

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

TÁSSIO JORGE FIGUEIREDO DE ARAÚJO

**ESTUDO DA LIGAÇÃO VIGA-PILAR EM SISTEMA ESTRUTURAL DE
CONCRETO CONSIDERANDO A VARIAÇÃO DA SEMI-RIGIDEZ POR MEIO DE
PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DA LIGAÇÃO**

**Maceió
2013**

TÁSSIO JORGE FIGUEIREDO DE ARAÚJO

**ESTUDO DA LIGAÇÃO VIGA-PILAR EM SISTEMA ESTRUTURAL DE
CONCRETO CONSIDERANDO A VARIAÇÃO DA SEMI-RIGIDEZ POR MEIO DE
PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DA LIGAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de concentração: Estruturas

Orientadora: Profa. Dr^a. Aline da Silva Ramos Barboza

Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Nobre Lages

Maceió

2013

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale

A663e Araújo, Tássio Jorge Figueiredo de.
Estudo da ligação viga-pilar em sistema estrutural de concreto considerando a variação da semi-rigidez por meio de parâmetros geométricos da ligação / Tássio Jorge Figueiredo de Araújo. – 2013.
111 f. : il., graf., tabs.

Orientadora: Aline da Silva Ramos Barboza.
Co-Orientador: Eduardo Nobre Lages.
Dissertação (mestrado em Engenharia Civil : Estruturas) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2013.

Bibliografia: f. 109-111.

1. Engenharia civil - Estruturas. 2. Ligações viga-pilar semi rígidas. 3. Concreto. 4. Parâmetros geométricos de rigidez. 5. Pórticos estruturais planos. 6. Simulação computacional numérica. I. Título.

CDU: 624.048:004.383.4



**ESTUDO DA LIGAÇÃO VIGA-PILAR EM SISTEMA ESTRUTURAL DE
CONCRETO CONSIDERANDO A VARIAÇÃO DA SEMI-RIGIDEZ POR
MEIO DE PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DA LIGAÇÃO**

TÁSSIO JORGE FIGUEIREDO DE ARAÚJO

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 26 do mês de julho do ano de 2013.

Banca Examinadora:

Prof.ª. Dra. Aline da Silva Ramos Barboza
Orientadora – CTEC/UFAL

Prof. Dr. Eduardo Nobre Lages
CTEC/UFAL

Prof. Dr. Severino Pereira Cavalcanti Marques
CTEC/UFAL

Prof. Dr. Bernardo Horowitz
UFPE

Aos meus pais, Jorge e Edna.
Aos meus irmãos, Thiago e Taís.

AGRADECIMENTOS

Ao meu pai Jorge, por ser minha fonte de inspiração como pessoa e como profissional e que nunca mediu esforços para me prover uma educação de qualidade e condições para meu desenvolvimento pessoal, e a minha mãe Edna, por ser um exemplo de amor incondicional, orientação e educação aos seus filhos.

Ao meu irmão Thiago, por ser meu maior incentivador na Engenharia, orientador, além de meu professor particular nas horas vagas, e minha irmã Taís, por ser minha incentivadora e conselheira fora da área profissional.

À professora e orientadora Aline da Silva Ramos Barboza, pela nossa amizade, parceira, conversas, transmissão de conhecimentos e recomendações durante tantos anos, desde a minha iniciação científica até hoje.

Ao professor e orientador Eduardo Nobre Lages por sua brilhante contribuição neste trabalho, além de sua amizade, conhecimentos adquiridos, conselhos e paciência ao longo do mestrado.

À minha namorada Ana Luísa e aos meus queridos primos e amigos presentes em todas as horas. Em particular a Camila Sirqueira, Luiz Gustavo, Antônio Neto, Larissa Wilson, Arthur Peixoto, Igor Brayner, Victor de Almeida, Artur Piatti, Diego de Vasconcelos, Tairo do Vale, Pablo Barbosa, Victor Beltrão, Rafael Souza, Guto Gerbase, Marco Calheiros, Ivan Cavalcante, Daniela Pereyra e Elen Toledo.

Aos amigos e colegas do mestrado, em especial a Marianna Luna, José Denis e Felipe Paes pela parceria ao longo destes anos.

A todos os professores do PPGEC, pelas aulas administradas com zelo e expertise, em especial a João Carlos Barbirato, Eduardo Toledo, Francisco Patrick, William Wagner e Severino Cavalcanti, pelas sugestões e contribuições no desenvolvimento deste trabalho.

Ao CNPq pela bolsa de estudos concedida.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo de quantificação da influência de parâmetros geométricos e de rigidez no comportamento de ligações viga-pilar de concreto. Para tanto, são concebidos modelos elásticos lineares de ligação em elementos finitos tridimensionais utilizando o programa comercial Abaqus. Esses modelos servem como referência para a otimização dos parâmetros geométricos e de rigidez de modelos reticulados, que são os comumente utilizados em projetos estruturais. Os resultados obtidos confirmam algumas tendências de influência de parâmetros já apresentados na literatura, como variações de rigidez causadas por excentricidade e variações de largura. Os resultados indicam variações de deslocamento vertical nas vigas de até 5%, mantendo-se a carga vertical e variando apenas a excentricidade, e de até 60% variando-se apenas as larguras dos elementos. Além disso, é descartada a utilização de representações pontuais da semi-rigidez em ligações monolíticas de concreto através de molas rotacionais, provando ser necessário um aprimoramento do modelo para a representação do comportamento da ligação. Diversos modelos de barra são propostos e testados na representação do comportamento semi-rígido das ligações, fazendo uso de núcleos rígidos, molas rotacionais e variações de inércia e área.

Palavras-Chave: Estruturas. Ligações viga-pilar semi-rígidas. Pórticos planos. Parâmetros geométricos de rigidez. Programas comerciais de cálculo estrutural.

ABSTRACT

This work presents a study to quantify the influence of geometrical and stiffness parameters on the behavior of beam-column concrete connections. Therefore, linear elastic models are designed by using three-dimensional finite elements in the commercial software Abaqus. These models serve as a reference for the optimization of geometrical and rigidity parameters of reticulated models, which are commonly used in structural projects. The results confirm some tendencies of influence by parameters already reported in the literature, such as variations in stiffness caused by eccentricity and width variations. The results indicate variations in vertical displacement of the beams up to 5%, maintaining the vertical load and varying only the eccentricity and up to 60% only by varying the widths of the elements. Furthermore, the use of punctual representations of semi-rigidity on monolithic concrete connections through rotational springs is discarded, proving necessary an improvement of the model to represent the behavior of the connection. Several models have been proposed and tested in the representation of the semi-rigid behavior of the connections, making use of rigid core, rotational springs and variations of inertia and area.

Keywords: Structures. Semi-rigid beam-column connections. Plane frames. Geometric stiffness parameters. Commercial structural analysis software.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 - Ruptura típica de uma ligação. | 18 |
| Figura 2 - Representação dos tipos de ligação | 19 |
| Figura 3 - Efeito da rigidez das ligações em vigas | 20 |
| Figura 4 - Sistema de coordenadas de referência | 25 |
| Figura 5 - Ilustração do estado de fissuração utilizando resina. | 28 |
| Figura 6 - Esquema representativo do processo de ruptura de uma ligação viga-pilar. | 28 |
| Figura 7 - Representação esquemática do NPM..... | 29 |
| Figura 8 - Determinação da rigidez secante em ligações semi-rígidas..... | 30 |
| Figura 9 - Proposta para classificação de ligações | 34 |
| Figura 10 - Modelo base para a simulação numérica, utilizando o plano de simetria YZ | 37 |
| Figura 11 - Posicionamento da viga na simulação inicial | 38 |
| Figura 12 - Condições de contorno aplicadas na simulação..... | 40 |
| Figura 13 - Modo de aplicação do carregamento vertical na viga..... | 40 |
| Figura 14 - Linha elástica obtida com a simulação numérica. | 41 |
| Figura 15 - Representação ampliada dos valores de deslocamento vertical..... | 42 |
| Figura 16 - Variação da excentricidade da viga em relação ao pilar..... | 43 |
| Figura 17 - Variação de largura do pilar..... | 44 |
| Figura 18 - Graus de liberdade do elemento de barra | 47 |
| Figura 19 - Modelo 1 | 48 |
| Figura 20 - Sistemas de coordenadas locais. Em vermelho, os graus de liberdade; em preto, os elementos | 49 |
| Figura 21 - Modelo 2 | 50 |
| Figura 22 - Definição do comprimento dos trechos rígidos | 51 |
| Figura 23 - Modelo 4 | 52 |
| Figura 24 - Modelo 6..... | 54 |
| Figura 25 - Diagrama hierárquico do algoritmo de otimização..... | 56 |
| Figura 26 - Representação da deformada do pilar na interface do Abaqus | 58 |
| Figura 27 - Vista geral do modelo deformado, com resultados para U_1 | 59 |
| Figura 28 - Corte vertical central utilizando o plano XY, com resultados para U_1 | 60 |
| Figura 29 - Representação da linha elástica da viga no Abaqus | 61 |
| Figura 30 - Vista geral do modelo deformado, com resultados para U_2 | 61 |

| | |
|---|----|
| Figura 31 - Deslocamento vertical do eixo da viga nas simulações de variação de excentricidade | 62 |
| Figura 32 - Visualização ampliada dos deslocamentos verticais da viga..... | 63 |
| Figura 33 - Diferença entre o valor da flecha obtido em cada simulação com o valor de referência (centralizado) | 65 |
| Figura 34 - Razão entre as diferenças de flecha entre as simulações de variação de excentricidade | 65 |
| Figura 35 - Resultados para deslocamento transversal vertical da viga nas simulações de variação de largura do pilar | 66 |
| Figura 36 - Resultados para deslocamento transversal (eixo X) do pilar nas simulações de variação de largura do pilar | 67 |
| Figura 37 - Resultados para deslocamento longitudinal (eixo Y) do pilar nas simulações de variação de largura do pilar..... | 68 |
| Figura 38 - Representação gráfica do campo de tensões σ_{YY} na simulação de proporção 5:1 | 69 |
| Figura 39 - Deslocamento transversal da viga com polinômio aproximador quadrático, simulação 1:1 | 71 |
| Figura 40 - Deslocamento transversal da parte inferior do pilar com polinômio aproximador cubico, simulação 1:1 | 71 |
| Figura 41 - Deslocamento transversal da parte superior do pilar com polinômio aproximador cubico, simulação 1:1 | 72 |
| Figura 42 - Deslocamento longitudinal da parte inferior do pilar com polinômio aproximador linear, simulação 1:1 | 72 |
| Figura 43 - Deslocamento longitudinal da parte superior do pilar com polinômio aproximador linear, simulação 1:1 | 73 |
| Figura 44 - Deslocamento transversal da viga com polinômio aproximador quadrático, simulação 5:1 | 74 |
| Figura 45 - Deslocamento transversal da parte inferior do pilar com polinômio aproximador cubico, simulação 5:1 | 74 |
| Figura 46 - Deslocamento transversal da parte superior do pilar com polinômio aproximador cubico, simulação 5:1 | 75 |
| Figura 47 - Deslocamento longitudinal da parte inferior do pilar com polinômio aproximador linear, simulação 5:1 | 75 |

| | |
|--|----|
| Figura 48 - Deslocamento longitudinal da parte superior do pilar com polinômio aproximador linear, simulação 5:1 | 76 |
| Figura 49 - Resultados obtidos com o Modelo 1 para a viga faceando a borda (simulação 1) | 78 |
| Figura 50 - Resultados obtidos com o Modelo 1 para a viga centralizada (simulação 11) | 78 |
| Figura 51 - Análise da rigidez ótima de cada simulação, Modelo 1 | 79 |
| Figura 52 - Resultados obtidos com o Modelo 2 para a viga faceando a borda (simulação 1) | 81 |
| Figura 53 - Resultados obtidos com o Modelo 2 para a viga centralizada (simulação 11) | 81 |
| Figura 54 - Análise da rigidez ótima associada à viga de cada simulação, Modelo 2 | 83 |
| Figura 55 - Resultados obtidos com o Modelo 4 para a viga faceando a borda (simulação 1) | 84 |
| Figura 56 - Resultados obtidos com o Modelo 4 para a viga centralizada (simulação 11) | 84 |
| Figura 57 - Análise da rigidez ótima associada à viga de cada simulação, Modelo 4 | 85 |
| Figura 58 - Gráfico comparativo dos erros mínimos entre os Modelos 1, 2 e 4 | 87 |
| Figura 59 - Dispersão dos resultados na simulação 1:1, utilizando o Modelo 4 | 88 |
| Figura 60 - Dispersão dos resultados na simulação 5:1, utilizando o Modelo 4 | 88 |
| Figura 61 - Os 500 menores erros obtidos com a simulação 1:1 | 89 |
| Figura 62 - Valores de h_N para a simulação 1:1 | 90 |
| Figura 63 - Valores de v_N para a simulação 1:1 | 90 |
| Figura 64 - Valores de K_{VN} para a simulação 1:1 | 91 |
| Figura 65 - Valores de K_{PN} para a simulação 1:1 | 91 |
| Figura 66 - Os 500 menores erros obtidos com a simulação 5:1 | 92 |
| Figura 67 - Valores de h_N para a simulação 5:1 | 92 |
| Figura 68 - Valores de v_N para a simulação 5:1 | 93 |
| Figura 69 - Valores de K_{VN} para a simulação 5:1 | 93 |
| Figura 70 - Valores de K_{PN} para a simulação 5:1 | 94 |
| Figura 71 - Dispersão dos resultados na simulação 1:1, utilizando o Modelo 6 | 95 |
| Figura 72 - Dispersão dos resultados na simulação 5:1, utilizando o Modelo 6 | 96 |
| Figura 73 - Os 200 menores erros obtidos com a simulação 1:1 | 97 |
| Figura 74 - Valores de V_{NI} para a simulação 1:1 | 97 |
| Figura 75 - Valores de A_{PNI} para a simulação 1:1 | 98 |
| Figura 76 - Valores de I_{PNI} para a simulação 1:1 | 98 |

| | |
|--|-----|
| Figura 77 - Valores de V_{N2} para a simulação 1:1 | 99 |
| Figura 78 - Valores de A_{PN2} para a simulação 1:1 | 99 |
| Figura 79 - Valores de I_{PN2} para a simulação 1:1 | 100 |
| Figura 80 - Os 200 menores erros obtidos com a simulação 5:1 | 100 |
| Figura 81 - Valores de V_{N1} para a simulação 5:1 | 101 |
| Figura 82 - Valores de A_{PN1} para a simulação 5:1 | 101 |
| Figura 83 - Valores de I_{PN1} para a simulação 5:1 | 102 |
| Figura 84 - Valores de V_{N2} para a simulação 5:1 | 102 |
| Figura 85 - Valores de A_{PN2} para a simulação 5:1 | 103 |
| Figura 86 - Valores de I_{PN2} para a simulação 5:1 | 103 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 1 - Análise de influência dos parâmetros..... | 24 |
| Tabela 2 - Valores máximos de deslocamento vertical. | 42 |
| Tabela 3 - Tabela comparativa de deslocamentos verticais máximos na viga para a simulação de variação de excentricidade..... | 64 |
| Tabela 4 - Parâmetro indicador de ajuste de deslocamentos (R^2)..... | 76 |
| Tabela 5 - Valores normalizados dos parâmetros utilizando o Modelo 4..... | 86 |
| Tabela 6 - Resumo da variação dos parâmetros em cada simulação – Modelo 4..... | 95 |
| Tabela 7 - Resumo da variação dos parâmetros em cada simulação – Modelo 6..... | 104 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|-----------|--|
| M | Momento aplicado |
| M_E | Momento mobilizado na ligação |
| M_{ENG} | Momento mobilizado em uma ligação perfeitamente rígida |
| M_C | Momento no centro da viga |
| M_Y | Momento de início de plastificação |
| M_U | Momento último |
| R | Matriz de rigidez global |
| r | Matriz de rigidez local |
| β | Matriz de incidência cinemática |
| Q | Carga vertical linearizada da simulação numérica |
| q | Carga vertical linearizada corrigida |
| L | Comprimento de viga |
| L_P | Espessura do pilar na direção do eixo longitudinal da viga |
| H_V | Altura total da viga |
| V_P | Altura total do pilar |
| v | Comprimento do trecho rígido vertical |
| h | Comprimento do trecho rígido horizontal |
| V_1 | Comprimento do primeiro trecho do pilar |
| V_2 | Comprimento do segundo trecho do pilar |

| | |
|------------|---|
| Φ | Rotação relativa entre os elementos |
| K | Rigidez à flexão |
| K_S | Rigidez rotacional secante |
| K_V | Rigidez de mola rotacional associada à viga |
| K_P | Rigidez de mola rotacional associada ao pilar |
| K_{VN} | Rigidez normalizada de mola rotacional associada à viga |
| K_{PN} | Rigidez normalizada de mola rotacional associada ao pilar |
| d_x | Deslocamento na direção x |
| d_y | Deslocamento na direção y |
| θ_z | Rotação em torno do eixo z |
| γ | Fator de restrição à rotação |
| E | Módulo de elasticidade |
| E_V | Módulo de elasticidade do material da viga |
| E_P | Módulo de elasticidade do material do pilar |
| E_{CS} | Módulo de elasticidade secante do concreto |
| I | Momento de inércia |
| I_V | Momento de inércia da seção transversal da viga |
| I_P | Momento de inércia da seção transversal do pilar |
| I_C | Momento de inércia da viga de concreto |
| A | Área |
| R^2 | Coefficiente de Determinação |

| | |
|-------------|---|
| \hat{y}_i | Valor estimado da variável dependente |
| \bar{y} | Média da variável dependente |
| y_i | Valor observado da variável dependente |
| ϑ | Coefficiente de Poisson |
| m_{EP} | Coefficiente de engastamento parcial |
| v_N | Comprimento adimensional de trecho rígido relativo à metade da altura da viga |
| h_N | Comprimento adimensional de trecho rígido relativo à metade da largura do pilar na direção da viga |
| A_{PN1} | Coefficiente adimensional representativo da parcela efetiva de área utilizada no primeiro trecho do pilar |
| A_{PN2} | Coefficiente adimensional representativo da parcela efetiva de área utilizada no segundo trecho do pilar |
| I_{PN1} | Coefficiente adimensional representativo da parcela efetiva de momento de inércia utilizada no primeiro trecho do pilar |
| I_{PN2} | Coefficiente adimensional representativo da parcela efetiva de momento de inércia utilizada no segundo trecho do pilar |
| V_{N1} | Comprimento normalizado do primeiro trecho do pilar em relação ao todo |
| V_{N2} | Comprimento normalizado do segundo trecho do pilar em relação ao todo |

SUMÁRIO

| | | |
|------------|--|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 17 |
| 1.1 | Comentários iniciais | 17 |
| 1.2 | Justificativa | 21 |
| 1.3 | Objetivos | 22 |
| 1.3.1 | Objetivos Gerais | 22 |
| 1.3.2 | Objetivos Específicos | 22 |
| 1.4 | Metodologia | 23 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 26 |
| 2.1 | Comentários Iniciais | 26 |
| 2.2 | Rigidez rotacional | 29 |
| 2.2.1 | Fator de Restrição à Rotação | 31 |
| 2.2.2 | Classificação das ligações viga-pilar..... | 32 |
| 2.2.3 | Coefficiente de engastamento parcial | 34 |
| 3 | ANÁLISE NUMÉRICA | 36 |
| 3.1 | Comentários Iniciais | 36 |
| 3.2 | Características Geométricas Gerais | 36 |
| 3.3 | Características Mecânicas Gerais | 39 |
| 3.4 | Condições de Contorno Gerais | 39 |
| 3.5 | Discretização dos modelos | 41 |
| 3.6 | Simulação com variação da excentricidade entre os elementos | 43 |
| 3.7 | Simulação de variação da largura do pilar | 43 |
| 4 | MODELAGEM DA LIGAÇÃO COM ELEMENTOS DE BARRAS | 45 |
| 4.1 | Comentários Iniciais | 45 |
| 4.2 | Modelos de Barra | 45 |
| 4.2.1 | Modelo 1..... | 47 |
| 4.2.2 | Modelo 2..... | 49 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 4.2.3 | Modelo 4..... | 51 |
| 4.2.4 | Modelo 6..... | 52 |
| 4.3 | Programa de Otimização | 54 |
| 5 | RESULTADOS E ANÁLISES DA MODELAGEM TRIDIMENSIONAL..... | 57 |
| 5.1 | Comentários Iniciais..... | 57 |
| 5.2 | Resultados para a simulação de variação de excentricidade..... | 61 |
| 5.3 | Resultados para a simulação de variação de largura do pilar | 66 |
| 5.4 | Análise comparativa com modelos analíticos | 69 |
| 6 | RESULTADOS E ANÁLISES DA MODELAGEM COM ELEMENTOS DE BARRAS..... | 77 |
| 6.1 | Resultados da Variação do posicionamento relativo da Viga na Ligação..... | 77 |
| 6.1.1 | Comentários Iniciais..... | 77 |
| 6.1.2 | Modelo 1..... | 77 |
| 6.1.3 | Modelo 2..... | 80 |
| 6.1.4 | Modelo 4..... | 83 |
| 6.1.5 | Resultados Comparativos | 86 |
| 6.2 | Resultados da Variação na Largura do Pilar | 87 |
| 6.2.1 | Comentários Iniciais..... | 87 |
| 6.2.2 | Modelo 4..... | 87 |
| 6.2.3 | Modelo 6..... | 95 |
| 7 | CONCLUSÃO | 105 |
| 7.1 | Conclusões Gerais..... | 105 |
| 7.2 | Sugestões para pesquisas futuras e continuidade do trabalho | 107 |
| | REFERÊNCIAS | 109 |

1 INTRODUÇÃO

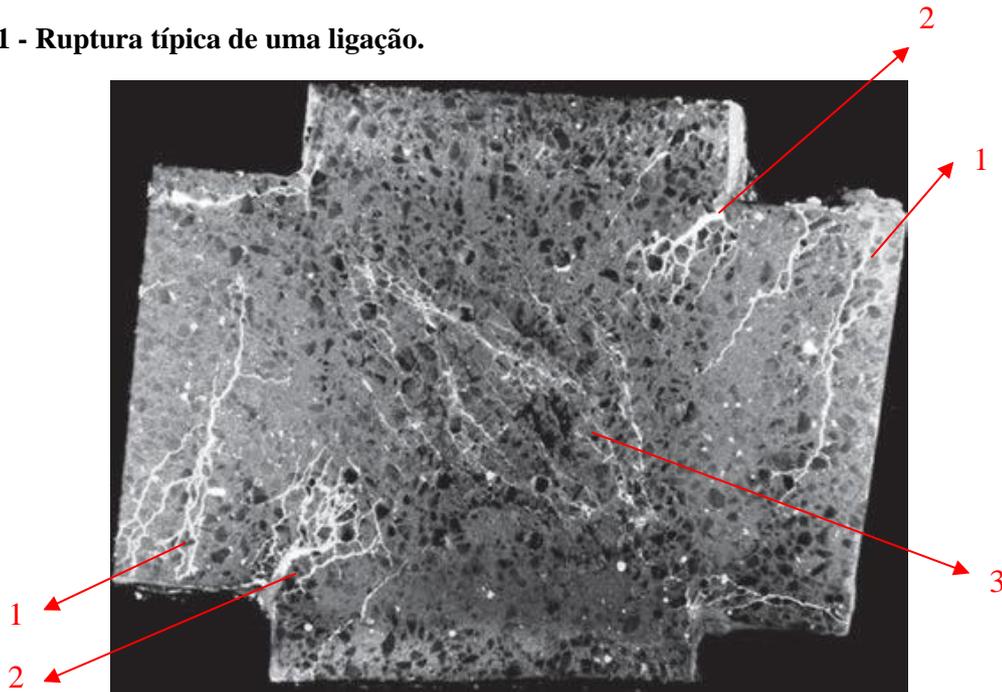
1.1 Comentários iniciais

A NBR 9062 (ABNT, 2006) define ligação como um dispositivo utilizado para compor um conjunto estrutural a partir de seus elementos, com a finalidade de transmitir os esforços solicitantes. O grau de entendimento do comportamento das ligações é, portanto, fator determinante na análise estrutural de uma edificação. De acordo com Ferreira (1993), as ligações realizam a redistribuição de esforços internos solicitantes em estruturas hiperestáticas, além de influenciar nos deslocamentos de forma geral, como flechas e deslocamentos laterais. Além disso, falhas em ligações podem vir a ser fator causador de colapso da estrutura.

A relativa falta de estudos específicos sobre ligações monolíticas tem relação com a complexidade dos mecanismos atuantes, o que dificulta a quantificação da rigidez. Shiohara (2012) registra que poucos trabalhos na área de ligações viga-pilar trazem algo além de uma idealização do comportamento deformado de uma ligação em ruptura. A Figura 1 mostra o que esse autor define como um processo de ruptura padrão de uma ligação de concreto armado. O processo de captura das fotos, descrito na Seção 2.1 deste trabalho, permitiu revelar diversos mecanismos de ruptura atuantes em uma ligação viga-pilar. Analisando a Figura 1, pode-se destacar:

- 1) Diversas fissuras causadas por flexão nas extremidades das vigas;
- 2) Efeitos de fissuração causados pela rotação relativa entre viga e pilar;
- 3) O centro da ligação visivelmente danificado, o que sugere elevadas tensões na parte interna da ligação, com predominância dos efeitos de cisalhamento.

Figura 1 - Ruptura típica de uma ligação.

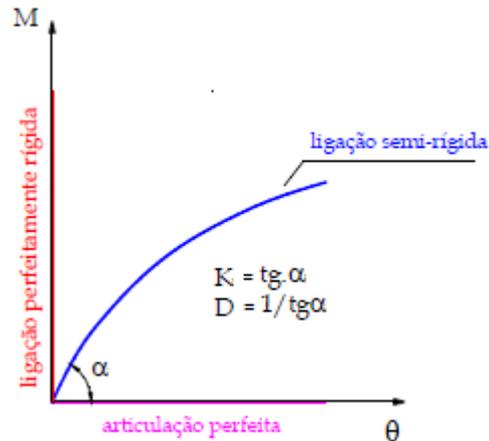


Fonte: Shiohara, 2012.

Métodos utilizados para avaliação da rigidez de ligações em pré-moldados, como o método dos componentes, não se aplicam em estruturas monolíticas, pois seus mecanismos de deformação não podem ser facilmente identificados e separados, sendo necessário um estudo mais aprofundado do estado de tensões do nó e seus mecanismos de ruptura.

Por conta disso, em projeto, costuma-se adotar os nós de pórtico como sendo ligações rígidas ou articuladas, tendo em vista a simplicidade no cálculo garantida por essas escolhas. Ligações viga-pilar em estruturas monolíticas são muitas vezes consideradas como rígidas, enquanto que ligações entre elementos pré-moldados são consideradas articuladas. Na realidade, porém, a grande maioria das ligações possui um comportamento semi-rígido, onde há transmissão de momento fletor acompanhado de uma rotação relativa entre os elementos. A Figura 2 mostra uma representação generalizada da classificação de ligações a partir da curva momento-rotação ($M-\theta$).

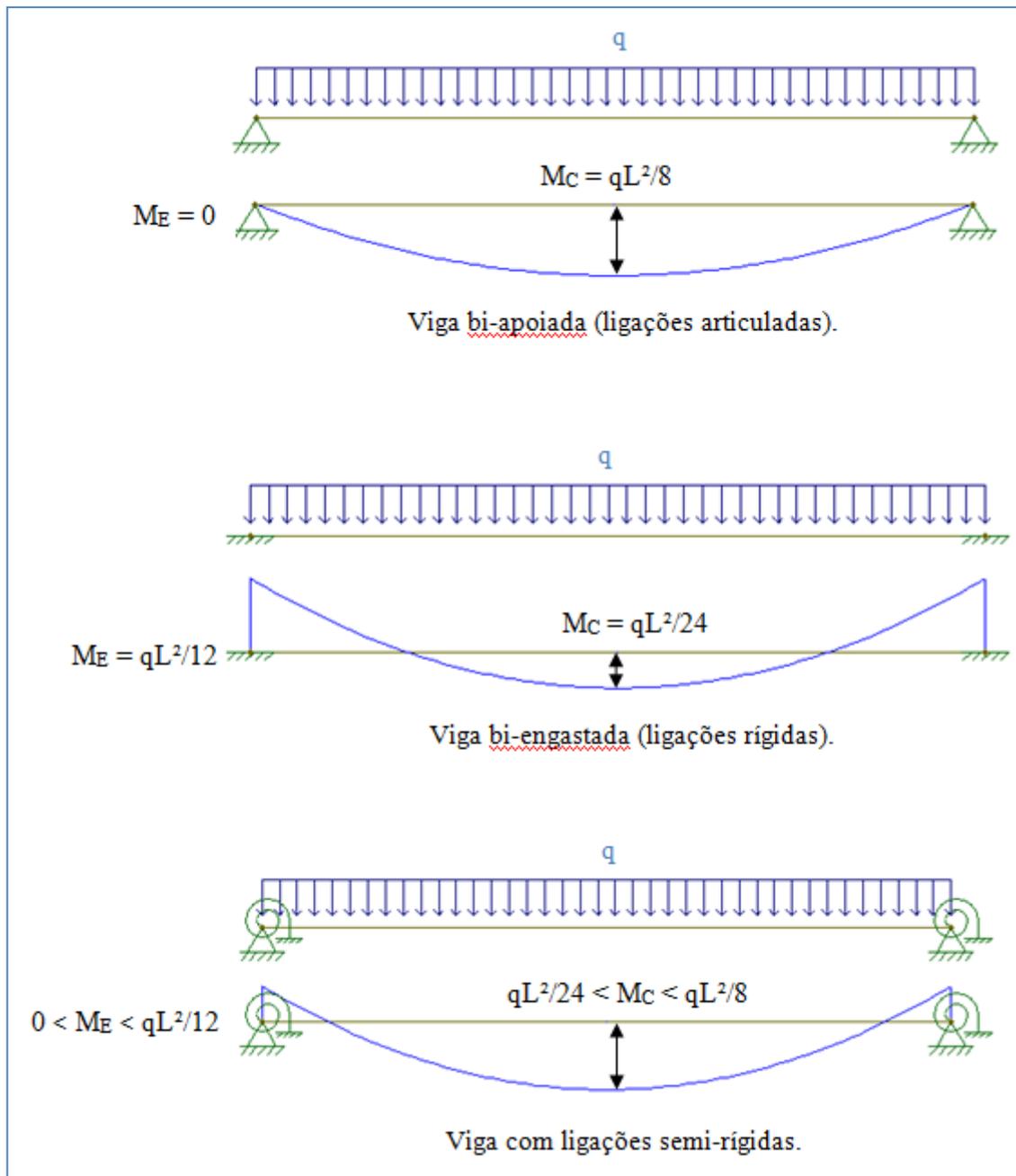
Figura 2 - Representação dos tipos de ligação



Fonte: Adaptado de Mota, 2009.

Percebe-se que as ligações rígidas e articuladas podem ser entendidas como casos específicos de ligações semi-rígidas, determinadas pelo comportamento da curva momento-rotação. Para casos em que grande intensidade de momento é mobilizado com uma pequena rotação relativa entre os elementos, a ligação se aproxima de uma ligação rígida, enquanto que uma grande rotação associada a pequenos momentos configura uma ligação articulada. A Figura 3 mostra como o tipo de ligação afeta a distribuição de momentos fletores em uma viga.

Figura 3 - Efeito da rigidez das ligações em vigas



Fonte: Araújo, 2010.

Em termos práticos, o estudo de ligações semi-rígidas está diretamente relacionado com estruturas pré-moldadas. Ordóñez et al. (1974 apud Ferreira, 1999) comenta que tamanha é a importância das ligações nesse tipo de estrutura, que a falta de conhecimento se torna fator decisivo que impede a transição de métodos construtivos convencionais pelos pré-moldados. Além disso, as ligações entre esses elementos são geralmente feitas "in loco" e seu processo construtivo é um dos fatores de maior influência na viabilidade e segurança da obra.

No caso de ligações monolíticas, a relativa simplicidade com que as ligações podem ser construídas, dosando o grau de rigidez basicamente através da armadura da ligação, e a falta de interesses práticos em estudos mais aprofundados de eficiência são outros fatores que justificam a escassez de publicações nesse assunto, com exceção de casos específicos – como a avaliação de comportamento sob ações sísmicas, sobretudo em países com grande incidência desse tipo de atividade geológica.

1.2 Justificativa

Os benefícios obtidos ao se estudar mais detalhadamente as ligações são evidentes, passando por aspectos econômicos e construtivos, até a segurança e eficiência da edificação. Conforme registrado em Baldissera (2006), uma vez que o desempenho estrutural está diretamente relacionado com as ligações, a representação teórica de ligações que diferem na prática faz com que se tenham esforços na estrutura diferentes dos calculados, podendo acarretar em seções subdimensionadas ou superdimensionadas;

A título de exemplificação, pode-se citar o caso de uma estrutura monolítica de concreto. Araújo (2010) registra que a consideração de uma ligação como articulada faz com que o momento negativo dessa ligação seja desprezado, de forma que a falta de armadura para absorção desses esforços (que de fato existem) acarrete em fissuração excessiva da região, com possível infiltração de agentes que danificarão a armadura. Por outro lado, ao se considerar uma ligação como sendo rígida, o excesso de armadura faz com que o projeto perca a condição satisfatória do ponto de vista econômico, já que essas ligações são caras e mais difíceis de executar. A aplicação de semi-rigidez, nesse caso, faz com que haja uma redução de armadura negativa, causando menor congestionamento nos pilares.

A utilização de ligações semi-rígidas na análise e dimensionamento de estruturas é, portanto, a alternativa mais viável tanto do ponto de vista econômico quanto de execução.

Programas comerciais de cálculo estrutural já possuem meios para que se imponha, em projeto, a rigidez das ligações desejadas. Essa implementação é normalmente feita tendo como dado de entrada o fator de restrição à rotação, que quantifica o grau de semi-rigidez da ligação. O resultado vem na forma de alterações na armadura da ligação, de acordo com o grau de rigidez adotado.

No entanto, um grande problema enfrentado por projetistas, nesse ponto de vista, é a ausência de parâmetros para que se possa, de maneira prática e precisa, estimar a rigidez inicial das ligações. A motivação para este trabalho surgiu justamente de uma dúvida de um projetista de estruturas, que questionava até que ponto se poderia considerar uma ligação viga-pilar como sendo rígida, levando em consideração que a viga estava associada a um pilar-parede. Percebe-se, então, que essa tarefa de atribuir um grau de rigidez para as ligações geralmente é feita se utilizando da experiência e do sentimento físico do engenheiro.

Elliott et al. (1994) e Ferreira (1999) citam que a rigidez inicial de uma ligação é dada principalmente por suas características geométricas, além de fatos relacionados à sua execução, como as folgas para preenchimento de juntas. Seguindo essa linha de raciocínio, este trabalho tem como objetivo principal quantificar a influência de diversos parâmetros geométricos na rigidez das ligações, através de simulações numéricas, e fornecer subsídio para a implementação da semi-rigidez em ligações viga-pilar de projetos de edifícios de maneira mais segura e sem necessidade de análises aprofundadas.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivos Gerais

Este trabalho tem como foco principal estimar o grau de rigidez inicial de ligações viga-pilar, com base em parâmetros geométricos conhecidos da ligação, de forma a fornecer subsídio para projetistas estruturais.

1.3.2 Objetivos Específicos

Mais especificamente, os objetivos a serem alcançados são:

- Elaborar um modelo numérico que represente casos genéricos de ligação viga-pilar em edificações;
- Analisar o comportamento elástico da ligação, no que diz respeito à rigidez, fazendo-se alterações na geometria da mesma;
- Estabelecer limites de proporção entre as dimensões das vigas e pilares que orientem uma melhor utilização dos elementos.

