

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO
EM MODELAGEM COMPUTACIONAL DO CONHECIMENTO

Paulo Wagner Lopes da Silva

**O PAPEL DA DISTÂNCIA EM PROJETOS TOPOLÓGICOS DE
REDES DE DISTRIBUIÇÃO ELÉTRICA**

Maceió - AL

2015

PAULO WAGNER LOPES DA SILVA

**O PAPEL DA DISTÂNCIA EM PROJETOS TOPOLÓGICOS DE
REDES DE DISTRIBUIÇÃO ELÉTRICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional do Conhecimento da Universidade Federal de Alagoas, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Modelagem Computacional do Conhecimento.

Orientador: Prof. Dr. Henrique Pacca
Loureiro Luna

Coorientador: Prof. Dr. João Inácio Soletti

Maceió - AL

2015

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecário Responsável: Valter dos Santos Andrade

S586p Silva, Paulo Wagner Lopes da.
O papel da distância em projetos topológicos de redes de distribuição elétrica /
Paulo Wagner Lopes da Silva. – 2015.
127 f. : il.

Orientador: Henrique Pacca Loureiro Luna.

Coorientador: João Inácio Soletti.

Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional de Conhecimento) –
Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Computação. Programa de
Pós-Graduação em Modelagem Computacional de Conhecimento. Maceió, 2015.

Bibliografia: f. 97-103.

Apêndices: f. 104-106.

Anexos: f. 107-127.

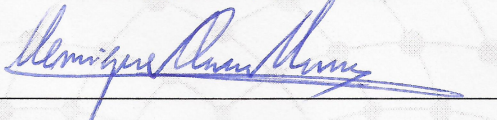
1. Redes de distribuição - Configuração. 2. Redes de distribuição - Custos.
3. Árvore de caminho mínimo. 4. Árvore geradora mínima. 5. Modelos de
otimização de redes. I. Título.

CDU: 004.722



Membros da Comissão Julgadora da Dissertação de Mestrado de Paulo Wagner Lopes da Silva, intitulada: “O Papel da Distância em Projetos Topológicos de Redes de Distribuição Elétrica”, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional de Conhecimento da Universidade Federal de Alagoas em 20 de maio de 2015, às 10h00min, na sala de aula do Laboratório de Sistemas de Separação e Otimização de Processos – LASSOP, CTEC/UFAL.

COMISSÃO JULGADORA



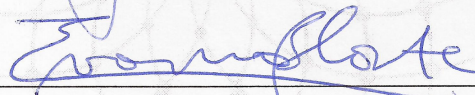
Prof. Dr. Henrique Pacca Loureiro Luna

UFAL – Instituto de Computação
Orientador



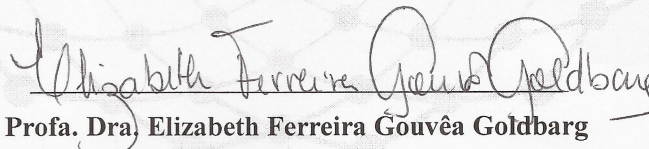
Prof. Dr. João Inácio Soletti

UFAL – Centro de Tecnologia
Coorientador



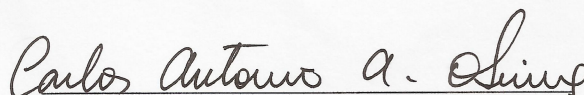
Prof. Dr. Evandro de Barros Costa

UFAL – Instituto de Computação
Examinador



Profa. Dra. Elizabeth Ferreira Gouvêa Goldberg

UFRN – Departamento de Informática e Matemática Aplicada
Examinadora



Prof. Dr. Carlos Antônio Alves de Oliveira

IFAL – Coordenação de Eletrotécnica
Examinador

À minha família, em especial aos meus pais Adelmo e Márcia, aos meus irmãos Priscila, Daniel e Henrique e aos meus amigos, por todo amor, apoio, confiança e incentivo em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da UFAL e do IFAL, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial, dedico meus agradecimentos:

- A Deus, por ter me dado força e saúde para chegar até aqui;
- Aos meus pais Adelmo e Márcia e aos meus irmãos Priscila, Daniel e Henrique pelo carinho, imenso apoio e pela paciência;
- Ao meu irmão Daniel Bruno pelas inúmeras revisões que garantiram um texto de qualidade;
- Ao Prof. Dr. Henrique Pacca, por todo ensinamento, incentivo, confiança e orientação;
- Ao Prof. Dr. João Inácio Soletti pela coorientação e todo o ensinamento;
- Aos Professores Dr. Evandro, Dr. Carlos Antônio e Dra Elizabeth Ferreira, pelo acompanhamento na banca examinadora, sugestões e incentivo;
- Aos Engenheiros Jean Jackson e Antônio Carlos, pela paciência e informações prestadas;
- Aos meus amigos e colegas da UFAL e do IFAL que de forma direta ou indiretamente me ajudaram nesse processo, em especial aos professores Wilson Mendes, Alan Pedro, Alejandro Frery, Aydano e Arnóbio, pela ajuda e conselhos.

*“A felicidade não se resume na ausência de problemas,
mas sim na sua capacidade de lidar com eles”.*

Albert Einstein

RESUMO

O presente trabalho visa investigar sob quais condições a configuração ótima de uma rede de distribuição elétrica é uma árvore geradora mínima (AGM) e sob quais é uma árvore de caminhos mínimos (ACM). Utilizando, para isso, modelos matemáticos computacionais de otimização topológica de redes de utilidade pública. As redes de distribuição estudadas foram do tipo aérea radial primária protegida (ARPP) com nível de tensão em 13,8 kV. Os modelos utilizados prezam pelo equilíbrio entre o custo de investimento inicial (fixo) e os custos decorrentes da transferência de energia elétrica (variável). Os valores economizados através de uma configuração ótima da rede podem ser convertidos em investimentos para aumentar o número de pessoas com acesso aos recursos energéticos com eficiência e qualidade. A revisão bibliográfica foi dividida em três partes: teoria dos grafos, modelos de otimização de redes de acesso local e custos de redes de distribuição. A metodologia utilizada compreendeu as seguintes etapas: escolha do tipo de sistema de distribuição, determinação dos custos fixo e variável, escolha e implementação (GAMS) dos modelos, testes com exemplos de redes usando o solver CPLEX, análise das configurações resultantes e elaboração de gráficos para facilitar a avaliação dos resultados. Os resultados mostraram que a relação entre o custo fixo β e o custo variável γ exerce influência determinante na configuração ótima de uma rede de distribuição ARPP. Um valor baixo de β/γ , favorece a ACM. Já valores elevados de β/γ , conduzem a solução para uma AGM. No entanto, essa relação não é o único fator que determina a configuração da rede, outros parâmetros como extensão, demanda dos nós e quantidade de possíveis arcos influenciam de forma significativa na solução apresentada.

Palavras-chaves: Configuração de redes de distribuição. Árvore de caminhos mínimos. Árvore geradora mínima. Modelos de otimização de redes de acesso local. Custos de redes de distribuição.

ABSTRACT

This dissertation investigates in which conditions the optimal configuration of an electric power network is a minimum length spanning tree, and in which conditions it is shortest path tree configuration. For this purpose the dissertation, it applies computational optimization mathematical models of an optimal local access network design problem. The focus of the study is the 13.8 kV spacer cable primary radial networks. Applied models seek for the balance between fixed costs and variable costs. Saved values from an optimal network could be applied to increase the range of the network and people reached as well. The bibliographic research is compound by three parts: graph theory, local access network optimization models, and distribution network costs. Research methodology includes the choice of the distribution system, determination of fixed and variable costs, choice and implementation of the local access network optimization models, tests in hypothetical and realistic systems by using the CPLEX solver, analysis of the resulting configuration, and construction of graphics to facilitate the results evaluation. It was found that the relationship between fixed costs and variable costs influences the optimal configuration of the distribution network in such a way that a low value of the quotient between fixed costs and variable costs contributes to a shortest path tree. On the other hand, a high quotient between fixed costs and variable costs contributes to a minimum length spanning tree configuration. However, others parameters must be considered to determine the network configuration such as extension, arches demand and quantity of arches.

Key-words: Distribution networks configuration. Shortest-path tree. Minimum length spanning tree. Local access network design models. Distribution networks costs.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Indicadores de qualidade do serviço – Média anual Brasil. | 23 |
| Figura 2 – Número de consumidores do Sistema Elétrico Brasileiro. | 23 |
| Figura 3 – Diagrama de blocos do sistema elétrico. | 24 |
| Figura 4 – Ilustração de um sistema elétrico, desde a geração até o consumidor. | 25 |
| Figura 5 – Diagrama unifilar de sistema de potência. | 26 |
| Figura 6 – Sistema de transmissão. | 27 |
| Figura 7 – Rede de transmissão em 500 kV, de Xingó para Messias. | 28 |
| Figura 8 – Rede aérea compacta. | 30 |
| Figura 9 – Redes primária e secundária. | 31 |
| Figura 10 – Transformador de distribuição. | 31 |
| Figura 11 – Estação transformadora trifásica. | 32 |
| Figura 12 – Espaçador losangular para rede de distribuição primária. | 34 |
| Figura 13 – Configuração dos enrolamentos de um transformador de potência trifásico. | 36 |
| Figura 14 – Estrutura com estação transformadora. | 37 |
| Figura 15 – Disposição dos cabos em um espaçador losangular. | 38 |
| Figura 16 – Representação esquemática da vista superior das estruturas básicas CE. | 41 |
| Figura 17 – Representação esquemática das estruturas básicas CE. | 42 |
| Figura 18 – Sete pontes de Königsberg e um grafo equivalente. | 45 |
| Figura 19 – Tipos de grafos. | 46 |
| Figura 20 – Vista aérea de uma subestação de distribuição e representação em grafos. | 53 |
| Figura 21 – Imagem de um nó de passagem em uma rede de distribuição. | 54 |
| Figura 22 – Exemplo de rede com nós de passagem. | 55 |
| Figura 23 – Estratégia utilizada para investigação. | 58 |
| Figura 24 – Grafo com 8 nós de demanda. | 62 |
| Figura 25 – O problema de configuração de rede de acesso local. | 65 |
| Figura 26 – Soluções viáveis para a árvore geradora de comprimento mínimo. | 68 |
| Figura 27 – Árvore de caminhos mínimos. | 69 |
| Figura 28 – Gráfico de custo da rede por tipo de cabo em função da corrente da linha. | 72 |
| Figura 29 – Representação do custo fixo e do custo variável. | 72 |
| Figura 30 – Gráfico de custo total de uma rede de distribuição para os diferentes cabos. | 79 |
| Figura 31 – Representação da reta usada para indicar os custos. | 80 |
| Figura 32 – Distâncias das soluções dos sistemas de testes do grupo 1. | 89 |
| Figura 33 – Distâncias das soluções do sistema de teste do grupo 2. | 90 |
| Figura 34 – Distâncias das soluções dos sistemas de testes do grupo 3. | 90 |
| Figura 35 – Distâncias das soluções dos sistemas de testes do grupo 4. | 91 |
| Figura 36 – Configurações das redes teste em função da relação $\frac{\rho}{\gamma}$ | 91 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 37 – Árvore de caminhos mínimos do sistema realista. | 92 |
| Figura 38 – Árvore geradora mínima do sistema realista. | 93 |
| Figura 39 – Solução encontrada para o sistema realista. | 94 |
| Figura 40 – Grafo do sistema de teste 1. | 108 |
| Figura 41 – Grafo do sistema de teste 2. | 108 |
| Figura 42 – Grafo do sistema de teste 3. | 109 |
| Figura 43 – Grafo do sistema de teste 4. | 110 |
| Figura 44 – Grafo do sistema de teste 5. | 116 |
| Figura 45 – Grafo do sistema de teste 6. | 116 |
| Figura 46 – Grafo do sistema de teste 7. | 118 |
| Figura 47 – Grafo do sistema de teste 8. | 119 |
| Figura 48 – Grafo do sistema de teste 9 (realista). | 121 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 1 – Valores típicos de transformadores de distribuição. | 37 |
| Tabela 2 – Valores típicos das estações transformadoras. | 38 |
| Tabela 3 – Características físicas e elétricas dos cabos de rede protegida. | 40 |
| Tabela 4 – Aplicação e custos das principais estruturas das redes compactas. | 43 |
| Tabela 5 – Custos de implantação das redes por empresas avaliadas em 2001, valores em mil R\$/km. | 49 |
| Tabela 6 – Custos de implantação das redes na CELPE em 2005. | 50 |
| Tabela 7 – Custo global das redes com os investimentos iniciais e operacionais. | 51 |
| Tabela 8 – Custos de recondutoramento para os condutores. | 70 |
| Tabela 9 – Custo de 1 km de uma rede de distribuição. | 71 |
| Tabela 10 – Cálculo da capacidade de fluxo de potência aparente para cada condutor. | 74 |
| Tabela 11 – Valores das resistências dos condutores | 78 |
| Tabela 12 – Tabelas das funções de custos com perda de potência | 79 |
| Tabela 13 – Características dos exemplos | 85 |
| Tabela 14 – Alguns valores para a relação β/γ | 85 |
| Tabela 15 – Dados do sistema de teste 1. | 108 |
| Tabela 16 – Dados do sistema de teste 2. | 109 |
| Tabela 17 – Dados do sistema de teste 3. | 109 |
| Tabela 18 – Dados do sistema de teste 4. | 110 |
| Tabela 19 – Dados do sistema de teste 5. | 110 |
| Tabela 24 – Distâncias dos arcos do sistema de teste 9. | 110 |
| Tabela 25 – Demanda dos nós do sistema de teste 9. | 113 |
| Tabela 20 – Dados do sistema de teste 6. | 117 |
| Tabela 21 – Dados do sistema de teste 7. | 117 |
| Tabela 22 – Distâncias dos arcos do sistema de teste 8. | 120 |
| Tabela 23 – Demandas dos nós do sistema de teste 8. | 120 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---------|----------------------------------------------------------------|
| ABRADEE | Associação Brasileira de Distribuidores de Energia Elétrica; |
| ACM | Árvore de Caminhos Mínimos; |
| AGM | Árvore Geradora Mínima; |
| ANEEL | Agência Nacional de Energia Elétrica; |
| ARPP | Aérea Radial Primária Protegida; |
| CAA | Cabos de alumínio com alma de aço; |
| CA | Cabos de alumínio sem alma de aço; |
| cc | Corrente contínua; |
| CE | Estrutura compacta; |
| CELPE | Companhia Energética de Pernambuco; |
| CEMIG | Companhia Energética de Minas Gerais; |
| COPEL | Companhia Paranaense de Eletricidade; |
| CPFL/SP | Companhia Paulista de Força e Luz; |
| CPLEX | Forma resumida de IBM ILOG CPLEX; |
| CPU | <i>Central Processing Unit;</i> |
| CMST | <i>Capacitated Minimum Spanning Tree Problem;</i> |
| CTEC | Centro de Tecnologia da UFAL; |
| Disj | Disjuntor; |
| DEC | Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora; |
| DT | Poste Duplo-T; |
| ET | Estação transformadora; |
| FEC | Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora; |
| GAMS | <i>General Algebraic Modeling System;</i> |
| HDPE | <i>High Density Polyethylene</i> |

| | |
|----------|-----------------------------------------------------------------|
| IBM | <i>International Business Machines;</i> |
| LAND | <i>Local Access Network Design;</i> |
| LASSOP | Laboratório de Sistemas de Separação e Otimização de Processos; |
| LIGHT/RJ | Light Serviços de Eletricidade S.A. do Rio de Janeiro; |
| MIP | <i>Mixed Integer Linear Program;</i> |
| MLST | <i>Minimum Length Spanning Tree;</i> |
| MVA | Mega Volts-Ampère; |
| NA | Normalmente aberta; |
| NF | Normalmente fechada; |
| NP | Chaves especiais <i>network protector</i> ; |
| ONS | Operador Nacional do Sistema Elétrico; |
| PLIM | Programação Linear Inteira Mista; |
| SIN | Sistema Interligado Nacional; |
| SE | Subestação; |
| US | Unidade de serviço; |
| XLPE | Polietileno Reticulado (<i>Cross-linked polyethylene</i>); |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Al | Alumínio; |
| ce | Custo de energia, em R\$/kWh; |
| C_h | Custo anual referente a perda de potência elétrica, em R\$/km; |
| D | Matriz de adjacência, de ordem $n + 1$; |
| daN | deca-Newton; |
| d_{ij} | Elemento da matriz D , que representa a distância entre os nós i e j ; |
| $d(G)$ | Densidade do grafo G , ou grau de esparsidade do grafo G ; |
| D_{media} | Demanda média do sistema no período τ ; |
| D_{max} | Demanda máxima do sistema no período τ . |
| E | Conjunto das arestas de um grafo $G(N, E)$; |
| E^t | Subconjunto das arestas do grafo $G(N, E)$ que forma a rede AGM; |
| E^s | Subconjunto das arestas do grafo $G(N, E)$ que forma a rede ACM; |
| F_c | Fator de carga; |
| F_p | Fator de perdas; |
| f_{ij} | Variáveis de fluxo direcionado $f_{ij} \geq 0$ e $i \neq j$, que especifica um único fluxo de produto entre os nós i e j |
| $G(N, E)$ | grafo com um conjunto de vértice N e conectados através das arestas E ; |
| I_h | Corrente elétrica no condutor h , em ampère (A); |
| I_c | Corrente requerida pelas cargas, em ampères (A); |
| (i, j) | Arco entre os nós i e j do grafo $G(N, E)$; |
| K | Subconjunto do conjunto de N que contém todos os nós de demanda k ; |
| $ K $ | Número de nós de demanda existentes em N ; |
| kV | Quilovolt, unidade de medida de tensão elétrica, equivalente a mil volts; |

| | |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| kVA | Quilo volt-ampère, unidade de potência aparente, equivalente a mil volt-ampère; |
| k_c | Parâmetro que relaciona o fator de carga com o fator de perdas; |
| m | Número de arestas do grafo $G(N, E)$; |
| MW | Megawatts, unidade de potência ativa, equivalente a um milhão de watts; |
| MVA | Mega volt-ampère, unidade de potência aparente, equivalente a um milhão de volt-ampère; |
| $n + 1$ | Número de vértices do grafo $G(N, E)$; |
| P_h | Potência ativa no condutor h , em watts (W); |
| p_{media} | Perda média no período τ ; |
| p_{max} | Perda máxima no período τ ; |
| q | Vetor de demanda dos vértices, ordem n ; |
| S_h | Potência aparente no cabo h , em volt-ampère (VA); |
| S_c | Potência aparente demandada da carga, em volt-ampère (VA); |
| V_{ff} | Tensão elétrica de linha (entre fases), em volts; |
| N | Conjunto dos vértices de um grafo; |
| v | Vértice de um grafo; |
| (v, w) | Arco de um grafo, conectando os nós v e w ; |
| $x_{(i,j)}$ | Variáveis binárias, de modo que $x_{(i,j)} = 1$ se e somente se a aresta (i, j) pertence a solução do modelo; |
| \pm | Representação de corrente contínua, (+) representa o positivo e o (-) representa o negativo, terra ou comum; |
| β | Custo fixo por quilômetro; |
| γ | Custo variável de 1 kVA por quilômetro; |
| δ^t | Distância total da AGM do grafo $G(N, E)$; |
| δ^s | Distância total da ACM do grafo $G(N, E)$; |
| δ^* | Distância total do grafo $G(N, E)$; |

SUMÁRIO

| | | |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 17 |
| 2 | O SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA | 22 |
| 2.1 | O lugar do setor elétrico na indústria de energia brasileira | 22 |
| 2.2 | Sistema elétrico de potência brasileiro: componentes e configurações | 23 |
| 2.2.1 | Sistema de geração | 26 |
| 2.2.2 | Sistema de transmissão | 28 |
| 2.2.3 | Sistema de distribuição | 29 |
| 2.3 | Redes de Distribuição: conceitos, tipos e custos | 30 |
| 2.3.1 | Tipos de redes de distribuição | 33 |
| 2.3.2 | Custos dos materiais, equipamentos e serviços | 35 |
| 3 | FUNDAMENTOS E TRABALHOS RELACIONADOS | 44 |
| 3.1 | Teoria dos Grafos | 44 |
| 3.2 | Modelos para redes de acesso local | 47 |
| 3.3 | Custos das redes de distribuição | 48 |
| 4 | CARACTERIZAÇÃO E DELINEAMENTO | 52 |
| 4.1 | Caracterização | 52 |
| 4.2 | Delineamento | 56 |
| 4.2.1 | Estratégias de estudo | 56 |
| 4.2.2 | Sistemas de testes | 59 |
| 5 | EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS | 60 |
| 5.1 | Modelos de Redes de Acesso Local | 60 |
| 5.1.1 | Modelos de Configuração de Redes | 61 |
| 5.2 | Configurações Extremas | 66 |
| 5.3 | Determinação do custo fixo e custo variável | 69 |
| 5.4 | Detalhes do trabalho | 80 |
| 5.5 | Análise de dados | 82 |
| 6 | RESULTADOS E DISCUSSÕES | 84 |
| 7 | CONCLUSÃO | 95 |
| | Referências | 97 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------|------------|
| APÊNDICES | 104 |
| APÊNDICE A – MODELO EM LINGUAGEM GAMS | 105 |
| ANEXOS | 107 |
| ANEXO A – SISTEMAS DE TESTE | 108 |
| ANEXO B – CÓDIGO FONTE DOS ALGORITMOS DE PRIM E DIJKSTRA . | 122 |

1 INTRODUÇÃO

A energia elétrica se tornou a principal fonte de luz, calor e força utilizada no mundo moderno. Atividades simples como assistir à televisão, realizar uma ligação, enviar um e-mail ou navegar na internet não seriam possíveis se a energia elétrica não chegasse nas residências. Universidades, indústrias, supermercados, shoppings e uma infinidade de outros lugares precisam dela para funcionar. Grande parte dos avanços tecnológicos alcançados pela humanidade deve-se à energia elétrica.

Obtida a partir de diversos tipos de energia, a eletricidade é transportada e chega aos consumidores no mundo inteiro por meio de sistemas elétricos complexos, compostos de quatro etapas: geração, transmissão, distribuição e consumo (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010). Um dos componentes mais complexos é a distribuição, devido aos diversos níveis de tensão, sua extensão e aos diversos tipos de consumidores atendidos.

Uma preocupação recorrente no sistema de distribuição é a qualidade e eficiência de seus serviços. Um dos fatores decisivos para melhorar os índices de qualidade é a topologia das redes. A configuração das redes é um fator chave para a prestação do serviço de forma eficiente e será estudada nesse trabalho.

Tema

O tema do trabalho está focado nos custos e configurações da rede de distribuição aérea radial primária protegida. A representação matemática dada às redes elétricas se faz através de uma estrutura abstrata denominada grafo. Também compõe o escopo do trabalho os modelos de otimização topológica de redes de acesso local, ou do termo em inglês *Local Access Network Design* (LAND). A finalidade de analisar as redes de distribuição e os modelos LAND é avaliar sob quais condições a topologia ótima de uma rede é a árvore de caminhos mínimos e sob quais é a árvore geradora mínima.

Contextualização

Os principais pontos abordados nesse trabalho englobam conteúdos necessários para fornecer os requisitos básicos do tema estudado. Dentre eles, o funcionamento de todo o sistema elétrico. Para fazer uma análise das redes de distribuição, é preciso compreender quem fornece a energia e quem são seus clientes das redes de distribuição. A compreensão básica das características do sistema elétrico e de seus custos são requisitos ao entendimento de sua implementação.

A rede elétrica se apresenta como um sistema altamente complexo com variados

componentes, sendo cada componente um sistema também complexo. Deste modo, avaliar características que representem esse sistema torna-se um desafio considerável. Para tanto, considerações e generalizações fazem-se necessárias. Com essa perspectiva foram determinados os custos referentes a construção da rede (fixo) e ao transporte da demanda (variável).

A necessidade de representar um sistema complexo, como redes elétricas, através de uma forma mais amigável e tratável é evidente. A melhor representação, possivelmente, é através de grafos. Esse ramo da matemática discreta surgiu por volta de 1736, quando Leonard Euler resolveu o problema das “Sete pontes de Königsberg”, utilizando uma estratégia de representar as ilhas por pontos e as pontes por linhas conectando as ilhas. Mais tarde essa estratégia ficou conhecida como Teoria dos Grafos (BERGE, 1964).

Após representar uma rede de distribuição por meio de grafos, fez-se necessário analisar os diversos modelos na literatura para modelar uma grande gama de problemas. Evidentemente, a maioria dos modelos não são interessantes aos objetivos do trabalho. Apenas os modelos com o objetivo de encontrar a estrutura de uma árvore com custo total mínimo para uma rede de acesso local. Com esse filtro, o número de modelos possíveis é reduzido a uma quantidade tratável. Por fim, os modelos escolhidos foram os de Randazzo e Luna (2001) e Luna (2013).

Para o problema de configuração de redes de acesso local existem duas soluções extremas. A primeira apresenta o menor custo de construção, através da redução da extensão da rede, ou seja, a árvore de comprimento mínimo, ou árvore geradora mínima (AGM), mais encontrada pelo termo em inglês *Minimum Length Spanning Tree*. A segunda solução extrema apresenta o menor custo de transporte da demanda da rede. Essa característica é própria de uma árvore de caminhos mínimos, onde todos os nós de demanda são conectados pelo caminho mais curto ao nó de alimentação.

Problema

O presente trabalho visa investigar qual a extensão ótima de uma rede de distribuição elétrica. Utilizando, para isso, modelos matemáticos computacionais de otimização topológica de redes de acesso local. As redes de distribuição estudadas foram do tipo aérea radial primária protegida (ARPP) com nível de tensão em 13,8 kV.

Hipótese

O custo fixo representa o valor gasto, em média, na construção de uma unidade de comprimento (km) de rede de distribuição. Já o custo variável é uma representação simplificada do valor gasto no transporte de uma unidade de demanda (kVA) ao longo de uma unidade de comprimento (km) na mesma rede de distribuição. Não é difícil inferir que

o custo fixo terá uma grandeza na ordem de alguns milhares de reais, isso devido ao porte da construção. Para o custo variável, entretanto, uma suposição razoável seria na casa de algumas poucas dezenas.

Devido a disparidade da grandeza do custo fixo em relação ao custo variável uma solução imediatista para a pergunta em questão é a configuração que apresente o menor custo total de construção, ou seja, uma árvore geradora mínima.

Objetivos

Objetivo Geral

- Diagnosticar sob quais condições a configuração ótima de uma rede de distribuição elétrica é uma árvore geradora mínima e sob quais é uma árvore de caminhos mínimos.

Objetivos específicos

- Identificar quais os custos relativos à distância (fixo e variável) de uma rede de distribuição;
- Investigar qual a influência dos custos na determinação da configuração ótima da rede de distribuição;
- Identificar modelos de otimização de redes de utilidade pública passíveis de representar, razoavelmente, o sistema elétrico;
- Verificar a viabilidade de utilização dos modelos apresentados para um sistema de recomendação de projetos de redes elétricos.

Justificativa

Este trabalho apresenta uma metodologia para determinar qual configuração é mais econômica para redes de distribuição aérea radial primária protegida (ARPP). O modelo propõe uma configuração que preze pelo equilíbrio entre o custo de investimento inicial (fixo) e os custos decorrentes da utilização da energia elétrica (variável). É importante resaltar que as concessionárias de energia elétrica pagam uma parcela do custo de transporte da energia.

A economia gerada com o equilíbrio entre os custos de investimento e a redução das perdas elétricas na rede pode ser investida na construção de novas redes para atender novos consumidores com qualidade e eficiência. Além disso, em termos educacionais este trabalho pode servir como material de referência para estudantes e profissionais em rede de distribuição ou configuração de redes de acesso local.

A solução para um problema complexo usando programação linear inteira mista de forma concisa e prática mostra a qualidade do modelo. Outro ponto vantajoso é a redução da dificuldade de implementação, possibilitando, assim, solucionar o problema com o mínimo de custo humano. Por fim, a possibilidade de verificar a viabilidade de utilização dos modelos como um sistema de recomendação para projetos de redes de distribuição.

Metodologia

A abordagem utilizada para atingir os objetivos postos foi iniciada com uma revisão bibliográfica dividida em três focos principais: Teoria dos grafos, modelos de otimização de redes de acesso local e custos relativos as redes de distribuição. Além da revisão realizada brevemente, também foram feitos estudos ao longo do processo, conforme as necessidades relacionadas a cada etapa do trabalho.

Devido a grande diversidade de tipos de redes de distribuição, a primeira etapa da metodologia foi definir qual o tipo de rede seria estudada. A escolha foi tomada seguindo documentos normativos da concessionária de energia do estado de Alagoas. Após essa definição, foram reunidos os exemplos de redes elétricas e submetidos aos testes realizados.

Os custos relativos as redes de distribuição foram obtidos a partir da junção dos valores encontrados na revisão bibliográfica, nas informações obtidas com fabricantes de equipamentos elétricos com a opinião de um especialista na área de projetos de redes de distribuição. O custo fixo e o custo variável foram calculados conforme os conceitos existentes na literatura (LUNA, 2013; RANDAZZO; LUNA, 2001).

A pesquisa referente aos modelos de otimização de redes de acesso local foi direcionada aos modelos de otimização topológica de redes. Para a escolha foram consideradas as seguintes necessidades do problema: modelos para configuração em árvores, sendo para redes com e sem nós de passagens, sendo esses de fácil implementação. Os modelos escolhidos foram o de Randazzo e Luna (2001) para redes com nós de passagem e o de Luna (2013) para rede apenas com nós de demanda.

No que diz respeito à avaliação, vale ressaltar o mecanismo de categorização dos resultados entre AGM e a ACM. Para realizar essa atividade foi necessário encontrar essas configurações a partir de algoritmos dedicados e compará-las aos resultados obtidos. A comparação foi feita utilizando a distância total dos resultados e, também, através da variável que define a existência dos arcos.

Os recursos computacionais utilizados para o desenvolvimento desse trabalho foram:

- O *General Algebraic Modeling System (GAMS)*, utilizado para fazer a implementação dos modelos e realizar os testes nos sistemas usados como exemplos;
- O solver **CPLEX** foi utilizado para solucionar os modelos;

- No **Excel** foram realizadas as avaliações de comparação dos resultados, com as configurações AGM e ACM;
- O **R** e o **GeoGebra** foram utilizados para geração de gráficos. Para alguns exemplos, o R foi utilizado para gerar as demandas dos nós de forma aleatória;

Estrutura do trabalho

O restante do trabalho está estruturado como segue:

- a) **Seção 2** - trata de uma contextualização sobre o sistema elétrico de potência e seus componentes. O objetivo dessa seção é proporcionar o mínimo de conhecimento sobre o sistema elétrico necessário para a compreensão do texto deste trabalho. É dado um foco maior nas redes de distribuição, seus componentes e custos;
- b) **Seção 3** - apresenta as principais definições sobre Teoria dos Grafos, modelos de redes de acesso local e custos em redes de distribuição, também são apresentados os principais trabalhos sobre as áreas citadas acima;
- c) **Seção 4** - especifica as redes de distribuição de energia como uma rede de utilidade pública, além de caracterizar o problema de configuração das redes de distribuição. Essa seção também descreve a metodologia utilizada para desenvolver o trabalho;
- d) **Seção 5** - apresenta detalhes sobre os modelos de configuração de redes de utilidade públicas, além das características da árvore de caminhos mínimos e da árvore geradora mínima. Nessa seção, também é mostrado o cálculo para determinar o custo fixo e o custo variável, por fim mostra como foi realizada a análise dos dados;
- e) **Seção 6** - exibe os resultados obtidos com os testes realizados;
- f) **Seção 7** - conclui a dissertação, discutindo aspectos relevantes dos resultados e apontando algumas questões para trabalhos futuros;
- g) **Apêndice A** - mostra o código fonte em linguagem GAMS da implementação do modelo de Luna (2013) e Randazzo e Luna (2001);
- h) **Anexo A** - apresenta os dados de distância e demanda dos sistemas de teste utilizados, além dos grafos dos sistemas;
- i) **Anexo B** - reproduz os códigos fontes em C dos algoritmos de PRIM e de Dijkstra.

2 O SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA

A indústria de energia no Brasil, segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL, 2008a), dividi-se em três setores: petróleo, gás natural e energia elétrica. Ela faz parte de uma cadeia econômica que tem início com a exploração de recursos naturais estratégicos (como água, minerais, petróleo e gás natural), de propriedade da União.

A ANEEL afirma que a energia é um fator determinante para o desenvolvimento econômico e social de um país, visto que ela fornece apoio mecânico, térmico e elétrico às ações humanas.

Devido a essa característica, o setor de energia tem que conviver com dois extremos: o primeiro é o desenvolvimento tecnológico, que visa atingir maior qualidade e eficiência tanto na produção quanto na aplicação dos recursos energéticos, o segundo é conhecido como ação horizontal e visa aumentar o número de pessoas com acesso aos recursos com eficiência e qualidade.

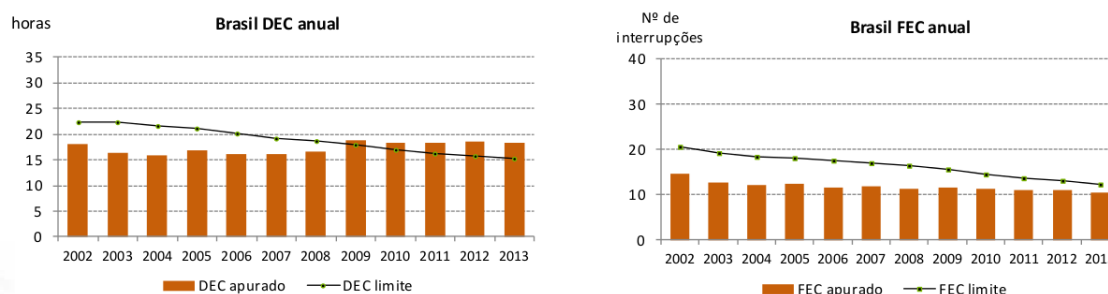
Deste modo, o grande desafio do setor de energia é equilibrar essas metas, por um lado ele deve melhorar a qualidade da energia, a eficiência no consumo e otimizar a aplicação dos recursos energéticos, e por outro lado deve aumentar o número de pessoas com acesso aos recursos energéticos com qualidade.

2.1 O LUGAR DO SETOR ELÉTRICO NA INDÚSTRIA DE ENERGIA BRASILEIRA

O setor de energia elétrica brasileiro tem gradualmente buscado balancear esses dois objetivos conflitantes. Para aumentar a qualidade dos sistemas foram criados agentes do setor para regulamentá-lo e fiscalizá-lo. Também foram criados índices de qualidade do fornecimento de energia, sendo os dois índices mais conhecidos os seguintes: Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (DEC) e Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (FEC). Eles medem, respectivamente, a duração e a frequência das interrupções no fornecimento.

Dois gráficos do DEC e FEC médios anuais do Brasil são mostrados na figura 1. É possível notar que são exigidos índices sempre melhores ao longo do tempo e as concessionárias têm demandado muito esforço a fim de melhorar esses índices. A partir do gráfico, observa-se que o DEC apurado se manteve acima do limite anual exigido pela ANEEL de 2009 até 2013. Esse fato ocorre em razão das dificuldades técnicas na prevenção de falhas nas redes aéreas, que compõe a maior parte do sistema elétrico brasileiro e ao aumento do consumo e do próprio sistema.

Figura 1 – Indicadores de qualidade do serviço – Média anual Brasil.

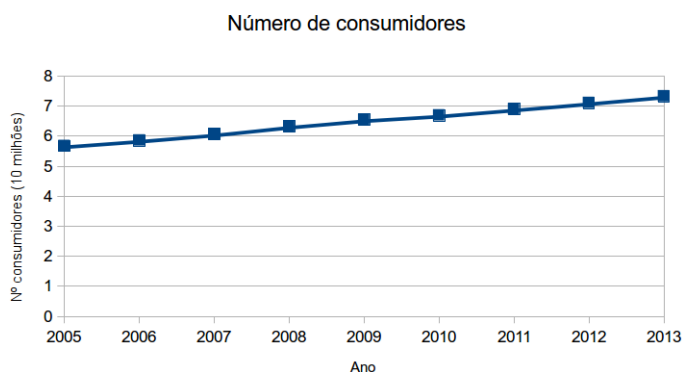


Fonte: ANEEL (2014b).

Um ponto positivo mostrado na figura 1 é a redução gradual do FEC e manutenção desse índice abaixo do exigido. Uma vez que o FEC indica a frequência de interrupções do fornecimento de energia, a sua redução mostra uma diminuição do número de vezes que “faltou” energia na residência do consumidor.

O aumento do número de consumidores do sistema tem relação direta com o aumento no consumo e no crescimento físico da própria rede elétrica. O gráfico na figura 2 mostra a evolução do número de consumidores de energia elétrica. Desse modo, pode-se notar como o setor elétrico equilibra o desenvolvimento tecnológico com a ação horizontal.

Figura 2 – Número de consumidores do Sistema Elétrico Brasileiro.



Fonte: Adaptado de <<http://www.aneel.gov.br>> (2014).

2.2 SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA BRASILEIRO: COMPONENTES E CONFIGURAÇÕES

Os sistemas elétricos de potência têm a função precípua de fornecer energia elétrica aos usuários, grandes ou pequenos, com qualidade adequada, no instante em que for solicitada (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010). Assim, o sistema elétrico possui a função de produtor, transformando as diversas formas de energia em energia elétrica, e de distribuidor, fornecendo a energia ao consumidor no instante em que for requerida.

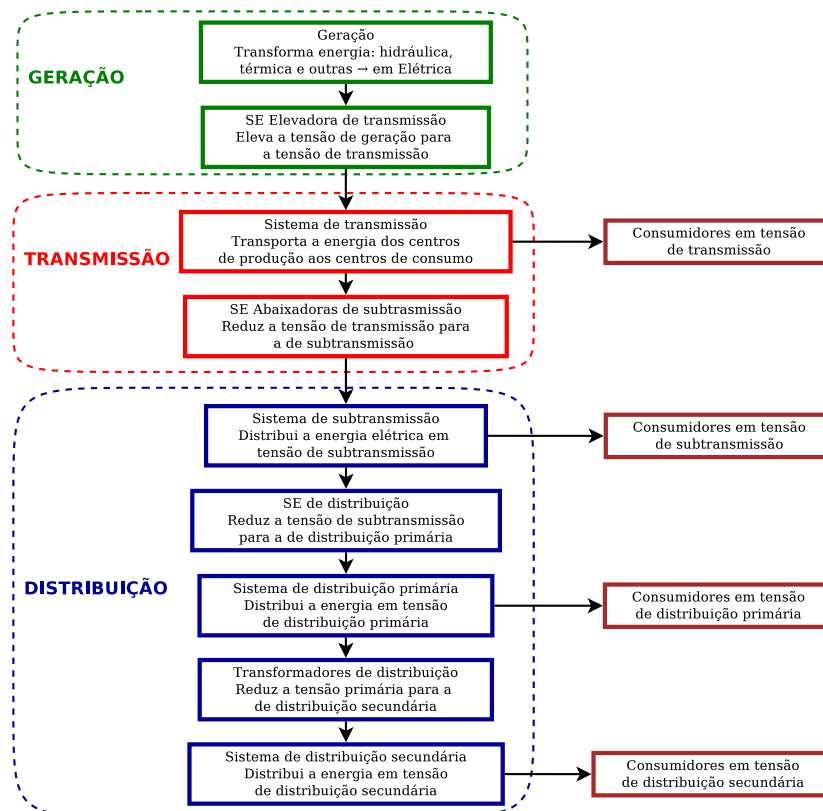
Os contornos adquiridos pelos sistemas de geração, transmissão e distribuição foram, gradualmente, determinados pelas características peculiares e diferenciadas das cinco regiões do Brasil. Essas características ainda determinam a maior ou menor dificuldade de acesso à rede elétrica.

