UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JOSÉ WELLINGTON SANTOS SILVA

O *SOFTWARE* CABRI 3D COMO INSTRUMENTO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL

Maceió
2016

JOSÉ WELLINGTON SANTOS SILVA

O *SOFTWARE* CABRI 3D COMO INSTRUMENTO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração "Ensino de Matemática", pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos

Maceió

2016

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Bibliotecária Responsável: Janaina Xisto de Barros Lima

S586s Silva, José Wellington Santos.
O *software* Cabri 3D como instrumento para o ensino de geometria espacial no ensino fundamental / José Wellington Santos Silva.– 2016.
81 f.: il.

Orientador: Givaldo Oliveira dos Santos.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Maceió, 2017.

Bibliografia: f. 83-89.
Apêndice: f. 90-116.

1. Geometria. 2. Cabri 3D. 3. Abordagem instrumentada e sequência didática. 4. Matemática – Estudo e ensino. I. Título.

CDU: 514: 371.315

JOSÉ WELLINGTON SANTOS SILVA

O *SOFTWARE CABRI 3D* COMO INSTRUMENTO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração "Ensino de Matemática", pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas, aprovada em 09 de dezembro de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos
Orientador e presidente
(IFAL; PPGECIM/UFAL)

José da Silva Barros

Prof. Dr. José da Silva Barros
(Campus Arapiraca/UFAL)

Prof. Dr. Amauri da Silva Barros
(PPGECIM/UFAL)

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao Deus Trino: ao Pai pelo seu imenso amor, ao Filho por sua maravilhosa graça e ao Espírito Santo pelas doces consolações.

Aos meus pais: Maria Elza dos Santos e Antônio Pereira da Silva (*in memoriam*) por toda dedicação e amor, pelo exemplo de caráter, humildade, determinação e fé.

Aos meus irmãos e aos meus sobrinhos pelo incentivo e apoio constantes.

Ao Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos, orientador desta dissertação, por todo empenho, compreensão e sugestões ao longo deste trabalho.

Aos Professores Dr. Amauri da Silva Barros e Dr. José da Silva Barros por participarem da Banca Examinadora da dissertação, pelo respeito e atenção com que avaliaram e deram sugestões ao trabalho.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM/UFAL pela contribuição acadêmica e crescimento profissional.

À coordenação e à secretária do PPGECIM pelos esclarecimentos e acompanhamento durante todo o curso.

Aos colegas do PPGECIM pela amizade, força, motivação e compartilhamento de ideias.

Aos alunos, professores, coordenadores e diretores da Escola Estadual Maria Ivone pela colaboração na realização da presente pesquisa.

A todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização dessa Dissertação de Mestrado.

"O principal objetivo da educação é ensinar as pessoas a pensar com autonomia".

Emmanuel Kant

"A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida".

Jacques Bernoulli

RESUMO

Este trabalho teve por finalidade investigar os recursos do *software* Cabri 3D, suas possibilidades e potencialidades para o ensino e aprendizagem em Geometria, no Ensino Fundamental II, com o propósito de integrá-lo como instrumento pedagógico à prática docente. O intuito desta pesquisa é apresentar uma proposta metodológica que contribua para suavizar as dificuldades na aprendizagem da Geometria Espacial. Para tal, foi desenvolvida uma sequência didática, contendo os procedimentos da utilização desse *software* para a construção e a visualização dos principais sólidos geométricos, aplicada aos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Maceió. Tanto a construção quanto a visualização dos sólidos foram realizadas pelos alunos de forma dinâmica e interativa, por meio dos comandos do Cabri 3D - um *software* com recursos da geometria dinâmica. A Teoria da Instrumentação fornece elementos teóricos apropriados para esse trabalho, pois se apoia em conceitos da Psicologia que são adequados para estudar a integração da tecnologia na educação, o que permite compreender o uso de um *software* nas aulas de Matemática. Na metodologia, utilizamos a Engenharia Didática, através das análises a posteriori foi possível observar o progresso dos alunos quanto à execução da sequência didática e o desenvolvimento do saber geométrico. A sequência didática mostrou-se ser eficiente e acessível em integrar o Cabri 3D nas práticas de aula. Constatou-se que além de favorecer o conhecimento matemático, esta pesquisa, também, pôde promover a inclusão digital aos participantes envolvidos.

Palavras-chave: Geometria. Cabri 3D. Abordagem instrumentada. Sequência didática.

ABSTRACT

This work was intended to investigate the features of Cabri 3D software, its possibilities and potential for teaching and learning Geometry in Elementary Education II, in order to integrate it as a pedagogical tool for teaching. The purpose of this research is to present a methodological strategy that will help to smooth the difficulties in the field of spatial geometry. For such, it developed a didactic sequence, containing the proper steps of using this software for the construction and visualization of the main geometric solids and was applied to students of the 9th grade of elementary education at state school in Maceió. The construction much as sound of the display was made by students in a dynamic and interactive way, made possible by the Cabri 3D commands, software with features of dynamic geometry. The Theory of Instrumentation provides theoretical elements applicable for this work, because it relies on concepts of psychology that are adequate to study the integration of technology in education, which allows us to understand the use of software in Mathematics classes. As a research methodology was used Didactic Engineering and through the subsequent analysis was possible to observe students' progress on the implementation of the teaching sequence and the development of knowledge geometric. The didactic sequence proved to be efficient and accessible to integrate 3D Cabri in class practices. It was found that in addition to promoting mathematical knowledge, this research could also promote digital inclusion to the participants involved.

Keywords: Geometry. Cabri 3D. Approach instrumented. Sequence didactics

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Geometria na Educação Matemática, desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, é de suma importância para o desenvolvimento cognitivo dos alunos. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) do Ensino Fundamental de Matemática, a Geometria é um tema pelo qual os alunos, naturalmente, se interessam e, além disso, contribui para a aprendizagem de números e medidas, estimulando-os a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades entre outros. No entanto, muitos estudiosos relatam que a Geometria vem sendo trabalhada de forma superficial, sem a devida importância de uma prática docente que seja mais efetiva na exploração e na apropriação dos objetos geométricos. Consequentemente, os alunos não vêm obtendo a devida abstração pretendida para a aprendizagem. Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Passos (2000), Ferreira (2005), Fontes e Fontes (2010), entre outros afirmam que nos dias de hoje o ensino da Geometria não tem oferecido subsídios para que os alunos formulem conjecturas e superem suas dificuldades.

Atualmente, há várias pesquisas em busca de metodologias que viabilizem o desenvolvimento do ensino e aprendizagem da Geometria por meio da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de Matemática. Nesta perspectiva, surgem os recursos dos softwares de geometria dinâmica como uma proposta educacional para o favorecimento do resgate do ensino de Geometria na Educação Básica. É nesse enfoque que será apresentada a Teoria da Instrumentação por fornecer elementos teóricos que permitem compreender o uso de tecnologia em situações de ensino e aprendizagem.

Este trabalho apresenta uma proposta didática para o ensino da Geometria Espacial, voltada especialmente para o Ensino Fundamental II, tendo em vista a relevância desse tema para o desenvolvimento do saber matemático, e de outras áreas do conhecimento humano. Assim, nosso objetivo é desenvolver uma sequência didática que requer a utilização do *software* Cabri 3D, considerando uma forma pedagógica de integrar a tecnologia à prática docente e, com isso, despertar o interesse dos alunos e motivá-los para que possam ser atuantes e desenvolver seu senso crítico no processo de ensino e aprendizagem.

O uso do *software* Cabri 3D, de acordo com seu manual de uso, possibilita ao usuário construir, visualizar e manipular todos os tipos de objetos tridimensionais. Sendo possível fazer construções dinâmicas, medir objetos e integrar dados numéricos: como perímetros, áreas, volumes e ângulos. Além disso, permite que as figuras geométricas ou animações construídas sejam salvas, impressas e publicadas em páginas da web.

Deste modo, a nossa investigação analisará se o *software* Cabri 3D é um instrumento educativo e dinâmico para o ensino da Geometria Espacial no Ensino Fundamental II. Portanto, pretende-se com este trabalho, estudar e fazer uso das ferramentas e recursos do Cabri 3D a fim de elaborar uma sequência didática, que será desenvolvida para avaliar o potencial didático do *software*. E, posteriormente, oferecer um produto didático que poderá ser utilizado nos laboratórios de informática das escolas, onde os professores interessados poderão, facilmente, usá-lo com seus alunos.

A presente dissertação está estruturada em seis seções, na seção 2 — Justificativa e Objetivos — trata da relevância das Tecnologias da Informação e Comunicação na sociedade atual e sua contribuição na escola para o avanço da educação. Apresenta os objetivos da pesquisa e algumas hipóteses esperadas com a integração do *software* de geometria dinâmica Cabri 3D à prática docente no ensino da Geometria.

Na seção 3 — Fundamentação Teórica — aborda sobre o abandono do ensino da Geometria. Alguns autores como Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Passos (2000), Fontes e Fontes (2010) relatam sobre as consequências das reformas curriculares da Matemática no Brasil para o ensino da Geometria. Como instrumentos teóricos, tem-se a Teoria da Instrumentação que fornece elementos apropriados para o estudo de atividades com o uso da tecnologia e a pertinência das TIC na educação matemática. São apresentadas algumas das contribuições dos ambientes de geometria dinâmica para o ensino da Geometria, especificamente, os resultados de algumas pesquisas sobre o *software* Cabri 3D.

Na seção 4 — Metodologia — é apresentada a Engenharia Didática como metodologia para este trabalho, por entender que seus procedimentos oferecem a ligação mútua entre a teorização e a validação necessária numa investigação baseada em realizações didáticas; são definidos a coleta de dados, o local e os participantes desta pesquisa.

Na seção 5 — A Sequência Didática — apresenta-se a sequência didática, a finalidade para qual ela foi desenvolvida e o roteiro da sua aplicação, o qual contém a identificação dos principais sólidos geométricos estudados no Ensino Fundamental II que serão construídos de forma interativa no Cabri 3D.

Na seção 6 — Análises e Resultados da Pesquisa — discorre-se, inicialmente, sobre a análise do conhecimento prévio dos alunos, participantes da pesquisa, em Geometria; seguindo para o desenvolvimento dos alunos durante as sessões da sequência didática e finda-se com a análise dos resultados obtidos posteriormente à aplicação da sequência didática.

Finalmente, encerra-se o texto com as considerações relevantes à realização deste trabalho.

2 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) têm se tornado tão presente em nosso cotidiano que o uso do computador tem adquirido importância cada vez maior no dia a dia das escolas para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. Alguns se perguntam, inclusive, se a presença crescente do computador em diversas atividades de nossas vidas, principalmente na escola, pode gerar uma revolução na educação.

2.1 Justificativa

De acordo com Ponte (2000), as TIC podem contribuir de modo decisivo para mudar a escola e o seu papel na sociedade. Diversos estudiosos constataram que a integração de Tecnologia da Informação e Comunicação contribui para a expansão das formas habituais de utilização dos recursos materiais no trabalho dos professores em sala de aula. Mesmo que o computador seja, inicialmente, um desafio a mais na vida do professor, ele acaba criando novas possibilidades para o seu desenvolvimento como profissional.

Sobre a importância do uso do computador nas aulas de Matemática, Santana (2002, p. 28), afirma que:

> O uso do computador no ensino de Matemática está justamente na possibilidade dessa ferramenta apresentar um "novo olhar" sobre problemas antigos, ou ainda, nas ações de manipulação que viabilizem novos questionamentos através de conjecturas matemáticas.

Pesquisas atuais revelam que grande parte dos estudantes no ensino médio e até mesmo no ensino superior não vem apresentando um conhecimento adequado em Geometria Espacial. As investigações apontam que isso acontece pelos principais motivos: os programas curriculares do ensino fundamental associados às práticas docentes, na maioria, não consideram a devida importância do ensino de Geometria, além das práticas pedagógicas tradicionais do papel e lápis que não favorecem a ascensão do conhecimento geométrico.

Educadores matemáticos, preocupados com essa crítica situação de longas décadas, buscam alternativas para suscitar o carente ensino da Geometria, entre as metodologias, propõem a integração das TIC na prática docente. Pois, para muitos especialistas, os softwares com recursos de geometria dinâmica, em especial, representam um ideal instrumento capaz de superar as limitações das práticas usuais do papel e lápis.

A integração de softwares de geometria dinâmica aos recursos didáticos nas aulas de Matemática direciona educadores e educandos para um ambiente interativo que se torna possível uma prática de ensino e aprendizagem bem diferente da tradicional, que é apresentada, comumente, nas escolas brasileiras. Acredita-se, então, por já haver inúmeras pesquisas realizadas e divulgadas, que nesse tipo de ambiente se possa suscitar oportunidades de busca de soluções mais adequadas para as situações de dificuldades no aprendizado em Geometria, visando resgatar o saber geométrico de forma eficiente, e com isso proporcionar ao aluno a ampliação de suas habilidades espaciais, capacidade de apropriação dos conceitos, assimilação e conjecturas; por meio da construção de sólidos, da visualização e das devidas interações com esses objetos virtuais e tridimensionais. Visto que nesse ambiente virtual, a imagem dos sólidos é semelhante à imagem dos sólidos concretos.

De acordo com alguns estudos realizados, os ambientes de geometria dinâmica fornecem um meio pelo qual a criação e prova de conjecturas se tornam um laboratório de ciências. Em sua pesquisa, Gavina (2001, p.191) relata as hipóteses confirmadas em seu estudo:

> [...] a utilização do ambiente de geometria dinâmica favoreceu a ascensão de patamar de conhecimento geométrico; a partir do patamar de conhecimento ainda empírico, os alunos ascenderam àquele em que a geometria é entendida como modelo teórico.

A referida autora também afirma que a utilização desse ambiente favoreceu os pensamentos de natureza visual, fonte de “*insights”* para a construção de demonstrações. Constatou-se, ainda, o potencial dos ambientes de geometria dinâmica que através de “desenhos em movimento” proporcionam situações de investigação semelhantes às de criação matemática.

De forma semelhante, os resultados demonstrados no trabalho de Marin (2013) validaram o *software* Cabri 3D como um grande aliado no ensino e visualização de secções planas no cubo. Diversos pesquisadores realizaram estudos referentes ao uso didático do *software* Cabri 3D, tais como: Salazar (2009), Almeida (2010), Cozzolino (2008), Leivas (2012), Jahn (2008), Bongiovanni (2008) entre outros.

Considerando a atual situação do ensino de Geometria e os resultados apresentados em pesquisas sobre os softwares de geometria dinâmica, propõe-se este estudo com a utilização do *software* Cabri 3D, já que muitos concordam em afirmar que sua gênese instrumental é favorável para a aquisição e desenvolvimento do saber geométrico.

Portanto, o presente trabalho tem a finalidade de analisar o *software* Cabri 3D, com o objetivo de utilizar seus recursos dinâmicos e conhecer suas possibilidades como instrumento de ensino. Para isso, justifica-se a realização desta pesquisa, com a hipótese de que o ambiente proposto como recurso didático possa favorecer as singularidades das abstrações das propriedades e conceitos dos objetos geométricos, tendo em vista as experiências de visualização e as devidas manipulações possíveis na interação direta do usuário no ambiente virtual.

Nessa perspectiva, buscou-se investigar e analisar se a utilização do *software* Cabri 3D traz contribuições para a aprendizagem de Geometria Espacial no Ensino Fundamental II. Uma vez que, de acordo com alguns estudos, essa ferramenta de geometria dinâmica mostrou-se propiciar, de modo ascendente, espaços e situações de ensino e aprendizagem. Nossa proposta é desenvolver uma sequência didática e avaliar a sua eficiência quando aplicada aos alunos, para que, posteriormente, possa ser utilizada por professores de Matemática, com o intuito de encorajá-los a utilizar o laboratório de informática de sua escola, e ao mesmo tempo fornecer um recurso didático e dinâmico para o desenvolvimento da prática docente.

Utilizaremos a Engenharia Didática para a nossa metodologia de trabalho, por entender que uma investigação baseada em realizações didáticas de uma disciplina deve ser norteada pelo duplo movimento entre teorização e validação experimental. Sendo assim, nos orientaremos pelos procedimentos característicos de uma Engenharia Didática que, como metodologia de pesquisa, se propõe a esquemas experimentais baseados na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências didáticas (ARTIGUE *apud* MACHADO, 1999).

2.2 Objetivo geral

- Investigar as contribuições do *software* Cabri 3D para o ensino e aprendizagem em Geometria Espacial no Ensino Fundamental II.

2.3 Objetivos específicos

- Explorar os diferentes recursos e ferramentas do Cabri 3D, visando à construção e às validações de objetos geométricos.
- Analisar situações espaciais a partir de construções e manipulações auxiliadas pelos recursos do Cabri 3D, visando à verificação de propriedades e caracterização dos objetos construídos.
- Desenvolver habilidades e possibilitar a ampliação da concepção do espaço tridimensional.
- Construir uma sequência didática como proposta metodológica para trabalhar Geometria Espacial no ensino fundamental II.

2.4 Hipóteses

Espera-se contribuir positivamente na formação dos indivíduos envolvidos nesta pesquisa, não somente no ambiente escolar, mas também, como cidadãos críticos e reflexivos sobre o espaço em que vivem. Pretende-se potencializar e trazer sentido real ao ensino geométrico com práticas didáticas diferentes das usuais, por mediação do ambiente computacional. No demais, inserir a tecnologia como recurso didático para facilitar a compreensão, construção e apropriação dos conceitos inerentes à Geometria.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os movimentos de reorientação curricular da Matemática ocorridos nas escolas brasileiras não mudaram a prática pedagógica dos professores, tão pouco melhoraram a qualidade desse ensino. No entanto, as reformas influenciadas pelo movimento de renovação nas décadas de 60/70, tornaram-se um problema que comprometeu o aprendizado em Geometria, em especial, no ensino fundamental (BRASIL, 1998).

Atualmente, pouco tem mudado sobre o ensino de Geometria no país, entre os obstáculos apontam-se a falta de formação profissional qualificada tanto a inicial como a continuada, restrições às condições de trabalho do professor, ausências de políticas educacionais efetivas e interpretações equivocadas de concepções pedagógicas (LORENZATO, 1995).

3.1 Reflexões sobre o ensino de Geometria

No Brasil, em meados do século passado, surgiram vários movimentos de reforma no ensino da Matemática na tentativa de inovar o currículo escolar que desencadeou na decadência do ensino de Geometria. Principalmente, com a chegada do Movimento da Matemática Moderna (MMM) que tinha a proposta de algebrizar a Geometria, proporcionou o aumento da preocupação do ensino da Álgebra com a utilização simbólica da teoria de conjuntos, numa perspectiva de integrar o ensino em três campos fundamentais: aritmética, álgebra e geometria. Mas, a consequência disso foi um grave problema na prática do ensino extremamente formalizado, desligado de todo suporte intuitivo, apresentado a partir de situações artificiais e, além de tudo, resultou no abandono da geometria (PAVANELLO, 1989; PIRES, 2000).

Embora o modismo mundial do MMM não ter tido êxito no Brasil, mas quase extinguiu o ensino de Geometria do currículo brasileiro; pois, eliminou o modelo pedagógico anterior que havia no país, onde o ensino era marcantemente lógico-dedutivo e com uso de demonstrações. Com a perda desse modelo, que também, apresentava alguns problemas estruturalmente pedagógicos, criou-se uma lacuna nas práticas pedagógicas referente ao ensino de Geometria que perdura até a atualidade (LORENZATO, 1995, p. 4).

Pavanello (1989) relata que o modelo de ensino, que era existente no país, já apresentava problemas na formação dos professores, na metodologia utilizada e na dificuldade de relacionar a geometria prática com a abordagem axiomática; porém, os problemas ficaram ainda mais graves com a chegada do MMM. Dessa forma, aos poucos, a Geometria foi perdendo a sua importância dentro do plano curricular das escolas, pois os professores não sabiam mais como ensiná-la, evitando então abordar a geometria - predominando assim o ensino da álgebra.

Passos (2000) corrobora as ideias apresentadas anteriormente, ao afirmar que o MMM acarretou no esquecimento do ensino da Geometria por parte dos professores, e destaca a submissão ao livro didático por causa das dificuldades em abordar a Geometria até mesmo de forma teórica. Assim, o ensino da Matemática foi conduzido para a Teoria dos Conjuntos, deixando a Geometria praticamente extinta e enfatizando o ensino da Álgebra.

Muitos autores relatam sobre a carência do ensino de Geometria no país. Segundo Lorenzato (1995), a Geometria está ausente ou quase ausente na sala de aula. São vários fatores que podem explicar essa ausência, mas um dos motivos destacados por esse autor é que muitos professores não possuem os conhecimentos necessários para a realização de suas práticas pedagógica, para que possam ensinar Geometria.

> Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la (LORENZATO, 1995, p. 3-4).

Lorenzato (1995) explica que se estabeleceu um “círculo vicioso”, pois a geração que não estudou Geometria também não sabe como ensiná-la, acrescenta que muitos fatores contribuíram para o abandono do ensino geométrico em nosso país ao longo das décadas e enfatiza as principais causas para essa situação caótica que está refletida diretamente na sala de aula:

a) *a má formação dos professores*: os professores não são capacitados de forma adequada nas universidades ou cursos de aperfeiçoamento, então, devido à falta de conhecimentos de Geometria tendem a não ensiná-la aos alunos;

b) *a dependência dos livros didáticos:* que, geralmente, trazem os conteúdos de Geometria nas últimas páginas, ficando para serem ensinados, se houver tempo, no fim do ano letivo. Além disso, o autor destaca que os livros apresentam a Geometria como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas; desvinculada de aplicações ou explicações históricas ou lógicas e em outros casos, reduz a Geometria a poucas e banais formas do mundo físico;
c) *a excessiva jornada de trabalho*: os professores são submetidos a uma exaustiva jornada de trabalho, devido à baixa renumeração causada pela desvalorização de suas funções.

Sobre a necessidade da renovação do ensino da Geometria, Lorenzato (1995) declara que não é apenas uma questão didático-pedagógica, mas também, social-epistemológica, que envolve Universidades, Secretarias de Educação, Editoras como outras instituições, e complementa fazendo uma forte crítica sobre a baixa renumeração da profissão docente; afirmando ser, ainda, uma questão político-administrativa, pois o professor exerce uma função de vital importância nesse processo de transformação (LORENZATO, 1995).

De acordo com Pavanello (1993), faltam investimentos em pesquisas metodológicas e ações destinadas a proporcionar aos professores a melhoria da qualidade desse ensino, e segundo ele, um dos maiores motivos para o abandono da Geometria foi a promulgação da Lei 5692/71, que permitia aos professores montar seu programa de aula "de acordo com a sua clientela". As medidas adotadas pelos governos ao longo deste século contribuíram para a omissão do ensino da Geometria e consequentemente no descaso desse ensino nas escolas (ALBUQUERQUE; SOUZA, 2003).

Fontes e Fontes (2010) enfatiza que é notável um abandono no ensino de Geometria e uma desmotivação por parte dos professores nessa área da Matemática. Atualmente, para tentar reverter essa situação, há inúmeras pesquisas em busca de metodologias para o melhor aproveitamento dessa área do conhecimento. Pois, existe uma preocupação mundial a favor da retomada do ensino de Geometria nas aulas de

Matemática. Em relação aos livros didáticos, a distribuição dos conteúdos de Geometria vem aparecendo de maneira mais diferenciada, melhor distribuída ao longo dos capítulos dos livros. Nos atuais currículos escolares, a Geometria é apresentada como um tema importante para a formação matemática dos alunos, considerada como sendo a forma menos abstrata da Matemática, por ela ser a intermediária entre a linguagem comum e o formalismo matemático (BRASIL, 1998). Quanto à relevância do seu ensino, Lorenzato (1995, p.5) afirma que:

> Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar a Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano.

Como vimos, muitos autores têm se preocupado com a forma insatisfatória do ensino geométrico no país e vêm discutindo os problemas de ensino e aprendizagem no campo da Geometria há um bom tempo. Além disso, reforçam a necessidade de investimentos e melhores qualificações nas formações dos professores. Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Passos (2000), Albuquerque e Sousa (2003), Carvalho e Lima (2010), entre outros, revelam que o abandono significativo do ensino da Geometria no currículo escolar não é tão recente e relatam sobre a importância da retomada desse ensino, por considerá-lo que em muito favorece tanto a compreensão e a apropriação do conhecimento matemático, como também, a facilitação do desenvolvimento de outras áreas do conhecimento humano.

Os PCN mais recentes expressam a importância desse ensino, já no ensino fundamental, para desenvolver as capacidades cognitivas fundamentais dos alunos. As atuais propostas curriculares oficiais empreendem estratégias para reverter o retrocesso do ensino de Geometria, porém ainda são bastante desconhecidas pelos professores, inacessíveis ou incorporadas superficialmente (BRASIL, 1998).

3.2 A habilidade geométrica e o desenvolvimento cognitivo

Diversas pesquisas comprovam a importância da Geometria para o desenvolvimento do pensamento crítico e autônomo dos indivíduos. Em 1988, a associação americana *“The Nacional Council of Supervisors of Mathematcs” (NCSM)* apontou a Geometria como uma das doze áreas de habilidades básicas, em Matemática, que os estudantes do século XXI devem possuir. Essas habilidades são necessárias tanto para ingressar os indivíduos no mercado de trabalho quanto para uma educação posterior. Para o NCSM, “os alunos deverão compreender alguns conceitos geométricos básicos para atuarem efetivamente no mundo tridimensional” (LORENZATO; VILA, 1993, p. 41-48).

Segundo a Teoria das Inteligências Múltiplas de Garner (*apud* ARMSTRONG, 2001), a habilidade espacial é um tipo de inteligência, pois é a capacidade de formar modelos do mundo físico através de representações visuais. A inteligência espacial, como a lógico-matemática, a linguística, a musical, a corporal-cinestésica, a interpessoal e a intrapessoal faz parte das capacidades dos seres humanos. A inteligência espacial é a capacidade de perceber com precisão o mundo visuo-espacial e de realizar transformações sobre essas percepções. Esta inteligência envolve sensibilidade à cor, linha, forma, configuração e espaço. Inclui também, “a capacidade de visualizar, de representar graficamente ideias visuais e de orientar-se apropriadamente em uma matriz espacial” (ARMSTRONG, 2001, p. 15).

No Brasil, encontramos diversos estudos mostrando a relevância do saber geométrico para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Conforme Passos (2005, p. 18), “o desenvolvimento de conceitos geométricos é fundamental para o crescimento da capacidade de aprendizagem, que representa um avanço no desenvolvimento conceitual”.

A Geometria é um tema apresentado por currículos de Matemática do mundo inteiro porque é, reconhecidamente, um assunto “importante para a formação matemática dos indivíduos” (LORENZATO; VILA, 1993, p. 48). Nos Parâmetros Curriculares Nacionais também é apresentado o importante papel da Geometria para “desenvolver capacidades cognitivas fundamentais” (BRASIL, 1998, p. 16).