1.4 Metodologia

Com a finalidade de atender aos objetivos propostos neste trabalho, as seguintes etapas são seguidas:

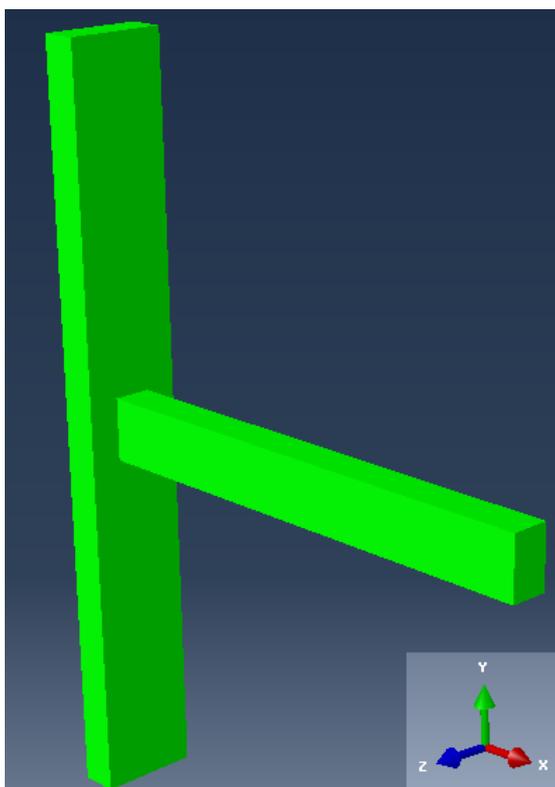
- a) Proposição de um modelo numérico elástico linear tridimensional de ligação viga-pilar, em que seja possível inserir e modificar de forma eficaz todos os parâmetros geométricos de interesse;
- b) Criação de um modelo reticulado em duas dimensões que represente de forma precisa o modelo numérico proposto;
- c) A partir dos resultados obtidos no modelo numérico, calibração dos parâmetros de rigidez do modelo reticulado; e
- d) Com o modelo reticulado calibrado, inserção de modificações na geometria da ligação e análise das variações nos esforços e deslocamentos.

As modificações previstas no item d) são realizadas de acordo com uma análise prévia de influência dos parâmetros. A Tabela 1 contém os comentários acerca de cada parâmetro estudado, enquanto que a Figura 4 ilustra o sistema de coordenadas adotado para o modelo tridimensional.

Tabela 1 - Análise de influência dos parâmetros

| Item | Parâmetro | Coord. | Comentário |
|-------------|-----------------------------------|---------------|--|
| 1 | Altura do pilar | Y | Com a altura adotada, as tensões tendem a se normalizar muito antes de chegarem aos extremos, fazendo com que a variação do parâmetro não influencie nos resultados |
| 2 | Largura do pilar | Z | Dependendo da largura adotada (proporção entre viga e pilar), sua variação terá influência significativa na rigidez. A partir de determinados valores, o aumento desse parâmetro tem influência reduzida |
| 3 | Espessura do pilar | X | Sua variação influencia diretamente a inércia do pilar no sentido de referência, influenciando a rigidez da ligação |
| 4 | Altura da viga | Y | Sua variação influencia diretamente a inércia da viga |
| 5 | Largura da viga | Z | Influência não tão grande quanto a altura, porém, dependendo da proporção entre viga e pilar, o aumento deste valor tem importância crescente na rigidez da ligação |
| 6 | Comprimento da viga | X | Sua variação afeta apenas o vetor de forças resultantes, não sendo de interesse ao se considerar regime elástico |
| 7 | Modulo de elasticidade (E) | - | Sua variação tem influência linear em todos os outros parâmetros (regime elástico) |
| 8 | Coefficiente de Poisson | - | Não é um parâmetro de interesse por não ser manipulável na prática. Valor fixado em 0,2 |
| 9 | Valor da carga | - | Regime linear, sua variação tem influência linear com os outros parâmetros |
| 10 | Excentricidade | Z | De modo geral, a presença de excentricidade reduz a rigidez da ligação, exercendo uma influência não linear |

Fonte: Autor, 2013.

Figura 4 - Sistema de coordenadas de referência

Fonte: Autor, 2013.

Através da análise prévia de parâmetros de interesse, fica estabelecido que os de maior importância a serem verificados são os itens 2 a 5 e o item 10, que correspondem, respectivamente, à largura do pilar, espessura do pilar, altura da viga, largura da viga e excentricidade da viga na ligação. Os itens 2 e 10 são os parâmetros efetivamente simulados neste trabalho. Através de uma análise comparativa com base na proporção entre as larguras dos elementos, o estudo do item 2 faz com que o item 5 também seja indiretamente contemplado nas simulações. Esses parâmetros serão chamados de parâmetros geométricos por estarem relacionados com características geométricas dos elementos estruturais.

Para a calibração dos parâmetros dos modelos reticulados e avaliação da rigidez na ligação viga-pilar, computa-se os deslocamentos transversais da viga e os deslocamentos transversais e longitudinais do pilar devido a cargas verticais, através da simulação numérica.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Comentários Iniciais

O estudo de ligações é amplamente difundido na literatura científica. Romanholo (2001) fez referência a pesquisas experimentais que datam do século XIX. No Brasil, os estudos iniciam-se principalmente na década de 90, na Escola de Engenharia de São Carlos - USP, com foco em estruturas pré-moldadas.

Ferreira (1993), um dos pioneiros no estudo de ligações no Brasil, desenvolve um procedimento analítico que implementa efeitos de ligações semi-rígidas em programas de cálculo de pórticos planos, através de modificações na matriz de rigidez dos elementos e considerações de deformabilidade nas extremidades, utilizando-se molas.

Em Ballarin (1993), discute-se o estado da arte e as diferentes propostas de classificação de vários tipos de ligações pré-moldadas, de acordo com o tipo de vinculação, material de concretagem in loco, elementos envolvidos, solicitação predominante e a dureza da ligação. A partir de seu trabalho, percebe-se que as ligações apresentam grande diversidade de classificações, de acordo com a forma que são executadas. Esse fato aponta para a importância do estudo dos parâmetros de rigidez desse tipo de ligação.

Em seu trabalho de doutorado, Ferreira (1999) apresenta parâmetros de influência na rigidez e procedimentos para estimativa da resistência de uma ligação viga-pilar. O foco, no entanto, é no estudo teórico-experimental de alguns tipos de ligação. Ainda no tema de estudos teórico-experimentais com elementos pré-moldados, prestaram contribuições Barboza (2002), Miotto (2002), Baldissera (2006), Catoia (2007) e Almeida (2010).

Romanholo (2001) desenvolve uma formulação detalhada, onde implementa o comportamento semi-rígido na matriz de rigidez de elementos de estruturas planas, em semelhança a Ferreira (1993). Através dessa formulação, desenvolve-se um programa para cálculo de pórticos planos que leva em consideração a rigidez modificada decorrente do tipo de ligação simulada. No caso em questão, são simuladas treliças metálicas com ligações parafusadas.

Em Ferreira et al. (2002) é apresentada uma proposta de classificação baseada na rigidez e resistência à flexão das ligações. Além dessa, pode-se citar outros trabalhos com

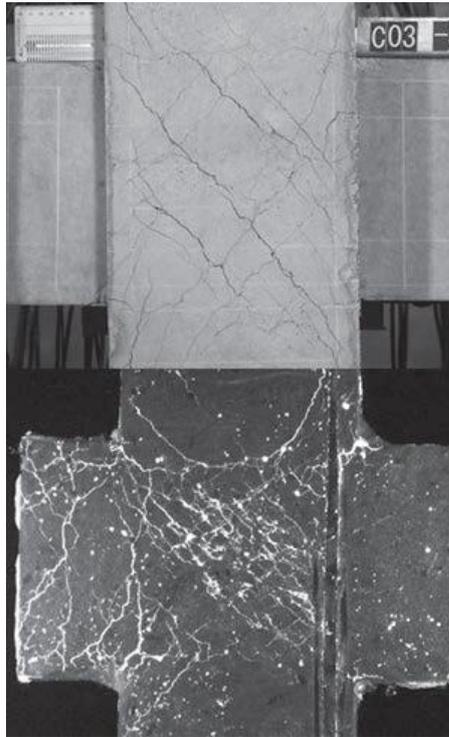
propostas de classificação que estabelecem limites de rigidez para ligações semi-rígidas, entre elas Bjorhovde et al. (1990), o EUROCODE 3 (1992) e a NBR 9062 (ABNT, 2006). As propostas em questão têm como objetivo facilitar o trabalho de projetistas estruturais, visto que esses poderão enquadrar seu tipo de ligação em uma das classificações descritas.

Castro (2006) analisa diferentes modelos de pórticos de aço, utilizando-se de molas rotacionais não lineares para representar analiticamente o efeito da semi-rigidez em ligações viga-pilar.

Ünal (2010) lista os principais fatores conhecidos que influenciam no comportamento de ligações viga-pilar de concreto armado, além de estudar a influência da excentricidade e de situações em que a viga é mais larga que o pilar. Além disso, existem diversas citações no trabalho, a exemplo de Raffaele e Wight (1995), de que a presença de excentricidade reduz a capacidade de resistência das ligações devido aos efeitos de torção gerados. O autor enumera ainda uma série de modelos analíticos, gerados a partir de dados experimentais, que representam de forma satisfatória o comportamento das ligações viga-pilar propostas.

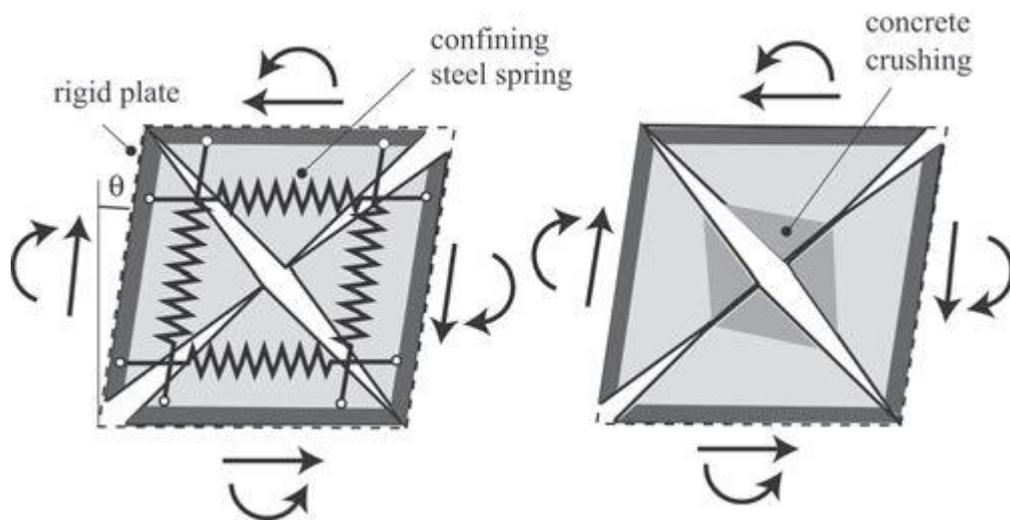
Estudos recentes, a exemplo de Shiohara (2012), tratam do processo de ruptura de ligações monolítica de uma forma mais aprofundada. Injetando-se resina com pigmento fluorescente nas fissuras de uma ligação, previamente submetida a carregamento até a ruptura, foi possível mapear os detalhes das fissuras de maneira clara, como o caminho percorrido e seu tamanho, conforme mostrado nas Figuras 1 e 5. Ao analisar o estado de fissuração da ligação, o autor conclui que o mecanismo de ruptura em ligações viga-pilar é diferente dos mecanismos de ruptura de pilares e vigas. O estado de ruptura das ligações como os das Figuras 1 e 5 pode ser idealizado conforme o modelo da Figura 6, onde a ligação é dividida em quatro triângulos com rotações relativas entre si.

Figura 5 - Ilustração do estado de fissuração utilizando resina.



Fonte: Shiohara, 2012.

Figura 6 - Esquema representativo do processo de ruptura de uma ligação viga-pilar.



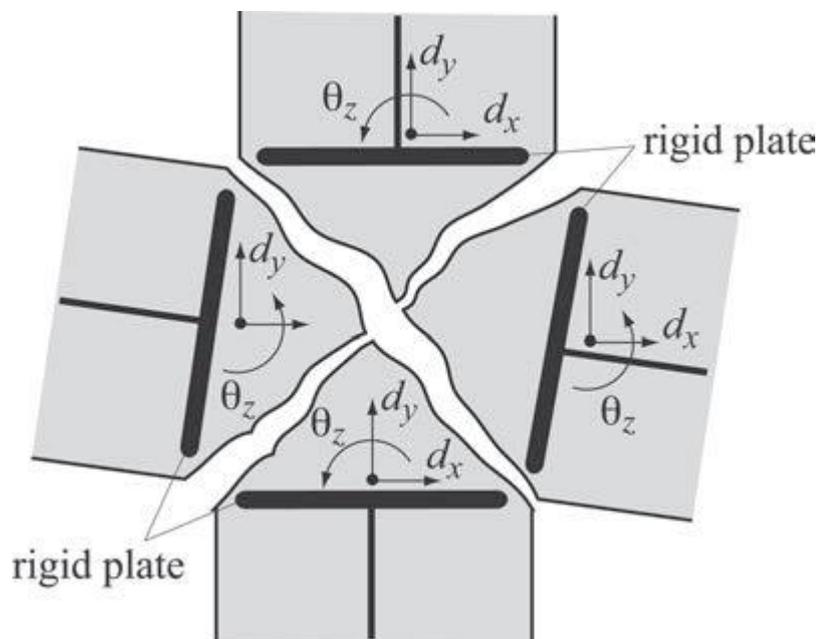
Fonte: Shiohara, 2012.

Com os dados coletados nos ensaios, o autor faz uma proposta para representar a ligação, que é chamada de Nine-Parameter Model (NPM) e tem como objetivo substituir o modelo utilizado até então, o One-Parameter Model (OPM). A justificativa para isso é que a utilização de apenas um parâmetro não é suficiente para representar a complexidade do estado

de tensões da região, visto que o OPM assume que um estado de tensões cisalhantes uniforme atua na ligação.

O NPM utiliza-se de quatro placas rígidas, onde o deslocamento e rotação de três delas em relação a uma, utilizada como referência, representam o estado de deformação da ligação, e a nomenclatura "nove parâmetros" é relacionada ao número de graus de liberdade independentes utilizados no modelo. Uma representação esquemática do NPM está descrita na Figura 7.

Figura 7 - Representação esquemática do NPM



Fonte: Shiohara, 2012.

2.2 Rigidez rotacional

De acordo com Ferreira et al. (2002), o comportamento semi-rígido de uma ligação é caracterizado pela sua curva momento-rotação ($M-\phi$), esquematizada na Figura 2.

De acordo com o gráfico da Figura 2, têm-se as seguintes possibilidades:

- Ligação perfeitamente rígida: rotação relativa da ligação sempre igual a zero, independente do momento mobilizado;
- Ligação perfeitamente articulada: momento mobilizado na ligação sempre igual a zero, independente da rotação relativa; e

- Ligação semi-rígida: mobilização do momento que chega na ligação, associada a uma rotação relativa entre os elementos.

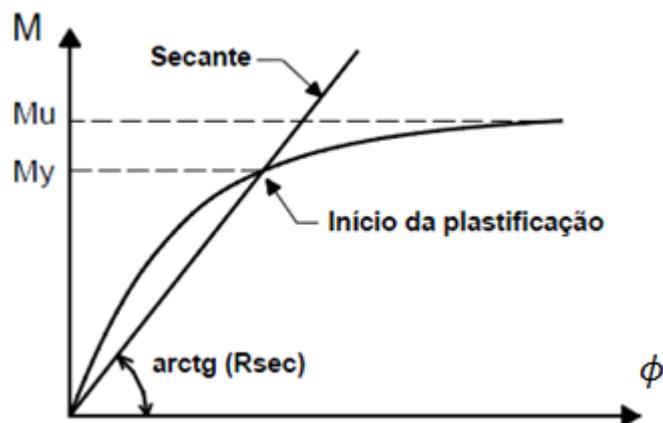
A derivada dessa curva fornece a rigidez rotacional K da ligação, através da expressão

$$K = \frac{dM}{d\phi} \quad (1)$$

onde a rotação relativa ϕ é medida no centro da ligação.

Contudo, as ligações de concreto apresentam fissuração após serem submetidas a esforços, e se comportam de maneira não linear, de forma que é necessário um processo iterativo para correção da rigidez após a aplicação do carregamento. Além disso, a rotação da ligação, assim como a rigidez rotacional, é função do momento atuante. Por isso, para utilização em modelos computacionais, normalmente utiliza-se uma aproximação para a não linearidade da ligação através da rigidez secante K_S da ligação. O processo de obtenção da rigidez secante utiliza como pontos definidores a origem e o ponto de intersecção entre a curva momento-rotação e o momento de início de plastificação M_Y da ligação, conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8 - Determinação da rigidez secante em ligações semi-rígidas



Fonte: Adaptado de Alva, 2010.

Segundo Ferreira et al. (2003), a aproximação da rigidez secante é segura dentro da avaliação de estabilidade global da estrutura, além disso apresenta diversos benefícios, como:

- Possibilidade de aplicação de ações em um único passo, não sendo necessária a aplicação gradativa de ações;

- A rigidez secante representa o comportamento médio da ligação até o presente nível de carregamento; e
- Considera os efeitos de perda de rigidez da ligação devido à não linearidade.

Existem diversos modelos práticos para obtenção da rigidez secante das ligações. Em Ferreira et al. (2003) é apresentado um modelo para obtenção da rigidez secante para ligações de concreto com armadura de continuidade.

2.2.1 Fator de Restrição à Rotação

O Fator de Restrição à Rotação γ foi idealizado em Monforton & Wu (1963), e, conforme Ferreira et al. (2003), é um parâmetro que relaciona a rigidez da ligação K à rigidez da viga conectada. O autor cita que esse coeficiente permite que se defina convenientemente o grau de rigidez que o projetista deseja implementar no projeto de suas ligações, de forma a fornecer uma sensibilidade na classificação da ligação, e é amplamente utilizado como parâmetro de entrada para semi-rigidez em programas comerciais de cálculo estrutural. A expressão é obtida através de parâmetros geométricos e físicos da ligação e da viga, de forma que

$$\gamma = \left[1 + \frac{3E_{CS}I_C}{K_S L} \right]^{-1} \quad (2)$$

onde:

E_{CS} = Módulo de elasticidade secante do concreto;

I_C = Momento de inércia da viga;

K_S = Rigidez secante da ligação;

L = Vão efetivo da viga.

O valor desse parâmetro varia de 0 a 1, de modo que:

$\gamma = 0 \rightarrow$ Ligação perfeitamente articulada (restrição nula ao giro relativo)

$\gamma = 1 \rightarrow$ Ligação perfeitamente rígida (restrição total ao giro relativo)

O valor de γ não está relacionado linearmente com a quantidade de momento que é mobilizado na ligação. A título de exemplificação, um valor de γ igual a 0,5 não significa que o momento mobilizado na ligação corresponda à metade do momento que seria mobilizado caso a ligação fosse perfeitamente rígida. Essa conversão direta é obtida utilizando o coeficiente de engastamento parcial, descrito na Seção 2.2.3.

A NBR 6118 (ABNT, 2007) estabelece que, para o concreto, o valor de rigidez secante dos elementos estruturais, representado por $E_{CS}I_C$ na Eq. (2) pode ser modificado para incorporar os efeitos de não linearidade física, variando de $0,4E_{CI}I_C$ para elementos de viga até $0,8E_{CI}I_C$ para elementos de pilar.

2.2.2 Classificação das ligações viga-pilar

As ligações viga-pilar, de acordo com a NBR 9062 (ABNT, 2006) de projetos em concreto pré-moldado, são classificadas como semi-rígidas para valores de fator de restrição $0,15 \leq \gamma \leq 0,85$, sendo consideradas articuladas para valores menores que 0,15 e rígidas para valores maiores que 0,85.

O EUROCODE 3 (1992) define as ligações em estruturas de aço da seguinte forma:

Ligações articuladas:

$$K_s < \frac{0,5EI}{L}$$

$$\gamma = \left[1 + \frac{3E_{cs}I_c}{K_s L} \right]^{-1} = \left[1 + \frac{3E_{cs}I_c}{\frac{0,5E_{cs}I_c L}{L}} \right]^{-1} = 0,143$$

portanto,

$$\gamma < 0,143$$

Ligações rígidas:

$$K_s > \frac{8EI}{L}$$

$$\gamma = \left[1 + \frac{3E_{cs}I_c}{K_s L} \right]^{-1} = \left[1 + \frac{3E_{cs}I_c}{\frac{8E_{cs}I_c L}{L}} \right]^{-1} = 0,727$$

portanto,

$$\gamma > 0,727$$

Ligações semi-rígidas:

$$0,143 \leq \gamma \leq 0,727$$

Em ambas as classificações, o intervalo que caracteriza uma ligação semi-rígida continua sendo muito grande, o que dificulta sua utilização. Por esse motivo, Ferreira et al. (2002) propuseram uma classificação para ligações de estruturas pré-moldadas de concreto de acordo com a Figura 9, onde:

Zona I – Ligações articuladas ($\gamma < 0,14$)

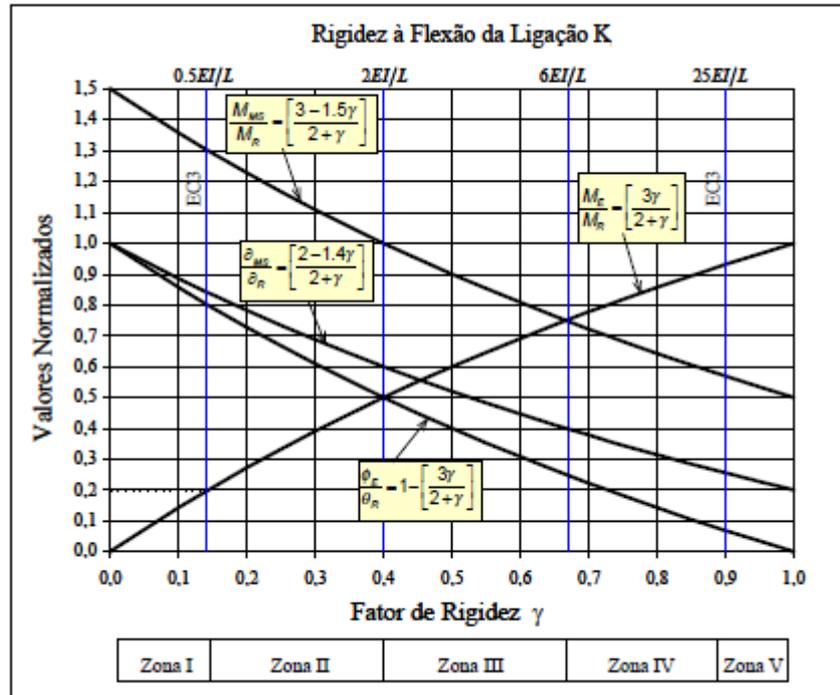
Zona II – Ligações semi-rígidas com baixa resistência à flexão ($0,14 \leq \gamma < 0,4$)

Zona III - Ligações semi-rígidas com resistência média à flexão ($0,4 \leq \gamma < 0,67$)

Zona IV - Ligações semi-rígidas com alta resistência à flexão ($0,67 \leq \gamma < 0,93$)

Zona V – Ligações rígidas ($\gamma \geq 0,93$)

Figura 9 - Proposta para classificação de ligações



Fonte: adaptado de Ferreira, 2002.

2.2.3 Coeficiente de engastamento parcial

O coeficiente de engastamento parcial é a relação entre o momento mobilizado na ligação com o momento mobilizado por uma ligação perfeitamente rígida. Os momentos são relacionados de forma que

$$m_{EP} = \frac{M_E}{M_{ENG}} \quad (3)$$

onde:

m_{EP} = Coeficiente de engastamento parcial;

M_E = Momento mobilizado na ligação;

M_{ENG} = Momento mobilizado em uma ligação perfeitamente rígida.

O resultado é um valor que varia de 0 a 1 e que representa o quanto de momento atua na extremidade de uma viga, em relação a uma viga com ligação perfeitamente rígida, ao se adotar ligações semi-rígidas. Conforme descrito em Ferreira et al. (2002), considerando uma viga de comprimento L submetida a um carregamento uniforme q , a relação entre o momento

modificado na extremidade da viga M_E (que é devido à ligação semi-rígida) e o momento de engastamento no apoio M_{ENG} , em função do parâmetro γ , é dada pela equação

$$m_{EP} = \frac{3\gamma}{2 + \gamma} \quad (4)$$

Dessa forma, visto que a relação entre o fator de restrição à rotação e o momento mobilizado na ligação viga-pilar não é linear, este coeficiente auxilia o projetista a conhecer com precisão, na prática, qual a porcentagem de momento que deixará de ser mobilizado ao se considerar a ligação como semi-rígida. A título de exemplificação, para um valor de $\gamma = 0,4$, o valor do m_{EP} é de 0,5, o que significa que a ligação mobiliza 50% do momento de uma ligação perfeitamente rígida, ou seja, $M_E = 0,5M_{ENG}$.

3 ANÁLISE NUMÉRICA

Neste capítulo são apresentadas as simulações numéricas em elementos finitos, a partir das quais são obtidos os valores de tensão e deslocamento necessários para a análise com elementos de barra. Com isso, inicia-se um processo que visa estimar a influência de diversos parâmetros geométricos na rigidez inicial das ligações. O programa comercial Abaqus é utilizado para fazer o mapeamento dos esforços e deformações de interesse no modelo 3D.

3.1 Comentários Iniciais

De acordo com Soares (2011), o comportamento das ligações semi-rígidas pode ser avaliado por ensaios em laboratórios, simulações numéricas ou modelos analíticos. Os ensaios em laboratórios continuam sendo a maneira mais fiel de se representar o comportamento das ligações, no entanto, devido ao elevado custo e pouca praticidade, são utilizados principalmente para fins acadêmicos.

O Método dos Elementos Finitos é atualmente a forma mais utilizada de se avaliar numericamente modelos nas mais diversas áreas do conhecimento, em particular na análise estrutural. A crescente evolução da tecnologia dos computadores permite que se tenham modelos cada vez mais refinados, o que gera uma maior precisão de resultados, e um processamento relativamente rápido.

Programas comerciais como o Abaqus permitem que se realize uma grande variedade de simulações, passando por análises lineares estáticas, não lineares com efeitos de fissuração, esmagamento e atrito, além de análises térmicas, magnéticas, entre outras. Além disso, pode-se criar uma infinidade de combinações de geometria, materiais e cargas atuantes, sendo possível representar fielmente uma grande parcela dos problemas de engenharia que se deseja estudar.

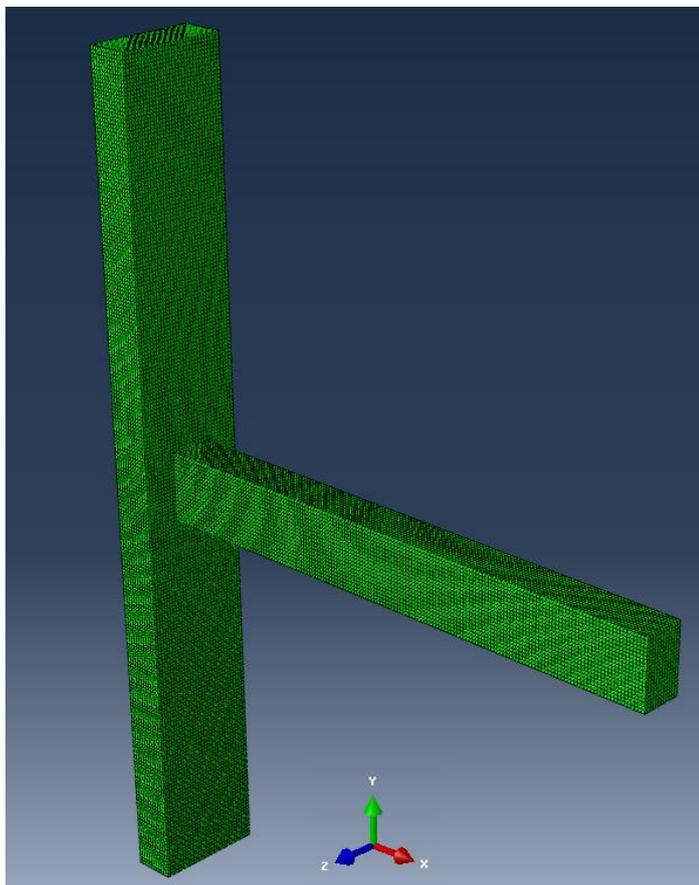
Desse modo, a precisão dos resultados está diretamente relacionada com a habilidade do usuário em utilizar as funcionalidades do programa para representar o problema proposto.

3.2 Características Geométricas Gerais

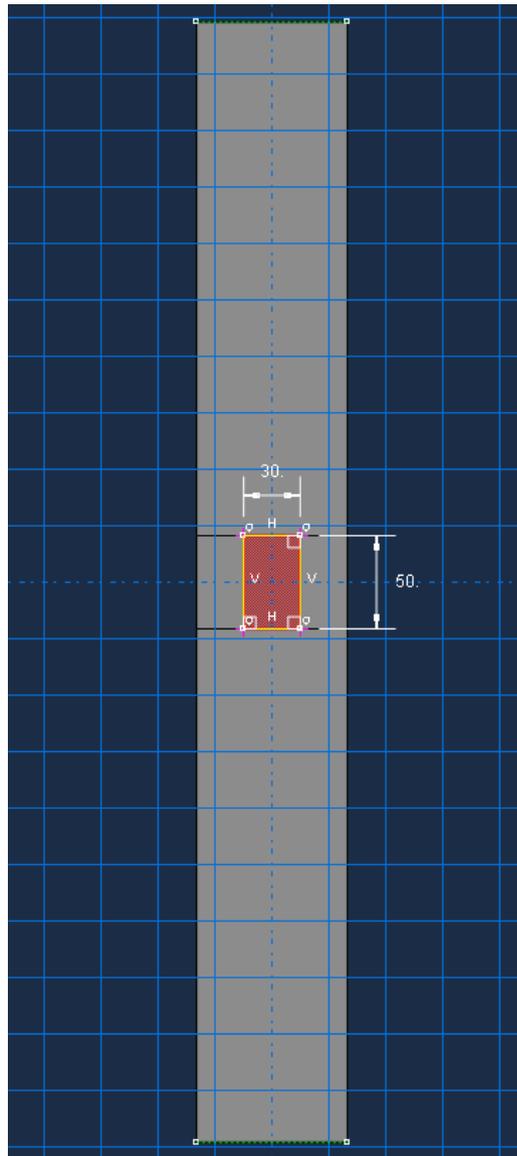
As dimensões dos elementos são baseadas em uma edificação usual em concreto armado. A viga tem dimensões de 30 cm x 50 cm (direções Z e Y, conforme as Figuras 10 e 11) e 800 cm de comprimento, partindo das faces dos pilares. No entanto, utiliza-se um plano

de simetria (YZ) posicionado no meio do vão da viga, para reduzir o custo computacional do modelo, de forma que o comprimento da viga no modelo reduzido é de 400 cm. A forma como a viga se posiciona, centralizada no pilar, pode ser conferida na Figura 11.

Figura 10 - Modelo base para a simulação numérica, utilizando o plano de simetria YZ



Fonte: Autor, 2013.

Figura 11 - Posicionamento da viga na simulação inicial

Fonte: Autor, 2013.

O pilar, por sua vez, possui 600 cm de altura. Considerando uma edificação com pé direito em torno de 2,70 m, essa seria a altura aproximada somando-se dois pavimentos. Além da adequação com uma situação usual de projeto de edifício, a altura do pilar é escolhida de forma que as perturbações induzidas na região da ligação sejam dissipadas antes de chegar aos extremos, fazendo com que não haja interferência nos resultados.

As dimensões da seção transversal do pilar (direções X e Z) são definidas de acordo com os interesses de cada simulação.

Este tópico aborda, portanto, as características de principal interesse na simulação. Os resultados propostos no trabalho são obtidos através da manipulação de parâmetros como a altura, largura e posicionamento da viga, bem como as dimensões dos pilares.

3.3 Características Mecânicas Gerais

O material adotado na simulação possui características físicas em acordo com o concreto com resistência característica à compressão de 40 MPa (C40). No entanto, o trabalho se restringe a uma análise elástica linear do problema, sendo o material idealizado como homogêneo, isotrópico e elástico linear. Por isso, os parâmetros de interesse são:

- Módulo de elasticidade:

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2007), o módulo de elasticidade pode ser aproximado na forma

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} = 30104,88 \text{ MPa}$$

Na simulação, adota-se um valor de 3010000 N/cm² para o módulo de elasticidade secante.

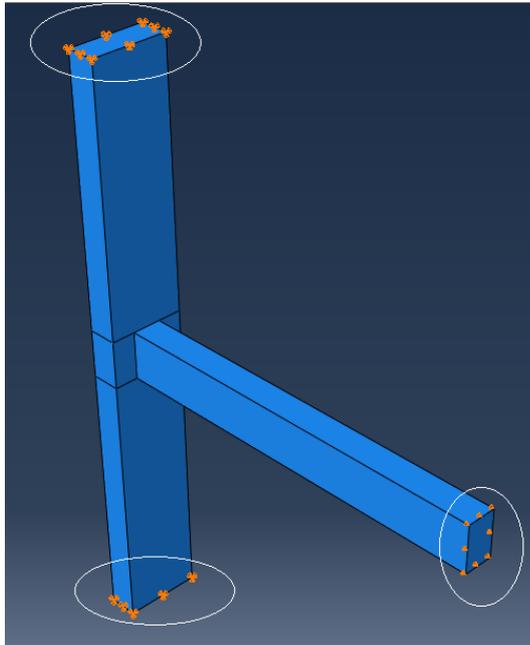
- Coeficiente de Poisson:

Adotado com o valor de 0,2, em acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2007).

3.4 Condições de Contorno Gerais

Com a consideração de que os extremos do pilar estão vinculados à laje e às vigas do pavimento superior e inferior, os deslocamentos em suas extremidades são considerados restritos. Isso faz com que não haja deslocamentos adicionais no pilar e o foco da simulação seja o detalhe da ligação. Além disso, para garantir a compatibilidade do modelo utilizando a simetria, toda a superfície da extremidade da metade da viga é travada na direção de seu eixo, e, dessa forma, fica garantido que tanto a rotação na extremidade da viga (que no modelo completo, representa o meio do vão) quanto o deslocamento horizontal em X sejam nulos, em conformidade com o modelo original proposto. A Figura 12 apresenta uma ilustração de como as condições de contorno são aplicadas no Abaqus.

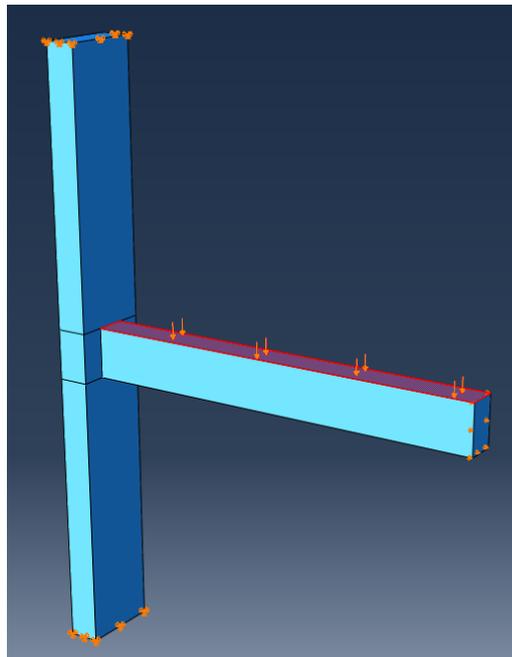
Figura 12 - Condições de contorno aplicadas na simulação



Fonte: Autor, 2013.

Um carregamento de 20 N/cm^2 é aplicado verticalmente em toda a superfície superior da viga, conforme a Figura 13.

Figura 13 - Modo de aplicação do carregamento vertical na viga



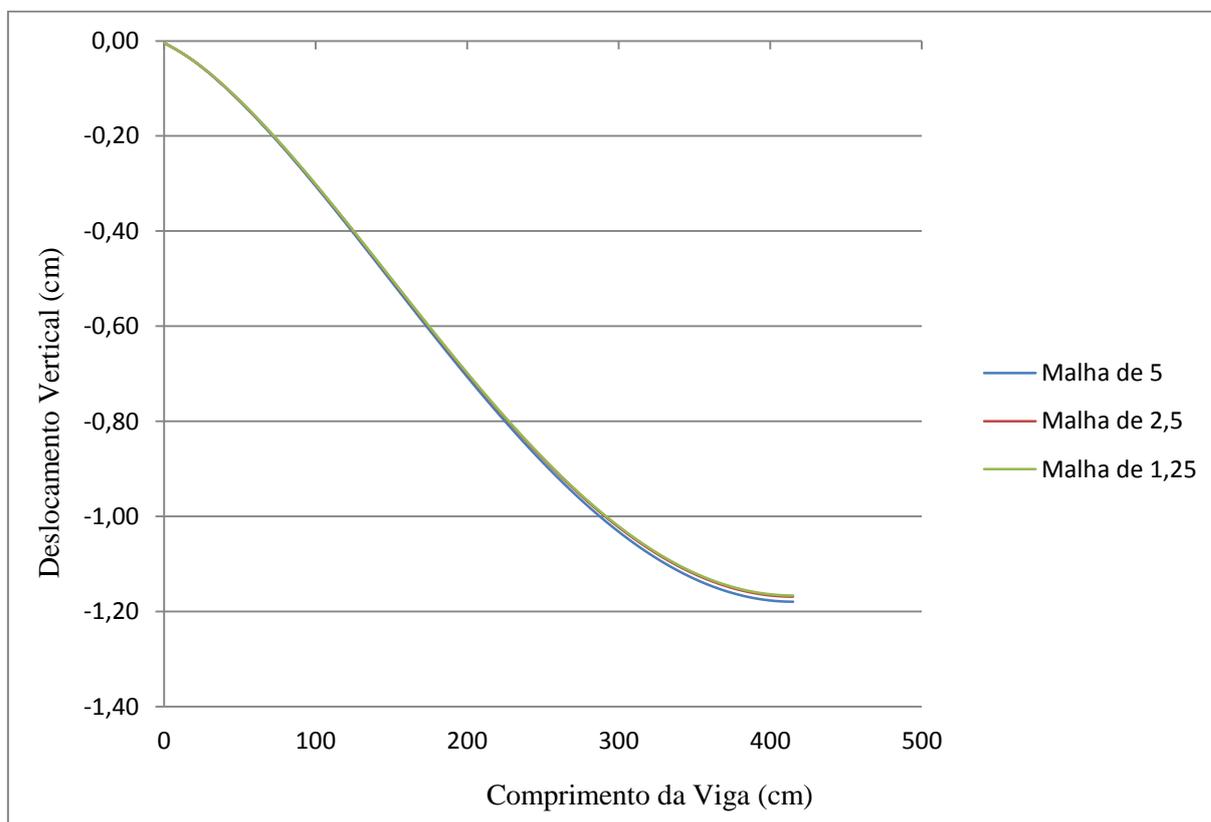
Fonte: Autor, 2013.

