UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: INTERAÇÃO ENTRE A LINGUAGEM MATEMÁTICA E A LÍNGUA MATERNA

LUIZ GALDINO DA SILVA

Maceió/AL
2012

LUIZ GALDINO DA SILVA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: INTERAÇÃO ENTRE A LINGUAGEM MATEMÁTICA E A LÍNGUA MATERNA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Federal de Alagoas, do Programa de Pós-Graduação em Educação, como exigência para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO BRASILEIRA, sob a orientação da Profa. Dra. Mercedes Bêtta Quintano de Carvalho Pereira dos Santos.

Maceió/AL
2012

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária Responsável: Fabiana Camargo dos Santos

S568r Silva, Luiz Galdino da.
Resolução de problemas aritméticos na educação básica : interação entre a linguagem matemática e a língua materna / Luiz Galdino da Silva. – 2012.

153 f. : il.

.

Orientador: Mercedes Bêtta Quintana de Carvalho Pereira dos Santos.
Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira. Maceió, 2012.

Bibliografia: f. 132-135.
Apêndices e anexos: f. 136-153.

1. Educação básica. 2. Ensino de matemática. 3. Matemática – Resolução de problemas. 4. Interação entre linguagens na educação. 5. Linguagem matemática. I. Título.

CDU: 373.3:51

Universidade Federal de Alagoas
Centro de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação

Resolução de Problemas Matemáticos na Educação Básica: interação entre a linguagem matemática e a língua materna.

LUIZ GALDINO DA SILVA

Dissertação submetida a banca examinadora, já referendada pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 20 de março de 2012.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Mercedes Bêtta Quintano de Carvalho Pereira dos Santos
(CEDU-UFAL - Orientadora)

Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral (UFRRJ)
(Examinador Externo)

Maria Inez Matoso Silveira

Profa. Dra. Maria Inez Matoso Silveira (CEDU-UFAL)
(Examinadora Interna)

Aos meus professores, em especial à minha Orientadora Professora Doutora Mercedes Bêtta Quintano de Carvalho Pereira dos Santos, com quem aprendi, de fato, a ensinar matemática e a Professora Doutora Maria Inez Mattoso Silveira, incentivadora deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é resultado de uma longa batalha que se inicia com momentos de tristeza, tão logo à divulgação do resultado da seleção para o ingresso no curso de Mestrado, mas que foi imprescindível para reascender a minha crença em um Deus maior que iluminou pessoas de bem, para que através delas, a justiça prevalecesse e assim, janelas fossem abertas para que o mundo pudesse ser percebido sob um novo olhar.

Também é resultado de angústias e alegrias, de dificuldades e descobertas, elementos que foram determinantes para o meu crescimento pessoal e profissional.

Durante essa longa caminhada tive o incentivo e a colaboração de várias pessoas.

Dentre elas, quero agradecer:

Ao meu filho, o meu anjo, o anjo Luis Gabriel, pessoa que me inspira quase que diariamente com indagações a respeito de matemática e que teve de abdicar, nesse momento, a meu favor, de alguns instantes preciosos da sua infância.

À minha orientadora Professora Doutora Mercedes Bêtta Quintano de Carvalho Pereira dos Santos, pela acolhida, paciência e dedicação, e pelas relevantes contribuições à pesquisa em educação matemática em Alagoas.

À minha esposa Eliete pela paciência e equilíbrio que usou para me compreender nos momentos mais angustiantes.

À minha mãe Antonia, professora com quem aprendi as primeiras noções de ler, escrever e contar e, ao meu pai Benedito, homem simples que me orientou para vida, dando exemplos de honestidade e perseverança.
Aos meus irmãos, especialmente, aos que escolheram a vida de professor e seguem acreditando que sempre é possível transformar para melhor.

À minha irmã Iraci pelas contribuições na leitura deste trabalho.

À minha Irmã Vânia e às colegas de curso Rose e Juliane, pelas importantes contribuições para reflexões sobre esta pesquisa.

Aos alunos, aqui chamados Olga Talita, Andressa, Kelly, Raissa, Luiz Carlos, Beatriz, Jennifer, Rosa Amélia, João Paulo, Ilana, Cresivando, e, tantos outros que contribuíram para este trabalho.

Aos professores Ângela, Joubert e Deusa a quem tenho eterna gratidão pela valiosa colaboração.

Aos gestores Lucy, Márcia Lúcia e Maria Alice e as pedagogas Ana Paula, Cícera, Piedade e Lúcia, pela acolhida.

A todos os educadores que trabalham na perspectiva de construir caminhos que possam contribuir para o aprender matemática.

RESUMO

Ao considerar que ler e escrever são requisitos necessários para interpretar enunciados matemáticos, esta pesquisa buscou investigar em duas escolas localizadas na cidade de Maceió-AL quais estratégias de resolução de problemas matemáticos os alunos da educação básica utilizaram, considerando a compreensão dos mesmos sobre os referidos enunciados. Nesse contexto, partiu-se do pressuposto de que as dificuldades de compreensão da linguagem matemática, na educação formal, têm origem nas dificuldades de compreensão da língua materna, pois, para se compreender os enunciados dos problemas matemáticos é necessário ter domínio das linguagens relacionadas aos textos dos enunciados. Para a referida investigação foi adotada a abordagem qualitativa, na modalidade de estudo de caso e, utilizou-se como instrumentos de coleta de dados, uma atividade para diagnóstico, uma atividade de leitura e escrita e uma entrevista semiestruturada, todos relacionados à resolução de problemas matemáticos. Os conteúdos da atividade para diagnóstico, da atividade de leitura e escrita e da entrevista aplicadas aos sujeitos selecionados foram analisados com base no método da análise de conteúdo. A atividade para diagnóstico teve como objetivo inicial selecionar os sujeitos da pesquisa, e, posteriormente, gerar informações sobre as estratégias de resolução de problemas construídas pelos sujeitos selecionados, informações a serem analisadas, posteriormente, com o objetivo de investigar a compreensão dos sujeitos em relação aos textos dos enunciados dos problemas. A atividade de leitura e escrita e a entrevista tiveram como objetivo auxiliar na investigação de como se processa a interação entre as linguagens na resolução de problemas matemáticos. Os resultados da investigação indicam que, mesmo de forma incipiente, parte dos sujeitos da pesquisa utiliza a interação entra a linguagem matemática e a língua materna para a compreensão dos enunciados matemáticos.

Palavras chave: Resolução de problemas matemáticos. Educação básica. Interação entre linguagens.

ABSTRACT

Considering that reading and writing are necessary requisites to interpret mathematic statements, this research searched to investigate, in two schools located in Maceió-AL, which strategies of mathematic problem resolution basic education students used, taking into account their understanding of the referred statements. In this context, we departed from the belief that the difficulties in understanding mathematic language, in formal education, has its origins in understanding mother tongue, since it is necessary to have domination of the language related to the text of the statements so as to understand them. For the referred research, a qualitative approach was adopted, by using the case-study modality. As data collection, an activity for diagnosis, another one for reading and writing, and a semi-structured interview were used, all of them related to the resolution of mathematic problems. The contents of the activity for diagnosis, of the reading and writing activity and of the interview applied to the selected subjects of the research were analyzed based on the content analysis method. The activity of diagnosis initially aimed at selecting the subjects of the research and, afterwards, generating information about the problem resolution strategies built by the selected subjects. Such information was analyzed later, with the aim of investigating to what extent had the subjects understood the text of the mathematic problem statements. The reading and writing activity as well as the interview aimed at helping in the investigation of how the interaction between the languages is processed in the resolution of mathematic problems. The results of the investigation indicate that, although in an incipient way, part of the subjects of the research uses the interaction between mathematic language and their mother tongue to understand mathematic statements.

Key words: M**athematic problem resolution. Basic education. Language interaction.**

RESUMEN

Al considerar que la lectura y la escritura son requisitos necesarios para interpretar declaraciones matemáticas, esta encuesta buscó profundizar en dos escuelas ubicadas en la ciudad de Maceió-AL qué estrategias de resolución de problemas matemáticos los estudiantes de educación básica han utilizado, teniendo en cuenta su entendimiento acerca de los enunciados. En este contexto, hemos partido de la suposición de que las dificultades en la comprensión del lenguaje matemático en la educación formal se originan en las dificultades de comprensión de la lengua materna, porque para comprender las declaraciones de problemas matemáticos es necesario tener dominio del idioma relacionado con los textos de las declaraciones. Para esta investigación, fue adoptado enfoque cualitativo en forma de estudio de caso y utilizados como instrumentos de recopilación de datos, una actividad para el diagnóstico, una actividad de lectura y escritura y una entrevista semi-estructurada, todos ellos relacionados con problemas matemáticos. El contenido de la actividad para el diagnóstico de la actividad de lectura y escritura y entrevista aplicada a temas seleccionados fueron analizadas basadas en el método de análisis de contenido. La actividad de diagnóstico tuvo como objetivo inicial seleccionar los sujetos de la investigación y posteriormente generar información acerca de las estrategias construidas por los sujetos seleccionados, informaciones para ser analizadas posteriormente a fin de investigar la comprensión del tema en relación con los textos de los enunciados de los problemas. La actividad de lectura y escritura y la entrevista tuvieron la intención de ayudar en la investigación de cómo se procesa la interacción entre idiomas en resolver problemas matemáticos. Los resultados de la investigación indican que, aún de forma incipiente, parte de los sujetos de la búsqueda utiliza la interacción entre el lenguaje de la matemática y la lengua materna en la comprensión de los problemas matemáticos.

Palabras clave: Resolución de problemas matemáticos. Educación básica. Interacción entre idiomas.

LISTA DE QUADROS

Quadro 01: IDEB - Resultados e Metas - Projeções para o BRASIL – Ensino Fundamental.

Quadro 02: IDEB - Resultados e Metas - Projeções para o BRASIL – Ensino Médio.

Quadro 03: IDEB – Alagoas/Maceió - 9º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 04: Atividade para diagnóstico aplicada às turmas do 5º ano do Ensino Fundamental I.

Quadro 05: Atividade para diagnóstico aplicada às turmas do 9º ano do Ensino Fundamental II.

Quadro 06: Atividade para diagnóstico aplicada às turmas do 3º ano do Ensino Médio.

Quadro 07: Atividade de leitura e escrita aplicada aos alunos do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio.

Quadro 08: Entrevista aplicada aos alunos do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio.

Quadro 09: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 10: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 11: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 12: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 13: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 14: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 15: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 16: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 17: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 18: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 19: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 20: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 21: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 22: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 23: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 24: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 25: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 26: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 27: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 28: Problema aplicado na atividade para diagnóstico.

Quadro 29: Conteúdos referentes ao problema 01, coletados a partir da entrevistas e atividade de leitura e escrita, produzidos pelos alunos do 5º ano do ensino fundamental I, escolas ESC1 e ESC2.

Quadro 30: Conteúdos referentes ao problema 01**,** coletados a partir da entrevistas e atividade de leitura e escrita, produzidos pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II, escolas ESC1 e ESC2.

Quadro 31: Conteúdos referentes ao problema 01, coletados a partir da entrevistas e atividade de leitura e escrita, produzidos pelos alunos do 3º ano do Ensino Médio, escolas ESC1 e ESC2.

Quadro 32: Plano de curso do quinto ano do ensino fundamental I.

Quadro 33: Plano de curso do nono ano do ensino fundamental II.

Quadro 34: Plano de curso do terceiro do ensino médio.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Registros do sujeito $S5^{\underline{o}}_{2}$ sobre a resolução do problema 01.

Figura 02: Registros do sujeito $S5^{\underline{o}}_{1}$ sobre a resolução do problema 01.

Figura 03: Registros do sujeito $S9^{\underline{o}}_{2}$ sobre a resolução do problema 03.

Figura 04: Registros do sujeito $S3^{\underline{o}}EM_{1}$ sobre a resolução do problema 03.

Figura 05: Registros do sujeito $S3^{\underline{o}}EM_{4}$ sobre a resolução do problema 03.

Figura 06: Registros do sujeito $S5^{\underline{o}}_{4}$ sobre a resolução do problema 02.

Figura 07: Registros do sujeito $S5^{\underline{o}}_{2}$ sobre a resolução do problema 02.

Figura 08: Registros do sujeito $S5^{\underline{o}}_{1}$ sobre a resolução do problema 02.

Figura 09: Registros do sujeito $S9^{\underline{o}}_{1}$ sobre a resolução do problema 01.

Figura 10: Registros do sujeito $S9^{\underline{o}}_{4}$ sobre a resolução do problema 01.

Figura 11: Registros do sujeito $S3^{\underline{o}}EM_{3}$ sobre a resolução do problema 02.

Figura 12: Registros do sujeito $S5^{\underline{o}}_{4}$ sobre a resolução do problema 03.

Figura 13: Registros do sujeito $S9^{\underline{o}}_{1}$ sobre a resolução do problema 02.

Figura 14: Registros do sujeito $S5^{\underline{o}}_{2}$ sobre a resolução do problema 04.

Figura 15: Registros do sujeito $S3^{\underline{o}}EM_{3}$ sobre a resolução do problema 01.

Figura 16: Registros escritos pelo sujeito $S5^{\underline{o}}_{1}$ sobre a resolução do problema 01.

Figura 17: Registros escritos pelo sujeito $S5^{\underline{o}}_{3}$ sobre a resolução do problema 01.

Figura 18: Registros escritos pelo sujeito $S9^{\underline{o}}_{1}$ sobre a resolução do problema 03.

Figura 19: Registros escritos pelo sujeito $S3^{\underline{o}}EM_{3}$ sobre a resolução do problema 03.

Figura 20: Registros escritos pelos sujeitos $S5^{\underline{o}}_{1}$ sobre a resolução do problema 02.

Figura 21: Registros escritos pelo sujeito $S5^{\underline{o}}_{3}$ sobre a resolução do problema 02.

Figura 22: Registros escritos pelo sujeito $S9^{\underline{o}}_{1}$ sobre a resolução do problema 01.

Figura 23: Registros escritos pelo sujeito $S3^{\underline{o}}EM_{3}$ sobre a resolução do problema 02.

Figura 24: Registros escritos pelo sujeito $S5^{\underline{o}}_{4}$ sobre a resolução do problema 02.

Figura 25: Registros escritos pelo sujeito $S9^{\underline{o}}_{1}$ sobre a resolução do problema 02.

Figura 26: Registros escritos pelo sujeito $S5^{\underline{o}}_{1}$ sobre a resolução do problema 04.

Figura 27: Registros escritos pelo sujeito $S3^{\underline{o}}EM_{3}$ sobre a resolução do problema 01.

SUMÁRIO

1 APRESENTANDO A PESQUISA..17

1.1 **Interação entre linguagens e resolução de problemas matemáticos**.........17

1.2 Da problemática da pesquisa...18

1.3 A necessidade de se estabelecer sentidos através da interação entre as linguagens... 20

2 INTERAÇÃO ENTRE AS LINGUAGENS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.23

2.1 A resolução de problemas no contexto da história da matemática.............23

2.2 A resolução de problemas matemáticos no contexto da educação básica no Brasil..25

2.3 Resolução de problemas: objetivo e metodologia de ensino 26

2.4 O papel das linguagens na resolução de problemas..................................29

2.4.1 As representações semióticas dos registros matemáticos escritos e seus respectivos significados...30

2.4.2 Ler e escrever: condição relevante para se compreender a linguagem matemática...32

2.4.3 Ler e escrever em linguagem matemática: uma questão de interação com a língua comum...34

2.5 O surgimento da linguagem matemática e a evolução desta ao longo da história..38

2.6 O domínio das linguagens: um caminho para a consolidação do pensamento matemático na resolução de problemas.....41

2.6.1 A linguagem aritmética.....42

2.6.2 A linguagem algébrica.....43

2.6.3 A linguagem geométrica.....46

3 PROCEDIMENTOS DE PESQUISA.....49

3.1 Procedimentos para coleta de dados.....50

3.1.1 Escolha das escolas.....50

3.1.2 Os sujeitos.....52

3.2 Instrumentos de pesquisa.....53

3.2.1 Atividade para diagnóstico.....53

3.2.2 Atividade de leitura e escrita.....58

3.2.3 Entrevista semiestruturada.....59

3.2.4 Documentos.....61

3.3 Procedimentos para análises dos dados.....61

4 ANÁLISES DOS DADOS DE PESQUISA.....67

4.1 Análises dos planos de cursos.....67

4.2 Análises da atividade para diagnóstico.....69

4.2.1 Estratégias de resolução de problemas, com ênfase à compreensão de enunciados de questões propostas no âmbito da matemática.....69

4.2.1.1 Problemas com insuficiência de dados, estilo problema do capitão..........70
4.2.1.1.1 Quinto ano do ensino fundamental I 70
4.2.1.1.2 Nono ano do ensino fundamental II 72
4.2.1.1.3 Terceiro ano do ensino médio..........74
4.2.1.1.4 Considerações acerca dos problemas..........77
4.2.1.2 Problema que envolve lógica..........78
4.2.1.2.1 Quinto ano do ensino fundamental..........78
4.2.1.2.2 Considerações acerca do problema..........80
4.2.1.3 Problemas que envolvem álgebra elementar..........81
4.2.1.3.1 Nono ano do ensino fundamental II..........81
4.2.1.3.2 Terceiro ano do ensino médio..........84
4.2.1.3.3 Considerações acerca dos problemas..........86
4.2.1.4 Problemas que envolvem aritmética e álgebra elementar..........87
4.2.1.4.1 Quinto ano do ensino fundamental I..........87
4.2.1.4.2 Nono ano do ensino fundamental II..........88
4.2.1.4.3 Considerações acerca dos problemas..........89
4.2.1.5 Problemas que envolvem geometria euclidiana..........90
4.2.1.5.1 Quinto ano do ensino fundamental I..........90
4.2.1.5.2 Terceiro ano do ensino médio..........92
4.2.1.5.3 Considerações acerca dos problemas..........94
4.3 **Análises da atividade de leitura e escrita e entrevista**..........95
4.3.1 Investigando o uso dos conhecimentos da língua materna nas modalidades oral e escrita, como instrumento para interpretação e compreensão de enunciados de problemas matemáticos..........95
4.3.1.1 Problemas com insuficiência de dados, estilo problema do capitão..........96
4.3.1.1.1 Quinto ano do ensino fundamental 96
4.3.1.1.2 Nono ano do ensino fundamental II 98
4.3.1.1.3 Terceiro ano do ensino médio..........100
4.3.1.1.4 Considerações acerca dos problemas..........101

4.3.1.2 Problemas que envolvem lógica..105
4.3.1.2.1 Quinto ano do ensino fundamental I..105
4.3.1.2.2 Considerações acerca do problema..107
4.3.1.3 Problemas que envolvem álgebra elementar...107
4.3.1.3.1 Nono ano do ensino fundamental II...107
4.3.1.3.2 Terceiro ano do ensino médio..109
4.3.1.3.3 Considerações acerca dos problemas...112
4.3.1.4 Problemas que envolvem aritmética e álgebra elementar.....................112
4.3.1.4.1 Quinto ano do ensino fundamental I..112
4.3.1.4.2 Nono ano do ensino fundamental II...114
4.3.1.4.3 Considerações acerca dos problemas...116
4.3.1.5 Problemas que envolvem geometria euclidiana....................................117
4.3.1.5.1 Quinto ano do ensino fundamental I...117
4.3.1.5.2 Terceiro ano do ensino médio..119
4.3.1.5.3 Considerações acerca dos problemas...122
4.4 Relacionando elementos dos instrumentos de coleta de dados...........122

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS..127

REFERÊNCIAS 132

APÊNDICES...136

ANEXOS..147

1 APRESENTANDO A PESQUISA

1.1 Interação entre linguagens e resolução de problemas matemáticos

Fazendo um breve relato de minha vida escolar, relembro quando aluno do primeiro grau, hoje o equivalente ao ensino fundamental, quando tive dificuldades em compreender a linguagem matemática relacionada à construção das estruturas lógicas referentes aos textos dos enunciados de problemas matemáticos, elemento indispensável à compreensão e construção do pensamento matemático[1].

As dificuldades advindas da incompreensão da linguagem matemática se ampliaram por quase todo o percurso em que cursei a educação básica, talvez pelo fato de não saber vincular esta linguagem aos elementos fundamentais da língua materna necessários à compreensão de textos.

Quando ingressei na primeira série do ensino técnico, hoje equivalente ao ensino médio integrado, minhas dificuldades em Matemática constituíam um problema maior a ser encarado, pois os cursos técnicos profissionalizantes exigiam um bom domínio dos conhecimentos da parte elementar dessa ciência.

Buscando sanar as dificuldades em Matemática e em Português, trazidas das séries anteriores, frequentei aulas oficiais de reforço nessas disciplinas, na antiga Escola Técnica Federal de Alagoas, por volta de 1979, visto que os conteúdos propostos para serem revisados eram fundamentais na continuidade do curso técnico.

Como aluno do Curso de Licenciatura em Matemática, já no final da década de 1980, também convivi com dificuldades semelhantes nos diversos campos da Matemática, sobretudo, pela falta de domínio da língua materna e, talvez, pelas dificuldades de relacionar elementos desta com a linguagem matemática necessária à resolução de problemas, o que também influenciava o aumento das dificuldades de compreensão de conceitos básicos fundamentais da matemática.

Convém destacar que concluí a graduação - Licenciatura em Matemática - no ano de 1989, vindo a atuar como docente a partir de 1991, lecionando na quinta

[1] Pensamento matemático: forma de percepção e compreensão das ideias matemáticas.

série do primeiro grau, hoje, sexto ano do ensino fundamental II. Durante a carreira docente, também lecionei em cursos supletivos de primeiro e segundo graus, ensino médio, médio integrado ao ensino técnico, educação de jovens e adultos e educação superior, a maioria, da rede pública de ensino.

Da experiência profissional que adquiri no exercício da docência, lidando com alunos do ensino médio da rede pública de ensino no Estado de Alagoas, percebi que a rejeição à matemática não era algo restrito às minhas dificuldades quando aluno, mas também de outros, que chegam ao final da última etapa da educação básica, e até mesmo na educação superior, sem ter tido a oportunidade de compreender essa ciência.

Em todos os segmentos em que lecionei, percebi que os alunos apresentavam dificuldades para compreender a linguagem matemática, independentemente da modalidade e grau de ensino, razão que fortalece a ideia de que as dificuldades que se tem em construir o pensamento matemático se intensificam pela incompreensão da língua materna indispensável à compreensão da linguagem matemática.

1.2 Da problemática da pesquisa

Buscando aprofundar estudo sobre a questão da interação linguagem matemática e língua materna, tomei como ponto de partida a busca de elementos que ajudassem a justificar a relevância desse estudo na Educação Básica.

Consultei a legislação brasileira que trata sobre o ensino de matemática, mais precisamente, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1999) e as Diretrizes Curriculares Nacionais (2008). Num outro momento, busquei informações sobre os resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB, criado em 2007, índice oficial do governo brasileiro que tem como finalidade acompanhar a qualidade do ensino básico no Brasil, bem como estabelecer metas, para que em todo sistema a educação possa atingir patamares de qualidade que contribuam para uma mudança considerável da qualidade do ensino no país.

Como o referido índice trata, em sua essência, da qualidade da educação, acredita-se que quanto melhor o desempenho dos alunos em relação à leitura e a escrita, maior o IDEB obtido pela escola.

Dos últimos resultados do IDEB referentes ao ano de 2009, divulgados pelos órgãos educacionais oficiais brasileiros, pode-se constatar sobre a baixa qualidade do ensino básico nas escolas alagoanas (quadros 01, 02 e 03), questão bem peculiar ao município de Maceió, o que nesse aspecto, também fortalece a relevância desse estudo.

Quadro 01: IDEB - Resultados e Metas - Projeções para o BRASIL – Ensino Fundamental

	Anos Iniciais do Ensino Fundamental						Anos Finais do Ensino Fundamental					
	IDEB Observado			Metas			IDEB Observado			Metas		
	2005	2007	**2009**	2007	**2009**	2021	2005	2007	**2009**	2007	**2009**	2021
TOTAL	3,8	4,2	**4,6**	3,9	**4,2**	6,0	3,5	3,8	**4,0**	3,5	**3,7**	5,5
Dependência Administrativa												
Pública	3,6	4,0	**4,4**	3,6	**4,0**	5,8	3,2	3,5	**3,7**	3,3	**3,4**	5,2
Estadual	3,9	4,3	**4,9**	4,0	**4,3**	6,1	3,3	3,6	**3,8**	3,3	**3,5**	5,3
Municipal	3,4	4,0	**4,4**	3,5	**3,8**	5,7	3,1	3,4	**3,6**	3,1	**3,3**	5,1
Privada	5,9	6,0	**6,4**	6,0	**6,3**	7,5	5,8	5,8	**5,9**	5,8	**6,0**	7,3

Fonte: MEC/Saeb e Censo Escolar.

Quadro 02: IDEB - Resultados e Metas - Projeções para o BRASIL – Ensino Médio

	Ensino Médio					
	IDEB Observado			**Metas**		
	2005	**2007**	**2009**	**2007**	**2009**	**2021**
TOTAL	**3,4**	**3,5**	**3,6**	**3,4**	**3,5**	**5,2**
Pública	3,1	3,2	**3,4**	3,1	**3,2**	4,9
Estadual	3,0	3,2	**3,4**	3,1	**3,2**	4,9
Municipal	2,9	3,2	**-**	3,0	**3,1**	4,8
Privada	5,6	5,6	**5,6**	5,6	**5,7**	7,0

Fonte: MEC/Saeb e Censo Escolar.

Quadro 03: IDEB – Alagoas/Maceió - 9º ano do Ensino Fundamental.

Ano	**2005**	**2007**	**2009**	**Projeção 2011**
Metas projetadas	2,5	2,7	2,9	2,9
Alagoas	2,4	2,7	2,9	2,9
Maceió	2,4	2,6	2,6	2,9

Fonte: MEC/Saeb e Censo Escolar.

Da experiência como professor de matemática da educação básica no estado de Alagoas, e observando os baixos índices do IDEB das escolas alagoanas, comecei a indagar se os conhecimentos de leitura e escrita dos alunos são satisfatórios para compreensão de enunciados de problemas matemáticos. Essa preocupação se deve ao fato de que o ensino dessa ciência, pelas dificuldades que se têm, pode ser fator decisivo para redução do IDEB obtido pelas escolas do referido município.

Partindo das indagações levantadas, continuei a investigar, no meu trabalho docente, como os conhecimentos da leitura e da escrita, quando bem direcionados, podem auxiliar a compreensão de conceitos matemáticos. Nesse sentido, comecei a fazer conjecturas sobre a importância da língua materna na compreensão da linguagem matemática, plano inicial de onde surgiu o objeto deste estudo.

1.3 A necessidade de se estabelecer sentidos através da interação entre as linguagens

A rejeição à Matemática é uma realidade nas instituições de ensino no segmento da educação básica brasileira, fato que vem sendo enfatizado por pesquisadores na atualidade. Isto se deve ao fato de que para se compreender a Matemática e suas relações com as diversas atividades humanas, bem como, a importância dessa ciência no estudo de situações relacionadas aos contextos infinitesimais das dimensões da natureza, é fundamental ter domínio da sua linguagem. Na realidade, compreender a linguagem do mundo[2] também perpassa pela compreensão da linguagem matemática, pois, há indícios de que tudo o que vemos, sentimos, percebemos, e até imaginamos, para que possamos compreender é fundamental utilizar linguagens, e em alguns casos, a linguagem matemática. Por essa razão, a importância da linguagem nos diversos processos de educação é uma realidade. Nesse sentido, é relevante destacar Henry Giroux, citado por Carvalho (2009, p.103), quando afirma que a linguagem da educação não é simplesmente teórica ou prática; é também contextual e deve ser comprometida em sua gênese e desenvolvimento como parte de uma rede mais ampla de tradições históricas e contemporâneas, de forma que possamos nos tornar autoconscientes dos princípios e práticas sociais que lhe dão significado.

A relevância das diversas linguagens, em particular a linguagem matemática, fica explicitada quando se pretende compreender a natureza, garantir a

[2] Consideramos linguagem do mundo como a linguagem necessária à sobrevivência da humanidade. A referida linguagem é indispensável nos processos de comunicação, nas tomadas de decisões e na compreensão de fenômenos indispensáveis à vida no planeta.

sobrevivência da humanidade, fazer argumentações, tirar conclusões, realizar planejamentos, enfim, na tomada de qualquer decisão elas são, fundamentalmente, importantes.

Partindo desse entendimento, adotamos como objeto de investigação as dificuldades de compreensão da língua materna e as relações dessa com a linguagem matemática, haja vista a importância delas na resolução de problemas. Nesse aspecto, nossa intenção fundamenta-se na necessidade de estudar relações importantes entre a linguagem matemática e a língua materna[3] para fins de resolução de problemas, pois parece possível que o domínio dos conhecimentos acerca da leitura e da escrita possa favorecer à compreensão da linguagem matemática, como também à interpretação dos enunciados dos problemas matemáticos.

Também cabe destacar que, quando se trata de compreender a matemática como fundamentalmente importante, frente às explicações dos diversos fenômenos da natureza, fica evidente que os conhecimentos da matemática não surgem do acaso, nem se constituem fenômenos isolados da realidade, razão pela qual fortalece a existência de relações intrínsecas da matemática com as dimensões da existência humana, o que reforça a necessidade do domínio da língua materna para auxiliar na compreensão da linguagem matemática. Nessa direção, é importante destacar Granel, citado por Santos (2009, p. 117), ao afirmar que linguagem pode ser entendida como uma criação social que utiliza símbolos, também criados socialmente, enquanto que a linguagem matemática é um sistema simbólico de caráter formal, cuja elaboração é indissociável do processo de construção do conhecimento matemático e tem como função principal converter conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis possibilitando inferências, generalizações e novos cálculos que, de outro modo, seriam impossíveis.

Nessa perspectiva, podemos conjecturar que as dificuldades de compreensão da linguagem matemática têm início no processo de alfabetização matemática, nos anos iniciais da escolarização (DANYLUK, 1998, p.20). Presume-

---

[3]Alguns autores utilizam as terminologias linguagem natural, linguagem comum e linguagem corrente para fazer referência à linguagem materna.

se que, para compreender e interpretar os enunciados dos problemas matemáticos é necessário o domínio da leitura e da escrita da língua materna. Assim, para Danyluk (1998, p.18) “O ato de ler e de ler a linguagem matemática está fundamentado nos atos humanos de compreender, de interpretar”. Ainda nessa linha de raciocínio, para D’Amore (2007, p.249), “parece até que a língua da matemática seja influenciada pela língua comum, muito mais do que poderia parecer à primeira vista”. Por essa razão, acredita-se que o nível de compreensão da língua materna pode ser fator relevante na interpretação de enunciados e resolução de problemas matemáticos, pois, as mensagens implícitas nos textos dos referidos enunciados precisam ser compreendidas, ou seja, devem estar relacionadas a significados específicos da linguagem matemática, pois, cada símbolo ou significante[4] deve estar relacionado a uma ideia (DANYLUK, 1998, p.20). Esta ideia precisa ser explicitada de forma concisa buscando traduzir o verdadeiro significado para garantir a precisão e a universalidade, características essenciais do discurso matemático (D’AMORE, 2007, p. 254).

Ainda sob o aspecto da interação entre as linguagens, é importante ressaltar que a escrita também auxilia os alunos a usarem o seu vocabulário no contexto da compreensão matemática (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 27). Nesse sentido, espera-se que, quanto maior o domínio que o aluno exerce sobre a leitura e a escrita da linguagem comum, bem como o domínio das relações destas com os registros representativos usados na linguagem matemática, melhor poderá compreender a linguagem matemática. Portanto, ao considerar que ler e escrever são requisitos necessários para a interpretação dos enunciados dos problemas matemáticos, buscou-se investigar em duas escolas localizadas na cidade de Maceió quais estratégias de resolução de problemas matemáticos os alunos do quinto[5] e nono[6] ano do ensino fundamental e terceiro[7] ano do ensino médio utilizaram, para facilitar a compreensão dos textos dos enunciados matemáticos.

---

[4]Significante: terminologia usada para fazer referências aos símbolos ou registros semióticos utilizados na linguagem matemática (D’AMORE, 2007, p. 265; 266).

[5] Escolheu-se o quinto ano do ensino fundamental I pelo fato de esta série representar um momento de transição entre duas etapas do ensino fundamental em que o domínio da linguagem matemática e da língua materna passa a ser requisito essencial para a continuidade.

2 INTERAÇÃO ENTRE AS LINGUAGENS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

2.1 A resolução de problemas no contexto da história da matemática

Resolver problemas de forma intuitiva é um ato que se faz presente nas diversas fases que marcaram a história da humanidade. A descoberta do fogo, talvez, há trezentos mil anos, os registros cuneiformes, há cerca de quatro mil anos, são evidências que podem ser entendidas como alternativas para solucionar problemas de cada época (BOYER, 2010, p.2 e 6).

No ensino de matemática, a questão da resolução de problemas vem ocupando lugar de destaque desde a antiguidade (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.213). Convém destacar que o termo “problema” pode ter enfoques distintos quando se trata de contextos distintos.

Na concepção da educação contemporânea, o problema pode ser entendido como um instrumento de aprendizagem indispensável à construção do conhecimento. Tratando da concepção de pesquisa, problema é o objeto a ser investigado; é o foco para o qual a pesquisa deve ser direcionada; é uma situação para a qual se busca uma resposta através de um método específico com regras claras e preestabelecidas.

No contexto da matemática, problema constitui uma situação ou atividade para ser solucionada, para tanto, é necessário acionar o conhecimento matemático. Enfim, “problema” é algo um tanto complexo que requer tratamento específico, tanto pelo caráter da subjetividade, quanto pela importância que representa na pesquisa e no processo de aprendizagem. Nesse sentido, problema é uma dificuldade que precisa ser superada. É algo que precisa ser resolvido e necessita de solução. É tudo aquilo que estamos interessados em fazer, mas não sabemos, pois não existe um método ou regra específica para se chegar à solução (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.213).

---

[6] Escolheu-se o nono ano do ensino fundamental II pelo fato de que a conclusão dessa etapa requerer a consolidação de conceitos básicos relacionados à linguagem matemática e à língua materna.

[7] Escolheu-se o terceiro ano do ensino médio pela importância da compreensão da linguagem matemática e da língua materna na conclusão da educação básica.

O que pode caracterizar um problema para determinado sujeito, pode não ter o mesmo sentido para outro.

No universo matemático, os problemas podem ser aritmético, algébrico, geométrico, etc. Essencialmente matemático ou não, um problema pode ter caráter científico importante, ou ser um mero desafio ou enigma (POLYA, 2006, p.2).

Problemas podem ser de qualquer tipo. Nesse sentido, o termo problema não está restrito a nenhum assunto em particular. Por estas razões, os graus de dificuldades quanto à resolução podem estar relacionados com a capacidade de percepção e organização de cada sujeito, o que, supostamente, depende, do mobilizar o conhecimento prévio, do dar sentido através do relacionar contextos, questões relevantes que podem levar o sujeito a tomar decisão em relação a um provável plano de resolução.

Dependendo da capacidade de percepção do sujeito em relação à solução de um determinado problema, a compreensão poderá ser mais simples, mais complexa, ou não poderá haver compreensão. Fazendo referência a esta questão, comenta Dante:

> Intuitivamente, todos nós temos uma ideia do que seja um problema. De maneira genérica, pode-se dizer que é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo. O que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema num determinado contexto pode não ser em outro. (2009, p.11).

Quanto à resolução de um problema matemático, é pertinente destacar que resolver um problema é encontrar a resposta que venha apresentar uma saída adequada e convincente para um obstáculo antes posto. Para tanto, é preciso que se adotem caminhos e utilizem-se meios que possam levar à solução mais apropriada para a situação que caracterizou a dificuldade que precisava ser resolvida. Nesse aspecto, cabe registrar:

> Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere os meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos um problema. Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, [...]. Resolver problemas é da própria natureza humana. Podemos caracterizar o homem como o “animal

> que resolve problemas"; seus dias são preenchidos com aspirações não imediatamente alcançáveis. (POLYA, apud DANTE, 2009, p.13).

Problemas famosos estão por toda parte. A história da matemática faz referência a alguns tipos. Os aritméticos, os algébricos e os geométricos, (BOYER 2010, p.11). Além desses, os problemas de lógica e os que tratam de insuficiência de dados também fazem parte do cenário matemático.

Na especificidade de nossa investigação, a resolução de problemas matemáticos perpassa pela interação entre linguagens, pois, o ponto de partida para solucionar um problema é a compreensão da linguagem do enunciado. Se o enunciado não for bem entendido, compromete a possibilidade de identificar as partes principais do problema, ou seja, a incógnita, os dados e a condicionante (POLYA, 2006, p.5).

2.2 A resolução de problemas matemáticos no contexto da educação básica no Brasil

A história da educação brasileira tem revelado a importância do ensino da matemática para o desenvolvimento de sujeitos. A linguagem matemática, pela sua utilidade em auxiliar o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, tirar conclusões e fazer argumentações, passa a ser imprescindível no cenário atual da educação básica. Assim, precisa ser conhecida, estudada e compreendida, no intuito de dar suporte ao universo de possibilidades com o qual está relacionada. Nesse sentido, as Diretrizes Curriculares Nacionais para o ensino de matemática no ensino médio, enfatizam:

> Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos de outras áreas do conhecimento; compreendam que a matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a matemática como um conhecimento social e historicamente constituído; saibam apreciar a importância da matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (MEC/SEB, 2008, p.69).