Para Rogenski e Pedroso (2008), a Geometria é rica em elementos facilitadores à aprendizagem da álgebra e números, essa ciência permite que o aluno desenvolva sua percepção, sua linguagem e raciocínio geométrico de forma a construir conceitos.

Diante do que foi exposto acima, é indiscutível a relevância do ensino de Geometria para o desenvolvimento de suas competências aos estudantes do ensino fundamental. Enfatizamos, ainda, que de acordo com Durval (1995, *apud* ALMOULOUD, 2010), o aprendizado em Geometria envolve três tipos de processos cognitivos intimamente conectados e que preenchem específicas funções epistemológicas. São eles:

a) *processo de visualização:* relacionado com a representação espacial, onde ocorre o exame do espaço representativo, passando da ilustração de uma afirmação para a exploração heurística de uma situação complexa, isto por meio de uma interpretação ou uma verificação subjetiva;
b) *processo de construção (por instrumentos):* realizado por meio de ferramentas como régua, compasso, softwares. O processo de construção é caracterizado pela execução de configurações, podendo ser trabalhada com um modelo. As ações e os resultados observados durante a execução associam-se aos objetos matemáticos representados;
c) *processo de raciocínio:* é a extensão do conhecimento para a prova e a explicação, mediante o discurso. Baseia-se nos teoremas, nos axiomas e nas definições.

Segundo o autor, esses três processos cognitivos estão conectados, porém, são independentes entre si. A visualização não depende da construção, pois é uma passagem às figuras por qualquer caminho que se esteja construindo. O processo de construção depende, exclusivamente, da conexão entre as propriedades matemáticas do conceito que se quer produzir às técnicas de construções utilizadas. Já o processo de raciocínio depende de um conjunto de proposições (definições, teoremas, axiomas). Sendo que esses tipos de processos cognitivos se fazem necessários para o professor ensinar a Geometria. A heurística dos problemas de Geometria se refere "a um registro espacial que dá lugar a formas de interpretações autônomas", classificadas em quatro formas de significação: a sequencial, "solicitada nas tarefas de construção ou de descrição com objetivo de reproduzir uma figura"; a perceptiva, que envolve "a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica"; a discursiva, que é "a interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados, levando em consideração a rede semântica de propriedades do objeto" e; a operatória que é "centrada nas modificações possíveis de uma figura de partida e na reorganização perceptiva que essas modificações sugerem" (DUVAL 1995, *apud* ALMOULOUD, 2010, p. 126).

O casal Van Hiele pesquisou sobre o ensino da Geometria com alunos de 12 e 13 anos. Pierre M. Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof enfatizaram a manipulação de figuras, acreditando que o procedimento didático adequado podia melhorar a aprendizagem do aluno e que esta não se dava quando o nível de ensino era superior ao nível de pensamento do aluno (Lorenzato, 1995). "O Modelo de Van Hiele do pensamento geométrico se coloca como um guia para aprendizagem e para avaliação das habilidades dos alunos em geometria" (KALLEF, 1994, p. 24). Nesse modelo, a visualização é o primeiro nível no processo de construção do pensamento geométrico, pois o aluno visualiza o objeto geométrico e o identifica. Os passos preparatórios para a formalização de um conceito consistem de cinco níveis de compreensão: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor que descrevem as características do processo de pensamento (KALLEF, 1994).

Quadro 1 - Descrição dos níveis de Van Hiele

Nível de Van Hiele	Características	Exemplo
1º Nível Reconhecimento	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
2º Nível Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
3º Nível Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra; Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
4º Nível Dedução	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; Reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.

5º Nível Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais; Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Fonte: (NASSER; SANT'ANNA, 2000)

Após testado em diversos países, o Modelo de Van Hiele vem modificando adequadamente currículos e livros didáticos. Pois, além fornecer orientação aos professores de como melhorar o ensino de Geometria, o modelo ajuda os professores a identificar formas de raciocínio do aluno e, também, visa sempre colocar o aluno como ser participativo nas aulas, para que este tenha o máximo de aproveitamento na aprendizagem em Geometria.

3.3 O atual ensino de Geometria Espacial no Ensino Fundamental II

A Geometria, em especial a Geometria Espacial, é uma das partes mais concretas da Matemática, pois possui inúmeras aplicações do mundo real. Por isso, qualquer indivíduo pode reconhecer as diversas formas geométricas presentes no cotidiano: na natureza, nas obras de artes, na arquitetura, como nos objetos. Além disso, serve, principalmente, de instrumento para outras áreas do conhecimento humano: engenharia, química, física e outras.

No entanto, a Geometria Espacial, geralmente, é trabalhada de forma muito superficial no Ensino Fundamental e é deixada para ser explorada com mais importância apenas no Ensino Médio. Porém, essa forma de trabalhar não favorece à apropriação gradual dos conceitos, nem tão pouco a consolidação do aprendizado. Pois, como é apontado no Referencial Curricular da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino de Alagoas (RCE), "os anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º ano) são considerados como período de consolidação e sistematização dos conceitos científicos" (ALAGOAS, 2014). Por isso, a importância desse conteúdo ser explorado o quando antes. Afinal, os atuais Parâmetros Curriculares Nacionais trazem a visão de trabalhar os conceitos geométricos no ensino fundamental, pois estão diretamente relacionados à compreensão da matemática e do mundo onde os indivíduos estão inseridos.

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.
> O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc (BRASIL, 1998, p 51).

Os PCN enfatizam que o ensino de Matemática, nos anos finais do Ensino Fundamental, deve visar ao desenvolvimento do pensamento geométrico e da competência métrica, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
- interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;
- ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.
- obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e suas composições) (CHAVES, 2013).

Apesar que no quarto ciclo do ensino fundamental (6º ao 9ª ano) se introduza algumas demonstrações com o objetivo de mostrar a força e o significado desses saberes geométricos, os PCN orientam “que não se abandonem as verificações empíricas, pois essas permitem produzir conjecturas e ampliar o grau de compreensão dos conceitos envolvidos” (BRASIL, 1998, p 87). E apontam os conceitos e procedimentos para atingir os objetivos do desenvolvimento geométrico e das competências métricas, nesse ciclo do ensino fundamental:

- representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado;

- secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas;
- análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e duas faces (paralelas, perpendiculares);
- representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas;
- cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros);
- cálculo do volume de alguns prismas retos e suas composições.

Essas competências e habilidades matemáticas são avaliadas pelo Sistema Nacional de Avaliação Básica (SAEB), na denominada Prova Brasil, assim como pelo Sistema de Avaliação Educacional de Alagoas (SAVEAL), contemplando quatro temas, que são os mesmos para o 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e para o 3º ano do Ensino Médio, porém variam em complexidade e abrangência: I – Espaço e Forma; II – Grandezas e Medidas; III – Números e Operações; IV – Tratamento da informação. Esses temas são constituídos por um conjunto de descritores que indicam as competências relacionadas a diferentes operações cognitivas. A seguir, apresentaremos os temas que são avaliados na Prova Brasil e no SAVEAL que tratam, especificamente, do conteúdo de Geometria Espacial no Ensino Fundamental II, suas respectivas competências e descritores.

Quadro 2 - Tema, competências e descritores referentes à Geometria Espacial

TEMA	COMPETÊNCIAS	DESCRITORES
Espaço e Forma	Identificar figuras geométricas e suas propriedades.	Identificar propriedades entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.
Grandezas e Medidas	Medir grandezas.	Resolver problema envolvendo noções de volume.

Fonte: Sistema Nacional de Avaliação Básica (SAEB)

De acordo com o quadro 2, podemos inferir que embora os PCN recomendem a abordagem e a exploração da Geometria Espacial em diversas situações do cotidiano, no entanto, é possível notar que os sistemas oficiais de avaliação exigem pouco do aprendizado dos alunos sobre os respectivos temas.

3.4 A Teoria da Instrumentação

A Teoria da Instrumentação tem princípios da Psicologia, e está apoiada na ideia de esquema definida por Piaget, utilizada e ampliada por Vergnaud, na teoria dos campos conceituais. Esses esquemas têm o sentido dado por Vergnaud (1990 *apud* BITTAR, 2011), segundo o qual um esquema comporta sempre em quatro elementos: antecipações do objetivo que ele quer atingir, regras de ação (que geram a ação do sujeito), inferências (que permitem ao sujeito avaliar suas ações) e invariantes operatórios (tipos de proposição, função proposicional ou argumentos e que tornam operacional a ação do sujeito). Essa teoria foi desenvolvida por Rabardel (1995, *apud* BITTAR, 2011) e fornece elementos teóricos apropriados ao estudo da ação do sujeito, mediado por um instrumento. Suas aplicações são encontradas, não apenas na educação, mas em diversos campos de trabalho. Entretanto, mostra-se bastante adequada para estudar o uso da tecnologia em situações de ensino e aprendizagem. Sendo assim, alguns de seus elementos permitem compreender algumas características do uso de um *software* nas aulas de Matemática (BITTAR, 2011).

Na abordagem instrumental um esquema tem característica dinâmica, pois faz lembrar em um sujeito que age sobre alguma coisa. Desse modo, para entender o conceito da teoria, é preciso saber a definição e diferenciação entre artefato e instrumento dada por Rabardel (1995 *apud* BITTAR, 2011, p.160):

> Na abordagem instrumental, um artefato pode ser um meio material, como um martelo, uma enxada, ou um meio simbólico, como uma linguagem simbólica (linguagem algébrica, símbolos vetoriais etc.). O instrumento consiste do artefato acrescido de um ou vários esquemas de utilização desse artefato, esquemas esses construídos pelo sujeito.

Para Rabardel (1995, *apud* BITTAR, 2011), um instrumento, a base para seu conceito de esquema, não existe “por si só”. O artefato se transforma em um instrumento para um determinado sujeito, quando esse sujeito o incorpora às suas atividades. Por exemplo, um *software* (artefato) torna-se um instrumento para prática pedagógica do professor, quando ele o utiliza para o ensino de seus alunos.

Bittar (2011) apresenta três ideias centrais na definição de instrumento, que esclarecem seu caráter dinâmico: cada sujeito constrói seus próprios esquemas de utilização, logo, seu próprio instrumento difere do instrumento de outros sujeitos; enquanto manipula o instrumento, o sujeito vai construindo novos esquemas – modificados conforme suas necessidades – que vão transformando o instrumento; um mesmo artefato dá origem a diferentes instrumentos construídos por diferentes sujeitos.

Ainda Bittar (2011), quando um professor entra em contato com um *software* que não conhece, nem sabe manipular as ferramentas básicas, então esse *software* é para ele um artefato. Mas, à medida que o professor começa a estudar esse objeto, descobrir sua funcionalidade e elaborar situações de uso, ele está desenvolvendo e agregando esquemas de utilização ao artefato e, com isso, transformando para si em instrumento. Quanto mais ele usar esse instrumento, mais esquemas podem ser construídos e agregados ao *software*, então, esse processo implicará em um novo instrumento para o professor.

Uma noção central na Teoria da Instrumentação são os esquemas desenvolvidos pelos sujeitos: *(i) esquemas de uso*: são relativos às tarefas ligadas diretamente ao artefato (por exemplo, ligar o computador, localizar aplicativos) e *(ii) esquemas de ação instrumentada*: são relativos às tarefas diretamente ligadas ao objeto de ação; que vão transformando-se, progressivamente, em técnicas mais eficientes para a resolução de certas atividades. Por isso, os esquemas de ação instrumentada podem se transformar, posteriormente, em esquemas de uso para um mesmo sujeito (BITTAR, 2011, p.161).

Rabardel (1995, *apud* VITA, 2012) investigou como acontece a transformação do artefato em instrumento, isto é, a gênese instrumental - processo complexo que alia as características do artefato (com suas potencialidades e limitações) e, as ações dos sujeitos. Para ele o processo da gênese se desenvolve em duas dimensões, a saber: instrumentalização e instrumentação.

> A instrumentalização concerne a emergência e a evolução dos componentes artefato do instrumento: seleção, reagrupamento, produção e instituição de funções, transformações do artefato [...] que prolongam a concepção inicial dos artefatos. A instrumentação é relativa a emergência e a evolução dos esquemas de utilização: sua constituição, seu funcionamento, sua evolução

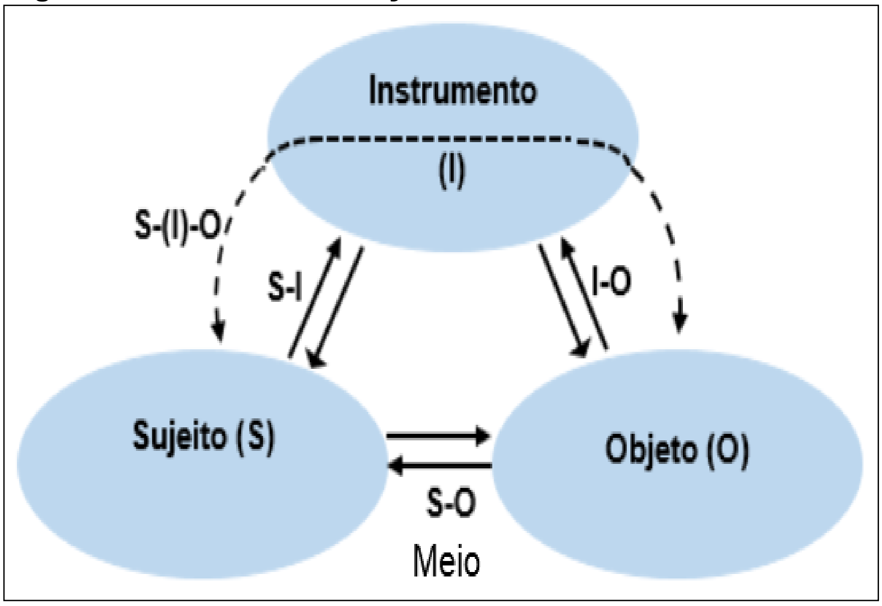
> assim como a assimilação de artefatos novos aos esquemas já constituídos (RABARDEL, 1999 *apud* BITTAR, 2011).

Portanto, isso faz entender que o instrumento não é algo pronto e acabado, mas pode ser elaborado e reelaborado pelo sujeito ao longo das atividades realizadas com o artefato que foi transformado em instrumento pela ação do sujeito.

Para analisar a gênese instrumental, Rabardel (1995 *apud* BITTAR, 2011; VITA, 2012) propôs o modelo das Situações de Atividade Instrumentadas S.A.I (Figura 1). Além do Meio formado pelo conjunto de condições que são apresentadas ao sujeito para a realização da atividade, existe também uma multiplicidade de relações e interações entre os três polos, composto por:

- *Sujeito (S):* usuário, operador, trabalhador etc. Isto é, aquele que dirige a ação psíquica sobre o objeto;
- *Objeto (O):* a matéria, objeto da atividade, de trabalho etc. É sobre ele que a ação é dirigida.
- *Instrumento (I):* ferramenta, máquina, sistema, utensílio etc. É o mediador entre o sujeito e o objeto.

Figura 1 - Modelo das situações de atividades Instrumentadas



Fonte: Vita (2012).

A partir do modelo S.A.I são consideradas as seguintes relações sempre em dois sentidos: sujeito e instrumento [S-I]; instrumento e objeto [I-O]; sujeito e objeto [S-O], as quais são consideradas relações diretas e a interação sujeito-objeto mediada pelo instrumento [S-(I)-O]. Estas relações foram definidas por Rabardel (1995) que propõe a utilização da relação [S-I] para conhecer o processo de instrumentação da gênese instrumental e das relações [I-O] e [S-(I)-O], o processo de instrumentalização.

De acordo com a Teoria da Instrumentação, não é suficiente apenas a inclusão de usuários em atividades que utilizam a tecnologia, mas sim, deve considerar os processos pelos quais os usuários transformam o artefato em instrumento, a denominada gênese instrumental. Sendo assim, fazer a integração de um *software* na educação matemática com o objetivo de transformá-lo em instrumento de ensino é relevante, já que durante essa evolução ocorrem a reorganização e a modificação dos esquemas de utilização do professor para viabilizar a reestruturação da prática docente.

3.5 As Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação

Na sociedade atual, as tecnologias de informação e comunicação (TIC), caracterizadas como midiáticas, estão tão presentes na nossa vida que são consideradas mais do que simples suportes. De acordo com Kenski (2004), elas interferem em nosso modo de pensar, sentir, agir, de nos relacionarmos socialmente e adquirir conhecimentos. Criando assim, uma nova cultura que está baseada na tecnologia digital e um novo modelo de sociedade, caracterizada pela personalização das interações com a informação e as ações comunicativas.

As TIC, nesse novo momento tecnológico da sociedade, não somente invadem o cotidiano das pessoas, como também fazem parte dele. Sendo consideradas, portanto, não mais como tecnologias, mas como complemento indispensável nas práticas comuns da vida. Dessa forma, os educadores, não podem se descuidar em deixar de reconhecer a importância e a interferência dessas tecnologias na sociedade escolar, uma vez que elas atingem todas as instituições e todos os espaços sociais. Um dos grandes desafios para a ação da escola na atualidade é viabilizar-se como espaço crítico em relação ao uso e à apropriação das tecnologias de comunicação e informação. Tendo em vista que a ampliação das possibilidades de comunicação e de informação, por meio de equipamentos como o telefone, a televisão e o computador, altera nossa forma de viver e de aprender na atualidade (KENSKI, 2004).

Diante da velocidade dessa transformação social, temos a emergente necessidade de refletir e repensar em novas educações, constituídas de novos desafios, de mudanças estruturais nas formas de ensinar e aprender - que são possibilitadas pela revolução tecnológica que impõem novos ritmos e dimensões à tarefa de ensino e aprendizagem. As TIC têm originado uma autêntica revolução em numerosas profissões e atividades, e em muitos casos, vêm tornando a atividade humana muito mais interessante. Sobre a utilização de novas tecnologias no ambiente educacional, o autor afirma que “as TIC podem ser usadas na escola como uma ferramenta de trabalho” e enfatiza o favorecimento da criatividade de professores e alunos na realização de diversas atividades e o protagonismo do aluno na aprendizagem; mas também considera os aspectos de especificidades do processo educativo, e os novos papéis para a escola, novos objetivos educacionais e novas culturas de aprendizagem (PONTE, 2000, p.73).

3.5.1 As TIC na educação matemática

Conforme Bittar (2011), as investigações realizadas nas últimas décadas mostram que a tecnologia pode contribuir em diferentes modos com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. A tecnologia pode ser uma ferramenta de auxílio à compreensão do raciocínio do aluno, de suas dificuldades e compreensões, além de ser uma poderosa ferramenta na elaboração de atividades que favoreçam a aprendizagem, porém, a autora esclarece que, a maioria desses resultados estão longe da sala de aula. Isso indica que, ainda, nas escolas as aulas de Matemática continuam, predominantemente, sendo abordadas sem o auxílio da tecnologia.

Tendo em vista que os computadores têm sido apresentados de forma cada vez mais frequente em todos os níveis da educação, muitos pesquisadores defendem que a educação matemática deve acompanhar os avanços tecnológicos, e algumas das razões para prover o uso das TIC é a motivação e a perspectiva da reorganização do pensamento. Para Borba (1999), dentro da educação matemática é destacada o uso das TIC no enfoque experimental com tecnologia ou experimentação, isto é, na exploração de problemas abertos com uso da informática.

De acordo com Feijó (2007), o uso do computador em alguns casos é a única alternativa para a solução de problemas em Matemática, e ainda relata que “o processo de mudança no ensino e aprendizagem caracteriza-se pela inserção de novas tecnologias no processo educacional levando o aluno a participar mais ativamente das atividades” (p. 37).

Além disso, os PCN enfatizam que os recursos computacionais podem ser incorporados nas aulas de Matemática com várias finalidades, dentre elas, como fonte de informação e como meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções.

> As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas (BRASIL, 1998).

Borba e Penteado (2001) defendem o uso da informática como um direito que todo estudante tem de usufruir de uma educação que inclua, no mínimo, em seu currículo uma alfabetização tecnológica. E explicitam:

> Tal alfabetização deve ser vista não como um Curso de Informática, mas, sim, como um aprender a ler essa nova mídia. Assim como o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais, etc (BORBA e PENTEADO, 2001, p. 17).

No ensino de Geometria, a construção do conhecimento matemático pode e deve ser feita utilizando-se de meios auxiliares como material didático manipulável, o que inclui o uso de softwares adequados (COSTA; LIMA, 2010). Isso corrobora os relatos das experiências de Pimentel e Paula (2007), onde concluem que os alunos, utilizando softwares, teceram inferências sobre os conteúdos estudados com mais facilidade que numa sala de aula “tradicional”. Bittar (2010) também destaca que a utilização adequada de um *software* permite uma melhor compreensão do funcionamento cognitivo, além de favorecer a individualização da aprendizagem e desenvolver a autonomia do estudante.

O computador trará contribuições significativas para a aprendizagem dos educandos, desde que o professor saiba selecionar corretamente um *software* didático e nele planejar atividades adequadas para que os alunos possam construir um saber matemático que não se reduza a aplicação de fórmulas, técnicas e produzir resultados numéricos, mas que possibilitem analisar dados, estabelecer relações, validar dados e principalmente fundamentar o conhecimento (MACHADO; SCHEFFER, 2012).

3.5.2 Ambientes de geometria dinâmica

A Geometria pode ser facilmente considerada, entre todos os tópicos presentes nos currículos da matemática, aquela que tem experimentado as maiores transformações com a utilização da tecnologia informática. Isso é possível, devido ao desenvolvimento de softwares especificamente voltados para o ensino e aprendizagem do saber geométrico. Os softwares de geometria dinâmica são utilizados para designar programas interativos que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir da preservação de suas propriedades. Entre os principais softwares utilizados na educação matemática, destacam-se: o Tabulae, Geogebra, Régua e Compasso, Cabri Geometre, Cabri 3D (apresenta mesma tecnologia do Cabri Geometre), Software Triângulos. Sendo que todos eles são ambientes virtuais de geometria dinâmica direcionados para o ensino e aprendizagem da Geometria. Esses softwares têm como objetivo promover, através da interação direta do usuário, uma melhor visualização e exploração nos desenhos geométricos.

Sobre a geometria dinâmica, Braviano e Rodrigues (2002, p. 26) esclarecem:

> A geometria dinâmica não é uma nova Geometria, pois não se baseia em outros axiomas ou proposições nem em novas relações de espaço-forma, mas sim um termo usado para designar um modo dinâmico e interativo de trabalhar Geometria e suas propriedades usando editores gráficos para esse fim.

Atualmente, muitos trabalhos investigam a influência desse recurso dinâmico no processo de ensino e aprendizagem da Geometria em todos os níveis de ensino. O *Jornal El País*[1] de 9 de janeiro de 2006 publicou uma pesquisa realizada sobre o uso de softwares de geometria dinâmica nas escolas espanholas, onde mostrou que o uso dessa tecnologia melhorou em 25% no desempenho dos alunos na aprendizagem da Matemática.

Conforme Gravina (2001), os ambientes de geometria dinâmica desperta a investigação matemática, pois disponibiliza os experimentos de pensamento, as

---

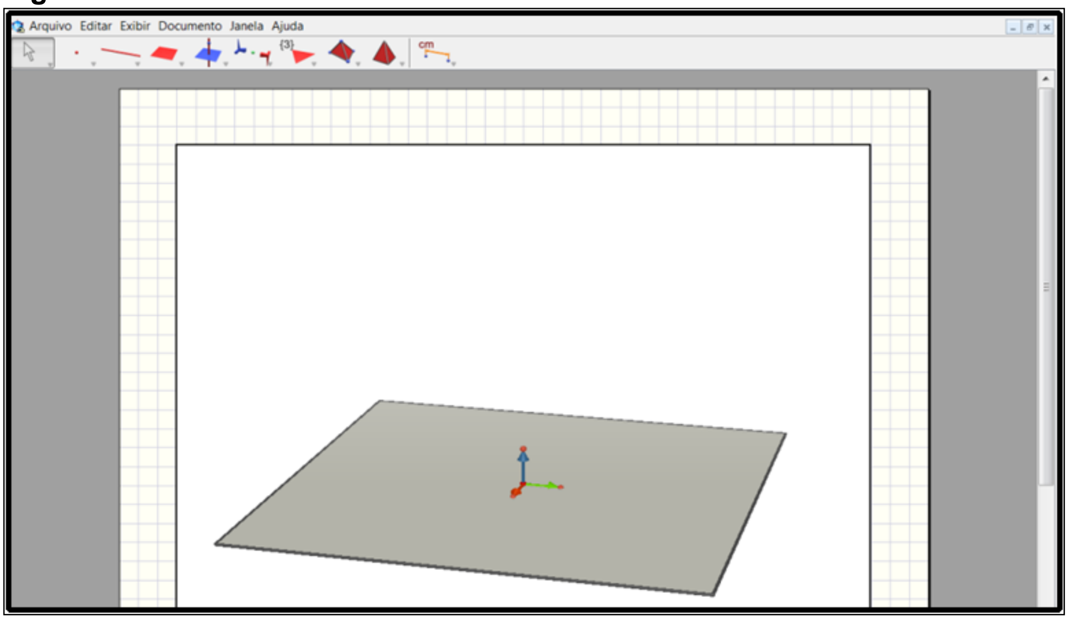
[1] Disponível em http://www.infoymate.es/investiga/elpais/20060109_MatcasTIC.pdf.

interações virtuais diretamente dos objetos, contribuem para o questionamento dos resultados e validações das ações/operações e conjecturas realizadas por meio dos recursos de natureza empírica.

3.5.3 O Cabri 3D

O Cabri 3D[2] é um *software* de geometria dinâmica que possibilita ao usuário a construção e a manipulação de figuras tridimensionais. Além de preservar as propriedades dos sólidos quando manipulados, permite também mudar o ponto de vista em relação ao objeto representado. Ele foi desenvolvido pela empresa francesa Cabrilog e apresentado oficialmente no Congresso Internacional Cabriworld, realizado em Roma, em 2004; possui *interface* simples (Figura 2) e de manipulação direta, que possibilita a interação dos usuários diretamente sobre a representação gráfica dos objetos que estão na tela (Figura 3). Ele é compatível com *Windows* e *Mac OS*, mas roda no *Linux* se tiver instalado o *Wine*[3].

