

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL DO
CONHECIMENTO

TERENCE COELHO LOPES DE MAGALHÃES

**MODELAGEM DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS POR MEIO DE SISTEMAS DE
MICROMUNDO**

Maceió
2017

TERENCE COELHO LOPES DE MAGALHÃES

**MODELAGEM DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS POR MEIO DE SISTEMAS DE
MICROMUNDO**

Dissertação submetida ao Instituto de Computação da Universidade Federal de Alagoas – UFAL – como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Modelagem Computacional do Conhecimento pelo Programa de Mestrado em Modelagem Computacional do Conhecimento na área de educação.

Orientador: Prof. Dr. Fábio Paraguaçu Duarte da Costa

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central

Bibliotecária Responsável: Janaina Xisto de Barros Lima

M188m Magalhães, Terence Coelho Lopes de.
Modelagem de conceitos geométricos por meio de sistemas de micromundo/
Terence Coelho Lopes de Magalhães. – 2017.
119 f. : il.

Orientador: Fábio Paraguaçu Duarte da Costa.
Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional de Conhecimento) –
Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Computação. Programa de
Pós-Graduação em Modelagem Computacional de Conhecimento. Maceió, 2017.

Bibliografia: f. 104-108.
Apêndices: f. 109-119.

1. Geogebra (Software). 2. Conceitos geométricos - Modelagem.
3. Aprendizagem baseada em problemas – ABP. I. Título.

CDU: 004.9:371.315

TERENCE COELHO LOPES DE MAGALHÃES




UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS/UFAL
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional de Conhecimento
Avenida Lourival Melo Mota, Km 14, Bloco 12, Cidade Universitária
CEP 57.072-900 – Maceió – AL – Brasil
Telefone: (082) 3214-1364/1825



Membros da Comissão Julgadora da Dissertação de Mestrado de Terence Coelho Lopes de Magalhães, intitulada: “Modelagem de conceitos geométricos por meio de sistemas de micromundo”, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional de Conhecimento da Universidade Federal de Alagoas, em 25 de agosto de 2017, às 9h00min, na sala de aula do PPGMCC.

COMISSÃO JULGADORA



Prof. Dr. Fábio Paraguaçu Duarte da Costa

Ufal – Instituto de Computação

Orientador



Prof. Dr. Cleide Jane de Sá Araújo Costa

Ufal – Centro de Educação

Examinadora



Prof. Dr. Carloney Alves de Oliveira

Ufal – Centro de Educação

Examinador

Maceió, agosto de 2017.

Dedico este trabalho ao meu esposo, Darlan e filhos amados, Juninho e Davi pelo apoio e estímulo para a realização desse trabalho. Aos meus irmãos e cunhados, Cristiane e Calixto, Rimsky e Yoko e Cristofe e Lara, Dani e Fermi pela torcida e apoio e aos meus pais, Richardson e Maria José Coelho, pela inspiração e força para sempre continuar.

AGRADECIMENTOS

Na vida, não fazemos nada sozinhos. Em todo trabalho precisamos contar com a ajuda de pessoas, “anjos”, que estão sempre ali para nos apoiar. Para este trabalho contei com muitos anjos. Inicialmente, agradeço a Deus, que na sua infinita misericórdia, me deu saúde, serenidade e força para sempre ir em frente, ultrapassar obstáculos, vencer barreiras e chegar ao fim. Obrigada Deus! Agradeço a minha família, esposo e filhos, Darlan, Davi e Juninho, pela imensa paciência e compreensão. Muito obrigada, eu amo vocês. Aos meus pais, Maria José e Richardson, motivo da minha existência, os exemplos de persistência e honestidade. Obrigada pela confiança e estímulo sempre. Amo vocês. Meus irmãos, Cristofe, Cristiane e Rimsky, meus queridos, esforçados, são meus exemplos de luta, me apoiaram em tudo. Meus cunhados e cunhadas, obrigada pelo apoio e confiança. Aos amigos, Daniel Marinho, Nilma Thesinha, Fabiana e Maridalva, da Secretaria Executiva de Educação do Estado de Alagoas – SEDUC, pela ajuda, força, estímulo, compreensão. Vocês foram fundamentais nessa caminhada. Muito obrigada. À direção da Escola Estadual Campos Teixeira, professores Andréia Leite e Sílvia Palmeira, pela compreensão, vocês abriram as portas da escola para a minha pesquisa e me apoiaram em tudo. Em especial, agradeço imensamente a professora Renilda Ferreira, da Escola Estadual Campos Teixeira, pelo apoio, ajuda e compreensão. Muito obrigada. Ao meu orientador Prof. Dr. Fábio Paraguaçu Duarte da Costa, pelos ensinamentos, pela confiança. Enfim, aos meus estudantes, da turma 6º B, matutino da EE Campos Teixeira, meus queridos, pela existência, pela confiança, pela dedicação. Agradeço a FAPEAL – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas pelo financiamento da pesquisa.

*O conhecimento
precisa ser construído e usado
como ferramenta para
compreender o mundo
e agir sobre ele.*

Philippe Perrenoud

RESUMO

Estudantes com dificuldade de aprendizagem em matemática, na área específica de geometria, contribuem para os resultados insatisfatórios nos índices educacionais. Estes resultados são observados e analisados nas avaliações externas, como o Programa Internacional de Avaliação de Alunos - PISA, Prova Brasil, no ensino fundamental e médio. Este trabalho tem como objetivo geral propor um modelo de aprendizagem de conceitos geométricos através da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), utilizando suportes pedagógicos e o micromundo na área de geometria, o GeoGebra, como programa de aplicação no Ambiente Virtual de Aprendizagem, o Moodle. A pesquisa visa investigar se ocorre aprendizagem de conceitos geométricos com o uso da ABP como metodologia ativa, analisar o uso de suportes pedagógicos como auxílio na resolução de problemas de geometria e verificar se o micromundo GeoGebra auxilia na resolução de problemas de geometria por meio da compreensão das figuras geométricas planas e não planas. Foram utilizados como principais fundamentos teóricos as concepções sobre a APB (Barrows, 1980), as fases de resolução de problemas de George Polya (1975), a teoria da assimilação cognitiva de Ausubel (2001) e as concepções sobre a zona de desenvolvimento proximal de Vygotsky (Ivic, 2010). O estudo coloca em evidência a utilização de metodologias ativas no processo de aprendizagem. O trabalho busca responder a seguinte questão: Como o uso da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), como metodologia ativa subsidiada por suportes pedagógicos e micromundos de geometria promove a aprendizagem de conceitos geométricos? O método de pesquisa seguido se inscreve numa abordagem qualitativa, o tipo de pesquisa foi a pesquisa ação, onde foram utilizados como instrumentos de coleta de dados o diário de bordo subsidiados pelas observações em sala de aula, no laboratório de informática e no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA). Foi demonstrado na pesquisa que a implementação da ABP subsidiada com o uso de suportes pedagógicos e do micromundo promoveu ganhos cognitivos no processo de aprendizagem dos estudantes.

Palavras – chave: Aprendizagem baseada em Problemas, Suportes pedagógicos, GeoGebra, Conceitos geométricos.

ABSTRACT

Students with learning difficulties in mathematics, in the specific area of geometry, contribute to the unsatisfactory results in the educational indexes. These results are observed and analyzed in external evaluations, such as the International Student Assessment Program - PISA, Prova Brasil, in primary and secondary education. The objective of this work is to propose a model of learning of geometric concepts through Problem Based Learning (PBL), using pedagogical supports and the microworld in the area of geometry, GeoGebra, as an application program in the Virtual Learning Environment, Moodle. The aim of this research is to investigate whether learning of geometric concepts occurs with the use of ABP as an active methodology, to analyze the use of pedagogical supports as an aid in the resolution of geometry problems and to verify if the GeoGebra micromundo helps in the resolution of geometry problems through the understanding of flat and non-planar geometrical figures. Concepts about PBL (Barrows, 1980), George Polya's problem-solving phases (Polya, 1975), Ausubel's theory of cognitive assimilation (Ausubel, 2001) and conceptions about the proximal developmental zone of Vygotsky (Ivic, 2010). The study highlights the use of active methodologies in the learning process. As the use of Problem-Based Learning (PBL), as an active methodology subsidized by pedagogical supports and micromundos of geometry, promotes the learning of geometric concepts? The research method followed is part of a qualitative approach. type of research was the action research, where they were used as instruments of data collection the logbook subsidized by observations in the classroom, in the computer lab and in the Virtual Learning Environment (VLE). It was demonstrated in the research that the implementation of ABP subsidized with the use of pedagogical supports and the microworld promoted cognitive gains in the learning process of the students.

Key - words: Problem - based learning, Pedagogical supports, Geogebra, Geometric concepts.

LISTA DE SIGLAS

ABP	Aprendizagem Baseada em Problemas
AVA	Ambiente Virtual de Aprendizagem
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
MOODLE	Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment
PBL	Problem Based Learning
PCN	Parâmetros Curriculares Nacional
PISA	Programme for International Student Assessment
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
GD	Geometria Dinâmica
CMS	Course Management System
LMS	Learning Management System
VLE	Virtual Learning Environment
AFD	Autômato Finito Determinístico

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Item da Matriz SAEB (descriptor 4).....	25
Figura 2: Estrutura das fases da resolução de problemas de Polya	31
Figura 3: Problema de geometria com figuras tridimensionais.....	32
Figura 4: Problema de geometria com figuras bidimensionais	33
Figura 5: Representação da sistematização da Teoria da Assimilação Cognitiva e da ZDP	35
Figura 6: Representação da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)	36
Figura 7: Os processos fundamentais da aprendizagem	37
Figura 8: As três dimensões da aprendizagem e do desenvolvimento de competências	38
Figura 9: Estrutura de apoio do professor ao estudante com suportes pedagógicos	41
Figura 10: Processo de solução de problemas de Geometria Descritiva	45
Figura 11: Divisão dos níveis hierárquicos evolutivos	45
Figura 12: Micromundos de geometria dinâmica.....	47
Figura 13: Área de trabalho do GEOGEBRA	46
Figura 14: Área de trabalho do Cabri Géomètre	47
Figura 15: Área de trabalho do micromundo Régua e Compasso.....	48
Figura 16: Construção do quadrado no GeoGebra	48
Figura 17: Representação do processo de aprendizagem relacionando o problema, a figura e o AVA.....	51
Figura 18: Interface do Ambiente Virtual de Aprendizagem com suportes pedagógicos na plataforma Moodle.....	53
Figura 19: Arquitetura do modelo proposto	54
Figura 20: Modelo conceitual do Ambiente Virtual de Aprendizagem de resolução de problema com o uso de suportes	56
Figura 21: Representação em quatro fases do ciclo básico da investigação – ação.....	58
Figura 22: Construção do quadrado e verificação das propriedades dos ângulos internos e diagonais no GeoGebra.....	66
Figura 23: Construção do quadrado e verificação das diagonais como bissetrizes do quadrado no GeoGebra.....	67

Figura 24: Construção do quadrado e a relação entre as diagonais e os ângulos internos.....	67
Figura 25: Experimento 1 na plataforma Moodle.....	68
Figura 26: Suportes pedagógicos na plataforma Moodle	69
Figura 27: Suporte Pedagógico (Questionamentos) na plataforma Moodle.....	69
Figura 28: Suporte Pedagógico (Glossário matemático) na plataforma Moodle	70
Figura 29: Suporte Pedagógico (Guia das ferramentas do micromundo) na Plataforma Moodle	71
Figura 30: Resolução do problema proposto no experimento 1	71
Figura 31: Experimento 2 na Plataforma Moodle	72
Figura 32: Suporte Pedagógico (Questionamentos) experimento 2 na Plataforma Moodle	73
Figura 33: Resolução do problema proposto no experimento 2.....	74
Figura 34: Esquema da resolução de problemas nas fases de Polya com o uso de suportes pedagógicos	94
Figura 35: Sistematização da resolução de problema com as fases de Polya e auxílio dos suportes pedagógicos	95
Figura 36: Grafo que representa o AFD	97
Figura 37: Elaboração do plano de ação do estudante 8 (experimento 1).....	98
Figura 38: Verificação da linguagem formal de transições e reflexões dos estados do estudante 8 (experimento 1) no Jflap.....	99
Figura 39: Verificação da linguagem formal estudante 8 no experimento 2 no Jflap.....	101

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Matriz de referência Prova Brasil em matemática anos finais – espaço e forma.....	25
Quadro 2: As sete capacidades fundamentais da matemática indicadas pela OCDE.....	26
Quadro 3: Cronograma de Etapas da Pesquisa.....	60
Quadro 4: Resultados da comparação entre o estado inicial e a aplicação dos suportes pedagógicos na categoria 1	77
Quadro 5: Análise das tendências centrais dos resultados da aplicação de cada suporte pedagógico no Experimento 1	79
Quadro 6: Resultados da comparação entre o estado inicial e a aplicação dos suportes pedagógicos no Experimento 2	83
Quadro 7: Análise das tendências centrais dos resultados da aplicação de cada suporte pedagógico no Experimento 2.....	84
Quadro 8: Resultados da comparação entre o estado inicial e a aplicação dos suportes pedagógicos no Experimento 3	87
Quadro 9: Análise das tendências centrais dos resultados da aplicação de cada suporte pedagógico no Experimento 3.....	87
Quadro 10: Resultados da comparação entre os resultados nos experimentos na análise ZDP	89
Quadro 11: Análise das tendências centrais dos resultados dos experimentos na análise ZDP	90
Quadro 12: Resultados da comparação entre o estado inicial e a aplicação dos suportes pedagógicos na análise ZDP	92

LISTA DE TABELA

Tabela 1: Relação entre os estados e funções de transição no modelo formal97

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Plot da análise de dados do experimento 1	80
Gráfico 2: Boxplot da análise de dados experimento 1	80
Gráfico 3: Plot da análise de dados do experimento 2	84
Gráfico 4: Boxplot da análise de dados experimento 2	85
Gráfico 5: Plot da análise de dados do experimento 3	88
Gráfico 6: Boxplot da análise de dados experimento 3	88
Gráfico 7: Plot da análise de dados da análise ZDP	91
Gráfico 8: Boxplot da análise de dados da análise ZDP	91

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
2 O ENSINO DE GEOMETRIA E A ABORDAGEM COGNITIVA NA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS	23
2.1 Concepções sobre o Ensino de Geometria	23
2.2 A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)	28
2.3 Teorias Contemporâneas de Aprendizagem	33
3. O USO DE MICROMUNDOS COMO SUPORTES PEDAGÓGICOS NA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS	40
3.1 O uso de Scaffoldings na resolução de problemas de geometria	40
3.2 O Conceito de Geometria Dinâmica e os Sistemas de Micromundos	43
4. O USO DE AMBIENTES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM (AVA) COMO FERRAMENTA DE INVESTIGAÇÃO	50
4.1. Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) e a plataforma Moodle	50
4.2. Arquitetura do modelo de aprendizagem mediado no AVA baseado na Resolução de Problema com o apoio de Suportes Pedagógicos.....	53
5. MÉTODOLOGIA DA PESQUISA.....	57
5.1. Caracterização da pesquisa	57
5.2 Participantes.....	58
5.3 Materiais.....	59
5.4 Procedimentos	59
5.5. Coleta de Dados.....	61
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES DA PESQUISA	76
6.1 Análise dos resultados obtidos na aprendizagem na resolução do experimento.....	76
6.2 Análise dos resultados obtidos na aprendizagem na resolução do experimento.....	80
6.3 Análise dos resultados obtidos na aprendizagem na resolução do experimento.....	85
6.4 Análise comparativa de estados de aprendizagem na zona de desenvolvimento proximal (ZDP).....	89

6.5 Análise comparativa dos resultados entre os grupos de estudantes sem a aplicação da ABP	91
7. DAS CONTRIBUIÇÕES.....	92
CONSIDERAÇÕES FINAIS	102
REFERÊNCIAS.....	105
APÊNDICES	110
Apêndice 1 – Autorização da Direção da Escola.....	111
Apêndice 2 – Avaliação diagnóstica (pré-teste)	112
Apêndice 3 – Passos para a construção do quadrado no geogebra	113
Apêndice 4 – Problema similar ao experimento 1.	116
Apêndice 5 – Problema similar ao experimento 2.	117
Apêndice 6 – avaliação diagnóstica (pós-teste)	118

1. INTRODUÇÃO

As dificuldades dos estudantes na aprendizagem de conceitos de geometria observados pela autora desta pesquisa na prática pedagógica como professora de matemática e os resultados insatisfatórios apresentados pelos estudantes nas avaliações externas aos quais os estudantes são submetidos, impulsionaram a presente pesquisa. Com o intuito de analisar o formato de avaliação da educação básica e relacionar à aprendizagem dos conceitos geométricos, fez-se necessário o questionamento: Como o atual sistema de avaliação discrimina a aprendizagem de conceitos geométricos?

De acordo com o MEC (2016) a necessidade da aprendizagem de conceitos matemáticos e da capacidade de aplicar esses conceitos na resolução de problemas significativos e contextualizados fatores importantes para os cidadãos no mundo moderno. Isto é, para resolver problemas e interpretar situações nos contextos pessoal, ocupacional, social e científico, é preciso basear-se em certos conhecimentos e entendimentos matemáticos.

A autora deste trabalho, na busca pela aprendizagem dos conceitos geométricos, baseou-se nos conceitos da geometria descritiva, utilizando sempre os instrumentos como régua, compasso, transferidor e esquadro para que, a partir da construção das figuras geométricas, o estudante pudesse compreender os conceitos de geometria. Em seguida a professora, ora autora nesta pesquisa, utilizou o uso de micromundos, softwares de geometria, no desenho da figura com o uso das ferramentas de geometria inseridas no programa.

Apesar da facilidade encontrada pela pesquisadora no uso de micromundos, pois os estudantes poderiam, por meio do manuseio do mouse, deletar, movimentar elementos da figura e a figura, havia dificuldades na resolução de problemas envolvendo esses conceitos.

A busca por metodologias ativas que favoreçam a aprendizagem de conceitos geométricos motivaram esta pesquisa.

Segundo Berbel (2011), as metodologias ativas têm o potencial de despertar a curiosidade, à medida em que os estudantes se inserem na teorização e trazem elementos novos, ainda não considerados nas aulas ou na perspectiva do professor.

Os recursos tecnológicos têm se mostrado ferramentas de estímulo a aprendizagem e, neste aspecto, este trabalho utiliza o GeoGebra, como ferramenta

construtivista que estimula o estudante, de forma autônoma, na construção do conhecimento e um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), na plataforma Moodle, como espaço de interação, construção e auxílio na aprendizagem.

Segundo Valente (1993), o uso da informática tem sido incentivado por alguns profissionais na área de educação que utilizam desta modalidade para despertar o interesse dos alunos e aumentar o aproveitamento em relação à aprendizagem.

Ainda de acordo com Valente (1993), o computador pode ser usado também como ferramenta educacional. Segundo esta modalidade o computador não é mais o instrumento que ensina o aprendiz, mas a ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo, e, portanto, o aprendizado ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa por intermédio do computador.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998) de matemática, as discussões no âmbito da Educação Matemática acontecem no Brasil e em outros países e apontam a necessidade de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela crescente presença da Matemática em diversos campos da atividade humana. Tais discussões têm influenciado análises e revisões nos currículos de Matemática no ensino fundamental.

Ainda de acordo com os PCN a busca por uma reorientação curricular decorre desde os anos 20 e que em nosso país o ensino de Matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão.

Fonseca et al (2009) discutem três questões principais relacionadas com o ensino de geometria nos anos iniciais: “O que se ensina de geometria”; “os conhecimentos de geometria dos professores e dos alunos”; e “por que ensinar geometria”. Afirmam que o tratamento a estas questões é de fundamental importância em virtude do despreparo e da insegurança demonstrada por um grande número de professores quando o assunto é o ensino de geometria no primeiro segmento do ensino fundamental, onde, tradicionalmente, toda a ênfase tem sido colocada na aprendizagem dos números e das operações.

Bayer (2004) reforça que existe uma grande preocupação entre professores e matemáticos em relação ao ensino deste conteúdo. A busca de novas formas e

práticas pedagógicas para se resgatar o ensino de Geometria com qualidade tem sido destaque em trabalhos de pesquisadores em todo o mundo.

Segundo Fiorentini (1995), o professor que concebe a Matemática como uma ciência exata, logicamente organizada e a-histórica ou pronta e acabada, certamente terá uma prática pedagógica diferente daquele que a concebe como uma ciência viva, dinâmica e historicamente sendo construída pelos homens, atendendo a determinados interesses e necessidades sociais.

O papel do docente no processo de ensino deve considerar a natureza da matemática como uma ciência em construção e sua importância em construir no estudante o caráter investigativo e pesquisador que usa habilidades para resolver problemas.

De acordo com Fiorentini (1995), o professor que acredita que o aluno aprende Matemática através da memorização dos fatos, regras ou princípios transmitidos pelo professor ou pela repetição exaustiva de exercícios, também terá uma prática diferenciada daquele que entende que o aluno aprende construindo os conceitos a partir de ações reflexivas sobre materiais e atividades, ou a partir de situações problema e problematizações do saber matemático.

Segundo Perrenoud (2001), faltam aos alunos alguns conhecimentos básicos em campos específicos da Matemática que foram estudados de forma descontextualizada e que quando precisam ser resgatados por ele para sua utilização na vida prática, acabam por não fazer correlação consciente entre a matéria dada e a competência exigida.

De acordo com o autor as competências são entendidas como a capacidade de mobilizar um conjunto de recursos cognitivos (saberes, capacidades, informações etc.) para solucionar com pertinência e eficácia uma série de situações.

A Matriz de referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica - SAEB, em Matemática, com foco na resolução de problemas, são avaliadas habilidades e competências definidas em unidades chamadas descritores, agrupadas em temas que compõem a Matriz de Referência dessa disciplina.

De acordo com Borochovcicius (2014), o método da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) tem como propósito tornar o aluno capaz de construir o aprendizado conceitual, procedimental e atitudinal por meio de problemas propostos que o expõe a situações motivadoras.

Segundo Rodrigues (2013), a ABP é uma metodologia construtivista, centrada no discente que utiliza problemas como procedimento central da aprendizagem. Contextualizados da realidade, os problemas motivam os discentes a buscar soluções e promovem habilidades e atitudes necessárias à sua solução.

Rodrigues (2013) salienta que para que os resultados da adoção da ABP sejam efetivos, deve-se considerar sua necessidade em ser orientada a processos. E ainda que, precisa ser bem planejada e acompanhada para que os objetivos educacionais estabelecidos se mantenham alinhados ao processo de avaliação durante a resolução dos problemas.

Neste sentido, Polya (1995) estabelece quatro fases de trabalho para a resolução de problemas, compreender o problema, tem que se perceber claramente o que é necessário, observar a relação entre a incógnita, os dados para ter a ideia de resolução, estabelecimento de um plano, execução do plano, e fazer um retrospecto da resolução, revendo-a e discutindo-a.

De acordo com Reiser (2004), tem havido muito interesse no uso de ferramentas de software para suporte aos alunos em tarefas complexas, ou seja, para fornecer suportes que permitam aos estudantes lidar com conteúdos mais complexos e com a habilidade que eles poderiam de outra forma manipular.

De acordo com o *The Glossary of Education*¹ na educação, scaffolding refere-se a uma variedade de técnicas de instrução usados para mover os alunos progressivamente em direção à compreensão mais forte e, em última instância uma maior independência no processo de aprendizagem. Os professores fornecem níveis sucessivos de apoio temporário que ajudam os alunos a alcançar níveis mais elevados de compreensão e habilidade de aquisição que eles não seriam capazes de alcançar sem assistência.

Desta maneira este trabalho procura responder a seguinte questão: como o uso da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), como metodologia ativa subsidiada por suportes pedagógicos e micromundos de geometria promove a aprendizagem de conceitos geométricos?

O objetivo geral deste trabalho é a proposição de um modelo de aprendizagem de conceitos geométricos aplicando a Aprendizagem Baseada em Problemas com uso de suportes pedagógicos e micromundo de geometria.

¹ <http://edglossary.org/>

Os objetivos específicos são: investigar se ocorre aprendizagem de conceitos geométricos com o uso da Aprendizagem Baseada em Problemas como metodologia ativa; analisar o uso de suportes pedagógicos para auxiliar na resolução de problemas de geometria e verificar se o micromundo GeoGebra auxilia na resolução de problemas de geometria por meio da compreensão das figuras geométricas planas e não planas.

O modelo proposto procura associar a metodologia ABP aos suportes pedagógicos de auxílio à aprendizagem, utilizando como ferramentas tecnológicas o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) e o micromundo de geometria, o GeoGebra, buscando, assim, superar as dificuldades e estimular o protagonismo do estudante no processo de construção do conhecimento.

As hipóteses deste trabalho são:

- ✓ A implantação da Aprendizagem Baseada em Problemas favorece a aprendizagem de Conceitos Geométricos;
- ✓ As fases de Resolução de Problemas de Polya configura uma estrutura cognitiva na aprendizagem de conceitos geométricos;
- ✓ O uso de Suportes Pedagógicos estimula a elaboração de estratégias para a resolução de problemas;
- ✓ A utilização de sistemas de micromundo contribui para a aprendizagem de Conceitos Geométricos como auxílio na resolução de problemas.

A metodologia de pesquisa é de abordagem qualitativa e o tipo de pesquisa foi a pesquisa-ação, onde foram utilizados como instrumentos de coleta de dados o diário de bordo subsidiados pelas observações em sala de aula, no laboratório de informática e no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA).

A pesquisa foi feita com 30 (trinta) estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Campos Teixeira em Maceió/AL, na qual sou professora de Matemática, no período de 2015 a 2017, onde foram observados e coletados os dados da pesquisa.

A presente dissertação de mestrado se desenvolveu em sete capítulos. No capítulo 02 foram propostas as bases conceituais que subsidiaram a pesquisa sobre o ensino de geometria, a aprendizagem baseada em problemas e as teorias de aprendizagem, abordando as estratégias cognitivas de aprendizagem e a zona de

desenvolvimento proximal. No capítulo 03 foram retratadas as contribuições do uso de suportes pedagógicos no auxílio aos estudantes na resolução de problemas de geometria que subsidiaram os critérios de análise da evolução na aprendizagem dos conceitos geométricos do aprendiz. No capítulo 04 foram propostos os modelos conceitual e formal do ambiente virtual de aprendizagem, bem como a arquitetura do AVA. No capítulo 05 são explicitados os passos metodológicos executados nesta pesquisa. Os resultados encontrados são apresentados e discutidos no capítulo 06. O capítulo 07 traz as contribuições do estudo na prática e por último, as considerações finais.

2 O ENSINO DE GEOMETRIA E A ABORDAGEM COGNITIVA NA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS

Este capítulo descreve as fundamentações teóricas que embasaram esta pesquisa. Na seção 2.1 serão retratadas as concepções sobre o ensino de geometria, o contexto em que ela está inserida; a metodologia ABP, na seção 2.2, sua definição e a sistematização da implantação. Esta seção possui uma subseção 2.2.1, em que são observadas as fases de resolução de problemas de Polya como estrutura cognitiva inserida na ABP. Na seção 2.3, serão observadas as teorias de aprendizagem que fundamentam o processo de aprendizagem. Esta seção possui uma subseção 2.3.1, que dará ênfase às definições sobre a teoria de assimilação cognitiva e a zona de desenvolvimento proximal.

2.1 Concepções sobre o Ensino de Geometria

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (PCN, 1998).

A OCDE² (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico) estabelece quatro categorias que caracterizam o alcance do conteúdo matemático central para a disciplina, uma delas é a “Espaço e Forma”, essa categoria abrange uma ampla gama de fenômenos encontrados em vários lugares no mundo físico e visual: padrões; propriedades dos objetos; posições e orientações; representação dos objetos; codificação e decodificação de informação visual; navegação e interação dinâmica com formas reais e com suas representações.

Segundo Pedroso (2015), etimologicamente a palavra geometria (geo+metria) significa “medição da terra”. A partir dessa definição, é fundamental reconhecer o que está presente no mundo físico e visualizar aquilo que é apresentado tridimensionalmente, para avançar na construção de conceitos dentro da geometria e no entendimento dessas informações visuais.

A geometria pode ser considerada uma área-base para o espaço e a forma, mas essa categoria vai além da geometria tradicional no que se refere a conteúdo,

² <http://www.oecd.org/>

significado e método, utilizando-se de recursos de outras áreas matemáticas, como visualização espacial, medida e álgebra (MEC, 2016).

A geometria é considerada a ciência do espaço, favorece a percepção espacial e a visualização, pois trabalha com formas e medições (PEDROSO, 2015), e nesse sentido, as Diretrizes Curriculares contribuem ao dizer que “conhecer Geometria implica em reconhecer-se num dado espaço e, a partir dele, localizar-se no plano”. Sendo esse conhecimento relevante para as diferentes áreas, permitindo que o aluno desenvolva sua percepção, sua linguagem e raciocínio geométrico de forma a construir conceitos.