Por essa razão, nosso estudo intenciona investigar como os alunos da educação básica usam os conhecimentos da língua materna para compreender a linguagem matemática, mais precisamente, como os significados da língua materna podem contribuir na compreensão de elementos conceituais específicos da matemática, buscando dar sentido às interpretações dos enunciados dos problemas matemáticos e sua consequente resolução nos mais variados contextos.

2.3 Resolução de problemas: objetivo e metodologia de ensino

Apesar da importância do papel que a matemática deve desempenhar no desenvolvimento da sociedade, o despreparo do professor dessa área vem contribuindo para o aumento das dificuldades de aprendizagem dessa ciência nos diversos níveis de ensino. Há evidências que “não há um caminho único para se ensinar e aprender matemática” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.213 e 214). Pensar o ensino de matemática sob o aspecto da resolução de problemas tem sido uma preocupação constante de pesquisadores da área, pois através da resolução de problemas é possível relacionar uma ideia matemática a uma diversidade de contextos, na intenção de se chegar à compreensão (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.222 e 223).

Como os problemas matemáticos estão relacionados a diversos contextos, tomar decisões para resolvê-los não é uma tarefa elementar, pois, requer o uso de habilidades que possibilitem mobilizar um conjunto de ações organizadas na intenção de se chegar a uma meta preestabelecida (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.14).

Resolver problemas matemáticos se configura como um dos principais objetivos de que tratam os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino de matemática, isto talvez pela evidente necessidade de se entender a matemática para dela fazer uso no cotidiano.

Por outro lado, a resolução de problemas deve ser entendida como um instrumento de aprendizagem. Este instrumento deve contribuir para que se desenvolva a capacidade de questionamento, para que se construa a atitude de procurar respostas, pois são essas ações que contribuem na busca do significado (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.14).

Como já foi dito, os problemas matemáticos vêm ocupando lugar especial no currículo escolar desde a antiguidade (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.213). Eles estão por toda a parte, seja na concepção educacional da atualidade como instrumento metodológico indispensável à construção do conhecimento, seja sob o ponto de vista da pesquisa onde é tido como o foco para o qual a investigação deve ser direcionada, seja na concepção de ensino de matemática, onde é instrumento metodológico a ser usado no processo ensino aprendizagem, como meio que possibilita relacionar contextos diversos a ideias matemáticas.

Problema matemático pode ser entendido como uma situação ou atividade que, para ser solucionada, exige-se o pensar matemático, ação relevante que se estabelece a partir da mobilização do conhecimento matemático. Nessa direção, é fundamental entender a resolução de problemas como um conjunto de ações organizadas para se chegar a uma meta (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.14). O que, por outro lado, também pode ser entendido como um veículo através do qual o currículo possa ser desenvolvido, indo além de objetivo da aprendizagem matemática, pois funciona como meio de se fazer matemática (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.221 e 222).

Na realidade, a resolução de problemas como caminho metodológico contribui para que o sujeito possa "pensar sobre" determinada situação, e, partindo desse entendimento, possa "dar sentido" às ideias relacionadas a partir dos enunciados (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.223).

Compreender um problema requer a compreensão da linguagem através da qual está expressa a tarefa proposta (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.24). A incompreensão das linguagens presentes no texto do enunciado de um problema matemático pode interferir na compreensão de elementos característicos da linguagem matemática, que por não serem conhecidos pelos sujeitos do processo, se configuram como grandes obstáculos na compreensão, o que impedem o desenvolvimento de estratégias de representação do pensamento matemático[8] a ser utilizado nas resoluções.

---

[8] Pensamento matemático: forma de percepção e compreensão das ideias matemáticas.

Pessupõe-se que não basta apenas conhecer a linguagem matemática, espera-se que o conhecimento da língua materna possa promover a interação entre linguagens para assim auxiliar na compreensão do que está posto nos enunciados dos problemas, para então adotar a representação mais adequada, ou seja, a que melhor se encaixa na linguagem usada no enunciado do problema a ser resolvido (ECHEVERRIA e POZO, 1998, p.26). Partindo desse entendimento, a escolha dos caminhos e dos meios mais apropriados para se chegar à solução é uma consequência natural.

Resolver um problema matemático não é algo tão elementar. Isso porque a estrutura lógica relacionada ao enunciado e imaginada pelo sujeito que resolve o problema se constitui de elementos conceituais universais. Tais elementos se complementam das operações fundamentais e respectivas propriedades, que devem traduzir na íntegra as ideias constantes nos textos dos enunciados. Nesse aspecto, os elementos da língua materna, os significantes bem relacionados com os seus respectivos significados na linguagem matemática, além da necessidade de domínio de regras e propriedades inerentes às operações de cálculo, devem ser quase que na sua totalidade, requisitos essenciais à resolução de um problema matemático.

O que chamamos de estrutura lógica do pensamento é a representação simbólica de como o sujeito compreende o enunciado. Tal estrutura de resolução é a representação da estratégia desenvolvida pelo indivíduo, ou seja, o seu plano de ação, que pode ser um desenho, uma imagem, um gráfico, um simples cálculo numérico, chegando até as famosas equações bem características da álgebra elementar.

A evolução da matemática desde as civilizações primitivas até os dias atuais perpassa pelas resoluções de problemas práticos do quotidiano como os relacionados aos “conhecimentos dos estiradores de corda egípcios”, às margens do rio Nilo, em torno de 1650, séc. XVII a.C., no Antigo Egito (BOYER, 2010, p. 12). Das ideias primitivas até o desenvolvimento de grandes invenções contemporâneas, sempre existiu uma dificuldade a ser superada que, possivelmente, necessitou de alguma ideia matemática. A esse respeito, faz-se mister acrescentar o que enfatiza Boyer, quando afirma:

> Podemos fazer conjeturas sobre o que levou os homens da Idade da Pedra a contar, medir e desenhar. Que os começos da matemática são mais antigos que as mais antigas das civilizações é claro. Ir além e identificar categoricamente uma origem determinada no espaço e no tempo, no entanto, é confundir conjetura com história. (2010, p.5).

Mesmo admitindo que a matemática tenha se libertado, em parte, das limitações sugeridas por observações da natureza, tornando-se uma ciência pura, ela não perdeu, em suas especificidades, o caráter de estar a serviço da resolução de problemas.

É fato que a criação dos números pode ser entendida como a maior invenção da humanidade e que esta invenção, juntamente com o desenvolvimento da linguagem numérica, foi fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Se os números surgiram da necessidade do cotidiano, ou se esta serviu para ajudar explicitar o que já estava subentendido na mente do homem primitivo, isto tem pouca relevância. O que se sabe, é que não há como ignorar a importância dessa invenção primitiva para o desenvolvimento de uma linguagem própria da matemática, que por sua vez contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático abstrato e consequentemente para a evolução da resolução de problemas matemáticos.

2.4 O papel das linguagens na resolução de problemas

Compreender as informações presentes no texto do enunciado de um problema matemático requer a compreensão de elementos presentes nas linguagens envolvidas. Se por um lado há necessidade da língua materna para entender o significado de algumas palavras e expressões importantes na compreensão de uma ideia, por outro, a língua materna também pode ter um papel relevante, no sentido de auxiliar na compreensão de conceitos matemáticos essenciais ao uso adequado da linguagem matemática necessária, como também, na estruturação do plano de ação a ser utilizado para se chegar à solução de um problema.

2.4.1 As representações semióticas dos registros matemáticos escritos e seus respectivos significados

É válido enfatizar que a compreensão dos registros matemáticos escritos perpassa pelo domínio da linguagem matemática, bem como da linguagem comum. Nesse sentido, Echeverria e Pozo (1998, p.36), ressaltam que “a matemática não pode funcionar como uma linguagem sem conteúdo, como um conjunto de regras sintáticas na qual o conteúdo semântico seria secundário ou irrelevante.” A necessidade de interações entre as linguagens torna-se evidente, pois a linguagem materna pode não ser suficiente, mas, torna-se necessária à compreensão de elementos característicos da linguagem matemática presentes na resolução de problemas. Sobre essa questão, afirma D’Amore:

> As representações semióticas são representações cuja produção não é possível sem a mobilização de um sistema semiótico: assim, as representações semióticas podem ser produções discursivas (em língua natural, em língua formal) ou não discursivas (figuras, gráficos, esquemas,...). E essa produção não responde unicamente ou necessariamente a uma função de comunicação: pode responder apenas a uma função de objetivação (por si mesma) ou a uma função de tratamento. (2007, p.264).

Para escrever em linguagem matemática situações características de textos de enunciados de problemas matemáticos na intenção de contribuir para interpretação e resolução desses problemas, o uso de representações semióticas também denominadas de registros representativos são fundamentais.

Na construção das estruturas de resolução dos problemas os referidos registros tornam-se essenciais. Mas é preciso perceber que significantes diferentes podem ter um mesmo significado e cada um deles pode se adequar a representações distintas de uma mesma situação, podendo haver necessidade de uniformização, no intuito de facilitar a compreensão das operações. Nessa perspectiva vale destacar que:

> [...], muitas vezes, em Matemática, são utilizados significantes diferentes para um mesmo significado. Por exemplo, os três significantes diferentes 0,5; 1/2; 5.10^{-1} representam o mesmo objeto. Eles são, portanto, significantes diferentes de um mesmo significado assumido como objeto e,

> consequentemente, denominado significado-objeto. (D'AMORE, 2007, p.265; 266).

Determinados conceitos matemáticos importantes relacionados à geometria analítica, desde a introdução até a utilização na resolução de problemas, requerem o uso dos registros representativos no intuito de possibilitar a compreensão de ideias que exigem um pouco de abstração. O conjunto dos números reais, mais especificamente as formas possíveis de se representar intervalos reais, ou seja, a forma gráfica, por colchetes, e a forma algébrica, é outro exemplo de significantes distintos com um mesmo significado. Nesse mesmo raciocínio, as formas de representar uma reta, as formas de representar uma circunferência, como também as representações de uma cônica, são outros exemplos que ratificam a importância do uso adequado das representações semióticas quando da leitura, interpretação e resolução de um problema matemático. Sabe-se, porém, que compreender situações dessa natureza, geralmente, requer o conhecimento de outras disciplinas, residindo nesse aspecto a importância do conhecimento da linguagem corrente.

O fato de os objetos matemáticos não serem perceptíveis ou observáveis com o auxílio de instrumentos, como ocorre em outras áreas do conhecimento, tais como, a astronomia, a física, a biologia, contribuiu para o desenvolvimento de um sistema de representação, código semiológico próprio, para a matemática que, a partir de figuras geométricas, gráficos e escritas algébricas, torna-se possível construir estruturas representativas do raciocínio matemático. Nesse contexto, comenta Duval:

> Lembramos que uma das características importantes da atividade matemática é a diversidade dos registros de representação semiótica que ela mobiliza obrigatoriamente. No entanto, essa diversidade raramente é levada em conta no ensino. Ora, se se quer analisar as dificuldades de aprendizagem em matemática, é preciso estudar prioritariamente a conversão das representações e não os tratamentos. (2003, p.30).

Essas estruturas, denominadas de representações semióticas, também conhecidas como registros representativos, ou ainda significantes, necessitam da língua comum, para que, a partir da fala e da escrita, se estabeleçam significados, buscando também garantir a precisão, a concisão e a universalidade, características fundamentais da linguagem matemática, que devem ser preservadas quando da resolução de um problema, tornando claro o entendimento (D'AMORE, 2007, p.254). Fazendo referência a essa questão, Powell e Bairral (2006, p.27) ressaltam que "A escrita ajuda os alunos não só a adquirirem um vocabulário rico como também a usarem-no no contexto da sua compreensão matemática." Essas questões também são observadas por Machado (1998, p.97) ao afirmar que "De um modo geral, a linguagem ordinária e a Matemática utilizam-se de tantos termos "anfíbios", ora com origem em uma, ora com origem em outra, que às vezes não percebemos a importância desta relação de troca, minimizando seu significado".

Portanto, aproximar a linguagem matemática da língua materna é de grande relevância para que se fortaleça o processo de alfabetização matemática já no início da educação básica, pois, apesar da língua materna e da linguagem matemática possuírem características distintas, utilizar a primeira para se compreender a segunda talvez não seja o suficiente, mas possa ser de grande relevância para a solução de problemas, visto que, quando se recorre a um raciocínio hipotético e dedutivo onde há necessidade de formular e comprovar hipóteses, o pensar matemático vai muito além da aplicação de regras e algoritmos, o que supostamente fortalece a importância da interação entre as linguagens em evidência (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.36).

2.4.2 Ler e escrever: condição relevante na compreensão da linguagem matemática

Entende-se por linguagem uma criação social que utiliza símbolos, criada num primeiro momento com objetivos de comunicação e expandida, posteriormente, com a evolução da humanidade, assumindo funções que vão muito além do simples ato de comunicar.

A primeira das linguagens que temos contato é a linguagem natural, aquela que a criança aprende no convívio familiar. Este acervo linguístico é de grande utilidade uma vez que é a partir das primeiras experiências adquiridas no convívio familiar que se armazenam conhecimentos essenciais para ampliação do convívio social, bem como o desenvolvimento da competência comunicativa nas mais diversas situações de interação.

Nas interações sociais aperfeiçoa-se a língua natural ou língua materna. A partir da escola, a língua materna deve ser utilizada de uma forma mais consistente, pois, conforme enfatiza Klüsener (1998, p.181), “Todas as expressões e termos utilizados pelos alunos devem estar sempre repletos de significados.” É nesse momento que a linguagem materna se enriquece de símbolos com significados importantes, fundamentais para ler e escrever. Nesse contexto, há indícios de que a leitura e a escrita possibilitam ir muito além da comunicação. A partir delas passamos a compreender o mundo através de outras linguagens, cada uma delas com seus fins, com seus significantes e significados específicos, mas que possuem vínculos diretos com a linguagem materna, pelo simples fato da necessidade a que se destinam.

A escola, enquanto instituição responsável pela sistematização do saber acadêmico, precisa ter o ato de ler e escrever como sua finalidade precípua, possibilitando o melhor para a formação de seus alunos.

Ler e escrever são tarefas indissociáveis a qualquer área do conhecimento. Através da leitura e da escrita é possível se comunicar com o mundo com mais facilidade. Nesse aspecto, Guedes e Souza afirmam:

> Ler e escrever são tarefas da escola, questões para todas as áreas, uma vez que são habilidades indispensáveis para a formação de um estudante, que é responsabilidade da escola. Ensinar é dar condições ao aluno para que ele se aproprie do conhecimento historicamente construído e se insira nessa construção como produtor do conhecimento. Ensinar é ensinar a ler para que o aluno se torne capaz dessa apropriação, pois o conhecimento acumulado está escrito nos livros, revistas, jornais, relatórios, arquivos. Ensinar é ensinar a escrever porque a reflexão sobre a produção de conhecimento se expressa por escrito. (1998, p.15).

É pertinente ressaltar que o ato de ler vai além de decodificar uma simbologia e de memorizar conceitos e definições. Segundo Silveira (2005, p.89), “Só há leitura quando, diante da informação visual, o leitor consegue produzir sentidos. São esses sentidos que levam à compreensão, que é a base da leitura. Ler, portanto, é compreender.”

Compreender uma linguagem é ter habilidade para se expressar sobre ela, é interpretar a sua simbologia a partir de seus significantes e significados, é saber utilizá-la para seus fins específicos, sendo, portanto fundamental relacioná-la com a linguagem corrente.

Tratando dessa questão no contexto escolar e relacionando à necessidade de compreensão de enunciados de problemas, comenta Carvalho:

> Nunca é demais ressaltar que o importante é favorecer ao aluno pensar sobre os enunciados, pedir que eles transformem as situações propostas criando outras perguntas, outros dados, possibilitando, assim, a percepção do aluno para o fato de que não há um problema único com resposta única, o que há são diferentes estratégias de resolução, uma mais simples do que outras. (2007, p.29).

2.4.3 Ler e escrever em linguagem matemática: uma questão de interação com a língua comum

A dificuldade de ler e de escrever em linguagem matemática perpassa, sobretudo, pela falta de domínio da língua corrente[9], pois, se a língua materna não for utilizada de maneira adequada, certamente haverá dificuldades de compreensão de elementos da linguagem matemática, fato que, supostamente, pode influenciar na resolução de problemas por parte do aluno (KLÜSENER 1998, p.190).

Outro ponto que pode intensificar a dificuldade de compreensão da linguagem matemática é a abundância de símbolos, sinais e notações existentes nessa linguagem. Como cada símbolo ou signo possui um significado dentro de sua respectiva linguagem, para se compreender a linguagem matemática seria necessário ter certo domínio das ferramentas de leitura, ou seja, compreender o que os símbolos sinais e notações representam dentro da linguagem (CARRASCO, 1998). Sem o domínio de tais ferramentas, ler e compreender a linguagem matemática explícita ou não nos textos de enunciados de problemas, pode se constituir numa tarefa difícil. Fazendo referência a essas questões comenta Carrasco:

> A dificuldade de ler e escrever em linguagem matemática, [...] impede muitas pessoas de compreenderem o conteúdo do que está escrito, [...] de fazerem matemática. Nesse sentido, duas soluções podem ser apresentadas. A primeira consiste em explicar e escrever, em linguagem usual, os resultados matemáticos. [...]. Uma segunda solução seria a de

[9] Língua corrente é uma expressão utilizada para fazer referência à língua materna.

> ajudar as pessoas a dominarem as ferramentas de leitura, ou seja, a compreenderem o significado dos símbolos, sinais e notações. (1998, p. 194).

Cabe considerar nesse contexto o distanciamento entre a linguagem corrente e linguagem matemática já no início da escolarização, estendendo-se por todo o percurso da educação básica. Essa questão é bem evidente nos diversos contextos escolares. Percebe-se que, ao longo da educação básica, a escola alfabetiza na linguagem materna sem considerar a relação desta com a linguagem matemática. Daí uma das justificativas que reforçam o argumento de que a maioria dos alunos não é, de fato, matematicamente alfabetizada. Por essas razões, a dissociabilidade entre a linguagem natural e a linguagem matemática contribui para que, no percurso da educação básica, poucos alunos compreendam que o conhecimento matemático deve auxiliar o sujeito na compreensão da realidade. Nessa linha, é importante destacar o que afirma Klüsener, citado por Fonseca e Cardoso (2009, p. 71), quando diz que "[...] na atualidade, as linguagens matemáticas estão presentes em quase todas as áreas do conhecimento. Por isso, o fato de dominá-las passa a constituir-se um saber necessário considerando o contexto do dia-a-dia."

Proporcionar aos alunos a possibilidade de conhecer elementos importantes da linguagem corrente que são fundamentais na compreensão da linguagem matemática, ou até se pensar na possibilidade de ensinar durante toda a escolarização a trabalhar as duas linguagens de forma integrada, possibilitando assim uma alfabetização matemática consistente, eis o grande desafio da escola. Nesse contexto, enfatiza Danyluk:

> Assim considerada, entendo que a alfabetização matemática diz respeito aos atos de aprender a ler e a escrever a linguagem matemática, usada nas séries iniciais da escolarização. Compreendo a alfabetização matemática, portanto, como fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conceitos matemáticos ensinados na escola, tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático. Ser alfabetizado em matemática, então, é compreender o que se lê e escrever o que se compreende a respeito das primeiras noções de lógica, de aritmética e de geometria. Assim, a escrita e a leitura das primeiras ideias matemáticas podem fazer parte do contexto de alfabetização. (1998, p.20).

A dificuldade de apropriação da linguagem matemática talvez se dê pela falta de vínculos entre esta e a linguagem corrente. A compreensão do que está explícito ou implícito no texto do enunciado de um problema matemático, depende, num primeiro plano, do domínio das ferramentas da linguagem materna, linguagem esta carregada de signos, com respectivos significados, cada um deles necessários à compreensão do que se deseja transmitir a partir de uma mensagem posta. Num plano posterior, é fundamental conhecer a linguagem matemática, pois esta possui características próprias e específicas, relacionadas à precisão, à concisão e à universalidade. Por esse motivo, admitimos como pressuposto que não se adquirem competências matemáticas sem que se tenha o mínimo de competências na linguagem comum. Assim sendo, determinados termos usados em matemática não são compreendidos sem o conhecimento do significado na linguagem corrente. Sobre esse aspecto, ressalta D'Amore:

> A língua na qual se faz matemática possui um "código semiológico próprio"; isso acarreta várias convenções, mais ou menos explícitas: existe o uso de escritas específicas, as expressões simbólicas, como as fórmulas. Às vezes, elas se encontram inseridas em frases que, de resto, pertencem à língua comum. Esse código desenvolve duas funções: uma função de designação (recorre-se a designação para nomear um objeto); [...] uma função de localização; [...]. (2007, p.254).

Desse modo, a necessidade de vínculos entre a linguagem comum e a linguagem matemática é uma realidade que precisa ser considerada no processo de aprendizagem matemática. O estabelecimento de vínculos entre as duas modalidades de linguagens aqui referidas só é possível por meio da prática efetiva de leitura, que ultrapassa a capacidade de decifrar e "de decodificar os símbolos da linguagem escrita, mas exige a capacidade de atribuir significados, de processar e interpretar criticamente as informações veiculadas." (CORRÊA, 2009, p.97).

Nesse sentido, o nível de compreensão da linguagem corrente também constitui fator determinante na interpretação de enunciados e resolução de problemas matemáticos. Portanto, resolver um problema matemático para muitos alunos, principalmente no início da escolarização, não é algo tão simples. Trata-se de uma atividade que para ser realizada exige conhecimentos não só da linguagem matemática, como também da linguagem materna, haja vista a necessidade de traduzir elementos importantes relacionados aos conceitos básicos, imbricados nos enunciados. A esse respeito, Klüsener destaca:

> Dessa forma, torna-se necessário resgatar, na prática pedagógica, a proposição de tarefas matemáticas envolvendo as diferentes expressões da linguagem no desenvolvimento dos conceitos, noções e do próprio pensamento. Todavia, a linguagem matemática e sua compreensão, sem tropeços, somente serão possíveis à medida que a língua materna for utilizada de maneira adequada, já que a informação matemática, na maioria dos casos, nos chega mediante a linguagem oral ou gráfica. (1998, p.190).

Importa enfatizar que as dificuldades de compreensão de enunciados de problemas também têm a ver com elementos de comunicação com origem na linguagem comum. Trata-se aqui das dificuldades do aluno em dar respostas aos problemas, talvez pela sua incapacidade de verbalização[10]. É compreensível, nesse aspecto, que a capacidade de verbalização esteja relacionada aos conhecimentos da linguagem comum, indispensáveis à compreensão de termos específicos das diversas linguagens. Dessa forma, sendo a matemática essencial às diversas atividades humanas pela sua importância em estudos de situações relacionadas a diferentes contextos, urge que se busquem alternativas para que o ensino da dessa ciência possibilite a aquisição de conhecimentos necessários à compreensão de diferentes realidades. Nesse sentido é importante fazer referencia ao que afirma Carrasco:

> [...], paradoxalmente, justo essa área de conhecimento, que tem uma relevância tão grande dentro da sociedade e da escola, em particular, é a mais incompreendida pelas pessoas e, consequentemente, a que atinge maior índice de reprovação escolar. [...] é possível destacar que as dificuldades com a matemática residem, principalmente, no desconhecimento dos limites da matemática, na incompreensão das relações que se estabelecem entre a matemática e as outras áreas de conhecimento e na impossibilidade de se ler e escrever a matemática. (1998, p.193).

Dentre as diversas funções, a principal finalidade da linguagem comum é a comunicação. Por meio da linguagem matemática também é possível perceber o mundo, expressar resultados de experiências desenvolvidas, argumentar sobre

[10] Entende-se por verbalização a transmissão do conhecimento através de palavras.

determinada questão, tirar conclusões, fazer planejamentos e, posteriormente, se tomar decisões.

2.5 O surgimento da linguagem matemática e a evolução ao longo da história

Acredita-se que a contagem tenha surgido no período paleolítico[11] onde o homem primitivo fazia marcações em ossos de animais e entalhes em pedras, provavelmente com a intenção de aperfeiçoar uma linguagem que servisse para auxiliá-lo no seu dia a dia. Mais adiante, com o aperfeiçoamento da ideia intuitiva da contagem, surge o número e sua representação simbólica, invenção importante para o desenvolvimento e aperfeiçoamento da linguagem numérica disseminada posteriormente entre as diversas civilizações.

A Matemática surge como parte da vida diária do homem sendo uma construção coletiva, com contribuições de diversas civilizações. O que hoje existe de inovações matemáticas deriva das ideias primitivas.

Conjectura-se que numa fase mais adiantada da humanidade, os dedos das mãos e pés foram recursos importantes utilizados pelo homem para representar coleções. Hipóteses levantadas convergem para o fato de que o homem utilizava os dedos das mãos e pés para contar em grupos de cinco, dez e até vinte. Na realidade, dessa ideia provavelmente tenha surgido as primeiras bases numéricas, sendo a base dez uma das grandes invenções com lugar de destaque na matemática contemporânea.

A noção intuitiva de contar e a evolução desse ato nas diversas civilizações ao longo dos tempos levaram a criação de representações importantes para a humanidade. O uso constante de tais representações veio facilitar o convívio, o que resultou, posteriormente, na utilização de uma forma de representação comum entre povos de uma mesma civilização. A reconfiguração de expressões utilizadas em algumas culturas veio contribuir para o aperfeiçoamento da linguagem numérica, elemento indispensável para exprimir abstrações, o que fez dessa linguagem, senão a maior, mas uma das mais importantes criações humanas que veio a favorecer o desenvolvimento da matemática contemporânea.

[11] Paleolítico: expressão usada no estudo da história da humanidade para fazer referência à idade da pedra lascada.

Escritos registrados no Papiro de Rhind[12], importante documento do séc. XVII a.C. contém informações que deixam fortes indicações sobre o uso da linguagem numérica já naquela época, com destaque especial à linguagem aritmética relacionada a alguns dos problemas matemáticos de questões variadas, copiadas pelo escriba Ahmes (BOYER 2010, p.10).

Por volta do séc. XVII a.C, já havia registros importantes de problemas egípcios também copiados no papiro de Ahmes, dos quais, alguns deles são do tipo aritmético. Havia também outros que merecem a designação de algébricos pelo caráter da linguagem apresentada. Segundo Boyer (2010, p.11), “O prob. 24, por exemplo, pede o valor de aha sabendo que aha mais um sétimo de aha dá 19.” Aha[13] foi a expressão utilizada para representar uma incógnita.Tais informações evidenciam a importância da linguagem algébrica para expressar ideias matemáticas daquela época. Vale lembrar que muito tempo depois, os estudos realizados por Peacock por volta de 1791 d.C., separavam a álgebra em álgebra aritmética e álgebra simbólica, o que ressalta relações importantes entre esses dois campos da matemática (BOYER, 2010, p.399). As discussões iniciadas por Peacock possibilitaram amplo debate sobre a verdadeira natureza da álgebra e a importância dela para a matemática.

Também é importante destacar alguns registros de investidas da civilização egípcia para desenvolver métodos capazes de auxiliar o cálculo de áreas, o que vem confirmar o surgimento de elementos da linguagem geométrica já naquela época. Segundo Boyer (2010, p.12), “a área de um triângulo isósceles era achada tomando a metade do que chamaríamos de base e multiplicando isso pela altura.”

Esses pontos evidenciam fortes indícios de que os problemas matemáticos relacionados às diversas civilizações da antiguidade já faziam referência a registros de representações bem característicos das linguagens matemáticas contemporâneas, seja da aritmética, da álgebra ou da geometria. Tais registros, sejam na antiguidade ou em tempos mais próximos, foram de grande utilidade para

[12] Papiro de Rhind: rolo de papiro com cerca 0,30 m de altura por 5m de comprimento, comprado em 1858 por Henry Rhind numa cidade à beira do rio Nilo. Também conhecido como papiro de Ahmes em honra ao escriba Ahmes que o copiou por volta de 1650 a.C.

[13] A palavra aha, que significa monte, montão, foi criada pelos egípcios para representar quantidades, sem, necessariamente, recorrer ao numeral. A referida palavra era usada pelos egípcios para representar um valor desconhecido, o que a álgebra denomina de incógnita.

auxiliar no desenvolvimento de estratégias de resolução de situações que caracterizam problemas matemáticos.

Na educação básica, os registros da linguagem aritmética têm uma maior exclusividade na resolução de problemas que trazem em sua gênese especificidades de cálculos numéricos. Nesse aspecto, a linguagem aritmética tem em sua essência a simbologia numérica, bem como a simbologia específica das operações fundamentais com os números.

Nos problemas que exigem a necessidade de generalizações e abstrações, a aritmética não participa como elemento principal, mas tem um caráter decisivo na construção das estruturas do pensamento matemático bem como na referida resolução. Nesse contexto, os elementos ou registros representativos da álgebra elementar ou álgebra clássica, mais precisamente os coeficientes e as incógnitas, passam a ter maiores destaques.

Convém destacar que cada linguagem possui os seus elementos representativos, ou seja, os seus significantes, estes bem relacionados com os respectivos significados. Na aritmética, operadores numéricos com suas características próprias e universais funcionam como leis que devem ser obedecidas em sua totalidade.

Cada registro representativo desempenha um papel dentro da linguagem, sendo imprescindível o conhecimento de seu significado. Na álgebra eles podem assumir a função de coeficiente, incógnita e etc. São usados para possibilitar uma aproximação do abstrato ao concreto.

Na geometria euclidiana trabalhada na educação básica, os registros de representações também são essenciais. Como exemplo deles tem-se os registros representativos das figuras planas e das figuras espaciais que auxiliam na estruturação do pensamento matemático, fundamental para a compreensão de enunciados e posterior resolução de problemas.

A matemática que se tem hoje foi construída partindo do conceito de número, grandeza e forma, o que leva a conjecturar nesse contexto que a aritmética e a geometria estão bem mais próximas do homem primitivo do que a álgebra, visto que foi ele quem, de forma intuitiva, utilizou as primeiras ideias que têm maior aproximação aos dois primeiros campos citados (BOYER, 2010 p.01). Já a álgebra**,** campo da matemática que trata das abstrações, deduções e demonstrações, fundamental nas generalizações pelo seu caráter formalista, assume papel importante em momento posterior.

2.6 O domínio das linguagens: um caminho para a consolidação do pensamento matemático na resolução de problemas

Perceber ideias matemáticas se constitui no marco inicial para o despertar do pensamento matemático. Compreender a essência dessas ideias requer conhecimentos de outros elementos essenciais, tais como, os conceitos, as linguagens de representação e os contextos. Como “compreender é essencialmente relacionar”, como dizem Onuchic e Allevato (2004, p.222), pode-se deduzir que a compreensão se concretiza quando o aluno é capaz de relacionar uma determinada ideia matemática a contextos diversos, o que, supostamente, requer a interação entre linguagens para a consolidação do pensamento matemático.

Quando tratamos de interpretações e resoluções de problemas matemáticos, é importante considerar que os enunciados dos referidos problemas estão intimamente ligados a um gênero textual cuja característica básica está relacionada ao raciocínio dedutivo e hipotético. Nesse aspecto, ter clareza sobre a linguagem da lógica, da aritmética, da álgebra e da geometria é fato relevante a ser considerado na interpretação do problema, pela importância dessas linguagens desde a construção da estratégia de resolução, até a compreensão do que foi proposto.

Compreende-se a lógica como a representação das estruturas e operações do pensamento; a aritmética, como o campo da matemática que estuda as propriedades dos números, mais precisamente as regras de cálculos para operá-los; a álgebra como o campo da matemática relacionado às leis e processos com entidades abstratas, ou seja, os termos desconhecidos que denominamos de incógnitas, elementos bem característicos da álgebra elementar, e a geometria o campo destinado aos estudos das formas.

Na resolução de um problema matemático, as linguagens da lógica, da aritmética, da álgebra, e da geometria devem estar muito bem relacionadas com os textos dos enunciados dos problemas específicos, de forma a representar, através dos registros de cada linguagem, a clareza do pensamento matemático explícito e/ou oculto nos textos dos enunciados propostos.

É necessário entender que a primeira etapa de resolução de um problema matemático trata da compreensão. Num segundo momento é preciso estabelecer um plano de ação. Em seguida executa-se o plano. Por último, discute-se a resolução, no sentido de verificar se há coerência entre a solução encontrada, o plano estabelecido e as informações contidas no enunciado (POLYA, 2006, p.4).

De um modo geral, há indicações de que não se realiza o percurso estabelecido por Polya através das fases por ele estabelecidas para se resolver um problema sem o uso da interação entre as linguagens dos diversos campos da matemática com a língua materna.

2.6.1 A linguagem aritmética

Não há registros precisos que indiquem quando teria o homem começado a fazer matemática. Há indícios de que as primeiras manifestações humanas sobre o uso de matemática se iniciam a partir do ato de contar. É fundamentado nessa discussão que há suposições de que elementos constituintes do que hoje chamamos aritmética, tenham sido talvez as primeiras manifestações humanas sobre a ciência matemática.

A história registra o ato dos pastores controlarem suas ovelhas fazendo marcas no cajado ou contando pedras, ação que deu origem a primeira operação matemática (CARVALHO, 2010, p.13). O ato de relacionar, um a um, elementos de dois conjuntos distintos, talvez tenha ocorrido bem muito antes do ato de medir, mesmo sabendo que este último, também caracteriza relacionar, pois medir é o ato de comparar.

Da necessidade do homem controlar quantidades nasce o número, ideia intuitiva, que mais adiante, em decorrência do avanço da humanidade foi ampliada e aperfeiçoada dando origem ao que foi denominado de sistemas de numeração (CARVALHO, 2010, p.13).

Dos sistemas de numeração desenvolvidos pela humanidade, destacamos o sistema hindu, que mais adiante ficou conhecido como sistema de numeração indo-arábico, pelo fato da divulgação deste pelos povos árabes (CARVALHO, 2010, p.15).

Em qualquer sistema há necessidade de regras para operações. Nos sistemas numéricos estas regras estão bem definidas e, para efeito de organização, foram sistematizadas em um campo matemático denominado de aritmética. Do ponto de vista teórico, a aritmética envolve o estudo das propriedades dos números, mais precisamente as regras de cálculos para operá-los. Nesse sentido, num primeiro plano, os números ocupam lugar de destaque na matemática, pois, indicam representação de uma quantidade resultante de uma comparação entre uma grandeza e uma unidade. Se a grandeza é discreta, a comparação é uma contagem e, o resultado é um número natural (DANTE, 2004, p.21).

Pela importância dos números nos diversos campos da matemática, e, em particular, na resolução de problemas matemáticos, compreender o significado da aritmética é de extrema necessidade. Afinal, a compreensão de qualquer que seja o campo da matemática requer a compreensão de números, bem como, das linguagens necessárias para operá-los.

2.6.2 A linguagem algébrica

A Álgebra tem em sua origem a tendência à generalização e abstração, características importantes que fazem dessa ciência o grande elo entre os diversos campos da matemática, inclusive a lógica (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1993, p. 83).

O desconhecimento da importância da álgebra tem contribuído para que seus elementos conceituais, bem como a sua linguagem, sejam pouco explorados nos diversos contextos da educação básica no Brasil, fato que torna pouco importante, para alguns, o uso desse campo da matemática na compreensão do pensamento matemático e na resolução de problemas, razão pela qual possa se intensificar a rejeição à matemática nesse segmento da educação brasileira.

Estudos revelam que o trabalho com a álgebra vem ocorrendo de forma automatizada sem qualquer significação social e lógica, ou seja, completamente dissociada dos contextos (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1992, p. 40). Nesse sentido, o ensino da álgebra vem acontecendo de forma superficial, não contribuindo para que os objetivos desse campo da matemática possam ser compreendidos em seu sentido mais amplo, ou seja, a possibilidade de dar suporte aos demais campos do conhecimento matemático.

Convém registrar que a base conceitual da álgebra vai muito além das incógnitas, dos famosos x e y. Para Fiorentini, Miguel e Miorim (1993, p.78), o objeto de estudo dessa ciência ultrapassa "o domínio exclusivo do estudo das equações e das operações clássicas sobre quantidades generalizadas, discretas ou contínuas. Assim sendo, o desconhecimento de questões conceituais e postulacionais vem contribuir para que haja equívocos na interpretação do verdadeiro sentido e objetivos desse campo da matemática.

Outro ponto importante a ser considerado é que a álgebra possui uma linguagem universal. Ela evoluiu a partir de contribuições de culturas diversas, a exemplo, a egípcia, a babilônica, a grega, a chinesa, a hindu, a arábica, e a européia, o que permitiu uma linguagem concisa de maior amplitude, condição necessária e suficiente para transitar entre todos os campos da matemática (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1993, p.79).

Na realidade, a álgebra, que nos últimos tempos ficou muito bem delineada entre álgebra clássica ou elementar[14] e álgebra moderna ou abstrata[15]**,** passou por grandes debates ao longo dos tempos, tendo a sua linguagem, no seu processo de evolução, passado por três momentos importantes: a fase retórica ou verbal onde

---

[14] A álgebra clássica, álgebra antiga ou álgebra elementar trata do estudo das equações e métodos de resolvê-las.