Figura 2 - Área de trabalho do Cabri 3D



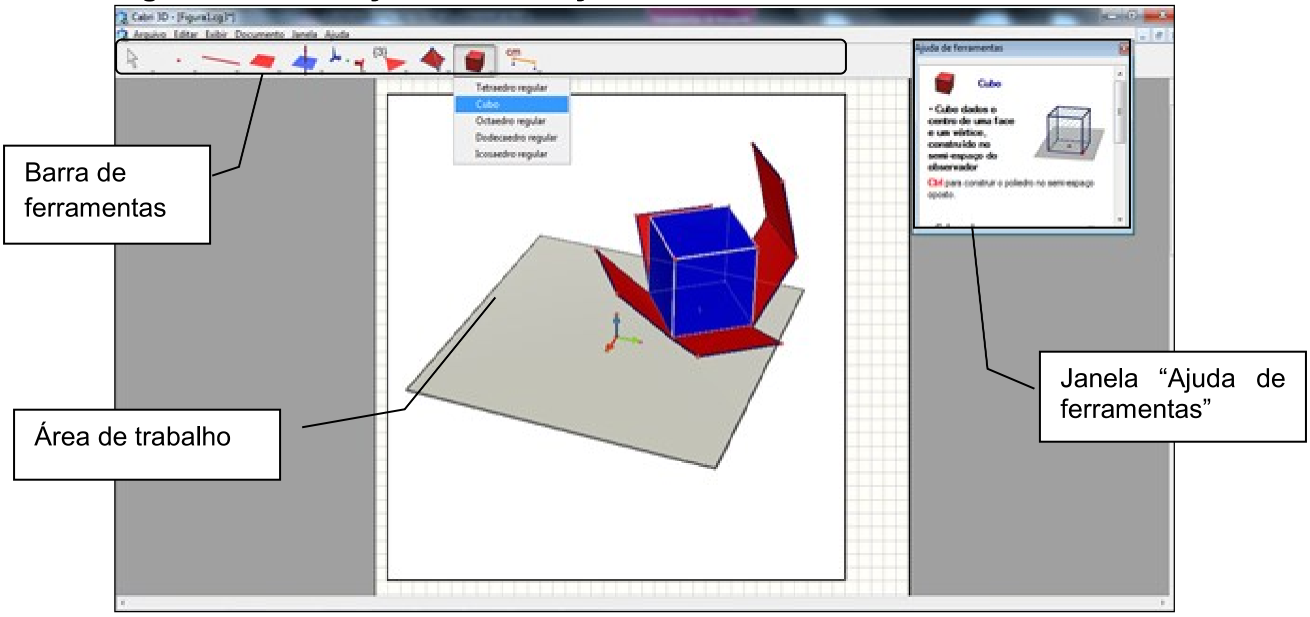
Fonte: Autor, 2016.

[2] O Cabri 3D não é um software livre, mas no site www. cabri.com pode-se obter a versão demo completa por 30 dias, posteriormente suas funções serão limitadas.

[3] *Software* que simula uma plataforma Windows em outros sistemas operativos.

O Cabri 3D está em sua segunda versão (Cabri 3D v2), a qual além das construções geométricas coloridas, possui comandos para a medição de distâncias, ângulos, áreas, volumes, entre outros. Nele permite trabalhar, não só conceitos de Geometria Plana e Espacial (Figura 3), mas também, de Aritmética e Álgebra.

Figura 3 - Construção e visualização no Cabri 3D



Fonte: Autor, 2016.

O Cabri 3D pode ser utilizado pelo professor para ilustrar suas aulas, seja por meio de apresentações com projetor *data show*, de impressão das construções realizadas, ou em aulas experimentais em laboratório de informática. É um ambiente interativo ideal para fazer simulações e conjecturas sobre os objetos geométricos, evidenciando as suas características. Além disso, possibilita a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, a fim de desenvolver a visão tridimensional no usuário (CABRILOG, 2007; JAHN; FLORES, 2007).

Cavalca (1997) e Montenegro (2005), apontam que as dificuldades na aprendizagem de Geometria Espacial estão diretamente relacionadas com a visualização, compreensão e apropriação de conceitos geométricos, na abordagem do ensino de forma tradicional. Neste sentido, Bittar (2011) assinala que a utilização de um *software* dinâmico com os mesmos princípios do Cabri 3D permite ao aluno explorar construções geométricas elaborando conjecturas a partir da manipulação direta da figura construída no computador; possibilitando assim, atividades matemáticas diferentes daquelas realizadas no ambiente papel e lápis.

Jahn e Bongiovanni (2008) enfatizam que o Cabri 3D é um *software* que preservar as propriedades de objetos geométricos tridimensionais quando são manipulados e, além disso, permite também mudar o ponto de vista do usuário em relação aos objetos representados na tela do computador.

Almeida (2010) considera que o Cabri 3D possui mais do que ferramentas matemáticas que permitem construir poliedros, pois oferece também a vantagem de manipular diretamente suas representações sob diferentes ângulos, favorecendo a visualização de objetos tridimensionais. Nesse contexto, Jahn e Flores (2007) afirmam que o Cabri 3D pode representar uma evolução para o ensino da Geometria Espacial e aparece como um suporte complementar, possibilitando um novo olhar sobre os objetos matemáticos e sobre as características de suas representações em perspectiva. Por outro lado, Hugot (2005, *apud* JAHN; FLORES, 2007) evidencia que o desenvolvimento do Cabri 3D se apoia em princípios relacionados à manipulação direta que colocam o usuário em posição central no processo de concepção do *software*. Pois, segundo a equipe de desenvolvimento, o *software* possui características de funções didático-pedagógicas, e destaca as principais:

a) fornecer um ambiente de simulação: o *Cabri 3D* propõe um ambiente que respeita às leis do modelo de Geometria Euclidiana Espacial. Ele é composto pela tela principal, pelos menus com as ferramentas de criação e construção pela área de trabalho, na qual o usuário constrói seus objetos. Esses objetos podem ser manipulados em três dimensões e pode-se observar e interpretar, em tempo real, os resultados ou efeitos dessa manipulação, favorecendo a descoberta pela ação, caracterizando-se uma perspectiva construtivista.
b) chamar a atenção e cativar: o Cabri 3D pretende despertar a vontade no usuário de utilizá-lo. Assim, ele dispõe de inúmeros recursos ou atributos gráficos (cor, tamanho, textura, etc.) para tornar as figuras mais atraentes e “legíveis”. (HUGOT, *apud* JAHN; FLORES, 2007).

Sobretudo, os especialistas evidenciam no Cabri 3D a sua *interface* simples e cativante; a perspectiva construtivista pela qual os objetos geométricos podem ser construídos a partir das propriedades que os definem; sua estrutura que mantêm os princípios matemáticos estáveis sob o movimento e o recurso “mudar o ponto de vista” que possibilita a visualização dos objetos em 360º.

4 METODOLOGIA

A pesquisa é do tipo qualitativo, envolve a utilização de algumas etapas da Engenharia Didática e foi aplicada aos alunos de uma escola da rede pública estadual. A Engenharia Didática será compreendida como “um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequência de ensino” (ARTIGUE *apud* MACHADO, 1999, p. 199).

4.1 A Engenharia Didática

O conceito de Engenharia Didática surgiu em meados da década de 1980, sendo ela apresentada como um trabalho que se assemelha ao do próprio engenheiro. Visto que ao realizar determinado projeto, o engenheiro apoia-se sobre o conhecimento científico de seu domínio, submete-se a um controle científico e, ao mesmo tempo, encontra-se obrigado a trabalhar com objetos menos precisos que os científicos. Assim, do mesmo modo acontece com o professor, uma vez que, ao elaborar ou ao escolher uma sequência didática, deve levar em consideração o domínio do conhecimento de forma integral: o conhecimento prévio do aluno e o papel do professor e dos seus alunos.

A sequência didática será compreendida conforme a definição de Pais (2002, p.102).

> Uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos à pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas de sessões.

A Engenharia Didática, segundo Artigue (*apud* MACHADO, 1999) é executada seguindo quatro fases:

1) análises prévias;
2) concepção e análise *a priori*;
3) experimentação, implementação da experiência ou aplicação da sequência didática;
4) análise *a posteriori* e validação da experiência.

A fase das análises prévias, primeira fase, foi caracterizada pela elaboração de um teste diagnóstico, composto por questões objetivas com as características do nível 1 do modelo de Van Hiele, o qual inclui o reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global. O teste foi aplicado aos alunos para a obtenção de informações sobre as suas concepções referentes à Geometria Espacial, com o intuito de averiguar se os seus conhecimentos estão de acordo com o que indicam os PCN.

Na segunda fase, concepção e análise *a priori*, foram analisadas as respostas assinaladas por cada aluno no teste diagnóstico, diante dos resultados obtidos foi desenvolvida a nossa sequência didática no ambiente Cabri 3D para ser aplicada aos alunos, levando em consideração a programação da quantidade e do tempo de encontros necessários para alcançarmos os objetivos desejados.

A terceira fase se deu pela aplicação da sequência didática no laboratório de informática da escola, onde foram dispostos dois alunos por cada computador. Inicialmente, o Cabri 3D foi exibido por meio de um *datashow* para que os alunos conhecessem as ferramentas do *software*, depois o *software* foi executado pelos alunos para que eles utilizassem as suas ferramentas e, posteriormente, realizassem cada sessão da sequência didática.

Finalmente, na fase de análise *a posteriori* e validação, foram considerados os dados obtidos durante a experimentação que juntamente com os registros de observações foram analisados e confrontados com os resultados efetivamente obtidos na análise *a priori* para avaliar se desta forma o modelo da nossa sequência didática, executada no *software* Cabri 3D, está norteado, pedagogicamente, para o favorecimento no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.

4.2 Local e sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi realizada numa escola pública estadual, localizada neste município; os participantes foram 16 alunos da única turma do 9º ano do Ensino Fundamental no horário vespertino, com o intuito de encorajar esses estudantes no deslumbramento da Geometria Espacial e, também, incentivar o uso do laboratório de informática nas aulas de Matemática.

4.3 Coleta de dados

Para coletar as informações, visando aos objetivos propostos pela pesquisa, foram utilizados os seguintes instrumentos:

a) *registros de observações:* foram feitos os registros sobre a participação, o comportamento, dificuldades e desenvolvimento dos alunos durante toda a execução da sequência didática realizada no laboratório de informática da escola.
b) *fichas de atividades abertas*: após a construção dos sólidos geométricos em cada sessão da sequência didática os alunos responderam algumas atividades sobre os sólidos construídos no *software* Cabri 3D.
c) *questionário pessoal:* no encerramento da pesquisa cada aluno opinou anonimamente sobre a relevância do trabalho realizado.

5 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção, apresentaremos a finalidade da sequência didática, produto educacional desta dissertação, a descrição dos objetos geométricos a ser construídos e os objetivos de estudo em cada sessão, a fim de avaliarmos o desenvolvimento de sua execução pelos alunos e os resultados obtidos consoante as propostas almejadas.

5.1 Finalidade da sequência didática

A finalidade desta sequência didática é adotar uma proposta metodológica para introduzir "recursos tecnológicos" nas abordagens de temas da Matemática, como a Geometria Plana e Espacial. Para conduzir nosso trabalho na elaboração de suas sessões, consideramos os seguintes aspectos:

- motivar os alunos, realizando uma abordagem interativa e despertar neles um olhar investigativo na aquisição do saber geométrico;
- oferecer aos professores de Matemática subsídio moderno para o ensino da Geometria que diferencie dos livros didáticos;
- promover na educação a usabilidade dos recursos tecnológicos que são meios facilitadores tanto para a prática do ensino quanto para a aquisição da aprendizagem.

5.2 Apresentação da sequência didática

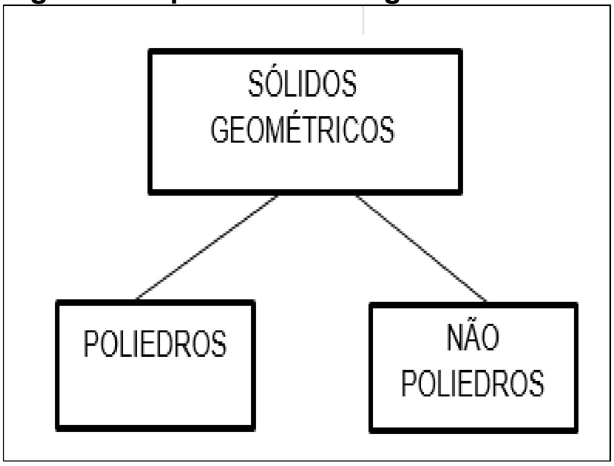
A sequência didática está constituída por quatro sessões: construção de poliedros, construção de corpos redondos, construção de prismas e construção de pirâmides. Sendo que a mesma poderá ser modificada ou reajustada ao longo da pesquisa, se houver essa necessidade.

5.2.1 Roteiro da aplicação da sequência didática

O produto educacional, "Sequência didática para o estudo de sólidos geométricos com o software Cabri 3D", produzido nesta dissertação será apresentado em quatro sessões: c*onstrução dos poliedros de Platão, construção de corpos redondos, construção de prismas e construção de pirâmides.*

Um sólido geométrico é uma região do espaço limitada por uma superfície fechada. Há dois tipos de sólidos geométricos: poliedros e não poliedros. São exemplos de sólidos geométricos: o cubo, o paralelepípedo, o prisma, a pirâmide, o cilindro, o cone, a esfera, entre outros.

Figura 4 - Tipos de sólidos geométricos

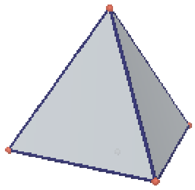
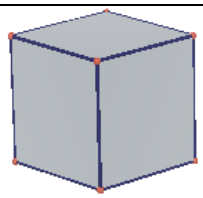
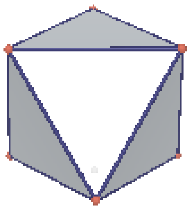
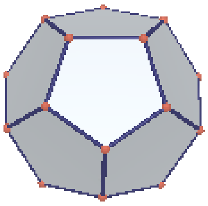
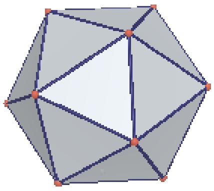


Fonte: Autor, 2016.

Poliedros: *Poli* (muitos) e *edros* (faces). Um poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos planos, onde cada lado de um destes polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono. Cada um destes polígonos chama-se uma face do poliedro, cada lado comum a duas faces chama-se uma aresta do poliedro e cada vértice de uma face é também chamado vértice do poliedro (LIMA *et al*, 2006).
Exemplos: sólidos de Platão: tetraedro, hexaedro (cubo), octaedro, dodecaedro e icosaedro; prismas e pirâmides.
Não poliedros: são todos os demais sólidos geométricos que não se encaixam na categoria de poliedro, ou seja, ao menos uma de suas faces não é um polígono. Estão inseridos os corpos redondos, exemplos deles são: esfera, cone e cilindro.

Poliedro de Platão: é todo poliedro em que todas as faces (F) têm o mesmo número de lados, em todos os vértices (V) coincidem o número de arestas (A) e segue a relação de Euler (V + F = A + 2).

Quadro 3 - Os poliedros de Platão

Poliedro	Tipo de face	Nº de vértices	Nº de faces	Nº de arestas
 Tetraedro	Triângulo	4	4	6
 Cubo	Quadrado	8	6	12
 Octaedro	Triângulo	6	8	12
 Dodecaedro	Pentágono	20	12	30
 Icosaedro	Triângulo	12	20	30

Fonte: Autor, 2016.

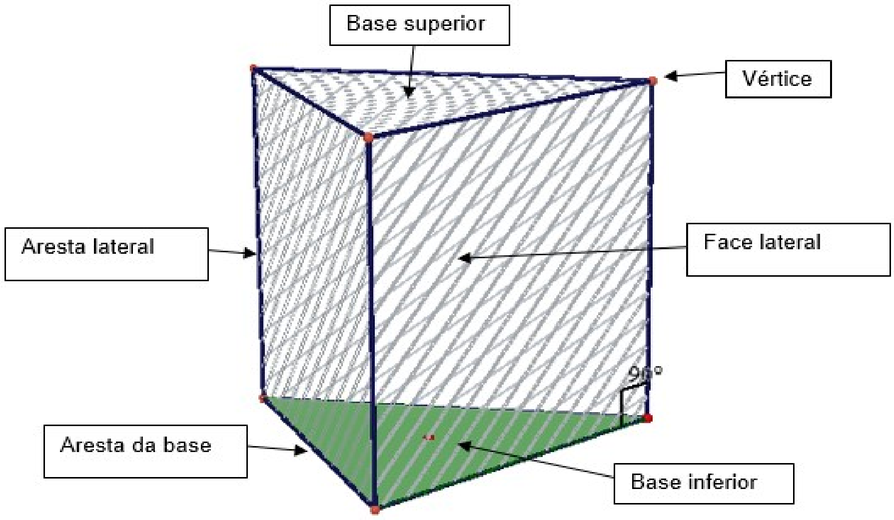
Corpos redondos: são sólidos geométricos que têm pelo menos uma superfície não plana, e que por isso rolam. Os principais corpos redondos são: esfera, cone, cilindro (DANTE, 2012).

Características dos corpos redondos:

— A esfera é formada por uma única superfície não plana, ou seja, “arredondada”.
— O cone tem uma face plana circular, como base, e uma parte não plana, ou seja, “arredondada”.
— O cilindro tem duas faces planas circulares, como bases, e uma parte que não é plana, ou seja, “arredondada”.

Prismas: são poliedros que possuem duas bases, que são polígonos iguais. Essas bases são ligadas por paralelogramos que chamamos faces laterais.

Figura 5 - Elementos do prisma



Fonte: Autor, 2016.

Características dos prismas:

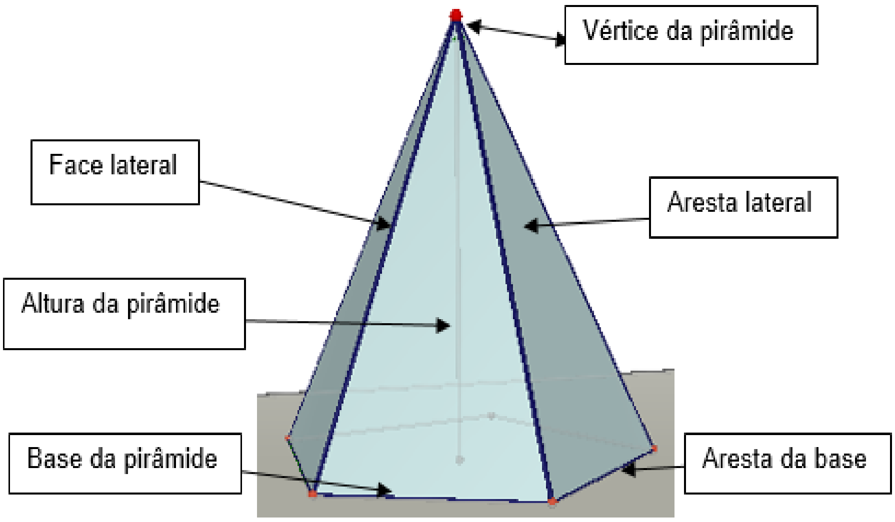
— Um prisma é um poliedro limitado por dois polígonos paralelos (as bases) e vários paralelogramos (as faces laterais).
— A altura do prisma é a distância entre as bases.
— As arestas laterais de um prisma são segmentos iguais e paralelos entre si.

Conforme os polígonos das bases, o prisma é chamado de triangular, quadrangular, pentagonal e etc. Quanto à sua classificação, o prisma pode ser:

a) *prisma reto* – é um prisma que tem as arestas laterais perpendiculares às bases e suas faces laterais são formadas por retângulos.
b) *prisma oblíquo* – é um prisma em que as arestas laterais não são perpendiculares às bases e suas faces laterais são formadas por paralelogramos.
c) *prisma regular* – é um prisma reto em que as bases são dois polígonos regulares.

Pirâmides: são poliedros que têm por base um polígono qualquer e por faces laterais triângulos com um vértice comum, que se chama vértice da pirâmide.

Figura 6 - Elementos da pirâmide



Fonte: Autor, 2016.

Características das pirâmides:

— A altura da pirâmide é a distância do vértice ao plano da base.
— As faces laterais das pirâmides são formadas apenas por triângulos.

Conforme o polígono da base, a pirâmide é chamada de triangular, quadrangular, pentagonal e etc. Quanto à sua classificação, a pirâmide pode ser:

a) *pirâmide reta* é quando a projeção do seu vértice coincide com o centro do polígono da base.

b) *pirâmide oblíqua* é quando a projeção do seu vértice não coincide com o centro do polígono da base.

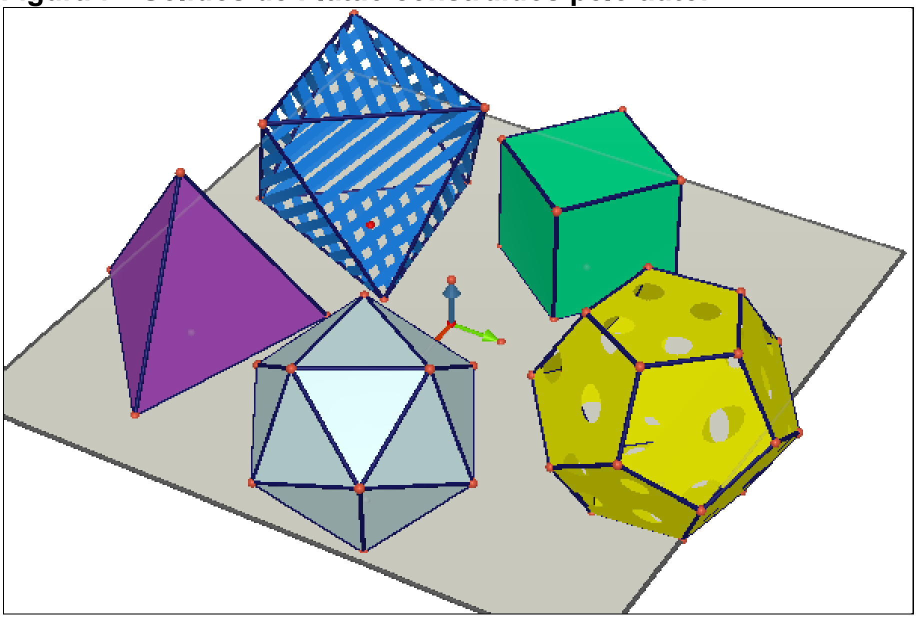
c) *pirâmide regular* é quando a base é um polígono regular e o seu vértice projeta-se sobre o centro desse polígono. As arestas laterais possuem mesmo comprimento e as faces são triângulos isósceles iguais.

A seguir, serão apresentados a descrição e os objetivos de cada sessão da sequência didática:

- 1ª sessão: construção dos poliedros de Platão

Na primeira sessão, temos como objetivo o estudo dos sólidos platônicos a partir da construção interativa no software Cabri 3D. Para isso, após a realização de suas construções, utilizaremos os recursos de “rotacionar” e “planificar” sólidos para que o aluno possa ter uma visualização ampla desses poliedros e, dessa forma, possa reconhecer plenamente as principais características de seus elementos: forma geométrica das bases, arestas, vértices e regularidade das faces.

Figura 7 - Sólidos de Platão construídos pelo autor

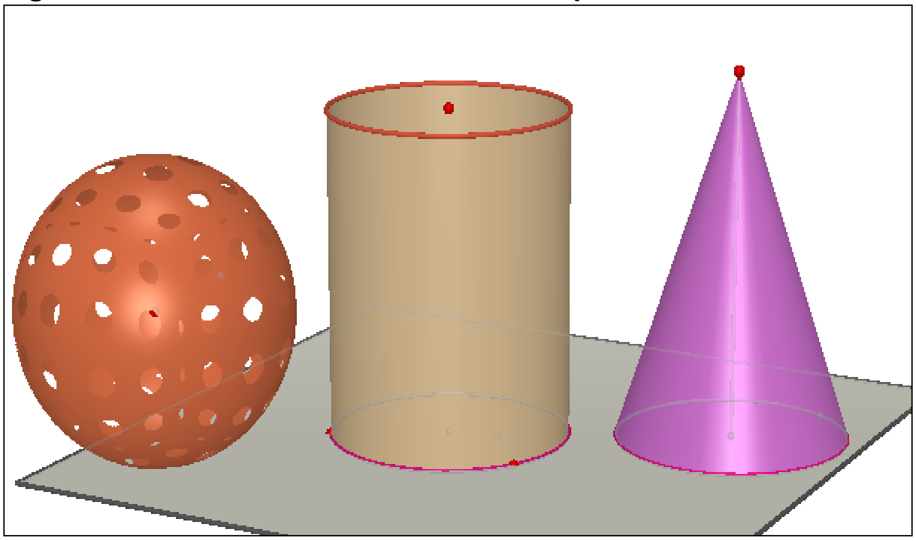


Fonte: Autor, 2016.

- 2ª sessão: construção de corpos redondos

Na segunda sessão, o propósito é a construção passo a passo dos principais corpos redondos: esfera, cone e cilindro. Após a construção interativa no Cabri 3D, o aluno poderá alterar o “estilo da superfície” desses sólidos para obter a visualização da região interna. A identificação das características em comum entre si e aquelas que os diferem dos demais sólidos geométricos pode ser possível ao movimentar e observar esses sólidos sob diferentes ângulos.

Figura 8 - Sólidos redondos construídos pelo autor

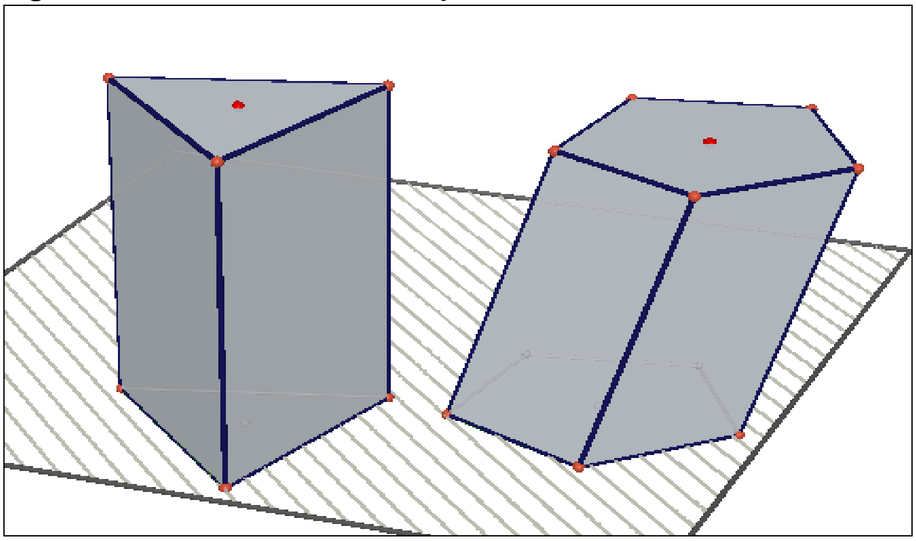


Fonte: Autor, 2016.

- 3ª sessão: construção de prismas

A penúltima sessão tem por objetivo a construção de prismas para o estudo de suas principais características: as faces são paralelas e as bases são formadas por polígonos congruentes, as faces laterais podem ser retângulos (prismas retos) ou paralelogramos (prismas oblíquos) e a altura do prisma é a distância entre as suas bases. Os comandos de “manipulação” e “rotação” do Cabri 3D podem ser utilizados para movimentar os prismas e observá-los sob diferentes ângulos; o comando “medir ângulo” pode ser usado para identificar os prismas quanto à sua classificação em retos ou oblíquos.

