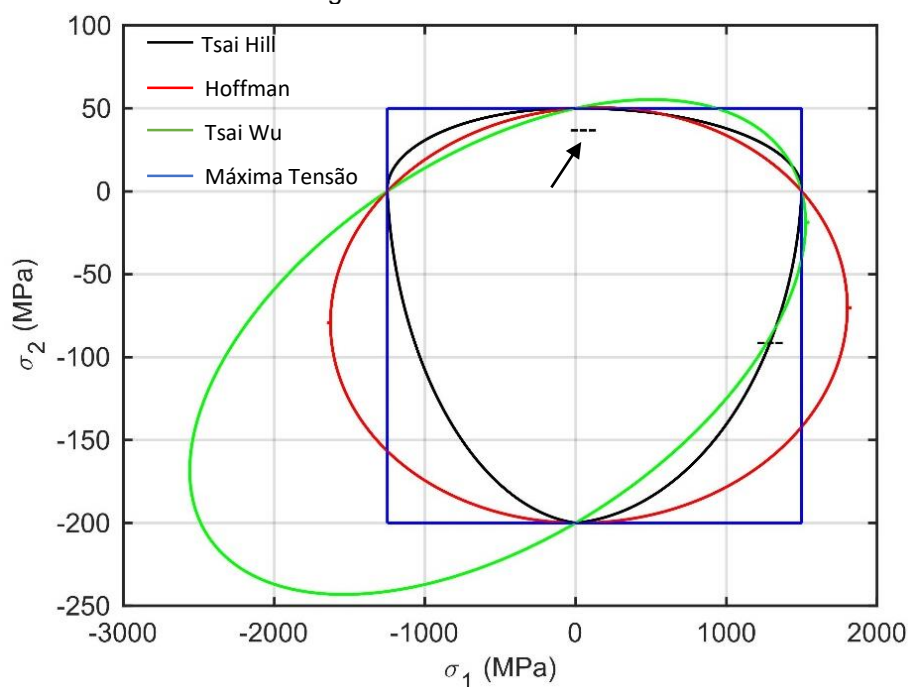
Tabela 8 – Tensões de falha no laminado [0°,90°]s submetido ao carregamento térmico T = - 150°C.

Camada	σ_1		σ_2		τ_{12}		Falha Status
	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máximo cisalhamento (MPa)	Mínimo cisalhamento (MPa)	
0°	-39,5217	0	0	39,5217	0	0	Não falhou
90°	-39,5217	0	0	39,5217	0	0	Não falhou
90°	-39,5217	0	0	39,5217	0	0	Não falhou
0°	-39,5217	0	0	39,5217	0	0	Não falhou

Fonte: O Autor.

O ponto mais solicitado na direção 1 foi a compressão, que teve valor de -39,5217MPa, e de tração em 2, com 39,5217MPa e pode ser visto na figura abaixo, indicado pela seta, situando-se dentro das envoltórias e, assim, estando distante da falha.

Figura 25 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$.



Fonte: O Autor.

4.5 Laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -190^\circ\text{C}$ até $T = 730^\circ\text{C}$

O tipo de empilhamento utilizado corresponde ao da **Figura 18**, com camadas de 0,15 mm, no qual o laminado foi estudado segundo seu comportamento à variação de temperatura.

Com análises computacionais, segundo os códigos desenvolvidos, procurou-se os carregamentos que levam o material à ruptura quando o mesmo é resfriado e aquecido. Dessa forma, encontrou-se primeiramente a ruptura quanto ao resfriamento (-190°C) e, a partir disso, foi incrementado de 230°C em 230°C até chegar às primeiras rupturas por aquecimento (730°C).

Segundo o analisado, foi possível perceber que as deformações foram iguais tanto na direção X quanto na direção Y em todos os casos analisados,

como também iguais em todas as camadas, quando submetidas ao carregamento térmico (**Tabela 9**). Isso mostra que o empilhamento, para esse caso, não influencia nas deformações em geral.

Tabela 9 – Deformações cartesianas no laminado [0°,90°]s submetido a diferentes carregamentos térmicos.