[15] A álgebra moderna ou abstrata estuda as operações arbitrariamente definidas sobre objetos abstratos, estruturas matemáticas não necessariamente interpretáveis em termos quantitativos, tais como grupos, anéis, corpos, etc. (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1993, p.78).

não se fazia o uso de símbolos para representar o pensamento algébrico[16], uma vez que este era representado integralmente na linguagem corrente; a fase sincopada em que se utilizava uma forma mais abreviada e concisa onde se usavam palavras e símbolos; e a fase simbólica, momento em que o pensamento algébrico passa a ser representado somente através de símbolos (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1993, p.79 e 80).

Apesar do avanço considerável que teve a linguagem algébrica nos seus aspectos exteriores, para Fiorentini, Miguel e Miorim (1993, p.80), foi a "significação atribuída aos símbolos", o grande passo que aproximou linguagem e pensamento algébrico, possibilitando um maior grau de concisão dessa linguagem, o que contribuiu para o avanço da álgebra desde a resolução de problemas elementares até se chegar ao cálculo infinitesimal.

Falando mais especificamente da álgebra clássica ou elementar, é importante perceber que qualquer problema que possa ser solucionado através dos números, certamente pode ser relacionado a partir de equações. Tal questão fica bem evidente na linguagem cotidiana pela incorporação do verbo "equacionar", pois, é simples compreender que equacionar um problema é construir uma provável igualdade através da qual se torna possível resolvê-lo (GARBI, 2009, p.01).

As equações algébricas[17], ao menos do ponto de vista prático, talvez, representem a parte mais importante da matemática. Em seus aspectos mais elementares, elas estão presentes nas diversas situações do cotidiano, o que vem a confirmar o papel das referidas equações na resolução de problemas.

Cabe salientar, portanto, que as formas mais simples de equações algébricas aparecem quase que naturalmente nos argumentos de pensadores matemáticos antigos, o que se confirma a partir do momento em que o homem

---

[16] Pensamento algébrico: forma de percepção e compreensão das representações e generalizações das ideias matemáticas abstratas.

[17] De acordo com Garbi (2009, p.4), equações algébricas são aquelas em que a incógnita aparece apenas submetida às chamadas operações algébricas: soma (adição), subtração, multiplicação, divisão, potenciação inteira (embora a potenciação inteira seja um caso particular de multiplicação de n fatores iguais, ela está sendo deixada em destaque por questão de clareza) e radiciação.

começou a calcular, contar rebanhos, trocar produtos, contabilizar impostos, como também nas construções das primeiras obras de engenharia (GARBI, 2009, p.5).

A possibilidade de relacionar contextos à álgebra permite criar um ambiente propício à aprendizagem matemática de uma forma significativa, (BORRALHO; CABRITA; PALHARES; VALE, 2007, p.5.). Vale ressaltar que a linguagem algébrica tem especificidades tanto da linguagem aritmética quanto da linguagem natural (KLÜSENER, 1998, p.190). Nessa direção, os conhecimentos prévios adquiridos pelo sujeito podem servir como estratégias para a compreensão da linguagem algébrica pela linguagem natural, contribuindo para que se perceba que matemática não é apenas manipulação de símbolos que obedecem a regras, mas que, acima de tudo, pode contribuir na compreensão e construção de padrões[18] (KLÜSENER, 1998, p.183).

Há situações em que a álgebra está muito relacionada à generalização da aritmética na intenção de buscar padrões numéricos. É importante ter clareza de que a busca por padrões numéricos é apenas uma das diferentes perspectivas que a álgebra proporciona. A possibilidade de criar padrões diversos de generalização faz desse campo da matemática uma poderosa estratégia de resolução de problemas, talvez, pelo fato de poder relacionar a linguagem algébrica a diferentes contextos da vida real (BORRALHO; CABRITA; PALHARES; VALE, 2007, p.5). Assim, fica evidente a riqueza e a importância da álgebra no desenvolvimento da matemática e áreas afins, bem como a utilidade na construção de estratégias de resolução de problemas matemáticos.

2.6.3 A linguagem geométrica

Os primeiro registros matemáticos têm relações importantes com o contar e o medir. Registros primitivos relacionados com conceito de número, grandeza e forma podem ter suas origens nos primeiros tempos da humanidade, (BOYER, 2010, p.1).

Alguns problemas primitivos que caracterizam sobrevivência são de natureza geométrica, fato que nos leva a conjecturar que a matemática possa ter

[18] Padrão é um modelo representativo que serve como comparativo. É uma generalização de situações que possuem características comuns.

nascido na geometria, pois, os conceitos matemáticos que estão mais próximos de nossa percepção são de natureza geométrica.

O desenvolvimento da fase simbólica da geometria pode ter suas origens nos triângulos e nas pirâmides do antigo Egito, local onde Tales passou longos períodos buscando explicações teóricas para fatos empíricos anteriormente descobertos naquela região (MLODINOW, 2010, p. 25).

A ideia intuitiva de contar, ou seja, a ideia de relacionar objetos um a um, talvez tenha sido o marco inicial, o ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento abstrato, o caminho pelo qual possa ter contribuído para o desenvolvimento de ideias matemáticas posteriores.

Antes dos gregos, a geometria era puramente experimental, sem que houvesse uma preocupação com os princípios matemáticos que regiam os conhecimentos geométricos. Por volta de 600 a.C., filósofos e matemáticos gregos, entre os quais podemos citar Tales de Mileto e Pitágoras, passaram a reorganizar conhecimentos da época, sendo atribuído a Tales o título de primeiro matemático verdadeiro, por ser o precursor da organização dedutiva da geometria (BOYER, 2010, p.32).

Acredita-se que a geometria foi realmente desenvolvida a partir do grego Euclides, considerado o organizador e sistematizador dos conhecimentos geométricos que outros povos haviam desenvolvido de forma desordenada. Esta questão, talvez possa justificar o fato de Euclides não ter reivindicado originalidade em relação à sua obra (MLODINOW, 2010, p. 40).

A história da geometria tem sua origem no Egito e está relacionada ao problema da reconstituição dos limites dos terrenos após as enchentes do Nilo, surgindo, então, como ciência empírica. Entretanto, o momento culminante no desenvolvimento da geometria como ramo da matemática se produz quando Euclides escreve “Os Elementos (século II a.C)”, sintetizando o saber geométrico de sua época.

Euclides de Alexandria foi o homem, cuja obra, pela sua abordagem filosófica, definiu a natureza da matemática. Considerado por muitos o arquiteto do primeiro relato abrangente sobre a natureza do espaço bidimensional, através do raciocínio puro, Euclides deixou em sua obra “Os Elementos” uma importante contribuição sobre a geometria, por apresentar definições precisas, permitindo uma ampla compreensão de todas as palavras e símbolos constituintes da linguagem a qual utilizou (MLODINOW, 2010, p. 40). Seu grande trabalho foi reunir em 13 livros, sob o título de "Os Elementos", provavelmente, tudo o que se sabia sobre geometria em seu tempo. Segundo Giovanni (1994, p.408), "para Euclides, a Geometria era uma ciência dedutiva cujo desenvolvimento partia de certas hipóteses básicas: axiomas ou postulados." [19]

Na geometria de Euclides se faz destaque especial à primeira axiomatização na história da matemática, contribuindo e fortalecendo o uso das demonstrações como meio de argumentar e contrargumentar sobre as propriedades do espaço bi e tridimensional. Segundo Labore, citado por Gálvez (2001, p. 237), a geometria da matemática não é o estudo do espaço e de nossas relações com o espaço, mas lugar em que é exercido um raciocínio levado à sua excelência máxima.

As ideias desenvolvidas por Euclides foram essenciais para fundamentar estudos importantes relacionados à matemática e áreas afins. A geometria euclidiana, pelas relações de proximidades aos diversos contextos, continua sendo amplamente utilizada nos dias de hoje, e, pela importância da mesma, se constitui em elemento essencial a ser trabalhado nos currículos da educação básica, devido à importância dela na resolução de problemas.

[19] Conforme destaca Giovanni (1994), um axioma ou postulado é uma sentença ou proposição que não é provada ou demonstrada e é considerada como óbvia ou como um consenso inicial, necessário para a construção ou aceitação de uma teoria.

3 PROCEDIMENTOS DE PESQUISA

Para o desenvolvimento desta pesquisa optou-se pela abordagem qualitativa, a qual tem o ambiente natural como sua principal fonte de dados. Nessa abordagem metodológica, o pesquisador, ao realizar o seu trabalho, passa a ser parte da pesquisa, pois interpreta os fenômenos em seu contexto, atribuindo-lhes significado, desempenhando um papel importante, sendo considerado um instrumento de destaque, pois cabe a ele identificar, registrar e descrever detalhadamente situações dos contextos da vida real (FORMOSINHO apud CARVALHO, 2009, p.23). Esses elementos serão de grande relevância para a pesquisa. Segundo Ludke e André citado por Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 108), a observação possibilita um contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado, o que apresenta uma série de vantagens. Em primeiro lugar, a experiência direta é sem dúvida o melhor teste de verificação da ocorrência de um determinado fenômeno.

Para a abordagem ora apresentada, será adotada a modalidade de estudo de caso que é entendido como um método ou modelo didático de pesquisa que auxilia no estudo detalhado de um contexto, de um indivíduo, de uma única fonte de documentos, de um acontecimento específico.

Um caso pode ser uma pessoa, um evento, uma entidade, uma instituição, e até mesmo um programa. Na realidade, o estudo de caso visa a uma descoberta e procura fazer a interpretação de um contexto, buscando retratar a realidade de forma profunda a partir de uma representação sistemática de uma instância específica e significativa do todo, fundamentado num quadro teórico preestabelecido. Nessa direção, Fiorentini e Lorenzato, comentam:

> O caso não significa apenas uma pessoa, um grupo de pessoas ou uma escola. Pode ser qualquer “sistema delimitado” que apresente algumas características singulares e que façam por merecer um investimento investigativo especial por parte do pesquisador. Nesse sentido, o caso pode ser uma instituição, um programa, uma comunidade, uma associação, uma experiência, um grupo de professores de uma escola, uma classe de alunos ou até mesmo um aluno diferente dos demais que apresente características peculiares. (2007, p.110).

Por esta razão e entendendo que a modalidade adotada atende ao estudo proposto, e por considerar que ler e escrever são requisitos necessários para a interpretação dos enunciados dos problemas matemáticos, foram delimitados como universo de pesquisa duas escolas localizadas na cidade de Maceió, onde investigamos quais estratégias de resolução de problemas matemáticos os alunos do quinto e nono ano do ensino fundamental e terceiro ano do ensino médio utilizaram, considerando a compreensão dos enunciados matemáticos.

3.1 Procedimentos para coleta de dados

A coleta de informações em campo exigiu negociações prévias com os envolvidos. Dessa forma, todos os sujeitos que participaram da pesquisa, quando maiores de idade, assinaram Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo A) inteirando-se dos objetivos e procedimentos a serem adotados. Quanto aos menores de idade, os referidos termos foram assinados pelos seus responsáveis legais.

3.1.1 Escolha das escolas

Na intenção de se trabalhar com universos de sujeitos variados e devido às dificuldades de encontrar, na cidade de Maceió, escola pública que ofertasse do quinto ano do ensino fundamental ao terceiro ano do ensino médio, para efeito de organização, decidiu-se adotar dois grupos assim definidos: ESC1[20], para representar a rede particular, envolvendo apenas uma escola e, ESC2[21], para fazer referência às duas escolas da rede pública.

Tal decisão foi fundamentada na necessidade de atingir todas as séries previamente estabelecidas para a investigação. Nesse sentido, o grupo denominado ESC1 ficou constituído de apenas uma escola, pois a mesma ofertava todas as séries da educação básica, o que contribuiu para a coleta de dados em todas as séries estabelecidas na investigação. Já o grupo definido como ESC2, em

[20] ESC1: representação utilizada para nomear o grupo particular que participou da pesquisa.
[21] ESC2**:** representação utilizada para nomear o grupo público que participou da pesquisa.

uma das escolas foram coletados dados no quinto ano do ensino fundamental e, na outra, no nono ano do ensino fundamental e no terceiro ano do ensino médio.

Na escolha do universo para coleta dos dados a serem utilizados neste estudo, foram adotados os critérios que seguem:

a. Escolas sediadas na cidade de Maceió

Em se tratando da localização, foi definida a cidade de Maceió visando à redução de custos e a facilidade de locomoção por parte do pesquisador.

b. Escolas de educação básica pertencentes à rede pública e rede particular

A primeira escolha trata do vínculo da pesquisa com a educação básica. Quanto à escolha da rede pública e da rede particular a intenção que se teve foi ter uma amostragem das duas principais esferas que ofertam a educação básica na cidade de Maceió, no tocante ao fenômeno investigado.

c. Facilidade de acesso para o desenvolvimento da pesquisa

Quanto a essa questão, um fator de grande relevância considerado foi a disponibilidade da gestão, bem como dos professores responsáveis pelas turmas. Nesse sentido, as consultas feitas aos gestores, em alguns casos, foram encaminhadas por telefone, onde foram agendados momentos com os mesmos e com os respectivos coordenadores pedagógicos das escolas escolhidas.

Num segundo momento, foi apresentado o projeto de pesquisa e a carta solicitando autorização para realização de coleta de dados entre os sujeitos (Anexo B).

Outro ponto considerado fundamental foi o interesse dos alunos em participar de todas as fases do processo, ou seja, responder a atividade para diagnóstico e, responder a atividade de leitura e escrita e entrevista complementar, caso fosse selecionado na atividade para diagnóstico.

O pedido para a realização da pesquisa foi encaminhado ao Comitê de Ética em Pesquisa em 10 de dezembro de 2010 e aprovado em 29 de fevereiro de 2012.

d. Escolas com ofertas em 2011 do quinto e do nono ano do ensino fundamental e terceiro ano do ensino médio

Em um primeiro plano, esta decisão teve como objetivo delimitar o universo de investigação para facilitar a coleta e análise dos dados.

Como o objeto da investigação refere-se à educação básica e trata da interação entre a língua portuguesa e a linguagem matemática na interpretação dos enunciados dos problemas matemáticos, adotaram-se os anos finais de cada nível de ensino, ou seja, quinto ano do ensino fundamental I, nono ano do ensino fundamental II e terceiro ano do ensino médio, pela significação dessas etapas para a pesquisa, visto que os anos investigados tratam da conclusão de cada etapa.

3.1.2 Os sujeitos

Os sujeitos da pesquisa são 12 (doze) alunos da educação básica, dos quais, 4 (quatro) deles cursam o quinto ano do ensino fundamental I, 4 (quatro) cursam o nono ano do ensino fundamental II e 4 (quatro) cursam o terceiro ano do ensino médio, de forma que, metade dos sujeitos de cada série pertence ao grupo denominado ESC1 e a outra metade ao grupo ESC2.

Para elencar dois sujeitos de cada uma das séries envolvidas na pesquisa foi aplicada uma atividade para diagnóstico em cada uma das turmas escolhidas nas escolas que participaram da pesquisa, totalizando aproximadamente 120 (cento e vinte) alunos, com faixa etária de 10(dez) a 13(treze) anos para o quinto[22] ano, 14(catorze) a 17(dezessete) anos para o nono[23] ano e 16(dezesseis) a 18(dezoito) anos para o terceiro[24] ano.

A partir da análise da atividade para diagnóstico os sujeitos foram selecionados segundo os critérios:

[22] Ensino Fundamental I.
[23] Ensino Fundamental II.
[24] Ensino Médio.

I. Um aluno por turma que obteve bom rendimento na atividade para diagnóstico e que apresentou respostas corretas com estratégias interessantes;

II. Um aluno por turma que não obteve bom rendimento na atividade para diagnóstico e apresentou respostas confusas e incompletas.

Para efeito das análises dos dados, os sujeitos da pesquisa foram nomeados atendendo ao seguinte roteiro:

$S5^{\underline{0}}_1$, $S5^{\underline{0}}_2$, $S5^{\underline{0}}_3$ e $S5^{\underline{0}}_4$, para nomear os quatro sujeitos do quinto ano do ensino fundamental I;

$S9^{\underline{0}}_1$, $S9^{\underline{0}}_2$, $S9^{\underline{0}}_3$, $S9^{\underline{0}}_4$, para nomear os quatro sujeitos do nono ano do ensino fundamental II;

$S3^{\underline{0}}EM_1$, $S3^{\underline{0}}EM_2$, $S3^{\underline{0}}EM_3$, $S3^{\underline{0}}EM_4$, para nomear os quatro sujeitos do terceiro ano do ensino médio.

Observamos que de acordo com o roteiro anteriormente citado, os dois primeiros sujeitos nomeados em cada série, ou seja, os indicados pelos índices 1 e 2, pertencem ao grupo ESC1, enquanto que os indicados pelos índices 3 e 4, pertencem ao grupo denominado ESC2.

3.2 Instrumentos de pesquisa

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados constam de:

a- Atividade para diagnóstico;
b- Atividade de leitura e escrita; e,
c- Entrevista semiestruturada.

3.2.1 Atividade para diagnóstico

A partir do contato feito com os gestores das escolas e depois de confirmadas as autorizações, foram agendados momentos com cada turma em que todos os alunos das salas foram orientados a responder a atividade para diagnóstico que tratou de situações problemas onde foram abordados aspectos aritméticos, algébricos e geométricos.

Os enunciados dos problemas propostos na atividade foram direcionados de acordo com a série ou nível específico de ensino e conforme os interesses da pesquisa. Nesse sentido, nos problemas propostos nas referidas atividades, as informações que poderiam contribuir na interpretação e solução dos mesmos foram bem enfatizadas nos textos dos enunciados. Além disso, os enunciados dos problemas sugeridos foram bem adequados às séries envolvidas na pesquisa e em concordância com os planos de cursos, (Anexo C), fornecidos pelas escolas.

As referidas atividades foram aplicadas pelos professores da disciplina, na presença da equipe pedagógica da escola e do pesquisador.

É importante salientar que a atividade para diagnóstico foi identificada e teve como objetivo inicial auxiliar na seleção dos sujeitos para as etapas seguintes, ou seja, atividade de leitura e escrita e entrevista. Para seleção referida o tipo de registro apresentado na atividade para diagnóstico e os critérios[25] já elencados foram decisivos para a escolha dos sujeitos da pesquisa. Também é importante destacar que, para efeito de análises, essa pesquisa também utilizará as estratégias de resolução de problemas construídas na atividade para diagnóstico pelos doze sujeitos selecionados.

[25] a. Um aluno por turma que obteve bom rendimento na atividade para diagnóstico e que apresentou respostas corretas com estratégias interessantes;

b. Um aluno por turma que não obteve bom rendimento na atividade para diagnóstico e apresentou respostas confusas e incompletas.

Quadro 04: Atividade para diagnóstico aplicada às turmas do 5º ano do Ensino Fundamental I

Problema 01:

Em um navio há vinte e sete carneiros e doze cabras. Qual a idade do capitão?

Problema 02:

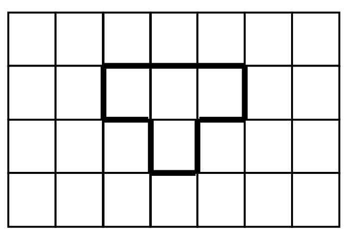
Numa casa há quatro cantos, em cada canto há um gato, cada gato vê três gatos. Qual o total de gatos que existem na casa?

Problema 03:

Tinha uma quantia em reais guardada em um cofrinho. Gastei R$ 150,00 e ainda tenho R$ 270,00. Quanto eu tinha no cofrinho?

Problema 04:

A parte destacada na malha quadriculada abaixo representa uma figura na bandeira da escola de João. Cada lado do quadradinho mede 1 metro. Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura?



Fonte: Problema 01- Adaptado do texto Contrato Didático, (Silva, 2008, p.55). Problemas 02 e 03 - Adaptados do livro Problemas? Mas que Problemas?! Estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. (Carvalho, 2007, p.21 e 26). Problema 04 – Extraído da Prova Brasil 2009.

Quadro 05: Atividade para diagnóstico aplicada às turmas do 9º ano do Ensino Fundamental II

Problema 01:

Em uma granja há galinhas e coelhos, num total de 26 cabeças e 64 pés. Quantas são as galinhas e quantos são os coelhos?

Problema 02:

Uma professora ganhou ingressos para levar 25% (vinte e cinco por cento) de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

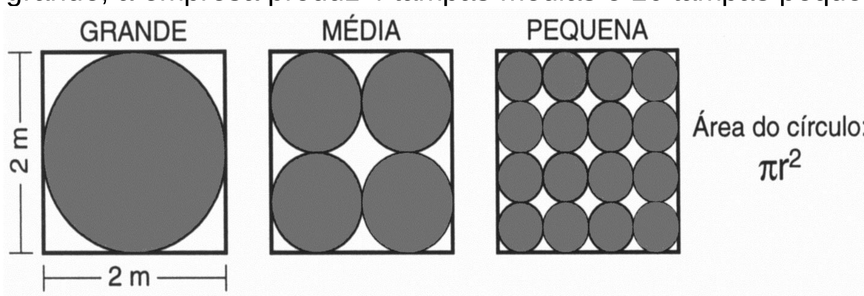
Problema 03:

Imagine que você seja o maquinista de um trem que partiu da estação ferroviária localizada no centro de Maceió-Al, com 20 pessoas, das quais, 10 são jovens, e os demais formam um grupo de dois casais de idosos acompanhados de seis crianças. Em seguida, pára na estação de Bebedouro e descem 3 jovens e entram 8 senhoras. Mais adiante, na estação de Fernão Velho, descem 4 jovens e sobem 11 componentes de um grupo de pastoril, folguedo típico do Estado de Alagoas. Sabendo-se que até a estação ferroviária de Lourenço de Albuquerque localizada na cidade de Rio Largo-Al, destino final do percurso, houve apenas mais uma parada, provavelmente na cidade de Satuba-Al, onde subiu um grupo de forró composto por 4 membros, e que o trem chegou ao destino final com apenas 16 pessoas, qual é a idade do maquinista?

Fonte: Problema 01 - Adaptado pelo autor desta dissertação. (2012). Problema 02 - Prova Brasil 2009. Problema 03 - Construído pelo autor desta dissertação. (2012).

Quadro 06: Atividade para diagnóstico aplicada às turmas do 3º ano do Ensino Médio

Problema 01:
Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para uma tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, qual das três entidades recebe menos material?

Problema 02:
O nível da água em um reservatório rebaixa segundo um comportamento linear representado pela relação entre as variáveis t e V, onde t é o tempo dado em minutos e V é o volume dado em litros. A partir das observações que se iniciam com a abertura de uma torneira observa-se a relação entre as variáveis t e V, de acordo com os dados que seguem: V(0) = 500, V(1) = 490, V(2) = 480,..., V(49) =10 e V(50) = 0. De acordo com os dados do enunciado, responda:Qual o volume de água que existia no reservatório antes da torneira ser aberta?Em quanto tempo o reservatório estará completamente vazio?Qual a vazão de rebaixamento?

Problema 03:
O elevador de um edifício de 10 andares parte do térreo com 4 pessoas: duas mulheres, 1 homem e uma criança. Pára no 5º andar e aí sai uma mulher e entram 3 homens. No 7º, saem 2 pessoas. Sabendo-se que houve apenas mais uma parada no 9º onde não desceu nenhuma criança e que o elevador chegou ao 10º andar com 11 pessoas, pergunta-se qual é a idade do ascensorista?

Fonte: Problema 01 - ENEM 2004. Problema 02 - Adaptado pelo autor desta dissertação. (2012). Problema 03 - Adaptado do texto: Contrato Didático, (Silva, 2008, p.57).

3.2.2 Atividade de leitura e escrita

A atividade de leitura e escrita foi respondida por dois alunos de cada série por turma, escolhidos a partir dos critérios[26] elencados e teve como finalidade coletar informações sobre o nível de leitura e escrita dos sujeitos selecionados.

Nesse momento, deveriam participar dois alunos por turma, num total de 12(doze), escolhidos a partir da atividade para diagnóstico anteriormente aplicada. No grupo ESC1, um aluno do terceiro ano do ensino médio, previamente selecionado para essa etapa, não compareceu. Por esse motivo, os dados de nossa investigação referem-se apenas a 11(onze) sujeitos selecionados.

A referida atividade foi constituída conforme modelo que segue.

Quadro 07: Atividade de leitura e escrita aplicada aos alunos do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio.

Orientações para responder a Atividade de Leitura e escrita
I. As questões que seguem foram propostas na atividade para diagnóstico da qual você participou.
II. Utilize o espaço reservado à resolução de cada questão para escrever suas respostas de acordo com os enunciados dos problemas que seguem.
TIPO I:
Pergunta única para todos os problemas:
Como você entendeu o enunciado do problema? Escreva cada etapa que você utilizou até chegar à solução.
TIPO II:
Pergunta única para todos os problemas:
Se você não entendeu o enunciado do problema, explique o porquê de não ter entendido.

Fonte: Construído pelo autor desta dissertação. (2012).

Nessa atividade, os sujeitos selecionados explicitaram, quando possível, através da escrita, sobre a compreensão ou não dos enunciados dos problemas matemáticos anteriormente propostos na atividade para diagnóstico.

---

[26] a.Um aluno por turma que obteve bom rendimento na atividade para diagnóstico e que apresentou respostas corretas com estratégias interessantes;
b.Um aluno por turma que não obteve bom rendimento na atividade para diagnóstico e apresentou respostas confusas e incompletas.

A seleção para esta etapa obedeceu aos critérios:

a. Um aluno por turma que obteve bom rendimento na atividade para diagnóstico e que apresentou respostas corretas com estratégias interessantes foi submetido à atividade do tipo I;

b. Um aluno por turma que não obteve bom rendimento na atividade para diagnóstico e apresentou respostas confusas e incompletas foi submetido à atividade do tipo II.

.

3.2.3 Entrevista semiestruturada

Os 11 (onze) sujeitos selecionados que participaram da atividade de leitura e escrita também participaram da entrevista semiestruturada atendendo ao roteiro que segue.

Quadro 08: Entrevista aplicada aos alunos do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio

Perguntas: **QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL I**

1. O que você utilizou para encontrar a idade do capitão?
2. Como você percebeu o total de gatos que existia na casa?
3. Como você encontrou a quantia? Há como provar que no cofrinho existia essa quantia?
4. Como você encontrou a quantidade de fita necessária?

Perguntas: **NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II**

1. Explique como você entendeu o problema. Você relacionou algum dado do problema com conhecimentos matemáticos?
2. O que você entende por 25% (vinte e cinco por cento)?
3. Como calculou a idade do maquinista? Que operação matemática utilizou?

Perguntas: **TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

1. Explique como você entendeu o problema. Houve necessidade de usar a fórmula da área do quadrado e do círculo?
2. Como os dados do enunciado ajudaram a encontrar a resposta?
3. Explique como você entendeu o problema. Em que informações você se fundamentou para afirmar a idade do ascensorista?

Fonte: Construído pelo autor desta dissertação. (2012).

Na entrevista também foram coletadas informações sobre a compreensão ou não dos sujeitos sobre os enunciados dos problemas que constituíram a atividade para diagnóstico e a atividade de leitura e escrita. A intenção que se teve nesse momento foi investigar como os sujeitos utilizaram os recursos da língua materna para interpretar os enunciados dos problemas matemáticos e como relacionaram elementos das linguagens envolvidas até chegar à solução do problema.

As entrevistas foram gravadas em áudio, com tempo médio de seis minutos por sujeito entrevistado e transcritas integralmente pelo pesquisador. As entrevistas foram realizadas em diferentes momentos, atendendo à disponibilidade da escola, dos sujeitos participantes e da equipe pedagógica.

Todas as atividades foram acompanhadas pela coordenação pedagógica da escola e autorizadas pelos pais ou responsáveis pelos sujeitos participantes da pesquisa.

3.2.4 Documentos

Os planos de curso da disciplina matemática referentes às séries envolvidas na investigação tiveram como utilidade auxiliar na delimitação dos conteúdos a serem trabalhados nas atividades e entrevistas aplicadas aos alunos e, posteriormente, aos sujeitos da pesquisa.

Os documentos consultados foram:

a. plano de curso da disciplina matemática do quinto ano do ensino fundamental I;
b. plano de curso da disciplina matemática do nono ano do ensino fundamental II;
c. planos de curso da disciplina matemática do terceiro ano do ensino médio;

Para melhor visualização dos documentos observar Anexo C.

3.3 Procedimentos para análises dos dados

Entender o significado de um registro matemático requer o conhecimento de elementos conceituais e elementos de linguagens bem peculiares, pois, para D’Amore (2007, p.248) “a Matemática desenvolveu uma espécie de língua particular para transmitir o seu pensamento”. Por essa razão, acredita-se na necessidade de o aluno usar o português específico e instrumental necessário à compreensão da linguagem matemática.

Compreender o processo de interação entre a linguagem matemática e a língua materna é algo muito singular, pois se por um lado temos que entender a língua particular da matemática, por outro, precisamos compreender o significado do registro produzido, o que, supostamente, requer conhecimentos da língua natural[27] para uma análise mais detalhada. Nesse sentido, o uso do método de análise de conteúdo é de grande relevância, visto que a possibilidade do pesquisador fazer inferências é um recurso de grande utilidade (FRANCO, 2008, p. 24). Nesse aspecto, para que o conteúdo explícito e/ou implícito revelado nos registros produzidos por um sujeito possa ser bem interpretado, no sentido de que os resultados tenham relevância para a investigação, também é fundamental considerar os contextos nos quais as mensagens foram produzidas, sejam elas verbais (oral ou escrita), figurativas ou documentais (FRANCO, 2008, p.19).

No caso específico do nosso estudo, a análise do conteúdo teve como objetivo buscar nas mensagens explícitas e/ou implícitas nas estratégias de resolução de problemas utilizadas pelos sujeitos selecionados, elementos que pudessem ser utilizados no sentido de se construir argumentos que indicassem para a existência de relações importantes entre a linguagem matemática e a língua materna usadas para fins de compreensão de enunciados de problemas matemáticos.

As estratégias de resolução de problemas as quais nos referimos tratam dos registros representativos do tipo: desenhos, gráficos, esquemas, textos escritos etc., construídos na atividade para diagnóstico.

Também se utilizou para análises os conteúdos de textos escritos produzidos na atividade de leitura e escrita e conteúdos verbais coletados nas entrevistas, instrumentos de coleta de dados aplicados aos 11 (onze) sujeitos selecionados.

Os conteúdos referentes às estratégias construídas na atividade para diagnóstico, aos textos construídos na atividade de leitura e escrita e às informações verbais decorrentes da entrevista, todos produzidos pelos sujeitos selecionados, foram analisados, tomando-se como referência as categorias de análises, assim definidas:

a. Problemas com insuficiência de dados, estilo problema do capitão;

b. Problemas que envolvem lógica;

[27] Língua natural é uma expressão utilizada para fazer referência à língua materna.

c. Problemas que envolvem álgebra elementar;

d. Problemas que envolvem aritmética e álgebra elementar;

e. Problemas que envolvem geometria euclidiana.

Esta análise teve como objetivo, investigar nos registros produzidos pelos sujeitos se existem elementos relacionados à interação entre as linguagens, ou seja, quais estratégias de resolução de problemas matemáticos os alunos utilizaram considerando a compreensão dos mesmos sobre os enunciados.

A análise dos dados produzidos pelos sujeitos a partir dos instrumentos anteriormente anunciados foi pautada na análise de conteúdo. Segundo Bardin citado por Franco (2008, p.24), a análise de conteúdo pode ser considerada como um conjunto de técnicas de análises de comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens. [...]. A intenção da análise do conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção e de recepção das mensagens, inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não).

Para aprofundar as análises dos dados referentes às cinco categorias elencadas, num primeiro momento, foram escolhidas a partir da atividade para diagnóstico, estratégias construídas pelos sujeitos selecionados e consideradas significativas, do ponto de vista do objeto a ser investigado.

Ainda de acordo com as cinco categorias elencadas anteriormente, também foram analisados os conteúdos mais significativos selecionados a partir da atividade de leitura e escrita e entrevista, aplicadas aos sujeitos da pesquisa.

Tomou-se este caminho na intenção de identificar elementos argumentativos que pudessem contribuir para a confirmação e/ou refutação do que adotamos anteriormente como pressupostos, pois o nosso foco de análise é o processo de interação entre a linguagem matemática e a língua materna na resolução de problemas. É por essa razão que estamos interessados nos registros de representação, textos e falas produzidos pelos sujeitos, pois segundo Franco (2008, p. 16) “o que está escrito, falado, mapeado, figurativamente desenhado e/ou simbolicamente explicitado”, sempre será o marco inicial para identificar uma mensagem, seja ela explícita e/ou implícita.

Os dados coletados foram analisados de acordo com as etapas que seguem:

Primeira etapa: análise dos planos de curso

A análise dos planos de cursos da disciplina matemática das três séries envolvidas na pesquisa, ou seja, quinto e nono ano do ensino fundamental e terceiro ano do ensino médio teve como finalidade auxiliar na construção das atividades a serem aplicadas aos alunos das escolas participantes e, consequentemente, aos sujeitos da pesquisa.

Para a escolha das situações problemas constituintes da atividade para diagnóstico houve o cuidado de relacionar cada texto do enunciado a ser proposto com os conteúdos abordados nos planos de curso das séries investigadas. Nesse sentido, foi observado se o objetivo que se pretendia atingir com a aplicação de cada problema elencado na atividade para diagnóstico preservava relações com os objetivos dos planos de cursos anteriormente citados, lembrando, portanto, que o objeto de investigação desta pesquisa enfatiza a relação entre as linguagens na compreensão do pensamento matemático implícito nos enunciados dos problemas matemáticos.

Segunda etapa: análises das estratégias de resolução de problemas produzidas na atividade para diagnóstico pelos sujeitos selecionados

Num primeiro plano, esta etapa teve como objetivo selecionar os sujeitos da pesquisa, conforme critérios já elencados. Por outro lado, as estratégias construídas pelos sujeitos selecionados também foram analisadas na intenção de investigar se as mesmas indicam relações relevantes com as linguagens envolvidas que possam auxiliar na compreensão dos textos dos enunciados dos problemas propostos na atividade para diagnóstico.

Terceira etapa: análise da atividade de leitura e escrita e entrevista

Num primeiro momento esta etapa da pesquisa teve como finalidade obter informações dos sujeitos acerca dos conhecimentos de leitura e escrita da língua portuguesa, o nível de vocabulário e a capacidade de verbalização. Nesse sentido, procurou-se investigar como os 11 (onze) sujeitos selecionados utilizaram os conhecimentos da língua materna na compreensão dos enunciados de problemas matemáticos e, posteriormente, na estruturação do pensamento matemático e construção da estratégia de resolução do problema.

Num momento posterior, buscou-se investigar se a capacidade de verbalização dos sujeitos selecionados tem relevância significativa na estruturação do pensamento matemático e se o sujeito a utiliza para fazer a interação entre a língua materna e a linguagem matemática.

Quarta etapa: relacionando elementos presentes nos instrumentos de coleta de dados

Na intenção de delimitar a investigação foram definidas como elementos de análises cinco categorias de problemas.

Os resultados das análises de cada etapa foram comparados na intenção de identificar elementos que pudessem contribuir para a confirmação e/ou refutação das hipóteses levantadas.

Os resultados das análises das estratégias de resolução de problemas produzidas na atividade para diagnóstico pelos sujeitos selecionados, dos textos construídos por esses sujeitos na atividade de leitura e escrita, e das informações complementares produzidas pelos mesmos sujeitos quando participaram da entrevista, foram utilizados para uma análise comparativa, na intenção de aprofundar estudos em relação ao objeto investigado.

Vale lembrar que as representações semióticas são essenciais na construção do pensamento matemático (MACHADO, 2003, p.13). Por essa razão, ficou definido iniciar as análises pelas estratégias de resolução utilizadas pelos sujeitos selecionados. Por outro lado, os registros escritos podem auxiliar na compreensão de como se processa a matematização nos sujeitos (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.16). Nessa direção, é provável que os registros escritos também possam auxiliar na compreensão do processo de interação entre as linguagens envolvidas nos textos dos enunciados dos problemas matemáticos.

4 ANÁLISE DOS DADOS DE PESQUISA

Para dar início às análises dos dados, é relevante destacar que adotamos como pressuposto que o domínio dos conhecimentos acerca da leitura e da escrita da língua materna favorecem a compreensão da linguagem matemática, como também a interpretação dos enunciados dos problemas.

É pertinente enfatizar que os registros escritos trazem, em sua essência, informações que precisam ser compreendidas. Entender o teor das mensagens transmitidas requer conhecimento da linguagem natural. Conhecimentos estes que a partir do processo de decodificação contribuem na interpretação do que, de certa forma, possa estar implícito na mensagem do texto.

No caso da nossa investigação, procurou-se identificar mensagens relevantes registradas pelos sujeitos participantes, desde a interação dos mesmos com os enunciados dos problemas propostos, sejam elas manifestadas através de algoritmos, ou outras estratégias, quais sejam, registros representativos, do tipo: desenhos, gráficos e textos em linguagem corrente, de forma que as alternativas adotadas tenham ou não levado à compreensão e resolução do problema.

4.1 Análises dos planos de cursos

Pelas dificuldades de acesso aos planos de curso do grupo ESC2, as análises deste item estão restritas aos documentos do grupo ESC1. Por esta razão, mesmo considerando semelhanças entre os conteúdos programáticos trabalhados nos dois grupos investigados, as análises constantes neste espaço não representam a realidade do grupo denominado ESC2.