Figura 9 - Prismas construídos pelo autor

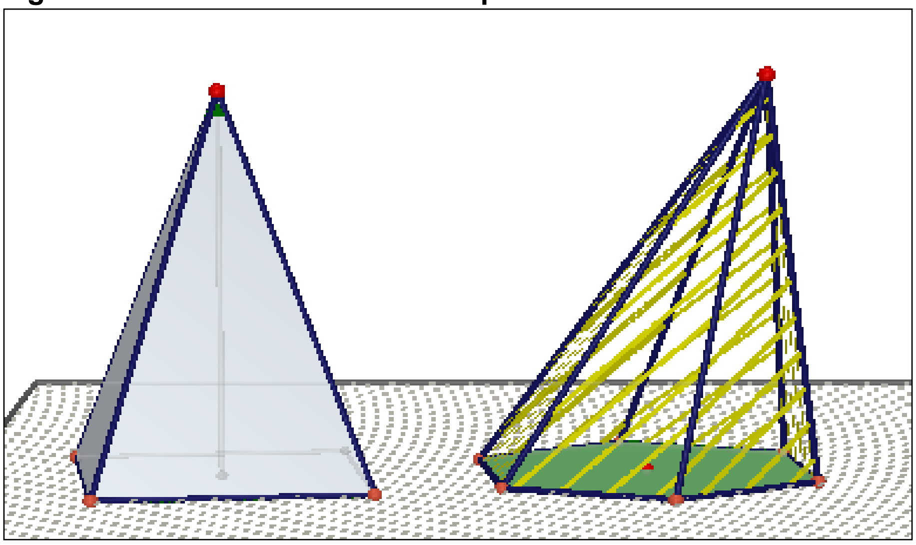


Fonte: Autor, 2016.

- 4ª sessão: construção de pirâmides

Na última sessão, o objetivo é a construção de pirâmides retas e oblíquas com o auxílio do Cabri 3D. Durante o processo interativo do *software*, o aluno poderá conceber algumas características peculiares desse poliedro. Por meio do recurso de rotação, as pirâmides podem ser visualizadas em até um ângulo de 360º, o que proporciona o reconhecimento dos seus principais elementos: vértices, arestas, ângulos, faces e altura, bem como deduzir algumas propriedades. O comando “medir ângulos” pode ser usado para identificar as pirâmides quanto à sua classificação em retas ou oblíquas.

Figura 10 - Pirâmides construídas pelo autor



Fonte: Autor, 2016.

A sequência didática, produto educacional que foi desenvolvido neste trabalho, está disponível na íntegra em mídia CD e na versão impressa (ver Apêndice D). Ela contém os devidos procedimentos da utilização do *software* Cabri 3D que são necessários para a construção "passo a passo" dos principais sólidos geométricos estudados no Ensino Fundamental II; além da construção, propõe algumas atividades e conjecturas sobre os sólidos e, apoiando-se nas tecnologias midiáticas, é apresentada como uma proposta metodológica para o favorecimento do ensino e aprendizagem da Geometria na Educação Básica.

6 ANÁLISES E RESULTADOS DA PESQUISA

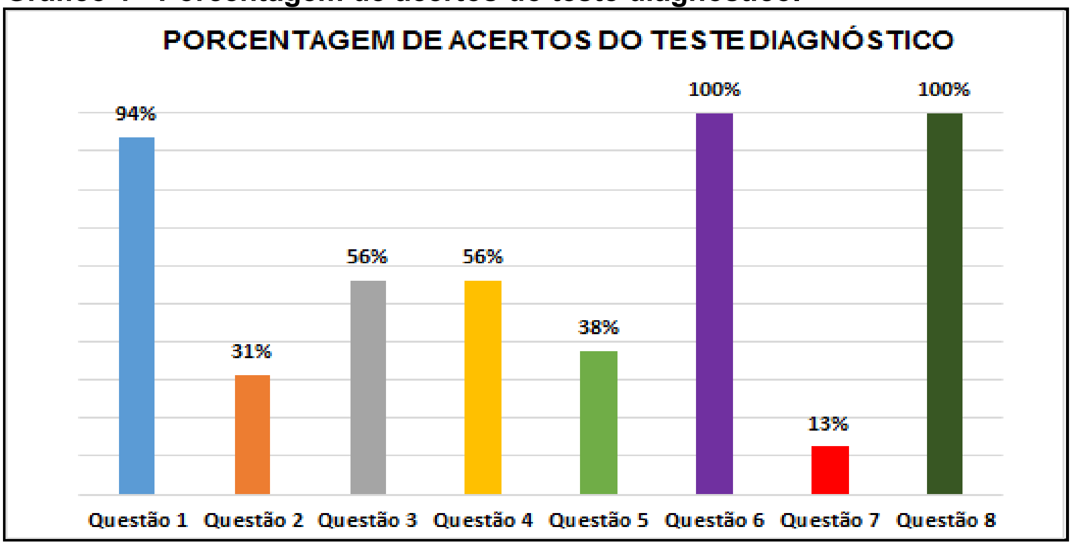
Esta seção traz o relato da aplicação de cada sessão da sequência didática e apresenta as dificuldades e superações dos alunos envolvidos durante todo o processo de construção no Cabri 3D. Serão exibidos os resultados obtidos entre as análises *a priori* e *a posteriori*; e por fim, algumas avaliações da utilização do ambiente virtual integrado às práticas didáticas para o ensino e aprendizagem em Geometria no Ensino Fundamental.

6.1 Análises prévias

Para a realização das análises prévias foi elaborado um teste diagnóstico, contendo oito questões objetivas, o qual foi aplicado no dia 25 de novembro de 2015 aos 16 alunos da única turma do 9º ano, do horário vespertino de uma escola pública estadual, e teve como objetivo avaliar os conhecimentos referentes aos conteúdos de Geometria Espacial, além de fornecer subsídios para elaboração da sequência didática. Cada questão do teste diagnóstico está baseada nos descritores previstos pelo MEC que indicam o conhecimento necessário das competências em Geometria Espacial para os estudantes do último ano do Ensino Fundamental II.

Para auxiliar na análise dos resultados é apresentado inicialmente o gráfico estatístico da porcentagem de acertos do teste diagnóstico.

Gráfico 1 - Porcentagem de acertos do teste diagnóstico.



Fonte: Autor, 2016.

O objetivo da questão 1 é identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações. Espera-se que os participantes identifiquem as quatro faces triangulares e congruentes da figura que ao ser recortada e colada implica na construção de um tetraedro. Deve-se notar que em nenhuma outra alternativa isso ocorre, exceto a alternativa (C). Essa alternativa foi escolhida, corretamente, pela maioria dos estudantes com o percentual de 94% de acertos.

Na questão 2, o propósito é identificar algumas relações entre os quadriláteros por meio de suas propriedades. Assim, possibilita avaliar se o estudante possui um mínimo conhecimento geométrico, pois tais figuras representam faces dos principais sólidos geométricos. Espera-se que seja distinguido semelhanças e diferenças entre o retângulo e o quadrado. Nessa questão, apenas 31% dos participantes escolheram, corretamente, a alternativa (C).

A questão 3 tem por finalidade relacionar a planificação de sólidos às propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos. Assim, relacionando as figuras tridimensionais com suas planificações ou vice-versa é possível avaliar se o estudante possui um conceito adequado sobre tais figuras. Nessa questão, deve-se notar que a figura é formada por seis quadrados. Entre as alternativas, aquela que apresenta o sólido formado por faces quadráticas é o cubo. Foram 56% dos estudantes que escolheram, corretamente, a alternativa (A).

O propósito da questão 4 é avaliar a habilidade dos alunos em reconhecer uma figura plana de acordo com o número de seus lados. Pois, pode-se observar que muitos sólidos geométricos possuem suas faces constituídas por esses tipos de figuras. Escolheram a alternativa (A), corretamente, 56% dos alunos.

Na questão 5, o objetivo é avaliar a percepção espacial dos estudantes ao visualizar a figura do bloco retangular. Para isso, deve-se associar a figura corretamente às propriedades do referido sólido. Apenas 38% dos alunos demonstraram ter esse tipo de habilidade, os quais escolheram, corretamente, a alternativa (C).

A questão 6 tem por finalidade, reconhecer as formas geométricas em situações do cotidiano e mostrar um pouco da relevância da Geometria em nosso meio. Todos os alunos escolheram, corretamente, a alternativa (C).

Na questão 7 pretende-se verificar se os estudantes conseguem distinguir a classificação dos sólidos apresentados acima. Para tanto, eles precisam conhecer as propriedades comuns e as diferenças entre poliedros e corpos redondos ao relacionar essas figuras tridimensionais. Deve-se, então, perceber que os poliedros são constituídos apenas por faces planas. Logo, a alternativa (D) é a única opção correta, apenas 13% dos estudantes demostraram ter esse tipo de habilidade.

E por fim, o objetivo da questão 8 é relacionar figuras tridimensionais à sua planificação ou vistas, por meio de suas propriedades e vice-versa. A habilidade avaliada nessa questão é a de identificar, entre quatro planificações formadas só por retângulos, aquela que corresponde a uma caixa retangular, sem tampa. Deve-se tentar visualizar o que ocorre quando se tenta montar uma caixa a partir de cada planificação. Assim, a planificação correspondente à caixa é dada na alternativa (A)**,** a qual foi escolhida por todos os estudantes.

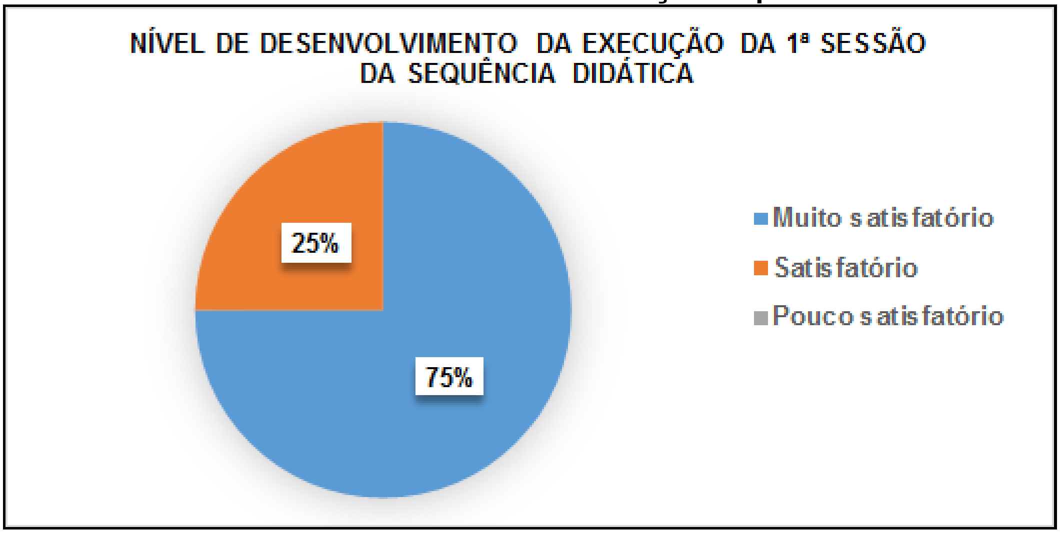
Podemos inferir pelos resultados apresentados nas análises prévias que os conhecimentos prévios são insuficientes e inadequados para estudantes concluintes do Ensino Fundamental, fica evidente a carência de conceitos geométricos, pouca abstração das propriedades das figuras e mínima concepção do espaço tridimensional. Pela classificação de Van Hiele, o raciocínio geométrico dos alunos não ultrapassa o nível inicial de desenvolvimento do pensamento geométrico.

6.2 Aplicação e análise da 1ª sessão

A aplicação desta sessão foi realizada no dia 6 de janeiro de 2016 e teve a participação de 16 estudantes, os quais foram divididos em 8 duplas identificadas por D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7 e D8. Notou-se que alguns alunos não possuíam habilidades na usabilidade dos periféricos do computador (teclado e mouse). Porém, em todo tempo, os estudantes se mostraram entusiasmados e motivação em utilizar o laboratório de informática para estudar conteúdos da Matemática, ficaram bastante curiosos em conhecer os comandos do *software* Cabri 3D para realizar as construções geométricas que estão indicadas nas etapas da sequência didática (SD). O desenvolvimento da execução da SD foi definido em três níveis, a saber:

- *muito satisfatório* – considera-se o desenvolvimento da execução da SD sem nenhuma intervenção do pesquisador no andamento de suas etapas.
- *satisfatório* – considera-se o desenvolvimento da execução da SD com a intervenção parcial do pesquisador no sentido de fazer apenas a leitura de alguns "passos" da SD.
- *pouco satisfatório* – considera-se o desenvolvimento da execução da SD com a intervenção direta do pesquisador, mesmo após a leitura e a interpretação da SD, devido o participante apresentar dificuldades na construção dos sólidos.

Gráfico 2 - Nível de desenvolvimento da execução da primeira sessão



Fonte: Autor, 2016.

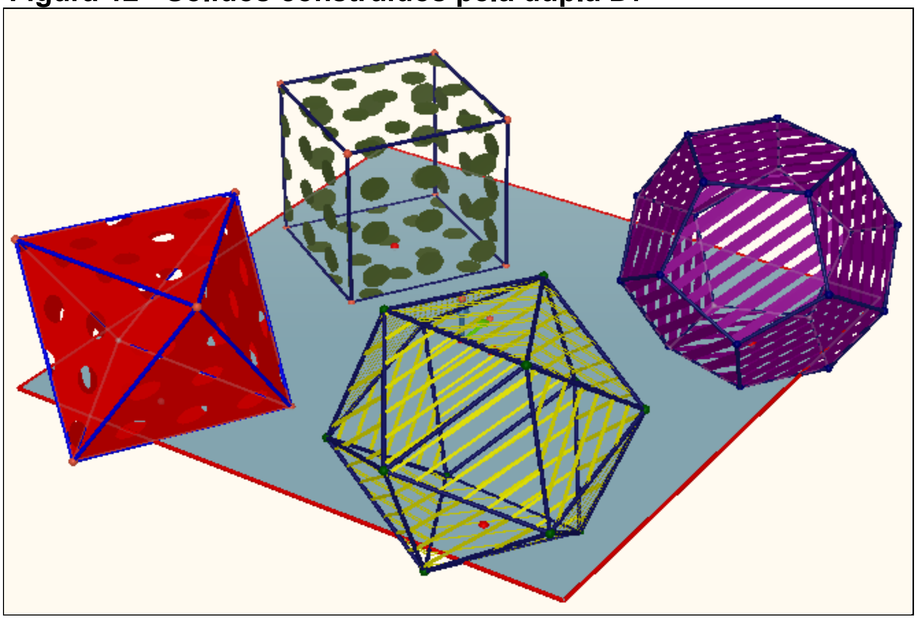
Os alunos ficaram fascinados ao ver suas construções surgirem na tela do computador. Cada sólido construído por eles, representava muita curiosidade e satisfação na interação promovida pelo *software*, o que seguia despertando ainda mais a motivação em utilizar as ferramentas do Cabri 3D. Algumas duplas usaram o comando de desfazer a figura para então refazê-la mais rapidamente, mostrando que a SD estava direcionada aos objetivos propostos. Evidenciou-se, então, a aceitação desta primeira sessão da sequência didática e, além disso, os alunos demonstraram interesse em participar das sessões seguintes.

Figura 11 - Aplicação da primeira sessão

Fonte: Autor, 2016.

Depois da realização da construção dos sólidos platônicos foi solicitado aos participantes que utilizassem os comandos de manipulação, rotação e planificação dos sólidos. Em seguida, algumas atividades foram propostas para que eles pudessem explorar as ferramentas do Cabri 3D, a fim de desenvolver suas habilidades e se apropriar das características de cada sólido construído.

Figura 12 - Sólidos construídos pela dupla D7

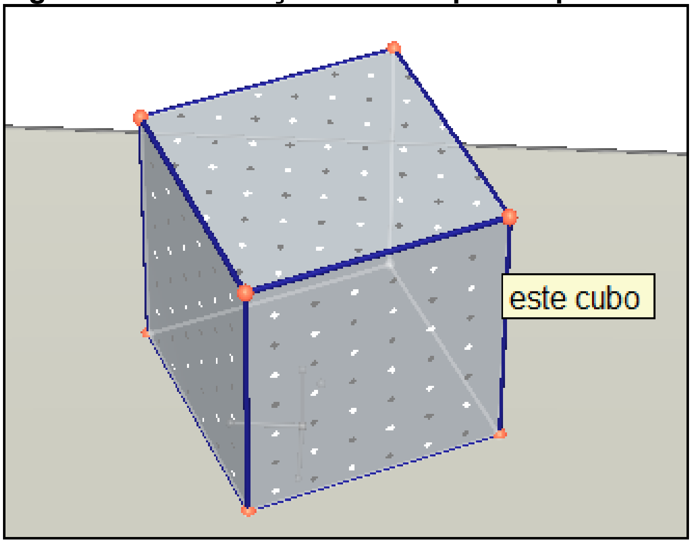


Fonte: Autor, 2016.

6.2.1 Análise da primeira atividade da 1ª sessão

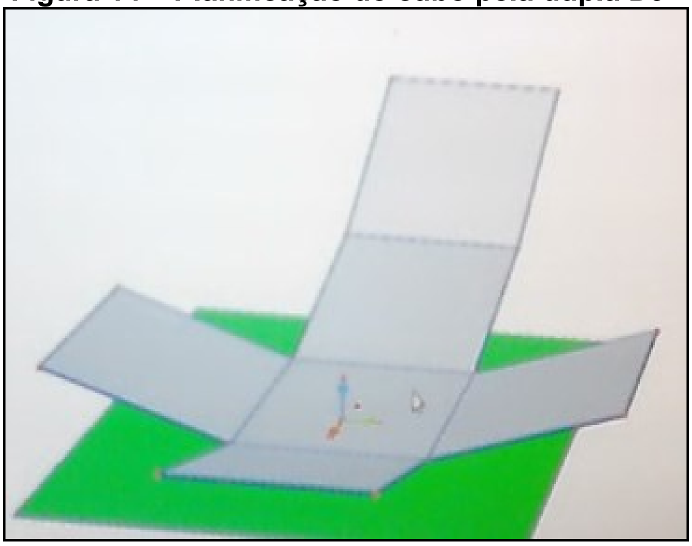
Na atividade 1.1, os estudantes responderam, em dupla, algumas questões subjetivas sobre o tetraedro e o cubo. Todas as duplas responderam corretamente o formato geométrico das faces desses sólidos, usaram corretamente o comando “comprimento” do Cabri 3D e afirmaram que as arestas de cada sólido possuem o mesmo comprimento.

Figura 13 - Construção do cubo pela dupla D4



Fonte: Autor, 2016.

Figura 14 – Planificação do cubo pela dupla D9



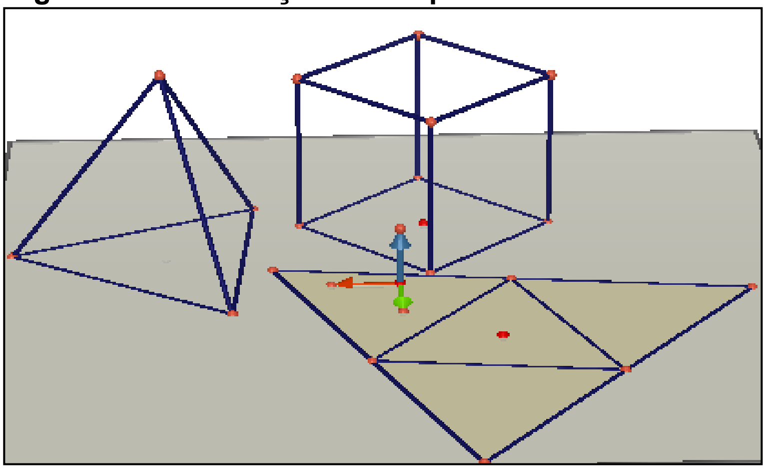
Fonte: Autor, 2016.

Quanto às faces regulares, os estudantes demonstraram não saber o conceito de figuras regulares. Então, foi solicitado que eles analisassem se as figuras possuíam todos os lados com mesmo comprimento e ângulos internos com mesmas medidas, a partir disso, foi possível trabalhar a defição pretendida.

Nesta atividade foi observado que quase todos os alunos não lembravam ou não sabiam o conceito dos elementos dos poliedros, tais como vértices, arestas e faces. Por isso, para que eles pudessem responder as próximas questões, foi necessário explorar tais elementos em um bloco retangular concreto e os descrever no quadro branco. Depois disso, seis duplas responderam corretamente a quantidade de arestas e todas as duplas acertaram os vértices e faces dos sólidos construidos virtualmente.

Observou-se que o comando "abrir poliedro" do Cabri 3D é útil para a identificação das faces, pois possibilita a planificação dos sólidos. Porém, não se torna viável para identificar vértices e arestas, visto que quando é feita a planificação dos sólidos nesse *software* ocorre a duplicidade de arestas e vértices.

Figura 15 - Construções da dupla D6



Fonte: Autor, 2016.

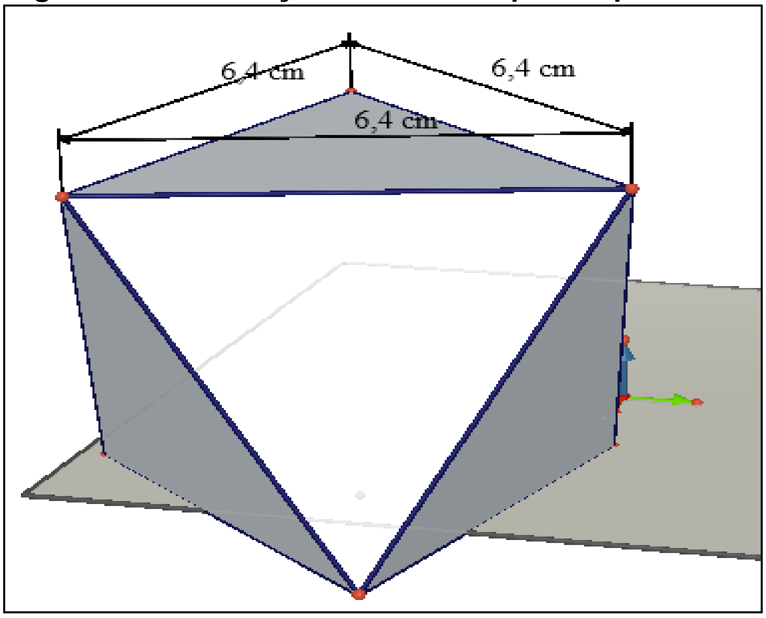
6.2.2 Análise da segunda atividade da 1ª sessão

Na atividade 1.2, as questões foram sobre octraedro, dodecaedro e icosaedro. Apesar dos alunos terem adquirido habilidades no manuseio de ferramentas e alguns comandos do Cabri 3D na atividade anterior, eles tiveram dificuldades na resolução desta atividade por causa da maior quantidade de arestas, vértices e faces dos sólidos.

Deste modo, as duplas utilizaram o recurso “abrir poliedro” para realizar a planificação dos poliedros, isso facilitou a identificação e contagem de suas faces. Mas, para a identificação de vértices e arestas foi utilizado o recurso “estilo de superfície” que sendo optado pelo estilo “vazio” melhorou a visualização para a contagem dos vértices, no entanto, para a contagem correta das arestas não foi muito significativo. Por isso, houve a necessidade de ser trabalhada a conhecida fórmula de Euler: V + F = A + 2. Onde V, F e A correspondem, respectivamente, ao número de vértices, faces e arestas dos poliedros.

Todas as duplas acertaram as primeiras questões sobre o octaedro: o formato geométrico das faces, identificaram o mesmo comprimento nas arestas e a regularidade das faces. Seis duplas acertaram a quantidade de arestas que partem de cada vértices e o número de vértices; sete duplas responderam corretamente o número de faces e cinco delas acertaram a quantidade das arestas do octaedro que construíram.

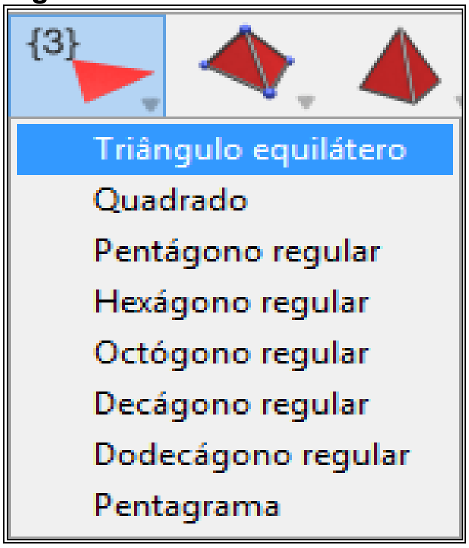
Figura 16 - Construção do octaedro pela dupla D7



Fonte: Autor, 2016.

Para responder as questões referentes ao dodecaedro, os alunos puderam recorrer ao 7º botão da barra de ferramentas do Cabri 3D (Figura 17), pois muitos não conheciam o “pentágono” ou não sabiam escrever o nome desse polígono visualizado nas faces desse poliedro.

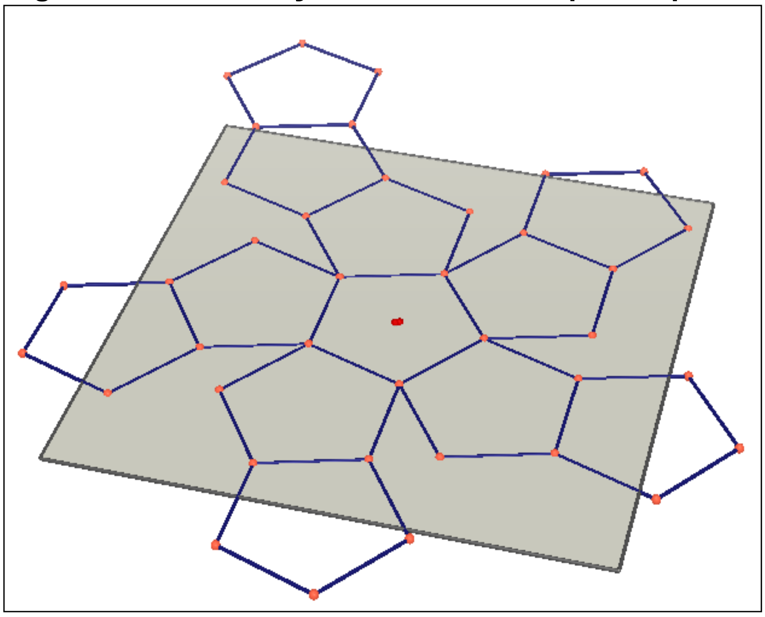
Figura 17 – Botão do Cabri 3D



Fonte: Autor, 2016.