Dessa forma são esperados resultados razoáveis do ponto de vista prático, já que os parâmetros da simulação são adotados de forma a representar uma situação usual de projeto. No caso em questão, tem-se uma situação comum de viga sustentada nos seus extremos por pilares onde os eixos longitudinais dos pilares interceptam o eixo longitudinal da viga.

3.5 Discretização dos modelos

Discretizam-se os modelos com elementos finitos em formato cúbico de 8 nós, com aproximação linear e arestas de 2,5 cm. O refinamento da malha é feito através de testes de eficiência, com tentativas de 5, 2,5 e 1,25 cm. A Figura 14 mostra as linhas elásticas obtidas através do mapeamento do eixo da viga, com diferenças apenas no refinamento das malhas.

Figura 14 - Linha elástica obtida com a simulação numérica.

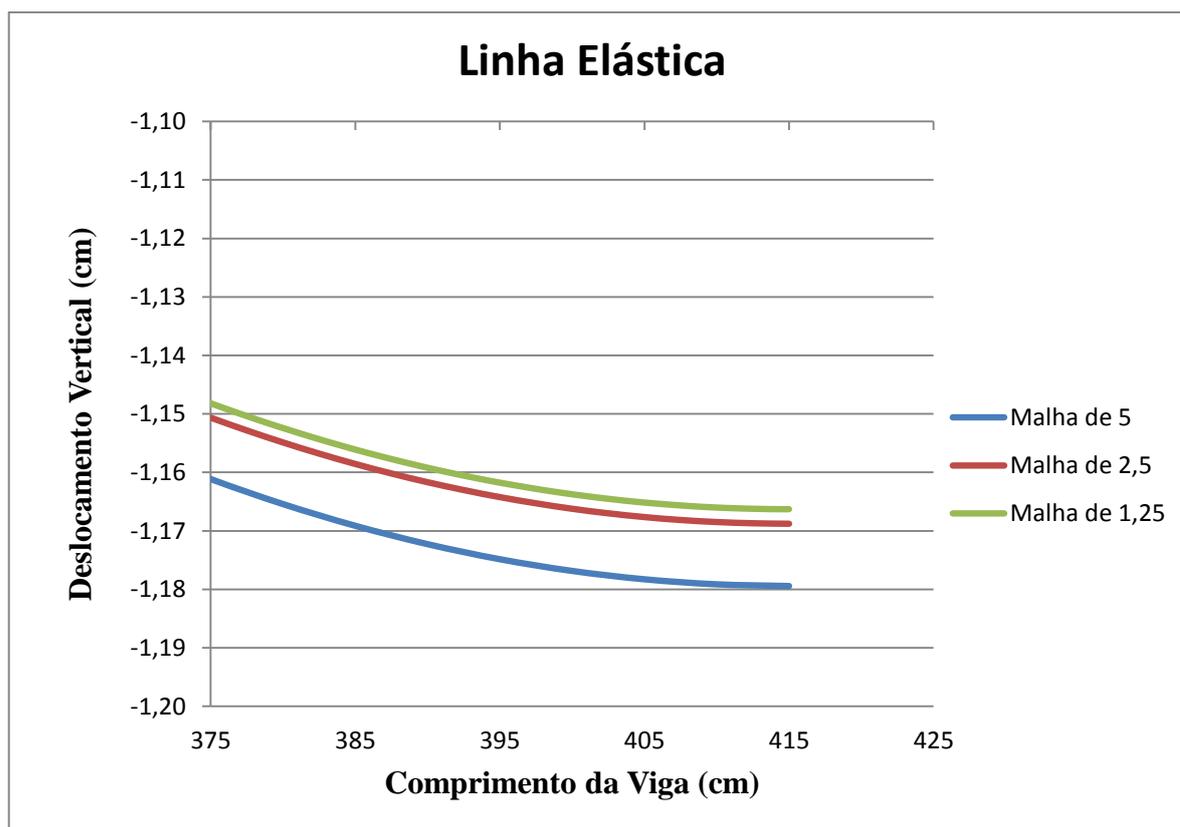


Fonte: Autor, 2013.

Utilizando-se de um detalhe nesse gráfico (Figura 15), percebe-se que a variação de resultados diminui à medida que a malha é refinada. O valor máximo de deslocamento vertical para cada malha está listado na Tabela 2. Ao se refinar a malha de 5 para 2,5 cm de comprimento da aresta dos elementos, a diferença percentual de deslocamento máximo é de 0,90%, enquanto que ao refinar de 2,5 para 1,25 cm a diferença é de apenas 0,21%, o que

mostra que o modelo já apresenta um grau de convergência satisfatório com elementos de tamanho 2,5 cm. Além disso, a pequena diferença de resultados ao se refinar a malha para 1,25 cm está associada a um grande aumento de custo computacional. Tendo em vista que diversas outras simulações numéricas semelhantes serão realizadas, chega-se à conclusão de que a malha de 2,5 cm é a melhor alternativa.

Figura 15 - Representação ampliada dos valores de deslocamento vertical.



Fonte: Autor, 2013.

Tabela 2 - Valores máximos de deslocamento vertical.

| Malha | Flecha (cm) | Valor de referência (cm) | Diferença (%) |
|-------|-------------|--------------------------|---------------|
| 5 | -1,17943 | - | 0 |
| 2,5 | -1,16878 | -1,17943 | 0,903 |
| 1,25 | -1,16629 | -1,16878 | 0,213 |

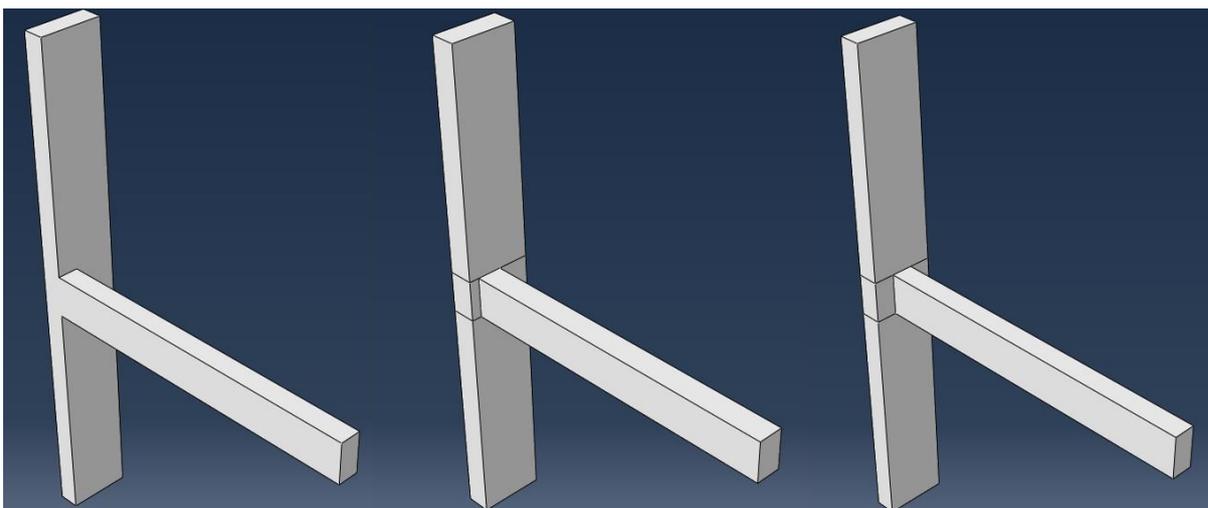
Fonte: Autor, 2013.

3.6 Simulação com variação da excentricidade entre os elementos

Variações no posicionamento relativo da viga na direção do eixo Z resultam em um aumento dos deslocamentos verticais da viga, além de efeitos de flexão composta no pilar. Para analisar a influência da excentricidade na deformação do modelo, são realizadas 11 simulações com variação do posicionamento relativo entre a viga e o pilar, de forma que a viga percorra todo o caminho desde a extremidade do pilar até cruzarem os eixos.

As dimensões escolhidas para o pilar são de 30 cm x 80 cm (direções X e Z, respectivamente). Em cada nova simulação, a viga é deslocada 2,5 cm para o centro do pilar, partindo da extremidade (Simulação 1) até o centro (Simulação 11). A Figura 16 ilustra como isso é feito, passando da Simulação 1, seguida pela Simulação 6 e finalmente a Simulação 11.

Figura 16 - Variação da excentricidade da viga em relação ao pilar



Fonte: Autor, 2013.

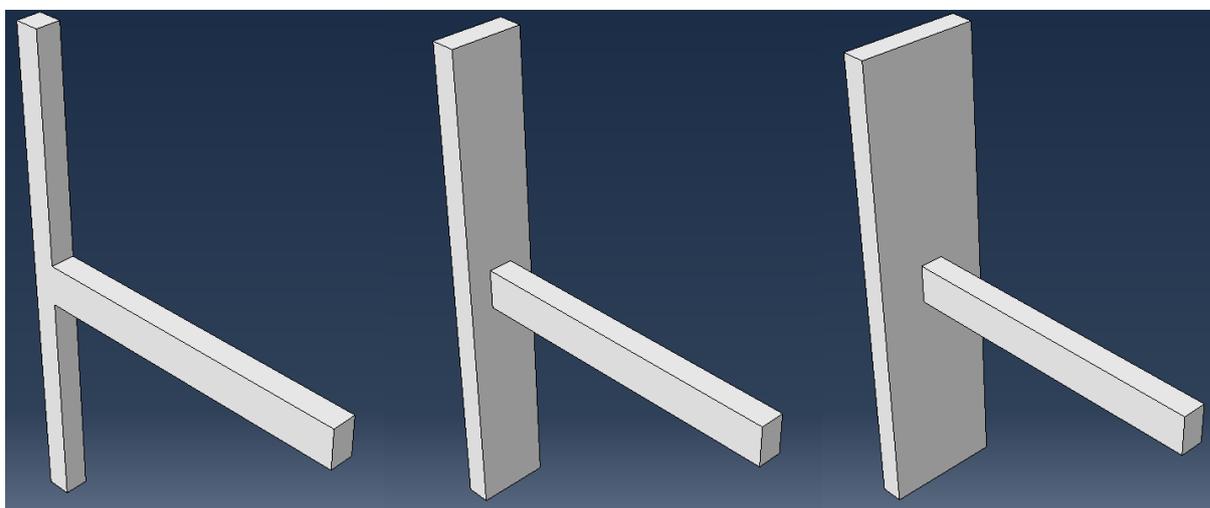
3.7 Simulação de variação da largura do pilar

Variações de seção no pilar, tratadas isoladamente, têm influência direta na flexão do pilar e nos deslocamentos verticais da viga. Para análise da influência desse parâmetro, são realizadas 5 simulações de variação relativa entre as dimensões dos elementos. A dimensão escolhida é a largura (Eixo Z) relativa entre os dois elementos, mantendo-se constante os demais parâmetros geométricos.

Em todos os casos, o posicionamento da viga é mantido, coincidindo o eixo da viga com o eixo do pilar.

A nomenclatura das simulações é dada no formato de proporção a:b, onde “a” é a largura do pilar a e “b” é a largura da viga. Para a primeira simulação, que configura a proporção 1:1, as dimensões escolhidas para o pilar são de 30 cm x 30 cm (direções X e Z, respectivamente), enquanto as dimensões da viga são mantidas constantes em 30 cm x 50 cm (direções Z e Y, respectivamente). Nas demais simulações, a largura da viga permanece a mesma, enquanto que a largura do pilar é incrementada em 30 cm para cada nova proporção, chegando a 30 cm x 150 cm (direções X e Z, respectivamente) na simulação 5:1. A Figura 17 mostra o incremento da largura do pilar, passando da Simulação 1:1, seguida pela Simulação 3:1 e Simulação 5:1.

Figura 17 - Variação de largura do pilar



Fonte: Autor, 2013.

4 MODELAGEM DA LIGAÇÃO COM ELEMENTOS DE BARRAS

Neste capítulo são apresentados os modelos com elementos de barras utilizados para a determinação dos parâmetros geométricos que definem o comportamento inicial das ligações.

4.1 Comentários Iniciais

Para a análise e quantificação da rigidez das ligações são utilizados modelos reticulados, tipicamente aplicados em projetos estruturais como um procedimento simplificado de cálculo. Com estes modelos, torna-se possível calibrar os parâmetros geométricos a partir dos resultados da simulação numérica.

A evolução do presente trabalho e a análise dos resultados mostra ser necessário fazer uso de um aperfeiçoamento gradativo de modelos, à medida que surge a necessidade de analisar novas condições relevantes para a avaliação da rigidez das ligações. Inicia-se o estudo com um modelo de ligação mais simplificado, chamado de Modelo 1, e, a partir deste, inserem-se modificações de modo a contemplar parâmetros de ligação já estudados em outros trabalhos científicos, como a consideração de trechos rígidos no interior da ligação. Este procedimento dá origem aos modelos 2 e 4 e, posteriormente, ao Modelo 6, que contempla uma nova forma de interpretação da semi-rigidez. As numerações dos modelos referem-se à quantidade de parâmetros geométricos diferentes presentes em cada modelo.

Os modelos de barra em questão são analisados através de algoritmo computacional implementado no ambiente MATLAB, e utilizam algoritmos de otimização para calibrar os parâmetros geométricos de cada modelo. Os dados de entrada utilizados são os deslocamentos transversais da viga e os deslocamentos transversais e longitudinais do pilar, extraídos a partir da simulação com elementos finitos através do programa comercial Abaqus.

4.2 Modelos de Barra

Os modelos de ligação dos sistemas reticulados consistem-se basicamente de duas barras verticais de comprimento 3,00 m que, somadas, representam o pilar, associadas a uma barra horizontal de comprimento simetrizado da viga, agora considerando o eixo do pilar, de 4,15 m. As condições de contorno são tais que garantam que o comportamento da simulação numérica seja fielmente representado. Para tanto, têm-se as barras verticais engastadas nos seus extremos opostos e a barra horizontal com restrição de rotação e translação no eixo X,

para que a condição de simetria seja atendida. O carregamento uniforme q é distribuído verticalmente, de cima para baixo, ao longo da barra representativa do eixo da viga, de intensidade dada por

$$q = Q \frac{L - \frac{L_P}{2}}{L}$$

de forma a adequar o tipo de carregamento aplicado na simulação numérica ao modelo reticulado, compensando a diferença de comprimento do elemento viga, onde:

Q = Carga linearizada da simulação numérica;

L_P = Espessura do pilar na direção do eixo da viga;

L = Comprimento da viga no modelo reticulado (415 cm).

A matriz de rigidez da estrutura é construída utilizando-se do Método dos Deslocamentos, combinando-se as matrizes de rigidez $[r]_i$ de cada elemento através do triplo produto

$$[R] = \sum_{i=1}^4 [\beta]_i^T [r]_i [\beta]_i \quad (5)$$

onde:

R = Matriz de rigidez global;

β = Matriz de incidência cinemática;

r = Matriz de rigidez do elemento.

A matriz de rigidez local de cada elemento

$$[r] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{-2EI}{L^2} \\ \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{-2EI}{L^2} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

é adotada com os seis graus de liberdade para todos os elementos de barra, de forma a padronizar o processo construtivo da matriz global. A disposição dos graus de liberdade que geram a matriz local pode ser conferida na Figura 18.

Figura 18 - Graus de liberdade do elemento de barra



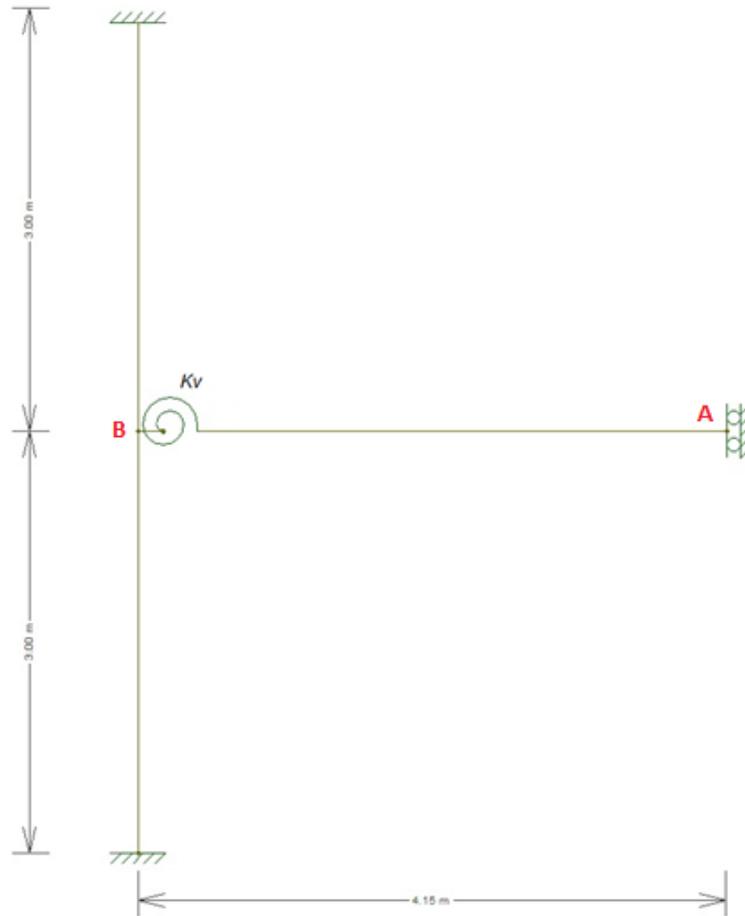
Fonte: Autor, 2013.

A diferença entre os modelos está na forma como a semi-rigidez da ligação é tratada, bem como os parâmetros envolvidos que são posteriormente calibrados.

4.2.1 Modelo 1

O primeiro modelo reticulado representa a semi-rigidez da ligação através de uma mola rotacional de rigidez K_V , associada ao elemento de barra horizontal, que representa a viga. A disposição dos elementos e parâmetros geométricos está ilustrada na Figura 19.

Figura 19 - Modelo 1



Fonte: Autor, 2013.

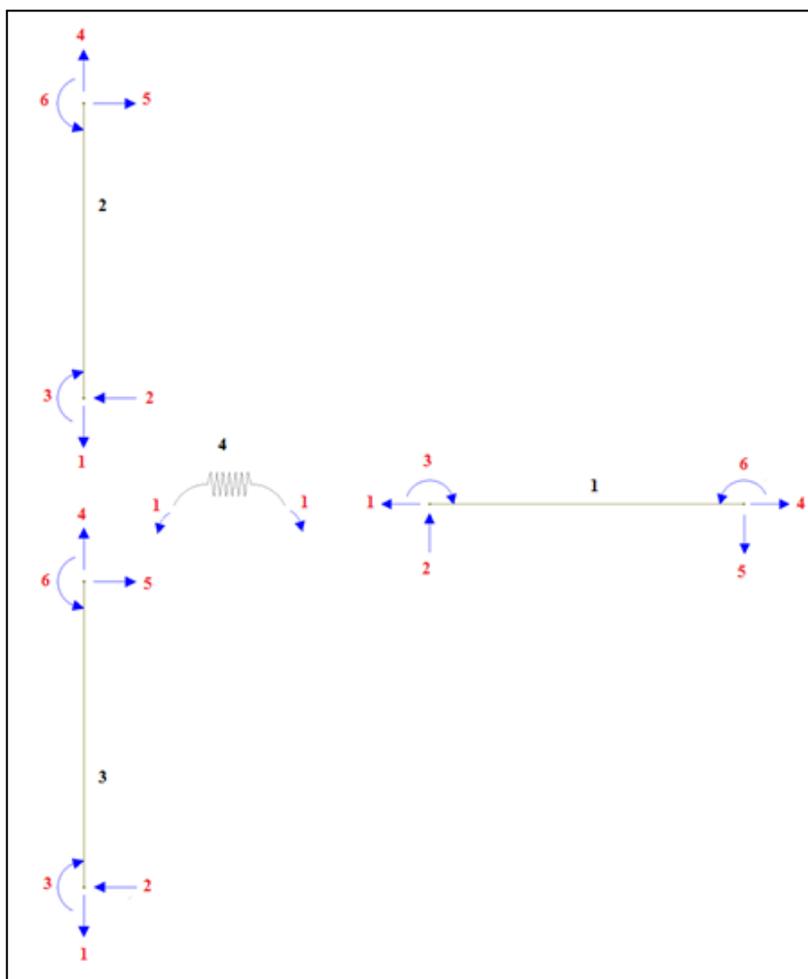
Os graus de liberdade admitidos são: deslocamento vertical no apoio da extrema direita (Nó A), rotação na mola, deslocamentos vertical e horizontal e rotação no nó da ligação (Nó B).

O Modelo 1 não admite um núcleo rígido na ligação e tem como único parâmetro geométrico a ser calibrado a rigidez rotacional K_V da mola, sendo, portanto, o modelo mais simples a ser considerado.

A Figura 20 mostra o arranjo resultante e a numeração dos elementos para os sistemas de coordenadas locais do Modelo 1. A mola rotacional é idealizada como tendo um único grau de liberdade, resultando em uma matriz de rigidez dada por

$$[r]_{mola} = [K_V]$$

Figura 20 - Sistemas de coordenadas locais. Em vermelho, os graus de liberdade; em preto, os elementos

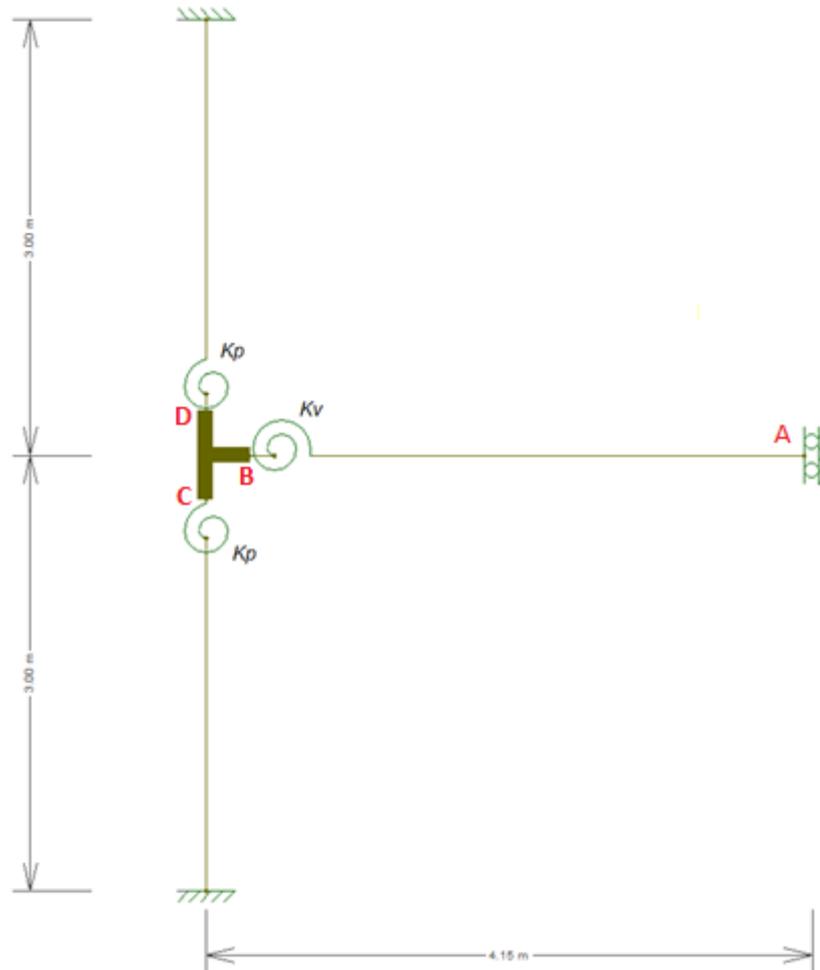


Fonte: Autor, 2013.

4.2.2 Modelo 2

O segundo modelo reticulado representa a semi-rigidez da ligação através de um núcleo rígido associado a molas rotacionais na interface com a viga e as partes superior e inferior do pilar. O coeficiente de rigidez associado aos pilares (elementos verticais) é igual em ambas as extremidades e chamado de K_p , enquanto que o coeficiente de rigidez associado à viga (elemento horizontal) é chamado K_v . A disposição dos elementos e parâmetros geométricos do Modelo 2 está ilustrada na Figura 21.

Figura 21 - Modelo 2

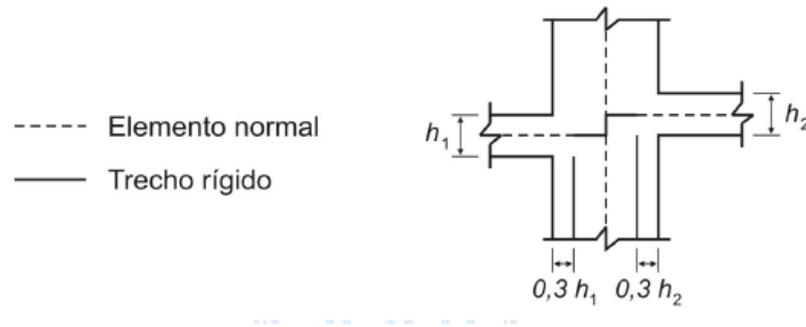


Fonte: Autor, 2013.

Os graus de liberdade admitidos são: deslocamento vertical no apoio da extrema direita (Nó A), deslocamentos verticais, horizontais e de rotação nos nós das interfaces dos trechos rígidos com as barras (Nós B, C e D) e rotações nas três molas rotacionais.

O Modelo 2 admite um núcleo rígido na ligação e tem dois parâmetros de rigidez a serem calibrados: as rigidezes rotacionais K_v e K_p . Os comprimentos dos trechos rígidos são pré-estabelecidos com base nas recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2007), ilustradas na Figura 22.

Figura 22 - Definição do comprimento dos trechos rígidos



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2007)

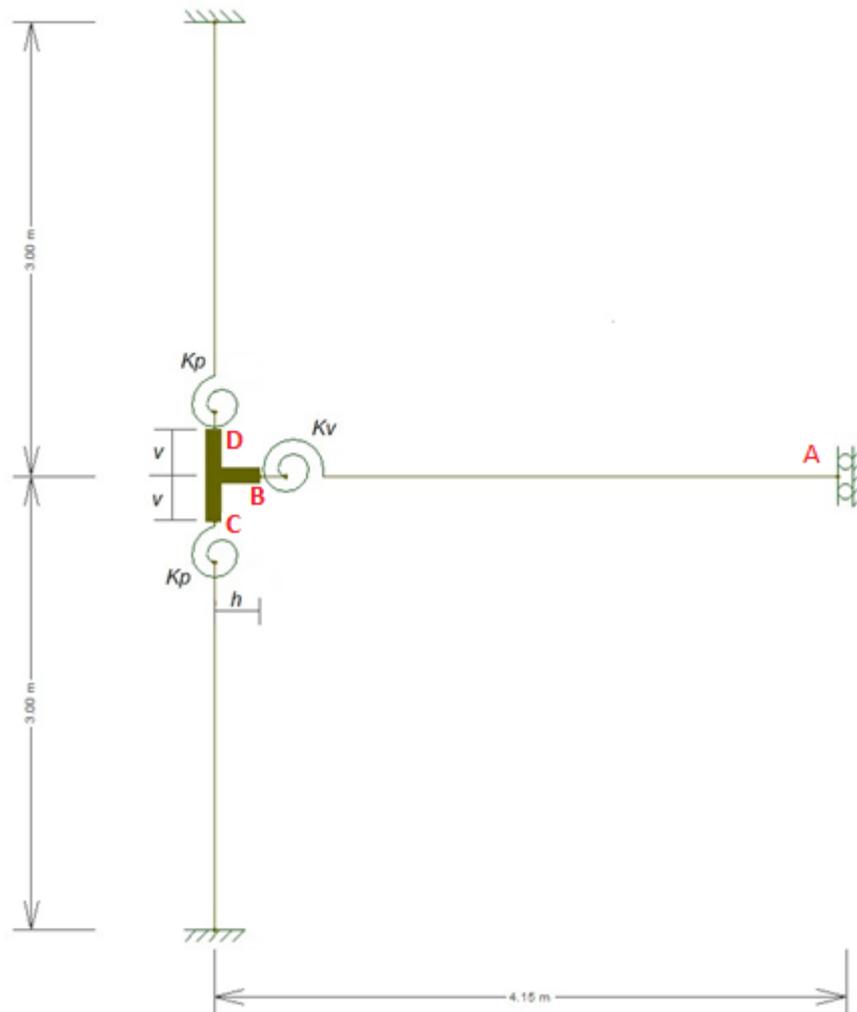
4.2.3 Modelo 4

O terceiro modelo reticulado, chamado aqui de Modelo 4, representa a semi-rigidez da ligação através de um núcleo rígido associado a molas rotacionais na interface com a viga e as partes superior e inferior do pilar. O coeficiente de rigidez associado aos pilares (elementos 2 e 3) é igual em ambas as extremidades e chamado de K_p , enquanto que o coeficiente de rigidez associado à viga (elemento 1) é chamado K_v .

A diferença fundamental do Modelo 4 em relação ao Modelo 2 é que os comprimentos dos trechos rígidos não são mais pré-estabelecidos e passam a ser novos parâmetros, adimensionais, representados por v_N e h_N , que normalizam os comprimentos dos trechos rígidos em relação à metade da altura da viga (v) e à metade da largura do pilar na direção da viga (h), respectivamente, e são otimizados através do processo iterativo.

A disposição dos elementos e parâmetros geométricos do Modelo 4 está ilustrada na Figura 23.

Figura 23 - Modelo 4



Fonte: Autor, 2013.

Os graus de liberdade admitidos são os mesmos que os do Modelo 2, sendo estes: deslocamento vertical no apoio da extrema direita (Nó A), deslocamentos verticais, horizontais e de rotação nos nós das interfaces dos trechos rígidos com as barras (Nós B, C e D) e rotações nas três molas rotacionais.

O Modelo 4 possui quatro parâmetros a serem calibrados: as rigidezes rotacionais K_v e K_p e os comprimentos dos trechos rígidos v e h .

4.2.4 Modelo 6

O quarto modelo reticulado, chamado aqui de Modelo 6, surge como uma alternativa aos modelos que utilizam molas e representa a semi-rigidez da ligação através de variações de seção e de inércia ao longo do comprimento do pilar. Partindo do pressuposto de que partes

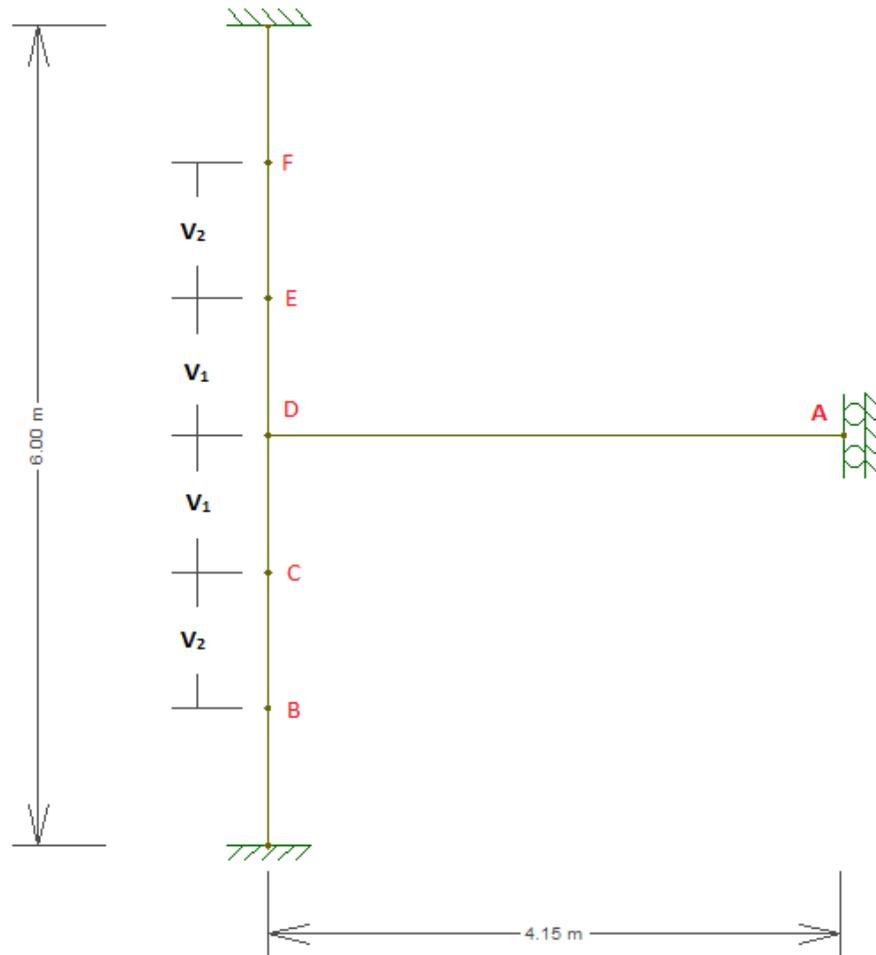
do pilar são mais solicitadas que outras, quando submetidas ao momento fletor resultante da viga, o Modelo 6 simula uma redução de rigidez que depende da relação entre as dimensões da viga e do pilar na região da ligação.

A concepção de um modelo sem molas, utilizando variações de inércia para representar a semi-rigidez da ligação parte de um estudo dos esforços internos solicitantes no pilar, próximos à região da ligação. Dependendo da largura relativa entre o pilar e a viga, as regiões mais próximas à viga são mais solicitadas que as regiões mais afastadas.

A ideia de um núcleo rígido não é utilizada neste modelo e a variação de área e inércia do pilar é dada através dos coeficientes adimensionais A_{PN1} , A_{PN2} , I_{PN1} e I_{PN2} que representam as parcelas da inércia e da área totais utilizadas, respectivamente, e variam entre 0 e 1. A variação de parâmetros é feita gradativamente, onde os parâmetros adimensionais V_{N1} e V_{N2} normalizam os comprimentos V_1 e V_2 (Figura 24) em relação à metade do comprimento total do pilar, e representam os trechos do pilar que sofrem essa redução de área e inércia.

A disposição dos elementos e parâmetros geométricos do Modelo 6 está ilustrada na Figura 24.

Figura 24 - Modelo 6



Fonte: Autor, 2013.

Os graus de liberdade são, portanto: deslocamento vertical na extrema direita (Nó A) e deslocamentos verticais, horizontais e de rotação nos demais nós do modelo (Nós B, C, D, E e F).

O Modelo 6 possui então seis parâmetros a serem calibrados: os dois coeficientes de redução de área, os dois coeficientes de redução de inércia e os dois comprimentos dos trechos de transição V_1 e V_2 .

4.3 Programa de Otimização

O *toolbox* de otimização do MATLAB disponibiliza várias funções para resolver problemas de minimização de funções. Dentre as funções disponíveis, a *fmincon*, que minimiza funções não lineares de várias variáveis e com restrições, é a empregada para

determinação dos parâmetros ótimos dos modelos reticulados. Essa função é configurada para trabalhar com o algoritmo *interior-point*, que satisfaz as restrições em todas as iterações.