Segundo Flores (2006) diversas pesquisas em educação matemática, realizadas nos últimos tempos, constatam que para o ensino da geometria euclidiana e espacial, particularmente, o uso do desenho, ou seja, da figura que representa a situação matemática em questão, é fundamental para a aprendizagem matemática.

Fonseca et al (2009) retrata a preocupação em se resgatar o ensino da Geometria como uma das áreas fundamentais da Matemática tem levado muitos professores e pesquisadores a se dedicarem à reflexão e à elaboração, implementação e avaliação de alternativas, que busquem superar as dificuldades encontradas na abordagem desse tema, na escola básica ou em níveis superiores de ensino.

Gravina (1996) afirma que os alunos pouco dominam os processos característicos e fundamentais da geometria, o raciocínio dedutivo, métodos e generalizações, e que apresentam pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com as propriedades do objeto.

Pedroso (2015) afirma que no ensino médio quando o aluno se depara com cálculos de área e volume, o entendimento torna-se ainda mais complicado, realiza-os por mecanização, não entendendo a aplicação em novas situações.

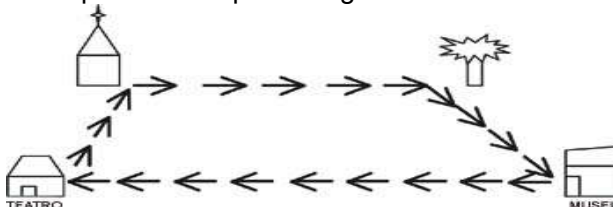
Segundo Pedroso (2015), esse fato ocorre devido à defasagem existente no Ensino Fundamental, em que a geometria nem sempre é apresentada ao aluno inter-relacionada com os demais conteúdos estruturantes, como a álgebra e números, torna-se mera ilustração e exemplificação, sem entendimento de conceitos e propriedades.

A figura 1 representa uma situação problema de geometria em que o estudante deverá escolher uma alternativa, baseado no conhecimento sobre

quadriláteros, entretanto ele deverá analisar se a opção escolhida é a mais adequada.

Figura 1: Item da Matriz SAEB (descritor 4)

Chegando a uma cidade, Fabiano visitou a igreja local. De lá, ele se dirigiu à pracinha, visitando em seguida o museu e o teatro, retornando finalmente para a igreja. Ao fazer o mapa do seu percurso, Fabiano descobriu que formava um quadrilátero com dois lados paralelos e quatro ângulos diferentes.



O quadrilátero que representa o percurso de Fabiano é um

- (A) quadrado.
- (B) losango.
- (C) trapézio.
- (D) retângulo.

Fonte: BRASIL (2008)

As matrizes de Matemática da Prova Brasil e do SAEB estão estruturadas em duas dimensões. A primeira dimensão trata do “objeto do conhecimento”, a segunda dimensão refere-se às “competências” desenvolvidas pelos estudantes. E dentro desta perspectiva, foram elaborados descritores específicos.

O quadro 1 mostra a matriz de referência do ensino fundamental anos finais de matemática, no tema Espaço e Forma, em que constam os descritores.

Quadro 1: Matriz de referência Prova Brasil em matemática anos finais – espaço e forma

Descritores	
D1	Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas
D2	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações
D3	Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos
D4	Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.

D5	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas
D6	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos
D7	Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram
D8	Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares)
D9	Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas
D10	Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos
D11	Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações

Fonte: BRASIL (2008)

A matriz do Programme for International Student Assessment (PISA) de 2015 se refere a um conjunto de sete capacidades, baseadas em uma investigação sobre o modo de operar das competências por meio de itens previamente testados. Essas capacidades cognitivas estão disponíveis para o indivíduo ou podem ser aprendidas por ele, a fim de que entenda e se envolva com o mundo de maneira matemática ou resolva problemas (MEC, 2016).

O quadro 2 mostra as sete capacidades fundamentais da matemática indicadas pela OCDE.

Quadro 2: As sete capacidades fundamentais da matemática indicadas pela OCDE

Comunicar	O letramento matemático envolve comunicação. A pessoa percebe a existência de algum desafio e é estimulada a reconhecer e compreender uma situação-problema. A leitura, decodificação e interpretação de declarações, perguntas, tarefas ou objetos lhe permitem criar um modelo mental da situação, que constitui um passo importante na compreensão, esclarecimento e formulação de um problema.
“Matematizar”	Trata-se de transformar um problema definido no mundo real em uma forma estritamente matemática (por exemplo: estruturação, conceituação, criação de suposições e/ou formulação de um modelo) ou de interpretar ou avaliar um resultado matemático ou um modelo matemático em relação ao problema original. O termo “matematizar” é utilizado para descrever as atividades matemáticas fundamentais

	envolvidas.
Representar	O letramento matemático normalmente abrange representações de objetos e situações matemáticos. Isso pode implicar a seleção, interpretação, tradução entre um e outro e uso de uma série de representações para capturar uma situação, interagir com um problema ou apresentar o próprio trabalho. Tais representações incluem gráficos, tabelas, diagramas, figuras, equações, fórmulas e materiais concretos.
Raciocinar e argumentar	Essa capacidade compreende processos de pensamento logicamente enraizados que exploram e vinculam elementos de problemas, de modo a fazer inferências com base neles, verificar uma justificativa apresentada ou fornecer uma justificativa sobre afirmações ou soluções para problemas.
Delinear estratégias para a solução de problemas	O letramento matemático exige, em geral, o delineamento de estratégias para a solução de problemas matemáticos. Isso envolve um conjunto de processos críticos de controle que norteiam o indivíduo para que efetivamente reconheça, formule e resolva problemas. Essa capacidade é caracterizada pela seleção ou delineamento de um plano ou estratégia de usar a matemática para resolver problemas decorrentes de uma tarefa ou contexto, bem como para orientar sua execução, podendo ser exigida em qualquer das etapas do processo de resolução de problemas.
Utilizar linguagem simbólica, formal e técnica e fazer operações	O letramento matemático envolve a compreensão, interpretação, manipulação e uso de expressões simbólicas em um contexto matemático (inclusive expressões e operações aritméticas) de acordo com convenções e regras matemáticas, bem como o entendimento e utilização de construtos formais baseados em definições, regras e sistemas formais e o emprego de algoritmos com esses conceitos
Usar ferramentas matemáticas	As ferramentas matemáticas incluem instrumentos físicos, como os de medida, ou calculadoras e computadores, cada vez mais disponíveis. Além de saber utilizar essas ferramentas para ajudá-lo na solução de tarefas matemáticas, o indivíduo precisa conhecer suas limitações.

Fonte: MEC (2016)

Nesse sentido o ensino de geometria deve desenvolver competências para resolver problemas. As habilidades descritas no quadro 1 representam a associação do conteúdo ao problema, neste sentido a próxima seção trata da definição da metodologia da ABP.

2.2 A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)

A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) é um método de educação que segue da pesquisa de Barrows e Tamblyn (1980) e foi inicialmente desenvolvida na educação médica na Universidade McMaster no Canadá nos anos 60 (BARRET, 2005).

Segundo Barrows (1980), Aprendizagem Baseada em Problemas tem dois postulados fundamentais. O primeiro é que a aprendizagem através da resolução de problemas é muito mais eficaz para criar na mente do aluno o conhecimento utilizável no futuro em detrimento do que é tradicional a aprendizagem baseada em memorização. A segunda é que as habilidades mais importantes são obtidas através da resolução de problemas, não em habilidades de memória.

A Aprendizagem Baseada em Problemas (também conhecida pela sigla PBL, iniciais do termo em inglês Problem Based Learning) é outra modalidade inserida no conjunto das metodologias ativas, foi inicialmente introduzida no Brasil em currículos de Medicina, mas vem sendo experimentada também por outros cursos. Esta alternativa diferencia-se das demais antes apontadas, por constituir-se como o eixo principal do aprendizado técnico-científico numa proposta curricular (BERBEL, 2011, p.32).

Duch (1999) trata das capacidades desenvolvidas com a metodologia PBL, são elas:

- ✓ Pensamento crítico, capacidade para analisar e resolver problemas complexos do mundo real;
- ✓ Trabalhar em cooperação com pequenos grupos;
- ✓ Demonstrar versatilidade e efetividade na habilidade de comunicação, tanto oral quanto escrita e;
- ✓ Utilizar o conhecimento do conteúdo e as habilidades intelectuais adquiridas no ambiente acadêmico para o processo de aprendizagem contínua.

De acordo com Polya (1995), o problema deve ser proposto ao estudante e o professor deve ajudá-lo a resolver. O estudante deve ser levado ao questionamento, através das indagações, estimulando às operações mentais.

Para Barrows (1980) a aprendizagem resulta do processo de trabalhar para a compreensão da resolução de um problema.

Segundo Barret (2005), o currículo consiste em selecionar e projetar problemas que demandem do aprendiz a aquisição de um conhecimento crítico,

competências de resolução de problemas, estratégias de aprendizagem autodirigida e habilidades de participação.

De acordo com Barret (2005), o processo reproduz a abordagem sistêmica comum usada para resolver problemas ou enfrentar desafios que são encontrados na vida e carreira do aprendiz.

Segundo Affeldt (2016), na ABP, o estudante está no centro do processo de aprendizagem e há a aplicação de problemas em situações semelhantes às reais, nos quais as diferentes áreas do conhecimento devem ser utilizadas.

Barret (2005) apresenta uma estrutura operacional para a ABP:

- 1) Apresentação do problema;
- 2) Debate do problema em um pequeno grupo (brainstorm);
- 3) Realização de estudo individual;
- 4) A solução individualizada é compartilhada;
- 5) Eles apresentam sua solução para o problema;
- 6) Entra a fase de revisão e retrospecto.

Os passos de resolução de problemas descritos por Barret (2005), fazem parte da estrutura da metodologia ABP. As estratégias de resolução individual serão descritas nas fases de Polya, constantes na seção 2.2.1.

2.2.1 As Fases de Resolução de Problemas de Polya

Segundo Polya (1995), o estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho de forma autônoma quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, pouco restará a ser feito pelo estudante. O professor deve auxiliar nem demais, nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável de trabalho.

As fases propostas por Polya (1995) são: a compreensão do problema; Estabelecimento de um plano; Execução do plano e Retrospecto, descritas abaixo.

Segundo Polya (1995), a fase Compreensão do problema representa a identificação da incógnita, dos dados e das condicionantes do problema. O autor utiliza questionamentos que auxiliam a compreensão: É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é

insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória? É indicado pelo autor que a figura seja traçada e que se adote uma notação adequada.

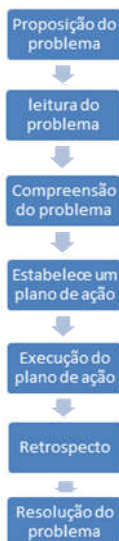
De acordo Polya (1995), para o Estabelecimento de um plano para a resolução de problema, o autor indica a relação com problemas similares. O autor utiliza questionamentos, como: – Já viu o problema ou um problema correlato? Conhece um problema que pode ser útil? Considerando a incógnita, ele auxilia o estudante a procurar um problema que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Considerando um problema correlato e já antes resolvido, é possível utilizá-lo? Utilizar o seu resultado? O seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema?

Na Execução do plano, Polya (1995) faz uma análise da resolução do problema, se está correto ou não. E, através dos questionamentos, o estudante irá para o retrospecto, analisar as próprias respostas, são eles: – É possível verificar se ele está correto? É possível demonstrar que ele está correto?

Já no Retrospecto, Polya (1995) estimula a verificação dos resultados obtidos pelo estudante, através dos questionamentos: – É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isso num relance? É possível utilizar o resultado ou o método em algum outro problema?

A figura 2 representa a estrutura cognitiva de resolução de problemas. Cada fase proposta por Polya (1995) são considerados, neste trabalho, estados dos estudantes.

Figura 2: Estrutura das fases da resolução de problemas de Polya



Fonte: elaborada pela autora

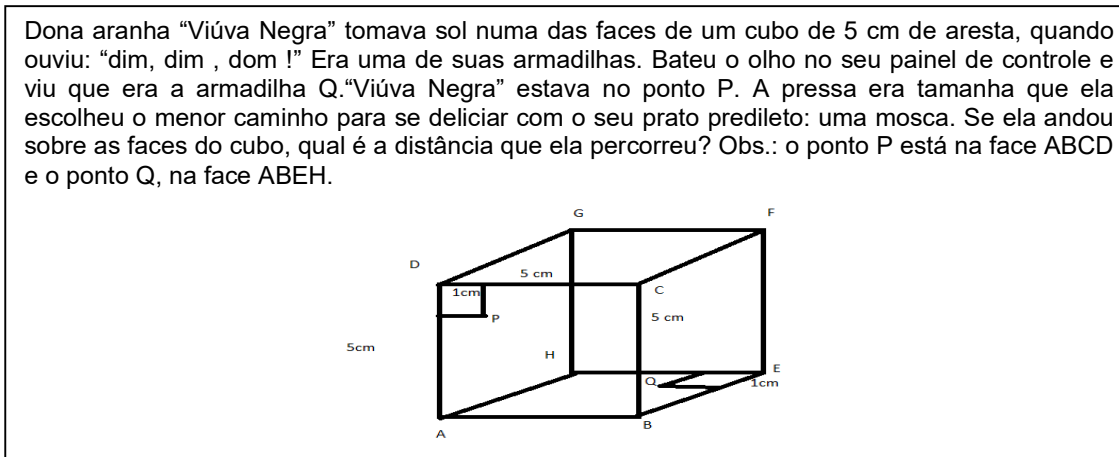
A proposição do problema, feita pelo professor, é o momento de apresentação do problema ao estudante, a leitura é a fase onde o estudante compreende todas as palavras e o sentido do problema, a compreensão consiste em observar no problema os dados, a variável e as condicionantes, o estabelecimento de um plano de ação é a fase em que o estudante propõe o caminho de resolução e a execução do plano é o caminho de resolução, que poderá estar correto ou não, mas no retrospecto o estudante irá observar se a solução está correta, se existem outras respostas ou outros caminhos.

A resolução de problemas em geometria possui como foco avaliar as competências e habilidades desenvolvidas. As competências e habilidades estão definidas em unidades chamadas descritores, agrupadas em temas que compõem a matriz de referência, de acordo com o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB (BRASIL, 2008).

De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais – DCN, os conteúdos trabalhados em sala de aula, quando partem de situações vivenciadas pelo aluno, facilitam o entendimento do “espaço como referência, de modo que seja possível situá-lo, analisá-lo e perceber seus objetos para então ser representado” e, posteriormente, explorar todas as propriedades dos objetos. Para a geometria é importante partir de “objetos que tenham relação com as formas geométricas usuais”, aqueles que lembram os sólidos geométricos e que estão ao nosso alcance.

A figura 3 é um problema cujas habilidades estão nos descritores D1 e D2 da matriz de referência do SAEB, de acordo com o quadro 2.

Figura 3: Problema de geometria com figuras tridimensionais



Fonte: Campos (2001)

- D1 - Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.

A habilidade de o aluno localizar-se ou movimentar-se a partir de um ponto referencial em mapas, croquis ou outras representações gráficas, utilizando um comando ou uma combinação de comandos: esquerda, direita, giro, acima, abaixo, na frente, atrás etc (BRASIL, 2008).

- D2 - Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.

O reconhecimento das propriedades comuns e as diferenças nas planificações de sólidos geométricos quanto a arestas, faces e vértices. O aluno deve ser capaz de planificar um sólido dado e de reconhecer qual é o sólido que pode ser construído a partir de uma planificação dada (BRASIL, 2008).

A exploração deste campo do conhecimento permite o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial, possibilitando a descoberta de conceitos matemáticos de modo experimental (BRASIL, 2008).

A figura 4 é um problema cujas habilidades estão nos descritores D4 e D5 de acordo com a quadro 2.

Figura 4: Problema de geometria com figuras bidimensionais

José, sitiante que pratica agricultura em seu terreno, pretende construir um galinheiro retangular de modo que, com os 16m de tela de arame que comprou, consiga ter o melhor aproveitamento possível. Para isso ele resolveu usar o muro do quintal como um dos lados do galinheiro.

Qual a área máxima do galinheiro que ele consegue construir?

- D4 – Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.

A habilidade de o aluno reconhecer, pelas propriedades comuns ou específicas, os quadriláteros: trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado. Devem ser enfatizados o conceito de paralelismo e a definição de paralelogramo como quadrilátero convexo cujos lados opostos são paralelos. Assim, retângulos, quadrados e losangos são paralelogramos. São importantes atividades de construção dos quadriláteros a partir de suas propriedades e manipulação de peças (jogos, quebra-cabeças) com as formas dos quadriláteros (BRASIL, 2008).

Na seção 2.3 serão analisadas as teorias que fundamentam a aprendizagem de conceitos.

2.3 Teorias Contemporâneas de Aprendizagem

Os alunos apresentam dificuldades na aprendizagem de conceitos geométricos, fato abordado por muitos autores como Gravina (1996/1999), Valente (2004) e outros. E, nesse sentido, atribuem as dificuldades na aprendizagem a alguns fatores como ensino não individualizado, a heterogeneidade de raciocínios e a variabilidade no ritmo de aprendizagem (VALENT, 2004).

Segundo Gravina (1999), uma das dificuldades aparece na transição, necessária, entre o conhecimento de natureza empírica, já adquirido, e aquele a ser construído: a geometria euclidiana enquanto corpo teórico, organizado em axiomas, teoremas e demonstrações, e definições.

Valente (2004) retrata a Teoria da Assimilação Cognitiva de Ausubel (2000), que evidencia a importância da integração dos novos conteúdos às estruturas cognitivas prévias do aprendiz.

2.3.1 Teoria Assimilativa Cognitiva e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)

De acordo com Ausubel (2001) a Teoria da Assimilação Cognitiva explica a forma como se relacionam de modo seletivo, na fase de aprendizagem, novas ideias potencialmente significativas do material de instrução com ideias relevantes, e, também, mais gerais e inclusivas (bem como mais estáveis), existentes (ancoradas) na estrutura cognitiva.

Segundo Valente (2004), A aprendizagem significativa acontece quando o aluno trabalha com material potencialmente significativo para ele, o qual, ao ser manipulado, pode ser relacionado com sua estrutura cognitiva. Sendo assim, a aprendizagem é facilitada na medida em que se apoia no que o aluno já sabe.

Na aprendizagem de conceitos geométricos através da resolução dos problemas, o aprendiz necessita da leitura e interpretação do texto e compreensão da figura geométrica relacionada, e, nessa perspectiva, Fischbein (1993) trata da interação entre as imagens e o conceito no decurso do processo de raciocínio, onde o objeto geométrico é tratado como tendo duas componentes, uma conceitual e a outra figural.

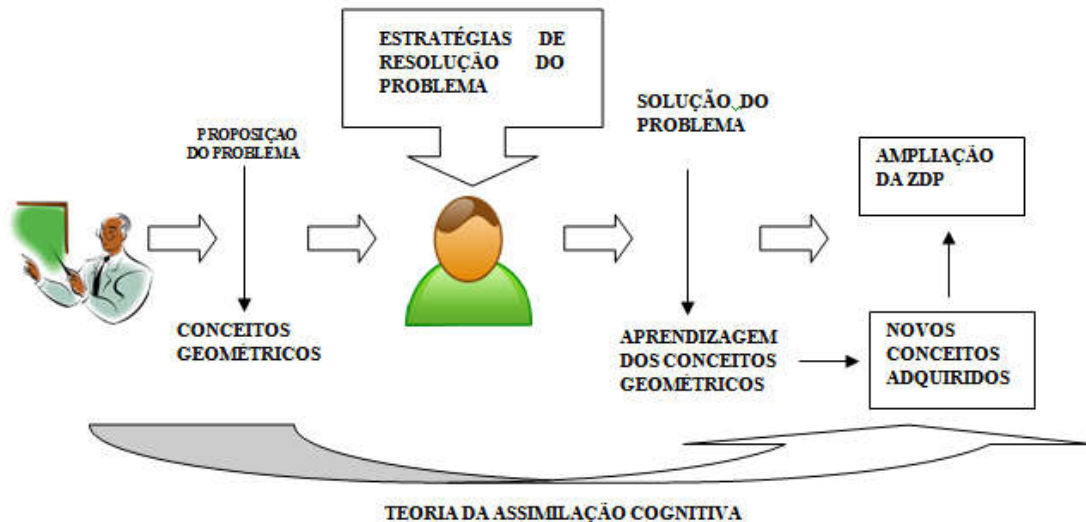
De acordo Fischbein (1993), a noção correta sobre o objeto geométrico está relacionado a duas componentes: a componente conceitual e a figural. A componente conceitual, através de linguagem escrita ou falada, com maior ou menor grau de formalismo dependendo do nível de axiomatização com que se está trabalhando, expressa propriedades que caracterizam certa classe de objetos. Já a componente figural corresponde à imagem mental que associamos ao objeto geométrico, e que no caso da geometria, tem a característica de poder ser “manipulada” através de movimentos como translação, rotação, e outros, mas mantendo invariantes certas relações.

Segundo Fischbein (1993), a dificuldade em manipular objetos geométricos, a saber, a tendência em negligenciar o aspecto conceitual pela pressão de restrições do desenho, é um dos maiores obstáculos para o aprendizado da geometria. Frequentemente condições figurais (de desenho) escapam do controle conceitual, e impõe, a linha de pensamento, interpretações que, do ponto de vista de desenho, são consistentes, mas que não são condições conceituais.

A figura 5 representa a sistematização da Teoria da Assimilação Cognitiva a partir da proposição do problema pelo professor ao aprendiz, a estrutura cognitiva de

resolução de problemas, baseada nas fases de Polya (1995), que orientam na formulação de estratégias de resolução do problema. A solução do problema, que representa a aprendizagem dos conceitos geométricos e configuram a aquisição de novos conceitos, e ampliação do conhecimento na ZDP.

Figura 5: Representação da sistematização da Teoria da Assimilação Cognitiva e da ZDP



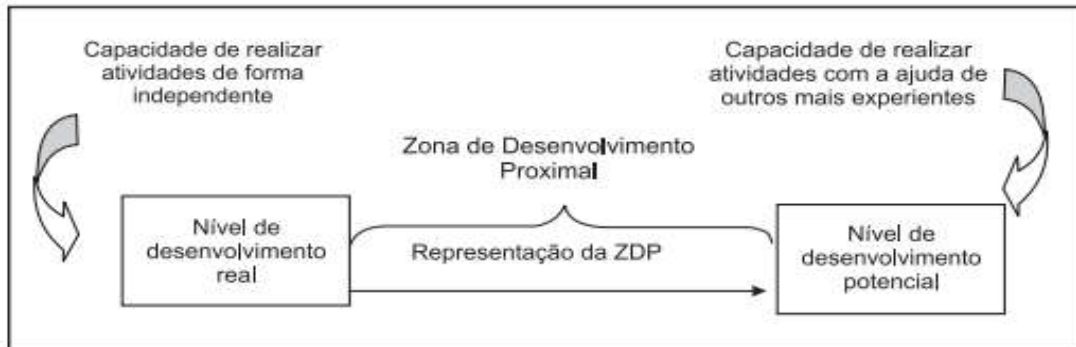
Fonte: elaborada pela autora

Segundo Sloczinski (2010), a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) na teoria de Vygotsky, representa a necessidade do sujeito de ajuda para realizar alguma atividade, e, nesse sentido, ele se encontra entre o nível de desenvolvimento real (capacidade de realizar atividades de forma independente) e o nível de desenvolvimento potencial (capacidade de realizar atividades com a ajuda de outros mais experientes).

A noção vygotskyana de “Zona de Desenvolvimento Proximal” tem de início, uma marca teórica. Na concepção sociocultural de desenvolvimento, a criança não deveria ser considerada isolada de seu contexto sociocultural. Seus vínculos com os outros fazem parte de sua própria natureza. Desse modo, nem o desenvolvimento da criança, nem o diagnóstico de suas aptidões, nem sua educação podem ser analisados se seus vínculos sociais forem ignorados. A noção de zona de desenvolvimento proximal ilustra, precisamente, esta concepção. Esta zona é definida como a diferença (expressa em unidades de tempo) entre os desempenhos da criança por si própria e os desempenhos da mesma criança trabalhando em colaboração e com a assistência de um adulto (IVIC, 2010, p.32).

A figura 6 mostra a representação da ZDP situando-a entre dois níveis: o nível de capacidade de realizar sem ajuda, de forma independente, e o nível de capacidade de realizar atividades com ajuda de outros mais experientes.

Figura 6: Representação da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)



Fonte: Sloczinski (2010)

Illeris (2013) define aprendizagem como qualquer processo que, em organismos vivos, leve a uma mudança permanente nas capacidades e que não se deva unicamente ao amadurecimento biológico ou ao envelhecimento.

Para Ivic (2010), a teoria de Vygotsky é uma “teoria socio-histórico-cultural do desenvolvimento das funções mentais superiores”, ainda que ela seja chamada mais frequentemente de “teoria histórico-cultural”. Para Vygotsky, o ser humano se caracteriza por uma sociabilidade primária.

De acordo com Portilho (2011), uma das metas do processo de aprendizagem e ensino é estimular o aprendiz a ser autônomo, isto é, sujeito do seu próprio aprender.

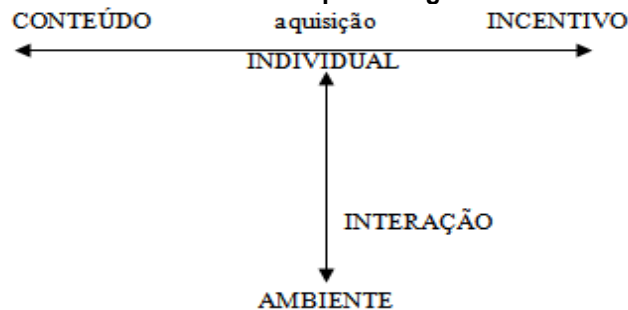
Piaget aparece no século XX como o teórico das sínteses construtivas do conhecimento. Pretendendo compreender como se constrói o conhecimento e em que é que esta construção contribui para a transformação interna do sujeito, Piaget superou todas as posturas epistemológicas anteriores operando a unidade vida-pensamento, graças à base biológica de toda a inteligência e aos isomorfismos das estruturas lógicas, biológicas e psicológicas. À teoria empirista-associacionista vai buscar a importância crucial da experiência no desenvolvimento, tanto intelectual quanto preceptivo. Desde o primeiro dia de vida, o desenvolvimento é, em grande parte, uma função do ambiente com o qual a criança entra em contacto. (FERREIRA, 2003, p.7)

Segundo Illeris (2013), nos processos de aprendizagem, a primeira condição importante a entender é que toda aprendizagem acarreta a integração entre o indivíduo e seu ambiente social, cultural ou material, e um processo psicológico interno de elaboração e aquisição.

Nesse sentido Illeris (2013) define as teorias de aprendizagem em: Teorias tradicionais behavioristas e cognitivas se concentram apenas no processo psicológico interno; e Teorias modernas de aprendizagem social, que, às vezes em oposição ao processo psicológico interno, chamam atenção apenas para o processo externo de interação.

A figura 7 relaciona o processo psicológico interno ao conteúdo através do incentivo a aquisição. A reta horizontal significa que a função de administrar o conteúdo e a função incentivo sempre estarão integradas. Já o processo de interação mantém o indivíduo no topo e o ambiente na base.

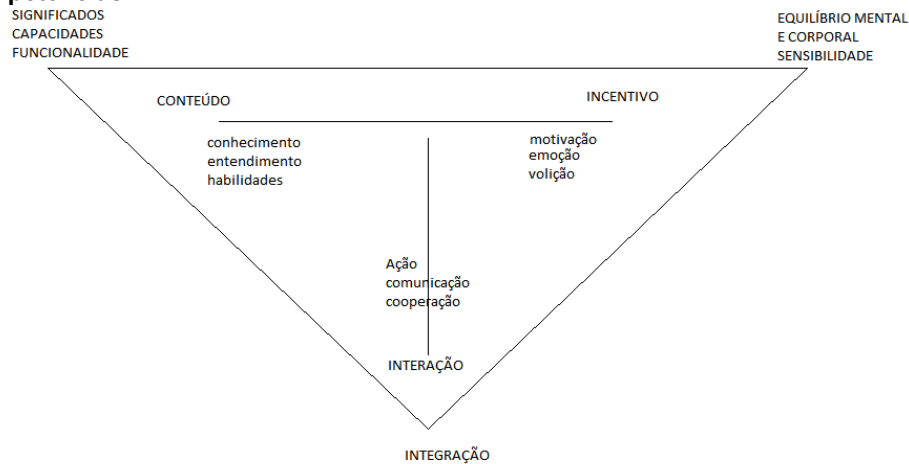
Figura 7: Os processos fundamentais da aprendizagem



Fonte: Illeris (2013)

As duas retas formam um campo triangular em que os três ângulos representam três esferas ou dimensões da aprendizagem.