Apenas uma dupla soube nomear a figura geométrica da face do dodecaedro sem utilizar o recurso acima, as demais duplas precisaram recorrer ao recurso (Figura 17) para descobrir que esse poliedro é formado por 12 faces pentagonais.

Figura 18 – Planificação do dodecaedro pela dupla D5

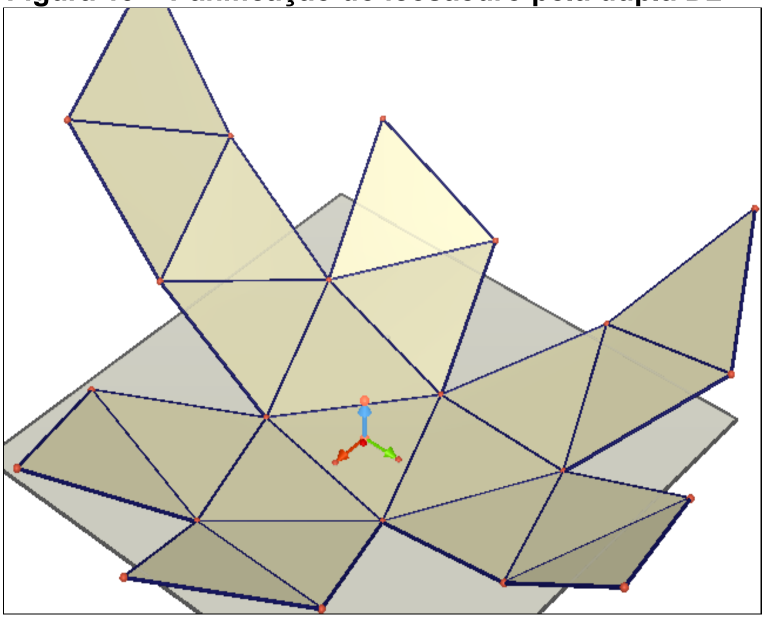


Fonte: Autor, 2016.

Todas as duplas tiveram sucesso em perceber a congruência e regularidade das arestas e faces do dodecaedro, seis duplas obtiveram êxito na identificação e contagem dos vértices e das arestas que partem de cada um deles. Todas as duplas acertaram o número de faces e metade delas acertou a quantidade das arestas do dodecaedro.

De modo semelhante, todas as duplas acertaram o polígono das faces do icosaedro, a congruência de suas arestas e regularidade em suas faces. Seis duplas acertaram o número de arestas que partem de cada vértice, o total de vértices do icosaedro e a quantidade de suas faces, porém, apenas três duplas responderam corretamente o número total de suas arestas.

Figura 19 – Panificação do icosaedro pela dupla D2



Fonte: Autor, 2016.

Durante esta primeira sessão da aplicação da sequência didática, alguns alunos precisaram superar algumas dificuldades no manuseio dos periféricos do computador, porém, todos concluíram as construções no Cabri 3D, demonstrando interesse e curiosidade pelas características dos sólidos construídos por eles.

6.3 Aplicação e análise da 2ª sessão

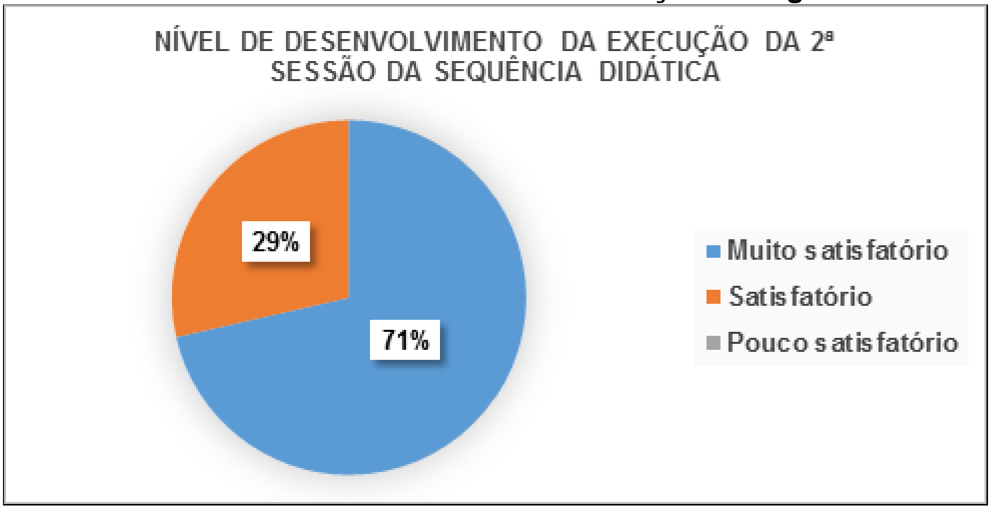
Nesta segunda sessão, surgiram alguns obstáculos na execução da SD por parte dos alunos. Devido ao prolongamento das etapas de construções, alguns alunos tiveram dificuldades em fazer a intrepretação textual necessária para realizar a construção dos corpos redondos. Duas duplas tiveram um desenvolvimento “pouco satisfatório”. Por isso, houve a necessidade de fazer as modificações e alguns ajustes para tornar a SD mais eficiente, a fim de atingir o propósito desejado em sua plena realização. Cada “passo” da construção da SD ficou mais destrinchado e buscou-se uma linguagem mais direta e acessível aos alunos. A aplicação desta sessão foi realizada no dia 11 de janeiro de 2016 com a participação de 14 alunos.

Figura 20 - Aplicação da segunda sessão

Fonte: Autor, 2016.

Após a realização de algumas modificações nas etapas de construção desta sessão, evidenciou-se mais eficiência em sua interpretação pelos alunos. Assim, consequentemente, resultou na melhoria do desenvolvimento das duplas em prosseguir nas execuções das construções dos sólidos, como nos mostra o gráfico 3. Portanto, diante desses resultados apresentados, toda a sequência didática foi reorganizada e reajustada para um novo modelo de apresentação.

Gráfico 3 - Nível de desenvolvimento da execução da segunda sessão



Fonte: Autor, 2016.

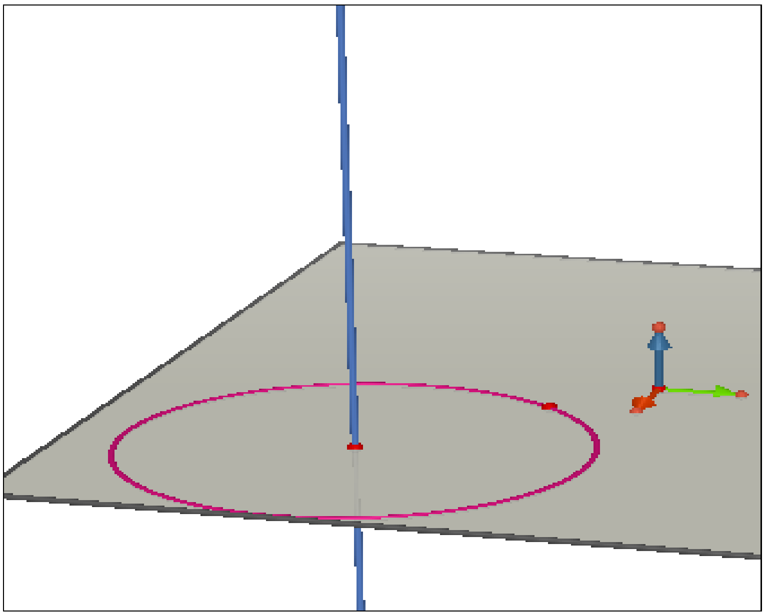
Após as duplas construírem os principais corpos redondos no Cabri 3D, foram solicitadas a responder algumas atividades, visando a exploração dos sólidos construídos por meio dos recursos de manipulação e visualização do *software*.

6.3.1 Análise da primeira atividade da 2ª sessão

Na atividade 2.1, as duplas responderam algumas questões subjetivas sobre os corpos redondos mais comuns: esfera, cilindro e cone. Os estudantes utilizaram o comando “rotação” que permite girar os objetos geométricos em até 360°. Esse comando possibilita mudar o ângulo de visão sobre o objeto na área de trabalho para que o usuário tenha uma melhor percepção tridimensional da figura. Também foi utilizado o comando “estilo de superfície” que proporciona a alteração da apresentação das faces dos sólidos em vazio, cheio, pequenos discos, grandes discos, pequenos furos, grandes furos, hachuras finas e hachuras grossas. Assim, com esse comando se torna possível enxergar a parte interna dos respectivos objetos virtuais.

Durante a construção destes sólidos, os alunos faziam analogias com os objetos reais conhecidos do cotidiano; e por meio de manipulações, eles ampliavam e reduziam as dimensões de suas construções, também tentavam sobrepor uma construção à outra para montar figuras diferentes, demonstrando interesse na construção virtual e estimulando a criatividade na interação com os corpos redondos.

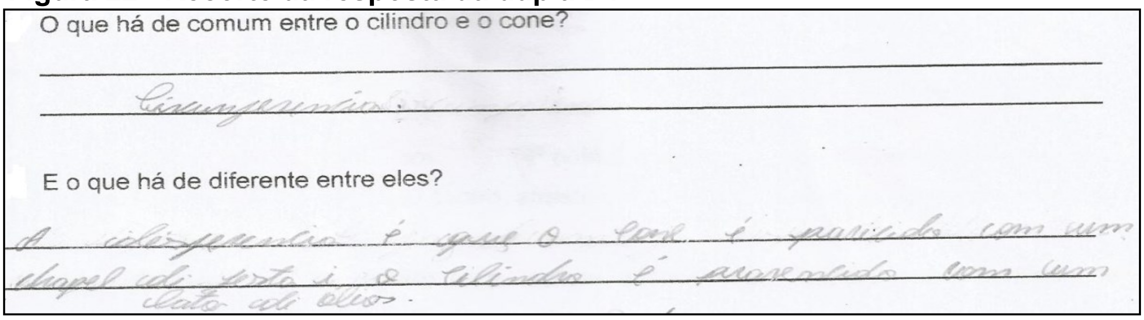
Figura 21 – Construção inicial do cone pela dupla D1



Fonte: Autor, 2016.

Depois do processo de construção, os alunos responderam algumas questões abertas referentes aos corpos redondos construídos. Quando perguntados sobre o cilindro e o cone, a maioria dos alunos respondeu, satisfatoriamente, algumas semelhanças e diferenças entre tais sólidos, como podemos ver nos recortes das respostas de algumas duplas:

Figura 22 - Recorte da resposta da dupla D1



O que há de comum entre o cilindro e o cone?

Circunferência.

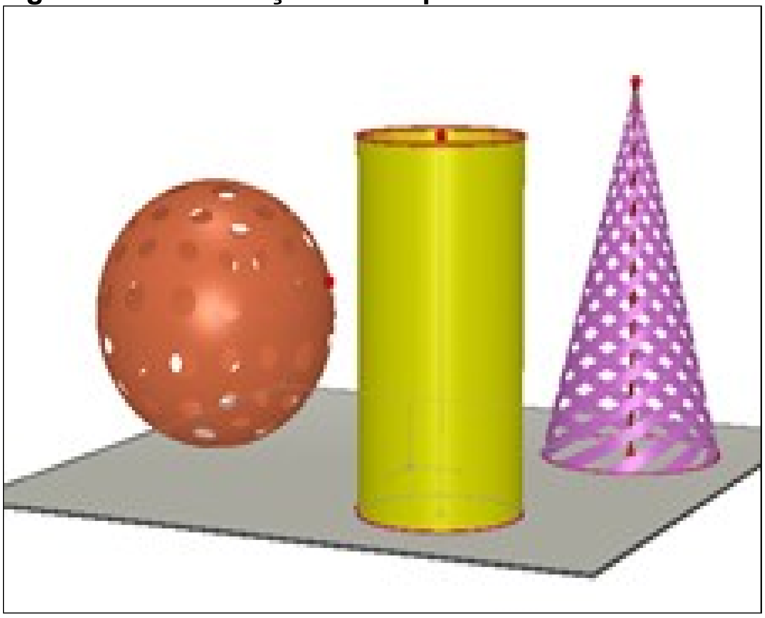
E o que há de diferente entre eles?

A diferença é que o cone é parecido com um chapel di festa i o cilindro é parecido com um lato di oleo.

Fonte: Autor, 2016.

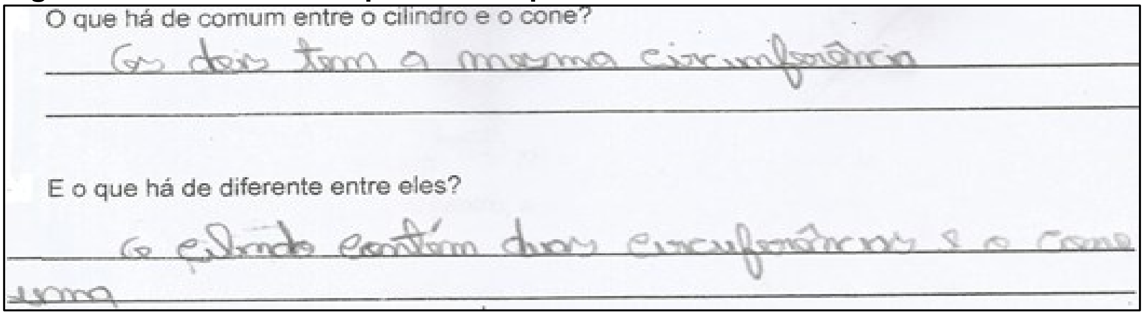
A maioria das duplas identificou que as bases de ambos os sólidos são formadas por circunferências e destacou a diferença entre eles, associando-os aos objetos concretos do mundo real.

Figura 23 - Construções da dupla D6



Fonte: Autor, 2016.

Figura 24 - Recorte da resposta da dupla D6



O que há de comum entre o cilindro e o cone?

Os dois tem a mesma circunferência

E o que há de diferente entre eles?

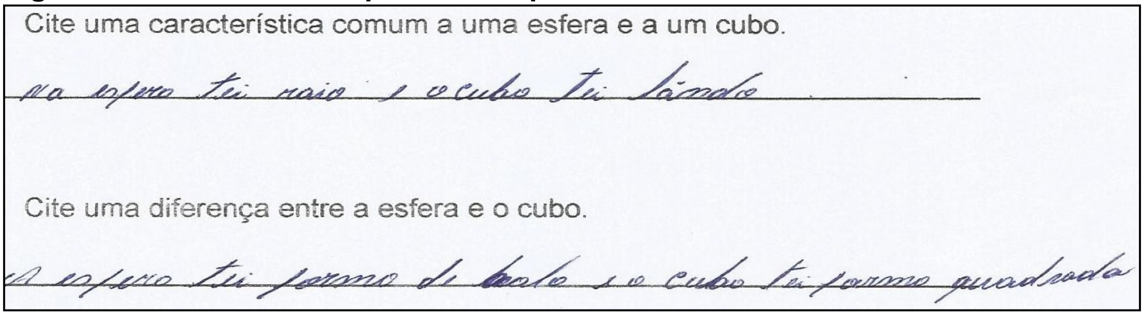
O cilindro contém duas circunferências e o cone uma

Fonte: Autor, 2016.

6.3.2 Análise da segunda atividade da 2ª sessão

Na atividade 2.2, os alunos analisaram dois diferentes tipos de sólidos: a esfera e o cubo. Foi solicitado que eles descrevessem algumas semelhanças e diferenças entre esses sólidos.

Figura 25 - Recorte da resposta da dupla D3


Cite uma característica comum a uma esfera e a um cubo.

a esfera tei raio e o cubo tei lando

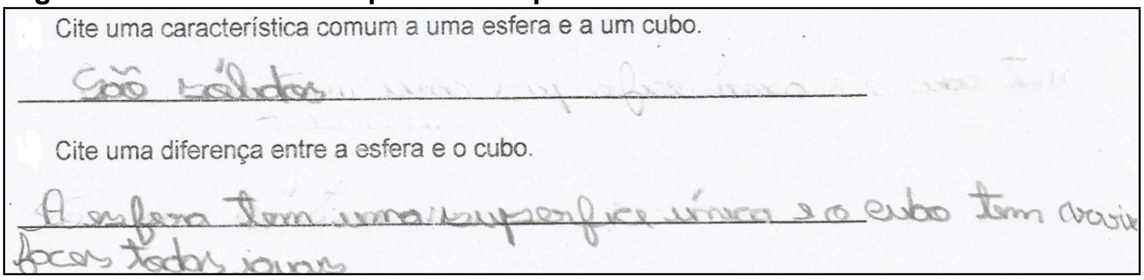
Cite uma diferença entre a esfera e o cubo.

a esfera tei forma de bola e o cubo tei forma quadrada

Fonte: Autor, 2016.

A maioria dos estudantes percebeu que o formato dos sólidos supracitados depende da superfície de suas faces, os alunos identificaram que a esfera possui face única e o cubo é formado por faces quadradas.

Figura 26 - Recorte da resposta da dupla D6


Cite uma característica comum a uma esfera e a um cubo.

São sólidos

Cite uma diferença entre a esfera e o cubo.

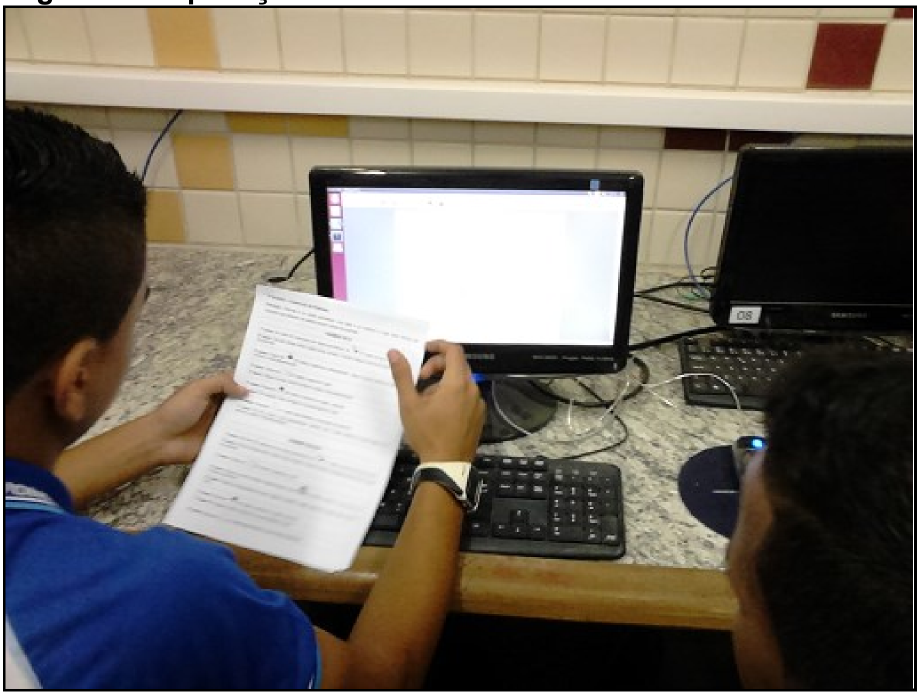
A esfera tem uma superfície única e o cubo tem vários faces todas iguais

Fonte: Autor, 2016.

6.4 Aplicação e análise da 3ª sessão

A aplicação desta sessão ocorreu no dia 13 de janeiro de 2016 com a participação de 12 alunos. A proposta foi a construção de prismas retos e oblíquos. Vale ressaltar que a única dificuldade apresentada por algumas duplas na execução das etapas desta sessão foi o terceiro passo da SD referente à construção do prisma oblíquo. Isso é razoável devido à falta de prática do uso do computador por alguns alunos, no demais ocorreu muito satisfatoriamente, pois os participantes já demonstravam prática e confiança em executar os comandos do *software* Cabri 3D explorados nas sessões anteriores.

Figura 27 - Aplicação da terceira sessão



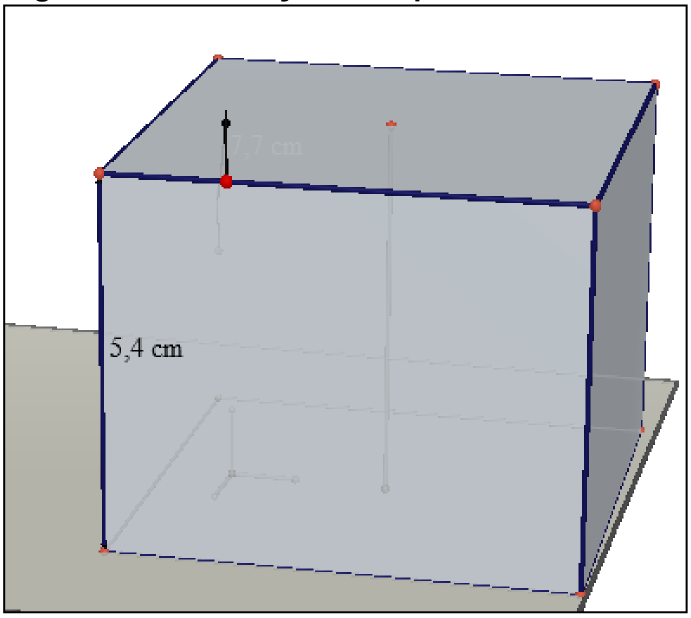
Fonte: Autor, 2016.

Após as construções dos prismas, os participantes receberam as fichas de atividades e, em seguida, responderam cada item de acordo com a visualização, manipulação e análise de suas respectivas construções.

6.4.1 Análise da primeira atividade da 3ª sessão

Na atividade 3.1, os estudantes responderam algumas questões referentes aos prismas retos. Os resultados de suas respostas mostraram que eles tiveram um desempenho satisfatório, todas as duplas responderam corretamente a forma geométrica das bases de cada prisma construído.

Figura 28 - Construção da dupla D3

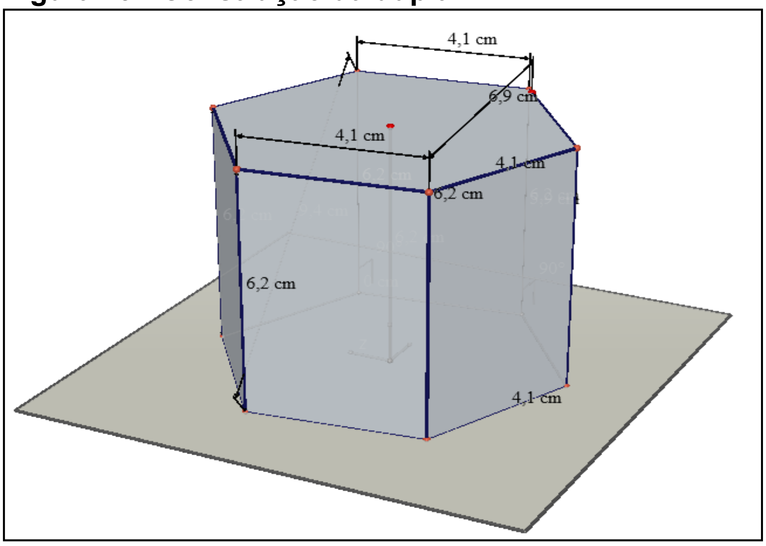


Fonte: Autor, 2016.

A principal dificuldade nesta atividade foi sobre a forma das faces laterais, metade das duplas respondeu “retangular”, a outra metade afirmou que a forma geométrica é “quadrada”. Isso é razoável porque as medições das arestas das bases e das arestas laterais dos prismas indicaram valores próximos, mostrando que os alunos construíram a base com dimensões aproximadas das faces laterais.

Apenas uma dupla respondeu incorretamente o número de faces e vértices, isso mostra que, talvez, tenha ocorrido algum equívoco durante a visualização ou manipulação do prisma.

Figura 29 - Construção da dupla D7



Fonte: Autor, 2016.

Todas as duplas utilizaram corretamente o comando de medição de comprimentos e ângulos, ao medir a altura e o ângulo formado entre as arestas laterais e as arestas das bases dos prismas retos. A análise dessas medições facilitou aos alunos a percepção das propriedades dos prismas retos, o que favoreceu no êxito da conjectura 1 contida na atividade 3.2.

6.4.2 Análise da segunda atividade da 3ª sessão

Na atividade 3.2, os alunos responderam algumas questões acerca dos prismas oblíquos. Foi constatado bom desenvolvimento dos alunos, contudo, os resultados dessa atividade não foram melhores que da atividade anterior, a maior dificuldade apresentada pelos alunos foi a identificação das faces laterais dos prismas oblíquos.

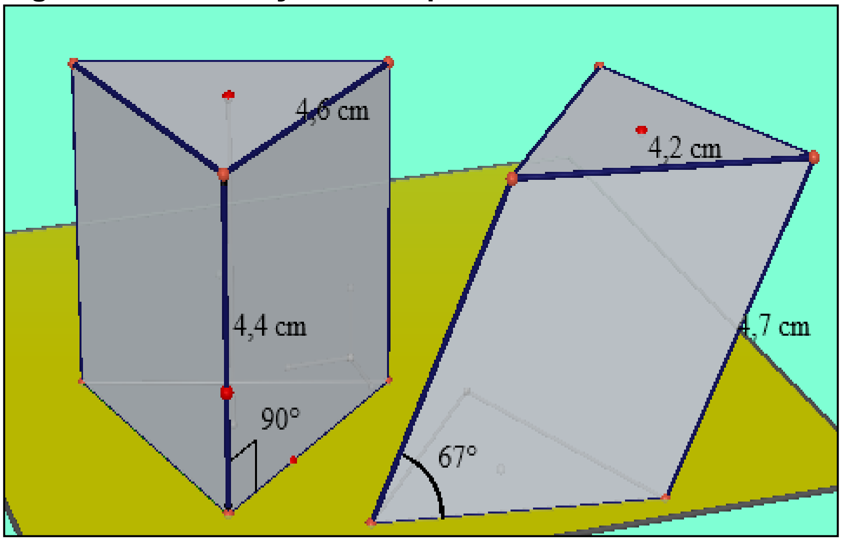
Todas as duplas identificaram corretamente o polígono das bases dos prismas, porém, apenas uma dupla acertou a figura das faces laterais, duas duplas responderam “quadrado” e as outras, responderam “retangular”. Isso evidenciou a insuficiência do conhecimento das propriedades desses quadriláteros.

Apenas uma dupla não respondeu corretamente o número de faces e arestas do prisma oblíquo que construiu, o que pode ter ocorrido algum descuido durante a contagem ou na representação de sua resposta.

Algumas questões desta atividade ajudaram os alunos na compreensão das propriedades dos paralelogramos e forneceram subsídios para a identificação de algumas características dos prismas oblíquos. Os acertos nessas questões foram determinantes para influenciar os alunos nas respostas da conjectura 2, visto que cinco duplas responderam satisfatoriamente.