Como no Brasil existe um grande potencial hídrico, é predominante a produção de energia elétrica através da transformação de energia hidráulica em elétrica. Porém, geralmente, as bacias hidrográficas situam-se distantes dos grandes centros de carga (regiões que requerem uma demanda de energia elevada), fazendo-se necessário um sistema que “transporte” a energia elétrica aos centros de grande demanda.

Os sistemas de transmissão fazem esta interligação entre o sistema produtor e o distribuidor. Para fazer a transferência da energia em grande quantidade e por longas distâncias, é necessário aumentar a tensão de geração, que normalmente é de 2,2 kV a 22 kV, para níveis de transmissão entre 230 kV a 750 kV (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010).

No diagrama de bloco da figura 3, observa-se os componentes do sistema elétrico de potência. A partir da geração, a tensão é elevada a nível de transmissão nas subestações (SEs) elevadoras. A rede (ou linha) de transmissão transporta a energia para as SEs abaixadoras de subtransmissão e aos consumidores em tensão de transmissão.

Figura 3 – Diagrama de blocos do sistema elétrico.



Fonte: Kagan, Oliveira e Robba (2010).

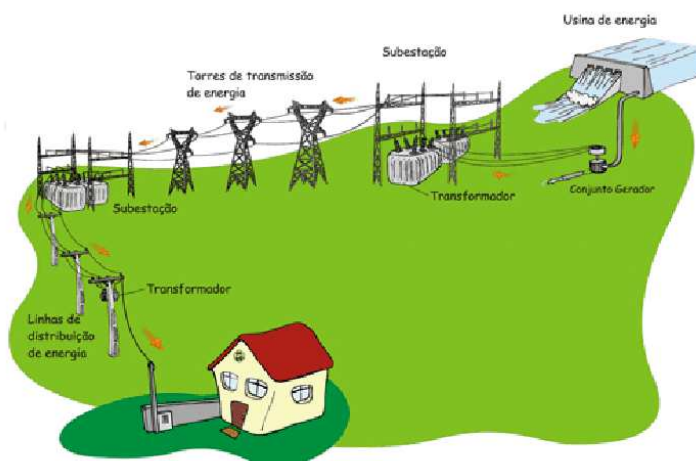
A rede de subtransmissão conecta os consumidores em tensão de subtransmissão e as SEs de distribuição. As subestações de distribuição reduzem a tensão para valores de 138 kV, 69 kV ou, raramente, 34,5 kV, conectam o sistema de distribuição primária e alimentam consumidores neste nível de tensão.

As estações transformadoras (ETs), por fim, reduzem os níveis de tensão a valores que variam entre 380/220V e 220/127V¹ e conectam as redes de distribuição secundárias que captam a energia das ETs e levam aos clientes atendidos em “baixa tensão” (iABRADEE, 2013; CEMIG, 2014; COPEL, 2013; ELETROBRAS, 2012c; ELETROBRAS, 2012d; CEMIG, 2009).

Quanto aos consumidores em baixa tensão (residenciais e pequenos comércios) a alimentação é feita através de circuito monofásico (comumente, 220V ou 127V) ou trifásico (comumente, 380V ou 220V). Os consumidores são responsáveis pela rede de seu imóvel, isto é, pelo projeto, instalação e manutenção dessas redes seguindo as exigências da concessionária local para ligação da instalação (ABNT, 2004).

A figura 4 ilustra como os componentes da rede elétrica são organizados ao longo da extensão de todo o sistema. A fim de comparação com a realidade, pode-se confrontar a imagem ilustrativa mostrada na figura 4 com o diagrama da figura 3.

Figura 4 – Ilustração de um sistema elétrico, desde a geração até o consumidor.



Fonte: Adaptado de <http://www.copel.com> (2014)

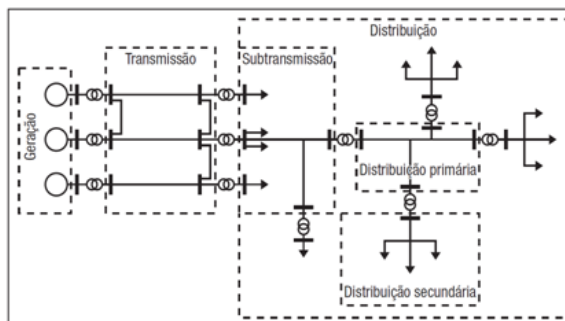
De forma simplificada, a **geração** perfaz a função de transformar energia hidráulica, mecânica, térmica, eólica, e outras formas em energia elétrica; a **transmissão** é responsável pelo transporte da energia elétrica dos centros de produção aos de consumo; e a **distribuição** possui a função de distribuir a energia aos clientes de grande, médio e pequeno porte.

A figura 5 apresenta, de forma sucinta, um diagrama unifilar de um sistema elétrico de potência. Observa-se que o sistema de transmissão opera, em geral, em malha (multiconectado), o de subtransmissão opera radialmente (em árvore), podendo, com atenção extra

¹ Essa nomenclatura representa, respectivamente, a tensão da linha (entre fases) e a tensão de fase (entre fase e neutro).

na proteção, operar multiconectado. O sistema de distribuição primário opera, geralmente, em árvore e o de distribuição secundário pode operar multiconectado ou em árvore.

Figura 5 – Diagrama unifilar de sistema de potência.



Fonte: Kagan, Oliveira e Robba (2010)

Para geração e transmissão, o Brasil conta com um sistema principal: o Sistema Interligado Nacional (SIN). O SIN é uma imensa rede elétrica que conecta a maior parte do território brasileiro. Além desse, existem os Sistemas Isolados, ou seja, sistemas de menor porte que ocorrem na região Amazônica. Devido às características da região, isto é, florestas densas e heterogêneas e rios caudalosos, não é possível construir linhas de transmissão em dimensão e capacidade suficiente para conectar ao SIN (ONS, 2014b).

A figura 6 mostra a estrutura do SIN e dos Sistemas Isolados. O Sistema Interligado Nacional é coordenado e controlado pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico – ONS, entidade de direitos privados, sem fins lucrativos e coordenado e regulamentado pela ANEEL.

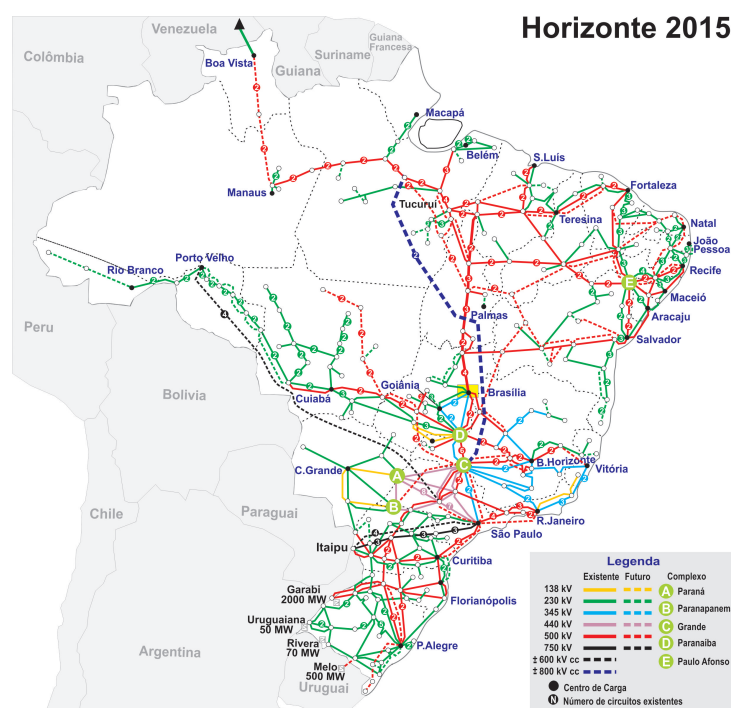
2.2.1 Sistema de geração

Segundo Kagan, Oliveira e Robba (2010) a energia elétrica é obtida a partir da conversão de alguma forma de energia utilizando-se de máquinas elétricas rotativas, geradores síncronos ou alternadores. Visto deste modo, os sistemas de geração são conversores de outras formas de energia em energia elétrica.

As usinas hidráulicas, ou hidrelétricas, transformam energia da queda-d'água em energia elétrica. A potência disponível é definida pela queda d'água e pela vazão, assim, existem usinas de algumas dezenas de MW até milhares de MW. Por exemplo, a usina Henry Borden, na Serra do Mar, em São Paulo, possui uma potência instalada de 864 MW, já a usina de Itaipu conta com 14.000 MW (ONS, 2015).

Por outro lado, as usinas térmicas baseiam-se na conversão de calor em energia elétrica através de um processo de queima de combustíveis como: óleo combustível, bagaço da cana, carvão ou madeira. Nesta queima, o vapor produzido em uma caldeira aciona uma turbina que fornece o conjugado motor ao alternador (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010).

Figura 6 – Sistema de transmissão.



Fonte: www.ons.org.br (2014)

As usinas hidráulicas apresentam um tempo de construção bastante longo, com custo de investimento elevado, porém, seu custo operacional é extremamente baixo. Já as usinas térmicas apresentam tempo de construção e custo de investimento sensivelmente menores, no entanto, custo operacional elevado devido ao valor do combustível. De modo geral, havendo disponibilidade de energia hidráulica em uma região, a opção economicamente mais viável é a das usinas hidrelétricas (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010; ONS, 2013).

O Brasil possui um dos maiores potenciais hidráulicos do mundo, conta, basicamente, com 4 grandes bacias:

- Bacia Amazônica;
- Bacia do São Francisco;
- Bacia do Tocantins;
- Bacia do Paraná.

A Bacia do Paraná é a mais explorada devido à proximidade com os grandes centros de consumo, já a Bacia Amazônica é a menos explorada devido às condições geográficas (IBGE, 2004; ANEEL, 2015a; ONS, 2013).

2.2.2 Sistema de transmissão

Devido à escassez das reservas hídricas próximas aos grandes centros de consumo, foi iniciada a exploração de fontes hídricas mais afastadas. O afastamento das bacias hidráulicas exigiu o desenvolvimento de sistemas de transmissão de grande porte. Por esse motivo surgiu o sistema de transmissão.

A figura 7 mostra uma linha de transmissão que sai da Usina de Xingó e vai para Messias/AL, constituída por um circuito trifásico com tensão de 500 kV, onde cada fase possui 4 condutores. A rede conta com sistema de proteção contra descargas atmosféricas, representado pelos dois condutores acima das fases, sendo esses aterrados na própria estrutura.

Figura 7 – Rede de transmissão em 500 kV, de Xingó para Messias.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014)

Ainda sobre sistemas de transmissão, mas no tocante a seus níveis de tensão, a energia é transmitida em tensão alternada, nos valores de 138 kV; 230 kV; 345 kV; 440 kV; 500 kV ou 750 kV, enquanto que, em tensão contínua, no Brasil, existe uma linha de ± 600 kV que conecta Itaipu (ONS, 2015) a Ibiúna, SP, cobrindo uma distância de 810 km e transporta uma potência de 6.000 MW (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010; ANEEL, 2011).

O sistema de transmissão deve operar **interligado**, a fim de elevar a confiabilidade e a possibilidade de intercâmbio entre áreas, ou seja, uma região com excesso de energia pode fornecer a energia excedente para outra região com déficit de energia, evitando o racionamento e a interrupção do fornecimento. (ONS, 2014a; BRASIL, 2004b; BRASIL, 2004a).

Um exemplo conhecido do intercâmbio energético entre regiões é a existência de ciclos hidrológicos diferentes entre a região de São Paulo, onde o período de chuva acontece no verão e a do Paraná, onde tal período se concentra no inverno. Deste modo, a energia excedente em São Paulo durante o verão pode ser transferida ao Paraná e durante o inverno São Paulo importa a energia excedente do Paraná (CPTEC, 2014).

2.2.3 Sistema de distribuição

O sistema de distribuição possui a missão de distribuir a energia captada do sistema de transmissão para os diversos consumidores, sejam eles de grande, médio ou pequeno porte. A fim de executar esta função com confiabilidade e, principalmente, segurança ele é dividido em cinco (5) etapas: sistema de subtransmissão, subestações de distribuição, sistema de distribuição primária, estações transformadoras e redes de distribuição secundária (iABRADEE, 2013; KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010).

A finalidade do sistema de subtransmissão é captar a energia em grosso das subestações de subtransmissão e transferi-las às SEs de distribuição e aos consumidores em tensão de subtransmissão. Seus níveis de tensão de subtransmissão são de 138 kV e 69 kV ou, raramente, 34,5 kV. Essas redes possuem capacidade de transporte de potência entre 20 e 150 MW. Os consumidores nestes níveis de tensão são estações de tratamento e bombeamento de água e grandes instalações industriais (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010; ABRADDEE, 2014).

Quanto à topologia da rede, o sistema pode operar em configuração radial, com possibilidade de transferência de bloco de carga e, com técnicas específicas referentes à proteção, pode também operar em malha. Existem quatro (4) arranjos típicos utilizados em redes de subtransmissão, desde arranjos com suprimento único a arranjos com duas fontes de suprimentos (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010).

A subestação de distribuição é o elo entre o sistema de subtransmissão e o sistema de distribuição primária, possui a função de transformar a energia em tensão de subtransmissão para tensão de distribuição primária (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010).

O sistema de distribuição primária, ou rede de “média tensão”, emerge das SEs de distribuição e atende aos consumidores primários e aos transformadores de distribuição ou estações transformadoras (ETs). Os consumidores primários são aqueles atendidos em tensão de distribuição primária. Exemplos desses tipos de consumidores são: indústrias de médio porte, conjuntos comerciais (*shopping centers*), universidades, entre outros. As ETs suprem a rede secundária ou rede de “baixa tensão”.

As redes de distribuição primárias podem operar em árvore com possibilidade de transferência de bloco de carga, e as redes de “média tensão” podem ser aéreas ou subterrâneas. Devido ao maior custo das redes subterrâneas, elas só ocorrem em áreas de maior densidade de carga onde há restrições paisagistas, logo as redes aéreas são mais difundidas.

Existem duas configurações para redes primárias aéreas, são elas: primário seletivo e primário radial. São construídas com postes de concreto e, raramente, de madeira com uma cruzeta no topo de dois metros de comprimento que fixam os isoladores por onde passam os condutores de alumínio (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010).

A evolução tecnológica dos materiais isolantes permitiu a substituição da cruzeta por

uma estrutura isolante (sistemas *Spacer cable*). Essa evolução possibilitou o desenvolvimento das **redes compactas** (figura 8) que são mais baratas, considerando os custos de implementação mais os custos operacionais, e mais seguras. Possibilitou também a passagem de redes elétricas por onde não era possível devido aos obstáculos naturais e, mesmo assim, reduzir a taxa de falhas (ANGELIS et al., 2011; GOMES, 2010; BRITO; CASTRO, 2007).

Figura 8 – Rede aérea compacta.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014)

O sistema de distribuição secundária possui a função de suprir os consumidores em baixa tensão, isto é, consumidores residenciais e pequenos comércios. Podem operar em malha ou radial e possuem centenas de metros de comprimentos.

2.3 REDES DE DISTRIBUIÇÃO: CONCEITOS, TIPOS E CUSTOS

O sistema de distribuição compreende todos os componentes, fios condutores, transformadores e equipamentos diversos de medição, controle e proteção das redes elétricas que são utilizados para receber a energia oriunda do sistema de transmissão e levá-la aos consumidores (industriais, comerciais ou residenciais). Segundo o Instituto da Associação Brasileira de Distribuidores de Energia Elétrica (iABRADEE):

O sistema de distribuição de energia é aquele que se confunde com a própria topografia das cidades, ramificado ao longo de ruas e avenidas para conectar fisicamente o sistema de transmissão, ou mesmo unidades geradoras de médio e pequeno porte, aos consumidores finais, que são majoritariamente os consumidores residenciais (iABRADEE, 2013, p. 6).

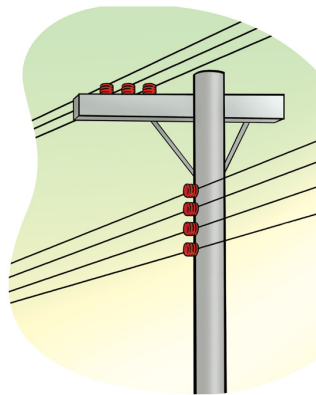
Por ser um sistema que possui a função de atender a todos os consumidores, a sua topologia é ramificada e apresenta extensão superior ao sistema de transmissão. Ele possui a finalidade de atender diversos tipos de consumidores com segurança e eficiência. O sistema de distribuição possui subdivisões, são elas: sistema de subtransmissão, subestação de distribuição, rede de distribuição primária, estações transformadoras e rede de distribuição secundária.

Segundo o iABRADEE (2013), as subestações de distribuição são as unidades responsáveis pela recepção da energia elétrica proveniente de redes de subtransmissão em alta tensão e, pelo rebaixamento do nível de tensão a valores caracterizados como média tensão (entre 2,3 kV e 44 kV). Os componentes principais de uma subestação de distribuição são: o transformador, chaves, seccionadores, disjuntores e equipamentos de medição e proteção contra raios ou curto-circuitos.

Por fim tem-se as redes de distribuição primária e secundária que são mostradas nas figuras 9 e 10. A rede primária é composta, normalmente, por três condutores de alumínio fixados em isoladores, os quais são fixados numa cruzeta. Além de chaves fusíveis, banco de capacitores, reguladores de tensão, para raios, entre outros equipamentos que são fixados na cruzeta.

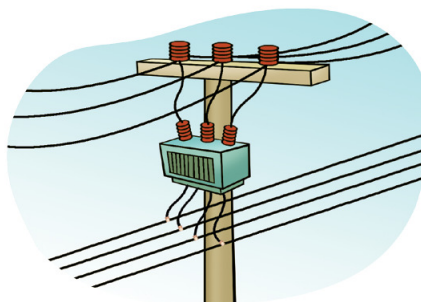
A estrutura (poste) ilustrada na figura 9 é composta de concreto armado e possui seção circular ou duplo T. A rede de média tensão (ou primária) compreende os três condutores de alumínio fixados através de isoladores na cruzeta. A cruzeta, por sua vez, está fincada no ponto mais alto do poste. Os quatro condutores acomodados na vertical compõem a rede de baixa tensão (ou secundária).

Figura 9 – Redes primária e secundária.



Fonte: iABRADEE (2013)

Figura 10 – Transformador de distribuição.



Fonte: iABRADEE (2013)

Segundo Eletrobras (2012d), rede de distribuição de média tensão (ou primária) é o componente do sistema elétrico de distribuição que deriva da subestação de distribuição e se destina ao suprimento das redes de baixa tensão e dos consumidores atendidos em média tensão.

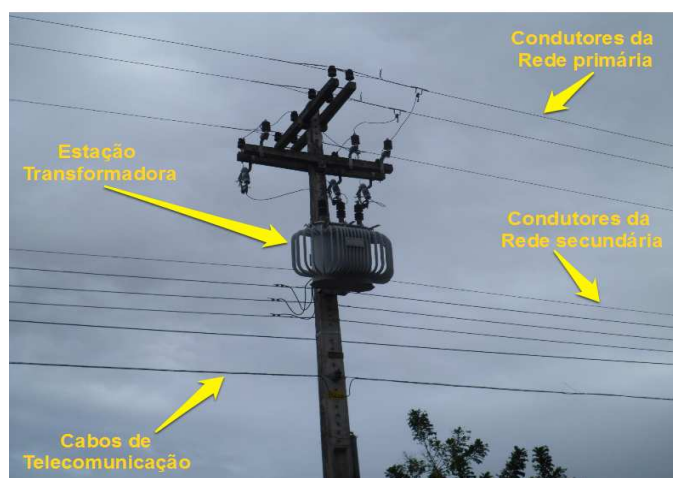
As estações transformadoras (ETs) são constituídas por transformadores conforme pode ser observado na figura 11. Os transformadores, ou “trafos”, normalmente, são trifásicos e possuem uma configuração com o primário em delta e o secundário em estrela aterrada, de onde é retirado o neutro. As ETs possuem a função de reduzir a tensão primária para a tensão secundária (baixa tensão).

Os transformadores são comumente fixados na própria estrutura (poste) de distribuição primária. Acima do transformador estão os condutores que compõem o sistema de distribuição primária e, abaixo, os que compõem o sistema de distribuição secundária.

Em resumo, numa estrutura da rede de distribuição primária que possua uma estação transformadora, é possível visualizar três grupos de condutores (figura 11):

- O primeiro grupo é composto por três condutores fases, que compõem a linha primária e estão no ponto mais elevado da estrutura. Logo abaixo deles está o transformador de distribuição;
- O segundo grupo está posicionado abaixo do transformador e normalmente possui quatro condutores (3 fases + neutro);
- O terceiro grupo, no nível mais baixo do poste, são cabos de empresas de telecomunicação, que utilizam as estruturas da rede elétrica para passar suas redes.

Figura 11 – Estação transformadora trifásica.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014)

Os transformadores são protegidos contra sobrecorrentes através de fusíveis e contra sobretensão através de para-raios. As potências padronizadas para estes transformadores

variam de 15 a 300 kVA e as tensões mais comuns na saída do transformador são: 220/127 V e 380/220 V.

Por sua vez a rede distribuição secundária ou de baixa tensão (BT) é composta do conjunto de componente do sistema elétrico de distribuição que deriva dos transformadores ligados às redes de média tensão e se destina ao suprimento dos consumidores atendidos em baixa tensão e da iluminação pública (ELETROBRAS, 2012c, p. 5).

A rede secundária é composta, geralmente, por quatro condutores de alumínio nu, fixados em isoladores. Os isoladores são fincados no mesmo poste que a rede primária, porém abaixo do transformador de distribuição (figura 10). A estação transformadora (ET) é composta, principalmente, pelo transformador de distribuição. Sua função é diminuir o nível de tensão e transferir a potência elétrica da rede primária para a rede secundária.

2.3.1 Tipos de redes de distribuição

Segundo o iABRADEE (2013) existem quatro tipos de rede de distribuição de energia:

Rede de distribuição aérea convencional: É o tipo de rede elétrica mais encontrado no Brasil, na qual os condutores são nus (sem isolamento) sobre cruzeta (madeira, concreto ou fibra), e isoladores de porcelana ou vidro. Exatamente por isso, essas redes são mais suscetíveis à ocorrência de defeitos (curto-circuitos), principalmente quando há contato de galhos de árvores com os condutores elétricos.

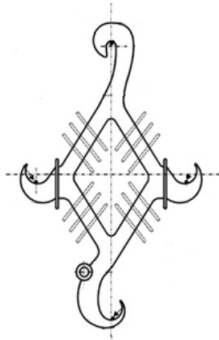
Rede de distribuição aérea compacta: Surgiram no Brasil na década de 1990. As redes compactas são consideravelmente mais protegidas que as redes convencionais, não somente porque os condutores tem uma camada de protetora, mas porque a rede em si ocupa perceptivelmente menos espaço, resultando em menor número de perturbações.

Essa modalidade de rede utiliza um cabo mensageiro de aço para sustentação dos espaçadores poliméricos, instalados em intervalos regulares de 7 a 12 m. A função desses espaçadores é servir de elemento de apoio para os condutores, dispondo-os num arranjo losangular compacto (figura 12). Assim todo o esforço mecânico fica aplicado ao mensageiro, deixando os condutores ligeiramente tracionados. Devido a essa compactação da rede, é possível a construção de estruturas com circuitos duplos, triplos ou quádruplos, desde que obedeçam aos critérios previstos na norma relacionada (ELETROBRAS, 2012b).

Rede de distribuição aérea isolada: Esse tipo de rede é bastante protegida, pois os condutores são encapados com isolamento suficiente para serem trançados. Geralmente mais cara, essa rede é utilizada em condições especiais.

Essa modalidade de rede utiliza três condutores: isolados, blindados, e multiplexados em torno de um cabo mensageiro de sustentação. Devido ao pleno isolamento da rede, todas as conexões são efetuadas por acessórios especiais acopláveis entre si, assegurando um

Figura 12 – Espaçador losangular para rede de distribuição primária.



Fonte: Eletrobras (2012b)

sistema “totalmente isolado” (ELETROBRAS, 2012c; ELETROBRAS, 2012d).

Rede de distribuição subterrânea: A rede subterrânea é aquela que proporciona o maior nível de confiabilidade e também o melhor resultado estético, dado que as redes ficam enterradas. No entanto, essas redes são consideravelmente mais caras que as demais soluções, sendo comuns apenas em regiões muito densas ou onde há restrições para a instalação das redes aéreas.

A Eletrobras (2012c) publicou o referido documento a ser adotado em suas empresas distribuidoras. O documento Eletrobras (2012c) define como padrão mínimo para redes de distribuição de média tensão a rede compacta ou protegida e para a baixa tensão a rede com cabos isolados. Assim, as novas redes do tipo convencionais são restritas a análise técnica criteriosa das áreas de expansão das distribuidoras:

O padrão mínimo de atendimento urbano, estabelecido pela Distribuição, é o de redes de distribuição **protegidas**. Está prevista também a utilização da rede de distribuição isolada. A sua aplicação é preferencialmente em trechos densamente arborizados, com galhos em contato permanente com os condutores, ou em alimentadores onde o nível de confiabilidade exigido seja elevado (ELETROBRAS, 2012c, p. 12).

Assim, os novos projetos de redes de distribuição para áreas urbanas, possivelmente, serão de redes compactas (protegidas), exceto nas seguintes situações: saída de SE's; locais com redes próximas a edificações; áreas ambientais; áreas altamente poluídas onde possa haver o comprometimento dos outros tipos de cabos e acessórios; estruturas congestionadas; projetos de travessia (pontes, viadutos, etc.); e trechos densamente arborizados (ELETROBRAS, 2012c).

Desde modo, o levantamento de custos fixos e variáveis de redes de distribuição serão limitados as redes de distribuição primária compacta. Dado que, em situações normais esta é a rede padrão para a maioria das distribuidoras de energia elétrica e, principalmente, para a concessionária de Alagoas, Eletrobras Distribuição Alagoas.

2.3.2 Custos dos materiais, equipamentos e serviços

Um dos principais custos num projeto de rede de distribuição está relacionado aos componentes necessários para concepção da estrutura física da rede. A escolha desses materiais é, normalmente, decorrente de regulamentação existente, características das cargas, características do local por onde vai passar a rede, poluição do ambiente, entre outros.

Os principais componentes da rede de distribuição compacta são:

- **Condutores:** cabos de alumínio cobertos com uma camada de polietileno reticulado (XLPE), visando a redução da corrente de fuga em caso de contato acidental com objetos aterrados e a redução do espaçamento entre condutores. Cabe destacar que estes cabos, por serem apenas “encapados”, não podem ser classificados como “isolados eletricamente”;
- **Mensageiro:** cabo de aço de alta resistência;
- **Espaçadores:** peças injetadas de polietileno de alta densidade (HDPE do inglês high density polyethylene) dotadas de garras para segurar os condutores e mensageiro;
- **Isoladores de pino e de ancoragem:** peças confeccionadas em material polimérico destinadas a promover o isolamento elétrico dos condutores da rede, em conjunto com os espaçadores;
- **Braços suportes:** ferragens destinadas à sustentação da rede.

Além desses componentes o projeto precisa contemplar outros elementos, como: as estruturas de concreto (postes), transformadores, chaves fusíveis, para-raios e outros. As características necessárias para escolha dos materiais acima listados será discutida a seguir, bem como os custos de aquisição e do serviço de instalação.

Estação transformadora

Como mencionado anteriormente a estação transformadora (ET) é responsável por transferir o fluxo de potência da rede de média tensão para a rede de baixa tensão. A rede de média tensão “enxerga” a ET como um consumidor, a estação transformadora é quem “consome” a potência da rede primária. A principal função da ET é transferir a potência elétrica ao sistema secundário em nível de tensão adequado. O nível de tensão padronizado para distribuição secundária em Alagoas é 380V para tensão trifásica e 220V para tensão monofásica².

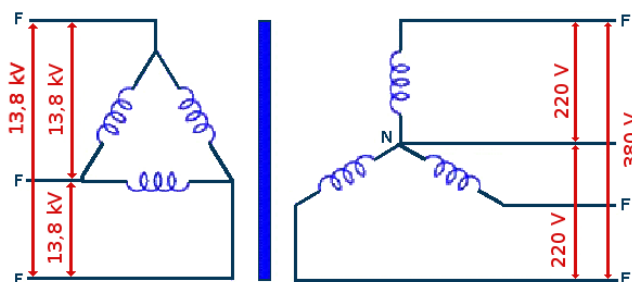
O principal equipamento de uma ET é o transformador de potência (trafo). Esse equipamento é responsável por abaixar a tensão da rede primária (13,8kV) para a tensão da

² <http://www.abradee.com.br/setor-de-distribuicao/niveis-de-tensao>

rede secundária (380/220V). Um transformador básico consiste em duas bobinas isoladas eletricamente uma da outra e enroladas em torno de um núcleo comum (GUSSOW, 2009). Entretanto, os transformadores utilizados em redes de distribuição são, geralmente, trifásicos. Deste modo, são constituídos de três enrolamentos primários e ao menos três enrolamentos secundários (NASCIMENTO JUNIOR, 2011).

A configuração dos enrolamentos dos transformadores de potência trifásicos utilizados em redes de média tensão é conhecida como delta-estrela. O termo delta-estrela (ou triângulo-estrela) remete a aparência da configuração dos enrolamentos (figura 13). Onde os enrolamentos do primário são dispostos em forma de triângulo e os do secundário são dispostos em forma de estrela com o neutro acessível (ELETROBRAS, 2012a). A figura 13 mostra a configuração de um transformador trifásico ($\Delta - Y$), é possível entender, através da figura, a razão da rede de distribuição primária possuir três condutores e a secundária quatro.

Figura 13 – Configuração dos enrolamentos de um transformador de potência trifásico.



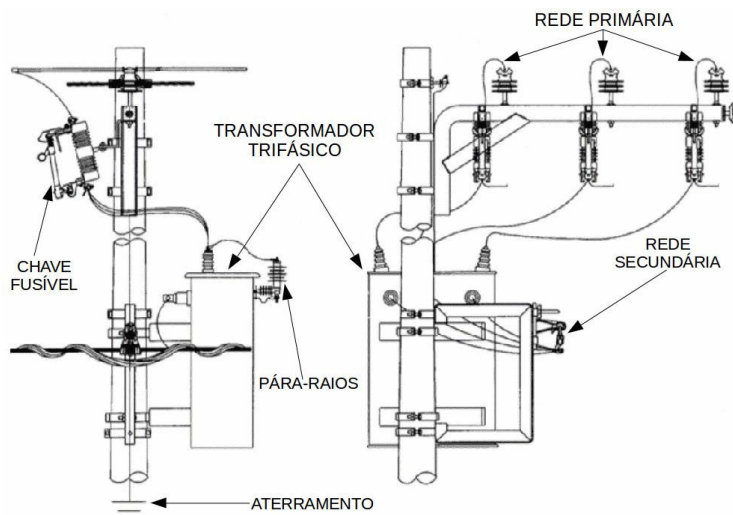
Fonte: Elaborada pelo autor (2014)

A estação transformadora além do transformador de distribuição possui outros componentes. Ela possui equipamentos de proteção contra sobrecorrente tanto na média tensão (chave fusível) quanto na baixa tensão (disjuntor termomagnético). Outros dispositivos de proteção obrigatórios da ET são os para-raios (proteção contra sobretensão) e o aterramento (ELETROBRAS, 2012c). A figura 14 mostra em detalhes a estrutura padronizada pela Eletrobras Distribuição Alagoas para estação transformadora de redes de distribuição compactas.

As ETs devem ser instaladas o mais próximo possível do centro de carga do respectivo circuito secundário e das cargas elevadas, principalmente aquelas causadoras de flutuação no nível de tensão da rede (raios-X, forno a arco, máquina de solda, motor de grande capacidade, entre outros).

A principal característica a ser especificada em um transformador de potência é a sua potência aparente, comumente, indicada em KVA. Os transformadores de distribuição são comercializados, normalmente, com as potências nominais de 15 kVA, 30 kVA, 45 kVA, 75 kVA, 112,5 kVA, 150 kVA, 225 kVA e 300 kVA. Entretanto, para redes de distribuição são utilizadas as potências acima descritas com exceção dos transformadores com potência de 225 kVA e 300 kVA. A tabela 1 mostra os preços dos transformadores de distribuição por potência.

Figura 14 – Estrutura com estação transformadora.



Fonte: Adaptado de Eletrobras (2012b).

Tabela 1 – Valores típicos de transformadores de distribuição.

| Potência (kVA) | Tensão do Primário (kV) | Tensão do Secundário (V) | Preço Líquido Unitário (mil R\$) |
|-----------------|-------------------------|--------------------------|----------------------------------|
| 15 ¹ | 13,8 | 380/220 | 3,1 |
| 30 | 13,8 | 380/220 | 4,0 |
| 45 | 13,8 | 380/220 | 4,5 |
| 75 | 13,8 | 380/220 | 5,8 |
| 112,5 | 13,8 | 380/220 | 7,2 |
| 150 | 13,8 | 380/220 | 7,9 |

¹ No catálogo da WEG não tem transformador de distribuição de 15 kVA, valor obtido como média de algumas empresas (Transformadores União, Casado Transformador, Transformadores Minuzzi, TecnoTrafo, entre outras)

Fonte: Cortesia WEG Equipamentos Elétricos S/A Transformadores.

Além da potência aparente do transformador devem-se especificar várias características elétricas e mecânicas, como: índice de proteção; tensões primárias e derivações; tensão secundária; frequência; normas aplicáveis; acessórios; impedância; corrente de excitação; perdas; dimensões especiais; e qualquer outra característica importante (WEG INDÚSTRIAS S.A. - TRANSFORMADORES, 2012).

O transformador exerce um papel fundamental no funcionamento da estação transformadora. O custo referente ao trafo representa uma parte significativa do custo total da ET, no entanto, existem outros custos significativos relativos aos equipamentos de proteção do transformador e da própria estrutura. A tabela 2 mostra os custos da ET em função de sua potência aparente.

O presente tópico apresentou algumas das principais características referentes à estação transformadora. Foram abordados também, os custos relacionados, tanto dos

Tabela 2 – Valores típicos das estações transformadoras.

| Potência (kVA) | Preço Líquido Unitário (mil R\$) | Potência (kVA) | Preço Líquido Unitário (mil R\$) |
|----------------|----------------------------------|----------------|----------------------------------|
| 15 | 8,1 | 75 | 12,2 |
| 30 | 9,8 | 112,5 | 14,0 |
| 45 | 10,8 | 150 | 17,0 |

Fonte: Engenheiro Antônio Carlos Chagas da Empresa AC4 Engenharia.

componentes quanto total das ET. No próximo tópico serão levantadas questões referentes a um dos principais componentes de qualquer rede elétrica, os condutores elétricos, além dos custos associado aos mesmos, que compõem parte significativa das redes de distribuição.

Condutores

Toda rede de distribuição necessita de vários quilômetros de condutores para levar a potência elétrica aos diversos consumidores por ela atendidos. Assim, uma das decisões que podem otimizar a qualidade e viabilidade do projeto é a escolha dos condutores. A rede compacta é mais segura em comparação às redes convencionais, devido a dois motivos: utilização de cabos cobertos e ocupação de menor espaço (figura 15) (iABRADEE, 2013).

Figura 15 – Disposição dos cabos em um espaçador losangular.



Fonte: <http://www.plp.com.br/site/distribuicao-catalogo> (2014)

Os cabos cobertos são dotados de cobertura protetora de material polimérico, visando à redução da corrente de fuga em caso de contato acidental do cabo com objetos aterrados e redução do espaçamento entre condutores. Para ocorrer essa redução do espaço entre condutores sem que haja contato, são utilizados espaçadores (ELETROBRAS, 2012b; ELETROBRAS, 2012a).

O acessório utilizado para acomodar os cabos é de material polimérico de formato losangular (figura 15) cuja função é a sustentação e separação dos cabos cobertos na rede protegida ao longo do vão, mantendo o isolamento elétrico da rede. Para sustentação dos espaçadores é necessário um cabo de alta resistência mecânica conhecido como cabo mensageiro. Além de ser utilizado para sustentação dos espaçadores, também, são usados

para proteção elétrica e mecânica da rede protegida (ELETROBRAS, 2012b; ELETROBRAS, 2012a).

A identificação dos cabos é feita através de marcações na camada protetora de pelo menos uma das fases, as marcas devem estar legíveis e aparecer em intervalos regulares de 500mm , contendo no mínimo as seguintes informações (ELETROBRAS, 2012a):

- a) Nome e/ou marca comercial do fabricante;
- b) Classe de tensão (15kV);
- c) Material (Al) e seção nominal do condutor, em mm^2 ;
- d) Material da cobertura (XLPE);
- e) Os dizeres “cabo não isolado - não tocar” e “bloqueado³”;
- f) Mês e ano de fabricação;

Quanto à identificação da seção transversal dos cabos de um dado circuito é utilizada a seguinte representação:

$$N \times 1 \times S + S1$$

Onde N representa o número de condutores fase isolados; S indica a seção transversal de cada condutor fase, em mm^2 ; e $S1$ representa a seção transversal do cabo mensageiro (neutro), em mm^2 .

As seções padronizadas para condutores de redes aéreas compactas na área de concessão da Eletrobras Alagoas são (ELETROBRAS, 2012c, p. 24):

- Redes aéreas compactas:
 - $3 \times 1 \times 35\text{mm}^2 + 9,5\text{mm}$;
 - $3 \times 1 \times 50\text{mm}^2 + 9,5\text{mm}$;
 - $3 \times 1 \times 95\text{mm}^2 + 9,5\text{mm}$;
 - $3 \times 1 \times 185\text{mm}^2 + 9,5\text{mm}$.