Figura 8: As três dimensões da aprendizagem e do desenvolvimento de competências



Fonte: Illeris (2013)

Nesta perspectiva, Illeris (2013) define as três dimensões da aprendizagem:

- ✓ A DIMENSÃO CONTEÚDO diz respeito àquilo que é aprendido. Representa o conhecimento e as habilidades. A busca do indivíduo envolve construir significado e capacidades para lidar com os desafios da vida prática e, assim, desenvolver uma funcionalidade pessoal geral.
- ✓ A DIMENSÃO do INCENTIVO proporciona e direciona a energia mental necessária para o processo da aprendizagem, sua função é garantir o equilíbrio mental contínuo do indivíduo e, assim, desenvolver simultaneamente uma sensibilidade pessoal. A dimensão conteúdo e a dimensão incentivo sempre iniciados por impulsos dos processos de interação e integradas no processo interno de elaboração e aquisição. “O conteúdo da aprendizagem está sempre, por assim dizer, obcecado com os incentivos em jogo. A aprendizagem é motivada por desejo, interesse, necessidade e compulsão” (ILLERIS, 2013, p.18).
- ✓ A DIMENSÃO da INTERAÇÃO propicia os impulsos que dão início ao processo de aprendizagem, podendo ocorrer na forma de percepção, transmissão, experiência, imitação, atividade, participação, etc.

O modelo proposto neste trabalho possui uma abordagem interacionista, embasada na teoria de Vygotsky, visando estimular a ampliação cognitiva da ZDP

por meio da resolução de problemas com autonomia, baseado na metodologia ABP, onde o estudante constrói ou interpreta as suas estruturas mentais ativamente.

Nesse sentido, a Dimensão Conteúdo representa o desenvolvimento de habilidades na resolução de problemas de geometria. Na Dimensão Incentivo, os suportes pedagógicos e as ferramentas computacionais como o micromundo de geometria impulsionam a aquisição do conhecimento.

A Dimensão da Interação é retratada na pesquisa através da socialização entre estudante e estudante, estudante e professor e estudante e o meio. São utilizadas ferramentas do AVA, como fórum, glossário, questionário e de um programa de aplicação no Moodle, o GeoGebra.

De acordo com Ivic (2010), a teoria sócio-histórico-cultural do desenvolvimento das funções mentais superiores de Vygotsky se define em palavras chave: sociabilidade do homem, interação social.

Deve haver no cérebro alguma organização dos resultados da aprendizagem, pois nós, quando nos tornamos cientes de algo – uma pessoa, um problema, um tópico, etc. -, em frações de segundo, conseguimos recordar o que definimos subjetivamente e geralmente inconscientemente como conhecimento, entendimento, posturas e reações relevantes e coisas do gênero (ILLERIS, 2013, p.21),

Neste capítulo observamos que a teoria interacionista de Vygotsky, fundamentada pela noção de ZDP, e da teoria assimilativa cognitiva de Ausubel (2000) e a aquisição de novos conceitos embasam o modelo de aprendizagem de conceitos geométricos proposto neste trabalho. A metodologia da ABP e as fases de resolução de problemas de Polya representam a estrutura cognitiva na aprendizagem.

No próximo capítulo será relatado o estudo sobre os scaffoldings, suportes pedagógicos que fazem parte da estrutura cognitiva, estimulando o desenvolvimento de capacidades e habilidades na resolução de problemas.

3. O USO DE MICROMUNDOS COMO SUPORTES PEDAGÓGICOS NA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS

Este capítulo expõe as concepções sobre Scaffoldings e o uso na resolução de problemas de geometria. Está dividido em seções, a 3.1 trata do conceito de suportes pedagógicos e sua utilização; a seção 3.2 trata da Geometria dinâmica e o uso de micromundos como suporte para a compreensão das figuras geométricas na resolução de problemas. Possui duas subseções, a subseção 3.2.1 trata do conceito de geometria dinâmica e a 3.2.2 trata dos Micromundos em geometria, descreve as características do Cabrit Geómetre, do Régua e Compasso e do Geogebra.

3.1 O uso de Scaffoldings na resolução de problemas de geometria

De acordo com o *The Glossary of Education*³, o termo *scaffolding* se refere a uma variedade de técnicas de instrução usados para mover os alunos progressivamente em direção à compreensão mais forte e, em última instância, uma maior independência no processo de aprendizagem.

Segundo Reiser (2004) *scaffolding* é uma estratégia-chave no aprendizado cognitivo, no qual os alunos podem aprender assumindo cada vez mais responsabilidade na resolução de problemas complexos com a estrutura e a orientação de professores.

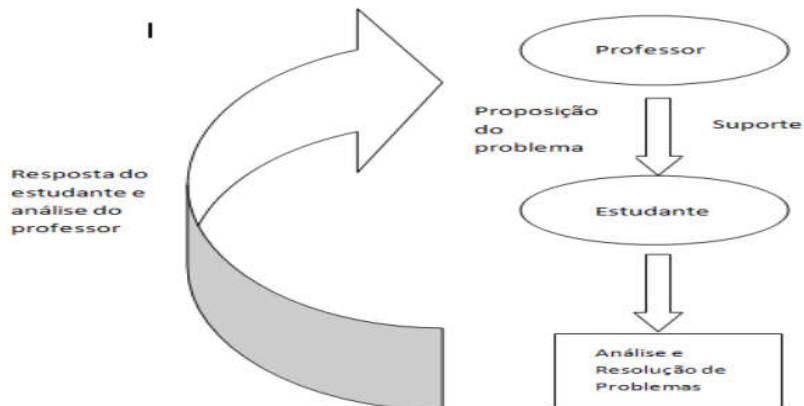
Consideramos, neste trabalho, as técnicas de instrução como os suportes pedagógicos fornecidos pelo professor em níveis sucessivos como apoio temporário, que ajudam os alunos a alcançar níveis mais elevados de compreensão e habilidade de aquisição que eles não seriam capazes de alcançar sem assistência. Como andaimes físicos, as estratégias de apoio são gradualmente removidas quando não são mais necessárias, e o professor muda gradualmente de acordo com o processo de aprendizagem do aluno.

A figura 9 representa a estrutura de apoio do professor ao estudante através da utilização de suportes pedagógicos. Demonstra que a ação do professor na

³ The Glossary of education reform (Glossário da Reforma Educacional) é um serviço da Great Schools Partnership, uma organização de apoio escolar sem fins lucrativos com sede em Portland, Maine. É produzido em colaboração com a Associação de Escritores de Educação, uma organização profissional nacional para jornalistas e profissionais de mídia especializados em educação, e a Fundação de Educação Nellie Mae, a maior filantropia da Nova Inglaterra focada exclusivamente na educação

proposição do problema e dos suportes pedagógicos se dá de acordo com a análise da resolução dos problemas.

Figura 9: Estrutura de apoio do professor ao estudante com suportes pedagógicos



Fonte: elaborada pela autora

De acordo com Reiser (2004), a concepção de *scaffolding*, do uso de suportes pedagógicos, está associada à noção de Vygotsky (1978) da Zona de desenvolvimento proximal (ZDP), que caracteriza a região de tarefas entre o que o aluno poderia realizar sozinho e o que ele ou ela poderia realizar com assistência.

De acordo com *The Glossary of Education*, se os alunos não estão no nível de leitura obrigatória para entender um texto que está sendo ensinado em um curso, o professor pode usar suporte instrucional para melhorar progressivamente a sua capacidade de leitura até que eles possam ler o texto exigido de forma independente e sem assistência.

Segundo Reiser (2004), a ideia de Suportes Pedagógicos está em crescente uso no design educacional. Nesse contexto, a intenção é que o apoio não só auxilia os alunos na realização de tarefas, mas também permite que aprendam com a experiência.

Para os contextos educacionais, é importante enfatizar os aspectos: (a) realizar a tarefa e (b) aprender através dos seus esforços, ou seja, melhorar o desempenho das tarefas futuras no processo. Se os alunos são assistidos na tarefa, mas não são capazes de entender ou tirar proveito da experiência, a assistência terá sido local para essa instância de suportes, mas não terão fornecido apoio para a aprendizagem (REISER, 2004, p.275).

Segundo Larkin (2001) os alunos responsáveis de hoje são desafiados a (a) saber aprender, (b) acessar a informação, (c) aplicar o que é aprendido, e (d)

resolver problemas complexos do mundo real para ser bem sucedido. O objetivo acadêmico final é que os aprendizes independentes possam continuar a aprender por conta própria ou com apoio limitado. A instrução de suportes otimiza a aprendizagem, facilitando a independência dos alunos.

De acordo com *Northern Illinois University*⁴ com relação ao uso de suportes pedagógicos para melhorar a aprendizagem, um dos principais benefícios da instrução de suportes é que prevê um ambiente de aprendizagem de apoio. Em um ambiente de aprendizado de suportes, os alunos são livres para fazer perguntas, fornecer feedback e apoiar os seus pares na aprendizagem.

Nesse sentido Larkin (2001,p.33) estabelece as diretrizes para o uso efetivo de suportes.

- ✓ Identifique o que os alunos sabem. Suportes efetivos exigem que os professores estejam cientes do que um aluno já sabe (conhecimento prévio), os equívocos do aluno e a zona atual de desenvolvimento proximal do aluno (isto é, quais competências estão a desenvolver e que estão além do nível de funcionamento atual do aluno)
- ✓ Comece com o que os alunos podem fazer.
- ✓ Ajude os alunos a alcançar o sucesso rapidamente.
- ✓ Ajude os alunos a "ser" como todos os outros.
- ✓ Saiba quando é hora de parar.
- ✓ Ajude os alunos a serem independentes quando têm o comando da atividade. Para o uso de suportes eficazes significa que os professores precisam escutar e prestar atenção nos indícios de seus estudantes a respeito de quando a assistência do professor é ou não é necessária.
- ✓ Tem havido muito interesse em usar ferramentas de software para dar suporte a aprendizes em tarefas, isto é, fornecer suporte que permita aos alunos lidar com conteúdos mais complexos e demandas de habilidades do que poderiam lidar.

De acordo com Reiser (2004), as ferramentas podem moldar o desempenho dos alunos e a compreensão da tarefa em relação ao conteúdo disciplinar e às estratégias e, assim, forçando os alunos a se envolverem com a complexidade do

⁴ http://www.niu.edu/facdev/_pdf/guide/strategies/instructional_scaffolding_to_improve_learning.pdf

problema, tais ferramentas de suporte tornam este trabalho mais produtivo e promove oportunidades de aprendizagem.

Na seção 3.2 será analisado o conceito de geometria dinâmica que representa um recurso no apoio a aprendizagem de conceitos geométricos por meio do desenho da figura e compreensão de suas propriedades.

3.2 O Conceito de Geometria Dinâmica e os Sistemas de Micromundos

De acordo com Ferreira et al (2012), os conceitos de geometria possuem regras, o desenho não é meramente um esboço, são as características das figuras que ajudam na resolução do problema. Os ambientes de geometria dinâmica são sistemas computacionais que proporcionam construções gráficas e manipulações espaciais de sólidos e curvas geométricos. Mais recentemente, a geometria dinâmica tem sido designada como geometria interativa.

Segundo Isotani et al (2004), a Geometria Dinâmica (GD) pode ser entendida como a implementação computacional da “geometria tradicional”, aquela da régua-e-compasso. O termo “dinâmico” em oposição à estrutura “estática” das construções da geometria tradicional.

O uso de Sistemas de Micromundos proporciona aos estudantes realizar construções de figuras geométricas, podendo alterar as posições dos objetos iniciais e o programa redesenha toda sua construção, preservando as propriedades originais.

De acordo com Brandão (2004), em função desta possibilidade de alterar objetos preservando-se a construção podemos dizer que a Geometria Dinâmica é uma geometria do tipo 1- construção, N-testes, enquanto a tradicional de régua e compasso é do tipo 1- construção, 1-teste.

Nesse sentido, existe uma grande vantagem da geometria dinâmica sobre a geometria tradicional, pois permite que o aluno teste conjecturas e procure descobrir propriedades.

3.2.1 Noções sobre Geometria Descritiva

A Geometria Descritiva idealizada pelo matemático francês Gaspard Monge (1746 – 1818), em meados do século XVIII, tem como pressupostos básicos estudar os métodos de representação gráfica das figuras espaciais sobre um plano, resolver problemas como: construção de vistas, obtenção das verdadeiras grandezas de cada face do objeto através de métodos descritivos e utilizá-la na construção de protótipos do objeto a ser representado. Possibilita ao discente construir uma relação com o espaço tridimensional através da manipulação de elementos gráficos, descobrindo suas associações e inter-relações no contexto das respectivas áreas de formação (ALVES, 2008).

O uso de micromundos no ensino de geometria está relacionado a aprendizagem de conceitos geométricos através da construção das figuras. Vários trabalhos demonstram a eficácia do estudo de geometria descritiva para o desenvolvimento da habilidade de visualização espacial (GITTLER; GLUCK, 1998). Este assunto tem importância estratégica na formação de engenheiros, arquitetos, desenhistas industriais e demais profissionais ligados à concepção da forma (BARROS e SANTOS, 2000).

Segundo Barros e Santos (2000) a resolução de exercícios de Geometria descritiva requer raciocínio espacial e abstrato que exercita o aluno a visualizar estruturas 3D mentalmente.

Na proposta do Método de Monge, o objeto fica determinado a partir das duas projeções, nos planos de projeção, um vertical e outro horizontal, utilizando o sistema cilíndrico ortogonal que permite a representação de objetos (sólidos, planos, retas e pontos) pertencentes a um espaço tridimensional (3D), traduzido para um espaço bidimensional (2D) como uma folha de papel. Esta transformação de 3D para 2D constitui o aprendizado de uma nova linguagem criada por Monge. O estudo de conceitos abstratos, como pontos, retas, planos e sólidos, forma o alicerce para o entendimento da geometria descritiva (COUTINHO et al, 2007, p.2).

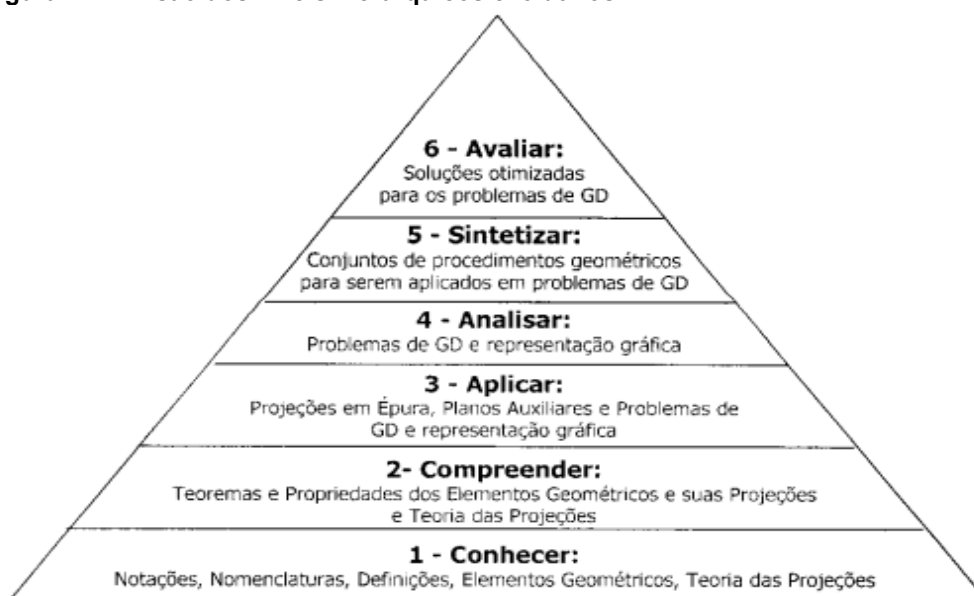
Figura 10: Processo de solução de problemas de Geometria Descritiva



Fonte: Barros e Santos (2000)

Valente (2004) utiliza a Taxonomia de Bloom para classificar os objetivos na área de Geometria Descritiva por que ela apresenta, de forma sistemática, os diferentes níveis de comportamentos que podem ser alcançados pelos aprendizes.

Figura 11: Divisão dos níveis hierárquicos evolutivos



Fonte: Valente (2004)

De acordo com a figura 11, os níveis 1 e 2 representam o Conhecimento e a Compreensão, englobam conceitos teóricos de Geometria descritiva que devem ser assimilados previamente pelos alunos; Os níveis 3 e 4 representam a Aplicação e Análise, propicia aos alunos o desenvolvimento de capacidades na resolução de problemas. Os alunos constroem seu conhecimento manipulando elementos gráficos e seguindo regras teóricas, de modo a integrá-las às suas estruturas cognitivas (VALENTE, 2004).

3.2.2 O GeoGebra e os Micromundos de Geometria Dinâmica

Os micromundos de Geometria Dinâmica são softwares que permitem o desenho da figura geométrica e observações das propriedades da figura.

A figura 12 mostra alguns micromundos de geometria dinâmica.

Figura 12: Micromundos de geometria dinâmica

GEOMETRIA DINÂMICA INTERATIVA										
NOME	URL	JAVA	WEB	MAC	WIN	LNX	\$	LIVRE	COMENTÁRIOS	
CABRI	www.cabri.com/v2/pages/en/index.php	sim	sim	sim	sim		100	não		
GEOSBRA	www.geogebra.at	sim	sim	sim	sim	sim	free	sim	Funções, derivadas, integrais	
CINDERELLA	www.cinderella.de www.antiq.cinderella.de/en	sim	sim	sim	sim	sim	80	não		
GAMBOI	www.gambol.sourceforge.net	sim	sim	sim	sim	sim	free	sim	Sistemas de Desenho, construções básicas, geometria euclidiana	
C a R (ZuL) C e R	www.z-u-l.de	sim	sim	sim	sim	sim	free	sim	Compasso e Régua (Zirkel und Lineal)	
GEOMETRY APPLET	http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/Geometry/Geometry.html	sim	sim	sim	sim	sim	free	sim	Usado para ilustrar elementos euclidianos Autor: David Joyce	
GEONE-T	www.geonext.uni-bayreuth.de	sim	sim	sim	sim	sim	free	sim	Extensão dos Applets de David Joyce	
NON EUCLID	www.cs.unm.edu/~joel/NonEuclid	sim	sim	sim	sim	sim	free	sim	Geometria Hiperbólica Autor: Joel Castellanos	

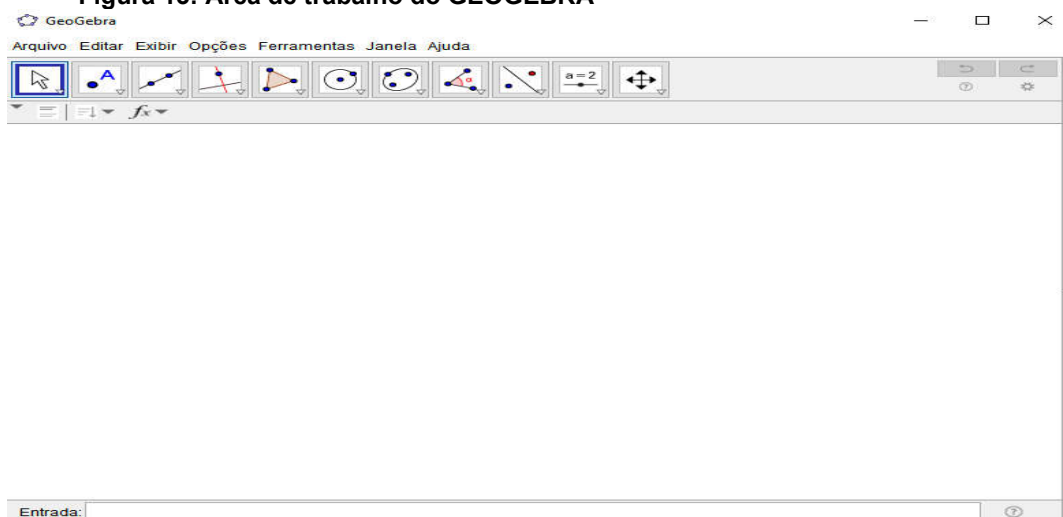
Fonte: <http://www.uel.br/cce/mat/geometrica/php/geometria.php>

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica que permite construir e explorar objetos geométricos e algébricos, interativamente. Foi desenvolvido pelo austríaco Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg, em 2001, e destina-se para o ensino de Geometria, Álgebra e Cálculo nas escolas de ensino básico (SANTIAGO et al, 2008).

A escolha pelo GeoGebra se deve por ser um programa gratuito, de fácil compreensão pelos estudantes, podendo ser utilizado na geometria plana (2D) e na espacial(3D).

A figura 13 mostra as ferramentas geométricas utilizadas na construção das figuras no ambiente do GeoGebra.

Figura 13: Área de trabalho do GEOGEBRA

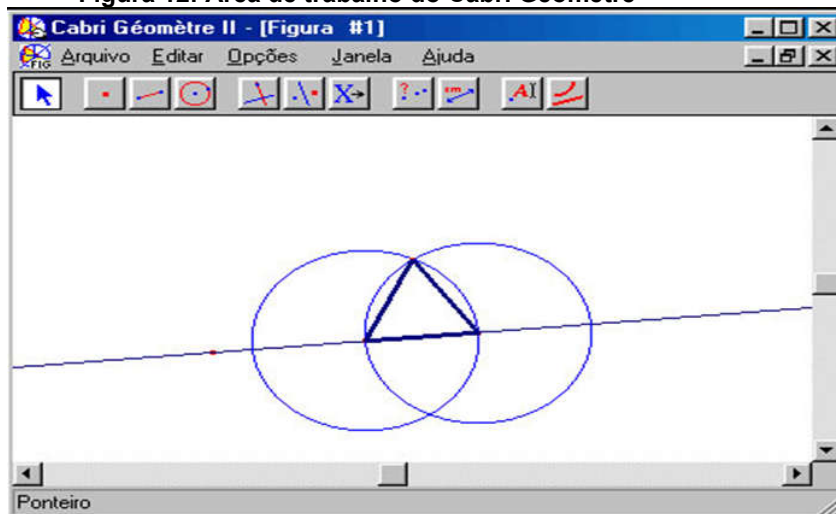


Fonte: elaborada pela autora no ambiente GeoGebra

O programa Cabri Geómetre, ambiente de construção na figura 14 e o programa Régua e Compasso, ambiente de construção na figura 15 e o GeoGebra são programas similares, de construção de figuras geométricas.

Segundo Nóbriga (2003), a palavra Cabri é a abreviatura de Caher de Brouillon Interactif, que significa caderno de desenho interativo. É um micromundo, ou seja um software aberto onde pode ser abordada qualquer atividade de geometria. Foi desenvolvido por Jean-Marie Laborde e Franck Bellemain no Institute d'Informatique et Mathématiques Appliquées de Grenoble na Universidade Joseph Fourier em Grenoble, França.

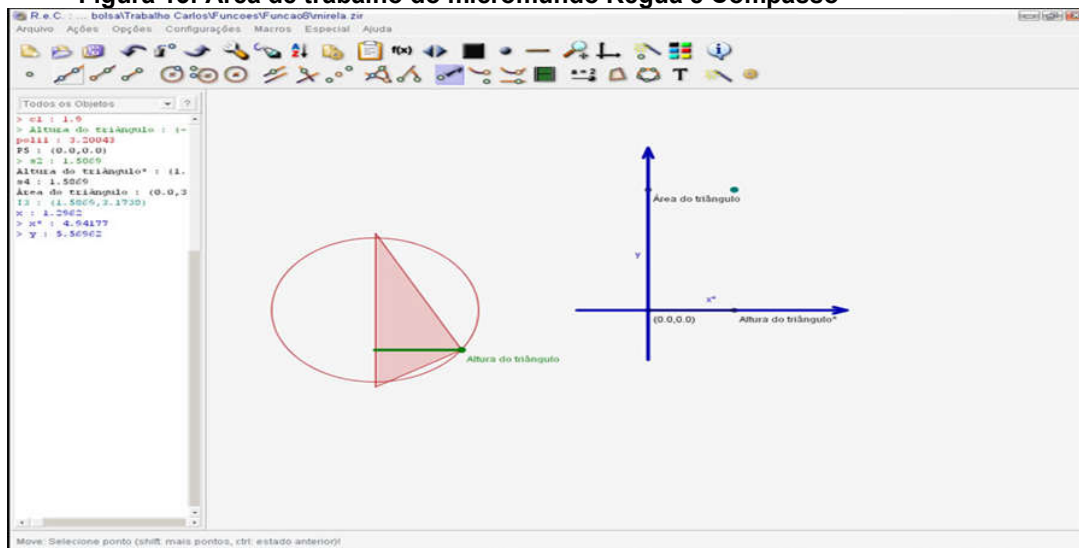
Figura 12: Área de trabalho do Cabri Géomètre



Fonte: <http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/software/interfaces/cabri.jpg>

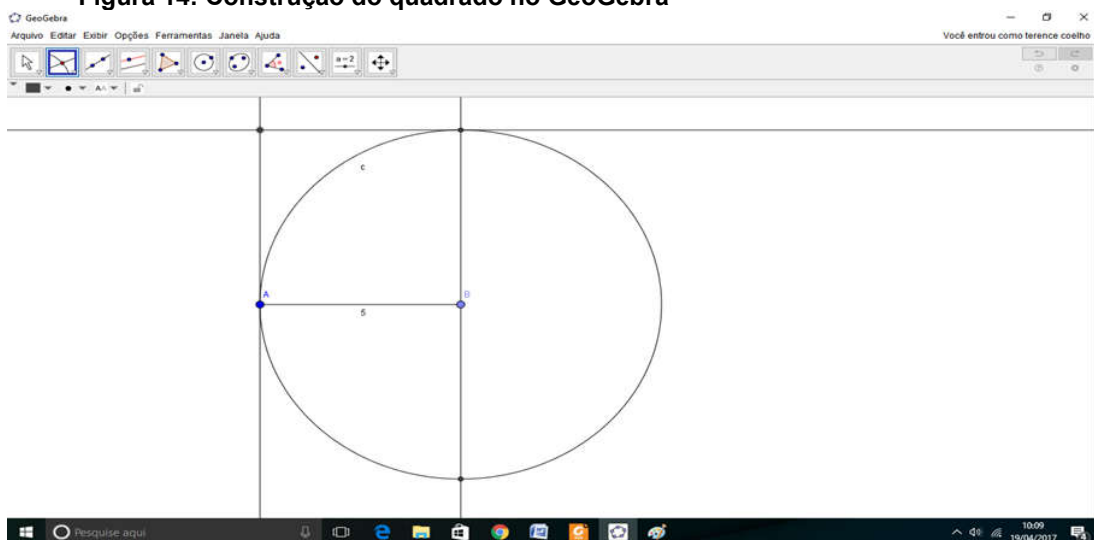
O programa Régua e Compasso é um software educacional onde as construções podem ser feitas com régua e compasso de modo dinâmico e interativo. O autor principal do programa é Rene Grothmann, um matemático da Universidade de Eichstätt, na Alemanha.

Figura 13: Área de trabalho do micromundo Régua e Compasso



A figura 16 representa a construção de um quadrado no GeoGebra, utilizando a ferramenta compasso. Os passos para a construção do quadrado estão nos apêndices (apêndice 02).

Figura 14: Construção do quadrado no GeoGebra



Neste sentido, a escolha do GeoGebra como micromundo para a construção de conceitos geométricos é devido a sua versão como programa de aplicação para o Moodle.

No próximo capítulo veremos as concepções sobre ambiente virtual de aprendizagem como ferramenta de apoio a aprendizagem.

4. O USO DE AMBIENTES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM (AVA) COMO FERRAMENTA DE INVESTIGAÇÃO

Este capítulo está dividido em duas seções que descrevem as concepções sobre o (AVA) e a Plataforma Moodle, na seção 4.1, e a seção 4.2 trata do modelo de aprendizagem de conceitos geométricos proposto neste trabalho, subdividido em duas subseções, a subseção 4.2.1 descreve o modelo conceitual, onde serão demonstradas todas as fases e seu detalhamento e a subseção 4.2.2 descreve o modelo formal, onde será usado um modelo de autômato finito determinístico.

4.1. Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) e a plataforma Moodle

De acordo com Silva (2014), o termo Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) é designado para descrever o conjunto de sistemas necessários à gestão da aprendizagem online. Tais sistemas permitem a gestão de todos os processos, desde a criação do curso até a disponibilização do material didático ao aluno. Os AVAs são sistemas que fornecem suporte a diversos tipos de atividades realizadas pelo aluno e pelo professor, um conjunto de ferramentas que são usadas em diferentes situações dos processos de ensino e de aprendizagem.

