

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

TIAGO SANTOS DE ARAÚJO

**USO DA PLATAFORMA GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL E O
ENSINO MÉDIO.**

Maceió - AL

2021

TIAGO SANTOS DE ARAÚJO

USO DA PLATAFORMA GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL E O ENSINO MÉDIO.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora do curso de Matemática Licenciatura, da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Dra. Viviane de Oliveira Santos.

Maceió - AL

2021

Folha de Aprovação
TIAGO SANTOS DE ARAÚJO

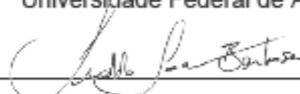
USO DA PLATAFORMA GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL E O
ENSINO MÉDIO.

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à banca examinadora do
curso de Matemática Licenciatura, da
Universidade Federal de Alagoas, como
requisito parcial para obtenção do grau de
Licenciado em Matemática e aprovado no
dia 13 de outubro de 2021.

Banca Examinadora:



Profa. Dra. Viviane de Oliveira Santos (Orientadora)
Universidade Federal de Alagoas



Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa
Universidade Federal de Alagoas



Prof. Dr. Vânio Fragoso de Melo
Universidade Federal de Alagoas

AGRADECIMENTOS

Eu, Tiago Santos de Araújo, agradeço a Deus nosso Criador que me sustenta, me dá saúde e vida para continuar neste educandário que é a terra. E por ter me dado todas as bênçãos que me foram concedidas para que esse momento fosse possível.

Agradeço a toda minha família, por todo o apoio e torcida, em especial aos meus pais que sempre me fizeram valorizar a vida acadêmica, incentivando eu ter méritos para tornar tudo isso possível para mim. Destaco também meus irmãos pelos incentivos diários.

À minha esposa por todo amor, paciência, compreensão, renúncia e dedicação para gerar um ambiente favorável no nosso lar para que eu pudesse progredir durante o curso e por nunca ter deixado de acreditar nos meus sonhos, participando de todas as minhas lutas junto comigo.

À minha querida filha que tornou-se minha maior fonte de inspiração para conclusão desse tão sonhado curso.

Especial a secretária Rosa que até hoje trabalha e mora na casa do meus pais, fazendo hoje parte de nossa família, por toda ajuda durante grande parte da minha vida estudantil.

À minha orientadora Dra. Viviane de Oliveira Santos pelo incentivo, apoio e todo conhecimento transmitido de forma tão paciente e dedicada durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus colegas de turma que foram muito importantes no entendimento dos conhecimentos trocados e adquiridos, além de dividirem ao longo dessa jornada sentimentos de luta e garra.

Por fim, aos meus grandes professores por todo conhecimento que me foi repassado e me fizeram ser uma pessoa melhor graças a coragem deles de ter chegado a posição de meus professores e por terem contribuído enormemente para minha formação. A todos profissionais da Ufal, pois estiveram no meu caminho me ajudando a chegar até aqui.

Encerro esse ciclo com sentimento de missão cumprida, plenamente realizado e desejando alcançar ainda mais. Obrigado a todos que contribuíram para realização deste sonho, essa conquista é de todos vocês.

RESUMO

Essa pesquisa se propõe avaliar o software *GeoGebra* como ferramenta de ensino e aprendizagem nas aulas de matemática, buscando identificar as possíveis vantagens proporcionadas por esse aplicativo. Tal avaliação se deu a partir de uma revisão bibliográfica seguida de sugestões de atividades para aulas com uso do *GeoGebra* com estudantes do ensino fundamental e ensino médio na geometria espacial, estudo da funções e estatística. A partir da pesquisa foi possível perceber as possibilidades oferecidas pelo *GeoGebra* através de aulas já prontas em sua plataforma, além do uso da plataforma para o ensino e aprendizagem através do compartilhamento de atividades. Contudo, pode-se concluir que o *GeoGebra* torna-se uma ferramenta imprescindível para melhorar o entendimento de conceitos matemáticos e fixação de conteúdo. Percebeu-se uma grande possibilidade de construções de novas atividades a partir de atividades já prontas com a ampliação das atividades iniciais o que favorece ao professor na elaboração de aulas. Percebeu também a facilidade de um melhor gerenciamento do aprendizado e do uso da ferramenta como uma plataforma de compartilhamento de conteúdos e não apenas como software. Percebe-se a necessidade de investimento por parte dos gestores da educação para favorecer o uso mais frequente por parte dos professores e estudantes. Acredita-se que essa pesquisa possa servir de base para os futuros profissionais e gestores escolares que se interessem pela ampliação dos conhecimentos e uso do *GeoGebra*.

Palavras-chave: Software *GeoGebra*. Tecnologia. Ensino de matemática.

RESUME

This research aims to evaluate the *GeoGebra* software as a teaching and learning tool in math classes, seeking to identify the possible advantages provided by this application. This evaluation was based on a literature review followed by suggestions for activities for classes using *GeoGebra* with elementary and high school students in spatial geometry, study of functions and statistics. From the research, it was possible to perceive the possibilities offered by *GeoGebra* through classes already ready on its platform, in addition to the use of the platform for teaching and learning through the sharing of activities. However, it can be concluded that *GeoGebra* becomes an essential tool to improve the understanding of mathematical concepts and content fixation. It was noticed a great possibility of construction of new activities from activities already ready with the expansion of the initial activities, which favors the teacher in the elaboration of classes. It also realized how easy it is to better manage learning and use the tool as a content sharing platform and not just as a software. The need for investment on the part of education managers is perceived to favor more frequent use by teachers and students. It is believed that this research can serve as a basis for future professionals and school managers who are interested in expanding the knowledge and use of *GeoGebra*.