O dimensionamento elétrico dos cabos de média tensão deve ser feito observando os critérios de queda máxima admissível e ampacidade. Devem ser observados também os níveis de curto-circuito da SE. Os cabos protegidos com cobertura em XLPE possuem uma temperatura máxima, em regime permanente, de 90°C (ELETROBRAS, 2012c).

³ Condutor cujos interstícios são preenchidos ao longo de todo o seu comprimento, com a finalidade de conter o ingresso longitudinal de água no seu interior (ELETROBRAS, 2012a).

O critério de máxima queda de tensão admissível tem por objetivo garantir que a tensão elétrica no ponto de entrada de um consumidor não fique abaixo de valores padronizados. Deste modo, é definido em norma (ANEEL, 2015b) quais são os limites de queda de tensão para cada trecho da instalação. Já o critério da ampacidade garante que pelo cabo só fluirá a corrente suportada pelo mesmo. É comum identificar esse método como critério da capacidade de condução de corrente.

Em um projeto de rede de distribuição, parte significativa do custo total é referente ao valor dos condutores elétricos. Por esse motivo, o dimensionamento dos cabos, quando bem feito, afeta de forma positiva a viabilidade econômica e técnica do projeto. O custo associado ao condutor depende da quantidade de alumínio e material isolante usado na fabricação do mesmo. Assim, quanto maior a seção transversal do cabo mais caro é o cabo posto, pois mais alumínio e isolante são usados na fabricação. A tabela 3 mostra os cabos utilizados em redes compactas protegidas com suas principais características e seus valores.

Tabela 3 – Características físicas e elétricas dos cabos de rede protegida.

| Cabos Protegidos para - 15kV | | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------|---------------------------|-------------------|
| Seção Nominal (mm ²) | Corrente Admissível ¹ (A) | Resistência a 20°C(Ω/km) | Carga de Ruptura (daN) | Valor (R\$/km) |
| 35 | 187 | 0,868 | 455 | 2.890,00 |
| 50 | 225 | 0,641 | 650 | 3.490,00 |
| 95 | 345 | 0,320 | 1235 | 6.470,00 |
| 185 | 525 | 0,164 | 2405 | 9.630,00 |

1. Valores de corrente referidos a temperatura ambiente de 40°C e máxima no condutor de 90°C em regime permanente. Velocidade do vento igual a 2,2km/h. Para temperatura ambiente de 30°C, multiplicar os valores da tabela por 1,10.

Fonte: Adaptado (ELETROBRAS, 2012c). Valores obtidos com Engenheiro Antônio Carlos Chagas

Estruturas

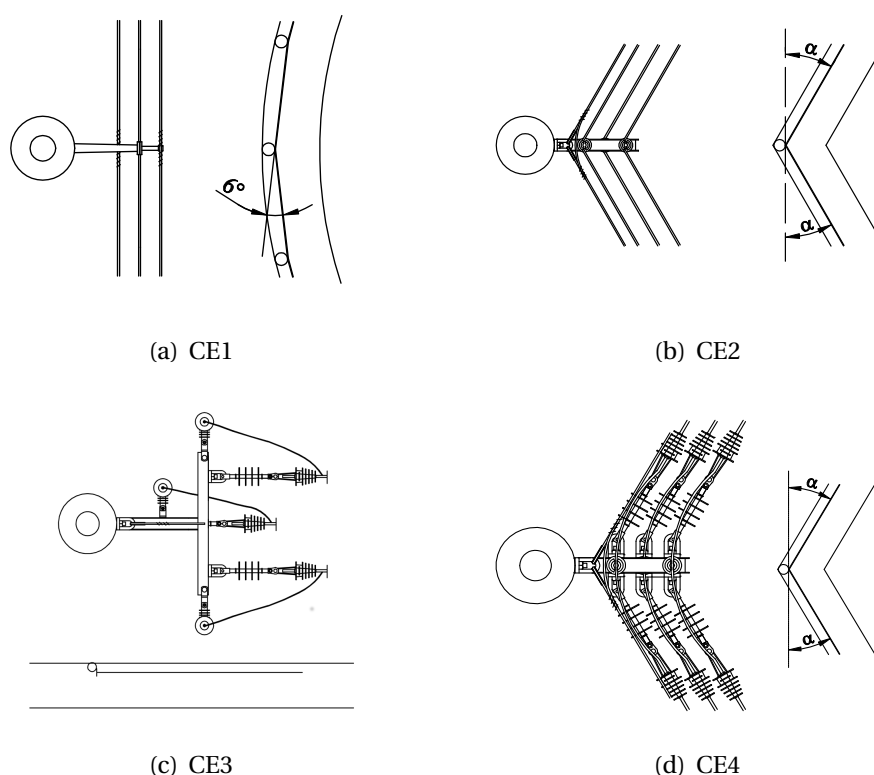
As estruturas básicas são padronizadas para uso em diferentes tipos de redes. No caso da rede compacta, as estruturas básicas da Eletrobras são padronizadas pelo documento Eletrobras (2012b) em seu capítulo 5. Essa norma define as estruturas e demais equipamentos utilizados em redes de distribuição protegidas a serem empregadas em suas áreas de concessão. A norma define ainda as características das estruturas e onde devem ser aplicadas.

A nomenclatura para representação das estruturas básicas para redes protegidas é “CE”, que significa “Compacta em Espaçadores”. A representação CE é seguida de um índice que caracteriza a estrutura (ELETROBRAS, 2012b). As estruturas básicas devem ser montadas em postes de concreto Duplo T. Os postes de concreto circular, madeira (eucalipto tratado) ou fibra de vibro devem ser utilizados nos casos em que tecnicamente não é possível a utilização do poste Duplo T (ELETROBRAS, 2012c). Os postes duplo T são representados pela simbologia DT. A especificação necessária à completa descrição do poste, além do tipo, é a altura e o

esforço suportado. Assim é comum especificar postes como: 11/200; 11/400; 11/600; 11/1000; 12/400; entre outros. Nessa representação o primeiro valor significa a altura do poste em metros e o segundo número, depois da barra, significa o esforço suportado em deca Newton (daN).

Uma vista de cima das principais estruturas é mostrada na figura 16. Nota-se que a estrutura CE1 (figura 16a) é aplicada em vão de tangência, nesta estrutura é possível um ângulo de deflexão máxima de 6° (ELETROBRAS, 2012b; CELG, 2001).

Figura 16 – Representação esquemática da vista superior das estruturas básicas CE.



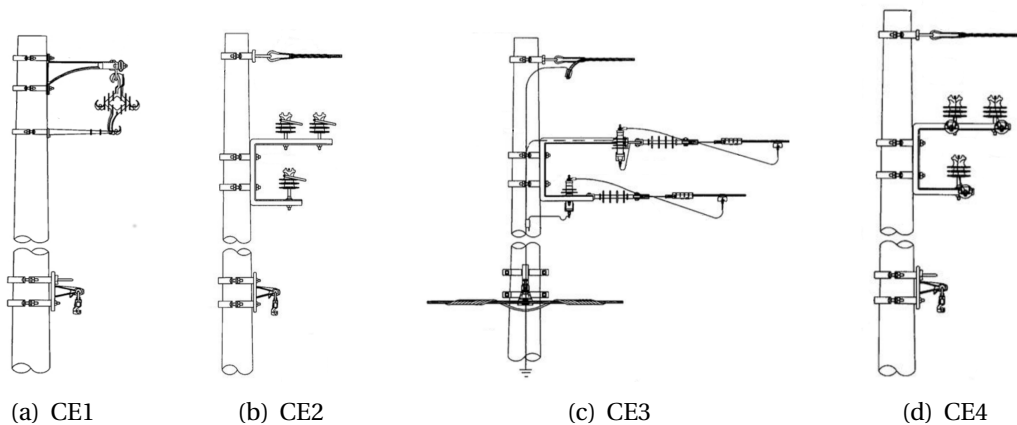
Fonte: Adaptado de CELG (2001)

As estruturas CE2 e CE4 (figuras 16b e 16d) são aplicadas em vão em deflexão, os ângulos de deflexão para a estrutura CE2 são os compreendidos entre 0 e 60° , enquanto que, para a estrutura CE4 os ângulos são compreendidos entre 0 e 90° . Já a estrutura CE3 (figura 16c) é utilizada para vão em fim de rede. A figura 17 mostra a representação esquemática das estruturas anteriores.

Quanto ao dimensionamento do poste, basicamente, é necessário determinar a altura e o esforço mecânico. No caso da altura, utiliza-se o poste com 9 metros para redes de baixa tensão sem previsão de ampliação de rede. Podem-se utilizar postes de 11 metros para qualquer tipo de rede de média tensão e de baixa tensão, bem como para instalação de equipamentos como para-raios, chave tripolar, transformador, religadores, entre outros.

Os postes com 12 metros de altura são empregados em necessidades para redes de

Figura 17 – Representação esquemática das estruturas básicas CE.



Fonte: Adaptado de Eletrobras (2012b)

distribuição protegidas e isoladas, como em locais com travessia de veículos altos, circuitos múltiplos de média tensão, entres outros. Para essas situações, dependendo da necessidade, podem ser utilizados postes especiais, que são postes com altura maior que 12 metros (ELETROBRAS, 2012c).

A determinação dos esforços dos postes deve ser feita considerando as cargas devido às redes de média tensão, de baixa tensão, ramais de ligação e outros cabos de uso mútuo, como as redes de telecomunicação. Depois de calculado o esforço necessário para o poste, define-se o tipo de estai e a resistência do poste. Estai são cabos fixados nos postes para aumentar a resistência ao esforço, eles podem ser fixados no chão ou mesmo em outro poste.

A distância entre dois postes consecutivos de uma rede é denominada de vão, o mesmo depende do tipo da rede e da área (urbana ou rural). Para redes de média tensão protegidas e redes de baixa tensão isoladas o vão médio padronizado pela norma é de 40 metros (ELETROBRAS, 2012c). Esse valor pode variar muito, em áreas periféricas com predominância de chácaras ele pode chegar até 80 metros, desde que as condições sejam favoráveis.

É grande a quantidade de tipos de estruturas existentes para redes de distribuição protegidas. As normas Eletrobras (2012b) e CEAL (2008) definem essas estruturas. As mesmas possuem listas de itens para cada estrutura, a fim de simplificar a elaboração do projeto e do orçamento. Algumas das estruturas básicas de redes de distribuição protegidas, bem como sua aplicação e seus custos, estão resumidos na tabela 4. É importante ressaltar que na tabela 4 não estão representadas as estruturas que sustentam alguns equipamentos da rede como: para-raios, religador, chaves-facas, entre outros.

Para efeito de calculo de remuneração dos serviços de mão-de-obra em projetos nas áreas de concessão da Eletrobras é utilizado uma unidade de serviço (US). A qual é definida em norma como o valor de serviço de instalação completa de um poste em rede de distribuição

aérea, equipado e incluindo-se todas as composições de serviços necessários para completar a tal tarefa (ELETROBRAS, 2012c). Assim, o valor dos demais serviços, como remoção dos poste, instalação de haste de aterramento e instalação de caixa de passagem são dados em função da US. O custo da mão-de-obra para instalar um poste é de, aproximadamente, R\$ 450,00, segundo o Engenheiro Antônio Carlos Chagas da Empresa AC4 Engenharia.

Tabela 4 – Aplicação e custos das principais estruturas das redes compactas.

| Estrutura | Aplicação | Custo |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| CE1 | Estrutura utilizada em tangência ou em pequena deflexão (no máximo 6°) | R\$ 1.300,00 |
| CE1-A | Estrutura utilizada em tangência ou em pequena deflexão (no máximo 6°). Caracterizada pelo braço anti-balanço que fixa o espaçador ao poste. Esta estrutura deve ser utilizada a cada 200 metros de rede com vãos em tangência, em estrutura de transformador | R\$ 1.370,00 |
| CE2 | Estrutura utilizada com ângulo de deflexão entre 6° e 60° | R\$ 1.700,00 |
| CE3 | Estrutura utilizada em fim de rede | R\$ 2.100,00 |
| CE4 | Estrutura utilizada para ancoragem e com ângulos de deflexão de até 90°. Caso o poste seja de concreto armado e tenha seção duplo “T” o ângulo máximo será de 60° podendo ser aplicada até 90° se a face cheia do poste ficar na bisetriz do ângulo | R\$ 2.950,00 |
| 2CE3 | Estrutura utilizada normalmente em esquinas com ângulos de 90°, podendo ser utilizada em ângulos que variam entre 60° a 120° | R\$ 3.350,00 |
| CE1A-E1 | Estrutura usada com transformadores trifásicos | R\$ 3.400,00* |

* Transformador não incluso.

Fonte: Adaptado de CEAL (2008) e os Custos: Engenheiro Antônio Carlos Chagas.

Até o momento foi apresentado uma contextualização de todo o sistema elétrico brasileiro com ênfase no sistema de distribuição de energia. A descrição da conjuntura mostrou de forma simples as particularidades do sistema elétrico. Foi dada ênfase aos principais conceitos, os tipos de rede de distribuição e os custos dos principais componentes do sistema. O próximo capítulo apresentará uma breve revisão bibliográfica acerca dos três principais pontos desse trabalho: teoria dos grafos, modelos de otimização de redes de acesso local e custos referentes a construção e operação das redes de distribuição.

3 FUNDAMENTOS E TRABALHOS RELACIONADOS

O processo de modelagem de sistemas elétricos, visando sua simulação e otimização, baseia-se na representação matemática das redes, conhecida como grafos, que permitem a aplicação de algoritmos de simulação e otimização da configuração e dos fluxos de demanda. Portanto, antes de descrever os modelos, é preciso introduzir alguns conceitos da teoria dos grafos. Esses conceitos, características e algoritmos serão apresentados na seção 1 desse capítulo.

A rede de energia elétrica é definida como uma rede de utilidade pública ou rede de acesso local, ou seja, é um sistema de atendimento a usuários distribuídos espacialmente, com caráter público e com função de transferir energia entre pontos dispersos pela rede. Representando o sistema elétrico como um grafo pode-se modelá-lo utilizando diversos modelos existentes na literatura para redes de utilidade pública. Os modelos mais relevantes para esse trabalho serão apresentados na seção 2 desse capítulo.

Para implementar o sistema elétrico nos modelos de otimização de redes de utilidade pública, faz-se necessário o levantamento dos diversos parâmetros do modelo. Por se tratar da otimização do custo total de uma rede, é necessário conhecer os diferentes custos de construção e operação. Para auxiliar o levantamento dos custos foram estudados alguns trabalhos da literatura, os mais relevantes são mostrados na seção 3.

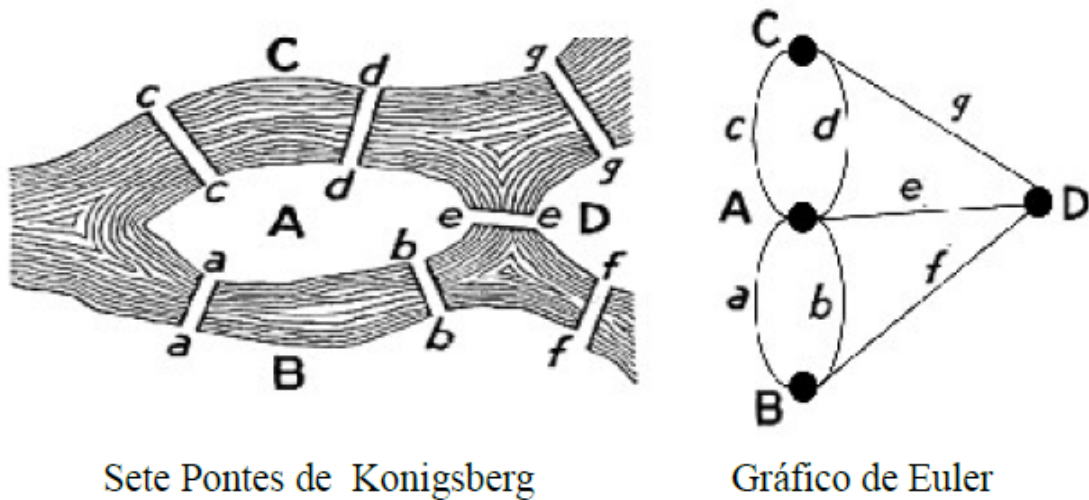
3.1 TEORIA DOS GRAFOS

A teoria dos grafos é um ramo da Matemática Discreta que estuda objetos denominados grafos. Um grafo é uma estrutura de abstração bastante útil na representação e solução de diversos tipos de problemas (GOLDBARG; GOLDBARG, 2012).

A origem dos grafos se deu por volta de 1736, quando Leonhard Euler utilizou grafos para resolver o problema das “Sete pontes de Königsberg”. O problema é baseado na cidade de Königsberg (território da Prússia até 1945, atual Kaliningrado). A cidade é cortada pelo Rio Prególia e possui duas ilhas, o complexo possuía sete pontes (MARCULESCU; BOGDAN, 2007). O problema era como atravessar todas as pontes sem repetição (figura 18).

Euler abstraiu cada área como um nó e cada ponte como uma aresta. Essa forma de modelagem com pontos ligados por arestas e associados por matrizes em que cada linha representa a conectividade dos pontos (figura 18), está na base da teoria dos grafos. O termo “grafo” (*graph*) foi introduzido em 1878 por James Joseph Sylvester. Por sua vez, em 1936 Denes König publica a *Theorie der endlichen und unendlichen Graphen*, obra que desencadeou grande interesse sobre a teoria dos grafos (MARCULESCU; BOGDAN, 2007; OSTROSKI; MENONCINI, 2009).

Figura 18 – Sete pontes de Königsberg e um grafo equivalente.



Fonte: Marculescu e Bogdan (2007).

Um grafo $G = G(N, E)$ é uma estrutura entre N e E , sendo N um conjunto discreto finito e não vazio, e E uma relação binária sobre N . Os elementos de N são representados por pontos. O par ordenado $(v, w) \in E$, onde v e $w \in N$, é representado por uma linha ligando v a w (GOLDBARG; GOLDBARG, 2012; FEOFILOFF; WAKABAYASHI, 2011).

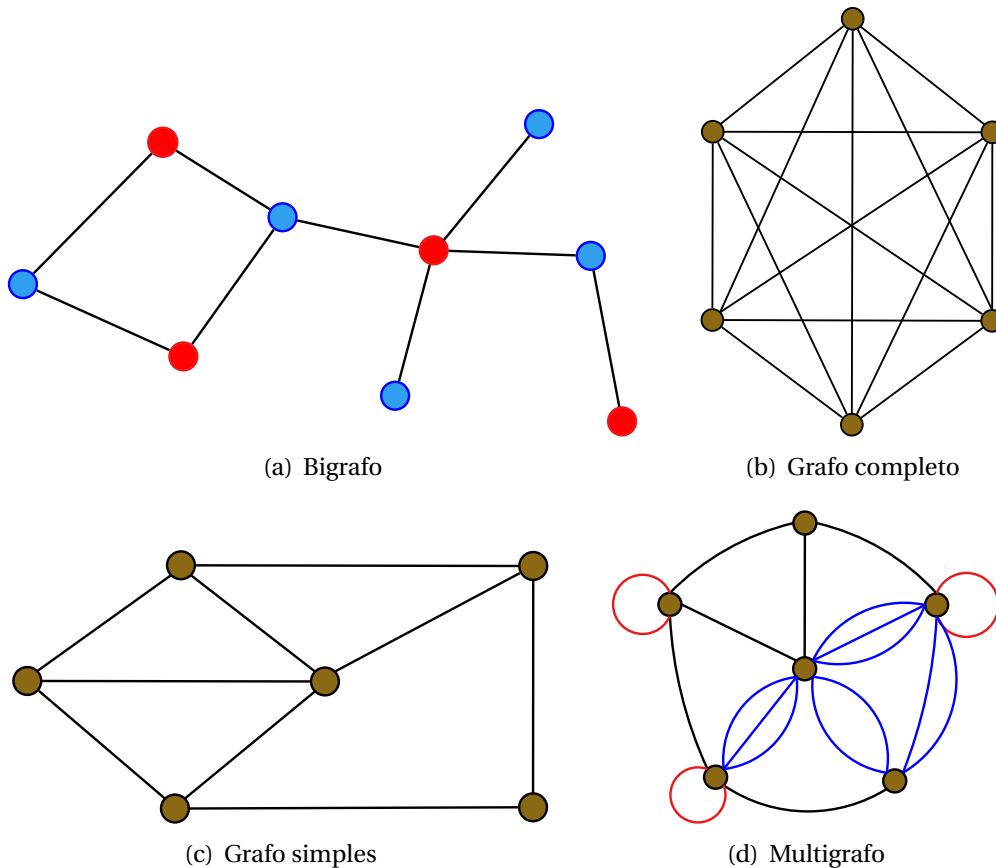
Os elementos do conjunto E são denominados de arestas, linhas ou arcos do grafo, e em geral, são representados pelas letras minúsculas a, b, c, d , ou e_i, e_j . Os elementos do conjunto N são denominados de vértices, pontos ou nós do grafo, e em geral, são representados pelas letras minúsculas u, v, w , ou v_i, v_j ou por números 1, 2, 3 e sucessivamente (GOLDBARG; GOLDBARG, 2012; FEOFILOFF; WAKABAYASHI, 2011).

Os grafos são classificados segundo os conceitos presentes neles, assim, um grafo que possui laços ou arestas paralelas é denominado **multigrafo** (figura 19(d)). Quando um grafo não possui laços nem arestas paralelas ele é denominado de **grafo simples** (figura 19(c)). O grafo simples em que cada par de vértices são adjacentes chama-se **grafo completo** (figura 19(b)). Já um grafo que pode ser dividido em dois subconjuntos N_1 e N_2 , de forma que $N_1 \cap N_2 = \emptyset$; e cada vértice $v_i \in N_1$ está unido a pelo menos um vértice $v_j \in N_2$ é denominado **grafo bipartido** ou *bigrafo* (figura 19(a)).

Quando um grafo tem seus vértices ou arestas associados a um rótulo que pode ser número, nome, letra, símbolo ou algo assim, esse grafo é chamado **rotulado**. Em especial, se as arestas ou vértices receberam como rótulo um número, o grafo será chamado **valorado**. Os grafos podem ainda ser **orientados ou não**, quando suas arestas tiverem uma orientação o grafo é chamado de **grafo dirigido** ou **dígrafo** (GOLDBARG; GOLDBARG, 2012; SINHA; GUPTA, 2012; LUCCHESI, 1979).

Existe uma vasta gama de problemas que podem ser modelados através de grafos. Alguns desses problemas são o problema de coloração, problemas de roteamento, problemas

Figura 19 – Tipos de grafos.



Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

de transporte e problemas de fluxo em redes (OSTROSKI; MENONCINI, 2009; GROSS; YELLEN, 1998). Alguns dos algoritmos mais conhecidos na área de grafos são o algoritmo de Dijkstra, algoritmo de Kruskal, algoritmo do vizinho mais próximo e algoritmo de Prim (MISA; FRANA, 2010; GOLDBARG; GOLDBARG, 2012; DIJKSTRA, 1959).

Densidade de um grafo

As redes de utilidade pública, normalmente, possuem um número de arestas possíveis inferior ao número total de arcos de um grafo completo, com a mesma quantidade de nós. Por exemplo, um grafo simples não-direcionado, sem arcos paralelos ou antiparalelos nem laços¹ e com n vértices, sendo que todos são adjacentes aos vértices restantes, ou seja, é um grafo simples e completo. O número de arestas possíveis para esse grafo é $K_n = \frac{n(n-1)}{2}$.

À medida que os grafos das redes possuem números menores de possíveis arcos, os modelos de configuração “perdem a liberdade” de escolher uma topologia mais acessível, sendo forçados a escolher a configuração dentro de uma estreita faixa de possibilidades. A relação do número de possíveis arestas da rede $G(N, E)$ pela quantidade de arcos de um grafo

¹ Arcos onde o nó de origem e destino são o mesmo

completo com n nós é denominada de “*grau de esparsidade do grafo*” ou “*densidade do grafo*” $d(G)$ da rede (SZWARCFITER, 1988; GONÇALVES, 2011). A expressão matemática é:

$$d(G) = \frac{2 \cdot m}{n(n-1)} \quad (3.1)$$

onde:

$d(G)$ = densidade do grafo G ;

m = número de arcos da rede;

n = número de nós da rede.

A “*densidade do grafo*” $d(G)$ tem o objetivo de expressar de forma quantitativa o número de possibilidades que o modelo terá para “desenhar” a árvore. O valor de $d(G)$ varia de $\frac{2}{n}$ até 1. Valores próximos a 1 indicam que a rede possui um número elevado de possibilidades de configuração, entretanto, valores baixos de $d(G)$ indicam que são poucas as configurações disponíveis para a rede (SZWARCFITER, 1988; GONÇALVES, 2011).

Esse conceito não é válido para redes com nós de passagem ou nós de *Steiner*, principalmente as redes que o número desses nós elevado. Nós de *Steiner* são pontos do grafo que não consomem demanda (GOLDBARG; LUNA; GOLDBARG, 2014). Redes com essas características, quando implementadas, geram modelos que podem calcular configurações que não incluam alguns ou vários nós de passagem. Porém, para redes com um número pequeno de nós *Steiner* esse conceito pode dar uma noção da liberdade de configuração da rede.

3.2 MODELOS PARA REDES DE ACESSO LOCAL

O artigo *A Note on Two Problem in Connexion with Graphs*, Dijkstra (1959), foi um dos primeiros a levantar problemas de configuração de redes. Nele são apresentadas algumas notas que orientam quanto a solução de dois problemas, o primeiro é como construir uma *Minimum Spanning Tree* ou árvore geradora mínima (AGM) e o segundo, encontrar o caminho de comprimento total mínimo entre dois nós quaisquer de um grafo. Antes de Dijkstra já existiam algoritmos para solucionar o problema da árvore geradora mínima, esses algoritmos ficaram conhecidos pelos respectivos nomes de seus desenvolvedores KRUSKAL e PRIM.

Um dos primeiros a fazer uma implementação do algoritmo de Dijkstra (1959) foi Whitney (1972), ele publicou no periódico *Operations Research* o trabalho *Minimal Spanning Tree*, onde fez sua implementação do algoritmo em um sistema da IBM 360/67.

O problema da árvore geradora mínima possui diversas aplicações. A AGM é relevante em qualquer problema de roteamento ou transporte onde o custo da distância é considerável.

Dentre as primeiras aplicações destacam-se os artigos de Kruskal (1956) e de Held e Karp (1970), eles aplicaram conceitos de AGM para resolver o problema do caixeiro viajante. Com o advento dos computadores, diversas aplicações começaram a utilizar algoritmos que consideram os conceitos de AGM, entre eles o roteamento de veículos (FISHER, 1994), redes de computadores (GOUVEIA, 1995; GOUVEIA, 1996) e transportes (MAGNANTI; WONG, 1984).

No fim da década de 80 e início da década de 90 surgiram trabalhos de LUNA; ZIVIANI; CABRAL e MALIK; YU, eles investigaram o problema de grafos com custos associados as arestas e demanda associada a cada nó, esse problema é conhecido como *Capacitated Minimum Spanning Tree Problem* (CMST). Os conceitos e algoritmos apresentados nesses trabalhos iniciaram as discussões sobre modelagem de rede de utilidade pública.

Luna, Ziviani e Cabral (1987) discutem sobre o problema da topologia das redes urbanas, com a finalidade de minimizar o custo total das estruturas necessárias para ligar centrais telefônicas aos seus clientes, conhecido como o Problema da Rede Central de Comutação Telefônica, ou *The Telephonic Switching Center Network Problem*. Eles mostraram através de embasamento teórico e de experiências computacionais que o algoritmo de DIJKSTRA, leva a uma solução satisfatória para o problema apresentado.

Em 2001, Randazzo e Luna compararam modelos de projetos de redes de acesso local, seus modelos otimizam redes com nós de passagem, ou nós *Steiner*. Já em Luna (2013) é feita uma avaliação do papel da distância em redes de acesso local, ele confronta duas configurações de árvores, a ACM e a AGM, e propõe um modelo que determina qual a estrutura com menor custo para uma rede. O artigo menciona diversas aplicação para o modelo, como redes de computadores, redes elétricas e outras redes de utilidade pública.

Como visto, após o algoritmo de DIJKSTRA houve um avanço significativo na área de otimização topológica de redes, com isso, surgiram modelos complexos para as mais diversas áreas de aplicação. O interesse desse trabalho é utilizar alguns desses algoritmos (RANDAZZO; LUNA, 2001; LUNA, 2013) para determinar a configuração ótima das redes de distribuição.

3.3 CUSTOS DAS REDES DE DISTRIBUIÇÃO

Os custos a serem considerados em estudos para realização de um projeto de uma rede de distribuição incluem os custos de investimentos iniciais, custos operacionais e custos de energia não distribuída. O investimento inicial (custo de implementação da rede) engloba todos os custos relacionados à concepção da rede, com materiais adquiridos, mão-de-obra (incluindo serviço de topografia, projeto e execução) e as despesas administrativas (GOMES, 2010).

Os custos operacionais podem ser decompostos em duas parcelas:

- a) manutenção preventiva: são os gastos para manter a continuidade do sistema atendendo à legislação vigente. Nesta parcela estão inclusos gastos com troca de equipamento, equipe de inspeção visual pelo solo e inspeção visual termográfica detalhada, manutenção geral das estruturas, condutores e equipamentos e retirada de objetos da rede (VELASCO; LIMA; COUTO, 2006);
- b) manutenção corretiva: objetiva restabelecer o sistema em caso de interrupções acidentais. Durante essa manutenção, ocorre a substituição de materiais danificados além das manobras necessárias para a execução dos serviços na rede.

Vários trabalhos encontrados na literatura fazem levantamento de custos de implementação e custos operacionais de redes de distribuição. Em muitos casos, eles buscam estudar a viabilidade da rede de distribuição compacta, isolada e subterrânea em detrimento da rede convencional. As principais conclusões são resumidas a seguir (VELASCO, 2003; FÁTIMA, 2005; VELASCO; LIMA; COUTO, 2006; BALDESSAR, 2006; BRITO; CASTRO, 2007; GOMES, 2010).

Em 2003, VELASCO realizou análises de viabilidade da rede compacta, fazendo um comparativo entre os custos e vantagens no sistema de distribuição das empresas Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG), Companhia Paranaense de Eletricidade (COPEL), Companhia Paulista de Força e Luz (CPFL/SP) e Light Serviços de Eletricidade S.A. do Rio de Janeiro (LIGHT/RJ). Nessas análises, Velasco constatou que o custo de implantação da rede compacta é superior ao da rede convencional, como apresentado na tabela 5. Seu objetivo, além de mostrar a viabilidade da rede compacta foi proporcionar a redução da poda nas árvores através do uso de redes convencionais. Já que este tipo de rede ocupa menos espaço, assim as podas das árvores são menos frequentes e menores.

Tabela 5 – Custos de implantação das redes por empresas avaliadas em 2001, valores em mil R\$/km.

| Tipo de Rede | | CPFL/SP | CEMIG | COPEL | LIGHT/RJ |
|--------------|-----------------------|---------|-------|-------|----------|
| Convencional | Primária | 39 | – | 20 | – |
| | Secundária | 29 | – | – | – |
| | Primária + Secundária | 68 | 54 | – | – |
| Compacta | Primária | – | – | 51 | – |
| | Primária + Secundária | – | 62 | – | – |
| Subterrânea | Primária + Secundária | – | – | – | 437 |

Fonte: Adaptado de Velasco (2003).

A diferença entre os valores de custos por concessionária, mostrados na tabela 5, pode ser atribuída ao fato de se tratar de locais distintos, além do fato de que as empresas seguem critérios e padrões diferentes.

Em 2005, o trabalho de Fátima analisou os impactos ambientais da interação da rede de distribuição com a arborização na região metropolitana do Recife, também concluiu que, apesar de o custo de implantação das redes isoladas ser maior que o das convencionais, a sua implantação é viável, tendo em vista os benefícios proporcionados. A tabela 6 apresenta os custos de implantação das redes secundárias e primárias estimados pela Companhia Energética de Pernambuco (CELPE).

Tabela 6 – Custos de implantação das redes na CELPE em 2005.

| Tipo de Rede | | Condutor | Custo (mil R\$/km) |
|--------------|------------|------------------------------------------|--------------------|
| Isolada | Secundária | Multiplexado $3 \times 35 \text{ mm}^2$ | 25 |
| | | Multiplexado $3 \times 70 \text{ mm}^2$ | 32 |
| | | Multiplexado $3 \times 120 \text{ mm}^2$ | 49 |
| | Primária | XLPE 35 mm^2 | 54 |
| | | XLPE 70 mm^2 | 64 |
| | | XLPE 185 mm^2 | 107 |
| Convencional | Secundária | Cabo nu 16 mm^2 | 21 |
| | | Cabo Al 4 CA | 12 |
| | Primária | Cabo nu Al 4 CAA | 29 |
| | | Cabo nu Al 1/0 CAA | 36 |
| | | Cabo nu Al 4/0 CAA | 60 |

Fonte: Adaptado de Fátima (2005).

Em 2007, o trabalho de Brito e Castro analisou a viabilidade econômica das redes compactas da CEMIG. A conclusão deles também mostra que a utilização de redes compactas é viável comparada às redes convencionais. Mesmo o custo de investimento inicial da rede compacta sendo superior ao da convencional ele é compensado apenas pela capitalização dos custos operacionais. A tabela 7 apresenta o custo global das redes com os custos de instalação e custo de operação. Para fins de comparação, os valores foram convertidos do original, em dolar por postes (US\$/poste), para mil reais por km (mil R\$/km), foi usada a cotação do dolar do dia 2 de outubro de 2014² que foi de 2,4779 e uma média de 30 postes por km.

² Fonte: www.bcb.gov.br

Tabela 7 – Custo global das redes com os investimentos iniciais e operacionais.

| Custo (mil R\$/km) | | | | | |
|-----------------------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|--------------|
| Tipo de rede | Arborização Presente | Investimento Inicial | Manutenção Preventiva | Manutenção Corretiva | Custo Global |
| Convencional (Primária e Secundária) | Sim | | 84,4 | | 224,5 |
| | Não | 128,6 | 40,9 | 11,5 | 181,0 |
| Compacta (Secundária) | Sim | | 34,2 | | 171,1 |
| | Não | 131,1 | 23,1 | 5,9 | 160,1 |
| Compacta (Primária) | Sim | | 13,4 | | 163,3 |
| | Não | 147,4 | 4,3 | 2,5 | 154,2 |

Fonte: Adaptado de Brito e Castro (2007).

4 CARACTERIZAÇÃO E DELINEAMENTO

Como visto no tópico 2.3.1 a Eletrobras definiu em (ELETROBRAS, 2012c) como padrão mínimo para redes de distribuição de média tensão a rede compacta (ou protegida) e para a baixa tensão a rede com cabos isolados. Assim, a construção de novas redes com o padrão convencional é restrita à análise técnica criteriosa das áreas de expansão das distribuidoras.

Desse modo, os novos projetos de redes de distribuição para áreas urbanas, possivelmente, serão de redes protegidas, exceto nas situações descritas no mesmo documento. Logo, todo o levantamento de custos das redes de distribuição foram limitados às redes de distribuição primária protegida. Dado que, em situações normais essa é a rede padrão para as concessionárias de energia elétrica pertencentes à Eletrobras, inclusive, para a concessionária de Alagoas, Eletrobras Distribuição Alagoas.

4.1 CARACTERIZAÇÃO

Diante das informações apresentadas, o sistema elétrico estudado será a rede de distribuição aérea primária protegida com estrutura topológica radial simples. Por efeito de diferença de custos o estudo se limita as redes com nível de tensão de 13,8 kV. Em outras palavras, a rede estudada é aquela que deriva da subestação de distribuição e ramifica-se pela paisagem urbana até as estações transformadoras. As ETs representam os consumidores dessa rede.

O problema de planejamento de uma rede de distribuição primária necessita de uma análise mais profunda, para isso, utiliza-se a teoria dos grafos (BERGE, 1964; GROSS; YELLEN, 2003; GROSS; YELLEN, 1998) a fim de simplificar o estudo. Deste modo, faz-se necessário caracterizar o sistema de distribuição primário como um grafo. Assim, este tópico preocupa-se em mostrar as equivalências entre a rede elétrica e seu grafo correspondente.

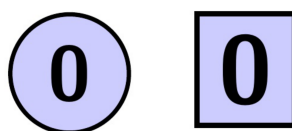
O nó de alimentação ou nó de origem (rotulado com 0) representa a subestação de distribuição de energia. A simbologia utilizada para representar o nó de alimentação em um grafo é um círculo ou um quadrado, ambos com o algarismo zero (0) no centro. A figura 20a mostra uma vista aérea da subestação de Cruz das Almas em Maceió/AL e as representações em grafos (figura 20b).

Para os exemplos mostrados e analisados neste trabalho, os nós de alimentação possuem capacidade suficiente para suprir a demanda total solicitada por todos os nós de demanda. Obviamente, a potência instalada na subestação é uma questão relevante em projetos de redes, entretanto, o foco desta análise não é desenvolver um sistema

Figura 20 – Vista aérea de uma subestação de distribuição e representação em grafos.



(a) Subestação real

Fonte: www.correiodosmunicipios-al.com.br (2012)

(b) Simbologia para grafos.

Fonte: Elaborada pelo autor (2014)

para planejamento de rede distribuição e sim analisar através de modelos simples qual a configuração mais provável em um projeto de rede de distribuição ótima.

A localização do nó de alimentação é outro ponto amplamente estudado por projetistas de sistemas de potência. Teoricamente o melhor local para instalar o nó de origem é no baricentro de carga. As principais vantagens de localizar a subestação no baricentro de carga são a utilização de condutores de menor seção, a economia com condutores e a redução das perdas (GONEN, 1986).

Porém, em situações reais dificilmente o nó de alimentação é instalado no baricentro devido às barreiras físicas, financeiras e de segurança. As principais dificuldades de posicionar o nó de origem no centro de carga são devidas aos centros de carga estarem em terrenos nos centros urbanos onde o preço é elevado, o temor da população com relação a acidentes e as barreiras físicas à passagem dos alimentadores (arcos da saída do nó de alimentação).

Os arcos, links ou arestas dos grafos representam o conjunto de equipamentos compreendidos entre a subestação de distribuição e as estações transformadoras. Os equipamentos que compõem esse conjunto são, principalmente, condutores cobertos de diversas seções, postes, isoladores, espaçadores, chaves-fusíveis, para-raios e religadores. Os arcos são representados por linhas, sendo as linhas tracejadas usadas para indicar caminhos da rede de distribuição que podem ser construídos, já as linhas contínuas indicam os caminhos que compõem a rede ótima.