Ao fim desta sessão, foi possível observar que a interação entre cada dupla, seja no auxílio da utilização correta das ferramentas computacionais ou na assimilação dos conceitos geométricos, trouxe melhores resultados e, de modo geral, os alunos avançaram no conhecimento geométrico.

Figura 30 - Construções da dupla D8



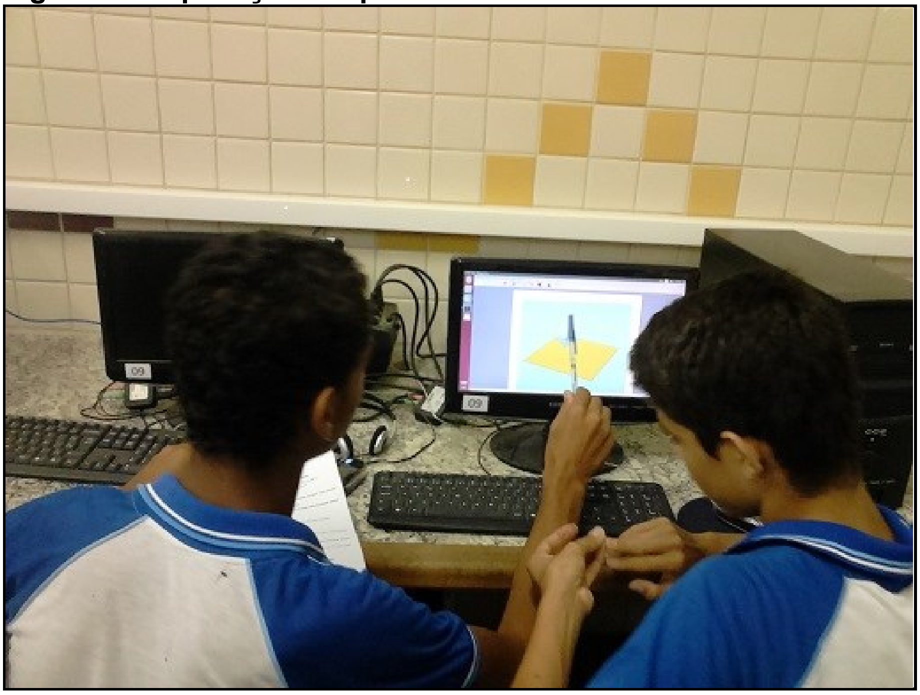
Fonte: Autor, 2016.

As construções dos prismas foram finalizadas com sucesso por todas as duplas. Os alunos utilizaram os comandos de medição de comprimento de segmentos e de ângulos para melhor conhecer as características dos prismas e, assim, diferenciá-los entre retos ou oblíquos. Durante esta terceira sessão da aplicação da sequência didática, foi evidenciado o progresso na autonomia dos alunos perante o processo de construção, apropriação dos elementos e propriedades dos prismas e o avanço gradativo do uso das ferramentas do Cabri 3D e da concepção do espaço tridimensional.

6.5 Aplicação e análise da 4ª sessão

Esta última sessão foi aplicada no dia 20 de janeiro de 2016 aos 14 estudantes, a proposta foi construir pirâmides retas e oblíquas. Cada dupla demonstrou melhor desenvolvimento, habilidade e rapidez na execução da construção. Visto que o processo é bem análogo ao da sessão anterior, nenhuma das sete duplas apresentou dificuldade durante toda a realização desta sessão, no entanto, notou-se que a construção da pirâmide reta foi realizada com mais rapidez.

Figura 31 - Aplicação da quarta sessão



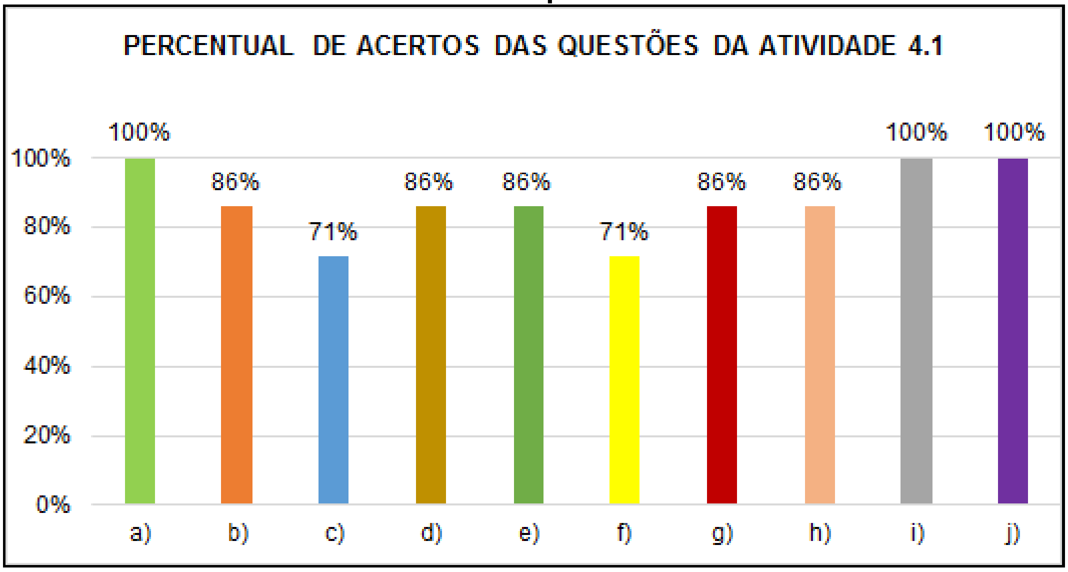
Fonte: Autor, 2016.

As duplas finalizaram com sucesso as etapas da sequência didática nesta sessão. Após as construções das pirâmides, os alunos seguiram respondendo as fichas de atividades com a interação dos sólidos construídos na tela do computador.

6.5.1 Análise da primeira atividade da 4ª sessão

Para analisar as respostas dos alunos é apresentado, inicialmente, o gráfico estatístico da porcentagem de acertos das questões da Atividade 4.1, considerando um universo de 7 duplas.

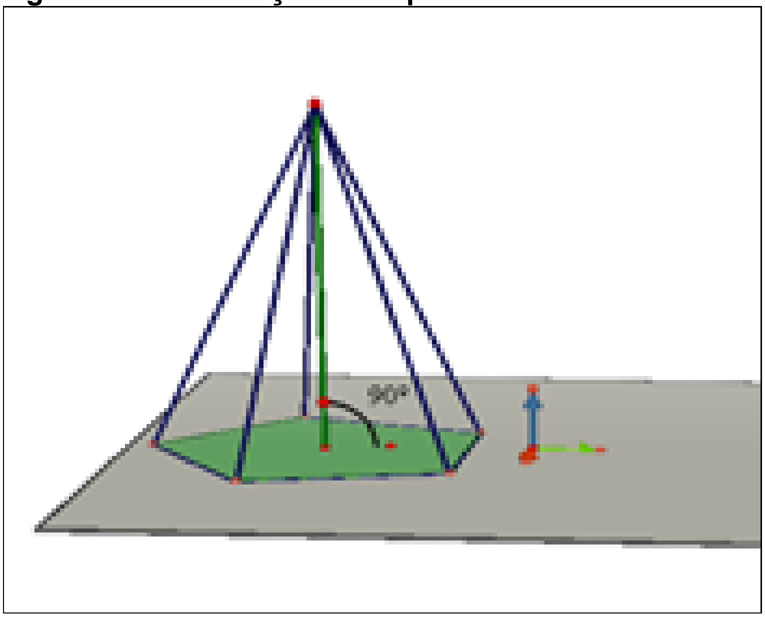
Gráfico 4 - Percentual de acertos das questões da atividade 4.1



Fonte: Autor, 2016.

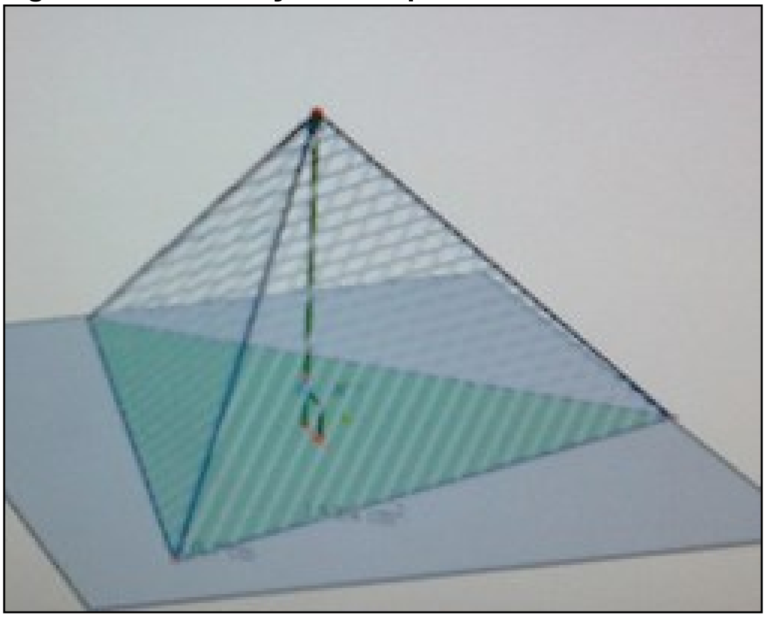
As questões desta atividade são referentes às pirâmides retas, o gráfico 4 nos mostra que todas as duplas reconheceram a figura plana que foi escolhida para ser a base da pirâmide reta, item (a). Somente uma dupla errou a figura das faces laterais, item (b), foi respondido "pirâmide" ou invés de "triângulo". Duas duplas erraram o número de faces da pirâmide, item (c), o que devem ter considerado apenas as faces laterais e ignorado a base da pirâmide durante a contagem.

Figura 32 - Construção da dupla D6



Fonte: Autor, 2016.

Figura 33 - Construção da dupla D2



Fonte: Autor, 2016.

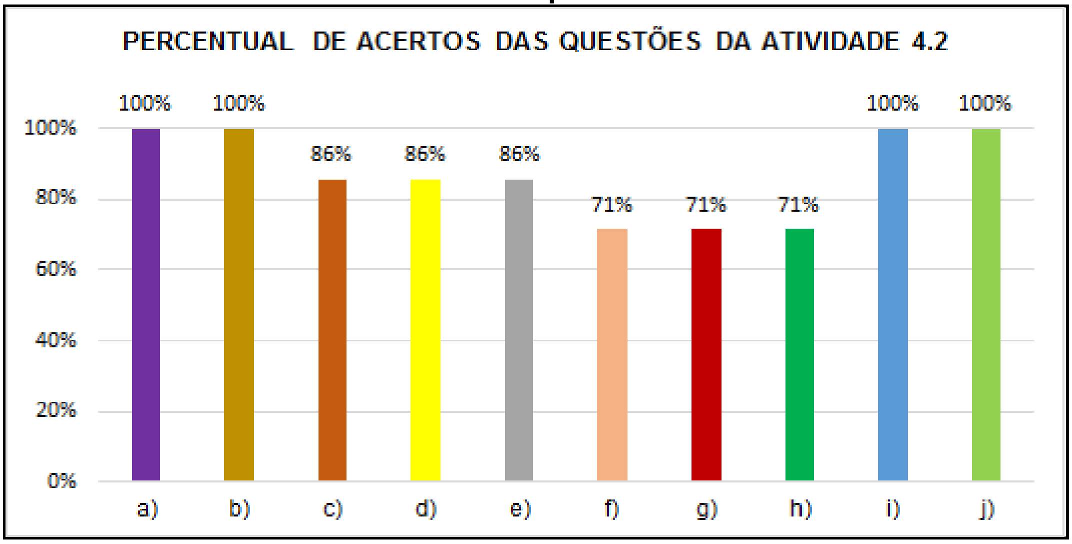
As duplas tiveram bom desempenho na identificação dos vértices e arestas, na percepção da relação entre o número de aresta da base e faces laterais da pirâmide construída, na medição da altura e do ângulo formado entre o vetor construído e a base da pirâmide reta, como estão indicados, respectivamente, no gráfico 4 os itens (d), (e), (g) e (h). Os comandos de medição de áreas e volumes foram utilizados corretamente por todas as duplas, como também estão indicados os acertos dos itens (i) e (j).

Quanto ao envolvimento dos alunos, foi observado que, embora a maioria tivesse um comportamento eufórico no primeiro encontro, mas iniciadas as sessões de experimentação, eles demonstravam interesse e concentração para realizar as construções e responder as fichas de atividades propostas mediante a interação no ambiente Cabri 3D. Essa interação com os sólidos despertava neles curiosidade e propiciava convicção nas suas respostas.

6.5.2 Análise da segunda atividade da 4ª sessão

Inicialmente, é apresentado o gráfico estatístico da porcentagem de acertos das questões da Atividade 4.2 referentes às pirâmides oblíquas.

Gráfico 5 - Percentual de acertos das questões da atividade 4.2



Fonte: Autor, 2016.

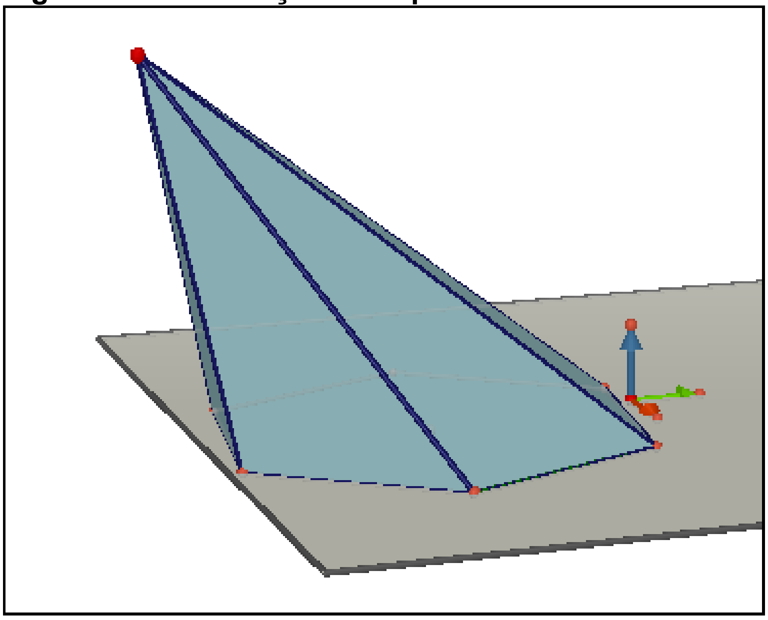
Conforme o gráfico 5, todas as duplas reconheceram corretamente as figuras planas da base e das faces laterais das pirâmides oblíquas que foram construídas pelos próprios alunos no Cabri 3D como indicam os itens (a) e (b).

Semelhante a atividade anterior, uma dupla não respondeu corretamente o número de faces da pirâmide, item (c), talvez tenha considerado apenas as faces laterais e ignorado a base do sólido na contagem. Também houve uma dupla que errou a quantidade de vértices, item (d).

Podemos notar no gráfico 5 que os itens com menos acertos, nesta atividade, foram (e), (f) e (h), porém, apresentaram o percentual de 71% de acertos, ou seja, cinco duplas responderam corretamente essas questões, as quais se referem, respectivamente, ao número das arestas da base da pirâmide relacionado às faces laterais, às medições das arestas e dos ângulos formados entre o vetor construído e o plano da base da pirâmide oblíqua.

Observou-se que os comandos para medir altura e ângulo apresentaram algumas dificuldades pelos alunos, porém, a maioria utilizou esse recurso com sucesso, como estão indicados os itens (g) e (h) no gráfico 5. Já os comandos para medir a área e o volume da pirâmide oblíqua foram facilmente utilizados, como podemos observar os percentuais dos itens (i) e (j).

Figura 34 - Construção da dupla D4

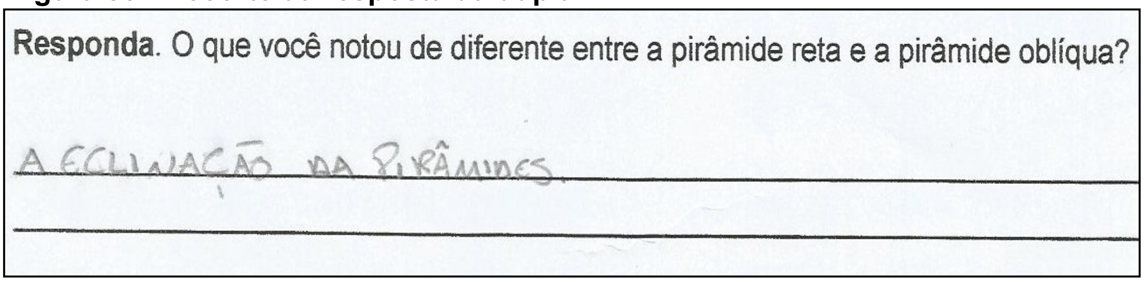


Fonte: Autor, 2016.

Quanto à pergunta pertinente a algumas diferenças entre as pirâmides, as duplas responderam espontaneamente por meio do recurso de visualização e manipulação dos sólidos. A seguir, serão apresentados recortes de algumas respostas dos alunos:

Algumas duplas destacaram, assim como a dupla D4, a inclinação que difere a pirâmide reta da pirâmide oblíqua.

Figura 35 - Recorte da resposta da dupla D4



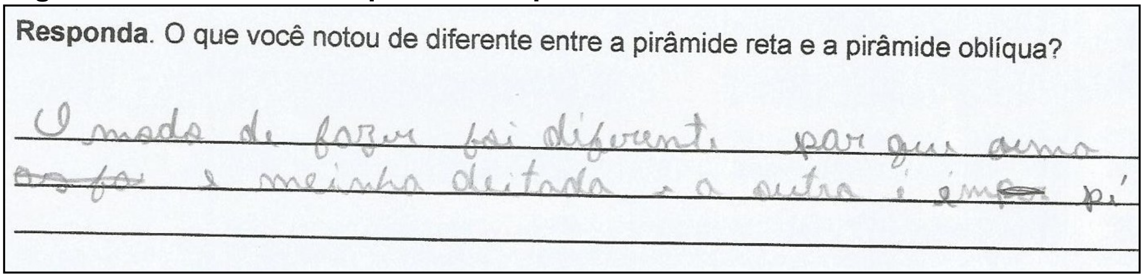
Responda. O que você notou de diferente entre a pirâmide reta e a pirâmide oblíqua?

A ECLINAÇÃO DA PIRÂMIDES.

Fonte: Autor, 2016.

Outras duplas, como a dupla D2, atentaram para o processo de construção das pirâmides e, também, destacou a inclinação apresentada somente na pirâmide oblíqua.

Figura 36 - Recorte da resposta da dupla D2

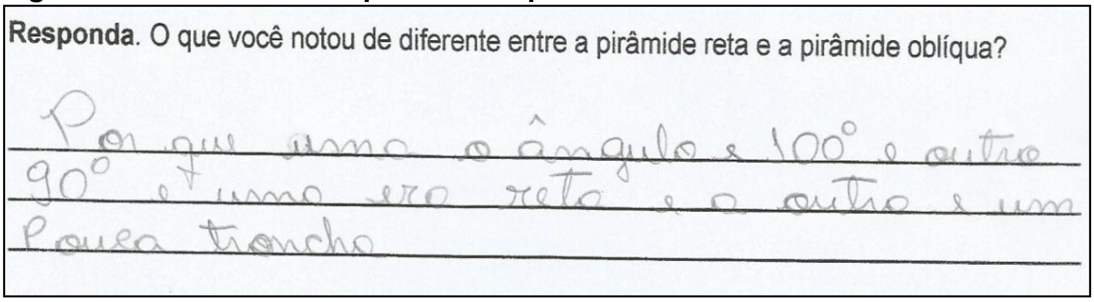

Responda. O que você notou de diferente entre a pirâmide reta e a pirâmide oblíqua?

O modo de fazer foi diferente porque uma ~~as foi~~ é meinha deitada e a outra é em pé

Fonte: Autor, 2016.

Assim como a dupla D6, houve duplas que destacaram os ângulos encontrados na medição do ângulo formado entre a base da pirâmide e o segmento que une o centro da base da pirâmide ao seu vértice.

Figura 37 - Recorte da resposta da dupla D6


Responda. O que você notou de diferente entre a pirâmide reta e a pirâmide oblíqua?

Porque uma o ângulo é 100° e outra 90° e uma era reta e a outra é um pouca troncho

Fonte: Autor, 2016.

No fim desta última sessão, foi constatado que os alunos tiveram melhor desenvolvimento, habilidade e rapidez na execução das construções no Cabri 3D; além da assimilação das características e elementos dos sólidos construídos com autonomia.

6.6 Análise do questionário final

Após a conclusão da última sessão da aplicação da sequência didática, os quatorze alunos responderam, individualmente, um questionário referente ao uso do computador no dia a dia, às construções interativas realizadas no *software* Cabri 3D e à relevância do Cabri 3D para o estudo de Geometria nas aulas de Matemática.

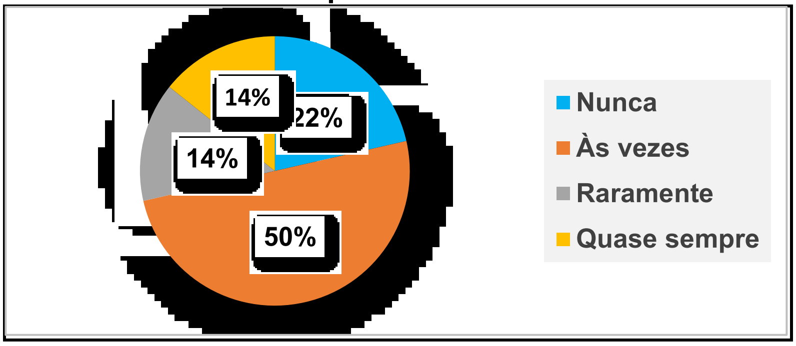
Quanto à pergunta sobre a frequência da utilização do computador no dia a dia, o gráfico 6 revela que 14% dos alunos nunca anteriormente haviam utilizado o computador.

Gráfico 6 - Frequência do uso do computador

Fonte: Autor, 2016.

Sobre o uso do computador nas atividades escolares, o gráfico 7 indica que metade dos alunos, às vezes, utiliza o computador para fins educacionais.

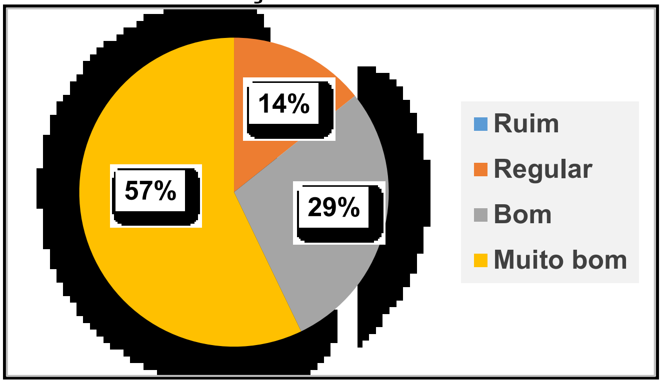
Gráfico 7 - Uso do computador nas atividades escolares



Fonte: Autor, 2016.

Quanto à consideração dos alunos em relação à utilização do Cabri 3D nas atividades realizadas, o gráfico 8 apresenta as respectivas avaliações sobre o referido *software*: 57% dos alunos avaliaram como sendo “muito bom”, 29% consideraram “bom”. Apenas 14% acharam “regular”, nenhum aluno considerou o *software* “ruim”.

Gráfico 8 – Avaliação do software Cabri 3D



Fonte: Autor, 2016.

Quando perguntado se achou interessante a construção dos sólidos geométricos no *software* Cabri 3D, todos os alunos afirmaram que sim, também quando perguntado se gostaria de utilizar o Cabri 3D nas aulas de Matemática, todos os alunos responderam positivamente.

De acordo com as respostas coletadas no questionário final, foi observado que embora os alunos participantes, na sua maioria, não fizessem o uso constante do computador em seu cotidiano e nem tivessem a prática de seu uso nas atividades escolares, todos acharam interessante as construções realizadas no Cabri 3D e, além disso, eles também demonstraram interesse em utilizar o referido *software* nas aulas de Matemática. Entre esses alunos, somente 14% deles avaliaram o Cabri 3D como “regular”, no entanto, vale ressaltar que esses alunos foram, exatamente, os mesmos que também revelaram nunca ter utilizado o computador anteriormente.

A sequência didática, desenvolvida e aplicada aos alunos, demonstrou aceitação e relevante utilidade, fácil de ser entendida e executada pelos alunos do Ensino Fundamental, independentemente de sua prática com o computador. Com isso, entendemos que, ao seguir o “passo a passo” da construção das figuras geométricas no Cabri 3D, os estudantes deixam de ser meros ouvintes ou apenas repetidores de conceitos, mas sim, tornam-se aprendizes atuantes na aquisição do conhecimento.

Dentre a postura dos participantes no estudo, vale salientar o entusiasmo referente à execução da sequência didática, a participação e empenho do grupo; embora, algumas dificuldades iniciais foram pontuadas durante o manuseio dos componentes do computador por parte de alguns alunos, que ficando mais atentos aos comandos, logo se adequaram, conseguindo concluir a sequência didática com autonomia, superando assim as suas limitações. Ao longo da aplicação dessa sequência didática, o *software* Cabri 3D mostrou-se ser um excelente instrumento pedagógico, fascinante, interativo e integrador. Verificou-se que uma atividade didática, organizada e direcionada para esse ambiente virtual proporciona interesse e participação ativa por parte dos discentes, além de favorecer aquisição e apropriação do conhecimento geométrico. Os alunos que a princípio tinham dificuldades em nomear os sólidos, após envolver-se na construção e manipulação das figuras, apresentaram um maior desenvolvimento do saber crítico, demonstrando apropriação das características peculiares e relacionando com propriedade os objetos às suas respectivas nomenclaturas. Sendo assim, a nossa proposta didática é coerente ao modelo proposto por Van Hiele, o qual sugere que os alunos evoluam no raciocínio geométrico por meio de níveis de compreensão dos conceitos.

A Teoria da Instrumentação foi pertinente para mostrar que a incorporação do objeto de estudo torna-se uma alternativa bastante eficiente e construtiva para a educação matemática no âmbito do processo de ensino e aprendizagem em Geometria. Uma sala de informática equipada com esse software de geometria dinâmica permite ao professor inserir atividades que podem transformar o ambiente em um verdadeiro laboratório de curiosidades e descobertas, o que já foi constatado por Gravina (2001). Por meio da análise *a posteriori* podemos conceber o *software* Cabri 3D como um valioso instrumento de ensino que possibilita a concepção espacial e favorece ascendentemente o conhecimento de Geometria. Haja vista que o Cabri 3D era inicialmente um artefato para os participantes, uma vez que, os sujeitos envolvidos na pesquisa não conheciam o *software*, tão pouco sabiam utilizá-lo e outros nem tinham habilidades em manusear os periféricos do computador. Porém, eles foram desenvolvendo os esquemas de utilização que possibilitaram no decorrer de cada sessão promover o Cabri 3D de artefato a um instrumento de uso para construir, visualizar e manipular as figuras geométricas. Esses fatores proporcionaram condições fundamentais para o sucesso do processo de criação com autonomia e eficiência.