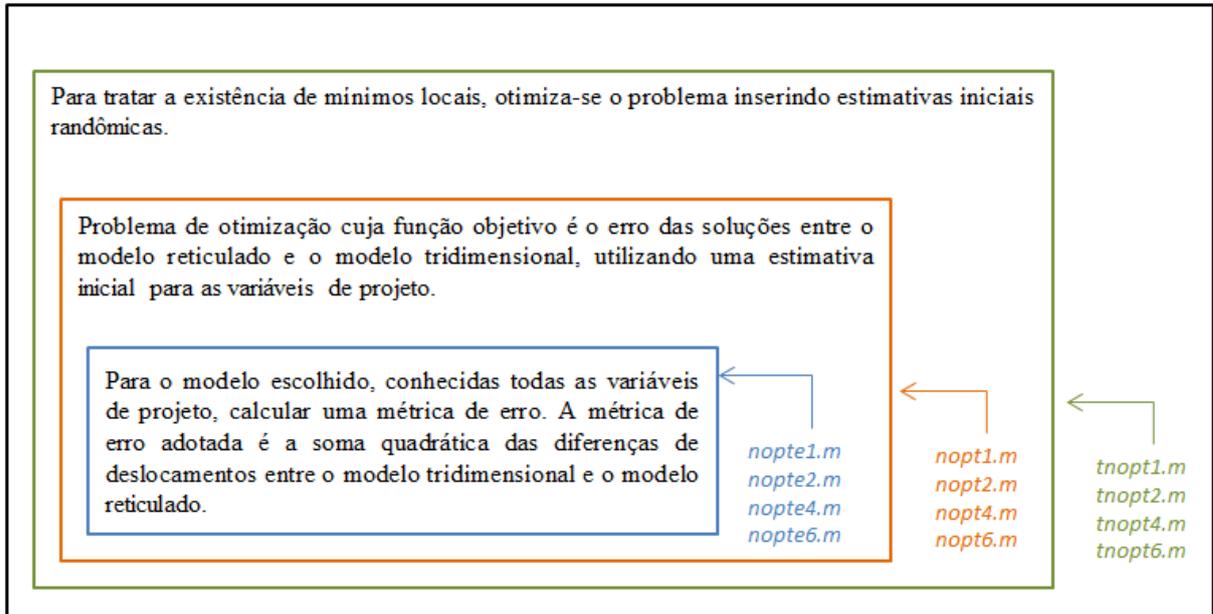
Neste trabalho, em particular, adota-se como função objetivo do problema de otimização a métrica de erro correspondente à soma quadrática das diferenças de deslocamentos dos eixos centrais das partes estruturais presentes no modelo tridimensional e nos modelos reticulados. Esses deslocamentos são os avaliados nos pontos, em ambos os modelos, correspondentes às posições dos nós da malha de elementos finitos do modelo tridimensional.

Quanto às restrições do problema de otimização, as únicas a serem consideradas, que são de desigualdade, correspondem a restrições de fronteira, onde são atribuídos limites inferiores e superiores para as variáveis de projeto, definidos de acordo com restrições geométricas ou mecânicas de cada variável de projeto.

A existência de mínimos locais é tratada utilizando-se várias estimativas iniciais randômicas para as variáveis de projeto. Dependendo da complexidade do modelo, são geradas de 1000 a 10000 estimativas, todas obedecendo às restrições de fronteira.

A Figura 25 apresenta o esquema básico de funcionamento da estratégia de otimização dos parâmetros dos modelos reticulados. As implementações desenvolvidas em MATLAB encontram-se em três níveis hierárquicos. No nível superior encontra-se a função *tnopt#.m*, específica para cada modelo reticulado a ser otimizado. A finalidade dessa função é gerar estimativas iniciais randômicas para os parâmetros correspondentes às variáveis de projeto e executar a função de otimização *nopt#.m*. Essa, por sua vez, realiza a otimização do correspondente modelo para um conjunto específico de variáveis de projeto, onde se faz a chamada da função *fmincon* do MATLAB. Por fim, para responder como a função objetivo de cálculo do erro a ser minimizado, tem-se a função *nopte#.m*, que analisa o correspondente modelo reticulado com um conjunto específico de valores das variáveis de projeto e calcula o erro de deslocamento entre a solução desse modelo e do modelo tridimensional.

Figura 25 - Diagrama hierárquico do algoritmo de otimização



Fonte: Autor, 2013.

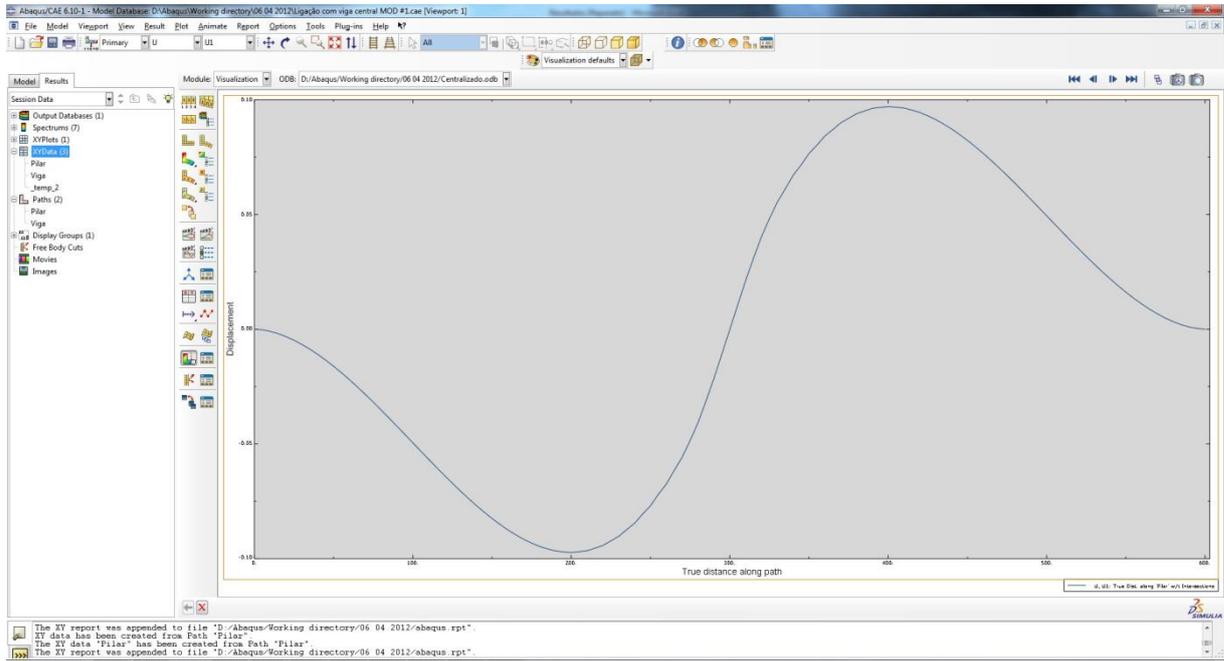
5 RESULTADOS E ANÁLISES DA MODELAGEM TRIDIMENSIONAL

5.1 Comentários Iniciais

A simulação utilizando modelagem tridimensional fornece ao usuário uma infinidade de resultados para avaliação. No caso de uma simulação estrutural estática, os resultados mais frequentes vêm na forma dos valores de tensões e de deslocamentos resultantes em cada nó do modelo tridimensional. Cabe ao usuário, portanto, definir quais são os resultados relevantes para posterior análise.

Os dados coletados necessários para dar entrada nos modelos analíticos são os deslocamentos dos nós, extraídos ao longo do eixo dos elementos. Mais especificamente, o deslocamento vertical da viga ao longo de seu eixo e os deslocamentos transversal (eixo X) e longitudinal do pilar ao longo de seu eixo. Como os elementos da malha de elementos finitos escolhida para as simulações apresentam lados com 2,5 cm, os valores de deslocamento obtidos nos nós para análise estão distantes 2,5 cm entre si.

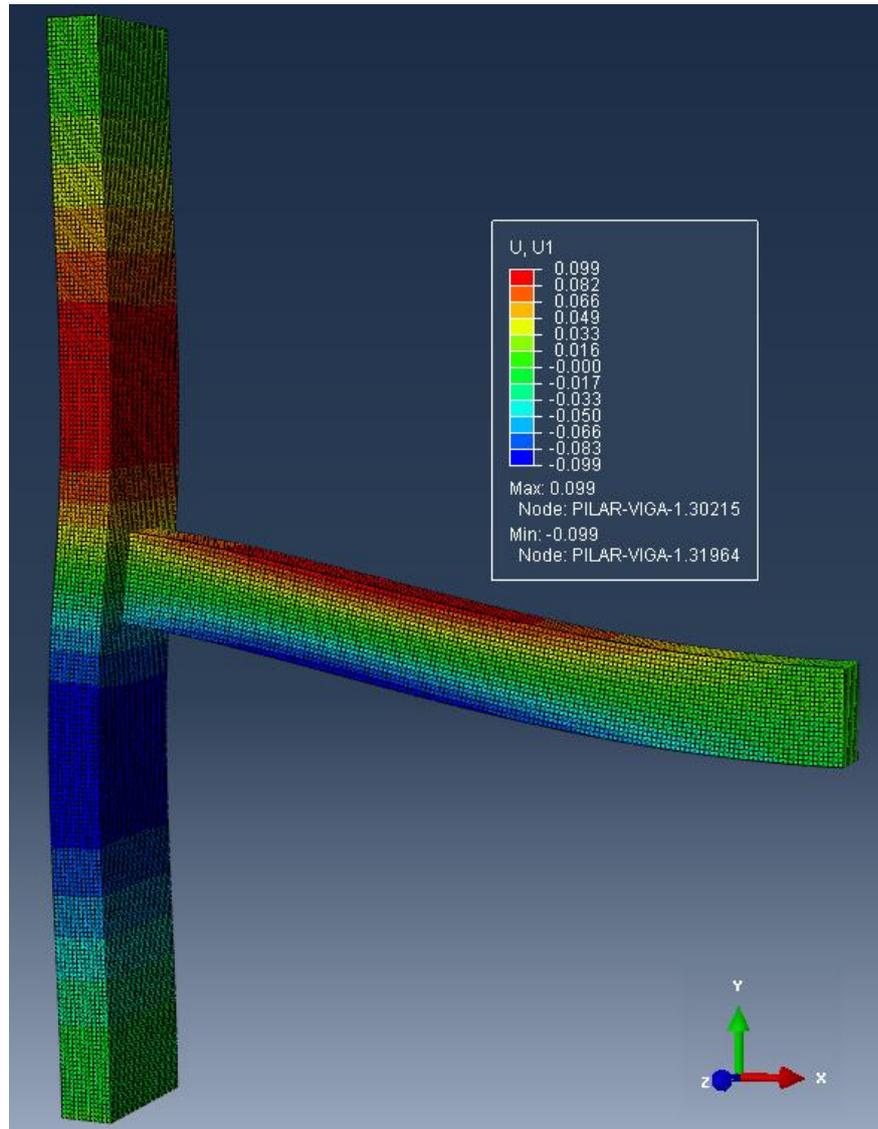
Os resultados das simulações podem ser obtidos através de tabelas contendo os dados e resultados para cada nó individualmente, ou ilustrados na forma de gráficos gerados pelo próprio programa. A Figura 26 mostra a interface do programa com a representação do deslocamento transversal do pilar na forma de linha elástica, onde o eixo das abscissas corresponde ao eixo longitudinal do pilar e o eixo das ordenadas corresponde ao valor do deslocamento transversal (eixo X). Através do gráfico, percebe-se claramente as condições de contorno em $X = 0$ e $X = 600$, resultando em deslocamentos transversais nulos, bem como a rotação característica do pilar devido ao efeito de momento concentrado no ponto $X = 300$.

Figura 26 - Representação da deformada do pilar na interface do Abaqus

Fonte: Autor, 2013.

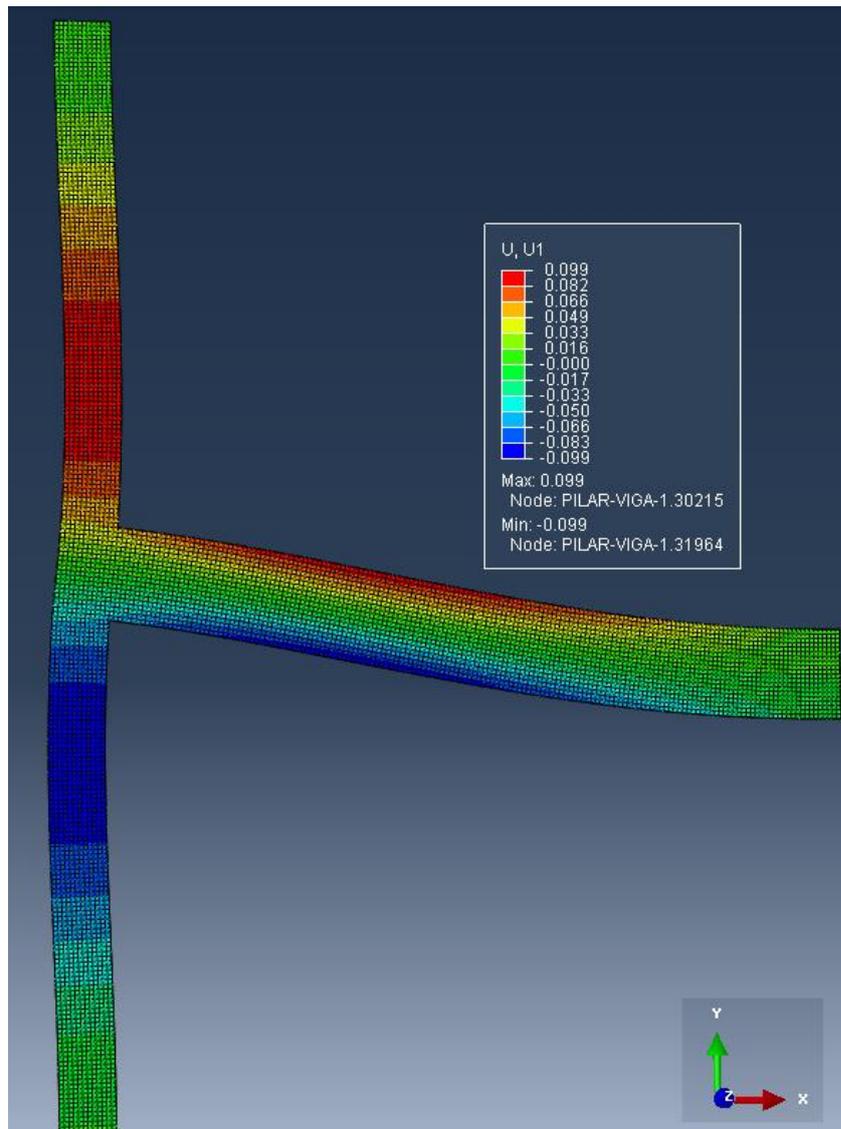
Os efeitos de rotação do pilar podem ser claramente visualizados através das Figuras 27 e 28, onde as cores representam as magnitudes dos deslocamentos horizontais na estrutura.

Figura 27 - Vista geral do modelo deformado, com resultados para U_1



Fonte: Autor, 2013.

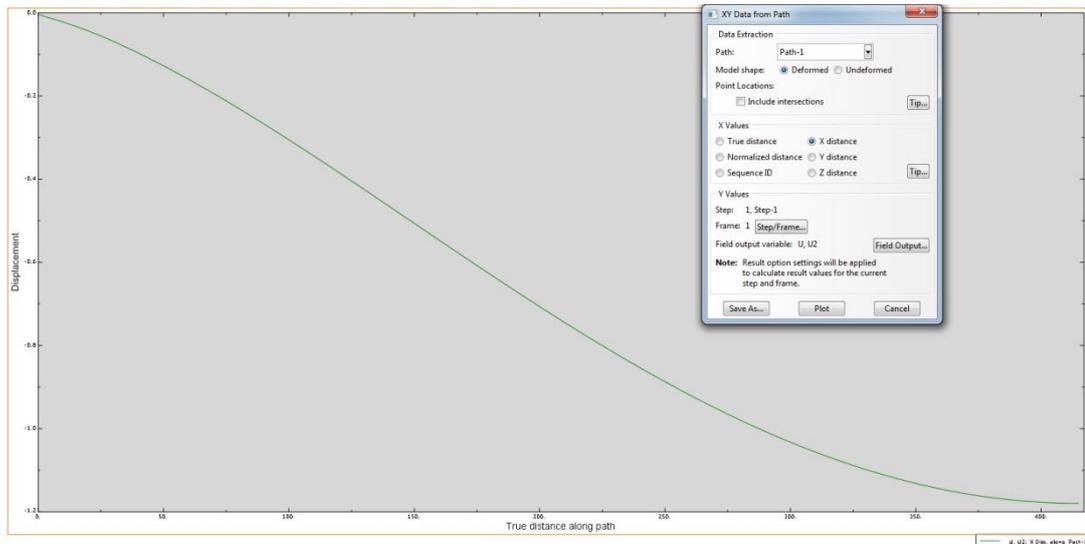
Figura 28 - Corte vertical central utilizando o plano XY, com resultados para U_1



Fonte: Autor, 2013.

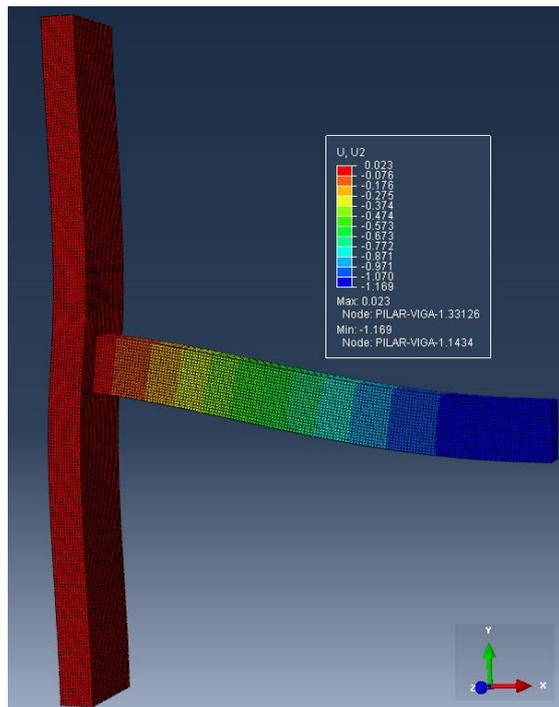
A Figura 29 apresenta a interface do programa para um resultado de deslocamentos verticais na viga. O eixo das abscissas representa o eixo da viga, enquanto que no eixo das ordenadas estão os deslocamentos verticais característicos da primeira metade de uma viga sob a condição de simetria imposta na simulação. No ponto $X = 415$, encontra-se o valor representativo da flecha na viga. A Figura 30 ilustra os deslocamentos verticais do modelo como um todo.

Figura 29 - Representação da linha elástica da viga no Abaqus



Fonte: Autor, 2013.

Figura 30 - Vista geral do modelo deformado, com resultados para U2



Fonte: Autor, 2013.

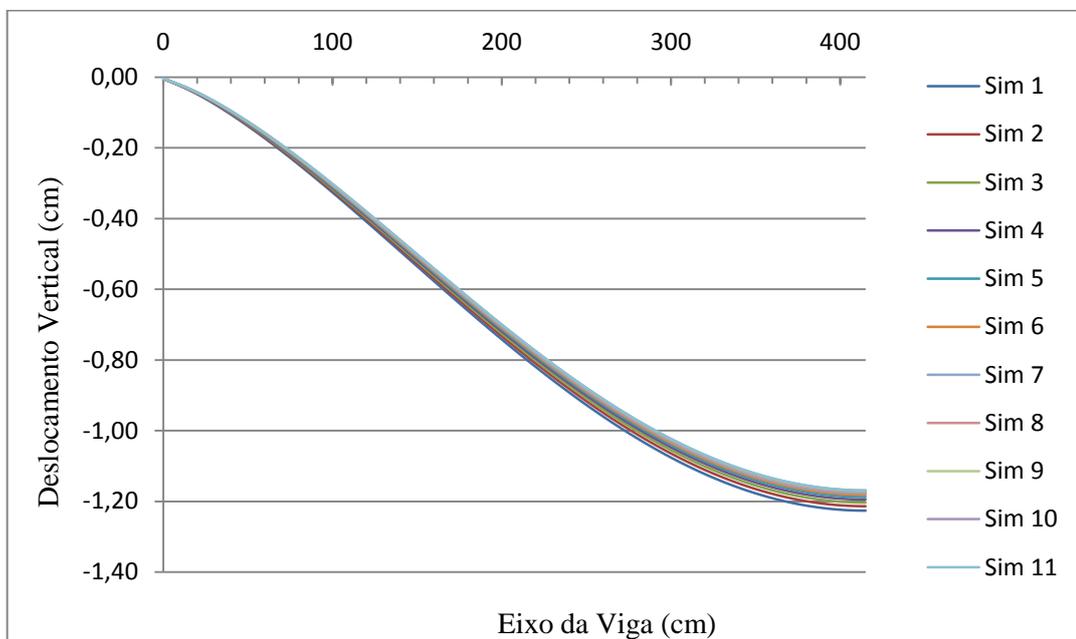
5.2 Resultados para a simulação de variação de excentricidade

Ao se observar os resultados obtidos com a variação de excentricidade, percebe-se que os valores e as variações de deslocamento ao longo do eixo do pilar são muito pequenos, não

exercendo uma influência significativa o suficiente para análise e posterior simulação com modelos de barra.

Por outro lado, o deslocamento transversal vertical do eixo da viga apresenta resultados superiores, quando comparados aos deslocamentos ao longo do eixo do pilar. Além disso, fazendo-se variar apenas o posicionamento relativo da viga, chega-se a quase 5% de diferença de deslocamentos entre as simulações 1 e 11 (ver Seção 3.6, segundo parágrafo). A Figura 31 apresenta os resultados obtidos para deslocamento vertical da viga nas simulações de variação de excentricidade.

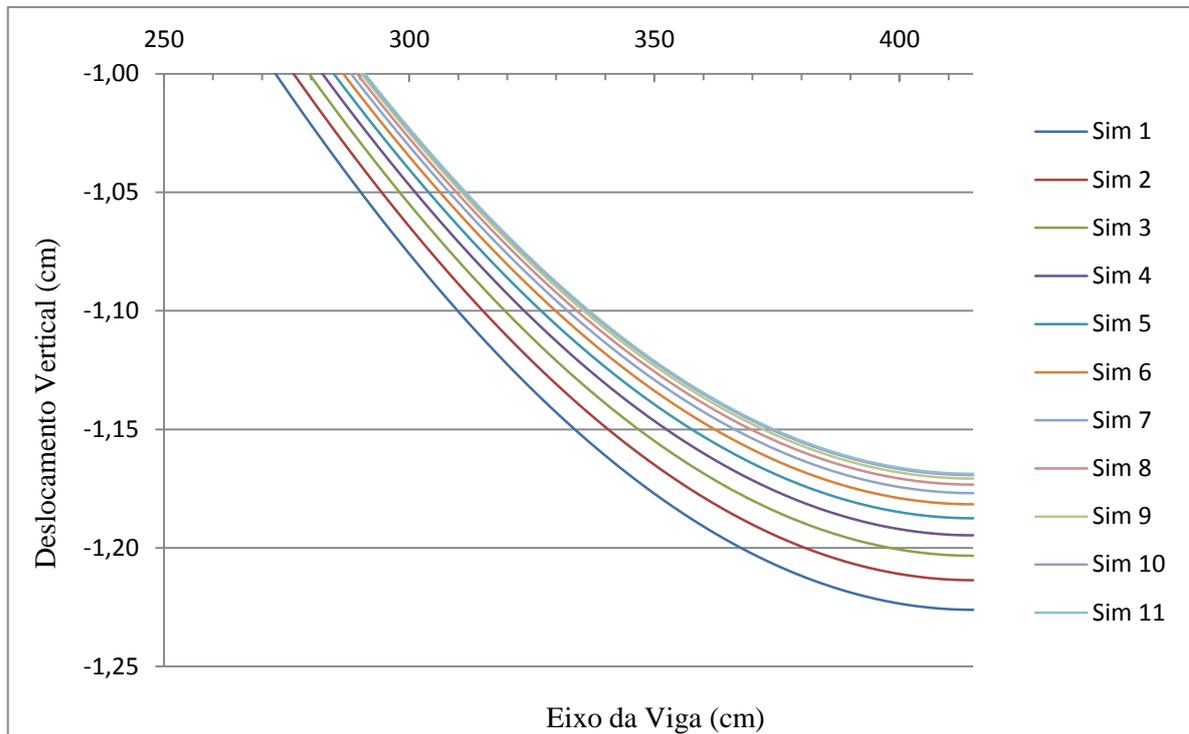
Figura 31 - Deslocamento vertical do eixo da viga nas simulações de variação de excentricidade



Fonte: Autor, 2013.

A análise dos resultados em sua forma gráfica mostra que os deslocamentos verticais da viga diminuem à medida que a mesma se aproxima do centro do pilar. No entanto, essa redução no valor dos deslocamentos não é linear, e tende a se estabilizar próximo ao centro do pilar. A Figura 32 apresenta uma visualização ampliada dos valores de deslocamento da viga.

Figura 32 - Visualização ampliada dos deslocamentos verticais da viga



Fonte: Autor, 2013.

Para fins de comparação, utiliza-se o valor deslocamento máximo (flecha). A Tabela 3 é construída através dos dados de deslocamento das simulações, onde a coluna “Flecha” apresenta os deslocamentos máximos para cada simulação. O valor de referência escolhido é a flecha com a viga centralizada (simulação 11), a coluna “Diferença” corresponde ao valor da flecha subtraído do valor de referência. A coluna “Incremento” representa a porcentagem representativa da diferença em relação ao valor de referência, e a razão entre os incrementos é construída fazendo-se a razão entre o incremento, e o incremento da simulação anterior.

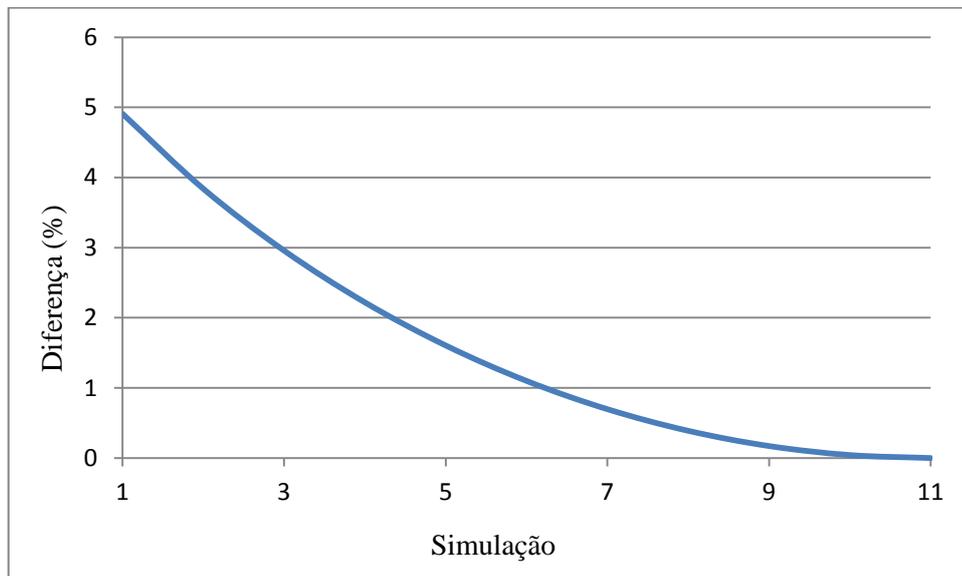
Tabela 3 - Tabela comparativa de deslocamentos verticais máximos na viga para a simulação de variação de excentricidade

| Simulação | Flecha (cm) | Valor de referência (cm) | Diferença (cm) | Incremento (%) | Razão entre os incrementos (%) |
|-----------|-------------|--------------------------|----------------|----------------|--------------------------------|
| 1 | -1,2262 | -1,1688 | -0,0574 | 4,909 | - |
| 2 | -1,2137 | -1,1688 | -0,0449 | 3,839 | 78,21 |
| 3 | -1,2033 | -1,1688 | -0,0346 | 2,957 | 77,02 |
| 4 | -1,1947 | -1,1688 | -0,0259 | 2,219 | 75,03 |
| 5 | -1,1875 | -1,1688 | -0,0188 | 1,604 | 72,31 |
| 6 | -1,1816 | -1,1688 | -0,0129 | 1,099 | 68,53 |
| 7 | -1,1769 | -1,1688 | -0,0081 | 0,696 | 63,35 |
| 8 | -1,1733 | -1,1688 | -0,0045 | 0,388 | 55,77 |
| 9 | -1,1708 | -1,1688 | -0,0020 | 0,171 | 44,05 |
| 10 | -1,1693 | -1,1688 | -0,0005 | 0,043 | 25,00 |
| 11 | -1,1688 | -1,1688 | 0,0000 | 0,000 | 0,00 |

Fonte: Autor, 2013.

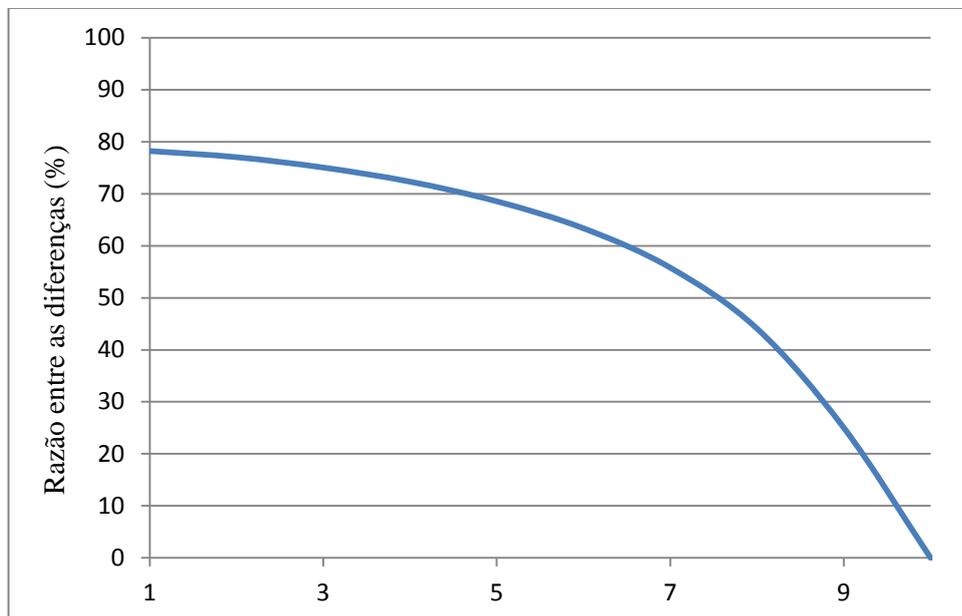
A análise dos resultados na forma que são dispostos na Tabela 3 mostra que a razão entre os incrementos diminui à medida que a viga se aproxima do centro, ou seja, a influência da excentricidade no resultado de deslocamento vertical da viga diminui à medida que a viga se distancia da extremidade do pilar. A Figura 33 mostra como a inclinação da curva diferença x simulação diminui em módulo à medida que a viga se aproxima do centro, tendendo a zero. Já a Figura 34 apresenta a forma com que a razão entre os incrementos se comporta, diminuindo à medida que se aproxima do centro do pilar.

Figura 33 - Diferença entre o valor da flecha obtido em cada simulação com o valor de referência (centralizado)



Fonte: Autor, 2013.

Figura 34 - Razão entre as diferenças de flecha entre as simulações de variação de excentricidade

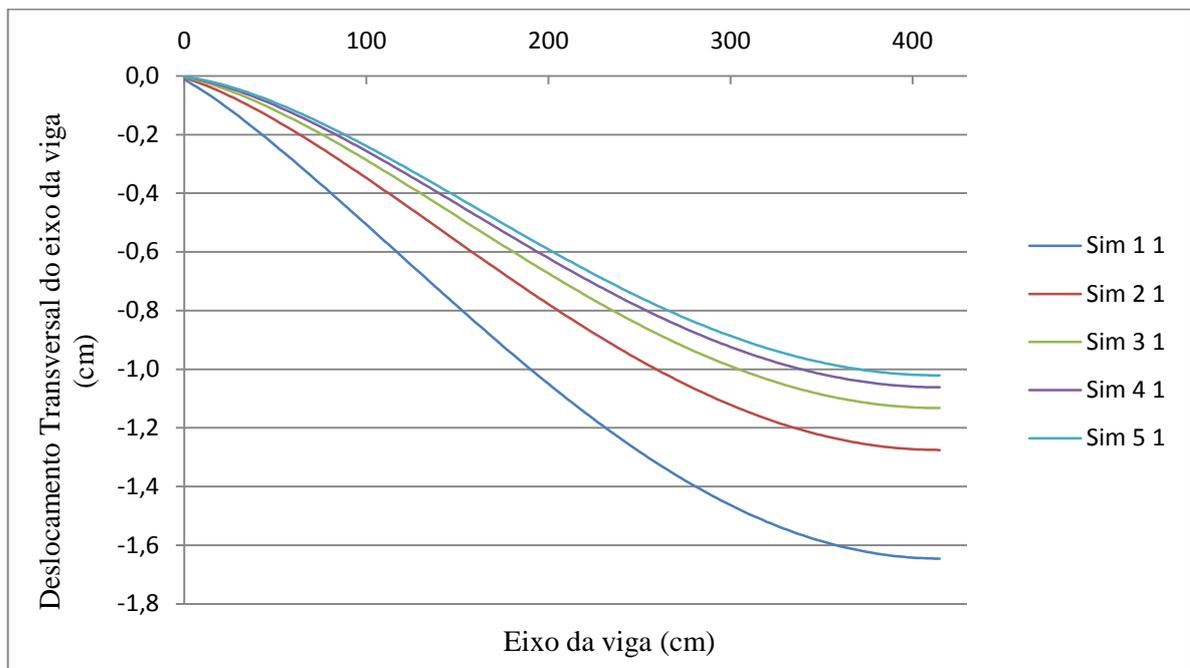


Fonte: Autor, 2013.

5.3 Resultados para a simulação de variação de largura do pilar

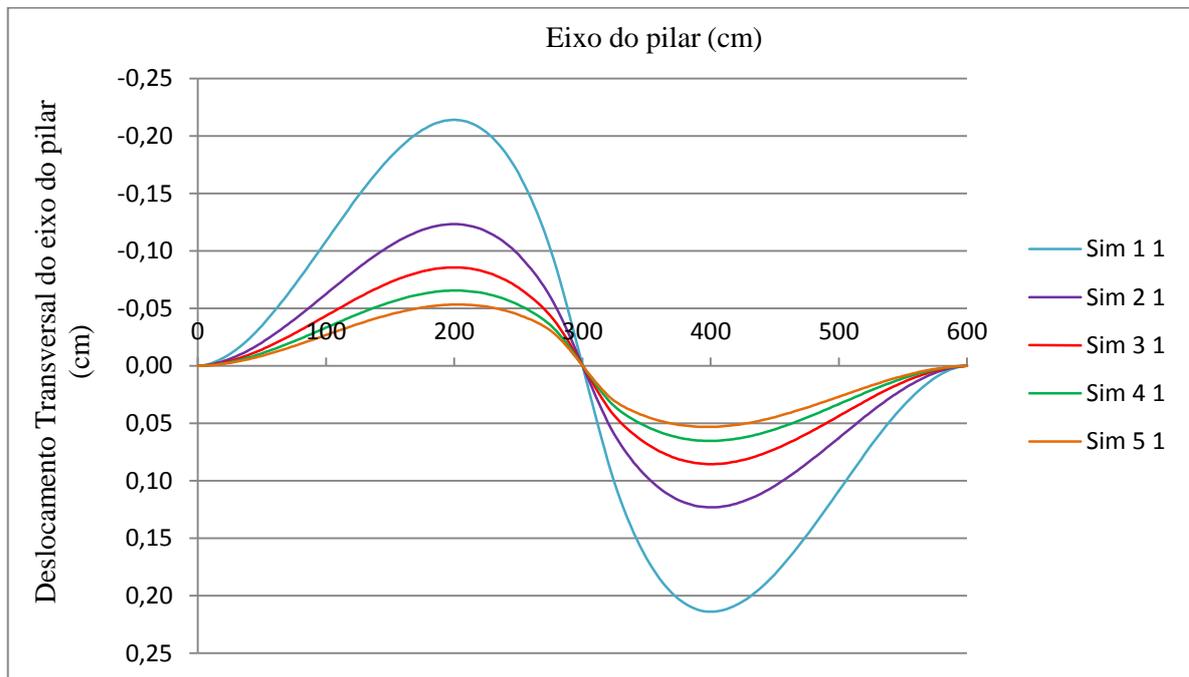
A largura do pilar, mais especificamente a relação entre as larguras do pilar e da viga, é parâmetro de grande interesse na análise de rigidez das ligações. Por conta disso, percebe-se uma diferença significativa entre os resultados de cada simulação, e utilizam-se os deslocamentos transversais (eixo X) e longitudinais do pilar, além dos deslocamentos verticais da viga para análise. As Figuras 35 e 36 mostram, respectivamente, os deslocamentos transversais verticais da viga e os deslocamentos transversais (eixo X) do pilar. A referência utilizada para nomeação de cada simulação está presente na Seção 3.7, terceiro parágrafo.