Os trechos de rede de distribuição apresentam uma disparidade com relação às seções dos cabos e capacidade dos equipamentos utilizados. Os condutores que saem do nó de

origem são chamados de alimentadores e apresentam uma seção maior que os demais arcos, devido ao maior fluxo nesses links. Esse raciocínio é repetido em toda a rede, quanto mais próximo do nó de alimentação estiver o arco, maior será a robustez do seus equipamentos. Já os arcos mais próximos dos nós de demanda possuem equipamentos com uma capacidade menor que os demais, mas compatível com a demanda do nó.

Em teoria dos grafos, redes que apresentam essa característica, ou seja, capacidades diferentes entre arcos, são tratadas como grafos com arcos de capacidades distintas. Deste modo, a representação dos arcos são linhas mais largas ou mais finas, conforme a sua capacidade de transferência de fluxo. Neste estudo, para simplificação do problema os arcos são tratados com capacidades iguais. Para reduzir o impacto ao menor nível possível nos resultados dos testes, foi considerada a rede com cabo de $50mm^2$, por ser a seção mais utilizada em redes de distribuição urbana.

Os nós de passagem ou nós de Steiner são um tipo especial de vértices, e são responsáveis por derivações e bifurcações de um alimentador. Em redes de distribuição os nós de *Steiner* são muito comuns, aparecendo em ambientes como derivação de uma avenida para uma rua, derivação para alimentar um consumidor privado, bifurcação de ruas, derivações entre ruas e entre avenidas.

Os nós Steiner não consomem demanda, eles apenas derivam ou dividem o fluxo entre os ramos a eles conectados. O nó de passagem mais comum é a derivação da linha principal para alimentar o circuito de uma rua ou fornecer fluxo diretamente a uma estação transformadora, nesse caso as estruturas utilizadas possuem duas ou mais cruzetas, normalmente, um pouco abaixo da linha de condutores principais, como mostrado na figura 21. Outros equipamentos são utilizados em nós de passagem, como as chaves-fusíveis e os para-raios.

Figura 21 – Imagem de um nó de passagem em uma rede de distribuição.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014)

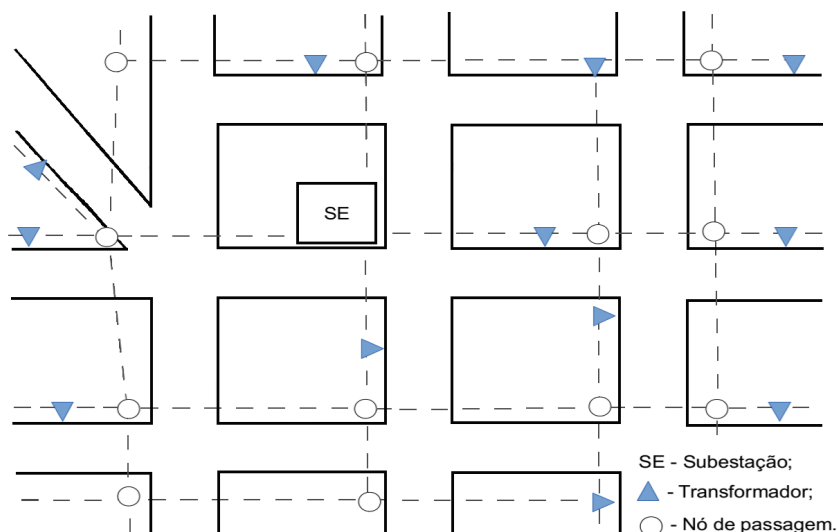
Os nós de demanda ou nós de consumo representam as estações transformadoras

e são indicados por círculos preenchidos. Podem ser também representados por outros símbolos, desde que devidamente indicado. A ET não consome efetivamente demanda, ou seja, ela não converte a energia elétrica em trabalho útil como energia mecânica, luminosa ou térmica. Como visto, a função de uma ET é transferir o fluxo de potência do circuito primário para o circuito secundário. Porém, se analisado apenas a partir da rede de média tensão, o fluxo é fornecido pela subestação e distribuído para as estações transformadoras, através das linhas de média tensão. Com essa perspectiva, o componente para o qual deve ser fornecido o fluxo de potência é a ET, logo, nesse estudo a ET é vista como o consumidor da rede de média tensão.

O fluxo de potência transferido da rede de média tensão para a rede de baixa tensão é variável durante o dia, devido aos hábitos de consumo dos clientes. Entretanto, foi considerada como demanda de cada nó de consumo a potência nominal do transformador da ET correspondente. Assim, uma ET com um transformador com potência nominal 75 kVA é considerada como um nó de consumo com demanda de 75 kVA. A exceção é o exemplo do sistema realista, onde foram consideradas as demandas médias consumidas por cada estação transformadora.

A figura 22 mostra um grafo representando uma rede de distribuição primária. A subestação é indicada pelo quadrado com o símbolo *SE* no interior, as linhas tracejadas indicam quais os possíveis caminhos (arcos) que podem ser escolhidos para compor a rede que apresente o menor custo total. Os nós de passagem que representam as estruturas de derivação ou bifurcação são indicados pelos círculos brancos. Já os nós de demanda que representam as estações transformadoras são mostrados na figura por triângulos preenchidos na cor azul. O problema é encontrar quais os melhores trajetos, dentre os possíveis caminhos, que alimentem todos os nós de demanda e possua o menor custo total.

Figura 22 – Exemplo de rede com nós de passagem.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014)

4.2 DELINEAMENTO

Como já mencionado, o objetivo deste estudo é investigar os custos relativos às novas redes de distribuição, a fim de implementá-los em modelos matemáticos computacionais para otimização topológica de redes de utilidade pública. Deste modo, pode-se indicar qual a melhor configuração entre a árvore geradora mínima (AGM) e a árvore de caminhos mínimos (ACM). Considerando o sujeito do estudo as redes de distribuição do tipo aérea radial primária protegida (ARPP) com nível de tensão em 13,8 kV. A estratégia utilizada para definir qual configuração é mais vantajosa para uma rede de distribuição (ARPP) é descrita neste tópico.

4.2.1 Estratégias de estudo

O primeiro passo foi a definição do tipo de rede elétrica que será utilizado para a realização do estudo. Os motivos para escolha da rede primária ARPP foram discutidos no tópico 4.1, caracterização do problema. Escolhido o tipo de rede, três passos foram realizados simultaneamente: levantamento de sistemas de testes, levantamento de custos de redes de distribuição e caracterização do sistema elétrico como uma rede de utilidade pública.

Foram escolhidos nove sistemas de testes, os primeiros seis sistemas são redes pequenas, utilizadas apenas para visualizar variações significativas na solução dos modelos. Ou seja, eles possibilitaram visualizar as variações de configuração obtidas a partir de diferentes relações dos custos fixo e variável. Os outros três sistemas são redes realistas encontradas na literatura. As três últimas redes serão utilizadas para proporcionar uma identificação da configuração ótima em redes de distribuição com características semelhantes as redes reais.

Durante o levantamento de custos foram analisados dois grupos de trabalhos o primeiro sobre planejamento de redes de distribuição (BAQUERO, 2012) e o segundo sobre comparação entre custos de diferentes tipos de redes (VELASCO, 2003; FÁTIMA, 2005; BRITO; CASTRO, 2007). Além dos trabalhos, foi consultado um especialista em projetos de redes de distribuição (Engenheiro Antônio Carlos Chagas da Empresa AC4 Engenharia) e orçamentos de fabricantes de equipamentos. O objetivo do levantamento foi obter um conjunto de informações que proporcionasse a identificação dos custos que caracterizam os gastos da rede.

Para finalizar o primeiro passo, foi feita uma caracterização da rede de distribuição como uma rede de utilidade pública e sua configuração como um problema de grafo. Existem diversos modelos na literatura de otimização da configuração de rede de utilidade pública, por isso a importância da caracterização. A partir dessa especificação é possível utilizar modelos da literatura para determinar qual topologia apresenta o menor custo.

O segundo passo consta da análise e escolha dos modelos de otimização da configuração de rede de utilidade pública. Para escolha dos modelos utilizados foram considerados

alguns filtros, os mais importantes foram:

- modelo para configuração de árvores;
- modelo de simples implementação e resolução (modelos linear); e
- modelo para árvores com e sem nós de passagens.

Foram escolhidos dois modelos, um para redes apenas com nós de demanda (LUNA, 2013) e outro para redes com nós de passagem (RANDAZZO; LUNA, 2001). Os dois modelos escolhidos foram de programação linear inteira mista (PLIM), são semelhantes entre si e possuem o objetivo de encontrar a árvore de menor custo.

Em seguida, foram realizadas três atividades, as considerações sobre as soluções extremas dos modelos (AGM e ACM), a determinação do custo fixo β e do custo variável γ e a implementação dos modelos em linguagem do GAMS.

Com relação às possíveis configurações de uma rede em árvore, duas se destacam. A primeira prioriza a redução da distância total da rede, conhecida como árvore geradora mínima - AGM (ou do termo em inglês *Minimum Spanning Tree*). A segunda topologia prioriza a redução do custo com a passagem de fluxo através dos arcos da rede. Para reduzir o custo de transferência, a distância entre cada nó de demanda e o nó de alimentação deve ser a menor possível, ou seja, uma árvore de caminhos mínimas - ACM (ou do termo em inglês *shortest-path tree*). Essas configurações, suas características e principais algoritmos são discutidos no tópico 5.2.

Os custos utilizados nos modelos foram: o custo fixo β que representa os gastos com a construção da rede por unidade de distância e o custo variável γ que representa os gastos com a transferência de demanda por unidade de distância. O primeiro favorece a configuração AGM, ou seja, quanto maior o custo fixo mais provável que a solução seja uma AGM. O segundo, ao contrário, favorece a topologia ACM.

A implementação dos modelos foi feita em linguagem GAMS (*General Algebraic Modeling System*) e utilizando o solver CPLEX. O software GAMS utilizado para os testes foi o do Laboratório de Sistemas de Separação e Otimização de Processos (LASSOP), o mesmo foi disponibilizado pelo professor João Inácio Soletti. O LASSOP é do Centro de Tecnologia (CTEC) da UFAL e destina-se à realização de pesquisa e desenvolvimento, sendo também utilizado para fins acadêmicos, executando trabalhos na área de energia, mais especificamente biodiesel e petróleo e tratamento de efluentes industriais, como também trabalhos na área de logística e programação de produção, e caracterização granulométrica¹.

Cada exemplo de sistema foi submetido a vários testes com valores diferentes da relação $\frac{\beta}{\gamma}$. Foi observada a configuração resultante para cada relação de custos e comparada

¹ <http://www.ctec.ufal.br/posgraduacao/ppgeq/node/53>

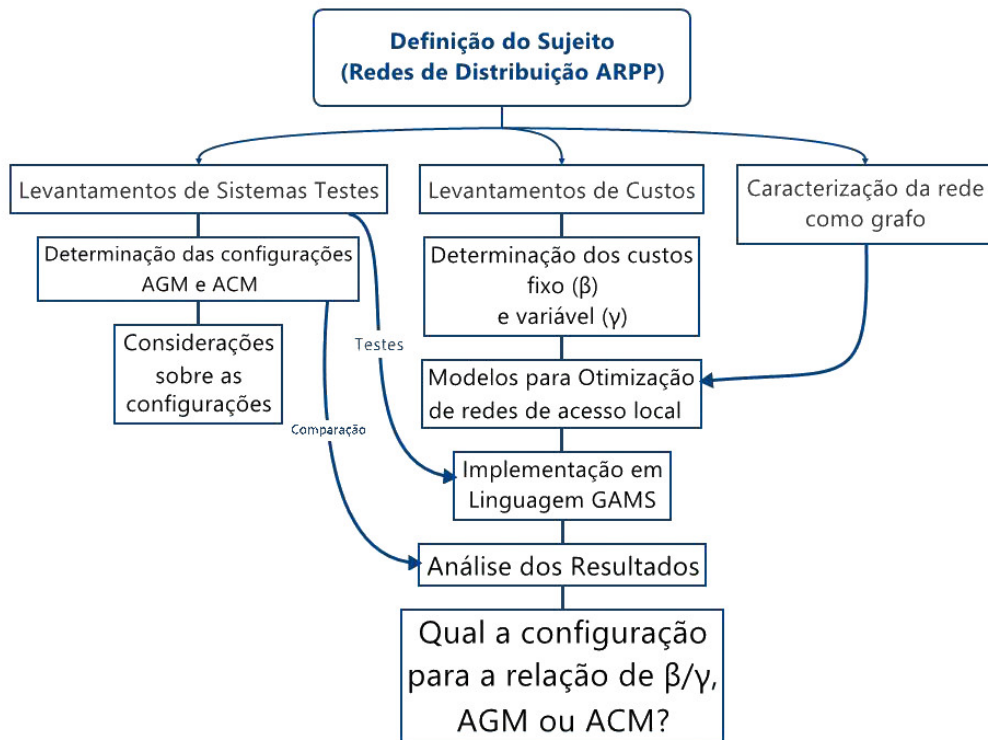
com a ACM e a AGM do respectivo exemplo. Deste modo, foi determinado se, para uma dada relação entre os custos, a configuração ótima é ACM, AGM ou uma intermediária, essa última configuração foi denominada MISTA.

Foram gerados gráficos para auxiliar na análise dos resultados. O primeiro grupo é composto por um gráfico de dispersão para cada rede de teste, contendo a distância total da configuração proposta pelo modelo, em função da relação $\frac{\beta}{\gamma}$. O segundo é composto por um gráfico da quantidade de configurações para uma dada relação dos custos. O software utilizado para produção dos gráficos foi o R (R, 2014), por ser um software eficiente para elaboração de gráficos e gratuito².

A observação relevante é qual configuração é mais frequente para valores próximos da relação $\frac{\beta}{\gamma}$ encontrada, principalmente, para os exemplos das redes realistas. A configuração observada não necessariamente é a configuração ótima para todos os exemplos de redes de distribuição, porém pode indicar a configuração ótima mais comum entre sistemas com características semelhantes.

A estratégia utilizada para atingir o objetivo de indicar qual a melhor configuração entre a árvore geradora mínima e a árvore de caminhos mínimos, considerando como sujeito do estudo as redes de distribuição do tipo ARPP, pode ser resumida no esquema mostrado na figura 23.

Figura 23 – Estratégia utilizada para investigação.



Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

² <http://www.R-project.org>

4.2.2 Sistemas de testes

Os sistemas de testes do 1 ao 8 são redes fictícias inspiradas em sistemas utilizados em trabalhos relevantes da literatura. Na maioria dos sistemas foram mantidas as distâncias e, sempre que possível, a demanda. Em algumas casos, porém, as demandas foram geradas aleatoriamente utilizando o software R, comando *sample()* com uma lista dos possíveis valores de demanda.

O intuito desses sistemas é a rápida verificação das variações na configuração em função da variação da relação $\frac{\beta}{\gamma}$. O importante nesses testes é a flexibilidade de variação entre a AGM e a ACM, ou seja, identificar quais mudanças nos valores de β e γ podem indicar alterações significativas na configuração da rede.

Já o sistema de testes 9 é um rede realista de um sistema primário encontrado na literatura (RAMIREZ-ROSADO; BERNAL-AGUSTIN, 1998; LUCERO, 2003; COSSI, 2008). Todas as características desse sistema foram mantidas, ou seja, as distâncias dos possíveis arcos e as demandas dos nós. O objetivo desse sistema é verificar a robustez do modelo com nós de passagem, visto que o exemplo possui 225 possíveis arcos e 202 nós, sendo o nó de alimentação (subestação), 35 nós de passagem e 166 nós de demanda.

O sistema de testes 9 conta com uma demanda total de 15.241 kVA, algo muito próximo de muitas cidades Alagoanas, como: Campestre (12.275 kVA), Maragogi (13.327 kVA), Matriz do Camaragibe (12.224 kVA), Murici (10.327 kVA), Pilar (13672 kVA), Porto Calvo (15.772 kVA), Xingó (6.032 kVA), Joaquim Gomes (17.321 kVA) e Marechal Deodoro (17.370 kVA). As informações da potência instalada das subestações de cada cidade acima citada são referentes ao terceiro trimestre de 2014, os dados foram obtidos através do site da ANEEL (ANEEL, 2014a).

As imagens com os grafos de cada sistema de testes, bem como as informações necessárias para implementação dos exemplos nos modelos utilizados encontram-se no Anexo A. Os dados de cada exemplo são as demandas de cada nó e as distâncias de cada arco do grafo, essas informações são apresentadas nas tabelas 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 e 25, também no Anexo A

O presente capítulo abordou a caracterização do problema estudado de modo geral. Sendo dividido em duas partes, a primeira menciona as definições relativas ao problema e a segunda apresenta a metodologia adotada. Além disso, o capítulo também mostra algumas observações relevantes sobre os sistemas de testes utilizados nos experimentos computacionais. O próximo capítulo possui o objetivo de apresentar informações sobre os testes realizados. Assim, são apresentados os modelos utilizados, as configurações extremas, a metodologia para determinação dos custos, detalhes sobre as ferramentas utilizadas e detalhes sobre as análises dos dados.

5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

A variável de interesse (configuração de redes de distribuição radial) e as variáveis dependentes (β , γ e o vetor q) desse estudo serão apresentadas nesse capítulo. Também será explanado como calcular as variáveis dependentes. Serão apresentados os modelos utilizados e alguns detalhes relevantes do estudo. Por fim, será mostrada a estratégia de análise dos resultados dos experimentos do estudo.

5.1 MODELOS DE REDES DE ACESSO LOCAL

Os motivos que levaram a escolha dos modelos utilizados partiram do conhecimento de que os projetos de redes de distribuição de pequeno e médio porte são elaborados sem um planejamento topológico embasado em métodos matemáticos. Sendo comum os projetistas optarem pela rede de menor comprimento, ou seja, a árvore geradora mínima.

Esse comportamento é justificado pela dificuldade de implementação de algoritmos complexos em sistemas computacionais. Deste modo, os projetistas optam pelo caminho mais fácil e rápido. Outro motivo é a observância apenas do custo inicial no momento do planejamento do projeto, privilegiando, assim, a árvores geradora mínima.

Desde modo, buscou-se modelos de fácil implementação e que propusessem o equilíbrio entre o custo fixo e o custo variável, tornando a solução mais viável a longo prazo. Um modelo de fácil implementação enfrentaria menor resistências ao uso por parte dos projetistas.

Nesses termos, foram escolhidos o modelo constante no artigo de Luna (2013) e o primeiro modelo presente no artigo de Randazzo e Luna (2001). O artigo de Luna (2013) resolve problemas com redes que possuam apenas nós de demanda e o artigo de Randazzo e Luna (2001) resolve problemas com redes que possuam nós de demanda e nós de passagens.

Entende-se por rede de acesso local (*Local Access Network*) ou rede de utilidade pública, qualquer sistema de atendimento aos usuários distribuídos espacialmente, que tenha caráter público e que tenha a função de transferir informação, matéria, energia ou pessoas entre pontos dispersos pela rede (LUNA, 2013).

Embora grande parte dos trabalhos na literatura (GAVISH, 1982; LUNA; ZIVIANI; CABRAL, 1987; RANDAZZO; LUNA, 2001; LUNA, 2006; YAO et al., 2008), por exemplo, aplicam os modelos matemáticos em redes de computadores e telecomunicação, a formulação matemática computacional possui aspectos comuns em diversas classes de redes, por exemplo: água, energia elétrica, transportes e links de páginas da web. A intenção dos autores é disseminar seus modelos às mais diversas áreas do conhecimento, como afirma Luna (2013).

Além da beleza da teoria matemática associada ao custo relacionado a distância, o interesse por esse tema de pesquisa é explicado pela riqueza e variedade das suas aplicações. Entre os mais conhecidos encontram-se os exemplos de redes de computadores e telecomunicações, logística de sistemas de distribuição, gestão de abastecimento de água e **distribuição de energia elétrica**. A influência da distância desempenha um papel importante para otimizar a estrutura geométrica e o acesso operacional a todas essas redes de utilidade pública (LUNA, 2013, p. 210) (tradução nossa).

A rede de distribuição elétrica é uma genuína rede de utilidade pública. Ela atende aos diversos tipos de consumidores com suas variedades de níveis de tensão e potência. Como mencionado no capítulo 2, o sistema elétrico possui a função de produzir e entregar a energia elétrica aos diversos consumidores no instante e em quantidade requisitados com qualidade e eficiência. Os consumidores do sistema elétrico distribuem-se espacialmente, assim a rede elétrica ramifica-se ao longo do país, dos estados, cidades e bairros, seguindo a disposição das ruas e modelando-se segundo a distribuição espacial dos consumidores (ver figura 6 no capítulo 2).

5.1.1 Modelos de Configuração de Redes

O problema estudado pode ser apresentado da seguinte forma: dado um conjunto de pontos no plano bidimensional, qual a rede de ligação que conecta o nó de origem a todos os nós de demanda e apresenta o menor custo total, utilizando apenas as linhas que unem pares de pontos a partir do conjunto de dados e forneça a demanda requisitada por cada nó? O custo total da rede é representado pela soma dos custos fixos (estruturais) e variáveis (operacionais).

A árvore de custo mínimo é dada ao longo do grafo $G(N, E)$, onde N é o conjunto de $n + 1$ vértices do grafo, e E é o conjunto de m arcos, salvo indicação, o grafo é completo, com um número de $m = n(n + 1)/2$ arestas (LUNA, 2013; RANDAZZO; LUNA, 2001).

Os parâmetros dos modelos são fornecidos por:

- D - matriz quadrada de ordem $n + 1$, simétrica, que indica a distância entre os nós, onde:
 - d_{ij} é elemento da matriz D , que representa a distância do nó i para o nó j ;
 - * $d_{ii} = 0$;
 - * $d_{ij} = \infty$, para efeito de cálculo, quando i e j não são ligados é adotado que a distância entre eles tende ao infinito, isso para garantir que o modelo não “escolha” o arco (i, j) .
- q - vetor de demanda dos vértices, ordem n ;
- β - escalar de custo fixo de instalação por unidade de distância;

- γ - escalar de custo variável total para transferência de uma unidade de fluxo por uma unidade de distância.

O modelo possui dois grupos de variáveis. O primeiro é formado por variáveis binárias representadas por $x_{(i,j)}$, que indicam se a aresta (i, j) existe ou não na rede ótima. O segundo grupo é formado por variáveis f_{ij} contínuas e não-negativas que indicam a quantidade de fluxo do nó i para o nó j (LUNA, 2013; RANDAZZO; LUNA, 2001), assim:

- variáveis binárias $x_{(i,j)}$, para $i = 0, 1, \dots, n$ e $j = 0, 1, \dots, n$, de tal modo que $x_{(i,j)} = 1$ se e somente se a aresta $(i, j) \in E$, assim:

$$x_{(i,j)} = \begin{cases} 1 & \text{se o arco } (i,j) \text{ pertence à rede ótima;} \\ 0 & \text{se não.} \end{cases}$$

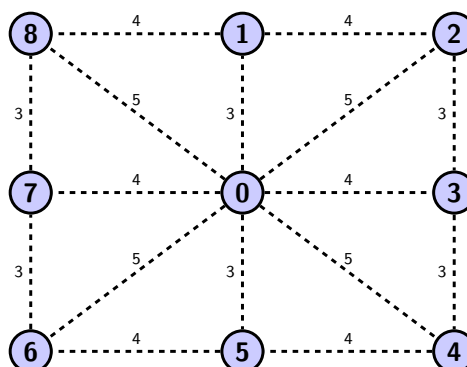
- variáveis de fluxo direcionado $f_{ij} \geq 0$, para $i = 0, 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, n$ com $i \neq j$, que especifica um único fluxo de produto entre os nós i e j .

Modelo apenas com nós de demanda

O artigo de LUNA descreve um modelo para determinação da rede de acesso local ótima. Ele utiliza Programação Linear Inteira Mista (MIP do inglês *Mixed Integer Linear Programming*) para solucionar o problema. Seu modelo resolve problemas de configuração em árvore, cujos nós são todos de demanda, ou seja, consomem demanda, com exceção do nó de origem, que fornece a demanda aos demais pontos.

O modelo de LUNA resolve problemas de redes semelhantes à ilustrada na figura 24. São redes representadas por grafos que possuem um nó de origem e vários nós de demanda. O nó de alimentação ou origem 0 fornece toda a demanda consumida pelos nós de consumo (nós de 1 a 8).

Figura 24 – Grafo com 8 nós de demanda.



Fonte: Luna (2013)

A formulação do trabalho (LUNA, 2013) pode ser descrita da seguinte forma: encontrar uma árvore de custo mínimo sobre um grafo $G(N, E)$ que conecte todos os nós de demanda ao nó de origem, com o número de arestas selecionadas igual a n . A formulação de fluxo em programação linear inteira mista para o problema de configuração da rede de acesso local (LAND) proposta por Luna (2013) é

$$\min \beta \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij} x_{(ij)} + \gamma \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} f_{ij}, \quad (5.1)$$

sujeito às restrições

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n x_{(ij)} = n, \quad (5.2)$$

$$\sum_{j=1}^n f_{0j} = \sum_{h=1}^n q_h, \quad (5.3)$$

$$\sum_{h=0}^n f_{hi} - \sum_{j=1}^n f_{ij} = q_i, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad (5.4)$$

$$f_{0j} \leq \left(\sum_{h=1}^n q_h \right) x_{(0j)}, \quad \forall (0j) \in E, \quad (5.5)$$

$$f_{ij} \leq \left(\sum_{h=1}^n q_h \right) x_{(ij)}, \quad \forall (ij) \in E, \quad (5.6)$$

$$f_{ji} \leq \left(\sum_{h=1}^n q_h \right) x_{(ij)}, \quad \forall (ij) \in E, \quad (5.7)$$

$$x_{(ij)} \in \{0, 1\}, \quad \forall (ij) \in E, \quad (5.8)$$

$$f_{ij} \geq 0, \quad \forall i = 0, \dots, n, j = 1, \dots, n. \quad (5.9)$$

O modelo é composto pela função objetivo (5.1) e mais oito restrições (5.2), (5.3), (5.4), (5.5), (5.6), (5.7), (5.8) e (5.9). Em alguns casos (5.4), ..., (5.9) a expressão matemática da restrição representa um conjunto de restrições. Por exemplo, a expressão (5.4) representa, matematicamente, um conjunto de n restrições, indicando que para cada nó i a soma dos fluxos que chegam menos a soma dos fluxos que saem são iguais à demanda do nó i .

O objetivo de cada restrição e da função objetivo do modelo é descrito em (LUNA, 2013) e pode ser explicado da seguinte maneira:

Função objetivo (5.1) é composta de dois termos, são eles:

1º termo: $(\beta \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij} x_{(ij)})$ fornece o valor do custo fixo total de construção dos arcos utilizados na rede escolhida;

2º termo: $(\gamma \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} f_{ij})$ fornece o custo total de passagem do fluxo através dos arcos.

Restrição (5.2) estabelece que o número total de arcos selecionados deve ser igual a n , esse é o número mínimo necessário para conectar todos os nós de demanda ao nó de alimentação;

Restrição (5.3) assegura que o fluxo que emerge do nó de origem ou de alimentação seja igual à soma de todas as demandas dos demais nós;

Restrição (5.4) impõe que o fluxo que chega ao nó i menos o fluxo que sai do nó i seja igual à demanda do nó i (q_i);

Restrição (5.5) garante que o fluxo que sai do nó de alimentação 0 para um nó j qualquer seja menor ou igual à demanda total de todos os nós de consumo ($\sum q_h$);

Restrição (5.6) estabelece que o fluxo que passa em qualquer nó i para um nó j qualquer seja menor ou igual à demanda total de todos os nós de consumo ($\sum q_h$);

Restrição (5.7) impõe que o fluxo que passa em qualquer nó j para um nó i qualquer seja menor ou igual à demanda total de todos os nós de consumo ($\sum q_h$);

Restrição (5.8) define as variáveis $x_{(i,j)}$ como binárias;

Restrição (5.9) estabelece que o fluxo através de um arco não seja negativo.

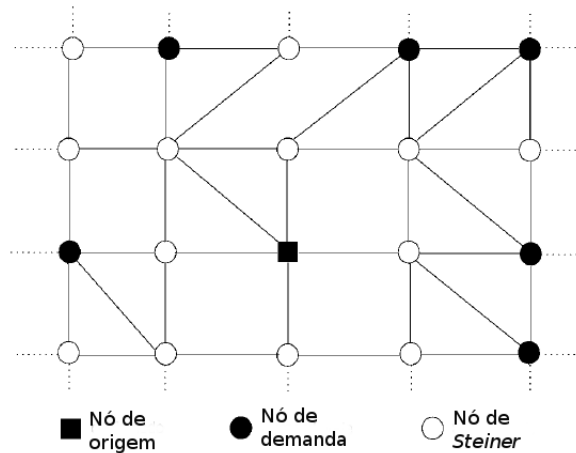
Modelo com nós de passagem

Como visto no tópico anterior, o modelo mostrado em Luna (2013) resolve problemas de configuração de redes de acesso local somente com nós que consomem demanda. Para redes que possuam nós de passagens, ou seja, vértices da rede que não consomem demanda, faz-se necessário alterações no modelo. Os nós de passagem ou *Steiner* são pontos da rede que servem para complementar a árvore como, por exemplo, uma bifurcação da rede. Uma rede com nós de *Steiner* pode ser observada na figura 25.

A figura 25 mostra uma rede de acesso local com nós de passagem, os nós estão representados por círculos brancos. A maioria das redes de distribuição possuem nós de passagem. Esses vértices são estruturas que não consomem potência elétrica, elas servem como ponto de bifurcação ou para dar prosseguimento à rede. Em termos matemáticos existe uma pequena dificuldade nos modelos deste tipo de rede, visto que em um modelo para redes apenas com nós de demanda é possível determinar a quantidade exata de arcos da rede ótima, como mostra a restrição (5.2). Já em modelos para redes que contenham nós de passagem não é possível conhecer, previamente, o número de links da rede ótima, em alternativa a isso a restrição passa a ser uma desigualdade, assim passa-se a conhecer o número mínimo possível de links.

Um modelo matemático proposto para resolver o problema de configuração de redes de utilidade pública que possua nós de passagem é apresentado em (RANDAZZO; LUNA,

Figura 25 – O problema de configuração de rede de acesso local.



Fonte: Adaptado de Randazzo e Luna (2001).

2001). O problema do artigo de Randazzo e Luna (2001) é descrito da seguinte forma: dado um conjunto de pontos no plano bidimensional, qual a rede de ligação que conecta o nó de origem a todos os **nós de demanda** e apresenta o menor custo total, utilizando apenas as linhas que unem pares de pontos a partir do conjunto de pontos dado e forneça a demanda requisitada por cada nó?

Os parâmetros e variáveis do modelo de Luna (2013) são mantidos no modelo de Randazzo e Luna (2001), no entanto, devido às características do problema, alguns parâmetros e subconjuntos extras são necessários. O subconjunto K do conjunto dos nós N contém todos os nós de demanda k , assim o número de nós de demanda é determinado por $|K|$.

O modelo de Randazzo e Luna (2001) está descrito a seguir:

$$\min \beta \sum_{(i,j) \in E} d_{ij} x_{(i,j)} + \gamma \sum_{(i,j) \in E} d_{ij} f_{ij}, \quad (5.10)$$

sujeito às restrições

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{(i,j)} \geq |K|, \quad (5.11)$$

$$\sum_{(0,j) \in E} f_{0j} = \sum_{k \in K} q_k, \quad (5.12)$$

$$\sum_{(i,k) \in E} f_{ik} - \sum_{(k,j) \in E} f_{kj} = q_k, \quad \forall k \in K, \quad (5.13)$$

$$\sum_{(i,j) \in E} f_{ij} - \sum_{(j,l) \in E} f_{jl} = 0, \quad \forall j \in N - K - \{o\}, \quad (5.14)$$

$$f_{ij} \leq \left(\sum_{k \in K} q_k \right) \cdot x_{(i,j)}, \quad \forall (i,j) \in E, \quad (5.15)$$

$$x_{(i,j)} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in E, \quad (5.16)$$

$$f_{ij} \geq 0, \quad \forall (i,j) \in E. \quad (5.17)$$

Comparando os dois modelos percebe-se que a diferença entre as duas estruturas matemáticas é relativa à restrição que determina o número de aresta da árvore e à restrição que garante a conservação do fluxo em nós de *Steiner*. No modelo para problemas apenas com nós de demanda, a restrição 5.2 estabelece que o número de arcos deve ser igual ao número de nós de demanda. A restrição 5.11 do modelo para árvores com nós de passagem estabelece que o número de arcos da árvores deve ser maior ou igual ao número de nós de demanda.

A segunda diferença entre os modelos é a restrição 5.14, que garante a conservação de fluxo em nós de passagem, ou seja, o fluxo total que chega num nó de passagem menos o fluxo que sai é igual a zero. Essa restrição não se faz necessária no modelos anteriores devido a inexistência de nós de *Steiner*.

5.2 CONFIGURAÇÕES EXTREMAS

A solução do problema apresentado depende de alguns parâmetros, são eles: relação entre o custo fixo e o custo variável ($\frac{\beta}{\gamma}$), os valores da demanda de cada nó e as distâncias entre os nós. Em problemas de árvore cujas distâncias entre os vértices possuam um papel fundamental na configuração da rede, surgem duas soluções viáveis, a árvore com as menores distâncias entre o nó de alimentação 0 e cada nó de demanda e a árvore com a menor distância total que conecta todos os nós da rede.

A árvore que possui as menores distâncias entre o nó de origem 0 e cada nó de demanda é conhecida como árvore de caminhos mínimos (*shortest-path tree*). Já a árvore que possui o menor caminho total que conecta todos os nós é denominada de árvore geradora mínima (ou o termo em inglês *minimum length spanning tree* - MLST).

As duas soluções viáveis fornecem informações para determinação do limite inferior para qualquer solução viável do problema LAND (LUNA, 2013). Qualquer solução viável do problema LAND apresenta um custo variável total maior que o custo variável da árvore de caminhos mínimos (LUNA, 2013, Lema 1, p. 172). Já o custo fixo total de qualquer solução viável não será menor que o custo fixo da AGM (LUNA, 2013, Lema 2, p. 172). Deste modo, é possível afirmar que o limite inferior para o custo total de qualquer solução do problema LAND é a soma do custo fixo da AGM e o custo variável total da ACM (LUNA, 2013, Teorema 3, p. 172).

Visto a importância das duas soluções extremas, AGM e ACM, faz-se importante apresentar de forma mais cautelosa as duas configurações. O próximo tópico apresentará a árvore geradora de comprimento mínimo, mostrando as suas características e demais pontos relevantes, principalmente, os referentes ao modelo. O tópico seguinte apresentará mais detalhadamente a árvore de caminhos mínimos.

Extensões da árvore geradora de comprimento mínimo

O problema da árvore geradora de comprimento mínimo pode ser definido como: a partir de um grafo não direcionado $G(N, E)$ onde N é um conjunto de $n + 1$ nós e E é um conjunto de m arestas (i, j) . Deseja-se encontrar um subconjunto $E^t \subseteq E$ que conecta todos os vértices N e cuja soma total de suas distâncias

$$\delta(E^t) = \sum_{(i,j) \in E^t} d_{(i,j)}$$

seja minimizada. Como E^t é acíclica e conecta todos os vértices de G , forma uma árvore geradora de G . O grafo E^t encontrado desta forma é uma árvore geradora mínima de G (DIJKSTRA, 1959).

Um dos primeiros algoritmos que surgiu para solucionar o problema da AGM foi o algoritmo de Prim (1957). Já em 1959, Dijkstra publicou o trabalho (DIJKSTRA, 1959) propondo algoritmos para dois problema de grafo, o primeiro algoritmo encontrava a AGM e o segundo calculava a distância mínima entre dois vértices de um grafo. Outro passo importante foi dado por Whitney (1972), ele escreveu o algoritmo de Dijkstra em um sistema da IBM. A partir disso o desenvolvimento de algoritmos para resolver o problema AGM aumentou significativamente.

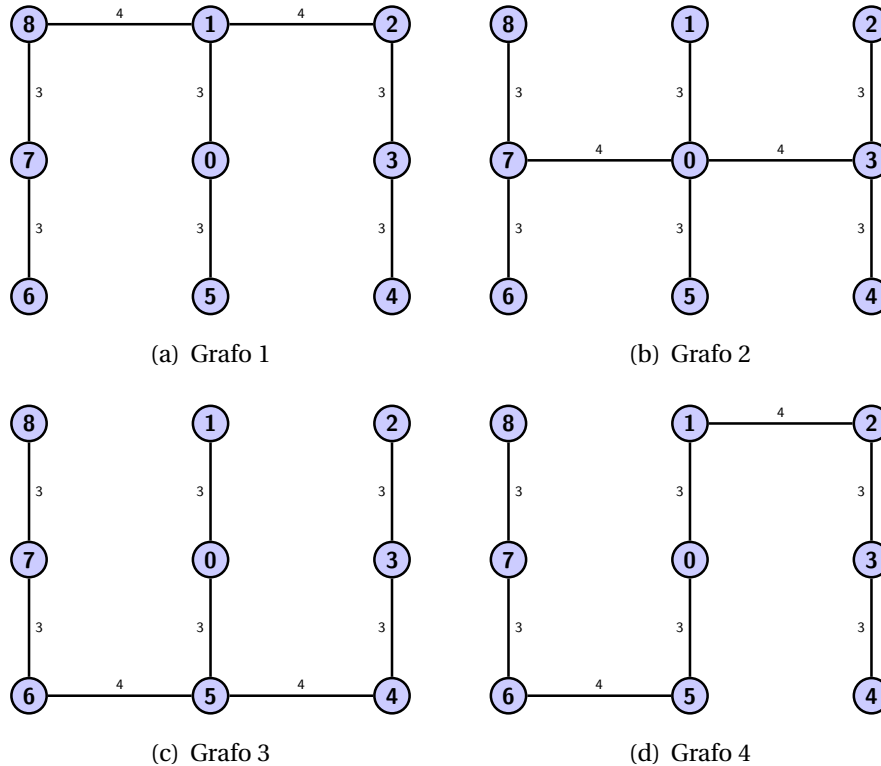
Um exemplo de grafo é mostrado na figura 24 página 62, onde o grafo $G(N, E)$ possui 9 vértices ($n + 1 = 9$) e com 16 arestas ($m = 16$). Um algoritmo para calcular o AGM encontraria uma das nove soluções possíveis, todas com o comprimento total da rede $\delta(E^t) = \sum_{(i,j) \in E^t} d(i, j) = 26$. A figura 26 mostra quatro das nove soluções viáveis para o grafo da figura 24.