Keywords: *GeoGebra* Software. Technology. Teaching math.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Tela do <i>GeoGebra</i> com suas janelas de álgebra, visualização e entrada.....	13
FIGURA 2 - Tela do <i>GeoGebra</i> na versão para smartphones.....	14
FIGURA 3 - Tela do <i>GeoGebra</i> na qual professor acompanha em tempo real a atividade desenvolvida.....	16
FIGURA 4 - Tela do <i>GeoGebra</i> onde o professor gerencia o desempenho da turma durante a atividade desenvolvida.....	17
FIGURA 5 – Tela do <i>GeoGebra</i> onde o professor constrói a trilha pedagógica.....	18
FIGURA 6 - Tela do <i>GeoGebra</i> com uma atividade que permite o estudante a entender de forma dinâmica a Lei dos Senos.....	19
FIGURA 7 - Tela do <i>GeoGebra</i> com uma atividade que permite o estudante a entender o que acontece com o gráfico de uma função quadrática ao mudar seus coeficientes.....	22
FIGURA 8 - Questionário acrescentado a uma atividade do <i>Geogebra</i> para avaliar as percepções.....	22
FIGURA 9 - Tela do <i>GeoGebra</i> com uma atividade que permite o estudante a visualizar a planificações de um prisma de base quadrangular.....	26
FIGURA 10 - Tela do <i>GeoGebra</i> com uma atividade que permite o estudante a visualizar a planificações de prisma de base hexagonal.....	27
FIGURA 11 - Tela do Suíte <i>GeoGebra</i> Calculadora com uma atividade que permite o estudante através dos smartphones aprender estatística.....	27
FIGURA 12 – Tela do Suíte <i>GeoGebra</i> Calculadora com uma lista criada.....	28
FIGURA 13 - Tela do Suíte <i>GeoGebra</i> Calculadora com os diagramas de pontos e barras.....	28
FIGURA 14 – Tela do Suíte <i>GeoGebra</i> Calculadora no computador.....	29

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2. REVISÃO TEÓRICA	11
2.1 O <i>GeoGebra</i>	12
2.2 O <i>GeoGebra</i> e seus benefícios	13
3. O GEOGEBRA COMO AUXÍLIO NAS AULAS DE MATEMÁTICA: ATIVIDADES DE FUNÇÕES, SÓLIDOS E ESTÁTISTICA.....	21
3.1 O <i>GeoGebra</i> no estudo dos gráficos de funções	21
3.2 O <i>GeoGebra</i> no estudo dos sólidos.....	25
3.3 O <i>GeoGebra</i> no estudo da estatística descritiva	27
4. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES	31
REFERÊNCIAS	33

1 INTRODUÇÃO

As tecnologias que possibilitam acesso à internet são consideradas meios de comunicação, informação e expressão. Elas se tornaram essenciais no cotidiano das pessoas, pois afetam todos os setores econômicos, o mercado de trabalho, áreas educacionais e as culturas sociais. O uso de tecnologias, principalmente através da internet, em todas as esferas da sociedade vem ganhando espaço, tendo transformado as relações humanas. Com o avanço da tecnologia no Brasil a educação começa a passar por transformações significativas com o seu uso para assim melhorar o desempenho dos estudantes na vida escolar, visando um aprendizado mais significativo.

Por outro lado, há uma resistência e dificuldade histórica por parte dos estudantes no aprendizado da matemática. Nesse cenário que a tecnologia encontra um terreno fértil para exploração e suporte aos professores para ensino e para o aprendizado dos estudantes. Surge assim, a possibilidade do uso de ferramentas tecnológicas para auxiliar o ensino da matemática e melhorar os problemas de aprendizagem, reduzindo a evasão escolar, notas baixas na matemática e reprovações.

Diante disso, apresenta-se um software para ensino da matemática, o *GeoGebra*¹. Ele é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar.

Portanto, indaga-se: de que forma *GeoGebra* auxilia na elaboração das aulas, ensino e aprendizagem dos estudantes durante as aulas de matemática?

Parte-se da hipótese de que o uso de apenas ferramentas mais tradicionais como lousa e livro tem tornado o aprendizado menos interessante para os estudantes da atual geração e conseqüentemente diminuído o interesse pelas aulas de matemática. Isso favorece para evasão escolar, notas baixas e reprovações. Sendo assim, pretende-se verificar se o uso da plataforma *GeoGebra* como ferramenta tecnológica pode melhorar o ensino aprendizagem.

¹ <https://www.geogebra.org/>

Para viabilizar o teste da hipótese realiza-se uma pesquisa básica de finalidade básica e estratégica, objetivo descritivo e exploratório, sob o método hipotético-dedutivo, com abordagem qualitativa e realizada com procedimentos bibliográficos, documentais e desenvolvimento de atividades.

Então, a finalidade da pesquisa é apresentar de que forma a ferramenta *GeoGebra* auxilia na elaboração de aulas, no ensino e aprendizagem dos estudantes para apresentação e construção de conceitos matemáticos.

Para tanto, foram delineados alguns objetivos específicos: apresentar a plataforma *GeoGebra* e suas funcionalidades; apresentar o *GeoGebra* como rede social de compartilhamento de conteúdo, pesquisar de que forma o *GeoGebra* favorece o ensino e aprendizagem da matemática; usar a plataforma *GeoGebra* para aulas de matemática para ensino fundamental e médio e pesquisar dificuldades encontradas pelos professores para o uso do *GeoGebra*;

Essa pesquisa visa através de uma revisão bibliográfica, análise da plataforma e atividades no *GeoGebra*, observar a eficácia da plataforma como ferramenta de ensino e aprendizagem.

O tema da pesquisa é relevante devido à dificuldade histórica de aprendizado da matemática, o avanço da tecnologia, crescimento do acesso à internet no Brasil e as dificuldades dos professores em passar os conceitos abstratos da matemática. A pesquisa proporcionará conhecimento de uma nova maneira de transmitir o conhecimento, além de tornar o ambiente mais comum ao ambiente digital no qual os estudante já nascem inseridos.

2. REVISÃO TEÓRICA

Não é de hoje que tem-se discutido a necessidade de uma reformulação do ensino de matemática no que diz respeito a didática, uso de novas ferramentas e melhores condições de trabalho para o professor, independentemente do nível de ensino.

Inicialmente analisa-se o ensino e a aprendizagem da Matemática a partir das dificuldades atuais de aprendizagem que alunos apresentam. Nesse contexto apresenta-se um dos possíveis significados de dificuldade de acordo com o dicionário on-line Dicio². No qual dificuldade é “o que não se entende com facilidade; de complicado entendimento”.

A dificuldade de aprendizagem numa sala de aula vai muito além desse conceito, pois pode ser reflexo de fatores orgânicos ou mesmo emocionais e é importante que se consiga identificá-la para avaliar se deve buscar além da melhor metodologia um auxílio de outros profissionais e da família.

A metodologia adotada no ensino da matemática usando apenas o quadro tem se mostrado ao longo dos anos para os estudantes como uma forma difícil de estudar, cansativa, desinteressante, sem interdisciplinaridade e sem aplicação com cotidiano. Muitos mostram uma aversão a esta matemática, e cada vez mais estudantes desistem da matemática. A abstração que a matemática exige torna cada vez mais difícil aprender, pois a apresentação muitas vezes distante da realidade de mundo atual do estudante.

