



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**GEOMETRIA E ARTE: UMA PROPOSTA
METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA NO SEXTO ANO**

ERENILDA SEVERINA DA CONCEIÇÃO ALBUQUERQUE



Instituto de Matemática

Maceió, junho de 2017.



PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ERENILDA SEVERINA DA CONCEIÇÃO ALBUQUERQUE

**GEOMETRIA E ARTE: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA NO SEXTO ANO**

MACEIÓ

2017

ERENILDA SEVERINA DA CONCEIÇÃO ALBUQUERQUE

**GEOMETRIA E ARTE: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA NO SEXTO ANO**

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas, sob coordenação nacional da Sociedade Brasileira de Matemática, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Viviane de Oliveira Santos.

MACEIÓ

2017

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central

Bibliotecário Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale

A345a Albuquerque, Erenilda Severina da Conceição.
Geometria e arte: uma proposta metodológica para o ensino de geometria no sexto ano / Erenilda Severina da Conceição Humberto Ferreira Rodas Neto. – 2017.
143 f. : il.

Orientador: Viviane de Oliveira Santos.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) –
Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Maceió, 2017.

Bibliografia: f. 125-130.

Apêndices: f. 131-140.

Anexos: f. 141-143.

1. Matemática – Estudo ensino. 2. Artes – Matemática. 3. Ensino e aprendizagem. 4. Geometria. 5. Sequência didática. I. Título.

CDU: 372:52

Folha de Aprovação

ERENILDA SEVERINA DA CONCEIÇÃO ALBUQUERQUE

**GEOMETRIA E ARTE: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O
ENSINO DE GEOMETRIA NO SEXTO ANO**

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 27 de abril de 2017.

Banca Examinadora:

Viviane de O. Santos

Profª. Dra. Viviane de Oliveira Santos - UFAL (Presidente)



Profª. Dra. Juliana Roberta Theodoro de Lima - UFAL

Angélica Raiz Calabria

Profª. Dra. Angelica Raiz Calabria - UNIARARAS

DEDICATÓRIA

A Deus e a minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao meu marido Fernando e ao meu filho Filipe pelo apoio que sempre me deram e por sempre acreditarem e me fazer acreditar na minha capacidade.

Aos meus professores do PROFMAT.

Aos meus colegas de turma (PROFMAT-UFAL 2015) que estiveram comigo, compartilhando saberes e, principalmente, por me incentivarem nos momentos de desânimo.

À minha orientadora, Viviane Oliveira, sempre firme em suas orientações e ao mesmo tempo otimista e entusiasmada.

À direção da Escola Padre Pinho pelo acolhimento a nossa proposta de trabalho.

À Coordenadora Iracilda Moraes pelo apoio em todas as etapas do nosso trabalho.

À professora da disciplina de arte, Maria José da Silva, pela disponibilidade e empenho no desenvolvimento das atividades do projeto.

Aos alunos que participaram ativamente, sendo protagonistas nesses processos de ensino e de aprendizagem.

RESUMO

Nesta dissertação, buscamos descrever toda trajetória da aplicação de uma sequência didática, desenvolvida na escola Padre Pinho da rede municipal do município de Maceió, estado de Alagoas, com alunos de duas turmas de 6º ano. Este projeto faz parte das aulas de Geometria, do cronograma normal de aula e foi desenvolvido no período de 29 de agosto de 2016 a 11 de janeiro de 2017. Trabalhamos a geometria plana e espacial mesclando metodologias, tendo sempre como foco principal a arte plástica. Iniciamos com o uso do livro texto e sequenciamos apresentando os trabalhos dos artistas plásticos que trabalham a geometria em suas obras: Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Rubens Barsotti, Tarsila do Amaral e Dietmar Voorwold. Queríamos com isso, mostrar essa íntima relação da arte plástica com a matemática. Utilizamos também oficinas de origami, técnica de raspagem e construção de sólidos geométricos. Foi realizado um teste de sondagem no qual observamos que as aulas preparadas apenas com a utilização do livro texto não estavam produzindo a aprendizagem esperada para aquela série, mesmo discutindo e realizando vários exercícios e, ainda, utilizando elementos geométricos presentes em sala de aula como a ilustração. Neste sentido, o objetivo foi desenvolver uma sequência didática que viesse a favorecer e facilitar o aprendizado deste conteúdo, baseados nas informações prévias contidas no teste de sondagem. Para esta pesquisa, trabalhamos com um grupo de 60 alunos, com faixa etária entre 10 a 12 anos. Em todas as etapas, os estudantes eram convidados à reflexão e à discussão por meio de perguntas dirigidas aos grupos. Buscávamos em todo momento discutir e entender os conceitos matemáticos ali presentes. Queríamos mostrar a beleza e a relação da matemática com a arte, bem como incentivar o aluno a ter um comportamento reflexivo e questionador. Objetivamos também que este trabalho também possa ser utilizado por outros professores.

Palavras-chave: Matemática – Estudo ensino. Artes – Matemática. Ensino e aprendizagem. Geometria. Sequência didática.

ABSTRACT

In this dissertation, we look for to describe all the trajectory of the application of a didactic sequence, developed in the Padre Pinho school of the municipal network of Maceió, state of Alagoas, with students from two groups of 6th grade. This work is part of Geometry classes, of the normal schedule of class and was developed in the period from August 29, 2016 to January 11, 2017. We work with flat and space geometry using some methodologies, always focusing on plastic art. We started with the use of the textbook and sequenced presenting the works of the plastic artists who work the geometry in their works: Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Rubens Barsotti, Tarsila do Amaral and Dietmar Voorwold. We wanted to show this intimate relationship between plastic art and mathematics. We also use workshops of origami, scraping technique and construction of geometric solids. A survey test was carried out in which we observed that the classes prepared only with the use of the textbook were not producing the expected learning for that series, even when discussing and performing several exercises and also using geometric elements present in the classroom as the illustration. In this sense, the objective was to develop a didactic sequence that would favor and facilitate the learning of this content, based on the previous information contained in the survey test. For this research, we worked with a group of 60 students, with ages ranging from 10 to 12 years. At all stages, students were invited to reflect and discuss through questions addressed to groups. We sought at all times to discuss and understand the mathematical concepts present. We wanted to show the beauty and the relationship of mathematics to art, as well as to encourage the student to have reflective and questioning behavior. We also aim that this work can also be used by other teachers.

Keywords: Mathematics - Teaching study. Arts - Mathematics. Teaching and learning. Geometry. Following teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Retângulo áureo e espiral logarítmica.....	39
Figura 2 - Presença da espiral logarítmica na natureza	39
Figura 3 - Catedral de Brasília.....	40
Figura 4 - Mona Lisa (La Gioconda), de Leonardo Da Vinci.	43
Figura 5 - Cestaria dos índios Karajás.....	47
Figura 6 - Filé alagoano.....	48
Figura 7 - Filé alagoano.....	48
Figura 8 - Cubo em origami	49
Figura 9 - Abaporu tela de Tarsila do Amaral, 1920.....	51
Figura 10 - O Porto (1953) de Tarsila do Amaral	52
Figura 11 - O Mamoeiro (1925) de Tarsila do Amaral	53
Figura 12 - Folha de figo (2013)	54
Figura 13 - A mariposa (2004) de Beatriz Milhazes	55
Figura 14 - Tela de Hércules Rubens Barsotti.....	56
Figura 15 - Tela de Hércules Rubens Barsotti.....	57
Figura 16 - Tela A-12 (1984) de Geraldo de Barros	58
Figura 17 - Geométrica A-12 (1984) de Geraldo de Barros.....	59
Figura 18 - Tela de DietmarVoorwold	60
Figura 19 - Tela de DietmarVoorwold	60
Figura 20 - Questões do livro didático	68
Figura 21 - Estrutura da escola utilizada como recurso didático.....	69
Figura 22 -Torre de Pisa	70
Figura 23 - Questão 3 do teste de sondagem.....	77
Figura 24 -Tangram	80
Figura 25 - Ficha técnica de algumas peças do tangram	81
Figura 26 - Ficha técnica de algumas peças do tangram	82
Figura 27 - Pato construído com peças do tangram.....	82
Figura 28 - Gato construído com peças do tangram.....	83
Figura 29 - Exibição das obras de Geraldo de Barros	84
Figura 30 - Exibição das obras de Geraldo de Barros	85
Figura 31 - Imagens do quadro com respostas dos grupos.....	86

Figura 32 - Raspagem.....	89
Figura 33 -Raspagem.....	89
Figura 34- Composição com Grade VII, de Piet Mondrian, 1919.	90
Figura 35 - Mosaico.....	90
Figura 36 - Mosaico.....	91
Figura 37 - Pintura sobre tela produzida pelos alunos	92
Figura 38 - Pintura sobre tela produzida pelos alunos	93
Figura 39 - Cubo em origami confeccionado pelos alunos	94
Figura 40 - Estrela de cinco pontas e o beija-flor em origami confeccionados pelos alunos... 94	
Figura 41 -Triângulo em 3D produção dos alunos.	95
Figura 42 - A folha de papel no formato retangular e a folha sendo quadriculada e a montagem do cubo	96
Figura 43 - A folha quadrada vincada ao meio e a mesma folha dobrada ao meio.....	97
Figura 44 - A folha com 4 vincos a uma mesma distância uns dos outros	97
Figura 45 - A folha fechada com a sobreposição dos retângulos	97
Figura 46 - A folha fechada com os vincos das duas paralelas (diagonais) e a folha com os triângulos menores dobrados para dentro da folha.....	98
Figura 47 - A folha com os dois triângulos maiores encaixados.....	98
Figura 48 - O paralelogramo visto pelo verso	99
Figura 49 - O paralelogramo – módulo para montagem do cubo.....	99
Figura 50 – Esquema de encaixe dos módulos do cubo.	100
Figura 51 - Dois módulos em origami para montagem do cubo	100
Figura 52 - Cubos em origami produzidos pelos alunos	100
Figura 53 - Planificação de uma pirâmide de base triangular e sua forma espacial.....	102
Figura 54 - Planificação de um cilindro e sua forma espacial.....	102
Figura 55 - Sólidos de Platão produzidos pelos alunos	104
Figura 56 - Construção do triângulo equilátero de lado 5cm.	106
Figura 57 - Redação 1.....	107
Figura 58- Redação 2.....	107
Figura 59 - Redação 3.....	108
Figura 60 - Redação 4.....	108
Figura 61 - Dodecaedro	109
Figura 62 - Tetraedro.....	109
Figura 63 - Os Sólidos de Platão	109

Figura 64 - Os esqueletos de poliedros com palitos de dente e jujuba.....	110
Figura 65 - Depoimento aluno A.....	113
Figura 66 - Depoimento aluno B.....	113
Figura 67 - Depoimento aluno C.....	113
Figura 68 - Depoimento aluno D.....	113
Figura 69 - Alunos de outras turmas visitando a exposição.....	117
Figura 70 - Shuriken, estrela de cinco pontas, triângulo em 3D, barcos e chapéu.....	117
Figura 71 - Cubos, sapinhos, triângulo em 3D, barquinhos, confeccionados com dobraduras de papel.....	118
Figura 72 - Pintura em tela, mosaicos.....	118
Figura 73 - Pintura em tela, mosaicos.....	119
Figura 74 - Esqueletos de sólidos geométricos com palitos de dentes e jujubas ou isopor.....	119
Figura 75 - Sólidos de Platão confeccionados com papel paraná.....	120
Figura 76 - Pintura em tela, mosaicos e raspagem.....	120

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Na sua opinião o que são polígonos?	71
Gráfico 2- O que são figuras geométricas planas?	72
Gráfico 3- Defina um quadrado.....	72
Gráfico 4- Classifique as figuras como planas ou espaciais	73
Gráfico 5- Nomeação das figuras	74
Gráfico 6- Qual é a principal diferença entre figuras planas e as figuras espaciais	75
Gráfico 7- O que são arestas, vértices e faces?.....	75
Gráfico 8- O que são ângulos retos?.....	76
Gráfico 9- O que são diagonais de um polígono?	76

SIGLAS

AREAL	Avaliação de Aprendizagem da Rede Estadual de Ensino de Alagoas
BNCC	Base Nacional Curricular Comum.
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
IFAL	Instituto Federal de Alagoas
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
MDs	Materiais Manipuláveis
MEC	Ministério da Educação
MP	Medida Provisória
MMM	Movimento da Matemática Moderna
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais.
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Alunos.
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático.
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 REFERENCIAL TEÓRICO	22
2.1 Dificuldades em aprender geometria	22
2.2 A importância da geometria plana e espacial para o desenvolvimento cognitivo	25
2.3 Geometria plana e espacial: um pouco da história	28
2.4 Geometria em toda parte	38
3 UM OLHAR MATEMÁTICO SOBRE A ARTE	45
3.1 Matemática e Arte	45
3.2 Dos artistas, biografia e obras	50
3.2.1 Tarsila do Amaral	50
3.2.2 Beatriz Milhazes	53
3.2.3 Hércules Rubens Barsotti	55
3.2.4 Geraldo de Barros	57
3.2.5 Dieitmar Voorwold.....	59
4 EXPLORANDO OS CONTEÚDOS DE GEOMETRIA PLANA E GEOMETRIA ESPACIAL	62
4.1 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e revisão de alguns livros	62
4.2 Utilizando o livro didático	67
4.3 Oficinas	77
4.3.1 A importância do uso dos materiais manipuláveis como recurso didático.....	78
4.3.2 Descrição das atividades.....	79
4.3.2.1 Tangram.....	79
4.3.2.2 Apresentação obras dos artistas plásticos.....	83
4.3.2.3 Raspagem	88
4.3.2.4 Construção do mosaico.....	89
4.3.2.5 Pintura em tela	91
4.3.2.6 Origami.....	93
4.3.2.7 Planificação	101
4.3.2.8 Construção dos sólidos geométricos.....	102
5. EXPOSIÇÃO DO MATERIAL PRODUZIDO	112

5.1 Depoimentos	112
5.2 Fotos durante a exposição	117
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	123
REFERÊNCIAS	125
APÊNDICE A	131
APÊNDICE B	132
APÊNDICE C	133
APÊNDICE D	134
APÊNDICE E	140
ANEXO A	141
ANEXO B	143

1 INTRODUÇÃO

Inicialmente, irei escrever um pouco sobre a minha trajetória profissional. Sou professora de matemática nas redes estadual e municipal há 16 anos. Durante esse tempo, a *reflexão sobre a prática pedagógica no ensino da matemática* tem sido frequente na minha trajetória profissional. Esse foi inclusive o tema do meu TCC na graduação. Pensar, pesquisar e implementar metodologias que favoreçam à aprendizagem da matemática é o meu objetivo. Como professora da educação básica da rede pública, fui selecionada para ser supervisora do PIBIB-IFAL em 2011. A busca pelo conhecimento, o melhoramento do desempenho em sala de aula e essa nova função me levaram de volta à academia, primeiro a *especialização em educação matemática* e depois o *mestrado* que já era desejado desde a conclusão da graduação.

O trabalho com oficinas para mim não é algo novo, esse formato de aula já é inerente à minha prática pedagógica há alguns anos. Mas é sempre nova cada oficina, a cada ano aplicada, porque estamos sempre reavaliando e introduzindo novos objetos. Tenho também por hábito desenvolver esses trabalhos de forma interdisciplinar. Quase sempre com as disciplinas de arte e história. Neste que gerou esta dissertação, trabalhei com a professora da disciplina de arte.

A ideia de usar estas oficinas como tema para desenvolver a dissertação de mestrado veio da minha orientadora. Quando apresentei os projetos desenvolvidos em anos anteriores ela sugeriu que escrevêssemos sobre estas oficinas, pois já faziam parte das minhas práticas pedagógicas. Para o planejamento e desenvolvimento destas oficinas contamos com a colaboração da professora de arte no que diz respeito à realização da oficina “mosaico” e “pintura em tela”. A metodologia utilizada pela professora de arte foi a *proposta triangular*. Esta proposta foi desenvolvida pela educadora brasileira Ana Maria Barbosa, que consiste em três abordagens para se construir conhecimento em arte: contextualização histórica, apreciação artística e o fazer artístico. Quanto à escolha dos artistas foi uma decisão conjunta. Contamos também com o apoio da coordenadora e direção da escola, no que se refere à compra dos materiais necessários para a execução das oficinas e tivemos também os bolsistas de extensão da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), estudantes do curso de licenciatura em matemática, que nos ajudaram a orientar os alunos dos sextos anos no momento da execução das atividades.

Após falar um pouco sobre a minha experiência profissional, apresentaremos com mais detalhe a nossa proposta metodológica para o ensino de geometria no sexto ano.

Nosso trabalho apresenta uma estratégia didática, direcionada ao ensino de geometria nos 6ºanos, no qual usaremos a arte como principal meio. Observamos que, em nossas experiências em sala de aula, muitos dos nossos alunos chegavam desconhecendo, total ou parcialmente, figuras tais como: círculo, circunferência, trapézio, bloco retangular, pirâmide, dentre outros. Por ser essa deficiência na parte dos conteúdos geométricos e por nos preocuparmos com o aprendizado dos alunos, decidimos por desenvolver tal estratégia didática.

Nosso objetivo é desenvolver uma metodologia de trabalho que possibilite a minimização desse problema. Dessa forma, estudaremos a geometria presente na arte, especificamente, nas artes plásticas e na arte da dobradura de papéis. Portanto, realizaremos oficinas e reflexões-ações. O que entendemos por oficinas são todas as atividades onde os alunos são levados à aprendizagem pela construção, aqui as construções serão as telas, os origamis os mosaicos, os esqueletos de poliedros e os sólidos de Platão, enquanto que as reflexões-ações são os momentos nos quais paramos para pensar sobre o que estamos construindo e fazemos a ponte com o conhecimento formal. Esses momentos de reflexões acontecem durante a própria construção e ao término de forma sistematizada, ou seja, seguindo roteiros de questões.

Sabemos da dificuldade de aprendizagem em geometria e que isto é muito comum. Portanto, ao longo desse trabalho, discorreremos sobre a presença da matemática no dia a dia procurando relacionar geometria e arte; analisando alguns livros, relacionando-os com o que preconizam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) sobre o ensino da geometria nos sextos anos e analisaremos a aplicação de uma sequência didática. Para concretizar essa ideia, trabalharemos com as oficinas já mencionadas com o propósito de que os alunos aprendam geometria, pois segundo D'Ambrosio (2005, p.101), “o conhecimento é deflagrado a partir da realidade. Conhecer é saber fazer”.

Sendo a geometria uma área muito importante da matemática, não apenas por estar presente no cotidiano das pessoas, mas porque segundo alguns estudiosos, de Platão a Lorenzato, ela ajuda a desenvolver o pensamento lógico dedutivo e, portanto, precisa ser melhor trabalhada na sala de aula. A esse respeito Lorenzato (1995, p. 5) diz que:

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vidas que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano.

Além disso, a “Geometria desempenha um papel integrador entre as diversas partes da matemática, além de ser um campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar”. (FAINGUELERNT, 1999 apud PROENÇA e PIROLA, 2009, p. 128).

Os professores da nossa escola já têm por hábito trabalhar com oficinas, materiais manipuláveis e jogos. Dos 6^{os} aos 9^{os} anos usamos essa metodologia pois consideramos que trará melhoras significativas. O trabalho interdisciplinar também é uma prática usual nessa unidade de ensino. Ele possibilita a visão de um único objeto por diversos ângulos, ou ainda, o de estudarmos um conteúdo por diversos olhares, não como algo solto, estanque e sim integrado. Como acentua D’Ambrosio (2005, p. 103) “a interdisciplinaridade, muito procurada e praticada hoje em dia, sobretudo nas escolas, transfere métodos de algumas disciplinas para outras, identificando assim novos objetos de estudos”.

Esse caráter interdisciplinar nos conduzirá à efetivação da aprendizagem, por meio das artes plásticas. Assim, solicitamos à direção da escola uma autorização para o desenvolvimento do trabalho (apêndice A). E por serem nossos alunos menores de idade, solicitamos dos pais autorização, na forma de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (apêndice B).

No desenvolvimento deste trabalho inicialmente fizemos apresentação do conteúdo sobre geometria plana e espacial seguindo o livro didático. Ao término da exploração do assunto, aplicamos um teste de sondagem. Depois retomamos o conteúdo, expondo, primeiro, algumas telas de artistas plásticos, a saber, Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Hércules Rubens Barsotti, Dietmar Voorwold e Tarsila do Amaral. Na sequência, pedimos que fizessem um desenho com base nas obras de Beatriz Milhazes e Dietmar Voorwold usando a técnica da raspagem e a construção de um mosaico. Seguimos com a apresentação do tangram, na qual discutimos conceitos geométricos ali existentes em cada peça e finalizamos com a montagem de objetos com as sete peças. Aplicamos uma oficina de origami onde confeccionamos o triângulo em 3D, estrela, shuriken, sapinho e o cubo. Depois, construímos alguns esqueletos de alguns sólidos geométricos com palitos e jujubas. Oficina dos sólidos de Platão foi realizada dias depois. Concluímos a sequência com as pinturas em tela.

Este trabalho foi desenvolvido na escola da rede municipal de Maceió, Escola Padre Pinho, localizada à Rua Quebrangulo, no bairro de Cruz das Almas. A escola conta, em sua infraestrutura, com 10 salas de aula, sala de vídeo, sala de leitura, sala de jogos e laboratório de informática. Contamos também com as outras salas administrativas e de apoio.

Nosso trabalho consiste numa proposta metodológica para o ensino de geometria ao sexto ano. Para tanto, realizamos tal trabalho com alunos entre 10 e 12 anos, envolvendo os conteúdos de geometria plana e espacial.

Antes de iniciarmos a aplicação deste trabalho, explicamos aos pais dos alunos, do que se tratava e falamos também da necessidade da autorização deles que viria na forma da assinatura do termo de consentimento livre e esclarecido (apêndice B). De acordo com dados fornecidos pela secretaria da escola, a maioria reside próximo à escola ou nas Grotas¹ que circundam o bairro de Cruz das Almas e os demais residem nos bairros Jacintinho, Mangabeiras, Jacarecica, Ipioca.

Podemos considerar que a matemática, uma das mais belas das ciências, aquela que está a serviço de todas as outras ciências, também é, ainda hoje, tida como o “bicho papão” no currículo escolar, em quaisquer dos níveis de ensino. É apresentada como a disciplina difícil, aquela que poucos compreendem.

Sabemos, no entanto, que não é bem assim. É verdade que há alguns níveis de abstrações que perturbam nossos estudantes. É fato também que, por vezes, nós professores não conseguimos conectar os conteúdos apresentados com experiências do cotidiano para que nossos alunos consigam ver o porquê de estar estudando tal conteúdo. Como resultados desse hiato que deixamos, temos observado em nossa escola, que é nessa disciplina onde temos maiores índices de reprovação. Em outras palavras, a aprendizagem não aconteceu em sua totalidade.

Temos acompanhado tais resultados nos exames aplicados para mensurar o índice de aprendizagem: Avaliação de Aprendizagem da Rede Estadual de Ensino de Alagoas (AREAL), Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Prova Brasil, Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA). Esses ‘medidores’ apontam resultados insatisfatórios, reflexo de políticas educacionais às vezes equivocadas. Mas isso se deve também a outros descasos sofridos pela educação, como a falta de profissionais nos quadros de efetivos das redes, a desvalorização salarial da classe que vêm ocorrendo há décadas, o desmonte das famílias, a inversão de valores, a progressão continuada.

Contudo, ainda temos profissionais preocupados em tentar reverter esse quadro. A responsabilidade é grande e não há garantias de que tudo isso possa mudar rapidamente, pois a busca pelo conhecimento não é uma busca solitária e unilateral. É preciso envolvimento de pelo menos quatro atores: família, estudante, professor, escola. Se olharmos para um âmbito

¹Grota Vale; terreno que se encontra localizado no cruzamento, interseção, entre duas montanhas: vale profundo.

micro, são algumas pequenas ações desenvolvidas por professores, às vezes de forma interdisciplinar, outras vezes de forma disciplinar, ou mesmo como proposta de trabalho da própria escola que, também, tenta mudar esse quadro.

Nosso trabalho, portanto, tem esse caráter interdisciplinar. Aqui entendemos que, “a interdisciplinaridade, equivale à necessidade de superar a visão fragmentada da produção de conhecimento e de articular as inúmeras partes que compõem os conhecimentos da humanidade” (GARRUTTI; SANTOS, 2004,p.188).Nesta perspectiva, faremos um trabalho partilhando e articulando as disciplinas Matemática e Arte. “A prática interdisciplinar não se constitui de métodos a serem ensinados aos professores, mas de um processo associado a atitudes” (GARRUTTI; SANTOS, 2004, p. 194).

Pretendemos implementar outras formas de se trabalhar determinados conteúdos, observando para isso as características daqueles que são os principais partícipes desses processos de ensino e aprendizagem, os alunos. Com um único fim, o de gerar aprendizagem. Todo nosso esforço despendido para conseguir gerar a aprendizagem, por menos que nos pareça, a princípio, será um ganho para o futuro dos nossos alunos.

Sendo assim, nosso trabalho se justifica à medida que estamos buscando outros meios, além do livro didático, para minimizar uma situação desconfortável para nós professores e, principalmente, para nossos alunos.

A partir de agora, no segundo capítulo sob o título *referencial teórico* iremos explorar as dificuldades de aprendizagem em geometria, discutiremos a importância da geometria para desenvolvimento cognitivo dos nossos alunos, veremos um pouco da história da geometria plana e espacial e com o foi o seu desenvolvimento e ensino, focando principalmente no cenário brasileiro. Concluiremos esse capítulo discorrendo sobre a geometria em toda parte.

No terceiro capítulo, denominado *um olhar matemático sobre a arte*, abordaremos a relação existente entre a matemática e a arte indígena, a arte do filé alagoano, a arte do origami e fechamos com a arte plástica.

Já no quarto capítulo, *explorando os conteúdos de geometria plana e espacial*, apresentaremos uma análise dos parâmetros curriculares no que concerne ao ensino de geometria e faremos uma análise da abordagem dada à geometria em cinco livros de matemática do sexto ano, verificaremos também qual o espaço à ela dedicado e a posição onde a mesma aparece nestas cinco obras. Abordaremos ainda o modo como o conteúdo foi abordado em sala de aula, utilizando o livro didático e usando o formato de oficinas, das quais mostraremos todos os passos com seus respectivos resultados.

No quinto capítulo denominado *exposição do material produzido*, exibiremos os materiais produzidos pelos alunos, apresentaremos alguns depoimentos de professores e de alunos dos sextos anos e alunos bolsistas (alunos de matemática da UFAL que acompanharam o desenvolvimento do trabalho na condição de aprendizes e monitores). Concluiremos este capítulo, apresentando os instrumentos avaliativos utilizados nesta abordagem formatada em oficinas.

As *considerações finais* encontram-se no sexto capítulo onde descreveremos nossas impressões e certezas sobre todo trabalho desenvolvido.

Cada fase é detalhada nesse trabalho, inclusive com os prós e contras, ou seja, avanços e obstáculos encontrados ao longo do desenvolvimento dessa sequência didática.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Dificuldades em aprender geometria

Durante os 16 anos de profissão, observei que a matemática é a disciplina responsável pelo maior número de reprovação entre nossos alunos. Ao mesmo tempo tenho ouvido deles que a matemática é difícil e que poucos conseguem dominá-la. Essa ideia, historicamente construída é quase um consenso entre nossos alunos. Em seu artigo, *refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática: algumas considerações*, Silva (2005, pp.2-3) chama-nos a refletirmos alguns aspectos que corroboram para que a matemática seja vista, até os dias de hoje, dessa forma. Ele destaca a existência desse conceito pré-formado de que a “matemática é difícil”. Silva (2005, p. 5) destaca também a capacitação inadequada dos professores, que muitas vezes saem da graduação sem dominar os assuntos que irão trabalhar em sala de aula. Como podemos ensinar aquilo que não sabemos ou que sabemos pouco?

O uso da metodologia tradicional com ênfase excessiva ao cálculo também é mencionado por Silva (2005, p. 6). Os cálculos são necessários, mas é primordial que venham, também, dentro de situações que levem os nossos alunos a pensarem e fazerem associações com situações do cotidiano. Outro ponto refletido por Silva (2005, p. 7), é a busca inadequada a novos recursos pedagógicos. Algumas vezes na tentativa de querer inovar ou de resolver o problema da dificuldade em aprender determinado conteúdo, o professor busca um jogo ou usa determinado recurso tecnológico com esse fim. Porém, é necessário escolher bem um determinado jogo, dinâmicas, recursos tecnológicos ou material manipulável, caso contrário, o objetivo aprendizagem pode não ser atingido. Silva (2005, p. 8), ainda nos fala que a falta de contextualização é outro dificultador para aprendizagem. Embora saibamos que nem sempre seja possível ou fácil para o professor fazer essa contextualização. E, por fim, Silva (2005, p. 9) menciona que a linguagem matemática, carregada de simbologias e nomenclaturas diferentes prejudica a aprendizagem em matemática.

O conjunto formado por esses pontos fazem com que essas dificuldades perdurem por muito tempo. Quanto a isso, concordamos com Fiorentini (1995, p.4) que “o modo de ensinar sofre influências também dos valores e das finalidades que o professor atribui ao ensino da Matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, do homem e da sociedade”.

No que diz respeito à geometria, Pavanello (1989, p. 89), em sua dissertação, também é firme em dizer que muitos professores não se sentiam animados a ensinar tal disciplina por não se acharem em condições, já que, não dominavam o conteúdo e alguns confessaram

nunca terem estudado ou que estudaram de forma insatisfatória. E quanto àqueles que incluíam a geometria em seu planejamento, a inseriam no último bimestre e por vezes, faltava tempo de abordá-la.

Também Lorenzato (1995, p. 3) afirma que existe uma omissão por parte dos professores causada pela falta de domínio sobre o conteúdo. Em sua pesquisa intitulada "Os por quês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores", realizada com 255 professores da 1ª a 4ª série, esse despreparo dos professores para trabalhar a Geometria fica bastante evidenciada. Lorenzato (1995, p. 3) aplicou um questionário com oito questões que tratavam de geometria plana euclidiana. De acordo com o pesquisador, "foram contabilizadas 2040 respostas erradas, [ou seja, todos deram respostas erradas às oito questões]. E somente 8% dos professores admitiram que tentavam ensinar Geometria aos alunos".

Lorenzato (1995, p. 4) também aponta outros fatores responsáveis por esse quadro como a exagerada importância dada ao livro didático, já que os professores, ou por despreparo ou por falta de tempo em buscar outras fontes, limitam-se a esses livros que, por vezes, trazem a Geometria como um conjunto de definições e fórmulas, desconectadas da realidade. O currículo dos cursos de licenciatura é outro ponto interveniente, pois quase não tratam do assunto, dificultando, portanto, que esses potenciais professores de matemática, ciências e pedagogia possam vir a desempenhar bem o seu papel a posteriori. Os programas e guias curriculares que apresentam a geometria de forma dissociada da álgebra e da aritmética, concorrem também para o abandono do ensino da geometria. Por fim, Lorenzato (1995, p. 4), atribui uma parcela de responsabilidade, por essa dificuldade em aprender a matemática, ao Movimento da Matemática Moderna que, ao chegar ao Brasil, rompeu com o ensino lógico-dedutivo e com demonstrações, mas não conseguiu emplacar seu modelo no Brasil e isso acabou criando uma lacuna que se mantém até os dias atuais.

"A ideia central da Matemática Moderna é adaptar o ensino às novas concepções sugeridas pela evolução desse ramo do conhecimento, o que significa trabalhar a Matemática do ponto de vista das estruturas". (PAVANELLO, 1989, p.162)

Em pesquisa mais recente, Almouloudet *al.* (2004, p. 94), desenvolveram uma pesquisa-ação, com professores e alunos, sobre o ensino da geometria no ensino fundamental. Usando os princípios da engenharia didática, eles propuseram e aplicaram uma série de atividades que pretendiam, ao término destas aplicações, diminuir o conceito dado à matemática de ser uma disciplina difícil. Era também objetivo dos pesquisadores Almouloudet *al.* (2004, p. 96),

[...] despertar a atenção do grupo para a necessidade de um trabalho reflexivo sobre as ações pedagógicas. [...] Além disso, pretendíamos contribuir para a formação dos participantes, na expectativa de que se tornassem profissionais mais críticos, participativos e competentes para atuar em sala de aula.

Relatam Amouloudet al.(2004, p. 106) que ao término desse trabalho,

[...] o professor da sala analisada ainda apresentava, no momento da passagem desses questionários, receio de trabalhar com conteúdos da geometria, solicitando a uma professora eventual que desenvolvesse as unidades do livro que tratam desses conteúdos. Quanto aos alunos, notamos uma certa mudança em relação à crença usual de que a matemática só pode ser aprendida por alguns poucos alunos.

O que temos, portanto, é um panorama bem favorável à manutenção dessas dificuldades de aprendizagem. Como ensinar bem aquilo que não se sabe? E ainda que o saiba, as reflexões sobre as práticas metodológicas devem ser uma constante. Essa prática de formação continuada para os professores, poderia evitar que os alunos chegassem ao 6º ano com essa defasagem na sua aprendizagem, que será diminuída ou ampliada dependendo da abordagem metodológica do professor, da dinâmica de acompanhamento familiar e também do projeto político pedagógico da escola, documento no qual devem ser explicitadas as intenções daquela unidade com relação ao processo de ensino e de aprendizagem dos seus alunos, bem como as ações que devem ser implementadas para a consecução dessas intenções/objetivos.

Como se não bastasse, temos outro fator que concorre para aumentar essas dificuldades. Além de termos alguns professores despreparados para ensinar geometria no ensino fundamental do 1º ao 9º ano, convivemos com a permissividade de que profissionais licenciados em outras áreas, aventurem-se no ensino da matemática nas séries finais do ensino fundamental. Não é raro vermos professores de biologia, engenheiro civil, contadores atuando como professores de matemática do 6º ao 9º ano ou mesmo ensino médio. Isso ocorre também porque a oferta de professores licenciados em matemática é muito menor do que a demanda.

A rotina de uma carga horária muito alta atrelada ao baixo salário conferido ao professor, não têm sido atrativos para os jovens que querem ingressar na faculdade. Daí, essa mobilidade ou flexibilização, que permite que outros profissionais lecionem a disciplina, pode acarretar para esses alunos, um prejuízo em sua aprendizagem ou a intensificação da repulsa, que alguns alunos têm pela matemática, mesmo sabendo que ela está presente em outras áreas profissionais e que é indispensável no nosso dia a dia.

Após discutirmos sobre as dificuldades de aprendizagem em geometria, passaremos para o tópico onde trataremos da importância do estudo da geometria para o desenvolvimento cognitivo das pessoas, de modo especial das nossas crianças e adolescentes, pois não podemos privá-los de tais conhecimentos.

2.2 A importância da geometria plana e espacial para o desenvolvimento cognitivo

Desde cedo, as crianças são estimuladas a interação com objetos tridimensionais. Alguns pais, já com a finalidade de estimular os sentidos do seu filho, compram os chamados brinquedos educativos, que são aqueles com formas cilíndricas, esféricas, cúbicas piramidais e outras com formas não tão bem definidas e com cores variadas. Esse contato com tais objetos facilitará seu desenvolvimento cognitivo.