$\Delta T(^{\circ}\text{C})$	Deformações ($\mu\text{mm/mm}$)		
	ε_x	ε_y	γ_{xy}
-190	-399,65	-399,65	0
40	84,14	84,14	0
270	567,92	567,92	0
500	1051,7	1051,7	0
730	1535,5	1535,5	0

Fonte: O Autor.

Com relação as tensões, foram, assim como as deformações, iguais nas duas direções cartesianas analisadas. Contudo, as tensões variaram seus valores entre a camada de 0° e 90°, como é possível ver na tabela abaixo.

Tabela 10 – Tensões cartesianas no laminado [0°,90°]s submetido a diferentes carregamentos térmicos.

$\Delta T(^{\circ}\text{C})$	Tensões (MPa)			
	Camada	σ_x	σ_y	τ_{xy}
-190	0°	-63,45	-6,06	0
	90°	-6,06	-63,45	0
40	0°	13,36	1,28	0
	90°	1,28	13,36	0
270	0°	90,17	8,62	0
	90°	8,62	90,17	0
500	0°	166,97	15,96	0
	90°	15,96	166,97	0
730	0°	243,78	23,3	0
	90°	23,3	243,78	0

Fonte: O Autor.

Todas as deformações cisalhantes e tensões de cisalhamento foram nulas no laminado, independente do carregamento térmico. Quanto à sua falha, percebe-se que o material resiste muito mais ao aquecimento que ao resfriamento, suportando temperaturas bastantes elevadas até o aparecimento das primeiras falhas. Na **Tabela 11** segue de maneira detalhada as tensões máximas nas direções 1,2 atuantes que levaram à falha o material.

Tabela 11 – Tensões de falha no laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = 730^\circ\text{C}$.

Camada	σ_1		σ_2		τ_{12}		Falha Status
	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máximo cisalhamento (MPa)	Mínimo cisalhamento (MPa)	
0°	0	192,3387	-192,3387	0	0	0	Falhou
90°	0	192,3387	-192,3387	0	0	0	Falhou
90°	0	192,3387	-192,3387	0	0	0	Falhou
0°	0	192,3387	-192,3387	0	0	0	Falhou

Fonte: O Autor.

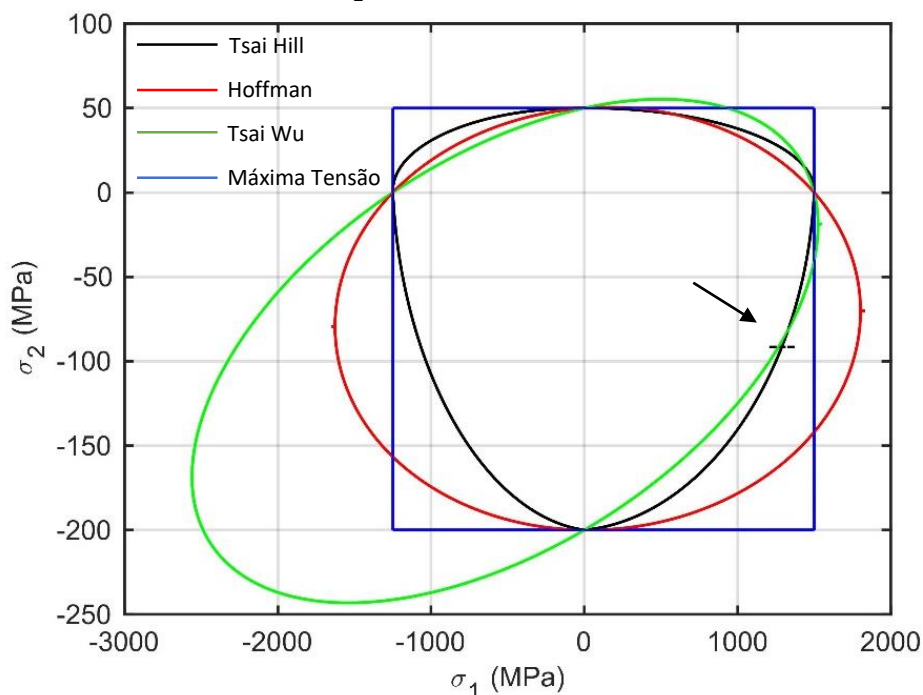
Tabela 12 – Identificação do critério para a falha do laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = 730^\circ\text{C}$.