Diniz (2016) reforça que com a chegada da educação, tecnologia da informação e comunicação na escola, muitos desafios foram destacados em relação ao tempo e ao espaço trazidos pela tecnologia contemporâneas e tradicionais.

Diante desse contexto, surge a possibilidade de uso das ferramentas tecnológicas, como os softwares, para o ensino e aprendizado da matemática. E nesse ambiente do mundo atual os estudantes são considerados nativos digitais, ou seja, já nascem inseridos num mundo digital. Diante disso, torna-se um convite indispensável o uso das tecnologias por parte dos professores como ferramenta de ensino, pois naturalmente os estudantes já tendo tido o contato

² <https://www.dicio.com.br/dificuldade/>

previamente com as ferramentas tecnológicas desde muito cedo podem começar a ver de uma forma mais positiva a disciplina, gerando assim um ambiente mais fértil para o ensino e aprendizado.

O uso de tecnologias educacionais tornou-se uma estratégia de ensino, pois ajuda na abordagem dos conteúdos que normalmente só eram transmitidos apenas com aulas expositivas, utilizando somente a lousa e o livro didático. O modelo de ensino apenas tradicionalista tornou-se não eficaz nos dias atuais. A facilidade por acesso a computadores e internet favorecem ao desenvolvimento de uma prática de ensino usando recurso de nova tecnologias. Para Oliveira:

O uso das tecnologias na sala de aula hoje em dia é um assunto bastante discutido. Percebe-se que a tecnologia, além de fazer parte do cotidiano das pessoas, está também fazendo parte das salas de aula, seja com o uso do Data show, da TV, do notebook, do celular entre outros. (OLIVEIRA; 2021, p.8)

Diante disso, apresentamos a partir da próxima seção o *GeoGebra* para o ensino da matemática. Dedicaremos atenção ao *GeoGebra*, por ser um software gratuito e com versão em português.

2.1 O *GeoGebra*

O *GeoGebra*³ é um software gratuito que foi criado em 2001, como resultado da pesquisa de doutorado feita pelo professor e pesquisador da Johannes Kepler Universität (JKU) de Linz, na Áustria, Markus Hohenwarter no qual ele teve o objetivo de juntar a geometria e álgebra numa única plataforma.

O *GeoGebra* é um software de fácil aquisição em sites de buscas do endereço: www.geogebra.org/download e possivelmente faz necessário baixar Java no site: www.java.com/getjava/ e pode ser utilizado por aluno também nos smartphones.

O *GeoGebra* sendo um software de geometria dinâmica, com ele consegue-se construir, dentre várias construções possíveis, equações e na qual as coordenadas podem ser inseridas diretamente e mostrar de forma interativa seus gráficos. Assim, o *GeoGebra* tem a vantagem didática de apresentar, ao

³ <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>

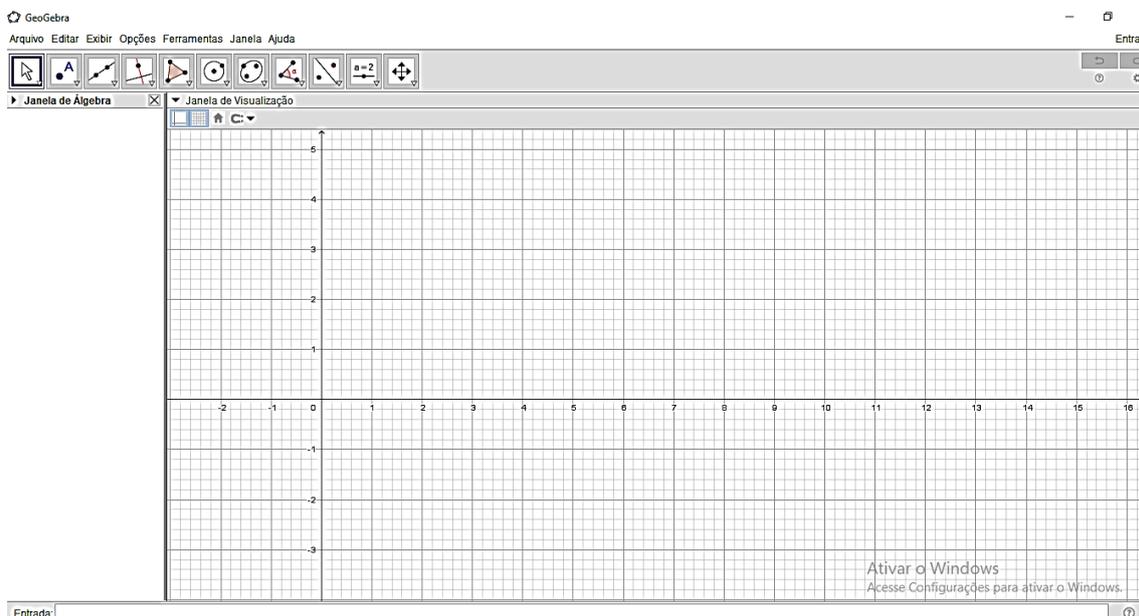
mesmo tempo, a representação geométrica e a representação algébrica de maneira interativa.

Nesse contexto Faria (2019) diz que os diferentes recursos e janelas do *GeoGebra* permitem mostrar os objetos matemáticos nas representações aritmética, algébrica e geométrica, de maneira que fiquem conectadas e respondem de forma simultânea e instantânea a qualquer alteração realizadas em uma delas.

2.2 O *GeoGebra* e seus benefícios

Ao abrir o programa, aparece na tela uma janela como a da Figura 1. Na parte esquerda da imagem uma parte chamada Janela de Álgebra, na qual ficará as funções, e na parte direita aparecerão os desenhos geométricos planos ou espaciais e embaixo a entrada de equações.

Figura 1 – Tela do *GeoGebra* com suas janelas de álgebra, visualização e entrada.



Fonte: Autor, 2021.

O *GeoGebra* também possui sua versão para Smartphones que não é diferente da usada em computadores.

Figura 2 – Tela do *GeoGebra* na versão para Smartphones.



Fonte: Autor

Segundo apresentado no site da faculdade de ciências exatas e tecnológicas PUC-SP⁴, de quando foi elaborado até os dias atuais, o *GeoGebra* vem alcançando um público cada vez maior, o que pode ser exemplificado com sua abrangência, pois já está presente em 190 países e possui tradução para 55 idiomas.

Certamente a eficiência desse software tem contribuído para sua popularidade, afinal, com ele é possível trabalhar Matemática do Ensino Fundamental aos mais altos níveis, pois nele são dispostos diversos recursos em um único ambiente.