Com isso se pretende, claramente, desenvolver o cognitivo, o sensorial da criança. Esses estímulos irão diferenciá-los dos outros bebês e crianças que não receberam a mesma estimulação. Quando essa criança inicia sua vida escolar, espera-se que, currículos, professores e ambiente escolar continuem estimulando esse desenvolvimento cognitivo. Coelho e Pisoni (2012, p. 146) afirmam que “tanto Vygotsky como Piaget compartilham de ideias construtivistas onde a única aprendizagem significativa é aquela que ocorre através da interação entre sujeito, objetos e outros sujeitos”. Vygotsky em sua teoria histórico-cultural, acentua a importância para o aprendizado, dessa relação da criança com os objetos e com outras pessoas.

E essa importância que Vygotsky dá ao papel do outro social no desenvolvimento dos indivíduos cristaliza-se na formulação de um conceito específico dentro de sua teoria, essencial para a compreensão de suas ideias sobre as relações entre desenvolvimento e aprendizado: o conceito de zona de desenvolvimento proximal. (KOOL, 2010, p. 60).

A zona de desenvolvimento proximal, referida, divide-se em dois níveis: a capacidade que a criança tem de realizar uma determinada tarefa sozinha, que Vygotsky classifica de nível de desenvolvimento real, enquanto que aquelas atividades que a criança só consegue realizar com a ajuda de outra pessoa ele chama de nível de desenvolvimento potencial. À medida que essa criança vai conseguindo fazer sozinha determinada atividade, ela se cristaliza e comporá o nível de desenvolvimento real. A distância entre o fazer com a ajuda do outro e fazer sozinha é a chamada zona de desenvolvimento proximal.

Desse modo, o professor assume um papel importantíssimo, estando ele nesse intervalo, sendo facilitador desse desenvolvimento dos seus alunos. A observação do conhecimento que seus alunos já os têm e aquilo que eles precisam aprender, o farão escolher atividades certas para o desenvolvimento das habilidades desejadas em seus alunos. Mas podemos ver aí uma dificuldade. Nossas salas são, em sua maioria, lotadas em média 30 alunos, cada um com tempo de aprendizagem diferente. Como atender a todos? Como escolher essas atividades apropriadas para atender a cada aluno, ajudando-os nessa transição da zona de desenvolvimento potencial para a zona de desenvolvimento real?

Isso certamente não ocorrerá uniformemente, nem em tempo previamente estabelecido. Então, é de se pensar que parte da solução é utilizar diversas estratégias didáticas para se trabalhar um mesmo conteúdo.

A nossa busca, enquanto professores é de facilitar a aquisição de conhecimentos para a formação dos nossos alunos. Percebemos então que o conhecimento não é algo instantâneo, ele é construído e alimentado durante toda a vida.

Concordando com a teoria histórico-social de Vygotsky, D'Ambrosio (2005, p. 107) afirma que:

Todo conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo, no qual se identificam estágios, naturalmente não dicotômicos entre si, quando se dá a geração, a organização intelectual, a organização social e a difusão do conhecimento. Esses estágios são, normalmente, o objeto de estudo das teorias de cognição, das epistemologias, da história e sociologia, e da educação e política. O processo como um todo é extremamente dinâmico e jamais finalizado, e está obviamente sujeito a condições muito específicas de estímulo e de subordinação ao contexto natural, cultural e social. Assim é o ciclo de aquisição individual e social de conhecimento.

Sendo assim, “aqueles que procuram um facilitador de processos mentais, encontrarão na Geometria o que precisam: prestigiando o processo de construção do conhecimento, a Geometria valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar”. (LORENZATO, 1995, p.6)

Seguindo esse raciocínio que confere à aquisição do conhecimento um processo contínuo, Klausmeier e Goodwin (1977^{apud} PROENÇA; PIROLA, 2009, p. 129)

[...] desenvolveram estudos na área da Psicologia Cognitiva sobre formação conceitual e elaboram um modelo de aprendizagem e desenvolvimento de conceito. Tal modelo define conceito como a “informação ordenada sobre as propriedades de uma ou mais coisas– objetos, eventos ou processos – que torna qualquer coisa ou classe de coisas capaz de ser diferenciada ou relacionada com outras ou classes de “coisas”. Para tal definição, foram levadas em consideração oito características que os autores apontaram como importantes no ensino e aprendizagem escolar de um determinado conceito: aprendibilidade, utilidade, validade, generalidade, importância, estrutura, perceptibilidade de exemplos e numerosidade de exemplos.

Na sequência, Klausmeier e Goodwin (1977^{apud} PROENÇA; PIROLA, 2009, p. 130) descrevem os quatro níveis do modelo, onde:

[...] de acordo com o modelo, as pessoas aprendem e desenvolvem seus conceitos segundo quatro níveis cognitivos – concreto, identidade, classificatório e formal -, nessa sequência. Cada nível apresenta operações mentais necessárias para essa formação. 1. *Nível concreto* – prestar atenção a um objeto, discriminá-lo de outros objetos, representa-lo, como uma imagem ou traço e manter a representação (lembrar). 2. *Nível de identidade* – envolve tanto discriminar várias formas de outros objetos como também generalizar as formas equivalentes. 3. *Nível classificatório* – generalizar que dois ou mais exemplos são equivalentes e pertencem à mesma classe de coisas. 4. *Nível formal* – discriminar atributos da classe; adquirir e lembrar os nomes de atributos; identificar exemplos e não exemplos; apresentar uma definição de acordo com os atributos definidores.

Em se tratando do ensino da geometria, também Sena e Dorneles (2013, p. 139), afirmam “que diferentes tipos de investigações geométricas podem contribuir para a compreensão do desenvolvimento intelectual”.

Esse pensamento de que a geometria contribui para o desenvolvimento do pensamento argumentativo, lógico e crítico é bastante antigo. Segundo Eves (2004, pp. 131-132):

A importância de Platão na matemática não se deve a nenhuma das suas descobertas que fez mas, à sua convicção entusiástica de que o estudo da matemática fornecia o mais refinado treinamento do espírito e que, portanto, era essencial que fosse cultivado pelos filósofos e pelos que deveriam governar seu Estado ideal. Isso explica o famoso lema à entrada da Academia: *Que aqui não adentrem aqueles não-versados em geometria*. A matemática parecia da mais alta importância a Platão devido ao seu componente lógico e à atitude espiritual abstrata gerada por seu estudo; por essa razão ela ocupava um lugar de destaque no currículo da Academia.

Porém, Pavanello (1989, p. 182) ressalta que: “Quanto à contribuição especial que a geometria pode (grifo da autora) dar à formação do aluno – dependendo, é claro, do modo como é trabalhada – não pode se resumir apenas ao desenvolvimento da percepção espacial.”

Assim,

A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da “capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível” – que é um dos objetivos do ensino da Matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. (PAVANELLO, 1989, p. 87)

O que aconteceu com a educação, especialmente com o ensino da geometria no século XIX é que:

Nas escolas para a elite, busca-se o desenvolvimento das capacidades intelectuais, o que leva, na geometria, à ênfase dos processos dedutivos, através dos quais se pretende conseguir o desenvolvimento do raciocínio lógico. As escolas para as camadas inferiores são orientadas a prepararem os estudantes para o trabalho, por isso a ênfase nas aplicações práticas dos princípios das ciências e, o que interessa a esse trabalho, particularmente nos princípios da geometria. (PAVANELLO, 1989, p. 87)

Em suma, não podemos negar a ação positiva que o ensino da geometria traz, quando trabalhada de maneira apropriada, adequadamente planejada. Mais recentemente, em uma aula de geometria plana na turma do PROFMAT-2015, em meio a uma demonstração, um professor nos disse que os estudantes de direito deveriam estudar geometria pelo fato de que ela proporciona esse desenvolvimento argumentativo.

Tendo a geometria um valor inquestionável para o desenvolvimento cognitivo das pessoas, é pertinente conhecermos um pouco da história de como foi o seu desenvolvimento e o seu ensino, situando-nos mais no cenário brasileiro desde o Brasil Colônia até os dias de hoje. A seguir veremos um pouco dessa trajetória da educação brasileira.

2.3 Geometria plana e espacial: um pouco da história

Desde o Brasil Colônia, a educação brasileira vem sofrendo transformações, sempre pautadas pela conjuntura econômica, política e social. Nem sempre as mudanças são benéficas para a maioria da população. Com o ensino da matemática, em especial, não foi diferente.

D'Ambrosio (2008, p. 11), ressalta que: “Embora haja insistência para que a Matemática e as Ciências sejam consideradas universais, a História da Matemática e das Ciências não pode se afastar dos contextos, sociais, políticos, econômicos e culturais, particularmente religiosos.”

A educação no Brasil foi iniciada pelos jesuítas em 1549, com a liderança do padre Manoel da Nóbrega. Conforme Gomes (2012, p. 14),

Nas escolas elementares, [...] contemplava-se o ensino da escrita dos números no sistema de numeração decimal e os estudos das operações dos números naturais. Nos colégios, [...], privilegiava-se a formação em que o lugar principal eram as humanas clássicas. Havia pouco espaço para a Matemática, o latim era o grande destaque.

A partir de 1648, os estudos de geometria, no Brasil, foram alavancados pela necessidade de preparo militar, como mostra Valente (1999 *apud* SENA e DORNELES, p. 139). De acordo com Sena e Dorneles (2013, p.139), “os soldados sem conhecimento matemático apresentavam dificuldades em acertar alvos, realizar leitura de mapas e organizar o material de artilharia”.

Dessa forma, segundo Sena e Dorneles (2013, p.139), “[...] em 1699, é criada a aula especial de fortificações, com o objetivo de ensinar a desenhar e a trabalhar no forte. Na década de 1730 o ensino militar tornou-se obrigatório a todo o oficial”. Como vemos o que impulsionaram os estudos matemáticos, em especial o da geometria, no Brasil, foram necessidades militares.

Essas necessidades advieram da “ameaça de guerra e a necessidade de defesa dos portugueses para o controle e a administração da exploração de ouro foram [esses] os principais fatores para o desenvolvimento de um ensino militar no Brasil Colônia.” (MARTINS; SANTOS, 2016, p. 78)

Como citado anteriormente, havia pouco espaço para a matemática e, com a instituição das aulas régias, pelo marquês de Pombal,

[...] nas quais isoladamente se ensinaram primeiramente a gramática, o latim, o grego, a filosofia e a retórica, e, posteriormente, as disciplinas matemáticas: aritmética, álgebra e geometria. Eram aulas avulsas, e, em relação aos conhecimentos matemáticos, há indícios de que havia poucos alunos e, também, que era difícil conseguir professores. (GOMES, 2012, pp. 14-15)

No período que transcorre, de 1750 a 1777, os jesuítas foram expulsos do país, dessa forma, poucas escolas ficaram sob a direção de outras ordens religiosas e de instituições de ensino militar. A educação brasileira passa então por momentos difíceis, visto que, os padres jesuítas administravam várias instituições de ensino.

Em 1808, conforme Gomes (2012, p. 15), com a chegada de D. João VI ao Brasil, foram implementadas várias mudanças na educação e cultura no nosso país.

No Brasil Império, foi instituído o ensino das primeiras letras. “Essa lei estabelecia que houvesse escolas de primeiras letras em todas as cidades, vilas e lugares populosos. No ensino das primeiras letras, a Matemática estava presente: “primeiras letras” significavam, afinal, “ler, escrever e contar” (GOMES, 2012, p. 15). Havia distinção entre o currículo das escolas para meninos e da escola para as meninas, quanto ao ensino das matemáticas². Sendo a principal delas, o fato de que, para as meninas, não eram ensinadas a geometria nem a prática dos quebrados³.

Subsequente à decisão de estender a todos o direito à educação primária, vem a constatação da incapacidade do sistema em atender, de fato, a toda população.

No início do século XIX, os colégios, Liceus, ginásios, ateneus, cursos preparatórios anexos às faculdades e seminários religiosos tinham como objetivo a preparação dos estudantes para os exames de acesso às academias militares e poucas escolas superiores existentes no país. A partir da metade do século, crescem o número de colégios particulares em quase todas as províncias, que também passam a oferecer ensino público no nível secundário. (GOMES, 2012, p. 16)

Nesse período, o Colégio Pedro II⁴ tornou-se modelo de ensino secundário no Brasil.

No Rio de Janeiro, o Município da Corte, em 1837, o ministro Bernardo Pereira de Vasconcelos, inspirado na organização dos colégios franceses, criou o Imperial Colégio de Pedro II, concebido para funcionar como internato e externato. O Colégio dava o grau de bacharel em letras aos alunos aprovados em todas as disciplinas durante os sete anos do curso e os alunos concluintes eram dispensados dos exames de ingresso aos cursos superiores. As matemáticas, que eram as disciplinas de Aritmética, Álgebra, Geometria, e, posteriormente a Trigonometria, apesar do predomínio das disciplinas literárias e humanistas, estavam presentes em todas as séries do curso do Colégio de Pedro II, em todas as várias reformas que modificaram o seu plano de estudos ao longo do tempo. O Colégio Pedro II tornou-se a instituição modelo para o ensino secundário no Brasil. [...] até 1873, alunos de outras províncias tinham que ir ao Rio de Janeiro para realizar seus exames, que lá eram centralizados. (GOMES, 2012, p. 16)

No início do século XX, “[...] a maioria da população é analfabeta, sem acesso à educação, nem mesmo a elementar. Apenas a minoria consegue chegar aos demais níveis de

² As matemáticas, assim chamada porque nessa época a álgebra, aritmética e geometria eram separadas.

³ Prática dos quebrados trata-se do estudo das frações ordinárias.

⁴ Fundado em 2 de dezembro de 1837, o Colégio Pedro II é uma das mais tradicionais instituições públicas de ensino básico do Brasil. Disponível em: http://www.cp2.g12.br/historia_cp2.html. Acesso em: 17/05/17.

escolarização. Somente os filhos e parentes dos latifundiários é que tem acesso aos cursos de nível superior”. (PAVANELLO, 1993, p. 8).

O ensino da matemática, em especial, o da geometria no Brasil, foi pautado pelo panorama político, social e econômico do país e, por que não dizer do mundo. No Brasil colonial, quando o direito à educação era privilégio apenas dos filhos dos latifundiários, a educação desses jovens era direcionada para áreas como o direito, pois dava acesso aos cargos na diplomacia brasileira, ou para a área médica.

Na iminente necessidade de suprir a indústria de mão de obra técnica, abriram-se às portas da educação para o povo, mas, a esses eram ensinados os conteúdos necessários à execução das tarefas a eles destinadas. Então aritmética e álgebra era o conteúdo matemático que eles viam nos seus cursos por seu cunho utilitário. Assim,

Em 1824, com a gratuidade do nível primário, as tentativas de incluir noções geométricas, além das quatro operações fundamentais, foram infrutíferas, primeiramente por não haver professores primários habilitados e, depois, por “não ser um conhecimento escolar solicitado para o ingresso em nenhuma instituição secundária.” (VALENTE, *apud* SENA; DORNELES, 2013, p. 139).

A geometria ficava apenas para aqueles que estavam trabalhando no exército, até porque faltavam professores qualificados para tal área. Por causa disso, o ensino da geometria no Brasil foi sendo pouco a pouco abandonado, quer pela falta de professores qualificados, quer pelo pouco valor a ela considerado.

A proclamação da república, em 1889, aconteceu num momento no qual a população brasileira era constituída por maioria analfabeta. Diante desse fato, o então primeiro titular do Ministério da Instrução, Correios e Telégrafos, Benjamin Constant. “[...] promoveu uma reforma do ensino, seguindo a doutrina positivista, da qual era fervoroso adepto”. (MARTINS; SANTOS, 2016, p. 88)

Essa reforma privilegiava as ciências então a matemática ganhou lugar de destaque.

A lei buscava romper com a tradição humanista e literária do ensino secundário pela adoção de um currículo que privilegiava as disciplinas científicas e matemáticas. A Matemática era tida como a mais importante das ciências no ideário positivista do filósofo francês Auguste Comte. (GOMES, 2012, p. 17)

De acordo com D’Ambrosio (2008, p. 57), “a orientação da Escola Militar e sua influência no desenvolvimento científico, do Império e início da República é atribuída à adoção das ideias de Auguste Comte, fundador da corrente filosófica conhecida como positivismo”.

A obrigatoriedade do ensino de geometria, no ensino secundário, se dá em 1889 disseminando o “ensino do desenho técnico e geométrico em todo o país, haja vista o caráter

científico e positivista desses saberes, expressão do rigor e da precisão”. (KOPKE, 2006 *apud* SENA; DORNELES, 2013, p.139)

Como instituição que assumiu o ensino e pesquisa em matemática D’Ambrosio (2008, p. 48), ressalta a importância da Politécnica do Rio de Janeiro.

Em 1839, em plena regência, a Real Academia Militar foi transformada em Escola Militar da Corte; em 1858 passou a ser chamada Escola Central; em 1875, Escola Politécnica; e, em 1896, Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Nessas escolas que se ensinava e se pesquisava matemática.

Já no início século do XX, outro fato importante a registrar foi que:

[...] a Escola de Engenharia do Rio de Janeiro começou a receber impulsos de modernização. Alguns dos jovens estudantes representavam pontas de lança nessa escapada ao positivismo. Merecem especial destaque quatro engenheiros que foram importantíssimos no surgimento de uma nova matemática, atualizada e integrada na pesquisa matemática européia: Otto de Alencar Silva (1874-1912), Manuel Amoroso Costa (1885-1928), Theodoro Augusto Ramos (1895-1935) e Lélío Itapuambyra Gama (1892-1981). (D’AMBROSIO, 2008, p. 64)

A década de 1920 é marcada pela influência das ideias do movimento da Escola Nova em nosso país. Esse fato acontece

num contexto de profundas mudanças políticas, econômicas e sociais, realizam-se, em diversos estados brasileiros e no Distrito Federal, reformas no sistema de ensino relativo à educação primária e à formação de professores para esse nível. As mudanças efetivadas pelas legislações estaduais e do Distrito Federal vinculavam-se ao movimento pedagógico conhecido, como Escola Nova ou Escola Ativa. (GOMES, 2012, pp. 17,18)

As discussões sobre as mudanças na educação, e, em particular, no ensino da matemática, aconteciam sobretudo na Europa.

Em 1908, aconteceu em Roma o quarto congresso internacional de matemática, na qual foi criada uma comissão internacional [...]. Essa comissão estabeleceu como meta proceder a um estudo sobre o ensino secundário da matemática em vários países, entre os quais estavam o Brasil, e sua constituição assinala a existência de um primeiro movimento internacional para a modernização do ensino. As principais propostas desse movimento eram: promover a unificação dos conteúdos matemáticos abordados na escola em uma única disciplina, enfatizar as aplicações práticas da Matemática e introduzir o ensino do cálculo diferencial e integral no nível secundário. (GOMES, 2012, p. 19)

“A partir da 1ª Guerra Mundial, processam-se modificações nos setores econômicos, social e político do país”(PAVANELLO, 1993, p. 9). Isso traz consequências para a educação no país. E de acordo com este mesmo autor,

[...] esses acontecimentos vão repercutir no campo educacional, iniciando-se, então, um período de intensos debates e reivindicações relativas à educação.[...] a extensão do ensino elementar à maioria da população encontra, porém, muitas dificuldades. Antes mesmo que toda a população em idade escolar tenha acesso a ele, começa a preocupação com a sua qualidade.

É nesse cenário de intensas discussões sobre a educação, que o professor do consagrado Colégio Pedro II,

[...] o maior adepto das ideias modernizadoras [...] Euclides Roxo liderou a proposição de uma mudança radical nos programas de ensino da instituição, aprovada por sua congregação em 1928. A característica mais evidente dessa proposta era a unificação das antigas disciplinas de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria, que eram ensinadas por docentes distintos e faziam uso de livros diferentes, em uma nova disciplina chamada Matemática. (GOMES, 2012, p. 19)

Sendo assim, “[...] o que podemos afirmar é que Roxo estava preocupado com a abordagem e metodologia usadas para o ensino dos conteúdos matemáticos, tendo inclusive publicado uma coleção de livros didáticos de Matemática” (MARTINS; SANTOS, 2016, p. 98).

Sucedem a esses acontecimentos a proposta para educação intitulada Reforma Francisco Campos⁵, que mudou a estruturação do ensino secundário.

No que se refere ao ensino da matemática, observa-se a tentativa de se estabelecer a unidade entre os vários ramos da matemática, entregando o ensino da disciplina a um só professor. Este deverá desenvolver, em cada série, o ensino dos vários assuntos, procurando integrá-los. (PAVANELLO, 1993, p. 10)

“Em relação ao ensino da geometria, propõe que ele se inicie pelas explorações intuitivas, a partir das quais se estabelecerão os conhecimentos indispensáveis à construção de uma sistematização, que deverá atingir a exposição formal.”(PAVANELLO, 1993, p. 10).

A proposta de reforma intitulada Reforma Francisco Campos abraçava a proposta da matemática modernizadora e enfrentou dificuldades.

Sendo revolucionária em relação à tradição de ensino vigente, a proposta de Matemática da reforma Francisco Campos foi atacada de muitas maneiras. Maria Ângela Miorim destaca alguns dos problemas ocorridos. Os professores da época tiveram dificuldades de adaptação, agravadas, num primeiro momento, pela falta de livros didáticos de acordo com as novas diretrizes. Havia os defensores do ensino das humanidades clássicas, e especialmente do latim, como o padre Arlindo Vieira, que criticaram fortemente o que consideravam um excesso de conteúdos no programa da reforma, bem como a fusão das disciplinas matemáticas em uma única disciplina. (GOMES, 2012, p. 20)

Segue que, na década de 30, “foi criada a primeira lei nacional de ensino – Reforma Francisco Campos – com um currículo para todo o Brasil, caracterizando pela primeira vez no país, a disciplina única denominada Matemática, resultado da fusão dos ramos independentes aritmética, álgebra e geometria que constituíam, até então, disciplinas independentes.” (VALENTE, 2003, p.153).

É num contexto social econômico e político bastante fervoroso nacionalmente, que serve de cenário para que, na educação, “[...] a partir da década de 60 que se fortalecem as

⁵ Criada a partir do decreto-lei nº 19.890 – de 18 de abril de 1931. Dentre as primeiras medidas tomadas, Campos baixou uma série de decretos-lei que alteravam ou constituíam graus e modalidades de ensino. Quanto ao ensino secundário, o decreto-lei nº 19.890 – de 18 de abril de 1931 conferiu um grau maior de organicidade a esse nível de ensino, ao estabelecer o currículo seriado, a frequência obrigatória e a exigência de diploma de nível secundário para o ingresso no ensino superior, medida já presente na reforma de 1925, mas ainda não implementada. (ABREU, 2010, pp. 292-293)

manifestações a favor do Movimento da Matemática Moderna (MMM) em nosso país”. (MARTINS; SANTOS, 2016, pp. 111-112)

[...] esse Movimento trouxe “o princípio da atividade” e o “princípio de introduzir na escola situações da vida real”, provocando mudanças significativas no ensino da Matemática. Os problemas matemáticos deveriam ser voltados à vida real do educando, atendendo seus verdadeiros interesses, conforme o que previa a Reforma Francisco Campos, cujas diretrizes metodológicas sugeridas por Euclides Roxo, apontavam no início dos anos 30, para a adoção do método heurístico. (MIORIM, 1998 *apud* FERREIRA, 2012, p. 96)

Entendamos que:

O método heurístico está apoiado no método indutivo, que diferentemente do método dedutivo, não tem como ponto de partida os teoremas e axiomas, e sim a intuição do aluno, privilegiando o ponto de vista psicológico. [...] Ao utilizar o método heurístico, o professor deverá conduzir a atividade de maneira que o aluno consiga, na medida do possível, descobrir sozinho as verdades matemáticas, não permitindo, então, que o mesmo se torne um receptor passivo de conhecimentos. (ALVAREZ; PIRES, 2003, p. 3)

“Quanto à geometria, opta-se, num primeiro momento, por acentuar nesses livros as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos no plano, adotando-se, para sua representação, a linguagem da teoria dos conjuntos.” (PAVANELLO, 1993, p.13)

Esse movimento tinha como um dos seus principais objetivos integrar os campos da aritmética, da álgebra e da geometria no ensino, mediante a inserção de alguns elementos unificadores, tais como a linguagem dos conjuntos, as estruturas algébricas e o estudo das relações e funções. Enfatizava-se, ainda, a necessidade de conferir mais importância aos aspectos lógicos e estruturais da Matemática, em oposição às características pragmáticas que, naquele momento, predominavam no ensino, refletindo-se na apresentação de regras se justificativa e na mecanização dos procedimentos. (GOMES, 2012, p. 24)

O MMM foi um

[...] movimento internacional, na verdade, surgiu como resposta à constatação, após a Segunda Guerra Mundial, de uma considerável defasagem entre o progresso científico-tecnológico da nova sociedade industrial e o currículo escolar vigente, sobretudo nas áreas de ciências e matemática.” (FIORENTINI, 1995, p. 13)

As interpretações, às vezes equivocadas, por alguns professores e autores, fizeram com que,

A geometria escolar, tendo assumido abordagens muito variadas nos livros, foi, de acordo com Maria Ângela Miorim, traduzidas pelos autores em suas obras segundo suas próprias experiências pedagógicas e de leituras das propostas modernistas. Pode-se dizer, porém, que resultou dos modos de apropriação das ideias do movimento, em parte, a descaracterização da tradicional abordagem axiomática-dedutiva da geometria em favor da presença de uma abordagem eclética, na qual se tornou patente o abrandamento da exigência das demonstrações. (GOMES, 2012, p. 25)

Vem então, a Lei 5692/71 que cria a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) com novas alterações na estrutura da educação. “A liberdade que essa lei concedia às escolas quanto à

decisão sobre os programas das diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de matemática, sentindo-se inseguros pra trabalhar a geometria, deixassem de incluí-la em sua programação.” (PAVANELLO, 1993, p.7)

Muitas outras mudanças ocorreram, mas, à medida que o ensino era estendido à população, cresciam outros problemas, como, por exemplo, a falta de professores qualificados para ensinar. Essa defasagem na quantidade de professores de matemática existe até hoje.

Mais recentemente, de 1991 a 2011, as pesquisadoras Sena e Dorneles, fizeram um levantamento sobre as obras produzidas sobre o estudo da geometria no Brasil.

A intenção era de verificar as linhas de pesquisas que estariam produzindo conhecimentos em geometria no Brasil, e constataram a existência de uma baixa produção na área de geometria. Essa pesquisa foi realizada durante 10 anos e teve como referência, o material que consta no banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES). “As pesquisas ainda revelam o descaso com o tema da geometria, assim como a falta de preparo do professor no trato dessa área de conhecimento.” (SENA; DORNELES, 2013, p. 138)

Em função das mudanças sociais, econômicas e políticas ocorridas a partir da 1ª Guerra Mundial, criando novos negócios no mercado de trabalho, surge uma preocupação, a expansão do ensino. Tal preocupação era mais política do que social, pois se pretendia diminuir o grande número de analfabetos no país, porque a constituição não dava direitos de votos a esses analfabetos.

Reportando-nos novamente ao ensino da geometria,

Existem fortes motivos para a inquietação dos professores com o abandono da geometria e sua insistência em melhorar seus conhecimentos com relação a ela. A ausência do ensino da geometria e a ênfase no da álgebra pode estar prejudicando a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos. (PAVANELLO, 1993, p. 16)

Quanto a essa área do conhecimento, o saber geométrico, segundo Pavanello (1989, p. 21),

[...] não sabemos dizer ao certo quando nasce o conhecimento geométrico, no entanto, acredita-se que ele tenha sido construído empiricamente pelas necessidades do dia a dia que se apresentavam em cada época. As atividades de agricultura e as de tecelagem foram, na época, as principais impulsionadoras da construção desse conhecimento geométrico, já que, ao longo do tempo as necessidades humanas iam crescendo e com isso cresciam também as descobertas de técnicas que contribuíssem para melhorar o cultivo da terra e o processamento de bens de consumo como também de construções.

Sabemos, no entanto, que à medida que uma sociedade se desenvolve, social e economicamente, novos saberes são requeridos para desenvolver técnicas que respondam às

necessidades do momento. A geometria tem então, na agricultura, um grande celeiro para sua expansão.

Uma técnica de construção mais avançada surge quando a ocupação mais permanente do território, introduzida pela agricultura, provoca a necessidade de abrigar homens, animais, e alimentos; a técnica da tecelagem se desenvolve graças a abundância de materiais como a lã, o linho, o vime, atendendo às necessidades de vestuário e de armazenagem de alimentos. (PAVANELLO, 1989, p. 22)

Os acontecimentos ligados à agricultura, ao longo da história, as necessidades inerentes ao seu cultivo e manuseio, principalmente, no Brasil, contribuíram para o desenvolvimento da geometria nesse período.

Um outro aspecto da agricultura que vai também, propiciar avanços no conhecimento matemático – e especialmente o geométrico – está ligado ao armazenamento dos tributos e dos excedentes de produção, bem como ao controle das quantidades de artigos recebidos e distribuídos. (PAVANELO, 1989, p. 25)

As mudanças na educação continuam acontecendo. A medida provisória (MP) 746 de 22 de setembro de 2016 vem trazendo modificações à LDB. A previsão é de que ainda em 2017 se inicie a implantação das novas regras para o ensino médio que prevê, dentre outras medidas, uma Base Nacional Curricular Comum (BNCC); a obrigatoriedade, nos três anos do ensino médio, das disciplinas português e matemática; a carga horária dispensada à base comum não podendo ultrapassar as 1200 horas; a implantação gradativa de escolas de tempo integral. “A carga horária continuará sendo de 2.400 horas, sendo o limite máximo de 1.200 horas para a Base Nacional Curricular Comum. As demais 1.200 horas serão voltadas para o currículo flexível.” (BRASIL, 2016).

Nesse novo modelo, o aluno poderá também, dependendo do curso que deseja, fazer opções sobre as disciplinas a serem cursadas. As escolhas pelas áreas dependerão do que o aluno pretende, se curso técnico profissionalizante ou superior e em qual área.

Um dos principais pontos do Novo Ensino Médio é a flexibilização do currículo. Serão ofertadas quatro áreas de estudo – linguagens, matemática, ciências da natureza e ciências sociais e humanas. O modelo trará, ainda, a formação técnica e profissional dentro da carga horária do ensino regular. (BRASIL, 22 de setembro de 2016)

Isso acontecerá ainda num contexto de déficit de professores no quadro das secretarias de educação de todo país.

O Novo Ensino Médio trata da oferta de uma alternativa de formação média de nível técnico e profissional. Nessa proposta, essa formação deverá ocorrer dentro do programa escolar regular, que hoje só é possível nas escolas de tempo integral. Com isso, será possível que os jovens continuem desenvolvendo as competências gerais que fazem parte da base comum e possam se dedicar a atividades de cunho mais prático e aplicado, desenvolvendo competências específicas em áreas profissionais, capacitando-se para o trabalho qualificado, e continuem os estudos em nível

superior, em cursos tecnológicos e superiores, em uma etapa seguinte. (BRASIL, 2016)

Em resumo, como já dissemos, questões políticas, sociais e econômicas ditam os rumos da educação. A matemática, por sua vez, sofreu diversas transformações intrínsecas a ela e no seu modo de ser ensinada. Passamos do modo de ensino fragmentado para o modo de ensino integrado. Ditos de outra forma eram ensinadas as matemáticas, quais sejam, álgebra, aritmética e geometria, passamos ao ensino da matemática, que contempla essas três áreas.

Muitas das preocupações de professores da década de 30, 60, 70 permanecem sendo preocupações dos professores de hoje que ainda parecem desnorteados, sem saber, na verdade, como fazer e o que ensinar. O certo é que alguns ainda deixam de ensinar geometria plana e espacial, ou que as resume ao máximo.

A preocupação atual dos professores, ou melhor, a dualidade nos dias atuais fica por conta do “ensinar o quê” e “ensinar para quê”. Ensinar, preparando-os para os cursos superiores? Ou ensinar, preparando-os para as avaliações internas e externas, que pretendem medir o grau de aprendizagem na área da matemática e português? Esses questionamentos estão sempre na pauta da semana pedagógica e nos horários de departamentos, pelo menos nas escolas onde trabalho.

O que acontece na escola pública, é que mesmo tendo um “currículo” a ser seguido, cada professor desenvolverá mais, esse ou aquele conteúdo em função da sua responsabilidade profissional, social e corrente pedagógica que segue. Isso afirmo baseada na minha experiência observada ao longo de 16 anos de trabalho em escolas das redes estadual e municipal.

É também por essa experiência, somada ao fato de ter recebido diversos alunos da licenciatura em matemática para estágios e, também, por ter tido uma rica experiência como supervisora do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), do Instituto Federal de Alagoas (IFAL) por mais de três anos, de julho de 2011 a fevereiro de 2015, que pude observar que a preocupação com a formação dos futuros professores e, com a formação daqueles que já estão atuando é bastante atual. Alguns alunos da licenciatura, se veem com poucas condições de enfrentar uma sala de aula com os saberes adquiridos nos cursos. Saberes da disciplina na qual se formará e saberes pedagógicos. As disciplinas de estágio obrigatório não têm sido suficientes para provê-los da segurança que esperam ter para futuramente assumirem suas turmas.

Na tentativa de minimizar tais angústias e reconhecendo a necessidade e importância de complemento, na formação desses alunos, o governo tem concedido, ainda que em número

pequeno, bolsas de estudos complementares. São bolsas de incentivos para alunos das licenciaturas, na forma de projetos de extensão, desenvolvidos nas escolas de ensino fundamental, médio ou tecnológico, sob a supervisão de professores das instituições de ensino superior em parceria com professores da educação básica.

Uma modalidade de bolsa é o PIBID. Nessa modalidade os alunos das licenciaturas, atuam em grupo, dentro de uma unidade de ensino da educação básica, sob a supervisão de um professor da instituição que recebe o programa e sob a coordenação de um professor da instituição superior. Os professores, supervisor e coordenador precisam ser formados na área e estarem atuando, respectivamente, na educação básica e educação superior. Esse programa objetiva também, prover o professor supervisor, de uma formação continuada em serviço e, ao mesmo tempo, propiciar ao aluno da licenciatura, uma vivência no ambiente escolar onde ele desenvolverá pesquisas, proporá atividades e novas metodologias de ensino que favoreçam os processos de ensino e de aprendizagem na educação básica.

Em suma, esse programa pretende trabalhar três aspectos: complementar a formação dos licenciandos, promover a formação continuada do professor da educação básica e por consequência, a melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem que atinge diretamente os alunos da educação básica. Todos esses aspectos têm no desenvolvimento de pesquisas o seu alicerce.

Como vemos, as inquietações quanto a qualidade na educação são recorrentes. Além disso, é recorrente acreditar que instituições de ensino superior ou da educação básica, permaneçam com qualidade em seu ensino com investimentos reduzidos. Foi o que aconteceu em 2016, quando o governo federal diminuiu a concessão de bolsas para pesquisas e para esses programas citados anteriormente.

Por outro lado, “As áreas de pesquisa matemática têm se diversificado. A emergência da Educação Matemática como uma área de pesquisa situa-se na transição do século XIX para o século XX” (D’AMBROSIO, 2008, p. 63).

Além disso, “A vitalidade e o interesse pela matemática, que se intensifica na segunda metade do século XX, estimulada pelas circunstâncias internacionais, abriram espaço para a emergência, no Brasil, de outras áreas de pesquisa matemática, muitas de natureza interdisciplinar” (D’AMBROSIO, 2008, p. 95).