Existem vários exemplos de utilização da árvore com extensão mínima como a instalação de fibra ótica numa cidade ou universidade. Outro exemplo muito comum do uso da AGM é a instalação das redes de distribuição urbanas. Cada trecho da linha entre estações transformadoras possui um custo associado, isto é, o custo do condutor somado ao custo da instalação dos condutores, mão de obra, postes, equipamentos, entre outros. Com esses dados em mãos pode-se construir uma árvore de extensão que conectaria todas as estações transformadoras sem redundância. Uma AGM desse grafo daria uma árvore com o menor custo para fazer todas as ligação.

Extensões da árvore de caminhos mínimos

O problema da árvore de caminhos mínimos pode ser definido como: a partir de um grafo não direcionado $G(N, E)$ onde N é um conjunto de $n + 1$ nós e E é um conjunto de m arestas (i, j) . Deseja-se encontrar um subconjunto $E^s \subseteq E$ que conecta todos os vértices N e cujas distâncias entre cada nó de demanda e o nó de origem seja a menor possível. Como

Figura 26 – Soluções viáveis para a árvore geradora de comprimento mínimo.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014)

E^s é acíclica e conecta todos os vértices de G , forma uma árvore geradora de G . O grafo E^s encontrado desta forma é uma ACM de G .

A ACM é composta por um nó de origem que alimenta todos os nós de consumo através do menor caminho possível. A ACM é bastante estudada na área de redes de computadores por ser um dos tipos mais comuns. Suas principais vantagens são: melhor desempenho; qualquer falha não-centralizada não afetará a rede, apenas o nó onde ocorreu a falha; fácil detecção de erros e remoção de partes da rede; e não há interrupções da rede quando equipamentos são ligados ou removidos.

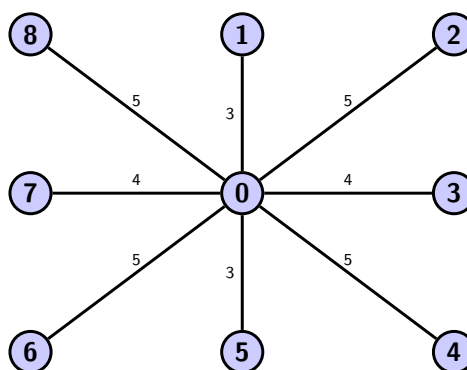
A principal desvantagem da ACM é o custo de instalação, que é elevado, principalmente em redes onde o custo fixo é consideravelmente alto, como a construção de estradas, redes de distribuição e transmissão. A topologia ACM é mais cara devido ao comprimento da rede, que é maior do que o da rede AGM.

A grande vantagem das redes ACM, se comparadas às AGMs, é a redução do custo variável total da rede. O valor do custo variável pode ser compreendido de forma simples como o custo total de transferência para uma unidade de fluxo através do arco, assim esse custo é diretamente proporcional à quantidade de fluxo transmitida e à distância percorrida por esse fluxo. As redes ACM apresentam custo variável total menor, isso devido à redução do fluxo nos arcos que saem do nó de alimentação e à redução da distância entre o nó de origem

e os nós de consumo.

A ACM do grafo da figura 24 na página 62 é mostrada na figura 27. O comprimento total da árvore com essa configuração é 34, se comparada com a distância da AGM, que é 26, mostra-se como uma alternativa cara, porém em redes onde o custo variável seja alto, a ACM é perfeitamente considerável.

Figura 27 – Árvore de caminhos mínimos.



Fonte: Luna (2013)

As duas configurações (ACM e AGM) definem os limites das possíveis soluções para o problema de otimização topológica das redes de utilidade pública. Deste modo, uma rede que possua um custo fixo muito alto tenderá para uma AGM, porém se o custo variável for elevado a rede tenderá para a ACM.

5.3 DETERMINAÇÃO DO CUSTO FIXO E CUSTO VARIÁVEL

O custo fixo e o custo variável são parâmetros fundamentais dos modelos estudados. Eles são responsáveis por influenciar de forma direta e determinante a solução apresentada pelo modelo. Para um valor elevado do custo fixo, a solução é um grafo com configuração em AGM, enquanto, um custo variável consideravelmente elevado fará o resultado tender para uma ACM.

Esses parâmetros não são os únicos a determinar qual é a solução, mas eles exercem um papel fundamental na tendência da solução. Essa característica é devida ao próprio propósito dos modelos, que é encontrar a árvore com o menor custo total da rede estudada. Assim, os modelos fazem um “balanço” de qual custo possui maior impacto no custo total, por fim apresentam a solução que minimize a soma total desses gastos.

Para realizar a avaliação do custo fixo foi feito um levantamento na literatura sobre custos relativos às redes de distribuição de energia elétrica em conjunto com a opinião de um especialista da área de projetos de redes de distribuição. Já o custo variável foi determinado em conformidade com o conceito apresentado por Randazzo e Luna (2001) aplicado às redes elétricas.

O custo fixo é o valor total médio para instalar um quilômetro de rede de distribuição aérea radial primária compacta. Para determinação do custo fixo foram utilizados os trabalhos Velasco (2003), Fátima (2005), Brito e Castro (2007) e Baquero (2012). Os três primeiros estudos fazem uma análise da viabilidade de redes de distribuição aéreas compactas, isoladas ou subterrâneas em detrimento da rede convencional, devido à melhor harmonia com a arborização. O trabalho de Baquero (2012) utiliza uma estratégia de decomposição em problemas de planejamento da expansão dos sistemas de distribuição. Além dos trabalhos, foi consultado o Engenheiro Antônio Carlos Chagas, responsável pelos projetos de redes de distribuição da Empresa AC4 Engenharia.

Custo fixo

O valor total de construção de uma rede de distribuição depende de diversas características, como capacidade dos cabos e equipamentos e o relevo da região por onde irá passar a rede. Logo, a variação do custo fixo é alta. De uma forma simplificada, os custos fixos dependem somente da seção do cabo final. Serão adotados valores de custo fixo para os quatro tipos de cabos utilizados em redes de distribuição ARPP (ELETROBRAS, 2012c), ou seja, os cabos de 35, 50, 95 e 185 mm².

Os custos adotados tomaram como base os valores apresentados por Baquero (2012) e convertidos para real (R\$), utilizando a cotação do dia 2 de novembro do ano de 2014 (R\$ 2,50) (ver tabela 8). Além dos custos fixos, também são mostrados os gastos com recondutoramento, ou seja, substituir os cabos de uma rede existente por cabos de seção maior, ou até de mesma seção, em determinadas situações.

Em geral, os custos de recondutorar um alimentador para uma seção de cabo específico pode depender também do tipo de cabo inicial a partir do qual o recondutoramento é feito, por causa da possibilidade de substituir partes da estrutura, além dos condutores, para que ela suporte o peso das novas seções dos condutores (BAQUERO, 2012). Na Tabela 8 são apresentados os gastos com recondutoramento e os custos fixos para alimentadores novos (indicados na linha 0) para os cabos indicados.

Tabela 8 – Custos de recondutoramento para os condutores.

| Custo de recondutorar para a seção (mil R\$/km) | | | | |
|-------------------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| Seção Inicial | 35 mm ² | 50 mm ² | 95 mm ² | 185 mm ² |
| 0 | 75 | 87 | 105 | 115 |
| 35 mm ² | - | 65 | 80 | 93 |
| 50 mm ² | - | - | 78 | 90 |
| 95 mm ² | - | - | - | 88 |
| 185 mm ² | - | - | - | - |

Fonte: Adaptado de Baquero (2012).

Um rápido cálculo pode mostrar a coerência da tabela 8. Tomando como base o

exemplo da construção de uma linha de distribuição com um cabo de 35 mm² com comprimento de um quilômetro foi elaborada a tabela 9, ela apresenta um cálculo simplificado da determinação do custo de 1 km de rede. Deste modo, o valor da rede com um quilômetro e cabo de 35 mm² seria, aproximadamente, R\$ 75.000,00.

Tabela 9 – Custo de 1 km de uma rede de distribuição.

| Item | Valor (mil R\$) | QTDE | Total (mil R\$) |
|----------------------------------------|-----------------|------|-----------------|
| Cabo ¹ | 2,89 | 3 | 8,67 |
| CE1 ² | 1,30 | 26 | 33,80 |
| CE2 ² | 1,70 | 5 | 8,50 |
| 1CE1A-E1 ² | 3,40 | 1 | 3,40 |
| Serviço ⁴ | 0,45 | 32 | 14,40 |
| Transformador ³ | 5,00 | 1 | 5,00 |
| Espaçadores e cabo de aço ⁴ | 1,23 | 1 | 1,23 |
| Total | | | 75,00 |

¹ Tabela 3, página 40.

³ Tabela 1, página 37.

² Tabela 4, página 43.

⁴ Engenheiro Antônio Carlos.

Custo Variável

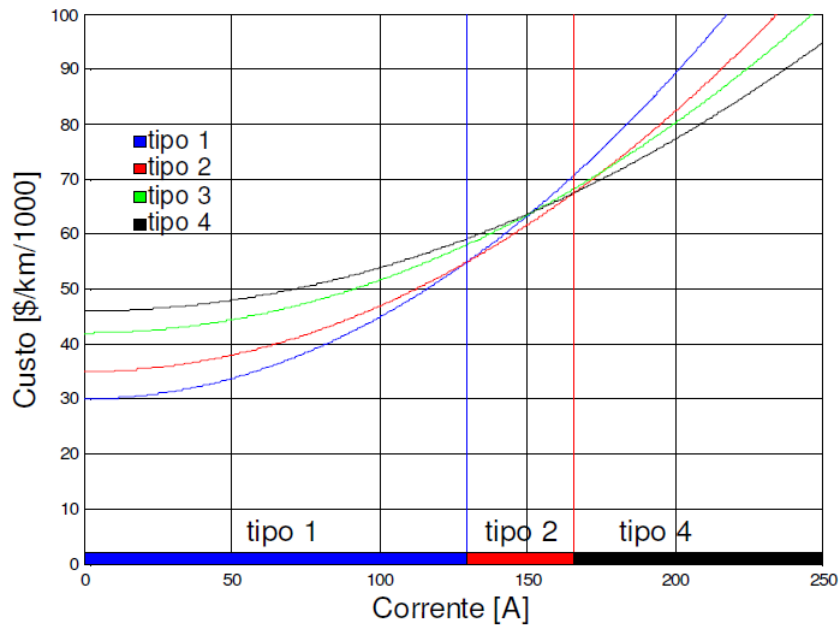
O custo variável foi definido no trabalho Randazzo e Luna (2001) como o custo total por unidade de comprimento referente a transferência de uma unidade de demanda. Ou seja, é o custo total necessário para transferir uma unidade de fluxo através de uma unidade de comprimento da linha, ao longo da vida útil da rede. Em termos de redes elétricas, o custo variável apresenta-se como uma forma de agrupamento dos custos referentes as perdas técnicas, ou extravio de energia.

As perdas técnicas ocorrem em todos os componentes da rede. Parte do valor associado a esses prejuízos é repassado aos consumidores, assim como as perdas não técnicas, essas são associadas aos furtos de energia através das ligações ilegais (ANEEL, 2008b).

O valor das perdas técnicas depende da energia transmitida por cada linha, da resistência elétrica dos condutores utilizados e do valor pelo qual é contabilizada a perda de energia pela concessionária em R\$/kWh. Em resumo, quanto maior a corrente da linha, maior será a perda por dissipação de potência (BAQUERO, 2012). O gráfico da figura 28 mostra o efeito do aumento da corrente no custo para linhas com 4 condutores distintos.

O gráfico da figura 28 mostra o aumento do custo conforme o aumento da corrente na linha. O gráfico também mostra as regiões em azul, vermelha e preta, onde os cabos do tipo 1, 2 e 4 são as melhores opções, respectivamente, para as correntes indicadas. O cabo do tipo 3 não é viável em para nenhum valor da corrente. Linhas que operam acima da sua

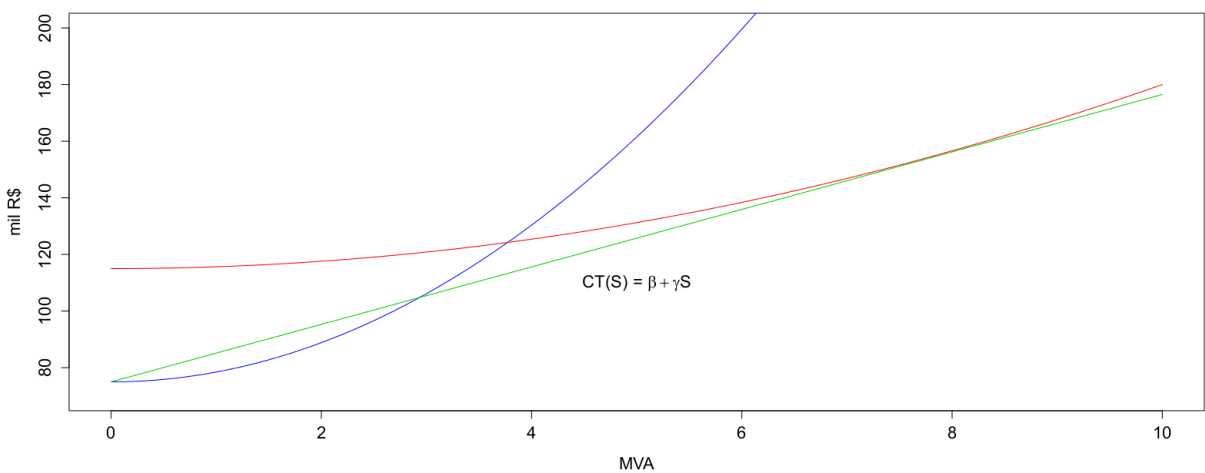
Figura 28 – Gráfico de custo da rede por tipo de cabo em função da corrente da linha.



capacidade são mais susceptíveis a falhas (ANEEL, 2012a). O aumento de interrupções no sistema aumentará demasiadamente o custo com a linha, tornando os gastos impraticáveis.

O intuito dos modelos é integrar os custos fixo e variável a fim proporcionar uma projeção do custo total. Como os modelos representam o problema de forma linear, ou seja, interpretam a evolução dos custos totais segundo uma função linear, a representação dos custos também será uma função linear. Neste caso, o custo variável é representado pela inclinação da reta do custo total da rede.

Figura 29 – Representação do custo fixo e do custo variável.



A ideia do custo variável (figura 29) é conhecer de forma simplificada o comportamento do custo da rede, a fim de determinar qual característica, entre a distância e o fluxo de

potência, apresenta maior impacto no custo da rede ao longo da vida útil. Ou seja, o custo variável deve mostrar se vale a pena investir em uma topologia ACM ou em uma AGM.

A topologia ACM tem a vantagem de reduzir as perdas de potência por conectar cada nó de demanda pelo menor caminho até o nó de origem. Porém, o custo inicial é elevado devido à sua extensão, que é maior. Em contrapartida, a configuração AGM apresenta um custo inicial menor e perdas técnicas maiores. Os passos para calcular o custo variável são:

1. Determinar, para cada condutor, qual sua capacidade de condução de fluxo de potência, tomando como base a ampacidade¹ do cabo e a tensão da rede;
2. Definir como serão calculados os custos referentes às perdas elétricas em função da potência na linha;
3. Expressar a função do custo total da linha;
4. Determinar a aproximação linear da curva de custo ($CT(S) = \beta + \gamma S$).

Capacidade de condução de potência dos cabos

As linhas de distribuição alimentam cargas espaçadas ao longo das extremidades da rede. Os circuitos que saem da subestação são denominados **alimentadores**. Eles são responsáveis por alimentar os consumidores conectados ao seu tronco principal, bem como as cargas ligadas aos demais circuitos conectados aos alimentadores. Deste modo, as cargas alimentadas pelo circuito alimentador são todas conectadas ao seu tronco e aos seus circuitos derivados.

Diversas grandezas estão envolvidas na determinação da corrente requerida pela rede para alimentar as cargas finais. A equação para determinar a corrente de um circuito trifásico equilibrado é (COTRIM, 2009; CREDER, 2007; GUSSOW, 2009; MAMEDE FILHO, 2011):

$$I_c = \frac{S_c}{\sqrt{3} \times V_{ff}} \quad \text{ou} \quad S_c = I_c \times \sqrt{3} \times V_{ff} \quad (5.18)$$

Onde:

I_c é a corrente requerida pelas cargas, em ampères (A);

S_c é a potência aparente demandada da carga, em volt-ampère (VA);

V_{ff} é a tensão de linha, em volts (V).

¹ Ampacidade é um termo que se refere à corrente nominal que um cabo pode conduzir.

Substituindo o valor da corrente nominal do cabo na equação 5.18 pode-se determinar a potência aparente que o cabo pode transmitir em regime normal para a tensão indicada. A tabela 10 mostra, aproximadamente, os valores encontrados de potência aparente para cada cabo utilizado em redes de distribuição primárias aéreas protegidas.

Tabela 10 – Cálculo da capacidade de fluxo de potência aparente para cada condutor.

| Cabo | Ampacidade ¹ | Tensão de linha | Potência Aparente |
|---------------------|-------------------------|-----------------|-------------------|
| 35 mm ² | 187 A | 13,8 kV | 4.500 KVA |
| 50 mm ² | 225 A | 13,8 kV | 5.400 kVA |
| 95 mm ² | 345 A | 13,8 kV | 8.300 kVA |
| 185 mm ² | 525 A | 13,8 kV | 12.600 kVA |

¹ para uma temperatura ambiente de 40 °C

Fonte: Adaptado de Eletrobras (2012c)

Definir a função de perdas

A perfeita compreensão dos procedimentos para determinar a perda elétrica em função da potência aparente de uma linha depende de alguns conceitos e características elétricas das redes, esses conceitos serão rapidamente apresentados.

A demanda elétrica é a média das potências elétricas ativas ou reativas solicitadas ao sistema elétrico pela parcela da carga instalada em operação na unidade consumidora durante um intervalo de tempo especificado (GONEN, 1986; ANEEL, 2012b; KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010). A demanda máxima de uma instalação é maior num período específico de tempo. Um ponto a se considerar é que não se deve confundir o período de tempo durante o qual a demanda foi observada com o intervalo de demanda, assim sempre que se falar em demanda máxima é imprescindível especificar qual o período de observação da demanda, ou seja, demanda máxima diária, mensal, ou anual.

Define-se fator de carga F_c de um sistema, ou parte de um sistema, como sendo a relação entre as demandas média e máxima do sistema, correspondente a um período de tempo (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010; GONEN, 1986; MAMEDE FILHO, 2011). O fator de carga é sempre maior que zero e menor ou igual a um ($0 < F_c \leq 1$). A expressão para o fator de carga está definida na equação 5.19.

$$F_c = \frac{D_{media}}{D_{max}} \quad (5.19)$$

Onde:

D_{media} é a demanda média do sistema no período τ ;

D_{max} é a demanda máxima do sistema no período τ .

O fator de perdas F_p de um sistema é definido como sendo a relação entre os valores médio e máximo da potência **dissipada** em perdas, num intervalo de tempo determinando τ , isto é:

$$F_p = \frac{p_{media}}{p_{max}} \quad (5.20)$$

Onde

p_{media} é a perda média no período τ ;

p_{max} é a perda máxima no período τ .

O cálculo do fator de perdas na prática não é facilmente obtido. Como aparenta a equação 5.20, isso ocorre devido às diversas variáveis envolvidas no processo. As perdas dependem da potência aparente do sistema, que por sua vez é variável ao longo do período de tempo estabelecido. A determinação das perdas depende também da resistência do condutor, que varia com a temperatura. A fim de contornar essa dificuldade existe uma relação empírica, amplamente utilizada para cálculo do fator de perdas, mostrada na equação 5.21 (GONEN, 1986; BERNAL-AGUSTÍN, 1998; KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010; MAMEDE FILHO, 2011):

$$F_p = k_c \cdot F_c + (1 - k_c) \cdot F_c^2 \quad (5.21)$$

Onde:

k_c = parâmetro que relaciona o fator de carga com o fator de perdas, pertence ao intervalo $0 < k_c < 1$;

F_c = fator de carga;

F_p = fator de perda.

A determinação da curva de perda de potência para um cabo já vem sendo discutida há algum tempo (BERNAL-AGUSTÍN, 1998; KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010; BAQUERO, 2012). O raciocínio para determinar essa curva será apresentado a seguir.

O valor da potência perdida em uma linha trifásica, em cada instante, é calculado pela seguinte expressão (GONEN, 1986; BERNAL-AGUSTÍN, 1998; KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010):

$$P_h = 3 \cdot R_h \cdot I_h^2 \quad (5.22)$$

Onde:

P_h é a potência perdida na linha com um condutor h , em W ;

R_h é a resistência do condutor h , em Ω ;

I_h é a intensidade da corrente transportada por essa linha, em A .

O custo variável representa o valor das perdas por dissipação de potência em função da demanda (kVA) em um quilômetro de linha. Assim, é conveniente que a perda seja expressa em função da potência transmitida e da distância. A expressão 5.22 relaciona a perda do período à resistência R_h e à corrente I_h .

A resistência elétrica R_h do condutor h é, genuinamente, dada em função do comprimento e seu valor R_h pode ser encontrado em catálogos de fabricantes. É comum as concessionárias estabelecerem normas que definam as características dos condutores que devem ser utilizados em suas redes de distribuição. No caso da Eletrobras o documento Eletrobras (2012a) determina as especificações técnicas dos materiais utilizados em suas redes.

Como visto na equação 5.18, a corrente transportada I_h pode ser determinada em função do fluxo de potência. A equação que expressa essa relação é (GONEN, 1986; BERNAL-AGUSTÍN, 1998; KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010):

$$S_h = \sqrt{3} \cdot I_h \cdot V_{ff} \quad (5.23)$$

Sendo:

S_h = a potência aparente transportada pela linha;

V_{ff} = a tensão nominal da linha (13,8 kV).

Isolando a corrente I_h na equação 5.23 e substituindo na equação 5.22 é possível definir a expressão da potência perdida em função do fluxo de potência:

$$P_h = R_h \cdot \frac{S_h^2}{V_{ff}^2} \quad (5.24)$$

Para determinar o valor pago pelas perdas de energia ao longo de sua vida útil em um quilômetro de linha, multiplica-se a quantidade de energia perdida pelo custo da energia (ce , em R\$/kWh), pela quantidade de horas no período de um ano (8760). Assim a equação do custo variável anual é:

$$C_h = 8760 \cdot ce \cdot F_p \cdot R_h \cdot \frac{S_h^2}{V_{ff}^2} \quad (5.25)$$

Sendo:

C_h = o custo anual referente a perda de potência elétrica, em R\$/km;

ce = o custo da energia elétrica, em R\$/kWh;

F_p = fator de perdas;

R_h = resistência elétrica do condutor h ao longo do comprimento, em Ohms;

S_h = potência aparente do condutor h , em kVA;

V_{ff} = tensão elétrica da rede, em quilovolt (kV);

A forma como determinar os valores dos parâmetros para cada condutor, são descritas a seguir.

Custo do kWh ce

O valor de custo do kWh é fornecido pela concessionária, um ponto importante a ser destacado é a dificuldade em determinação desse valor. As tarifas de energia são calculadas anualmente pela ANEEL para cada área de concessão. O cálculo é feito não somente pela quantidade de energia consumida, mas sim pela disponibilidade de energia, heterogeneidade da área de concessão entre outros fatores.

Na tarifa de energia estão embutidas, aproximadamente, as seguintes parcelas: 31,33% compra de energia (remuneração do gerador); 6,25% os custos da empresa transmissora; 28,98% para serviços prestados pela distribuidora; e 33,45% de encargos e tributos destinados ao poder público. Esses valores são uma média nacional para o ano de 2007, eles sofrem alterações anualmente. As tarifas são diferentes entre as áreas de concessão desde 1995, e calculadas anualmente pela ANEEL (ANEEL, 2008b).

As tarifas de todas as concessionárias de energia estão disponíveis na página da ANEEL no endereço (<http://www.aneel.gov.br/area.cfm?idArea=550>) no link Consumidores,

Consumo, Receita e Tarifa Média - Região, Empresa e Classe de Consumo². O valor tomado como base para determinar o custo variável foi a tarifa da CEAL referente a maio de 2014 com encargos ou 346,52 R\$/MWh, ou seja, 0,346 R\$/kWh.

Valor da resistência do cabo R_h

A resistência do condutor será determinada tomando como referência o valor da resistência máxima permitida pela norma da Eletrobras (ELETROBRAS, 2012a). Cada cabo possui uma resistividade, ou seja, um valor de resistência por quilômetro. A tabela 3 da página 40 mostra os valores das resistências em Ohms por quilômetro (Ω/km) para as diferentes seções dos cabos protegidos. Esses valores foram reproduzidos na tabela 11.

Tabela 11 – Valores das resistências dos condutores

| Cabo (mm^2) | Resistência (Ω/km) |
|-----------------|-----------------------------|
| 35 | 0,868 |
| 50 | 0,641 |
| 95 | 0,320 |
| 185 | 0,164 |

Fator de perdas F_p

O fator de perdas será determinado através da sua relação com o fator de carga. Como visto, o fator de carga é definido como a relação da demanda média pela demanda máxima em um determinado período. Obviamente a determinação do valor real do fator de carga se dá através de medições durante o funcionamento da rede.

Para definir o fator de carga de um projeto de um sistema de distribuição são necessárias projeções de consumo dos transformadores atendidos pela rede. A análise deve ser feita somando as demandas de todos os transformadores e gerando uma curva de carga.

O valor do fator de perdas F_p foi calculado utilizando a relação com o fator de carga (equação 5.21). Os valores utilizados para constante k_c foi 0,3 (MAMEDE FILHO, 2011) e para o fator de carga foi utilizado um fator típico $F_c = 0,42$. Assim, o valor do fator de perdas encontrado usando a equação 5.21 foi $F_p = 0,25$.

Determinação da função de perdas de potência

Pode-se determinar as funções de custo das perdas de uma linha com os respectivos cabos em função da potência demandada pela carga S_c , substituindo os parâmetros: custo ce de energia, fator de perdas F_p , resistência elétrica R_h do cabo h e tensão de linha da rede $V_{ff} = 13,8kV$. Cada condutor possui uma curva diferente, visto que cada cabo possui uma resistência e um custo diferentes. As funções dos custos totais são apresentadas na tabela 12.

O custo total por unidade de distância de uma linha elétrica é a soma do custo fixo mais os custos decorrentes da transmissão do fluxo pela linha. Sabe-se que para cada tipo de

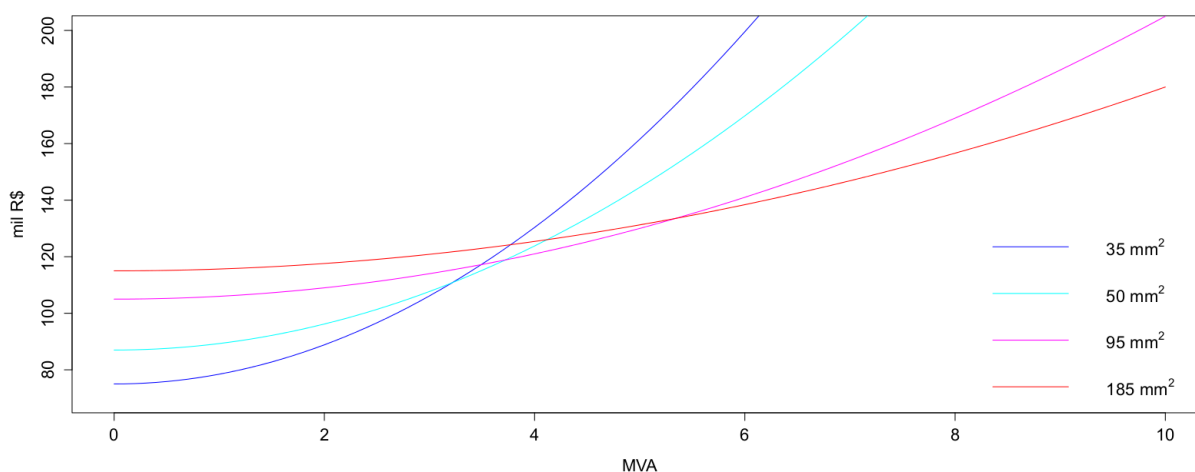
² Acessado em 18 de setembro de 2014

Tabela 12 – Tabelas das funções de custos com perda de potência

| Cabos (mm ²) | Função de custo |
|--------------------------|----------------------------------------|
| 35 | $C_{35}(S) = 75 + 3,46 \times S_c^2$ |
| 50 | $C_{50}(S) = 87 + 2,56 \times S_c^2$ |
| 95 | $C_{95}(S) = 105 + 1,28 \times S_c^2$ |
| 185 | $C_{185}(S) = 115 + 0,65 \times S_c^2$ |

cabo existe um custo fixo e uma curva de custos com dissipação de potência. Por exemplo, uma linha com cabo de 35 mm² possui um custo inicial de R\$ 75 mil e gastos com perdas conforme a curva $C_{35}(S) = 75 + 3,46 \cdot S_c^2$. Do mesmo modo, os cabos de 50 mm², 95 mm² e 185 mm² possuem uma função de custo total (figura 30).

Figura 30 – Gráfico de custo total de uma rede de distribuição para os diferentes cabos.



Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

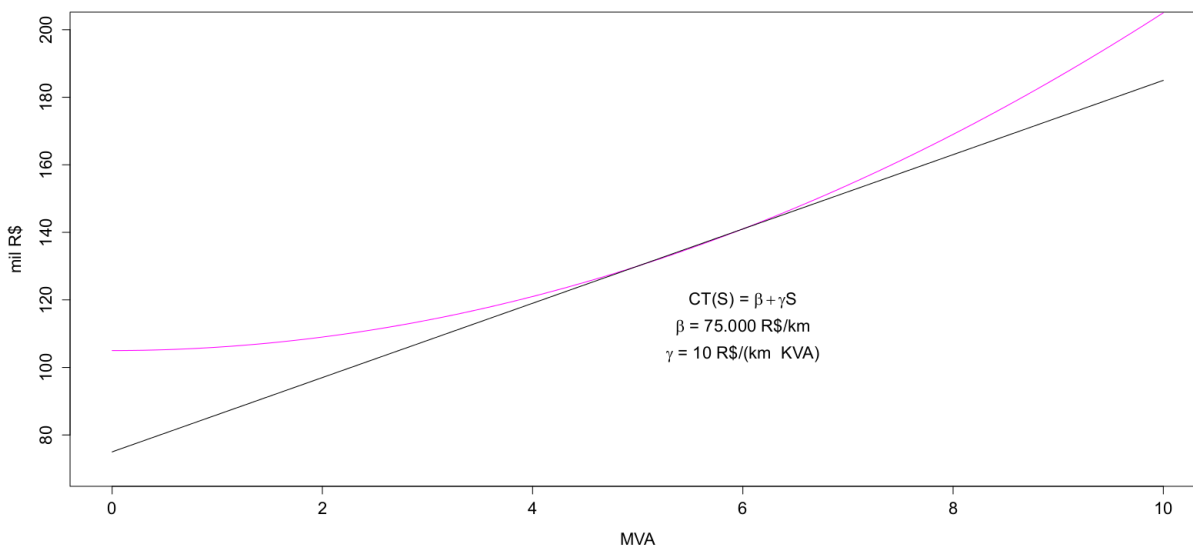
Os custos totais de uma rede não se limitam aos expostos na figura 30, existem outros gastos, como equipe de operação, poda de árvores, manutenção da rede e recondutoramento. A ideia é resumir em dois parâmetros de forma concisa os dois principais custos relacionados a construção e transmissão. O objetivo é utilizar esses dois parâmetros em modelos que determinem qual destes custos apresenta maior impacto nos gastos de uma nova rede de distribuição. Conhecendo-se essa informação pode-se determinar uma configuração que reduza o custo que mais eleva o gasto da linha.

Como discutido no capítulo 4, o intuito é integrar o custo fixo ao variável, a fim de proporcionar uma projeção do custo total em função da demanda da linha. Optou-se por utilizar uma função linear para representar o custo total. Neste caso, o custo variável é representado pela inclinação da reta. A ideia é conhecer, de forma simplificada, o comportamento do custo total, a fim de determinar qual característica, entre a distância e o fluxo de potência, apresenta maior impacto no custo da rede ao longo da vida útil.

A reta utilizada para representar o custo total neste estudo foi a indicada na figura 31.

Ela representa o custo total de transmitir um kVA por um quilômetro de rede com cabo de 50 mm². Deste modo, serão considerados o valor para o custo fixo de 75.000 R\$/km e para o custo variável 10 R\$/(km·kVA). Esses valores não representam os custos fixos e variáveis para qualquer rede de distribuição. Como mencionado, cada rede tem características únicas que inviabilizam uma única representação. Os custos considerados aqui são generalizações para fins de análise teórica.

Figura 31 – Representação da reta usada para indicar os custos.



Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

5.4 DETALHES DO TRABALHO

O software utilizado na implementação dos modelos e resolução dos exemplos foi o *General Algebraic Modeling System* (GAMS). O GAMS é um sistema de modelagem de alto nível para programação matemática e otimização que consiste em um compilador de linguagem e Solvers integrados de alto desempenho. O sistema foi projetado especificamente para modelos lineares, não-lineares e problemas de otimização inteira mista. O GAMS foi desenvolvido para aplicações de modelagem complexas em larga escala e permite que sejam construídos grandes modelos que podem ser adaptados rapidamente a novas situações (GAMS, 2014b).

As principais vantagens do GAMS são (BROOKE; MEERAUS, 1997):

1. A linguagem GAMS possui uma sintaxe simples, intuitiva e poderosa que permite descrever com facilidade modelos complexos de otimização;
2. O sistema GAMS tem uma filosofia aberta, sendo compatível com uma grande variedade de *solvers*, programas resolvidores de problemas de Programação Matemática gerados por modelos de Pesquisa Operacional;

3. A existência de uma ampla biblioteca de modelos, já desenvolvidos e testados, facilita o desenvolvimento de novos programas.

O GAMS é um software privado e possui uma versão gratuita com um limite de variáveis, sendo necessário adquirir uma licença para resolver problemas maiores. Modelos de otimização em grafos são tipicamente problemas com muitas variáveis, devido ao grande número de arcos e nós. Para realização dos testes executados neste trabalho foi cedida uma licença pertencente ao LASSOP da UFAL, através do professor João Inácio Soletti.

A estrutura comum de um código típico de um modelo no GAMS possui três etapas, conforme descrito:

1^a etapa: Dados

- **Conjuntos:** declaração e definição;
- **Parâmetros:** declaração e definição;
- Atribuição dos dados;
- Exibições intermediárias;

2^a etapa: Modelo

- **Variáveis:** declaração;
- **Equações:** declaração;
- Definição das equações;
- **Modelo:** declaração;

3^a etapa: Resolução

- **Resolução:** afirmação;
- Exibição dos resultados;

Foram implementados os dois modelos, sendo o primeiro utilizado com exemplo de nós apenas de demanda e o segundo modelo para exemplos com nós de passagem. A implementação seguiu as etapas indicadas acima. Um código fonte do modelo para um exemplo genérico está disponível no Apêndice A.

Como mencionado anteriormente, o solver utilizado para resolver o modelo de programação matemática foi o CPLEX. Ele é um dos mais poderosos solver comerciais, é capaz de usar várias *Central Processing Unit* (CPU) em cálculos paralelos (IBM ILOG CPLEX, 2007). Foi escrito por CPLEX Optimization Inc., que foi adquirida pela ILOG, em 1997. A ILOG foi posteriormente adquirida pela IBM em janeiro de 2009 (RUBSAMEN, 2009).

A IBM ILOG CPLEX resolve problemas de programação inteira, problemas grandes de programação linear usando variantes ou primais ou dual do método simplex ou a barreira do método de pontos interiores, convexos e não convexos. Resolve, também, problemas de programação quadrática, e problemas convexos de forma quadrática com restrições (que são resolvido via programação cone de segunda ordem) (GAMS, 2014a).

Para execução dos testes foi utilizado um notebook Dell Inspiron N4030, rodando o sistema operacional Windows 7 Professional 32 bits. A descrição do hardware é a seguinte: processador Intel(R) Core(TM) i3 CPU M 380 2.53GHz; memória RAM de 3GB SDRAM DDR3 a 1333 MHz - 2 DIMM e Chipset 5 Series/3400 Series Chipset 6 port SATA AHCI Controller.

5.5 ANÁLISE DE DADOS

Os modelos utilizados apresentam como solução o valor da função objetivo Z . Entretanto, são as variáveis $x_{(i,j)}$ e f_{ij} que definem qual a configuração da solução. Deste modo, o foco da análise não é o valor de Z , mas sim os valores de $x_{(i,j)}$ e f_{ij} .

Para cada sistema de teste, inicialmente, foram determinadas sua árvore de caminhos mínimos $G(N, E^s)$ e sua árvore geradora mínima $G(N, E^t)$. A ACM foi determinada através do algoritmo de DIJKSTRA, já a configuração AGM foi encontrada utilizando o algoritmo de PRIM, que foi redescoberto e publicado por Dijkstra no trabalho mencionado anteriormente. Ambos os algoritmos foram implementados em C, e seus códigos foram obtidos do site *scanftree.com* e foram transcritos no Anexo B.

Os valores da distância total da AGM (δ^t) e da ACM (δ^s) de cada exemplo foram registrados e cada resultado referente a um valor diferente de $\frac{\beta}{\gamma}$ foi categorizado, através da comparação da distância total, como AGM, ACM ou mista. Considerando δ^* como a distância total ($\sum_{(i,j) \in E^*}^n d_{i,j} x_{(i,j)}^*$) da solução ótima, δ^t a distância da AGM ($\sum_{(i,j) \in E^t}^n d_{i,j} x_{(i,j)}^t$) e δ^s a distância total da ACM ($\sum_{(i,j) \in E^s}^n d_{i,j} x_{(i,j)}^s$), a categorização seguiu o seguinte raciocínio:

$$\text{Se } \delta^* = \begin{cases} \delta^t & \text{a solução ótima é uma AGM;} \\ \delta^s & \text{a solução ótima é a ACM;} \\ \delta^t < \delta^* < \delta^s & \text{a solução ótima é uma árvore mista.} \end{cases}$$

Para verificar, por exemplo, se uma solução era a árvore geradora mínima foi comparado o resultado da variável $x_{(i,j)}^*$ ao valor de $x_{(i,j)}^t$, obviamente, se o resultado for uma AGM $x_{(i,j)}^* = x_{(i,j)}^t$. Do mesmo modo, se $x_{(i,j)}^* = x_{(i,j)}^s$ a solução apresentada será uma ACM. Utilizando as duas análises para cada resultado obtido foram categorizados todos os resultados.