Na janela de visualização do software é possível realizar variadas construções geométricas. Cada objeto criado na janela de visualização é apresentado simultaneamente na janela de álgebra. Dessa forma, ao mover objetos na janela de visualização, pode-se perceber que, ao mesmo tempo, as suas representações algébricas são atualizadas na janela de álgebra e vice versa.

⁴ <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>

Nesse contexto Basniaki e Estevam (2014, p.16-17) enfatizam que

Por possibilitar o trabalho com diferentes representações e aspectos matemáticos (algébricos, geométricos e aritméticos) simultaneamente e de forma dinâmica, ele possibilita a elaboração de tarefas exploratórias que proporcionam ao aluno pensar e fazer matemática, de modo a construir e significar ideias matemáticas com certa autonomia, rompendo com o ensino pautado na transmissão de conhecimento. (BASNIAKI, ESTEVAM, 2014, p.16)

Segundo, Basniaki (2014, p.16), “Este fato torna o software com grande potencial para favorecer o processo de ensino e aprendizagem.”

Também, é possível inserir expressões aritméticas e algébricas na janela de álgebra, usando para isso o campo entrada, e ver a representação geométrica na janela de visualização. Na planilha é possível inserir não somente expressões aritméticas, mas também todo o tipo de expressões algébricas, de modo que a edição das células das planilhas permite a visualização de eventuais representações geométricas e algébricas (REZENDE; PESCO; BORTOLOSSI, 2012).

Nóbriga (2015) em sua tese de doutorado apresenta esses diversos tipos de representações, dentre elas a nossa linguagem, algébrica e a gráfica. O *GeoGebra* facilita a transição entre essas linguagens simultaneamente.

Apesar das vantagens trazidas por essas transições simultâneas de representações, o *GeoGebra* vai muito além de transitar entre representações, hoje ele não é apenas um software. Nos dias atuais ele tornou-se uma plataforma de ensino, que permite o professor construir caminhos de aprendizagem para os alunos. Esses percursos pedagógicos podem ser criados pelo professor e faz o *GeoGebra* não ser apenas esse software de representações. Entende-se por percursos pedagógicos uma sequência de atividades menores dentro de uma maior.

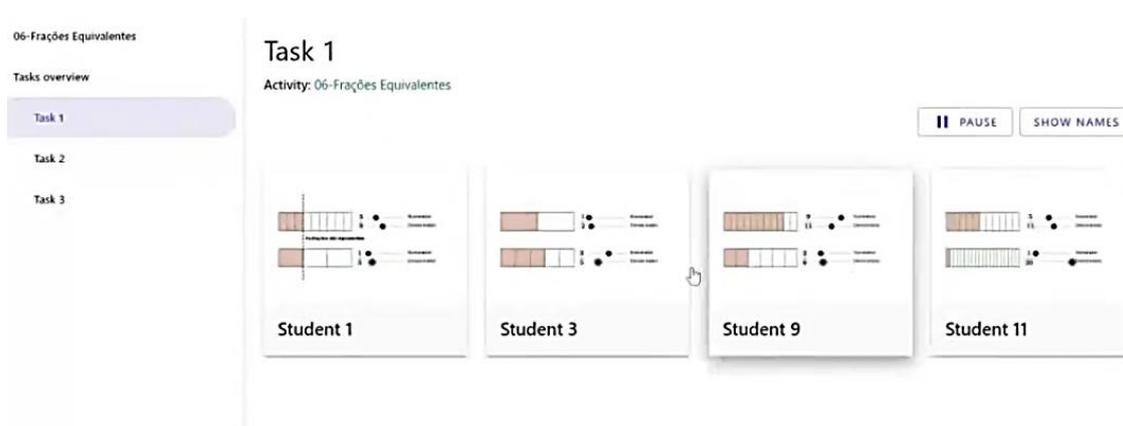
A plataforma *GeoGebra* pode ajudar o estudante a fazer manipulações algébricas e ainda pode utilizar atividades já desenvolvidas por outros professores dentro da plataforma. Inclusive, dependendo da forma como o professor combine as regras de uso com os alunos, ele poderá extrair dos alunos excelentes reflexões sobre as respostas apresentadas pelo programa e gerar oportunidade de surpresa no estudante diante das intuições erradas de

respostas que ele tinha após o programa apresentar respostas prontas ao manipular equações.

Outra vantagem da plataforma *GeoGebra* é a possibilidade de criação de salas, permitindo assim a interação com a turma, onde o professor consegue identificar onde a turma tem mais dúvida, acompanhando a resolução da atividade em tempo real. Assim, o professor torna-se um grande gerente do aprendizado.

Dentro desse gerenciamento, o professor ao criar uma sala e propor atividades dentro da trilha construída pode acompanhar em tempo real o que o estudante está respondendo na tarefa, além de obter a estatística das respostas da turma, permitindo o professor avaliar o desempenho geral da turma.

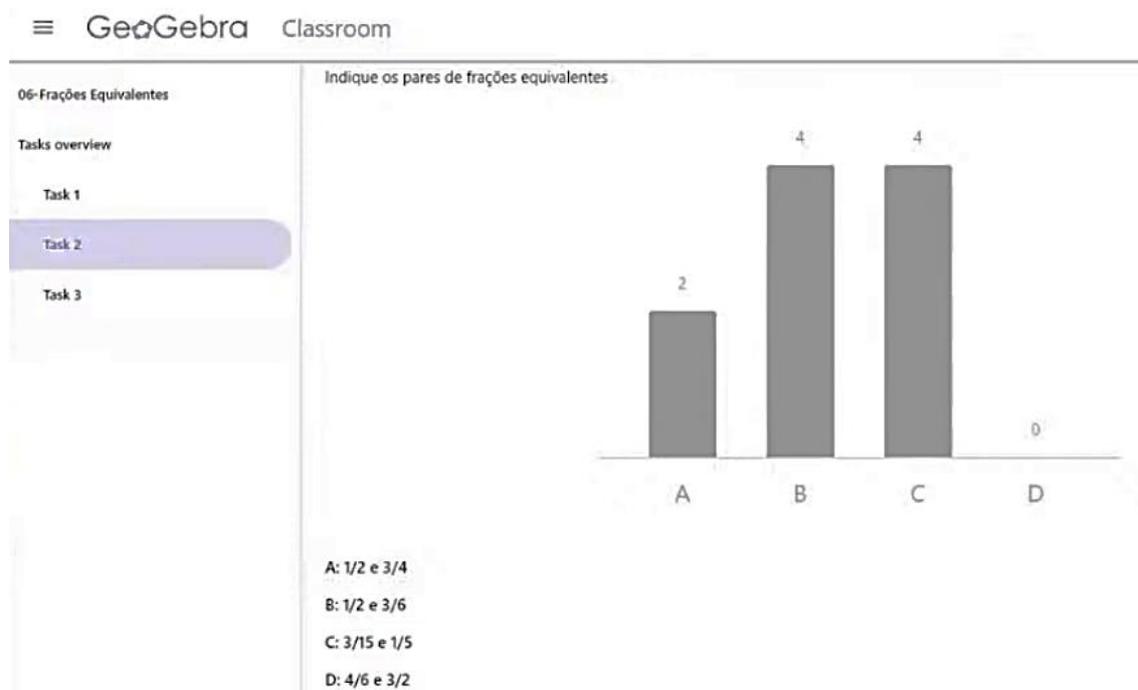
Figura 3 – Tela do *GeoGebra* onde o professor acompanha em tempo real a atividade desenvolvida.