Enquanto os elementos da abordagem instrumental fazem compreender que a integração do Cabri 3D aos recursos didáticos do professor torna o *software* em um aliado às práticas pedagógicas nas aulas de Geometria, os procedimentos da Engenharia Didática possibilitaram delinear a evolução do desenvolvimento dos estudantes durante toda a realização dessa pesquisa, considerando que no primeiro encontro foi constatado que os alunos apresentavam um conhecimento prévio muito carente em relação aos conceitos geométricos e mínima concepção do espaço tridimensional. No entanto, à medida que eles se envolviam, demonstravam, através das interações sujeito-objeto-instrumento, apropriar-se das características elementares dos sólidos e suas respectivas nomenclaturas; provocando, assim, mudanças com relação ao saber. Além disso, chegaram a refletir, conjecturar sobre suas próprias construções e as associar com objetos concretos do cotidiano, como assim é indicado nos PCN (Brasil, 1998). Isso confirma o que foi observado por Bittar (2011), quando afirma que a tecnologia deve ser usada com a finalidade de permitir ao aluno ter acesso a propriedades ou a aspectos de um conceito, enfatizando com isso a distinção entre a inserção e a integração da tecnologia em sala de aula, essa se dá quando o professor incorpora a tecnologia como recurso para atingir os seus objetivos em situações de ensino e aprendizagem.

7 CONSIDERAÇÕES

A nossa percepção sobre a integração da tecnologia às práticas docentes coaduna com as ideias de muitos pesquisadores, tendo em vista os resultados obtidos em seus estudos, em que a evidencia como um fator decisivo para a transformação do processo de ensino e aprendizagem em Matemática por propiciar o desenvolvimento das estruturas cognitivas dos estudantes por meio da interação sujeito-instrumento.

Esse trabalho foi bastante gratificante, pois proporcionou a superação de muitos desafios que eram instituídos em relação ao uso do *software* de geometria dinâmica Cabri 3D. Desafios estes que compreendiam conhecer suas ferramentas e possibilidades, a fim de torná-lo um instrumento pedagógico; prosseguindo por entraves na elaboração e aplicação da sequência didática para contemplar os conteúdos de Geometria Espacial inerentes ao ensino fundamental; e, por fim, superar o anseio de promover a interação dos participantes, diminuindo as possíveis dificuldades na interpretação textual e na usabilidade do computador. Sobretudo, permitiu um novo olhar diante às potencialidades dos meios tecnológicos, por entender a necessidade da integração das TIC no ambiente escolar, visando possibilidades de novas estratégias de ensino e aprendizagem no contexto da educação matemática.

Foi constatado nessa pesquisa que alguns alunos nunca haviam utilizado o computador, isso tornou mais plausível esse trabalho porque pôde favorecer não apenas o conhecimento matemático aos participantes envolvidos na pesquisa, mas também, promover a inclusão digital a esses cidadãos.

Pode-se entender a utilização dessa sequência didática como uma oportunidade de conceber o ensino da Geometria em uma abordagem não imediatista, mas diferente da utilizada comumente em sala de aula e ainda, indicá-la como um fator motivador tanto para o aluno como também para o professor, a fim de trazer a lume uma nova perspectiva para favorecer o ensino e a aprendizagem em Geometria. É bem verdade que existem muitos obstáculos, seja por falta de recursos tecnológicos nas escolas públicas, onde poucas delas possuem um laboratório de informática que funcione adequadamente, ou até mesmo, pela resistência às mudanças de metodologias ou dificuldade em desenvolver novas didáticas de ensino por parte dos professores.

Ressaltamos que, neste trabalho, não temos a pretensão de determinar a melhor forma de abordar os temas da Geometria Espacial no ensino fundamental, mas sim, de criar propostas metodológicas alternativas para o ofício do professor de Matemática, com a integração de recursos tecnológicos como ferramenta pedagógica. Destacamos ainda, que a sequência didática a qual é proposta como produto educacional, pode ser estendida e adaptada para quaisquer níveis de ensino, de acordo com os objetivos delimitados.

Diante do que foi exposto nesse estudo, concluímos que a utilização de um *software* de geometria dinâmica como Cabri 3D, ou outro similar, é oportuno para ser integrado aos recursos didáticos das aulas de Matemática, por essa tecnologia proporcionar ao professor mudanças em suas práticas de ensino; e ao aluno, uma descoberta singular na experimentação das construções interativas, promovendo-o como protagonista do saber matemático; fatores que podem tornar o processo de ensino e aprendizagem mais significativo.

A integração das tecnologias informáticas na educação vem sendo debatida, estudada e defendida por muitos especialistas nos assuntos educacionais. Porém, ainda, é uma realidade bem distante das salas de aula, principalmente das escolas públicas de ensino. Portanto, se faz necessário que as autoridades competentes tratem com seriedade o essencial papel da escola na transformação da sociedade atual e futura. E por isso, deve haver investimentos na educação que, de fato, estejam ao nível do nobre princípio do ofício docente.

Por fim, esperamos que a nossa sequência didática, desenvolvida a partir desse trabalho e respaldada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), possa ser aplicada por docentes em suas salas de aula com a pretensão de oferecer um ensino de qualidade e despertar o interesse dos estudantes da Educação Básica pela Matemática.

REFERÊNCIAS

ALAGOAS. Secretaria de Estado da Educação e do Esporte – SEE. **Referencial Curricular da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino de Alagoas**. Educação Básica. Referencial Curricular. Matemática. 1ª Edição. Maceió/AL, 2014.

ALBUQUERQUE, A. G; SOUZA, E. R. O ensino da geometria através dos PCNs e atividades propostas em livros didáticos. Recife, 2003.

ALMEIDA, T. C. S. **Sólidos arquimedianos e CABRI 3D:** um estudo de truncaduras baseadas no renascimento. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2010.

ALMOULOUD, S. Ag. **Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos**. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica-Campinas. São Paulo: Papirus, pp. 125-148. 2010.

ALVES, George de Souza; SOARES, Adriana Benevides. **Geometria Dinâmica: Um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do software Tabulae**. Disponívelem:http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/library/WIE_George_Adriana.pdf>Acesso em 17 de agosto de 2015.

ARAÚJO; J. L; BORBA, M. C. **Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 87-112.

BITTAR, Marilena. **A incorporação de um software em uma sala de Matemática: uma análise segundo a abordagem instrumental**. Prelo, 2010.

BITTAR, Marilena. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 157-171. Editora UFPR, 2011.

BORBA, M. C. **Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento**. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 2ed. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRAVIANO, G; RODRIGUES, M.H.W.L. Geometria Dinâmica: Uma nova geometria? RPM: Revista do Professor de Matemática, n. 49, p 22-26, **SBM**, 2002.

CABRILOG, Cabri 3D: Manual do usuário, 2007. Disponível em: http://download.cabri.com/data/pdfs/manuals/c3dv2/user_manual_pt_br.pdf.

CARVALHO, J. B. P; LIMA, P. F. O uso do livro didático de Matemática, v.17, Brasília, 2010.

CAVALCA, Antonio P. **Espaço e Representação Gráfica:** Visualização e Interpretação. Dissertação de Mestrado PUC-SP, 1997.

COSTA, Maria Aparecida; LIMA, Sônia Regina dos Reis. **Estudo de prismas:** uma análise a partir do livro didático. Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alfenas. Alfenas, 2010.

CHAVES, Juliana de Oliveira. **Geometria espacial no ensino fundamental:** uma reflexão sobre as propostas metodológicas. Viçosa, MG, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. Projeto Teláris. São Paulo: Ática, 2012.

FEIJÓ, Adriano Brandão. **O ensino da Matemática Financeira na graduação com a utilização da Planilha e da calculadora:** uma investigação comparativa. Dissertação (Mestrado) – Educação em Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2007

FERREIRA, Fernanda Aparecida. **Demonstrações em Geometria Euclidiana:** o uso da Sequência Didática como recurso metodológico em um curso de licenciatura de Matemática. Dissertação de Mestrado – Ensino de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2008.

FONTES, Maurício de M; FONTES, Dineusa J. S. Utilização do Software GeoGebra no Ensino de Geometria. In: Encontro Nacional de Ensino de Matemática, X. Salvador – BA, 2010.

GARDNER, Howard. **Estruturas da mente:** a Teoria das Múltiplas Inteligências. Porto Alegre: Artes Médicas, c1994. Publicado originalmente em inglês com o título: The frams of the mind: the Theory of Multiple Intelligences,1983.

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmico e o pensamento hipotético – dedutivo.** Tese de Doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2001

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria dinâmica:** uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. In: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 1996, Belo Horizonte. Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 1996.

HENRIQUES, A. Análise Institucional e Sequência Didática: Aplicação de conteúdos de Licenciatura em Matemática na Educação Básica - Disponível em: https://sites.google.com/site/gpemac/artigos. Acesso em 25 de junho de 2014.

JAHN, A. P; BONGIOVANNI, V. Explorações em geometria especial com o software Cabri 3D, IV Colóquio de História e Tecnologia no Ensino da Matemática (htem), 5 a 9 de maio, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.

JAHN, Ana Paula; FLORES, Jesus. Explorando Objetos Espaciais no Ambiente Cabri 3D. Mini-curso ministrado no IX ENEM 2007. B. H. julho, 2007.

KALLEF, A. M. M. R.; HENRIQUE, A. S.; REI, D. M.; FIGUEIREDO, L.G., Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – o modelo de Van Hiele. **Bolema**, Rio Claro, n. 10, 1994. p. 21-30.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância.** 2. ed. Campinas. Papirus, 2004.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. **A construção do saber:** manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Trad. Heloisa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artmed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.

LEIVAS, J. C. P. O Cabri 3D como ferramenta para desenvolver visualização dos primeiros axiomas de geometria euclidiana no espaço, VI Congreso Iberoamericano 126 de CABRI (IBEROCABRI), 6, 7 y 8 de agosto, 1. ed., **Anais...** Lima – Peru, PUCP, 2012.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. Coleção do Professor de Matemática. SBM, 2006.

LORENZATO, Sérgio. Porque não ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista. Blumenau: **SBEM**, Ano III, n. 4, 1995.

LORENZATO, Sergio; VILA, M. C. Século XXI: qual Matemática é Recomendável? A Posição do “The National Council of Supervisors of Mathematics”. **Zetetiké**, Campinas: ano 1, nº1, março de 1993, pg. 41 a 50.

MACHADO, Candida Aparecida; SCHEFFER, Nilce Fátima. O professor em formação e as tecnologias informáticas. Ensino de Ciência e Tecnologia em Revista – Vol. II, n.4. jul./dez. 2012. Disponível em http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/tic_professores/numero%204%20-%20431.pdf. Acesso em: 30 de outubro de 2015.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Engenharia Didática. IN: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

MONTENEGRO, G. **Inteligência Visual e 3–D:** Compreendendo Conceitos Básicos da Geometria espacial. São Paulo: Edgard Blücher. 2005.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto - Revista de Educação Matemática – Vol. 9.No. 9-10 (2004-2005). Disponível em www.sbempaulista.org.br/RevEdMatVol9.pdf. Acesso em: 17 de junho de 2014.

NASSER, Lílian; SANT'ANNA, Neide P. Geometria segundo a teoria de Van Hiele. Rio de Janeiro. IM/UFRJ - Projeto Fundão, 2000.

ROGENSKIL, M. L. C.; PEDROSO, S.M.D. O Ensino de Geometria na Educação Básica: Realidade e Possibilidades, 2008. Disponível em:<www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4>. Acesso em 20 junho de 2014.

RUBIÓ, Angel Panadés; FREITAS, Luciana Maria Tenutade. **Matemática e suas Tecnologias.** São Paulo: IBEP, 2005. v.3.

SANTANA, J. R. Do Novo PC ao Velho PC: **A prova no ensino da Matemática a partir do uso de recursos computacionais.** Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2002.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação** 4. ed. rev. atual. – Florianópolis: UFSC, 2005.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo Olhar Matemática.** – 1 ed. – São Paulo: FTD, (Coleção novo olhar; v. 2), 2010.

PAIS, LUIZ Carlos. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PASSOS, C.L.B. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: a Geometria na sala de aula.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). UNICAMP, Campinas, 2000.

PAVANELO, M. R. **O abandono do ensino de Geometria:** Uma visão histórica. Dissertação (Mestrado em Educação: Metodologia do Ensino). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1989.

PAVANELLO, M. R. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. In: Revista **Zetetiké**, ano 1, nº 1, UNICAMP, Faculdade de Educação, 1993, p. 07-17.

PONTE, João Pedro da, Tecnologias de Informação e Comunicação na Formação de Professores: que Desafios? Revista Ibero-Americano de Educación, 2000, n. 24. p. 63-90. Disponível em: < http://www.rieoei.org/rie24a03.PDF > Acesso em: 26 out 2015.

PIRES, C.M.C. **Currículos de Matemática:** da Organização Linear à Ideia de Rede. São Paulo: FTD. 2000.

VALENTE, J. A. **O uso inteligente do computador na Educação.** Pátio Revista Pedagógica. Artes Médicas Sul, ano 1, nº1, pp.19-21, 1997.

______. Diferentes Usos do Computador na Educação. In: J. A. Valente (Org.), Computadores e Conhecimento: repensando a educação (pp.1-23). Campinas, Gráfica da UNICAMP, 2003.

VITA, A. C. **Análise instrumental de uma maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade por alunos cegos.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo: PUC/SP, 2012.

SALAZAR, Jesus; VITA, Ainda; ALMEIDA, Talita. Visualização em Geometria Espacial: uma abordagem usando Cabri 3D. SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2008, Recife. Matemática Formal e Matemática não-Formal 20 anos depois: sala de aula e outros contextos. Universidade Federal Rural de Pernambuco, 155f, Recife, 2008.

SALAZAR, J.V.F. **Gênese Instrumental na interação com Cabri 3D:** um estudo de Transformações Geométricas no Espaço. Tese de doutorado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Teste diagnóstico

Caros alunos.

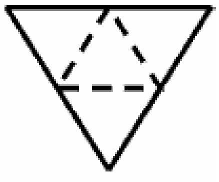
Venho, por meio deste questionário, solicitar a sua contribuição para o desenvolvimento da minha pesquisa de mestrado. Deste já, agradeço a sua cooperação.

Escola: ....

Nome: ....Idade.........Turma..........Data....../....../.....

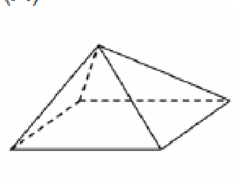
QUESTIONÁRIO

Questão 01 - Bia recortou a figura abaixo e, em seguida, fez uma colagem para obter um sólido de papelão.

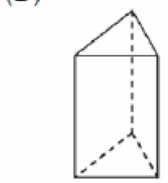


O sólido que Bia obteve foi:

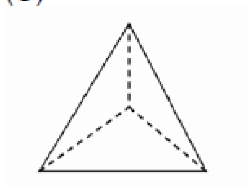
(A)



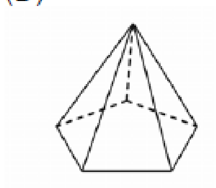
(B)



(C)

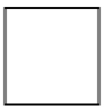


(D)



Questão 02 - Observe as figuras abaixo.

retângulo



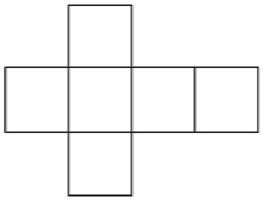
quadrado

Considerando essas figuras, marque a alternativa correta:

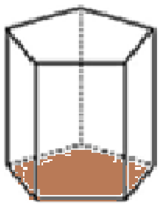
(A) os ângulos do retângulo e do quadrado são diferentes.
(B) somente o quadrado é um quadrilátero.
(C) o retângulo e o quadrado são quadriláteros.
(D) o retângulo tem todos os lados com a mesma medida.

Questão 03 - Montando a caixa abaixo, ela tem forma de:

(A) cubo.
(B) paralelepípedo.
(C) pirâmide.
(D) cilindro.



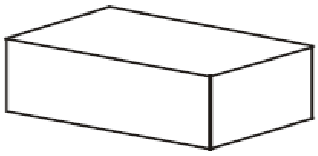
Questão 04 - Observe o sólido abaixo.



A base desse sólido tem a forma de um ________________.

(A) hexágono.
(B) pentágono.
(C) quadrilátero.
(D) triângulo.

Questão 05 - Quantos retângulos formam a caixa abaixo?
(A) 3
(B) 4
(C) 6
(D) 8

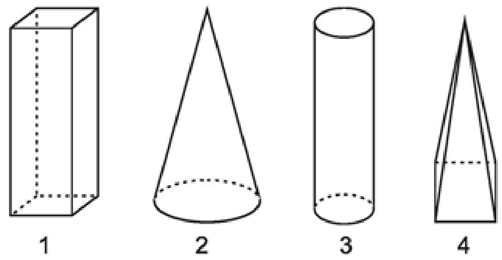


Questão 06 - Você pode ver aqui a fotografia de uma casa de fazenda com o telhado em forma geométrica.

Que figura geométrica representa o modelo matemático do telhado da casa?

(A) Cone
(B) Cubo
(C) Pirâmide
(D) Esfera

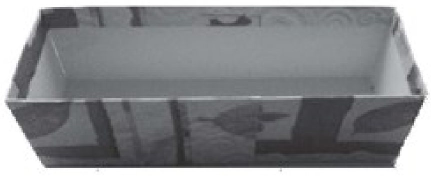
Questão 07 - Veja as quatro figuras abaixo:



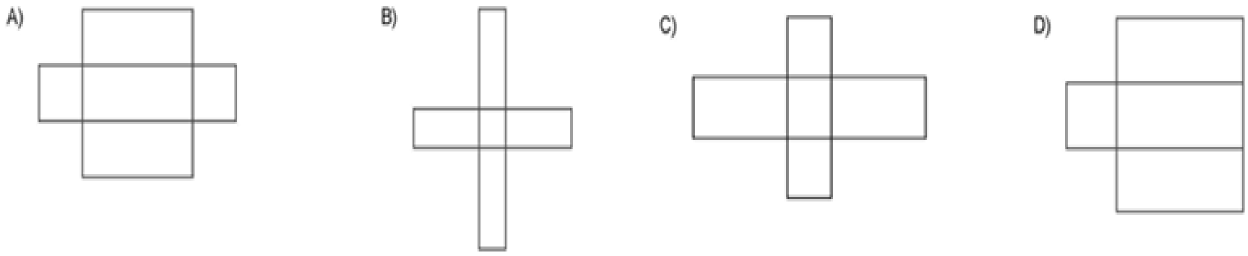
Quais delas são poliedros?

(A) 1 e 3
(B) 2 e 4
(C) 2 e 3
(D) 1 e 4

Questão 08 - Observe abaixo uma representação da caixa sem tampa que Márcia montou, em forma de paralelepípedo retângulo, para guardar suas bijuterias.



Qual foi o molde que Márcia usou para montar essa caixa?



APÊNDICE B – Questionário final

Leia as perguntas e marque a sua resposta:

1. Você usa o computador com frequência?

   a) ( ) nunca b) ( ) às vezes c) ( ) raramente d) ( ) quase sempre

2. Você usa o computador para atividades escolares?

   a) ( ) nunca b) ( ) às vezes c) ( ) raramente d) ( ) quase sempre

3. O que você achou do *software* Cabri 3D?

   a) ( ) ruim b) ( ) regular c) ( ) bom d) ( ) muito bom

4. Você achou interessante a construção dos sólidos geométricos no Cabri 3D?

   ( ) sim

   ( ) não

5. Você gostaria de utilizar o software Cabri 3D nas aulas de Matemática?

   ( ) sim

   ( ) não

APÊNDICE C - Termo de consentimento da escola

TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA

Escola Maria Ivone Santos de Oliveira
SEEE, Conj. Cidade Universitária
INOCOOP
Decreto Nº 38.555.11/09/200

AUTORIZAÇÃO

Eu RAMIRO CORDEIRO DOS SANTOS, responsável pela direção da unidade de ensino, autorizo a realização do estudo ***O software Cabri 3D como instrumento para o ensino de Geometria Espacial no ensino fundamental*** a ser conduzido pelo professor/pesquisador José Wellington Santos Silva. Fui informado pelo responsável do estudo sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição a qual represento. Esta instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem estar dos sujeitos de pesquisa nela recrutados, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem estar.

Maceió, 25 de novembro de 2015.

Ramiro Santos

Assinatura e carimbo do Diretor(a) da Escola

RAMIRO CORDEIRO DOS SANTOS
MAT. Nº 1055 DIRETOR GERAL
PORT/SEDUC Nº 3716/2015

APÊNDICE D – Produto educacional

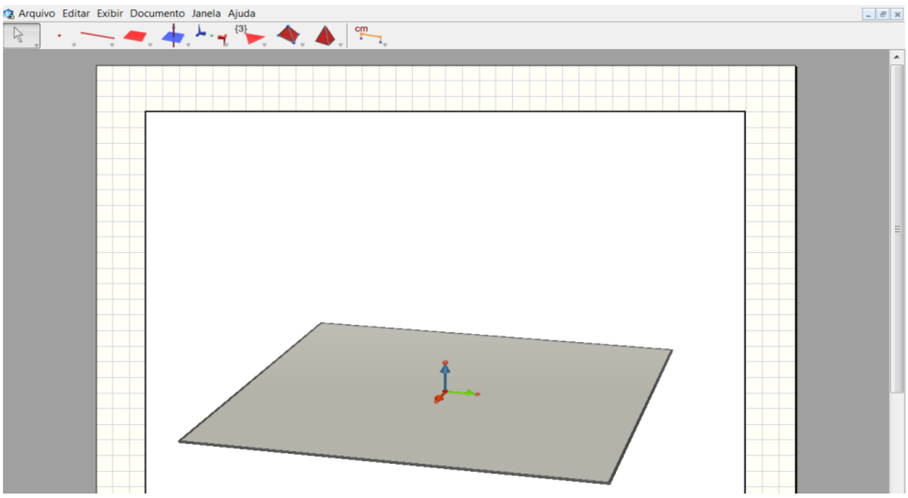
SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM O *SOFTWARE* CABRI 3D

1 APRESENTAÇÃO DO *SOFTWARE* CABRI 3D

O Cabri 3D trata-se de um programa educativo, desenvolvido pela Cabrilog, disponível no endereço eletrônico http://www.cabri.com. Atualmente, está na sua segunda versão *(Cabri 3D v2)*. É um software de geometria dinâmica que possibilita a construção, manipulação e a visualização de diversos objetos tridimensionais em diferentes ângulos de observação. Também é possível que tais objetos ou animações construídas sejam salvas, impressas e publicadas em páginas da web ou documentos de textos.

Apresentaremos algumas informações básicas sobre a utilização do *software Cabri 3D*[4]. Outras informações poderão ser obtidas no menu "Ajuda" do programa (em português) ou no manual do utilizador, disponível no endereço eletrônico:http://download.cabri.com/data/pdfs/manuals/c3dv212/user-manual-por.pdf.

Figura 1 - Área de trabalho do Cabri 3D

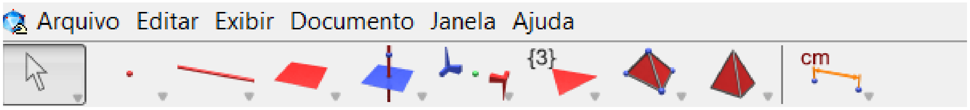


Fonte: Autor, 2016.

[4] O Cabri 3D não é um software livre, mas no site www. Cabri.com pode-se obter a versão Demo.

Na figura 1, podemos observar a área de trabalho, a barra de menu e a barra de ferramentas do Cabri 3D. Nos itens abaixo, descrevemos algumas das opções encontradas na barra de ferramentas:

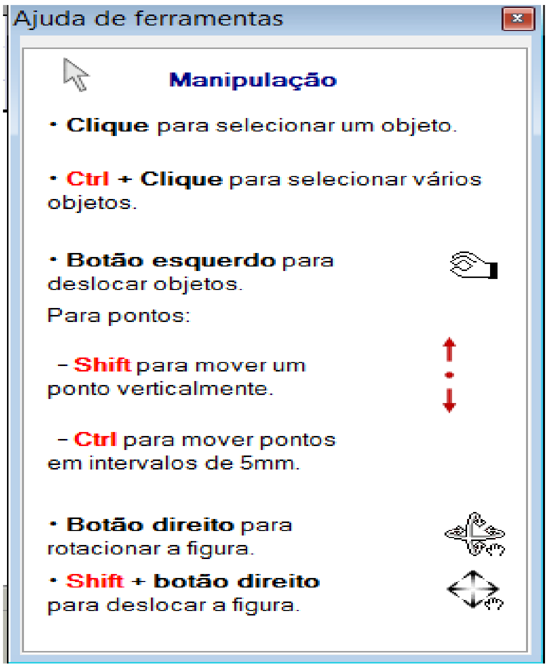
Figura 2 38- Barra de ferramentas do Cabri 3D



Fonte: Autor, 2016.

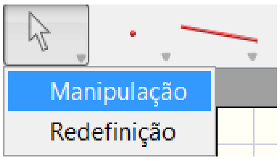
Em todos os botões aparece uma seta no canto inferior direito. Esta, ao ser clicada, permite visualizar as opções existentes. A função de cada um desses botões será mostrada ao ativar a “Ajuda de ferramentas”, clicando na aba “Ajuda” da barra de “menu” ou teclando “F1”.

Figura 3 - Janela do menu “Ajuda de ferramentas”



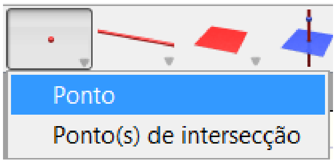
Fonte: Autor, 2016.

- Clicando na seta do 1º botão , visualizamos as seguintes opções:



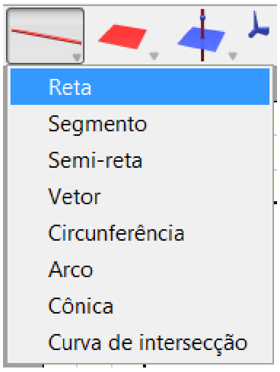
Essa ferramenta permite selecionar, mover, rotacional ou deslocar a figura geométrica, além de redefinir pontos.

- Clicando na seta do 2º botão , visualizamos as seguintes opções:



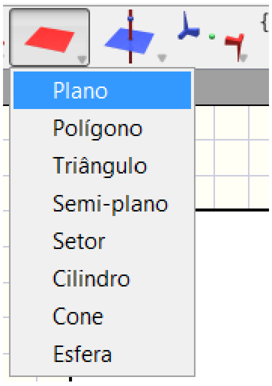
Essa ferramenta permite criar (i) pontos e (ii) ponto(s) de intersecção.