É nessa perspectiva da interdisciplinaridade mencionada por D’Ambrosio que abordaremos o próximo tópico já que, a geometria está em toda parte, perpassando pela fauna, flora, construções, artes plásticas e artesanatos ela não poderia ser analisada por um único olhar.

Antes, porém, gostaríamos de fechar esse tópico nos reportando, novamente à MP 746 e ao nosso currículo no que diz respeito ao ensino da geometria. O que temos hoje nos currículos sobre geometria para o Ensino Fundamental são as geometrias plana e espacial. Quanto ao Ensino Médio, além de aprofundarmos esses dois conteúdos trabalhamos também a geometria analítica.

A reforma, que decorre da MP 746 não trará mudanças aos conteúdos de geometria no Ensino Médio. Continuam no currículo do Ensino Médio as geometrias plana, espacial e analítica.

2.4 Geometria em toda parte

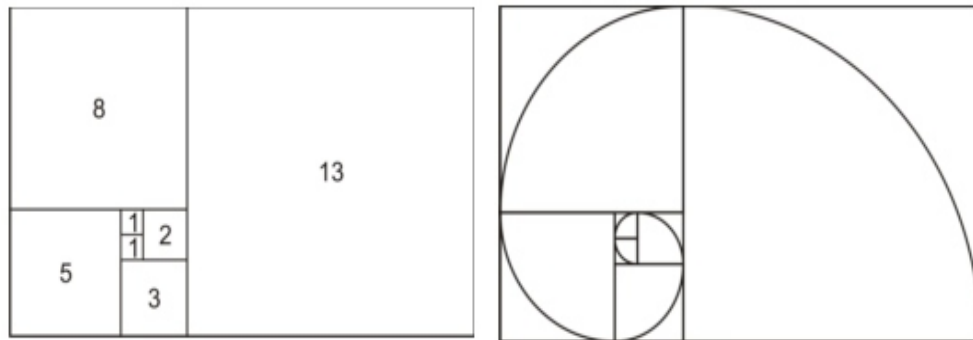
Neste item pretendemos falar um pouco sobre a geometria que nos cerca. Sabemos que o mundo é permeado de formas geométricas. Nossas casas têm formas geométricas, nossos utensílios domésticos têm formas geométricas, na sala de aula temos elementos geométricos, na fauna e na flora encontramos as mais diversas formas e padrões geométricos.

“A Geometria está por toda parte”, desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la [...] mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. (LORENZATO, 1995, p. 5)

A sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... onde a partir do 3º termo sua formação é dada pela soma dos dois termos anteriores, é conhecida como sequência de Fibonacci. Esta sequência por sua vez guarda uma relação muito próxima com o número de ouro denotado por Φ que expressa o número irracional 1,618034..., o número de ouro. Se tomarmos, na sequência de Fibonacci, a divisão entre sucessor e antecessor obteremos aproximações deste número.

Com esta sequência também podemos construir o retângulo áureo (figura 1) e a espiral logarítmica (figura 2). Unindo dois quadrados de lado 1 obtemos um retângulo de lados 2 x 1, juntando a este um quadrado de lado 2 obtemos um retângulo de lados 2 x 3 e assim por diante. Assim, construímos o retângulo áureo. Traçando um quarto da circunferência inscrita em cada quadrado obtemos essa espiral. Esse modelo matemático é encontrado na natureza, na arquitetura, nas diagramações, nos quadros pintados por Leonardo Da Vinci, dentre outros.

Figura 1- Retângulo áureo e espiral logarítmica



Fonte: Info Escola⁶.

Figura 2 - Presença da espiral logarítmica na natureza



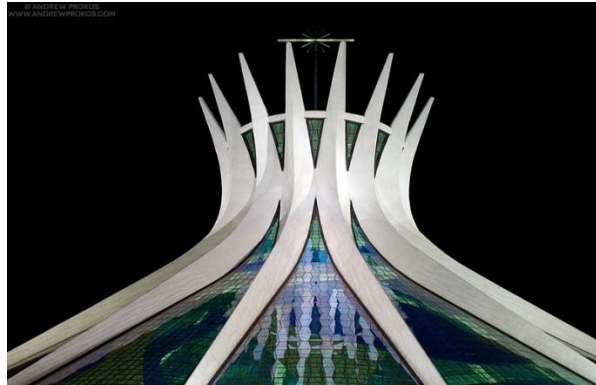
Fonte: Pinterest⁷.

A Catedral de Brasília, obra de Oscar Niemayer é outro magnífico exemplo da matemática em toda parte. A geometria das curvas suaves na sua estrutura, a simetria, as formas circulares.

⁶Disponível em: <http://www.infoescola.com/matematica/sequencia-de-fibonacci/>. Acesso em: 15/05/17.

⁷ Disponível em: <https://br.pinterest.com/explore/espiral-de-fibonacci/?lp=true>. Acesso 15/05/17.

Figura 3 - Catedral de Brasília



Fonte: Página images.adsttc⁸.

A Geometria cria a possibilidade de estimular a participação do aluno. Então, por que tanta dificuldade dos nossos alunos em aprender determinados conceitos geométricos? Estamos fazendo essa transposição na sala de aula?

De acordo com os PCNs 1º e 2º ciclos:

Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho. (BRASIL, 1997, p. 22)

Os processos de ensino e de aprendizagem não são dicotômicos, eles se complementam, caminham lado a lado. Qualquer alteração em um, afetará o outro. Um é o “espelho” do outro, no sentido de que se o ensino está sendo bem conduzido espera-se que a aprendizagem aconteça. Mas há de se levar em consideração que esses dois processos são complementares, não no sentido de que um começa onde o outro termina, eles se entrelaçam. Em outras palavras, é necessária a interação dos dois atores, professor e aluno, para que essa ação seja exitosa.

Mas aqui também cabe ressaltar, dentre outros, a responsabilidade da família como coadjuvante nesses processos, vez que, o aluno precisa ser assistido pelos pais. Em suas casas, esse esforço, na direção da construção do conhecimento, deve ter continuidade. Em nossas escolas observamos que os alunos que têm seus pais, alfabetizados ou não, os assistindo, tem por via de regra, bom desempenho na escola.

⁸Disponível em: <http://images.adsttc.com/media/images/524c/7f88/e8e4/4e67/bf00/03f6/slideshow/ANDREW-PROKOS-BRASILIA-9410-C.jpg?1380745090>. Acesso em: 15 de maio 2017.

Voltemos, pois, à inquestionável presença da geometria, em toda parte e a exploração ou não desse fato na sala de aula por nós professores. Embora em alguns dos nossos livros didáticos, os conteúdos apareçam dissociados uns dos outros ou de outras áreas do conhecimento, é preciso que nós estejamos atentos a isso e façamos os ajustes necessários para mostrar essa conexão. Para motivarmos nossos alunos quanto a essa presença, é necessário darmos significados aos conteúdos, pois, “o significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos e também entre estes e as demais áreas do conhecimento e as situações do cotidiano”. (BRASIL,1998, p.37)

A contextualização dos conteúdos é uma boa ferramenta para dar significado. E aqui entendemos que:

Contextualizar a matemática é essencial para todos. Afinal, como deixar de relacionar os Elementos de Euclides com o panorama cultural da Grécia antiga? Ou a aquisição da numeração indo-arábica com o florescimento do mercantilismo europeu nos séculos XIV e XV? E não se pode entender Newton descontextualizado (D’AMBROSIO, 2005, p. 115)

Da mesma forma que não podemos

[...] avaliar habilidades cognitivas fora do contexto cultural. Obviamente, a capacidade cognitiva é própria de cada indivíduo. Há estilos cognitivos que devem ser reconhecidos entre culturas distintas, no contexto intercultural e, também, na mesma cultura, num contexto intracultural. (D’AMBROSIO, 2005, p. 117)

Mas não nos fechemos à ideia de achar que todo conteúdo matemático pode ser contextualizado. Para alguns conteúdos matemáticos não conseguiremos dar essa conotação prática.

Outra distorção perceptível refere-se a uma interpretação equivocada da ideia de contexto, ao se trabalhar apenas com o que se supõe fazer parte do dia-a-dia do aluno. Embora as situações do cotidiano sejam fundamentais para conferir significados a muitos conteúdos a serem estudados, é importante considerar que esses significados podem ser explorados em outros contextos como as questões internas da própria Matemática e dos problemas históricos. Caso contrário, muitos conteúdos importantes serão descartados por serem julgados, sem uma análise adequada, que não são de interesse para os alunos porque não fazem parte de sua realidade ou não têm uma aplicação prática imediata. (BRASIL, 1998, p. 22)

No caso da geometria plana e espacial, como elas têm essa faceta utilitária, a contextualização parece ser mais “fácil”, porém, essa contextualização precisa ser bem formulada para não cair no vazio e terminar por não gerar aprendizagem alguma. Também não podemos alimentar aquele pensamento da maioria dos nossos alunos quando nos perguntam: onde vou usar isso na minha vida? Nesse momento é pertinente questionarmos sobre suas expectativas com relação aos estudos e trabalho. Em alguns casos, dependendo do que ele disser, podemos mostrar que irá sim fazer uso daquele conteúdo. Dito isso, temos que

A aprendizagem significativa é progressiva, o aluno constrói o conhecimento a partir do que ele já conhece e a aprendizagem se dá progressivamente na medida que o aprendiz interage esses conhecimentos, ele é um receptor ativo. Em contraposição à aprendizagem significativa está a aprendizagem mecânica, na qual o aprendiz é um receptor passivo e os conhecimentos são memorizados de maneira arbitrária e nada significativa. (KAKIZAKI, 2000, pp. 9,10).

Cabe neste momento mostrarmos mais alguns exemplos da matemática no nosso cotidiano. Qual a matemática presente numa *aplicação financeira*? A caderneta de poupança é a mais popular das aplicações. Aqui o conceito matemático que utilizamos é o dos juros compostos que se utiliza também do conceito de logaritmos. Esta aplicação tem rendimento baixo por ser também uma aplicação de baixo risco.

De acordo com a legislação atual⁹, a remuneração dos depósitos de poupança é composta de duas parcelas: (I) a remuneração básica, dada pela Taxa Referencial (TR) e (II) a remuneração adicional, correspondente a: a) 0,5% ao mês, enquanto a meta da taxa Selic ao ano for superior a 8,5%; ou b) 70% da meta da taxa Selic ao ano, mensalizada, vigente na data de início do período de rendimento, enquanto a meta da taxa Selic ao ano for igual ou inferior a 8,5%.

Outro exemplo bastante interessante sobre a presença da matemática no cotidiano é a relação *matemática e música*. Esta associação vem desde os tempos pitagóricos. De acordo com Santos-Luiz *et al* (2015, p. 8):

Sistematizando o agora mencionado, a associação entre conteúdos da matemática e conteúdos musicais emerge da seguinte forma: (a) o tempo associa-se com relações numéricas, proporções racionais e proporção irracional/proporção dourada, a duração das notas (figuras musicais)/sons relaciona-se com múltiplos inteiros, relações numéricas, proporções e operações aritméticas nas notas (multiplicação e divisão) notas e pausas (adição, multiplicação e divisão), tercina (divisão) e ligaduras de prolongação (adição); (c) os compassos ligam-se a relações numéricas; (d) o ritmo associa-se com relações numéricas e proporções; (e) a nota musical/som/frequência/altura do som liga-se com múltiplos inteiros, operações aritméticas na Escala do Temperamento igual (multiplicação e divisão) funções trigonométricas e logaritmos; (f) a intensidade/sensação de intensidade relaciona-se com logaritmos. No que se refere aos padrões geométricos/musicais ("frisos") e aos motivos musicais classificados pelas suas simetrias, assim como às séries de 12 sons, como elementos integrantes de composições musicais de certos compositores, os mesmos enquadram-se no domínio das ideias geométricas.

Ainda nos referindo à presença da matemática no cotidiano citamos a relação existente entre a matemática e a arte. Para esse item escolhemos Leonardo Da Vinci para ilustrar tal relação.

⁹Art. 12 da Lei nº 8.177, de 1º de março de 1991, com a redação dada pela Medida Provisória nº 567, de 3 de maio de 2012, e art. 7º da Lei nº 8.660, de 28 de maio de 1993. Disponível em: <http://www4.bcb.gov.br/pec/poupanca/poupanca.asp>. Acesso em: 26 de maio 2017.

Na pintura do renascimento destaca-se um dos quadros mais célebres de Leonardo da Vinci: a Mona Lisa, que apresenta o retângulo de Ouro em múltiplos locais:(a) desenhando um retângulo à volta da face o retângulo resultante é um retângulo de Ouro; (b) dividindo este retângulo por uma linha que passe nos olhos, o novo retângulo obtido também é de Ouro e (c) as dimensões do quadro também representam a razão de Ouro. (BELUSSI; GERALDINI; PRADO, p. 4)

Figura 4: Mona Lisa (La Gioconda), de Leonardo Da Vinci



Fonte: Wikipedia¹⁰.

Em resumo, vimos que não devemos trabalhar os conteúdos matemáticos fechados em si mesmos. Devemos estabelecer dentro da sala de aula, o que acontece de forma natural, que é a interação da matemática com as outras áreas de conhecimento, bem como devemos trabalhar os ramos da matemática interligados entre si. Dessa maneira, a geometria não deve ser ensinada separada da álgebra e da aritmética, nem tão pouco limitar-se às resoluções de problemas que não façam muito sentido para os nossos alunos. Por outro lado, temos que ter a clareza de que a matemática não goza puramente de um caráter utilitário. Ela guarda abstrações e trata de temas que podem ser que nunca venham a ser empregados em aplicação alguma, ou, por mais remoto que pareça a empregabilidade de determinado assunto, que hoje esteja sendo objeto de estudo, venha ocorrer de forma tão iminente.

Portanto, versamos neste tópico em quais momentos do nosso cotidiano encontramos com a geometria e constatamos que está em toda parte, até na beleza das formas de uma

¹⁰ Disponível em:

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/e/ec/Mona_Lisa%2C_by_Leonardo_da_Vinci%2C_from_C2RMF_retouched.jpg/800px-Mona_Lisa%2C_by_Leonardo_da_Vinci%2C_from_C2RMF_retouched.jpg
Acesso em: 25/05/17.

simples casa, ou seja, a geometria pode ser considerada uma arte. Neste sentido, no próximo capítulo *um olhar matemática sobre a arte*, trabalharemos a relação existente entre essas duas áreas do conhecimento, apresentaremos a relação da matemática com a arte, procurando mostrar a geometria presente nela.

3 UM OLHAR MATEMÁTICO SOBRE A ARTE

Qual a relação existente entre a matemática e a arte? A matemática se faz presente nas mais variadas expressões artísticas, artesanato, arquitetura, artes plásticas, música e na dança. Neste capítulo nos restringiremos às artes plásticas, origamis, algumas expressões de artesanato como o filé alagoano e a cestaria dos índios karajás, pois foram estes os objetos estudados no projeto que desenvolvemos com nossos alunos. Ressaltamos, porém, que o estudo das obras dos cinco artistas plásticos escolhidos por nós (professora de matemática e professora de arte) foram nosso foco principal.

3.1 Matemática e Arte

Em um determinado momento da história da educação, a disciplina de arte foi incumbida de ensinar uma parte da geometria, o desenho geométrico. Isso aconteceu num período em que Pavanello (1993, p. 13) chama a atenção para o tratamento de abandono que a geometria vinha passando. A geometria não estava sendo ensinada pelos professores ou era pouco ensinada pelos motivos já discutidos anteriormente: um deles sendo o pouco conhecimento do conteúdo pelos professores. Ora, se alguns professores de matemática alegavam não terem conhecimento do assunto, como esperar que os professores formados em arte, curso com duração de dois anos, à época, obtivessem tal competência?

Aqui não estamos tratando da disciplina de arte especificamente, mas das possibilidades que uma obra de arte nos propicia para o estudo dos conceitos matemáticos. Segundo Sabba (2010*apud* ZAGO; FLORES, p.341),

Na arte é possível ver as transformações das superfícies planas como madeiras, telas e cartões em representações do espaço, gerando relações geométricas planas e espaciais, pois a tela é um plano, que quando pintado, retrata o espaço que nos cerca, mostrando assim a teoria da perspectiva em ação.

Portanto,

Neste caso, a arte pode ser o lugar onde a matemática encontra seu sentido, seu significado, constituindo-se, potencialmente, como lugar de ensino de matemática. Ao fazer arte, ou usar uma obra de arte em ambiente de ensino, emerge uma contribuição interessante, ou seja, os estudantes podem perceber o uso e a elaboração de conhecimentos matemáticos, geométricos, necessários à elaboração, criação da obra de arte em dado tempo e cultura. (ZAGO; FLORES, 2010, p. 345)

Também estamos nos referindo a presença da matemática em outras expressões artísticas, como a relação existente entre matemática e arquitetura, a matemática e a arte das dobraduras de papel, a matemática presente nas tramas dos filés.

De acordo com Zago e Flores (2010, p. 342),

[...] a educação matemática e a arte se constituem num campo de pesquisa, bem como, de possibilidades de ensino de matemática e geometria a partir do momento em que passamos a olhar tanto os saberes matemáticos construídos historicamente, quanto às obras artísticas como produções humanas, culturais e históricas.

Assim, a matemática e a arte, em suas diversas expressões, guardam uma relação muito próxima quer seja na arquitetura de Oscar Niemeyer, quer seja nas telas de Tarsila do Amaral, nas construções de Leonardo Da Vinci, nas simetrias de M.C. Escher, no artesanato dos filés alagoanos, nos desenhos estampados nas cerâmicas indígenas, para onde olhamos vemos essa proximidade. A beleza com a qual as duas dialogam é enorme. Acreditamos que seja essa também uma forma de aproximar os nossos alunos da cultura, incentivar o gosto por ela, até porque não se gosta daquilo que não se conhece, além disso, aprenderemos e ensinaremos geometria utilizando a arte. Nesta perspectiva, a finalidade deste estudo foi a de investigar a geometria presente nas obras de alguns artistas plásticos e na arte do origami.

Em se tratando das artes plásticas, “o que diriam as pessoas ao saber que, na verdade, na arte podem ser visualizados muitos conceitos de matemática e até mesmo pode-se criar arte através do uso da matemática”. (CHAVES, 2008, p.9).

De acordo com os PCNs,

[...] é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 51)

Desta forma, para compreendermos melhor esta relação entre matemática e arte, vejamos a seguir alguns exemplos da presença da matemática nas artes:

A arte dos Karajás - A cestaria

A cestaria, feita tanto pelos homens como pelas mulheres, apresenta motivos trançados inspirados na fauna, como partes do corpo dos animais (TAVEIRA, 1982)¹¹.

De acordo com Gaspar (2003, p. 75-76)

A manifestação artística dos Karajás envolve técnicas de construção de casas, tecelagem de algodão, adornos plumários, artefatos de palha, madeira, minerais, concha, cabaça, córtex de árvores e cerâmica, além da pintura corporal que é significativa para o grupo e realizada pelas mulheres utilizando o sumo do jenipapo, a fuligem de carvão e o urucum. A cestaria é feita por homens e mulheres, mas a cerâmica é uma atividade exclusiva das mulheres.

Apresentamos a seguir uma das suas manifestações artísticas da cultura Karajás, a cestaria.

¹¹ Disponível em: <http://arteeducacaodf.blogspot.com.br/2015/06/arte-indigena-os-karajas.html>. Acesso em: 25/02/16.

Figura 5 - Cestaria dos índios Karajás



Fonte: Página blogspot¹².

A matemática presente neste artesanato se destaca pelos desenhos das paralelas, das simetrias, os polígonos estampados nas cestarias e pelo próprio formato dado às cestas.

“Os desenhos dos Karajás podem simbolizar elementos de sua cultura, com significados específicos para o grupo. Entre eles, assim como em muitos grupos humanos, os símbolos podem transformar-se em padrões abstratos.” (BOZZANO; FRENDA; GUSMÃO, 2013, p. 63)

Na arte do filé

A arte do filé, assim como outros artesanatos, são passadas de mães para filhos. É uma atividade desenvolvida, em sua maioria, por mulheres. Embora muitas das artesãs não tenham concluído nem o ensino fundamental, elas usam a matemática, dentre outras coisas, para contar os pontos e verificar se as linhas estão paralelas. A geometria fica estampada nos polígonos, cheios ou vasados, que essas artesãs utilizam.

Os *designers*¹³ são repletos de linhas paralelas, simetrias, causando um efeito final surpreendente.

O Filé é uma renda tipicamente alagoana, mais precisamente do bairro do Pontal da Barra, onde as rendeiras tecem com habilidade transmitida de geração a geração, há mais de 200 anos. Este artesanato é caracterizado pela confecção de uma rede similar à de pesca, presa nas extremidades a um tear de madeira, sendo trabalhado em agulha e linha de algodão, transformando-se em um bordado com vários pontos geométricos e multicoloridos. No bucólico bairro do Pontal da Barra, a ágil agulha das rendeiras vai em movimentos rápidos e cadenciados, compondo a malha de rede de pescar, enquanto a “prosa” corre a solta á beira da Lagoa Mundaú¹⁴.

¹² Disponível em: <http://arteeducacaodf.blogspot.com.br/2015/06/arte-indigena-os-karajas.html>. Acesso: 25/02/16

¹³ Designers é sinônimo de: configuração, desenho.

¹⁴ Disponível em: <http://amomaceio.com.br/arte-file/>. Acesso: 25/02/16.

Figura 6 - Filé alagoano.



Fonte: Página alagoas boreal ¹⁵.

Figura 7 - Filé alagoano.



Fonte: Página do blogspot¹⁶.

Os trabalhos apresentados mostram a expressão da geometria na arte, que se concretizam nas paralelas desenhadas com cores diversas, nos formatos dos losangos, nas diagonais definidas pelos trançados coloridos das linhas e na simetria. A simetria é muito presente na natureza e resulta em muita beleza, pode vir daí o uso deste conceito nesta arte, mesmo que intuitivo.

¹⁵ Disponível em: <http://alagoasboreal.com.br/uploads/image/noticias/162/artesanato.jpg>. Acesso em: 25/02/16.

¹⁶ Disponível em: <http://2.bp.blogspot.com/-zXXb8AV25K0/TrQHDbsJqZI/AAAAAAAAABg8/voKHuvu-e64/s1600/Fotos+Artesanato+Gianna+0408+118.jpg>. Acesso em: 25/02/16.

Na arte milenar da dobradura de papéis - origami

O origami é mais um exemplo dessa relação entre a matemática e a arte. São confeccionados sem o emprego de cola, apenas com dobras e encaixes na própria folha. Abaixo mostramos um cubo em origami.

Figura 8 - Cubo em origami



Fonte: Página da i.ytimg¹⁷.

De que forma o trabalho com origami nos auxilia no ensino da geometria? Durante todo o processo de confecção de qualquer origami, o primeiro contato que temos é com o conceito de retângulo e quadrado ali representados pela folha de papel que usamos. Já nesse momento, podemos chamar a atenção dos alunos para o fato de que o quadrado também é um retângulo. Nos passos seguintes, nos deparamos com as diagonais, eixos de simetria, ângulos retos, ângulos agudos, retas paralelas e perpendiculares que se formam. No objeto acima, o cubo, a discussão final consistiu em identificar as diagonais nas faces do cubo, as semelhanças entre triângulos, o número de faces, de vértices, de arestas e decomposição de áreas.

São nas ações manipulativa e exploratória, do passo a passo da arte do origami, que as imagens geométricas vão aparecendo e possibilitando o professor ensinar geometria de maneira lúdica.

Após apresentarmos alguns exemplos da geometria presente em algumas expressões artísticas, no próximo tópico, descreveremos breves biografias de artistas plásticos, cujas obras são objetos de estudo deste nosso trabalho.

¹⁷ Disponível em: <https://i.ytimg.com/vi/WasvUFXmACk/maxresdefault.jpg>. Acesso em: 12/05/17.

3.2 Dos artistas, biografia e obras

Este relato tem por finalidade relacionar a matemática e a arte plástica apresentando a geometria presente nestas obras. Para tanto, decidimos fazer tal relação utilizando algumas pinturas de importantes artistas plásticos, dos quais apresentaremos breves biografias e suas principais contribuições ao mundo das artes. Dentre os escolhidos estão Tarsila do Amaral, Beatriz Milhazes, Hércules Rubens Barsotti, Geraldo de Barros e Dietmar Voorwold.

A motivação para escolhermos quatro artistas brasileiros e um alemão foi, em primeiro lugar, por suas obras retratarem a geometria e, em segundo lugar, porque queríamos criar uma identidade positiva de brasilidade junto aos alunos. A escolha das obras de Dietmar aconteceu pelo encaixe perfeito no que precisávamos explorar com mais afinco, o conceito sobre círculo e circunferência.

Dessa forma, a nossa escolha por essas obras¹⁸ nos possibilitaram explorar conteúdos abordados em sala de aula, a saber, polígonos, o estudo dos ângulos, diagonais, simetria, área, perímetro, círculos e circunferências e foram nestes últimos conceitos matemáticos onde tivemos baixo índice de aprendizagem, de acordo com o teste de sondagem.

3.2.1 Tarsila do Amaral¹⁹ (1886 - 1973)

Tarsila do Amaral foi uma grande pintora e desenhista brasileira com fama no Brasil e no exterior. Nascida em uma família rica e tradicional do interior de São Paulo teve acesso a boas escolas além de concluir seus estudos na Europa. Aprendeu piano e outras línguas, incluindo o francês. Tarsila nasceu em 1º de setembro de 1886 e passou sua infância em meio à natureza na fazenda da família no município de Capivari em São Paulo. Em 1901 matriculou-se no colégio *Sion* onde pinta seu primeiro quadro – Sagrado Coração de Jesus.

Em 1916 aprendeu a fazer modelagem em barro no ateliê de William Zadig, escultor sueco radicado em São Paulo. No ano seguinte teve aulas com Pedro

¹⁸ As obras escolhidas para estudo encontram-se no apêndice D.

¹⁹ Disponível em: <http://enciclopedia.itaucultural.org.br/pessoa6490/geraldo-de-barros>. Acesso em: 05/12/16.
<https://www.escriitoriodearte.com/artista/beatriz-milhazes/>. Acesso em: 04/12/16.
<https://www.escriitoriodearte.com/artista/tarsila-do-amaral/>. Acesso em: 04/12/16.
https://www.ebiografia.com/tarsila_amaral>. Acesso em: 04/12/16.

Alexandrino²⁰, dedicando-se a pintura de naturezas-mortas. Nesse período conheceu Anita Malfatti²¹ que também havia iniciado o mesmo curso.

Em 1920 foi para Paris estudar pintura e escultura onde conviveu com grandes artistas dessa época. Regressou a São Paulo e integrou-se ao modernismo, juntando-se ao Grupo dos Cinco, composto por Anita Malfatti, Menotti Del Picchia, Mário de Andrade e Oswald de Andrade. Este grupo acompanhado por várias participações artísticas idealizou e liderou o movimento e as ideias da Semana de Arte Moderna que tomou a frente do movimento modernista no Brasil.

Em uma de suas viagens para Minas Gerais encontrou-se com as cores de sua infância e apaixonou-se pelas decorações populares das casas da região. Nesse período juntou-se ao Movimento Pau-Brasil²² que durou cerca de três anos de 1924 a 1927 e contou com os artistas Oswald de Andrade, Mario de Andrade, Blaise Cendrars, Goffredo Silva Telles e Olívia Guedes Penteado. São pinturas dessa época: Morro da Favela (1924), O vendedor de frutas (1925) e Paisagem com touro (1925).

Também fez exposições em Paris em 1926 e no mesmo ano casou-se com Oswald de Andrade.

Figura 9 - Abaporu, tela de Tarsila do Amaral, 1929



Fonte: Página Tarsila do Amaral²³.

²⁰ Pintor, decorador, desenhista e professor (1856–1942). Disponível em: <https://www.escriitoriodearte.com/artista/pedro-alexandrino/>. Acesso em: 24/05/17.

²¹ Anita Malfatti (1889-1964) foi uma artista plástica brasileira. Disponível em: https://www.ebiografia.com/anita_malfatti/. Acesso em: 24/05/17.

²² O movimento Pau-Brasil defendia a criação de uma poesia primitivista, construída com base na revisão crítica de nosso passado histórico e cultural e na aceitação e valorização das riquezas e contrastes da realidade e da cultura brasileiras. Disponível em: <http://brasilecola.uol.com.br/literatura/o-modernismo-no-brasil.htm>. Acesso em: 24/05/17.

²³ Disponível em: <http://tarsiladoamaral.com.br/produto/poster-abaporu/>. Acesso em: 24/12/16.

Em 1928, Tarsila pinta o quadro *Abaporu*. A origem do nome da tela vem do Tupi-guarani e significa *Aba* (homem) e *Poru* (comer). Tarsila descreve o quadro como sendo imagens de seu subconsciente, sugeridas por histórias que ouvia quando criança. A partir desse momento, ela e o marido criam o movimento artístico e literário antropofágico²⁴ que tinha como proposta assimilar outras culturas, porém não copiá-las. O nome vem do grego e significa *outro* (homem) e *fagia* (comer). São obras dessa fase: *O Ovo* (1928), *Floresta* (1929), *Sol Poente* (1929), dentre outros.

Em 1933, Tarsila pintou a tela *Operários* e deu início a uma nova fase – *Fase Social*²⁵ - que dura aproximadamente quatro anos, sendo a pioneira nessa temática no Brasil. A classe operária no Brasil teve grande impacto na vida social e na política do país por décadas.

Em 1970, a artista realizou em São Paulo e no Rio de Janeiro exposições sobre seus 50 anos de carreira - *Tarsila: 50 anos de Pintura*. Faleceu em São Paulo no dia 17 de janeiro de 1973.

Figura 10 - O Porto (1953)



Fonte: Página do Banco Central do Brasil²⁶.

²⁴A Antropofagia, a exemplo dos rituais antropofágicos dos índios brasileiros, nos quais eles devoram seus inimigos para lhes extrair força, Oswald propõe a devoração simbólica da cultura do colonizador europeu, sem com isso perder nossa identidade cultural. Disponível em: <http://brasilecola.uol.com.br/literatura/o-modernismo-no-brasil.htm>. Acesso em: 24/05/17.

²⁵ Fase na qual a artista se volta para as questões sociais e retrata a vida dos operários.

²⁶<http://www.bcb.gov.br/htms/galeria/obrasArtista.asp?artista=tarsila>. Acesso em: 24/05/17.

Figura 11 - O Mamoeiro (1925)



Fonte: Página blogspot²⁷.

Tarsila foi uma adepta do movimento cubista. O cubismo foi, segundo Carvalho (2011), “o movimento artístico apontado como um dos grandes momentos da mutação da arte ocidental foi criado por Picasso e Braque”. O identificador desse movimento era a geometrização dos objetos.

Foi um movimento em que os objetos já não eram reproduzidos em função da impressão óptica, mas fragmentados em formas geométricas. Distinguem-se entre cubismo analítico (até 1911) e o cubismo sintético (de 1912 até meados de 1920). [...] O cubismo rompeu radicalmente com a ideia de arte como imitação da natureza, prevalecendo na pintura e na escultura europeias desde a Renascença. Picasso e Braque abandonaram as noções tradicionais de perspectiva, escorço e modelagem tentando representar solidez e volume numa superfície bidimensional, sem converter pela ilusão a tela plana num espaço pictórico tridimensional. (CARVALHO, 2011, blog)

Como negar a presença tão acentuada dos conceitos matemáticos presentes nessas obras? Objetos em 3D, simetria reflexiva, círculos concêntricos, paralelismo, perpendicularismo, perspectiva, dentre outros.

3.2.2 Beatriz Milhazes²⁸ (1960)

Beatriz Ferreira Milhazes nasceu no Rio de Janeiro em 1960. Em 1981 formou-se em Comunicação Social pela Faculdade Hélio Alonso, mas antes mesmo de concluir o curso, em 1980, passou a frequentar artes plásticas na Escola de Artes Visuais do Parque Lage.

²⁷ Disponível em: <http://artefontedeconhecimento.blogspot.com.br/2012/05/o-mamoeiro-1925-tarsila-do-amaral.html>. Acesso em: 27/12/17.

²⁸ Disponível em: <https://www.escritoriodearte.com/artista/beatriz-milhazes/>. Acesso em: 4/12/16. <https://taislc.blogspot.com.br/2011/08/cubismo.html>. Acesso em: 27/12/16.

Beatriz Milhazes tem participado de várias exposições e não somente aquelas que caracterizam a “Geração 80”, que tem sido formada por artistas plásticos que despontaram após a exposição no Parque Lage em 14 de julho de 1984 e organizada com a finalidade de refletir a grande produção do período.

Além da pintura, dedica-se também à gravura e à ilustração. De 1995 a 1996, cursou gravura em metal e linóleo no Atelier 78, com Solange Oliveira e Valério Rodrigues e, em 1997, ilustra o livro “As Mil e Uma Noites à Luz do Dia: Sherazade Conta Histórias Árabes”, de Katia Canton. Entre 1997 e 1998, é artista visitante em algumas universidades norte-americanas. A partir dos anos 1990, destaca-se em mostras internacionais nos Estados Unidos e Europa e integra acervos de museus como o *Museum of Modern Art (MoMa)*, *Solomon R. Guggenheim Museum* e *The Metropolitan Museum of Art (Met)*. Em Nova York.

As obras de Beatriz estão permeadas de formas circulares, elípticas. Elas impressionam pelas cores vibrantes e os movimentos sugeridos por suas curvas. A folha de figo, por exemplo, são famílias de elipses, retas paralelas e espirais. Já na mariposa, a incidência de círculos concêntricos, justapostos ou tangentes formando folha, a forma espiralada em uma das folhas os remete à sequência de Fibonacci. Essa geometria se estende às outras telas.

Figura 12 - Folha de figo (2013)



Fonte: Página da Pinterest²⁹.

Na obra seguinte, *a mariposa*, vemos a geometria expressa por círculos, circunferências, circunferências concêntricas e simetria.

²⁹ Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/479281585317584857/>. Acesso em: 24/12/16.

Figura 13 - A mariposa (2004)



Fonte: Página da Wikiart³⁰.

3.2.3 Hércules Rubens Barsotti³¹(1914 – 2010)

“Quando encosto uma cor na outra é que percebo a relação entre elas; nesse momento, é meu olho e não minha cabeça que decide.” (Hércules Barsotti)

Hércules Rubens Barsotti nasceu em São Paulo, em 1914, foi pintor, desenhista, programador visual e gravador. Começou estudando desenho e composição sob a tutela do pintor Enrico Vio. Graduado em química industrial pela Faculdade Mackenzie, iniciou seu trabalho nas artes plásticas na década de 1940. Dez anos depois de seu início na pintura, passou a interessar-se por produzir obras geométricas não-figurativas. Foi integrante da Associação Brasileira de Desenhistas Industriais.

Em 1954, fundou com Willys de Castro³², o Estúdio de Projetos Gráficos. Foi para Europa com o intuito de estudar novas tendências e aprimorar suas técnicas. Lá conheceu Max Bill, na época, um dos maiores teóricos da arte concreta. De volta ao Brasil, realizou sua primeira exposição individual na Galeria de Arte Folhas, em São Paulo. Foi nessa exposição que suas obras ressaltaram a afinidade com o neoconcretismo. Junto com outros artistas, fundou a Associação de Artes Visuais Novas Tendências. Expôs na Konkrete Kunst (Arte

³⁰ Disponível em: <https://www.wikiart.org/en/beatriz-milhazes/mariposa-2004>. Acesso em: 04/12/16.