Fonte: Diogo Palaes⁵, 2013.

⁵ Diogo Palaes é o autor da atividade desenvolvida e apresentada na Figura 3. <https://www.geogebra.org/m/aVbhn2W5>

Figura 4 – Tela do *GeoGebra* onde o professor gerencia o desempenho da turma durante a atividade desenvolvida.



Fonte: Diogo Pelaes⁶, 2013.

Outra vantagem do software são atividades com animações difíceis de serem feitas já estarem prontas dentro da plataforma, podendo o professor apenas construir os caminhos de aprendizagem colocando essas atividades dentro da trilha.

Na Figura 5, apresenta-se a tela da plataforma que permite a criação de atividade dentro da trilha, na qual pode-se inserir texto, vídeo, *GeoGebra*, link, imagem e tudo que permitir interação será uma atividade.

⁶ Diogo Pelaes é o autor da atividade desenvolvida e apresentada na Figura 4. <https://www.geogebra.org/m/aVbhn2W5>

Figura 5 – Tela do GeoGebra onde o professor constrói a trilha pedagógica.



Acknowledgement: Inspired by John Ulbright's applet "Adding Fractions - Visual" (<https://ggbm.at/szwBO7wa>)



Fonte: Autor, 2021.

Dentro da plataforma o professor pode fazer cópias de atividades desenvolvidas por outros professores e acrescentar em sua trilha. Não precisa o professor ficar só dispondo tempo a criar atividades inéditas, ela passa a ser um organizado das trilhas de aprendizagens, assumindo um papel de gerente do ensino.

Basniaki e Estevam (2014) enfatizam dentro desse contexto que

Isso envolve necessariamente uma mudança na percepção do professor sobre o processo didático e sobre sua função em meio ao processo de ensino e aprendizagem, já que ele passa a ter a função de estruturar tarefas desafiadoras e que ofereçam as condições para o engajamento do aluno na atividade, enquanto o professor media e provoca esse aluno para que as ideias sejam desencadeadas e articuladas. (BASNIAKI, ESTEVAM, 2014, p.17)

Na Figura 6 está um exemplo de uma atividade desenvolvida por um professor sobre as leis dos senos, onde a lei é apresentada de forma dinâmica movimentando a figuras favorecendo o estudante a entender a constante gerada na lei dos senos.

Figura 6 – Tela do *GeoGebra* com uma atividade que permite o estudante a entender de forma dinâmica a Lei dos Senos.

≡ GeoGebra

13-Lei Dos Senos Parte 2

Autor: Luis Cláudio LA

$$\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{6.23}{\sin(74.12^\circ)} = \frac{6.23}{0.96} = 6.48$$

$$\frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{5.57}{\sin(59.27^\circ)} = \frac{5.57}{0.86} = 6.48$$

$$\frac{c}{\sin(\hat{C})} = \frac{4.71}{\sin(46.61^\circ)} = \frac{4.71}{0.73} = 6.48$$

Novos Materiais

- Retas Paralelas Cortadas por Transversal
- Função Identidade
- Geradores de Mosaicos
- Função Seno
- Exercícios funções trigonométricas 1

Discover Resources

- Determina os primeiros n múltiplos não negativos
- COORDENADAS DE UM PONTO NO REFERENCIA...
- Situación en contexto Módulo 1
- SEAD
- trem

Explorar Tópicos

- Vetores
- Triângulos Semelhantes
- Paralelogramo
- Distribuições
- Coordenadas

Fonte: Luís Cláudio LA ⁷2017.

Ressalta-se que a oportunidade de visualização do que acontece ao mover pontos não substitui uma demonstração, mas ajuda a entendê-las. As duas devem andar juntas.

Outro benefício da plataforma é que o professor não precisa se preocupar em desenvolver as atividades, há mais de 1 milhão de atividades que já foram feitas por outros, bastando o professor apenas selecioná-las dentro da plataforma e colocar dentro da trilha de aprendizado, escrevendo, criando perguntas. Para selecionar alguma atividade dentre várias já existente, basta ir em [geogebra.org](https://www.geogebra.org), clicar em materiais, escolher a área da matemática de interesse e selecionar uma dentre várias construções prontas e copiá-la para construção da sua trilha pedagógica.

⁷ Luis Cláudio LA é o autor da atividade desenvolvida e apresentada na Figura 6. <https://www.geogebra.org/m/Cd3whGA4>

E de acordo com Basniaki (2014), a interface do software facilita a criação de construções matemáticas e modelos que permitem explorações interativas, arrastando objetos e alterando parâmetros.

3. O GEOGEBRA COMO AUXÍLIO NAS AULAS DE MATEMÁTICA: ESTUDO DAS FUNÇÕES, SÓLIDOS E ESTÁTISTICA

Apresenta-se agora um exemplo de trilha de aprendizado construída por outros autores e atividades. Os professores podem copiar e construir a partir dela suas próprias trilhas como dito no referencial teórico com a possibilidade de acrescentar textos, vídeos, imagens etc.

3.1 O *GeoGebra* no estudo dos gráficos das funções

Nessa primeira trilha o autor Victor Ferreira Junqueira⁸ propõe aos alunos uma atividade dinâmica com gráfico de função quadrática, apresenta dicas sobre o assunto, seguido de 10 questões, entre elas questões de múltipla escolha e questões abertas, na qual o estudante poderá conferir suas próprias resposta ao tempo que vai respondendo a atividade.

No canto superior direito da tela no *GeoGebra* há o botão que permite o professor criar sala permitindo-se um melhor acompanhamento durante a resolução da atividade proposta.