É válido acrescentar que os objetivos gerais do quinto e nono ano do ensino fundamental e terceiro ano do ensino médio encontram-se registrados nos planos de curso do grupo ESC1, conforme seguem. Os referidos objetivos também estão dispostos no Anexo C.

> Permitir ao educando um conhecimento sistemático sequenciado dos elementos e das relações que compõem o universo matemático, a fim de que o aluno possa desenvolver o raciocínio lógico, interpretando com coerência a linguagem matemática, visando a sua aplicabilidade na resolução de problemas. (ESC1, 5º ano do ensino fundamental).

> Aprender Matemática de forma contextualizada, integrada a outros conhecimentos, buscando propiciar aos alunos situações que os levem a uma motivação no querer aprender, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (ESC1, 9º ano do ensino fundamental e 3º ano do ensino médio).

Nos objetivos elencados, há indicações de que a linguagem matemática e a resolução de problemas vêm sendo enfatizadas no ensino da escola denominada de ESC1. Por outro lado, os planos não explicitam se a resolução de problemas é apenas um objetivo do ensino da matemática ou se é tratada como uma metodologia de ensino a ser adotada para fins de aprendizagem do aluno.

Cabe ressaltar que atualmente, no ensino, é preconizado que o professor provoque no aluno o interesse por descobertas. Tal interesse, certamente, só será despertado se algumas adaptações forem implementadas na prática pedagógica através de escolhas cuidadosas das questões a serem trabalhados, e, a partir das discussões realizadas sobre os problemas, o aluno possa ser incentivado a falar, agir e refletir, enfim, a buscar respostas para as suas indagações (BROUSSEAU, apud FREITAS, 2008, p.84). Dessa forma, o aluno entende que o problema foi escolhido para que ele possa aprimorar os conhecimentos, que servirão como base na aquisição de conhecimentos novos, fundamentais para o seu amadurecimento e crescimento.

Sob o aspecto da aprendizagem, os planos de cursos apontam a possibilidade de preocupação com a compreensão, com a contextualização, com as linguagens envolvidas nesse processo e, com a questão da generalização. Fato que, supostamente, pode acenar para viabilização de discussão e construção de padrões na resolução de problemas matemáticos.

Quanto ao conteúdo programático abordado observa-se que o plano de curso do quinto ano do ensino fundamental I, faz referência os conteúdos relacionados ao campo da aritmética, com pouca ênfase à álgebra e à geometria. Já no nono ano do ensino fundamental II, a álgebra tem o seu espaço ampliado, enquanto que a geometria aparece de forma um tanto incipiente. O campo da geometria chega a ter destaque especial no plano de curso do terceiro ano do ensino médio, enfatizando, quase que na totalidade, a geometria euclidiana e a geometria analítica.

De acordo com as propostas enfatizadas nos planos de cursos, não há nenhum elemento que caracterize inovação ou retrocesso quanto às concepções de ensino. Pelo que está exposto nos referidos planos, é perceptível que os mesmos não transmitem clareza quanto às concepções curriculares adotadas nas instituições investigadas.

4.2 Análises da atividade para diagnóstico

4.2.1 Estratégias de resolução de problemas, com ênfase à compreensão de enunciados de questões propostas no âmbito da matemática

O foco de discussão, aqui, trata das estratégias de resolução de problemas matemáticos, produzidas pelos onze sujeitos selecionados. Nosso interesse é investigar como as referidas estratégias traduzem a compreensão desses sujeitos em relação aos textos dos enunciados dos problemas propostos. Nessa direção, passaremos a analisar registros de representação[28] considerados significativos, pela importância de seus conteúdos para identificação de elementos que apontem para a interação entre a língua materna e a linguagem matemática. Nesse sentido, intencionamos investigar como os sujeitos selecionados utilizam os conhecimentos dessas linguagens na compreensão dos enunciados.

Na intenção de compreender como essa interação se processa, seguem as análises de registros representativos, construídos pelos sujeitos da pesquisa quando da resolução dos problemas apresentados na atividade diagnóstica.

Para facilitar a compreensão, as análises foram realizadas conforme as categorias[29] de análises anteriormente elencadas e conforme roteiro a seguir:

---

[28] Para efeito das análises constantes nesta investigação denominamos de registro de representação as estratégias do tipo: desenhos, gráficos e esquemas utilizados pelos sujeitos nas resoluções dos problemas propostos.

[29] Categorias de análises: I. Problemas com insuficiência de dados, estilo problema do capitão; II. Problemas que envolvem lógica; III. Problemas que envolvem álgebra elementar; IV. Problemas que envolvem aritmética e álgebra elementar; V. Problemas que envolvem geometria euclidiana.

4.2.1.1 Problemas com insuficiência de dados, estilo problema do capitão

4.2.1.1.1 Quinto ano do ensino fundamental I

Quadro 09: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 01. Em um navio há vinte e sete carneiros e doze cabras. Qual a idade do capitão?

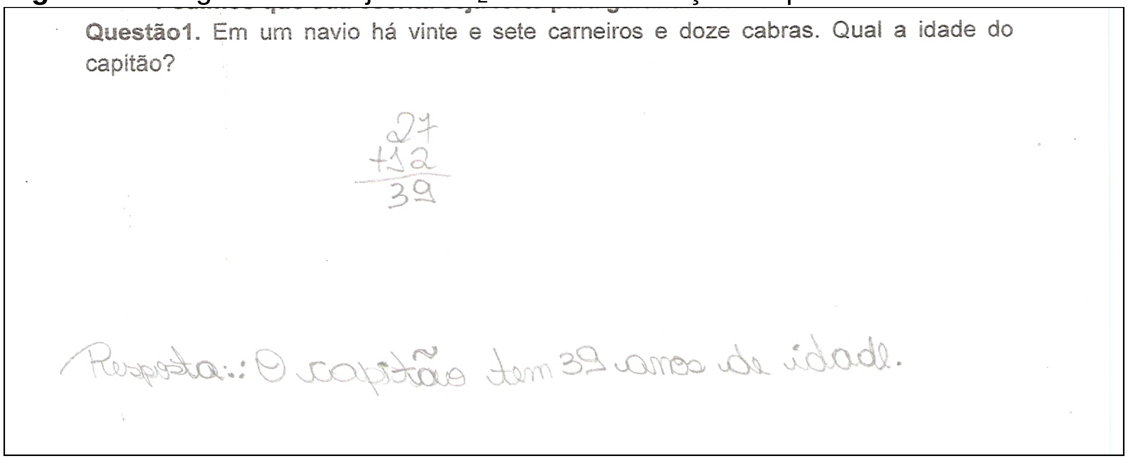
Fonte: Adaptado do texto Contrato Didático, (SILVA, 2008, p.55).

No problema 01 é solicitado do aluno conhecimento de leitura e compreensão de textos, pois, há necessidade de que o mesmo compreenda o enunciado, para que a partir da compreensão, se estabeleça um plano de ação visando uma tomada de decisão quanto a uma provável solução (POLYA, 2006, p.4).

Observando os registros apresentados na figura 01, pode-se depreender que na tentativa de encontrar a idade do capitão o sujeito $S5^{\underline{0}}_{2}$ usou um algoritmo[30], configurado pela operação da adição dos números que representavam as quantidades de carneiros e cabras. Nesse sentido, as mensagens registradas por esse sujeito deixam subentendido que, para ele, na resolução de um problema matemático o cálculo pode ser indispensável.

[30] Consideramos algoritmos todos os estilos de procedimentos que envolvam cálculos.

Figura 01: Registros do sujeito $S5^{0}_{2}$ sobre a resolução do problema 01.


Questão1. Em um navio há vinte e sete carneiros e doze cabras. Qual a idade do capitão?

27
+12
39

Resposta: O capitão tem 39 anos de idade.

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

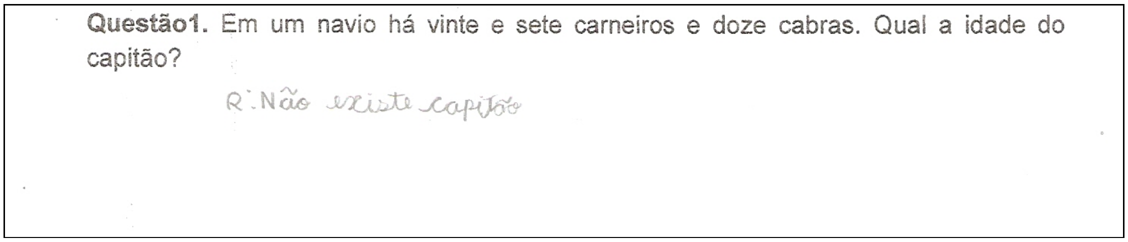
Nas mensagens produzidas pelo sujeito $S5^{0}_{2}$ há indicações de que as dificuldades de compreensão de elementos da língua materna presentes no texto do enunciado, bem como, as relações dessa com as informações transmitidas em linguagem matemática, podem ter contribuído para que o mesmo não tenha percebido que no problema em cheque há insuficiência de dados. O que pode tê-lo induzido a adotar o algoritmo como o caminho, considerado, mais adequado para se chegar a uma suposta solução, quando disse:

> O capitão tem 39 anos de idade.

As informações resultantes dos registros escritos por esse sujeito deixam índicos de que o contrato didático[31] estabelecido ao longo de sua vida escolar pode ter priorizado o uso de algoritmos em detrimento ao uso de estratégias de leitura e compreensão de textos de enunciados de problemas matemáticos.

[31] Contrato didático é um conjunto de regras, em sua maioria implícitas, que os sujeitos de uma relação didática, ou seja, aluno e professor devem prestar conta um ao outro (BROUSSEAU apud SANTOS, 2008, p.50).

Figura 02: Registros do sujeito $S5^{0}_{1}$ sobre a resolução do problema 01.


Questão1. Em um navio há vinte e sete carneiros e doze cabras. Qual a idade do capitão?

R: Não existe capitão

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Ainda em relação ao problema do capitão, o sujeito $S5^{0}_{1}$ afirma:

> Não existe capitião.

A reposta desse sujeito indica que ele percebeu a essência do enunciado, quando afirmou que não existe capitão. Dessa forma, há indicações de que o bom domínio da língua materna pode ter contribuído na percepção de uma provável armadilha deixada pala influência dos números.

4.2.1.1.2 Nono ano do ensino fundamental II

Quadro 10: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 03. Imagine que você seja o maquinista de um trem que partiu da estação ferroviária localizada no centro de Maceió-AL, com 20 pessoas, das quais, 10 são jovens, e as demais formam um grupo de dois casais de idosos acompanhados de seis crianças. Em seguida, pára na estação de Bebedouro e descem 3 jovens e entram 8 senhoras. Mais adiante, na estação de Fernão Velho, descem 4 jovens e sobem 11 componentes de um grupo de pastoril, folguedo típico do Estado de Alagoas. Sabendo-se que até a estação ferroviária de Lourenço de Albuquerque, localizada na cidade de Rio Largo-AL, destino final do percurso, houve apenas mais uma parada, provavelmente na cidade de Satuba-AL, onde subiu um grupo de forró composto por 4 membros, e que o trem chegou ao destino final com apenas 16 pessoas, qual é a idade do maquinista?

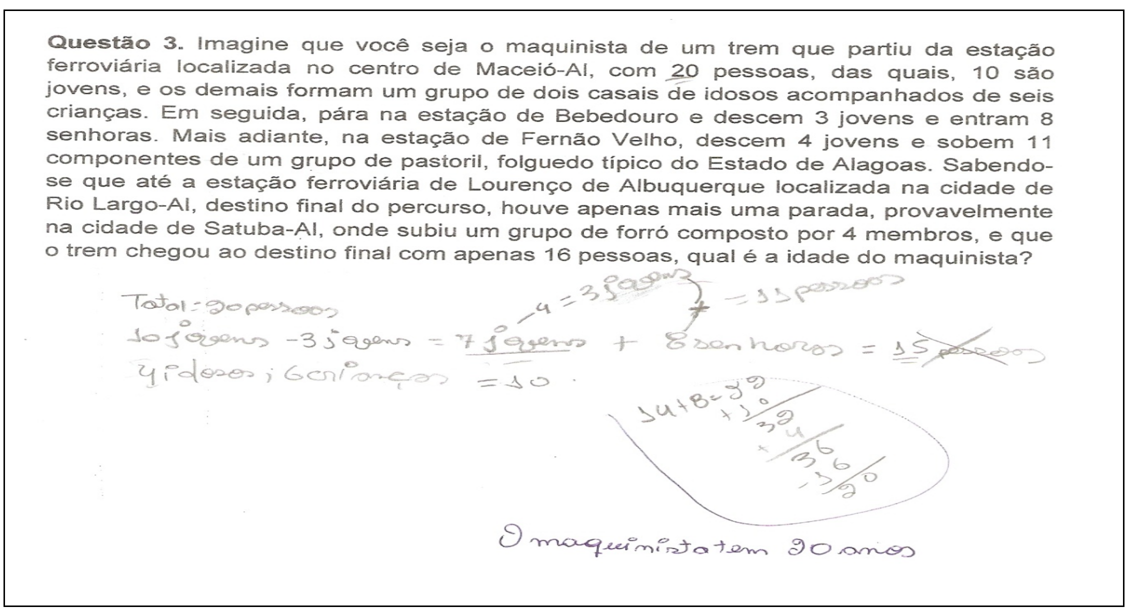
Fonte: Construído pelo autor desta dissertação. (2012).

O problema, ora em discussão, trata de um texto matemático carregado de informações numéricas que precisam ser interpretadas no sentido de se perceber que os dados constituintes dessa questão não são suficientes para se responder ao que foi proposto. Isto nos leva a acreditar que a boa leitura auxilia na seleção das informações que levaria o aluno a uma tomada de decisão, fato que pode evidenciar a necessidade de domínio de uma linguagem mínima na resolução de problemas matemáticos (PAIS, 2008, p.37).

Apesar da insuficiência de dados, os registros da figura 03 demonstram que o sujeito $S9^{\underline{0}}_{4}$ procurou solucionar o problema através de um algoritmo constituído de operações aritméticas elementares, tentando relacionar os números referentes às informações dadas com a idade do maquinista, não conseguindo obter êxito em sua resposta, ao afirmar:

O maquinista tem 20 anos.

$S9^{\underline{0}}_{2}$ **Figura 03:** Registros do sujeito sobre a resolução do problema 03.


Questão 3. Imagine que você seja o maquinista de um trem que partiu da estação ferroviária localizada no centro de Maceió-Al, com 20 pessoas, das quais, 10 são jovens, e os demais formam um grupo de dois casais de idosos acompanhados de seis crianças. Em seguida, pára na estação de Bebedouro e descem 3 jovens e entram 8 senhoras. Mais adiante, na estação de Fernão Velho, descem 4 jovens e sobem 11 componentes de um grupo de pastoril, folguedo típico do Estado de Alagoas. Sabendo-se que até a estação ferroviária de Lourenço de Albuquerque localizada na cidade de Rio Largo-Al, destino final do percurso, houve apenas mais uma parada, provavelmente na cidade de Satuba-Al, onde subiu um grupo de forró composto por 4 membros, e que o trem chegou ao destino final com apenas 16 pessoas, qual é a idade do maquinista?

Total: 20 pessoas
10 jovens − 3 jovens = 7 jovens + 8 senhoras = 15 ~~pessoas~~
−4 = 3 jovens + = 15 pessoas
4 idosos; 6 crianças = 10
O maquinista tem 20 anos

Fonte: Atividaes aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Este fato deixa indicações de que o referido sujeito, provavelmente, não conseguiu compreender o texto do enunciado, como também pode ficar subentendido que esse sujeito tem a concepção de que resolver problemas matemáticos sempre deve estar relacionado a uma solução numérica, e, que nesse aspecto, sempre deve aplicar um algoritmo para se obter a solução. Dessa forma, a lógica do contrato didático, segundo a qual um problema deve ter uma e uma só resposta vigora para que tal resposta possa ser obtida usando todos os dados numéricos presentes no enunciado (SILVA, 2008, p.56). Estas questões podem ter contribuído para a incompreensão das linguagens envolvidas. O que pode ficar evidente que os conhecimentos da linguagem matemática dissociados da língua comum podem não produzir os sentidos necessários à compreensão, não sendo suficientes para que o sujeito possa construir um plano de resolução que proporcione êxito (POLYA, 2006, p.4).

4.2.1.1.3 Terceiro ano do ensino médio

Quadro 11: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 03. O elevador de um edifício de 10 andares parte do térreo com 4 pessoas: duas mulheres, 1 homem e uma criança. Pára no 5º andar e aí sai uma mulher e entram 3 homens. No 7º, saem 2 pessoas. Sabendo-se que houve apenas mais uma parada no 9º onde não desceu nenhuma criança e que o elevador chegou ao 10º andar com 11 pessoas, pergunta-se qual é a idade do ascensorista.

Fonte: Adaptado do texto: Contrato Didático, (SILVA, 2008, p.57).

A ideia da aplicação deste tipo de problema também teve como propósito relacionar as estratégias construídas com o possível domínio de interpretação do texto do enunciado proposto.

A figura 04 enfatiza a estratégia de compreensão utilizada pelo sujeito $S3^{0}EM_{1,}$ onde, no seu plano de ação construído há indicações de que num primeiro momento, o referido sujeito pode ter tido a intenção de adotar o algoritmo como caminho. Isto fica subentendido quando o mesmo tenta relacionar o número de cada andar do edifício com as pessoas citadas em cada um dos referidos andares.

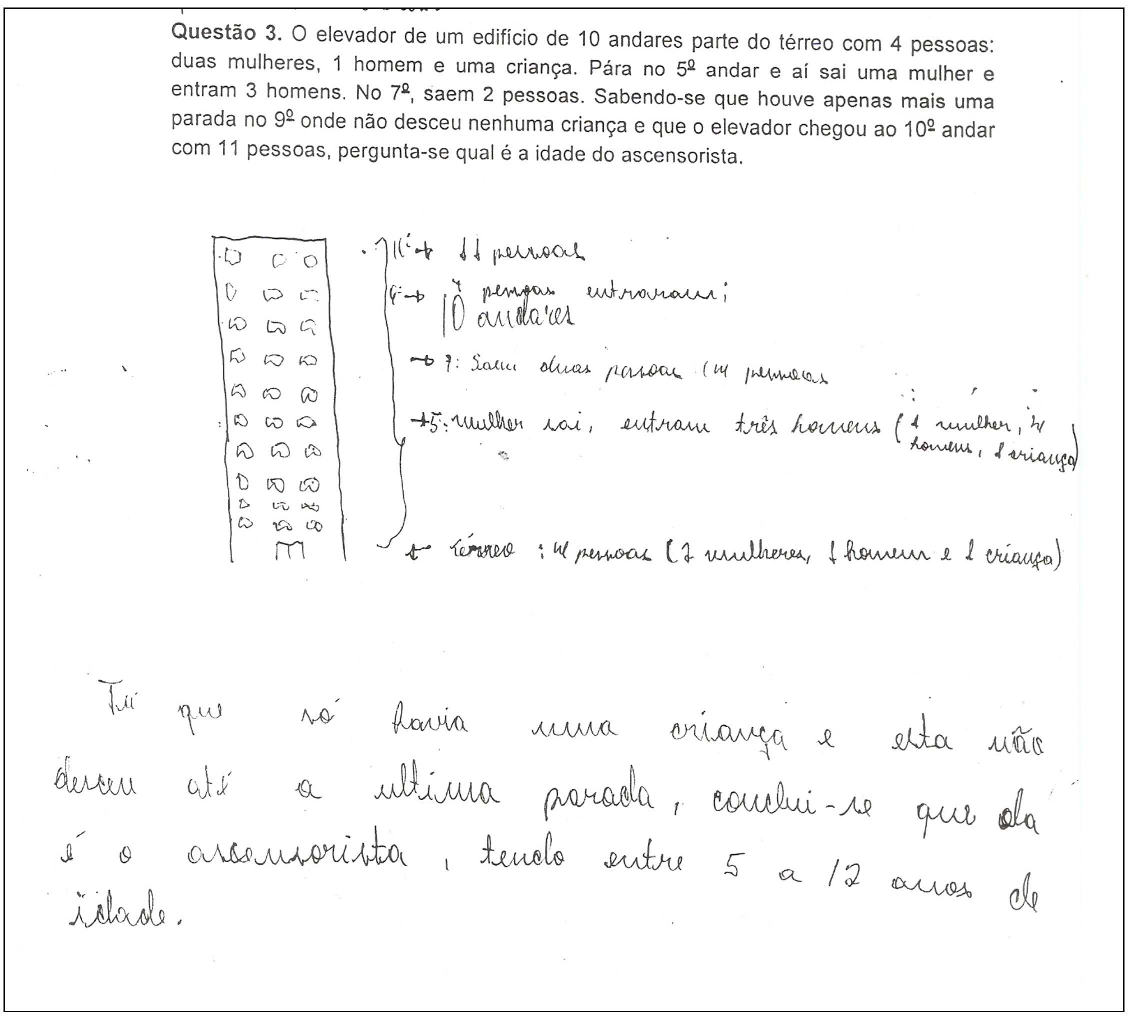
Observa-se, também, que mais adiante, o sujeito $S3^{0}EM_{1,}$ direcionou suas análises às estratégias de interpretação de texto, quando registrou:

> Já que só havia uma criança e esta não desceu até a última parada, conclui-se que ela é o ascensorista, tendo entre 5 e 12 anos de idade.

Apesar do esforço, o referido sujeito não obteve sucesso. Isto talvez, pela falta de coerência na interpretação das informações dadas, pois o mesmo também não percebeu que o problema também trata de insuficiência de dados.

Conforme já enfatizado em nossas discussões, a resolução de problemas matemáticos exige algumas competências, entre elas, a exigência de uma linguagem mínima (PAIS, 2008, p.37). A falta de tal competência pode interferir na capacidade de percepção de relações importantes entre as informações do texto do enunciado e a pergunta a ser respondida.

Figura 04: Registros do sujeito S3ºEM$_1$ sobre a resolução do problema 03.

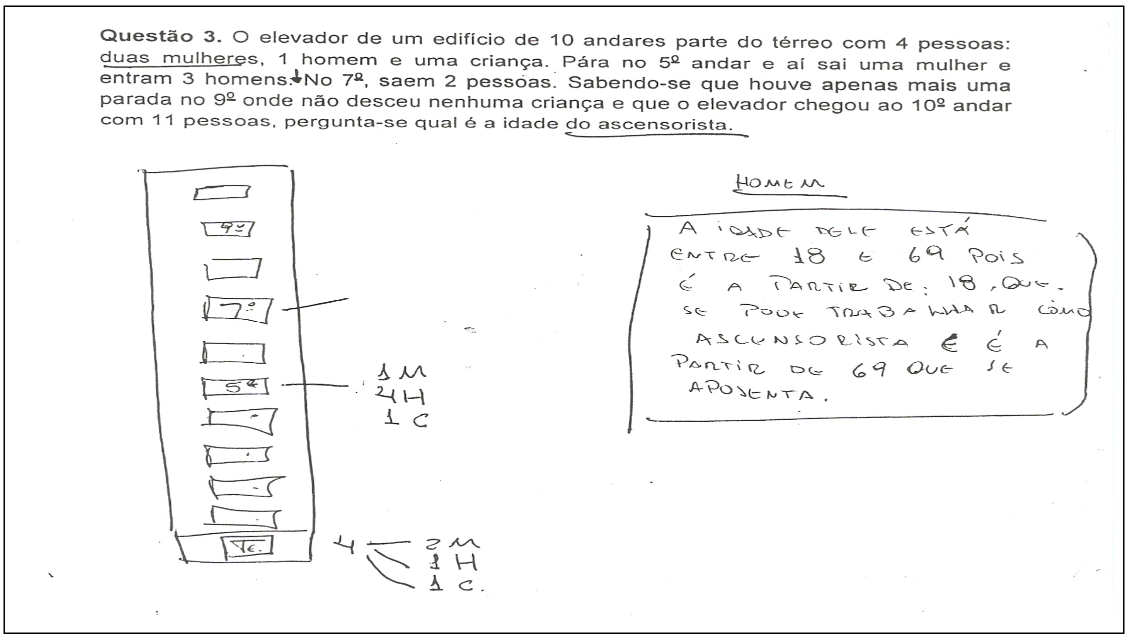


Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Além disso, as dificuldades de compreensão do enunciado também podem ter contribuído para o sujeito acreditar que se existem números, estes devem ser usados para se encontrar a solução do problema, pois, toda resolução de problema matemático deve ter cálculos.

A figura 05 trata da estratégia utilizada pelo sujeito $S3^{\underline{o}}EM_4$ na intenção de compreender a proposta do enunciado.

Figura 05: Registros do sujeito $S3^{\underline{o}}EM_4$ sobre a resolução do problema 03.


Questão 3. O elevador de um edifício de 10 andares parte do térreo com 4 pessoas: duas mulheres, 1 homem e uma criança. Pára no 5º andar e aí sai uma mulher e entram 3 homens. No 7º, saem 2 pessoas. Sabendo-se que houve apenas mais uma parada no 9º onde não desceu nenhuma criança e que o elevador chegou ao 10º andar com 11 pessoas, pergunta-se qual é a idade do ascensorista.

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Os registros produzidos deixam indícios de que o sujeito $S3^{\underline{o}}EM_4$ também procurou levantar algumas informações na intenção de aplicar algum tipo de algoritmo. Por outro lado, também há indicações de que o sujeito percebeu incoerência no plano de resolução adotado, optando por concluir, através da afirmação:

> A idade dele está entre 18 e 69 anos, pois é a partir de dezoito que se pode trabalhar como ascensorista e, é a partir de 69 que se aposenta.

4.2.1.1.4 Considerações acerca dos problemas

Independentemente do nível dos sujeitos investigados, os registros produzidos pela maioria quanto aos problemas com insuficiência de dados, deixam indícios de que na interação dos sujeitos com os enunciados pode ter havido insuficiência na interpretação do texto, pois os registros apresentados por eles podem sinalizar que os mesmos recorrem a outros recursos para auxiliar na interpretação. Também há indícios de que a falta de domínio dos conhecimentos de leitura pode ter induzido os sujeitos a utilizar estratégias de resolução equivocadas, pois, “a exigência de uma linguagem mínima, quer seja para a compreensão de textos ou para a própria expressão de uma ideia” é competência necessária à resolução de problemas (PAIS, 2008, p.37). Nesse aspecto, incoerências nas informações, geralmente, podem contribuir para que o sujeito que não tenha um bom conhecimento das linguagens envolvidas no texto do enunciado possa acreditar que o algoritmo é o melhor caminho para se chegar a uma provável solução.

Como o foco principal da resolução de problemas é a compreensão, e esta se inicia no “dar sentido” a partir de uma reflexão das ideias explícitas e/ou implícitas no enunciado, há indicações de que faltou aos sujeitos “pensar sobre” o enunciado, para então investigar a existência de coerência entre as informações dadas e a pergunta a ser respondida, o que, supostamente, seria necessário a compreensão dos elementos das linguagens envolvidas, no caso específico dessa investigação, a linguagem corrente e a linguagem matemática (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.223).

4.2.1.2 Problema que envolve lógica

4.2.1.2.1 Quinto ano do ensino fundamental

Quadro 12: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 02. Numa casa há quatro cantos, em cada canto há um gato, cada gato vê três gatos. Qual o total de gatos que existem na casa?

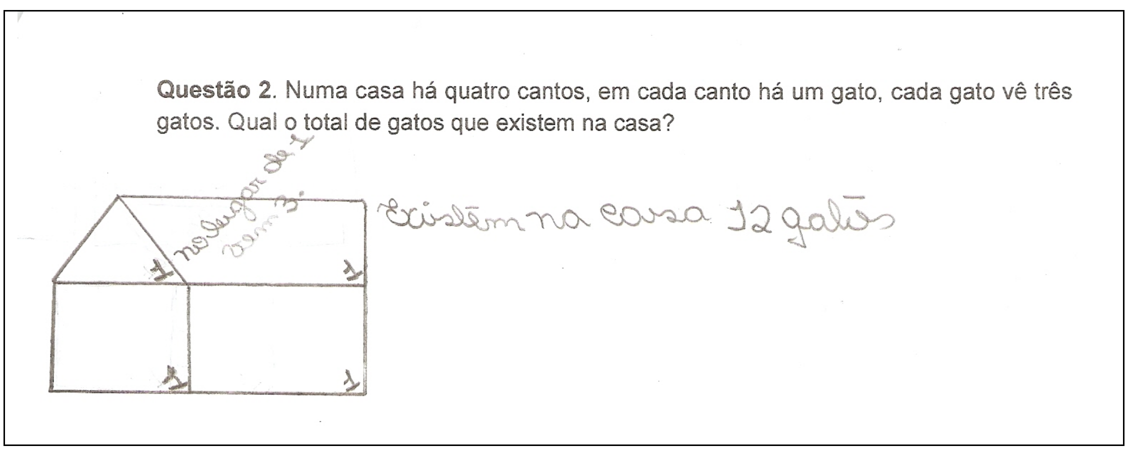
Fonte: Adaptado do livro Problemas? Mas que Problemas?! Estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. (CARVALHO, 2007, p.21).

Na situação problema em evidência, considerada de fácil compreensão para os que dominam as linguagens envolvidas no texto do enunciado, houve relatos que podem evidenciar dificuldades de interpretação.

A figura 06 trata do registro construído pelo sujeito $S5^{\underline{0}}_{4}$, que, buscando elementos que pudessem auxiliar na sua compreensão, recorreu a um desenho como estratégia.

Analisando o registro produzido é perceptível incoerências entre o esquema construído e o resultado encontrado. Nesse aspecto, podemos inferir que o sujeito teve dificuldades de relacionar as informações numéricas com o contexto, mesmo tendo representado a situação proposta.

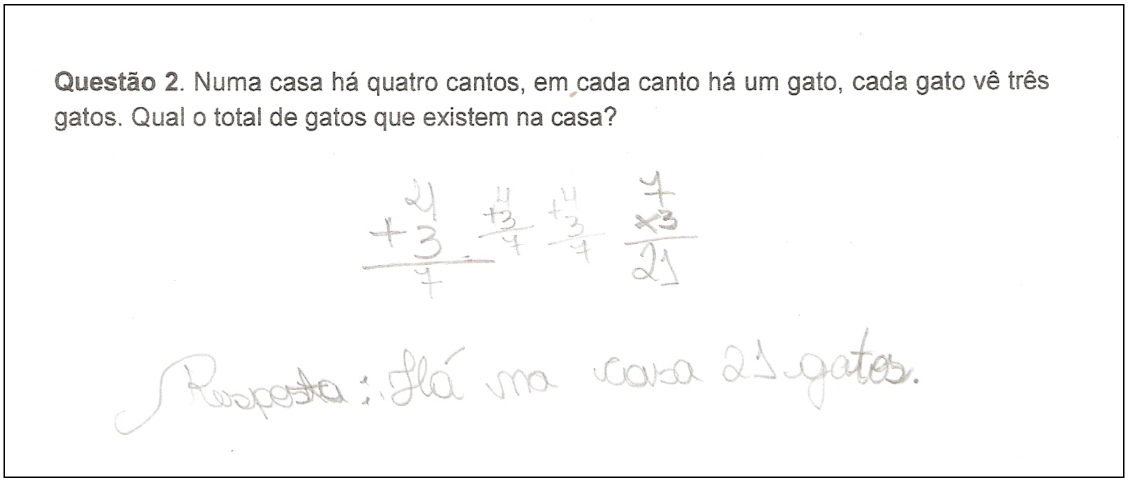
Figura 06: Registros do sujeito $S5^{\underline{0}}_{4}$ sobre a resolução do problema 02.



Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Os registros da figura 07, construídos pelo sujeito $S5^{\underline{0}}_{2}$, também podem indicar dificuldades de compreensão de significados relacionados à língua materna.

Figura 07: Registros do sujeito $S5^{0}_{2}$ sobre a resolução do problema 02.



Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

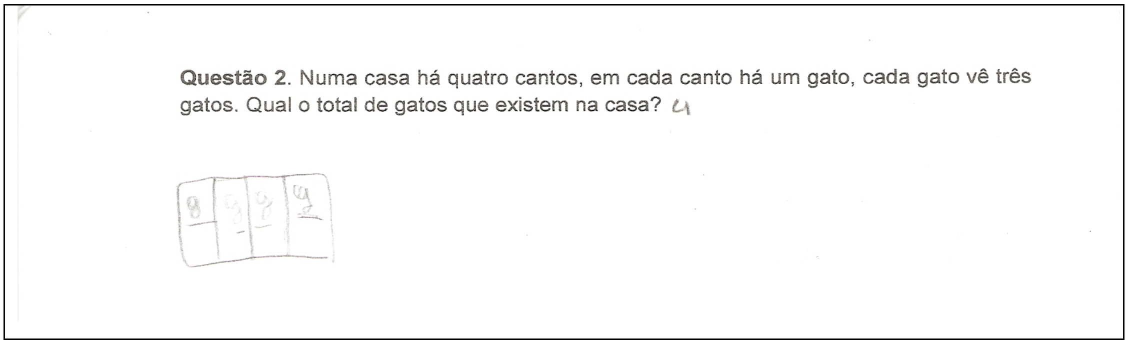
Esse sujeito, talvez por não ter conseguido relacionar a palavra canto com o verdadeiro sentido transmitido através do texto do enunciado proposto, recorreu de imediato às operações da adição e da multiplicação, explicitando, talvez, muito pouca, ou quase nenhuma relação contextual, chegando a afirmar:

Há na casa 21 gatos.

A palavra canto, explicitada no problema dando sentido de lugar ou espaço da casa, pode ter contribuído na incompreensão da “ideia intuitiva de contar”.

A dificuldade de relacionar elementos da linguagem matemática aos contextos da vida real também pode ter contribuído para que esse sujeito não tenha conseguido produzir sentidos (SILVEIRA, 2005, p.89). Dessa forma, as regras formais do bom pensar, sem a possibilidade de conhecimentos contextuais, não garantem uma solução eficaz (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.30). Nessa direção, pode-se perceber que o uso de estratégias sem a compreensão do texto do enunciado também pode não ser suficiente para resolver um problema matemático.

Figura 08: Registros do sujeito $S5^{\underline{0}}_{1}$ sobre a resolução do problema 02.



Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Ainda em relação a este problema, a figura 08 indica outra forma de expressar a ideia transmitida no mesmo enunciado. Nesse caso, o sujeito $S5^{\underline{0}}_{1}$, através de sua estratégia, deixa indícios de que usou apenas noções de contagem.

4.2.1.2.2 Considerações acerca do problema

Um bom plano para se resolver um problema matemático é aquele que resultou da compreensão, pois compreender é o foco central da resolução de problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.223).

Para Carvalho (2007, p.17 e 18), recursos diversos “como desenhos, tabelas, esquemas, apoio de materiais concretos e, se for o caso, aplicando a operação, possibilita o rompimento de um trabalho linear no ensino da matemática”, o que acena para o processo de interação da linguagem matemática com a língua materna no processo de compreensão, pois, segundo Allevato e Onuchic (2004, p.222), “compreender é essencialmente relacionar” o que, nesse aspecto, fica subentendido a importância de uma suposta interação entre as linguagens envolvidas no enunciado.

4.2.1.3 Problemas que envolvem álgebra elementar

4.2.1.3.1 Nono ano do ensino fundamental II

Quadro 13: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 01. Em uma granja há galinhas e coelhos, num total de 26 cabeças e 64 pés. Quantas são as galinhas e quantos são os coelhos?

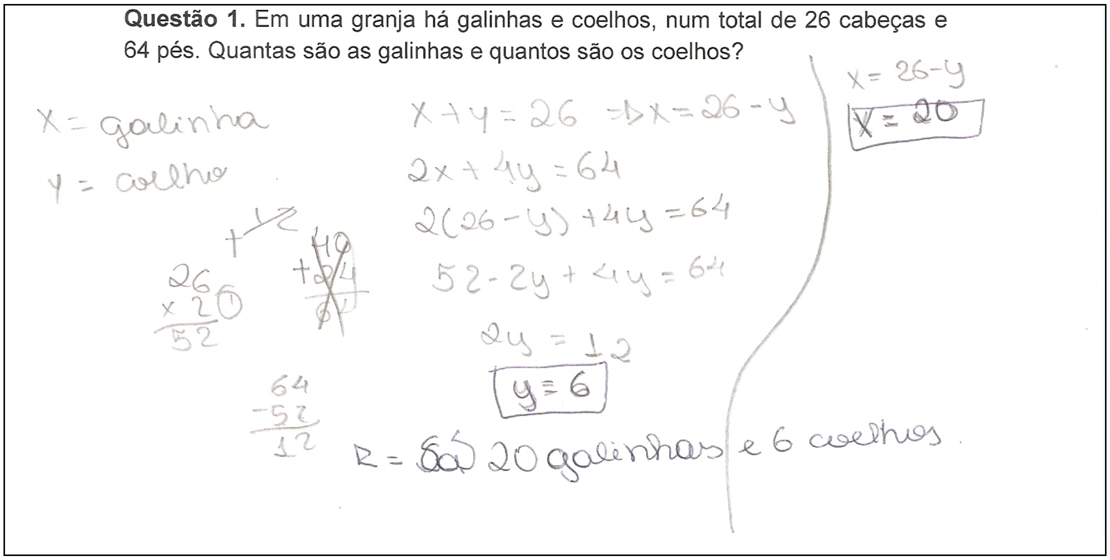
Fonte: Adaptado pelo autor desta dissertação. (2012).