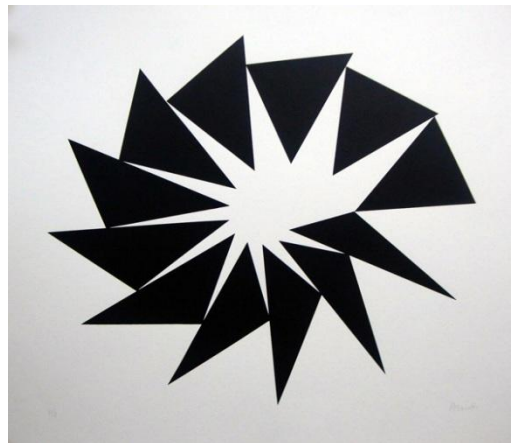
³¹ Disponível em: http://www.pinturabrasileira.com/artistas_bio.asp?cod=186&in=. Acesso em: 04/12/16.
<https://br.pinterest.com/andreatardin/mondrian/>. Acesso em: 22/01/17.
<https://www.escriitoriodearte.com/artista/tarsila-do-amaral/>.
http://amgaleria.com.br/obra_acervo/herculesbarsotti/. Acesso em: 04/12/16.

³² Willys de Castro Pintor, gravador, desenhista, cenógrafo, figurinista, artista gráfico (1926 – 1988). Foi um artista plástico brasileiro ligado aos movimentos Concreto e Neo-Concreto, que trabalhou com pintura, gravação, desenho, cenografia, figurinos e trabalhos gráficos, apresentando junto à diversidade de sua obra as relações entre forma, cor, espaço e tempo. Através delas abraçou a releitura da linguagem visual de Mondrian e Malevich - suprematismo, abstração geométrica, monocromia e movimentos espaciais. Disponível em: <https://www.escriitoriodearte.com/artista/willys-de-castro/>. Acesso em: 20/05/17.

Concreta) em Zurique, organizada por Max Bill³³. Explora a dinâmica das formas utilizando telas poligonais (pentágonos, losangos, hexágonos, triângulos, retângulos horizontais e verticais) e circunferenciais (formatos pouco usuais). Antes essa variação geométrica era feita no interior da tela. Com esse conjunto de suportes diferenciados, cores fortes e suas disposições, o artista adquire, em suas obras, a ilusão de tridimensionalidade. Em seus trabalhos, são percebidos incessantes pesquisas ópticas influenciadas pela *Op Art*³⁴. Semelhanças e influências podem ser vistas tanto nos trabalhos de Barsotti como no de Willys, pois ambos conviviam com os mais renomados artistas, teóricos e críticos da arte concreta mundial. Suas composições, em primeiro lugar, seduzem pela experiência retiniana da cor, para depois, incentivar à reflexão.

Uma das coisas que fascina nas obras de Barsotti é a ideia de movimento criando com isso a tridimensionalidade. Outros traços em sua arte são as presenças marcantes dos polígonos em suas composições, a perspectiva e as cores vibrantes.

Figura 14 - Tela de Hércules Rubens Barsotti



Fonte: Página da Amgaleria³⁵.

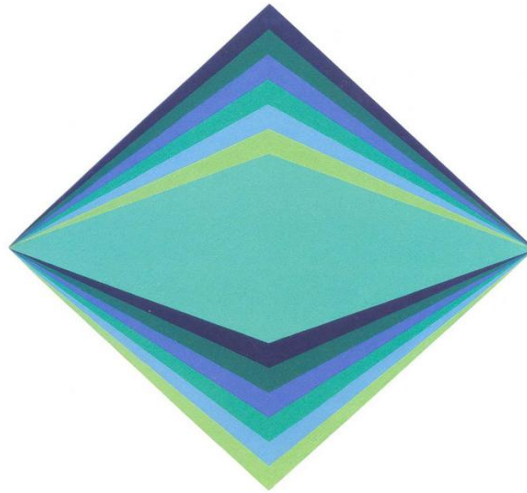
Suas magníficas telas nos permitem explorar também conceitos sobre ângulos.

³³ Max Bill (1908 – 1994), artista plástico, escultor, arquiteto, designer gráfico e de interiores, Bill estudou na Bauhaus em Dessau e foi mais tarde docente na hochschule für gestaltung, a Escola Superior de Design em Ulm, vocacionada para continuar o legado da Bauhaus. Disponível em: <http://www.tipografos.net/designers/bill.html>. Acesso em: 24/05/17.

³⁴ A Op-art (abreviação de optical art) foi um movimento artístico que surgiu ao mesmo tempo no início da década de 60 nos Estados Unidos e Europa. Disponível em: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/artes/aopart.htm>. Acesso em: 24/05/17.

³⁵ Disponível em: http://amgaleria.com.br/obra_acervo/herculesbarsotti/. Acesso em: 04/12/16.

Figura 15 - Tela de Hércules Rubens Barssotti



Fonte: Página da Amgaleria³⁶.

3.2.4 Geraldo de Barros³⁷ (1923 – 1998)

Geraldo de Barros nasceu em Chavantes-SP em 1923 onde também veio a falecer em 1998. Foi fotógrafo, pintor, gravador, artista gráfico, designer de móveis e desenhista. Estudou desenho e pintura a partir de 1945 nos ateliês de Clóvis Graciano³⁸, Yoshiya Takaoka³⁹ e Colette Pujol⁴⁰. Em 1946, faz suas primeiras fotos com uma câmera construída por ele mesmo. Inicialmente, fotografou jogos de futebol na periferia de São Paulo. Ainda nesse período, realizou experimentações que consistem em interferências no negativo, como cortar, desenhar, pintar, perfurar, solarizar e sobrepor imagens. Em 1948, por intermédio do crítico Mário Pedrosa, conheceu a *Gestalt Theorie*⁴¹.

³⁶Disponível em: http://amgaleria.com.br/obra_acervo/herculesbarsotti/. Acesso em: 04/12/16.

³⁷ Disponível em: <http://enciclopedia.itaucultural.org.br/pessoa6490/geraldo-de-barros>. Acesso em: 04/12/16.
<https://www.escriitoriodearte.com/artista/geraldo-de-barros/> Acesso em: 04/12/16
http://www.catalogodasartes.com.br/Foto.asp?sPasta=@Obras&Imagem=Cat%E1logo%20das%20Artes/{5C083C29-C968-4E28-92C1-0B0438E051D5}_ld107.jpg&sOrigem=Cotacoes&sTipo=5&sTipoObra=5.

³⁸ Pintor, desenhista, cenógrafo, gravador, ilustrador (1907 – 1988).

³⁹ Pintor, desenhista, caricaturista, cenógrafo (1909 -1978).

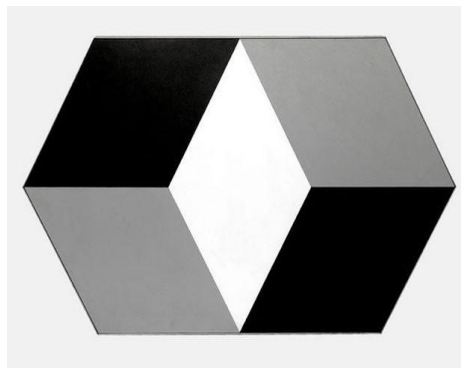
⁴⁰ Pintora, desenhista e professora (1913 - 1999).

⁴¹ Os psicólogos da *Gestalt* defendem que a percepção não é o resultado da soma de sensações de pontos luminosos individuais, mas uma apreensão imediata e unificada do todo, devido a uma necessidade interna de organização. Disponível em: <http://enciclopedia.itaucultural.org.br/termo9443/gestalt>. Acesso em: 20/05/17.

Estudou litografia em Paris, e gravura no ateliê de Stanley William Hayter e na Alemanha estudou artes gráficas e conheceu Max Bill, na época um dos principais teóricos da arte concreta. Volta para São Paulo em 1952, e participa do Grupo Ruptura⁴², ao lado de Waldemar Cordeiro, Luiz Sacilotto, Lothar Charoux, entre outros. A partir de 1954, atua na área do desenho industrial e da comunicação visual: funda a Cooperativa Unilabor e a Hobjeto Móveis, para a produção de móveis, e a *Form-Inform*, empresa de criação de marcas e logotipos. Em 1966, participa da criação do Grupo Rex⁴³, com Wesley Duke Lee (1931), Nelson Leirner (1932), Carlos Fajardo (1941), Frederico Nasser (1945) e José Resende (1945).

As obras de Geraldo despertam em nós essa visão de profundidade. Suas obras, embora no plano, não deixam dúvida de todo um trabalho de perspectiva usado pelo artista. É possível nos enxergarmos passeando entre cada plano. A geometria das formas geométricas é uma de suas marcas.

Figura 16 - Tela de Geraldo de Barros



Fonte:Expo_geraldo_barros_sesc-vila_mariana⁴⁴.

⁴² No dia 9 de dezembro de 1952, no Museu de Arte Moderna de São Paulo (MAM/SP), é inaugurada a exposição que marca o início oficial da arte concreta no Brasil. Intitulada Ruptura, a mostra é concebida e organizada por um grupo de sete artistas, a maioria de origem estrangeira residentes em São Paulo Disponível em: <http://enciclopedia.itaucultural.org.br/grupo538325/grupo-ruptura>. Acesso em: 17/05/17.

⁴³ Apesar de sua breve existência - de junho de 1966 a maio de 1967 -, o Grupo Rex tem intensa atuação na cidade de São Paulo, marcada pela irreverência, humor e crítica ao sistema de arte. Disponível em: <http://enciclopedia.itaucultural.org.br/grupo434025/grupo-rex>. Acesso em: 17/05/17.

⁴⁴ Disponível em: http://s2.glbimg.com/8ilc-jFHKqkOnU65tYg1OX6cNdjQLGI6shJ5igR1GWpIoz-HdGixxa_8qOZvMp3w/e.glbimg.com/og/ed/f/original/2013/07/10/expo_geraldo_barros_sesc_vila_mariana_02.jpg. Acesso em: 17/05/17.

Figura 17 - Geométrica A-12 (1984) de Geraldo de Barros



Fonte: Página catálogo das artes⁴⁵.

3.2.5 Dietmar Voorwoold⁴⁶ (1957)

O artista alemão Dietmar Voorwoold usa da criatividade para elaborar lindas obras de artes geométricas com materiais retirados da natureza. Com obras que se assemelham com mandalas, Dietmar mostra seu trabalho com rochas e folhas. Suas obras são o que os artistas e críticos de arte classificam como efêmeras porque Voorwoold não leva embora as obras que pertencem à natureza. Grande parte de sua arte é criada com materiais encontrados no local onde são feitas e, quando terminadas, o artista deixa suas obras para trás.

As memórias e registros de seus trabalhos ficam apenas na fotografia e é exatamente esta a intenção. Dietmar Voorwoold explica que *“é apenas para o momento. Este é um aspecto muito terapêutico da minha maneira de criar arte”*.

Os conceitos matemáticos aqui presentes e que podem ser explorados com os alunos são, principalmente, os círculos: concêntricos, tangentes e secantes, mas também aparecem outros conceitos tais como paralelismo, sequências e simetria radial.

⁴⁵ Disponível em: http://www.catalogodasartes.com.br/Lista_Obras_Biografia_Artista.asp?idArtista=1382. Acesso em: 05/12/16.

⁴⁶ Disponível em: <http://www.hypeness.com.br/2014/06/elementos-da-natureza-se-tornam-impressionantes-artes-geometricas/>. Acesso em: 05/12/16.
Disponível em: <http://blog.usenatureza.com/2014/07/artista-usa-elementos-da-natureza-para-criar-obras-de-arte/#sthash.fAA9Jlcb.dpuf>. Acesso em: 05/12/16.

Figura 18 - Obras de Dietmar Voorwold



Fonte: Página hypeness⁴⁷.

Figura 19 - Obras de Dietmar Voorwold



Fonte: Página hypeness⁴⁸.

Esses são alguns exemplos de como a matemática se relaciona com a arte. É inegável que podemos usar desses materiais concretos, manipuláveis para ensinar os conceitos geométricos percebidos em cada expressão artística assinalada. Mais que isso, outras áreas do conhecimento além da arte e matemática, estão presentes, história e português. A história perpassa pela construção do origami. A literatura em seus ciclos pode ser discutida usando as obras de artistas nas suas respectivas épocas que usam o cubismo para expressar-se, por exemplo. Os professores de história e antropologia podem desenvolver trabalhos interdisciplinares com professores da matemática na exploração, junto com os alunos, da arte indígena. Isso é o que D'Ambrosio chama de etnomatemática, um objeto de estudo visto por diversos olhares, dentro de um contexto.

⁴⁷Disponível em: <http://www.hypeness.com.br/2014/06/elementos-da-natureza-se-tornam-impressionantes-artes-geometricas/>. Acesso em: 05/12/17.

⁴⁸Disponível em: <http://www.hypeness.com.br/2014/06/elementos-da-natureza-se-tornam-impressionantes-artes-geometricas/>. Acesso em: 05/12/17.

Depois de apresentarmos o contexto da geometria na história do ensino brasileiro, onde podemos encontra-la em nosso cotidiano e a sua relação com a arte, no próximo tópico, discorreremos sobre o assunto principal desta pesquisa.

4 EXPLORANDO OS CONTEÚDOS DE GEOMETRIA PLANA E GEOMETRIAESPACIAL

Neste capítulo, apresentaremos as maneiras que usamos para explorar estes conteúdos, que foi usando o livro texto, num primeiro momento e, num segundo momento, trabalhando com oficinas. Neste espaço dedicado à construção, os alunos foram construindo seus conhecimentos partindo do concreto. Porém, antes de iniciarmos a proposta metodológica, analisamos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e alguns livros didáticos relacionados com a área da geometria. Esta análise será apresentada nos tópicos a seguir.

4.1 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e os livros didáticos

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de 1997 são divididos em quatro ciclos. O primeiro ciclo de 1ª a 2ª série; o segundo ciclo 3ª e 4ª séries; o terceiro ciclo 5ª a 6ª série e o quarto ciclo 7ª a 8ª série. Em 2005, o Ensino Fundamental passou por mudanças, houve um aumento nos anos escolares, que passou de 8 anos para 9 anos. Com isso, a

Lei nº 11.114, de 16 de maio de 2005 – torna obrigatória a matrícula das crianças de seis anos de idade no Ensino Fundamental **Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006** – amplia o Ensino Fundamental para nove anos de duração, com a matrícula de crianças de seis anos de idade e estabelece prazo de implantação, pelos sistemas, até 2010. (BRASIL, 2005, p. 1)

As nomenclaturas também foram mudadas ficando, portanto, Ensino Fundamental: anos iniciais do 1º ao 5º anos e anos finais do 6º ao 9º anos. Será com essa nova nomenclatura que nos referiremos em nosso trabalho.

Nosso enfoque será dado ao que se pretende para o ensino fundamental, do 6º ao 9ºano, com respeito à geometria. Dessa forma, sobre o ensino da geometria, os Parâmetros Curriculares Nacionais para as séries iniciais do ensino fundamental, estabelecem o seu estudo, no bloco espaços e formas. Nesse contexto,

Espera-se que o aluno identifique características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, percebendo semelhanças e diferenças entre elas (superfícies planas e arredondadas, formas das faces, simetrias) e reconhecendo elementos que as compõem (faces, arestas, vértices, lados, ângulos). (BRASIL, 1997, p. 64, 1ª a 4ª série).

De forma complementar, os PCNs ressaltam que:

Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. (BRASIL, 1998, p. 51)

Para o terceiro e quarto ciclos, que compreende os 6º e 7º anos, de acordo com os PCNs, ao término da unidade de geometria, o aluno será avaliado se é capaz de: “Analisar, classificar e construir figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais, utilizando as noções geométricas como ângulos, paralelismo, perpendicularismo, estabelecendo relações e identificando propriedades.” (BRASIL, 1998, p.77)

Por fim, para o 8º e 9º anos, fica estabelecido que os alunos nessa etapa, sejam avaliados, no que diz respeito à geometria, quanto a destreza em:

Estabelecer relações de congruência e de semelhança entre figuras planas e identificar propriedades dessas relações. Obter e expressar resultados de medidas de comprimento, massa, tempo, capacidade, superfície, volume, densidade e velocidade e resolver situações-problema envolvendo essas medidas. (BRASIL, 1998, p. 93)

Propusemo-nos então a fazermos uma breve análise de alguns livros didáticos de matemática, usados no 6º ano, no que diz respeito à geometria para identificarmos qual o espaço e valor disponível à mesma nesses títulos, bem como a forma com ela é abordada. Analisamos cinco títulos, todos eles aprovados pelo Ministério da Educação (MEC). O que observamos é que a geometria aparece entre o 2º e 8º capítulo dos livros. Então o argumento ‘não deu tempo de trabalhar a geometria’ já não cabe a menos que o professor, de forma proposital, o deixe por último.

No primeiro livro, sob o título *Tudo é Matemática* de Luiz Roberto Dante, observamos que os autores iniciam com os conceitos dos entes geométricos e seguem com as definições de ângulos. Eles colocam mais situações do cotidiano para ilustrar tais conceitos, seguem logo com uma longa lista de exercícios propostos. Esse título estudado não faz nenhuma menção a desenvolvimento de projetos, oficinas ou outros objetos manipuláveis no espaço onde o tema é abordado. São feitas apenas algumas rápidas experiências.

A porcentagem dispensada à geometria é pequena e menor do que 20%. Esses são dados buscados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que comenta:

Os sólidos são abordados de maneira apropriada: as figuras planas, por exemplo, são estudadas com base em planificações de figuras tridimensionais. Busca-se, sempre, levar o aluno a observar a geometria em imagens ou desenhos presentes no texto, para, em seguida, incentivar a construção de figuras com o uso de instrumentos de desenho. No entanto, há poucas propostas de atividades de manuseio e montagem de modelos geométricos. (BRASIL, 2014, p. 86)

Ainda na primeira obra, já na primeira página são mostradas imagens alusivas a todos os temas da geometria plana e espacial. São imagens de plantas (simetria); construções (figuras planas e espaciais); artesanato e outros. Em todas as atividades são usados objetos e situações bem conhecidos e que, portanto, fazem parte do cotidiano dos nossos alunos como

placas de sinalização, construções, planetas, animais. E finaliza com um pouco da História da Matemática, desafio e uma questão de raciocínio lógico.

A obra retoma os vários conceitos trabalhados anteriormente na coleção e busca levar o aluno a refletir sobre os conhecimentos já construídos. A metodologia de resolução de problemas é valorizada. No entanto, nem sempre são dadas oportunidades ao aluno para experimentar, refletir, conjecturar e fazer inferências, pois os conceitos, definições e procedimentos são apresentados precocemente. (BRASIL, 2011, p. 87)

Na obra adotada pela instituição de ensino, que sediou este trabalho, livro intitulado *Matemática Teoria e Contexto* dos autores Marília Ramos Centurion e José Jakubovic, os autores iniciam já com conceitos e uma longa lista de exercícios, isso acontece durante toda exposição do tema.

[...] os conteúdos são apresentados em breves explicações, com exemplos, seguidas de atividades para serem realizadas em sala de aula e fora dela. Em geral, os processos de generalização, de argumentação e de sistematização são trabalhados de forma satisfatória, seja na explanação teórica, seja nos exemplos resolvidos ou nas atividades propostas. (BRASIL, 2014, p. 56)

O trabalho com os conteúdos de geometria,

[...] é, na maioria das vezes, satisfatório. A articulação entre o conhecimento novo e o já abordado é explícita e conceitos são retomados, ampliados e aprofundados. É elogiável trabalhar noções de perspectiva sem incluir a noção de vistas que, de fato, é dispensável nessa fase da escolaridade. Predominam as validações empíricas dos fatos geométricos mais importantes. (BRASIL, 2014, p. 56)

Contudo, menos de 20% do livro do 6º ano é dedicado a esse campo.

No espaço intitulado *manual do professor*, os autores fazem o que eles chamam “*um convite à reflexão*”. Nesse espaço alguns professores pesquisadores de renome nacional falam sobre alguns temas entre eles: *Ensinar Matemática: mais do que apenas informar*. Aqui, o autor chama a atenção para a necessidade de darmos autonomia ao aluno, bem como deixar claro o papel dele nesse processo de ensino e de aprendizagem, fazendo-os compreender que eles não devem ser apenas espectadores e citando o húngaro Georg Polya (1887 – 1985), um importante matemático do século XX. Como professor, Polya foi um dos criadores da metodologia da Resolução de Problemas.

Outro ponto evocado à reflexão foi o tema “*Século XXI: qual a Matemática é recomendável?*” Nesse espaço a palavra é dada ao professor Sérgio Lorenzato e a professora Maria do Carmo Vila que chamam a atenção dos professores para as habilidades básicas que o aluno deve adquirir sob a ótica do ‘*The National Council of Supervisors of Mathematics*’ (NCSM) em seu encontro anual realizado em Chicago em 1988. Essas habilidades são: resolução de problemas, comunicando ideias matemáticas, raciocínio matemático, aplicação da matemática à vida cotidiana; percepção de que a resposta é razoável, estimação,

habilidades apropriadas de cálculo, medidas, pensamento algébrico, geometria, probabilidade e estatística. Na sequência o tema abordado é: *Tendências atuais no ensino da Matemática*, seguido dos dois últimos *objetivos para o ensino fundamental e as funções da Matemática em nossa sociedade*.

Na terceira obra analisada, *Projeto Araribá* de Maria Regina Garcia Gay, a geometria é trabalhada no 2º capítulo sob o título “*Figuras geométricas e simetria*” que é iniciado com uma imagem da Biblioteca Nacional um breve relato histórico da inauguração de Brasília e alguns questionamentos. Esses elementos compõem a motivação inicial para o estudo a que se propõe. O autor segue fazendo um resgate histórico da geometria. É dedicado pouco espaço ao estudo da Geometria Espacial que rapidamente passa para Geometria Plana focando rapidamente no que diferencia a figura plana da espacial. De acordo com a avaliação do PNLD (2014, p.55), o livro do 6º ano trás pouco mais de 20% de espaço dedicado ao estudo da geometria.

A distribuição dos campos da matemática escolar ao longo dos livros também é insatisfatória, pois os números e operações recebem atenção acima da recomendável no livro do 6º ano e a álgebra ocupa um lugar excessivo nos dois últimos volumes. A despeito disso, os conteúdos de geometria são bem distribuídos **nos livros da coleção** (BRASIL, 2014, p. 66)

Ainda se referindo à obra como um todo,

Na abordagem desse campo recorre-se, de modo adequado, a diversos materiais didáticos como: dobraduras, instrumentos de desenho, papel quadriculado, mosaicos, geoplano e tangram. Na apresentação das proposições geométricas, são utilizados diálogos com boas argumentações e que conduzem, em geral, a raciocínios dedutivos pertinentes. A simbologia e as notações para comunicação em geometria são apresentadas e, de modo geral, bem cuidadas no texto. Além disso, algumas atividades interessantes articulam a geometria com artes, ilusão de ótica e geografia. (BRASIL, 2014, p. 70).

A obra que se segue, *Praticando Matemática* de Álvaro Andrine e Maria José Vasconcellos, traz a geometria na metade do livro. A unidade é iniciada mostrando imagens da nossa fauna e flora como também de construções arquitetônicas com belas formas geométricas e simetrias. Na sequência são mostradas figuras planas e não planas correlacionando-as com objetos do nosso dia a dia. Aborda um pouco da história dos sólidos de Platão e fala sobre os entes geométricos ponto, reta e plano. Explora rapidamente uma visão espacial em perspectiva. Nas duas unidades seguintes são trabalhados os ângulos, polígonos e circunferências sempre ancorados em situações cotidianas. Os quadriláteros são apresentados e definidos.

Um dos destaques dessa coleção são os textos interessantes, vários deles com narrativas históricas. Exercícios e atividades são propostos de forma equilibrada após a apresentação de cada tema; em geral, visam às aplicações e à sistematização

de procedimentos ou propriedades. No entanto, as propostas de investigação e de descoberta são pouco presentes na obra. (BRASIL, 2014, p.59)

A quinta e última obra analisada foi *Descobrendo e Aplicando a Matemática* dos autores, Alceu dos Santos Mazzeiro e Paulo Antônio Fonseca Machado. Esta chamou-nos bastante atenção, já que todos os capítulos vêm trabalhando geometria. De que forma? Resumidamente eles se apresentam assim:

- Cap.1. Figuras, números e gráficos;
- Cap.2. Figuras, números e medidas;
- Cap.3. Números naturais e o dia a dia;
- Cap.4. Medidas, frações e decimais;
- Cap.5. Números, figuras e o dia a dia;
- Cap.6. Medidas e o dia a dia;
- Cap.7. Figuras, números e proporcionalidade.

Em todo momento a geometria aparece associada à álgebra e à aritmética. As regiões planas são exploradas em cada sólido como parte dele. Não é estanque, tem uma mobilidade natural. A geometria passeia entre as frações e entre todos os outros conteúdos. Por fim, os autores trazem questões das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas(OBMEP) que fortalecem a presença da geometria consorciada com as demais áreas da matemática.

Parece-nos que a prática de se colocar a geometria no final do livro didático está dando espaço a outra. Embora alguns títulos destinados aos sextos anos deem pouco espaço à geometria, existem também aqueles que coloquem a geometria como acreditamos que deva ser entrelaçada às demais áreas da matemática.

A obra como um todo,

[...] consiste em extensa sequência de atividades, organizadas por tópicos da matemática escolar. A sistematização dos conteúdos é intercalada ao longo das atividades e muitas vezes é deixada a cargo do docente. [...] Em geometria, particularmente nos dois primeiros volumes, as propriedades são sistematizadas com ênfase em atividades que envolvem a visualização de imagens, o manuseio de materiais concretos e de instrumentos de desenho. (BRASIL, 2014, p. 25)

O percentual do conteúdo geometria para o 6º ano é de pouco mais de 20%.

Pelo que pudemos perceber os cinco livros analisados dispensam percentuais muito próximos destinados ao estudo da geometria, da mesma forma, nos livros de sexto anos analisados vistos acima, a posição desse conteúdo tem sido nos primeiros capítulos.

Assim, por entender que a geometria é um campo fértil para desenvolvimento do cognitivo dos alunos e por concordarmos com a ideia de que o conteúdo geometria deve ser

trabalhado consorciado com a aritmética e com a álgebra, buscamos ao longo do nosso trabalho, desenvolver uma metodologia que desse um pouco mais de espaço a ela.

No tópico seguinte abordaremos de que forma o livro didático foi trabalhado em sala de aula.

4.2 Utilizando o livro didático

Do dia 23/08/2016 ao dia 15/09/2016, num total de 14 aulas, foram trabalhados com alunos dos 6^{os} anos A e B, da Escola de Ensino Fundamental Padre Pinho, os conteúdos:

- Ângulos;
- Polígonos: triângulos, quadriláteros, pentágonos, etc.;
- Algumas figuras geométricas planas;
- Algumas figuras geométricas espaciais;
- Simetria.

O trabalho foi iniciado com a exposição dos conteúdos geometria plana e espacial pelo livro didático, seguindo a sequência e atividades nele dispostas. Ao término de toda seção, aplicamos um teste (apêndice C) para sabermos a aprendizagem gerada nos estudantes.

Quando usamos apenas o livro didático (CENTURIÓN, Marília; JAKUBOVIC, José. Matemática teoria e contexto. Editora Saraiva. São Paulo. 2012), cuja análise foi feita na seção anterior, a dinâmica consiste em: explicação do conteúdo com uso do material posto no quadro que consta no livro e com uso de todos os elementos ou recursos geométricos dispostos na sala de aula ou no espaço físico da escola, além da resolução dos exercícios e posterior correção no quadro, feitos pelos alunos supervisionados pela professora. A todo o momento os alunos são instigados, com perguntas, a participarem da aula.

Como dito anteriormente, além do livro didático, fazemos uso de todo o ambiente escolar como recurso visual a fim de dinamizar a aula. Para explicar, por exemplo, o que são retas perpendiculares, retas concorrentes e retas paralelas, utilizou-se os caibros do telhado, as barras de ferro das janelas e os frisos de argamassa que separam as paredes. Para ilustrar o que vem a ser um quadrado, um retângulo, recorremos às cerâmicas dispostas nessas mesmas paredes.

Por exemplo, na introdução o autor traz três formas geométricas: um cilindro, um quadrado e um bloco retangular. Os alunos são questionados sobre os nomes daquelas formas, pois já as viram nas séries anteriores, e possíveis locais onde já possam tê-las visto. Se, pelo menos um acerta, reforçamos os nomes e parte para outro questionamento, caso contrário,


apresentamos tais formas para eles e pedimos, em seguida, que eles relacionem aquelas formas a algum objeto que eles tenham em casa, ou que veem na rua ou mesmo na escola.

É comum o cilindro ser associado a lata de leite, quanto ao quadrado e o losango percebemos uma maior dificuldade. Nesse momento, mostramos a cerâmica posta na parede da sala (quadrado) e pedimos para que a imagine sendo rotacionada e posicionada de “bico” (losango). Aqui ainda não chamamos a atenção para o fato de o quadrado ser um losango; quanto ao bloco retangular, eles associam de imediato a uma caixa de sapatos, caixa de fósforos ou caixa de medicamentos.

O autor segue com a figura de um cubo onde destaca o que vem a ser ponto, segmento de reta, semirreta, reta, plano, pertinência ou não de um ponto a uma reta, explora se uma reta está ou não contida no plano, o que são retas paralelas e concorrentes. À medida que explicamos a imagem desenhada no quadro fazemos também associações com os caibros dispostos no telhado da sala, os frisos de argamassa que separam as cerâmicas das paredes e chamamos a atenção deles para o fato de que ali temos segmentos de retas paralelas, concorrentes e perpendiculares (vide figura 21). Seguem-se os exercícios. No momento da correção, eles são convidados a irem ao quadro resolver tais questões, depois de feitas no caderno.

Figura 20 - Questões do livro didático.


17. O objeto da figura, feito de vidro, tem forma de uma pirâmide com um quadrado na base. (Da posição em que é vista, a base não parece quadrada.)



Quantas são as arestas dessa pirâmide? E os vértices? E as faces? (Não se esqueça de contar a base.) **8 arestas, 5 vértices e 5 faces**

18. Responda às mesmas perguntas da atividade 17 para o caso de uma pirâmide cuja base seja uma figura de 5 lados, ou seja, um pentágono. **10 arestas, 6 vértices e 6 faces**

19. Dê o nome de pelo menos quatro figuras geométricas que podem ser identificadas no desenho abaixo.



Fonte: CENTURIÓN; JAKUBOVIC, 2012, p. 66.

Figura 21- Estrutura da escola utilizada como recurso didático.



Fonte: Autora, 2017.

Os alunos costumam se envolver nessas idas ao quadro, embora reclamem da quantidade de exercícios, até porque não costumam fazer as atividades em casa, mesmo que sejam apenas duas questões e, apesar dos pais já terem sido informados quanto às consequências desse comportamento, desde o início do ano letivo, ainda não evoluímos a ponto de ter mais de 20% dos alunos trazendo os exercícios feitos.

Na unidade seguinte, dedicada a ângulos, pedimos que observassem as ilustrações no livro e que fizessem uma leitura inicial. Em seguida, fomos lendo em tom audível e explicando o que eram os lados de um ângulo, como eram feitas as medições desses ângulos. Para essa aula disponibilizamos esquadros, régua e transferidores, mostramos que um dos ângulos daquele esquadro era de 90° e falamos que a abertura entre as duas paredes consecutivas da sala, constituía um ângulo de 90° . Usamos o esquadro para comprovar isso, em seguida foi mencionado, pela professora, que se aquelas paredes não fizessem ângulos de 90° entre si ou, se a parede e o piso não fizessem ângulo de 90° , elas não estariam de pé e, é por isso, que os pedreiros usam o esquadro e o prumo⁴⁹ para se certificarem dessa situação. Como na página seguinte, aparecem as imagens da torre de Pisa, foi preciso explicar o porquê daquelas construções, que não faziam ângulo de 90° com o solo, estarem de pé. Segundo Sousa⁵⁰,

Os especialistas em geografia e geologia dizem que a deformidade de Pisa aconteceu em virtude da baixa compactação do solo em que a obra foi realizada. Com isso, a instabilidade do solo acabou deixando-a torta. Assim que o erro foi descoberto, ainda na construção dos três primeiros andares, os construtores tentaram endireitar a coluna com a construção de andares mais amplos do lado mais baixo. Ao final de tudo, a solução proposta só fez com que a inclinação ficasse ainda pior.

⁴⁹Instrumento formado de uma peça metálica presa à extremidade de um fio metálico ou não e que serve para determinar a direção vertical. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/prumo>. Acesso em: 17/05/15.

⁵⁰Rainer Sousa é mestre em História e integra a equipe da revista Brasil Escola. Disponível em: <http://brasilecola.uol.com.br/curiosidades/torre-pisa.htm>. Acesso em: 20/05/17.

Figura 22 - Torre de Pisa.



Fonte: Página da pinterest⁵¹.

Antes de iniciarmos os exercícios do livro, pedimos que se dividissem em grupos com no máximo três alunos para construirmos alguns ângulos e mostramos o uso do esquadro e do transferidor, pois, em alguns exercícios do livro, eles também precisariam usar esses instrumentos de medidas. As atividades com uso desses instrumentos foram bastante participativas e eles fizeram diversos questionamentos. Como a turma estava dividida em grupos, o atendimento por grupos era mais proveitoso.

Seguimos com polígonos, sua nomenclatura em função do número de lados, discutimos algumas imagens onde aparecem polígonos: um heliporto no formato de um octaedro, um tapete com losangos e uma calçada com formas hexagonais. Durante os exercícios, fomos para as figuras planas, que era uma parte bastante conceitual. Após uma longa lista de exercícios fomos para o estudo das figuras geométricas espaciais. Como em nosso acervo não tínhamos poliedros em acrílico, conseguimos um material em madeira (cuisinare) e usamos para ilustrar os sólidos geométricos que estávamos estudando, levamos também algumas caixas de perfumes. Por último trabalhamos a simetria e, nesse tópico, embora de grande riqueza, limitamo-nos aos comentários e exercícios do livro.

Após toda exploração do conteúdo e resolução de exercícios, foi aplicado um teste de sondagem (APÊNDICE C) cujo objetivo era verificar o grau de entendimento dos estudantes com relação aos conteúdos ministrados, a tabulação e análise vêm a seguir. A nossa amostra foi de 60 alunos.

⁵¹ Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/456693218441619787/>. Acesso em: 06/02/17.

Nosso questionário teve 09 questões subjetivas. A nossa amostra foi de 60 alunos. Seguimos então com as questões e os resultados do teste de sondagem.

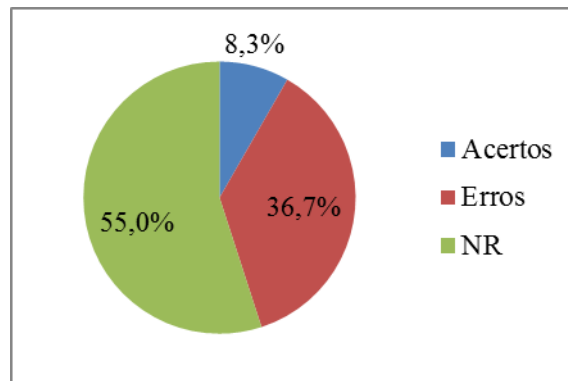
Adotaremos a sigla NR para indicar aqueles que não responderam e AC para indicar os que se aproximaram do conceito. Seguimos com as perguntas, respostas e análise.