A atividade dinâmica sobre gráficos de funções quadráticas, o aluno através de controles deslizantes (parâmetros) fornecem valores para os coeficientes da lei de formação da função e observa o comportamento dos gráficos que são gerados automaticamente. É possível também por meio da atividade observar a mudança nas coordenadas do vértice do gráfico da parábola, assim como perceber os pontos de interseção com os eixos coordenados. O programa também permite encontrar as raízes da função colocando um comando na caixa de entrada.

⁸ Victor Ferreira Junqueira é o autor da atividade desenvolvida e apresentada na Figura 7. <https://www.geogebra.org/m/wfxdvwad>

Figura 7 – Tela do *GeoGebra* com uma atividade que permite o estudante a entender o que acontece com o gráfico de uma função quadrática ao mudar seus coeficientes.

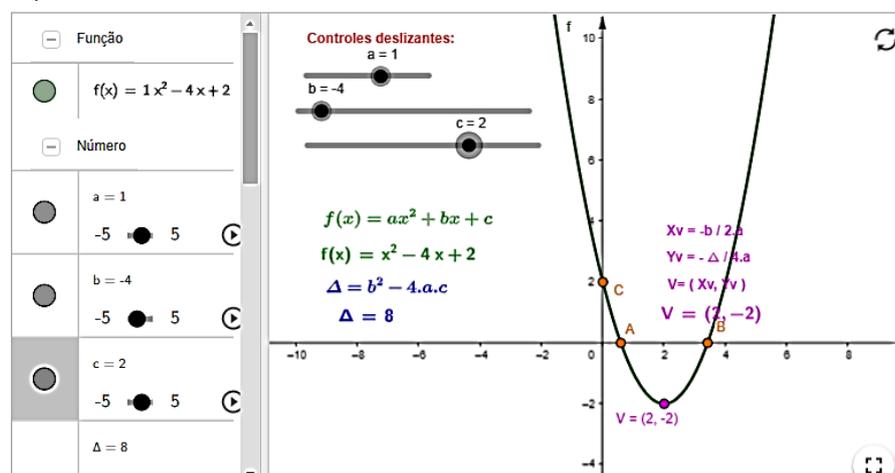
≡ GeoGebra

Questão Sobre Função Quadrática

Autor: Victor Ferreira Junqueira

Tópico: Álgebra, Funções, Gráfico de função, Funções Quadráticas

Explorando a Função Quadrática



Fonte: Victor Ferreira Junqueira, 2021.

O autor complementa a atividade com o questionário seguinte, formando assim uma trilha de aprendizagem, onde o aluno responde e confirma se sua resposta está certa ou errada.

Figura 8 – Questionário acrescentado a uma atividade do *GeoGebra* para avaliar as percepções

≡ GeoGebra

Explore a atividade acima, experimente alterar os valores dos coeficientes a , b e c (que são os respectivos controles deslizantes). Observe as alterações no gráfico da função conforme os coeficientes são modificados.
Logo após resolva as questões abaixo:

Referente ao controle deslizante "a":

Representa o coeficiente "a" na função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$. Com base nessa informação responda as questões 1, 2 e 3 abaixo.

Questão 1

1) Mova o controle deslizante "a" de forma que seu valor seja positivo. Dessa forma a concavidade da parábola está voltada:

Assinale a sua resposta aqui

- para cima
 para baixo

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Questão 2

Agora mova o controle deslizante "a" de forma que seu valor seja negativo. Dessa forma a concavidade da parábola está voltada:

Assinale a sua resposta aqui

- para baixo
 para cima

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Questão 3

Se você mover o controle deslizante "a" de forma que assumo o valor $a = 0$, o que acontecerá com o gráfico da função?

|

Referente ao controle deslizante "b":

Está associado ao coeficiente b da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$. Com base nessa informação, responda a questão 4.

Questão 4

Movimente lentamente o controle deslizante "b" para a direita e esquerda, verificando como a parábola se inclina após ultrapassar o eixo Y. Responda o que você observa graficamente quando:

- a) $b > 0$
b) $b < 0$
c) $b = 0$

Digite sua resposta aqui...

Referente ao controle deslizante "c":

O controle deslizante "c" está associado ao coeficiente c da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$. Ele indica onde a parábola "corta" no eixo Y, ou seja, o ponto C (0, c). Com base nessas informações, responda a questão 5.

Questão 5

Movimente o controle deslizante "c" para a direita e para esquerda e responda o que você observa graficamente quando:

- a) $c > 0$
b) $c < 0$
d) $c = 0$

Digite sua resposta aqui...

GeoGebra

Explorando as raízes da função quadrática.

As raízes estão associadas aos pontos onde a parábola intercepta (corta) o eixo do X, que são os pontos A e B no gráfico apresentado acima. Porém, dependendo de algumas situações, podemos encontrar duas raízes reais e iguais ou não teremos raiz real.

Vamos agora estudar algumas situações envolvendo as raízes da função quadrática, resolvendo as questões de 6 até 9.

Questão 6

Encontre as raízes da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$ e logo após posicione os controles deslizantes em:

$a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$. Esses são os respectivos coeficientes da função.

Responda:

- A parábola corta o eixo do X em algum ponto? Se sua resposta for afirmativa, qual ou quais são esses pontos? Relacione-os às suas raízes.
- Qual o valor do discriminante (delta) encontrado? Analise para responder a penúltima pergunta das atividades.

Digite sua resposta aqui...

Questão 7

Encontre as raízes da função $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ e logo após posicione os controles deslizantes em:

$a = 2$, $b = -4$ e $c = 5$. Esses são os respectivos coeficientes da função.

Responda:

- A parábola corta o eixo do X em algum ponto? Se sua resposta for afirmativa, qual ou quais são esses pontos? Relacione-os às suas raízes.
- Qual o valor do discriminante (delta) encontrado? Analise para responder a penúltima pergunta das atividades.

Digite sua resposta aqui...

Questão 8

Encontre as raízes da função $f(x) = -1x^2 + 4x - 4$ e logo após posicione os controles deslizantes em:

$a = -1$, $b = 4$ e $c = -4$. Esses são os respectivos coeficientes da função.

Responda:

- A parábola corta o eixo do X em algum ponto? Se sua resposta for afirmativa, qual ou quais são esses pontos? Relacione-os às suas raízes.
- Qual o valor do discriminante (delta) encontrado? Analise para responder a penúltima pergunta das atividades.

Digite sua resposta aqui...