Esse problema trata de um dos clássicos utilizados no ensino da matemática da educação básica, quando da necessidade de se introduzir o estudo dos sistemas de equações lineares, utilizando, nesse aspecto, o recurso de relacionar para compreender. Nessa direção, os contextos no ensino da matemática devem contribuir para consolidar a compreensão, o que, exige conhecimentos das linguagens envolvidas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.222). Do contrário, a matemática passaria a ser uma linguagem sem conteúdo, um conjunto de regras sintáticas onde o conteúdo semântico seria secundário e de pouca importância, o que deixa indicações da relevância da interação entre as linguagens no processo de compreensão do enunciado (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.36).

A seguir, faremos algumas considerações sobre duas soluções apresentadas, pois as mesmas possuem caráter significativo para o estudo em questão.

Os registros da figura 09 indicam que o sujeito $S9^{\underline{0}}_{1}$ fez opção pelos recursos da álgebra elementar, mais precisamente, os sistemas de equações lineares.

Figura 09: Registros do sujeito $S9^{o}_{1}$ sobre a resolução do problema 01.

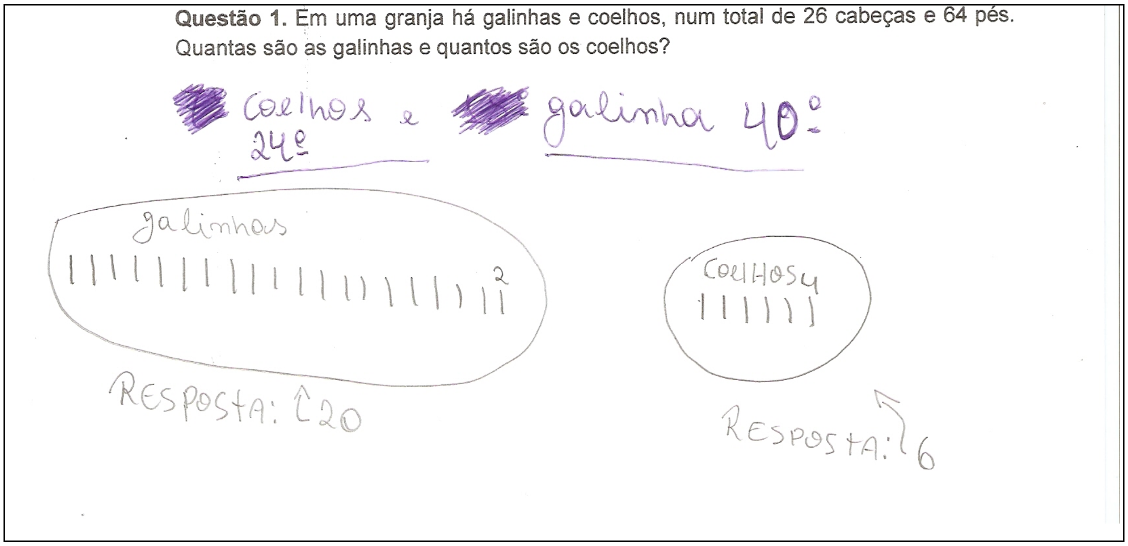


Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Pelo detalhamento da execução do plano adotado na resolução, há indicações de que o referido sujeito tem uma boa intimidade com os conhecimentos algébricos, pois, isto fica bem delineado quando fez relação da incógnita x com galinhas e y com coelhos. O que, pode-se perceber que o sujeito também conseguiu relacionar o conteúdo matemático com o contexto real, provavelmente, usando conhecimentos da linguagem matemática e da língua materna na intenção de compreender o que foi proposto no texto do enunciado.

Já o sujeito $S9^{o}_{2}$, talvez pelo desconhecimento dos conteúdos algébricos, optou por outro tipo de estratégia. Os registros através dos quais o mesmo utilizou, na figura 10, deixam indícios de que a estratégia adotada, num primeiro plano, pode indicar para o uso de tentativas.

Figura 10: Registros do sujeito $S9^{o}_{4}$ sobre a resolução do problema 01.



Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Procurando interpretar o que foi produzido pelo sujeito $S9^{o}_{4}$, fica subentendido que o esquema/gráfico foi utilizado para constituir parte do plano de ação por ele estabelecido.

A partir da análise dos conteúdos produzidos, pode-se observar que o sujeito utilizou dois esquemas gráficos, um deles para galinhas e outro para coelhos. Ao lado do esquema utilizado para fazer referência às galinhas há o algarismo 2, o que pode indicar que o sujeito fez referência à quantidade de pés que cada galinha possui. Quando o sujeito utilizou o outro esquema para fazer referência aos coelhos, relacionou com o algarismo 4, deixando indicações quanto à quantidade de patas relacionadas a cada coelho.

O fato de o sujeito $S9^{o}_{4}$ apresentar duas respostas distintas, apesar do esquema explícito na resolução, deixa indícios de que o mesmo possa não ter compreendido a mensagem implícita no enunciado.

A incompreensão das informações postas na questão pode ter dificultado no processo de relacionar elementos da língua materna com um provável conteúdo matemático, seja ele sobre noções de lógica, aritmética e/ou álgebra elementar. Nesse aspecto, as regras formais do bom pensar, sem a possibilidade de conhecimentos contextuais não garantem uma solução eficaz para um problema matemático (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.26). A dificuldade de compreensão pode estar relacionada à falta de domínio do conteúdo semântico, como também das noções básicas da álgebra elementar e da capacidade de relacionar contextos.

A estratégia usada pelo sujeito $S9^{o}_{4}$ sobre este problema revela conhecimentos precários sobre o conteúdo algébrico. Estratégia dessa natureza se espera de alunos de séries elementares e não de um aluno que está finalizando o ensino fundamental. Vale lembrar que o ensino da álgebra na educação básica ainda parece estar em estado de inércia, o que contribui para que ainda se faça pouco uso de tais conhecimentos na resolução de problemas matemáticos, nesse segmento da educação (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p.78).

4.2.1.3.2 Terceiro ano do ensino médio

Quadro 14: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 02. O nível da água em um reservatório rebaixa segundo um comportamento linear representado pela relação entre as variáveis t e V, onde t é o tempo dado em minutos e V é o volume dado em litros. A partir das observações que se iniciam com a abertura de uma torneira observa-se a relação entre as variáveis t e V, de acordo com os dados que seguem: V(0) = 500, V(1) = 490, V(2) = 480,..., V(49) =10 e V(50) = 0. De acordo com os dados do enunciado, responda: Qual o volume de água que existia no reservatório antes da torneira ser aberta? Em quanto tempo o reservatório estará completamente vazio? Qual a vazão de rebaixamento?

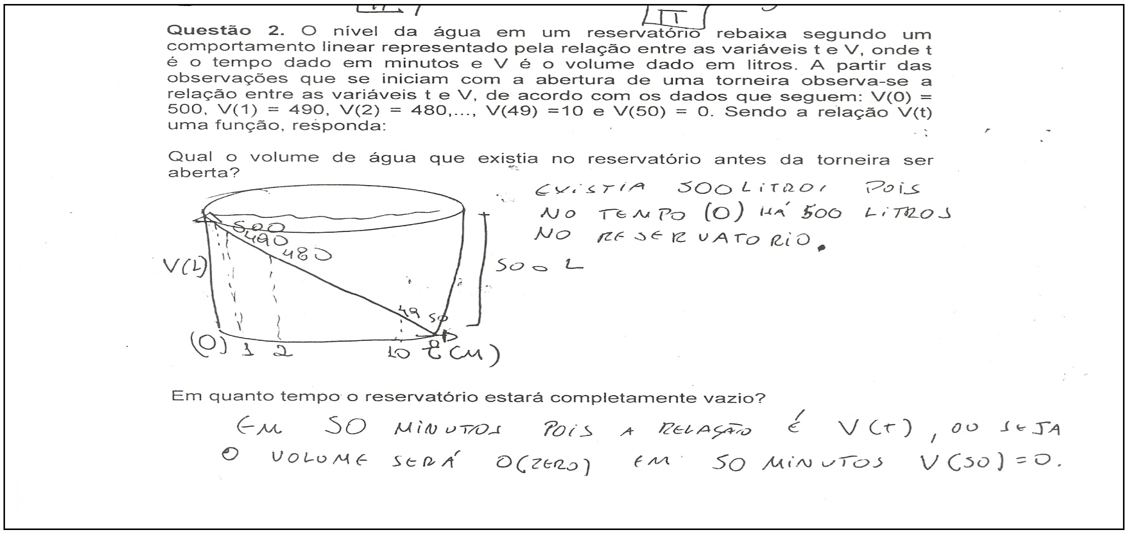
Fonte: Construído pelo autor desta dissertação. (2012).

O problema 02, em destaque, também traz clara possibilidade de relacionar a linguagem matemática a contextos da vida real, sendo necessário o domínio de significados com origem na língua comum, além de outros, com origem na linguagem matemática.

Os registros construídos pelo o sujeito $S3^{o}EM_{3,}$ na figura 11, ilustram a compreensão sobre o problema proposto.

Nos registros utilizados há indicações de que o sujeito $S3^{o}EM_{3}$ fez uso de elementos básicos do contexto da vida real presentes no enunciado. Como exemplos, a representação do reservatório e, o rebaixamento do nível da água, este último, para relacionar com o registro representativo da linguagem matemática, referente ao gráfico de uma função afim decrescente. O que, supostamente, comprova o domínio do conhecimento deste conteúdo matemático.

Figura 11: Registros do sujeito $S3^{\underline{o}}EM_3$ sobre a resolução do problema 02.


Questão 2. O nível da água em um reservatório rebaixa segundo um comportamento linear representado pela relação entre as variáveis t e V, onde t é o tempo dado em minutos e V é o volume dado em litros. A partir das observações que se iniciam com a abertura de uma torneira observa-se a relação entre as variáveis t e V, de acordo com os dados que seguem: V(0) = 500, V(1) = 490, V(2) = 480,..., V(49) =10 e V(50) = 0. Sendo a relação V(t) uma função, responda:

Qual o volume de água que existia no reservatório antes da torneira ser aberta?

EXISTIA 500 LITROS POIS NO TEMPO (0) HÁ 500 LITROS NO RESERVATÓRIO.

Em quanto tempo o reservatório estará completamente vazio?

EM 50 MINUTOS POIS A RELAÇÃO É V(T), OU SEJA O VOLUME SERÁ O(ZERO) EM 50 MINUTOS V(50)=0.

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Nos registros construídos, o sujeito $S3^{\underline{o}}EM_3$ demonstra ter conhecimentos do caráter da linearidade do fenômeno, representando a situação através de uma reta decrescente, questão que anteriormente estava implícita no texto do enunciado, e, para ser externada havia necessidade da compreensão dos pares ordenados representados através da notação de função, a exemplo, V(0) = 500. Nesse sentido, também pode-se perceber que o sujeito foi buscar elementos da linguagem matemática, ou seja, representações de pares ordenados, para compreender o problema e fundamentar as suas afirmações. Aspecto que indica que para compreender como utilizar elementos da linguagem matemática, em uma situação específica, há necessidade da compreensão de elementos de outras linguagens que podem auxiliam na interpretação do significado atribuído ao símbolo (D'AMORE, 2007, p.243). Fato que pode caracterizar a interação entre as linguagens no processo de compreensão do enunciado do problema em evidência.

4.2.1.3.3 Considerações acerca dos problemas

Para resolver um problema matemático é necessário mobilizar o conhecimento matemático. Contudo, este conhecimento quando dissociado de elementos que auxiliam na compreensão, pode não ser suficiente. Nesse contexto, sendo a compreensão o foco da resolução de problemas, há de se considerar que esta também deveria ser o foco do ensino de matemática (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.223). Nessa direção, para Silveira (2005, p.93) “compreender é construir pontes entre o novo e o já conhecido”, elementos relevantes quando se trata da necessidade de relacionar.

Por outro lado, resolver um problema matemático é utilizar recursos, ou seja, as famosas estratégias que serão fundamentais para construção do caminho a ser percorrido entre o texto do enunciado e a solução (CARVALHO, 2007, p.17 e 18). O que, supostamente, deixa em evidência a importância da interação entre as linguagens no processo de compreensão do problema.

O problema relacionado ao nono ano do ensino fundamental II poderia ser resolvido a partir de um simples recurso gráfico (esquema/desenho), de tentativas, ou, de uma forma mais específica, usando os conhecimentos de álgebra elementar, mais precisamente os sistemas de equações lineares.

Dos sujeitos elencados em nossas análises um adotou o método de sistemas de equações, o outro usou o método das tentativas.

Na realidade, as estratégias adotadas utilizam o cálculo como ferramenta. Entretanto, o sujeito que utilizou a álgebra através dos sistemas de equações conseguiu dar uma maior clareza na resolução, haja vista a possibilidade de relacionar contexto e conteúdo matemático.

Quanto ao problema proposto ao terceiro ano do ensino médio, a compreensão de significados relevantes tanto da linguagem matemática como da língua comum, implícitos no texto do enunciado, pode ser o caminho mais curto para se resolver este problema. Por outro lado, o domínio do conteúdo algébrico relacionado à teoria das funções polinomiais de grau 1, pela aproximação deste conteúdo a temas do cotidiano, pode se constituir na possibilidade de relacionar o contexto da sala de aula com o contexto da vida real, de uma forma fácil, clara e objetiva.

4.2.1.4 Problemas que envolvem aritmética e álgebra elementar

4.2.1.4.1 Quinto ano do ensino fundamental I

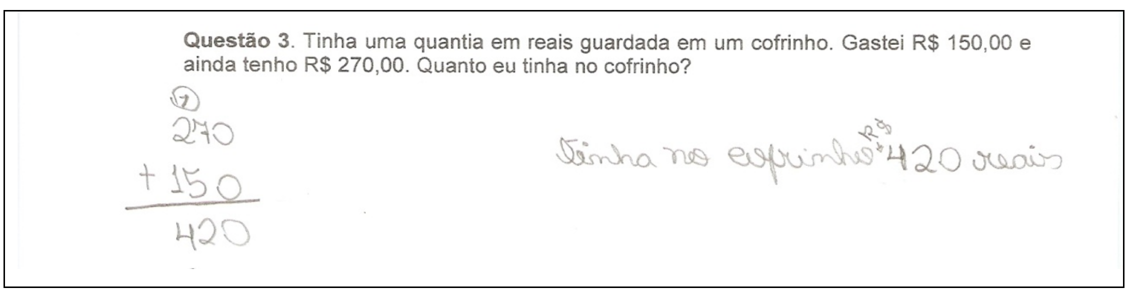
Quadro 15: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 03. Tinha uma quantia em reais guardada em um cofrinho. Gastei R$ 150,00 e ainda tenho R$ 270,00. Quanto eu tinha no cofrinho?

Fonte: Adaptado do livro Problemas? Mas que Problemas?! Estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. (CARVALHO, 2007, p.26).

Tratando do enunciado do problema 03, que envolve mudança ou transformação (CARVALHO, 2007, p.25), é importante enfatizar que a referida questão trata de um problema aditivo e que o caminho mais simples para se chegar à solução seria recorrer ao algoritmo da adição, o que está explícito através do registro construído pelo sujeito $S5^{0}_{3}$, na figura 12.

Figura 12: Registros do sujeito $S5^{0}_{4}$ sobre a resolução do problema 03.


Questão 3. Tinha uma quantia em reais guardada em um cofrinho. Gastei R$ 150,00 e ainda tenho R$ 270,00. Quanto eu tinha no cofrinho?

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Outro fato importante que podemos destacar em relação à resolução desse problema, é que também poderia ser resolvido usando elementos de álgebra elementar, pois, a quantia guardada a qual o enunciado se refere poderia ser tratada como uma incógnita.

Mesmo sabendo que no ensino fundamental I não se trabalha a linguagem algébrica, a ideia algébrica poderia ter sido percebida de forma incipiente por algum sujeito.

4.2.1.4.2 Nono ano do ensino fundamental II

Quadro 16: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 02. Uma professora ganhou ingressos para levar 25% (vinte e cinco por cento) de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

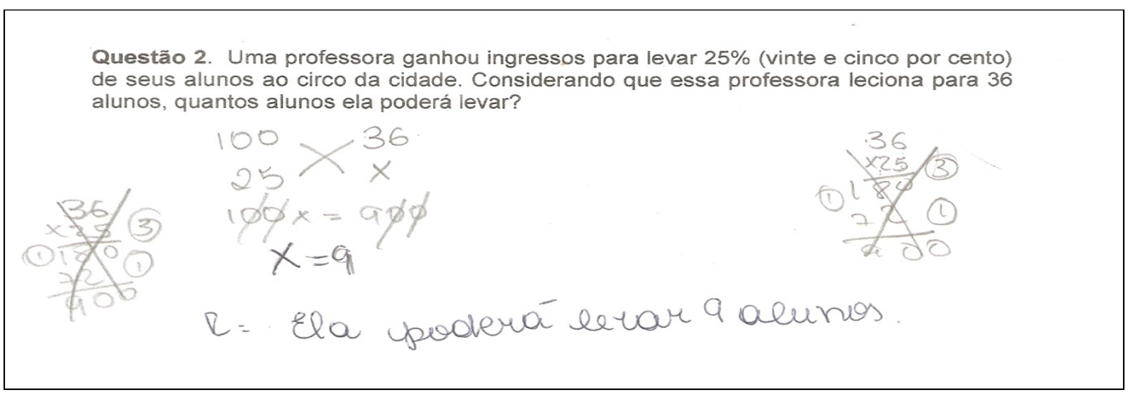
Fonte: Prova Brasil 2009.

O problema 02 trata dos conteúdos de razão e proporção.

Na realidade razão significa um quociente cujo divisor é diferente de zero. Nesse mesmo raciocínio, razão centesimal ou porcentagem também trata de um quociente, só que nesse aspecto, o divisor é igual a 100.

A figura 13 ilustra a execução do plano de resolução do sujeito $S9^{\underline{o}}_1$. Os registros produzidos podem indicar que, o referido sujeito preferiu relacionar as informações do enunciado com os conhecimentos de regra de três simples.

Figura 13: Registros do sujeito $S9^{\underline{o}}_1$ sobre a resolução do problema 02.



Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Apesar de apresentar um simples algoritmo, fica subentendido que o sujeito relacionou a razão centesimal com outra razão cujo divisor é uma incógnita, deixando indicações de que os conhecimentos de álgebra elementar podem não ser suficientes, mas são importantes para relacionar elementos da língua corrente com elementos da linguagem matemática na resolução de problemas.

4.2.1.4.3 Considerações acerca dos problemas

Resolver um problema, aplicando diretamente o algoritmo, não significa que se tenha compreendido.

Fazendo referência ao problema proposto ao quinto ano do ensino fundamental I há casos em que o sujeito opta pela famosa **“**conta de mais ou conta de menos**”** sem perceber os significados dessas operações em sua essência.

Há indícios de que decodificar a mensagem implícita no texto de um enunciado de um problema matemático requer, além de conhecimentos da matemática e de sua linguagem própria, bons conhecimentos de leitura. Segundo Duval (apud Machado, 2003, p.18), “a passagem de um enunciado em língua natural a uma representação em outra forma de registro toca um conjunto complexo de operações para designar os objetos”. O que, supostamente, deixa evidências quanto à necessidade da interação entre a linguagem matemática e a língua materna na resolução de problemas.

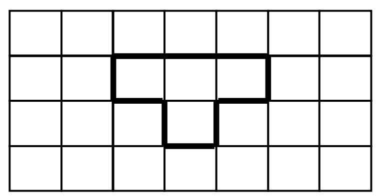
Quanto ao problema proposto ao nono ano do ensino fundamental II, os registros produzidos pelo sujeito analisado, no caso, $S9^{\underline{o}}_{1,}$ deixa fortes evidências de que o sentido dos conceitos deve ter relevância significativa na construção e execução do plano de ação que norteará a compreensão e posterior resolução do problema (PAIS, 2008, p.57).

4.2.1.5 Problemas que envolvem geometria euclidiana

4.2.1.5.1 Quinto ano do ensino fundamental I

Quadro 17: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 04. A parte destacada na malha quadriculada abaixo representa uma figura na bandeira da escola de João. Cada lado do quadradinho mede 1 metro. Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura?

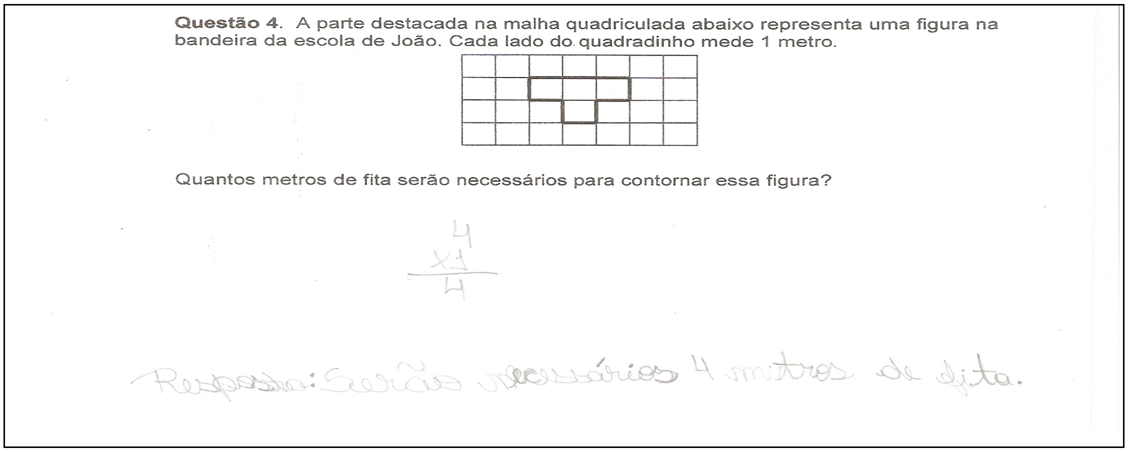


Fonte: Prova Brasil 2009.

Esse problema trata da malha quadriculada.

Os registros construídos pelo sujeito $S5^{o}_{2}$ deixam indícios de que a proposta do enunciado não foi compreendida, o que pode indicar que o sujeito não tenha se apropriado das noções básicas de contar, elementos indispensáveis para se compreender situação problema dessa natureza. A solução desse problema poderia ser obtida contando apenas os segmentos de um metro que contornavam a parte destacada da malha quadriculada.

Figura 14: Registros do sujeito S5$^{\underline{0}}_{2}$ sobre a resolução do problema 04.



Questão 4. A parte destacada na malha quadriculada abaixo representa uma figura na bandeira da escola de João. Cada lado do quadradinho mede 1 metro.

Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura?

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 1 \\ \hline 4 \end{array}$$

Resposta: Serão necessários 4 metros de fita.

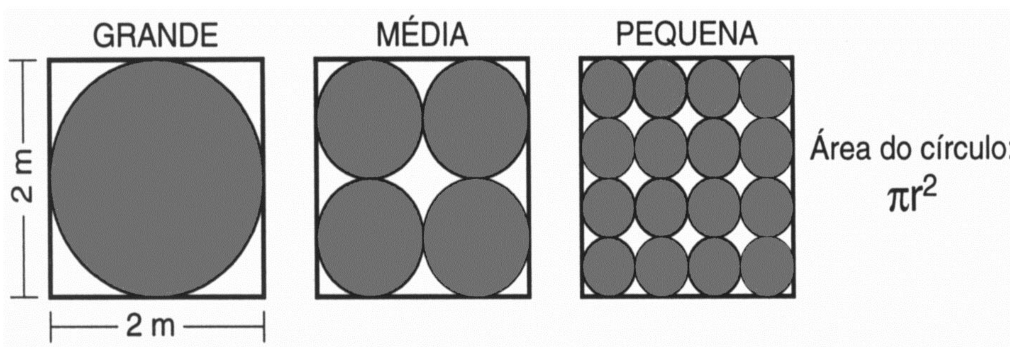
Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Também há indicações de que a dificuldade de compreensão do enunciado do problema, por parte do sujeito S5$^{\underline{0}}_{2,}$ pode estar associada ao desconhecimento de conceitos básicos de geometria plana, tais como: conceito de lado, de comprimento e de área. O que, nesse aspecto, segundo Powell e Bairral (2006, p.24) pode caracterizar “falha na compreensão matemática ou na linguagem” contida no enunciado da questão. Além disso, na atividade de resolução de problemas matemáticos o sentido dos conceitos tem relevância significativa na construção e execução do plano de ação (PAIS, 2008, p.57). Assim, a língua materna pode ser elemento relevante na busca dos sentidos que levam à compreensão.

4.2.1.5.2 Terceiro ano do ensino médio

Quadro 18: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 01. Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para uma tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, qual das três entidades recebe menos material?

Fonte: ENEM 2004.

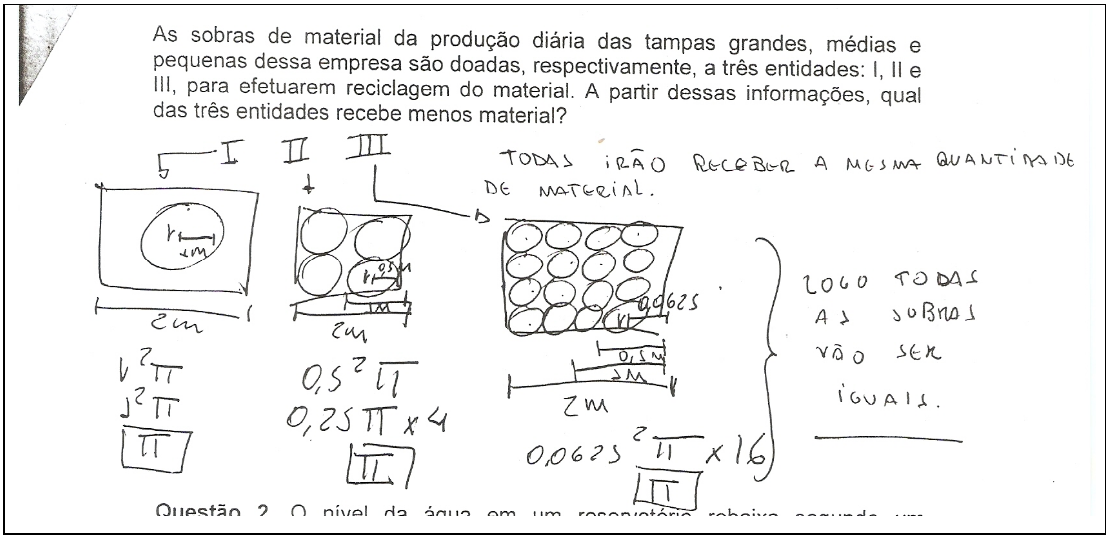
Este problema também é bem específico de geometria euclidiana plana e estabelece relações importantes com contextos reais.

Num primeiro plano, para se compreender a proposta do enunciado, talvez, fosse necessário ter domínio de alguns conceitos básicos de geometria plana.

É válido salientar que desvendar o sentido dos conceitos é um grande passo para a compreensão dos enunciados dos problemas matemáticos (PAIS, 2008, p.57).

Os registros da figura 15 ilustram a estratégia de resolução construída pelo sujeito $S3^{\underline{0}}EM_3$. Na estratégia construída, há indicações do uso do conceito básico de área, talvez, na intenção de auxiliar na compreensão da informação contida no enunciado proposto.

Figura 15: Registros do sujeito $S3^{\underline{o}}EM_3$ sobre a resolução do problema 01.



Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Através da estratégia de resolução apresentada pelo sujeito $S3^{\underline{o}}EM_3$, torna-se perceptível a relação entre os diâmetros dos círculos de cada figura geométrica apresentada, aspecto que pode demonstrar o domínio de elementos das linguagens pelo sujeito.

Quando o sujeito $S3^{\underline{o}}EM_3$ registrou em seu plano de ação:

> Todos irão receber a mesma quantidade de material. Logo, todas as sobras vão ser iguais.

Esta decisão deixa evidências de que esse sujeito, para chegar a esta conclusão, além de comparar as figuras, utilizou algoritmos para confirmar o resultado obtido.

O plano de ação estabelecido por esse sujeito sinaliza, que, mesmo sendo possível compreender o enunciado do problema a partir de outra estratégia, o cálculo pode ter o induzido à ideologia da certeza. Infere-se, assim, que para esse sujeito, a matemática é quem impõe as verdades, pois, nesse aspecto, o cálculo é incontestável (CARVALHO, 2009, p.107).

Considerando que esse sujeito tenha percebido a solução do problema a partir da relação de proporcionalidade entre as figuras apresentadas, a comparação entre o resultado obtido, quando do uso de proporções entre as figuras geométricas e o resultado obtido através do cálculo, também pode ter sido útil para auxiliar na compreensão de outros conceitos matemáticos que envolvem o problema. Este fato pode ser importante para uma aprendizagem significativa, pois, a possibilidade de relacionar é essencial à compreensão, aspecto que deveria ser o foco principal e o objetivo da resolução de problemas e do ensino de matemática (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.223).

4.2.1.5.3 Considerações acerca dos problemas

A figura utilizada para auxiliar na compreensão do enunciado do problema geométrico, aplicado no quinto ano do ensino fundamental I, mais precisamente, o problema da malha quadriculada, trata de uma representação semiótica ou registro representativo muito usual na linguagem matemática, mais especificamente, na linguagem geométrica, ou seja, os paralelogramos, em seus casos particulares, os quadrados e os retângulos.

Como cada linguagem possui suas especificidades, entendê-las em sua essência não é nada trivial, pois, para compreender como utilizar o significante em uma situação específica, há necessidade de compreensão de elementos de outras linguagens que auxiliam na compreensão do significado atribuído ao significante, razão pela qual a compreensão, de fato, de um problema, não se resume apenas à automatização de algum método sem se apropriar do conhecimento e da linguagem relacionada ao mesmo (D'AMORE, 2007, p.243).

Quanto ao problema aplicado no terceiro ano do ensino médio, observando detalhadamente as construções geométricas apresentadas e utilizando algumas noções básicas de proporcionalidade entre os diâmetros, seria possível compreender a sua essência e perceber a solução sem depender exclusivamente de algoritmos.

4.3 Análises da atividade de leitura e escrita e entrevista

4.3.1 Investigando o uso dos conhecimentos da língua materna nas modalidades oral e escrita, como instrumento para interpretação e compreensão de enunciados de problemas matemáticos

Esta etapa da pesquisa teve como finalidade aprofundar a discussão sobre a relação existente entre a compreensão do enunciado de um problema matemático e os conteúdos dos textos orais e escritos relacionados aos problemas propostos na atividade para diagnóstico. Os conteúdos foram produzidos na atividade de leitura e escrita e na entrevista, pelos sujeitos selecionados.

Entendendo que as estratégias de resolução dos problemas, produzidas pelos sujeitos na atividade para diagnóstico não seriam suficientes para concluir estudo sobre as hipóteses levantadas, também adotamos como elementos de análises, os conteúdos coletados na atividade de leitura e escrita e na entrevista.

Definimos como foco de análises os textos e as falas considerados significativos pela importância do conteúdo para identificação de elementos que pudessem indicar para a interação entre a língua materna e a linguagem matemática na resolução de problemas. Assim, buscamos investigar como se processa a interação entre a linguagem matemática e a língua materna na resolução de problemas matemáticos.

Reafirmamos que a intenção que se teve a partir desse momento foi investigar com maior profundidade como os sujeitos participantes usam os conhecimentos da língua materna na interpretação e compreensão dos enunciados de problemas matemáticos.

Na intenção de delimitar o processo de análise, adotamos o roteiro que segue. O mesmo roteiro também foi usado na análise da atividade para diagnóstico, seguindo as categorias[32] de análises anteriormente elencadas.

---

[32] Categorias de análises: I. Problemas com insuficiência de dados, estilo problema do capitão; II. Problemas que envolvem lógica; III. Problemas que envolvem álgebra elementar; IV. Problemas que envolvem aritmética e álgebra elementar; V. Problemas que envolvem geometria euclidiana.

4.3.1.1 Problemas com insuficiência de dados, estilo problema do capitão

4.3.1.1.1 Quinto ano do ensino fundamental I

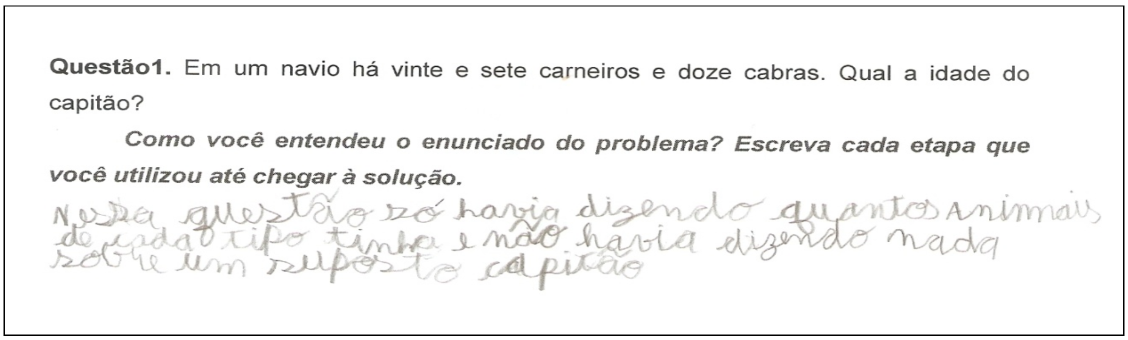
Quadro 19: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 01. Em um navio há vinte e sete carneiros e doze cabras. Qual a idade do capitão?

Fonte: Adaptado do texto Contrato Didático, (SILVA, 2008, p.55).

Os registros escritos da figura 16 e produzidos na atividade de leitura e escrita ilustram a compreensão do sujeito $S5^{0}_{1}$ sobre o problema do capitão.

Figura 16: Registros escritos pelo sujeito $S5^{0}_{1}$ sobre a resolução do problema 01.


Questão1. Em um navio há vinte e sete carneiros e doze cabras. Qual a idade do capitão?

Como você entendeu o enunciado do problema? Escreva cada etapa que você utilizou até chegar à solução.

Nessa questão só havia dizendo quantos animais de cada tipo tinha e não havia dizendo nada sobre um suposto capitão

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

O texto produzido pelo sujeito $S5^{0}_{1}$ retrata a compreensão do enunciado do problema em evidência. Há indícios de que esse sujeito tenha percebido não haver dados suficientes para se calcular a idade do capitão, quando escreveu:

> Nessa questão só havia dizendo quantos animais de cada tipo tinha e não havia dizendo nada sobre um suposto capitão.

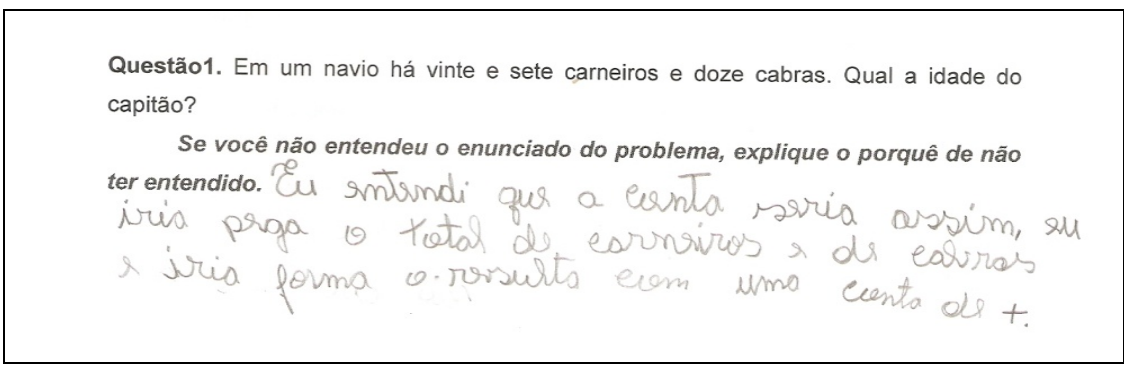
O ato de perceber está relacionado ao processo de decodificação, elemento indispensável para a busca de sentidos (SILVEIRA, 2005, p.29). A compreensão do sujeito sobre aquilo que se lê depende da capacidade de poder relacionar a informação do texto com o seu conhecimento prévio, o que nesse aspecto, fortalece a importância do processo de interação entre as linguagens envolvidas na resolução de problemas matemáticos (SILVEIRA, 2005, p.93). Nessa direção, compreender a linguagem através da qual o problema está sendo apresentado é uma atitude relevante para se escolher o caminho que possa levar a uma provável solução (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.24).

Os registros escritos apresentados na figura 17, pelo sujeito $S5^{\underline{0}}_{3}$, produzidos na atividade de leitura e escrita, também podem retratar as dificuldades de compreensão desse sujeito, em relação ao mesmo problema. Quando escreveu:

> Eu entendi que a conta seria assim, eu iria pegar o total de carneiros e de cabras e iria formar o resultado com uma conta de +.

Por meio dos registros escritos pode-se inferir que esse sujeito não percebeu a questão da insuficiência de dados, talvez pelas dificuldades de compreensão do texto do enunciado, ou ainda, por acreditar na cultura de que a resolução de um problema matemático tem que ter cálculos.

Figura 17: Registros escritos pelo sujeito $S5^{\underline{0}}_{3}$ sobre a resolução do problema 01.



Questão1. Em um navio há vinte e sete carneiros e doze cabras. Qual a idade do capitão?