Figura 35 - Resultados para deslocamento transversal vertical da viga nas simulações de variação de largura do pilar



Fonte: Autor, 2013.

Figura 36 - Resultados para deslocamento transversal (eixo X) do pilar nas simulações de variação de largura do pilar

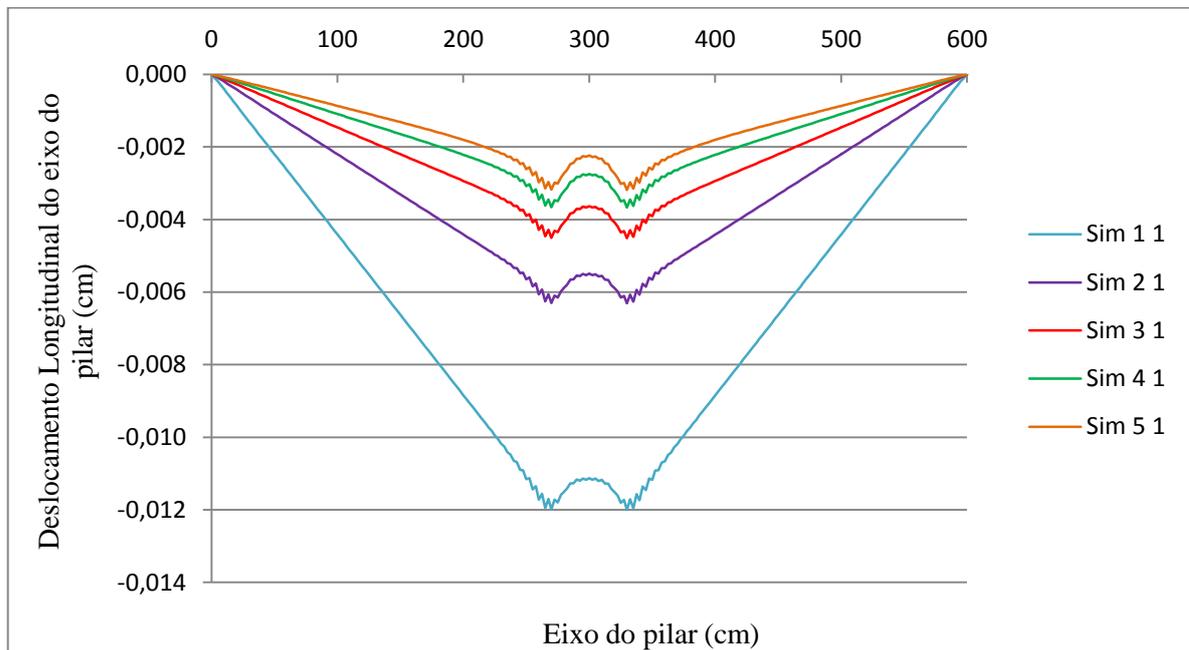


Fonte: Autor, 2013.

Uma análise da Figura 35 mostra que os valores de deslocamento diferem em até 0,6 cm, que corresponde a 60% do valor da flecha da simulação 5:1. Esses valores são muito mais acentuados do que os obtidos com a simples variação de excentricidade entre os elementos, uma vez que a própria rigidez a flexão do pilar está sendo modificada. Os valores de deslocamento transversal do pilar também têm variação muito significativa, de modo que a simulação 1:1 apresenta valores, em média, quatro vezes maiores que a simulação 5:1.

Os deslocamentos longitudinais do pilar podem ser conferidos na Figura 37. Assim como os demais deslocamentos, o deslocamento longitudinal do pilar sofre grande influência das variações de largura, de forma que a simulação 1:1 apresenta valores em torno de cinco vezes maiores que os da simulação 5:1.

Figura 37 - Resultados para deslocamento longitudinal (eixo Y) do pilar nas simulações de variação de largura do pilar

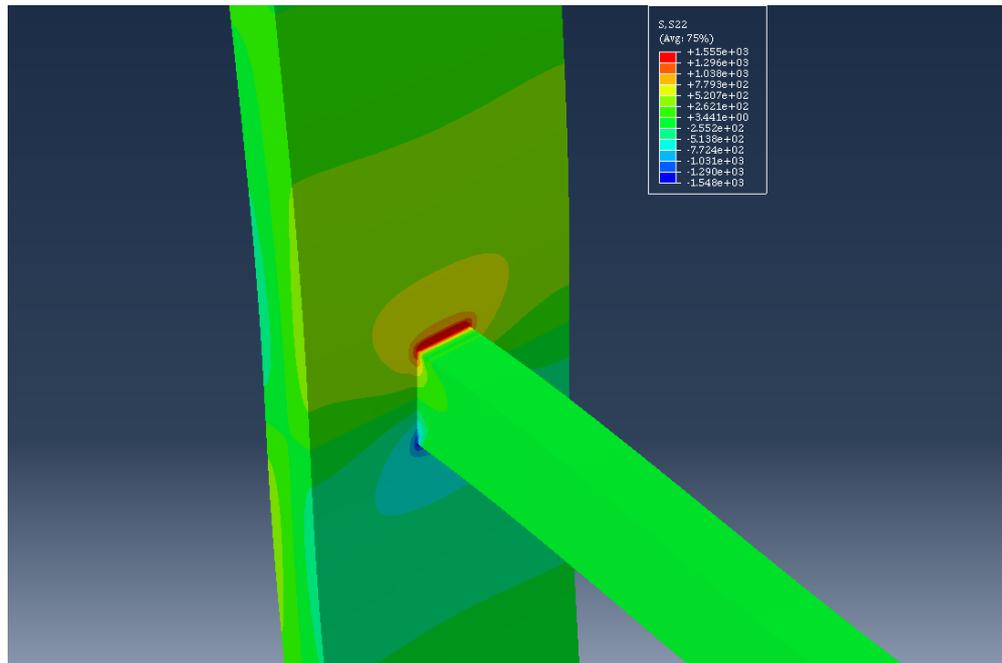


Fonte: Autor, 2013.

O que chama atenção, no entanto, é a forma da curva formada pelo gráfico. A presença da viga faz com que o comportamento dos deslocamentos longitudinais, que teoricamente apresentaria uma forma linear, apresente três trechos com diferentes comportamentos: o primeiro trecho, sob influência direta da viga, próximo ao centro; o segundo trecho, de transição, partindo das extremidades da viga até uma determinada distância; e o terceiro trecho, distante o suficiente das perturbações causadas pela viga de forma que apresenta comportamento aproximadamente linear.

A Figura 38 mostra os resultados para σ_{YY} na interface do programa. Percebe-se claramente o bulbo de tensões, formado a partir da viga, que influencia nos resultados de deformação. Essa análise de tensões, associada aos resultados da variação de excentricidade, indicam a existência de uma região em torno da ligação em que a solicitação acontece de forma mais acentuada que no restante do pilar. Essa análise detalhada de esforços em torno da ligação é fonte de inspiração para o desenvolvimento do Modelo 6.

Figura 38 - Representação gráfica do campo de tensões σ_{YY} na simulação de proporção 5:1



Fonte: Autor, 2013.

5.4 Análise comparativa com modelos analíticos

A fim de determinar até que ponto as dimensões do pilar influenciam na hipótese simplificadora de que os elementos são considerados barras e podem ter seu comportamento representado a partir de uma única linha que passa através dos seus eixos, é realizada uma análise comparativa entre os resultados obtidos com o Abaqus para as simulações de variação de largura do pilar e os resultados obtidos através das formulações analíticas.

Para a formulação linear de barras prismáticas retas e homogêneas, a derivada de quarta ordem do campo de deslocamento transversal tem a complexidade do carregamento transversal distribuído na mesma, que no caso da viga do modelo resulta em um campo polinomial de quarto grau. Para os trechos de pilar, o campo de deslocamento transversal é polinomial cúbico. Para essa mesma formulação, a derivada de segunda ordem do campo de deslocamento longitudinal tem a complexidade do carregamento longitudinal distribuído na mesma. Para os trechos do pilar, essa campo é polinomial linear.

São então realizados testes de regressão linear com os resultados obtidos no Abaqus, utilizando polinômios aproximadores de mesmo grau que o esperado com a formulação analítica, com a intenção de analisar o quão fielmente essas regressões representam os dados.

O parâmetro estatístico utilizado para medir a precisão das regressões é o Coeficiente de Determinação R^2 , que mede a qualidade do modelo quanto à sua eficiência em estimar corretamente os valores da função desejada. O Coeficiente de Determinação pode assumir valores de 0 a 1, e é calculado através da razão entre o somatório dos quadrados devido à regressão (SQ_{REG}) e o somatório total dos quadrados (SQ_{TOTAL}), de forma que

$$R^2 = \frac{SQ_{REG}}{SQ_{TOTAL}} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (6)$$

onde:

\hat{y}_i = Valor estimado da variável dependente;

\bar{y} = Média da variável dependente;

y_i = Valor observado da variável dependente.

Valores maiores R^2 implicam em melhores aproximações. Sabe-se ainda que o somatório total dos quadrados é igual ao somatório dos quadrados devido à regressão (SQ_{REG}) adicionado ao somatório dos quadrados dos resíduos (SQ_{RES}), ou seja,

$$SQ_{TOTAL} = SQ_{REG} + SQ_{RES}$$

o que, após uma rápida manipulação, resulta em

$$R^2 = 1 - \frac{SQ_{RES}}{SQ_{TOTAL}} \quad (7)$$

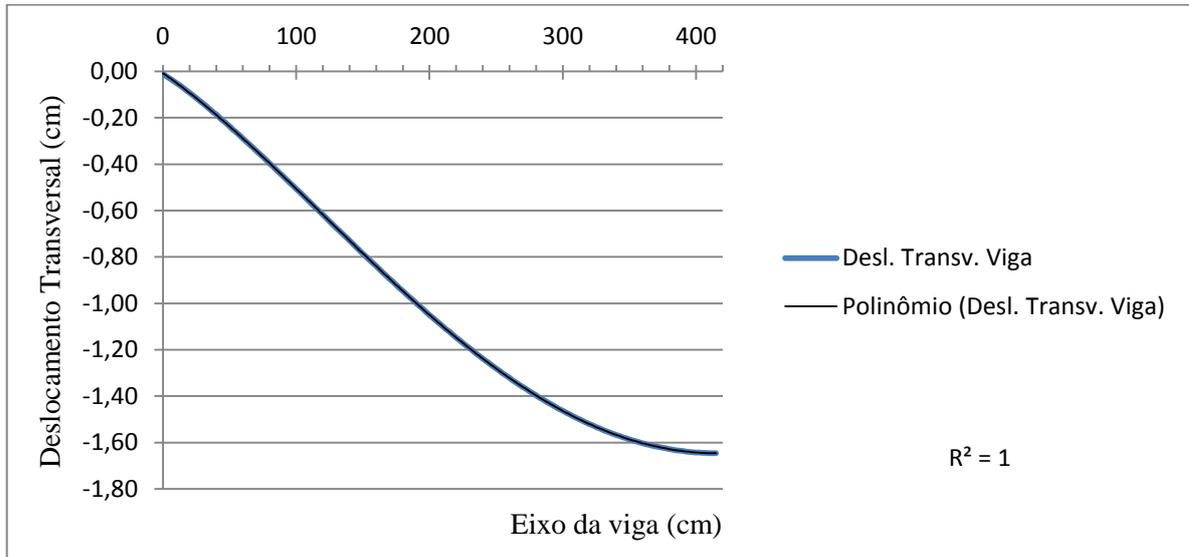
onde:

$$SQ_{RES} = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2.$$

Através da Eq. (7), percebe-se que as melhores aproximações possíveis são aquelas onde o somatório dos resíduos SQ_{RES} tende a zero, o que resulta em R^2 tendendo ao valor 1.

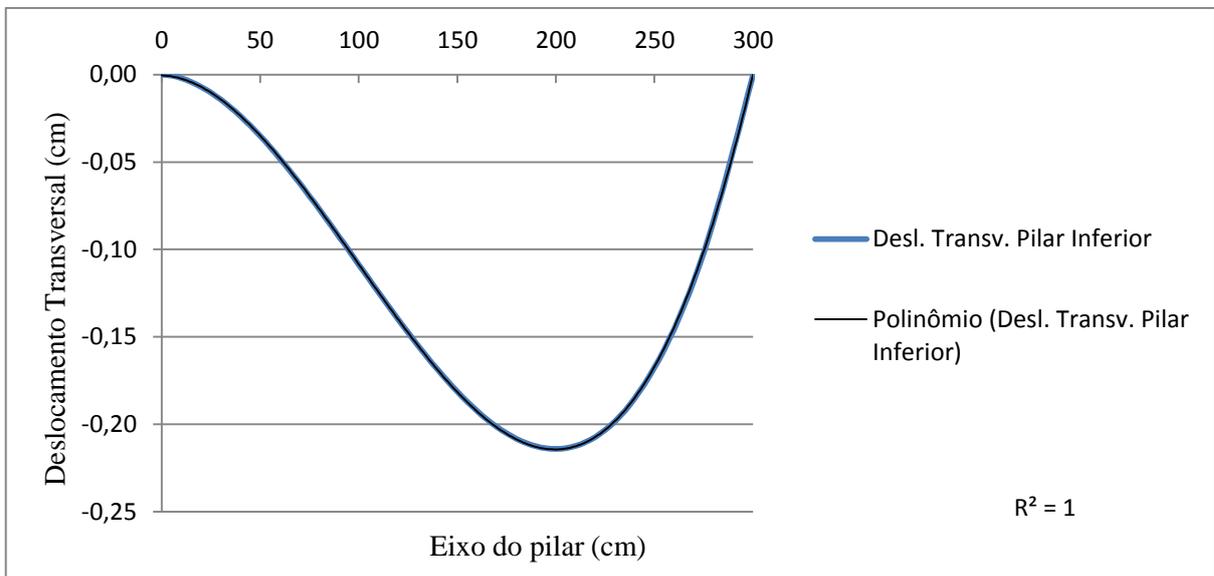
As Figuras 39 a 43 mostram os resultados da simulação 1:1 do modelo numérico tridimensional ao longo dos eixos dos elementos, associados aos respectivos polinômios aproximadores e valores de R^2 de cada regressão.

Figura 39 - Deslocamento transversal da viga com polinômio aproximador quadrático, simulação 1:1



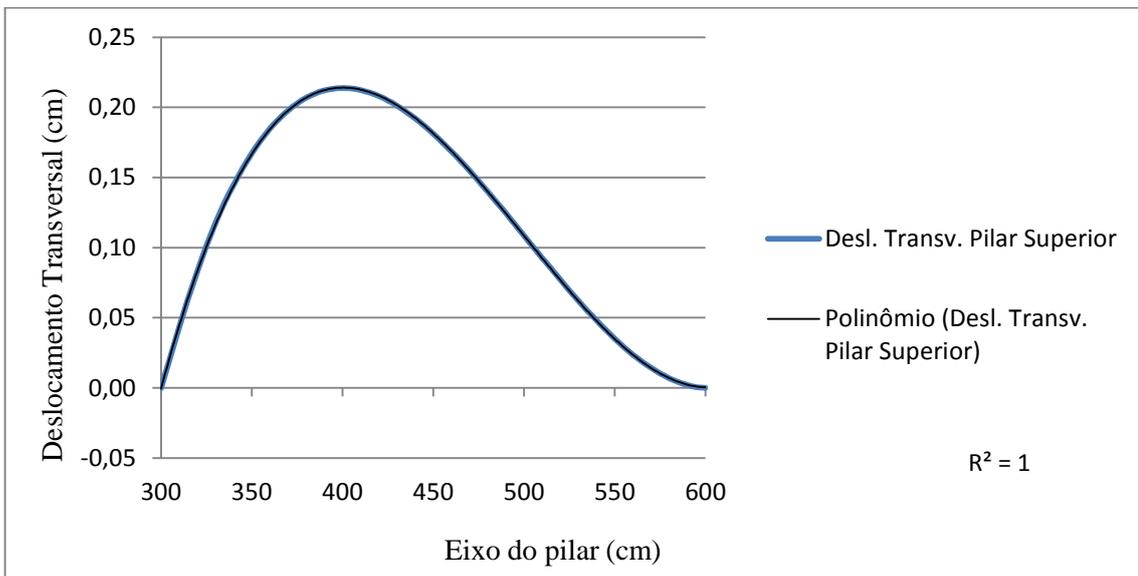
Fonte: Autor, 2013.

Figura 40 - Deslocamento transversal da parte inferior do pilar com polinômio aproximador cúbico, simulação 1:1



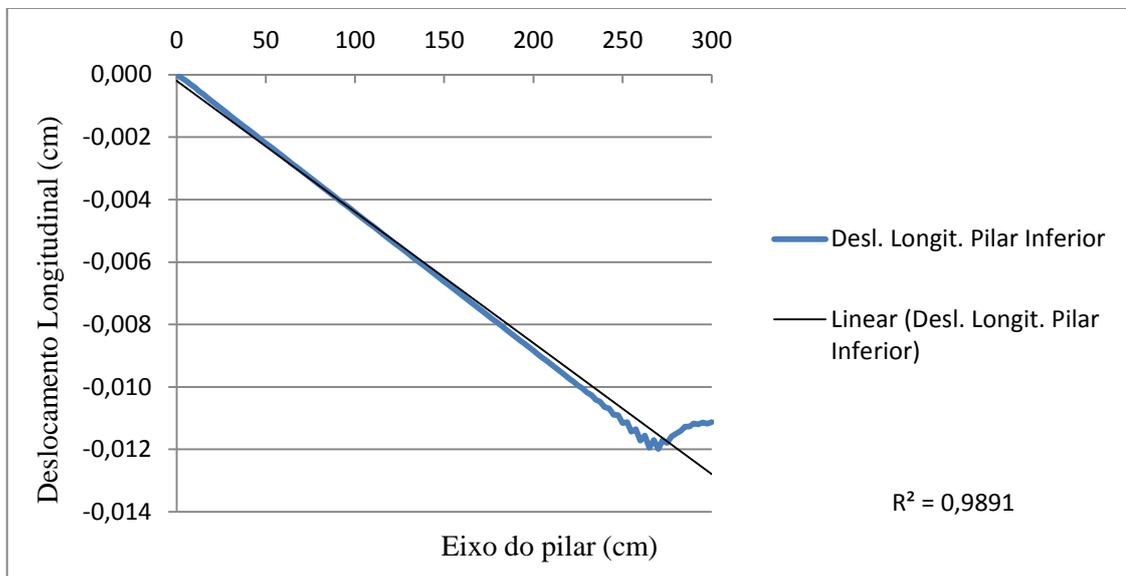
Fonte: Autor, 2013.

Figura 41 - Deslocamento transversal da parte superior do pilar com polinômio aproximador cubico, simulação 1:1



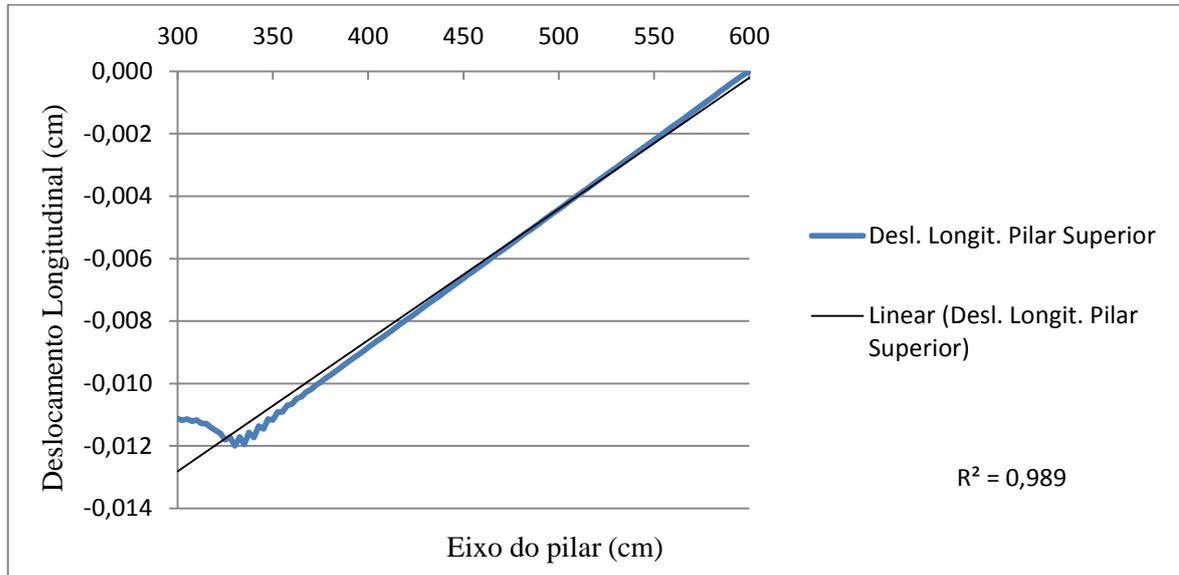
Fonte: Autor, 2013.

Figura 42 - Deslocamento longitudinal da parte inferior do pilar com polinômio aproximador linear, simulação 1:1



Fonte: Autor, 2013.

Figura 43 - Deslocamento longitudinal da parte superior do pilar com polinômio aproximador linear, simulação 1:1

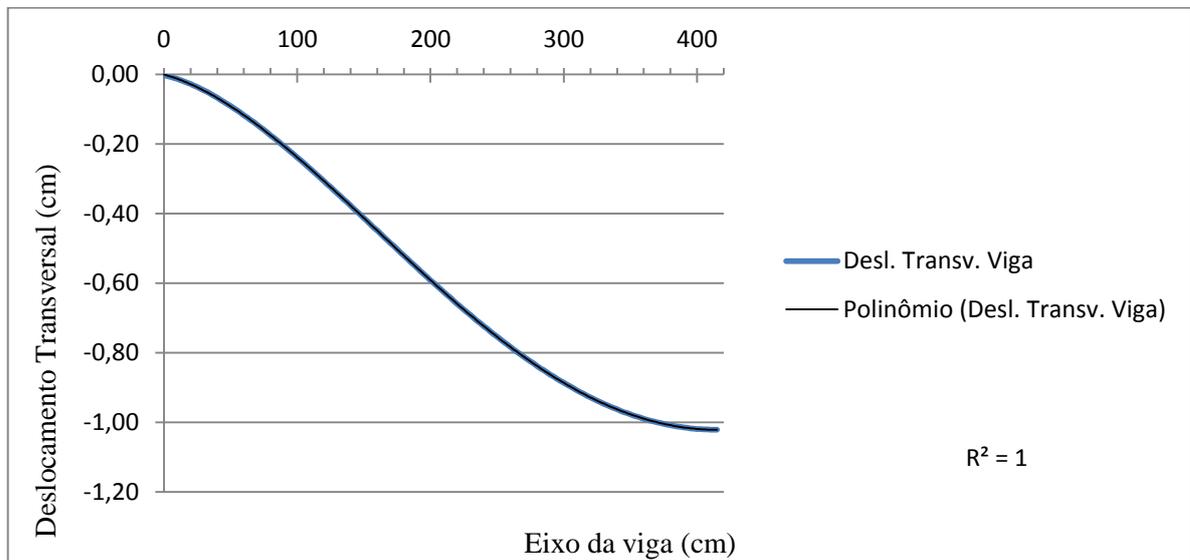


Fonte: Autor, 2013.

Com os dados da simulação de variação de largura 1:1, percebe-se que os resultados de deslocamento podem ser precisamente representados por suas regressões polinomiais, com exceção do deslocamento longitudinal do pilar. O motivo disso é que a viga exerce uma perturbação através da ligação na parte central do pilar, o que altera a forma linear esperada na disposição dos resultados.

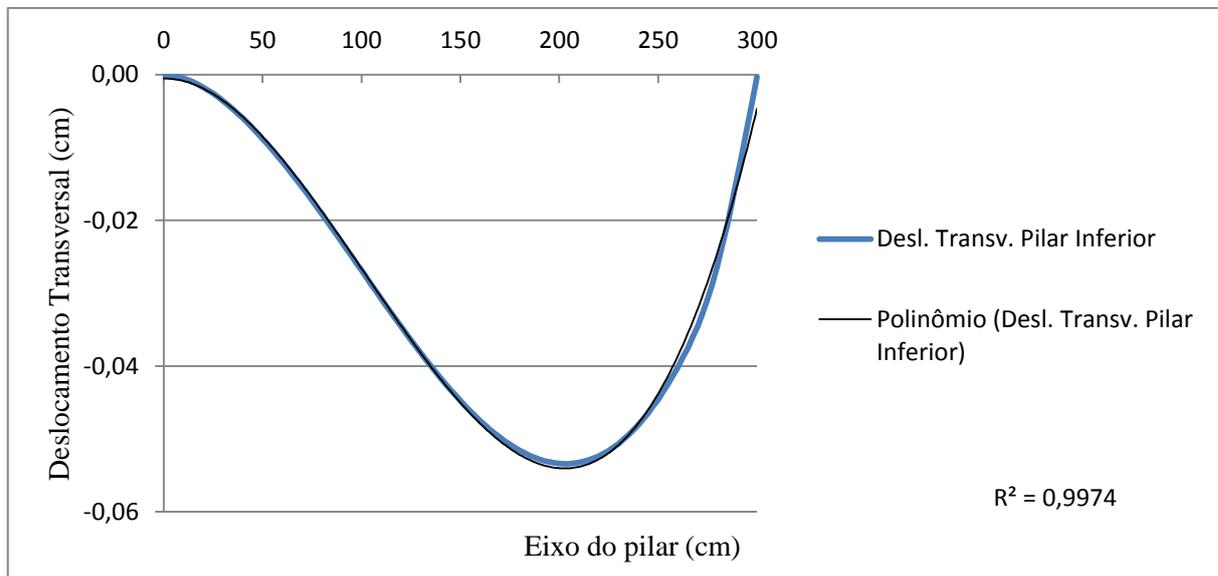
As Figuras 44 a 48 mostram os resultados do modelo numérico tridimensional ao longo dos eixos dos elementos, para a proporção 5:1 na variação de largura do pilar, associados aos respectivos polinômios aproximadores e valores de R^2 de cada regressão.

Figura 44 - Deslocamento transversal da viga com polinômio aproximador quadrático, simulação 5:1



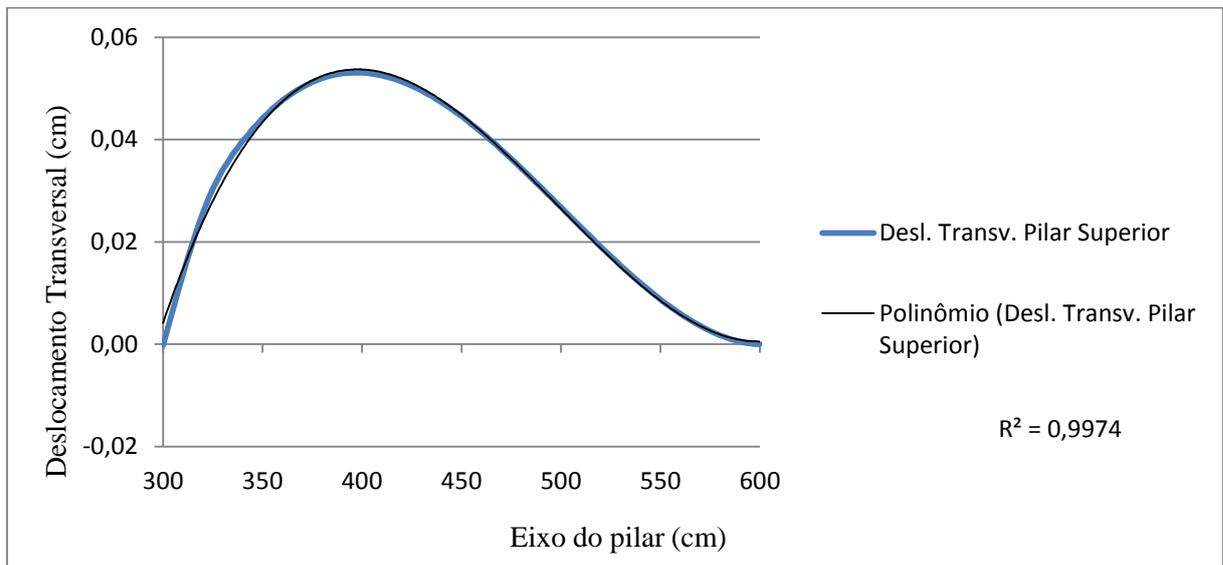
Fonte: Autor, 2013.

Figura 45 - Deslocamento transversal da parte inferior do pilar com polinômio aproximador cúbico, simulação 5:1



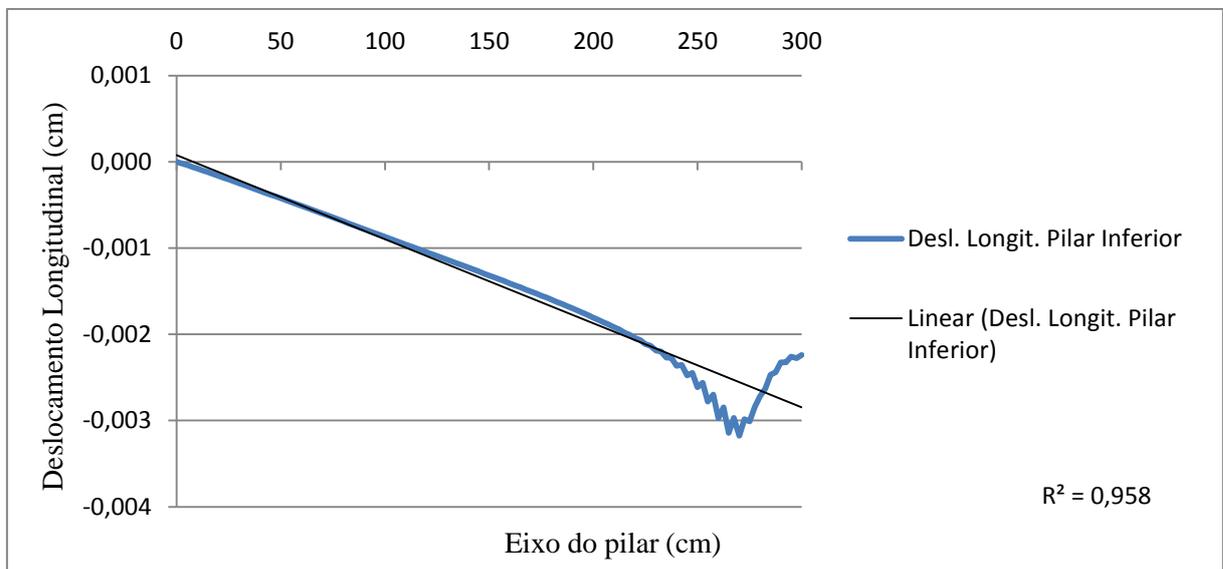
Fonte: Autor, 2013.

Figura 46 - Deslocamento transversal da parte superior do pilar com polinômio aproximador cubico, simulação 5:1



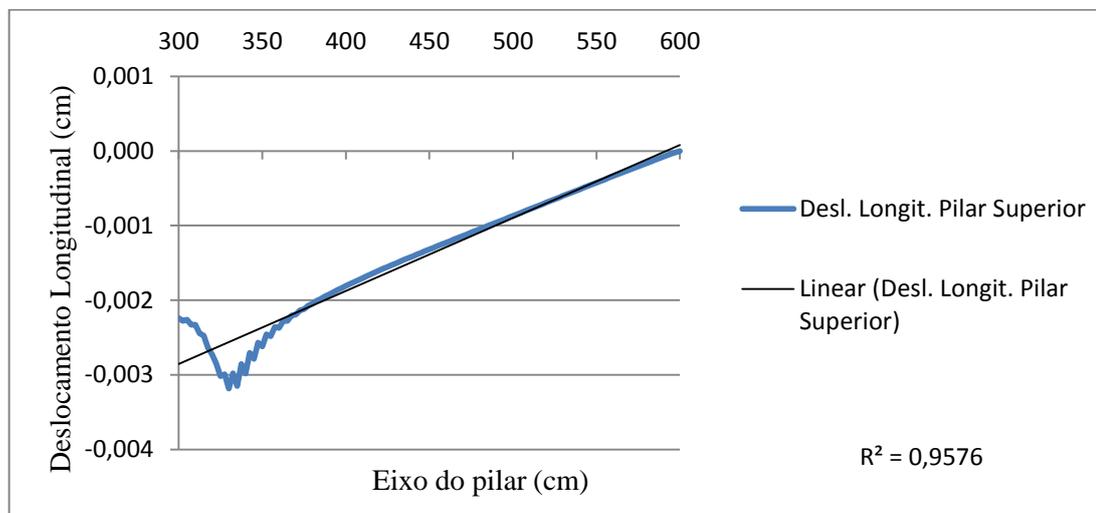
Fonte: Autor, 2013.

Figura 47 - Deslocamento longitudinal da parte inferior do pilar com polinômio aproximador linear, simulação 5:1



Fonte: Autor, 2013.

Figura 48 - Deslocamento longitudinal da parte superior do pilar com polinômio aproximador linear, simulação 5:1



Fonte: Autor, 2013.

Já na simulação 5:1, os resultados obtidos com a simulação numérica para o pilar não coincidem perfeitamente com as aproximações polinomiais. Percebe-se então que o pilar não se comporta mais exatamente como uma barra, o que reforça a ideia de que existe uma região em torno da ligação que é responsável pela maior parte da rigidez, enquanto que regiões mais afastadas são solicitadas de forma muito suave, de forma que a seção do pilar não é aproveitada por inteiro.

A Tabela 4 mostra os resultados de R^2 em todas as simulações de variação de largura, nos diferentes elementos. Os valores de R^2 indicam que o comportamento do pilar difere do esperado através das expressões analíticas clássicas à medida que sua largura cresce, enquanto que a viga, inalterada, mantém seus resultados estáveis.

Tabela 4 - Parâmetro indicador de ajuste de deslocamentos (R^2)

| Deslocamentos | CT11 | CT21 | CT31 | CT41 | CT51 |
|----------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Transversal da Viga | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| Transversal do Pilar (Inferior) | 1,0000 | 0,9999 | 0,9997 | 0,9989 | 0,9974 |
| Transversal do Pilar (Superior) | 1,0000 | 0,9999 | 0,9997 | 0,9989 | 0,9974 |
| Longitudinal do Pilar (Inferior) | 0,9891 | 0,9864 | 0,9797 | 0,9698 | 0,9580 |
| Longitudinal do Pilar (Superior) | 0,9890 | 0,9863 | 0,9795 | 0,9695 | 0,9576 |

Fonte: Autor, 2013.

6 RESULTADOS E ANÁLISES DA MODELAGEM COM ELEMENTOS DE BARRAS

6.1 Resultados da Variação do posicionamento relativo da Viga na Ligação

6.1.1 Comentários Iniciais

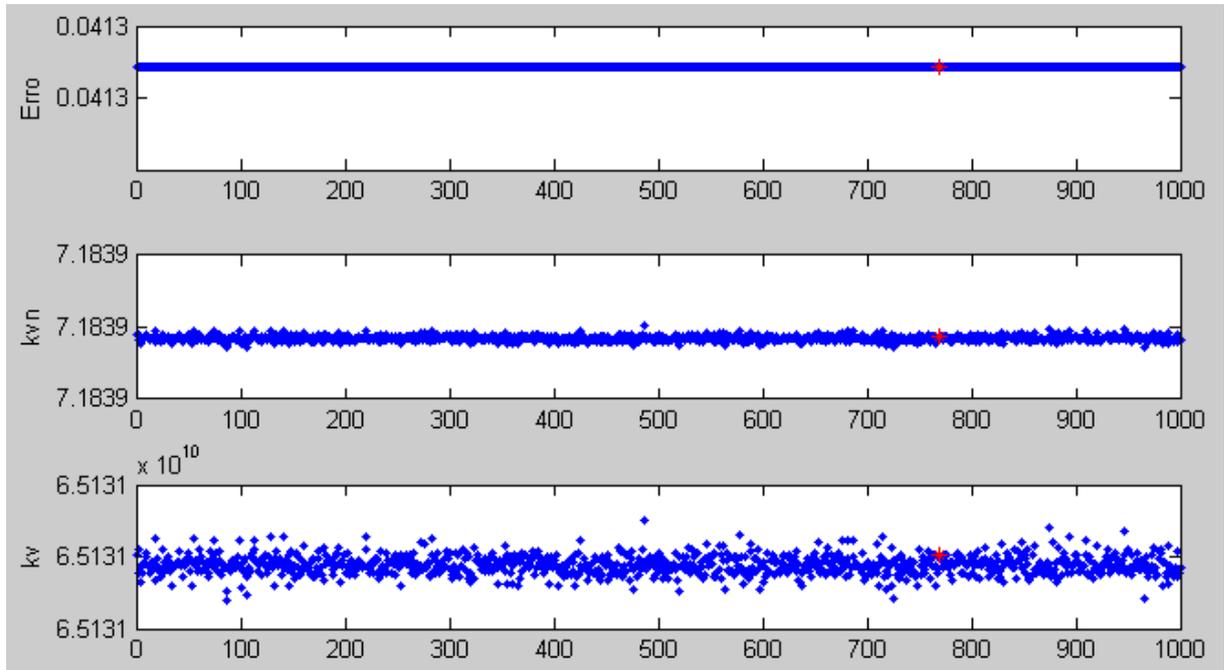
A presença de excentricidade na ligação impossibilita uma maneira direta de se representar o comportamento da ligação através de modelos de barra em duas dimensões. No entanto, a representação da excentricidade simplesmente como uma redução na rigidez da ligação surge como uma alternativa para analisar os resultados para deslocamentos obtidos com o Abaqus.