1. Na sua opinião que são polígonos?

Resposta esperada: *São formas geométricas delimitadas por segmento de retas ou são regiões planas delimitadas por segmentos de reta.*

Não tivemos respostas próximas da esperada, por isso, não aparece no gráfico A.C. Nessa questão, 55% dos alunos não responderam, 8,3% dos alunos acertaram e 36,7% deles erraram.

GRÁFICO 1. Na sua opinião, o que são polígonos?



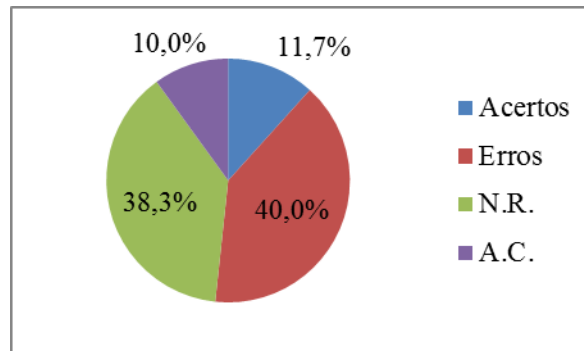
Observem que o índice de acerto foi inexpressivo ao passo que, somados os erros com os que não responderam chega a mais de 90%. Isso nos aponta que não houve entendimento sobre o que vem a ser um polígono.

2. O que são figuras geométricas planas?

Resposta esperada: *São aquelas que possuem duas dimensões ou são aquelas que estão inteiramente contidas no plano.*

Para este item obtivemos, 38,3% dos alunos não responderam, 10% se aproximaram do conceito (A.C.), 11,7% acertaram e 40% erraram. Para esta questão apareceram algumas respostas próximas ao que consideramos correta, por isso, criamos a categoria (A.C.). O que admitimos como aproximação do conceito para essa questão, diante das respostas elencadas, foram: (a) *triângulo, quadrado e paralelogramo tais figuras são geométricas que não é possível ver o lado* (aqui ele está comparando a uma figura tridimensional, o lado é uma das faces); (b) *são figuras retas tipo quadrado.*

Gráfico 2. O que são figuras geométricas planas?

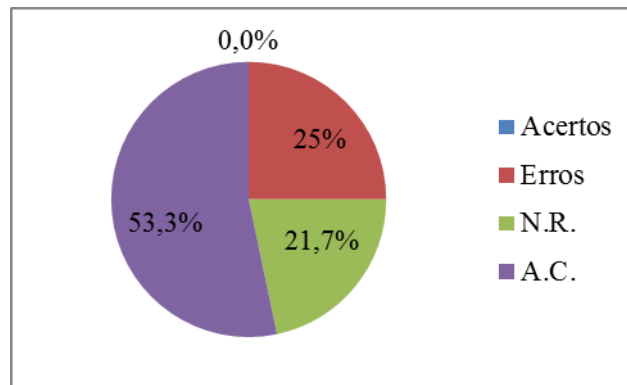


3. Defina um quadrado.

Resposta esperada: *É uma figura geométrica plana que tem quatro lados iguais, paralelos dois a dois e quatro ângulos retos ou é qualquer quadrilátero que tenha os quatro lados iguais e os quatro ângulos retos.*

Nesta questão também admitimos a categoria (A.C.). Os resultados foram: 21,7% não responderam, 53,3% se aproximaram do conceito (A.C.) e 25% erraram. Aqui, o que consideramos (aproximaram-se do conceito) foram respostas como: (a) *tem 4 lados iguais*, (b) *tem 4 lados e os mesmos ângulos* e (c) *tem 4 ângulos iguais a 90°*.

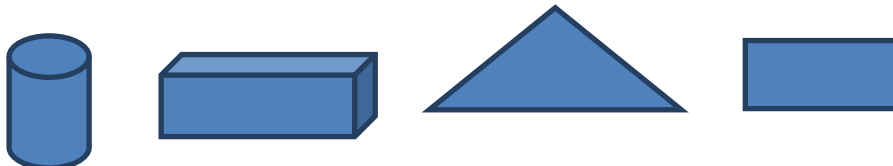
Gráfico 3. Defina um quadrado.



É intrigante nenhum aluno ter acertado essa questão, já que, usamos as cerâmicas das paredes da sala de aula para ilustrar por mais de uma vez. Também utilizamos o transferidor e esquadro para mostrar o ângulo de 90° entre os lados do quadrado.

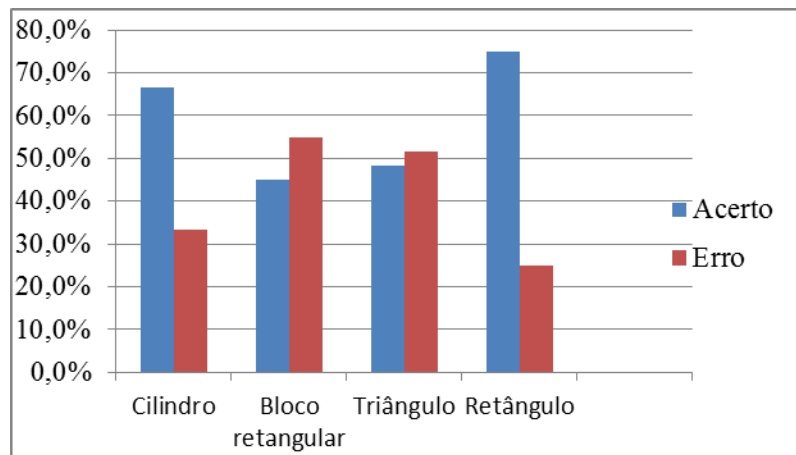
4. Classifique as figura abaixo como planas ou espaciais.

Respostas esperadas: *Espacial, espacial, plana e plana*, respectivamente.



A questão acima pedia para classificar as figuras apresentadas em planas ou espaciais, obtivemos os seguintes resultados: 66,7% reconheceu o cilindro como figura espacial enquanto 33,3% erraram; o bloco retangular ou paralelepípedo retângulo foi reconhecido como figura espacial por apenas 45% dos alunos e 55% erraram. O triângulo foi acertadamente classificado por 48,3% dos estudantes contra 51,7% que erraram ou não responderam; quanto ao retângulo 75% classificaram de forma correta e 25% erraram ou não responderam.

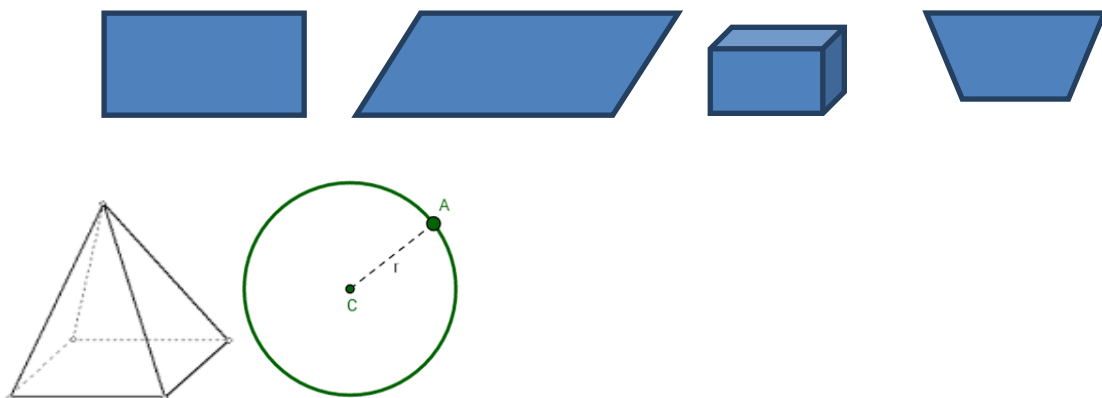
Gráfico 4. Classifique as figuras como planas ou espaciais.



Observamos aqui que quase 70% dos alunos reconheceram o cilindro como figura espacial, e quase 80% identificaram o retângulo como figura plana, mas o triângulo ainda foi confundido com a pirâmide por mais de 50% deles.

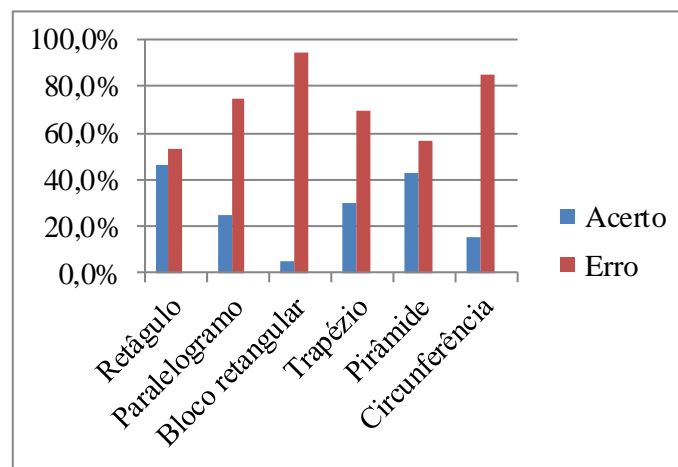
5. Nomeie as figuras abaixo.

Respostas esperadas: *Retângulo, paralelogramo, bloco retangular ou paralelepípedo retângulo, trapézio, pirâmide de base quadrangular e circunferência*, respectivamente.



A questão solicitava deles a nomeação das figuras planas e espaciais apresentadas. O retângulo foi nomeado corretamente por 46,7% e 53,3% erraram; o paralelogramo foi nomeado corretamente por 25% enquanto 75% dos alunos nomearam de forma equivocada ou não responderam; o bloco retangular foi reconhecido por 5% dos estudantes contra 93,3% dos erraram; o trapézio é outro desconhecido, apenas 30% souberam identificá-lo e 70% erraram ou não se pronunciaram. Quanto à pirâmide, 43,3% acertaram e 56,7% erraram. Por último, a circunferência que teve apenas 15% de acerto e 85% de erros. Não utilizamos a categoria A.C. nesta questão pois não cabia, não tinha meio termo.

Gráfico 5: Nomeação das figuras



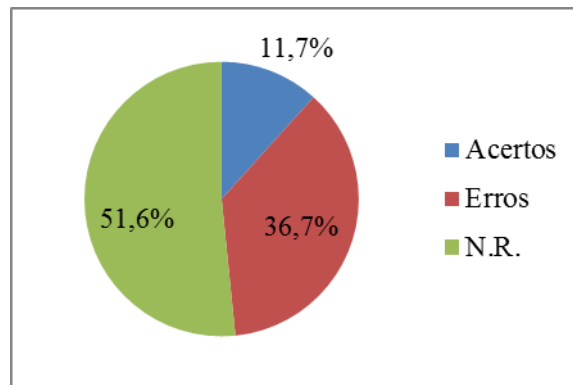
De certa forma, a quinta questão vem ratificando as respostas da quarta questão, se compararmos as respostas para o retângulo e o bloco retangular nas duas questões, veremos também que o equívoco triângulo/pirâmide se manteve. O emblemático, no entanto, é o baixo índice de alunos que nomearam corretamente a circunferência.

6. Qual é a principal diferença entre as figuras geométricas planas e as espaciais?

Resposta esperada: *As figuras geométricas planas têm duas dimensões e as figuras geométricas espaciais têm três dimensões ou uma figura plana sempre está contida em um plano, as figuras espaciais não.* Representar com desenhos também eram aceitos.

Quanto a principal diferença entre figuras planas e espaciais tivemos os resultados seguintes: 51,7% não responderam, 36,7% erraram e apenas 11,7% acertaram.

Gráfico 6. Qual é a principal diferença entre as figuras planas e as figuras espaciais?



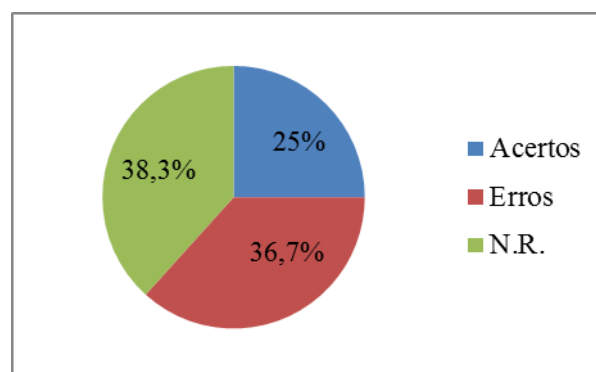
Os resultados não foram bons, porém, mostram uma certa coerência, visto que muitos não souberam classificar as figuras em planas ou espaciais, tampouco conseguiram nomear corretamente tais figuras. É de se esperar, portanto, que não soubessem também qual a principal diferença entre elas. Nesta questão não usamos a categoria A.C. porque não tivemos respostas próximas do que esperávamos.

7. O que são arestas, vértices e faces?

Respostas esperadas: *Arestas são os segmentos de retas que unem quaisquer duas faces, ou são as linhas que unem duas faces. Vértices são os encontros de três ou mais arestas ou, é o pontinho que unem as arestas. Faces são os polígonos que formam o poliedro ou, são as figuras geométricas planas que formam a figura espacial. Representações com desenhos também foram aceitas.*

Questionados sobre os elementos de uma figura espacial, sobre o que são vértices, faces e arestas 25% acertaram, 36,7% erraram e 38,3% não responderam.

Gráfico 7. O que são arestas, vértices e faces



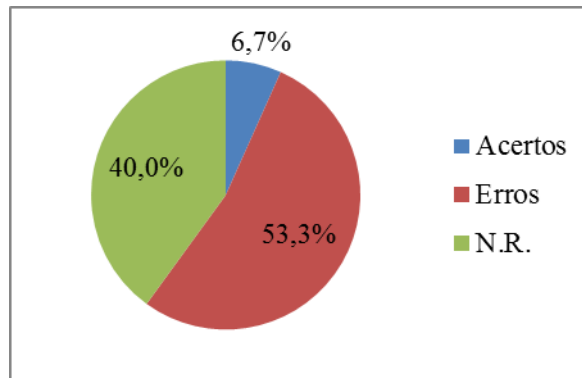
Nessa questão apesar dos resultados ainda desfavoráveis notamos uma melhora. Tenho observado nesse tempo que leciono que boa parte dos alunos tendem a identificar vértices, arestas e faces com um pouco mais de facilidade, quando não conseguem escrever eles desenham e indicam.

8. O que são ângulos retos?

Resposta esperada: *São ângulos que medem 90°.*

Aqui também não surgiram respostas que se aproximassem da esperada. Para este item tivemos os resultados: 6,7% dos alunos acertaram, 53,3% erraram e 40% não responderam.

Gráfico 8. O que são ângulos retos



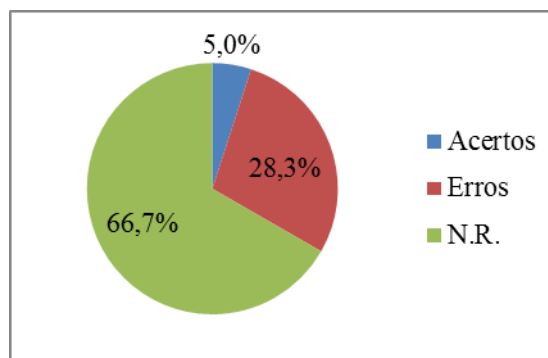
Outro resultado preocupante que nos força a repensar a estratégia empregada para o ensino desse conceito. Utilizamos o transferidor, esquadro, construímos ângulos, mostramos vários exemplos na sala de aula, mas a abordagem não gerou a aprendizagem esperada.

9. O que são diagonais de um polígono?

Respostas esperadas: *São segmentos de retas que unem os vértices opostos.*

Para esta última questão obtivemos como resultados um percentual de apenas 5% de acertos, 28,3% de erros e 66,7% dos alunos não responderam. Não tivemos respostas próximas da esperada.

Gráfico 9. O que são diagonais de um polígono?



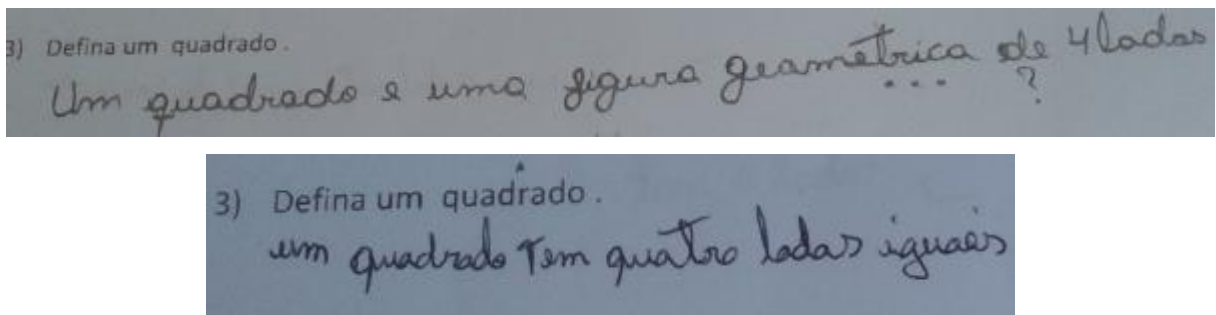
Fica bastante evidente que não houve aprendizagem com relação a esse conceito.

De modo geral os resultados não são animadores, o que nos leva a refletir sobre a prática pedagógica adotada. Percebe-se que, ou os alunos não estavam motivados e não se empenharam o suficiente, ou não conseguiram mesmo assimilar o conteúdo apesar do esforço dispendido nas aulas. Também nos remete a pensar se é eficaz trabalhar todo o conteúdo

determinado para àquele ano e ao chegar ao final o aluno sair sem clareza sobre o que foi trabalhado. Embora nessa unidade de ensino, os professores de matemática já tenham uma prática pedagógica voltada para construção e aplicação de jogos e de outras dinâmicas para favorecer à aprendizagem com essas turmas e, especificamente com esses conteúdos, optamos por trabalhar, num primeiro momento, apenas com o livro texto e com os recursos visuais presentes na estrutura física e arquitetônica da sala de aula.

Um aspecto que nos chamou a atenção foi a dificuldade que os alunos tiveram em escrever, dissertar sobre questões que tratavam de definições ou conceituação com base no que ele aprendeu. O entendimento das propriedades de algumas figuras geométricas, por exemplo, os que definiram o quadrado disseram apenas que ele é uma figura geométrica que tem 4 lados iguais, os 4 ângulos retos, em momento nenhum foram mencionados.

Figura 23 - Questão 3 do teste de sondagem.



Fonte: Autora, 2016.

Acreditamos que seja o caso de trabalharmos esses conteúdos de forma mais detalhada, lançando mão não apenas do livro didático adotado, mas, principalmente, de outros recursos tais como oficinas, onde os alunos possam interagir com os conceitos geométricos estudados manipulando, construindo e refletindo individual e em grupo. Por isso, a seguir mostraremos algumas oficinas que desenvolvemos com nossos alunos com o objetivo de melhorar o entendimento dos conceitos geométricos estudados.

Como o trabalho foi interdisciplinar, a professora da disciplina de arte foi a facilitadora nas oficinas de *mosaicos* e *pintura em telas*, nessas oficinas a professora de matemática entrou num segundo momento para explorar com os alunos os conceitos matemáticos presentes nas obras deles.

4.3 Oficinas

O que entendemos por oficinas são atividades desenvolvidas com a manipulação de objetos e orientadas por uma ou mais pessoas. Aqui as orientações foram dadas por nós,

professoras de arte e de matemática, cada uma em momentos específicos e fomos auxiliados, nas oficinas para a construção dos sólidos de Platão e origami pelos bolsistas da UFAL. Para um melhor funcionamento, dividimos a turma em grupos com 2 a 4 alunos, exceto na oficina dos sólidos de Platão, onde tivemos que colocar uma equipe com 12 alunos para construir o icosaedro. Dessa forma, depois de passar as informações para toda a sala, o acompanhamento por grupo viabiliza o esclarecimento de algumas dúvidas e o acompanhamento de cada grupo no entendimento e execução da atividade. Os grupos também possibilitam troca de conhecimentos entre eles.

Todas as atividades a seguir têm esse caráter de ser oficinas, pois os alunos manipulam e constroem objetos em grupo.

4.3.1 A importância do uso dos materiais manipuláveis como recurso didático.

Ao longo da história, renomados estudiosos, cada um em sua época, têm afirmado a importância do uso dos materiais manipuláveis como recursos didáticos a fim de promover uma aprendizagem significativa. De acordo com Lorenzato (2010, p.3),

[...] por volta de 1650, Comenius escreveu que o ensino deveria dar-se do concreto ao abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos, e que só se aprende fazendo. Lock, em 1680, dizia da necessidade da experiência sensível para alcançar o conhecimento.

De lá até os dias de hoje, são muitos os educadores pesquisadores que têm se debruçado sobre esse tema, por reconhecerem a sua importância como recurso didático para o ensino da matemática, desde que usados com objetivos bem definidos, visto que, “convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária a atividade mental, por parte do aluno”. (LORENZATO, 2010, p.21)

Por isso devemos ter em mente que,

Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. [...] todos os MDs constituem apenas um dos inúmeros fatores que interferem no rendimento escolar dos alunos. [...] Por melhor que seja, o MD nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, e, como tal, o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor. (LORENZATO, 2010, p. 18)

Está claro então que o professor é indispensável para planejar e mediar ações que levem seus alunos, estando em contato com os MDs e com os outros alunos, saírem do nível

de desenvolvimento potencial (fazer com a ajuda do outro) e chegar ao nível de desenvolvimento real (fazer sozinho)⁵². Aqui,

A atuação do professor é determinante para o sucesso ou fracasso escolar. Para que os alunos aprendam significativamente, não basta que o professor disponha de um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Tão importante quanto a escola possuir um LEM é o professor saber utilizar corretamente os MDs. (LORENZATO, 2010, pp. 23,24)

Concordamos com Lorenzato (2010, p. 33) quando diz que o uso dos MDs nos processos de ensino e de aprendizagem, não são garantia de sucesso.

Por isso, após analisarmos os resultados do teste de sondagem, e verificadas as lacunas na aprendizagem, deixadas pela metodologia adotada anteriormente, voltamos ao conteúdo, adotando outra abordagem, dessa vez utilizando materiais manipuláveis e a prática de oficinas, descritos a seguir:

4.3.2 Descrição das atividades

4.3.2.1 Tangram

Objetivo da atividade: Explorar conceitos de semelhança, ângulos, perímetro e área.

Tempo estimado: 2 aulas.

Materiais utilizados: jogos tangram em madeira do acervo da escola, régua e transferidor.

Descrição da atividade:

1. Um jogo de tangram para cada equipe;
2. Analisar as peças e comentar o que sabem sobre ela;
3. Professor completa os conceitos não mencionados;
4. Montar um objeto ou animal com tangram;
5. Analisar o polígono formado;
6. Entrega de uma ficha técnica de duas das sete peças do tangram.

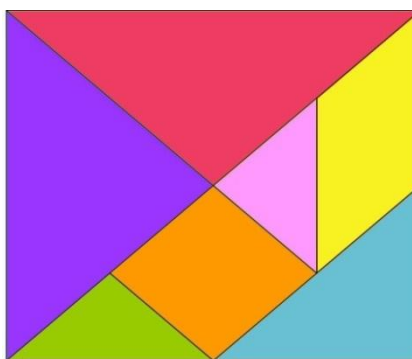
Para esta atividade os alunos deveriam fazer as anotações sobre a análise das peças, observando nome, e propriedades (se conhecessem). Por exemplo, para o triângulo eles deveriam classificar quanto aos ângulos e aos lados. Ao montar a figura, observar se a área se mantinha, já que a primeira montagem que faziam logo que recebiam as peças era a montagem que figurava na tampa da caixa, um quadrado. As fichas técnicas seriam construídas com base nas anotações.

O tangram é um jogo constituído por sete peças dentre as quais 5 triângulos, sendo dois grandes, um médio e dois pequenos; um quadrado e um paralelogramo. Normalmente ele

⁵² Aqui fazemos alusão à teoria da zona de desenvolvimento proximal de Lev Vygotsky.

é encontrado em madeira, emborrachado. Com essas sete peças, é possível montarmos diversas figuras de animais e objetos. Com ele podemos explorar conceitos como semelhança, ângulos, diagonais, simetria, área e perímetro. A manipulação desse jogo também desenvolve o raciocínio lógico do aluno.

Figura 24 -Tangram



Fonte: Página da ensinarevet⁵³.

A turma foi inicialmente dividida em grupos com 3 ou 4 alunos. Distribuímos um jogo para cada equipe. Então, contamos para eles uma das lendas do tangram.

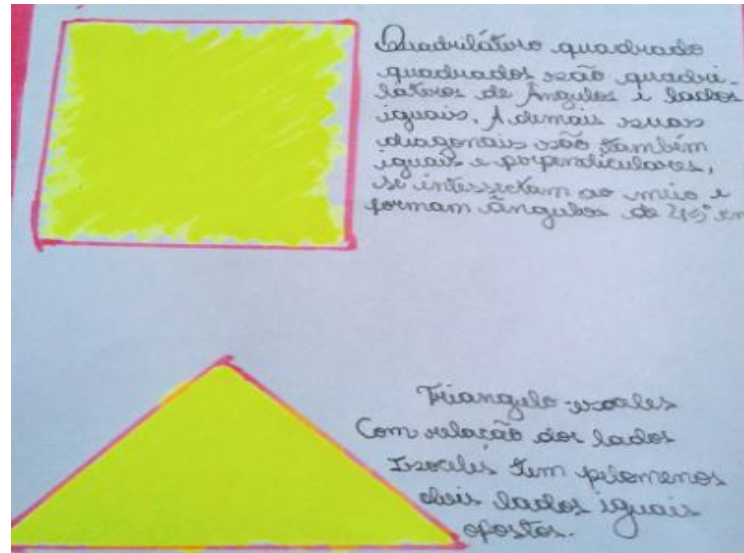
Uma das lendas mais contadas é a de que o monge Tai-Jin chamou a sua sala um de seus discípulos, Lao-Tan, para uma grande missão e lhe entregou uma placa de porcelana, um pote de tinta e um pincel, com a missão de percorrer o mundo, registrando na placa tudo que seus olhos de mais belo encontrassem. Magicamente a placa de porcelana se quebrou em sete pedaços de formas geométricas. Bastante preocupado, Lao-Tan ajoelhou-se e tentou recolher o que restava. Quando começou a juntar as peças e variar as posições dadas a elas, percebeu que, a cada tentativa, surgiam figuras diferentes que podiam representar tudo de mais belo que existe no mundo. (CAVALCANTI; ALMEIDA, 2010, p. 3)

Na sequência, pedimos que os alunos em seus grupos, analisassem as peças. Posteriormente, iniciamos uma conversa onde cada grupo era convidado a falar o que sabiam sobre as mesmas. Completando a exploração, passávamos em cada equipe mostrando conceitos não mencionados por eles, tais como: semelhanças, explicando que os dois triângulos maiores eram semelhantes de uma forma especial, por serem iguais eles eram ditos congruentes. E, que o mesmo tipo de semelhança acontecia com os dois menores, eram congruentes por terem as mesmas medidas e terem um ângulo reto, mas, que os cinco triângulos também eram semelhantes entre si, já que podíamos ver e comprovar com o transferidor e régua que eles eram triângulos retângulos isósceles. Em seguida, foi requerido dos alunos que montassem um objeto ou animal com as sete peças. Nesse momento, pedimos que eles desprezassem a espessura das peças de madeira para analisarmos ali apenas o

⁵³ Disponível em: <http://ensinarevt.com/jogos/imagens/tangram2.jpg>. Acesso em: 04/12/16.

polígono. Para finalizar essa etapa, eles deveriam construir uma ficha técnica de duas das sete peças, anteriormente escolhidas⁵⁴.

Figura 25 - Ficha técnica de algumas peças do tangram



Fonte: Autora, 2016.

Com relação ao quadrado:

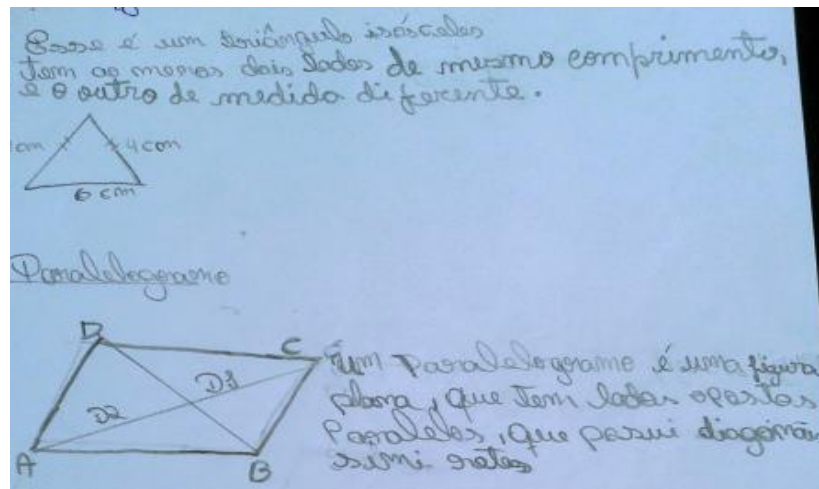
– “*Quadrilátero quadrado. Quadrados são quadriláteros de Ângulos e lados iguais. Ademais suas diagonais são também iguais e perpendiculares, se intersectam ao meio e formam ângulos de 45°.*”

Com relação ao triângulo:

– “*Triângulo isóceles. Com relação dos lados Isóceles tem pelo menos dois lados iguais opostos.*”

⁵⁴ Os textos a seguir foram transcritos literalmente.

Figura 26 - Ficha técnica de algumas peças do tangram



Fonte: Autora, 2016.

Com relação ao triângulo:

– “Esse é um triângulo isósceles tem ao menos dois lados de mesmo comprimento, e o outro de medida diferente.”

Com relação ao paralelogramo:

– “Um paralelogramo é uma figura plana, que tem lados opostos paralelos, que possui diagonais semi retas.”

Figura montadas pelos alunos

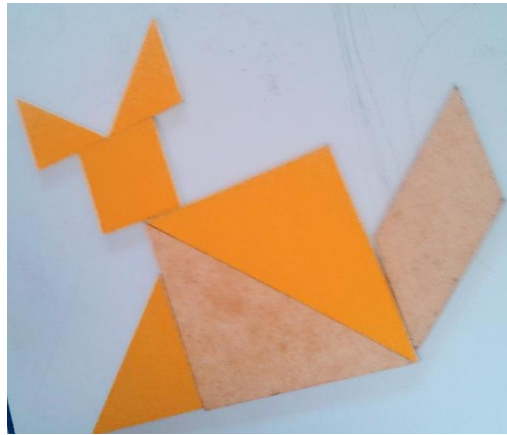
Apresentamos a seguir duas das figuras construídas pelos alunos. Nosso objetivo com essa montagem era mostrar que a área inicial, um quadrado formado com as sete peças, se mantinha preservada independente da figura que eles construíssem.

Figura 27 - Pato construído com peças do tangram



Fonte: Autora, 2016.

Figura 28 - Gato construído com peças do tangram



Fonte: Autora, 2016.

Alguns alunos tiveram dificuldades em entender que a área era preservada. Então usamos como exemplo as cerâmicas nas paredes. Isolando quatro delas em qualquer uma das 4 paredes mostramos que o tamanho do quadrado não se alterava e mesmo tomando-as em linha reta ainda teríamos a mesma área.

4.3.2.2 Apresentação das obras dos artistas

Objetivo da atividade: Aproximar os alunos da cultura, em especial, dos artistas plásticos brasileiros. Também, quisemos com essa atividade, mostrar aos nossos alunos que a matemática extrapola o ambiente da sala de aula.

Tempo estimado: 4 aulas.

Materiais utilizados: Slides⁵⁵ com as obras dos artistas em estudos, notebook e retroprojeter.

Descrição da atividade:

1. Projeção das imagens;
2. Discussão simultânea à projeção sobre conceitos matemáticos presente em cada obra;
3. Professor segue roteiro (Anexo E);
4. Professor completa os conceitos não mencionados;
5. Alunos recebem uma lista de questionamentos para refletir em casa;
6. Discussão em grupo sobre os questionamentos, síntese das opiniões dos grupos;
7. Professor coloca no quadro a opinião de cada grupo por questão sobre cada questão;
8. Análise das respostas.

Exibimos uns slides (apêndice D) com obras de alguns artistas brasileiros Tarsila do Amaral, Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Hércules Rubens Barsotti e um artista alemão

⁵⁵ Encontram-se no apêndice D.

Dietmar Voorwold que trabalham arte com geometria. Foi um momento de muito envolvimento, embora alguns equívocos tenham sido cometidos pelos alunos. A cada artista, a cada tela eles eram solicitados a olhar e em seguida ressaltar elementos geométricos vistos por eles naquela tela. Pedíamos inclusive que fossem até à tela e nos apontasse o que a obra nos falava (diagonais, triângulos, circunferência).

Exploramos bastante as telas de Dietmar Voorwold pois a maioria de suas obras nos remetia aos conceitos círculos, circunferência e esse foi um ponto onde eles tiveram um aproveitamento insatisfatório no teste de sondagem. Alguns dos trabalhos desse artista nos possibilitaram explorar conceito de sequência, fizemos isso com a pinha (vide figura 18, p. 60).

Nessa atividade, os conceitos de retas paralelas, retas concorrentes, ângulos retos, círculos e circunferências, círculos tangentes e concêntricos, paralelogramo, quadrados, retângulos, trapézios eram bastante nítidos e quando eles deixavam passar algum conceito nós os questionávamos na busca de que eles lembrassem e expressassem seus conhecimentos, ou pelo menos se arriscassem.

A escolha dos artistas para esse estudo foi um trabalho em conjunto com a professora de arte. As discussões sobre os conceitos matemáticos presentes nas obras apresentadas aconteceram durante a exibição e foram retomadas em aulas subsequentes com perguntas que direcionavam as discussões, enfatizamos que todas essas perguntas estão relacionadas às obras estudadas (APÊNDICE D). Seguem as perguntas:

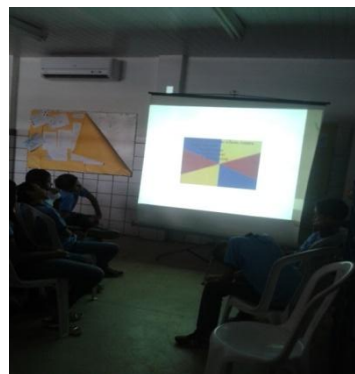
(a) O que determina o comprimento de uma circunferência?

–“O raio.”

(b) Vocês conseguem ver nessa obra alguma figura geométrica conhecida? Quais?

–“Sim. Trapézio, quadrado, triângulo.”

Figura 29 -Exibição da obra de Geraldo de Barros



Fonte: Autora, 2016.

(c) Posso afirmar que aquele triângulo é isósceles? Por quê?

–“*Sim. Tem dois lados iguais.*”

–“*Não tenho certeza.*”

Figura 30 - Exibição da obra de Geraldo de Barros



Fonte: Autora, 2016

(d) O que são diagonais?

–“*Uma linha que passa no meio do retângulo.*”

Para essa resposta, não dizíamos que estava errada pra não inibi-los. Porém, continuávamos questionando. “Pelo meio de que forma?” Na horizontal, na vertical? Até que alguém, pelo menos, falasse de um canto ao outro ou deslizesse o dedinho na tela mostrando o percurso. Então voltávamos a falar que diagonal era um segmento de reta que une vértices opostos, e dessa vez era a professora que deslizava com o dedo na tela mostrando esses segmentos de retas.