O processo de ensino e aprendizagem tem sido influenciado por ferramentas tecnológicas que são consideradas aliadas, pela maioria dos profissionais da educação, psicologia e da ciência da computação (LAZARROTO et al, 2011).

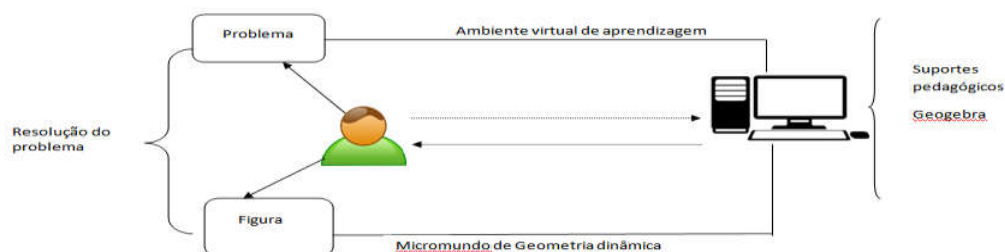
Segundo Cerny et al. (2007), muito se tem discutido sobre o uso de AVA na educação e em pesquisas em diferentes áreas de conhecimento. É importante identificar duas abordagens de estratégias nos processos de ensino e de aprendizagem, a saber: uma intrinsecamente relacionada ao planejamento do professor e à proposta do curso, fundamentada nos princípios teóricos que norteiam os objetivos esboçados, e as traçadas pelo próprio aluno, as estratégias de estudo, que o auxiliam na organização e controle da autoaprendizagem.

A aprendizagem pode ocorrer no AVA que, através dos recursos e ferramentas tecnológicos, proporciona o acesso às informações e suportes, e, nesta perspectiva, Santos (2003, p.4) afirma que.

a aprendizagem mediada por AVA pode permitir que através dos recursos da digitalização várias fontes de informações e conhecimentos possam ser criadas e socializadas através de conteúdos apresentados de forma hipertextual, mixada, multimídia, com recursos de simulações. Além do acesso e possibilidades variadas de leituras o aprendiz que interage com o conteúdo digital poderá também se comunicar com outros sujeitos de forma síncrona e assíncrona em modalidades variadas de interatividade: um-um e um-todos comuns das mediações estruturados por suportes como os impressos, vídeo, rádio e tv; e principalmente todos-todos, própria do ciberespaço.

A figura 17 representa o processo de aprendizagem mediada no AVA, baseado na resolução de problemas com o auxílio dos suportes pedagógicos, dispostos na AVA, e na compreensão da figura geométrica através da utilização do micromundo, disposto no AVA como programa de aplicação.

Figura 15: Representação do processo de aprendizagem relacionando o problema, a figura e o AVA



Fonte : elaborada pela autora

Os ambientes virtuais de aprendizagem (AVA) são uma interface acessada através da internet, podendo ser personalizada de acordo com as demandas de cada curso (como também as demandas individuais) através das possibilidades que este recurso oferece, seja pela interação do aluno com o docente, com outros alunos e com as ferramentas didático-pedagógicas disponíveis. Os AVAs reúnem múltiplos recursos de armazenamento, de pesquisa e de comunicação disponíveis na internet, fomentando através de ferramentas a gestão do processo ensino-aprendizagem, para a distribuição de conteúdo, comunicação e interação entre os sujeitos do processo educativo (SILVA et.al, 2014, p.7).

Segundo Ribeiro e Mendonça (2007), o Moodle é um ambiente virtual de aprendizagem a distância que foi desenvolvido pelo australiano Martin Dougiamas em 1999, formado em Ciências da Computação com Mestrado e Doutorado em

Educação focalizados na área de conhecimento sobre a natureza da aprendizagem e colaboração. a palavra Moodle designada “Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment”, por programadores e profissionais da área da educação.

A escolha do Moodle como plataforma de aprendizagem se deve por ser um software livre, que pode ser utilizado e modificado por qualquer pessoa. A versão 1.0 foi lançada em 20 de agosto de 2002, e desde então está sendo atualizada, com disponibilização de novas versões acrescentando novos recursos e melhor desempenho (RIBEIRO E MENDONÇA, 2007, p.8).

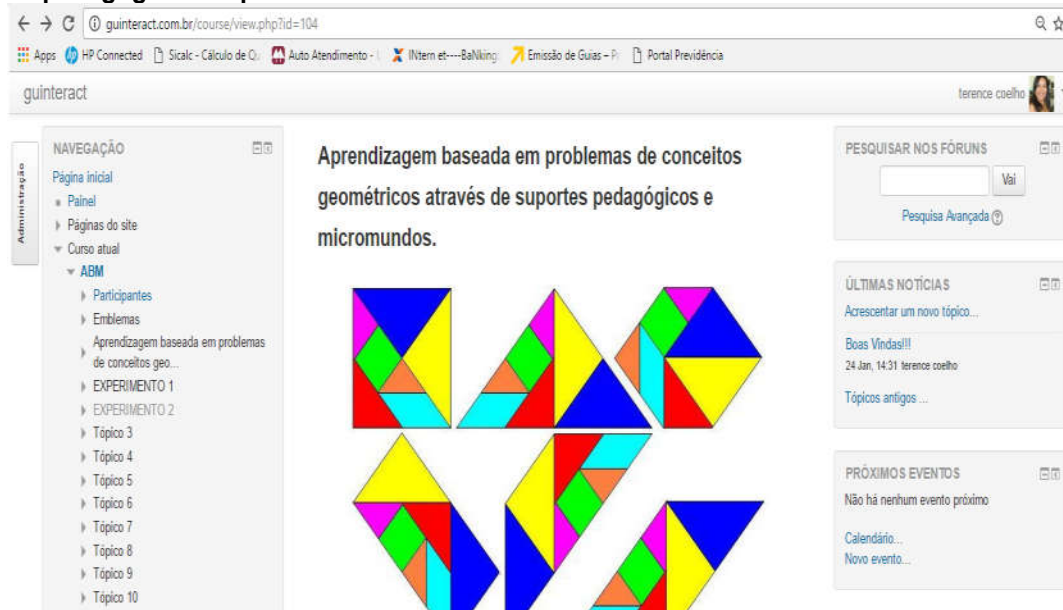
A Plataforma Moodle possui, como software de aplicação, o GeoGebra e na próxima seção iremos tratar das características da Plataforma Moodle.

O Moodle é um software para gestão da aprendizagem e de trabalho colaborativo, permitindo a criação de cursos on-line, páginas de disciplinas, grupos de trabalho e comunidades de aprendizagem. Está em desenvolvimento constante, tendo como filosofia uma abordagem social construtivista da educação. Possui diversos nomes tais como Course Management System (CMS) e ainda Learning Management System (LMS) ou Virtual Learning Environment (VLE). Os utilizadores finais só precisam de um navegador de Internet. Voltado para programadores e acadêmicos da educação, constitui-se em um sistema de administração de atividades educacionais destinado à criação de comunidades on-line, em ambientes virtuais voltados para a aprendizagem colaborativa (GROSSI; BELMONTE, 2010, p.3).

De acordo com Ribeiro e Mendonça (2007), este ambiente virtual de apoio à aprendizagem a distância trabalha com cinco tipos de usuários: administrador, professor tutor e professor autor e aluno. O Administrador é responsável pela estrutura do ambiente, realiza instalação e configuração do sistema e cadastro dos usuários, ou seja, todo o gerenciamento para o funcionamento do ambiente. O Criador de cursos é responsável pelo funcionamento dos cursos, ele cadastra, configura e gerencia os cursos disponíveis no ambiente. O Professor é responsável pelo acompanhamento de alunos dos cursos de sua responsabilidade, ele insere tarefas ou atividades, responde as dúvidas, corrige as atividades além de motivar a participação dos alunos. O Aluno é o usuário que realiza o curso, tem disponível no ambiente vários recursos que contribuem para o seu aprendizado e realiza as atividades designadas pelo professor tutor. O Visitante é o usuário que pode acessar o ambiente e as informações disponibilizadas na tela de abertura do sistema.

A figura 18 mostra a interface do Ambiente Virtual de Aprendizagem na plataforma Moodle utilizada nesta pesquisa. A utilização deste ambiente será explanada no capítulo 5, metodologia da pesquisa

Figura 16: Interface do Ambiente Virtual de Aprendizagem com suportes pedagógicos na plataforma Moodle



Fonte: elaborada pela autora

Nesta seção observamos como o AVA na plataforma moodle pode auxiliar no processo de aprendizagem. Neste sentido será apresentado na seção 4.2 a arquitetura do modelo conceitual.

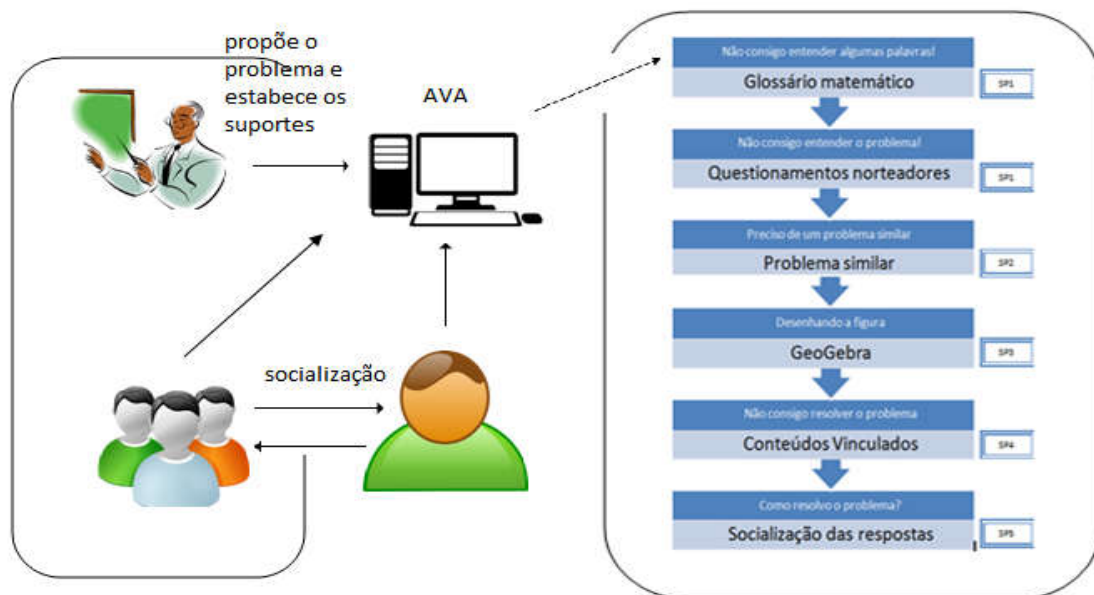
4.2. Arquitetura do modelo de aprendizagem mediado no AVA baseado na Resolução de Problema com o apoio de Suportes Pedagógicos.

O modelo proposto visa estimular a autonomia do estudante na resolução de problemas e na busca pelos suportes pedagógicos que os auxiliem a elaborar a estrutura cognitiva de resolução de problemas de geometria

Quando aprendemos algo como, por exemplo, realizar uma operação matemática, interiorizamos o conceito e nos tornamos capazes de resolver outras atividades que envolvem esse conceito, implicando autonomia nesse aspecto, mas, se ainda não estamos capacitados para realizar determinadas tarefas ou resolver problemas relativos ao conceito, então precisamos de ajuda, de apoio (SLOCZINSKI, 2010, p.48).

A figura 19 mostra a arquitetura do AVA para resolução de problemas, onde o professor propõe o problema no AVA e os estudantes acessam de forma autônoma, elaboram sua estrutura cognitiva de resolução do problema e compartilham as respostas.

Figura 17: Arquitetura do modelo proposto



Fonte: elaborada pela autora

O professor propõe o problema aos estudantes por meio do AVA, estabelece os suportes através das ferramentas. Os estudantes têm acesso ao problema e interagem entre si e buscam resolver o problema. Na seção 4.2.1 será demonstrado o modelo conceitual do ambiente de aprendizagem.

4.2.1 Modelo Conceitual

O modelo de ambiente de aprendizagem subsidiada pelo AVA e com o apoio de Suporte Pedagógico a Resolução de Problemas é um modelo desenvolvido na plataforma Moodle, onde estão dispostos os suportes pedagógicos por meio das ferramentas da plataforma e do programa de aplicação GeoGebra de geometria dinâmica.

Pretende-se se mostrar que o modelo proposto permite ao estudante elaborar uma estrutura cognitiva para resolução de problemas por meio do conhecimento prévio do aprendiz. As ferramentas do Moodle, que são os suportes pedagógicos,

são gerenciadas pelo professor e a sua utilização está vinculada ao auxílio na resolução do problema.

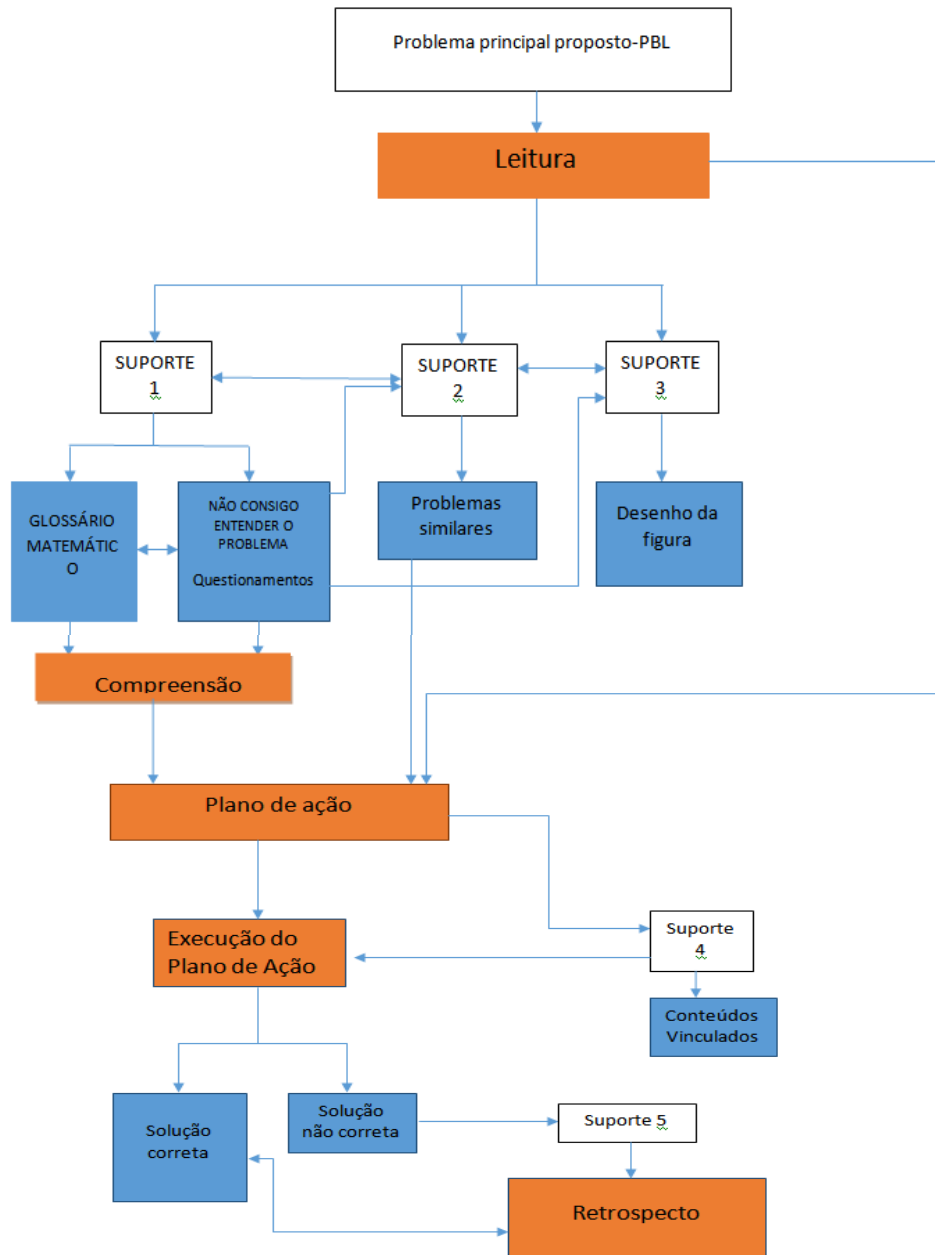
O professor propõe o problema e insere na plataforma os suportes pedagógicos e analisa a evolução dos estudantes na resolução do problema bem como a utilização desses suportes.

A figura 20 demonstra o modelo proposto por este trabalho do ambiente de aprendizagem subsidiado no Ambiente Virtual de Aprendizagem para resolução de problemas. No modelo descreve as ações dos estudantes no AVA, as fases de Polya são os estados em que os estudantes se encontram: leitura, compreensão, plano de ação, execução do plano de ação e retrospecto. No ambiente são disponibilizados ao estudante: o problema e os suportes: Glossário, Questionamentos, Problemas Similares, Desenho da figura, Conteúdos Vinculados e a ferramenta de interação e socialização.

O professor propõe o problema, os estados são necessários para a resolução do problema, entretanto cada estudante passa por cada estado de forma diferente, podendo utilizar ou não o suporte para avançar nos estados.

Os resultados da pesquisa foram decisivos para a elaboração deste modelo serão explicitados no capítulo 6, sobre resultados e discussões.

Figura 18: Modelo conceitual do Ambiente Virtual de Aprendizagem de resolução de problema com o uso de suportes



Fonte: elaborada pela autora

A sistematização do modelo conceitual será explanada no capítulo 7 contribuições. No próximo capítulo será explanada a metodologia da pesquisa utilizada, onde veremos como os resultados foram obtidos e como estes subsidiaram a elaboração do modelo conceitual.

5. METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo serão expostos os procedimentos metodológicos da pesquisa. Para tanto, o mesmo foi desmembrado em cinco diferentes seções. Na Seção 5.1 são apresentados a natureza e o tipo de pesquisa. Na Seção 5.2 são mostrados os participantes do estudo. Na Seção 5.3 é descrita os materiais adotados na pesquisa. Na Seção 5.4 os procedimentos são apresentados. A seção 5.5 expõe como foi feita a coleta de dados.

A pesquisa é motivada pelas dificuldades apresentadas por estudantes na aprendizagem de conceitos geométricos, a metodologia utilizada busca responder a questão da pesquisa: como o uso da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), como metodologia ativa subsidiada por suportes pedagógicos e micromundos de geometria promove a aprendizagem de conceitos geométricos?

5.1. Caracterização da pesquisa

Esta pesquisa é de natureza qualitativa, na forma de observação participante, do tipo Pesquisa-ação, que segundo Tripp (2005), é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar suas práticas pedagógicas e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos, mas mesmo no interior da pesquisa-ação educacional surgiram variedades distintas.

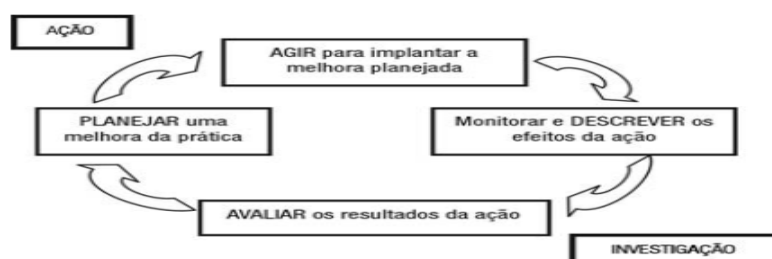
Segundo Flick (2009, p.207), a forma de observação mais comumente utilizada na pesquisa qualitativa é a observação participante. As principais características deste método dizem respeito ao fato de o pesquisador mergulhar de cabeça no campo, que observará a partir de uma perspectiva de membro, mas deverá também influenciar o que é observado graças a sua participação.

Pesquisa-ação é uma forma de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática”, e eu acrescentaria que as técnicas de pesquisa devem atender aos critérios comuns a outros tipos de pesquisa acadêmica (isto é, enfrentar a revisão pelos pares quanto a procedimentos, significância, originalidade, validade etc.) (TRIPP, 2005,p.447).

De acordo com o autor é importante que se reconheça a pesquisa-ação como um dos inúmeros tipos de investigação-ação, que é um termo genérico para qualquer processo que siga um ciclo no qual se aprimora a prática pela oscilação sistemática entre agir no campo da prática e investigar a respeito dela.

Planeja-se, implementa-se, descreve-se e avalia-se uma mudança para a melhora de sua prática, aprendendo mais, no correr do processo, tanto a respeito da prática quanto da própria investigação.

Figura 19: Representação em quatro fases do ciclo básico da investigação – ação



Fonte: Tripp (2005, p.446)

5.2 Participantes

Foi realizada uma pesquisa de campo em uma escola pública de Ensino Fundamental e Médio, localizada na cidade de Maceió, Alagoas – Brasil, em dois ambientes pedagógicos: na sala de aula presencial e no laboratório de informática.

Na sala de aula: participaram da pesquisa 30 alunos, sendo 01 hora/aula por semana dedicada ao estudo de geometria que faz parte do currículo escolar, distribuídos em aulas expositivas e na resolução de exercícios no caderno.

No laboratório de informática: a turma foi dividida em 2 grupos de 15 alunos, 01 grupo utilizando o ambiente virtual de aprendizagem e a metodologia ABP com suportes pedagógicos e o GeoGebra como programa de aplicação do Moodle e o outro grupo, o programa de construção de figuras geométricas.

Os sujeitos da pesquisa foram 30 alunos dos 6º ano do ensino fundamental e a professora, de uma escola pública da cidade do Maceió. Os alunos, 18 do sexo masculino e 12 do sexo feminino, tinham idades que variavam entre 11 e 13 anos.

A turma de 6º ano foi escolhida devido a iniciação no ensino fundamental e por estar na fase de construção a estrutura cognitiva de resolução de problemas.

5.3 Materiais

Houve a adoção do diário de bordo para a observação em sala de aula, no laboratório de informática e no AVA, do programa de construção de figuras geométricas GeoGebra. Foi utilizado o AVA na plataforma Moodle onde foram dispostos suportes pedagógicos utilizando as ferramentas: questionário, glossário, fórum.

5.4 Procedimentos

Para a execução deste estudo houve inicialmente a solicitação de autorização da escola, mesmo sendo a professora efetiva do quadro estadual e lotada nesta unidade escolar. Consentimento pelo qual foi possível desenvolver a pesquisa. Nesta etapa houve um contato com a direção da escola selecionada para o estudo, a fim de que o mesmo pudesse ser autorizado, atendendo às condições adequadas aos interesses propostos pela investigação.

Como professora da escola foi aplicada a pesquisa como forma de investigação, análise e avaliação da aprendizagem, não sendo necessária a autorização dos estudantes para a participação da pesquisa. Tal pesquisa fez parte do processo pedagógico de ensino da disciplina matemática. Em seguida, o documento para autorização foi enviado à direção para que pudessem ser previamente assinado, concordando com a divulgação das informações obtidas na pesquisa. (apêndice nº 1)

A pesquisa se baseou na observação participante e ocorreu a participação da professora na mediação da aprendizagem.

5.4.1 Acesso ao campo de pesquisa e cronograma das atividades

A escola foi escolhida por ser uma escola de ensino fundamental e ter turmas de 6º anos, por ter laboratório de informática e por que a pesquisadora é professora da unidade escolar e devido à disponibilidade da direção da escola em auxiliar na pesquisa.

Inicialmente, a pesquisadora buscou estabelecer contato com a direção da escola. Através de algumas reuniões nas quais foram explanados os motivos da

realização da pesquisa para a direção e para a coordenação pedagógica. Depois dos contatos iniciais, foram iniciadas as atividades e o cronograma da pesquisa descrito no Quadro 03.

O estudo aconteceu de maio de 2016 a maio de 2017.

Quadro 3: Cronograma de Etapas da Pesquisa

ATIVIDADE	PERÍODO	DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE
Sala de aula – Introdução à geometria, elementos básicos da geometria, figuras geométricas planas e não planas	02/05/16 a 20/05/16	Aulas expositivas de introdução da geometria
Sala de aula – Pré - teste para análise do estado inicial	27/06/16 a 04/07/16	Exercício com problemas de geometria, questões objetivas envolvendo figuras planas e não planas, os conceitos de volume e área e movimentação
Análise do Pré - teste e do Estado inicial dos estudantes e seleção dos estudantes	04/07/16 a 22/07/16	Análise das respostas ao exercício, desenho das figuras
Introdução ao experimento 1 em sala com aplicação dos suportes pedagógicos	25/07/16 a 08/08/16	Aplicação dos suportes pedagógicos nas fases de Polya
Laboratório de Informática Introdução ao Geogebra (1ª turma)	15/08/16 a 29/08/16	Início da primeira atividade no Geogebra, conhecendo as ferramentas e construção de figuras
Laboratório de Informática Introdução ao Geogebra (2ª turma)	05/09/16 a 19/09/16	Início da primeira atividade no Geogebra, conhecendo as ferramentas e construção de figuras
Sala de aula: Introdução ao experimento 2 com aplicação dos suportes pedagógicos	10/10/16 a 31/10/16	Aplicação dos suportes pedagógicos nas fases de Polya
Preparação do Ambiente virtual de aprendizagem AVA	Novembro e dezembro de 16	-----

	– conclusão do ano letivo de 2016	
Janeiro férias dos estudantes	----- -----	-----
Sala de aula: relembrando os conceitos estudados	06/02/17 a 20/02/17	Aula expositiva e exercícios
Laboratório de Informática Início da 1ª turma (15 alunos) no AVA	06/03/17 a 27/03/17	experimento 1 e experimento 2
Laboratório de Informática Início da 2ª turma (15 alunos) no Geogebra	03/04/17 a 24/04/17	Construção do quadrado no geogebra
Laboratório de Informática Início da 1ª turma (15 alunos) no AVA	08/05/17 a 22/05/17	experimento 3
Pós – teste	29/05/17	Exercício com problemas de geometria, questões objetivas envolvendo figuras planas e não planas, os conceitos de volume e área e movimentação
Análise dos resultados	29/05/17 a 02/06/17	

Fonte: elaborado pela autora

5.5. Coleta de Dados

Esta seção apresenta como foi a coleta dos dados nesta pesquisa. Na seção 5.5.1 expõe-se como aconteceram as observações em sala de aula, durante as aulas expositivas até o pré-teste observando o conhecimento prévio dos estudantes. Já a seção 5.5.2 relata a descrição das observações das aulas que aconteceram com o uso dos suportes pedagógicos e a implantação da metodologia ABP. Na seção 5.5.3 descreve a observação das aulas no laboratório de informática e a utilização do GeoGebra e no AVA. Por último a seção 5.5.4 descreve-se o pós- teste (Apêndice 6) aplicado com os alunos.

As observações em sala de aula e no laboratório de informática foram registradas em diário de bordo para facilitar a coleta e análise de dados.

5.5.1 Observações em Sala de Aula

Nesta seção serão demonstradas as observações em sala de aula, no laboratório de informática e no ambiente virtual de aprendizagem de acordo com o cronograma do Quadro 1.

Em sala de aula, no período 02/05/16 a 20/05/16, foram utilizadas aulas expositivas onde foi apresentado inicialmente o conceito da geometria, os elementos básicos e as figuras geométricas. A professora iniciou a primeira aula questionando a turma, com o intuito de analisar os conhecimentos prévios dos estudantes para dar prosseguimento ao planejamento das próximas aulas:

- ✓ Professora: *“Vocês já estudaram geometria anteriormente?”*
- ✓ Estudantes: *“Não”*
- ✓ Professora: *“Vocês sabem ou já ouviram falar em geometria?”*
- ✓ Estudantes: *“Sim, estuda as figuras geométricas.”*
- ✓ Professora: *“E quais as figuras geométricas que vocês conhecem?”*
- ✓ Estudantes: (citaram figuras do cotidiano) *“Cone, cubo, quadrado, círculo, retângulo, cilindro, triângulo”*
- ✓ Professora: *“Vocês sabem qual a relação e a diferença entre o quadrado e o retângulo?”*
- ✓ Estudantes: *“Não”* (para eles as duas figuras representam a mesma coisa)
- ✓ Professora: *“Vocês sabem o que é o círculo?”*
- ✓ Estudantes: *“é uma bola”* (os estudantes desconhecem circunferência e esfera)

A partir dessas respostas, a professora continuou explicando o conceito de geometria, os elementos básicos e suas representações e como podem ser as figuras.

Em Sala de aula no período de 27/06/16 a 04/07, a professora aplicou o pré-teste (Apêndice 02) com os 30 alunos da turma.

O pré-teste foi composto de três problemas de contexto real, buscou-se contemplar as figuras bidimensionais e tridimensionais e conteúdos relacionados a geometria, tais como: área, volume, movimentação.