Os resultados a seguir são provenientes das simulações com variação de excentricidade e servem de ponto de partida para comparação entre os modelos analíticos desenvolvidos.

6.1.2 Modelo 1

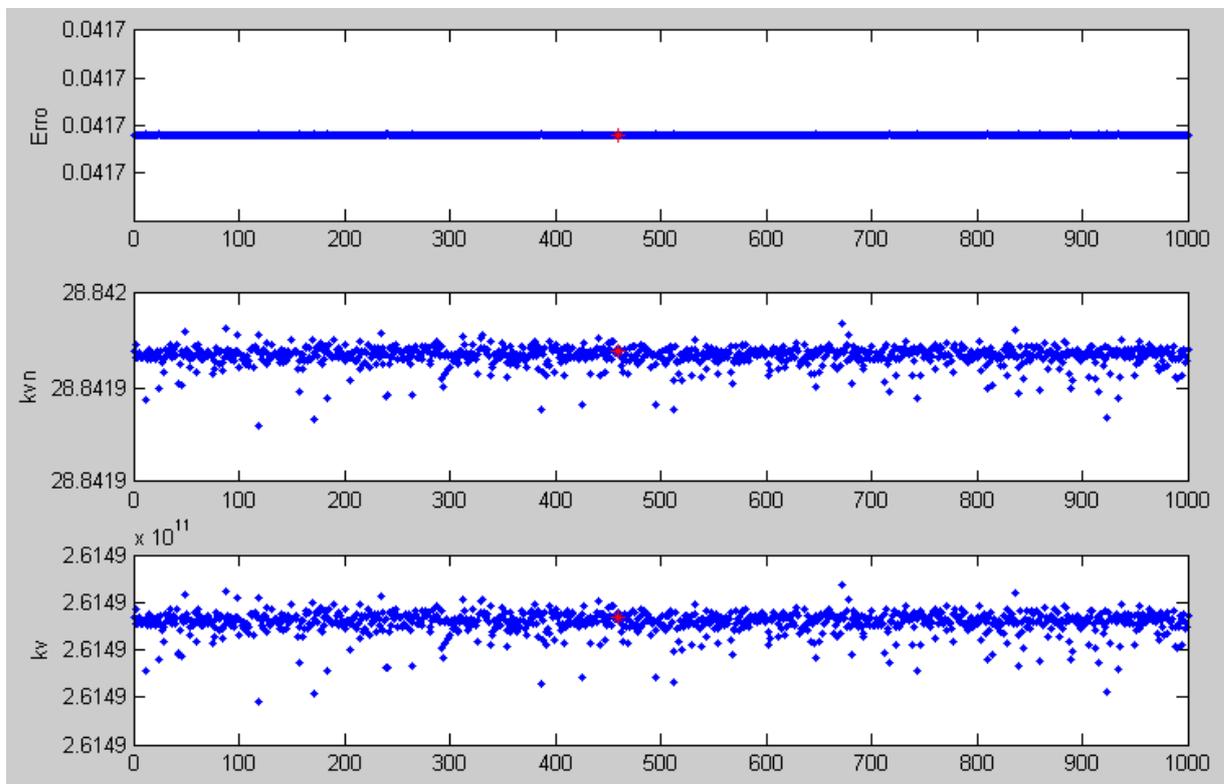
Por conta da pequena variação de resultados, 1000 estimativas iniciais são suficientes para tratar os mínimos locais. As Figuras 49 e 50 mostram a dispersão de resultados obtidos com o algoritmo de otimização aplicado ao Modelo 1 na simulação com a viga faceando a borda do pilar e a viga centralizada, respectivamente, utilizando 1000 estimativas iniciais.

Figura 49 - Resultados obtidos com o Modelo 1 para a viga faceando a borda (simulação 1)



Fonte: Autor, 2013.

Figura 50 - Resultados obtidos com o Modelo 1 para a viga centralizada (simulação 11)



Fonte: Autor, 2013.

Cada valor de K_V (representado também em sua forma normalizada adimensional, K_{VN}) está associado a um valor de erro. O valor de K_{VN} obtido na simulação com o menor erro, ou erro mínimo, é chamado de K_{VN} ótimo e está representado nas Figuras 49 e 50 através dos pontos vermelhos, assim como o erro mínimo associado. A normalização de K_V para K_{VN} é feita de forma que

$$K_V = \frac{4 \cdot K_{VN} \cdot E_V \cdot I_V}{L} \quad (8)$$

onde:

E_V = Modulo de elasticidade do material da viga;

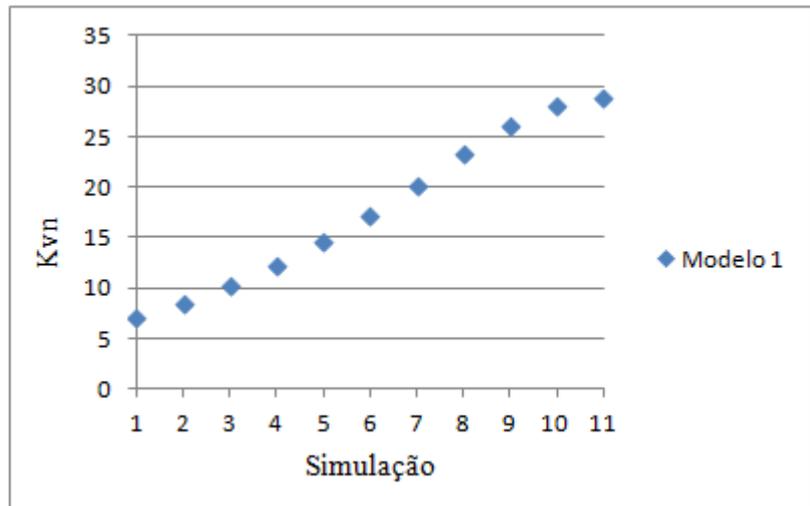
I_V = Momento de inércia da seção transversal da viga;

L = Distância do eixo do pilar ao plano de simetria do modelo.

A Figura 51 apresenta de forma gráfica a evolução do valor de K_{VN} ótimo ao longo das 11 simulações de variação da posição relativa da viga na ligação utilizando o Modelo 1.

Figura 51 - Análise da rigidez ótima de cada simulação, Modelo 1

| Simulação | Kvn Ótimo |
|-----------|-----------|
| 1 | 7,184 |
| 2 | 8,610 |
| 3 | 10,285 |
| 4 | 12,270 |
| 5 | 14,609 |
| 6 | 17,307 |
| 7 | 20,290 |
| 8 | 23,355 |
| 9 | 26,131 |
| 10 | 28,115 |
| 11 | 28,842 |



Fonte: Autor, 2013.

Ao se analisar os resultados dispostos na Figura 51, percebe-se um crescimento gradual da rigidez normalizada da ligação à medida que a viga é aproximada do centro, passando de 7,184 na borda para 28,842 no centro. Esse padrão de comportamento está de

acordo com a literatura, a exemplo de Ünal (2010), que faz referência a uma diminuição da rigidez da ligação na presença de excentricidade.

6.1.3 Modelo 2

Para o Modelo 2, o comprimento dos trechos rígidos são parâmetros de entrada e definidos em acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2007), conforme descrito na Seção 4.2.2. O comprimento normalizado dos trechos verticais, representado por v_N , é igual a

$$v = \frac{H_V}{2} - 0,3L_P = 25 - 0,3(30) = 16 \text{ cm}$$

$$v_N = \frac{v}{H_V/2} = \frac{16}{25} = 0,64$$

e o comprimento normalizado do trecho horizontal, representado por h , é dado por

$$h = \frac{L_P}{2} - 0,3H_V = 15 - 0,3(50) = 0$$

$$h_N = \frac{h}{L_P/2} = \frac{0}{15} = 0$$

onde:

v = Comprimento do trecho rígido vertical (cm);

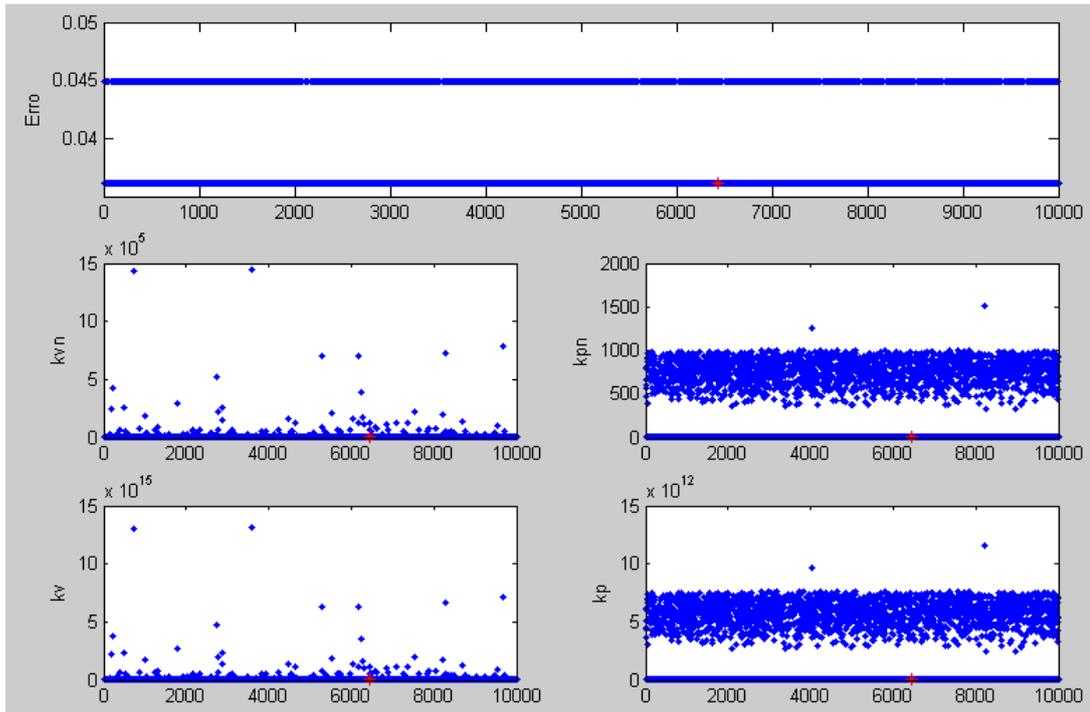
h = Comprimento do trecho rígido horizontal (cm);

H_V = Altura total da viga (cm);

L_P = Espessura do pilar na direção do eixo longitudinal da viga (cm).

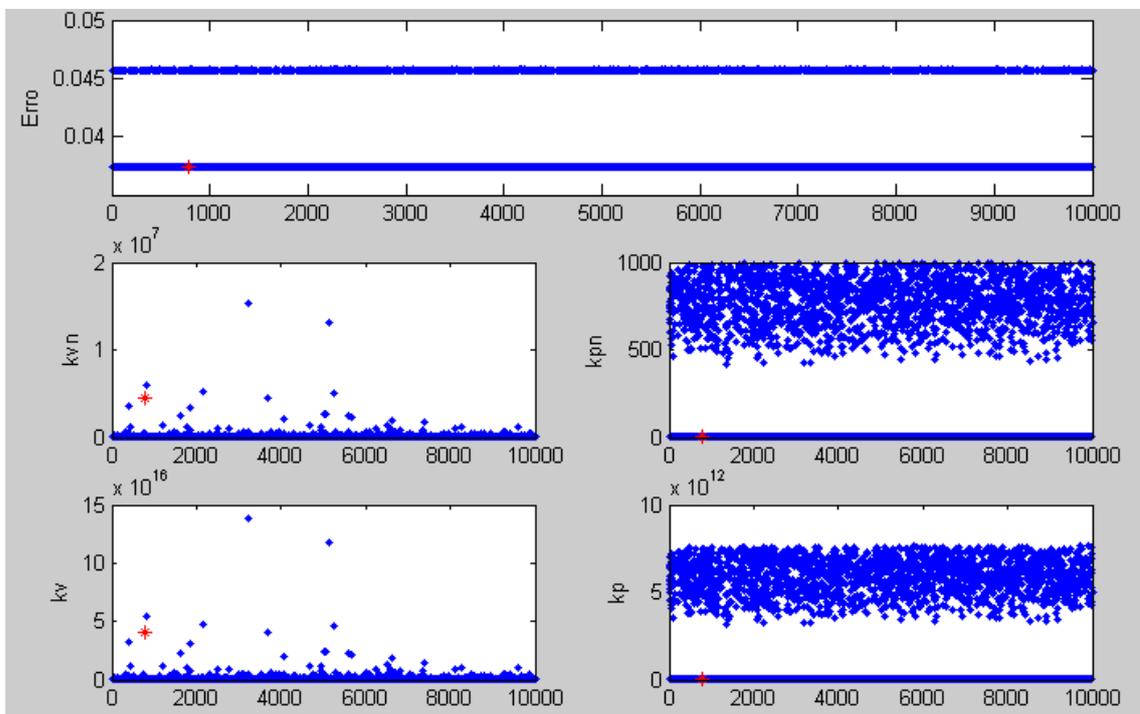
A variação de resultados é mais significativa do que no Modelo 1, e são utilizados 10000 estimativas iniciais para tratar os mínimos locais. As Figuras 52 e 53 mostram a dispersão de resultados obtidos com o algoritmo de otimização aplicado ao Modelo 2 na simulação com a viga faceando a borda do pilar e a viga centralizada, respectivamente.

Figura 52 - Resultados obtidos com o Modelo 2 para a viga faceando a borda (simulação 1)



Fonte: Autor, 2013.

Figura 53 - Resultados obtidos com o Modelo 2 para a viga centralizada (simulação 11)



Fonte: Autor, 2013.

Cada par de valores de K_V e K_P está associado a um valor de erro. Novamente, utilizam-se valores normalizados (K_{VN} e K_{PN}) para se desenvolver o algoritmo de forma mais consistente e facilitar a análise dos resultados. A normalização dos parâmetros K_V e K_P para K_{VN} e K_{PN} é feita utilização as expressões

$$K_V = \frac{4 \cdot K_{VN} \cdot E_V \cdot I_V}{L - h} \quad (9)$$

$$K_P = \frac{4 \cdot K_{PN} \cdot E_P \cdot I_P}{V_P - v} \quad (10)$$

onde:

E_V = Modulo de elasticidade do material da viga;

I_V = Momento de inércia da seção transversal da viga;

L = Distância do eixo do pilar ao plano de simetria do modelo;

h = Comprimento do trecho rígido horizontal;

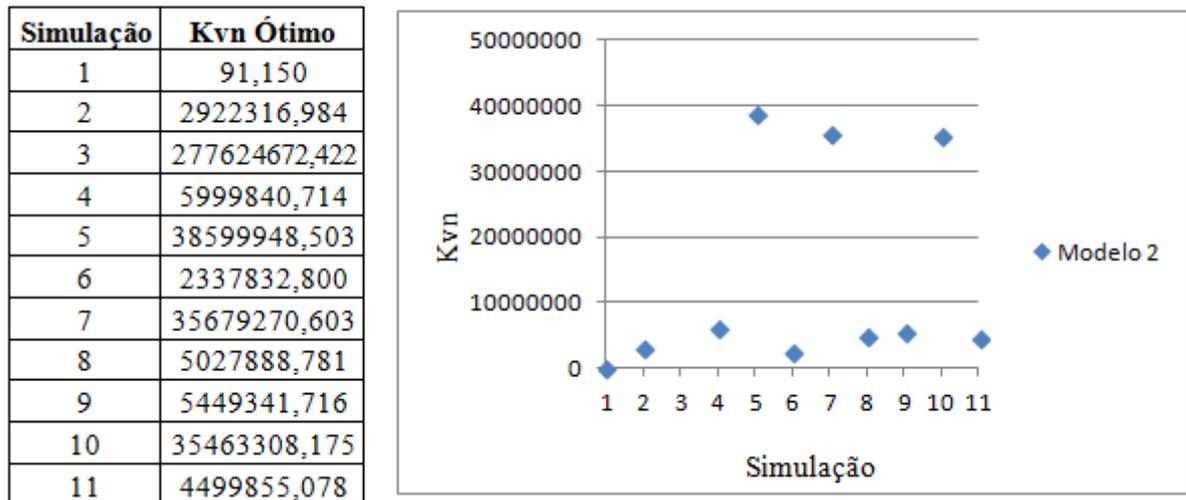
E_P = Modulo de elasticidade do material do pilar;

I_P = Momento de inércia da seção transversal do pilar;

V_P = Altura total do pilar;

v = Comprimento do trecho rígido vertical;

A Figura 54 apresenta de forma gráfica a evolução dos valores de K_{VN} ótimo ao longo das 11 simulações de variação da posição relativa da viga na ligação utilizando o Modelo 2.

Figura 54 - Análise da rigidez ótima associada à viga de cada simulação, Modelo 2

Fonte: Autor, 2013.

Os resultados dispostos nas Figuras 52, 53 e 54 apresentam valores dispersos e exagerados, principalmente por se tratarem de parâmetros adimensionais, o que sugere que o pré-estabelecimento de comprimentos para os trechos rígidos, utilizando os valores adotados na simulação, não seja uma boa aproximação para representar o comportamento da ligação nessa situação. O valor da simulação 3 está omitido por motivo de melhoria na visualização do gráfico.

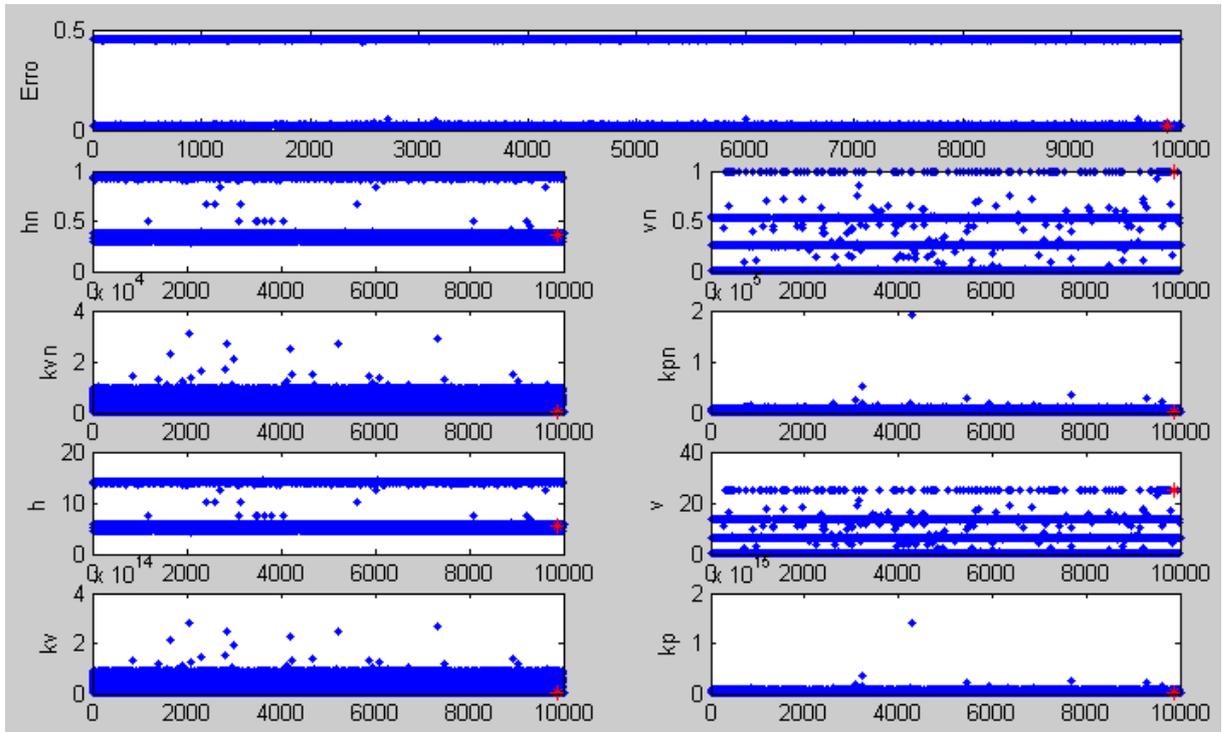
6.1.4 Modelo 4

A diferença entre os Modelos 2 e 4 consiste basicamente na inserção dos comprimentos dos trechos rígidos como parâmetros a serem otimizados na simulação. Devido ao maior número de parâmetros, a variação de resultados para o Modelo 4 também é bastante significativa, e são utilizados 10000 estimativas iniciais para tratar os mínimos locais.

A normalização dos parâmetros é feita da mesma forma que os parâmetros aplicados ao Modelo 2.

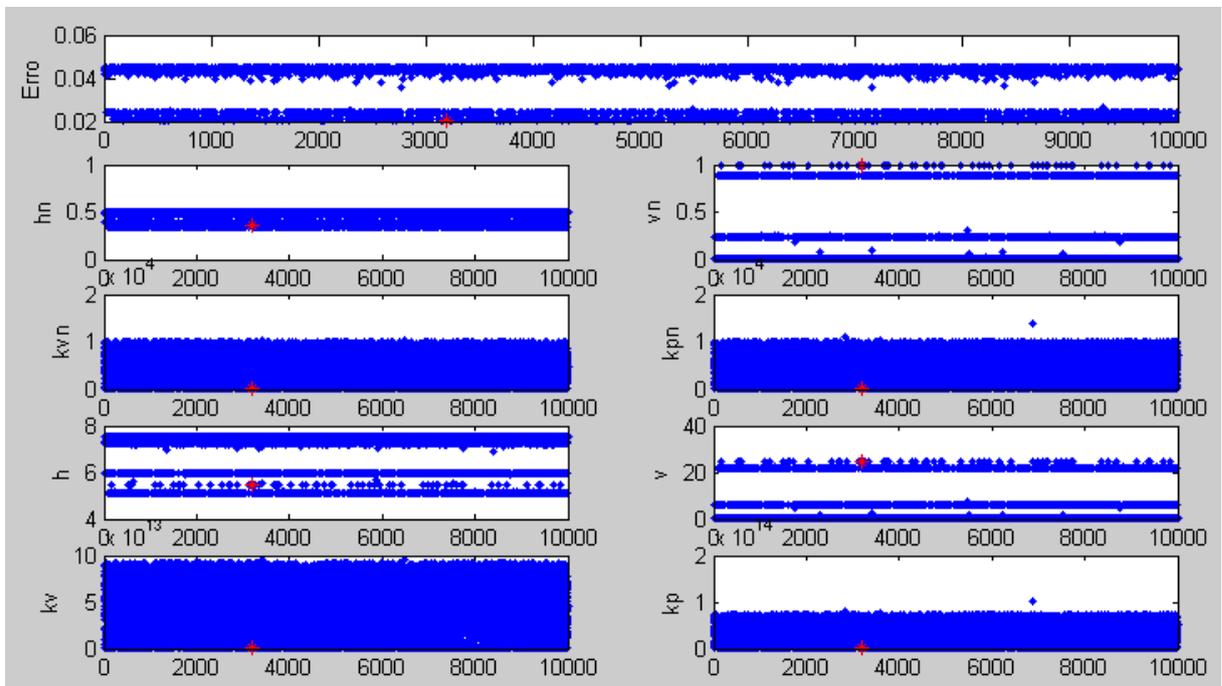
As Figuras 55 e 56 mostram a dispersão de resultados obtidos com o algoritmo de otimização aplicado ao Modelo 4 na simulação com a viga faceando a borda do pilar e a viga centralizada, respectivamente.

Figura 55 - Resultados obtidos com o Modelo 4 para a viga faceando a borda (simulação 1)



Fonte: Autor, 2013.

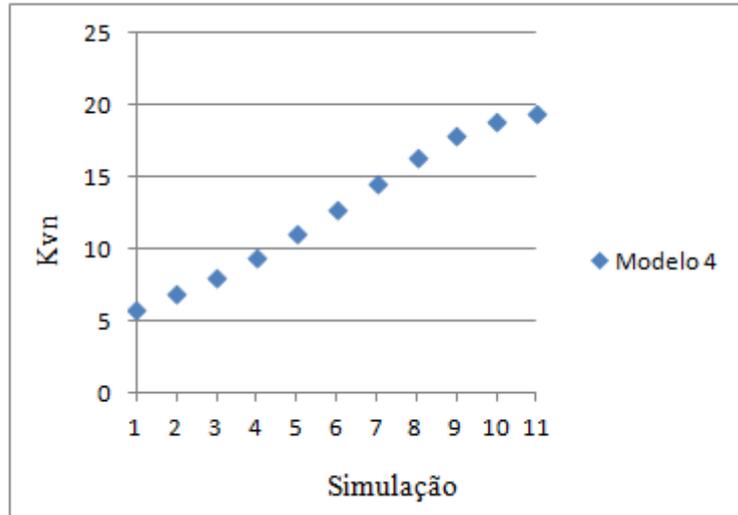
Figura 56 - Resultados obtidos com o Modelo 4 para a viga centralizada (simulação 11)



Fonte: Autor, 2013.

Figura 57 - Análise da rigidez ótima associada à viga de cada simulação, Modelo 4

| Simulação | K_{Vn} Ótimo |
|-----------|----------------|
| 1 | 5,987 |
| 2 | 7,015 |
| 3 | 8,214 |
| 4 | 9,581 |
| 5 | 11,158 |
| 6 | 12,882 |
| 7 | 14,729 |
| 8 | 16,488 |
| 9 | 18,052 |
| 10 | 19,063 |
| 11 | 19,480 |



Fonte: Autor, 2013.

A análise dos resultados de K_{Vn} ótimo dispostos na Figura 57 mostra uma tendência de crescimento da rigidez normalizada semelhante ao do Modelo 1, à medida que a viga se aproxima do centro. Os demais parâmetros permanecem estáveis, com os comprimentos dos trechos rígidos aproximadamente de 0,37 para o trecho vertical, ou 37% da altura da metade da viga na região da ligação para cada direção, e de 1,00 para o trecho horizontal, o que representa 100% da metade do comprimento do pilar. Os valores ótimos exatos de cada simulação podem ser conferidos na Tabela 5.

Tabela 5 - Valores normalizados dos parâmetros utilizando o Modelo 4

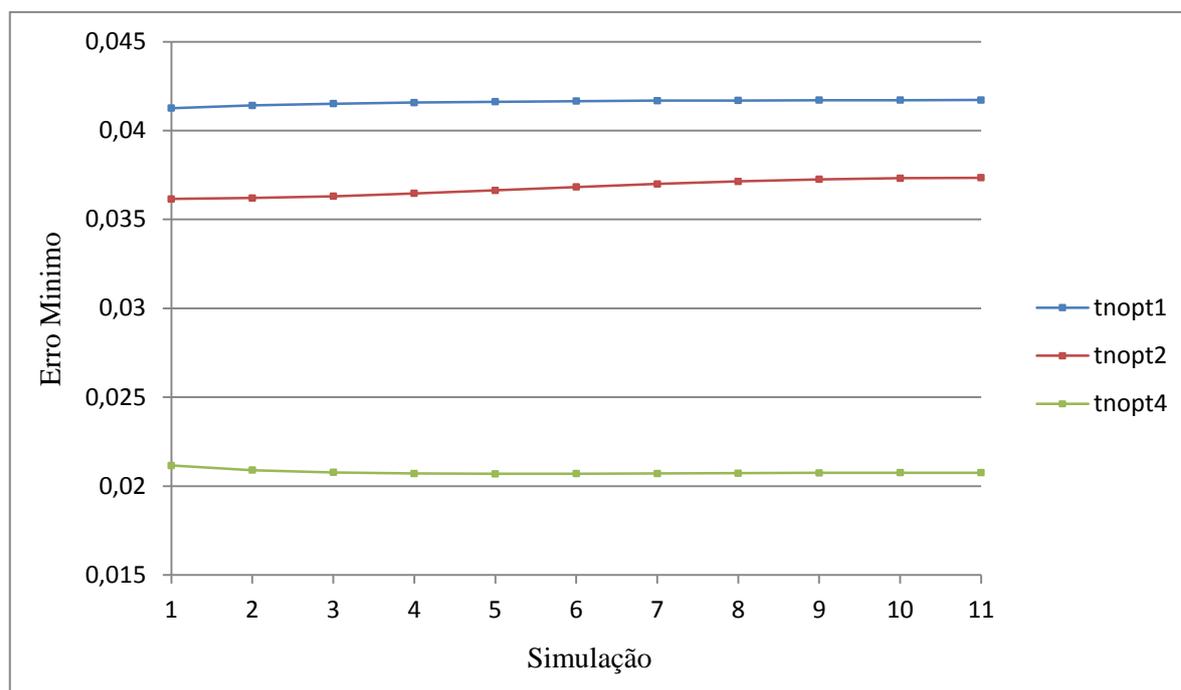
| Simulação | h_N ótimo | v_N ótimo | K_{PN} ótimo |
|-----------|-------------|-------------|----------------|
| 1 | 0,361 | 1,000 | 2,751 |
| 2 | 0,366 | 1,000 | 2,746 |
| 3 | 0,367 | 1,000 | 2,732 |
| 4 | 0,367 | 1,000 | 2,719 |
| 5 | 0,367 | 1,000 | 2,703 |
| 6 | 0,367 | 1,000 | 2,691 |
| 7 | 0,366 | 1,000 | 2,679 |
| 8 | 0,365 | 1,000 | 2,672 |
| 9 | 0,365 | 1,000 | 2,665 |
| 10 | 0,365 | 1,000 | 2,664 |
| 11 | 0,364 | 1,000 | 2,661 |

Fonte: Autor, 2013.

6.1.5 Resultados Comparativos

Com base nos resultados obtidos, é necessário definir que modelo melhor representa o comportamento da ligação. Como os Modelos 1, 2 e 4 possuem abordagens bastante semelhantes, através da utilização de molas rotacionais na simulação da semi-rigidez, um teste comparativo é realizado entre os modelos para definir qual deles melhor representa a situação abordada.

O parâmetro de referência utilizado é o erro mínimo obtido com o algoritmo de otimização. A Figura 58 apresenta os valores de erro mínimo para cada modelo, nas simulações com excentricidade.

Figura 58 - Gráfico comparativo dos erros mínimos entre os Modelos 1, 2 e 4

Fonte: Autor, 2013.

Uma análise dos erros mínimos mostra que o Modelo 4 é o que melhor representa o comportamento da ligação, com, aproximadamente, metade da média de erro dos outros modelos.

6.2 Resultados da Variação na Largura do Pilar

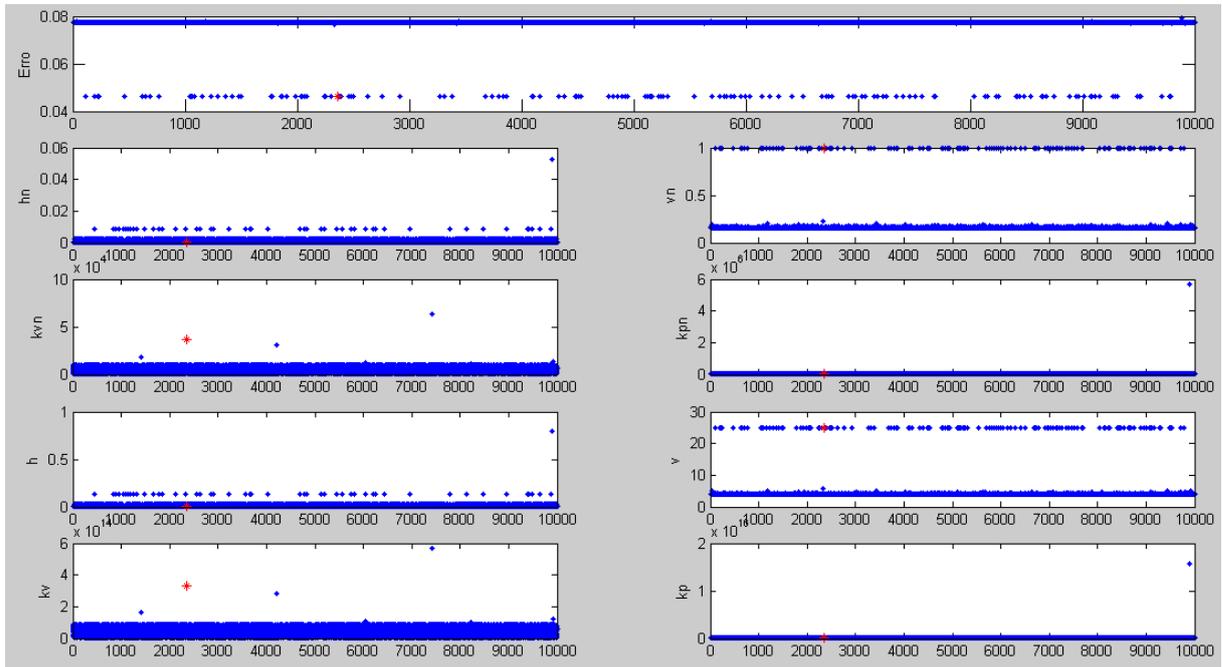
6.2.1 Comentários Iniciais

Após a escolha do Modelo 4 como padrão para as simulações de barra, prossegue-se com a análise da variação de largura do pilar utilizando apenas um modelo com molas rotacionais. Como existem simulações em que a largura do pilar é muito maior que o da viga, o Modelo 6 é utilizado em associação ao Modelo 4 para uma posterior análise comparativa.

6.2.2 Modelo 4

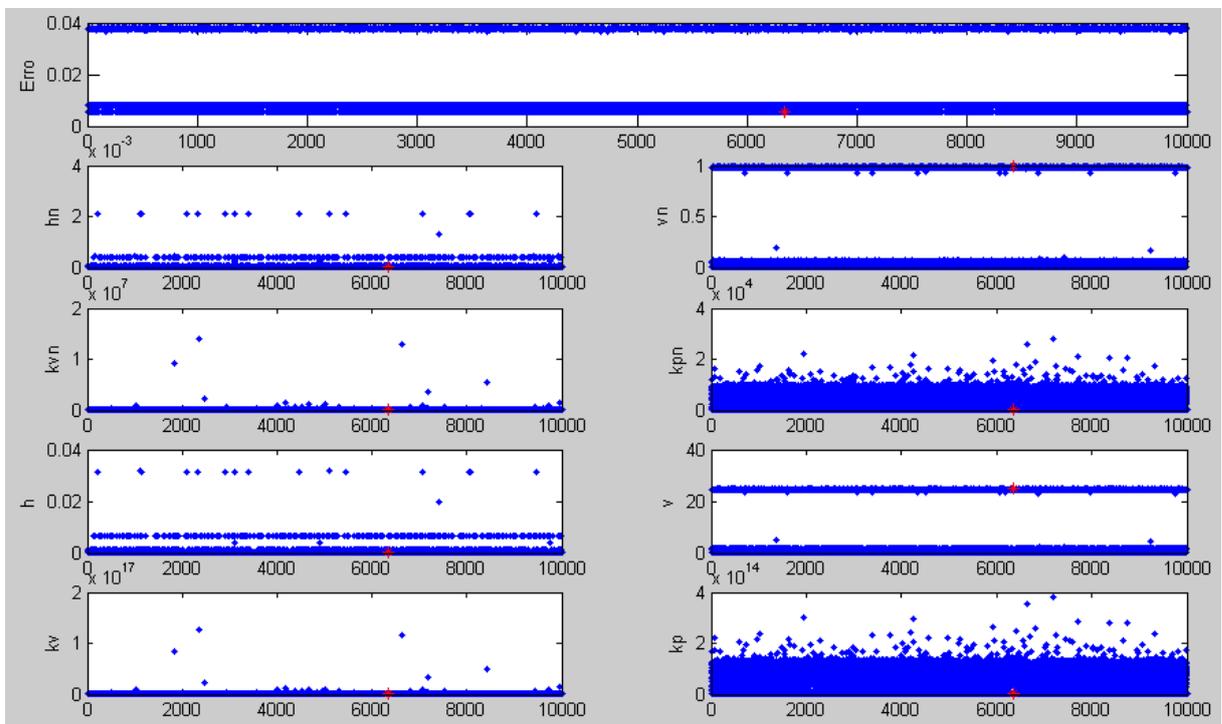
Em função da grande dispersão de resultados para o Modelo 4 nas simulações de variação de largura do pilar, utilizam-se 10000 estimativas iniciais para tratar os mínimos locais. As Figuras 59 e 60 mostram a dispersão de resultados obtidos com o algoritmo de otimização aplicado ao Modelo 4 nas simulações de proporções 1:1 e 5:1, respectivamente, entre as larguras dos elementos.