Foram deixados para casa outros questionamentos que trabalhamos, em grupo, na aula seguinte. São eles:

(a) Se aumentarmos as medidas dos lados de um quadrilátero, o que será afetado nos demais elementos?

Respostas consideradas corretas:

–“*As diagonais ficarão grandes e a altura também.*”

–“*Suas diagonais ficarão maiores.*”

–“*Ficará mais comprida.*”

–“*Ficarão grandes os lados e a altura*”

Respostas consideradas erradas:

–“*As diagonais ficarão maiores e a altura não se altera.*”

–“*Ficará um retângulo só que mais grosso.*”

(b) Se aumentarmos a diagonal de um quadrilátero o que acontecerá com os lados?

Respostas consideradas corretas:

–“Os lados continuarão paralelos mas aumentarão de tamanho.”

–“Eles ficarão maiores.”

–“Os lados também aumentarão.”

–“Ficarão grandes os lados e a altura.”

Resposta considerada errada:

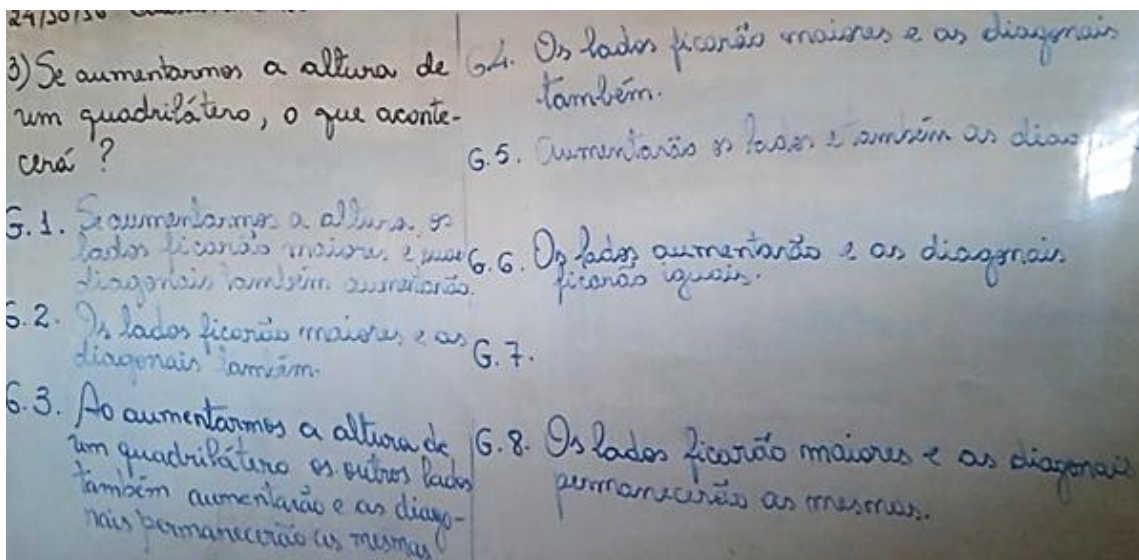
–“Ficará muito grande e não vamos entender a forma.”

Fico imaginando se ele pensou num aumento tão grande que extrapolasse a folha do caderno e não comportasse isso na cabeça dele. Ou, será que ele fez alguma relação com algum desenho animado?

(c) Se aumentarmos a altura de um quadrilátero, o que acontecerá?

Embora a pergunta pareça incompleta, a intenção foi de deixá-los livres com os seus pensamentos.

Figura 31 - Imagem do quadro com as respostas dos grupos.



Fonte: Autora, 2016.

Respostas consideradas certas:

–“Se aumentarmos a altura os lados ficarão maiores e suas diagonais também aumentarão.”

–“Os lados ficarão maiores e as diagonais também.”

Respostas consideradas erradas:

–“Ao aumentarmos a altura de um quadrilátero os outros lados também aumentarão e as diagonais permanecerão as mesmas.”

–“Os lados ficarão maiores e as diagonais permanecerão as mesmas.”

As respostas a essas perguntas eram elencadas no quadro, da forma como eles diziam e no final fazíamos uma análise e consertávamos os enganos. Fazíamos, inclusive, alguns esboços de quadriláteros semelhantes para que percebessem que aumentando a altura os lados e diagonais aumentariam proporcionalmente.

Ainda sobre a apresentação dos slides fizemos alguns questionamentos individuais.

(d) O que, na sua opinião, define o comprimento de uma circunferência?

–“O que faz a circunferência ficar maior ou menor é o raio.”

Aqui não tivemos variações. Havíamos discutido muito no dia anterior no momento da apresentação das obras de Dietmar Voorwold. As obras que selecionamos nos remetia quase o tempo todo o raio, círculos concêntricos, circunferências e simetria.

(e) O que são círculos concêntricos?

Respostas consideradas certas:

–“São aqueles que dividem o mesmo centro”

–“Dividem o mesmo centro.”

Resposta considerada errada:

–“Círculos ligados uns aos outros que se concentra em cada circunferência.”

Aqui quando perguntamos o que ele quis dizer com essa resposta percebemos que o pensamento desse aluno estava correto, porém, a escrita estava confusa.

(f) Qual é a diferença entre círculos e circunferências?

Respostas consideradas certas:

–“Círculo é o conjunto dos pontos do plano e a circunferência é vazia como um anel, o círculo é a circunferência reunida com a região interna. Ela é cheia como uma moeda.”

–“O círculo é cheio igual a uma moeda e a circunferência é vazia igual ao aro da cesta de basquete.

(g) Você pode me dar exemplos de alguma construção onde você tenha visto o uso de círculos ou circunferências?

Respostas consideradas certas:

–“Garrafa, copos, tigela”

–“Uma janela, uma caixa d’água.”

A janela a que ele se referiu são aqueles vitrais de igrejas e templos. Tem uma imagem dessas no livro adotado pela escola.

–“Uma antena.”

O foco das discussões neste momento eram as obras exibidas, mas com o intuito de manter acesa essa relação da matemática em toda parte inclusive na construção arquitetônica, que também constitui uma arte, lançamos esta questão da letra (g) para a qual eles relacionaram não apenas com a construção arquitetônica como também com utensílios e outros objetos.

Passemos agora para outra oficina também norteada pelas obras exibidas só que aqui nos prendemos às obras de Beatriz Milhazes e Dietmar Voorwold, pois em suas obras as formas circulares são bastante exploradas.

4.3.2.3 Raspagem

Objetivo da atividade: Trabalhar os conceitos matemáticos círculo, circunferência, raio, círculos concêntricos e círculos tangentes.

Tempo estimado: 3 aulas.

Materiais utilizados: folhas de papel A4, caixas lápis de cor giz cera e tampas com diâmetros diferentes.

Descrição da atividade:

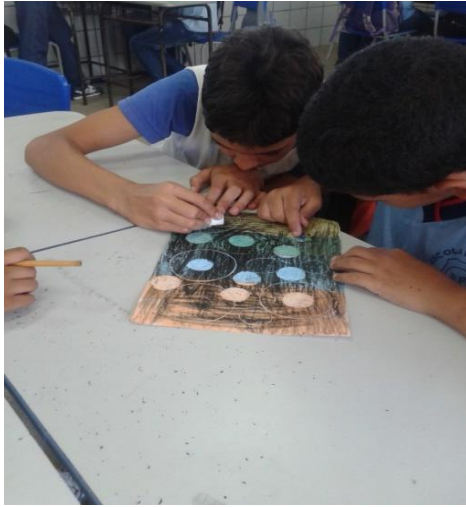
1. As folhas e as caixas de lápis são distribuídas para as duplas;
2. Distribuição das tampas de diâmetros diferentes;
3. Explicações sobre a atividade;
4. Discussão sobre os conceitos geométricos trabalhados por eles.

Os alunos usaram a técnica de raspagem para fazer um trabalho inspirados em Beatriz Milhazes e Dietmar Voorwold. Essa técnica consiste em colorir com giz cera o papel A4 com diversos tons na forma que desejar. Sugerimos que fizessem retângulos, cada um de um tom. Em seguida deve-se cobrir todo o papel com giz cera preto, por fim raspa-se a superfície pintada com a tampa da caneta já dando a forma da arte desejada.

Essa atividade foi desenvolvida em grupo e eles deviam escolher para desenhar, posições relativas entre duas ou mais circunferências. Para fechar a atividade, cada grupo era convidado a expor seu trabalho, pontuando o que continha naquela arte que já havíamos estudado. Nosso intuito era também desenvolver a oralidade. Como alguns grupos apresentavam certa dificuldade nessa fase, nós completávamos os trabalhos, explorando os conceitos como, simetria, círculos concêntricos, círculos tangentes e circunferência.

A seguir exibimos alguns trabalhos das turmas:

Figura 32 - Raspagem



Fonte: Autora, 2016.

Figura 33 - Raspagem



Fonte: Autora, 2016.

Comentamos anteriormente que esta oficina teve como norte as obras de Beatriz Milhazes e Dietmar Voorwold. Esta nossa escolha foi em função do resultado do teste de sondagem, no qual observamos que muitos alunos se equivocaram quanto à identificação do que era círculo e circunferência. Ao término desta atividade, o que observamos é que os equívocos já não aconteciam.

Passemos agora para a oficina que foi desenvolvida pela professora de arte, mas também tivemos o estudo dos conteúdos matemáticos ali presentes.

4.3.2.4 Construção do mosaico

Objetivo da atividade: Explorar as figuras geométricas planas e o conceito de simetria utilizando-se da arte.

Tempo estimado: 2 aulas.

Os materiais utilizados: papel A4, lápis de cor e régua.

Descrição da atividade:

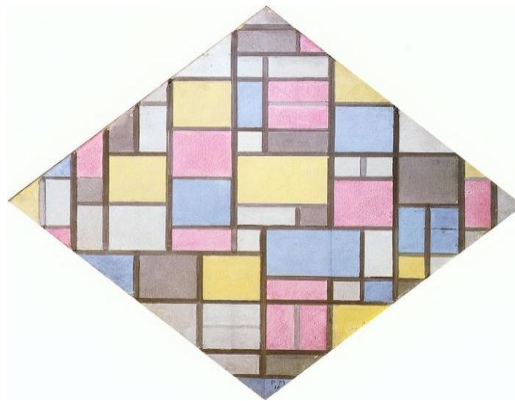
1. Distribuição do material por grupo;
2. Explicação sobre a atividade, nesse momento apresenta a obra de Modrian;
3. Analisar os polígonos usados nomeando,

Para o item 3 desta atividade os alunos deveriam anotar para a apresentação: os nomes dos polígonos usados, ângulos, posições relativas entre retas e outros pontos que julgassem importantes.

Na aula da disciplina de arte os alunos foram convidados a construir, em grupo, um mosaico. Antes, porém, explicamos para eles que mosaicos são composições feitas com figuras geométricas e mostramos o exemplo do livro didático (vide figura 30, p. 87).

Ao término da atividade os alunos eram solicitados a expressarem, verbalmente, os polígonos, se as construções eram simétricas ou quaisquer outros elementos geométricos que utilizaram na confecção daquela arte. Por fim, o professor concluía enfatizando conceitos ali presentes, que eles tinham deixado de mencionar. Os ângulos eram quase não mencionados.

Figura 34 - Composição com Grade VII, de Piet Mondrian, 1919. Óleo sobre tela.



Fonte: <https://br.pinterest.com/andreatardin/mondrian/>

Observamos que os alunos se empenharam na construção desses mosaicos. Esses são algumas das produções:

Material produzidos pelos alunos.

Figura 35 - Mosaicos



Fonte: Autora, 2016.

Figura 36 - Mosaicos

Fonte: Autora, 2016.

Como já havíamos trabalhado as figuras planas nas atividades anteriores, a identificação dos polígonos usados, bem como as simetrias presentes nos trabalhos deles já aconteceu com mais facilidade.

4.3.2.5 Pintura em tela

Objetivo da atividade: Explorar elementos geométricos como simetria e polígonos. Construir uma tela tendo como inspiração as obras⁵⁶ de um dos cinco artistas plásticos estudados e aproximar os alunos da cultura.

Tempo estimado: 5 aulas.

Materiais utilizados: Slides sobre as obras dos artistas em estudo, retroprojeter e notebook, telas 20 cm x 20 cm, tinta para tecido de cores diversas.

Descrição da atividade:

1. Trabalha-se a biografia dos artistas;
2. Apresentação das obras;
3. Análise;
4. Distribuição dos materiais por equipe;
5. Construção da obra (releitura) por cada equipe;
6. Analisar a geometria presente nas obras.

Esta oficina foi mediada pela professora de arte, apenas o item 6 foi trabalhado pela professora de matemática. A metodologia utilizada pela professora de arte foi *aproposta triangular*, que consiste em três abordagens para se construir conhecimento em arte: *contextualização histórica, apreciação artística e o fazer artístico*. Para essa análise não foi

⁵⁶ As obras analisadas encontram-se no apêndice D.

solicitado das equipes que fizessem anotações e sim observassem, conversassem entre os membros para em seguida apresentar para a turma.

O que observamos é que a identificação dos nomes dos polígonos, círculos, circunferências foram bem assimilados. Noutro momento nós professoras diretamente envolvidas neste projeto nos reunimos para avaliarmos dois aspectos: se a obra estava dentro do tema e sua beleza. Junto com a apresentação formamos uma nota para cada dupla.

A professora de arte apresentou novamente os slides com as obras de Tarsila do Amaral, Rubens Barsotti, Geraldo de Barros, Beatriz Milhazes e Dietmar Voorwold. Pela segunda vez eles apreciaram os trabalhos daqueles artistas só que dessa vez sob um outro olhar, do estético, do temporal e histórico. Deles, foi solicitado que, em dupla, fizessem uma releitura do que viram. Antes porém, foi trabalhada com os alunos a biografia de cada artista envolvido nessa atividade.

As telas foram pintadas na aula de arte. Depois de prontas, na aula de matemática, pedimos aos alunos que identificassem os elementos geométricos usados na confecção das mesmas.

Figura 37 - Pintura sobre tela



Fonte: Autora, 2016.

Figura 38 - Pintura sobre tela



Fonte: Autora, 2016.

Estas são dois exemplares das obras de arte dos nossos alunos. O uso de linhas que dão a ideia de paralelas, os paralelogramos e pentágonos foram os conceitos usados na primeira tela, já na segunda a ideia de profundidade e semelhança foram motivadas por Tarsila do Amaral.

4.3.2.6 Origami

Objetivo da atividade: Explorar e retomar os conceitos matemáticos referentes a figuras geométricas planas e espaciais (diagonais, faces, vértices, arestas, triângulos, quadrados, trapézio, paralelogramo e simetria). Todos esses conceitos aparecem na construção dos origamis.

Tempo estimado: 5 aulas.

Os materiais utilizados: papel A4 de cor branca, rosa, azul e amarela.

Descrição da atividade:

1. Distribuição do material;
2. Professor pergunta se alguém na sala sabe o que é origami e se alguém sabe fazer algum;
3. Professor explica para a turma o que é origami, qual o que será confeccionado e como funcionará a confecção;
4. Dá as instruções e vai chamando a atenção para os conceitos geométricos que vão surgindo.

Origami

Arte de construir objetos com dobraduras de papel. Alguns origamis são confeccionados em módulos para depois montar, outros são construídos com uma única folha

quadrada. As possibilidades de utilização desse material na exploração dos conteúdos de geometria são grandes. A cada dobra, determinadas figuras planas vão se configurando. São quadrados, triângulos, pentágonos dentre outros. Também é possível explorar conceitos como diagonais, ângulos, arestas, faces e vértices, semelhança e simetria. O trabalho com origami também proporciona uma visão tridimensional dos sólidos em estudo.

Temos a seguir algumas das construções dos nossos alunos: cubo, triângulo em 3D, o beija-flor e a estrela de cinco pontas.

Figura 39 - Cubo em origami



Fonte: Autora, 2016.

Figura 40 - Estrela de cinco pontas e o beija-flor produzidos pelos alunos



Fonte: Autora, 2016.

Figura 41 - Triângulo em 3D



Fonte: Autora, 2016.

De acordo com Rego e Gaudêncio (2003, *apud* RANCAN, 2011, p. 19),

O Origami pode representar para o processo de ensino/aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que o cercam.

É um momento onde os alunos, além de aprenderem com o lúdico, desenvolvem suas habilidades motoras, concentração e trabalho em equipe, visto que para os origamis modulares priorizamos a construção em grupos.

Como enfatiza Rego, Rego e Gaudêncio Junior (2003, *apud* NASCIMENTO e MATUMOTO, 2012, p.8),

[...] em atividades interdisciplinares da Matemática com a Arte o uso do origami permite, além do desenvolvimento da criatividade, o trabalho de experimentação com textura e cores, a bidimensionalidade, a tridimensionalidade, a exploração dos diversos usos do origami, do controle motor, do estudo das artes no Oriente e sua influência nas brincadeiras populares de todo o mundo e no refinamento estético, através das noções de proporção e harmonia.

E ainda, “o origami estimula a aprendizagem e facilita o conhecimento dos elementos geométricos, suas definições e nomenclaturas presentes em cada passo de sua confecção, além de possibilitar o estudo das figuras planas e espaciais”. (NASCIMENTO e MATUMOTO, 2012, p. 8).

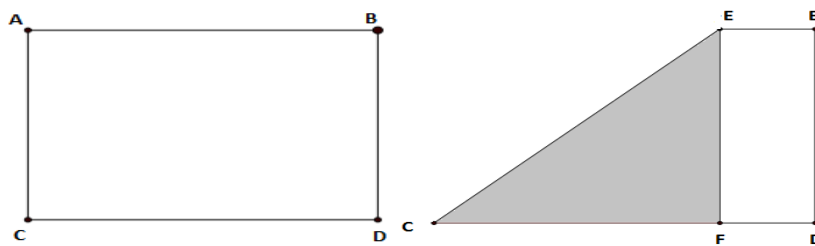
Nesta oficina ensinamos os alunos a construírem o cubo, a estrela de cinco pontas e o beija-flor e o triângulo em 3D. Dois alunos nos ensinaram a fazer o shuriken de oito pontas e o sapinho. Todos podem ser encontrados no youtube (endereços ANEXO B). Nesses dois últimos, a professora acompanhava as instruções e analisava os conceitos geométricos presentes em cada passo.

Para a execução dos origamis, as instruções eram repassadas passo a passo para os alunos. Fazíamos isso em dois momentos: primeiro, as instruções eram repassadas para toda a sala, que já estava dividida em grupo. Eles acompanhavam e tentavam reproduzir, demorávamos mais nesse primeiro momento porque além das instruções para a construção, fazíamos a descrição e questionamentos sobre as figuras que surgiam. No momento seguinte, o acompanhamento era por equipe, principalmente para aqueles que não conseguiram realizar o passo a passo. Contamos aqui com o apoio dos alunos mais desenvolvidos de cada equipe para nos ajudar na atividade, pois eles próprios se encarregavam de ensinar aos demais. Isso nos permitiu dar mais atenção àqueles alunos com maior grau de dificuldade e ao mesmo tempo observarmos o espírito colaborativo, o entusiasmo, a verbalização do conteúdo em cada equipe.

A seguir detalharemos os passos para construção de um módulo para montagem do cubo:

1. Devemos pegar uma folha quadrada. Caso ela seja retangular, precisamos quadrá-la, trazendo o vértice A ao encontro do segmento de reta CD, determinando os pontos E sobre o segmento AB e F, no segmento CD de tal forma que o ângulo C de (90°) seja dividido ao meio. Veja que obtivemos um trapézio retângulo formado por um triângulo retângulo e um retângulo de mesma altura. Em seguida recortamos o retângulo EBF D.

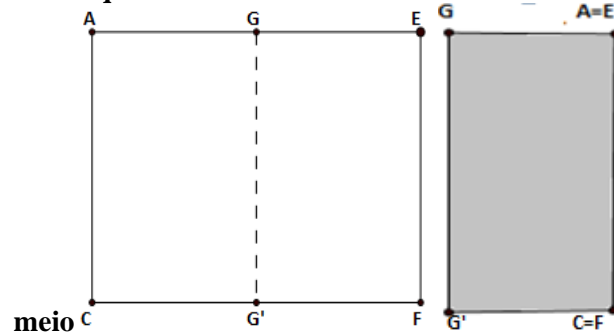
Figura 42 - A folha de papel no formato retangular e a folha sendo quadriculada.



Fonte: Autora, 2017.

2. Ao abrimos, teremos o quadrado AECF, dobramos ao meio e vincamos. Obtemos então dois retângulos congruentes onde G e G' são os pontos médios de AE e CF, respectivamente.

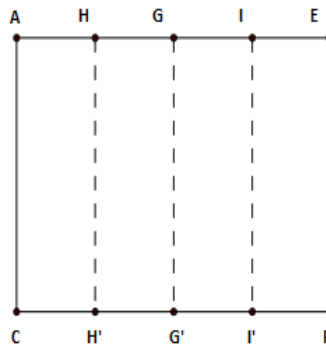
Figura 43 - A folha quadrada vincada ao meio e a mesma folha dobrada ao



Fonte: Autora, 2017.

3. Abrimos e dobramos novamente cada metade ao meio, definimos 4 retângulos congruentes. Levamos então o segmento de reta AC sobre o segmento GG' e o segmento EF ao segmento GG'. Formando os segmentos HH' e II'.

Figura 44 - A folha com 4 vincos a uma mesma distância uns dos outros.



Fonte: Autora, 2017.

4. Na figura 44 temos os 4 retângulos. Esse segmento de reta GG' no retângulo ACEF é o eixo de simetria e quando sobreposmos os retângulos faz coincidir GG' com AC. (Vide figura 45)

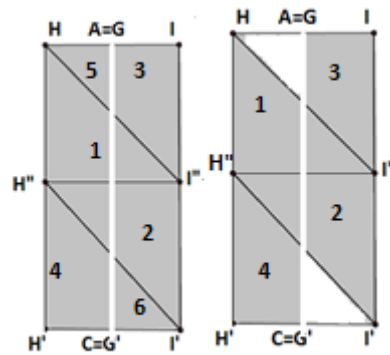
Figura 45 - A folha fechada com a sobreposição dos retângulos



Fonte: Autora, 2017.

5. Marcamos com uma dobra as diagonais dos dois quadrados. Esses dois segmentos, HI'' e $H''I'$ ficam paralelos. Vemos então nessa etapa o paralelogramo $HI''I'H''$ (formado pelos triângulos 1 e 2), triângulos retângulos (1, 2, 5, 6 e os formados pelas partes 3-5 e 4-6) e trapézios (3 e 4), além dos dois eixos de simetria. Observem que na figura 46 (lado direito) os triângulos menores (5 e 6) foram dobrados para dentro.

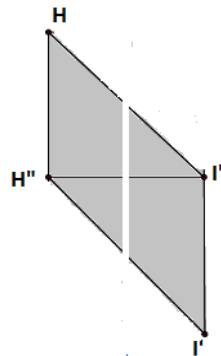
Figura 46 - A folha fechada com os vincos das duas paralelas (diagonais figura à esquerda) e a folha com os triângulos menores dobrados para dentro da folha (figura à direita)



Fonte: Autora, 2017.

6. Em seguida encaixamos o triângulo retângulo HII'' e o triângulo retângulo $H''H'I'$ por dentro dos triângulos 1 e 2, respectivamente então obtemos um paralelogramo.

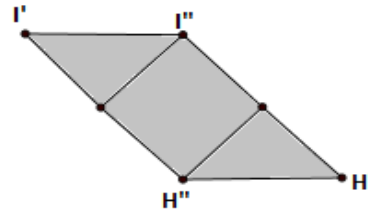
Figura 47 - A folha com os dois triângulos maiores encaixados.



Fonte: Autora, 2017.

7. Viramos o paralelogramo e vincamos definindo dois triângulos retângulos congruentes, que serão as partes de encaixe e um quadrado.

Figura 48 - O paralelogramo acima visto pelo verso.

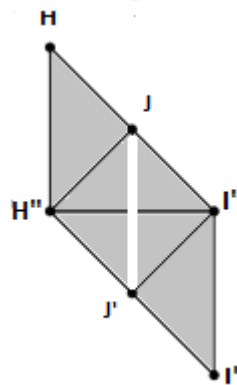


Fonte: Autora, 2017.

8. Viramos novamente a peça anterior e obtemos essa que é uma peça para montar o cubo. São necessárias 6 peças iguais a essa.

Observem que nesta peça podemos identificar dois triângulos retângulos maiores ($HH''I''$ e $H''I''I'$), 4 triângulos retângulos menores ($HH''J$, $JH''I''$, $H''J'I''$, $I''J'I'$) também congruentes, as diagonais JJ' e $H''I''$ do losango ($H''J'I''J'$), os ângulos entre estas diagonais que são retos por se tratar de um quadrado ou losango.

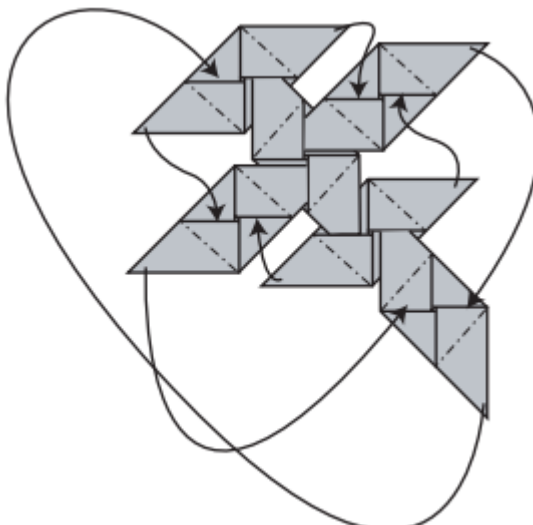
Figura 49 - O paralelogramo, módulo para montagem do cubo em origami.



Fonte: Autora, 2017.

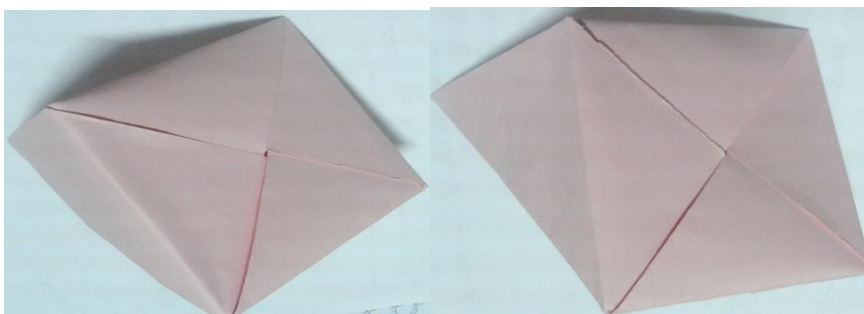
As peças ou módulos se encaixarão como se apresenta no esquema da figura abaixo.

Figura 50 - Esquema de encaixe dos módulos.



Fonte: GAIO; PESQUITA; RAFAEL 2011, p. 5.

Figura 51 - Dois módulos em origami para montagem do cubo



Fonte: Autora, 2017.

Figura 52 - Cubos em origami



Fonte: Autora, 2017.

Outros vídeos com o passo a passo para montagem dos outros origamis confeccionados nas oficinas encontram-se no (ANEXO B).

4.3.2.7 Planificação

Objetivo da atividade: Entender que os sólidos geométricos são construídos a partir da junção de várias figuras planas.

Tempo estimado: 2 aulas.

Os materiais utilizados: 1 kit com 20 poliedros planificados.

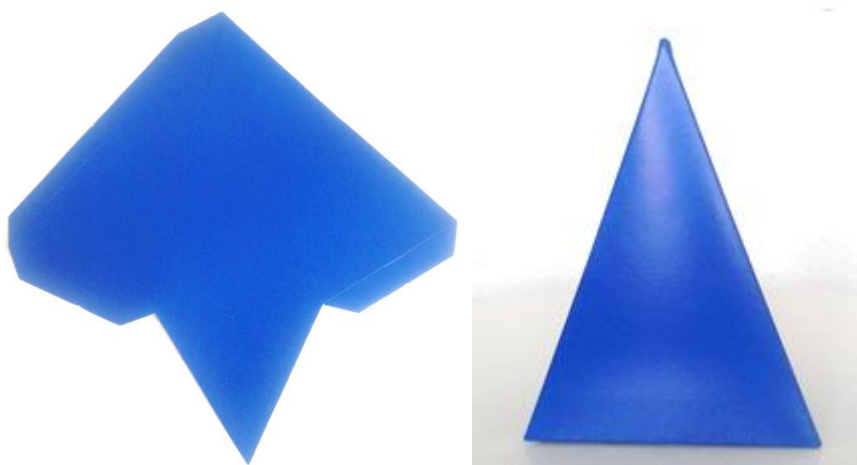
Descrição da atividade:

1. Distribuição de duas planificações por equipe;
2. Analisar os polígonos na planificação;
3. Dizer a quais poliedros pertencem àquelas planificações;
4. Montar os poliedros;
5. Confirmar ou não a hipótese;
6. Professor comenta acrescentando o que não foi mencionado.

Com a turma dividida em grupos entre 3 a 4 alunos, distribuímos alguns sólidos planificados e pedimos que cada grupo identificasse os polígonos que compunham aquela planificação para na sequência dizer a qual sólido geométrico ela se referia. Em seguida, pedimos que dobrassem nas marcas e montassem o poliedro. E então verificávamos se o poliedro formado coincidia com o dito pelo grupo.

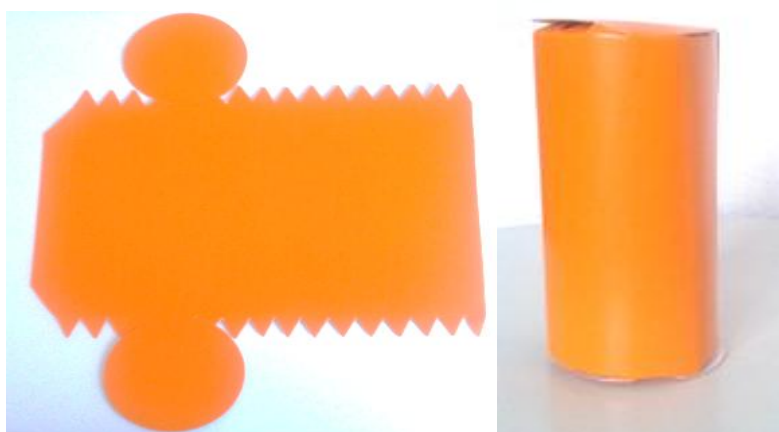
Utilizamos um kit contendo 20 peças, dentre elas prismas (retos e oblíquos), pirâmides, corpos redondos (cilindro, cone), tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. As peças vêm com as marcações (vincadas) para que, depois de analisados os polígonos que os constituem, os alunos possam dobrar e montar os sólidos geométricos, com a utilização de cola. A seguir apresentamos duas dessas planificações e o poliedro após a montagem:

Figura 53 - Planificação de uma pirâmide de base triangular e sua forma espacial.



Fonte: Autora, 2016

Figura 54 - Planificação de um cilindro e sua forma espacial.



Fonte: Autora, 2016.

Relacionar a figura planificada a sua forma tridimensional não foi uma tarefa simples para alguns. Percebemos que há a necessidade de fazermos mais essa transição do plano para o espacial, como também do espacial para o plano. Estas duas ações serão melhores exploradas na oficina seguinte.

4.3.2.8 Construção dos sólidos geométricos

Objetivo da atividade: Explorar melhor os conceitos sobre figuras planas (triângulo equilátero, quadrado, pentágono regular), ângulos, faces, vértices e arestas, tipos de sólidos.

Tempo estimado: 2 aulas para confeccionar os esqueletos de poliedros e 2 aulas para os sólidos de Platão.

Materiais utilizados: 1,5 kg de jujubas, 3 caixas de palitos de dentes, 15 copos plásticos, guardanapos para a primeira oficina, 2 folhas de papel paraná, 1 saquinho de ligas de borracha colorida, grampeador, tesouras, régua para a segunda oficina.

Descrição da atividade:

Primeira oficina: Esqueletos de poliedros.

1. Dividir a turma em grupos com no máximo 4 alunos.
2. Distribuir copos com jujubas, guardanapos para forrar a mesa e os palitos de dentes.
3. Pedir às equipes para que construam sólidos geométricos (pirâmides, prismas), construir um para exemplificar.
4. Após a confecção as equipes devem apresentar indicando: nome do sólido geométrico, número de faces, vértices e arestas, informar o nome dos polígonos que compõe o poliedro.

Segunda oficina: Sólidos ou poliedros de Platão.

1. Dividir a turma em equipe com quantidade de alunos variando em função da complexidade do poliedro, por exemplo, para confecção do icosaedro 10 alunos, para o dodecaedro 6 alunos.
2. Os alunos observam a figura do poliedro na pesquisa que realizaram sobre poliedros de Platão.
3. Professor mostra como fazer o molde de cada polígono que será utilizado, por exemplo, o quadrado e o pentágono confeccionados com origami. Para o molde do triângulo equilátero utilizar régua e compasso.
4. Após a confecção os alunos seguem um roteiro para apresentação: nome do poliedro, número de faces, vértices e arestas e nome do polígono das faces.

Nesta atividade os alunos bolsistas participaram orientando os alunos nas dúvidas que surgiam durante a confecção, embora tenha sido a primeira vez deles neste tipo de construção.

Sólidos de Platão

Figura 55 - Sólidos de Platão produzidos pelos alunos



Fonte: Autora, 2017

Antes de falarmos sobre os sólidos ou poliedros de Platão, convém sabermos o que são poliedros. Para Dante (2014, p. 183),

Cada poliedro é formado pela reunião de um número finito de regiões poligonais planas chamadas **faces** e a região do espaço limitada por elas. Cada lado de uma dessas regiões poligonais é também lado de um única região poligonal. A intersecção de duas faces quaisquer é um lado comum, ou é um vértice, ou é vazia. Cada lado de uma região poligonal comum a exatamente duas faces é chamado **aresta** do poliedro. E cada vértice de uma face é um **vértice** do poliedro.

Os poliedros são classificados em poliedros convexos definidos quando traçamos uma reta ligada a dois pontos, tem duas de suas faces interceptadas. E os poliedros não convexos são aqueles que quando traçamos uma reta ligada a dois pontos, tem mais de duas faces interceptadas.

Os poliedros de Platão possuem características em comum, como é o caso do tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Conta-se que Platão, que, além de matemático, era também filósofo, relacionava esses sólidos geométricos com a construção do Universo, associando o tetraedro ao fogo, o cubo a terra, o octaedro ao ar, o icosaedro à água e o dodecaedro ao Cosmos. Platão acreditava que foi a partir da combinação desses elementos que o Universo foi feito. (BRASIL ESCOLA, 2017)

Segundo Dolce e Pompeo (1985, p. 126),

Um poliedro é chamado de Platão, se e somente se, satisfaz as três seguintes condições: (a) todas as faces têm o mesmo número (n) de arestas, (b) todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número (m) de arestas, (c) vale a relação de Euler ($V - A + F = 2$). [...] Existem cinco, e somente cinco, classes de poliedro de Platão.

Depois de definirmos o que são sólidos platônicos, apresentaremos como realizamos a construção e os passos das atividades.

Essa construção se deu em dois momentos distintos. Num primeiro momento, por atraso na chegada do material solicitado (papel paraná), a oficina foi desenvolvida com a

construção dos esqueletos dos sólidos geométricos com palito de dente e jujubas. Esse foi o plano B.