Camada	Critério de Tsai-Wu
0°	Falhou
90°	Falhou
90°	Falhou
0°	Falhou

Fonte: O Autor.

Na envoltória de falha está indicado pela seta o carregamento à tração de 192,3387MPa na direção 1 e compressão de -192,3387Mpa na direção 2, mostrando certa simetria.

Figura 26 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = 730^\circ\text{C}$.



Fonte: O Autor.

Tabela 13 – Tensões de falha no laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -190^\circ\text{C}$.

Camada	σ_1		σ_2		τ_{12}		Falha Status
	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máximo cisalhamento (MPa)	Mínimo cisalhamento (MPa)	
0°	-50,0608	0	0	50,0608	0	0	Falhou
90°	-50,0608	0	0	50,0608	0	0	Falhou
90°	-50,0608	0	0	50,0608	0	0	Falhou
0°	-50,0608	0	0	50,0608	0	0	Falhou

Fonte: O Autor.

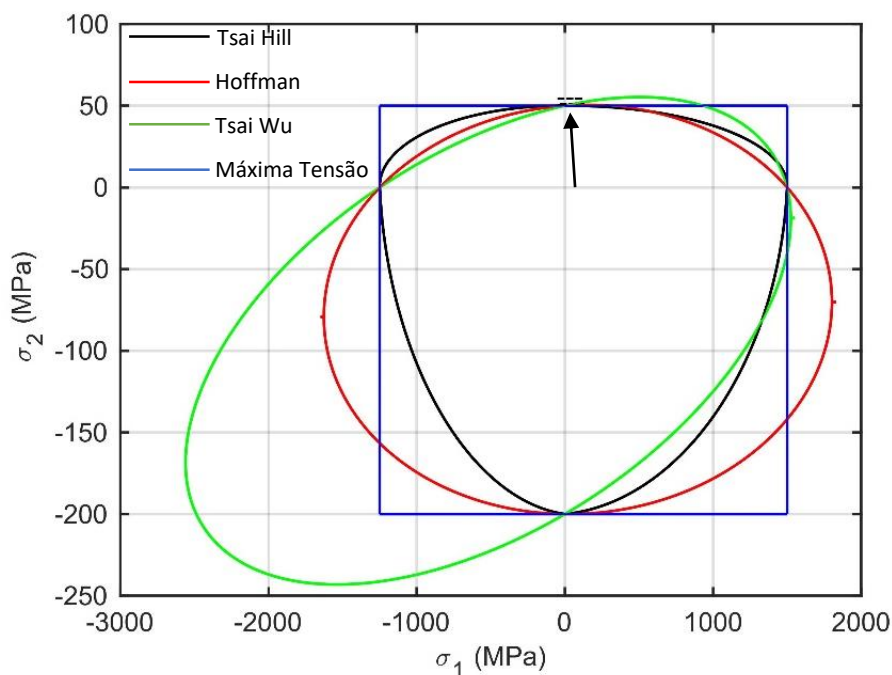
Tabela 14 – Identificação do critério para a falha do laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -190^\circ\text{C}$.

Camada	Critério de Tsai-Hill	Critério de Máxima Tensão	Critério de Tsai-Wu	Critério de Hoffman
	Status	Status	Status	Status
0°	Falhou	Falhou	Falhou	Falhou
90°	Falhou	Falhou	Falhou	Falhou
90°	Falhou	Falhou	Falhou	Falhou
0°	Falhou	Falhou	Falhou	Falhou

Fonte: O Autor.

Para a temperatura de -190°C , acontece a falha em todas as camadas, de acordo com todos os critérios utilizados. Como mostra a **Figura 27**, a direção 2 possui pouca resistência à tração, sendo fator determinante para a falha.

Figura 27 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -190^\circ\text{C}$.



Fonte: O Autor.