Figura 59 - Dispersão dos resultados na simulação 1:1, utilizando o Modelo 4



Fonte: Autor, 2013.

Figura 60 - Dispersão dos resultados na simulação 5:1, utilizando o Modelo 4



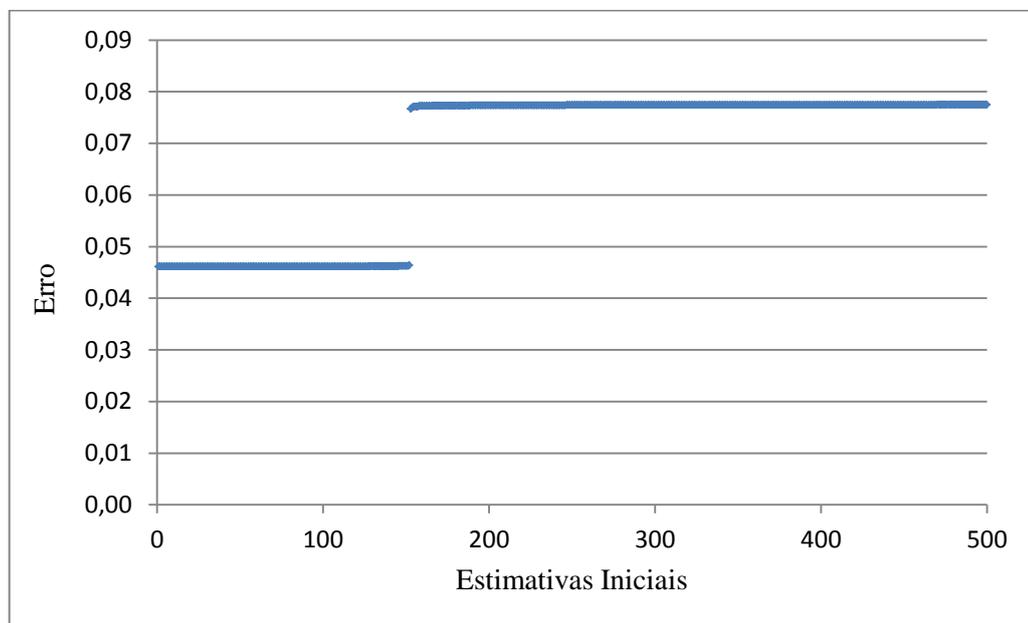
Fonte: Autor, 2013.

A grande dispersão e a presença de resultados incoerentes para os valores adimensionais ótimos fazem com que seja necessário avaliar detalhadamente cada parâmetro,

utilizando um novo algoritmo para extrair os resultados referentes aos menores erros, reordena-los e, em seguida, plotá-los para análise. Para análise dos resultados com o Modelo 4, são extraídos os valores dos parâmetros referentes aos 500 menores erros obtidos.

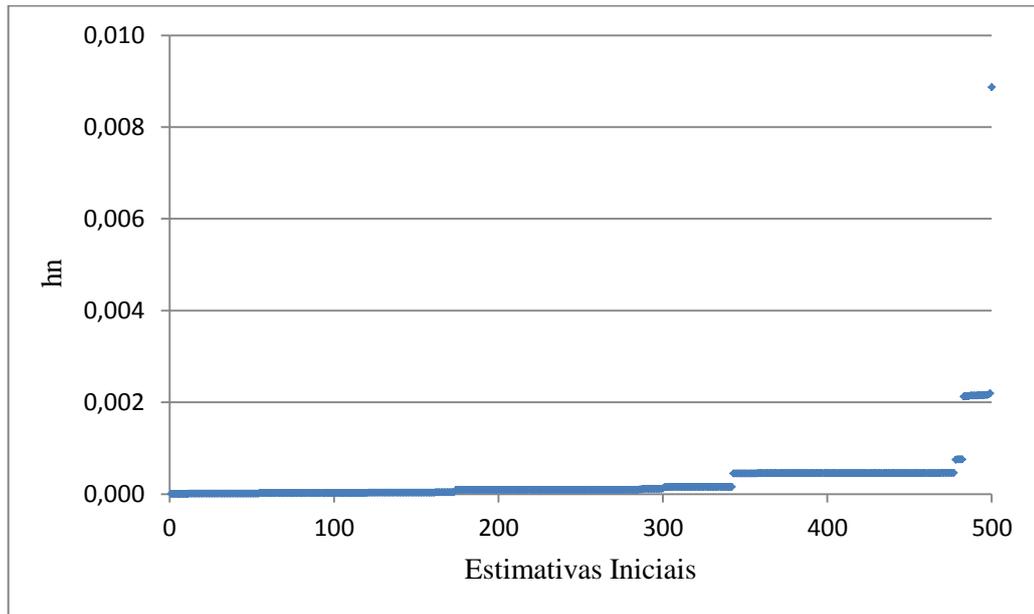
A variação de erro entre cada um dos 500 valores é pequena o suficiente para ser desprezível, fazendo com que todos eles sejam valores representativos de uma possível solução. Esses dados são então reorganizados em ordem crescente. O resultado desse tratamento para a simulação 1:1 pode ser conferido nas Figuras 61 a 65, enquanto que o resultado para a simulação 5:1 pode ser conferido nas Figuras 66 a 70.

Figura 61 - Os 500 menores erros obtidos com a simulação 1:1



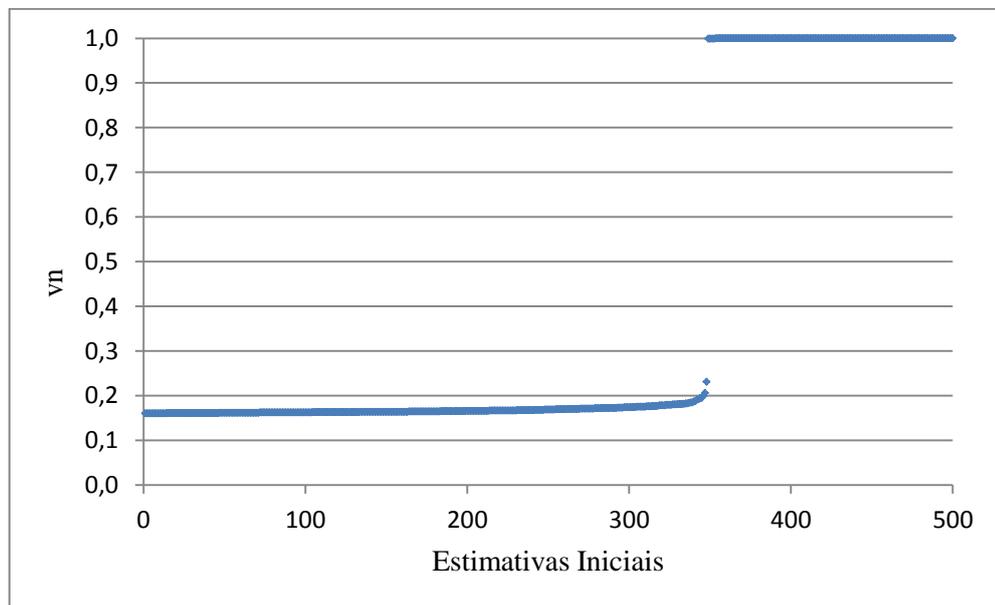
Fonte: Autor, 2013.

Figura 62 - Valores de h_N para a simulação 1:1

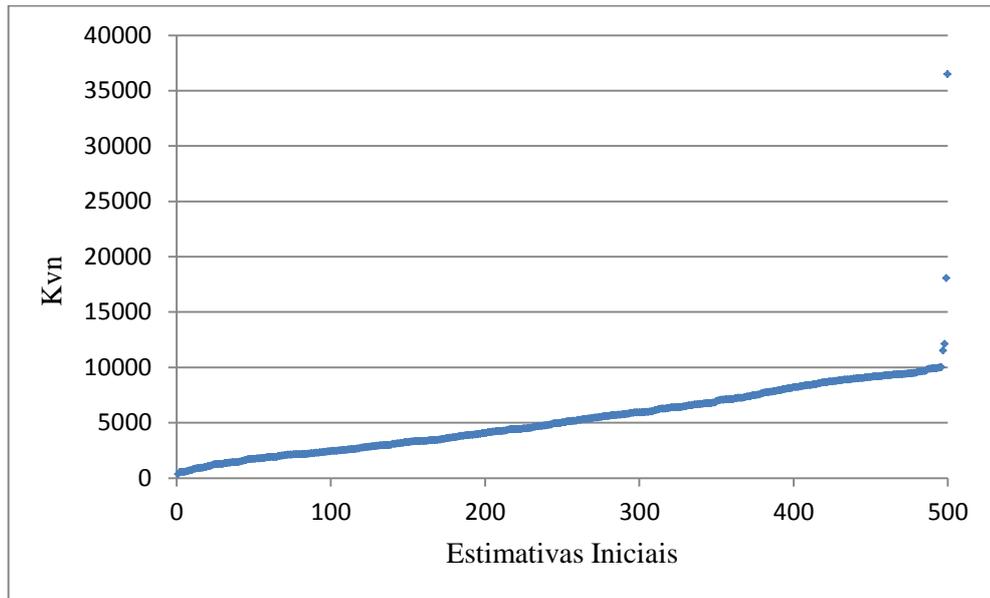


Fonte: Autor, 2013.

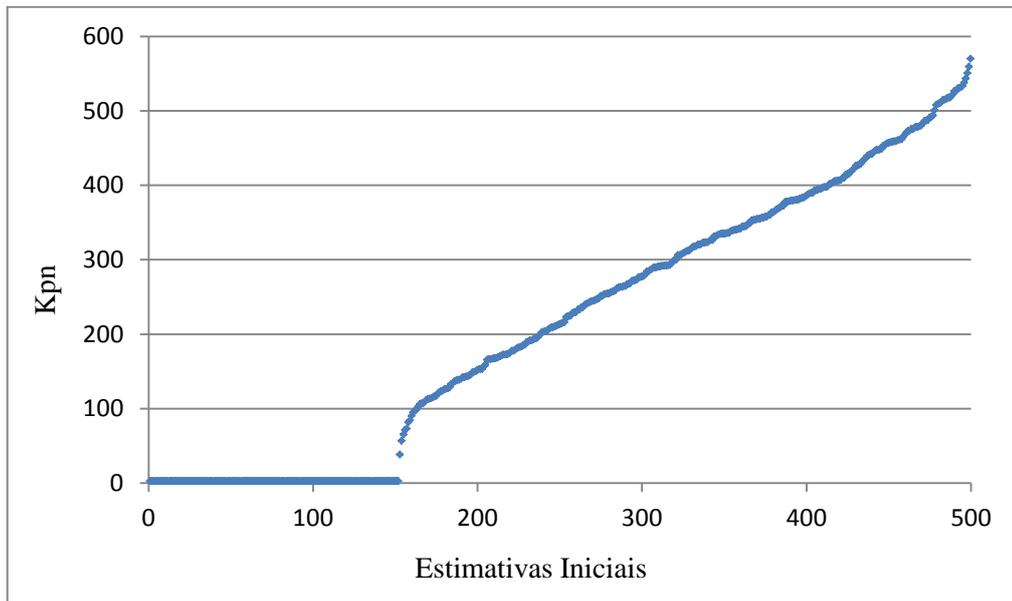
Figura 63 - Valores de v_N para a simulação 1:1



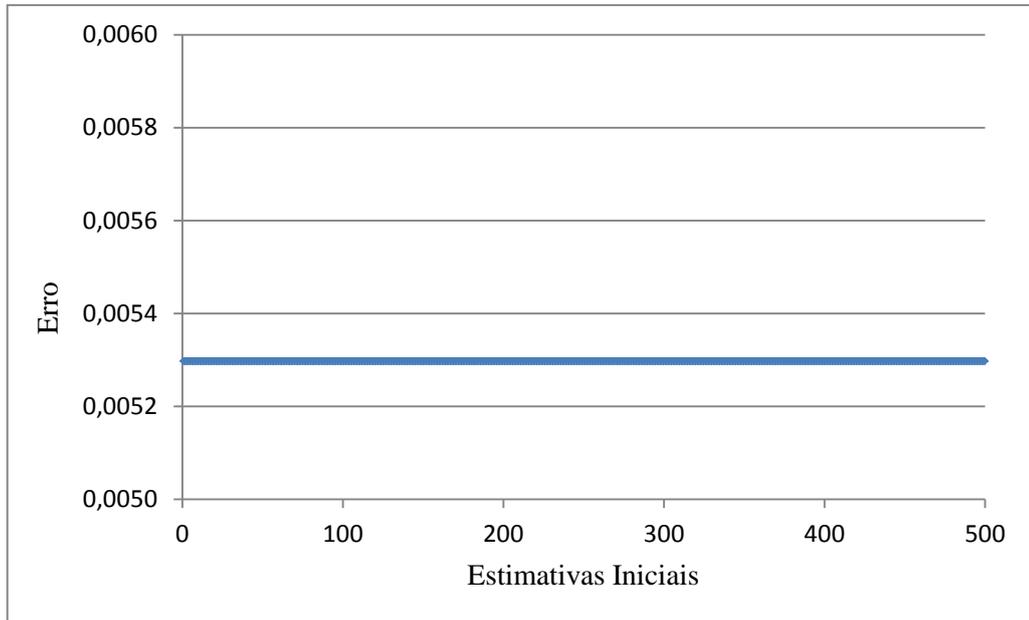
Fonte: Autor, 2013.

Figura 64 - Valores de K_{vn} para a simulação 1:1

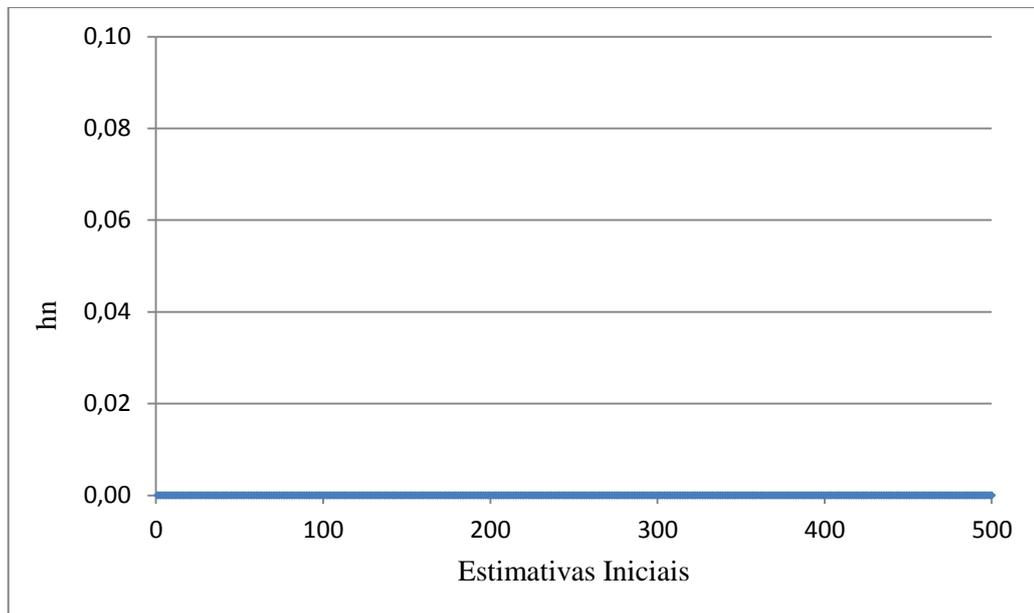
Fonte: Autor, 2013.

Figura 65 - Valores de K_{pn} para a simulação 1:1

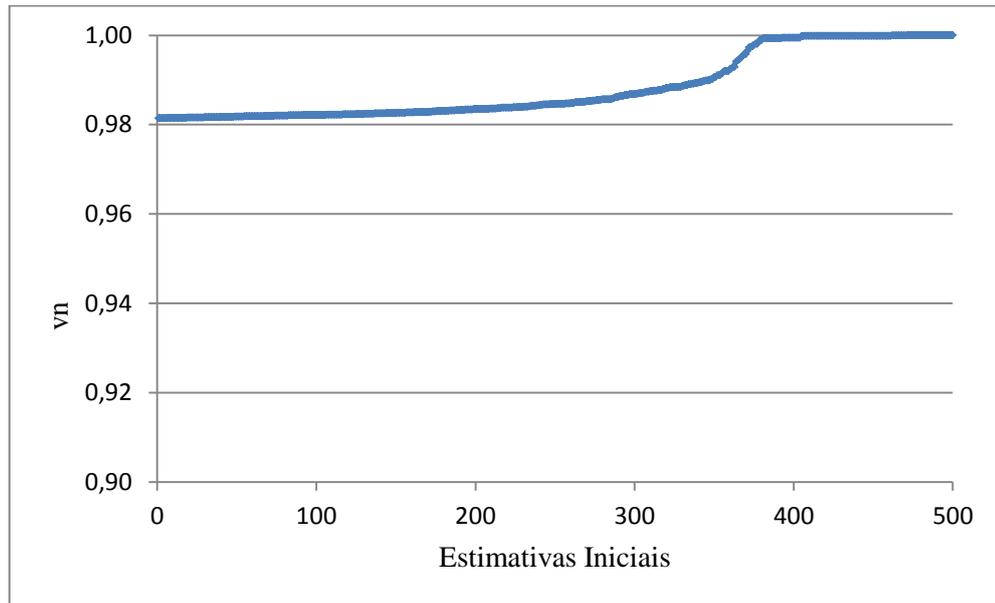
Fonte: Autor, 2013.

Figura 66 - Os 500 menores erros obtidos com a simulação 5:1

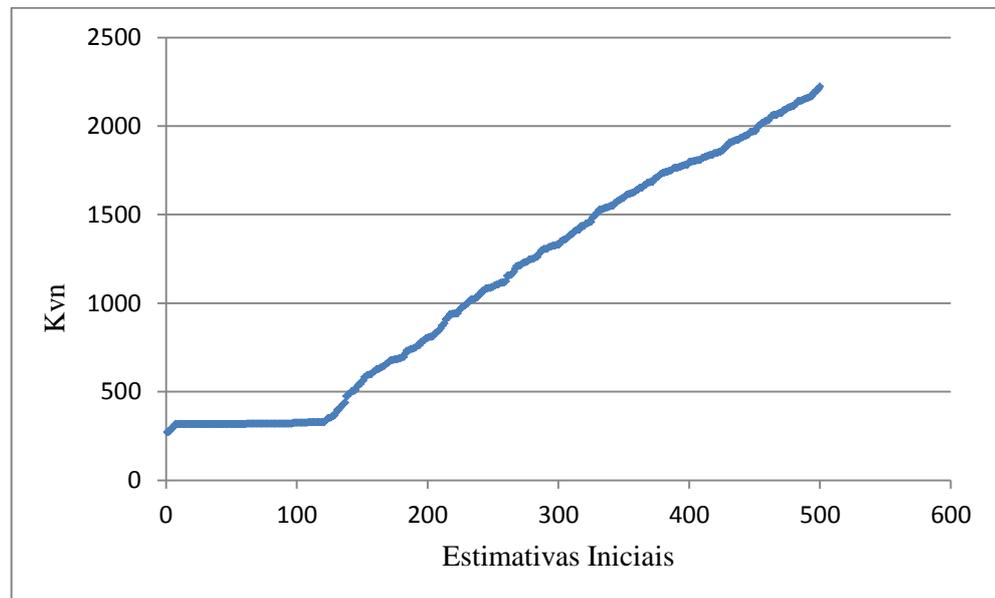
Fonte: Autor, 2013.

Figura 67 - Valores de h_N para a simulação 5:1

Fonte: Autor, 2013.

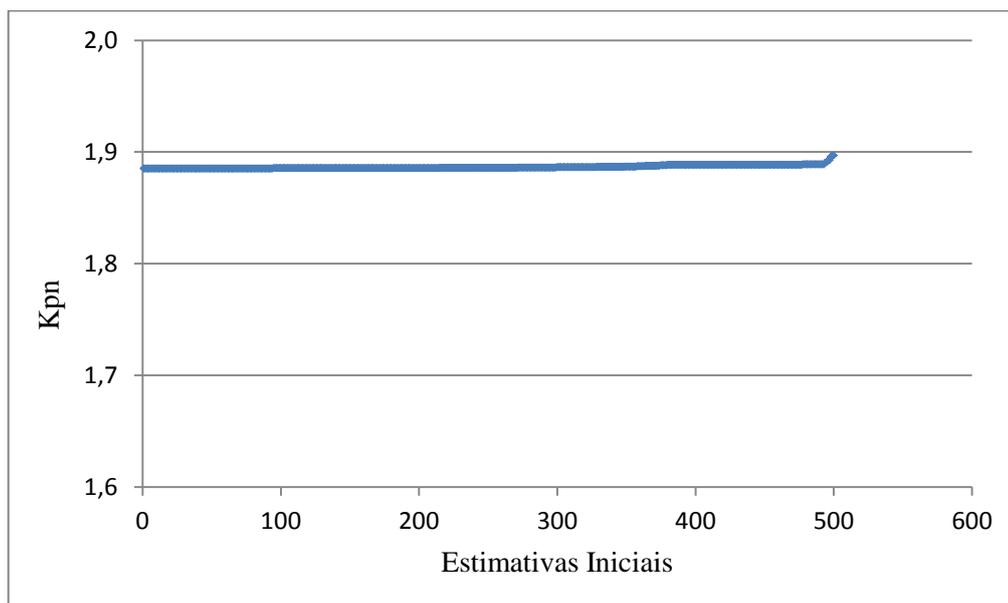
Figura 68 - Valores de v_N para a simulação 5:1

Fonte: Autor, 2013.

Figura 69 - Valores de K_{vN} para a simulação 5:1

Fonte: Autor, 2013.

Figura 70 - Valores de K_{PN} para a simulação 5:1



Fonte: Autor, 2013.

A reordenação dos resultados da simulação em forma de gráfico permite observar:

- O valor de h_N em todas as simulações foi nulo, o que sugere que a largura do pilar na direção do giro não é suficiente para que o seu comportamento seja efetivamente representada por um trecho rígido;
- O parâmetro v_N manteve-se alternando apenas entre 0,10, 0,17 e 1,00, o que pode ser interpretado como três comprimentos de trecho rígido correspondentes a mínimos locais detectados pelo algoritmo de otimização;
- Os valores de K_{VN} e K_{PN} sofreram grandes variações e não pareceram adotar nenhum tipo de comportamento convergente.

O resumo dos resultados obtidos com as simulações de variação de largura utilizando o Modelo 4 estão dispostos na Tabela 6.

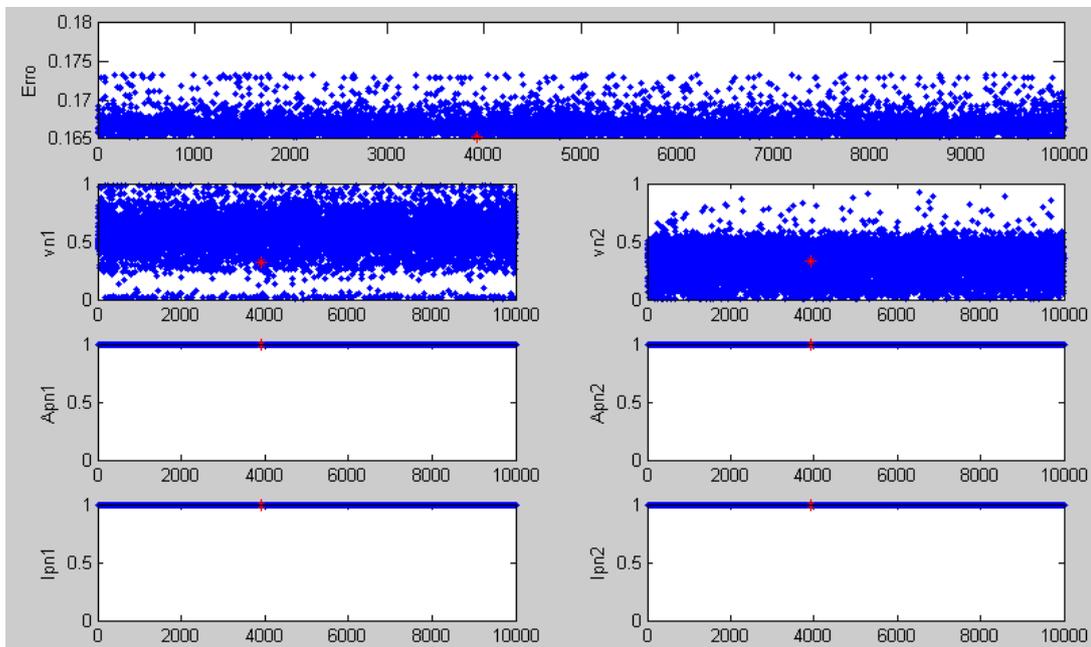
Tabela 6 - Resumo da variação dos parâmetros em cada simulação – Modelo 4

| Simulações | h_N | v_N | K_{VN} | K_{PN} |
|------------|-------|--------------|--------------|-----------|
| 1:1 | 0 | 0,17 ou 1,00 | 350 a 10000 | 100 a 500 |
| 2:1 | 0 | 0,17 ou 1,00 | 630 a 10000 | 100 a 550 |
| 3:1 | 0 | 0,10 ou 1,00 | 350 a 10000 | 100 a 560 |
| 4:1 | 0 | 1,00 | 7250 a 20000 | 2 |
| 5:1 | 0 | 0,98 a 1,00 | 270 a 2200 | 100 a 550 |

Fonte: Autor, 2013.

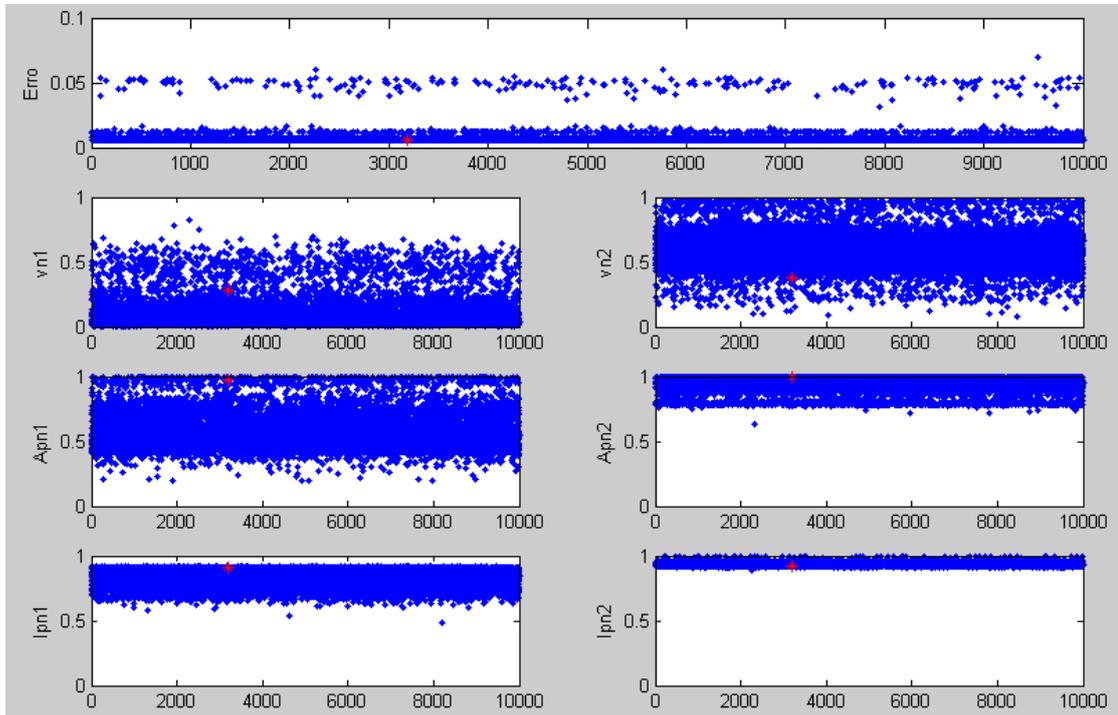
6.2.3 Modelo 6

O elevado número de parâmetros faz com que o Modelo 6 também tenha uma grande dispersão de resultados, sendo empregadas 10000 estimativas iniciais para tratar os mínimos locais. As Figuras 71 e 72 mostram a dispersão de resultados obtidos com o algoritmo de otimização aplicado ao Modelo 6 nas simulações de proporções 1:1 e 5:1, respectivamente, entre as larguras dos elementos.

Figura 71 - Dispersão dos resultados na simulação 1:1, utilizando o Modelo 6

Fonte: Autor, 2013.

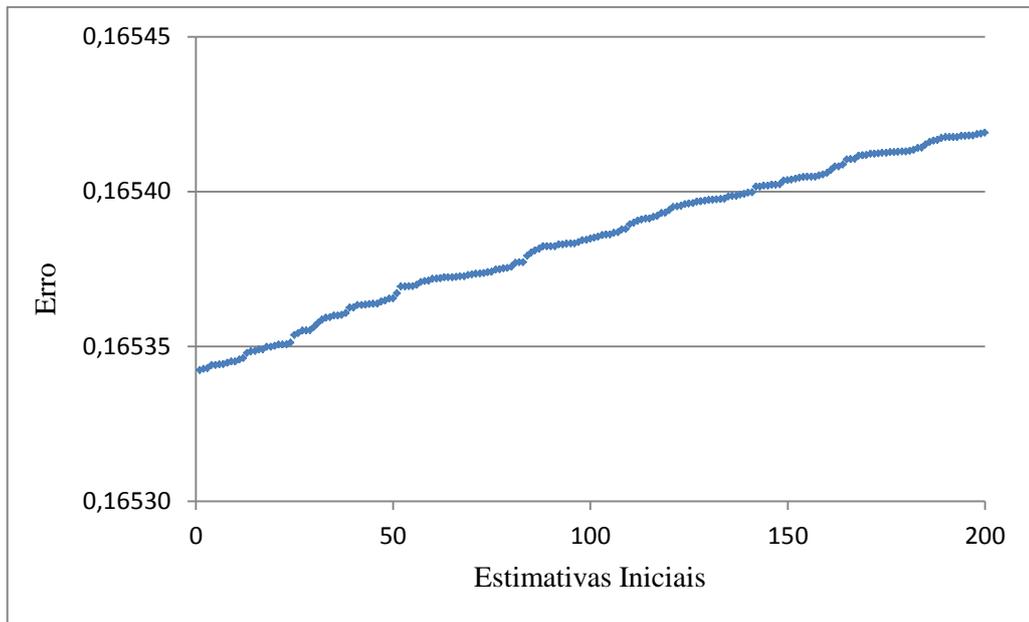
Figura 72 - Dispersão dos resultados na simulação 5:1, utilizando o Modelo 6



Fonte: Autor, 2013.

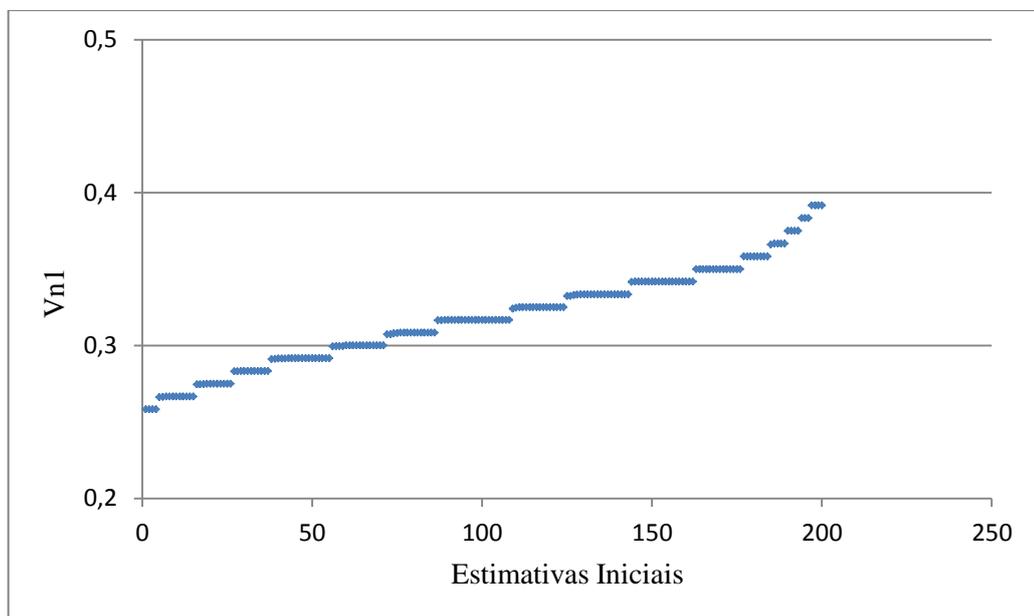
Novamente a dispersão dos resultados obtidos faz com que seja necessário avaliar detalhadamente cada parâmetro. Um tratamento equivalente ao empregado com o Modelo 4 é novamente realizado, dessa vez considerando os 200 menores erros. O resultado desse tratamento para a simulação 1:1 pode ser conferido nas Figuras 73 a 79, enquanto que o resultado para a simulação 5:1 pode ser conferido nas Figuras 80 a 86.

Figura 73 - Os 200 menores erros obtidos com a simulação 1:1

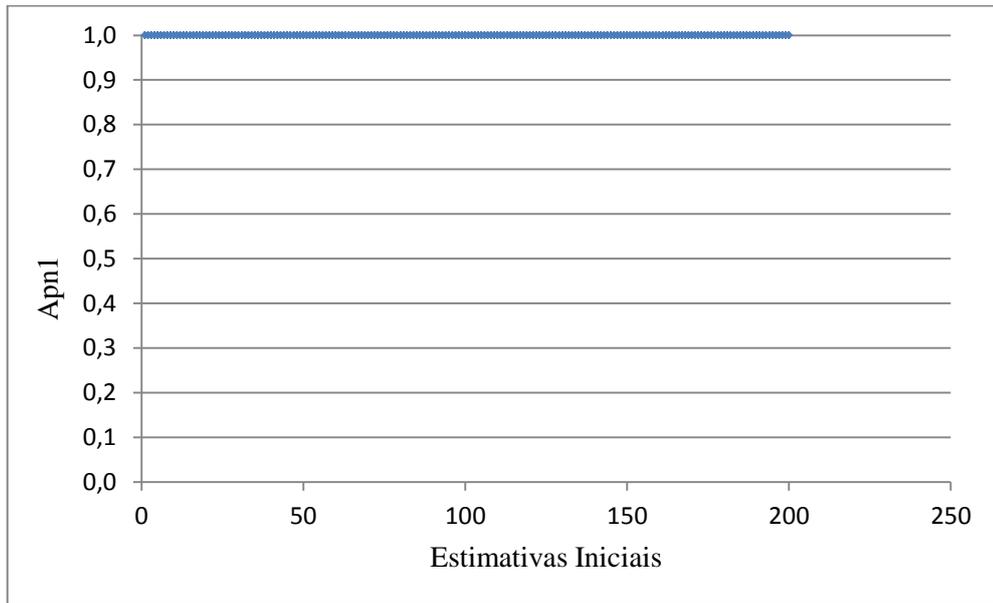


Fonte: Autor, 2013.