- Clicando na seta do 3º botão , visualizamos as seguintes opções:

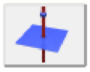


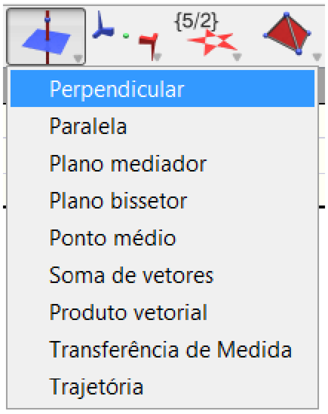
Com essa ferramenta pode-se construir retas, segmentos, semirretas, vetores, circunferências, arcos, cônicas e curvas de intersecção.

- Clicando na seta do 4º botão , visualizamos as seguintes opções:



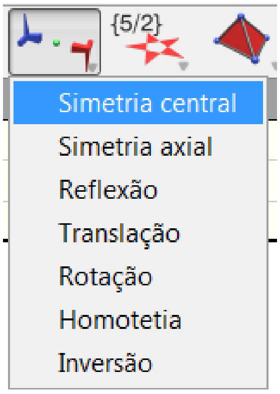
Essa ferramenta possibilita a construção de planos, semi planos, polígonos, setores, cilindros, cones e esferas.

➢ Clicando na seta do 5º botão , visualizamos as seguintes opções:



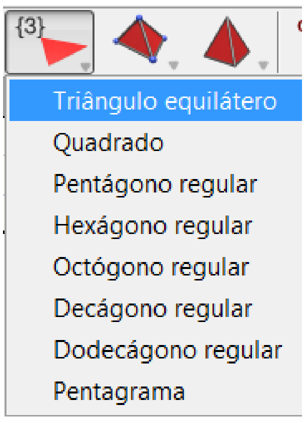
Essa ferramenta permite inserir retas e planos, obter ponto médio, resultante de vetores, transferir medidas e mostrar trajetória de alguns elementos.

➢ Clicando na seta do 6º botão , visualizamos as seguintes opções:

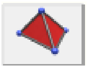


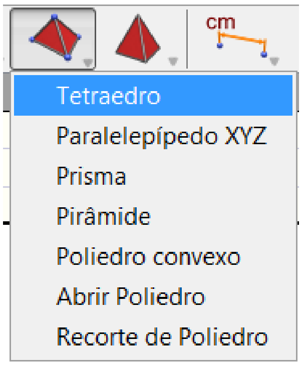
Com essa ferramenta pode-se construir objetos por meio de simetrias, além das funções de translação, rotação, homotetia e inversão.

➢ Clicando na seta do 7º botão , visualizamos as seguintes opções:

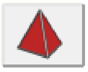


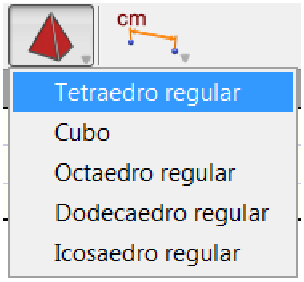
Essa ferramenta permite somente a construção de polígonos regulares, tais como: triangulo equilátero, quadrado, pentágono regular e etc.

- Clicando na seta do 8º botão , visualizamos as seguintes opções:



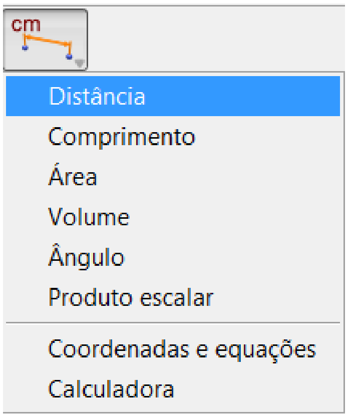
Essa ferramenta possibilita a construção de poliedros, prismas e pirâmides, além das funções de abrir e recortar poliedros para obter suas planificações.

- Clicando na seta do 9º botão , visualizamos as seguintes opções:



Essa ferramenta possibilita a construção direta dos **"Sólidos Platônicos".**

- Clicando na seta do 10º botão , visualizamos as seguintes opções:



Permite medir distâncias, comprimentos, áreas, volumes, ângulos. Além de fornecer produto escalar, coordenadas e equações, e calculadora.

Dicas importantes:

1. Manipular: para mover objetos construídos, clique em *(1°botão da barra de ferramentas)*; em seguida, clique sobre uma das faces do objeto, pressionando e movimentando com o mouse.

2. Ampliar/diminuir: para alterar as dimensões dos objetos construídos, clique em *(1° botão da barra de ferramentas),* depois clique sobre um de seus vértices, pressionando e arrastando o mouse para cima/baixo ou direita/esquerda.

3. Rotacionar ("*mudar o ponto de vista"*): para visualizar objetos em diferentes ângulos, clique com o botão direito do mouse sobre a área de trabalho do Cabri 3D, pressionando e arrastando o mouse.

4. Planificação: para obter a planificação do sólido, clique em *(8º botão da barra de ferramentas)* e selecione a opção "Abrir Poliedro". Em seguida, dê dois cliques sobre o poliedro. Por fim, movimente uma das faces até deixar toda a figura sobre o plano cinza.

5. Esconder/Mostrar objetos: para eliminar qualquer objeto da área de trabalho, clique com o botão direito do mouse sobre ele e escolha a opção "*Esconder/Mostrar*" (Ctrl + M).

6. Comando de texto: para escrever no Cabri 3D, clique na barra de menu: "*Documentos*" e depois em "*Nova vista de texto*".

Observações:

- Se for preciso, use a função **"*Ajuda de ferramentas*"** (tecla **F1**) durante as construções.

- Se necessário, você pode usar **"*Desfazer*" (CTRL+Z)** para anular a última operação realizada.

2 APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

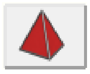
Esta sequência didática tem por finalidade fornecer ao professor da Educação Básica um recurso didático diferencial para a abordagem e/ou exploração dos conceitos da Geometria Espacial. Além de integrar as TIC à prática docente como uma proposta metodológica na educação matemática. Espera-se que esta seja um meio propício e facilitador para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem da Geometria.

2.1 Construção dos poliedros de Platão (1ª sessão)

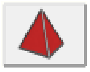
Definição: **“**Poliedro é um sólido geométrico que possui apenas faces planas. Poli (muitos); edros (faces)” (DANTE, 2012).

Poliedros são figuras geométricas que possuem três dimensões (comprimento, largura e altura), formada de vértices, arestas e faces. As faces do poliedro são formadas por polígonos, as arestas e os vértices correspondem aos lados e aos vértices dos polígonos. Quanto à sua classificação os poliedros podem ser convexos ou côncavos e regulares ou não regulares.

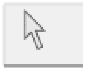
Os poliedros regulares convexos são formados pelos cinco “Sólidos Platônicos” ou “Poliedros de Platão”, a saber: tetraedro, hexaedro (cubo), octaedro, dodecaedro, icosaedro. São assim chamados por terem sido estudados e divulgados por Platão.

TETRAEDRO
1º passo: Ao abrir o *software* Cabri 3D, clique em  (9º botão da barra de ferramentas) e selecione a opção “Tetraedro regular”; **2º passo:** Clicando sobre o plano cinza, marque três pontos distintos; **3º passo**: Finalize o sólido, clicando em  (1° botão da barra de ferramentas).

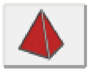
HEXAEDRO OU CUBO

1º passo: No Cabri 3D, clique em  (9º botão da barra de ferramentas) e selecione a opção “Cubo”;

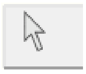
2º passo: Clicando sobre o plano cinza, marque três pontos distintos;

3º passo: Finalize o sólido, clicando em  (1° botão da barra de ferramentas).

OCTAEDRO

1º passo: No Cabri 3D, clique em  (9º botão da barra de ferramentas) e selecione a opção “Octaedro regular”;

2º passo: Clicando sobre o plano cinza, marque três pontos distintos;

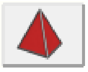
3º passo: Finalize o sólido, clicando em  (1° botão da barra de ferramentas).

DODECAEDRO

1º passo: No Cabri 3D, clique em  (9º botão da barra de ferramentas) e selecione a opção “Dodecaedro regular”;

2º passo: Clicando sobre o plano cinza, marque três pontos distintos;

3º passo: Finalize o sólido, clicando em  (1° botão da barra de ferramentas).

ICOSAEDRO
1º passo: No Cabri 3D, clique em  (9º botão da barra de ferramentas) e selecione a opção “Icosaedro regular”; **2º passo**: Clicando sobre o plano cinza, marque três pontos distintos; **3º passo**: Finalize o sólido, clicando em  (1° botão da barra de ferramentas).

ATIVIDADES DA 1ª SESSÃO

Analise os cinco poliedros construídos. Utilize o botão esquerdo do mouse para movimentar os sólidos e o botão direito para observá-los sob diferentes ângulos.

Atividade 1.1

Sobre o TETRAEDRO responda:

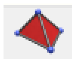
a) Qual o formato geométrico de suas faces? ____________________________

b) Use o comando “Comprimento” em (10º botão) para medir as arestas do **tetraedro**. Elas têm o mesmo comprimento? ______________________

c) Todas as suas faces são regulares? ________________________________

d) Quantas arestas há em cada vértice? ______________________________

Preencha a tabela abaixo sobre o **tetraedro**

- ✓ Com o botão direto do mouse, clique sobre o sólido e altere o “estilo de superfície” para a opção “Vazio” e responda os itens (e) e (g).
- ✓ Utilize o comando “Abrir Poliedro” em (8º botão) para obter a sua planificação e responda o item (f).

e) N.º de vértices	
f) N.º de faces	
g) N.º de arestas	

Sobre o CUBO responda:

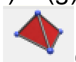
a) Qual o formato geométrico de suas faces? ______________________________

b) Use o comando “Comprimento” em (10º botão) para medir as arestas do **cubo**. Elas têm o mesmo comprimento? _____________________________

c) Todas as suas faces são regulares? ___________________________________

d) Quantas arestas há em cada vértice? __________________________________

Preencha a tabela abaixo sobre o **cubo**:

- ✓ Com o botão direto do mouse, clique sobre o sólido e altere o “estilo de superfície” para a opção “Vazio” e responda os itens (e) e (g).
- ✓ Utilize o comando “Abrir Poliedro” em (8º botão) para obter a sua planificação e responda o item (f).

e) N.º de vértices	
f) N.º de faces	
g) N.º de arestas	

Atividade 1.2

Sobre o OCTAEDRO responda:

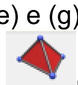
a) Qual o formato geométrico de suas faces? ______________________________

b) Use o comando “Comprimento” em (10º botão) para medir as arestas do **octaedro**. Elas têm o mesmo comprimento? _________________________

c) Todas as suas faces são regulares? ___________________________________

d) Quantas arestas há em cada vértice? __________________________________

Preencha a tabela abaixo sobre o **octaedro**:

- ✓ Com o botão direto do mouse, clique sobre o sólido e altere o “estilo de superfície” para a opção “Vazio” e responda os itens (e) e (g).
- ✓ Utilize o comando “Abrir Poliedro” em (8º botão) para obter a sua planificação e responda o item (f).

e) N.º de vértices	
f) N.º de faces	
g) N.º de arestas	

Sobre o DODECAEDRO responda:

a) Qual o formato geométrico de suas faces? ______________________

b) Use o comando “Comprimento” em (10º botão) para medir as arestas do **dodecaedro**. Elas têm o mesmo comprimento? ________________

c) Todas as suas faces são regulares? ________________________
d) Quantas arestas há em cada vértice? ______________________

Preencha a tabela abaixo sobre o **dodecaedro**:

- ✓ Com o botão direto do mouse, clique sobre o sólido e altere o “estilo de superfície” para a opção “Vazio” e responda os itens (e) e (g).
- ✓ Utilize o comando “Abrir Poliedro” em (8º botão) para obter a sua planificação e responda o item (f).

e) N.º de vértices	
f) N.º de faces	
g) N.º de arestas	

Sobre o ICOSAEDRO responda:

a) Qual o formato geométrico de suas faces? ______________________

b) Use o comando “Comprimento” em (10º botão) para medir as arestas do **icosaedro**. Elas têm o mesmo comprimento? __________________

c) Todas as suas faces são regulares? ________________________
d) Quantas arestas há em cada vértice? ______________________

Preencha a tabela abaixo sobre o **icosaedro**:

- ✓ Com o botão direto do mouse, clique sobre o sólido e altere o “estilo de superfície” para a opção “Vazio” e responda os itens (e) e (g).
- ✓ Utilize o comando “Abrir Poliedro” em (8º botão) para obter a sua planificação e responda o item (f).

e) N.º de vértices	
f) N.º de faces	
g) N.º de arestas	

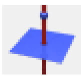
Conjectura 1: Cada poliedro de Platão possui todas as faces do mesmo tipo? __________

Conjectura 2: Em cada vértice de um poliedro de Platão possui a mesma quantidade de arestas? ____________________.

2.2 Construção de corpos redondos (2ª sessão)

Definição: “Corpos redondos são sólidos geométricos que têm pelo menos uma superfície não plana, e que por isso rolam" (DANTE, 2012).

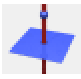
ESFERA
1º passo: Ao abrir o *software* Cabri 3D, clique em  (4º botão da barra de ferramentas) e selecione a opção “esfera”;
2º passo: Clique sobre o plano para marcar o centro da esfera, arraste o mouse para ampliar ou diminuir a esfera;
3° passo: Clique em  (1° botão) para finalizar a construção da esfera;
4º passo: Com o botão direto do mouse, clique sobre a esfera e altere o “Estilo de Superfície” para a opção “Grandes furos”.

CONE
1º passo: No Cabri 3D, clique em  (3º botão da barra de ferramentas) e selecione “circunferência”;
2º passo: Dê dois cliques sobre o plano, arraste o mouse e clique novamente para terminar a circunferência;
3º passo: Clique em  (5º botão) e selecione “perpendicular”, clique no centro da circunferência para construir a reta perpendicular;
4º passo: Clique em  (3º botão) e selecione “vetor”;
5º passo: Clique no centro da circunferência e sobre a reta perpendicular;
6º passo: Clique em  (4º botão) e selecione “cone”;
7º passo: Em seguida, clique sobre a circunferência e sobre a extremidade do vetor;
8º passo: Clique em  (1° botão) para finalizar a construção do cone;
9º passo: Por fim, oculte a reta perpendicular, clicando com o botão direito do mouse sobre ela e escolha a opção “Esconder/Mostrar”.

CILINDRO

1º passo: No Cabri 3D, clique em  (3º botão da barra de ferramentas) e selecione “circunferência”;

2º passo: Dê dois cliques sobre o plano, arraste o mouse e clique novamente para terminar a circunferência;

3º passo: Clique em  (5º botão) e selecione “perpendicular”, clique no centro da circunferência para construir a reta perpendicular;

4º passo: Clique em  (3º botão) e selecione “vetor”;

5º passo: Clique no centro da circunferência e sobre a reta perpendicular;

6º passo: Clique em  (4º botão) e selecione “cilindro”;

7º passo: Em seguida, clique sobre a circunferência e sobre o vetor;

8º passo: Clique em  (1° botão) para finalizar a construção do cilindro;

9º passo: Por fim, oculte a reta perpendicular, clicando com o botão direito do mouse sobre ela e escolha a opção “Esconder/Mostrar”.

ATIVIDADES DA 2ª SESSÃO

Analise os sólidos construídos. Utilize o botão esquerdo do mouse para movimentar os sólidos e o botão direito para observá-los sob diferentes ângulos.

Atividade 2.1

a) O que há de comum entre o cilindro e o cone?

____

____

b) E o que há de diferente entre eles?

____

____

c) O cilindro tem alguma face plana? Quantas? ____________________

d) O cone tem alguma face plana? Quantas? ____________________

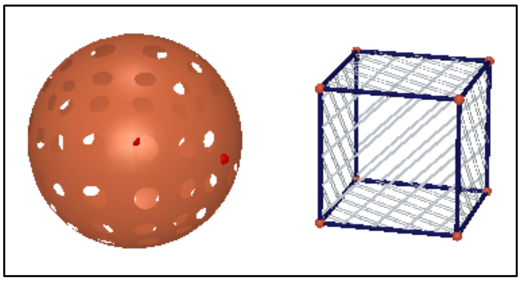
e) A esfera tem alguma face plana? Quantas? ____________________

f) Qual é a forma geométrica das bases do cilindro e do cone?

____

Atividade 2.2 - Adaptada de Dante (2012).

Considere os sólidos abaixo.



A esfera possui uma única superfície, que não é plana, é arredondada, o que faz com que ela role. Isso acontece com o cubo? Pense nisso e responda os itens abaixo:

a) Cite uma característica comum a uma esfera e a um cubo.

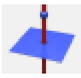
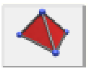
____

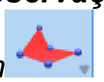
b) Cite uma diferença entre a esfera e o cubo.

____

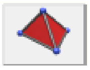
2.3 Construção de prismas (3ª sessão)

Definição: Prisma é um sólido geométrico delimitado por faces planas, no qual as bases se situam em planos paralelos. Quanto à inclinação das arestas laterais, os prismas podem ser retos ou oblíquos.

PRISMA RETO
1º passo: Ao abrir o *software* Cabri 3D, selecione uma "figura geométrica" em  (7º botão da barra de ferramentas), **2º passo:** Dê dois cliques sobre o plano cinza, arraste o mouse e clique novamente para formar a base inferior; **3º passo:** Clique em  (5º botão) e selecione "perpendicular", clique no centro da figura para construir a reta perpendicular; **4º passo:** Clique em  (3º botão) e selecione "vetor"; **5º passo:** Clique no centro da figura e sobre a reta perpendicular; **6º passo:** Clique em  (8º botão) e selecione a opção "prisma"; **7º passo:** Em seguida, clique na base e no vetor ambos já construídos; **8º passo:** Clique em  (1° botão) para finalizar a construção do cilindro; **9º passo:** Por fim, oculte a reta perpendicular, clicando com o botão direito do mouse sobre ela e escolha a opção "Esconder/Mostrar".

❖ ***Observação:*** *Para a construção de sólido não-regular, selecione o polígono em*  *(4º botão da barra de ferramentas) para a formação de sua base.*

PARALELEPÍPEDO E CUBO *(ver a construção do cubo na 1ª sessão)*

1º passo: No Cabri 3D, clique em  (8º botão) e selecione “Paralelepípedo XYZ”;

2º passo: Clique sobre o plano cinza e arraste o mouse até formar a base;

3º passo: Pressionando a tecla *“Shift”* 

, segure e araste o mouse até obter a altura desejada;

4º passo: Clique em  (1º botão) para finalizar o paralelepípedo.

PRISMA OBLÍQUO

1º passo: No Cabri 3D, selecione uma “figura geométrica” em 

(7º botão da barra de ferramentas);

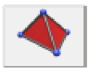
2º passo: Dê dois cliques sobre o plano cinza, arraste o mouse e clique novamente para formar a base inferior;

3º passo: Clique em  (3º botão) e selecione “vetor”;

4º passo: Clique no centro da figura; depois segure a tecla 

do teclado, arraste o mouse para cima e clique novamente;

5º passo: Clique na extremidade do vetor, segure e arraste o botão direito do mouse para inclinar o vetor;

6º passo: Clique em  (8º botão) e selecione “prisma”;

7º passo: Clique na figura e no vetor;

8º passo: Clique em  (1° botão) para finalizar a construção do prisma.

ATIVIDADES DA 3ª SESSÃO

Utilizando o comando “rotacionar” (botão direito do mouse) do Cabri 3D, responda as atividades.

Atividade 3.1

a) Qual é a forma geométrica da base superior e inferior do “prisma reto”? ____

b) Qual é a forma geométrica das faces laterais do “prisma reto”? ____

c) Quantas faces possui o “prisma reto”? ______________________________

d) Quantos vértices possui o “prisma reto”? ____________________________

e) Use o comando “Comprimento” em  (10º botão) para medir as arestas das bases. Elas possuem mesma medida? Quanto? ______________________

f) Meça as arestas laterais. Elas possuem mesma medida? Quanto? ____

g) Use o comando “Ângulo” em  (10º botão) para medir o *ângulo formado entre as arestas laterais e as arestas das bases* do “prisma reto”. Quando mede? ____

h) A *altura do prisma* é a distância entre suas bases. Use o comando “Distância” em  (10º botão) para medir a altura do “prisma reto”. Quanto mede? ____

i) Use o comando “Área” em  (10º botão) para obter a área da base do “prisma reto”. Quanto mede? ____________________________________

j) Use o comando “Volume” em  (10º botão) para obter o volume do “prisma reto”. Quanto vale? ____

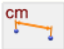
Atividade 3.2

a) Qual é a forma geométrica da base superior e inferior do “prisma oblíquo”? ______________________________

b) Qual é a forma geométrica das faces laterais do “prisma oblíquo”? ______________________________

c) Quantas faces possui o “prisma oblíquo”? ______________________________

d) Quantos vértices possui o “prisma oblíquo”? ______________________________

e) Use o comando “Comprimento” em  (10º botão) para medir as arestas das bases. Elas possuem mesma medida? Quanto? ______________________________

f) Meça as arestas das laterais. Elas possuem mesma medida? Quanto? ______________________________

g) Use o comando “Ângulo” em  (10º botão) para medir o *ângulo formado entre as arestas laterais e as arestas das bases* do “prisma oblíquo”. Quando mede? ______________________________

h) A *altura do prisma* é a distância entre as suas bases. Use o comando “Distância” em  (10º botão) para medir a altura do “prisma oblíquo”. Quanto mede? ______________________________

i) Use o comando “Área” em (10º botão) para obter a área da base do “prisma oblíquo”. Quanto mede? ______________________________

j) Use o comando “Volume” em (10º botão) para obter o volume do “prisma oblíquo”. Quanto vale? ______________________________

Conjectura 1. As arestas laterais dos prismas são paralelas e possuem as mesmas medidas? ______________________________

Conjectura 2. As faces superiores e inferiores dos prismas são polígonos congruentes? ______________________________

Responda: O que você notou de diferente entre o prisma reto e o prisma oblíquo?

____

____

____

____

2.4 CONSTRUÇÃO DE PIRÂMIDES (4ª sessão)

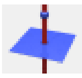
Definição: Pirâmide é um sólido geométrico, cuja base é um polígono e cujas faces laterais são triângulos que possuem um vértice comum (vértice da pirâmide).

PIRÂMIDE RETA

1º passo: Ao abrir o *software* Cabri 3D, clique em 

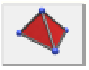
(7º botão da barra de ferramentas) e selecione uma "figura geométrica";

2º passo: Dê dois cliques sobre o plano cinza, arraste o mouse e clique novamente para formar a base da pirâmide;

3º passo: Clique em  (5º botão) e selecione "perpendicular", clique no ponto central da figura para construir a reta perpendicular;

4º passo: Clique em  (3º botão) e selecione "vetor";

5º passo: Clique no ponto central da figura e sobre a reta perpendicular;

6º passo: Clique em  (8º botão) e selecione a opção "pirâmide";

7º passo: Em seguida, clique na figura e na extremidade do vetor;

8º passo: Clique em  (1° botão) para finalizar a construção da pirâmide;

9º passo: Por fim, oculte a reta perpendicular, clicando com o botão direito do mouse sobre ela e escolha a opção "Esconder/Mostrar".

PIRÂMIDE OBLÍQUA

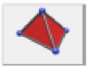
1º passo: No Cabri 3D, clique em  (7º botão da barra de ferramentas) e selecione uma “figura geométrica”;

2º passo: Dê dois cliques sobre o plano cinza, arraste o mouse e clique novamente para formar a base da pirâmide;

3º passo: Clique em  (3º botão) e selecione “vetor”;

4º passo: Clique no centro da figura; depois segure a tecla  do teclado, arraste o mouse para cima e clique novamente;

5º passo: Clique na extremidade do vetor, segure e arraste o botão direito do mouse para inclinar o vetor;

6º passo: Clique em  (8º botão) e selecione a opção “pirâmide”;

7º passo: Em seguida, clique na figura e na extremidade do vetor;

8º passo: Clique em  (1° botão) para finalizar a construção da pirâmide.

ATIVIDADES DA 4ª SESSÃO

Utilizando o comando “rotacionar” (botão direito do mouse), responda as atividades.

Atividade 4.1

a) Qual é a forma geométrica da base da “pirâmide reta”? ______________________________

b) Qual é a forma geométrica das faces laterais da “pirâmide reta”? ______________________________

c) Quantas faces possui a “pirâmide reta”? ______________________________

d) Quantos vértices possui a “pirâmide reta”? ______________________________

e) O número de arestas da base dessa pirâmide é igual ao número de suas faces laterais? Quanto? ____

f) Use o comando "Comprimento" em (10º botão) para medir as arestas laterais. Elas possuem mesma medida? Quanto medem? ____

g) A *altura da pirâmide* é a distância do vértice da pirâmide ao plano da base. Use o comando "Distância" em (10º botão) para medir a altura da "pirâmide reta". Quanto mede? ______________________________________

h) Use o comando "Ângulo" em (10º botão) para medir o ângulo formado entre o *vetor construído e a base* da pirâmide. Quando mede? ____

i) Use o comando "Área" em (10º botão) para obter a área da base da "pirâmide reta". Quanto vale? ______________________________________

j) Use o comando "Volume" em (10º botão) para obter o volume da "pirâmide reta". Quanto vale? ______________________________________

Atividade 4.2

a) Qual é a forma geométrica da base da "pirâmide oblíqua"? ____

b) Qual é a forma geométrica das faces laterais da "pirâmide oblíqua"? ____

c) Quantas faces possui a "pirâmide oblíqua"? ____________________________

d) Quantos vértices possui a "pirâmide oblíqua"? __________________________

e) O número de arestas da base dessa pirâmide é igual ao número de suas faces laterais? Quanto? ____

f) Use o comando "Comprimento" em (10º botão) para medir as arestas laterais. Elas possuem mesma medida? Quanto? _________________________

g) A *altura da pirâmide* é a distância do vértice da pirâmide ao plano da base. Use o comando "Distância" em  (10º botão) para medir a altura da "pirâmide oblíqua". Quanto mede? ____________________

h) Use o comando "Ângulo" em  (10º botão) para medir o ângulo formado entre o *vetor construído e a base* da pirâmide. Quando mede? ____________________

i) Use o comando "Área" em  (10º botão) para obter a área da base da "pirâmide oblíqua". Quanto mede? ____________________

j) Use o comando "Volume" em  (10º botão) para obter o volume da "pirâmide oblíqua". Quanto vale? ____________________

Responda. O que você notou de diferente entre a pirâmide reta e a pirâmide oblíqua?

____

____

____

____

____