No pré-teste os problemas 1 e 3 apresentavam figuras e o problema 2 não apresentava a figura, entretanto foi solicitado aos estudantes que desenhassem a figura. O objetivo foi observar a resolução do problema com a figura explícita e sem a figura e como os estudantes desenhavam as figuras, com o intuito de observar a compreensão da figura.

As respostas são discriminadas abaixo:

- **Com relação à leitura e compreensão**

Inicialmente os estudantes leram silenciosamente e em seguida foi solicitado para um deles ler em voz alta.

Após a leitura os alunos leram, mas não conseguiram elaborar nenhum plano de ação, não demonstraram nenhuma estratégia cognitiva para resolver os problemas.

- **Com relação ao desenho das figuras**

Três estudantes conseguiram desenhar com coerência as duas figuras do pré-teste.

A maioria dos processos de melhora segue o mesmo ciclo. A solução de problemas, por exemplo, começa com a identificação do problema, o planejamento de uma solução, sua implementação, seu monitoramento e a avaliação de sua eficácia (TRIPP, 2005).

O pré-teste representa o estado inicial em que os estudantes se encontravam, e verificou-se a dificuldade dos estudantes na fase da leitura para a compreensão do problema e da figura geométrica.

A professora decidiu como ação inicial aplicar as fases de resolução de problemas de Polya, entretanto observou que Polya inicia da compreensão do problema, contudo a identificação dos elementos dispostos na compreensão do problema, tais como identificar qual a variável do problema, os dados do problema e as condicionantes, não era compreendido pelos estudantes, então a professora sistematizou cada problema como Experimento e, para auxiliar na resolução dos problemas aplicou suportes pedagógicos para que o estudante pudesse chegar ao nível de compreensão de Polya.

5.5.2 Observação em sala de aula com o uso de suportes pedagógicos

Esta seção irá mostrar os procedimentos de aplicação dos suportes pedagógicos na resolução dos problemas através das fases de Polya.

Iniciando com o experimento 1 (1º problema do Pré-teste):

- **Leitura**

A professora fez questionamentos:

“Existe alguma palavra do problema que você não sabe o significado?”

Os estudantes responderam:

“Aresta”

A professora explicou o significado de aresta e nesse momento os estudantes já retornaram a leitura do problema, 3 alunos começaram a questionar?

Aluno 1: *“ a aranha pode ir em qualquer direção?”*

Aluno 2: *“ a aranha pode entrar no cubo?”*

Aluno 3: *“ a aranha pode ir por cima”* (diz-se pela face superior do cubo?)

Percebe-se que ao encontrar uma palavra de significado desconhecido, o estudante não consegue elaborar uma estrutura cognitiva para a resolução do problema.

- **Questionamentos**

A professora expôs questionamentos orientadores da leitura:

1) *Quem tomava sol em uma das faces do cubo?*

2) *Quanto mede a aresta do cubo?*

3) *Onde estava D. Aranha?*

4) *Onde se encontra a armadilha?*

5) *Qual a condição para D. Aranha chegar até a mosca?*

Nesse momento os estudantes para cada resposta aos questionamentos precisavam ler novamente o problema, mas de maneira diferente, uma leitura orientada, em busca das respostas. A partir desse momento os alunos começaram a propor a solução para o problema.

A professora ainda expôs uma situação similar para que o estudante fizesse a analogia com o problema proposto:

A sala de aula foi descrita para os estudantes como figura tridimensional e proposto o cálculo da distância entre dois pontos situados em paredes diferentes.

- ✓ 8 (oito) alunos responderam da seguinte forma:

$$4 + 4 + 4 + 1 = 13 \text{ cm}$$

- ✓ 5 (cinco) alunos responderam:

$$5 + 5 + 5 = 15$$

- ✓ E os outros não opinaram.

Percebe-se que nesse momento ocorreu a compreensão do problema para os 13 (treze) alunos, tendo em vista que eles elaboraram uma estratégia cognitiva para resolução.

A professora entrevistou questionando se essa seria a menor distância a ser percorrida por D. Aranha.

A professora percebeu que os estudantes em nenhum momento utilizaram o sentido oblíquo, ou seja, as diagonais das faces do cubo.

Então a professora utilizou o programa GeoGebra de construção de figuras geométricas.

5.5.3 Observações no Laboratório de Informática

As observações no laboratório de informática ocorreram em uma aula por semana e como a escola só possui 5 computadores em funcionamento, a professora separou a turma em grupos, o 1º grupo dos 13 estudantes que já haviam proposto a solução do problema e acrescentou mais dois alunos que haviam desenhado a figura com coerência, o 2º grupo foi formado pelos outros estudantes que ainda não haviam proposto nenhuma solução para o problema.

Foram formados grupos com 15 alunos, situando 3 por computador.

Para iniciar o estudo do GeoGebra, foi preciso explicar como funciona o programa e as ferramentas.

Iniciou-se no laboratório de informática, dia 15 de agosto de 2016 com a primeira atividade de construção, um quadrado (Apêndice 3). Esta atividade com os dois grupos perdurou até o dia 29 de setembro de 2016.

Cada ferramenta proposta se fez necessária a intervenção da professora para explicar a função, tais como: segmento de reta de comprimento fixo, retas perpendiculares, compasso, retas paralelas.

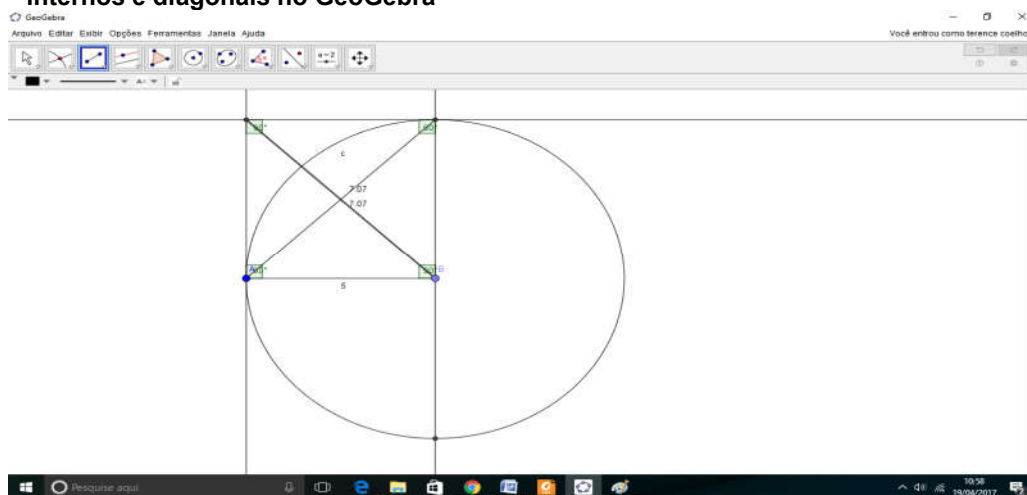
A professora utilizou as ferramentas do GeoGebra para estudar as propriedades do quadrado, inclusive o elemento diagonal do quadrado.

A utilização do programa para a aprendizagem dos conceitos geométricos foi realizada em três momentos: 1º momento: Construção da figura, nesse momento é necessário o conhecimento dos elementos de geometria que compõem a figura, tais como, segmento de reta, retas perpendiculares, retas paralelas, ponto de intersecção; 2º momento: Identificação dos elementos e propriedades do quadrado, ângulos internos, ângulos externos, diagonais. Para esse momento direcionamos com perguntas aos alunos, Quanto medem os ângulos internos do quadrado? Quantas diagonais o quadrado possui? Qual o comprimento das diagonais? Quais as relações entre as diagonais? 3º momento: Conclusão dos alunos sobre as observações sobre o quadrado.

Para responder aos questionamentos os estudantes utilizaram as ferramentas de construção do quadrado.

A figura 22 representa a construção do quadrado e verificação das propriedades dos ângulos internos e das diagonais do quadrado, elaborada por um estudante no Geogebra.

Figura 20: Construção do quadrado e verificação das propriedades dos ângulos internos e diagonais no GeoGebra

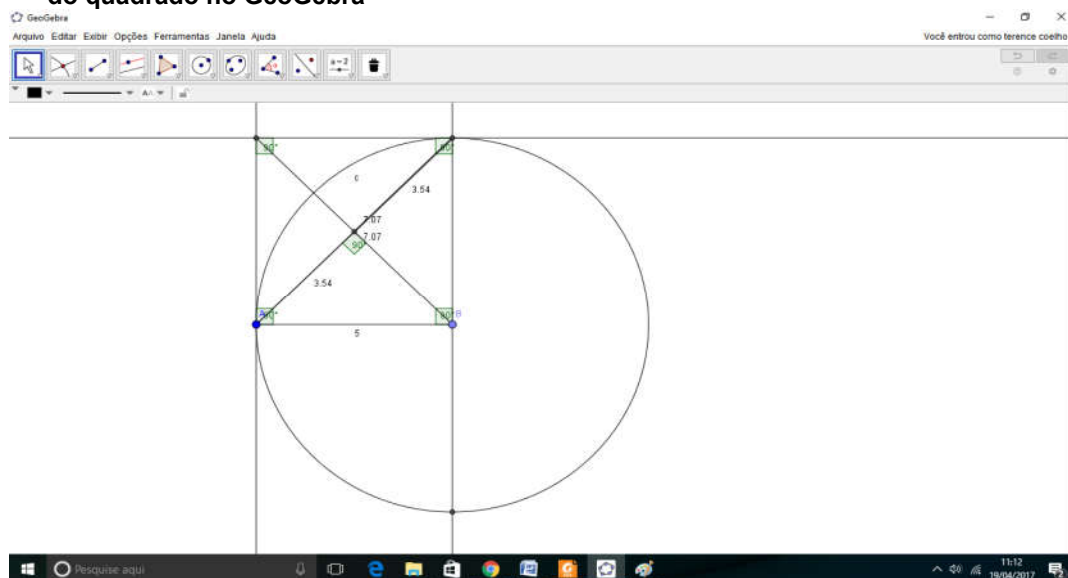


Fonte: elaborada por estudante no GeoGebra

Para a observação das propriedades do quadrado e relação entre as diagonais, os estudantes precisaram de orientações (Apêndice 3) para responder aos questionamentos propostos pela professora.

A figura 23 representa a construção do quadrado e verificação das diagonais como bissetrizes do quadrado, elaborada por estudante no GeoGebra.

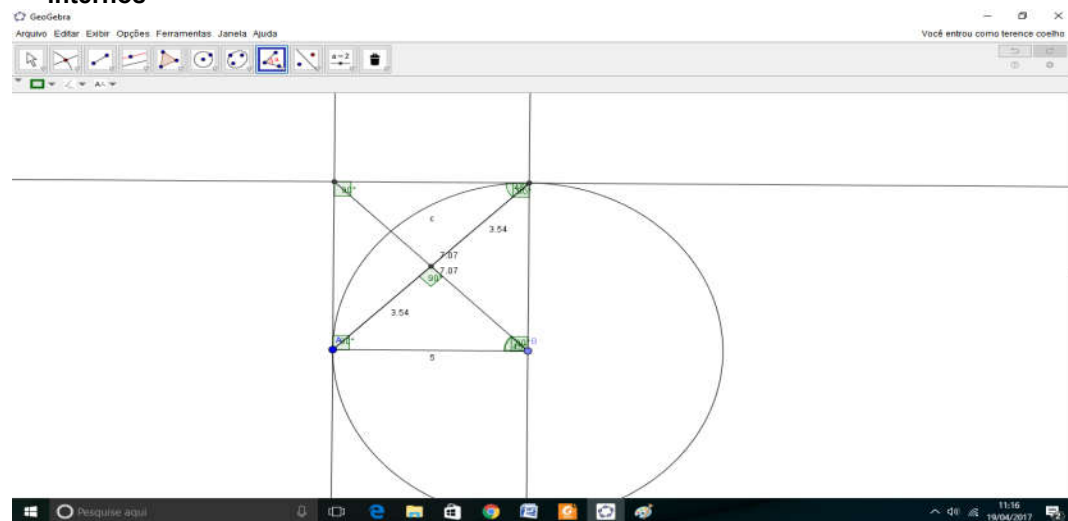
Figura 21: Construção do quadrado e verificação das diagonais como bissetrizes do quadrado no GeoGebra



Fonte: elaborada por estudante no GeoGebra

A figura 24 representa a construção do quadrado e a relação entre as diagonais e os ângulos internos do quadrado, elaborada por estudante no Geogebra.

Figura 22: Construção do quadrado e a relação entre as diagonais e os ângulos internos



Fonte: elaborada por estudante no GeoGebra

As propriedades observadas pelos estudantes, após a construção do quadrado, foram:

- ✓ Os ângulos internos são congruentes e suas medidas iguais a 90° ;
- ✓ As duas diagonais são congruentes e suas medidas iguais a 7,07;

- ✓ As diagonais são perpendiculares, se interceptam no ponto médio;
- ✓ As diagonais são as bissetrizes dos ângulos internos do quadrado.

Nesse momento a professora propôs a resolução de problema no AVA, na plataforma Moodle, para que os estudantes pudessem, com autonomia, observar as possibilidades de resolução do problema na figura tridimensional.

A professora utilizou o AVA com o primeiro grupo, grupo de 15 estudantes em que foi implementada a ABP e não utilizou com o segundo grupo, com o intuito de estabelecer uma comparação entre estratégias cognitivas elaboradas para resolução dos problemas.

Inicialmente a dificuldade foi para os estudantes fazerem o e-mail, depois o cadastro.

No AVA, os experimentos foram dispostos separadamente, conforme a figura 25, experimento 1, e os suportes na figura 26.

Figura 23: Experimento 1 na plataforma Moodle

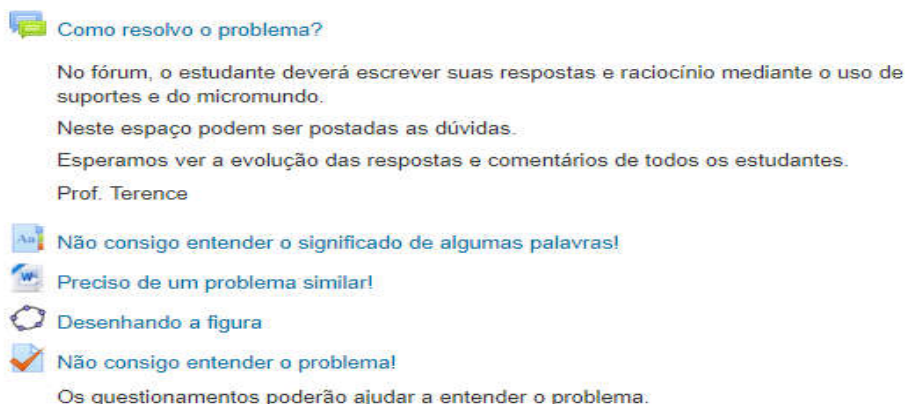
EXPERIMENTO 1 - PROBLEMA COM FIGURA TRIDIMENSIONAL

Dona aranha “Viúva Negra” tomava sol numa das faces de um cubo de 5 cm de aresta, quando ouviu: “dim, dim, dom!” Era uma de suas armadilhas. Bateu o olho no seu painel de controle e viu que era a armadilha Q. “Viúva Negra” estava no ponto P. A pressa era tanta amanhã que ela escolheu o menor caminho para se deliciar com o seu prato predileto: uma mosca.

Se ela andou sobre as faces do cubo, qual é a distância que ela percorreu? Obs.: o ponto P está na face ABCD e o ponto Q, na face ABEH.

Fonte : elaborada pela autora

Figura 24: Suportes pedagógicos na plataforma Moodle

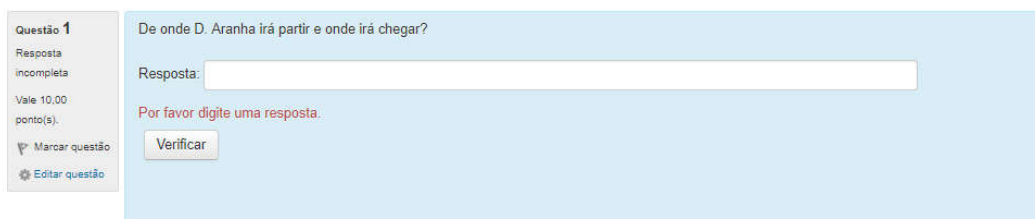


Fonte: elaborada pela autora

O fórum é uma ferramenta assíncrona do AVA que proporciona a interação entre os estudantes. Representado por “Como resolvo o problema?”, o estudante compartilha o seu resultado e questionamentos.

O questionário, “Não consigo entender o problema!”, é um dos suportes para auxiliar na fase da leitura e interpretação, ele utiliza questionamentos para nortear a leitura e compreensão do problema.

Figura 25: Suporte Pedagógico (Questionamentos) na plataforma Moodle



Fonte: elaborada pela autora

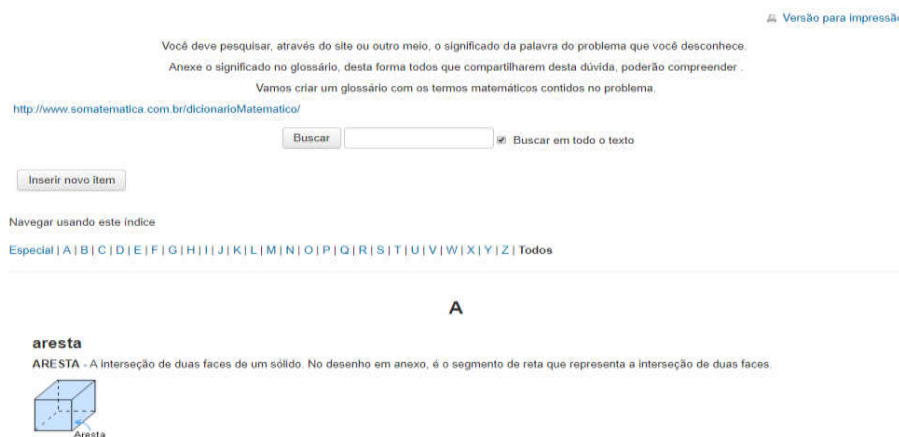
As respostas dadas ao questionário correspondem a uma nota, e quando eles percebiam o erro voltavam para ler o problema novamente.

O glossário, “Não consigo entender o significado de algumas palavras”, é o suporte utilizado para a compreensão das palavras contidas no problema, entretanto o significado das palavras, em alguns casos, não era compreendido e não auxiliava na compreensão do problema.

Na figura 28, a palavra não compreendida no problema foi “aresta”, o conceito apresentado não era entendido. Então ocorreu a intervenção da professora para explicar o conceito.

Utilizou-se um site <http://www.somatematica.com.br/dicionariomatematico>, para o glossário matemático.

Figura 26: Suporte Pedagógico (Glossário matemático) na plataforma Moodle
Não consigo entender o significado de algumas palavras!



Fonte: elaborada pela autora

O texto “Preciso de um problema similar”, foi utilizada para que os estudantes observassem problemas “parecidos” e que, de forma análoga, verificassem se as variáveis, os dados e as condicionantes. O problema similar utilizado está no Apêndice 4.

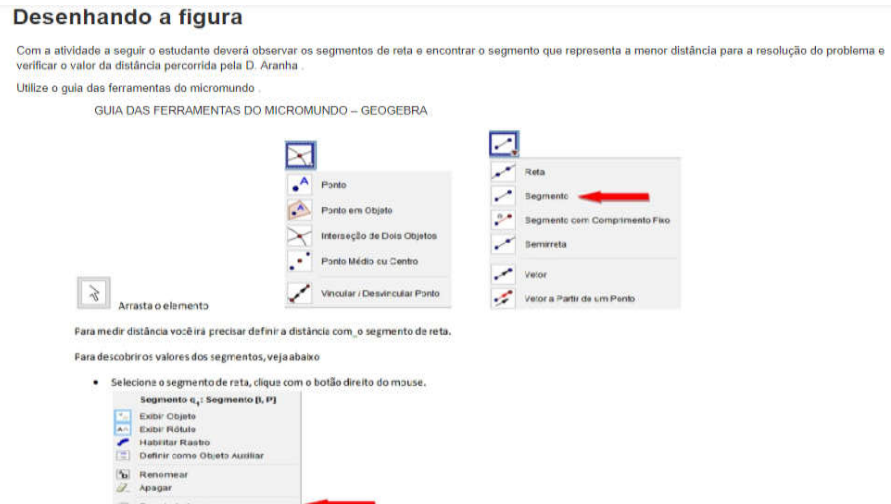
Através do problema similar, o estudante observa a estratégia de resolução do problema análogo e adapta ao problema a ser respondido. Ainda pode haver o auxílio de conteúdos vinculados.

Nos problemas similares propostos no experimento 1, foram usados dois problemas, o primeiro trata da movimentação nas figuras geométricas, de forma análoga o estudante poderia começar a se movimentar pelas faces do cubo; o segundo demonstra o cálculo da diagonal de um quadrado.

E para a compreensão da figura, foi usada a ferramenta GeoGebra, como programa de aplicação do Moodle, está no “Desenhando a figura”. A interpretação da figura e suas propriedades são fundamentais na resolução de problemas de geometria.

Na ferramenta “desenhando a figura” foram fornecidos comandos do programa GeoGebra, como na figura 29.

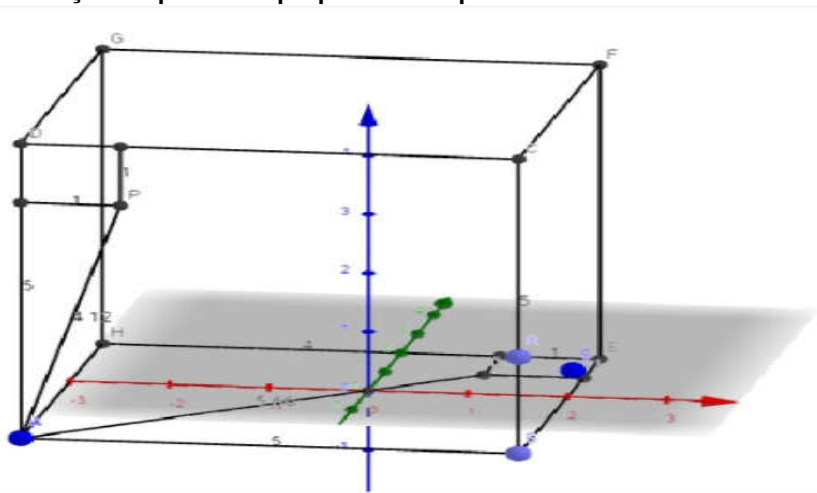
Figura 27: Suporte Pedagógico (Guia das ferramentas do micromundo) na Plataforma Moodle



Fonte: elaborada pela autora

A figura 30 representa a resposta de um estudante. O GeoGebra foi utilizado de duas formas no AVA, como programa de aplicação no Moodle, a partir do desenho da figura, ele poderia entender o problema e como ferramenta de construção.

Figura 28: Resolução do problema proposto no experimento 1



Fonte: elaborada por um estudante na Plataforma Moodle

No experimento 2, 67% dos estudantes compreenderam o problema na fase da leitura. A professora perguntou aos estudantes se eles entenderam o problema e se havia alguma palavra do problema que eles desconheciam.

Resposta dos estudantes que não compreenderam o problema foi:

- *“sitiante”*

Então a professora explicou e eles continuaram no AVA.

A figura 31 representa o experimento 2 no AVA na plataforma Moodle.

Figura 29: Experimento 2 na Plataforma Moodle

EXPERIMENTO 2 - PROBLEMA ENVOLVENDO ÁREA DO RETÂNGULO

José sitiante que pratica agricultura, pretende construir um galinheiro retangular de modo que, com os 16 metros de tela de arame que comprou, consiga ter o melhor aproveitamento possível. Para isso, ele resolveu usar o muro do quintal como um dos lados do galinheiro.

- Como resolve o problema?
- Não consigo entender o significado de algumas palavras!
- Desenhando a figura
- Não consigo entender o problema!
- Preciso de um problema similar

Fonte: elaborada pela autora

Neste experimento 53% dos estudantes já elaboraram o plano de ação na fase de leitura e compreensão do problema. Os estudantes perguntaram:

- *“tia é para calcular a área né?”*

A professora, perguntou se eles responderam os questionamentos norteadores do problema, e eles foram aos questionamentos.

A figura 32 representa os questionamentos norteadores para a interpretação e compreensão do problema. Foi utilizada a ferramenta questionário da plataforma Moodle.

Figura 30: Suporte Pedagógico (Questionamentos) experimento 2 na Plataforma Moodle

The image shows a screenshot of the Moodle question interface. It displays three questions, each with a metadata sidebar on the left and a question body on the right. The questions are:

- Questão 2:** "Quantos metros de arame o Sr. José tem para cercar o galinheiro?"
- Questão 3:** "O Sr. José vai cercar todo o galinheiro?"
- Questão 1:** "Qual a forma geométrica do galinheiro de Sr. José?"

Each question sidebar includes the text "Ainda não respondida", "Vale 10,00 ponto(s)", and two buttons: "Marcar questão" and "Editar questão". The question bodies each have a "Resposta:" label followed by a text input field.

Fonte: elaborada pela autora

A última questão fez com os estudantes refletissem sobre uma importante condicionante do problema, o comprimento do arame não iria cercar todo o galinheiro.

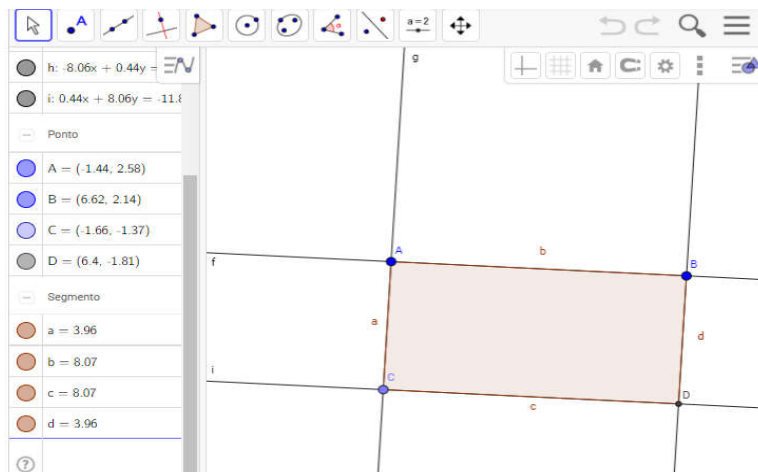
Os estudantes conheciam o conceito de área do retângulo, nesse sentido ao acessarem os problemas similares (Apêndice 5).

Os problemas similares propostos abordavam a área e o perímetro do retângulo, o que favoreceu a elaboração do plano de ação, que foi calcular a área do galinheiro.

Os estudantes acessaram o “Desenhando a figura”, e ao ter acesso ao software GeoGebra, 53% conseguiram resolver o problema corretamente.

A figura 33 é a resolução do problema proposto no experimento 2 por um estudante na plataforma Moodle.

Figura 31: Resolução do problema proposto no experimento 2



Fonte: elaborada por um estudante na Plataforma Moodle

A socialização das respostas era feito no fórum do Moodle, entretanto muitos estudantes não escreviam no fórum, então a professora perguntou qual a resposta encontrada.

Os estudantes responderam:

- 32

Outros estudantes responderam:

- 15
- 12

Percebe-se que as respostas 12 e 15, os estudantes utilizam os 16m de cerca para todo o galinheiro, com a socialização o estudante busca encontrar a resposta correta.

Após a condução pela professora da socialização dos resultados, 83% dos estudantes chegaram a resposta correta.

O retrospecto é um recurso que estimula a reflexão sobre as estratégias de cognição, a professora verifica a resposta e solicita ao aluno que ele pense, leia novamente, verifique as condicionantes e faz novamente os questionamentos interpretativos do problema.

Verificou-se que na socialização de resultados, os estudantes são estimulados, pela interação, ao retrospecto e análise das suas conclusões sobre o problema. A socialização no AVA ocorre na ferramenta fórum, onde os estudantes

expõe as suas dúvidas e as respostas obtidas. Um estudante tem acesso a resposta do outro e nesse momento ocorre a interação e o retrospecto.

5.5.4 Pós-teste

O Pós-teste foi a avaliação diagnóstica final, está no apêndice 4, aplicada após a aplicação dos três experimentos na metodologia ABP com suportes pedagógicos e as construções com micromundo, software de geometria.

Foram três questões sobre os conceitos geométricos trabalhados nos experimentos, área, volume, perímetro de figuras planas e não planas. Foram avaliadas as mesmas competências nos problemas do pré-teste (avaliação diagnóstica inicial) e do pós-teste (avaliação diagnóstica final).