Para agilizar a verificação foi utilizado o software *Excel*. O GAMS, através de comando específico, pode criar um arquivo do *Excel* com a matriz solução da variável escolhida, neste caso $x_{(i,j)}$. A partir da matriz de $x_{(i,j)}$ é possível obter a distância total da solução e comparar

com os valores da ACM e da AGM. Também é possível comparar o resultado da variável $x_{(i,j)}$ com os valores encontrados pelos algoritmos de PRIM e Dijkstra. Os comandos utilizados para criar a matriz de $x_{(i,j)}$ são reproduzidos abaixo.

```
*=== Export to Excel using GDX utilities
execute_unload "results.gdx" x.L x.M
execute 'gdxrw.exe results.gdx var=x.L'
execute 'gdxrw.exe results.gdx var=x.M rng=NewSheet!f1:i4'
```

Para facilitar a identificação da configuração recorrente nas proximidades do valor encontrado para a relação dos custos fixo e variável, foram gerados gráficos utilizando o software R (R, 2014). O objetivo dos gráficos é proporcionar a rápida verificação da variação do tipo de configuração em relação a $\frac{\beta}{\gamma}$. Todo esse processo de verificação da configuração e categorização dos resultados são melhor compreendidos no próximo capítulo.

Neste capítulo foram abordados os modelos utilizados, suas configurações extremas, a metodologia para calcular os custos, detalhes e informações referentes à análise dos resultados. Até o momento foram apresentados todos os pontos necessários à compreensão da forma como foi desenvolvido o estudo e os testes. Deste modo, o próximo capítulo apresenta os principais resultados obtidos a partir dos estudos e simulações realizadas, bem como as discussões e reflexões levantadas.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Conforme já relatado ao longo desse trabalho, a abordagem utilizada para determinar o custo fixo foi uma junção de dados obtidos na literatura com a opinião de um especialista em projetos de redes de distribuição. O mecanismo para determinação do custo variável foi orientado pelo conceito referente a esse parâmetro, encontrado nas referências (RANDAZZO; LUNA, 2001; LUNA; ZIVIANI; CABRAL, 1987). Já a abordagem utilizada para investigar qual a melhor configuração para uma rede de distribuição ARPP foi a modelagem matemática computacional através de grafos. Os modelos utilizados foram os constantes em Randazzo e Luna (2001) e Luna (2013), eles foram implementados na linguagem GAMS. A partir dessa modelagem, foram gerados gráficos e elaboradas as avaliações pertinentes.

A primeira avaliação tem o objetivo de determinar quais os valores do custo fixo β e do custo variável γ . O raciocínio utilizado para determinar os valores de β e γ são mostrados no tópico 5.3. É importante mencionar que devido à grande diversidade de características de uma rede de distribuição, ao adotar um valor para representar o custo fixo e o custo variável haverá sempre uma margem de variação significativa. Assim, nesse trabalho foi utilizado um conjunto de valores para β e γ .

O valor do custo variável utilizado nos testes foi $\gamma = 10 \text{ R\$/ (km}\cdot\text{kVA)}$, já para o custo fixo foram utilizados valores de 100 até 100.000, incluindo o valor encontrado $\beta = 75.000 \text{ R\$/km}$. Deste modo, os testes compreendem um intervalo significativo do valor real de β e γ . Os resultados serão dados em função da relação β/γ .

Para compreender a dimensão dos exemplos é necessário a observação de algumas características dos exemplos como número de nós de demanda, número de nós de passagem, número de arcos possíveis, demanda total e as distâncias totais da AGM e da ACM. Para facilitar a observação a tabela 13 mostram as características mencionadas.

As características do sistema fornecem a dimensão da rede utilizada como exemplo, deste modo, é possível analisar se o resultado encontrado no teste pode ser replicado a uma nova rede com as mesmas características.

Assim, observando o resultado obtido com o sistema realista (1 nó de alimentação, 32 nós de passagem, 168 nós de consumo, 225 possíveis arcos e uma demanda próxima a 15 mil kVA) é possível utilizar o resultado em redes reais com características semelhantes ao sistema teste, como por exemplo, os sistemas de algumas cidades alagoanas que possuem características semelhantes, como Campestre, Maragogi, Matriz do Camaragibe, Murici, Pilar e Porto Calvo.

As informações de cada exemplo são mostrados na tabela 13. Os valores mostrados (tabela 13) são gerais ao exemplo, ou seja, para qualquer valor dos parâmetros β e γ essas

Tabela 13 – Características dos exemplos

| Itens | Sistemas | | | | | | | | |
|--------------------|----------|------|------|-------|-------|------|------|-------|---------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| N | 4 | 6 | 9 | 10 | 8 | 20 | 17 | 54 | 201 |
| E | 5 | 9 | 16 | 17 | 13 | 37 | 22 | 67 | 225 |
| s | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 13 | 0 | 10 | 32 |
| $d(G)$ | 0,83 | 0,60 | 0,45 | 0,38 | 0,46 | 0,19 | 0,16 | 0,04 | 0,01 |
| $\sum_{j=1}^n q_j$ | 135 | 345 | 585 | 697,5 | 217,5 | 465 | 870 | 2475 | 15241,1 |
| δ^t | 10 | 6 | 26 | 10 | 18 | 35 | 118 | 81,53 | 41,2 |
| δ^s | 12 | 8 | 34 | 12 | 20 | 41 | 118 | 71,57 | 47,131 |

|s| - número de nós de passagem; $\sum_{j=1}^n q_j$ - Demanda total da rede;
 δ^t - Distância da AGM; δ^s - Distância da ACM;
 $d(G)$ - Densidade do grafo.

informações se mantém. Porém, características como o número de iterações, o tempo de execução e o valor de Z variam conforme β e γ (tabela 14). Como essas informações não possuem uma elevada relevância para o objetivo principal do trabalho, serão mostradas apenas as relações encontradas para $\beta/\gamma = 7500$.

Tabela 14 – Alguns valores para a relação β/γ

| $\beta/\gamma = 7500$ | Sistemas | | | | | | | | |
|-----------------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Z | 758 | 460 | 1.980 | 763 | 1.374 | 2.671 | 9.099 | 5.713 | 4.075 |
| Z^s | 906 | 609 | 2.574 | 911 | 1.520 | 3.113 | 9.103 | 6.297 | 4.138 |
| Z^t | 758 | 460 | 1.980 | 763 | 1.374 | 2.671 | 9.099 | 5.876 | 4.094 |
| Iterações | 10 | 16 | 32 | 46 | 234 | 2744 | 127 | 4286 | 6683 |
| t (s) | 0,259 | 0,182 | 0,182 | 0,189 | 0,123 | 0,143 | 0,178 | 0,194 | 1,598 |
| VD | 16 | 36 | 81 | 100 | 64 | 400 | 289 | 2916 | 40401 |
| VC | 29 | 67 | 154 | 191 | 121 | 781 | 562 | 5779 | 80602 |
| Nº equações | 18 | 38 | 83 | 102 | 66 | 402 | 291 | 2918 | 40403 |

VD - número de variáveis discretas; Z^s - custo da ACM, em mil R\$
VC - número de variáveis contínuas. Z^t - custo da AGM, em mil R\$
 t - tempo de execução do algoritmo;
 Z - Valor ótimo da função objetivo, em mil R\$;

Como já mencionado, foram realizados testes em 9 sistemas diferentes, cada sistema possui características distintas que possibilitam um entendimento maior da variabilidade da configuração ótima das redes de distribuição em função dos custos. Deste modo, é possível analisar, para uma gama de redes com características semelhantes, qual a configuração ótima.

Detalhes importantes sobre os 9 sistemas utilizados nos testes desse trabalho serão apresentados a seguir. Os sistemas foram divididos em quatro grupos: o primeiro grupo possui redes básicas apenas com nós de demanda; o segundo possui um sistema básico,

porém com nós de passagem; o terceiro possui dois sistemas intermediários; já o quarto grupo é composto por dois sistemas robustos, com características e porte de um rede real.

Os sistemas do primeiro grupo (redes 1, 2, 3 e 4) podem ser facilmente resolvidos através do uso de um computador, mas também podem ser solucionados, com relativo trabalho, sem o uso de ferramentas computacionais. Esses quatro sistemas possuem a função de dar uma visão da variação da configuração em sistemas pequenos como, por exemplo, parques industriais e grandes fábricas. Além disso, esses exemplos possibilitam a verificação da solução ótima, o que é inviável em sistemas maiores devido à grande quantidade de variáveis e, conseqüentemente, o aumento no número de equações.

O segundo grupo é constituído por um sistema (rede 5), seu objetivo é mostrar a variação de configuração da solução para uma rede simples com nós de passagem. Esse tipo de árvore (com nó de passagem), apesar de ser solucionada de forma muito semelhante, apresenta características diferentes. Por exemplo, sua solução pode não inserir todos os nós, um nó de passagem pode ou não estar na solução. Além disso, esse sistema, pode ter a solução verificada sem o auxílio de um computador.

O grupo com sistemas intermediários possui dois exemplos, sistemas 6 e 7. Solucionar um modelo dessas redes sem o auxílio de uma ferramenta computacional é inviável, porém a comparação visual dos grafos dos resultados é, de certa forma, simples e rápida. Os exemplos desse grupo se aproximam a um sistema real de pequeno porte.

Já o último grupo é composto de dois sistemas, redes 8 e 9. O primeiro possui características de uma rede real de pequeno porte, enquanto, o segundo sistema é uma rede realista encontrado na literatura (COSSI, 2008), possui extensão e demanda de uma rede de distribuição de médio porte. Esse grupo possibilita a análise das variações de configuração em exemplos de redes realista, a fim de verificar a topologia ótima para os custos encontrados.

Os resultados obtidos na execução dos algoritmos de PRIM e Dijkstra em cada sistema teste, bem como os resultados dos testes realizados nesses sistemas com os modelos de otimização são sintetizados em gráficos constantes nas figuras 32, 33, 34 e 35.

Os gráficos (figura 32, 33, 34 e 35) mostram a distância total da rede escolhida em função do valor da relação dos custos (β/γ). O valor da distância total da ACM e da AGM estão representados por linhas horizontais enquanto que a extensão total da árvore calculada para o valor de $\beta/\gamma = 7.500$ é representada pelo ponto vermelho sobre a reta vertical na respectiva abscissa.

Também é apresentado nos gráficos (figura 32, 33, 34 e 35) a densidade dos grafos $d(G)$ de cada exemplo de rede. Evidentemente a densidade de um grafo e a relação dos custos (β/γ) não são os únicos parâmetros que determinam a configuração da rede. Outros parâmetros como as demandas e sua distribuição espacial e as distâncias dos arcos exercem papel fundamental na solução do modelo. A $d(G)$ indica somente se existem muitas possibilidades

de configuração ou não. Os valores da $d(G)$ para cada sistema de teste foram calculados e inseridos na tabela 13.

Variação da configuração

Analisando a variação da configuração em função do valor da relação β/γ observa-se que todos os sistemas partem de uma ACM para pequenos valores de β/γ e passam para a configuração AGM ao aumentar essa relação. Fica claro também que alguns sistemas mudam da ACM para AGM de forma rápida e outros parecem ter um “*intervalo de instabilidade*” maior, ou seja, uma faixa de valores β/γ onde a configuração nem é ACM nem AGM, mas sim uma configuração mista.

Por exemplo, os sistemas 1, 2 e 5 que apresentam valores de $d(G)$ maior que 0,45 são “rápidos” na mudança. Enquanto, os sistemas 8 e 9, com valores de $d(G)$ menores que 0,05, possuem um intervalo maior de instabilidade.

As extensões das árvores

Como mostrado nas figuras 32, 33 e 34 as soluções encontradas nesses sistemas para $\beta/\gamma = 7.500$ foram todas árvores geradoras mínimas. Já para os sistemas 8 e 9 os resultados encontrados para esse valor de β/γ foram configurações mistas (figura 35). Como mostrado, os dois últimos sistemas possuem características muito similares às redes reais e apresentam um grau de esparsidade muito baixo, em ambos $d(G)$ é menor que 0,05.

A árvore de caminhos mínimos, árvore geradora mínima e a solução encontrada para o sistema de testes realista são mostradas nas figuras 37, 38 e 39.

Não é difícil notar porque no caso do sistema realista mesmo elevando-se significativamente o valor do custo fixo, o modelo resiste em apresentar a solução como uma AGM. Observando a configuração AGM (figura 38), nota-se o trajeto feito pela demanda até chegar ao nó 158, embora esse nó esteja muito próximo ao nó de alimentação, apenas os arcos (0,189) e (189-158). Isso mostra, também, a importância da utilização de modelos que considerem os custos fixos e o custo variável em problemas de configuração de redes de distribuição.

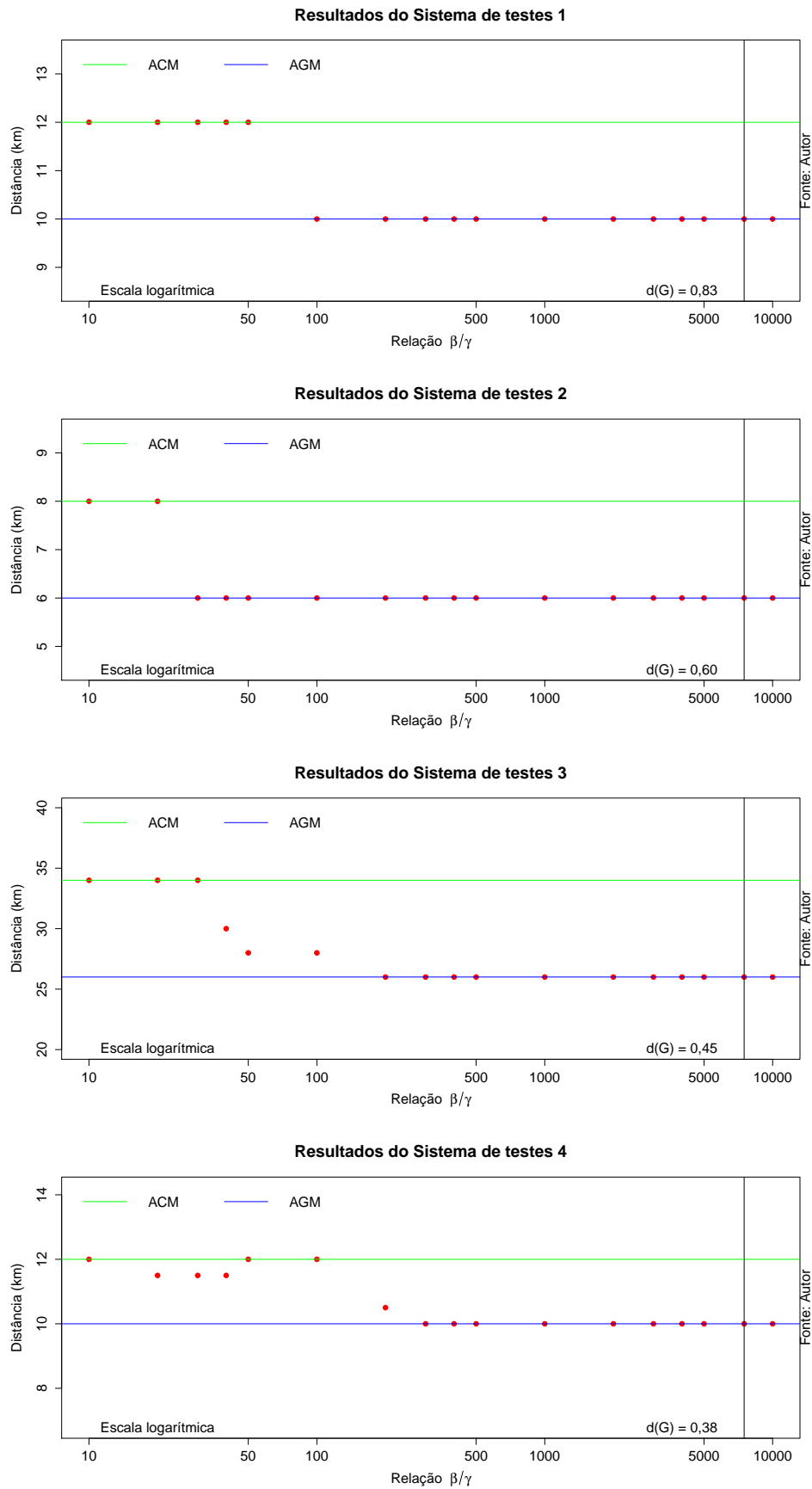
O problema de percorrer um longo caminho para alimentar um nó de demanda que pode estar perto do nó de alimentação não ocorre quando o modelo equilibra os custos de construção e de transmissão da demanda, como por exemplo a solução apresentada nos testes realizados no sistema realista (figura 39).

O gráfico de barras da figura 36 mostra o número de ocorrência das configurações ACM, mista ou AGM em função do valor de β/γ para os 9 sistemas de testes. De modo geral, nota-se que o intervalo de alteração entre as topologias ocorre entre $100 \leq \beta/\gamma \leq 200$, valores inferiores ao da relação encontrada, que foi 7500.

Para uma rede de pequeno porte, com um grau de esparsidade elevado e uma relação $\beta/\gamma = 7500$, a configuração ótima tem grande possibilidade de ser uma árvore geradora mínima. Exemplos desse tipo de redes são indústrias de grande porte e fábricas. Porém, para redes de médio e grande porte, com um grau de esparsidade muito baixo e mesmo valor de β/γ , é provável que sua configuração seja mista.

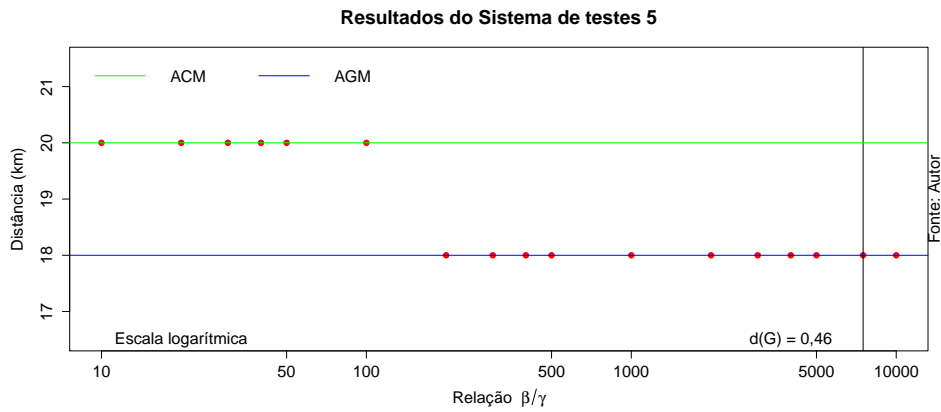
A configuração dita mista, neste trabalho, é qualquer topologia que não seja nem uma configuração ACM nem uma AGM. Para todos os casos, os modelos apresentados servem como sistema de recomendação, onde o projetista insere os dados referentes a redes de interesse e o modelo retorna uma configuração com um bom equilíbrio entre os principais custos da rede. A solução do modelo pode ser analisada conforme critérios técnicos adequados, assim a solução pode ser descartada ou reformulada.

Figura 32 – Distâncias das soluções dos sistemas de testes do grupo 1.



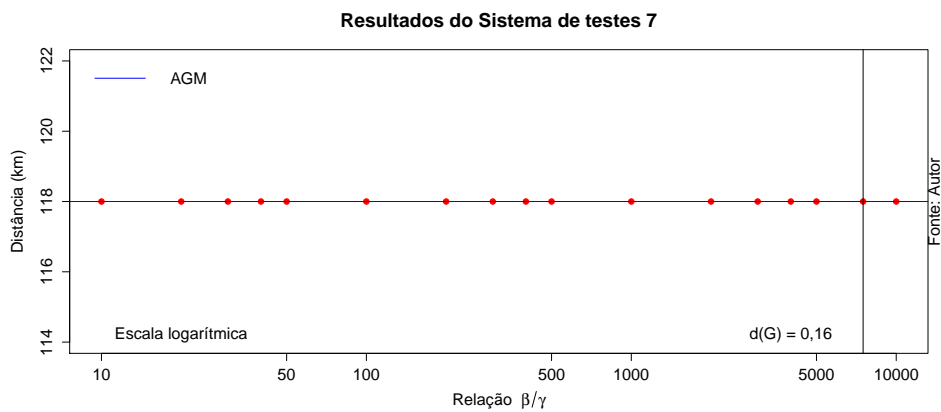
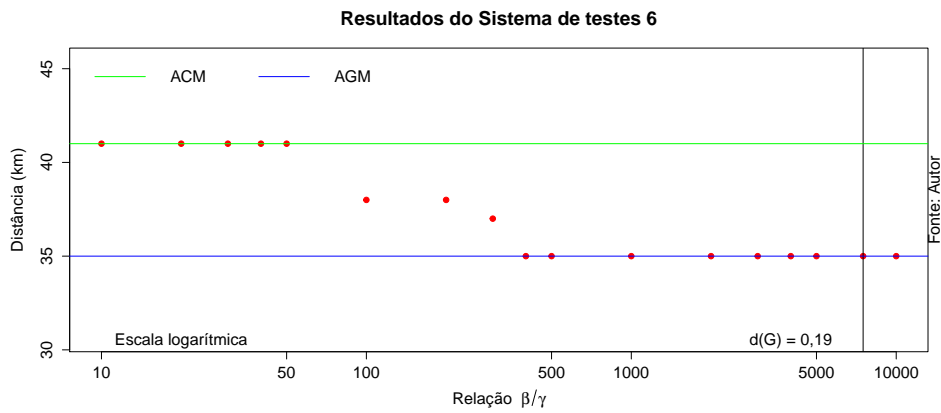
Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

Figura 33 – Distâncias das soluções do sistema de teste do grupo 2.



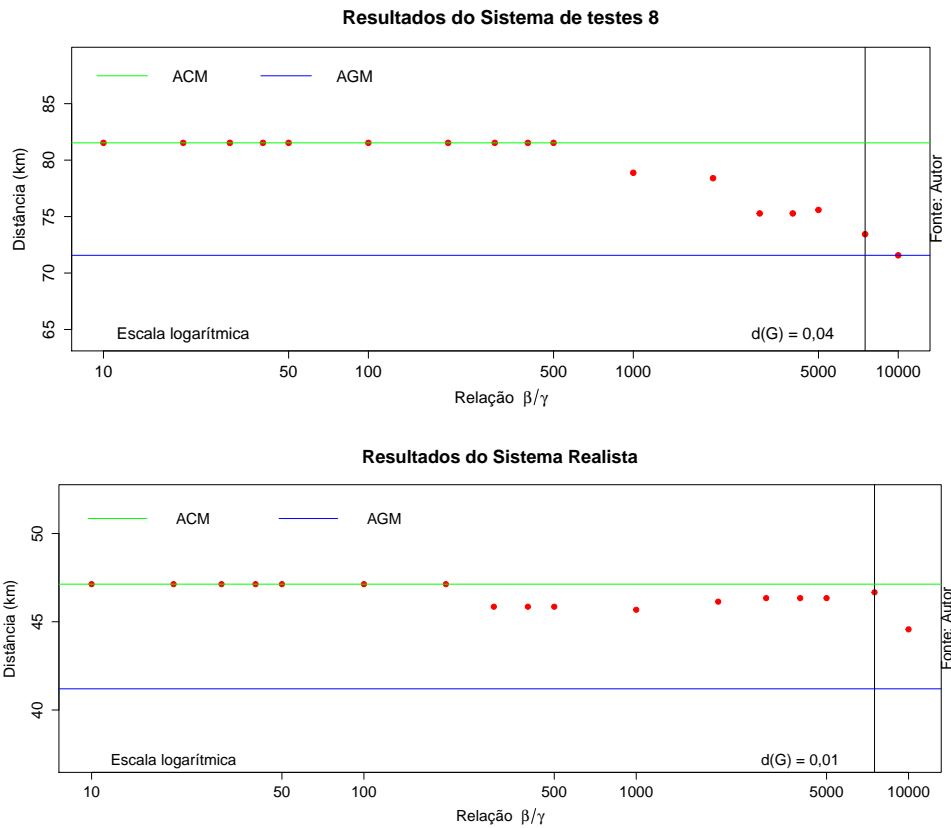
Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

Figura 34 – Distâncias das soluções dos sistemas de testes do grupo 3.



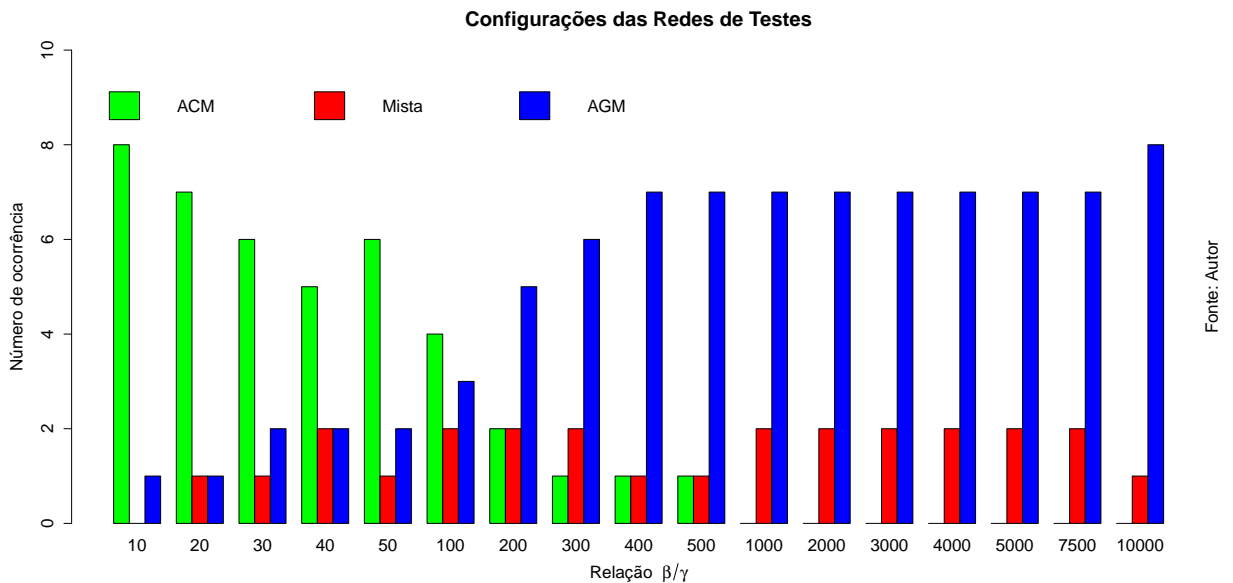
Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

Figura 35 – Distâncias das soluções dos sistemas de testes do grupo 4.



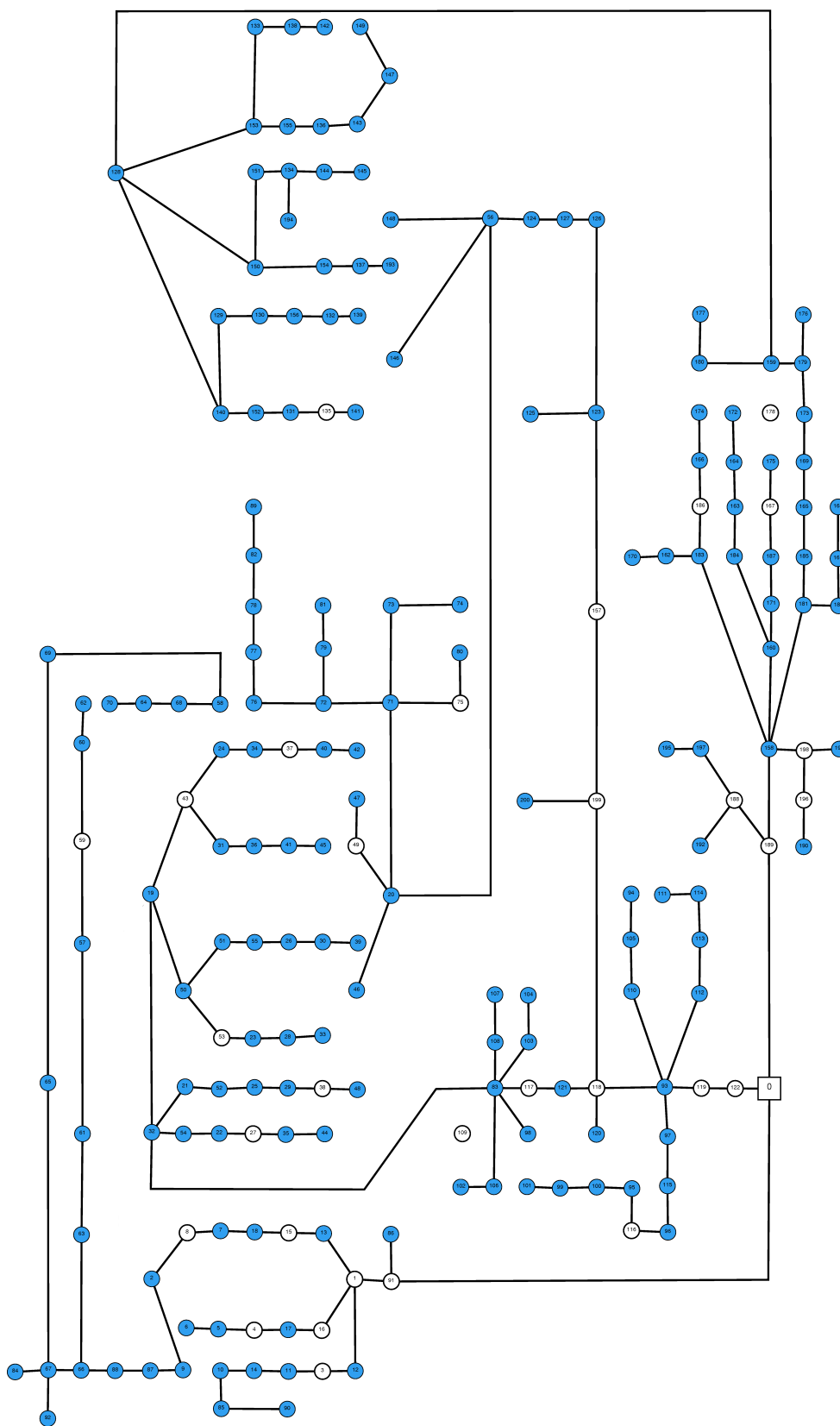
Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

Figura 36 – Configurações das redes teste em função da relação $\frac{\beta}{\gamma}$.



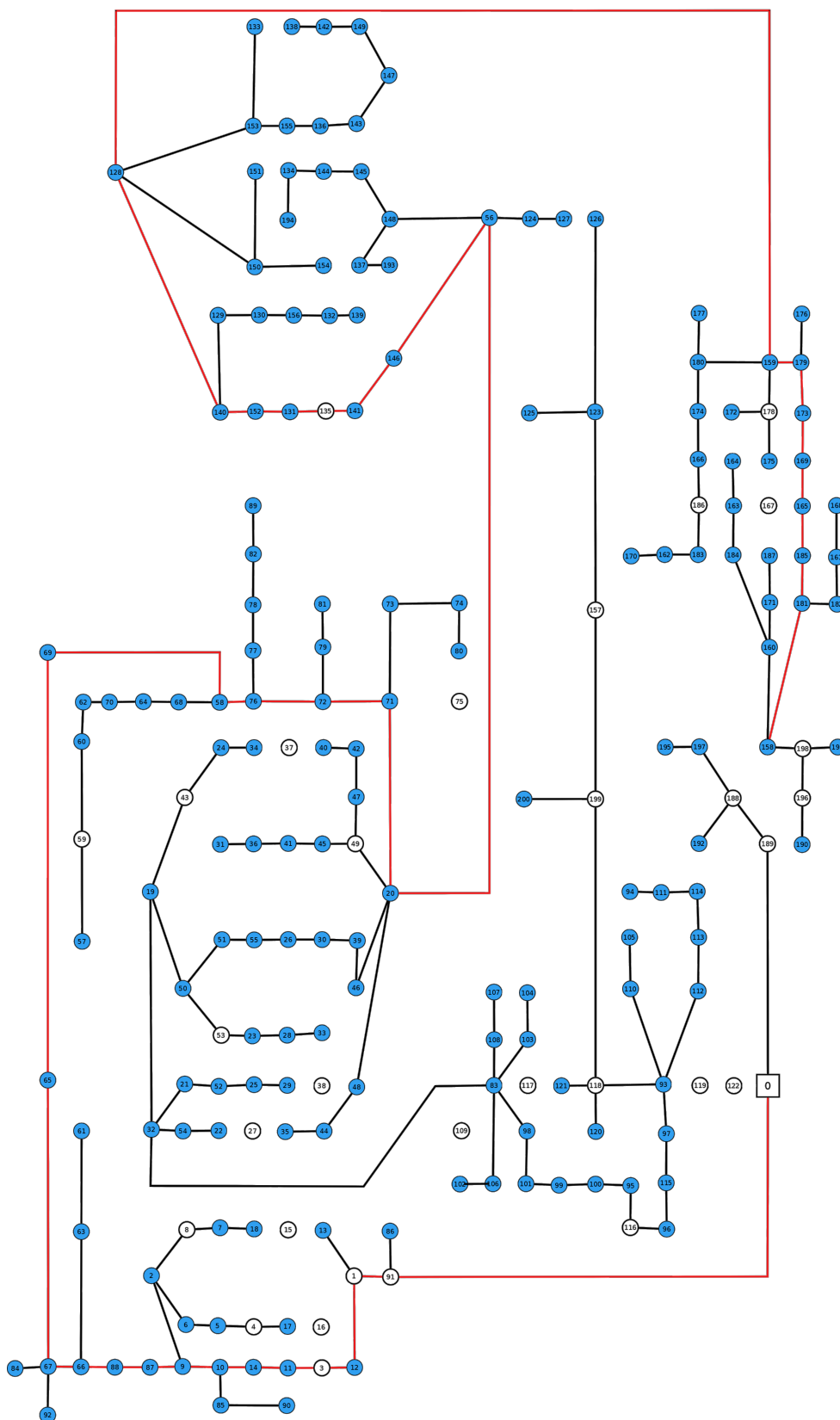
Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

Figura 37 – Árvore de caminhos mínimos do sistema realista.



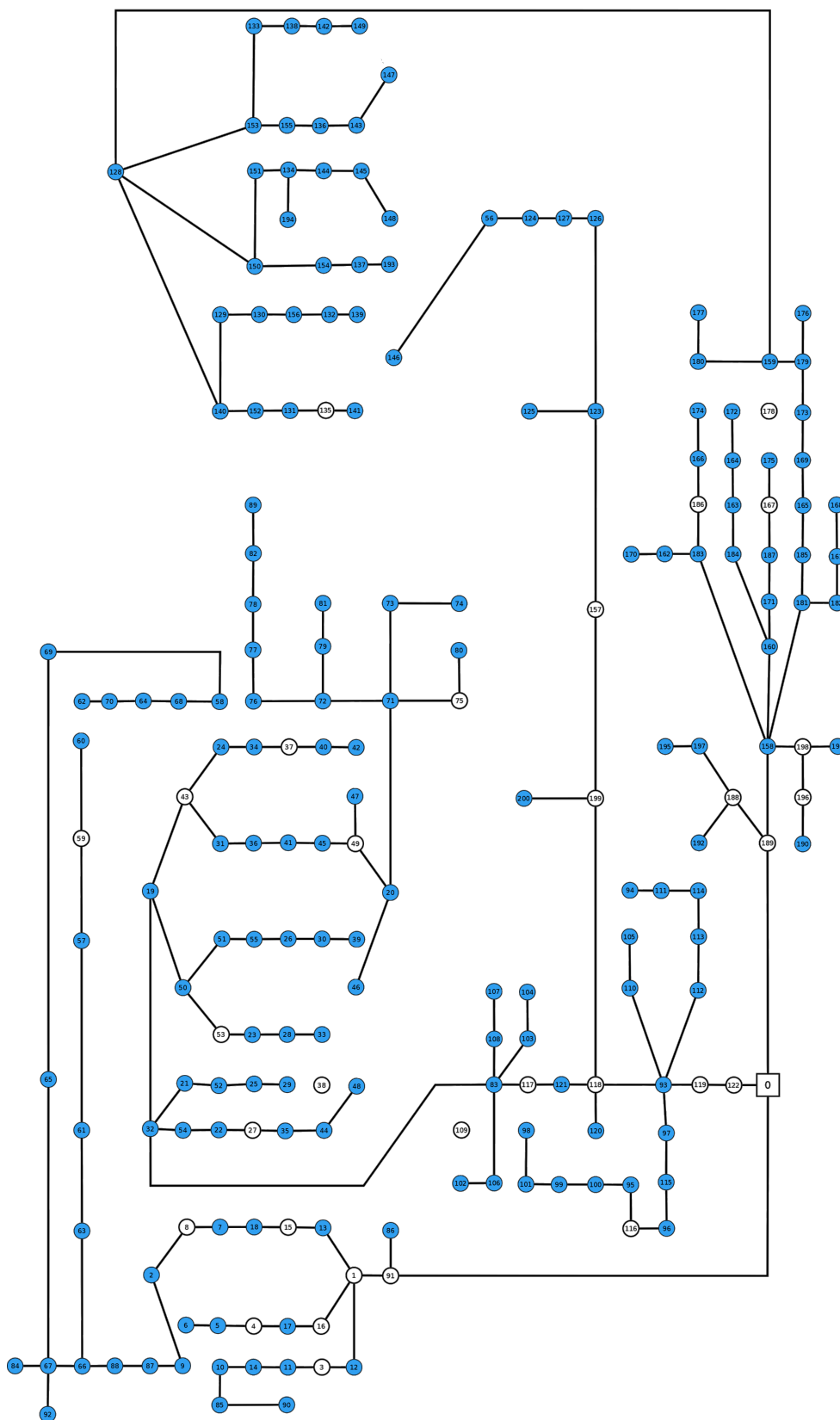
Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

Figura 38 – Árvore geradora mínima do sistema realista.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014)

Figura 39 – Solução encontrada para o sistema realista.



Fonte: Elaborada pelo autor (2015)

7 CONCLUSÃO

A relação entre o custo fixo β e o custo variável γ exerce influência determinante na configuração ótima de uma rede de distribuição aérea radial primária protegida. Um valor baixo da relação β/γ , em média menor que 100, favorece a uma configuração ACM, isso porque quando o custo fixo é pequeno em relação ao custo variável, o custo de transmissão do fluxo torna-se muito elevado. Assim a melhor opção é levar a demanda do nó de alimentação ao nó de consumo através do menor caminho possível (ACM).

Entretanto, valores elevados da relação β/γ , normalmente maiores que 400, indicam que o custo fixo é muito alto em relação ao custo variável. Dessa forma, o custo da construção do sistema (custo fixo) exerce uma influência maior na solução que o custo de operação (custo variável), conduzindo a solução para uma configuração com o menor comprimento possível da rede (árvore geradora mínima).