Construímos esqueletos de pirâmides, cubos, prismas. A turma foi dividida em grupos com três ou quatro alunos. Primeiro, foi dada a explicação de como seria a atividade; em seguida, para ilustrar, foi construído para eles uma pirâmide de base triangular.

Cada equipe tinha que vir à frente apresentar suas duas construções destacando nome, número de arestas, de vértices e de faces. Houve uma certa confusão nesse momento. Alguns expositores trocaram vértice por aresta e aresta por face. Finalizamos essa atividade apresentando novamente duas das construções deles e solicitamos uma redação na qual deveriam responder a pergunta: *o que você aprendeu sobre geometria plana e espacial?* A pergunta se referia à atividade daquele dia, dessa forma poderíamos avaliar melhor sobre o que haviam aprendido com aquela atividade.

Num segundo momento, já de posse do material pensado inicialmente, fizemos outra oficina para construir os cinco sólidos de Platão. Nessa oficina, percebemos que o envolvimento da turma foi bem acentuado. Desta vez foi possível trabalharmos os conceitos pretendidos com mais clareza.

Iniciamos com a construção dos moldes. Para o quadrado, usamos a arte do origami. Pegamos um papel A4 e transformamos num quadrado, que ficou grande para aquilo que pretendíamos por isso, tomamos o retângulo da sobra, da primeira dobradura e repetimos a ação. (Vide figura 42, p. 96)

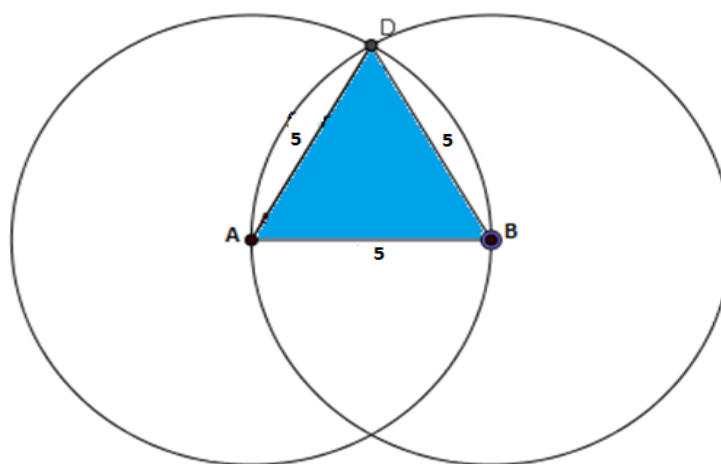
Para construirmos o triângulo equilátero, recorreremos à régua e compasso, os alunos já conheciam régua e compasso, pois no momento em que realizamos atividade do livro, apresentamos para eles tais instrumentos e ensinamos como utilizar.

Descrição dos passos para a construção de um triângulo equilátero Segundo Caminha (2013, p. 28):

1. Marque um ponto arbitrário A no plano.
2. Com a abertura do compasso igual a l , centre-o em A e construa o círculo de centro A e raio l .
3. Marque um ponto arbitrário B sobre tal círculo.
4. Com a abertura do compasso igual a l , centre-o em B e construa o círculo de centro B e raio l .
5. Denotando por D qualquer uma das interseções dos dois círculos traçados, construímos um triângulo ABD, equilátero e de lado l .

Sendo assim, seguindo as instruções acima e adotando l igual a 5 centímetros, marcamos um ponto arbitrário A no papel, com a abertura do compasso igual a 5cm, centramos em A e construímos um círculo de raio 5cm e centro A. Em seguida, marcamos um ponto arbitrário B sobre este círculo. Com a abertura do compasso igual a 5cm, centrado em B construímos um círculo centrado em B e raio 5cm. Em uma das interseções, chamemos de ponto D. ligando os ponto A e B ao ponto D obtivemos o triângulo equilátero de lado 5cm (vide figura 56).

Figura 56 - Construção do triângulo equilátero de lado 5cm



Fonte: Autora, 2017.

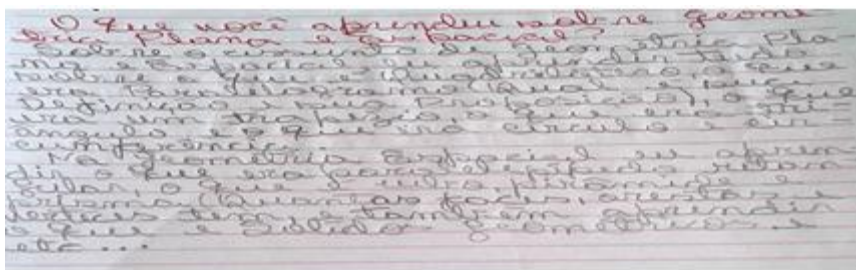
Para o pentágono regular⁵⁷, recorreremos novamente à arte do origami, pois julgamos ser mais fácil para os alunos compreenderem ao invés da construção com régua e compasso. O pentágono regular fica determinado, usando dobradura, nos primeiros passos da confecção da estrela de cinco pontas. Seguimos então, com os cortes e montagem dos sólidos.

Depois de confeccionados, pudemos verificar ângulos, quantidade de faces, arestas, vértices de cada um desses cinco poliedros e os polígonos que os formavam. A avaliação nesta oficina foi realizada a partir das observações durante o processo de construção além da apresentação sobre os conceitos acima observados. *Interação na equipe e entre equipes, conhecimento compartilhado, realização da atividade.*

⁵⁷ Link do vídeo disponível em: <https://youtu.be/CmeOGqwJigM>. Acesso em: 20/05/17.

Algumas redações após a confecção dos esqueletos de poliedros

Figura 57 - Redação 1

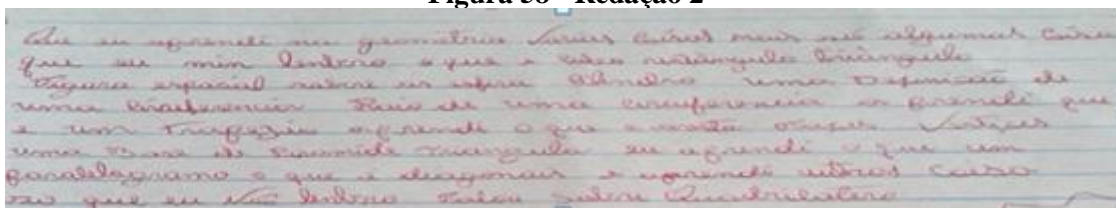


Fonte: Autora, 2016.

“Sobre o assunto de Geometria Plana e Espacial, eu aprendi tudo sobre o que é quadrilátero, o que era paralelogramo (Qual é sua definição e sua proposição), o que era um trapézio, o que era triângulo e o que era círculo e circunferência.

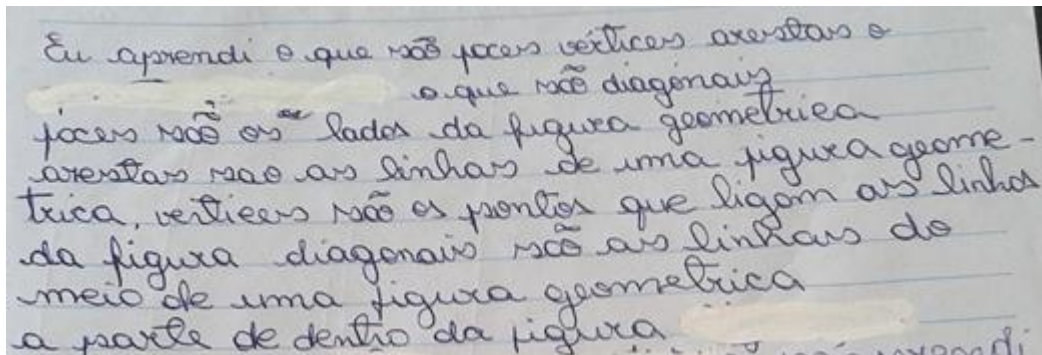
Na Geometria Espacial eu aprendi o que era paralelepípedo retangular, o que é um cubo, pirâmide e prismas (Quantas faces, arestas e vértices tem e também aprendi o que é sólidos geométricos e etc...”

Figura 58 - Redação 2



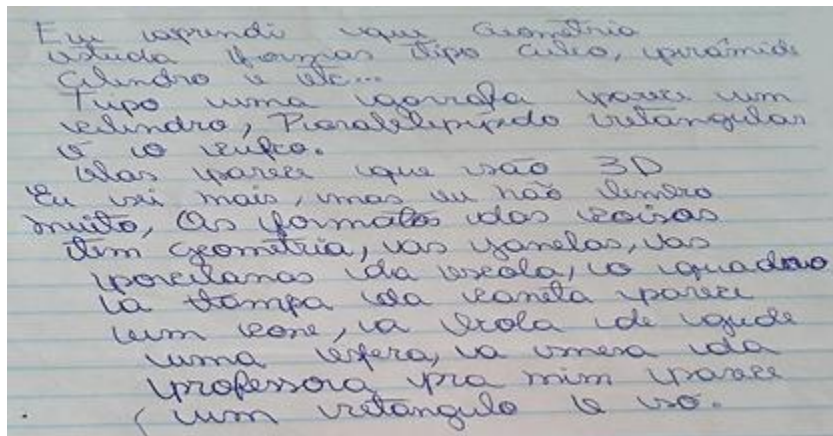
Fonte: Autora, 2016.

“Que eu aprendi na Geometria várias coisas mais só algumas coisas que eu mim lembro o que é cubo retângulo triângulo. Figura espacial sobre a esfera cilindro uma definição de uma circunferência Raio de uma circunferência aprendi o que é um trapézio aprendi o que é arestas faces e vértices uma Base de Pirâmide Triangular eu aprendi o que é um paralelogramo o que é diagonais e aprendi outras coisa só que não lembro falou sobre quadrilátero.”

Figura 59 - Redação 3.

Fonte: Autora, 2016.

–“Eu aprendi o que são faces, vértices arestas o que são diagonais faces são os lados da figura geométrica arestas são as linhas de uma figura geométrica, vértices são os pontos que ligam as linhas da figura diagonais são as linhas do meio de uma figura geométrica a parte de dentro da figura.

Figura 60 - Redação 4.

Fonte: Autora, 2016.

–“Eu aprendi que Geometria estuda formas tipo, cubo, pirâmide, cilindro e etc...Tipo uma garrafa parece um cilindro, paralelepípedo retangular é o cubo. Elas parece que são 3D. Eu sei mais, mas eu não lembro muito, os formatos das coisas tem geometria, nas janelas, nas porcelanas da escola, no quadro, a tampa da caneta parece um cone, a bola de gude uma esfera, a mesa da professora pra mim parece um retângulo e só.”

Para estas redações, pedimos que eles escrevessem sobre o que haviam aprendido na oficina *esqueletos de poliedros*, no entanto, alguns se referiram também as outras oficinas.

Oficina dos sólidos de Platão com papel paraná e esqueletos de poliedros com jujubas

Figura 61 - Dodecaedro



Fonte: Autora, 2016.

Figura 62 - Tetraedro



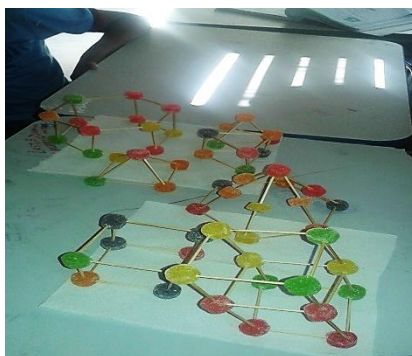
Fonte: Autora, 2016.

Figura 63 - Os sólidos de Platão.



Fonte: Autora, 2017.

Figura 64 - Os esqueletos de poliedros com palitos de dente e jujuba.



Fonte: Autora, 2017.

Durante a realização dessas oficinas, após passar as instruções, ficávamos de longe observando como as equipes estavam desenvolvendo as tarefas. Liderança, cooperação, compreensão do que precisava fazer, conhecimentos compartilhados eram pontos observados. Só intervínhamos quando percebíamos o repasse de alguma informação incompleta ou quando nos solicitavam.

Ficamos felizes em ver o entrosamento entre os membros das equipes. A disponibilidade daquele que sabia mais em dividir o conhecimento adquirido com os outros, causou-nos satisfação em presenciar a desenvoltura dos nossos alunos naquela construção, desenvoltura essa que por vezes não é mostrada nas aulas habituais.

Do ponto de vista da teoria construtivista de Vygotsky, os alunos líderes (liderança natural) foram os mediadores para levar os outros alunos do nível de desenvolvimento proximal ao nível de desenvolvimento real.

Na oficina *sólidos de Platão*, a equipe que construiu o icosaedro, ao término da construção percebeu uma deformação no sólido. O motivo que levou à deformação desse poliedro passou despercebido pela professora, no entanto, foi identificado pelo aluno que estava orientando os outros da equipe. O caso é que depois de construído mais parecia com um pandeiro do que com um icosaedro. O fato é que no lugar de 5 triângulos existiam 6 por isso a deformação. Daí a importância das atividades em grupo, pois à luz da teoria da zona de desenvolvimento proximal um colega de sala também pode assumir o papel de mediador.

Durante as realizações das oficinas tivemos o cuidado de explorar um ponto que acreditamos crucial para aprendizagem em matemática: a exposição do pensamento por meio da *escrita* e a *oralidade*. Escrever ajuda a organizar o pensamento, faz refletir sobre o objeto em estudo, desenvolve a argumentação, sugere a necessidade de leitura e pesquisa, melhora a aprendizagem não só matemática.

Depois de descrevermos como aconteceu cada uma das oficinas, apresentação e exploração das obras, pintura em tela, tangram, planificação, origami, sólidos de Platão e esqueletos de poliedros, bem como os conteúdos geométricos abordados, passemos agora para o capítulo 5 que tratará da exposição de todo material produzido durante o desenvolvimento deste projeto.

5 EXPOSIÇÃO DO MATERIAL PRODUZIDO

A exposição dos trabalhos aconteceu no dia 10/01/2017 e foi aberta à comunidade escolar por sugestão das professoras de arte, português, inglês e da coordenadora da escola que fizeram parte da organização. A exposição ficou assim dividida: um *stand* “sólidos de Platão”, onde ficaram os poliedros confeccionados com papel paran; *stand* “telas produzidas pelos alunos”, onde expusemos informaes sobre Tarsila do Amaral, Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Dieitmar Voorwold e Hrcules Rubens Barsotti e as telas produzidas pelos alunos; um *stand* com as obras resultantes das oficinas “raspagem e mosaicos” e um *stand* para os “origamis” neste os visitantes tiveram a oportunidade de interagir confeccionando o sapinho ou shuriken em origami. Do mesmo modo, tnhamos alunos ensinando como produzir uma arte usando a tcnica da raspagem.

Contamos com as visitas das outras turmas dos sextos anos, stimos, oitavos e nonos anos. Para alguns dos alunos visitantes, a exposio foi um momento de relembrar pois, no ano anterior tiveram a oportunidade de experienciar algumas dessas oficinas.

No dia que antecedeu  exposio, observando toda preparao dos grupos para exposio, vamos os alunos repassando as anotaes sobre o que iam expor e os ensaios das equipes revelavam a partilha de conhecimento.

5.1 Depoimentos

Os depoimentos so bons “*feedbacks*”/termmetros para avaliarmos se nosso trabalho alcanou os resultados almejados para podermos traar metas para o prximo ano letivo.

Optamos por fazer a avaliao da aprendizagem por meio das observaes, acompanhando os alunos em cada oficina. Observando o engajamento, a interao entre os membros dos grupos e entre os grupos, a partilha de saberes, os materiais gerados e a desenvoltura dos alunos durante a exposio do materiais.

Chamou-nos ateno o fato de que, algumas mes que costumam levar suas filhas  escola, vendo-nos naquela euforia da organizao para exposio, perguntou  coordenadora: *eles vo ter aula hoje?* A coordenadora respondeu: *elas esto tendo aula. Eles esto organizando os trabalhos desenvolvidos nas aulas de matemtica e arte.  uma aula diferente.*

Tivemos o cuidado de falar para os pais que desenvolveramos esse trabalho, tendo eles, inclusive, assinado o termo livre de consentimento. Percebemos que alguns pais auxiliaram seus filhos em casa em algumas atividades. Porm,  compreensvel que essas

mães tenham feito esse questionamento, já que, para alguns, o desenvolvimento de trabalhos desse tipo possa parecer “enrolação”.

A seguir alguns depoimentos dos alunos sobre todo desenvolvimento do trabalho incluindo a exposição, para isso eles seguiram um roteiro de perguntas. Classificamos os alunos como aluno A, aluno B, aluno C e aluno D.

Alunos dos sextos anos

Figura 65 - Depoimento aluno A

Figura 66 - Depoimento aluno B

1) Você acredita que aprendeu mais geometria com as aulas expositivas ou com o desenvolvimento do projeto, ou seja, desenvolvendo aquelas atividades?
Eu aprendi mais com o desenvolvimento do projeto. Porque tinha novos assuntos sobre a Geometria e também porque eu acho que eu aprendi mais com o projeto.

2) O que mais lhe chamou a atenção durante a exposição de ontem?
Foi mais um chamado a atenção na exposição de ontem por os Sólidos de Platão, porque chama muita atenção com suas faces e também porque nos desenvolvemos essas atividades montando os sólidos de Platão.

Como você avalia a aula de ontem?
Avalio como um novo aprendizado para os alunos, nos aprendemos sobre os Sólidos de Platão e a Geometria, e isso é muito bom que nos estamos aprendendo um novo assunto de Matemática que é a Geometria.

Você conseguiu aprender algo?
Eu consegui aprender sobre os sólidos de Platão e também sobre os Sólidos de Platão.

1) Você acredita que aprendeu mais geometria com as aulas expositivas ou com o desenvolvimento do projeto, ou seja, desenvolvendo aquelas atividades?
- Sim, porque a gente aprende muito e se desenvolve mais nas aulas e conhecer mais geometria plano e se desenvolver mais para fazer e a conexão os alunos as pinturas e o que eles fizeram a gente aprendendo como desenhar no chão com pedras fugi criatividade e a conexão, criar, pensar, fazer, e quando passar as coisas.

2) O que mais lhe chamou a atenção durante a exposição de ontem?
- Me chamou muita atenção foi os desenhos de Deus e as coisas - muito legal, mesmo é muito interessante.

3) Como você avalia a exposição? Foi muito legal queira que seja mais e muito legal as professoras gostam muito e a gente ficou muito feliz e querendo mais.

4) Você conseguiu aprender algo? Sim, aprendi sim e fiquei muito feliz as pinturas dos pontos e tudo mais e muito legal a narração e legal.

Qual a parte da sequência didática que você mais gostou? Por que das pinturas e das esquetes porque é muito bom de pinturas e cada coisa bonita e as coisas legais muito bom.

Figura 67 - Depoimento aluno C

Figura 68 - Depoimento aluno D

1) Você acredita que aprendeu mais geometria com as aulas expositivas ou com o desenvolvimento do projeto, ou seja, desenvolvendo aquelas atividades?
Eu aprendi desenvolvendo atividades para o projeto.

2) O que mais lhe chamou a atenção durante a exposição de ontem?
Tudo o que chamasse atenção mais desde minha infância eu me lembro de Sólidos de Platão, esquetes de sólidos e a pintura.

3) Como você conseguiu aprender algo?
Pensando na sala de aula mas aprendi melhor na exposição.

4) Você conseguiu aprender algo?
Sim, aprendi sobre qualquer coisa que as pessoas.

1) Você acredita que aprendeu mais geometria com as aulas expositivas ou com o desenvolvimento do projeto, ou seja, desenvolvendo aquelas atividades?
Sim, com o desenvolvimento do projeto. Porque, tinha coisas que eu não consegui aprender na sala de aula e eu aprendi no projeto com a ajuda dos meus amigos e professores.

2) O que mais lhe chamou a atenção durante a exposição de ontem?
A narração e as pinturas. Eu prefiro a Beatriz. Porque, ela que tem o conselho de chamar, as obras são todas tão bonitas que fica difícil escolher.

3) Como você avalia a aula de ontem?
Foi bom demais, porque eu aprendi mais sobre as atividades.

4) Você conseguiu aprender algo? Sim, eu aprendi sobre esquetes de sólidos, o que é narração e as coisas.

Fonte: Autora, 2017.

Seguem as perguntas norteadoras destes depoimentos:

1. Você acredita que aprendeu mais geometria com as aulas expositivas ou com o desenvolvimento do projeto, ou seja, desenvolvendo aquelas atividades?

Aluno A. *Eu aprendi mais com o desenvolvimento do projeto. Porque tinha novos assuntos sobre a Geometria e também porque eu acho que aprendi mais com o projeto.*

Aluno B. *Sim porque a gente aprende muito e se desenvolve mais pra falar e conhecer mais Geometria plana e se desenvolve mais pra falar e conhecer as pinturas e o que eles fizeram a gente aprende como desenhar no chão com pedras fazer criatividade e conhecer, criar, pensar, fazer, e querer fazer as coisas.*

Aluno C. *Eu aprendi desenvolvendo atividades para o projeto.*

Aluno D. *Sim com o desenvolvimento do projeto. Porque tinha coisas que eu não consegui aprender na sala de aula e eu aprendi com o projeto com a ajuda dos meus amigos e professores.*

2. O que mais lhe chamou a atenção durante a exposição de ontem?

Aluna A. *“O que mais me chamou a atenção na exposição de ontem foi os sólidos de Platão, porque chama muita atenção com suas formas e também porque nós desenvolvemos nossas criatividade montando os sólidos de Platão.”*

Aluna B. *“O que me chamou atenção foram os desenhos de todos os artistas muito legal mesmo é muito sucesso.”*

Aluna C. *Tudo mim chamou atenção mais uque mim interessou mais foi Sólidos de Plantão, esqueletos de poliedros e a pintura.*

Aluno D. *A raspagem e as pinturas. Eu prefiro a Beatriz Milhazes do que Tarsila do Amaral. As obras são todas tão bonitas que fica difícil escolher.*

3. Como você avalia a aula de ontem?

Aluna A. *Eu avalio como um novo aprendizado para nós alunos, nós aprendemos sobre os Sólidos de Platão e a Geometria, e isso é muito bom, porque nós estamos aprendendo um novo assunto sobre a Matemática que é a Geometria.*

Aluna B. *Foi muito legal quero que tenha mais é muito legal e as professoras gostaram muito e a gente ficou muito feliz e queremos mais.*

Aluna C. *Praticando na sala de aula mas aprendi melhor na exposição.*

Aluno D. *Foi bom demais, porque aprendi mais sobre os artistas.*

4. Você conseguiu aprender algo?

Aluna A. *Sim. Eu consegui aprender sobre os origâmes, sobre as telas e também sobre os sólidos de Platão.*

Aluna B. *Sim, aprendi sim o esqueleto é muito legal as pinturas dos pintores e tudo mais é muito legal a raspagem é legal.*

Aluna C. *Aprendi uque expliquei para as pessoas.*

Aluno D. *Sim, eu aprendi o que é esqueleto de poliedros, o que é raspagem e arte.*

Alunos bolsistas que acompanharam o desenvolvimento do projeto

Bolsista 1. No primeiro dia da oficina observei que os alunos estavam apreensivos, mas após a professora explicar como seriam realizadas as oficinas, eles ficaram tranquilos e bastante entusiasmados, mas como sempre havia alunos que não mostravam nenhum interesse de participar. Porém, quando a professora começou a realizar as oficinas, todos participaram e, com o passar do tempo alguns alunos começaram a fazer algumas perguntas com o objetivo de obter um bom desempenho, pois eles sabiam que todo o seu trabalho realizado durante as oficinas iria ser exposto para todas as turmas. Enfim, quando chegou o dia da exposição era notável o nervosismo no rosto de cada um, mais também a carinha de alegria por estarem fazendo parte de algo. Uma das coisas que me chamou atenção foi como eles estavam unidos para que desse tudo certo, um ajudando o outro. Com a realização das oficinas, pude observar que os alunos começaram a fazer relações significativas, entre o que se foi trabalhado e o seu cotidiano, além de reconhecer e construir objetos matemáticos, imagem, etc.

Bolsista 2. A proposta feita pela professora baseava-se numa concepção de oficina descrita como um “agente de formação”, de modo que se possa contribuir de forma mais significativa para a formação do aluno, mostrando que a teoria e a reflexão coexistem. Colocando à prova a teoria posta em sala de aula, esclarecendo e dando mais sentido a determinado conteúdo, difundindo uma concepção de matemática como instrumento de inserção social e integração com outras disciplinas.

A oficina proposta pela professora abrangeu também a disciplina de artes, onde os alunos fizeram uma exposição com alguns temas, sólidos de Platão, origami, desenho por raspagem e quadros de artistas brasileiros como Tarsila do Amaral, houve uma entrega de uma boa parte das duas turmas, se dedicaram a aprender pra realizar uma boa oficina, por exemplo: teve um aluno que aprendeu um origami diferente para mostrar na exposição.

O contato com a prática não deve ser interpretado como espaço de treinamento mecanizado, de mera repetição do que já foi visto em sala de aula. Ele é uma oportunidade de

crescimento do aluno, além de ser um importante instrumento de integração entre teoria e prática.

Depoimentos das Professoras que visitaram a exposição com seus alunos

Outros professores visitaram a exposição acompanhando os alunos das turmas onde estavam e relataram o que acharam daquele momento de aprendizagem, porém selecionamos apenas o depoimento de duas professoras. Estes depoimentos também compuseram os instrumentos avaliativos deste projeto.

Professora 1. O projeto de matemática envolveu outras ciências. Estimulou e despertou a percepção dos alunos a conjugar na prática os verbos: montar, criar, dobrar, executar. E, ainda, permitiu aos alunos, professores e visitantes a imaginar, a dar vida, através das cores, formas e movimento, tanto aos seres vivos, como os inanimados, também. Parabéns a todos pela iniciativa, dedicação e compromisso com a educação dos nossos pequenos.

Professora 2. Acredito que os alunos aprendem mais na interdisciplinaridade e que no dia da exposição puderam constatar que o conhecimento é um todo, é que apenas o dividimos em partes apenas por uma questão didática.

Diálogo entre alunos dos sextos anos durante a oficina dos sólidos de Platão

_ *“Por que ele está assim parecendo um pandeiro?”* Referia-se ao icosaedro.

O outro respondeu – *“É porque tem triângulos de mais nessa parte de cima”*

_ *“Porque não está ficando bom?”* Ele se referia ao octaedro, as arestas dos polígonos não encaixava com a outra.

Um da equipe respondeu:

_ *“Os triângulos são menores.”*

Nesse momento a professora intervinha e explicava que as arestas precisavam ser todas iguais, por isso ele é chamado de polígono regular. E era necessário também que todos os triângulos fossem iguais (congruentes).

Após apresentação dos depoimentos, exibiremos algumas fotos da exposição.

5.2 Fotos durante a exposição

Foto 69 - Alunos de outras turmas visitando a exposição.



Fonte: Autora, 2017.

Foto 70 - Shuriken, estrela de cinco pontas, cubos, triângulo em 3D, chapéu.



Fonte: Autora, 2017.

Figura 71 - Cubos, sapinhos, triângulo em 3D, barquinhos, confeccionados com dobraduras de papel.



Fonte: Autora, 2017.

Figura 72 - Pintura em tela



Fonte: Autora, 2017.

Figura 73 - Pintura em tela e mosaicos.



Fonte: Autora, 2017.

Figura 74 - Esqueletos dos sólidos geométricos com palitos de dente e bolas de isopor.



Fonte: Autora, 2017.

Para a exposição os esqueletos foram confeccionados com palitos de dente e com bolas de isopor ou com jujubas.

Figura 75 - Sólidos de Platão confeccionado com papel paraná.



Fonte: Autora, 2017.

Figura 76 - Pintura em tela, mosaicos e raspagem.



Fonte: Autora, 2017.

Estas são algumas imagens que mostram o resultado dos trabalhos dos nossos alunos realizados nas oficinas.

Inicialmente para desenvolver o conteúdo, usamos o livro didático e aplicamos um instrumento (teste de sondagem) no formato tradicional para avaliarmos a aprendizagem dos alunos, onde verificamos que alguns conceitos foram pouco assimilados. Posteriormente realizamos as oficinas e utilizamos outros instrumentos avaliativos. Utilizamos a observação, como principal instrumento, no entanto, outros foram usados, citamos, por exemplo, os momentos de discussão-reflexão, apresentação dessas discussões orientadas pelos

questionamentos que fazíamos de forma verbal ou escrita, as redações solicitadas em alguns momentos e os depoimentos.

Cada um desses instrumentos teve objetivo de desenvolver habilidades que acreditamos serem importantes no processo ensino e aprendizagem. Estas habilidades foram a escrita, a oralidade, a argumentação, a desenvoltura, o espírito colaborativo.

Apesar de pouco utilizada como instrumento avaliativo, a observação faz parte dos instrumentos indicados pela Secretaria Estadual da Educação do Estado de Alagoas conforme PORTARIA SEDUC Nº 1.325/2016, § 3º São sugestões de instrumentos avaliativos: I - Observação; II - Pesquisa; III - Debate; IV - Paine!; V - Seminário; VI – Auto avaliação; VII - Prova; VIII - Portfólio/Dossiê.

Ainda de acordo com a SEDUC o instrumento observação é definido como sendo “a análise do desempenho do aluno em fatos do cotidiano escolar ou em situações planejadas” e tem por função “obter mais informações sobre as áreas afetiva, cognitiva e psicomotora”, (anexo A).

Portanto, a avaliação se deu de forma processual. Em todos os momentos, desde as oficinas até a exposição, observamos e fizemos alguns registros sobre os quesitos: participação individual, atitudes proativas, liderança, espírito colaborativo, execução da atividade proposta ao grupo e envolvimento. Segundo Mendes (2009, p. 163)

[...] As novas tentativas [para avaliar] implementadas em alguns países vêm acompanhadas da introdução de novos métodos de avaliação que incluem o desenvolvimento de projetos como atividade de sala de aula, investigações em grupos e portfólios, entre outras técnicas. [...] É necessário, entretanto, que os professores adaptem essas perspectivas de avaliação à sua prática avaliativa, ocasionando enfim, possíveis mudanças na sua ação docente.

Usamos, portanto, a avaliação como parte do processo de ensino e de aprendizagem. Com esse tipo de avaliação, imprimimos duas atitudes distintas da que habitualmente praticamos quando avaliamos a aprendizagem apenas no final do processo. A primeira, foi que a avaliação não foi um fim em si mesma e por isso ocorreu em todas as fases. A segunda, foi que como parte do processo ela serviu como base para realimentar esse mesmo processo.

A avaliação pode, portanto, ser considerada como uma parte integrante do processo de ensino-aprendizagem, na qual ensino e avaliação são concebidos como dois componentes interconectados de um sistema único, não havendo assim, momentos ou trabalhos com uma importância especial para efeitos de avaliação. As tarefas avaliativas devem, ao mesmo tempo, gerar novas oportunidades de aprendizagem e construir fontes de informações essenciais tanto para o professor como para o aluno. (MENDES, 2009, p. 168)

Foi nessa perspectiva de entrelaçar os processos de ensino, aprendizagem e avaliação que desenvolvemos esse trabalho.

O que observamos nos depoimentos dos nossos alunos, nas atitudes de engajamento, de estudo em grupo, as falas deles durante o desenvolvimento das oficinas e durante a exposição foi que, com a realização desta proposta metodológica a aprendizagem deles ficou muito mais consistente. Certamente estes alunos, por terem tido esta experiência de construção do saber a partir da experiência concreta e a reflexão sobre elas conseguiram autonomia para prosseguir com mais tranquilidade os estudos sobre geometria nos anos que se seguem.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No nosso trabalho, procuramos mostrar mais uma possibilidade de estratégia didática para o ensino de geometria nas turmas de 6^{os} anos. Para tanto, lançamos mão da prática da interdisciplinaridade e, assim sendo, desenvolvemos o nosso trabalho em conjunto com a professora da disciplina de arte. Optamos por desenvolver um trabalho que propiciasse não apenas o estudo da geometria mas, o estudo da geometria por meio das artes. Usamos a arte milenar dos origamis e oficinas e trouxemos artistas brasileiros e um alemão cujos trabalhos refletem a interação da arte com geometria. Nesse segmento de artes, os nossos objetivos eram mostrar que a presença da geometria vai além das construções arquitetônicas, bem como criar ou suscitar essa aproximação com a cultura.

Por vezes pensamos que a aprendizagem acontece, de fato, quando nossos alunos apresentam bons resultados em testes aplicados após algumas exposições, sejam elas de que forma forem. Durante este trabalho, aprendemos que a aprendizagem acontece quando percebemos que pelo menos um aluno muda de comportamento, durante ou no término de uma determinada estratégia didática quer seja com jogos, oficinas ou rodas de discussões.

Percebemos com satisfação o engajamento, a participação e o desabrochar de alunos que eram introvertidos até a aplicação desta sequência didática. Uns se envolveram mais nas oficinas de origamis, outros se deliciaram pintando as telas, outros com a oficina de raspagem e outros ainda, com a oficina de sólidos de Platão. Houve também aqueles que se identificaram com alguns dos artistas em foco.

Vimos com isso que o uso de várias estratégias didáticas abordando o mesmo conteúdo, favorecem o atendimento às necessidades de um grupo maior de alunos.

Embora já faça parte da postura de alguns professores, durante o desenvolvimento das atividades trabalharemos a reflexão, utilizamos mais ainda esse “recurso” no desenvolvimento desse trabalho. Acreditamos que estimular o comportamento dos porquês trará ganhos, a longo e médio prazo, na formação desses estudantes.

Todavia, nos deparamos com algumas dificuldades ao longo do nosso trabalho. Pontuamos, por exemplo, o fato de termos uma quantidade grande de alunos nas nossas salas.

Porém, os pontos positivos foram muitos: ressaltamos a princípio o efeito que as pinturas em tela causaram nos professores de arte dos outros turnos. Antes da exposição, enquanto as telas secavam na sala dos professores, eles se inspiraram no nosso trabalho e resolveram desenvolver essa atividade também à tarde. Outro ponto que destacamos foi o

envolvimento e empolgação das professoras de inglês e português que quiseram se envolver na organização da exposição dos trabalhos dos nossos alunos.

Percebemos que o processo colaborativo, entre professores de diversas áreas e coordenação na execução deste trabalho foi fortalecido. Apontamos também a participação nas oficinas, dos alunos que pouco participavam das aulas quando trabalhamos só com o livro didático, alguns quase nem falam. Foi necessário “provocá-los” muito para ouvir a voz destes, no entanto, durante as oficinas foram esses alunos que mais se envolveram, tomaram a liderança nas equipes por si só, apenas reforçamos essa postura tomada por eles. Ainda como ponto positivo, citamos o empenho de alguns alunos “líderes” em discutir nos grupos o conteúdo que seria exposto junto com os objetos por eles produzidos. Percebemos ali grande interação dada antes e durante as apresentações.

No que se refere aos conceitos geométricos explorados, essa aprendizagem podemos afirmar com segurança, baseando-nos nas respostas aos questionamentos durante as oficinas ou nas reflexões posteriores e nos resultados expostos no capítulo 5, que os processos de ensino e de aprendizagem aconteceram efetivamente, com eles e entre eles.

Nosso trabalho movimentou nossa escola de forma bastante positiva. A professora de português usará também as telas pintadas por nossos alunos, para que, com eles, produzam um outro trabalho o de construção de uma redação.