Se você não entendeu o enunciado do problema, explique o porquê de não ter entendido. Eu entendi que a conta seria assim, eu iria pega o total de carneiros e de cabras e iria forma o resulta com uma conta de +.

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Perguntado aos sujeitos na entrevista: O que você utilizou para encontrar a idade do capitão? Responde o sujeito $S5^{\underline{0}}_{2}$:

> Eu juntei 27 dos carneiros e 12 das cabras, pois só tinha esse valor para dizer a idade do capitão. Eu juntei, pois não tinha outros números para juntar.

Sobre a mesma indagação, outro sujeito responde:

> A idade do capitão não tem nada a ver com carneiros e com cabras. São quantias e não são idades deles. ($S5^{\underline{o}}_{4}$).

Tais afirmações podem sinalizar para a necessidade do uso da linguagem corrente na compreensão do texto do enunciado de um problema matemático, mesmo que seja de forma incipiente.

4.3.1.1.2 Nono ano do ensino fundamental II

Quadro 20: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

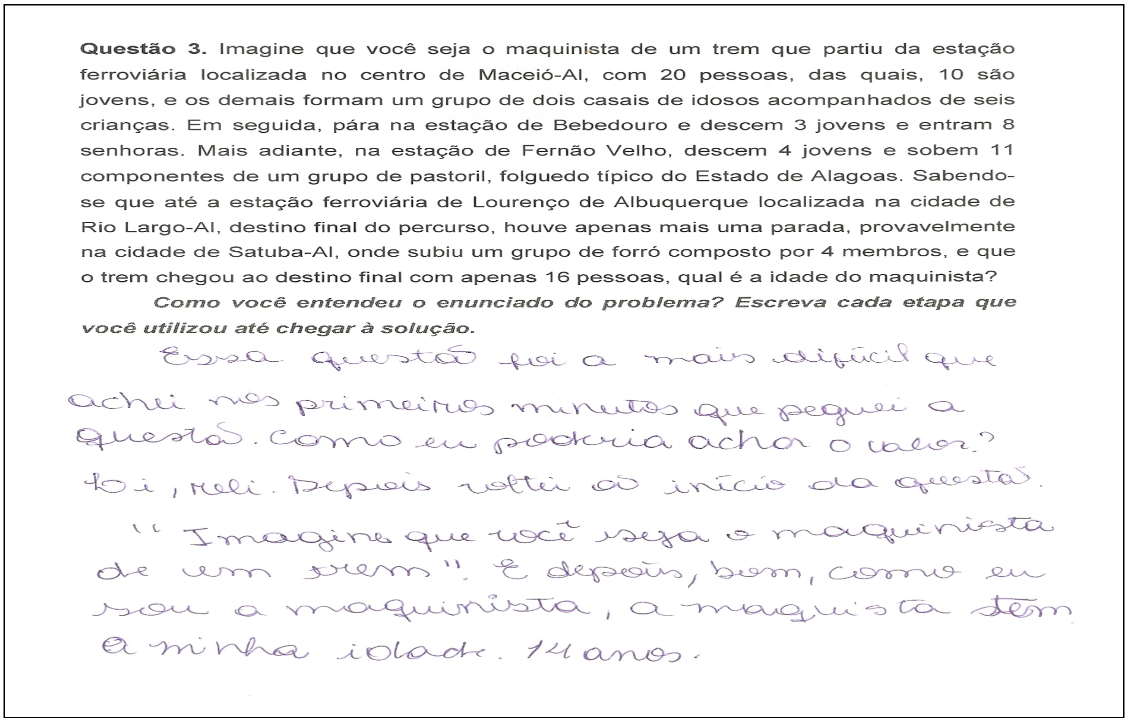
Problema 03. Imagine que você seja o maquinista de um trem que partiu da estação ferroviária localizada no centro de Maceió-AL, com 20 pessoas, das quais, 10 são jovens, e as demais formam um grupo de dois casais de idosos acompanhados de seis crianças. Em seguida, pára na estação de Bebedouro e descem 3 jovens e entram 8 senhoras. Mais adiante, na estação de Fernão Velho, descem 4 jovens e sobem 11 componentes de um grupo de pastoril, folguedo típico do Estado de Alagoas. Sabendo-se que até a estação ferroviária de Lourenço de Albuquerque, localizada na cidade de Rio Largo-AL, destino final do percurso, houve apenas mais uma parada, provavelmente na cidade de Satuba-AL, onde subiu um grupo de forró composto por 4 membros, e que o trem chegou ao destino final com apenas 16 pessoas, qual é a idade do maquinista?

Fonte: Construído pelo autor desta dissertação. (2012).

Sobre a situação problema 03, agora em destaque, os registros da figura 18, produzidos pelo sujeito $S9^{\underline{o}}_{1}$ retratam:

> Essa questão foi a mais difícil que achei nos primeiros minutos que peguei a questão. Como eu poderia achar o valor? Li, reli. Depois voltei ao início da questão. “Imagine que você seja o maquinista de um trem.” E depois, bom, como eu sou o maquinista, a maquinista tem a minha idade. 14 anos.

Figura 18: Registros escritos pelo sujeito $S9^{\underline{0}}_{1}$ sobre a resolução do problema 03.


Questão 3. Imagine que você seja o maquinista de um trem que partiu da estação ferroviária localizada no centro de Maceió-Al, com 20 pessoas, das quais, 10 são jovens, e os demais formam um grupo de dois casais de idosos acompanhados de seis crianças. Em seguida, pára na estação de Bebedouro e descem 3 jovens e entram 8 senhoras. Mais adiante, na estação de Fernão Velho, descem 4 jovens e sobem 11 componentes de um grupo de pastoril, folguedo típico do Estado de Alagoas. Sabendo-se que até a estação ferroviária de Lourenço de Albuquerque localizada na cidade de Rio Largo-Al, destino final do percurso, houve apenas mais uma parada, provavelmente na cidade de Satuba-Al, onde subiu um grupo de forró composto por 4 membros, e que o trem chegou ao destino final com apenas 16 pessoas, qual é a idade do maquinista?

Como você entendeu o enunciado do problema? Escreva cada etapa que você utilizou até chegar à solução.

Essa questão foi a mais difícil que achei nos primeiros minutos que peguei a questão. Como eu poderia achar o valor? Li, reli. Depois voltei ao início da questão. "Imagine que você seja o maquinista de um trem". E depois, bem, como eu sou a maquinista, a maquinista tem a minha idade. 14 anos.

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

A mensagem escrita deixa fortes indícios de que esse sujeito procurou fazer uso da linguagem corrente na intenção de compreender o enunciado.

Observa-se que no texto produzido na figura 18, o sujeito $S9^{\underline{0}}_{1}$ indaga a si mesmo, quando diz:

> Como eu poderia achar o valor? Li, reli.

Este ato pode subentender que foi feito o retorno ao texto na busca da compreensão.

Perguntado na entrevista: Como calculou a idade do maquinista? Que operação matemática utilizou? O sujeito $S9^{\underline{0}}_{4}$, afirma:

> Também não entendi muito bem porque eu não sabia que cálculos usar, só que eu fiz assim, somei as pessoas que ficaram e as que saíram, então a idade é 32 anos.

A referida afirmação deixa evidências sobre as dificuldades que esse sujeito tem para relacionar as informações do texto do enunciado com conteúdos matemáticos. Isto, supostamente, pode ter levado à incompreensão, induzindo o sujeito a utilizar um cálculo de forma incoerente.

4.3.1.1.3 Terceiro ano do ensino médio

Quadro 21: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 03. O elevador de um edifício de 10 andares parte do térreo com 4 pessoas: duas mulheres, 1 homem e uma criança. Pára no 5º andar e aí sai uma mulher e entram 3 homens. No 7º, saem 2 pessoas. Sabendo-se que houve apenas mais uma parada no 9º onde não desceu nenhuma criança e que o elevador chegou ao 10º andar com 11 pessoas, pergunta-se qual é a idade do ascensorista.

Fonte: Adaptado do texto: Contrato Didático, (SILVA, 2008, p.57).

Fazendo referência ao problema 03, em destaque, no registro escrito relacionado à figura 19, o sujeito S3ºEM$_3$, escreve:

> Como a questão dá ênfase a idade e o exercício não informou, não é possível obter a solução da questão.

A decisão do sujeito acena para uma questão de maturidade, apesar de ainda incipiente, sobre a importância da leitura e interpretação do texto do enunciado, no processo de resolver problemas. A percepção da insuficiência de dados pode ser uma indicação da relevância da interação entre as linguagens na resolução de problemas matemáticos.

Figura 19: Registros escritos pelo sujeito S$3^{\underline{o}}$EM$_3$ sobre a resolução do problema 03.

Questão 3. O elevador de um edifício de 10 andares parte do térreo com 4 pessoas: duas mulheres, 1 homem e uma criança. Pára no 5º andar e aí sai uma mulher e entram 3 homens. No 7º, saem 2 pessoas. Sabendo-se que houve apenas mais uma parada no 9º onde não desceu nenhuma criança e que o elevador chegou ao 10º andar com 11 pessoas, pergunta-se qual é a idade do ascensorista.

Como você entendeu o enunciado do problema? Escreva cada etapa que você utilizou até chegar à solução.

1- Como a questão de ênfase a idade e o exercício não informou, não é possível obter a solução da questão

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Quando foi proposto na entrevista: Explique como você entendeu o problema. Em que informações você se fundamentou para afirmar a idade do ascensorista?

O sujeito S$3^{\underline{o}}$EM$_1$, responde:

> Entendi que ele pede a idade do ascensorista e para isso coloca uma situação do elevador onde nele entra e sai as pessoas, entre elas homem, mulheres e uma criança. No quinto, esta não saiu, havendo possibilidade desta sair no último, pois no quinto não desceu uma criança. Sendo a idade do ascensorista. Já que só havia uma criança e esta não desceu até a última parada, conclui-se que ela é o ascensorista, tendo entre 5 e 12 anos de idade.

Esta afirmação deixa indicações de que esse sujeito pode não ter dado a importância necessária ao texto do enunciado, pois, preferiu enveredar pelo caminho das informações numéricas, ou, talvez, fazer conjecturas sobre as indagações feitas.

4.3.1.1.4 Considerações acerca dos problemas

Tomando como referência os conteúdos da atividade de leitura e escrita e entrevista semiestruturada relacionadas ao problema aplicado no quinto ano do ensino fundamental I, podemos elencar categorias como adição com as expressões “juntei” e “conta de mais”, e, falta de dados com a expressão “Acho que falta dado” e “Não tem nada a ver”.

Tratando da categoria de problemas com insuficiência de dados, mais especificamente ao que foi aplicado no quinto ano do ensino fundamental I, os sujeitos que responderam a idade do capitão desconsiderando o texto do enunciado basearam-se em palavras chaves:

> Conta de mais. ($S5^{\underline{o}}_{3}$).
>
> Juntei. ($S5^{\underline{o}}_{2}$).

Nessa direção, há indícios de que esses sujeitos não desenvolveram a capacidade de interpretação de textos de enunciados de problemas matemáticos, não tendo, portanto, desenvolvido “atos de aprender a ler e a escrever a linguagem matemática usada nas séries iniciais da escolarização”, Danyluk (1998, p.20).

Outros sujeitos levaram em conta o enunciado em sua essência e basearam-se em expressões do tipo:

> Não tem nada a ver. ($S5^{\underline{o}}_{4}$).
>
> Acho que falta dados. ($S5^{\underline{o}}_{1}$).

Quanto aos sujeitos que relacionaram com a categoria falta de dados, há indicações de que já desenvolveram certo domínio de leitura e escrita e assim conseguem fazer uma breve interação entre a linguagem matemática e a língua materna.

O fato dos sujeitos $S5^{\underline{o}}_{3}$ e $S5^{\underline{o}}_{2}$ terem relacionado o termo “juntei” e a expressão “conta de mais” com a operação da adição, deixa indícios de que nesse nível da educação básica ainda se tem a ideia equivocada, de que todo problema matemático deve ter uma solução que tem o cálculo como fundamento. Fato que fica bem evidente nas respostas dadas pelos sujeitos:

> Eu entendi que a conta seria assim: eu iria pegar o total de carneiros e de cabras e iria formar o resultado com uma conta de mais. ($S5^{\underline{o}}_{3}$).

> Eu entendi, pois já estudei adição, então: Eu juntei 27 dos carneiros e 12 das cabras, pois só tinha esse valor para dizer a idade do capitão. Eu juntei, pois não tinha outros números para juntar. ($S5^{o}_{2}$).

Tais respostas evidenciam que para esses sujeitos, a língua materna é pouco representativa na interpretação de um problema matemático. Nesse sentido, também observamos que foi dada maior importância à parte do enunciado que tratava de número. Este aspecto foi prioridade para uma tomada de decisão quanto a uma suposta operação que levasse a um resultado, sem a preocupação com o sentido concreto e bem fundamentado na proposta do texto do enunciado.

Por outro lado, os outros sujeitos selecionados procuraram buscar na mensagem do texto elementos que pudessem dar significado à pergunta. Acredita-se que estes sujeitos, por terem uma maior capacidade de compreensão, procuraram construir argumentos que auxiliassem numa interpretação mais consistente. Vejamos os argumentos registrados pelos sujeitos $S5^{o}_{4}$ e $S5^{o}_{1}$, respectivamente, na atividade de leitura e escrita e entrevista:

> A idade do capitão não tem nada a ver com carneiros e com cabras. São quantias e não são idades deles.
>
> Nessa questão só havia dizendo quantos animais de cada tipo tinha e, não havia dizendo nada sobre um suposto capitão. Aí dizia que tinha carneiros e cabras, mas não tinha dizendo nada sobre o capitão. Dizia que tinha carneiros e cabras, mas não dizia capitão com tal idade. Acho que falta dados, ou então era pra ser assim mesmo.

A clareza e concisão dos argumentos ora apresentados fazem inferir que os dados numéricos, por si só, não são suficientes para resolver um problema matemático, o que, nesse aspecto, pode-se destacar Echeverria e Pozo (1998, p.36), quando afirmam que “a matemática não pode funcionar como uma linguagem sem conteúdo, como um conjunto de regras sintáticas na qual o conteúdo semântico seria secundário ou irrelevante”. Nesse sentido é preciso que os dados numéricos estejam vinculados a outros elementos da língua materna que possam estabelecer sentidos, possibilitando uma relação de coerência entre as informações relevantes do texto e a pergunta para a qual se deseja uma resposta.

Os argumentos apresentados pelos sujeitos nas declarações que seguem, podem indicar que eles fizeram uso das informações implícitas nos enunciados que foram propostos.

> A idade do capitão não tem nada a ver com carneiros e com cabras. (S5º$_4$).
>
> Não havia dizendo nada sobre um suposto capitão. Acho que falta dados. (S5º$_1$).

Assim, pode-se pressupor que a compreensão de um problema matemático requer uma boa leitura e interpretação do texto do enunciado. Estas ferramentas são fundamentais para a estruturação do pensamento matemático.

Com relação ao problema 03, aplicado no nono ano do ensino fundamental II, os textos escritos pelos sujeitos selecionados e as afirmações advindas da entrevista indicam que a compreensão da linguagem corrente pela maioria dos sujeitos participantes pode ter auxiliado na interpretação coerente do enunciado. Vejamos as afirmações dos sujeitos:

> A maquinista tem a minha idade. 14 anos. (S9º$_1$).
>
> Era para você imaginar que era o maquinista. A idade do maquinista é 14 anos. (S9º$_2$).
>
> Então ele está perguntando quantos anos eu tenho, no caso 14 anos. (S9º$_3$).
>
> Eu não sabia que cálculos usar. Somei as pessoas que ficaram e as que saíram. (S9º$_4$).

Nos registros produzidos há indicações de que o sujeito S9º$_4$ foi o único que não percebeu a essência do texto do enunciado proposto.

Quanto ao problema 03, aplicado no terceiro ano do ensino médio, talvez pelas dificuldades de relacionar as informações dadas com a pergunta a ser respondida, alguns sujeitos da pesquisa fizeram suposições, o que pode subentender ausência de informações para responder a pergunta. Em destaque os registros dos sujeitos participantes:

> A idade deve estar entre 18 e 69 anos. (S3ºEM$_4$).
>
> Já que só havia uma criança e esta não desceu até a última parada, conclui-se que ela é o ascensorista, tendo entre 5 e 12 anos de idade. (S3ºEM$_1$).

Os problemas em discussão tratam de insuficiência de dados. Todavia, independentemente, da tipologia a qual pertença o problema, compreender a linguagem através da qual o mesmo está sendo apresentado é o ponto de partida para que se possa tomar qualquer decisão, para se estabelecer um plano de ação (ECHEVERRIA; POZO, 1998, p.24).

4.3.1.2 Problemas que envolvem lógica

4.3.1.2.1 Quinto ano do ensino fundamental I

Quadro 22: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

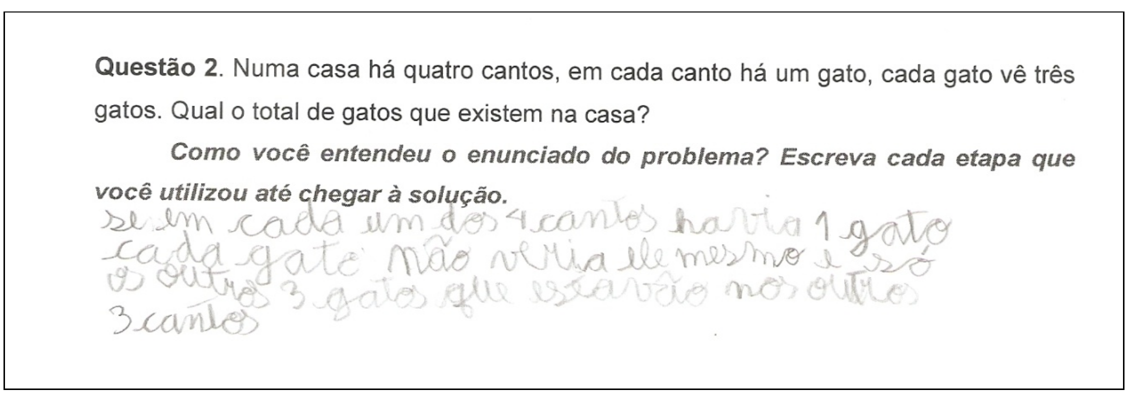
Problema 02. Numa casa há quatro cantos, em cada canto há um gato, cada gato vê três gatos. Qual o total de gatos que existem na casa?

Fonte: Adaptado do livro Problemas? Mas que Problemas?! Estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. (CARVALHO, 2007, p.21).

Quando foi perguntado na atividade de leitura e escrita sobre a compreensão desse problema, o sujeito $S5^{o}_{1}$ escreveu:

> Se em cada um dos 4 cantos havia 1 gato, cada gato não veria ele mesmo e só os outros 3 gatos que estavam nos outros 3 cantos.

Figura 20: Registros escritos pelos sujeitos $S5^{o}_{1}$ sobre a resolução do problema 02.


Questão 2. Numa casa há quatro cantos, em cada canto há um gato, cada gato vê três gatos. Qual o total de gatos que existem na casa?

Como você entendeu o enunciado do problema? Escreva cada etapa que você utilizou até chegar à solução.

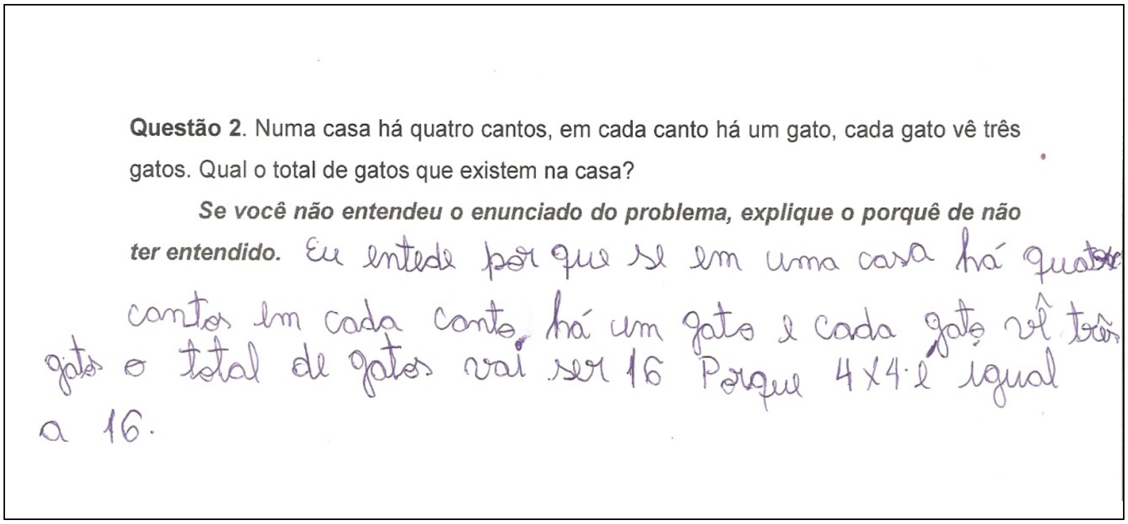
se em cada um dos 4 cantos havia 1 gato
cada gato não veria ele mesmo e só
os outros 3 gatos que estavão nos outros
3 cantos

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Perguntado sobre a compreensão do mesmo problema ao sujeito $S5^{o}_{3}$ o mesmo afirma:

> Eu entende por que se em uma casa há quatro cantos em cada canto há um gato e cada gato vê três gatos o total de gatos vai ser 16 porque 4x4 é igual a 16.

Figura 21: Registros escritos pelo sujeito $S5^{\underline{o}}_{3}$ sobre a resolução do problema 02.



Questão 2. Numa casa há quatro cantos, em cada canto há um gato, cada gato vê três gatos. Qual o total de gatos que existem na casa?

Se você não entendeu o enunciado do problema, explique o porquê de não ter entendido. Eu entede por que se em uma casa há quatro cantos em cada canto há um gato e cada gato vê três gatos o total de gatos vai ser 16 Porque 4X4 é igual a 16.

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Em se tratando da entrevista, perguntou-se aos sujeitos selecionados: Como você percebeu o total de gatos que existia na casa?

O sujeito $S5^{\underline{o}}_{3}$ afirma:

> Eu entendi que cada gato ficava em um cômodo, e cada gato via os outros três gatos dos outros cômodos, e assim vai então chegar a conclusão que havia 4 gatos.

Ainda tratando dessa indagação, responde o sujeito $S5^{\underline{o}}_{4}$:

> Eu entendi que se em uma casa há quatro cantos e em cada canto há um gato e cada gato vê três gatos o total de gatos vai ser 12 porque 4x3 é igual a 12.

As afirmações evidenciadas indicam que independentemente da resposta encontrada, todos os sujeitos recorreram a elementos da língua corrente no sentido de se buscar à compreensão do enunciado. Entretanto, alguns dos sujeitos, talvez pela incapacidade de relacionar elementos das linguagens envolvidas no texto do enunciado do problema, ou, pela influência dos contratos didáticos estabelecidos nas escolas, preferiram optar pelo algoritmo.

4.3.1.2.2 Considerações acerca do problema

Perceber as ideias matemáticas e representá-las adequadamente seria de fato, o grande trunfo para resolver problemas matemáticos.

Considerando a lógica como o campo da matemática responsável pelas representações das estruturas e operações do pensamento, as tipologias de problemas relacionadas a este campo da matemática nem sempre são bem aceitas pelos iniciantes da matemática, talvez, pelo fato destes, não dominarem elementos básicos para interpretação, compreensão e resolução de problemas matemáticos.

No problema em evidência, percebe-se que nível de interpretação é mínimo. Mesmo assim, apesar de alguns sujeitos da pesquisa terem percebido o foco central do enunciado, nos registros produzidos fica claro que os relatos de outros sujeitos indicam que as dificuldades encontradas não tratam talvez de lógica, mas, provavelmente, da compreensão da leitura da língua materna.

4.3.1.3 Problemas que envolvem álgebra elementar

4.3.1.3.1 Nono ano do ensino fundamental II

Quadro 23: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 01. Em uma granja há galinhas e coelhos, num total de 26 cabeças e 64 pés. Quantas são as galinhas e quantos são os coelhos?

Fonte: Adaptado pelo autor desta dissertação. (2012).

Os registros da figura 22, produzidos pelo sujeito $S9^{o}_{1}$ sobre o problema 01, deixam indicações sobre a utilização de relações importantes entre o texto do enunciado e a linguagem algébrica. Pode-se perceber que o referido sujeito deixa evidências quanto ao uso de incógnitas, ficando esta atitude mais explícita quando fez referências às equações: $x + y = 26$, relacionando a quantidade de cabeças de animais e, $2x + 4y = 64$, quando fez referência à quantidade de pés.

Quando foi perguntado na atividade de leitura e escrita, sobre a compreensão do sujeito $S9^{\underline{o}}_1$, em relação ao problema em evidência, ele responde:

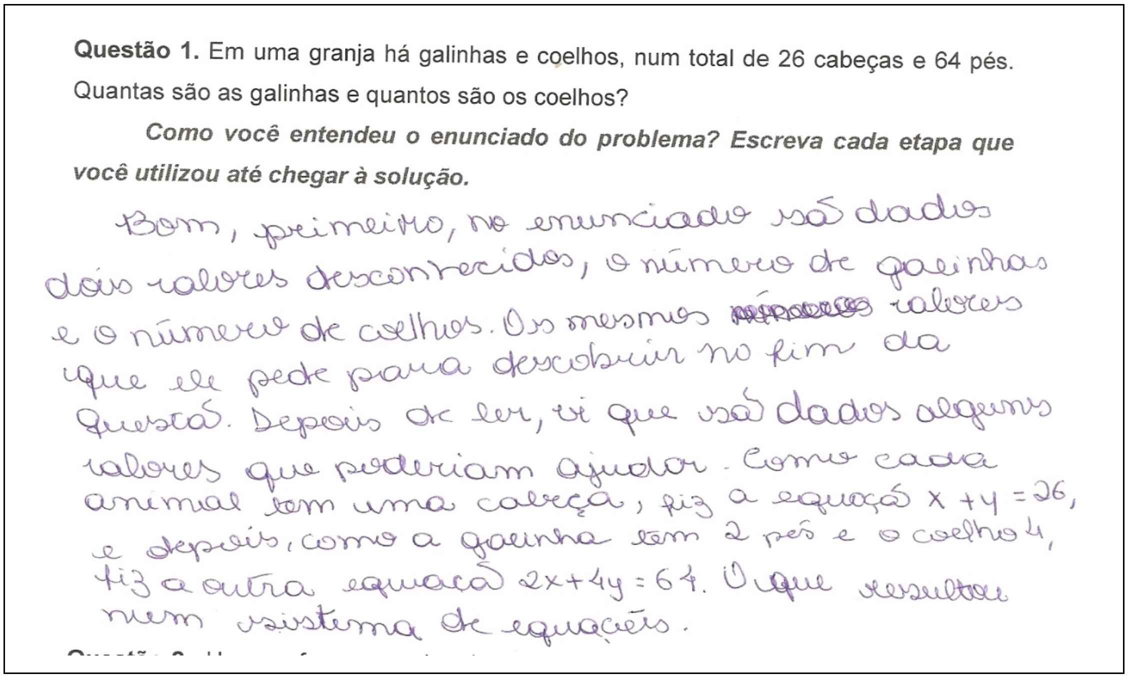
> Bom, primeiro, no enunciado são dados dois valores desconhecidos, o número de galinhas e o número de coelhos. Os mesmos valores que ele pede para descobrir no fim da questão. Depois, ao ler, vi que são dados alguns valores que poderiam ajudar. Como cada animal tem uma cabeça, fiz a equação x+y=26, e depois, como a galinha tem 2 pés e o coelho 4, fiz a outra equação 2x+4y=64.O que resultou num sistema de equações.

Na entrevista, quando foi indagado: Explique como você entendeu o problema. Você relacionou algum dado do problema com conhecimentos matemáticos?

O sujeito $S9^{\underline{o}}_1$ responde:

> Dois valores desconhecidos. Como cada animal tem uma cabeça, fiz a equação x+y=26. Como a galinha tem 2 pés e o coelho 4, fiz a outra equação 2x+4y=64.

Figura 22: Registros escritos pelo sujeito $S9^{o}_{1}$ sobre a resolução do problema 01.



Questão 1. Em uma granja há galinhas e coelhos, num total de 26 cabeças e 64 pés. Quantas são as galinhas e quantos são os coelhos?

Como você entendeu o enunciado do problema? Escreva cada etapa que você utilizou até chegar à solução.

Bom, primeiro, no enunciado são dados dois valores desconhecidos, o número de galinhas e o número de coelhos. Os mesmos valores que ele pede para descobrir no fim da questão. Depois de ler, vi que são dados alguns valores que poderiam ajudar. Como cada animal tem uma cabeça, fiz a equação $x + y = 26$, e depois, como a galinha tem 2 pés e o coelho 4, fiz a outra equação $2x + 4y = 64$. O que resultou num sistema de equações.

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Os registros construídos indicam que o sujeito em destaque consegue relacionar com certa desenvoltura elementos da linguagem matemática e da língua materna.

4.3.1.3.2 Terceiro ano do ensino médio

Quadro 24: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 02. O nível da água em um reservatório rebaixa segundo um comportamento linear representado pela relação entre as variáveis t e V, onde t é o tempo dado em minutos e V é o volume dado em litros. A partir das observações que se iniciam com a abertura de uma torneira observa-se a relação entre as variáveis t e V, de acordo com os dados que seguem: V(0) = 500, V(1) = 490, V(2) = 480,..., V(49) =10 e V(50) = 0. De acordo com os dados do enunciado, responda: Qual o volume de água que existia no reservatório antes da torneira ser aberta? Em quanto tempo o reservatório estará completamente vazio? Qual a vazão de rebaixamento?

Fonte: Construído pelo autor desta dissertação. (2012).

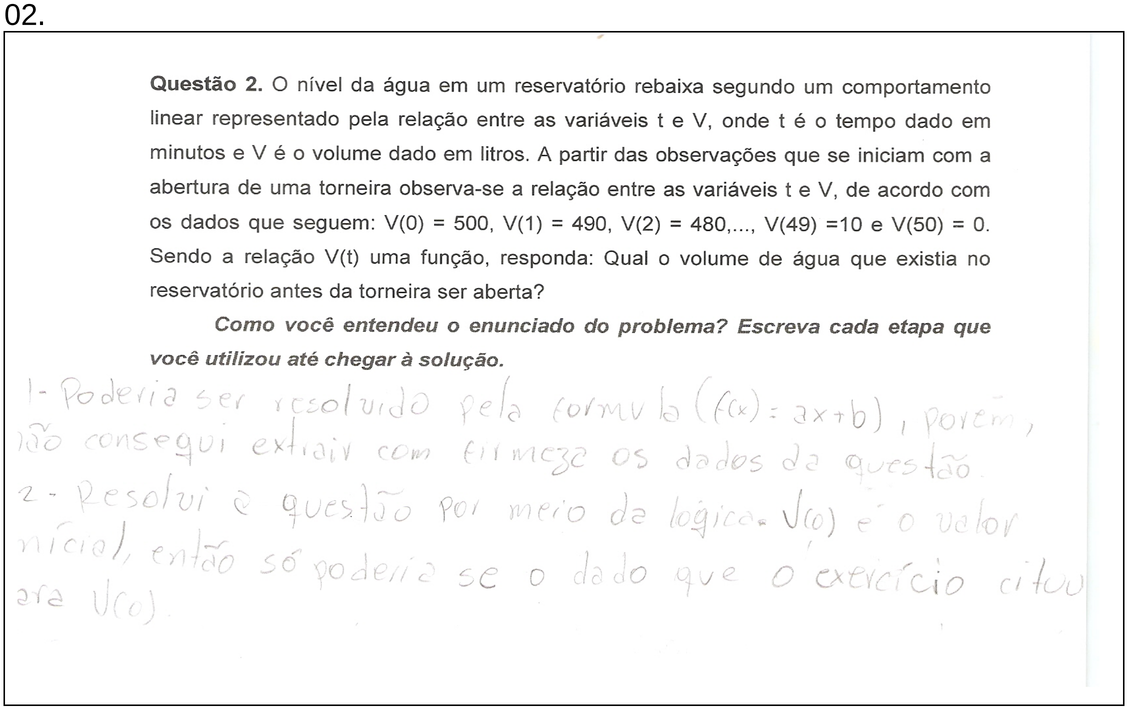
Os registros da figura 23 ilustram o pensamento do sujeito S3ºEM$_3$ em relação à compreensão do problema 02.

Os dados enfatizados deixam indícios de que esse sujeito procurou relacionar conteúdos matemáticos com a situação problema, quando afirmou:

> Poderia ser resolvido pela fórmula f(x) = ax+b, porém, não consegui extrair com firmeza os dados da questão. Resolvi a questão por meio da lógica. V(0) é o valor inicial, então só poderia se o dado que o exercício citou para V(0).

Ao afirmar que o problema poderia ser resolvido pela fórmula f(x) = ax+b, pode-se inferir que o sujeito procurou relacionar com os conceitos básicos de função polinomial de grau 1, mais precisamente a função afim, pois fez claras evidências ao modelo representativo dessa função, através da linguagem algébrica. Nesse aspecto, para Pais (2008, p.57) "o sentido de um conceito está fortemente associado à atividade de resolução de problemas", o que deixa evidências do uso dos conhecimentos das linguagens presentes nos textos dos enunciados.

Figura 23: Registros escritos pelo sujeito S3ºEM$_3$ sobre a resolução do problema 02.



Questão 2. O nível da água em um reservatório rebaixa segundo um comportamento linear representado pela relação entre as variáveis t e V, onde t é o tempo dado em minutos e V é o volume dado em litros. A partir das observações que se iniciam com a abertura de uma torneira observa-se a relação entre as variáveis t e V, de acordo com os dados que seguem: V(0) = 500, V(1) = 490, V(2) = 480,..., V(49) =10 e V(50) = 0. Sendo a relação V(t) uma função, responda: Qual o volume de água que existia no reservatório antes da torneira ser aberta?

Como você entendeu o enunciado do problema? Escreva cada etapa que você utilizou até chegar à solução.

1- Poderia ser resolvido pela formula (f(x) = ax+b), porém, ião consegui extraiv com firmeza os dados da questão.
2- Resolvi a questão por meio da lógica. V(0) é o valor nícial, então só poderia se o dado que o exercício citou ara V(0).

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Nos registros do sujeito S3ºEM$_3$ também há indícios da importância de relacionar contextos. O que indica que a língua materna pode não ser suficiente, mas é necessária na interpretação e resolução de problemas matemáticos.

O sujeito S3ºEM$_3$ também confunde alguns elementos da linguagem matemática quando tenta interpretar informações referentes a pares ordenados representados por significantes pouco explorados no universo da educação básica, conforme registrou:

> Com relação ao tempo a questão informou que o tempo era em minuto, no qual V(49) = 49 minutos; V(0) = 1 minuto.

Este fato nos leva a inferir que, quando não se compreende a linguagem matemática e não se tem domínio da língua materna, questões elementares do contexto também podem não ser compreendidas. Ainda nesse aspecto, vale destacar as dificuldades de compreensão desse sujeito em relação à questão 2.b. Quando foi perguntado sobre o tempo de esvaziamento do reservatório, o sujeito S3ºEM$_3$ afirmou:

> Entendi 50 seg de min depende da vazão.

A resposta confusa e incompleta deixa indícios da importância que se deve dar à língua materna e ao conhecimento prévio, para relacionar contextos na resolução de problemas. Vale destacar que, o conhecimento prévio é indispensável para mobilizar o pensar ativo e reflexivo para que a compreensão ocorra (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.220).

Quando foi perguntado na entrevista: Como os dados do enunciado ajudaram a encontrar a resposta?

O sujeito S3º EM$_3$ responde:

> Não consegui extrair com firmeza os dados da questão. Resolvi a questão por meio da lógica.

A resposta do sujeito deixa dúvidas quanto ao seu plano de ação. Se por um lado ele afirma que não conseguiu extrair os dados do enunciado do problema, em contrapartida ele diz que resolveu por meio da lógica, como se a lógica não dependesse de uma explicação precisa e concisa. Esta afirmação pode indicar uma provável incompreensão do sujeito em relação ao problema proposto.

4.3.1.3.3 Considerações acerca dos problemas

Os problemas em análise tratam de álgebra elementar, mais especificamente dos conteúdos algébricos referentes ao ensino fundamental II e início do ensino médio.

Estudos revelam que o trabalho com a álgebra vem ocorrendo de forma automatizada, sem qualquer significação social e lógica, ou seja, dissociada dos contextos (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1992, p. 40). Apesar desse indicativo, os sujeitos participantes conseguiram bons resultados na resolução dos problemas algébricos apresentados. Isto talvez se deva a capacidade dos mesmos para relacionar elementos das linguagens envolvidas nos textos dos enunciados dos problemas propostos.