4.6 Laminado $[0^\circ, 90^\circ]$ s submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$ e mecânico $N_x = 50400 \text{ N/m}$

Será demonstrada a influência térmica na falha dos materiais em conjunto com solicitações mecânicas. Para isso, foram escolhidos os exemplos da seção 4.1 e 4.4, relativos ao carregamento mecânico e térmico, respectivamente. Nenhum desses dois exemplos sofreram falha.

A configuração das tensões e deformações se mostraram semelhantes ao mostrado na seção 4.1, cujo empilhamento $[0^\circ, 90^\circ]$ s foi solicitado por uma carga $N_x = 50400 \text{ N/m}$, contudo, percebe-se que os valores de tração foram menores em X e os valores de compressão foram maiores em Y, isso devido ao resfriamento térmico. Não houve variação entre as camadas.

$$\varepsilon_x = 686,34 \mu\text{mm/mm}$$

$$\varepsilon_y = -351,5 \mu\text{mm/mm}$$

$$\gamma_{xy} = 0 \mu\text{mm/mm}$$

Quanto aos valores de tensão, sofreram uma mudança de valor entre as camadas, como pode ser visto abaixo.

em 0° :

$$\sigma_x = 105,84 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -2,2 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

em 90° :

$$\sigma_x = 7,29 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -52,68 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0 \text{ MPa}$$

Na **Tabela 15**, verificou-se a falha no laminado, nas camadas 2 (0°), 3 (0°), falhando devido à, principalmente, a tração na direção 2.

Tabela 15 – Tensões de falha no laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$ e mecânico $N_x = 50400\text{ N/m}$.

Camada	σ_1		σ_2		τ_{12}		Falha
	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máxima compressão (MPa)	Máxima tração (MPa)	Máximo cisalhamento (MPa)	Mínimo cisalhamento (MPa)	Status
0°	0	116,406	0	42,105	0	0	Não falhou
90°	-42,105	0	0	51,594	0	0	Falhou
90°	-42,105	0	0	51,594	0	0	Falhou
0°	0	116,406	0	42,105	0	0	Falhou

Fonte: O Autor.

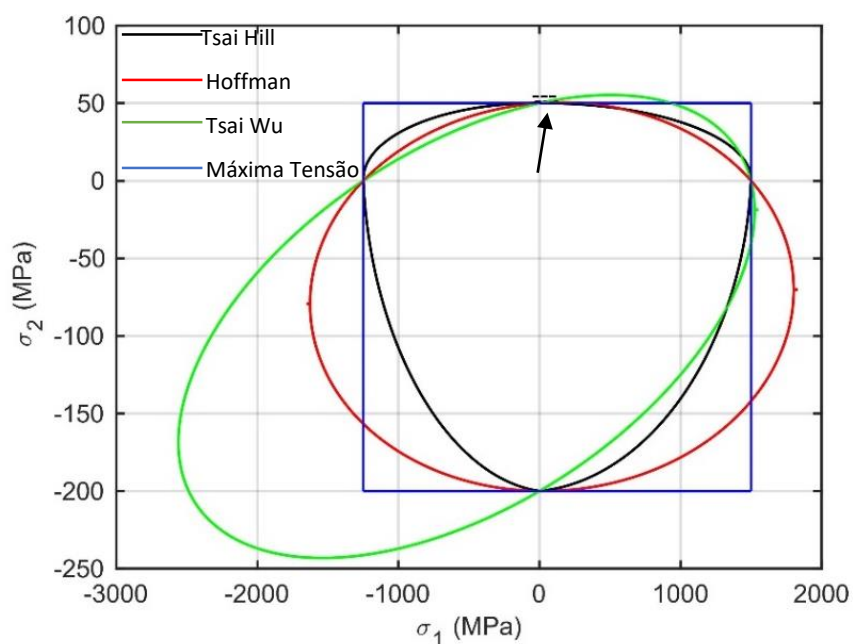
Tabela 16 – Identificação do critério para a falha do laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$ e mecânico $N_x = 50400\text{ N/m}$.