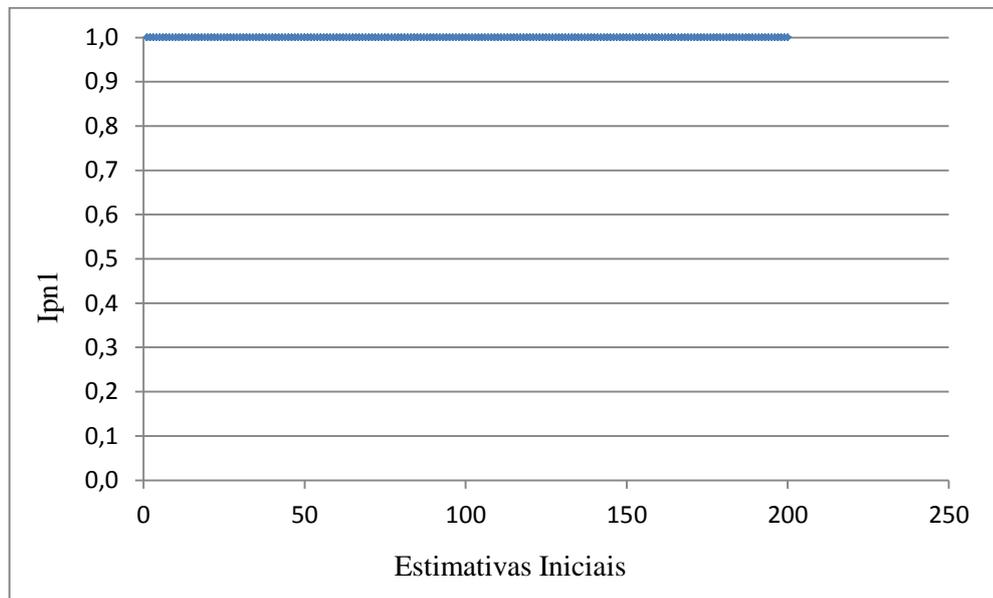
Figura 74 - Valores de V_{NI} para a simulação 1:1



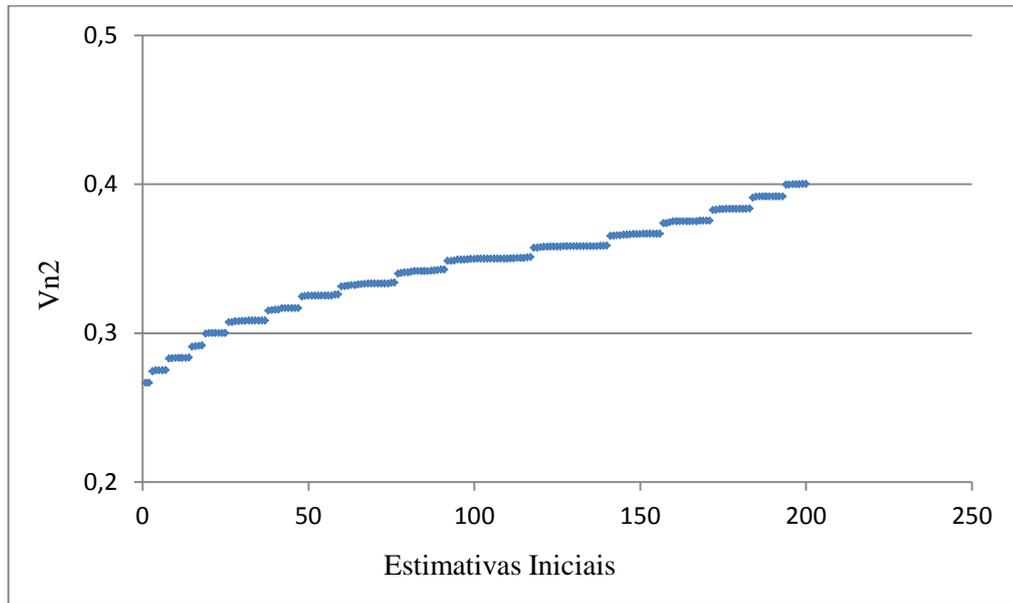
Fonte: Autor, 2013.

Figura 75 - Valores de A_{PNI} para a simulação 1:1

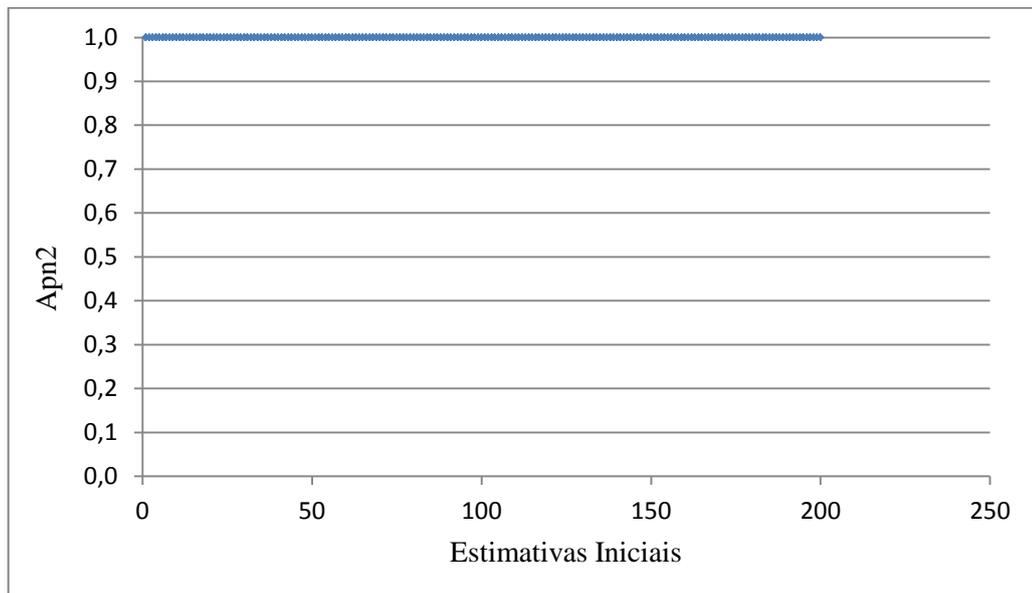
Fonte: Autor, 2013.

Figura 76 - Valores de I_{PNI} para a simulação 1:1

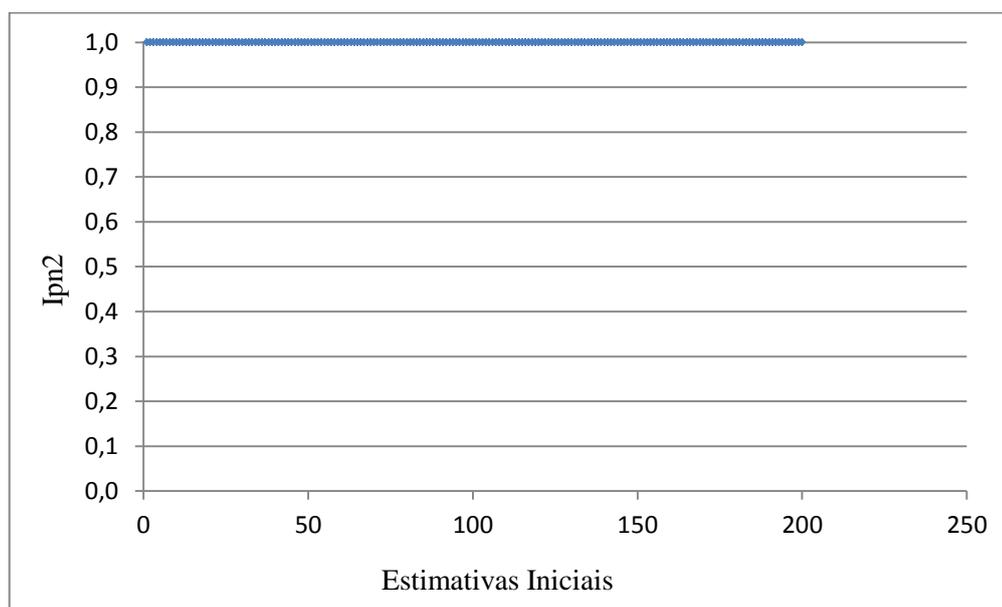
Fonte: Autor, 2013.

Figura 77 - Valores de V_{N2} para a simulação 1:1

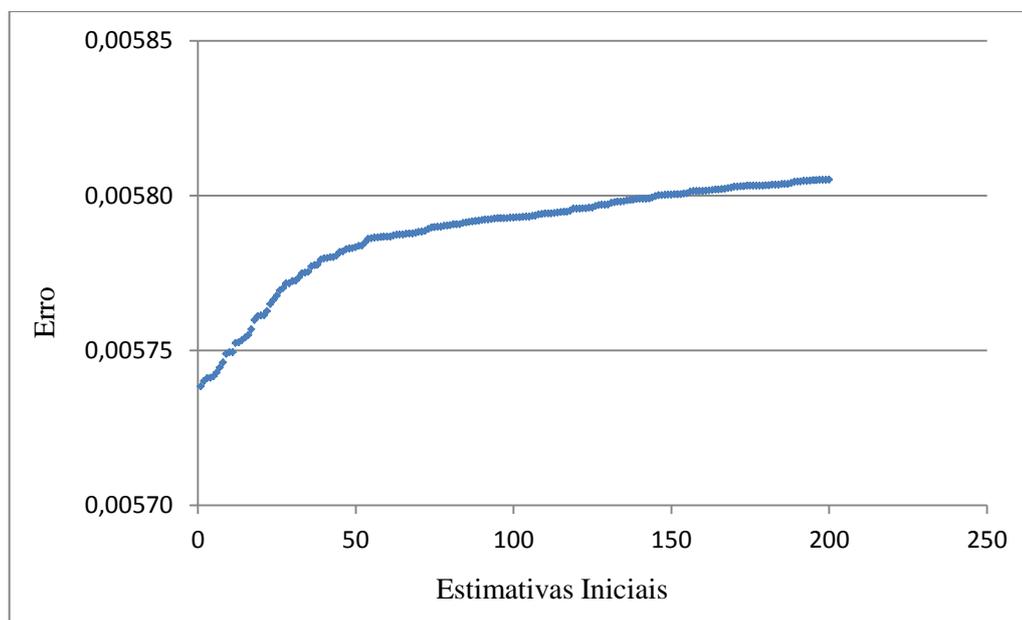
Fonte: Autor, 2013.

Figura 78 - Valores de A_{PN2} para a simulação 1:1

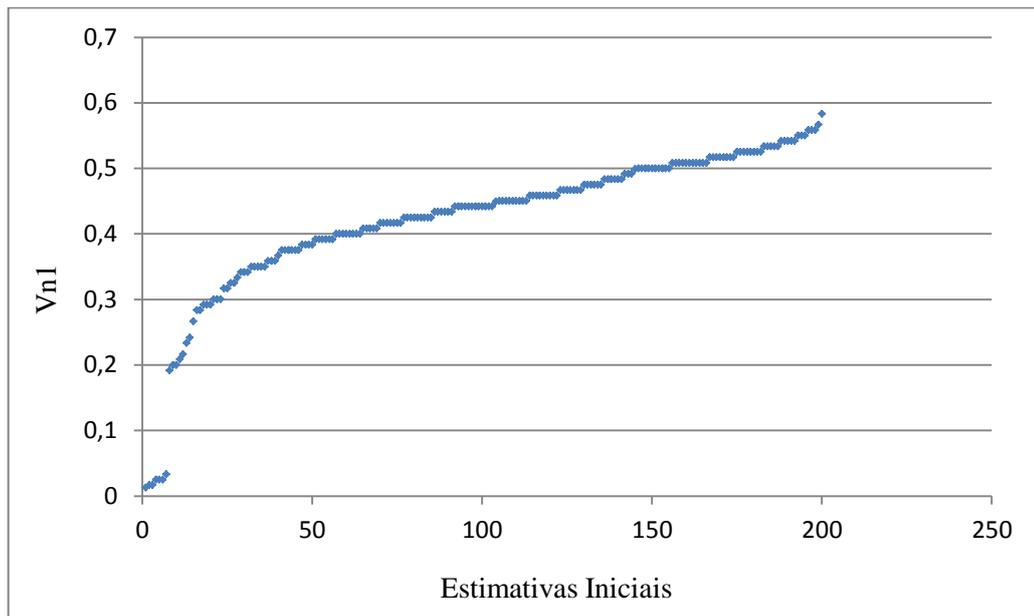
Fonte: Autor, 2013.

Figura 79 - Valores de I_{PN2} para a simulação 1:1

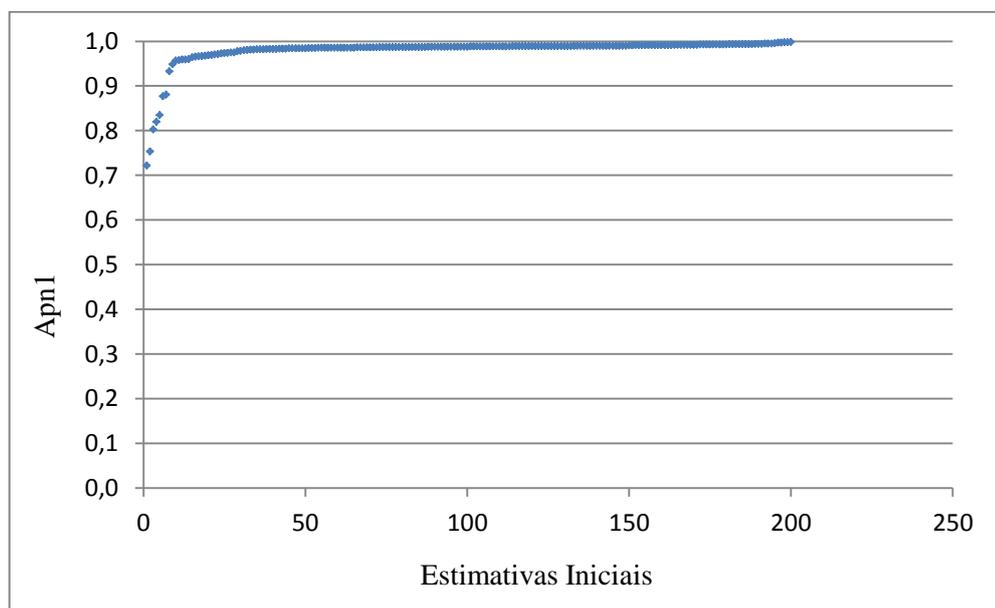
Fonte: Autor, 2013.

Figura 80 - Os 200 menores erros obtidos com a simulação 5:1

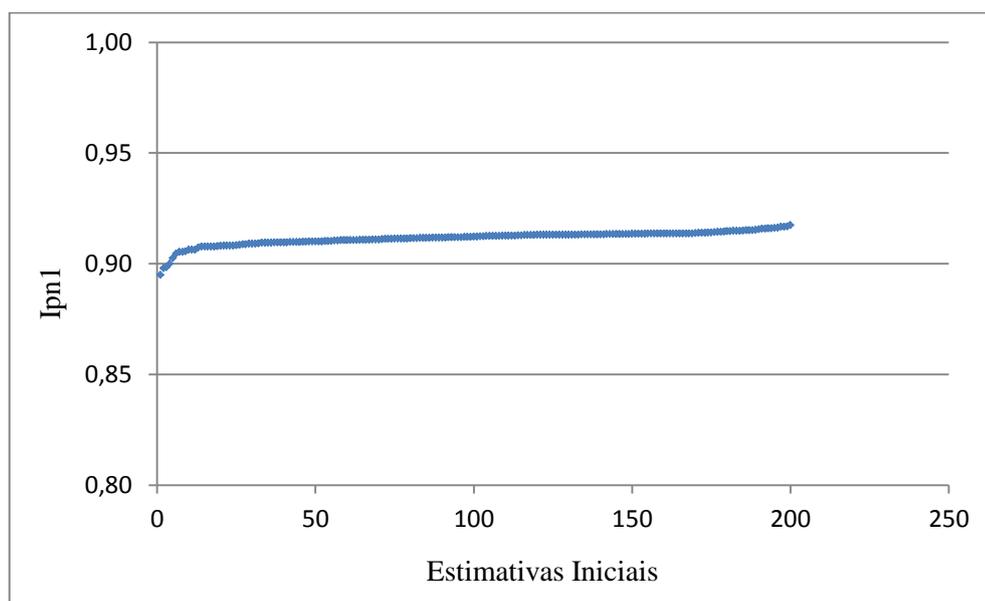
Fonte: Autor, 2013.

Figura 81 - Valores de V_{NI} para a simulação 5:1

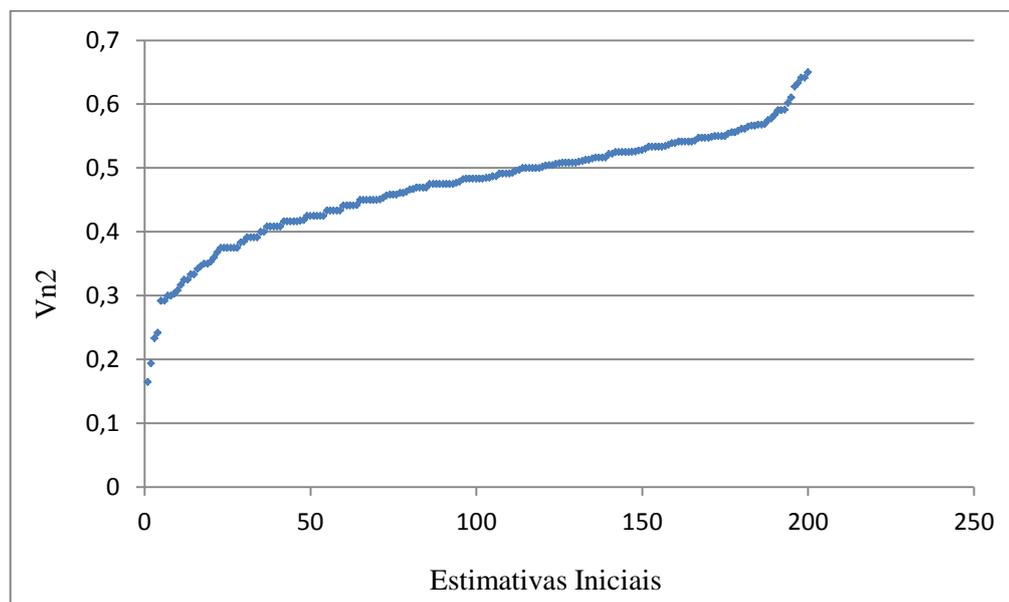
Fonte: Autor, 2013.

Figura 82 - Valores de A_{PNI} para a simulação 5:1

Fonte: Autor, 2013.

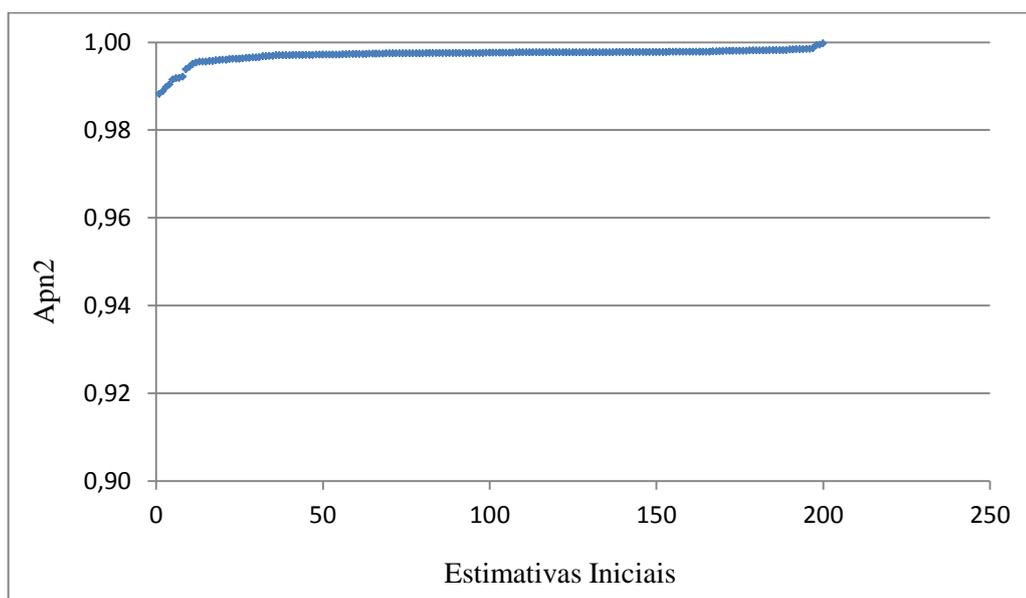
Figura 83 - Valores de I_{PN1} para a simulação 5:1

Fonte: Autor, 2013.

Figura 84 - Valores de V_{N2} para a simulação 5:1

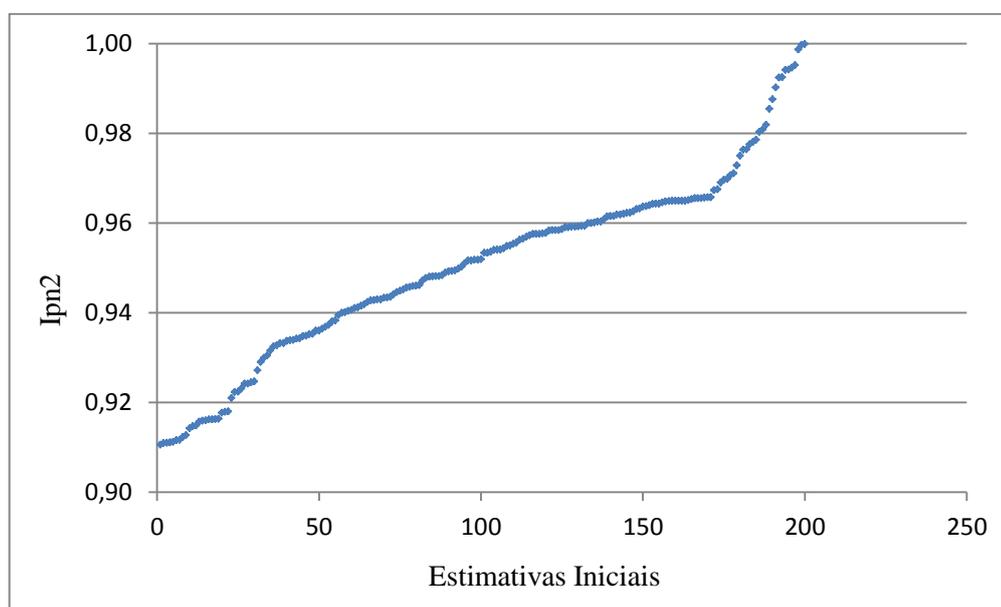
Fonte: Autor, 2013.

Figura 85 - Valores de A_{PN2} para a simulação 5:1



Fonte: Autor, 2013.

Figura 86 - Valores de I_{PN2} para a simulação 5:1



Fonte: Autor, 2013.

A partir de uma análise detalhada dos resultados reordenados, pode-se observar que:

- Independente da variação do comprimento dos trechos V_{N1} e V_{N2} , os valores de A_{PN1} , A_{PN2} , I_{PN1} e I_{PN2} permanecem constantes e com valor 1 para as simulações 1:1 e 2:1. Isso significa que nesses dois casos, a diferença de largura entre os elementos não é suficiente para resultar numa redução da área ou inércia efetiva do pilar.

- O valor de A_{PN2} manteve-se igual a 1 em todas as simulações, o que significa que o trecho 2 do pilar está distante o suficiente da ligação e não sofre influência que altere seu comportamento resistente a esforços normais.
- Ocorrem variações de resultado para os parâmetros de rigidez de forma mais acentuada nas simulações 4:1 e 5:1, onde o efeito de perda de rigidez do pilar começa a ser detectado.

Na Tabela 7, resumem-se os resultados mais significativos obtidos com as simulações de variação de largura utilizando o Modelo 6.

Tabela 7 - Resumo da variação dos parâmetros em cada simulação – Modelo 6

| Simulações | V_{N1} | A_{PN1} | I_{PN1} | V_{N2} | A_{PN2} | I_{PN2} |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|-------------|
| 1:1 | 0,26 a 0,39 | 1,00 | 1,00 | 0,27 a 0,40 | 1,00 | 1,00 |
| 2:1 | 0,01 a 0,66 | 0,99 a 1,00 | 1,00 | 0,23 a 0,60 | 1,00 | 1,00 |
| 3:1 | 0,28 a 0,65 | 0,90 a 1,00 | 1,00 | 0,19 a 0,52 | 1,00 | 1,00 |
| 4:1 | 0,44 a 0,70 | 0,97 a 1,00 | 0,97 a 0,98 | 0,24 a 0,53 | 1,00 | 0,98 |
| 5:1 | 0,32 a 0,56 | 0,93 a 1,00 | 0,91 | 0,29 a 0,59 | 1,00 | 0,91 a 0,97 |

Fonte: Autor, 2013.

7 CONCLUSÃO

7.1 Conclusões Gerais

Tendo em vista que a proposta deste trabalho foi estimar o grau de rigidez inicial das ligações utilizando apenas parâmetros geométricos, pode-se afirmar que o objetivo foi parcialmente atendido. A formulação proposta por Ferreira et al. (2003) permite converter diretamente a rigidez K calculada com os modelos de barra no fator de restrição à rotação γ . No entanto, nem todos os mecanismos de deformação das ligações são considerados nas simulações, e o Modelo 6 não apresenta resultados na forma de rigidez K . Além disso, o fator de restrição à rotação não foi proposto especificamente para ligações monolíticas, de forma que uma tentativa de estimar a redução de rigidez em relação a uma ligação perfeitamente rígida, através do fator de restrição à rotação, resultaria em valores pouco precisos e insatisfatórios para serem usados como dados de entrada em programas comerciais.

A escassez de referências de trabalhos científicos sobre ligações fora do campo de estruturas pré-moldadas confere a este trabalho um caráter exploratório em relação à abordagem utilizada. A maior parte dos trabalhos que tratam de estruturas monolíticas utiliza abordagens específicas, focadas em analisar os esforços causados por atividades sísmicas, não compartilhando, portanto, do objetivo deste trabalho, que é a simplificação da utilização de ligações semi-rígidas em projetos de edificações.

A metodologia foi seguida à risca, o que garantiu diversos progressos na análise proposta. Vários modelos numéricos tridimensionais de ligação foram simulados, e quatro modelos bidimensionais de barras foram propostos, implementados e testados, obtendo-se resultados extremamente precisos quando comparados aos valores de deslocamentos obtidos com o Abaqus.

No entanto, devido às hipóteses iniciais necessárias ao andamento do trabalho, os resultados aqui apresentados podem ser refinados à medida que efeitos mais realistas sejam incorporados. A utilização de um modelo elástico linear corresponde a uma aproximação para o material em questão, que é o concreto, de forma que o modelo tridimensional ignora os efeitos de fissuração provenientes do comportamento plástico e não linear do material, fazendo com que mecanismos importantes de deformação da ligação não sejam considerados.

Ainda assim, as simulações permitiram observar diversos fenômenos pertinentes ao comportamento das ligações. Com os devidos ajustes para incorporar plasticidade e aproximar melhor o comportamento real do concreto, os modelos propostos poderão representar de forma simples e eficiente o comportamento tridimensional das ligações.

Em relação aos mecanismos de deformação provenientes da armadura da ligação, bem como a alteração nos esforços e deformações causadas pela mesma, eles não são considerados, pois a armadura não é um parâmetro geométrico da ligação, não sendo, portanto, foco do trabalho.

A forma de vinculação adotada nas extremidades dos pilares originou esforços normais de tração na metade superior do pilar. Esta configuração não corresponde ao que se observa na prática, visto que o pilar permanece em estado constante de compressão em virtude do carregamento axial de compressão oriundo dos pavimentos superiores. No entanto, esta condição, com a hipótese de linearidade assumida, não tem influência nos resultados obtidos.

Observando mais especificamente os resultados obtidos no trabalho, podem-se listar as seguintes conclusões:

- A excentricidade da viga em relação ao eixo do pilar tem influência significativa na rigidez de uma ligação, sendo responsável por um incremento no deslocamento final da viga de até 5%, no modelo analisado;
- A influência da excentricidade se dá de forma não linear, e tende a diminuir à medida que a viga se aproxima do centro da ligação;
- A simples redução da relação entre as larguras da viga e do pilar representou um acréscimo de até 60% no valor de deslocamento vertical da viga, sendo parte desse valor devido à rotação da ligação como um todo, causada pela diminuição de rigidez à flexão no pilar;
- Ao se analisar detalhadamente os esforços em torno da região da ligação, percebe-se a formação de um bulbo de tensões partindo da viga, de forma que a região do pilar próxima à ligação é mais solicitada. Ao se somar essa observação ao fato de que a influência da excentricidade diminui à medida que a viga se aproxima do centro, conclui-se que existe uma região do pilar em torno da viga que afeta a rigidez de forma mais direta que os pontos mais afastados.

- Os resultados obtidos com a simulação tridimensional estão de acordo com a formulação analítica de barras, divergindo à medida que as dimensões do pilar se tornam muito grandes;
- Os valores de rigidez obtidos com o Modelo 1 se comportam de forma satisfatória e seguem o mesmo padrão de comportamento dos resultados observados na simulação de variação de excentricidade;
- Os valores de rigidez obtidos com o Modelo 2 são incoerentes e indicam que a adaptação do modelo de trechos rígidos presente na NBR 6118 (ABNT, 2007) não se aplica ao caso estudado, sendo necessário que se estabeleça os comprimentos dos trechos rígidos através de outros métodos;
- O Modelo 4 apresenta resultados bastante consistentes em todos os parâmetros na simulação de variação de excentricidade, de forma que K_{VN} segue o mesmo padrão de comportamento do Modelo 1 e da simulação numérica, enquanto que os demais parâmetros permanecem quase estáticos. Isso indica que o algoritmo convergiu para este caso, não sendo necessárias adaptações adicionais;
- Na simulação de variação de largura do pilar, o Modelo 4 apresentou resultados dispersos e não conclusivos em relação à calibração dos parâmetros, não sendo possível estimar um valor para as rigidezes através das molas rotacionais. Uma possível solução para este problema seria a fixação de alguns parâmetros, como h_N e v_N , que apresentaram valores mais constantes, de forma a tentar obter um comportamento mais uniforme das rigidezes;
- Os resultados obtidos com o Modelo 6 confirmam a existência de trechos com diferentes tipos de solicitações, de forma que os deslocamentos podem ser representados de forma coerente calibrando-se o modelo apenas através de variações na área e inércia desses trechos;
- Ao se associar as observações da análise numérica com os resultados do Modelo 6, percebe-se que a seção do pilar passa a ser utilizada de forma menos eficiente com relações de largura superiores a 3:1.

7.2 Sugestões para pesquisas futuras e continuidade do trabalho

Registram-se como sugestões para pesquisas futuras na área:

- Utilizar os resultados de comprimento dos trechos rígidos obtidos com o Modelo 4 no Modelo 2;
- Fixar alguns parâmetros, como o comprimento dos trechos rígidos no Modelo 4 ou os comprimentos V_1 e V_2 no Modelo 6, e avaliar a influência dessa alteração nos resultados de rigidez do algoritmo de otimização.
- Desenvolver uma simulação numérica tridimensional mais refinada, fazendo uso de material inelástico que melhor represente o concreto;
- Fazer experimentos com a variação de outros parâmetros geométricos, como a espessura do pilar e a altura da viga;
- Proposição de expressões específicas de ligações monolíticas, de forma a converter os resultados de rigidez e variação de inércia em dados de entrada para programas comerciais de cálculo, em analogia ao fator de restrição à rotação;
- Avaliar a possibilidade de adaptar os modelos para a inclusão da armadura da ligação, a fim de medir outros mecanismos de deformação existentes na ligação.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, S. F. **Análise experimental estática e dinâmica da rigidez de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Universidade de São Paulo, São Carlos. 2010.
- ALVA, G. M. S. **Estudo teórico-experimental do comportamento de nós de pórtico de concreto armado submetidos a ações cíclicas**. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Universidade de São Paulo, São Carlos. 2004.
- _____. **Ligações semi-rígidas em estruturas de concreto**. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil. Aula 10. Disponível em: <http://www.ufsm.br/decc/ECC840/Downloads/Aula_10_Lig_Semi-Rig_Concreto.pdf>. Acesso em: 11 nov. 2010.
- ALVA, G. M. S.; FERREIRA, M. A.; EL DEBS, A. L. H. C. Engastamento parcial de ligações viga-pilar em estruturas de concreto armado. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 2, n. 4, p. 356-379. 2009.
- ARAÚJO, T. J. F. **Utilização de ferramentas computacionais para avaliação da influência da rigidez da ligação viga-pilar na distribuição de momentos fletores em nós de pórtico**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió. 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro. 2007.
- _____. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado: procedimento. Rio de Janeiro. 2006.
- BALLARIN, A. W. **Desempenho das ligações de elementos estruturais pré-moldados de concreto**. 1993. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos. 1993.
- BALDISSERA, A. **Estudo experimental de uma ligação viga-pilar de concreto pré-moldado parcialmente resistente a momento fletor**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos. 2006.
- BARBOZA, A. S. R. **Comportamento de juntas de argamassa solicitadas à compressão na ligação entre elementos pré-moldados**. 2001. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos. 2001.
- BJORHOVDE, R.; COLSON, A.; BROZZETTI J. Classification system for beam-to-column connections. **J. Struct. Eng., ASCE.**, v. 116, n. ST11, p. 3059-3076, 1990.
- CASTRO, R. A. **Modelagem computacional de ligações semi-rígidas e sua influência na resposta dinâmica não-linear de pórticos de aço**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2006.

CATOIA, B. **Comportamento de vigas protendidas pré-moldadas com ligações semi-rígidas**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos. 2007.

ELLIOTT, K. S.; DAVIES, G.; GORGUN, H. **Determination of moment-rotation in semi-rigid precast concrete connections using the component method**. In: WORKSHOP, SEMI-RIGID BEHAVIOR OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURAL CONNECTIONS, 2nd 1994, Prague. Proceedings... Prague: CTU, 1994.

ELLIOTT, K. S. **Multi-storey precast concrete framed structures**. Oxford: Blackwell Science 1996, 624 p.

EUROCODE EC3: Design of steel structures. Brussels: CEN: European Committee for Standardization, 1992. Part 1.1.

FERREIRA, M. A. **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. 1999. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos. 1999.

_____. **Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto**. 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos. 1993.

_____; EL DEBS, M. K. Análise de estrutura pré-moldada com ligações semi-rígidas para múltiplos pavimentos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 45., 2003. Vitória. **Anais...** Vitória. 2003.

_____; EL DEBS, M. K.; ELLIOTT, K. S. Modelo teórico para projeto de ligações semi-rígidas em estruturas de concreto pré-moldado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 44., 2002. Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, 2002.

_____; ELLIOTT, M. K.; EL DEBS, M. S. Determinação teórico-experimental da relação momento-rotação em ligações viga-pilar de estruturas pré-moldadas de concreto. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 5., 2003 São Paulo. **Anais...**, São Paulo: USP, 2003.

FIGUEIREDO, L. M. B.; GONÇALVES, R. M. Comportamento de ligações mistas viga-pilar. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**. São Carlos, v. 9, n. 36, p. 95-116. 2007.

HEGGER, J.; SHERIF, A.; ROESER, W. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete beam-column connections. **ACI Structural Journal**, v. 101, n. 5. Sept./Oct. 2004.

KARTAL, M. E. et al. Effects of semi-rigid connection on structural responses. **Electronic Journal of Structural Engineering**, n. 10, 2010.

MIOTTO, A. M. **Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado: análise com ênfase na deformabilidade ao momento fletor**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos. 2002.

MONFORTON, G. R.; WU, T. S. Matrix analysis of semi-rigidly connected frames. **Journal of the Structural Division, ASCE**, v. 89, p. 13-42, Dec. 1963.

MOTA, J. E. **Contribuição ao projeto de estruturas multi-piso reticuladas em concreto pré-moldado**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Universidade de São Paulo, São Carlos. 2009.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A. **Hidrologia estatística**. Recife: CPRM – Serviço Geológico do Brasil, 2007. 561 p.

NÓBREGA, P. G. B.; FERREIRA, M. A.; HANAI, J. B. Avaliação da rigidez de pórticos pré-moldados com ligações pilar-fundação com chapa de base. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 46., 2004, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis, 2004. 1 CD-ROM.

QUEIROS, L. O. A. **Análise estrutural de galpões pré-moldados em concreto considerando a influência da rigidez nas ligações viga-pilar**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió. 2007.

RAFAELLE, S. G.; WIGHT, J. K. Reinforced concrete eccentric beam-column connections subjected to earthquake-type loading. **ACI Structural Journal**, n. 92-S6, p. 45-55. 1995.

ROMANHOLO, G. A. **Análise das ligações semi-rígidas em estruturas planas**. 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira. 2001.

SOARES, L. F. S. **Efeitos dependentes do tempo em vigas pré-moldadas compostas com lajes alveolares e vinculações semi-rígidas**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos. 2011.

SHIOHARA, H. Reinforced concrete beam-column joints: an overlooked failure mechanism. **ACI Structural Journal**, v. 109, n. 1. Jan./Feb. 2012.

ÜNAL, M. **Analytical modeling of reinforced concrete beam-to-column connections**. 2010. Tese (Master of Science in Civil Engineering) – Middle East Technical University. 2010.

WEAVER JR., W.; GERE, J. M. **Matrix analysis of framed structures**. 3. ed. Van Nostrand Reinhold, 1990. 547 p.