4.3.1.4 Problemas que envolvem aritmética e álgebra elementar

4.3.1.4.1 Quinto ano do ensino fundamental I

Quadro 25: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

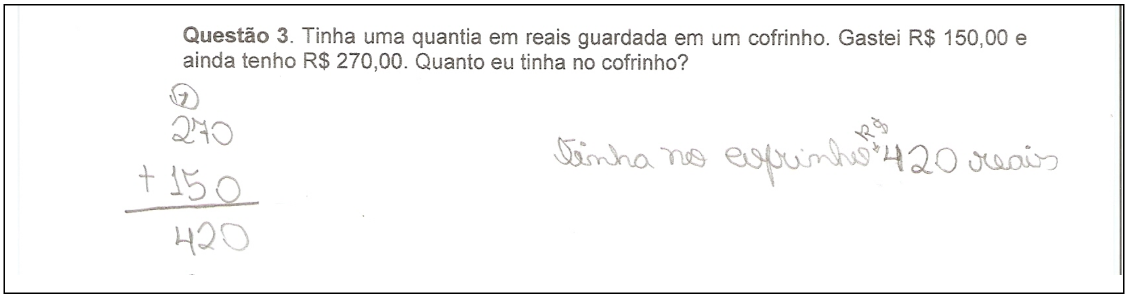
Problema 03. Tinha uma quantia em reais guardada em um cofrinho. Gastei R$ 150,00 e ainda tenho R$ 270,00. Quanto eu tinha no cofrinho?

Fonte: Adaptado do livro Problemas? Mas que Problemas?! Estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. (Carvalho, 2007, p.26).

A situação problema 03 trata de um problema aditivo, usando mudança ou transformação.

A figura 24 ilustra que o sujeito $S5^{\underline{o}}_{1}$ usou um algoritmo, representado pela operação da adição, para relacionar com as informações presentes no texto do enunciado do problema.

Figura 24: Registros escritos pelo sujeito $S5^{o}_{4}$ sobre a resolução do problema 02.


Questão 3. Tinha uma quantia em reais guardada em um cofrinho. Gastei R$ 150,00 e ainda tenho R$ 270,00. Quanto eu tinha no cofrinho?

7
270
+ 150
420

Tinha no cofrinho R$ 420 reais

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Por se tratar de um problema, cuja solução poderia ser encontrada a partir da aplicação de um simples algoritmo, todos os sujeitos selecionados conseguiram encontrar a resposta.

Perguntado ao sujeito $S5^{o}_{4}$ sobre a sua compreensão em relação a esse problema, ele afirma:

> Eu entendi que tinha uma quantia de 420 reais, porque fazendo uma conta de mais com aqueles dois números iria dar o resultado da quantia que tinha no cofrinho.

Quando foi perguntado na entrevista: Como você encontrou a quantia? Há como provar que no cofrinho existia essa quantia? Os sujeitos respondem:

> Gastei 150,00 e fiquei no cofrinho com 270,00. Então eu tinha 420,00 reais. ($S5^{o}_{2}$).
>
> Somei e cheguei ao resultado que era R$ 420,00. ($S5^{o}_{4}$).

As afirmações dos sujeitos deixam evidências que este tipo de problema, talvez por exigir pouco conhecimento de interpretação, geralmente, é automatizado quase que inconscientemente pelo aluno. Nesse sentido, prioriza-se o cálculo, desprezando-se o verdadeiro sentido da operação matemática.

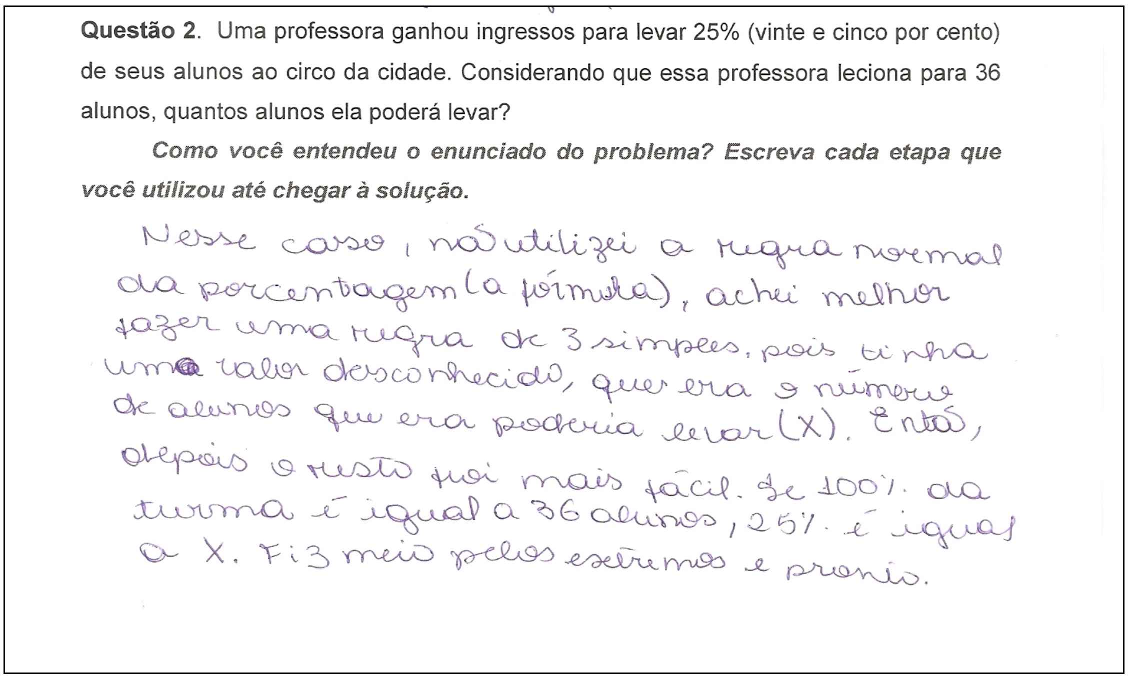
4.3.1.4.2 Nono ano do ensino fundamental II

Quadro 26: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 02. Uma professora ganhou ingressos para levar 25% (vinte e cinco por cento) de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

Fonte: Prova Brasil 2009.

Figura 25: Registros escritos pelo sujeito $S9^{o}_{1}$ sobre a resolução do problema 02.



Questão 2. Uma professora ganhou ingressos para levar 25% (vinte e cinco por cento) de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

Como você entendeu o enunciado do problema? Escreva cada etapa que você utilizou até chegar à solução.

Nesse caso, não utilizei a regra normal da porcentagem (a fórmula), achei melhor fazer uma regra de 3 simples, pois tinha um valor desconhecido, que era o número de alunos que ela poderia levar (X). Então, depois o resto foi mais fácil. Se 100% da turma é igual a 36 alunos, 25% é igual a X. Fiz meio pelos extremos e pronto.

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Quanto à resolução do problema 02, ilustrado na figura 25, o sujeito $S9^{o}_{1}$ deixa implícito em seus registros informações, que supostamente, acenam para a interação entre as linguagens como forma de auxiliar na compreensão do problema. Perguntado sobre a sua compreensão, o referido sujeito afirma:

> Nesse caso, não utilizei a regra normal da porcentagem (a fórmula), achei melhor fazer uma regra de 3 simples, pois tinha um valor desconhecido, que era o número de alunos que ela poderia levar. Então, depois o resto foi mais fácil. Se 100% da turma é igual a 36 alunos, 25% é igual a x. Fiz meios pelos extremos e pronto.

Mais uma vez, há indicações de que o sujeito em evidência, supostamente, usou conhecimentos da linguagem algébrica na intenção de relacionar com o texto do enunciado, ao invés de tentar resolver utilizando algoritmos e fórmulas prontas.

Ainda perguntando sobre a compreensão desse mesmo problema, o sujeito $S9^{\underline{o}}_2$ afirma:

> É para levar 25% de 36 alunos, ou seja, $\frac{25}{100} \times 36$.

Esta afirmação pode indicar que esse sujeito compreende alguns conceitos básicos relacionados ao cálculo de porcentagem. Como também consegue relacionar as informações do texto do enunciado com elementos importantes da linguagem matemática, mesmo dando maior ênfase ao algoritmo. Este fato indica o uso da interação entre as linguagens envolvidas no problema, na busca da compreensão.

Tratando ainda sobre a compreensão do problema 02 o sujeito $S9^{\underline{o}}_4$ escreve:

> Eu não entendi muito bem mas fiz pela lógica de 36 só poderá levar 25% em tão ela poderá levar 18 alunos.

A referida afirmação deixa indícios de que a falta de compreensão da mensagem implícita no enunciado, como também a falta de domínio de conteúdos matemáticos, mais especificamente, os conteúdos relacionados aos conceitos básicos de porcentagem, contribuíram na incompreensão e consequentemente nas dificuldades de definição de um plano de resolução.

Perguntado na entrevista: O que você entende por 25% (vinte e cinco por cento)?

O sujeito $S9^{\underline{o}}_3$, responde:

> Então pensei: supondo que 36 fosse 100%, 25% também será a $4^{\underline{a}}$ parte dele.

Nesse caso, os registros desse sujeito indicam que o mesmo possui certo domínio do conteúdo matemático relacionado aos conceitos de porcentagem e consegue relacionar estes conteúdos com as mensagens postas no texto do enunciado, apesar de expressar pouca clareza nas suas afirmações.

4.3.1.4.3 Considerações acerca dos problemas

O problema aplicado no quinto ano do ensino fundamental I poderia ser resolvido a partir da aplicação de um simples algoritmo. Para tanto era preciso compreender elementos básicos envolvidos, para então definir pelo uso da operação da adição, o que foi feito por todos os sujeitos da pesquisa.

Vale lembrar que incluímos este problema na categoria algébrico e aritmético. Apesar da ideia algébrica não ter sido percebida por nenhum dos sujeitos da pesquisa, o problema poderia ser resolvido usando conhecimentos elementares de álgebra, onde a quantia desconhecida poderia ser tratada como incógnita. Sobre esse dado, é importante enfatizar que o campo da álgebra não é trabalhado nesse nível de ensino, mesmo admitindo que essas ideias já possam ser percebidas por alguns alunos nessa fase da educação básica.

O problema aplicado no nono ano do ensino fundamental II podia ser tratado como algébrico caso fizesse opção pelo conceito de regra de três simples. Por outro lado, também poderia ser tratado como aritmético se fosse utilizado as operações elementares para o cálculo de porcentagem.

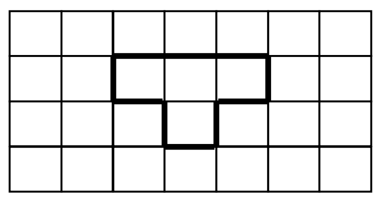
Quanto a este problema, há indicações de que os sujeitos da pesquisa procuraram interpretar as informações do enunciado buscando relacionar contexto e conteúdo matemático, o que pode evidenciar a necessidade de interação entre as linguagens na resolução de problemas matemáticos.

4.3.1.5 Problemas que envolvem geometria euclidiana

4.3.1.5.1 Quinto ano do ensino fundamental I

Quadro 27: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 04. A parte destacada na malha quadriculada abaixo representa uma figura na bandeira da escola de João. Cada lado do quadradinho mede 1 metro. Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura?



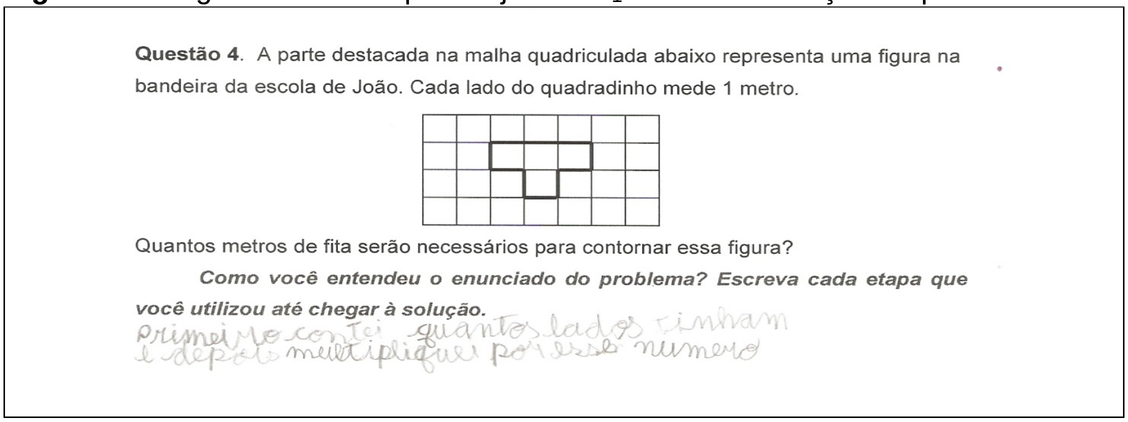
Fonte: Prova Brasil 2009.

Conforme registros da figura 26 há indicações de que o sujeito $S5^{o}_{1}$ compreendeu a relação existente entre o enunciado e o registro geométrico apresentado na situação problema. Nesse aspecto, as informações registradas por ele indicam que por trás do texto do enunciado estava implícita a ideia de contar.

Ainda em relação à interpretação desse problema, o sujeito $S5^{o}_{1}$, mesmo com pouca clareza, expõe a sua compreensão na figura 26, quando escreve:

> Primeiro contei quantos lados tinham e depois multipliquei por esse número.

Figura 26: Registros escritos pelo sujeito S5^{o}_{1} sobre a resolução do problema 04.



Questão 4. A parte destacada na malha quadriculada abaixo representa uma figura na bandeira da escola de João. Cada lado do quadradinho mede 1 metro.

Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura?

Como você entendeu o enunciado do problema? Escreva cada etapa que você utilizou até chegar à solução.

primeiro contei quantos lados tinham
e depois multipliquei por esse numero

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

De forma quase semelhante, o sujeito S5^{o}_{3} também pouco esclarece em relação à compreensão, quando afirma:

> Eu entendi que no quadro malha tinha muitos quadrados e cada lado tinha 1 metro então contei e cheguei ao resultado.

Perguntado na entrevista: Como você encontrou a quantidade de fita necessária?

O sujeito S5^{o}_{4} responde:

> Eu entendi porque se cada lado mede um metro só é contar todos os lados.

Ainda sobre esta indagação, responde o sujeito S5^{o}_{2}:

> Essa eu não entendi direito mais fiz. Como só tinha 4 quadradinhos dentro desse espaço e não tinha mais quadradinhos em destaque então eu fiz 4x1 que deu 4.

De acordo com as informações prestadas na atividade de leitura e escrita e entrevista, há indicações de que os sujeitos da pesquisa procuraram recorrer a elementos das linguagens presentes no enunciado, na intenção de compreender o problema.

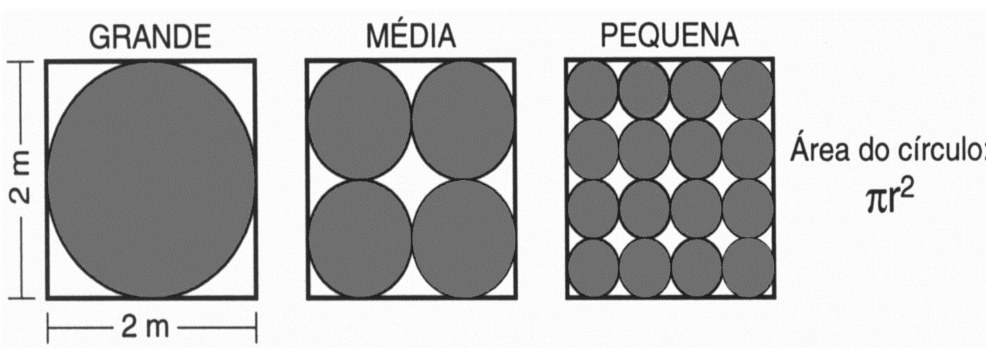
Como o problema apresentou um desenho geométrico como recurso para auxiliar na compreensão do enunciado, isto pode ter sido relevante para a definição do plano de ação, o que ficou bem explícito no registro do sujeito $S5^{\underline{o}}_4$ ao relacionar a ideia do enunciado com a noção de contar. Já em relação ao sujeito $S5^{\underline{o}}_2$, as informações contidas nos registros por ele produzidos, indicam que, esse sujeito tem pouca compreensão das noções básicas de geometria, mais precisamente aquelas relacionadas aos conceitos de perímetro e área, além da ideia intuitiva de contar. Este fato fica evidente, quando o mesmo fez uma opção equivocada pelo algoritmo da multiplicação.

4.3.1.5.2 Terceiro ano do ensino médio

Quadro 28: Problema aplicado na atividade para diagnóstico

Problema 01.

Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para uma tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, qual das três entidades recebe menos material?

Fonte: ENEM 2004.

A figura 27 ilustra a compreensão do sujeito $S3^{\underline{o}}EM_3$ sobre a situação problema 01 aplicada no terceiro ano do ensino médio.

Perguntado ao sujeito $S3^{\underline{o}}EM_3$ em relação à compreensão do problema em evidência, o mesmo responde:

> Fiz os cálculos para saber qual dos tipos iria possuir a maior quantidade de sobras. Porém, percebi que seria a mesma quantidade para todos. Mesmo que tivesse variação de quantidade, não poderia obter a resposta com clareza, pois não tinha especificando o número das figuras.

As afirmações registradas pelo sujeito em destaque indicam que, apesar do mesmo ter adotado o cálculo como instrumento para se chegar à resposta, também pode ter utilizado os resultados numéricos para realizar comparações, fato que pode estar relacionado à retrospectiva da resolução (POLYA, 2006, p.5). O sujeito talvez tenha tentado fazer uma provável retrospectiva na intenção de verificar a existência de coerência entre os resultados obtidos e o que foi proposto no enunciado.

Por outro lado, quando o sujeito afirma:

> Mesmo que tivesse variação de quantidade, não poderia obter a resposta com clareza, pois não tinha especificando o número das figuras.

Esta afirmação deixa indícios de que o sujeito possa não ter compreendido o sentido da palavra “respectivamente”, usada no enunciado no sentido de relacionar a cada um em particular, ou em separado. O que pode acenar para a importância da interação entre as linguagens envolvidas no enunciado do problema.

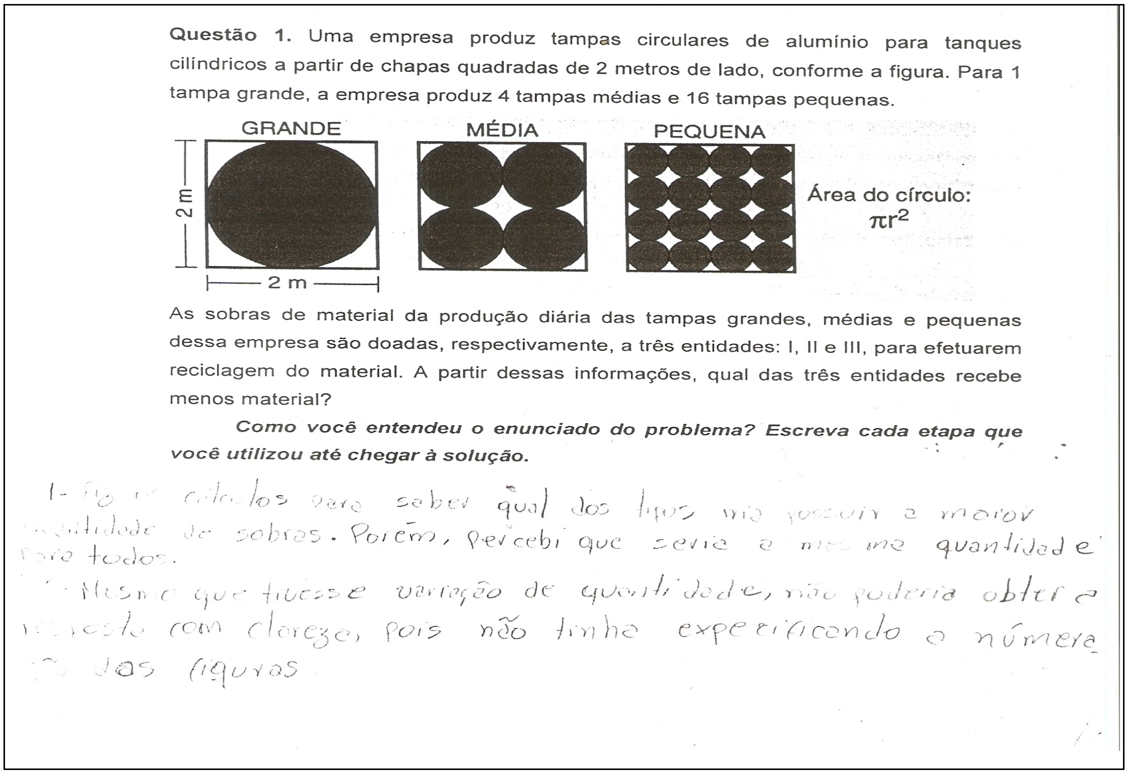
Nessa mesma direção também é perceptível a incompreensão do problema pelo sujeito S3ºEM$_4$.

Quando foi perguntado sobre o entendimento em relação à questão proposta, o sujeito S3ºEM$_4$ responde:

> A medida que a empresa produz mais tampas em um mesmo quadrado mais espaço sobra. Então a III receberia mais material.

A falta de clareza desse sujeito em relação a sua resposta pode indicar que a dificuldade de compreensão das linguagens envolvidas, como também a falta de domínio do conhecimento matemático, mais precisamente os conhecimentos relacionados ao cálculo de áreas de figuras planas, possam ter contribuído para que ele não percebesse elementos importantes que pudessem contribuir na compreensão do problema. Nesse sentido, pode-se inferir que a falta de domínio das linguagens envolvidas no enunciado tenha levado o sujeito a uma interpretação equivocada do problema.

Figura 27: Registros escritos pelo sujeito S3ºEM$_3$ sobre a resolução do problema 01.



Questão 1. Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.

As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, qual das três entidades recebe menos material?

Como você entendeu o enunciado do problema? Escreva cada etapa que você utilizou até chegar à solução.

1- Fiz os cálculos para saber qual dos tipos iria possuir a maior quantidade de sobras. Porém, percebi que seria a mesma quantidade para todos.

2- Mesmo que tivesse variação de quantidade, não poderia obter a resposta com clareza, pois não tinha experimentando o número das figuras

Fonte: Atividades aplicadas pelo autor desta dissertação. (2012).

Quando solicitado e perguntado na entrevista: Explique como você entendeu o problema. Houve necessidade de usar a fórmula da área do quadrado e do círculo?

O sujeito S3ºEM$_1$ afirma:

> Foi utilizado o cálculo da área do quadrado, ou seja, a fórmula. Em todas elas o resultado deu 4m^2, tratando-se de três áreas iguais. Logo após esse processo foi necessário calcular a área do círculo em cada quadrado. No primeiro foi somente um cálculo e o raio do círculo, era do mesmo tamanho do lado do quadrado; já na média foram quatro, sendo a metade do lado o raio dos quatro círculos, ou melhor, o diâmetro, sendo metade dele o raio, em todos os casos citados e na pequena, são calculados 16 vezes, sendo a primeira a de menor material.

Nas informações transmitidas por esse sujeito fica subentendida a falta de domínio de conteúdos matemáticos referentes ao cálculo de áreas de figuras planas, quando afirmou:

> No primeiro foi somente um cálculo e o raio do círculo, era do mesmo tamanho do lado do quadrado.

A afirmação do sujeito sugere equívocos na interpretação do enunciado, talvez pela falta de domínio de alguns conceitos importantes da geometria plana. Como exemplo pode-se citar a dúvida estabelecida entre raio e diâmetro, o que pode ter levado a uma solução incoerente.

4.3.1.5.3 Considerações acerca dos problemas

O problema apresentado ao quinto ano do ensino fundamental I foi incluído na categoria relacionada à geometria euclidiana plana, pelo fato do enunciado apresentar registros constituintes desse campo da matemática.

Apesar da importância dos registros geométricos apresentados para a compreensão do enunciado, há indícios de que os sujeitos da pesquisa perceberam que a solução do problema estava relacionada com a noção de contar.

Já o problema aplicado no terceiro ano do ensino médio envolve conceitos de geometria euclidiana plana, mais especificamente os relacionados ao cálculo de áreas de figuras planas. O que requer, nesse aspecto, o domínio de outros conceitos que serão necessários para a compreensão e posterior resolução.

Outro aspecto que pode ter contribuído para a incompreensão do enunciado do problema em evidência foi a dificuldade de perceber a relação de proporcionalidade entre os raios dos círculos envolvidos na questão. O que fica subentendido que falhas na compreensão dos conceitos matemáticos contribuem para interpretações equivocadas do texto do enunciado.

4.4. Relacionando elementos dos instrumentos de coleta de dados

Das análises das estratégias de resolução e dos textos orais e/ou escritos construídos pelos sujeitos da pesquisa, há indicações que, independentemente do nível de escolaridade investigado, aconteceram coincidências.

Na categoria de problemas a qual denominamos problemas com insuficiência de dados, foram identificados elementos que corroboram com os resultados da pesquisa realizada por Brousseau. Isso ficou subentendido quando alguns dos sujeitos da pesquisa optaram pelo algoritmo, em detrimento às informações implícitas nos textos dos enunciados que poderiam indicar para a possibilidade de identificação de elementos que acenavam para a insuficiência de dados.

Quando questionados sobre a resolução dos problemas.

Sobre a idade do capitão, afirma o sujeito S5º$_2$:

> Eu juntei 27 dos carneiros e 12 das cabras, pois só tinha esse valor para dizer a idade do capitão. Eu juntei, pois não tinha outros números para juntar.

Sobre a idade do maquinista, responde o sujeito S9º$_4$:

> Também não entendi muito bem porque eu não sabia que cálculos usar, só que eu fiz assim, somei as pessoas que ficaram e as que saíram, então a idade é 32 anos.

Por outro lado, ainda sobre as análises dessa categoria de problemas foram identificadas situações, nos três níveis de ensino investigados, onde as estratégias de resolução construídas pelos sujeitos da pesquisa podem indicar que eles buscaram relacionar elementos das linguagens envolvidas na intenção de compreender o texto do enunciado do problema proposto, o que pode ter contribuído para uma interpretação correta. Sobre esse aspecto destacamos:

> Nessa questão só havia dizendo quantos animais de cada tipo tinha e não havia dizendo nada sobre um suposto capitão. (S5º$_1$).
>
> A idade do capitão não tem nada a ver com carneiros e com cabras. São quantias e não são idades deles. (S5º$_4$).
>
> Então ele está perguntando quantos anos eu tenho, no caso 14 anos. (S9º$_3$).
>
> Como a questão dá ênfase a idade e o exercício não informou, não é possível obter a solução da questão. (S3ºEM$_3$).

Quando tratado do problema de lógica, pôde-se perceber que as dificuldades também permaneceram.

No quinto ano do ensino fundamental I, única série onde foi aplicada essa categoria de problema, no material produzido pelos sujeitos investigados pode haver evidências de que também corroboram com os resultados da pesquisa de Brousseau. Assim destacamos os registros produzidos pelos sujeitos:

> Eu entende por que se em uma casa há quatro cantos em cada canto há um gato e cada gato vê três gatos o total de gatos vai ser 16 porque 4x4 é igual a 16.($S5^{o}_{3}$).
>
> Eu entende por que se em uma casa há quatro cantos em cada canto há um gato e cada gato vê três gatos o total de gatos vai ser 12 porque 4x3 é igual a 12. ($S5^{o}_{4}$).

Nessa mesma categoria de problemas também encontramos elementos que podem ser relacionados ao uso da língua materna para a compreensão dos textos dos enunciados propostos. Verificou-se que alguns dos sujeitos não conseguiram evoluir em relação à interpretação, talvez pelo fato de não terem domínio da linguagem mínima necessária à compreensão dos primeiros conceitos matemáticos, no caso, as primeiras noções de lógica, de aritmética e de geometria (PAIS, 2008, p.37). Sobre este fato, merecem destaque os registros dos sujeitos que acenaram para o domínio de uma linguagem mínima necessária, mesmo que isto tenha ocorrido de forma incipiente:

> Se em cada um dos quatro cantos havia um gato, cada gato não veria ele mesmo e só os outros três gatos que estavam nos outros três cantos. ($S5^{o}_{1}$).
>
> Eu entendi que cada gato ficava em um cômodo, e cada gato via os outros três gatos dos outros cômodos, e assim vai então chegar a conclusão que avia 4 gatos. ($S5^{o}_{3}$).

Quanto à resolução dos problemas que envolveram princípios algébricos, identificamos elementos importantes que podem indicar, de forma mais contundente, a interação entre a linguagem matemática e a língua materna, talvez pelo fato da álgebra trazer essa possibilidade de uma forma mais precisa e assim permitir uma concisão entre elementos das duas linguagens. Esta questão pode ficar evidente nos registros produzidos pelo sujeito ($S9^{o}_{1}$), quando afirmou:

> Bom, primeiro, no enunciado são dados dois valores desconhecidos, o número de galinhas e o número de coelhos. Depois, ao ler, vi que são dados alguns valores que poderiam ajudar. Como cada animal tem uma cabeça, fiz a equação x+y=26, e depois, como a galinha tem 2 pés e o coelho 4, fiz a outra equação 2x+4y=64.

As ideias transmitidas a partir dos registros produzidos podem indicar que os sujeitos buscaram elementos da língua materna na intenção de dar sentidos, às respostas (SILVEIRA, 2005, p.93). Ainda nessa linha, vale a pena destacar que o conhecimento prévio é indispensável para mobilizar o pensar ativo e reflexivo, para que o sujeito possa compreender, pois, a compreensão é o principal objetivo da resolução de problemas (ALLEVATO ;ONUCHIC, 2004, p.220).

Na categoria de problemas que trataram de aritmética e álgebra elementar os registros produzidos também podem indicar a ideia que se tem sobre o cálculo como elemento indispensável na resolução de problemas (SILVA, 2008, p.56). Os registros que seguem podem enfatizar com certa clareza essa questão:

> Somei e cheguei ao resultado que era R$ 420,00. ($S5^{o}_{4}$).
>
> É para levar 25% de 36 alunos, ou seja, $\frac{25}{100} \times 36$. ($S9^{o}_{2}$).

Vale destacar que alguns elementos textuais produzidos pelos sujeitos investigados podem indicar para a importância da leitura e interpretação de textos na resolução de problemas matemáticos. Fato este, de certa forma, implícito no registro do sujeito $S9^{o}_{1}$, quando afirmou:

> [...], não utilizei a regra normal da porcentagem (a fórmula), achei melhor fazer uma regra de 3 simples, pois tinha um valor desconhecido, que era o número de alunos que ela poderia levar.[...]. Se 100% da turma é igual a 36 alunos, 25% é igual a x. Fiz meios pelos extremos e, pronto.

Tais afirmações revelam a necessidade desse sujeito de utilizar a interação entre as linguagens na intenção de compreender o texto do enunciado do problema matemático.

Além disso, quando o sujeito $S9^{o}_{1}$ afirma:

> Fiz meios pelos extremos e, pronto.

Este ato deixa subentendido que foi usada a propriedade fundamental da proporção. O que mais uma vez pode indicar a necessidade de domínio de uma linguagem mínima na resolução de problemas, seja em relação à matemática, seja em relação à língua materna.

A última categoria de problemas analisados trata de geometria euclidiana plana. De forma similar ao ocorrido nas categorias anteriormente analisadas, os registros produzidos também acenam tanto para a influência do cálculo, como para elementos textuais da língua materna. Nesse aspecto, vale destacar o que alguns dos sujeitos afirmaram:

> Essa eu não entendi direito mais fiz. Como só tinha 4 quadradinhos dentro desse espaço e não tinha mais quadradinhos em destaque então eu fiz 4x1 que deu 4. (S5$^{\underline{O}}_{2}$).

> Fiz os cálculos para saber qual dos tipos iria possuir a maior quantidade de sobras. Porém, percebi que seria a mesma quantidade para todos. (S3$^{\underline{O}}$EM$_{3}$).

Se por um lado há indicações do uso de algoritmos sem que seja dada ênfase à questão da leitura, a interpretação do texto do enunciado para fins de compreensão também foi utilizada na intenção de se estabelecer sentido, o que pode ficar subentendida a necessidade da interação entre as linguagens na compreensão dos textos dos enunciados dos problemas matemáticos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No desenvolvimento dessa pesquisa, foi possível perceber que mapear o caminho percorrido desde a leitura do texto do enunciado de um problema matemático até a estruturação do pensamento matemático, é algo que requer grande esforço por parte de quem o faz.

O caminho que se deve percorrer na intenção da compreensão do problema, inicia-se na leitura do texto e complementa-se com as fases ou etapas de resolução de problemas, que parte da definição do plano de ação, estendendo-se até a retrospectiva (POLYA, 2006, p.4).

Convém enfatizar que a compreensão, fase que supostamente tem fortes relações com a língua materna, faz desencadear todo o processo de resolução.

Através das estratégias de resolução adotadas, os elementos constituintes do plano de ação estabelecido contribuem para relacionar contextos e conceitos. Para tanto, torna-se necessário fazer a interação entre as linguagens presentes no texto do enunciado do problema.

O percurso adotado durante a resolução de um problema é algo inerente ao sujeito. Da compreensão do enunciado até uma provável solução, elementos que, às vezes não estão explícitos nos registros construídos pelo sujeito, podem contribuir para esclarecer se foram utilizadas estratégias que apontem para a interação entre as linguagens no processo de compreensão.

É provável que as estratégias utilizadas possam estabelecer elos entre as linguagens, buscando, dessa forma, uma continuidade entre as informações dadas no enunciado, na intenção de representar o pensamento matemático abstrato através de uma linguagem que possibilite a conversão das informações matemáticas em representações fáceis de serem manipuladas.

Partimos do pressuposto de que ler e escrever são requisitos necessários para a interpretação de enunciados de problemas matemáticos. Nesse sentido, investigamos em duas escolas, localizadas na cidade de Maceió, quais estratégias de resolução de problemas matemáticos os alunos do quinto e nono ano do ensino fundamental e terceiro ano do ensino médio utilizaram, para a compreensão dos enunciados dos problemas matemáticos.

De acordo com os registros produzidos na atividade para diagnóstico, na atividade de leitura e escrita e na entrevista, pôde-se concluir que, mesmo de forma incipiente, tanto os alunos do grupo ESC1, quanto os do grupo ESC2 utilizaram a interação entre a linguagem matemática e a língua materna na interpretação dos enunciados matemáticos, na intenção de compreender o problema. É provável que a interação possa ter ocorrido a partir de uma suposta compreensão explicitada através das estratégias de resolução utilizadas, bem como dos registros textuais orais e/ou escritos produzidos pelos sujeitos colaboradores desta investigação.

De uma forma global, as estratégias de resolução e os registros textuais orais e/ou escritos produzidos nas resoluções dos problemas propostos indicam uma melhor compreensão, com pequena diferença, dos sujeitos pertencentes ao grupo ESC1 em relação aos sujeitos do grupo ESC2.

Conforme demonstram os resultados, tanto no grupo ESC1 quanto no grupo ESC2, em alguns dos problemas aplicados, parte dos sujeitos investigados produziu estratégias do tipo: desenhos, gráficos e equações algébricas, como também, recorreram à produção de pequenos textos como resultado da compreensão. Este fato revela que, mesmo que o plano de ação adotado não tenha levado à solução adequada do problema, fica evidente a relevância da estratégia construída para fins de compreensão do texto do enunciado. O que, se confirma, que todo plano de ação é resultado de uma suposta compreensão.

Os resultados também revelam que, tanto nos contextos aritméticos, algébricos e geométricos, assim como, nos contextos que trataram de insuficiência de dados, a postura de parte dos sujeitos teve forte tendência à prática convencional do ensino de matemática, modelo que, se sustenta na concepção de que todo problema matemático deve ter uma solução, sendo os procedimentos do cálculo, o caminho mais adequado para se chegar a uma resposta.

De forma pontual, pôde-se perceber que alguns dos sujeitos da pesquisa, em todas as séries investigadas, recorreram à língua materna, mesmo apresentando dificuldades na conciliação das linguagens, foco deste estudo. Este fato pode ser atribuído à necessidade de domínio de uma linguagem mínima necessária à interpretação dos enunciados dos problemas propostos. Entende-se assim que tal domínio pode não ser suficiente, porém, se constitui como um instrumento necessário na construção da estratégia que pode levar o sujeito à compreensão de um problema matemático.

Saber usar a matemática para resolver problemas práticos do quotidiano, desponta, senão, como o principal, mas como um dos objetivos em destaque nas Diretrizes Curriculares Nacionais (MEC/SEB, 2008, p.69). Certamente, a aquisição da habilidade de resolver problemas exige como competências, conhecimentos de elementos de outras linguagens. Nessa perspectiva, podemos considerar que a aquisição de tais competências não ocorre de forma isolada, o que nessa direção, pode-se destacar a língua materna como elemento relevante para auxiliar na compreensão de problemas, o que, nesse aspecto, reforça a importância da interação entre as linguagens no processo de compreensão do texto do enunciado (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p.222). Este fato acena para a necessidade da dialogicidade entre o português e a matemática, na compreensão de conceitos e consequentemente na resolução de problemas matemáticos.

Entender a matemática como disciplina de cunho dialógico, cuja linguagem precisa ser dominada de forma significativa, pressupõe-se que se entenda também a necessidade de interação entre as linguagens, no sentido de contribuir para que o aprendiz possa compreender as informações constantes no enunciado para facilitar a resolução do problema.

A interação entre a linguagem matemática e a língua materna é requisito necessário que deve ser considerado na resolução de problemas. Cabe lembrar que tanto quem ensina, quanto quem aprende precisa ter consciência dessa interação.

Urge compreender a necessidade de se entender a matemática, colocando-a como uma linguagem necessária à vida, à compreensão e representação da realidade. Além disso, a construção do conhecimento não ocorre de forma compartimentalizada, o que nesse aspecto, justifica a importância do processo de interação entre linguagem matemática e língua materna na compreensão de enunciados de problemas matemáticos.