Procurou-se fazer uma análise comparativa cujos resultados serão apresentados no capítulo 6, resultados e discussões. A análise comparativa responde às questões, objetivos desta pesquisa:

- ✓ Como a implantação da Aprendizagem Baseada em Problemas favorece a aprendizagem de Conceitos Geométricos?
- ✓ As fases de Resolução de Problemas de Polya configuram uma estrutura cognitiva na aprendizagem de conceitos geométricos?
- ✓ De que forma o uso de Suportes Pedagógicos estimula a elaboração de estratégias para a resolução de problemas?
- ✓ A utilização de sistemas de micromundo contribui para a aprendizagem de Conceitos Geométricos como auxílio na resolução de problemas?
- ✓ Os estudantes responderam o pós-teste sem ajuda ou aplicação de suportes pedagógicos.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados e discussões que respondem a questão da pesquisa.

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES DA PESQUISA

Este capítulo demonstra os resultados obtidos nesta pesquisa de natureza qualitativa. O objetivo é investigar se ocorre aprendizagem com a implementação da metodologia ABP com o uso de suportes pedagógicos e do micromundo de geometria. Os resultados da investigação serão demonstrados em seções através da comparação entre os estados dos estudantes.

Nesse sentido, este capítulo se divide em seções: Seção 6.1 - Análise dos resultados obtidos na aprendizagem na resolução do experimento 1; subseção 6.1.1 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Interpretação e Compreensão do problema; subseção 6.1.2 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Elaboração do plano de ação; subseção 6.1.3 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Execução do plano de ação; 6.1.4 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Retrospecto; Seção 6.2 - Análise dos resultados obtidos na aprendizagem na resolução do experimento 2; subseção 6.2.1 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Interpretação e Compreensão do problema; subseção 6.2.2 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Elaboração do plano de ação; subseção 6.2.3 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Execução do plano de ação; 6.2.4 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Retrospecto; Seção 6.3 - Análise dos resultados obtidos na aprendizagem na resolução do experimento 3; subseção 6.3.1 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Interpretação e Compreensão do problema; subseção 6.3.2 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Elaboração do plano de ação; subseção 6.3.3 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Execução do plano de ação; 6.3.4 - Análise do uso do Suporte Pedagógico para Retrospecto; Seção 6.4 - Análise comparativa de estados de aprendizagem da zona de desenvolvimento proximal; Seção 6.5 - Análise comparativa entre grupos de estudantes com e sem a aplicação da ABP.

Utilizou-se um programa R de análise estatística de dados.

6.1 Análise dos resultados obtidos na aprendizagem na resolução do experimento 1

Foi proposta inicialmente na sala de aula para todos os estudantes a avaliação diagnóstica inicial (pré-teste).

O experimento 1 foi um dos problemas do pré-teste, conforme foi apresentado no capítulo anterior, metodologia da pesquisa.

O estado inicial dos estudantes foi obtido através das respostas, e nenhum estudante conseguiu resolver o problema.

Em seguida, o problema foi proposto no AVA com a utilização dos suportes pedagógicos com 15 estudantes.

Utilizou-se de questionamentos norteadores para verificar o estado dos estudantes e foi utilizada uma linguagem para representar.

- NC – Não Compreendeu;
- C – Compreendeu;
- EP – Elaborou o Plano;
- EPE – Executou o Plano Erroneamente;
- EPC – Executou o Plano Corretamente.

O quadro 4 representa os resultados da comparação entre o estado inicial dos estudantes e os estados posteriores a utilização dos suportes pedagógicos. Os resultados serão explicitados nas subseções 6.1.1, 6.1.2, 6.1.3 e 6.1.4.

Quadro 4: Resultados da comparação entre o estado inicial e a aplicação dos suportes pedagógicos na categoria 1

glossario		
estado.inicial	C	NC
	NC	0.3333333 0.6666667
questionamentos		
estado.inicial	C	
	NC	1
software.geogebra		
estado.inicial	C	EPE
	NC	0.2 0.8
problemas.similares		
estado.inicial	C	EP
	NC	0.5333333 0.4666667
conteudos.vinculados		
estado.inicial	EPC	EPE
	NC	0.2 0.8

Fonte: elaborado pela autora no programa R

Neste experimento, de acordo com os dados obtidos no pré-teste (Apêndice 2), elencado no capítulo 5, metodologia da pesquisa, observou-se que os estudantes, no estado inicial, não compreenderam o problema proposto, fato observado devido a não resolução dos problemas e questionamentos infundados.

Dessa forma os dados do quadro 4 mostram que aplicando o suporte pedagógico Glossário, houve um aumento percentual de 33% na compreensão do problema, apesar de 67% de estudante ainda não terem compreendido o problema.

No experimento 1, os estudantes inicialmente leram o problema, mas não conseguiram compreender, então inicialmente utilizou o Glossário para as palavras que eles não compreendiam: *aresta*. Mesmo conceituando *aresta*, apesar do aumento no percentual de estudantes que compreenderam o problema, ainda havia estudantes que não conseguiram compreender o problema.

Já com a aplicação dos questionamentos norteadores, 100% dos estudantes conseguiram compreender o problema.

No experimento 1, os questionamentos utilizados foram: *Quem tomava sol em uma das faces do cubo? Quanto mede a aresta do cubo? Onde estava D. Aranha? Onde se encontra a armadilha? Qual a condição para D. Aranha chegar até a mosca?* Os estudantes para responder precisaram ler novamente e procurar as respostas. Ao responder corretamente a essas perguntas, percebeu-se que os estudantes compreenderam o problema.

A partir da aplicação dos Problemas similares (apêndice 4), 53% dos estudantes compreendiam o problema, mas não conseguiam elaborar um plano de ação, enquanto 46% elaboraram um plano de ação para resolução.

Os Problemas Similares propostos são problemas com o mesmo conteúdo vinculado. Foram propostos dois problemas, um com relação a movimentação em uma figura geométrica e outra calculando a diagonal do quadrado. A similaridade pode ocorrer com relação a variável, aos dados, às condicionantes. Com este suporte o estudante é impulsionado a elaborar uma forma de resolver o problema.

Com a aplicação do software GeoGebra, (soluções no capítulo anterior) 80% dos estudantes conseguiram elaborar um plano de ação e executar o plano de ação erroneamente, com os conteúdos vinculados, 20% dos estudantes que elaboraram um plano de ação executaram corretamente o plano chegando a resposta correta, com a socialização de resoluções e no retrospecto, 67% dos estudantes conseguiram chegar a resposta correta.

A figura do problema no experimento 1, é uma figura tridimensional, onde o estudante necessita conhecer as suas propriedades. O Geogebra permite o

estudante construir a figura e também conhecer as propriedades. Impulsionando a execução correta do plano.

A socialização impulsiona o retrospecto, a reflexão do estudante da sua resposta e do seu plano de ação.

O quadro 5 mostra, os valores mínimos, 1º quartil, média, mediana, 3º quartil e o valor máximo obtido com a aplicação dos suportes. Sendo os valores de 1 a 5, os atributos, Não compreende, compreende, elabora um plano de ação, executa o plano corretamente e executa o plano erroneamente.

Quadro 5: Análise das tendências centrais dos resultados da aplicação de cada suporte pedagógico no Experimento 1

```
> summary(dados)
```

ESTAD. INICIAL	GLOSSÁRIO	QUESTIONAMENTOS	PROBLEMAS.SIMILARES	SOFTWARE.GEOGEBRA	CONTEÚDOS.VINCULADOS	SOCIALIZAÇÃO
Min. :1	Min. :1.000	Min. :2	Min. :2.000	Min. :2.0	Min. :4.0	Min. :4.000
1st Qu.:1	1st Qu.:1.000	1st Qu.:2	1st Qu.:2.000	1st Qu.:4.0	1st Qu.:4.0	1st Qu.:4.000
Median :1	Median :1.000	Median :2	Median :2.000	Median :4.0	Median :4.0	Median :5.000
Mean :1	Mean :1.333	Mean :2	Mean :2.467	Mean :3.6	Mean :4.2	Mean :4.667
3rd Qu.:1	3rd Qu.:2.000	3rd Qu.:2	3rd Qu.:3.000	3rd Qu.:4.0	3rd Qu.:4.0	3rd Qu.:5.000
Max. :1	Max. :2.000	Max. :2	Max. :3.000	Max. :4.0	Max. :5.0	Max. :5.000

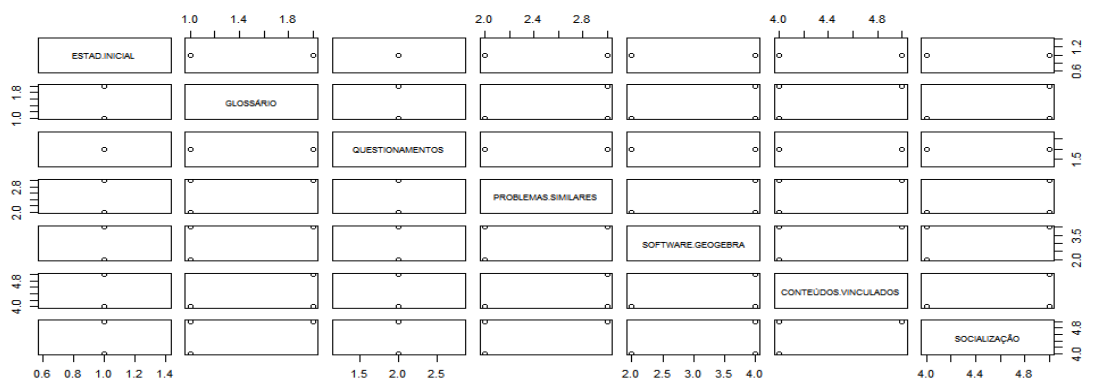
Fonte: elaborado pela autora no programa R

Os resultados do quadro 5 demonstram as tendências centrais dos resultados, observou-se que no estado inicial não ocorre variação, permanecendo no estado de Não Compreensão do problema, após o Glossário, a média de 1,333 demonstra uma tendência a Compreensão, na aplicação dos questionamentos, não houve variação, permanecendo no estado da Compreensão. Após a aplicação dos problemas similares a média de 2,467 demonstra a tendência a elaboração do problema, o uso do software GeoGebra, apesar da média ser de 3,6, mas a partir do 1º quartil, já se demonstra que a maioria já consegue executar o plano, ainda que erroneamente. A aplicação dos Conteúdos Vinculados mostra a tendência a execução correta. Na socialização a média já se aproxima da execução correta do problema.

O gráfico 1 mostra em cada coluna a variação de estados mediante o uso de suportes em uma variação entre 1 e 5, percebe-se a permanência dos estudantes no estado inicial em NC. No uso do Glossário demonstra estudantes entre os níveis 1 e 2. No uso dos questionamentos, percebe-se a permanência dos estudantes no nível 2(C), Com o uso dos problemas similares, os estados variam entre 2 e 3 (EP), já com o uso do GeoGebra a variação é entre 2 e 4 (EPE). No uso dos Conteúdos

vinculados a variação de estados está entre 4 e 5 (EPC) e na socialização a variação é de 4 e 5.

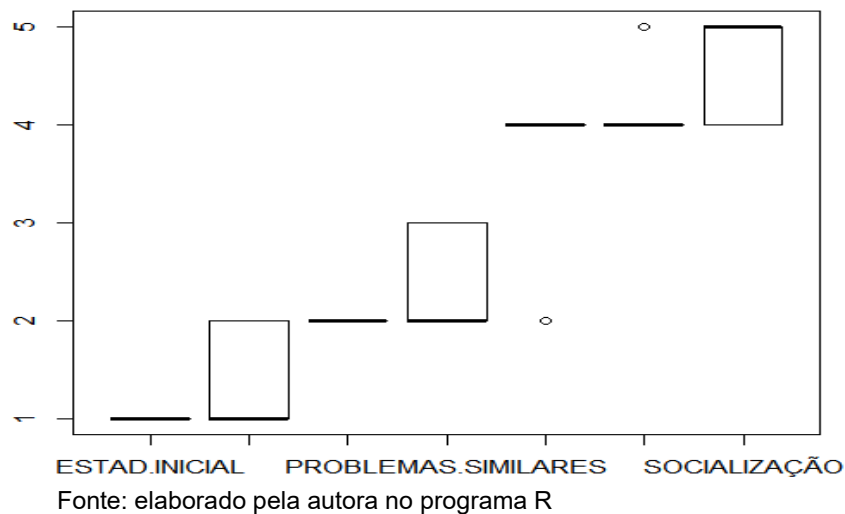
Gráfico 1: Plot da análise de dados do experimento 1



Fonte: elaborado pela autora no programa R

Os gráficos 1 e 2 mostram a evolução das respostas dos estudantes mediante a aplicação dos suportes pedagógicos. O gráfico 2 mostra o estado inicial no nível 1 e nos problemas similares iniciando do 2 e chegando ao nível 3 e com a socialização os estudantes chegaram ao nível 5, tendo estudantes que ainda ficaram no nível 4.

Gráfico 2: Boxplot da análise de dados experimento 1



Fonte: elaborado pela autora no programa R

Observa-se o ganho cognitivo com o auxílio dos suportes na resolução do problema, tendo em vista que os estudantes partiram de um estado inicial de não compreensão. Os resultados serão explicitados nas subseções.

6.1.1 Análise do uso do Suporte Pedagógico para Interpretação e Compreensão do problema

Neste experimento, de acordo com os dados obtidos no pré-teste (Apêndice 2), elencado no capítulo 5, metodologia, observou-se que os estudantes, no estado inicial, não compreenderam o problema proposto, fato observado devido a não resolução dos problemas e questionamentos infundados.

No experimento 1, os estudantes inicialmente leram o problema, mas não conseguiram compreender, então inicialmente utilizou o Glossário para as palavras que eles não compreendiam: *aresta*. Mesmo conceituando *aresta*, apesar do aumento no percentual de estudantes que compreenderam o problema, ainda havia estudantes que não conseguiram compreender o problema.

Dessa forma os dados do quadro 4 mostram que aplicando o suporte pedagógico Glossário, 33% dos estudantes compreenderam, entretanto 67% dos estudante ainda não terem compreendido o problema.

Entende-se que o percentual elevado ainda de não compreensão, se deve pois o conceito de *aresta* utiliza outros conceitos de elementos da geometria não compreendo pelos estudantes.

Já com a aplicação dos Questionamentos norteadores, observa-se no quadro 4 que 100% dos estudantes conseguiram compreender o problema.

No experimento 1, os questionamentos utilizados foram: *Quem tomava sol em uma das faces do cubo? Quanto mede a aresta do cubo? Onde estava D. Aranha? Onde se encontra a armadilha? Qual a condição para D. Aranha chegar até a mosca?* Os estudantes para responder precisaram ler novamente e procurar as respostas. Ao responder corretamente a essas perguntas, percebeu-se que os estudantes compreenderam o problema.

6.1.2 Análise do uso do Suporte Pedagógico para Elaboração do Plano de ação

O estado Elaboração do Plano de ação (EP) consiste na apresentação de uma proposta para resolver o problema.

Os suportes pedagógicos que podem auxiliar neste estado são: Os Problemas Similares e o GeoGebra.

Os Problemas Similares propostos são problemas com o mesmo conteúdo vinculado, onde o estudante irá observar a similaridade com relação a variável, aos dados, às condicionantes. Foram propostos dois problemas, um com relação a movimentação em uma figura geométrica e outra calculando a diagonal do quadrado. Com este suporte o estudante é estimulado a elaborar uma forma de resolver o problema.

A partir da aplicação dos Problemas similares (apêndice 4), de acordo com o quadro 4, 4,47% dos estudantes conseguiram elaborar um plano de ação para resolução do problema, enquanto 53% dos estudantes não conseguiram elaborar um plano de ação.

Observou-se que os estudantes que não conseguiram elaborar o plano de ação, não entendiam a figura, então foi utilizado o programa GeoGebra de aplicação na Plataforma Moodle.

Com a aplicação do software GeoGebra, de acordo com o quadro 4, observou-se que 80% dos estudantes conseguiram executar o plano de ação erroneamente.

Verificou-se que os estudantes não conseguiam entender outros conteúdos vinculados ao problema, então propuseram uma resposta, mas não estava correta.

6.1.3 Análise do uso do Suporte Pedagógico para Execução do Plano de ação

A Execução do plano pode representar a resposta correta (EPC) ou errada (EPE) do problema. Os suportes utilizados neste estado são: Conteúdos Vinculados e a Socialização.

Com os conteúdos vinculados, 20% dos estudantes que elaboraram um plano de ação, executaram corretamente o plano chegando a resposta correta, com a socialização de resoluções e no retrospecto, 67% dos estudantes conseguiram chegar a resposta correta.

A socialização impulsiona o retrospecto, a reflexão do estudante da sua resposta e do seu plano de ação.

6.2 Análise dos resultados obtidos na aprendizagem na resolução do experimento 2

Nesta seção serão demonstrados os resultados obtidos no experimento 2, realizado após a aplicação do experimento 1.

O quadro 6 representa os resultados da comparação entre o estado inicial dos estudantes e os estados posteriores a utilização dos suportes pedagógicos. Os resultados serão explicitados nas subseções 6.2.1, 6.2.2, 6.2.3.

O problema proposto no experimento 2 trata do cálculo da área de uma figura bidimensional, um retângulo.

Quadro 6: Resultados da comparação entre o estado inicial e a aplicação dos suportes pedagógicos no Experimento 2

glossario			
estado.inicial	C		EP
	C	0.4000000	0.2666667
	NC	0.3333333	0.0000000
questionamentos			
estado.inicial	C		EP
	C	0.1333333	0.5333333
	NC	0.3333333	0.0000000
problemas.similares			
estado.inicial	C	EPC	EPE
	C	0.0000000	0.2000000
	NC	0.2000000	0.0000000
			0.1333333
softwaregeogebra			
estado.inicial		EPC	EPE
	C	0.5333333	0.1333333
	NC	0.0000000	0.3333333
conteudos.vinculados			
estado.inicial		EPC	EPE
	C	0.6666667	0.0000000
	NC	0.2000000	0.1333333
socialização			
estado.inicial		EPC	EPE
	C	0.6666667	0.0000000
	NC	0.2000000	0.1333333

Fonte: elaborado pela autora no programa R

O quadro 7 mostra, os valores mínimos, 1º quartil, média, mediana, 3º quartil e o valor máximo obtido com a aplicação dos suportes.

No quadro 7 observa-se no estado inicial a tendência a compreensão, sendo a média 1,667 e a mediana, 2. Já com a aplicação do Glossário verifica-se a tendência ao estado de elaboração de plano de ação, média de 2,267 e o 3º quartil 2,500. O uso de questionamentos aumenta a tendência a elaboração do plano de ação. Com a aplicação dos problemas similares, a tendência a execução do plano de ação incorretamente. Após o uso do software, a mediana já demonstra a tendência a execução correta do plano. Após o uso dos conteúdos vinculados e da socialização aumenta a tendência a resolução correta do problema.

Quadro 7: Análise das tendências centrais dos resultados da aplicação de cada suporte pedagógico no Experimento 2

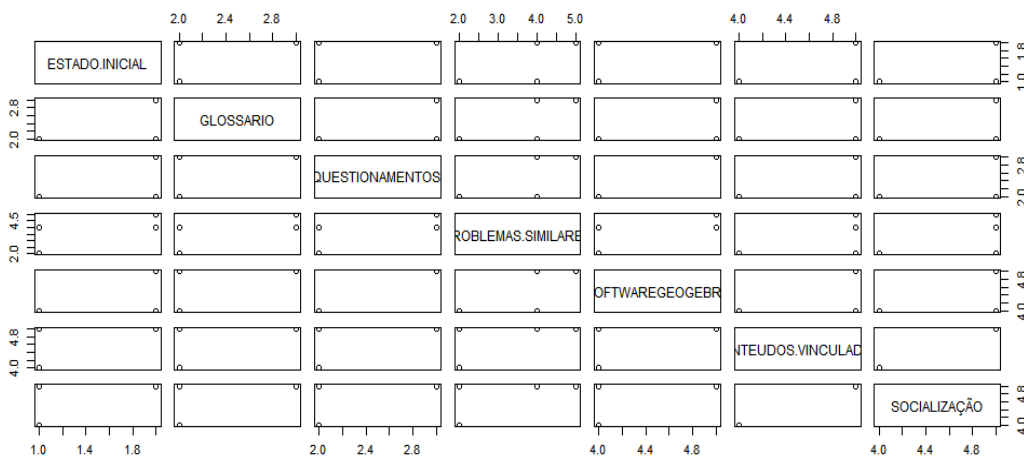
```
> summary(dados)
```

ESTADO.INICIAL	GLOSSARIO	QUESTIONAMENTOS	PROBLEMAS.SIMILARES	SOFTWAREGEOGEBRA	CONTEUDOS.VINCULADOS	SOCIALIZAÇÃO
Min. :1.000	Min. :2.000	Min. :2.000	Min. :2.0	Min. :4.000	Min. :4.000	Min. :4.000
1st Qu.:1.000	1st Qu.:2.000	1st Qu.:2.000	1st Qu.:4.0	1st Qu.:4.000	1st Qu.:5.000	1st Qu.:5.000
Median :2.000	Median :2.000	Median :3.000	Median :4.0	Median :5.000	Median :5.000	Median :5.000
Mean :1.667	Mean :2.267	Mean :2.533	Mean :3.8	Mean :4.533	Mean :4.867	Mean :4.867
3rd Qu.:2.000	3rd Qu.:2.500	3rd Qu.:3.000	3rd Qu.:4.0	3rd Qu.:5.000	3rd Qu.:5.000	3rd Qu.:5.000
Max. :2.000	Max. :3.000	Max. :3.000	Max. :5.0	Max. :5.000	Max. :5.000	Max. :5.000

Fonte: elaborado pela autora no programa R

O gráfico 3 mostra que no estado inicial ocorre a variação entre os níveis 1 e 2, ou seja, de compreensão e não compreensão, com o uso do Glossário a variação permanece entre 1 e 2, com a aplicação dos questionamentos norteadores, os estudantes conseguem elaborar o plano de ação, a variação está entre 2 e 3, com o uso do GeoGebra, os estudantes já apresentam variação entre 4 e 5, estudantes já conseguem responder corretamente o problema, Com o uso dos conteúdos vinculados a variação está entre 4 e 5 e permanece na socialização.

Gráfico 3: Plot da análise de dados do experimento 2



Fonte: elaborado pela autora no programa R

No gráfico 4 observa-se que no estado inicial os estudantes já se encontram no nível dois, conseguindo entender o problema, já no Glossário, é possível verificar

estudantes no nível 3 de elaboração do plano. Com a socialização os estudantes conseguiram chegar a resposta correta tendo alguns ainda sem conseguir.

Gráfico 4: Boxplot da análise de dados experimento 2



Fonte: elaborado pela autora no programa R

Os resultados apresentados serão explicitados nas subseções a seguir.

6.2.1 Análise do uso do Suporte Pedagógico para Interpretação e Compreensão do problema

Observa-se no quadro 6 que na leitura inicial, 67% estudantes conseguiram compreender o problema, após a aplicação do suporte pedagógico Glossário, 27% dos estudantes elaboraram o plano de ação e dos 27% que não conseguiram compreender inicialmente o problema, 33% conseguiram compreender o problema após a aplicação do suporte pedagógico glossário.

Percebe-se que o estado inicial dos estudantes já é de compreensão do problema, os estudantes só desconheciam o significado da palavra *sitiante*. Mas já no estado inicial estudantes já elaboraram o plano de ação, ou seja apresentavam uma forma de resolver o problema.

Os questionamentos norteadores foram:

- *Quantos metros de arame o Sr. José tem para cercar o galinheiro?*
- *O Sr. José vai conseguir cercar todo o galinheiro?*
- *Qual a forma geométrica do galinheiro de Sr. José?*

6.2.2 Análise do uso do Suporte Pedagógico para a Elaboração do Plano de ação

Com a aplicação dos problemas similares, dos que haviam compreendido o problema, 47% elaboraram um plano de ação, 20% executaram o plano de ação corretamente e dos que não compreenderam inicialmente, 13% executaram o plano de ação erroneamente.

No experimento 2, o problema retrata o conceito geométrico de área das figuras planas, os problemas similares propostos (Apêndice 5) foram com área e perímetro do retângulo. Os estudantes observaram as variáveis e os dados. Verificaram como se calcula a área do retângulo. Entretanto este experimento possuía duas características a serem observadas, os 16 metros de arame não iriam cercar todo o galinheiro e o problema pedia a área máxima.

6.2.3 Análise do uso do Suporte Pedagógico para Execução do Plano de ação

Com o uso do software GeoGebra 53% dos estudantes conseguiram executar corretamente o plano de ação e 46% executaram erroneamente.

Com a aplicação dos conteúdos vinculados, o conceito de área do retângulo, 87% executaram corretamente o plano de ação e 13% executaram o plano de ação erroneamente.

O uso do GeoGebra na plataforma Moodle, favoreceu a execução correta do plano de ação, calcular a área do retângulo, pois o estudante poderia tentar calcular outras áreas manuseando o micromundo. Com a socialização de respostas, os estudantes puderam observar que o arame não seria para todos os lados do galinheiro.

6.3 Análise dos resultados obtidos na aprendizagem na resolução do experimento 3

Esta seção mostra os resultados obtidos no experimento 3, realizado posteriormente aos experimentos 2 e 1.

O quadro 8 representa os resultados da comparação entre o estado inicial dos estudantes e os estados posteriores a utilização dos suportes pedagógicos. Os resultados serão explicitados nas subseções 6.3.1, 6.3.2, 6.3.3.

O problema proposto no experimento 3 trata do cálculo do volume de um paralelepípedo retângulo.

Quadro 8: Resultados da comparação entre o estado inicial e a aplicação dos suportes pedagógicos no Experimento 3

```

glossario
estado.inicial      C      EP      EPE
C 0.13333333 0.33333333 0.00000000
EP 0.00000000 0.06666667 0.20000000
NC 0.06666667 0.20000000 0.00000000

questionamentos
estado.inicial      EP      EPE
C 0.20000000 0.26666667
EP 0.00000000 0.26666667
NC 0.26666667 0.00000000

problemas.similares
estado.inicial      EPC      EPE
C 0.40000000 0.06666667
EP 0.26666667 0.00000000
NC 0.13333333 0.13333333

software.geogebra
estado.inicial      EPC
C 0.46666667
EP 0.26666667
NC 0.26666667

conteudos.vinculados
estado.inicial      EPC
C 0.46666667
EP 0.26666667
NC 0.26666667

socialização
estado.inicial      EPC
C 0.46666667
EP 0.26666667
NC 0.26666667

```

Fonte: elaborado pela autora no programa R

Os resultados do quadro 9 mostram o crescimento na leitura e compreensão dos estudantes, sendo a média, mediana iguais a 2 e o 3º quartil, de 2,5, se aproximando do estado de elaboração do problema no estado inicial. Com a aplicação do Glossário, os resultados mostram a tendência a elaboração do problema. Após a aplicação dos problemas similares os resultados se aproximam da execução correta do plano.

Quadro 9: Análise das tendências centrais dos resultados da aplicação de cada suporte pedagógico no Experimento 3

```

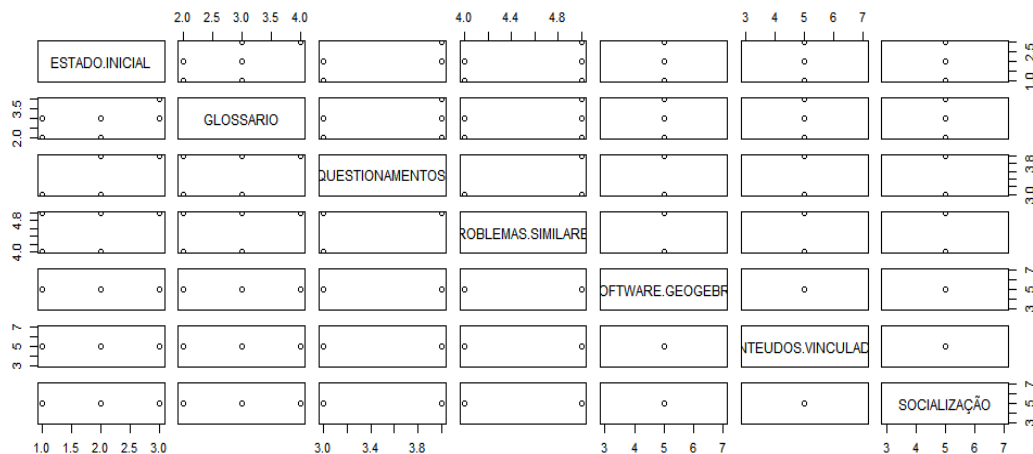
> summary(dados)
ESTADO.INICIAL  GLOSSARIO  QUESTIONAMENTOS  PROBLEMAS.SIMILARES  SOFTWARE.GEOGEBRA  CONTEUDOS.VINCULADOS  SOCIALIZAÇÃO
Min. :1.0  Min. :2  Min. :3.000  Min. :4.0  Min. :5  Min. :5  Min. :5
1st Qu.:1.5  1st Qu.:3  1st Qu.:3.000  1st Qu.:5.0  1st Qu.:5  1st Qu.:5  1st Qu.:5
Median :2.0  Median :3  Median :4.000  Median :5.0  Median :5  Median :5  Median :5
Mean :2.0  Mean :3  Mean :3.533  Mean :4.8  Mean :5  Mean :5  Mean :5
3rd Qu.:2.5  3rd Qu.:3  3rd Qu.:4.000  3rd Qu.:5.0  3rd Qu.:5  3rd Qu.:5  3rd Qu.:5
Max. :3.0  Max. :4  Max. :4.000  Max. :5.0  Max. :5  Max. :5  Max. :5

```

Fonte: elaborado pela autora no programa R

O gráfico 5 mostra que no estado inicial já havia estudantes que variam entre os níveis 1 e 3, chegando a elaborar o plano de ação para resolver o problema, que já após a aplicação do GeoGebra, para compreender uma figura tridimensional e os problemas similares com volume, todos os estudantes chegaram a resposta correta.