Camada	Critério de Tsai-Hill	Critério de Máxima Tensão	Critério de Tsai-Wu	Critério de Hoffman
	Status	Status	Status	Status
0°	Não falhou	Não falhou	Não falhou	Não falhou
90°	Falhou	Falhou	Falhou	Falhou
90°	Falhou	Falhou	Falhou	Falhou
0°	Não falhou	Não falhou	Não falhou	Não falhou

Fonte: O Autor.

O ponto que resultou na falha gera compressão na direção 1 de -42,105MPa e tração na direção 2 de 51,594MPa. O mesmo é mostrado pela seta na figura abaixo.

Figura 28 – Tensão de falha dentro da envoltória de falhado laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido ao carregamento térmico $T = -150^\circ\text{C}$ e mecânico $N_x = 50400\text{ N/m}$.



Fonte: O Autor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi possível no realizar no presente trabalho, as análises das distribuições de tensão e deformação nos eixos principais 1 e 2 e nos eixos cartesianos X e Y do material, obtendo as informações das consequências de carregamentos mecânicos e/ou térmicos quando aplicados em um material compósito de matriz epóxi reforçado com fibras unidirecionais de grafite. Com isso, conseguiu-se os dados e informações para estudar a falha do mesmo.

Na primeira análise, vista na seção 4.1, um laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$ submetido a carregamento $N_x = 50400 N/m$, foi possível perceber que o material não obteve tensões cisalhantes e deformações cisalhantes. Sendo exposto ao carregamento em questão, o laminado conseguiu resistir aos esforços, não sofrendo ruptura.

Na seção 4.2, foi mudado o empilhamento para $[+/-30^\circ, 0^\circ]$ e aplicado um carregamento de $N_x = 675000 N/m$. A mudança na orientação das fibras gerou tensões cisalhantes e deformações cisalhantes, diferente do caso estudado na seção 4.1. Foi verificada a falha nas camadas internas (0°), identificada pelo critério de Tsai-Wu. Como esse critério tem a característica de relacionar as tensões atuantes, é esperada a melhor precisão, assim como o Tsai-Hill e Hoffman. Para esses últimos, a envoltória de tensões está extremamente próxima ao ponto de falha, contudo, o critério de Hoffman não se aproximou, mostrando-se discrepante para a situação analisada.

Após submeter o laminado a carregamentos de tração no eixo X, nos exemplos anteriores, foi submetido um carregamento de $M_x = -58000 N/m$ na seção 0. As tensões cisalhantes para esse tipo de carregamento foram mais significantes que os demais exemplos, assim como as deformações cisalhantes. Isso se deu por conta do momento aplicado. O material sofreu falha nas camadas 5 e 6 ($+/-30^\circ$), onde a compressão na direção principal 1 se mostrou maior.

Quando aplicado ao mesmo laminado da seção 4.2 um resfriamento de $-150^\circ C$, percebeu-se divergências nos resultados. As tensões e deformações não sofreram mudanças nas interfaces das laminas, tendo um valor constante ao longo da espessura total. O resfriamento não foi suficiente para causar falha em nenhuma das camadas.

A seção 4.5 se baseou no resultado de variadas cargas térmicas no empilhamento $[0^\circ, 90^\circ]$ até gerar a falha no material. Nesta seção percebeu-se que as primeiras falhas acontecem por volta de -190°C quando resfriado o material, e 730°C , quando aquecido. Isso demonstra que o material possui alta resistência quando se refere a altas temperaturas.

Ao combinar o carregamento mecânico $N_x = 50400\text{N}/\text{m}$ com o resfriamento de -150°C no laminado $[0^\circ, 90^\circ]_s$, na última análise, foi possível observar a falha nas camadas 2 e 3 (0°) através de todos os critérios de falha adotados. Isso evidencia que a influência térmica pode ser determinante para dadas situações, levando à evidente ruptura.

Em síntese, o trabalho demonstrou de maneira analítica como as distribuições de tensões e deformações se comportam ao longo da espessura do laminado, quando solicitado por carregamentos mecânicos e térmicos, como também a sua falha, de acordo com os métodos estudados.

REFERÊNCIAS

AFONSO, M. H. F. et al. **Como Construir Conhecimento Sobre O Tema De Pesquisa? Aplicação Do Processo Proknow-C Na Busca De Literatura Sobre Avaliação Do Desenvolvimento Sustentável**. Revista de Gestão Social e Ambiental, v. 5, n. 2, 2012, p. 47–62.