Por outro lado, também é importante compreender o espaço da dialogicidade em sala de aula, no intuito de se estabelecer um elo entre as linguagens, espécie de fio condutor para se perceber o sentido e garantir a compreensão, elemento indispensável à resolução de problemas. O que, nessa perspectiva, as linguagens envolvidas são fundamentais nesse processo.

Na realidade, o grande passo para iniciar a resolução de um problema matemático se inicia na leitura e compreensão do texto do enunciado, pois, a compreensão depende do saber relacionar o novo ao conhecimento já adquirido (SILVEIRA, 2005, p.93).

Também é importante destacar a relevância da língua materna na mediação do diálogo entre os conteúdos matemáticos presentes nos textos dos enunciados dos problemas matemáticos. Através da linguagem matemática, instrumento de representação do pensamento matemático indissociável do processo de construção do conhecimento matemático, é que se busca a consolidação do diálogo entre os conteúdos matemáticos, o que proporciona a compreensão (GRANEL apud SANTOS, 2009, p. 117).

Constatou-se, também, nessa investigação, que, de forma pontual, algumas estratégias construídas pelos sujeitos da pesquisa indicam que, no final da educação básica, há uma melhora no processo de compreensão dos problemas matemáticos, quando comparado às séries iniciais investigadas. Vale registrar que nas séries iniciais, alguns dos sujeitos participantes da pesquisa construíram estratégias que indicam a falta de domínio das linguagens envolvidas. Este fato vem fortalecer a importância do domínio de uma linguagem mínima necessária à resolução de problemas matemáticos (PAIS, 2008, p.37).

Resultados deste estudo também indicam que, para alguns sujeitos investigados, a língua materna é pouco significativa, isto, talvez, se deva à lógica estabelecida nos contratos didáticos, que podem ter priorizado o cálculo (SILVA, 2008, p.56). Por outro lado, pôde-se constatar que esses sujeitos, em alguns casos, mesmo de forma inconsciente, recorrem à língua materna como forma de entender os enunciados e facilitar o uso de elementos da linguagem matemática na resolução de problemas matemáticos.

Por essas razões, alertamos para a importância de considerar no processo de resolução de problemas, elementos relevantes, tais como: a linguagem adotada pelo professor de matemática, a linguagem dos textos do livro didático, como também a linguagem dos problemas a serem proposto ao aluno. Enfim, convém destacar que a dificuldade de se compreender um problema matemático, também perpassa pela incompreensão das linguagens presentes no texto do enunciado.

Importante também destacar que alguns dos sujeitos da pesquisa usaram de estratégias para resolver problemas que seriam resolvidos com auxílio de conhecimentos algébricos, a exemplo, as equações. Esta atitude denota a fragilidade dos conhecimentos matemáticos desses sujeitos, principalmente, por estarem em séries terminais do ensino fundamental e médio.

Sinalizamos também para a precariedade do ensino da matemática que se evidencia, muitas vezes, na forma de resolução dos alunos, questão de maior preocupação, principalmente por ocorrer nas series terminais.

Também é importante ressaltar a necessidade de se falar em matemática como algo presente em nosso dia a dia e não apenas restrito ao diálogo entre os que fazem matemática aprofundando algumas das especificidades dessa ciência, pois, a matemática constitui parte da vida diária de qualquer sujeito.

Pela importância da matemática dentro da sociedade e da escola e pelas dificuldades de compreensão dessa ciência, o que tem levado a altos índices de reprovação escolar, seria desejável priorizar uma prática pedagógica que valorizasse e incentivasse o trabalho interdisciplinar. Nessa direção, a possibilidade de ler, escrever e compreender matemática, bem como, compreender as relações que se estabelecem entre a matemática e outras áreas, seria de grande utilidade para o despertar do interesse pela matemática por parte do aluno.

Diante das teorias que embasaram esta pesquisa e da identificação das dificuldades dos sujeitos em resolver problemas, foram expostas possíveis alternativas que podem contribuir na compreensão de conceitos matemáticos, por meio de uma interface entre as linguagens discutidas no decorrer desta investigação.

Espera-se, por enquanto, que os resultados desse estudo passam contribuir para reflexões sobre o trabalho do professor de matemática que atua na educação básica, como também, possa trazer benefícios para o avanço didático e interdisciplinar do ensino da matemática.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem da Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Lisboa, Edições 70 Ltda., 2010.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo, Blucher, 2010.

BRASIL. **Orientações Curriculares Para o Ensino Médio:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica, 2008.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. 1999.

CARRASCO, Lúcia Helena Marques. Leitura e escrita na matemática. In: NEVES, Iara Conceição Bittencourt, (Org.). **Ler e escrever**: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre, RS: Editora UFRGS, 1998.

CARVALHO, Mercedes. **Problemas? Mas que Problemas?!** Estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

CARVALHO, Mercedes. **Ensino da Matemática em cursos de Pedagogia:** a formação do professor polivalente. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

CARVALHO, Mercedes. **Números:** conceitos e atividades para a Educação Infantil e Ensino Fundamental I. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

CARVALHO, Valéria de. Linguagem matemática e sociedade: refletindo sobre a ideologia da certeza. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Org.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2009.

CORRÊA, Roseli de Alvarenga. Linguagem matemática, meios de comunicação e Educação Matemática. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Org.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2009.

COSTA, Ana Rita F. (et al). **Orientações Metodológicas para Produção de Trabalhos Acadêmicos**. 8ª edição. Maceió, AL: Edufal, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. São Paulo: Ática, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: ensino médio. São Paulo: Ática, 2004.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de Didática da Matemática.** São Paulo, Editora Livraria da Física, 2007.

DANYLUC, OCSANA. **Alfabetização Matemática:** as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre, RS: Ediupf, 1998.

DUVAL, Reymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara, (Org.). **Aprendizagem em Matemática:** registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

ECHEVERRIA, Maria Del Puy Perez; POZO, Juan Ignácio. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, Juan Ignácio, (org.). **A solução de Problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre, RS: Artmed, 1998.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

FIORENTINI, Dário; MIORIN, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. **Contribuições para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar**. Pro-Posições: Revista da Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, Vol.04, p. 78 -91, março, 1993.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; CARDOSO, Cleusa de Abreu. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática e Matemática para ler o texto. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Org.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2009.

FRANCO, Maria Laura P. B. **Análise do Conteúdo**. Brasília, Líber Livro Editora, 2008.

GÁLVEZ, Grécia. A geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org.). **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001, p. 236-258.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara, (Org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo/SP: EDUC, 2008.

GARBI, Gilberto G. **O Romance das equações Algébricas**. São Paulo, SP: Editora Livraria da física, 2009.

GIOVANNI, José Ruy. Bonjorno, José Roberto. **Matemática Fundamental**. Vol.único. São Paulo: FTD, 1994.

GUEDES, Paulo Coimbra; SOUZA, Jane Mari de. Leitura e escrita são tarefas da escola e não só do professor de português. In: NEVES, Iara Conceição Bittencourt, (Org.). **Ler e escrever**: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre, RS: Editora UFRGS, 1998.

KLÜSENER, Renita. Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. In: NEVES, Iara Conceição Bittencourt, (Org.). **Ler e escrever**: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre, RS: Editora UFRGS, 1998.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna:** análise de uma impregnação mútua. São Paulo/SP: Cortez, 1998.

MACHADO, Sílvia Dias Alcântara, (Org.). **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. São Paulo/SP: EDUC, 2008.

MACHADO, Sílvia Dias Alcântara, (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

MLODINOW, Leonard. **A Janela de Euclides:** A história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. São Paulo: Geração Editorial, 2010.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PAIS, Luiz Carlos. Transposição Didática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara, (Org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo/SP: EDUC, 2008.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, RJ: Interciência, 2006.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. **A Escrita e o Pensamento Matemático:** interações e potencialidades. Campinas, SP: Papirus, 2006.

SANTOS, Vinício de Macedo. Linguagens e comunicação na aula de Matemática In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Org.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2009.

SILVA, Benedito Antonio da. Contrato Didático. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara, (Org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo/SP: EDUC, 2008.

SILVEIRA, Maria Inez Matoso. **Modelos Teóricos e Estratégias de Leitura:** suas implicações no ensino. Maceió/AL: Edufal, 2005.

VALE Isabel; PALHARES, Pedro; CABRITA, Isabel; BORRALHO, Antonio. Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. In: VALE I; PIMENTEL, T; FONSECA, I; SANTOS I; CANAVARRO P. (Orgs). **Números e Álgebra**. Lisboa, 2007.

APÊNDICES

Apêndice A: Tabulação dos dados da atividade de leitura e escrita e entrevistas

Quadro 29: Conteúdos referentes ao problema 01, coletados a partir da entrevistas e atividade de leitura e escrita, produzidos pelos alunos do 5º ano do ensino fundamental I, escolas ESC1 e ESC2.

Sujeito Entrevistado	**Explique como você entendeu o enunciado do problema.**	**Palavra ou expressão recorrente/categoria**
$S5^{0}_{1}$	Nessa questão só havia dizendo quantos animais de cada tipo tinha e, não havia dizendo nada sobre um suposto capitão. Aí dizia que tinha carneiros e cabras, mas não tinha dizendo nada sobre o capitão. Dizia que tinha carneiros e cabras, mas não dizia capitão com tal idade. Acho que falta dados, ou então era pra ser assim mesmo.	Acho que falta dados.
$S5^{0}_{2}$	Eu entendi, pois já estudei adição, então: Eu juntei 27 dos carneiros e 12 das cabras pois só tinha esse valor para dizer a idade do capitão. Eu juntei, pois não tinha outros números para juntar.	Juntei.
$S5^{0}_{3}$	Eu entendi que a conta seria assim: eu iria pegar o total de carneiros e de cabras e iria formar o resultado com uma conta de mais.	Conta de mais.
$S5^{0}_{4}$	A idade do capitão não tem nada a ver com carneiros e com cabras. São quantias e não são idades deles.	A idade do capitão não tem nada a ver.

Fonte: Construído pelo autor desta dissertação. (2012).

Quadro 30: Conteúdos referentes ao problema 01**,** coletados a partir da entrevistas e atividade de leitura e escrita, produzidos pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II, escolas ESC1 e ESC2.

Sujeito Entrevistado	**Explique como você entendeu o enunciado do problema.**	**Palavra ou expressão recorrente/Categoria**
S9º$_1$	Bom, primeiro, no enunciado são dados dois valores desconhecidos, o número de galinhas e o número de coelhos. Os mesmos valores que ele pede para descobrir no fim da questão. Depois, ao ler, vi que são dados alguns valores que poderiam ajudar. Como cada animal tem uma cabeça, fiz a equação x+y=26, e depois, como a galinha tem 2 pés e o coelho 4, fiz a outra equação 2x+4y=64.O que resultou num sistema de equações.	Cada animal tem uma cabeça, fiz a equação x+y=26. Como a galinha tem 2 pés e o coelho 4, fiz a outra equação 2x+4y=64.
S9º$_2$	Galinha e coelho têm cabeça, então são 26 dividido por dois. Galinha tem duas patas e coelho 4 patas, então teremos que dividir 64 sendo 4 para coelhos e dois para galinha.	Galinha e coelho têm cabeça. Galinha tem duas patas e coelho 4 patas.
S9º$_3$	Eu identifiquei o total de pés que era 64 e tive a seguinte lógica que dentro desses 64 há galinhas e coelhos e que galinha tem 2 pés e coelhos 4 pés. Então montei o enunciado na minha forma de lógica. Tive que pensar em dois números no qual um supostamente fosse galinha e o outro coelho.Daí fui colocando vários números até chegar ao resultado.	Tentativa .
S9º$_4$	Eu entendi que há galinhas e coelhos em tão eu pensei o seguinte uma galinha tem dois pés e uma cabeça e um coelho tem quatro e uma cabeça em tão fiz da maneira seguinte imaginei 40 galinhas e 24 coelhos e somei as patas e as cabeças.	Pensei o seguinte uma galinha tem dois pés e uma cabeça e um coelho tem quatro e uma cabeça.

Fonte: Construído pelo autor desta dissertação. (2012).

Quadro 31: Conteúdos referentes ao problema 01, coletados a partir da entrevistas e atividade de leitura e escrita, produzidos pelos alunos do 3º ano do Ensino Médio, escolas ESC1 e ESC2.

Sujeito Entrevistado	**Explique como você entendeu o enunciado do problema.**	**Palavra ou expressão recorrente/Categoria**
$S3^{0}EM_1$	Foi utilizado o cálculo da área do quadrado, ou seja, a fórmula e em todas elas o resultado deu $4m^2$, tratando-se de três áreas iguais. Logo após esse processo foi necessário calcular a área do círculo em cada quadrado. No primeiro foi somente um cálculo e o raio do círculo, era do mesmo tamanho do lado do quadrado; já na média foram quatro, sendo a metade do lado o raio dos quatro círculos, ou melhor, o diâmetro, sendo metade dele o raio, em todos os casos citados e na pequena, são calculados 16 vezes, sendo a primeira a de menor material.	Foi utilizado o cálculo da área do quadrado, ou seja, a fórmula.
$S3^{0}EM_2$	Não compareceu.	
$S3^{0}EM_3$	Fiz os cálculos para saber qual dos tipos iria possuir a maior quantidade de sobras. Porém, percebi que seria a mesma quantidade para todos.	Fiz os cálculos.
$S3^{0}EM_4$	Entendi. A medida que a empresa produz mais tampas em um mesmo quadrado mais espaço sobra. Então a III receberia mais material.	mais tampas em um mesmo quadrado mais espaço sobra.

Fonte: Construído pelo autor desta dissertação. (2012).

Apêndice B: Atividades para diagnóstico resolvidas

1. Atividade para diagnóstico - Ensino Fundamental I: 5º Ano

Questão1. Em um navio há vinte e sete carneiros e doze cabras. Qual a idade do capitão?

Comentário: Não há dados suficientes para encontrar a idade do capitão, pois, não há nenhuma relação entre as informações matemáticas presentes no texto do enunciado do problema proposto e a idade do capitão.

Questão 2. Numa casa há quatro cantos, em cada canto há um gato, cada gato vê três gatos. Qual o total de gatos que existem na casa?

Comentário: O texto do enunciado afirma que na casa existem quatro cantos e que em cada canto existe um gato. Este fato já é suficiente para concluir que o total de gatos que existem na casa é igual a quatro.

Questão 3. Tinha uma quantia em reais guardada em um cofrinho. Gastei R$ 150,00 e ainda tenho R$ 270,00. Quanto eu tinha no cofrinho?

Comentário I: Usando conhecimentos de aritmética, mais especificamente o campo aditivo, é fácil perceber que o que foi gasto, adicionado ao que ainda tem, obtém-se a quantia que existia inicialmente guardada no cofrinho.

Comentário II: Usando conhecimentos de álgebra elementar, pode-se equacionar a partir da representação.

Quantia – 150,00 = 270,00

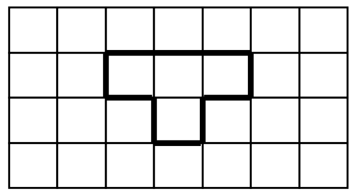
Para se obter o equilíbrio da equação, acrescentamos R$ 150,00, antes e depois da igualdade.

Quantia – 150,00 +150,00 = 270,00 +150,00

Assim, podemos perceber que:

Quantia = 420,00

Questão 4. A parte destacada na malha quadriculada abaixo representa uma figura na bandeira da escola de João. Cada lado do quadradinho mede 1 metro.



Quantos metros de fita serão necessários para contornar essa figura?

Comentário: Observando a parte em destaque na malha quadriculada, é possível perceber que existem dez segmentos de reta cujo comprimento de cada um deles equivale a 1 metro. Portanto, o total de fita que serão necessários para contornar a figura em destaque é: **10 x 1 metro = 10 metros**.

2. Atividade para diagnóstico - Ensino Fundamental II: 9º Ano

Questão 1. Em uma granja há galinhas e coelhos, num total de 26 cabeças e 64 pés. Quantas são as galinhas e quantos são os coelhos?

Comentário I: Discutindo a solução algébrica

Usando os conhecimentos de álgebra elementar, mais precisamente o conteúdo de sistemas de equações.

Observando o texto do enunciado do problema, pode-se perceber que existem dois elementos importantes que precisam ser equacionados, ou seja, o número de cabeças e o número de pés dos animais citados.

Sabe-se, que dentro das condições normais, tanto galinha, quanto coelho possui cabeça. Daí, o total de cabeças de galinhas que representamos pela incógnita G, adicionado ao total de cabeças de coelhos que iremos representar pela incógnita C, chega-se ao total de 26 cabeças, ou seja, $G + C = 26$.

Por outro lado, considerando as condições normais, galinha possui dois pés e, coelho quatro pés. Dessa forma, a quantidade de pés de galinha multiplicada pela quantidade de cabeças de galinhas, nos dá o total de pés de galinhas, ou seja, 2G. Usando o mesmo raciocínio, a quantidade de pés de coelhos multiplicada pela quantidade de cabeças de coelhos, nos dá o total de pés de coelhos, ou seja, 4C. Assim, adicionando o total de pés de galinhas 2G, ao total de pés de coelhos 4C, obtém-se o total de 64 pés. Assim representamos: $2G + 4C = 64$.

Por fim, resolvendo o sistema constituído pelas equações: $\begin{cases} G + C = 26 \\ 2G + 4C = 64 \end{cases}$, conclui-se que no quintal existem 20 galinhas e 6 coelhos.

Comentário II: Usando lógica

Etapa i: representa as 26 cabeças.

Etapa ii: Imaginar que todos os animais fossem galinhas. Dessa forma, distribui 2 pés para cada cabeça. Assim, de 26 cabeças vezes 2 pés, obtém-se 52 pés.

Etapa iii: Se todos os animais fossem galinhas, ainda sobravam 12 pés. Como coelhos possuem quatro pés, devem-se distribuir mais dois pés dos 12 que sobraram, para cada animal.

Etapa iv: Contar os animais que possuem dois pés e os animais que possuem quatro pés.

Questão 2. Uma professora ganhou ingressos para levar 25% (vinte e cinco por cento) de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela poderá levar?

Comentário I: Usando o cálculo de porcentagem.
25% de 36 = (25/100)x36 = **9 alunos**

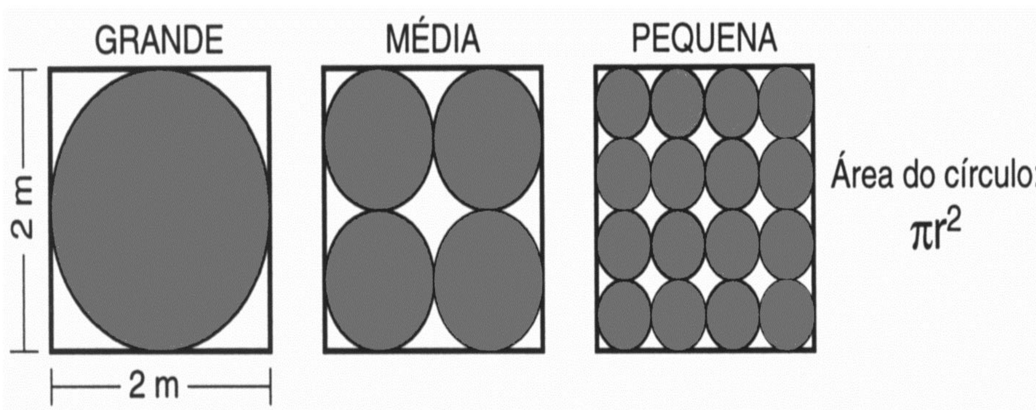
Comentário I: Usando regra de três simples.
(100/25) = (36/x alunos)
x = 9 alunos.

Questão 3. Imagine que você seja o maquinista de um trem que partiu da estação ferroviária localizada no centro de Maceió-AL, com 20 pessoas, das quais, 10 são jovens, e os demais formam um grupo de dois casais de idosos acompanhados de seis crianças. Em seguida, pára na estação de Bebedouro e descem 3 jovens e entram 8 senhoras. Mais adiante, na estação de Fernão Velho, descem 4 jovens e sobem 11 componentes de um grupo de pastoril, folguedo típico do Estado de Alagoas. Sabendo-se que até a estação ferroviária de Lourenço de Albuquerque localizada na cidade de Rio Largo-AL, destino final do percurso, houve apenas mais uma parada, provavelmente na cidade de Satuba-AL, onde subiu um grupo de forró composto por 4 membros, e que o trem chegou ao destino final com apenas 16 pessoas, qual é a idade do maquinista?

Comentário: Quando o enunciado afirma: “Imagine que você seja o maquinista de um trem”. Independentemente das informações matemáticas presentes no texto do enunciado do problema, fica evidente que a idade do maquinista é a mesma idade do leitor do texto.

3. Atividade para diagnóstico - Ensino Médio: 3º Ano

Questão 1. Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, qual das três entidades recebe menos material?

Comentário I: Usando a relação de proporcionalidade entre as figuras geométricas apresentadas.

Observando os registros geométricos apresentados no enunciado, pode-se perceber que as medidas dos raios dos círculos, ou seja, raio grande, raio médio e raio pequeno, são dados por:

Raio grande: $R_G = 1$ metro

Raio médio: $R_M = \frac{1}{2}$ metro

Raio pequeno: $R_P = \frac{1}{4}$ metro

Assim, relacionando os raios, temos: $R_M = \frac{1}{2}R_G$, $R_P = \frac{1}{4}R_G$.

Desse raciocínio pode-se deduzir que: $R_G = 2R_M = 4R_P$.

Relacionando as áreas, temos: $A_G = \pi R_G{}^2 = \pi(2R_M)^2 = \pi(4R_P)^2$

Assim, $A_G = \pi R_G{}^2 = 4\pi R^2{}_M = 16\pi R^2{}_P$, Ou seja, as áreas em destaque em cada caso são iguais. Portanto, as sobras também serão iguais.

Comentário II: Calculando os valores numéricos das áreas

Usando o conceito de área círculo: $A = \pi R^2$

Calculando-se a área em destaque em cada caso, temos:

$$A_G = \pi R_G{}^2 = 4\pi R^2{}_M = 16\pi R^2{}_P$$

$$A_G = \pi 1^2 = 4\pi (\frac{1}{2})^2 = 16\pi (\frac{1}{4})^2$$

$$A_G = \pi 1^2 = 4\pi (\frac{1}{2})^2 = 16\pi (\frac{1}{4})^2$$

$A_G = A_M = A_P = \pi$ **m²**

Logo, as áreas em destaque em cada caso são iguais. Portanto, as sobras também serão iguais.

Questão 2. O nível da água em um reservatório rebaixa segundo um comportamento linear representado pela relação entre as variáveis t e V, onde t é o tempo dado em minutos e V é o volume dado em litros. A partir das observações que se iniciam com a abertura de uma torneira observa-se a relação entre as variáveis t e V, de acordo com os dados que seguem: V(0) = 500, V(1) = 490, V(2) = 480,..., V(49) =10 e V(50) = 0. De acordo com os dados do enunciado, responda:

Qual o volume de água que existia no reservatório antes da torneira ser aberta?

Interpretando as informações dadas no enunciado, observa-se que $V(0) = 500$. O registro representativo indica que quando o tempo era zero minuto, o volume do reservatório era 500 litros de água. De onde se conclui que, antes da torneira ser aberta o volume de água que existia no reservatório era de 500 litros de água.

Em quanto tempo o reservatório estará completamente vazio?

Interpretando as informações dadas no enunciado, observa-se que $V(50) = 0$. O registro representativo indica que quando o tempo atingiu 50 minutos, o reservatório estava completamente vazio.

Qual a vazão de rebaixamento?

Interpretando a relação: V(0) = 500, V(1) = 490, V(2) = 480,..., V(49) =10 e V(50) = 0, pode-se perceber que, a cada minuto, o volume de água no reservatório diminui de 10 litros. Portanto, a vazão de rebaixamento é de 10 litros por minuto.

Observação: Outra forma de resolver esse problema seria relacionar o fenômeno do enunciado com o modelo da função polinomial de grau 1, ou seja, $V(t) = at + b$. É possível perceber na relação, V(0) = 500, V(1) = 490, V(2) = 480,..., V(49) =10, que o reservatório perde volume de água igual, em intervalos de tempos iguais.

Questão 3. O elevador de um edifício de 10 andares parte do térreo com 4 pessoas: duas mulheres, 1 homem e uma criança. Pára no 5º andar e aí sai uma mulher e entram 3 homens. No 7º, saem 2 pessoas. Sabendo-se que houve apenas mais uma parada no 9º onde não desceu nenhuma criança e que o elevador chegou ao 10º andar com 11 pessoas, pergunta-se qual é a idade do ascensorista.

Comentário: Não há dados suficientes para encontrar a idade do ascensorista, pois, não há como relacionar as informações matemáticas presentes no texto do enunciado do problema proposto com a idade do ascensorista.

ANEXOS

Anexo A: TCLE

1. *Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (T.C.L.E.)*

"*O respeito devido à dignidade humana exige que toda pesquisa se processe após consentimento livre e esclarecido dos sujeitos, indivíduos ou grupos que por si e/ou por seus representantes legais manifestem a sua anuência à participação na pesquisa.*" (Resolução. nº 196/96-IV, do Conselho Nacional de Saúde)

2. Eu,..., tendo sido convidad(o,a) a participar como voluntário (a) do estudo da pesquisa ***RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: INTERAÇÃO ENTRE A LINGUAGEM MATEMÁTICA E A LÍNGUA MATERNA,*** *a ser realizado em escolas da cidade de Maceió, pertencentes à rede pública e rede privada de ensino, recebi do(a) Sr.* ***Luiz Galdino da Silva****, do Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas, responsável por sua execução, as seguintes informações que me fizeram entender sem dificuldades e sem dúvidas os seguintes aspectos:*

Que o estudo se destina a compreender se os conhecimentos acerca da língua portuguesa dos alunos do quinto e nono ano do ensino fundamental e terceiro ano do ensino médio de duas escolas localizadas na cidade de Maceió são satisfatórios para interpretação dos enunciados matemáticos.

Que esse estudo começará em **15/03/2011** e terminará em **15/04/2011.**

Que o estudo será feito da seguinte maneira: **atividade para diagnóstico** a ser aplicada aos alunos (as) de duas escolas da cidade de Maceió, das quais, uma pertencente à rede pública e outra à rede privada; e, **atividade de leitura e escrita e entrevista complementar** para dois alunos selecionados por turma.

Que eu participarei das seguintes etapas: atividade para diagnóstico, atividade de leitura e escrita e entrevista complementar.

Que não existem outros meios conhecidos para se obter os mesmos resultados.

Que a participação no estudo não me causará nenhum incômodo.

Que a participação no estudo não trará riscos à minha saúde física ou mental.

Que, sempre que desejar será fornecido esclarecimentos sobre cada uma das etapas do estudo.

Que, a qualquer momento, eu poderei recusar a continuar participando do estudo e, também, que eu poderei retirar este meu consentimento, sem que isso me traga qualquer penalidade ou prejuízo.

Que as informações conseguidas através da minha participação não permitirão a identificação da minha pessoa, exceto aos responsáveis pelo estudo, e que a divulgação das mencionadas informações só será feita entre os profissionais estudiosos do assunto.

Que eu não deverei ser indenizado por qualquer despesa que venha a ter com a minha participação nesse estudo.

Finalmente, tendo eu compreendido perfeitamente tudo o que me foi informado sobre a minha participação no mencionado estudo e estando consciente dos meus direitos, das minhas responsabilidades, dos riscos e dos benefícios que a minha participação implica, concordo em dele participar e para isso eu DOU O MEU CONSENTIMENTO SEM QUE PARA ISSO EU TENHA SIDO FORÇADO OU OBRIGADO.

Endereço do(a) participante-voluntário(a)
Domicílio: (rua, praça, conjunto):
Bloco /Nº: /Complemento:
Bairro/CEP/Cidade: /Telefone/e-mail:
Ponto de referência:

Contato de urgência: Sr(a).

Domicílio: (rua, praça, conjunto):

Bloco/Nº: /Complemento:

Bairro/CEP/Cidade: /Telefone/e-mail:

Ponto de referência:

Endereço do(os) responsável(is) pela pesquisa (OBRIGATÓRIO):

Instituição: Universidade Federal de Alagoas/ Centro de Educação

Endereço Campus A. C. Simões, BR 104 - Norte, Km 97, Cidade Universitária -

Bloco /Nº: /Complemento:

Bairro /CEP/Cidade: Tabuleiro dos Martins, CEP 57072-970, Maceió- AL.

Telefones p/contato: (82) 32414523 e 9924 6289 (pesquisador)

ATENÇÃO: Para informar ocorrências irregulares ou danosas durante a sua participação no estudo, dirija-se ao: Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Alagoas:

Prédio da Reitoria, sala do C.O.C. , Campus A. C. Simões, Cidade Universitária, Telefone: 3214-1041

Maceió, ___de ____________ de 2010.

Assinatura do(a) voluntário(a) ou responsável legal	Nome e Assinatura do responsável pelo estudo

Anexo B: Carta solicitando autorização para realização da pesquisa

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO BRASILEIRA

Prezado (a) Gestor (a),

Como aluno regular do Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE - Centro de Educação – CEDU - Universidade Federal de Alagoas – UFAL venho solicitar, nesta oportunidade, a vossa **autorização para aplicação de atividade diagnóstica e atividade de leitura e escrita com entrevista**, junto aos alunos da disciplina Matemática, no 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio da **Escola ....,** sob a sua Gestão. Os dados a serem coletados serão utilizados para fins de estudos cujos resultados constarão em nossa dissertação de Mestrado, que tem como título: **Resolução de Problemas Matemáticos na Educação Básica: interação entre a linguagem matemática e a língua materna,** sob a orientação da Profa. Dra. Mercedes Bêtta Quintano de Carvalho Pereira dos Santos.

Sua autorização é de suma importância, sem a qual não se poderá realizar este estudo investigativo que será fundamental para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Outrossim, informo-vos que o material coletado será utilizado apenas para fins de pesquisa e que os resultados da mesma serão encaminhados a esta escola tão logo concluído os resultados finais.

LUIZ GALDINO DA SILVA

Assinatura:____

Aluno Regular do PPGE/CEDU/UFAL
Matrícula nº 10130314 RG: 330 950 – SSP/AL CPF: 376266634 20
Tel.: (82) 3241-4523 e 9924-6289

AUTORIZAÇÃO PARA APLICAÇÃO DE ATIVIDADE DIAGNÓSTICA E ATIVIDADE DE LEITURA E ESCRITA COM ENTREVISTA

Eu,

____, identificado (a) como Gestor (a) da **Escola ....** relacionada abaixo, autorizo a aplicação de **atividade diagnóstica e atividade de leitura e escrita com entrevista,** aos alunos da disciplina Matemática na Educação Básica, no 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio.

Maceió, _____ de ________________ 2011.

Assinatura: ____

Escola: ....

RG: ________________________________ CPF:___________________________

Anexo C: Planos de Cursos do grupo ESC1

Quadro 32: Plano de curso do quinto ano do ensino fundamental I

<table>
<tr><td colspan="3">CURSO: ENSINO FUNDAMENTAL I – 5º ANO
COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA
PROFESSOR:</td></tr>
<tr><td colspan="3">OBJETIVO GERAL:
Permitir ao educando um conhecimento sistemático sequenciado dos elementos e das relações que compõem o universo matemático, a fim de que o aluno possa desenvolver o raciocínio lógico, interpretando com coerência a linguagem matemática, visando a sua aplicabilidade na resolução de problemas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">METODOLOGIA DE ENSINO:
A disciplina será desenvolvida por meio de aulas teóricas, seminários, análises de gráficos, discussões, debates, exercícios de sala e/ou casa e trabalhos práticos, orais e escritos, entre outros.</td></tr>
<tr><td>Unidade I
Conteúdos:
• O homem cria símbolos
• Numeração
• Os números naturais
• Sistema de numeração decimal
• Ordens e classes
• Simbologias
• Operações com números naturais
• Expressão numérica
• Combinações</td><td>Unidade II
Conteúdos:
• Resolvendo problemas
• Tópicos de geometria
• Formas geométricas planas
• Segmento de reta
• Polígonos
• Triângulos
• Quadriláteros
• Circunferência
• Sistema de medidas</td><td>Unidade III
Conteúdos:
• Múltiplos e divisores de um número natural
• Números primos
• Decomposição de um número natural em fatores primos
• Frações
• Frações e porcentagem
• Operações com frações</td></tr>
<tr><td colspan="3">AVALIAÇÃO:
Observações a partir de instrumentos para registros (aspecto cognitivo, habilidades e atitudes), situações escritas, (trabalhos, provas,...) e orais (debates, explicações justificativas, argumentações,...) análise do erro como caminho para buscar o acerto, autoavaliação.</td></tr>
<tr><td colspan="3">BIBLIOGRAFIA:
A Conquista da Matemática
• José Ruy Giovanni
EDITORA: FTD – 4º ano.</td></tr>
<tr><td colspan="3">OBSERVAÇÕES:</td></tr>
</table>

Quadro 33: Plano de curso do nono ano do ensino fundamental II

CURSO: ENSINO FUNDAMENTAL II - 9º ANO COMPONENTE CURRICULAR**: MATEMÁTICA** PROFESSOR**:**			
OBJETIVO GERAL: Aprender Matemática de forma contextualizada, integrada a outros conhecimentos, buscando propiciar aos alunos situações que os levem a uma motivação no querer aprender, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens especificas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias a sua formação.			
METODOLOGIA DE ENSINO: A seleção de conteúdos organizados em temas ou de outra forma é apenas uma primeira decisão de caráter pedagógico. É preciso também cuidar de outros aspectos didático-pedagógicos, tendo em vista que a proposta é a de articular conteúdos e competências e a forma de trabalho é determinante para que muitas das competências almejadas possam se desenvolver. A utilização de recursos como computador, calculadora, jogos, podem contribuir para o desenvolvimento intelectual do aluno. Além do livro-didático, aulas expositivas, avaliações continuas, trabalhos individuais ou em grupos, uso de multimídia, seminários, pesquisa de campo, debates e outros.			
Unidade I **Conteúdos:** ●Potenciação ●Radiciação	**Unidade II** **Conteúdos:** ●Equação do 2.° grau ●Equações redutíveis ao 2° grau ●Equações fracionárias ●Equações biquadradas ●Equações irracionais	**Unidade III** **Conteúdos:** ●Semelhança ●Relações métricas no triângulo retângulo ●Noções de probabilidade ●Noções de estatística ●Funções	**Unidade IV** **Conteúdos:** ●Noções de trigonometria ●Polígonos regulares ●Circunferência e arcos ●Área das superfícies planas
AVALIAÇÃO: Na atual perspectiva de um currículo de Matemática para o ensino fundamental e médio, novas funções são indicadas à avaliação, na qual se destacam uma dimensão social e uma dimensão pedagógica. As formas de avaliação devem contemplar também as explicações, justificativas e argumentações orais, uma vez que estas revelam aspectos do raciocínio que muitas vezes não ficam evidentes nas avaliações escritas. Sendo assim, é fundamental que os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, sejam eles, trabalhos, provas, registros das atitudes dos alunos, forneçam ao professor informações sobre as competências de cada aluno.			
BIBLIOGRAFIA: Ana Lucia Bordeaux, Cléa Rubinstein, Elizabeth França, Elizabeth Ogliari e Gilda Portela, Matemática em ação. Edwaldo Bianchini, Matemática.			
OBSERVAÇÕES:			

Quadro 34: Plano de curso do terceiro do ensino médio

CURSO: **ENSINO MÉDIO – 3º ANO**
COMPONENTE CURRICULAR: **MATEMÁTICA**
PROFESSOR:

OBJETIVO GERAL:
Aprender Matemática de forma contextualizada, integrada a outros conhecimentos, buscando propiciar aos alunos situações que os levem a uma motivação no querer aprender, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação.

METODOLOGIA DE ENSINO:
A seleção dos conteúdos organizados em temas ou de outra forma é apenas uma primeira decisão de caráter pedagógico. É preciso também cuidar de outros aspectos didáticos-pedagógicos, tendo em vista que a proposta é a de articular conteúdos e competências e a forma de trabalho é determinante para que muitas das competências almejadas possam se desenvolver.

Unidade I **Conteúdos:**	**Unidade II** **Conteúdos:**	**Unidade III** **Conteúdos:**
• Geometria plana • Geometria espacial I	• Geometria espacial II • Geometria analítica I	• Geometria analítica II • Geometria analítica III • Números complexos

AVALIAÇÃO:
Na atual perspectiva de um currículo de Matemática, para o ensino fundamental e médio, novas funções são indicadas à avaliação, na qual se destacam uma dimensão social e uma dimensão pedagógica.
As formas de avaliação devem contemplar também as explicações, justificativas e argumentações orais, uma vez que estas revelam aspectos do raciocínio que muitas vezes não ficam evidentes nas avaliações escritas.
Sendo assim, é fundamental que os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, sejam eles trabalhos, provas, registros das atitudes dos alunos, forneçam ao professor informações sobre as competências de cada aluno.

BIBLIOGRAFIA:
1. MATEMÁTICA FUNDAMENTAL – UMA NOVA ABORDAGEM
VOLUME ÚNICO
- José Ruy Giovanni
- José Roberto Bonjorno
- José Ruy Giovanni Jr.

EDITORA: FTD

OBSERVAÇÕES: Propostas para aula de campo:
1. Hidrelétrica de Xingó