A relação β/γ não é o único parâmetro que determina a configuração da rede, outras características também influenciam na solução ótima da rede. Entre essas características pode-se citar a extensão da rede, a disposição dos nós de demanda, o caráter heterogêneo dos valores de demanda e os arcos disponíveis para construção da rede. Deste modo, mesmo que o custo fixo de uma rede de distribuição de energia seja muito elevado, isso não significa necessariamente que a árvore geradora mínima será a configuração ótima para qualquer exemplo. É necessário avaliar as demais características da rede e observar se o grau de esparsidade da rede é relativamente alto.

A maioria das redes apresentadas possuem um conjunto de características de modo que a configuração AGM é a solução ótima para a relação β/γ encontrada. É provável que redes com características semelhantes apresentem a mesma configuração ótima. Entretanto, é importante analisar caso a caso. Redes extensas com uma alta densidade de carga e um baixo grau de esparsidade apresentarão uma configuração mista, mesmo para valores da relação β/γ elevado, como as redes 8 e 9.

O custo fixo para uma rede de distribuição protegida com tensão de 13,8 kV e classe de proteção de 15 kV é, aproximadamente, 75 mil $R\$/km$, já o custo variável para essa mesma situação é, em torno, de 10 $R\/(km \cdot kVA)$, ou seja, uma relação de β/γ próxima de 7500. Para esse valor de β/γ a configuração de uma nova rede pode ser AGM, para redes de pequeno porte e elevado grau de esparsidade, ou mista para redes maiores com elevada densidade de carga e baixo grau de esparsidade. Em todos os casos, os modelos apresentados podem ser utilizados como um sistema de recomendação ao projeto.

Algumas abordagens de trabalhos futuros podem ser apontadas para reforçar os resultados obtidos neste trabalho, são elas:

- a) Estudo sobre a relação entre a configuração de grafos e sua densidade (grau de esparsidade);
- b) Levantamento detalhado sobre o custo fixo e o custo variável para cada seção de cabos de distribuição, com foco na linearização das curvas de custo total;
- c) Um modelo com restrições de capacidade de condução de fluxo por tipo de cabo;
- d) Implementação de sistemas de distribuição isolados e subterrâneos nos modelos de otimização apresentados;
- e) Um modelo com custos fixos diferenciados para nós de demanda e nós de passagem;
- f) Aumentar o número de sistemas testes a fim de realizar um tratamento estatístico nos resultados.

REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Atlas de energia elétrica do Brasil**. 3. ed. Brasília, 2008. ISBN 978-85-87491-10-7.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Por dentro da conta de luz: informação de utilidade pública**. 4. ed. Brasília, 2008. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/arquivos/pdf/catilha_1p_atual.pdf>. Acesso em: 18 set. 2014.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Nota Técnica nº 0075, de 21 de dezembro de 2011**: Proposta de abertura de Consulta Pública para o recebimento de dados e contribuições para análise dos impactos da aplicação do Decreto nº 97.280, de 16 de dezembro de 1988 (padronização das tensões). Brasília, 2011. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/consulta_publica/documentos/Nota%20T%C3%A9cnica_0075_DANIEL_SRD.pdf>. Acesso em: 5 ago. 2014.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Nota técnica nº 101, de 19 de abril de 2011**: Proposta de metodologia de cálculo de custos operacionais regulatórios a ser aplicada no terceiro ciclo de revisões tarifárias das concessionárias de distribuição de energia elétrica (3CRTP). Brasília, 2012. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2010/040/documento/nt_101_2011_custos_operacionais.pdf>. Acesso em: 5 ago. 2014.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional - PRODIST**: Cartilha de acesso ao sistema de distribuição. 3^o revisão. ed. Brasília, 2012.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Atributos físicos e elétricos**. 2014. Disponível em: <www.aneel.gov.br/aplicacoes/atributosfisicoseletricos>. Acesso em: 5 dez. 2014.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Informações Gerenciais**. Brasília, 2014. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/arquivos/PDF/IG_Mar_14.pdf>. Acesso em: 11 de ago. 2014.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Informações técnicas**: Bacias hidrográficas no Brasil. Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/area.cfm?id_area=104>. Acesso em: 5 mar. 2015.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional - PRODIST. Módulo 8**: Qualidade da energia elétrica. 5^o revisão. ed. Brasília, 2015. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/arquivos/PDF/Modulo8_Revisao_5.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2014.
- ANGELIS, B. L. D. D. et al. Rede de distribuição de energia elétrica e arborização viária: O caso da cidade de Maringá, Estado do Paraná. **Acta Scientiarum. Technology**, v. 33, n. 4, p. 365 – 370, 2011. Disponível em: <<http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ActaSciTechnol/article/view/8405>>. Acesso em: 14 ago. 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE DISTRIBUIDORES DE ENERGIA ELÉTRICA. **Visão Geral do Setor**. Brasília, 2014. Disponível em: <<http://www.abradee.com.br/setor-eletrico/visao-geral-do-setor>>. Acesso em: 5 ago. 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5410**: Instalações elétrica de baixa tensão. Rio de Janeiro, 2004.

BALDESSAR, M. P. **Estudo para a implantação de um plano de manutenção preventiva nos transformadores da rede de distribuição elétrica - CELESC - Joinville**. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2006.

BAQUERO, J. F. F. **Estratégia de decomposição aplicada ao problema de planejamento da expansão de sistemas de distribuição**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Ilha Solteira, abr 2012. Acesso em: 16 de abr. 2014.

BERGE, C. Graph theory. **The American Mathematical Monthly**, Mathematical Association of America, v. 71, n. 5, p. 471–481, 1964. ISSN 00029890. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2312582>>. Acesso em: 4 de fev. 2014.

BERNAL-AGUSTÍN, J. L. **Aplicación de algoritmos genéticos al diseño óptimo de sistemas de distribución de energía eléctrica**. Tese (Doutorado em Engenharia Industrial) — Universidad de Zaragoza. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Zaragoza, 1998. Disponível em: <http://neo.lcc.uma.es/emoo/Bernal_Tesis.zip>. Acesso em: 16 de abr. 2014.

BRASIL. **Lei nº 10.847, de 15 de março de 2004**: Autoriza a criação da Empresa de Pesquisa Energética - EPE e dá outras providências. Brasília, 2004. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/110.847.htm>. Acesso em: 5 ago. 2014.

BRASIL. **Lei nº 10.848, de 15 de março de 2004**: Dispõe sobre a comercialização de energia elétrica. Brasília, 2004. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/cedoc/lei200410848.pdf>>. Acesso em: 5 ago. 2014.

BRITO, M. L. de S.; CASTRO, P. M. Viabilidade econômica de redes de distribuição protegidas. **Revista da Sociedade Brasileira de Arborização Urbana**, v. 2, n. 1, p. 130–137, 2007.

BROOKE, D. K. A.; MEERAUS, A. **GAMS: Sistema geral de modelagem algébrica**. 1. ed. Edgard Blucher, 1997. ISBN 9788521201335. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=dhk5HQAACAAJ>>. Acesso em: 2 de fev. 2015.

CENTRO DE PREVISÃO DO TEMPO E ESTUDOS CLIMÁTICOS. **Estação do ano**: Características gerais. 2014. Disponível em: <<http://clima1.cptec.inpe.br/estacoes/>>. Acesso em: 8 mar. 2014.

COMPANHIA ENERGÉTICA DE ALAGOAS. **Padrão rede primária compacta**. Maceió, 2008.

COMPANHIA ENERGÉTICA DE MINAS GERAIS. **ND-5.3 Manual de distribuição**: Fornecimento de energia elétrica em média tensão rede de distribuição aérea ou subterrânea. Belo Horizonte, 2009.

COMPANHIA ENERGÉTICA DE MINAS GERAIS. **ND-3.1 Manual de distribuição**: Projetos de redes de distribuição aéreas urbanas. Belo Horizonte, 2014.

COMPANHIA ENERGÉTICA DO GOIÁS. **Estruturas de redes de distribuição aéreas protegidas - classe 15 kV**. Goiânia, 2001.

- COMPANHIA PARANAENSE DE ENERGIA. **NTC 841100**: Projeto de redes de distribuição compacta protegida. 3. ed. Curitiba, 2013.
- COSSI, A. M. **Planejamento de redes de distribuição de energia elétrica de média e baixa tensão**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, out 2008.
- COTRIM, A. A. M. B. **Instalações elétricas**. 5. ed. São Paulo-SP: Pearson Prentice Hall, 2009. Revisão e adaptação técnica José Aquiles Baesso Gromoni e Hilton Moreno. ISBN 978-85-7605-208-1.
- CREDER, H. **Instalações elétricas**. 15. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2007. [Coordenação da revisão técnica e atualização Luiz Sebastião Costa]. ISBN 978-85-216-1567-5.
- DIJKSTRA, E. A note on two problems in connexion with graphs. **Numerische Mathematik**, Springer-Verlag, v. 1, n. 1, p. 269 – 271, 1959. ISSN 0029-599X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF01386390>>. Acesso em: 19 nov. 2013.
- ELETROBRAS DISTRIBUIÇÃO ALAGOAS. **Especificações técnicas de materiais**. Maceió, 2012. 267 p.
- ELETROBRAS DISTRIBUIÇÃO ALAGOAS. **Instalações básicas de redes de distribuição protegidas**. Maceió, 2012.
- ELETROBRAS DISTRIBUIÇÃO ALAGOAS. **Projetos de redes de distribuição aéreas urbanas**. Maceió, 2012.
- ELETROBRAS DISTRIBUIÇÃO RORAIMA. **Projetos de redes de distribuição aéreas urbanas**. Boa Vista, 2012.
- FÁTIMA, M. **Estudo dos impactos ambientais da interação da rede de distribuição de energia elétrica com a arborização urbana nos municípios da região metropolitana do Recife**. Dissertação (Mestrado em Gestão e Políticas Ambientais) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/123456789/6842>>. Acesso em: 22 de maio 2014.
- FEOFILOFF, Y. K. P.; WAKABAYASHI, Y. **Uma introdução sucinta à teoria dos grafos**. [s.n.], 2011. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~pf/teoriadosgrafos/>>. Acesso em: 8 de jan. 2015.
- FISHER, M. Optimal solution of vehicle-routing problems using minimum k-trees. **Operations Research**, v. 42, n. 4, p. 626 – 642, jul – aug 1994. ISSN 0030-364X.
- GAVISH, B. Topological design of centralized computer-networks - formulations and algorithms. **Networks**, v. 12, n. 4, p. 355 – 377, 1982. ISSN 0028-3045.
- GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM. **CPLEX 12**. 2014. Disponível em: <<http://www.gams.com/dd/docs/solvers/cplex/index.html>>. Acesso em: 5 dez. 2014.
- GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM. **Welcome to the GAMS home page**. 2014. Disponível em: <<http://www.gams.com/>>. Acesso em: 5 dez. 2014.
- GOLDBARG, A. M. C.; LUNA, H. P. L.; GOLDBARG, E. F. G. **Programação linear e fluxo em redes**. 1. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2014. ISBN 8535278141.

- GOLDBARG, M.; GOLDBARG, E. **Grafos: Conceitos, algoritmos e aplicações**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012. ISBN 978-85-352-5718-2.
- GOMES, H. J. **Estudos de viabilidades das redes de distribuição secundárias compactas no sistema elétrico da CELG D**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Escola de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2010.
- GONÇALVES, V. C. F. **Descontaminação distribuída de grafos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Sistemas e Computação) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011. Disponível em: <http://objdig.ufrj.br/60/teses/coppe_m/VanessaCarlaFelipeGoncalves.pdf>. Acesso em: 22 de maio 2014.
- GONEN, T. **Electric power distribution system engineering**. New York: McGraw-Hill, 1986. (Electrical Engineering Power and Energy). ISBN 0-07-023707-7.
- GOUVEIA, L. Using the miller-tucker-zemlin constraints to formulate a minimal spanning tree problem with hop constraints. **Computers & Operations Research**, v. 22, n. 9, p. 959 – 970, nov 1995. ISSN 0305-0548.
- GOUVEIA, L. Multicommodity flow models for spanning trees with hop constraints. **European Journal of Operational Research**, v. 95, n. 1, p. 178 – 190, 1996. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221795000909>>. Acesso em: 4 de fev. 2014.
- GROSS, J.; YELLEN, J. **Graph theory and its applications**. [S.l.]: CRC, 1998. ISBN 0-8493-3982-0.
- GROSS, J. L.; YELLEN, J. **Handbook of graph theory**. [S.l.]: CRC Press, 2003. (Editor Kenneth H. Rosen). ISBN 1-58488-090-2.
- GUSSOW, M. **Eletricidade básica**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2009. (Coleção Schaum). Tradução José Lucimar do Nascimento. ISBN 978-85-7780-136-4.
- HELD, M.; KARP, R. Traveling-salesman problem and minimum spanning trees. **Operations Research**, Inst Operations Research Management Sciences, Linthicum HTS, v. 18, n. 6, p. 1138 – &, 1970. ISSN 0030-364X.
- IBM ILOG CPLEX. **CPLEX**. 2007. Disponível em: <<http://openopt.org/cplex>>. Acesso em: 5 dez. 2014.
- INSTITUTO ABRADÉE DA ENERGIA. **Entenda a Indústria de energia elétrica - Módulo 5: Distribuição**. Brasília, 2013. Disponível em: <www.abradee.com.br/arquivos/cartilha/MODULO-5-DISTRIBUICAO.zip>. Acesso em: 15 de maio 2014.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Atlas de saneamento**. Rio de Janeiro, 2004. 151 p. ISBN 85-240-3168-9. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/atlas_saneamento/>. Acesso em: 5 ago. 2014.
- KAGAN, N.; OLIVEIRA, C. C. B. de; ROBBIA, E. J. **Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010. ISBN 978-85-212-0539-5.
- KRUSKAL, J. J. B. On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. **Proceedings of the American Mathematical Society**, American Mathematical Society, v. 7, n. 1, p. pp. 48–50, 1956. ISSN 00029939. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2033241>>. Acesso em: 4 de fev. 2014.

- LUCCHESI, C. L. **Introdução à teoria dos grafos**. Rio de Janeiro: IMPA, 1979. Disponível em: <http://www.impa.br/opencms/pt/biblioteca/cbm/12CBM/12_CBM_79_05.pdf>. Acesso em: 8 de jan. 2015.
- LUCERO, F. A. B. **Planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando algoritmo de busca tabu**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Ilha Solteira, 2003.
- LUNA, H. P. L. Handbook of optimization in telecommunications. In: _____. 1. ed. New York: Springer, 2006. cap. Network planning problems in telecommunications, p. 213 – 240.
- LUNA, H. P. L. From star configuration to minimum length spanning tree: the role of distances in optimal access networks. In: ANDRIONI, A. et al. (Ed.). **Workshop on Distance Geometry and Applications**. Manaus: [s.n.], 2013. p. 169–174.
- LUNA, H. P. L.; ZIVIANI, N.; CABRAL, R. H. B. The telephonic switching centre network problem: Formalization and computational experience. **Discrete Applied Mathematics**, v. 18, n. 2, p. 199 – 210, 1987. ISSN 0166-218X. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0166218X87900217>>. Acesso em: 4 de fev. 2014.
- MAGNANTI, T. L.; WONG, R. T. Network design and transportation planning: models and algorithms. **Transportation Science**, v. 18, n. 1, p. 1, 1984. ISSN 00411655. Disponível em: <<http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=iih&AN=4476570&lang=pt-br&site=ehost-live>>. Acesso em: 4 de fev. 2014.
- MALIK, K.; YU, G. A branch-and-bound algorithm for the capacitated minimum spanning tree problem. **Networks**, v. 23, n. 6, p. 525 – 532, sep 1993. ISSN 0028-3045.
- MAMEDE FILHO, J. **Instalações elétricas industriais**. 8. ed. [reimpr.]. Rio de Janeiro: LTC, 2011. ISBN 978-85-216-1742-6.
- MARCULESCU, R.; BOGDAN, P. The chip is the network: Toward a science of network-on-chip design. **Foundations and Trends® in Electronic Design Automation**, v. 2, n. 4, p. 371–461, 2007. ISSN 1551-3939. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1561/1000000011>>. Acesso em: 8 de jan. 2015.
- MISA, T. J.; FRANA, P. L. An interview with Edsger W. Dijkstra. **Commun. ACM**, ACM, New York, NY, USA, v. 53, n. 8, p. 41–47, ago. 2010. ISSN 0001-0782. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/1787234.1787249>>. Acesso em: 9 de abr. 2014.
- NASCIMENTO JUNIOR, G. C. **Máquinas elétricas: teoria e ensaios**. 4. ed. São Paulo: Érica, 2011. ISBN 978-85-365-0126-0.
- OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA. **Mapas do SIN: Integração eletroenergética**. Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <http://www.ons.org.br/conheca_sistema/mapas_sin.aspx>. Acesso em: 5 ago. 2014.
- OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA. **Institucional: O Setor Elétrico**. Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <http://www.ons.org.br/institucional/modelo_setorial.aspx>. Acesso em: 5 ago. 2014.
- OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA. **O que é o SIN - Sistema Interligado Nacional**. 2014. Disponível em: <http://www.ons.org.br/conheca_sistema/o_que_e_sin.aspx>. Acesso em: 8 mar. 2014.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA. **Diagrama esquemático das usinas hidroelétricas do SIN**. 2015. Disponível em: <http://www.ons.org.br/conheca_sistema/mapas_sin.aspx#>. Acesso em: 8 mar. 2014.

OSTROSKI, A.; MENONCINI, L. Teoria dos grafos e aplicações. **Synergismus scyentifica**, v. 4, n. 2, 2009.

PRIM, R. Shortest connection networks and some generalizations. **Bell System Technical Journal**, Amer Telephone Telegraph CO, New York, v. 36, n. 6, p. 1389–1401, 1957. ISSN 0005-8580.

R FOUNDATION FOR STATISTICAL COMPUTING. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna, Austria, 2014. Disponível em: <<http://www.R-project.org/>>. Acesso em: 24 de fev. 2014.

RAMIREZ-ROSADO, I.; BERNAL-AGUSTIN, J. Genetic algorithms applied to the design of large power distribution systems. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v. 13, n. 2, p. 696–703, May 1998. ISSN 0885-8950.

RANDAZZO, C.; LUNA, H. A comparison of optimal methods for local access uncapacitated network design. **Annals of Operations Research**, Kluwer Academic Publishers, v. 106, n. 1 – 4, p. 263 – 286, 2001. ISSN 0254-5330. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1023/A%3A1014569927266>>. Acesso em: 4 de fev. 2014.

RUBSAMEN, C. **IBM Completes Acquisition of ILOG**. 2009. Disponível em: <<https://www-304.ibm.com/jct03002c/press/us/en/pressrelease/26403.wss>>. Acesso em: 5 dez. 2014.

SINHA, A.; GUPTA, S. K. **Graph theory**. 1. ed. New Delhi: Acne Learning, 2012. ISBN 978-93-80408-83-5.

SOUSA, J. **Planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica através de um modelo de programação linear inteiro misto (PLIM)**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual Paulista UNESP – Campus De Ilha Solteira. Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, mar 2013. Disponível em: <http://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/lapsee/2013_tese_joao_sousa.pdf>. Acesso em: 22 de abr. 2014.

SZWARCFTER, J. **Grafos e algoritmos computacionais**. Campus, 1988. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=SnrMZwEACAAJ>>. Acesso em: 11 de abr. 2015.

VELASCO, G. D. N. **Arborização viária X Sistemas de distribuição de energia elétrica: Avaliação dos custos, estudo das podas e levantamento de problemas fitotécnicos**. Dissertação (Mestrado em Fitotecnia) — Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2003. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/11/11136/tde-10092003-152108/>>. Acesso em: 20 de maio 2014.

VELASCO, G. D. N.; LIMA, A. M. L. P.; COUTO, H. T. Z. d. Análise comparativa dos custos de diferentes redes de distribuição de energia elétrica no contexto da arborização urbana. **Árvore [online]**, v. 30, n. 4, p. 679 – 686, 2006. ISSN 0100-6762. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S0100-67622006000400022>>. Acesso em: 9 de abr. 2014.

WEG INDÚSTRIAS S.A. - TRANSFORMADORES. **Informações técnicas DT-11 : Características e especificações de transformadores de distribuição e força**. Blumenau, 2012.

WHITNEY, V. Minimal spanning tree. **Communications of the ACM**, Assoc Computing Machinery, New York, v. 15, n. 4, p. 273 – &, 1972. ISSN 0001-0782.

YAO, G. et al. A polynomial algorithm to compute the minimum degree spanning trees of directed acyclic graphs with applications to the broadcast problem. **Discrete Mathematics**, v. 308, n. 17, p. 3951 – 3959, sep 6 2008. ISSN 0012-365X.

Apêndices

APÊNDICE A – MODELO EM LINGUAGEM GAMS

```

*TITLE Modelo LAND, entre AGM e ACM.
*=====
*Paulo Wagner Lopes da Silva
*=====
SETS  i nós de origem e destino do modelo /0*n/; alias (i,j);
SETS  k(j) índice auxiliar de j /1*n/
        t(i) índice auxiliar de i /1*n/
        h(i) índice auxiliar de t /1*n/

PARAMETER
d(i,j) distância entre os nós i e j
$include "D:\Dropbox\dissertacao\modelo-LAND\Distancias.gms"

dist(i,j) matriz simétrica completa;

d(i,j)$(d(i,j) eq 0) = 999999999;
d(i,j)$(ord(i) eq ord(j)) = 0;
dist(i,j) = d(i,j);
dist(i,j)$(ord(i) gt ord(j))=dist(j,i);

PARAMETER q(t) Associado a demanda do nó h
$include "D:\Dropbox\dissertacao\modelo-LAND\Demandas.gms"

        SCALAR beta custo fixo por km /75000/;
        SCALAR gamma custo variável por km /10.1/;
        Parameter a(t) número de nós de demanda;
        SCALAR b número de nós de demanda /0/;

a(t)$(q(t) ne 0) = 1; b = sum((t), a(t));

VARIABLES
        x(i,j) existência ou não da aresta i-j
        f(i,j) fluxo de demanda de i para j
        Z define a função objetivo;
        BINARY VARIABLE x;

```



```
POSITIVE VARIABLE f;
```

```
EQUATIONS
```

```
Obj calcula a função objetivo
```

```
link quantidade de aresta da rede ótima
```

```
atem_dem atendimento da demanda
```

```
cheg_said(t) chegada e saída de demanda em um nó h
```

```
fluxo(i,k) fluxo de demanda total do nó i para os j ;
```

```
Obj.. Z =e= beta*sum((i,j), dist(i,j)*x(i,j)) +  
gamma*sum((i,k), dist(i,k)*f(i,k));
```

```
atem_dem.. sum(k, f("0",k)) =e= sum(t, q(t));
```

```
cheg_said(t).. q(t) =e= sum(i, f(i,t)) - sum(k, f(t,k));
```

```
fluxo(i,k).. f(i,k) =l= sum(t, q(t))*x(i,k);
```

```
link.. b =e= sum((i,j), x(i,j));
```

```
*Para o modelo de Randazzo2001, substituir (=e=) por (=L=)
```

```
MODEL LAND /ALL/;
```

```
OPTION MIP=CPLEX;
```

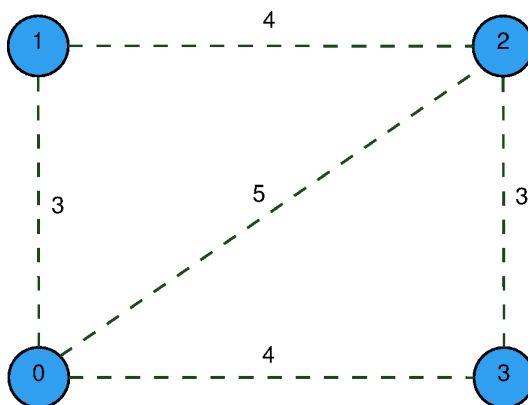
```
SOLVE LAND USING MIP MINIMIZING Z;
```

```
DISPLAY x.l, f.l;
```

Anexos

ANEXO A – SISTEMAS DE TESTE

Figura 40 – Grafo do sistema de teste 1.

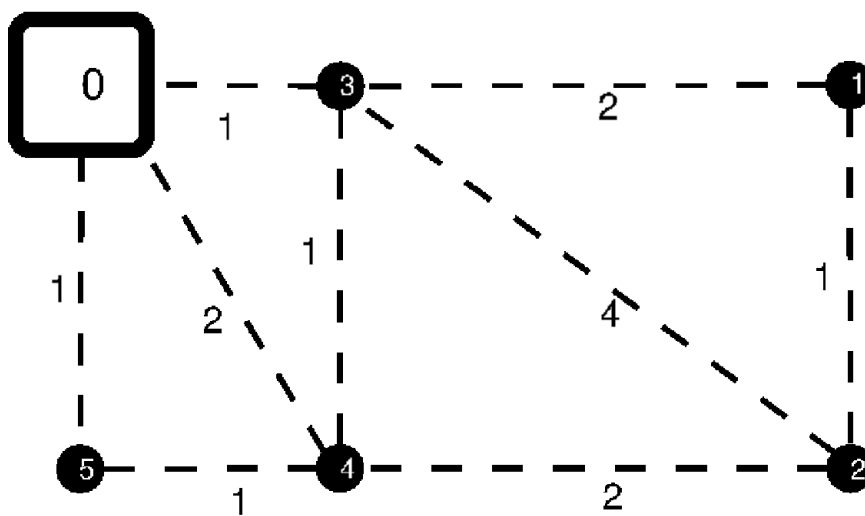


Fonte: Inspirado em LUNA (2013).

Tabela 15 – Dados do sistema de teste 1.

| i | j | Distância (km) | j | Demanda (kVA) |
|---|---|----------------|---|---------------|
| 0 | 1 | 3 | 1 | 15 |
| 0 | 2 | 5 | 2 | 75 |
| 0 | 3 | 4 | 3 | 45 |
| 1 | 2 | 4 | | |
| 2 | 3 | 3 | | |

Figura 41 – Grafo do sistema de teste 2.



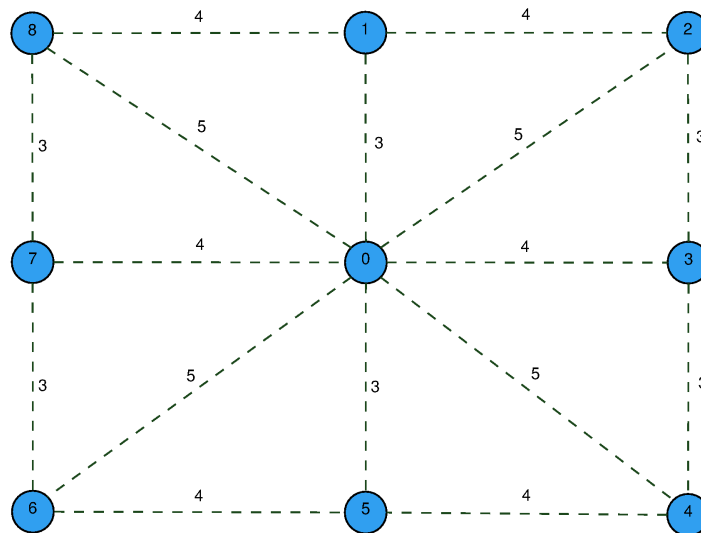
(a) Grafo do sistema de teste 2.

Fonte: Elaborada pelo autor (2014).

Tabela 16 – Dados do sistema de teste 2.

| i | j | Distância (km) | j | Demanda (kVA) |
|---|---|----------------|---|---------------|
| 0 | 3 | 1 | 1 | 45 |
| 0 | 4 | 4 | 2 | 150 |
| 0 | 5 | 1 | 3 | 75 |
| 1 | 2 | 1 | 4 | 30 |
| 1 | 3 | 2 | 5 | 45 |
| 2 | 3 | 4 | | |
| 3 | 4 | 1 | | |
| 4 | 5 | 1 | | |

Figura 42 – Grafo do sistema de teste 3.

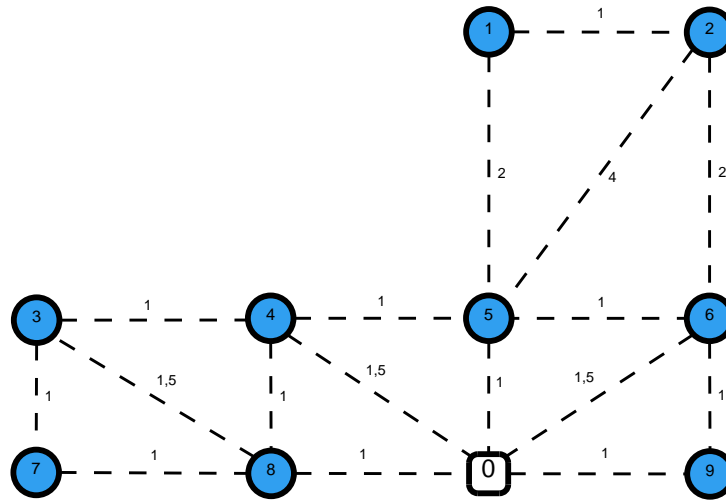


Fonte: Adaptado de LUNA (2013).

Tabela 17 – Dados do sistema de teste 3.

| i | j | Distância (km) | i | j | Distância (km) | j | Demanda (kVA) |
|---|---|----------------|---|---|----------------|---|---------------|
| 0 | 1 | 3 | 1 | 2 | 4 | 1 | 75 |
| 0 | 2 | 5 | 1 | 8 | 4 | 2 | 30 |
| 0 | 3 | 4 | 2 | 3 | 3 | 3 | 30 |
| 0 | 4 | 5 | 3 | 4 | 3 | 4 | 150 |
| 0 | 5 | 3 | 4 | 5 | 4 | 5 | 75 |
| 0 | 6 | 5 | 5 | 6 | 4 | 6 | 30 |
| 0 | 7 | 4 | 6 | 7 | 3 | 7 | 150 |
| 0 | 8 | 5 | 7 | 8 | 3 | 8 | 45 |

Figura 43 – Grafo do sistema de teste 4.



Fonte: SOUSA (2013).

Tabela 18 – Dados do sistema de teste 4.

| i | j | Distância (km) | i | j | Distância (km) | j | Demanda (kVA) |
|---|---|----------------|---|---|----------------|---|---------------|
| 0 | 4 | 1,5 | 3 | 4 | 1 | 1 | 30 |
| 0 | 5 | 1 | 3 | 7 | 1 | 2 | 15 |
| 0 | 6 | 1,5 | 3 | 8 | 1,5 | 3 | 112,5 |
| 0 | 8 | 1 | 4 | 5 | 1 | 4 | 112,5 |
| 0 | 9 | 1 | 4 | 8 | 1 | 5 | 45 |
| 1 | 2 | 1 | 5 | 6 | 1 | 6 | 45 |
| 1 | 5 | 2 | 6 | 9 | 1 | 7 | 75 |
| 2 | 5 | 4 | 7 | 8 | 1 | 8 | 112,5 |
| 2 | 6 | 2 | | | | 9 | 150 |

Tabela 19 – Dados do sistema de teste 5.

| i | j | Distância (km) | i | j | Distância (km) | j | Demanda (kVA) |
|---|---|----------------|---|---|----------------|---|---------------|
| 0 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 1 | 112,5 |
| 0 | 6 | 4 | 4 | 5 | 4 | 2 | 75 |
| 1 | 2 | 4 | 4 | 6 | 3 | 3 | 0 |
| 1 | 3 | 5 | 4 | 7 | 5 | 4 | 0 |
| 1 | 4 | 3 | 5 | 7 | 3 | 5 | 0 |
| 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 4 | 6 | 0 |
| 2 | 5 | 3 | | | | 7 | 30 |

Tabela 24 – Distâncias dos arcos do sistema de teste 9.

| Ramo | Noi | Nof | d(m) | Ramo | Noi | Nof | d(m) | Ramo | Noi | Nof | d(m) |
|------|-----|-----|------|------|-----|-----|------|------|-----|-----|------|
| 18 | 0 | 91 | 1064 | 16 | 61 | 63 | 165 | 86 | 32 | 54 | 120 |
| 19 | 91 | 1 | 933 | 17 | 57 | 19 | 1620 | 87 | 20 | 49 | 100 |

continua na próxima página

Tabela 24 – Distâncias dos arcos do sistema de teste 9
(cont.)

| Ramo | Noi | Nof | d(m) | Ramo | Noi | Nof | d(m) | Ramo | Noi | Nof | d(m) |
|------|-----|-----|------|------|-----|-----|------|------|-----|-----|------|
| 20 | 91 | 86 | 44 | 21 | 1 | 16 | 240 | 88 | 31 | 43 | 700 |
| 33 | 1 | 12 | 110 | 22 | 5 | 6 | 110 | 89 | 36 | 31 | 290 |
| 37 | 12 | 3 | 155 | 23 | 6 | 2 | 142 | 90 | 41 | 36 | 185 |
| 34 | 3 | 11 | 230 | 24 | 17 | 4 | 335 | 91 | 45 | 41 | 70 |
| 35 | 11 | 14 | 360 | 25 | 4 | 5 | 135 | 92 | 45 | 49 | 100 |
| 36 | 14 | 10 | 455 | 26 | 16 | 17 | 320 | 93 | 20 | 48 | 370 |
| 38 | 10 | 85 | 120 | 27 | 1 | 13 | 45 | 94 | 38 | 29 | 320 |
| 40 | 10 | 9 | 160 | 28 | 7 | 8 | 260 | 95 | 48 | 38 | 240 |
| 42 | 9 | 87 | 375 | 29 | 8 | 2 | 40 | 96 | 52 | 21 | 110 |
| 184 | 0 | 122 | 70 | 30 | 15 | 18 | 430 | 97 | 29 | 25 | 150 |
| 186 | 122 | 119 | 1250 | 31 | 18 | 7 | 60 | 98 | 25 | 52 | 275 |
| 185 | 119 | 93 | 1076 | 32 | 13 | 15 | 270 | 99 | 21 | 32 | 120 |
| 196 | 93 | 118 | 290 | 39 | 85 | 90 | 260 | 100 | 20 | 56 | 590 |
| 195 | 118 | 120 | 35 | 41 | 2 | 9 | 295 | 101 | 20 | 71 | 530 |
| 198 | 118 | 121 | 140 | 43 | 87 | 88 | 220 | 102 | 71 | 73 | 60 |
| 199 | 121 | 117 | 550 | 44 | 88 | 66 | 295 | 103 | 163 | 164 | 90 |
| 197 | 117 | 83 | 110 | 45 | 2 | 19 | 1670 | 104 | 164 | 172 | 380 |
| 80 | 83 | 32 | 115 | 46 | 116 | 96 | 110 | 105 | 172 | 178 | 310 |
| 0 | 83 | 103 | 200 | 47 | 97 | 93 | 110 | 106 | 178 | 159 | 190 |
| 204 | 83 | 108 | 130 | 48 | 115 | 97 | 170 | 107 | 158 | 181 | 280 |
| 200 | 103 | 104 | 170 | 49 | 56 | 146 | 430 | 108 | 181 | 185 | 250 |
| 203 | 108 | 107 | 170 | 51 | 146 | 141 | 290 | 109 | 185 | 165 | 160 |
| 157 | 0 | 189 | 600 | 52 | 141 | 135 | 220 | 110 | 165 | 169 | 160 |
| 124 | 189 | 158 | 1000 | 53 | 131 | 152 | 240 | 111 | 169 | 173 | 100 |
| 113 | 158 | 183 | 620 | 54 | 135 | 131 | 410 | 112 | 173 | 179 | 270 |
| 143 | 183 | 162 | 260 | 55 | 56 | 148 | 190 | 114 | 127 | 126 | 740 |
| 142 | 162 | 170 | 220 | 56 | 56 | 124 | 250 | 115 | 124 | 127 | 60 |
| 169 | 183 | 186 | 120 | 57 | 126 | 123 | 80 | 116 | 199 | 118 | 210 |
| 170 | 186 | 166 | 290 | 58 | 19 | 50 | 240 | 117 | 199 | 200 | 20 |
| 133 | 166 | 174 | 310 | 59 | 50 | 51 | 190 | 118 | 157 | 199 | 60 |
| 134 | 174 | 180 | 290 | 60 | 51 | 55 | 320 | 119 | 123 | 157 | 280 |
| 140 | 180 | 159 | 250 | 61 | 55 | 26 | 260 | 120 | 198 | 191 | 40 |
| 144 | 159 | 128 | 780 | 62 | 26 | 30 | 280 | 121 | 198 | 196 | 190 |
| 145 | 128 | 140 | 110 | 63 | 30 | 39 | 290 | 122 | 158 | 198 | 740 |
| 218 | 128 | 153 | 120 | 64 | 39 | 46 | 250 | 123 | 196 | 190 | 30 |

continua na próxima página

Tabela 24 – Distâncias dos arcos do sistema de teste 9
(cont.)

| Ramo | Noi | Nof | d(m) | Ramo | Noi | Nof | d(m) | Ramo | Noi | Nof | d(m) |
|------|-----|-----|------|------|-----|-----|------|------|-----|-----|------|
| 148 | 140 | 129 | 160 | 65 | 50 | 53 | 150 | 125 | 158 | 160 | 230 |
| 50 | 140 | 152 | 250 | 66 | 53 | 23 | 200 | 126 | 160 | 171 | 240 |
| 167 | 153 | 133 | 270 | 67 | 23 | 28 | 260 | 127 | 171 | 187 | 250 |
| 221 | 153 | 155 | 110 | 68 | 28 | 33 | 315 | 128 | 187 | 167 | 250 |
| 225 | 133 | 138 | 410 | 69 | 33 | 46 | 475 | 129 | 175 | 178 | 180 |
| 1 | 65 | 67 | 180 | 70 | 46 | 20 | 230 | 130 | 167 | 175 | 310 |
| 2 | 69 | 65 | 175 | 71 | 19 | 43 | 40 | 131 | 160 | 184 | 360 |
| 3 | 58 | 69 | 147 | 72 | 43 | 24 | 350 | 132 | 184 | 163 | 250 |
| 4 | 67 | 84 | 80 | 73 | 24 | 34 | 350 | 135 | 159 | 179 | 120 |
| 5 | 67 | 92 | 230 | 74 | 34 | 37 | 220 | 136 | 179 | 176 | 150 |
| 6 | 59 | 57 | 30 | 75 | 37 | 40 | 285 | 137 | 168 | 161 | 210 |
| 7 | 64 | 70 | 195 | 76 | 40 | 42 | 320 | 138 | 161 | 182 | 230 |
| 8 | 68 | 64 | 85 | 77 | 42 | 47 | 220 | 139 | 182 | 181 | 90 |
| 9 | 58 | 68 | 58 | 78 | 47 | 49 | 200 | 141 | 180 | 177 | 160 |
| 10 | 62 | 60 | 300 | 79 | 19 | 32 | 180 | 146 | 130 | 156 | 100 |
| 11 | 70 | 62 | 62 | 81 | 27 | 35 | 250 | 147 | 129 | 130 | 150 |
| 12 | 60 | 59 | 120 | 82 | 35 | 44 | 360 | 149 | 156 | 132 | 310 |
| 13 | 57 | 61 | 354 | 83 | 48 | 44 | 120 | 150 | 128 | 150 | 90 |
| 14 | 63 | 66 | 123 | 84 | 54 | 22 | 210 | 151 | 144 | 145 | 90 |
| 15 | 66 | 67 | 236 | 85 | 22 | 27 | 190 | 152 | 145 | 148 | 150 |
| 153 | 151 | 134 | 210 | 175 | 71 | 72 | 270 | 206 | 102 | 109 | 210 |
| 154 | 134 | 144 | 390 | 176 | 72 | 79 | 200 | 207 | 106 | 102 | 150 |
| 155 | 134 | 194 | 25 | 177 | 72 | 76 | 210 | 208 | 83 | 106 | 180 |
| 156 | 150 | 151 | 150 | 178 | 76 | 77 | 140 | 209 | 96 | 115 | 120 |
| 158 | 189 | 188 | 200 | 179 | 78 | 82 | 660 | 210 | 83 | 98 | 360 |
| 159 | 188 | 197 | 300 | 180 | 81 | 79 | 200 | 211 | 100 | 95 | 290 |
| 160 | 197 | 195 | 100 | 181 | 77 | 78 | 60 | 212 | 99 | 100 | 160 |
| 161 | 188 | 192 | 64 | 182 | 82 | 89 | 331 | 213 | 101 | 99 | 150 |
| 162 | 148 | 137 | 350 | 183 | 76 | 58 | 1060 | 214 | 98 | 101 | 140 |
| 163 | 137 | 154 | 290 | 187 | 113 | 114 | 130 | 215 | 95 | 116 | 215 |
| 164 | 137 | 193 | 35 | 188 | 114 | 111 | 110 | 216 | 132 | 139 | 290 |
| 165 | 154 | 150 | 190 | 189 | 93 | 112 | 90 | 217 | 139 | 146 | 420 |
| 166 | 125 | 123 | 80 | 190 | 112 | 113 | 210 | 219 | 136 | 143 | 260 |
| 168 | 147 | 56 | 400 | 191 | 105 | 94 | 230 | 220 | 143 | 147 | 260 |
| 171 | 75 | 71 | 150 | 192 | 94 | 111 | 90 | 222 | 155 | 136 | 230 |

continua na próxima página

Tabela 24 – Distâncias dos arcos do sistema de teste 9
(cont.)

| Ramo | Noi | Nof | d(m) | Ramo | Noi | Nof | d(m) | Ramo | Noi | Nof | d(m) |
|------|-----|-----|------|------|-----|-----|------|------|-----|-----|------|
| 172 | 74 | 80 | 230 | 193 | 93 | 110 | 180 | 223 | 142 | 149 | 270 |
| 173 | 80 | 75 | 145 | 194 | 110 | 105 | 180 | 224 | 149 | 147 | 60 |
| 174 | 73 | 74 | 290 | 205 | 109 | 83 | 120 | 226 | 138 | 142 | 170 |

Tabela 25 – Demanda dos nós do sistema de teste 9.

| Nó j | Demanda (kVA) | Nó j | Demanda (kVA) | Nó j | Demanda (kVA) |
|------|---------------|------|---------------|------|---------------|
| 1 | 0,0 | 68 | 58,0 | 135 | 0,0 |
| 2 | 135,0 | 69 | 63,0 | 136 | 94,0 |
| 3 | 0,0 | 70 | 190,0 | 137 | 9,0 |
| 4 | 0,0 | 71 | 134,0 | 138 | 135,0 |
| 5 | 127,0 | 72 | 43,0 | 139 | 39,0 |
| 6 | 57,0 | 73 | 132,0 | 140 | 61,0 |
| 7 | 92,0 | 74 | 54,0 | 141 | 170,0 |
| 8 | 0,0 | 75 | 0,0 | 142 | 351,0 |
| 9 | 135,0 | 76 | 55,0 | 143 | 117,0 |
| 10 | 135,0 | 77 | 49,0 | 144 | 22,0 |
| 11 | 86,0 | 78 | 90,0 | 145 | 105,0 |
| 12 | 55,0 | 79 | 147,0 | 146 | 42,0 |
| 13 | 75,0 | 80 | 216,0 | 147 | 92,0 |
| 14 | 79,0 | 81 | 23,0 | 148 | 56,0 |
| 15 | 0,0 | 82 | 135,0 | 149 | 86,0 |
| 16 | 0,0 | 83 | 3,0 | 150 | 135,0 |
| 17 | 86,0 | 84 | 58,0 | 151 | 113,0 |
| 18 | 33,0 | 85 | 114,0 | 152 | 67,0 |
| 19 | 13,0 | 86 | 23,0 | 153 | 86,0 |
| 20 | 1,0 | 87 | 23,0 | 154 | 216,0 |
| 21 | 216,0 | 88 | 23,0 | 155 | 62,0 |
| 22 | 86,0 | 89 | 5,0 | 156 | 135,0 |
| 23 | 86,0 | 90 | 23,0 | 157 | 0,0 |
| 24 | 86,0 | 91 | 0,0 | 158 | 3,0 |
| 25 | 135,0 | 92 | 23,0 | 159 | 1,0 |
| 26 | 116,0 | 93 | 20,0 | 160 | 58,0 |

continua na próxima página

Tabela 25 – Demanda dos nós do sistema de teste 9 (cont.)