BARBERO, Ever J. **Introduction to Composite Materials Design**. 3. ed. Boca Raton: CRC Press, 2018, p. 111-113.

BIOLCHINI, J. et al. **Systematic Review in Software Engineering**. First International Conference, ICSoft 2006, Setúbal, Portugal, September 11-14, 2006 [S.I.], 2008.

CALLISTER, William D. **Materials Science and Engineering: An Introduction**. 7. ed. York: John Wiley & Sons, Inc., 2007, p. 578-603.

CHOWDHURY, Piyas; SEHITOGLU, Huseyin; RATEICK, Richard. Damage tolerance of carbon-carbon composites in aerospace application. **Carbon**, [s.l.], v. 126, p.382-393, jan. 2018. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.carbon.2017.10.019>, p. 383-384.

CHUNG, Deborah D. L. **Carbon Fiber Composites**. Newton: Butterworth-Heinemann, 1994, p. 140-145.

CLYNE, T. W.; WITHERS, P. J. **An Introduction to Metal Matrix Composites**. New York: Cambridge University Press, 1993, p. 309-461.

DANIEL, Isaac M.; ISHAI, Ori. **Engineering Mechanics of Composite Materials**. 2. ed. New York: Oxford University Press, Inc., 2006. 463 p.

GRADY, Joseph E.; HALBIG, Michael C.; SINGH, M. **A Fully Non-Metallic Gas Turbine Engine Enabled by Additive Manufacturing**, NASA Technical Memorandum NASA/TM-2015-20168.

HASHISH, M. **Trimming of PRFC aircraft components**, in WJTA-IMCA, American WJTA-IMCA Conference and Expo, 2013, p. 3-7.

HILL, R. **The Mathematical theory of plasticity**. New York: Oxford University Press, Inc., 1950, p. 318-322.

HYER, Michael W. **Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials**. New York: The McGraw Hill Companies, 1998. 627 p.

JONES, Robert M. **Mechanics of Composite Materials**. 2. ed. Philadelphia: Taylor & Francis Inc., 1999, p. 104-109.

KAW, Autar K. **Mechanics of Composite Materials**. 2. ed. Boca Raton: CRC Press, 2006. 473 p.

LEVY, Yair; ELLIS, Timothy J. **A systems approach to conduct an effective literature review in support of information systems research**. *Informing Science* v. 9, p. 181–211, 2006.

MIRACLE, D. Metal matrix composites: From science to technological significance. **Composites Science and Technology**, [S.l.], v. 65, n. 15-16, p.2526-2540, dez. 2005. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2005.05.027>.

NEWCOMB, Bradley A.; CHAE, Han G. The properties of carbon fibers. In: BUNSELL, Anthony R. **Handbook of Properties of Textile and Technical Fibres**. 2. ed. Cambridge: Woodhead Publishing, 2018. Cap. 21. p. 637-644.

OLIVEIRA, V. L. **Aplicação do Proknow-C para Seleção de um Portifólio Bibliográfico e Análise Bibliométrica Sobre Avaliação de Desempenho da Gestão do Conhecimento**. *Revista Gestão Industrial* v. 8, n. 1, p. 76–92, 2012.

REDDY, J. N. **Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis**. 2. ed. Florida: CRC Press, 2004, p. 2-83.

THAKUR, Vijay K.; THAKUR, Manju K.; PAPPU, Asokan. **Hybrid Polymer Composite Materials: Applications**. Cambridge: Woodhead Publishing, 2017. 436 p.

TITA, V. **Projeto e Fabricação de Estruturas em Material Compósito Polimérico**. Notas de aula. Universidade de São Paulo, Faculdade de Engenharia Mecânica, 2006, p. 5-33,

WU, Hwai C.; EAMON, Christopher D. **Strengthening of Concrete Structures Using Fiber Reinforced Polymers (FRP): Design, Construction and Practical Applications**. Cambridge: Woodhead Publishing, 2017, p. 11-12.