Questão 9

Cada caso acima foi exemplificado à uma situação relacionada ao discriminante e às possíveis situações das raízes da função quadrática. Analise os exemplos acima e responda:

- Quando tivermos, no gráfico, dois pontos interceptando o eixo X, qual o sinal do discriminante encontrado (positivo, negativo ou nulo)?
- Quando tivermos, no gráfico, somente um ponto interceptando o eixo X, qual o sinal do discriminante encontrado (positivo, negativo ou nulo)?
- Quando não tivermos, no gráfico, nenhum ponto interceptando o eixo X, qual o sinal do discriminante encontrado (positivo, negativo ou nulo)?

Digite sua resposta aqui...

Referente ao vértice da parábola

O vértice da parábola corresponde ao ponto em que o gráfico de uma função do 2º grau muda de sentido. Levando em consideração isto, responda a questão 10.

Questão 10

Calcule o vértice da seguinte função do 2º grau

$$f(x) = -x^2 + 5x - 3$$

Assinale a sua resposta aqui

- a) $V = (5/2, 13/4)$
- b) $V = (5/4, 15/4)$
- c) $V = (-5/2, -13/4)$
- d) $V = (-5/4, -15/4)$

✓ VERIFIQUE SUA RESPOSTA

Fonte: Victor Ferreira Junqueira, 2021.

Ressalta-se que a plataforma funciona também como uma rede social na qual os usuários podem seguir os autores, ser seguido e acompanhar a construção de atividades construídas por outros, assim como também fazer construções e disponibilizar na rede. Dessa forma, aqueles professores já inseridos e familiarizados com o funcionamento de outras redes sociais tendem a se envolver com a plataforma produzindo materiais e adquirindo materiais produzidos por outros.

Dessa forma, o *GeoGebra*, comprova-se ser muito mais que um aplicativo. Torna-se um ambiente de compartilhamento de conteúdo e materiais didáticos para o uso por parte dos professores e alunos.

3.2 O GeoGebra no estudo dos sólidos

A próxima atividade o autor do material é Nicholas Coelho de Souza Gianelli⁹. Ele apresenta uma atividade dinâmica sobre geometria dos sólidos (primas), no qual o estudante usando controles deslizantes (parâmetros) fornecem valores para quantidade de lados da base do prisma regular, assim como, também a medida do lado e da altura. A partir disso tem-se a possibilidade de observar e tirar conclusões com a mudança dessas variáveis através do controle deslizante. Como mencionado na revisão teórica, ao mudar o valor de

⁹ Nicholas Coelho de Souza Gianelli, é o autor da atividade apresentada na Figura 9. <https://www.geogebra.org/m/vku5zmgw>

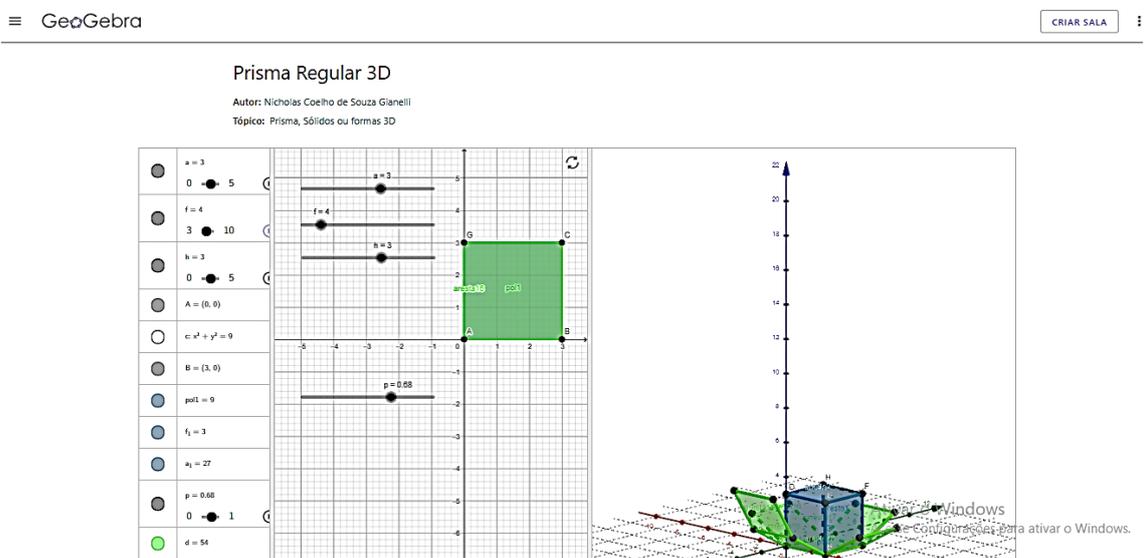
cada variável muda-se também na janela 3D de maneira dinâmica a forma do sólido.

A atividade ainda permite a visualização da planificação da superfície do sólido gerado de forma simultânea com as mudanças das variáveis.

Na Figura 9, temos a variável a como sendo a medida do lado do polígono da base, na qual o autor colocou ela variando de 0 a 5. Enquanto a variável f indica a quantidade de lados da base que pode ser variado de 3 a 10. Nesse caso atribui-se o valor inicial 3 devido o polígono de menor quantidade de lados ser um triângulo. Por fim a variável h , como sendo o valor da altura do sólido gerado variando de 0 a 5.

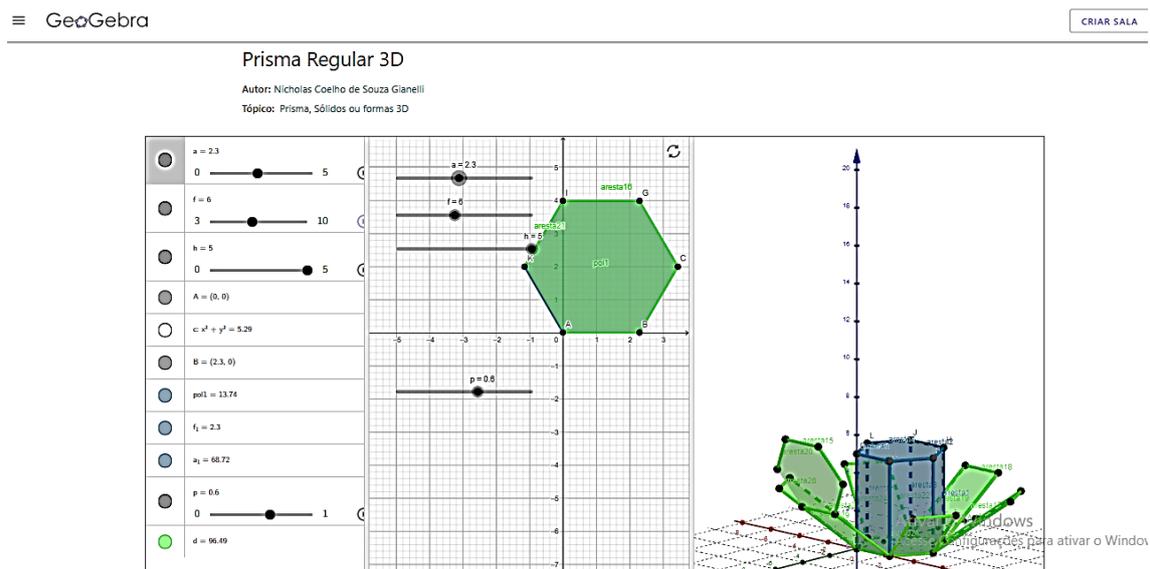
Temos inicialmente a planificação de hexaedro regular de lado 3 e depois a planificação de um prisma hexagonal regular.