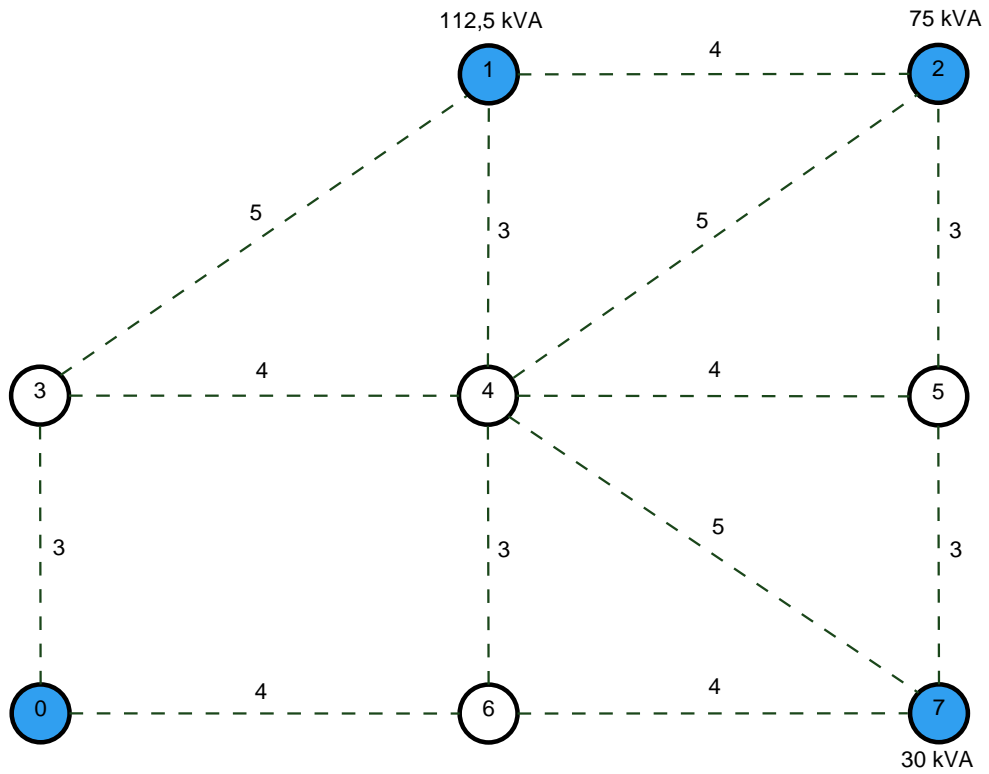
| Nó j | Demanda (kVA) | Nó j | Demanda (kVA) | Nó j | Demanda (kVA) |
|------|---------------|------|---------------|------|---------------|
| 27 | 0,0 | 94 | 135,0 | 161 | 216,0 |
| 28 | 86,0 | 95 | 129,0 | 162 | 11,0 |
| 29 | 270,0 | 96 | 8,0 | 163 | 142,0 |
| 30 | 86,0 | 97 | 71,0 | 164 | 18,0 |
| 31 | 86,0 | 98 | 54,0 | 165 | 41,0 |
| 32 | 50,0 | 99 | 18,0 | 166 | 171,0 |
| 33 | 134,0 | 100 | 86,0 | 167 | 0,0 |
| 34 | 216,0 | 101 | 132,0 | 168 | 23,0 |
| 35 | 135,0 | 102 | 79,0 | 169 | 87,0 |
| 36 | 86,0 | 103 | 86,0 | 170 | 23,0 |
| 37 | 0,0 | 104 | 216,0 | 171 | 30,0 |
| 38 | 0,0 | 105 | 135,0 | 172 | 114,0 |
| 39 | 107,0 | 106 | 61,0 | 173 | 135,0 |
| 40 | 135,0 | 107 | 42,0 | 174 | 80,0 |
| 41 | 78,0 | 108 | 24,0 | 175 | 55,0 |
| 42 | 64,0 | 109 | 0,0 | 176 | 135,0 |
| 43 | 0,0 | 110 | 86,0 | 177 | 216,0 |
| 44 | 135,0 | 111 | 135,0 | 178 | 0,0 |
| 45 | 135,0 | 112 | 42,0 | 179 | 86,0 |
| 46 | 135,0 | 113 | 135,0 | 180 | 91,0 |
| 47 | 96,0 | 114 | 30,0 | 181 | 59,0 |
| 48 | 86,0 | 115 | 71,0 | 182 | 135,0 |
| 49 | 0,0 | 116 | 0,0 | 183 | 71,0 |
| 50 | 135,0 | 117 | 0,0 | 184 | 96,0 |
| 51 | 135,0 | 118 | 0,0 | 185 | 91,0 |
| 52 | 135,0 | 119 | 0,0 | 186 | 0,0 |
| 53 | 0,0 | 120 | 88,0 | 187 | 186,0 |
| 54 | 47,0 | 121 | 274,0 | 188 | 0,0 |
| 55 | 135,0 | 122 | 0,0 | 189 | 0,0 |
| 56 | 13,0 | 123 | 55,0 | 190 | 146,0 |
| 57 | 86,0 | 124 | 55,0 | 191 | 23,0 |
| 58 | 55,0 | 125 | 55,0 | 192 | 23,0 |
| 59 | 0,0 | 126 | 55,0 | 193 | 23,0 |
| 60 | 67,0 | 127 | 55,0 | 194 | 23,0 |
| 61 | 79,0 | 128 | 86,0 | 195 | 23,0 |
| 62 | 135,0 | 129 | 135,0 | 196 | 0,0 |

continua na próxima página

Tabela 25 – Demanda dos nós do sistema de teste 9 (cont.)

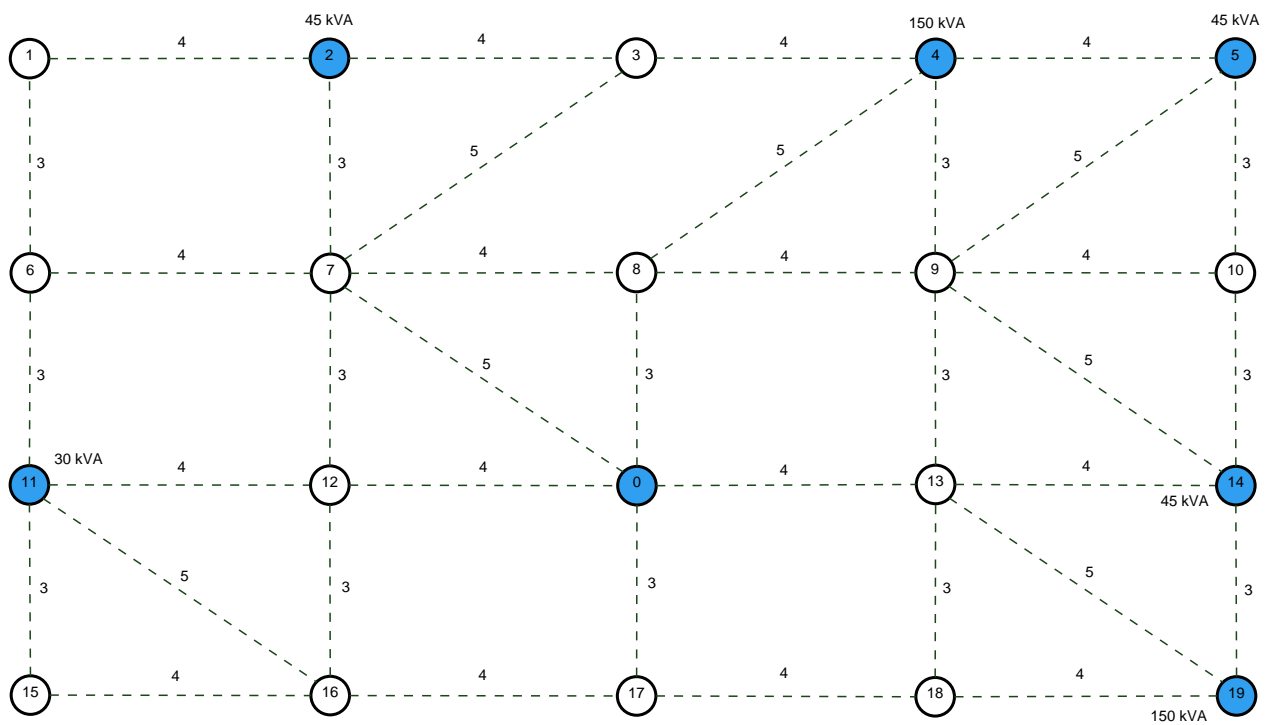
| Nó j | Demanda (kVA) | Nó j | Demanda (kVA) | Nó j | Demanda (kVA) |
|------|---------------|------|---------------|------|---------------|
| 63 | 86,0 | 130 | 69,0 | 197 | 23,0 |
| 64 | 106,0 | 131 | 117,0 | 198 | 0,0 |
| 65 | 134,0 | 132 | 135,0 | 199 | 0,0 |
| 66 | 86,0 | 133 | 86,0 | 200 | 58,0 |
| 67 | 114,0 | 134 | 86,0 | 201 | 0,0 |

Figura 44 – Grafo do sistema de teste 5.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014).

Figura 45 – Grafo do sistema de teste 6.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014).

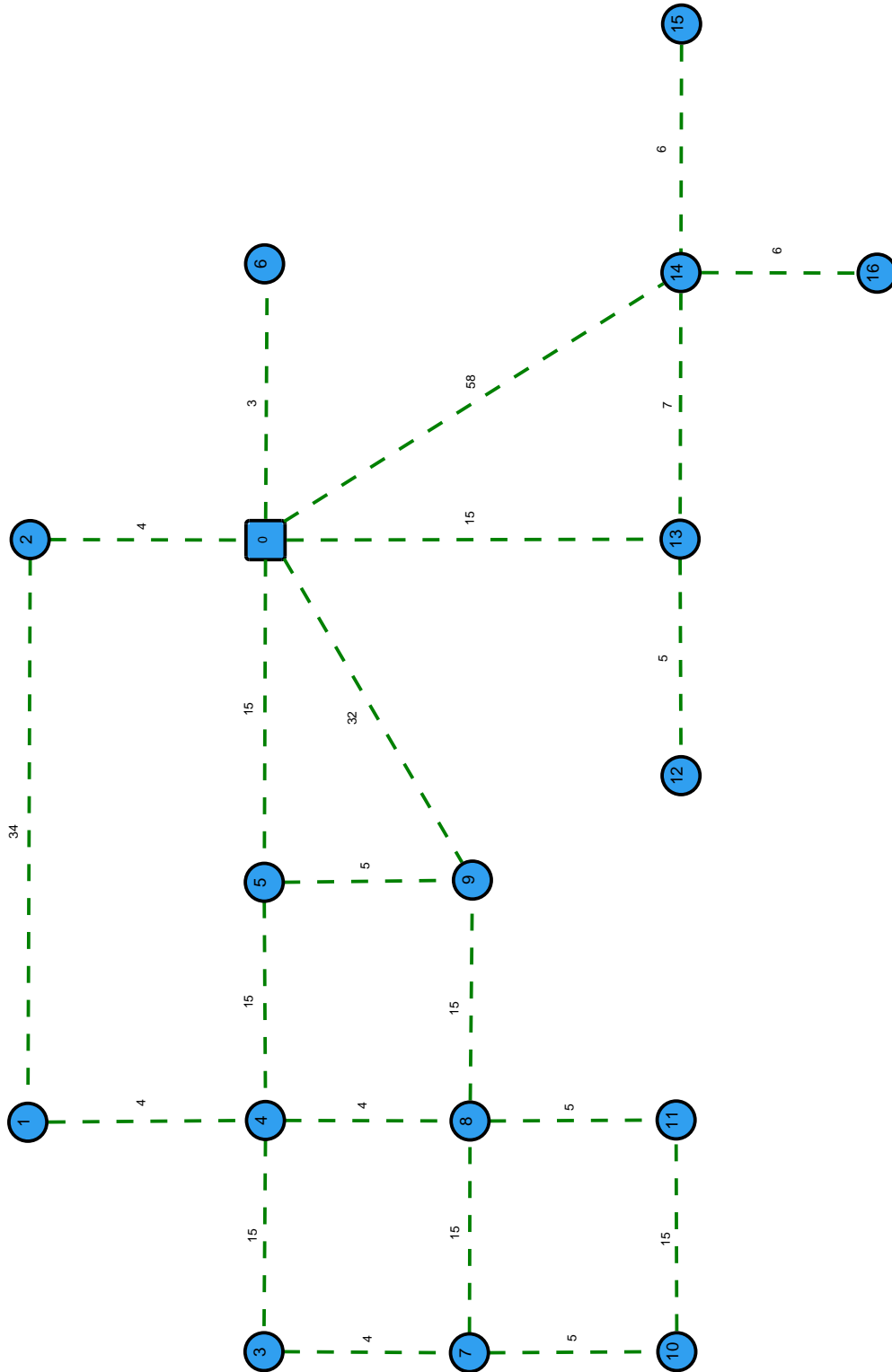
Tabela 20 – Dados do sistema de teste 6.

| i | j | Distância (km) | i | j | Distância (km) | j | Demanda (kVA) |
|---|----|----------------|----|----|----------------|----|---------------|
| 0 | 7 | 5 | 7 | 12 | 3 | 1 | 0 |
| 0 | 8 | 3 | 8 | 9 | 4 | 2 | 45 |
| 0 | 12 | 4 | 9 | 10 | 4 | 3 | 0 |
| 0 | 13 | 4 | 9 | 13 | 3 | 4 | 150 |
| 0 | 17 | 3 | 9 | 14 | 5 | 5 | 45 |
| 1 | 2 | 4 | 10 | 14 | 3 | 6 | 0 |
| 1 | 6 | 3 | 11 | 12 | 4 | 7 | 0 |
| 2 | 3 | 4 | 11 | 15 | 3 | 8 | 0 |
| 2 | 7 | 3 | 11 | 16 | 5 | 9 | 0 |
| 3 | 4 | 4 | 12 | 16 | 3 | 10 | 0 |
| 3 | 7 | 5 | 13 | 14 | 4 | 11 | 30 |
| 4 | 5 | 4 | 13 | 18 | 3 | 12 | 0 |
| 4 | 8 | 5 | 13 | 19 | 5 | 13 | 0 |
| 4 | 9 | 3 | 14 | 19 | 3 | 14 | 45 |
| 5 | 9 | 5 | 15 | 16 | 4 | 15 | 0 |
| 5 | 10 | 3 | 16 | 17 | 4 | 16 | 0 |
| 6 | 7 | 4 | 17 | 18 | 4 | 17 | 0 |
| 6 | 11 | 3 | 18 | 19 | 4 | 18 | 0 |
| 7 | 8 | 4 | | | | 19 | 150 |

Tabela 21 – Dados do sistema de teste 7.

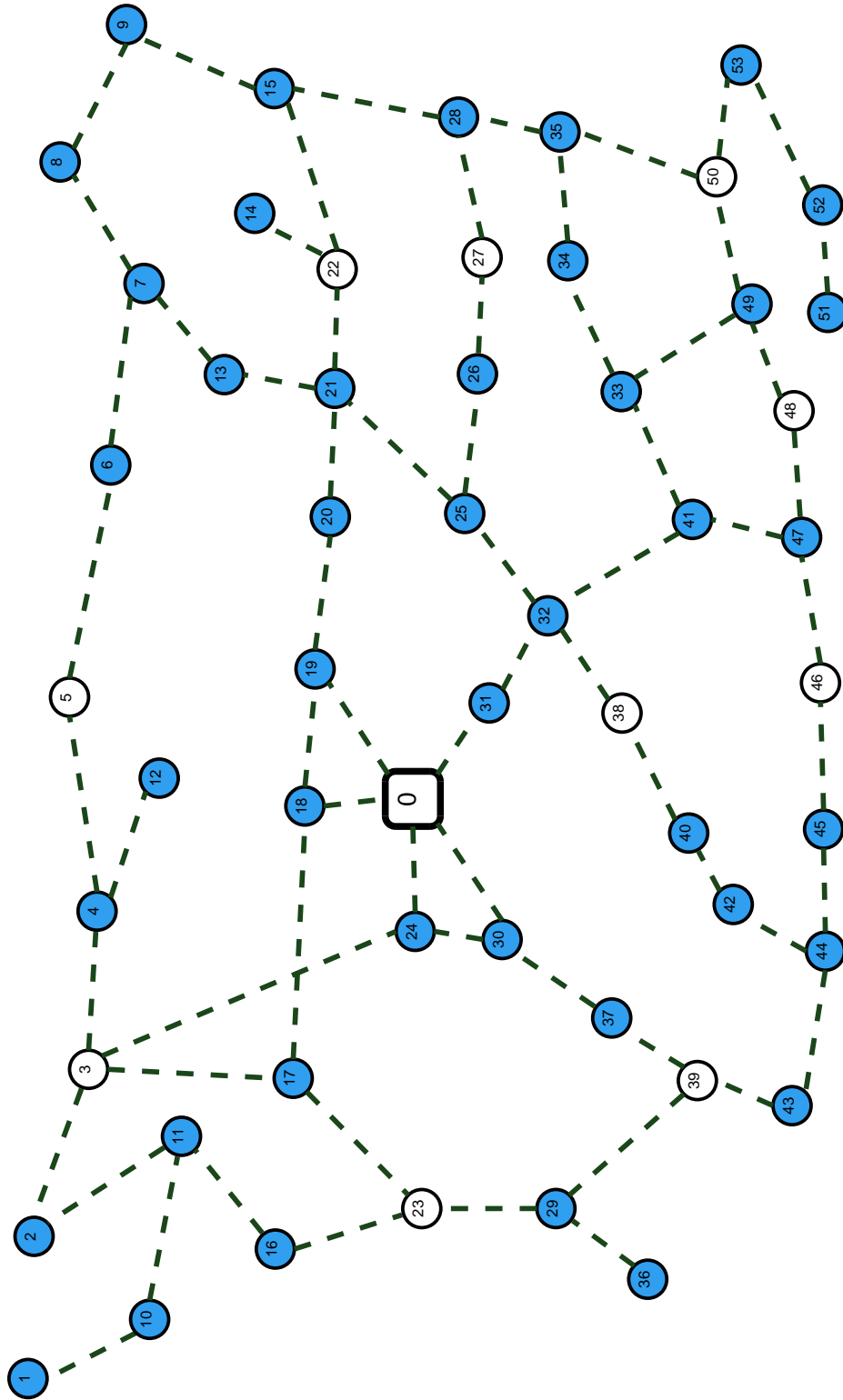
| i | j | Distância (km) | i | Demanda (kVA) |
|----|----|----------------|----|---------------|
| 0 | 2 | 4 | 1 | 75 |
| 0 | 5 | 15 | 2 | 30 |
| 0 | 6 | 3 | 3 | 45 |
| 0 | 9 | 32 | 4 | 75 |
| 0 | 13 | 15 | 5 | 15 |
| 0 | 14 | 58 | 6 | 75 |
| 1 | 2 | 34 | 7 | 45 |
| 1 | 4 | 4 | 8 | 30 |
| 3 | 4 | 15 | 9 | 150 |
| 3 | 7 | 4 | 10 | 75 |
| 4 | 5 | 15 | 11 | 75 |
| 4 | 8 | 4 | 12 | 30 |
| 5 | 9 | 5 | 13 | 15 |
| 7 | 8 | 15 | 14 | 45 |
| 7 | 10 | 5 | 15 | 15 |
| 8 | 9 | 15 | 16 | 75 |
| 8 | 11 | 5 | | |
| 10 | 11 | 15 | | |
| 12 | 13 | 5 | | |
| 13 | 14 | 7 | | |
| 14 | 15 | 6 | | |
| 14 | 16 | 6 | | |

Figura 46 – Grafo do sistema de teste 7.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014).

Figura 47 – Grafo do sistema de teste 8.



Fonte: Elaborada pelo autor (2014).

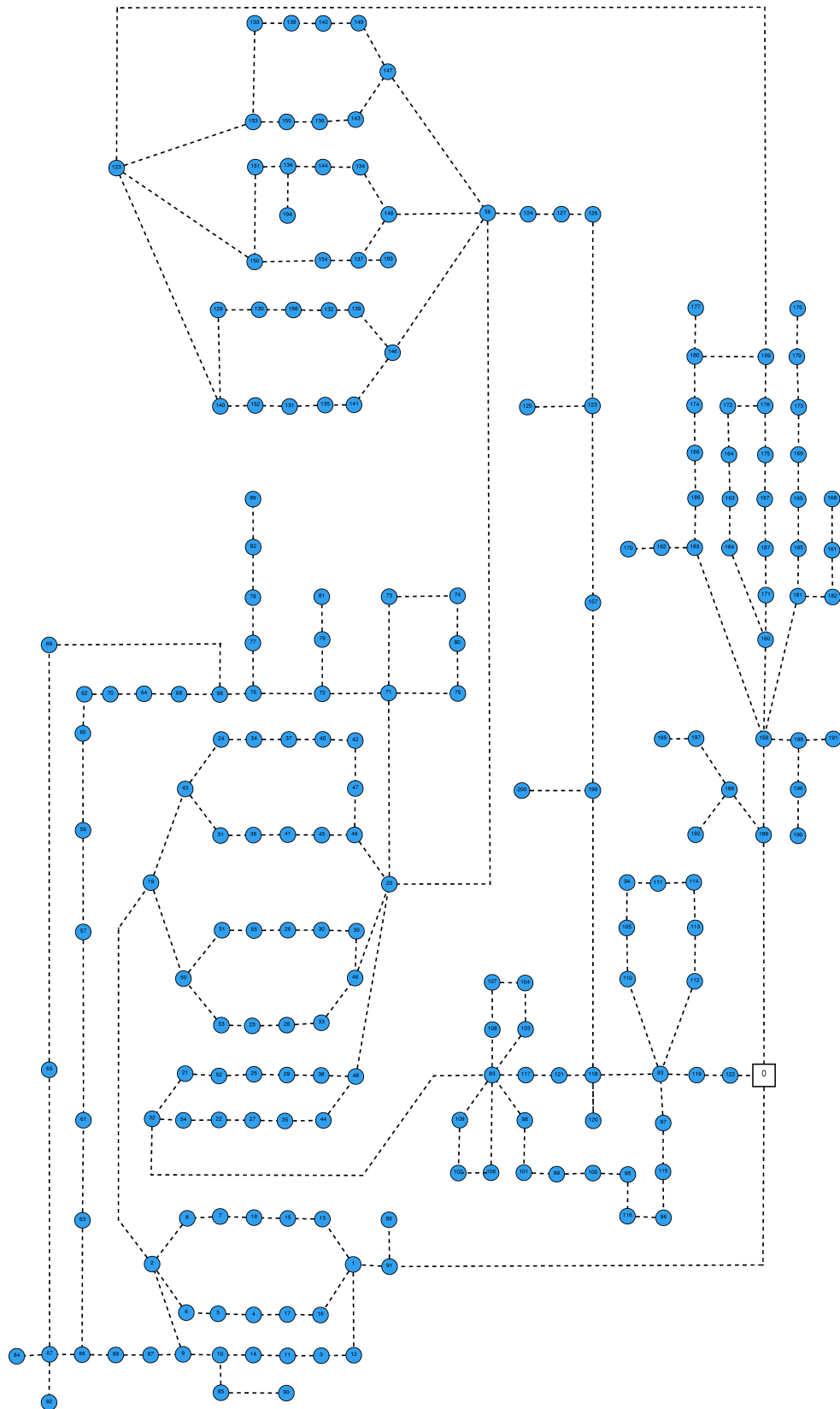
Tabela 22 – Distâncias dos arcos do sistema de teste 8.

| i | j | Distância (km) | i | j | Distância (km) | i | j | Distância (km) |
|----|----|----------------|----|----|----------------|----|----|----------------|
| 0 | 18 | 1,560 | 15 | 22 | 1,560 | 32 | 38 | 1,715 |
| 0 | 19 | 2,030 | 15 | 28 | 4,500 | 33 | 49 | 2,815 |
| 0 | 24 | 1,340 | 16 | 23 | 1,250 | 33 | 34 | 1,250 |
| 0 | 30 | 2,340 | 17 | 18 | 1,715 | 33 | 41 | 1,405 |
| 0 | 31 | 1,560 | 17 | 23 | 1,875 | 34 | 35 | 1,250 |
| 1 | 10 | 1,560 | 18 | 19 | 1,405 | 35 | 50 | 1,875 |
| 2 | 11 | 2,030 | 19 | 20 | 1,090 | 37 | 39 | 1,250 |
| 2 | 3 | 2,150 | 20 | 21 | 1,405 | 38 | 40 | 1,560 |
| 3 | 4 | 1,715 | 21 | 22 | 1,875 | 39 | 43 | 1,875 |
| 3 | 17 | 2,340 | 21 | 25 | 2,340 | 40 | 42 | 1,090 |
| 3 | 24 | 3,590 | 23 | 29 | 1,405 | 41 | 47 | 1,875 |
| 4 | 5 | 1,405 | 24 | 30 | 1,560 | 42 | 44 | 1,250 |
| 4 | 12 | 1,560 | 25 | 26 | 0,935 | 43 | 44 | 4,370 |
| 5 | 6 | 1,090 | 25 | 32 | 1,405 | 44 | 45 | 1,560 |
| 6 | 7 | 1,560 | 26 | 27 | 1,090 | 45 | 46 | 1,405 |
| 7 | 8 | 1,560 | 27 | 28 | 1,090 | 46 | 47 | 1,875 |
| 7 | 13 | 1,250 | 28 | 35 | 1,715 | 47 | 48 | 1,715 |
| 8 | 9 | 1,250 | 29 | 36 | 1,560 | 48 | 49 | 1,560 |
| 9 | 15 | 2,500 | 29 | 39 | 2,030 | 49 | 50 | 1,560 |
| 10 | 11 | 1,250 | 30 | 37 | 0,935 | 50 | 53 | 1,250 |
| 11 | 16 | 1,560 | 31 | 32 | 2,030 | 51 | 52 | 1,090 |
| 13 | 21 | 1,560 | 32 | 41 | 3,750 | 52 | 53 | 1,875 |
| 14 | 22 | 1,715 | | | | | | |

Tabela 23 – Demandas dos nós do sistema de teste 8.

| j | Demanda (kVA) | j | Demanda (kVA) | j | Demanda (kVA) |
|----|---------------|----|---------------|----|---------------|
| 1 | 15 | 19 | 30 | 37 | 15 |
| 2 | 75 | 20 | 45 | 38 | 0 |
| 3 | 0 | 21 | 15 | 39 | 0 |
| 4 | 112,5 | 22 | 0 | 40 | 112,5 |
| 5 | 0 | 23 | 0 | 41 | 30 |
| 6 | 150 | 24 | 15 | 42 | 150 |
| 7 | 30 | 25 | 75 | 43 | 30 |
| 8 | 15 | 26 | 112,5 | 44 | 30 |
| 9 | 112,5 | 27 | 0 | 45 | 45 |
| 10 | 30 | 28 | 75 | 46 | 0 |
| 11 | 150 | 29 | 45 | 47 | 15 |
| 12 | 45 | 30 | 15 | 48 | 0 |
| 13 | 45 | 31 | 30 | 49 | 30 |
| 14 | 30 | 32 | 75 | 50 | 0 |
| 15 | 15 | 33 | 75 | 51 | 30 |
| 16 | 45 | 34 | 75 | 52 | 75 |
| 17 | 45 | 35 | 75 | 53 | 15 |
| 18 | 150 | 36 | 75 | | |

Figura 48 – Grafo do sistema de teste 9 (realista).



Fonte: COSSI (2008).

ANEXO B – CÓDIGO FONTE DOS ALGORITMOS DE PRIM E DIJKSTRA

ALGORITMO DE PRIM PARA ENCONTRAR A AGM

```

#include<stdio.h>
#include<conio.h>
int a,b,u,v,n,i,j,ne=1;
int visited[10]={0},min,mincost=0,cost[10][10];
void main()
{
clrscr();
printf("\nQual_o_numero_de_vertices:");
scanf("%d",&n);
printf("\nInsira_a_matriz_adjacentes:\n");
for(i=1;i<=n;i++)
for(j=1;j<=n;j++)
{
scanf("%d",&cost[i][j]);
if(cost[i][j]==0)
cost[i][j]=999;
}
visited[1]=1;
printf("\n");
while(ne < n)
{
for(i=1,min=999;i<=n;i++)
for(j=1;j<=n;j++)
if(cost[i][j]< min)
if(visited[i]!=0)
{
min=cost[i][j];
a=u=i;
b=v=j;
}
if(visited[u]==0 || visited[v]==0)
{

```

```

        printf("\n_Arco_%d:(%d_%d)_Custo:%d", ne++, a, b, min);
        mincost+=min;
        visited[b]=1;
    }
    cost[a][b]=cost[b][a]=999;
}
printf("\n_Custo_minimo=%d", mincost);
getch();
}

```

ALGORITMO DE DIJKSTRA PARA ENCONTRAR A ACM

```

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>

typedef struct node_t node_t, *heap_t;
typedef struct edge_t edge_t;
struct edge_t {
    node_t *nd;
    edge_t *sibling;
    int len;
};
struct node_t {
    edge_t *edge;
    node_t *via;
    double dist;
    char name[8];
    int heap_idx;
};

#ifdef BIG_EXAMPLE
#    define BLOCK_SIZE (1024 * 32 - 1)
#else
#    define BLOCK_SIZE 15
#endif
edge_t *edge_root = 0, *e_next = 0;

void add_edge(node_t *a, node_t *b, double d)
{

```

```
    if (e_next == edge_root) {
        edge_root = malloc(sizeof(edge_t) * (BLOCK_SIZE + 1));
        edge_root[BLOCK_SIZE].sibling = e_next;
        e_next = edge_root + BLOCK_SIZE;
    }
    --e_next;

    e_next->nd = b;
    e_next->len = d;
    e_next->sibling = a->edge;
    a->edge = e_next;
}

void free_edges()
{
    for (; edge_root; edge_root = e_next) {
        e_next = edge_root[BLOCK_SIZE].sibling;
        free(edge_root);
    }
}

heap_t *heap;
int heap_len;

void set_dist(node_t *nd, node_t *via, double d)
{
    int i, j;

    if (nd->via && d >= nd->dist) return;

    nd->dist = d;
    nd->via = via;

    i = nd->heap_idx;
    if (!i) i = ++heap_len;

    for (; i > 1 && nd->dist < heap[j = i/2]->dist; i = j)
        (heap[i] = heap[j])->heap_idx = i;
}
```

```
    heap[i] = nd;
    nd->heap_idx = i;
}

node_t * pop_queue()
{
    node_t *nd, *tmp;
    int i, j;

    if (!heap_len) return 0;

    nd = heap[1];
    tmp = heap[heap_len--];

    for (i = 1; i < heap_len && (j = i * 2) <= heap_len; i = j) {
        if (j < heap_len && heap[j]->dist > heap[j+1]->dist) j++;

        if (heap[j]->dist >= tmp->dist) break;
        (heap[i] = heap[j])->heap_idx = i;
    }

    heap[i] = tmp;
    tmp->heap_idx = i;

    return nd;
}

void calc_all(node_t *start)
{
    node_t *lead;
    edge_t *e;

    set_dist(start, start, 0);
    while ((lead = pop_queue()))
        for (e = lead->edge; e; e = e->sibling)
            set_dist(e->nd, lead, lead->dist + e->len);
}

void show_path(node_t *nd)
```

```

{
    if (nd->via == nd)
        printf("%s", nd->name);
    else if (!nd->via)
        printf("%s(unreached)", nd->name);
    else {
        show_path(nd->via);
        printf("->_%s(%g)_", nd->name, nd->dist);
    }
}

int main(void)
{
#ifdef BIG_EXAMPLE
    int i;

#    define N_NODES ('f' - 'a' + 1)
    node_t *nodes = calloc(sizeof(node_t), N_NODES);

    for (i = 0; i < N_NODES; i++)
        sprintf(nodes[i].name, "%c", 'a' + i);

#    define E(a, b, c) add_edge(nodes + (a - 'a'), nodes + (b - 'a'), c)
    E('a', 'b', 7); E('a', 'c', 9); E('a', 'f', 14);
    E('b', 'c', 10); E('b', 'd', 15); E('c', 'd', 11);
    E('c', 'f', 2); E('d', 'e', 6); E('e', 'f', 9);
#    undef E

#else

    int i, j, c;

#    define N_NODES 4000
    node_t *nodes = calloc(sizeof(node_t), N_NODES);

    for (i = 0; i < N_NODES; i++)
        sprintf(nodes[i].name, "%d", i + 1);

    for (i = 0; i < N_NODES; i++) {
        for (j = 0; j < N_NODES; j++) {

```

```
        if (i == j) continue;  
        c = rand() % 100;  
        if (c < 50) continue;  
        add_edge(nodes + i, nodes + j, c - 50);  
    }  
}  
  
#endif  
heap = calloc(sizeof(heap_t), N_NODES + 1);  
heap_len = 0;  
  
calc_all(nodes);  
for (i = 0; i < N_NODES; i++) {  
    show_path(nodes + i);  
    putchar('\n');  
}  
  
#if 0  
    free_edges();  
    free(heap);  
    free(nodes);  
  
#endif  
    return 0;  
}
```