Como sabemos, não existe uma receita para ensinarmos, como também não há garantias de que esta ou aquela estratégia didática vá sempre funcionar. O que existe de fato é uma busca incessante, por parte de muitos professores, em buscar melhores caminhos para chegar ao objetivo almejado: a aprendizagem. Por isso, pesquisamos, aplicamos, refletimos, alteramos percursos, buscamos exemplos, adaptamos e voltamos a aplicar. Esperamos que este trabalho sirva de inspiração para outros professores.

Nosso trabalho nunca estava concluído de fato. Por várias vezes paramos para reavaliar se estávamos no caminho certo. A reflexão sobre nossas práticas pedagógicas devem fazer parte do nosso dia a dia. Mesmo não dispendo de tempo para pararmos e em grupo estudarmos, discutirmos, essa reflexão pode acontecer naquele momento em que você percebe que não conseguiu envolver a turma.

REFERÊNCIAS

- ABREU, Geysa Spitz Alcoforado de. A homogeneização do ensino secundário na década de 1930: estratégias de eficiência, racionalidade e controle. **Educar em Revista**. Curitiba, n. especial 2, p. 291-302, 2010. Editora UFPR. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/er/nspe2/18.pdf> . Acesso em: 21 de maio 2017.
- ALAGOAS. Secretaria da Educação. Portaria Seduc nº 1.325, de 11 de abril 2016. Estabelece a Sistemática de Avaliação da Aprendizagem da Rede Estadual de Ensino de Alagoas. Publicada no **Diário Oficial do Estado de Alagoas**, Maceió, 15 de abr. 2016. Disponível em: <www.educacao.al.gov.br>. Acesso em: 24 de mar.2017.
- ALMOULOUD, Saddo Ag et al. A Geometria no Ensino Fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, n. 27, p. 94-108, set/dez. 2004. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf>>. Acesso em: 03 de dez. 2016.
- ALVAREZ, Tana Giannasi;PIRES, Inara Martins.Uma nova didática para o ensino dematemática:o método heurístico e a reforma francisco campos.**GT: Educação Matemática** /n.19. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2003. Disponível em:<<http://www.26reuniao.anped.org.br/trabalhos/tanagiannasialvarez.rtf>>. Acesso em: 25 de mar. 2017.
- ANDRINE, Ávaro; VASCOCELLOS, Maria José. **Praticando matemática** 6º ano. 4ª ed.São Paulo: Editora do Brasil. 2015.
- BOZZANO, Hugo B.; FRENDA, Perla; GUSMÃO, Tatiane Cristina. **Arte em interação**. Volume único. São Paulo, 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Governo lança novo ensino médio, com escolas em tempo integral e nova proposta curricular**. 22 de setembro de 2016. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/39571-proposta-preve-flexibilizacao-e-r-1-5-bilhao-em-investimentos-em-escolas-de-tempo-integral>>. Acesso em: 04de jan. 2017.
- _____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática** (primeiro e segundo ciclos). Brasília, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 06 de jan. 2017.
- _____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática** (terceiro e quarto ciclos). Brasília, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/ensino-fundamental-de-nove-anos>>. Acesso em: 06 de jan. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino fundamental**. Brasília, 1998. Disponível em: <<http://www.portaleducacaopi.com.br/educacao-basica/ensino-fundamental-ii/pcn-parametros-curriculares-nacionais-do-6o-ao-9o-ano.>> Acesso: 05 de jan. 2017.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Ensino fundamental de nove anos: perguntas mais frequentes e respostas da secretaria de educação básica (SEB/MEC)**. Brasília, 2005. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/ensfund9_perfreq.pdf>. Acesso em: 06/01/17.

_____. **Guia de Livros Didáticos: PNLD 2011: matemática**. Disponível em: <www.fnnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download...pnld-2011-matematica. Acesso: 24 de jan. 2017.

_____. **Guia de Livros Didáticos: PNLD 2014: matemática**. Disponível em: <<http://www.fnnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld/item/4661-guia-pnld-2014>>. Acesso em: 24 de jan. 2017.

_____. **Diário Oficial da União**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=48601-mp-746-ensino-medio>. Acesso em: 9 abr. 2017.

CAMINHA, Antonio Muniz Neto. **Tópicos de matemática elementar: geometria euclidiana plana**. V. 2. 2ª Ed. Rio de Janeiro. SBM. 2013.

CARVALHO, Taís Luso. **Cubismo**. Disponível em: <<https://taislc.blogspot.com.br/2011/08/cubismo.html>>. Acesso em: 27 de dez. 2016.

CAVALCANTI, Lialda B.; ALMEIDA, André F. Ensino de matemática e educação ambiental. **Ciência em Foco**, UNICAMP- Campinas, p. 1 – 4, 2010. Disponível em: <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/cef/article/download/4490/3535>>. Acesso em: 20 de março 2017.

CENTURIÓN, Marília; JAKUBOVIC, José. **Matemática teoria e contexto**. São Paulo. Editora Saraiva. 2012.

CHAVES, Diego Romeira Cigaran. **A Matemática é uma arte: uma proposta de ensino explorando ligações entre arte e matemática**. Porto Alegre, 2008. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Dissertação de mestrado <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/23721/000743298.pdf>>. Acesso: 03 de dez. 2016.

COELHO, Luana; PISONI, Silene. Vygotsky: sua teoria e a influência na educação. **Revista e – Ped – FACOS/CNECOSório**. v. 2, n. 1, ago 2012. Disponível em: <http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/e-ped/agosto_2012/pdf/vygotsky_-_sua_teorica_e_a_influencia_na_educacao.pdf>. Acesso: 19 de jan. 2017.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Uma história concisa da matemática no Brasil**. Petrópolis: Vozes, 2008.

_____. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. In: **Educação e pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n1/a08v31n1.pdf>>. Acesso em: 26 de dez. 2016.

DANTE, Roberto Luiz. **Matemática contextos e aplicações**: ensino médio, v.2. 2 ed. São Paulo: Ática. 2014.

_____. **Tudo é matemática**: Ensino fundamental 6º ano. 3ª ed. São Paulo: Ática. 2011.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar geometria espacial** – posição e métrica. 4ª ed. São Paulo: Atual. 1985.

EBIOGRAFIA. Com. Disponível em: <https://www.ebiografia.com/tarsila_amaral>. Acesso em: 04 dez. 2016.

EBIOGRAFIA. Com. Disponível em: <https://www.ebiografia.com/tarsila_amaral>. Acesso em: 04 de dez. 2016.

ENCICLOPÉDIA ITAÚ CULTURAL. Disponível em: <<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/pessoa6490/geraldo-de-barros>>. Acesso em: 05 de dez. 2016.

ESCRITÓRIO DE ARTE. Com. Disponível em: <<https://www.escrioriodearte.com/artista/beatriz-milhazes/>>. Acesso em: 4 de dez. 2016.

_____. Disponível em: <<https://www.escrioriodearte.com/artista/tarsila-do-amaral/>>. Acesso em: 4 de dez. 2016.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp. 2004.

FERREIRA, Ana Célia da Costa. **Ensino da geometria no Brasil**: enfatizando o período do movimento da matemática moderna. PUC/PR. 2012. Disponível em: <<http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/painel/TCCI136.pdf>>. Acesso em: 16 de jan. 2017.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**. Ano. 3, n. 4, p. 1-16, 1995. Disponível em: <ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2561/2305>. Acesso em: 26 de jan. 2017.

GAIO, Anabela; PESQUITA, Idália; RAFAEL, Ilda. Origami Modular: dobragens em papel. **Associação de Professores de Matemática**: Centro de Recursos. Lisboa, set.2011. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/_SP28_4e6c6b7f69339.pdf>. Acesso em: 12/05/17.

GAY, Maria Regina Garcia. **Projeto araribá**: 6º ano. 4ª ed. São Paulo: Moderna. 2014.

GARRUTTI, Érica Aparecida; SANTOS, Simone Regina. A interdisciplinaridade como forma de superar a fragmentação do conhecimento. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, v. 4, n.2, 2004. Disponível em: <www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/ric/article/download/92/93>. Acesso em: 30 nov. 2016.

GASPAR, Maria Terezinha Jesus. Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico Em algumas civilizações e povos e a formação de professores. Tese de Doutorado. Rio Claro (SP). 2003.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **História do ensino da matemática no Brasil: uma introdução**. Universidade Federal de Minas Gerais-CAED- UFMG. Belo Horizonte. 2012. Disponível em: <<http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/historia%20do%20ensino%20da%20matemat%20ica.pdf>>. Acesso em: 06 de jan. 2017.

HYPENESS. Disponível em: <<http://www.hypeness.com.br/2014/06/elementos-da-natureza-se-tornam-impressionantes-artes-geometricas/>>. Acesso em: 05 de dez. 2016.
INFO ESCOLA. Disponível em: <<http://www.infoescola.com/biografias/tarsila-do-amaral/>>. Acesso em: 05 de dez. 2016.

KAKIZAKI, Emiko Yamanaka. **Análise e reflexão para uma aprendizagem significativa no estudo da geometria**. Paraná, 2000. Disponível em: <diadiaeducacao.pr.gov.br>. Acesso em: 29 de dez. 2016.

KULLIG, Jefferson. **Usenatureza**. Blog. Disponível em: <<http://blog.usenatureza.com/2014/07/artista-usa-elementos-da-natureza-para-criar-obras-de-arte/#sthash.fAA9Jlcb.dpuf>>. Acesso em: 05 de dez. 2016.

LORENZATO, Sérgio Aparecido. Por que não ensinar matemática. In: **A educação matemática em revista**. Blumenau SBEM. Ano III, n. 4, 1995, p. 3-13. Disponível em: <http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf>. Acesso em: 24 de dez. 2016.

_____. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: **Coleção de professores: O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3ª edição. São Paulo: Autores Associados. 2010.

MARTINS, Juliana; SANTOS, Viviane de Oliveira. Educação Matemática no Brasil: perspectiva de sua constituição e periodização. In: D'AMBROSIO, Beatriz Silva; MIARKA, Roger. (ORG.) **Clássicos na educação matemática brasileira: múltiplos olhares**. Campinas: Mercado de Letras, 2016. p. 71-126.

MAZZIEIRO, Alceu dos Santos; MACHADO, Paulo Antônio Fonseca. **Descobrimo e aplicando a matemática** 6º ano. 2ªed. Belo Horizonte: Editora Dimensão. 2015.

MENDES, Iran Abreu. Avaliação no ensino da Matemática In: **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2ª ed. Editora Livraria da Física. São Paulo. 2009.

NASCIMENTO, Adriana Vieira do; MATUMOTO, Luiza Takako. Trabalhando a geometria por meio do origami. In: **O professor e os desafios da escola pública paranaense**, v. 2. 2012. Disponível em: <www.diaadiaeducacao.pr.gov.br>. Acesso em: 26 dez. 2016.

PANAVELLO, Maria Regina. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica.** Dissertação de mestrado. Unicamp. 1989. Disponível em: <www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?down=vtls000045423>. Acesso em: 03 de dez. 2016.

PAVANELLO, Maria Regina. O abandono do Ensino de Geometria: Causas e Consequências. **Revista Zetetiké**7. Ano I, nº 1, 1993. Disponível em:<periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/download/8646822/13724>. Acesso em: 23 de dez. 2016.

PINTEREST: o catálogo de ideias do mundo todo. Disponível em:<<https://br.pinterest.com/andreatardin/mondrian/>>. Acesso em: 22 de jan. 2017.

PINTURABRASILEIRAS.com. Disponível em: <http://www.pinturabrasileira.com/artistas_bio.asp?cod=186&in=>>. Acesso em: 4 de dez. 2016.

PROENÇA, Marcelo Carlos de; PIROLA, Nelson Antonio. A formação de conceitos no ensino de matemática e física. Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio, in: CALDEIRA, Ama. (org.) **Ensino de ciências e matemática, II: temas sobre a formação de conceitos** [online]. São Paulo: Editora UNESP: São Paulo, 2009. 287 p. Disponível em: <<http://books.scielo.org>>. Acesso em: 30 de nov. 2016.

O que são poliedros de Platão? Disponível em: <<http://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-sao-poliedros-platao.htm>>. Acesso: 28 de jan. 2017.

RANCAN, Grazielle. **Origami e tecnologia: investigando possibilidades para ensinar geometria no ensino fundamental.** Dissertação de Mestrado. Editora Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul: Porto Alegre. 2011. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10923/3101>>. Acesso em: 24 de dez. 2016.

SANTOS-LUIZI, Carlos et al. Matemática e música: Sistematização de analogias entre conteúdos matemáticos e musicais. **Revista Portuguesa de Educação**, 2015, 28(2), pp. 271-293 © 2015, CIED - Universidade do Minho. Disponível em: <http://www.scielo.mec.pt/pdf/rpe/v28n2/v28n2a14.pdf>. Acesso em: 25 de maio 2017.

SENA, Rebeca Moreira; DORNELES, Beatriz Vargas. **Ensino de geometria: rumos da pesquisa (1991-2011).** *REVEMAT*. ISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 138-155, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p138>>. Acesso em: 23 de dez. 2016.

SOUSA, Rainer Gonçalves. "Torre de Pisa"; **Brasil Escola**. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/curiosidades/torre-pisa.htm>>. Acesso em 20 de maio de 2017.

SILVA, José Augusto Florentino da. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática: algumas considerações.** Universidade Católica de Brasília–UCB. Disponível em: <<http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/JoseAugustoFlorentinodaSilva.pdf>>. Acesso: 26 de jan. 2017.

TARSILA DO AMARAL. Disponível em: < <http://tarsiladoamaral.com.br/>>. Acesso em: 04 de dez. 2016.

ZAGO, Hellen da Silva; FLORES, Cláudia Regina. **Uma proposta para relacionar arte e educação matemática**. Disponível em: <<http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v13n3/v13n3a5.pdf>>. Acesso em: 10 de jan. 2017.

VALENTE, WAGNER RODRIGUES. Controvérsias sobre educação matemática no Brasil: Malba Tahan versus Jacomo Stávale. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. **Cadernos de Pesquisa**, n. 120, pp. 151-167, novembro, 2003. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/cp/n120/a09n120.pdf>>. Acesso em: 21 de fev. 2017.

APÊNDICE A – Termo de consentimento da instituição de ensino para a realização das atividades.

CONSENTIMENTO DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO PARA A REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES DO PROJETO INTITULADO “GEOMETRIA E ARTE”.

Eu _____, matrícula: _____, Diretora Geral da Escola Municipal de Ensino Fundamental Padre Pinho, situado à Rua Quebrangulo, S/N, em Cruz das Almas, Maceió, autorizo a Professora de Matemática, Erenilda Severina da Conceição Albuquerque, desta unidade de ensino a desenvolver atividades, nas turmas dos 6º anos (A, B e C) que resultarão numa dissertação para a conclusão do seu mestrado PROFMAT/UFAL.

Maceió, 22 de agosto de 2016.

APÊNDICE B - Termo de consentimento livre e esclarecido**Termo de Consentimento Livre e Esclarecido**

Eu, _____ pai (mãe) ou responsável legal do(a) estudante(a) _____, autorizo meu filho(a) a participar da pesquisa desenvolvida pela Prof^ª. Erenilda Severina da Conceição Albuquerque e orientada pela Prof.^a Dra. Viviane de Oliveira Santos, do curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal de Alagoas.

A pesquisa consistirá na realização de entrevistas, questionários, fotografias, intervenção pedagógica junto aos participantes do estudo e posterior análise dos dados.

A qualquer momento da realização desse estudo qualquer participante/pesquisado ou o estabelecimento envolvido poderá receber os esclarecimentos adicionais que julgar necessários. O sigilo das informações será preservado através de adequada codificação dos instrumentos de coleta de dados. Todos os registros efetuados no decorrer desta investigação serão usados para fins unicamente acadêmico-científicos e apresentados na forma de Dissertação, não sendo utilizados para qualquer fim comercial.

Em caso de concordância com as considerações expostas, solicitamos que assine este “Termo de Consentimento Livre e Esclarecido”. Desde já agradecemos sua colaboração e nos comprometemos com a disponibilização à instituição dos resultados obtidos nesta pesquisa, tornando-os acessíveis a todos os participantes.

Erenilda Severina da C. Albuquerque

Prof.^a. Pesquisadora

PROFMAT/UFAL

Prof.^a Dra. Viviane de Oliveira Santos

Orientadora

PROFMAT/UFAL

Maceió, ____/____/2016.

APÊNDICE C – Teste de sondagem aplicado com os alunos após o conteúdo ter sido trabalhado pelo livro didático

Escola Municipal de Ensino Fundamental Padre Pinho

Disciplina: Matemática

Professora: Erenilda Severina da Conceição Albuquerque

Teste de sondagem sobre o tema geometria plana e espacial

Nome : _____ N°: _____ Turma/Série: _____ Data: _____

- 1) Na sua opinião, o que são polígonos ?
- 2) O que são figuras geométricas planas?
- 3) Defina um quadrado .
- 4) Classifique as figuras abaixo como planas ou espaciais.









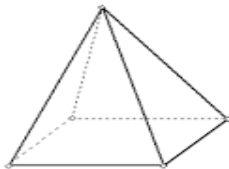
- 5) Nomeie as figuras abaixo

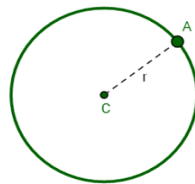












- 6) Qual é a principal diferença entre as figuras geométricas planas e as espaciais?
- 7) O que são arestas, vértices e faces?
- 8) O que são ângulos retos?
- 9) O que são diagonais de um polígono?

APÊNDICE D – Obras que foram exibidas e analisadas com os alunos.

Geometria e Arte: uma proposta metodológica para o ensino de geometria no sexto ano

- Apresentaremos nestes slides algumas obras dos artistas plásticos,
- Beatriz Milhazes, Geraldo de Barros, Hércules Rubens Barsotti, Dietmar Voorwold e Tarsila do Amaral.

A arte de Beatriz Milhazes

A mariposa (2004)



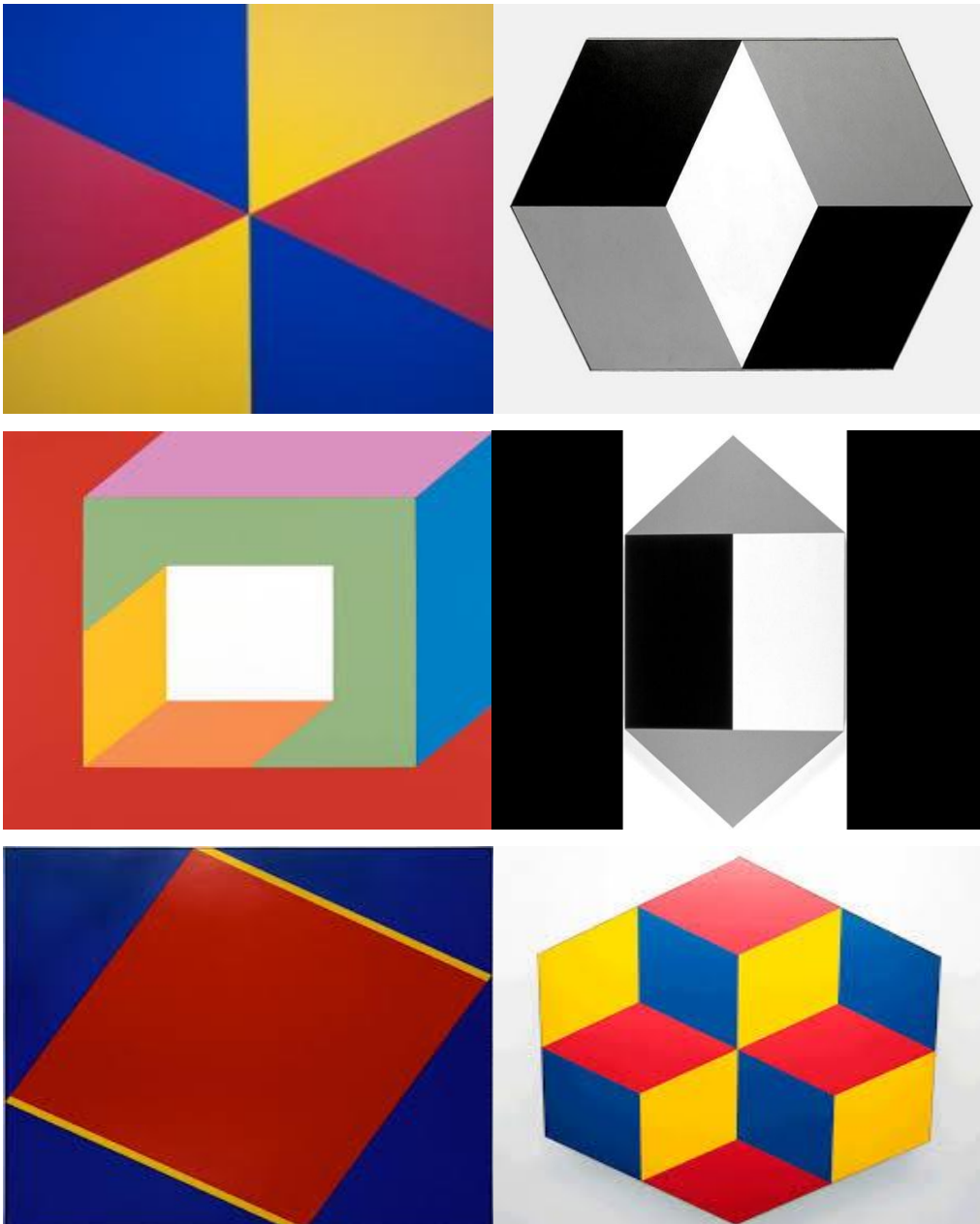
Folha de figo (2013)



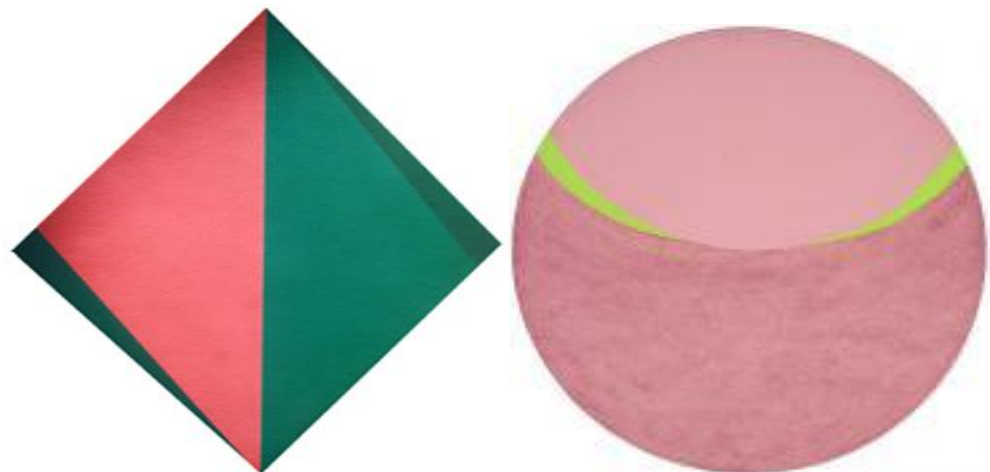
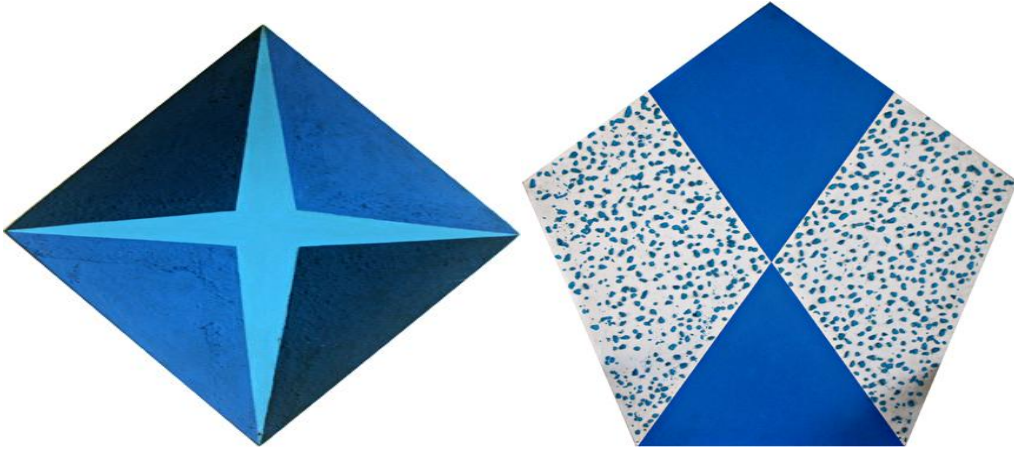
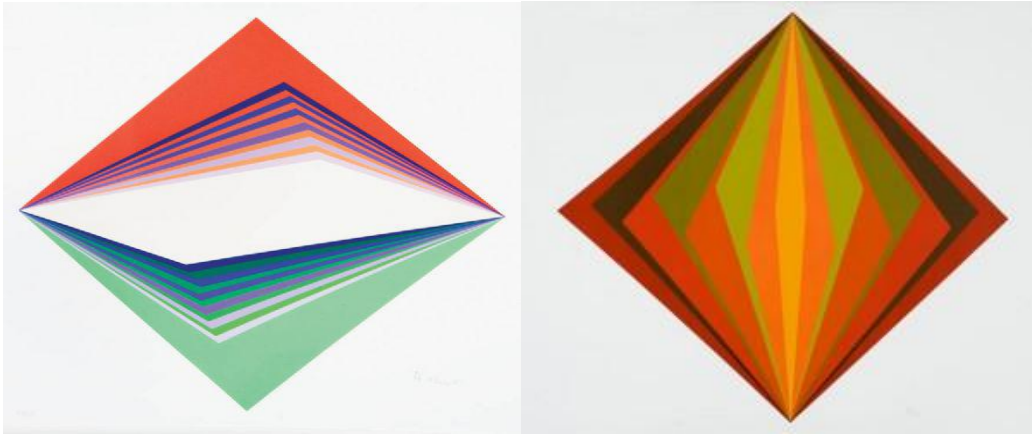
O Círculo e seus amigos (2014)



A arte de Geraldo Barros



A arte de Hércules Rubens Barsotti



A arte de Dietmar Voorwoold



A arte de Tarsila do Amaral

Calmaria II (1929)



São Paulo (1924)



Moro da favela (1924)



Abaporu (1929)



Pau Brasil (1928)



O Porto (1953)



Disponíveis em:

<https://www.escriitoriodearte.com/artista/tarsila-do-amaral>

https://www.ebiografia.com/tarsila_amaral/

<https://www.escriitoriodearte.com/>

https://pt.wikipedia.org/wiki/Tarsila_do_Amaral

[http://blog.usenatureza.com/2014/07/artista-usa-elementos-da-natureza-para-criar-obras-de-arte.](http://blog.usenatureza.com/2014/07/artista-usa-elementos-da-natureza-para-criar-obras-de-arte)

<https://www.escriitoriodearte.com/artista/beatriz-milhazes/>

<http://fdag.com.br/artistas/beatriz-milhazes/obras/>

APÊNDICE E – Roteiro de perguntas que nortearam a discussão durante a exibição das obras

1. Vocês conseguem identificar alguma figura geométrica conhecida nesta obra?
2. Quais?
3. Podem indicá-las e nomeá-las na tela?
4. O que mais chama a atenção de vocês nesta obra?
5. Olhando para estas obras de Dietmar de quais figuras geométricas vocês se lembram?
6. Algum outro conceito geométrico estas obras os fazem lembrar?
7. Nestas obras de Tarsila vocês identificam algum poliedro? Quais?
8. Quais outros conceitos geométricos vocês conseguem identificar nestas obras?

ANEXO A – Tabela explicativa sobre os instrumentos avaliativos usados pela SEDUC-AL

ESTADO DE ALAGOAS
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DO ESPORTE
1ª COORDENADORIA REGIONAL DE EDUCAÇÃO

Os nove jeitos mais comuns de avaliar os estudantes e os benefícios de cada um

TIPO	PROVA OBJETIVA	PROVA DISSERTATIVA	SEMINÁRIO	TRABALHO EM GRUPO	DEBATE	RELATÓRIO INDIVIDUAL	AUTOAVALIAÇÃO	OBSERVAÇÃO	CONSELHO DE CLASSE
Definição	Série de perguntas diretas, para respostas curtas, com apenas uma solução possível	Série de perguntas que exijam capacidade de estabelecer relações, resumir, analisar e julgar	Exposição oral para um público, utilizando a fala e materiais de apoio próprios ao tema	Atividades de natureza diversa (escrita, oral, gráfica, corporal etc.) realizadas coletivamente	Momento em que os alunos expõem seus pontos de vista sobre um assunto polêmico	Texto produzido pelo aluno depois de atividades práticas ou projetos temáticos	Análise oral ou por escrito que o aluno faz do próprio processo de aprendizagem	Análise do desempenho do aluno em fatos do cotidiano escolar ou em situações planejadas	Reunião liderada pela equipe pedagógica de determinada turma
Função	Avaliar quanto o aluno apreendeu sobre dados singulares e específicos do conteúdo	Verificar a capacidade de analisar o problema central, formular ideias e redigi-las	Possibilitar a transmissão verbal das informações pesquisadas de forma eficaz	Desenvolver a troca, o espírito colaborativo e a socialização	Aprender a defender uma opinião, fundamentando-a em argumentos	Averiguar se o aluno adquiriu os conhecimentos previstos	Fazer o aluno adquirir capacidade de analisar o que aprendeu	Obter mais informações sobre as áreas afetiva, cognitiva e psicomotora	Trocar informações sobre a classe e sobre cada aluno para embasar a tomada de decisões
Vantagens	É familiar às crianças, simples de preparar e de responder e pode abranger grande parte do exposto em sala de aula	O aluno tem liberdade para expor os pensamentos, mostrando habilidades de organização, interpretação e expressão	Contribui para a aprendizagem do ouvinte e do expositor, exige pesquisa e organização das informações e desenvolve a oralidade	A interação é um importante facilitador da aprendizagem e a heterogeneidade da classe pode ser usada como um elemento a favor do ensino	Desenvolve a habilidade de argumentação e a oralidade e faz com que o aluno aprenda a escutar com um propósito	É possível avaliar o real nível de apreensão de conteúdos depois de atividades coletivas ou individuais	O aluno só se abrirá se sentir que há um clima de confiança entre o professor e ele e que esse instrumento será usado para ajudá-lo a aprender	Perceber como o aluno constrói o conhecimento, seguindo de perto todos os passos desse processo	Favorece a integração entre professores, análise do currículo e a eficácia das propostas e facilita a compreensão dos fatos pela troca de pontos de vista
Atenção	Pode ser respondida ao acaso ou de memória e sua análise não permite	Não mede o domínio do conhecimento, cobre uma amostra pequena do conteúdo e	Conheça as características pessoais de cada aluno para saber como apoiá-lo em suas principais	Esse procedimento não o desobriga de buscar informações para orientar as	Como mediador, dê chance de participação a todos e não tente apontar vencedores, pois	Não importa se você é professor de Matemática, Ciências ou Língua Portuguesa.	O aluno só se abrirá se sentir que há um clima de confiança entre o professor e ele e que esse instrumento será	Faça anotações na hora, evite generalizações e julgamentos subjetivos e considere somente	Faça observações objetivas e não rotule o aluno. Cuidado para

	constatar quanto o aluno adquiriu de conhecimento	não permite amostragem	dificuldades	equipes. Nem deve substituir os momentos individuais de aprendizagem	o principal é priorizar o fluxo de informações entre as pessoas	Corrigir os relatórios (gramática e ortografia) é essencial sempre	usado para ajudá-lo a aprender	os dados fundamentais no processo de aprendizagem
Planejamento	Selecione os conteúdos para elaborar as questões e faça as chaves de correção. Elabore as instruções sobre a maneira adequada de responder às perguntas	Elabore poucas questões e dê tempo suficiente para que os alunos possam pensar e sistematizar seus pensamentos	Ajude na delimitação do tema, forneça bibliografia, esclareça os procedimentos de apresentação e ensaie com todos os alunos	Proponha atividades ligadas ao conteúdo, forneça fontes de pesquisa, ensine os procedimentos e indique materiais para alcançar os objetivos	Defina o tema, oriente a pesquisa e combine as regras. Mostre exemplos de bons debates. Peça relatórios sobre os pontos discutidos. Se possível, filme	Uma vez definidos os conteúdos, promova atividades que permitam à turma tomar notas ao longo do processo para que todos consigam redigir facilmente	Forneça um roteiro de autoavaliação, com as áreas sobre as quais você gostaria que ele discorresse. Liste conteúdos, habilidades e comportamentos	Elabore uma ficha com atitudes, habilidades e competências que serão observadas. Isso vai auxiliar na percepção global da turma e na interpretação dos dados
Análise	Defina o valor de cada pergunta e atribua pesos à multiplicação pelo número de respostas corretas	Defina o valor de cada pergunta e atribua pesos à clareza das ideias, ao poder de argumentação e à conclusão e à apresentação da prova	Atribua pesos à abertura, ao desenvolvimento do tema, aos materiais utilizados e à conclusão. Estimule a turma a fazer perguntas e opinar	Observe se todos participaram e colaboraram e atribua valores às diversas etapas do processo e ao produto final	Estabeleça pesos para a pertinência da intervenção, a adequação do uso da palavra e a obediência às regras combinadas	Estabeleça pesos para cada item a avaliar (conhecimento dos conteúdos, estrutura do texto, apresentação)	Use esse documento ou depoimento como uma das principais fontes para o planejamento dos próximos conteúdos	Compare as anotações do início do ano com as mais recentes para perceber no que o aluno avançou e no que precisa de acompanhamento
Como utilizar as informações	Veja como cada aluno está em relação à média da classe. Analise os itens que muitos erraram para ver se a questão foi mal formulada ou se é preciso retomar o	Se o desempenho não for satisfatório, crie experiências e novos enfoques que permitam ao aluno chegar à formação dos conceitos mais importantes	Caso a apresentação não tenha sido satisfatória, planeje atividades específicas que possam auxiliar no desenvolvimento dos objetivos não atingidos	Observe como a garotada trabalha - para poder organizar agrupamentos mais produtivos da perspectiva da aprendizagem dos conteúdos	Crie outros debates em grupos menores, analise o filme e aponte as deficiências e os momentos positivos	Cada relatório é um excelente indicador do ponto em que os alunos se encontram na compreensão dos conteúdos trabalhados	Ao tomar conhecimento das necessidades do aluno, sugira atividades individuais ou em grupo para ajudá-lo a superar as dificuldades	Esse instrumento serve como uma lupa sobre o processo de desenvolvimento do aluno e permite a elaboração de intervenções específicas para cada caso
	conteúdo específico							

ANEXO B – Endereços de vídeos com o passo a passo dos origamis confeccionados durante o projeto

1. Como hacer Triánguloen 3D Origami. Disponível em: <https://youtu.be/wYlP8hfB5p0>.
2. Cubo de Origami, fácil Modular Origami. Disponível em: <https://youtu.be/xrIm5AE8xMs>.
3. Origami: Estrela de 5 pontas. Disponível em: <https://youtu.be/CmeOGqwJigM>.
4. Origami: Beija-flor. Disponível em: <https://youtu.be/hFptywHATj>.
5. Shuriken de 8 pontas. Disponível em: <https://youtu.be/dR2J-4-uiT8>.
6. Como fazer um Sapo de papel, origami. Disponível em: <https://youtu.be/Y-muMqUw1HI>.