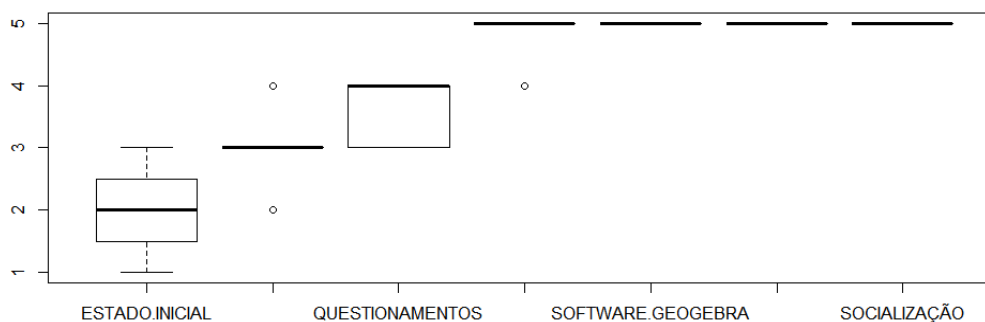
Gráfico 5: Plot da análise de dados do experimento 3



Fonte: elaborado pela autora no programa R

O gráfico 6 mostra que a média dos estudantes no estado inicial é de compreensão do problema, tendo estudantes que não compreenderam e outros que já elaboraram o plano de ação. Com o uso dos questionamentos, os estudantes já chegaram a resposta correta do problema, tendo alguns que não conseguiram, entretanto todos os estudantes conseguiram chegar a resposta correta.

Gráfico 6: Boxplot da análise de dados experimento 3



Fonte: elaborado pela autora no programa R

6.3.1 Análise do uso do Suporte Pedagógico para Interpretação e Compreensão do problema

O quadro 8 mostra que no estado inicial de leitura do problema, 27% dos estudantes elaboraram um plano de ação, 47% compreenderam o problema. Com a aplicação do suporte pedagógico glossário, 60% elaboraram um plano de ação, 20% executaram o plano de ação incorretamente.

Com a aplicação dos questionamentos, 54% executaram o plano de ação incorretamente e 46% conseguiram elaborar um plano de ação.

6.3.2 Análise do uso do Suporte Pedagógico para Elaboração do Plano de ação

A elaboração do plano de ação era como calcular o volume da piscina. Já que o problema solicitava a altura da piscina.

Com o uso de problemas similares, 80% dos estudantes executaram corretamente o plano de ação e com o uso do software geogebra, todos os estudantes conseguiram resolver o problema corretamente.

6.3.3 Análise do uso do Suporte Pedagógico para Execução do plano de ação

Para a execução correta do plano de ação o estudante necessitava do conteúdo vinculado volume do sólido.

Todos os estudantes conseguiram responder corretamente o problema.

6.4 Análise comparativa de estados de aprendizagem na zona de desenvolvimento proximal (ZDP)

Esta seção faz uma análise comparativa dos estados de aprendizagem dos estudantes, entre o pré-teste (avaliação diagnóstica inicial), o resultado final do Experimento 1 (rfexp1), o resultado final do experimento 2 (rfexp2), o resultado final do Experimento 3 (rfexp3) e o resultado do pós-teste (avaliação diagnóstica final).

De acordo com o quadro 10, no pré-teste, o resultado foi de não compreensão do problema, no experimento 1, 67% dos estudantes conseguiram resolver corretamente o problema, no experimento 2, 87% dos estudantes conseguiram resolver o problema corretamente e no experimento 3, 100% dos resolveram corretamente o problema.

Com relação ao pré-teste e o pós-teste, verificou-se que 60% dos estudantes conseguiram resolver os problemas apresentados corretamente.

Percebe-se um avanço cognitivo na aprendizagem dos estudantes, a cada experimento observou-se que estudantes chegavam a um nível maior na resolução do problema sem o uso do experimento e que no pós-teste, onde os estudantes não utilizaram suportes pedagógicos, 60% dos estudantes conseguiram resolver corretamente os problemas.

Quadro 10: Resultados da comparação entre os resultados nos experimentos na análise ZDP

```

rfexp1
preteste  EPC  EPE
NC 0.6666667 0.3333333
rfexp2
preteste  EPC  EPE
NC 0.8666667 0.1333333
rfexp3
preteste  EPC
NC 1
posteste
preteste  EPC  EPE
NC 0.6 0.4

```

Fonte: elaborado pela autora no programa R

No quadro 11 que no pré-teste não ocorreu variação, todos os estudantes estavam no nível 1(NC), no resultado final do experimento 1, o nível dos estudantes varia entre 4 e 5, tendo uma média de 4,667, já no resultado final do experimento 2 a variação está entre 4 e 5, mas a média é de 4,867, no resultado final do experimento 3, todos os estudantes conseguiram resolver corretamente. No pós-teste, a variação do nível dos estudantes está entre 4 e 5, com a média de 4,6.

Quadro 11: Análise das tendências centrais dos resultados dos experimentos na análise ZDP

```

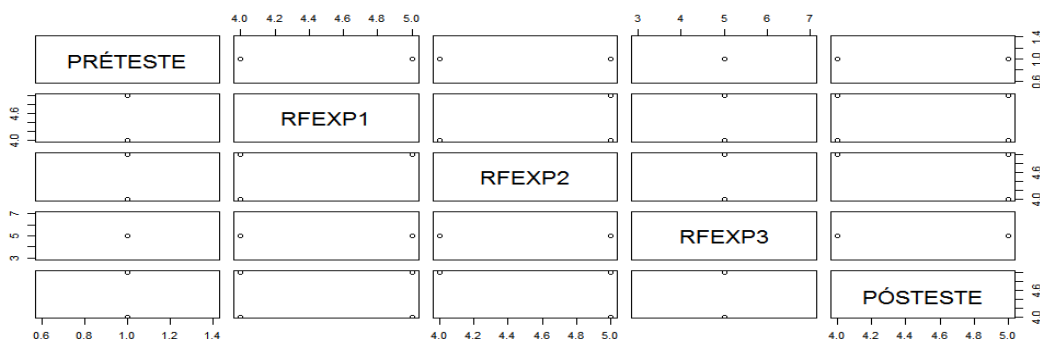
> summary(dados)

```

	PRÉTESTE	RFEXP1	RFEXP2	RFEXP3	PÓSTESTE
Min.	:1	Min. :4.000	Min. :4.000	Min. :5	Min. :4.0
1st Qu.:	:1	1st Qu.:4.000	1st Qu.:5.000	1st Qu.:5	1st Qu.:4.0
Median	:1	Median :5.000	Median :5.000	Median :5	Median :5.0
Mean	:1	Mean :4.667	Mean :4.867	Mean :5	Mean :4.6
3rd Qu.:	:1	3rd Qu.:5.000	3rd Qu.:5.000	3rd Qu.:5	3rd Qu.:5.0
Max.	:1	Max. :5.000	Max. :5.000	Max. :5	Max. :5.0

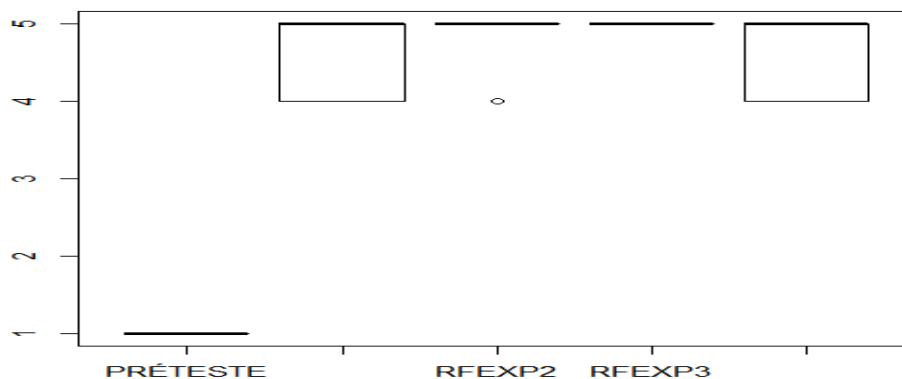
Fonte: elaborado pela autora no programa R

O gráfico 7 mostra que no pré-teste não há variação, todos os estudantes se mantêm no nível 1 (NC), nos resultados finais do experimento 1 e 2, os níveis variam entre 4 e 5 e no resultado final do experimento 3, todos os estudantes se encontram no nível 5, responderam corretamente o problema.

Gráfico 7: Plot da análise de dados da análise ZDP

Fonte: elaborado pela autora no programa R

No gráfico 8 observa-se o nível 1 no pré-teste, a variação entre 4 e 5, no resultado final do experimento 1, a variação entre 4 e 5, no resultado final do experimento 2, mas com a maioria dos estudantes no nível 5, que todos os estudantes se encontram no nível 5 no resultado final do experimento 3. No pós-teste, o nível dos estudantes se encontra entre 4 e 5, com a maioria no nível 5.

Gráfico 8: Boxplot da análise de dados da análise ZDP

Fonte: elaborado pela autora no programa R

6.5 Análise comparativa dos resultados entre os grupos de estudantes sem a aplicação da ABP

Na análise dos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste, do grupo de estudantes onde não foi implementada a metodologia ABP com o uso de suportes. Estes estudantes tiveram aulas expositivas tradicionais, mas utilizaram o software GeoGebra na construção de figuras geométricas, o quadrado e o retângulo.

Quadro 12: Resultados da comparação entre o estado inicial e a aplicação dos suportes pedagógicos na análise ZDP

	posteste				
preteste	C	EP	EPC	EPE	NC
.	NC 0.1333333	0.1333333	0.2000000	0.2000000	0.3333333

Fonte: elaborado pela autora no programa R

Os resultados no quadro 12 mostram que nesse grupo de estudantes, apenas 20% dos estudantes conseguiram resolver os problemas corretamente, ainda se percebe 33% que não compreendem problema.

7. DAS CONTRIBUIÇÕES

As contribuições deste trabalho são: a representação da sistematização da resolução de problemas de geometria, subsidiada por suportes pedagógicos; A representação da estrutura cognitiva para resolução de problemas de geometria e aprendizagem dos conceitos geométricos com o uso de micromundos e a proposição de um modelo de aprendizagem de conceitos geométricos através da resolução de problemas de geometria.

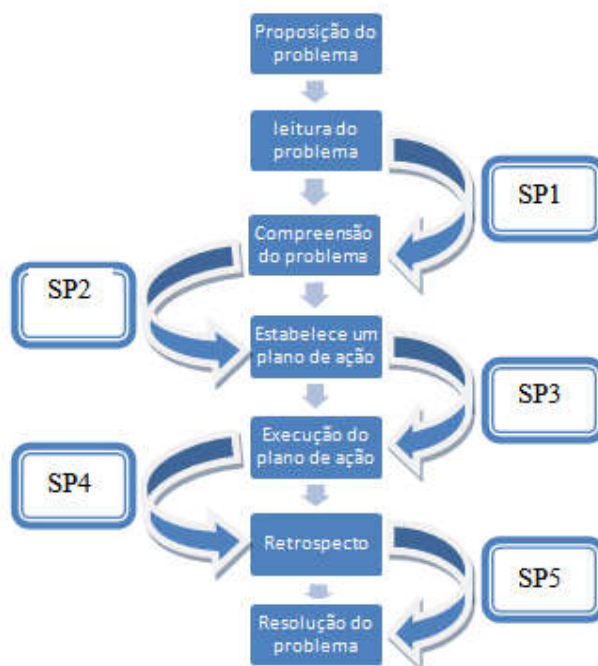
Este trabalho propõe como contribuição, uma sistematização do uso dos suportes pedagógicos baseada na análise dos experimentos aplicados e descritos no capítulo 5, metodologia. Os Suportes Pedagógicos são propostos de acordo com cada fase de resolução do problema propostas por Polya.

- Suporte Pedagógico (SP1) – Disponibilizado ao estudante para favorecer a leitura e estabelecer a compreensão do problema. Na leitura do problema de geometria, existem termos geométricos, que fazem parte da linguagem matemática que o estudante desconhece, prejudicando a leitura e compreensão do problema. Então, o Glossário de termos matemáticos pode ser integrado como uma ferramenta de suporte pedagógico. Também são propostos nesta fase os questionamentos orientadores na leitura, que ao responder, promovem a compreensão;
- Suporte Pedagógico (SP2) – Depois da leitura e compreensão do problema, da visualização da incógnita, dos dados e da condicionante, é proposto ao estudante, para iniciar o plano de ação para a resolução do problema, um Problema Similar, que estabelece uma ideia de resolução, onde o estudante observa a incógnita do problema similar e os dados e procura fazer analogia com o problema a ser resolvido.
- Suporte Pedagógico (SP3) – Nos problemas de geometria, a leitura e compreensão são fases preliminares para o plano de ação, entretanto a relação com a figura geométrica é condicionante para a estrutura do plano de ação. Nesse sentido é proposto o Desenho da Figura, mediante a dificuldade de compreensão da figura, foi proposto o uso de um programa de geometria dinâmica que favorece a compreensão da figura relacionada ao problema e a execução do plano de ação.

- Suporte Pedagógico (SP4) – Na fase execução do plano de ação o estudante já terá compreendido o problema e estabelecido o plano de ação, entretanto observou-se na pesquisa a dificuldade na resolução de cálculos matemáticos, então como proposta de suporte pedagógico propõe Exemplos de Cálculos, que são modelos de resolução de cálculos algébricos e algoritmos das operações.
- Suporte Pedagógico (SP5) - o retrospecto é a verificação de outras formas de resolução do problema, então a socialização de resoluções entre os estudantes favorece esta fase da resolução do problema, pois estabelece a comparação de soluções.

A figura 34 representa um esquema das fases da resolução de problemas por Polya com a utilização dos suportes pedagógicos.

Figura 32: Esquema da resolução de problemas nas fases de Polya com o uso de suportes pedagógicos

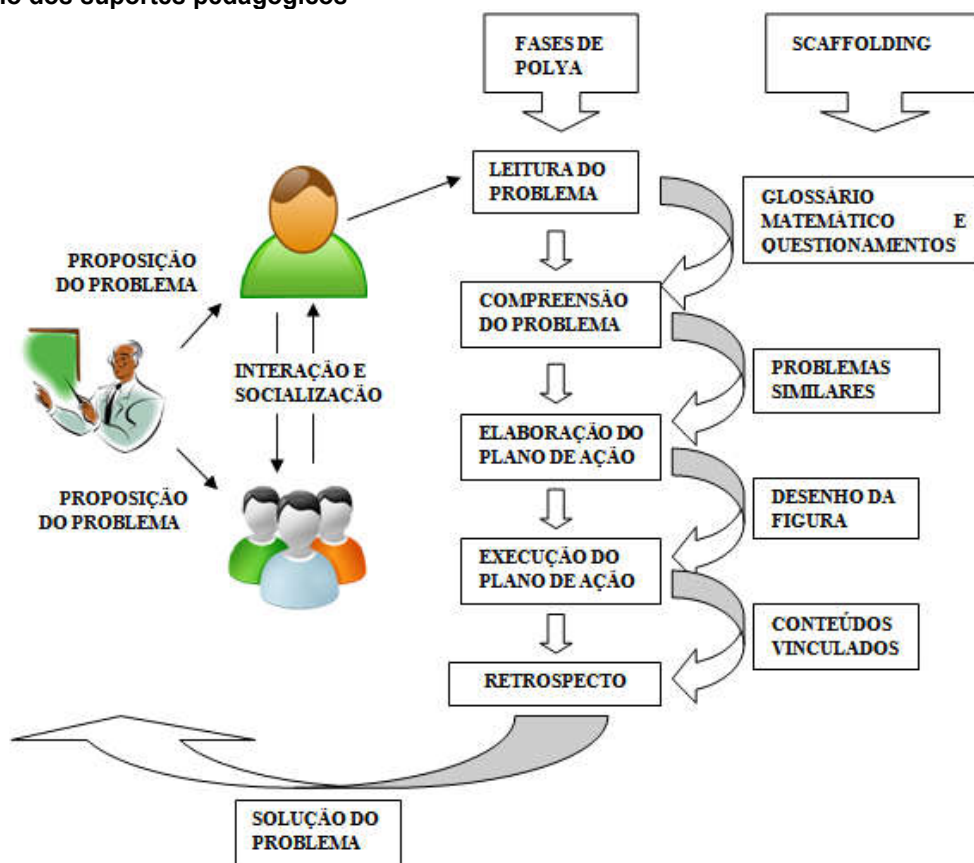


Fonte: Elaborada pela autora

A figura 35 representa a sistematização proposta na pesquisa onde o professor propõe o problema aos estudantes, que interagem entre si, em grupos e a

estratégia cognitiva individual de resolução do problema, através da utilização dos suportes nas fases de Polya.

Figura 33: Sistematização da resolução de problema com as fases de Polya e auxílio dos suportes pedagógicos



Fonte: elaborada pela autora

De acordo com o modelo proposto o estudante poderá usar os suportes ou não, ler o problema e passar para o estado da elaboração do plano de ação, ou poderá ler o problema e utilizar o glossário matemático, suporte pedagógico (SP1), para compreender alguma palavra do vocabulário matemático contida no problema para passar para a compreensão do problema. Neste modelo o estudante poderá utilizar os suportes com o objetivo de passar pelos estados.

Os suportes possuem uma função direcionada para o estado, tais como o Glossário e os questionamentos (SP1) impulsionam a compreensão. Os problemas similares (SP2) e o desenho da figura (SP3) são suportes levam o estudante a elaborar um plano de ação para resolver o problema. Os conteúdos vinculados

(SP4), contribuem na execução do plano de ação, que poderá ser a solução correta ou não.

O suporte de socialização entre os estudantes (SP5) contribui para o retrospecto da resolução do problema, levando o estudante a verificar se a sua resposta está correta ou não e rever a resolução do problema.

Este trabalho propõe um modelo formal de um Autômato Finito Determinístico em que os estados são as fases de resolução de problemas de Polya, sendo as transições, as funções baseadas nos *scaffoldings*, ferramentas que auxiliam a passagem de estados.

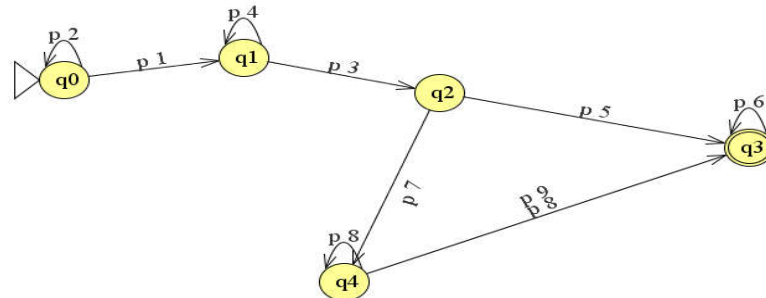
Os estados abordados são as fases de resolução de problemas, baseadas em Polya: **q0** (leitura do problema); **q1** (Compreensão do problema); **q2** (Elaboração do plano de ação); **q3** (Execução do plano corretamente); **q4** (execução do plano incorretamente).

As transições são representadas pelos símbolos:

- **p1** (respostas corretas ao questionamentos norteadores que envolvem interpretação e conhecimento do vocabulário) - (transição q0 para q1);
- **p2** (erro nas respostas aos questionamentos norteadores) - (q0 para q0);
- **p3** (identificação da variável, dos dados e das condicionantes e compreensão da figura geométrica) - (transição q1 para q2);
- **p4** (não identifica a variável, os dados , as condicionantes e /ou não compreende a figura) - (transição q1 para q1);
- **p5** (cálculo correto, representa o conhecimento dos conteúdos vinculados) - (transição q2 para q3);
- **p6** (retrospecto da resposta, em caso de mais de uma resposta correta) – (transição q3 para q3);
- **p7** (cálculos incorretos, não conhecimento dos conteúdos vinculados) - (transição q2 para q4);
- **p8** (outra resposta – retrospecto individual) – no caso da resposta incorreta(transição q4 para q4), no caso da resposta correta (transição q4 para q3);

- **p9** (outra resposta - socialização) - (transição q4 para q3).

Figura 34: Gráfico que representa o AFD



Fonte: elaborada pela autora

A tabela 1 mostra a relação entre estados e as funções de transição. As funções de transição são as ações dos estudantes da leitura à execução do plano corretamente. Os suportes são aplicados para que os estudantes consigam passar pelos estados.

Tabela 1: Relação entre os estados e funções de transição no modelo formal

	q0	q1	q2	q3	q4
q0	p2	p1	----	----	----
q1	---	p4	p3	----	----
q2	-----	-----	----	p5	p7
q3	----	-----	-----	p6	----
q4	-----	-----	-----	p8 p9	p8

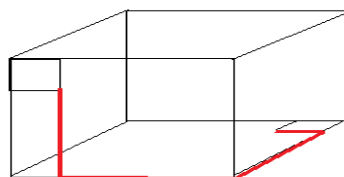
Fonte: elaborada pela autora

Observaremos a palavra que representa a estrutura cognitiva do Estudante 8, na resolução do problema, no experimento1, é **p2p1p4p3p7p8p9**.

- Inicialmente foi proposto o problema (**q0**).
- O aluno perguntou: “*tia, é de soma?*”, percebeu-se que o aluno não conseguiu ler e compreender o problema (**q0**).
- A professora perguntou se existe alguma palavra do problema que ele não entende?
- O aluno respondeu: “*aresta*”.

- A professora explicou o significado de aresta e ainda sim o estudante não conseguiu compreender o problema (**p2**), então ele permaneceu no estado inicial (**q0**).
- Após a professora aplicar o questionamento interpretativo do problema, ele conseguiu compreender o problema, pois respondeu corretamente as perguntas sobre o problema (**p1**), e foi para o estado (**q1**).
- Entretanto o estudante não conseguia elaborar um plano de ação para resolver o problema. A professora perguntou qual a variável do problema? Como calcular?
- A resposta do estudante foi: “ele quer saber a distância de P a Q”. Mas não sabia como usar o dado da medida da aresta para calcular (**p4**). Permanecendo no estado (**q1**).
- A professora apresentou um problema similar, situou o estudante na sala e explicou as faces e arestas de uma figura tridimensional.
- O estudante respondeu desenhando sob a figura:

Figura 35: Elaboração do plano de ação do estudante 8 (experimento 1)



Fonte: elaborada pela autora

- O estudante elaborou um plano de ação para resolver o problema (**p3**). Foi para o estado (**q2**).
- O estudante executou o plano de ação e respondeu: “13cm” (**p7**), entretanto a resposta não é satisfatória já que o problema quer a menor distância. Foi para o estado (**q4**).
- Para que os estudantes propusessem outras respostas para o problema se faz necessária a compreensão da figura, então a professora aplicou o micromundo GeoGebra (desenho da figura).

- O estudante utilizou a diagonal da face frontal indo direto do ponto P ao B e , através do GeoGebra ,respondeu respondeu: 10,65 cm (**p8**). A resposta ainda está incorreta, portanto o estudante permaneceu no estado (**q4**).
- Após a socialização (**p9**), ele conseguiu executar corretamente o plano de ação, indo para o estado (**q3**).

As funções de transição são:

$\langle q0, p2 \rangle q0$

$\langle q0, p1 \rangle q1$

$\langle q1, p4 \rangle q1$

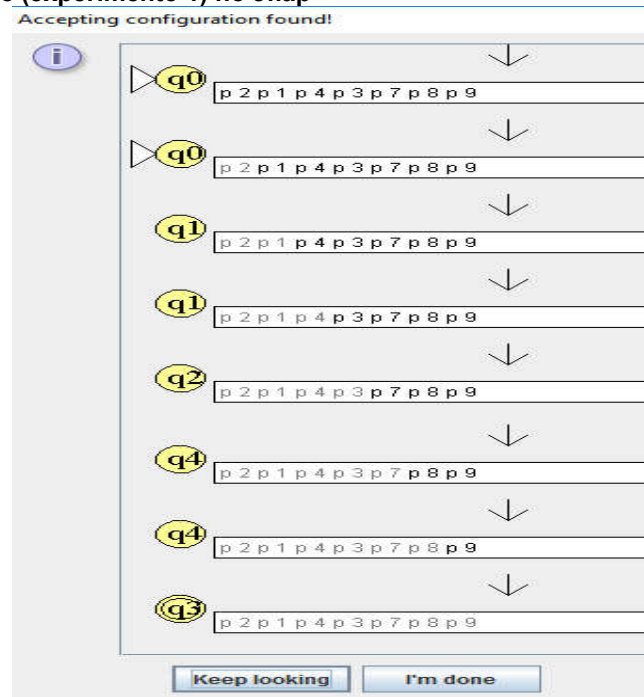
$\langle q1, p3 \rangle q2$

$\langle q2, p7 \rangle q4$

$\langle q4, p8 \rangle q4$

$\langle q4, p9 \rangle q3$

Figura 36: Verificação da linguagem formal de transições e reflexões dos estados do estudante 8 (experimento 1) no Jflap



Fonte: elaborada pela autora

A figura 39 mostra a linguagem formal de transições e reflexões dos estados do estudante 8 ao resolver o problema do experimento 1 até chegar ao estado final que é obter a resposta correta ao problema.

Os suportes pedagógicos o auxiliaram a chegar na resposta correta, tendo em vista que o estudante iniciou sem saber resolver o problema.

As palavras na linguagem formal é diferente de estudante para estudante, pois refletem as suas ações.

Observaremos a palavra do estudante 8 no experimento 2, **p1p3p7p9**

- A professora propôs o problema, experimento 2.
- O estudante fez a leitura individual (**q0**).
- A professora fez os questionamentos norteadores: “*Tem alguma palavra que você não conhece?*”
- O estudante respondeu: “*não*”
- A professora perguntou: “*Quantos metros de arame o Sr. José tem para cercar o galinheiro?*”
- O estudante respondeu: “*16 metros*”
- A professora perguntou: “*O Sr. José vai cercar todo o galinheiro?*”
- O estudante respondeu: “*não*”
- A professora perguntou: “*Qual a forma geométrica do galinheiro?*”
- O estudante respondeu: “*retângulo*” .

O estudante respondeu corretamente aos questionamentos norteadores (**p1**), então ele foi de (**q0**) a (**q1**).

- A professora perguntou: “*O que o problema quer descobrir?*”
- O estudante respondeu: “*a área máxima*”
- A professora perguntou: “*E como calculamos a área?*”
- O estudante respondeu: “*comprimento vezes a largura*”

O estudante identificou as variáveis e as condicionantes (**p3**), então ele foi de (**q1**) a (**q2**).

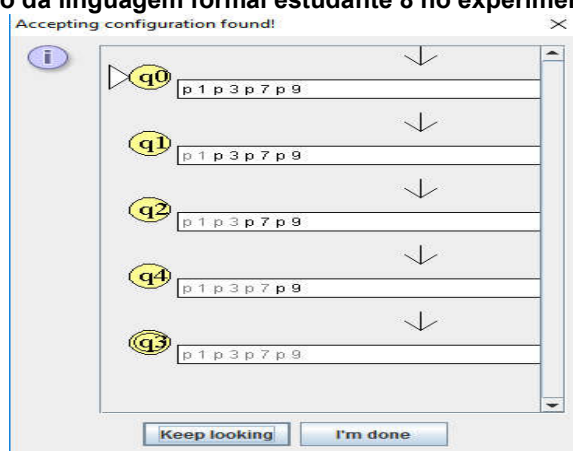
- A professora perguntou: “*qual a área do galinheiro?*”
- O estudante respondeu: “*15 metros quadrados*”

O estudante respondeu errado (**p7**), Então ele foi do estado (**q2**) para (**q4**).

O estudante interpretou que os lados do galinheiro seriam 5m, 5m, 3m, 3m. E calculou a área $5 \times 3 = 15$ metros.

- A professora utilizou o Geogebra, programa de aplicação do AVA e ele observou a figura e pensou em outras áreas.
- O estudante socializou a resposta e verificou a resposta de outro colega, 32metros (**p9**), então o estudante fez o restrospecto e respondeu: “32metros”. Foi de (**q4**) a (**q3**).

Figura 37: Verificação da linguagem formal estudante 8 no experimento 2 no Jflap



Fonte: Elaborada pela a autora

Observou-se que a palavra no experimento 1, **p2p1p4p3p7p8p9**, possui mais funções de transições que a palavra no experimento 2, **p1p3p7p9**. Podemos dizer que no segundo experimento o estudante passou pelos estados sem dificuldades até chegar a resposta correta e, conseqüentemente, utilizou menos suportes.

Cada suporte pedagógico aplicado possui uma função que pode ser utilizado pelos estudantes ou não. Dispor dos suportes no AVA ajudou bastante na autonomia do estudante em usá-los ou não. Ainda sim, foi necessária a intervenção da professora para indicar o uso de suportes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As dificuldades de aprendizagem de conceitos geométricos são objetos de estudo de muitos pesquisadores, que atribuem a aspectos relacionados à metodologia de ensino e a falta de conhecimento prévio, entre outros.

Os resultados insatisfatórios nas avaliações externas demonstram que a aprendizagem de conceitos geométricos não acontece satisfatoriamente.

Neste sentido, buscando uma metodologia ativa que favoreça a aprendizagem estimulando o protagonismo do estudante na construção do conhecimento, foi implementada a ABP, a Aprendizagem Baseada em Problemas com o uso de Suportes Pedagógicos no apoio a resolução de problemas.

Utilizou-se a estrutura cognitiva de resolução de problemas de Polya (1995) e para a compreensão da figura geométrica foi utilizado o micromundo GeoGebra como programa de aplicação no AVA, na plataforma Moodle.

As teorias de aprendizagem utilizadas para fundamentar esta pesquisa foram a teoria da Assimilação Cognitiva de David Ausubel (2001) e a teoria interacionista da Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky, defendida por autores como Sloczinski (2010), IVIC (2010).

A metodologia da pesquisa possui uma abordagem qualitativa com observação participante, e o tipo de pesquisa foi a Pesquisa-ação, onde a professor planejou a ação, implementou, avaliou o processo, tendo a sua participação como mediadora da aprendizagem.

E neste contexto, a pesquisa procurou responder a seguinte pergunta que fundamenta a pesquisa: como o uso da Aprendizagem baseada em problemas, como metodologia ativa subsidiada por suportes pedagógicos e micromundos de geometria promove a aprendizagem de conceitos geométricos?

De acordo com os resultados obtidos neste trabalho, demonstrados no quadro 10 no capítulo 7, no pré-teste, o resultado foi de não compreensão do problema, no experimento 1,67% dos estudantes conseguiram resolver corretamente o problema, no experimento 2,87% dos estudantes conseguiram resolver o problema corretamente e no experimento 3,100% dos resolveram corretamente o problema. E no pós-teste, verificou-se que 60% dos estudantes conseguiram resolver os problemas apresentados corretamente.

Neste sentido, verificou-se que a aprendizagem baseada na resolução de problemas é eficaz na aprendizagem de conceitos geométricos.

Este trabalho demonstrou que a elaboração da estratégia cognitiva de resolução de problemas representa a ampliação do conhecimento na zona de desenvolvimento proximal, tendo havido assimilação de conhecimento sobre o conhecimento prévio, pois os estudantes demonstraram ao longo dos experimentos que conseguiam resolver o problema sem a utilização de suportes pedagógicos.

O pós-teste foi respondido pelos estudantes sem o auxílio de suportes, então podemos afirmar que houve melhora na resolução de problemas envolvendo conceitos geométricos, nesse sentido, podemos concluir que houve aprendizagem e ampliação do conhecimento na ZDP.

O objetivo geral deste trabalho é a proposição de um modelo computacional de aprendizagem de conceitos geométricos aplicando a aprendizagem baseada em problemas com uso de suportes pedagógicos e micromundo de geometria dinâmica.

Esta pesquisa propôs um modelo de aprendizagem subsidiado por um Ambiente Virtual de Aprendizagem, onde estão inseridos os suportes pedagógicos e o micromundo de geometria e demonstrou que este modelo proporciona a autonomia do estudante em buscar a solução do problema e utilização dos suportes pedagógicos.

Para a resolução de problemas foram utilizadas as fases de resolução de problemas de George Polya e a incidência dos suportes pedagógicos se mostrou eficaz no auxílio a elaboração das estratégias cognitivas.

Os suportes foram propostos para auxiliar o estudante a elaborar uma estratégia de resolução de problemas. Os suportes são aplicados de acordo com uma função com relação ao problema. Foram usados: Glossário matemático, Questionamentos norteadores, Problema Similar, Desenho da figura (micromundo), Conteúdos Vinculados e a Socialização.

Este trabalho observou que as dificuldades encontradas na resolução de problemas com conceitos geométricos são a dificuldade na leitura e interpretação do problema, a compreensão da figura geométrica relacionada ao problema e a deficiência no conhecimento prévio dos conteúdos de geometria. A pesquisa não buscou investigar as causas das dificuldades.

Um dos pontos de investigação da pesquisa foi sobre o micromundo GeoGebra, onde foi observado nos resultados que os estudantes melhoram a compreensão das propriedades da figura, entretanto não auxilia na interpretação e compreensão do problema.

Na análise dos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste, do grupo de estudantes onde não foi implementada a metodologia ABP com o uso de suportes, os resultados no quadro 12, n capítulo 6, mostram que nesse grupo de estudantes, apenas 20% dos estudantes conseguiram resolver os problemas corretamente, ainda se percebe 33% que não compreendem problema.

Para trabalhos futuros, a pesquisa incentiva a investigação do processo de metacognição e a tomada de decisão na busca pelo suporte pedagógico, e com isso a diminuição da utilização dos suportes. Assuntos não abordados pelo curto tempo de realização deste trabalho de mestrado.

REFERÊNCIAS

AFFELDT, Fabricio Sobrosa. Utilização de Problem Based Learning como Estratégia de Ensino em uma Instituição Federal de Ensino. **Novas Tecnologias da Educação**. Rio Grande do Sul, v.14, n.1, 2016.

ALVES, Maria da Conceição Amaral. **Geometria Descritiva**: um comparativo entre o uso de instrumentos tradicionais de desenho e o computador. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Feira de Santana: Feira de Santana, 2008.

AUSUBEL, David P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos**: Uma Perspectiva Cognitiva. Plátano Edições Técnicas. Lisboa, 2001.

BARRET, Terry. LABHRAINN, I Mac. FALLON, H. (Eds). Understanding Problem-Based Learning. **Handbook of Enquiry & Problem Based Learning**. Galway: CELT, 2005.

BARROS, Leilane Nunes. SANTOS, Eduardo Toledo. Um estudo sobre a modelagem do domínio de Geometria Descritiva para a construção de um Sistema Tutor Inteligente. In: **XI Simpósio Brasileiro de Informática Educativa**, p. 259-66, Maceió/AL, Nov, 2000.

BARROWS, Howard S. TAMBLYN, Robyn M. **Problem-Based Learning**: An Approach to Medical Education. Springer Publishing Company New York, 1980.

BAYER, Arno. LOBO, Joice da Silva. O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental. **Actascientiae**. Canoas. v.6, n.1, p.19-26, jan./jun. 2004.

BERBEL, Neusi Aparecida Navas. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. In: **Semina**: Ciências Sociais e Humanas, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25-40, jan./jun. 2011.

BIANCHINI, Edvaldo. **Matemática**: Bianchini. 7. Ed. São Paulo: Moderna, 2011.

BOROCHOVICIUS, Eli. TORTELLA, Jussara Cristina Barboza. Aprendizagem Baseada em Problemas: um método de ensino-aprendizagem e suas práticas educativas. **Ensaio**: aval. pol. públ. Educ., Rio de Janeiro, v.22, n. 83, p. 263-294, abr./jun. 2014.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: **Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC /SEF, 1998.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. **Transformando a prática das aulas de Matemática**. São Paulo: PREM, 2001.

CERNY, Roseli Zen. ALMEIDA, Maria Elisabeth Bianconcinni. VECCHIO, Rosangela Del. KRÜGER, Susana Ester. Estratégias para ensinar e aprender em ambientes

virtuais. In: **Revista Novas Tecnologias na Educação**, CINTED-UFRGS, v.5, número 2, dezembro, 2007.

COUTINHO, Henrique José Souza. PETRY, Alexander. CARDOSO, Fernanda Caetano Avaliação da Utilização de Técnicas de Estereoscopia para apresentação de Conceitos de Geometria Descritiva. In: **Graphica**. Curitiba, Paraná, 2007.

DUCH, B. J., Groh, S. E., D. E. Allen. **The Power of Problem - Based Learning; A Practical "How To" for Teaching Undergraduate Courses in Any Discipline**. Virginia: Stylus Publishing, LLC, 2001.

FERREIRA, Emília B., SOARES, Adriana B., LIMA, Cabral. Matemáticas: Um estudo de casos obre a geometria dinâmica e as pesquisas de campo com ambientes computacionais de ensino. In: **Revista Brasileira de Informática na Educação**, volume 20, número 3, 2012.

FERREIRA, Henrique da Costa. **A teoria piagetiana da equilíbrio e as suas consequências educacionais**. Instituto Politécnico de Bragança: Bragança, Portugal, 2003.

FIORENTINI, Dário. Alguns modos de ver e conceber o Ensino da Matemática no Brasil. In: **Revista Zetetiké**, Ano 3, número 4, 1995.

FISCHBEIN, Efraim. The Theory of figural concepts. In: **Springer**. Educational Studies in Mathematics, Vol. 24, No. 2, pp. 139-162, 1993.

FLICK, Uwe. **Métodos de Pesquisa**: introdução à pesquisa qualitativa. 3.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FLORES, Cláudia Regina. Moretti, Mércles Thadeu. As figuras geométricas enquanto suporte para a aprendizagem em geometria: um estudo sobre a heurística e a reconfiguração. In: **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v1. 1, p. 5 -13, UFSC: 2006.

FONSECA, Maria da Conceição. LOPES, Maria da Penha. BARBOSA, Maria das Graças. GOMES, Maria Laura Magalhães, DAYRELL, Mônica Maria Machado. **O Ensino de Geometria na Escola Fundamental**: três questões para a formação dos ciclos iniciais. 3ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

GITTLER, G.; GLÜCK, J. Differential Transfer of Learning: Effects of Instruction in Descriptive Geometry on Spatial Test Performance, In: **Journal for Geometry and Graphics**, v.2, n.1, p.71-84, 1998.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. In: **VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, p.1-13, Belo Horizonte, Brasil, Nov, 1996.

GROSSI, Márcia Gorett Ribeiro. BELMONTE, Vanessa. **Ambientes Virtuais de Aprendizagem**: Um Panorama da Produção Nacional, disponível em:

<http://www.abed.org.br/congresso2010/cd/2942010181132.pdf>. Último acesso: 02 de junho de 2017.

ILLERIS, Knud. **Teorias Contemporâneas da Aprendizagem** (Org.). Porto Alegre: Penso, 2013.

ISOTANI, Seiji. REIS, Helena Macedo. BORGES, Simone de Sousa. Análise de Usabilidade de Sistemas de Geometria Interativa para Tablets. In: **Novas Tecnologias na Educação. CINTED-UFRGS**. V. 12 Nº 1, julho, 2014.

IVIC, Ivan. **Lev Semionovich Vygotsky / Ivan Ivic**; (tradução: José Eustáquio Romão). Edgar Pereira Coelho (org.) – Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010.

LARKIN, Martha J. Providing Support for Student Independence Through Scaffolded Instruction. **Teaching Exceptional Children**, Vol. 34, No. 1, pp. 30-34. Sept /Oct, Copyright 2001.

LAZZAROTTO, Lissandra Luvizão. OLIVEIRA, Alcione de Paiva. BRAGA, José Luis. PASSOS, Frederico José Vieira. A educação em ambientes virtuais: proposição de recursos computacionais para aumentar a eficiência do processo ensino-aprendizado. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Volume 19, Número 2, 2011.

MEC. **Brasil no PISA 2015 : análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros** / OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. São Paulo: Fundação Santillana, 2016. Disponível em : http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf.

MENEZES, Paulo Fernando Blauth. **Linguagens Formais e autômatos**. Porto Alegre: Instituto de Informática da UFRGS: Ed. Sagra Luzzatto, 2000.

NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa. **Aprendendo Matemática com o Cabrit-Géomètre** I.v.1. Brasília: Ed.doAutor, 2003.

PAVANELLO, Maria Regina. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica**. Dissertação de mestrado. UNICAMP, Campinas, São Paulo, 1989.

PEDROSO, Sandra Mara Dias. ROGENSKI, Maria Lucia Cordeiro. **O Ensino Da Geometria Na Educação Básica: Realidade e Possibilidades**, disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>. Último Acesso em: 08 de junho de 2017.

PERRENOUD, Philippe. **Construindo Competências**. Entrevista Com Perrenoud, Universidade De Genebra Paola Gentile E Roberta Bencini. In Nova Escola (Brasil), pp. 19-31, Setembro de 2000.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto de método matemático, Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PORTILHO, Evelise. **Como se Aprende? Estratégias, Estilo e Metacognição**. 2ed. Rio de Janeiro, 2011.

REISER, Brian. Scaffolding Complex Learning: The Mechanisms of Structuring and Problematizing Student Work. In: **The Journal of the learning sciences**, 13(3), 273-304, Lawrence Erlbaum Associates, Inc, 2004.

RIBEIRO, Elvia Nunes. MENDONÇA, Gilda Aquino de Araújo. MENDONÇA, Alzino Furtado de. **A Importância dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem na Busca de Novos Domínios da Ead** (2007) Disponível em :
< http://www.cead.ufop.Br/Site_Antigo/Arquivos/Texto4.Pdf>

RODRIGUES, Ariane Nunes; SANTOS, Simone Cristiane dos. Aplicando a Taxonomia de Bloom Revisada para Gerenciar Processos de Ensino em Sistemas de Aprendizagem Baseada em Problemas. In: **Revista Brasileira de Informática na Educação**, volume 21, número 1, 2013.

SANTOS. Edméa Oliveira. Ambientes virtuais de aprendizagem: por autorias livres, plurais e gratuitas. In: **Revista FAEBA**, v.12, número 18, 2003.

SANTIAGO, Livia M. L., ROCHA, Elizabeth M., LOPES, Josilane O., ANDRADE Viviane Silva de, MOREIRA, Marília M., SOUSA Tiago Gadelha de, BARROSO Acúrcio Magalhães , Neto, Hermínio Borges. Uso Do Geogebra Nas Aulas De Matemática: Reflexão Centrada Na Prática. Disponível em:
http://www.proativa.virtual.ufc.br/sbie/CD_ROM_COMPLETO/sbie_artigos_completo/USO%20DO%20GEOGEBRA%20NAS%20AULAS%20DE%20MATEM%C1TICA.pdf. Último acesso: 02 de junho e 2017.

SILVA, Alexandre José de Carvalho. **Desenvolvimento de uma comunidade virtual para a inserção da metodologia blended learning na Educação Básica**, no estado de Minas Gerais. Lavras: UFLA, 2014. Dissertação de Mestrado.

SILVA, Fernando Carlos Alves. PEREIRA, Geziel Alves. SOARES, Valdenir Maria Pereira. Ambientes Virtuais de Aprendizagem: O Uso das Tecnologias da Informação e Comunicação na Prática Pedagógica. In: **Revista Itinerarius Reflectionis**, volume 10, n.2, UFG/GO, 2014.

SLOCZINSKI, Helena. SANTAROSA, Lucila Maria Costi. "Como crescemos... Aprendemos tanto..." Construções sociocognitivas em curso a distância, mediado pela Web. In: VALENTINI, Carla Beatriz. SOARES, Eliana Maria. **Aprendizagem em Ambientes Virtuais** (org.) – compartilhando ideias e construindo cenários. 2. ed. Caxias do Sul – RS: Educus, 2010.

TRIPP, David. Action research: a methodological introduction. (tradução: Lólio Lourenço de Oliveira). In: **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.

VALENTE, José Armando. **DIFERENTES USOS DO COMPUTADOR NA EDUCAÇÃO**. In: Em Aberto, Brasília, ano 12, n.57, jan./mar. 1993.

VALENTE, Vânia Cristina Pires Nogueira. **Ambiente Computacional interativo e adaptativo para apoio ao aprendizado de geometria descritiva**. São Paulo: EPUSP, 2004.

APÊNDICES

Apêndice 1 – Autorização da Direção da Escola



ESTADO DE ALAGOAS
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
SUPERINTENDÊNCIA DA REDE ESTADUAL DE EDUCAÇÃO
1ª GERÊNCIA REGIONAL DE EDUCAÇÃO
ESCOLA ESTADUAL CAMPOS TEIXEIRA - RUA CAMPOS TEIXEIRA S/N, POÇO (82) 3327-9460

AUTORIZAÇÃO

Eu, Andréa Leite Costa, diretora geral da Escola Estadual Campos Teixeira, autorizo a professora Terence Coelho Lopes de Magalhães a realizar a pesquisa de mestrado nas turmas de 6º anos na Disciplina de Matemática.

Maceió, 20 de setembro de 2017

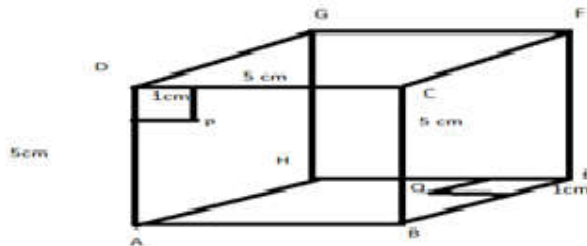
Eu, Andréa Leite Costa, diretora geral da Escola Estadual Campos Teixeira, autorizo a professora Terence Coelho Lopes de Magalhães a realizar a pesquisa de mestrado nas turmas de 6º anos na Disciplina de Matemática.

ESCOLA ESTADUAL CAMPOS TEIXEIRA
Andréa Leite Costa
Diretora Escolar
Mat: 80689-7

Apêndice 2 – Avaliação diagnóstica (pré-teste)

EXERCÍCIO DE GEOMETRIA

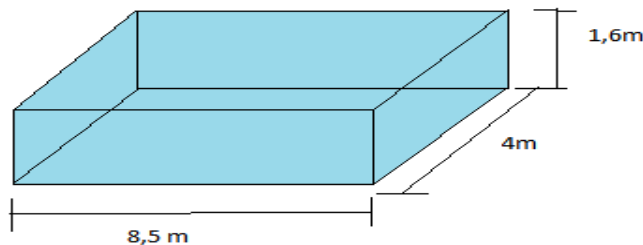
1) Dona aranha “Viúva negra” tomava sol numa das faces de um cubo de 5 cm de aresta, quando ouviu : “dim,dom,dom! “ Era uma de suas armadilhas. Bateu o olho no seu painel de controle e viu que era a armadilha Q.



“Viúva Negra” estava no ponto P. A pressa era tamanha que ela escolheu o menor caminho para se deliciar com o seu prato predileto: uma mosca. Se ela andou sobre as faces do cubo, qual é a distância que ela percorreu?
OBS.: o ponto P está na face ABCD e o ponto Q, na face ABEH.

2) José, sitiante que pratica agricultura em seu terreno, pretende construir um galinheiro retangular de modo que, com os 16m de tela de arame que comprou, consiga ter o melhor aproveitamento possível. Para isso ele resolveu usar o muro do quintal como um dos lados do galinheiro. Qual a área máxima do galinheiro que ele consegue construir?

3) A região interna de uma piscina representada abaixo tem a forma de um paralelepípedo. Se forem colocados nessa piscina 51 m³ de água, qual será a altura atingida pela água?



Apêndice 3 – Passos para a construção do quadrado no geogebra

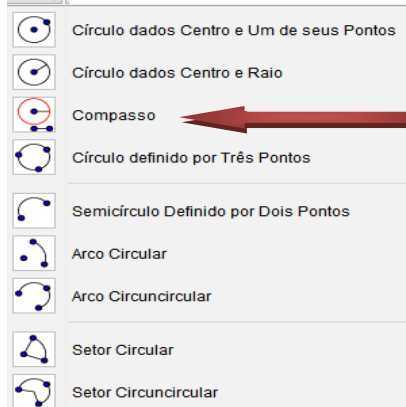
1º MOMENTO: Passos para a construção do quadrado com a utilização do geogebra

- Trace o segmento de reta de comprimento fixo



Parte da reta delimitada por dois pontos, origem e extremidade

- Com o compasso, clique em cada ponto (origem e extremidade) do segmento.



- Selecione reta perpendicular e clique na origem do segmento de reta e no segmento.



Retas perpendiculares são retas concorrentes, que se interceptam em um ponto de intersecção, formando um ângulo reto

- Com as retas paralelas, clique na reta perpendicular e na extremidade do segmento



- Selecione em Intersecção de pontos e clique na circunferência e na reta paralela.



- Selecione reta paralela e clique no segmento e no ponto de intersecção.
- Selecione ponto de intersecção e clique na reta paralela ao segmento e na reta perpendicular.
- **2º MOMENTO: Identificação dos elementos do quadrado**
- **QUANTO MEDEM OS ÂNGULOS INTERNOS?**



Ângulo é a região interna formada pelo encontro de duas retas

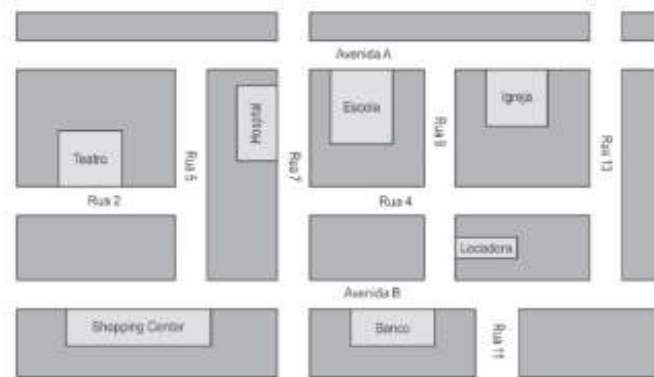
- Clique em três vértices, sendo o vértice central o ângulo interno.
- **QUANTO MEDEM AS DIAGONAIS?**
- Selecione segmento de reta e clique nos vértices do quadrado não consecutivos.



- **RELAÇÃO ENTRE AS DIAGONAIS**
- Selecione ponto de intersecção e clique nas diagonais
- Selecione Ângulo e clique nos em três pontos o ponto central é o ponto de intersecção entre as diagonais.
- Selecione segmento e clique em um vértice do quadrado e no ponto de intersecção entre as diagonais. Na mesma reta selecione o ponto de intersecção entre as diagonais e o outro vértice.
- **RELAÇÃO ENTRE AS DIAGONAIS E OS ÂNGULOS**
- Selecione ângulos e clique em três pontos sendo o ponto central o vértice e o último ponto, o ponto de intersecção entre as diagonais.
- **3º MOMENTO: Quais as observações do quadrado você percebeu na construção da figura?**

Apêndice 4 – Problema similar ao experimento 1.

- 1) No mapa abaixo, encontram-se representadas as ruas do bairro onde mora Mariana.

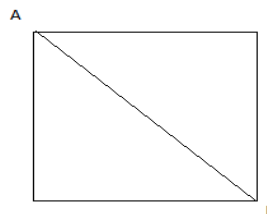


Mariana informou que mora numa rua entre as avenidas A e B e entre as ruas do hospital e da locadora. Onde mora Mariana?

O enunciado traz a orientação do comando a ser usando “entre”. Assim, localizando os pontos de referências sobre onde Mariana mora entre Avenida A e Avenida B; e entre o Hospital e a Locadora aplicamos o conceito matemático do termo “entre” para definir a rua em que Mariana mora.

Resposta: Rua 4.

- 2) Dado um quadrado de lado 6 cm, quanto mede o comprimento da diagonal AB do quadrado?



Chamemos o comprimento da diagonal de x .

Utilizando o Teorema de Pitágoras, calculamos

$$X^2 = 6^2 + 6^2$$

$$X^2 = 36 + 36 = 72$$

$$X = \sqrt{72}$$

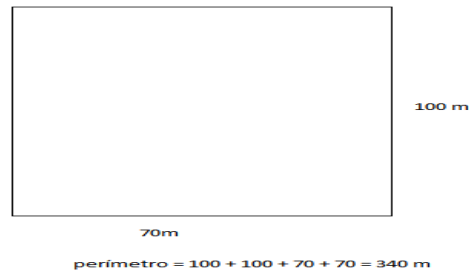
$$X = 6\sqrt{2}$$

Podemos concluir que o a diagonal do quadrado pode ser calculada pela fórmula $l\sqrt{2}$

Apêndice 5 – Problema similar ao experimento 2.

1) Um campo de futebol de formato retangular tem 100 metros de largura por 70 metros de comprimento. Antes de cada treino, os jogadores de um time dão cinco voltas e meia correndo ao redor do campo. Sendo assim, determine:

- Quantos metros os jogadores correm ao dar uma volta completa no campo?
- Quantos metros eles percorrem ao dar as cinco voltas e meia ao redor do campo?
- Se eles repetem essa corrida cinco vezes por semana, quantos metros os jogadores correm em uma semana?

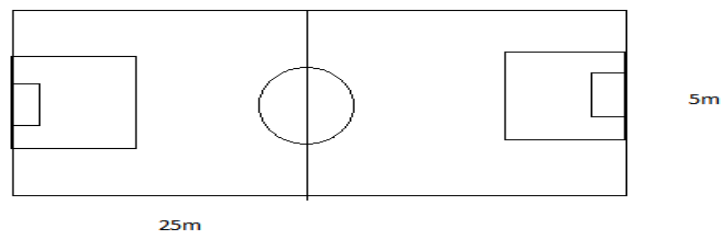


Ver Resposta

Resposta::

- 340 m
- $5,5 \cdot 340 = 1870$ m
- $5 \cdot 1870 = 9350$ m

2) Qual a área e o perímetro de um campo de futebol, de base 25 m e altura 5 m?

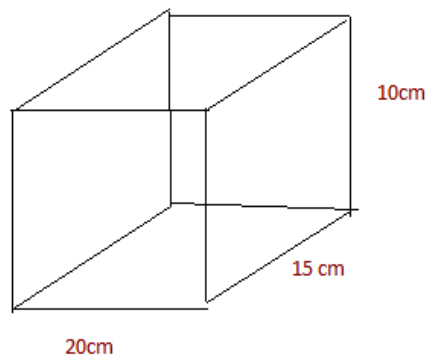


$$\begin{aligned} \text{Área} &= 25 \cdot 5 = 125\text{m}^2 \\ \text{Perímetro} &= 25 + 25 + 5 + 5 = 60\text{m} \end{aligned}$$

Apêndice 6 – avaliação diagnóstica (pós-teste)

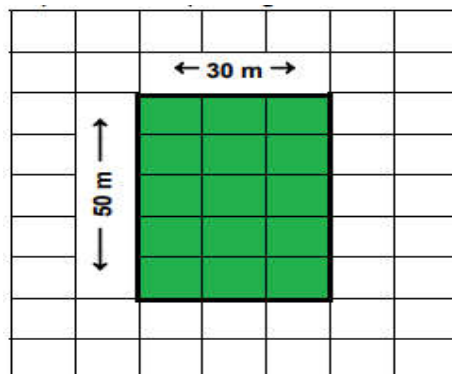
EXERCÍCIO DE GEOMETRIA

- 1) Luana pretende fazer um arranjo de flores e para isso ela precisa encher a caixa de areia. Quantos cm^3 de areia Luana irá utilizar neste arranjo?



Fonte: o autor

- 2) Ricardo anda de bicicleta na praça perto de sua casa em torno de um jardim retangular. Representada pela figura abaixo.

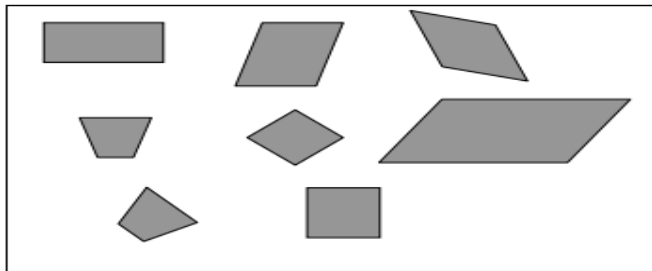


Responda:

- Se ele der uma volta, quantos metros ele irá andar?
- Qual a área do jardim?

Fonte: Simulado Prova Brasil (adaptado)

- 3) Mariana colou diferentes figuras numa página de seu caderno de Matemática, como mostra o desenho abaixo.



Fonte: Simulado Prova Brasil (adaptado)

O que as figuras geométricas têm em comum?