Figura 9 – Tela do *GeoGebra* com uma atividade que permite o estudante a visualizar a planificações de prisma de base quadrangular.



Fonte: Nicholas Coelho de Souza Gianelli, 2020.

Figura 10 – Tela do *GeoGebra* com uma atividade que permite o estudante a visualizar a planificações de um prisma de base hexagonal.

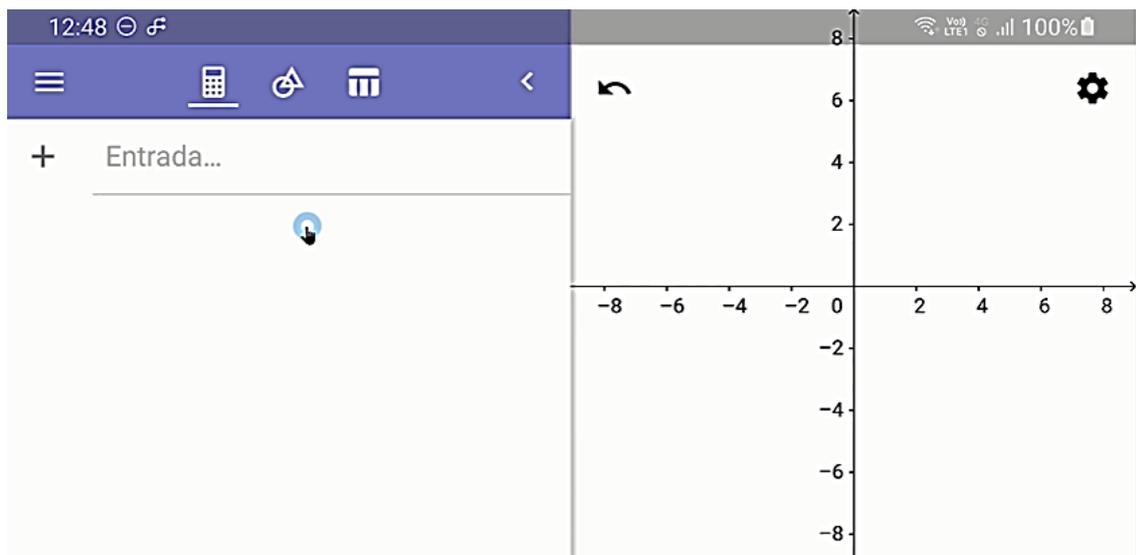


Fonte: Nicholas Coelho de Souza Gianelli, 2020.

3.3 O *GeoGebra* no estudo da estatística

Nesse momento vamos articular o *GeoGebra* com dispositivos móveis. Usaremos a Suíte *GeoGebra* Calculadora para apresentar conceitos dentro estatística. O *GeoGebra* permiti apresentação de dados aleatórios e gráficos facilitam desenvolver além da interpretação gráfica os conceitos de moda, mediana e média entre outros conceitos.

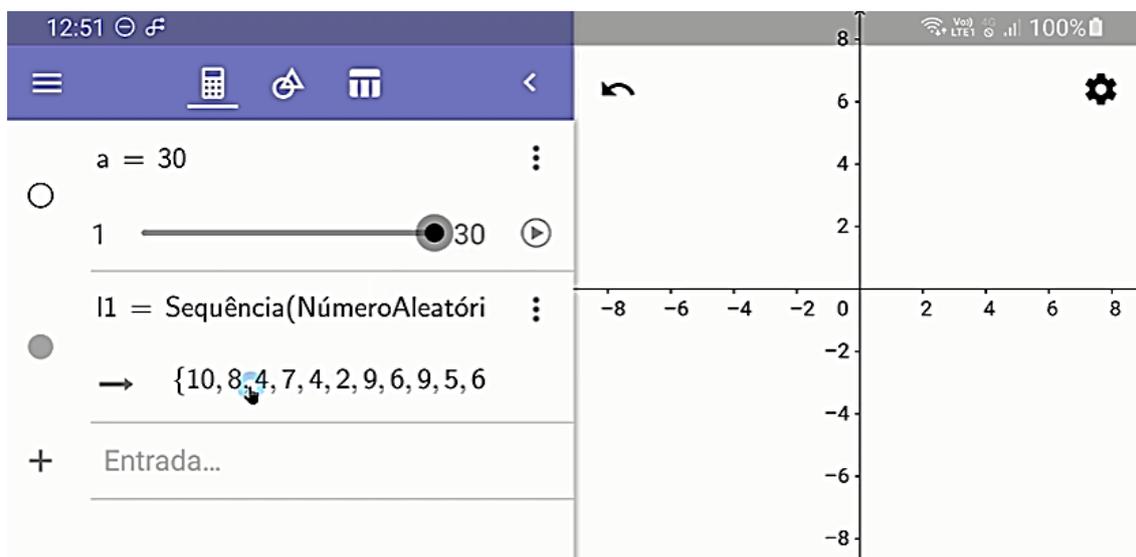
Figura 11 – Tela do Suíte *GeoGebra* Calculadora com uma atividade que permite o estudante através dos smartphone aprender estatística.



Fonte: Autor, 2021.

Iniciaremos criando dados aleatórios. Parte-se da construção de um controle deslizante com intervalo de 1 até 30 com passo 1 para gerar apenas valores inteiros. Em seguida clica-se na entrada, nos três pontos e procura o comando sequência e depois procura-se o comando número aleatório de 0,10. E assim coloque uma variável que vai da variável n até a do controle deslizante.

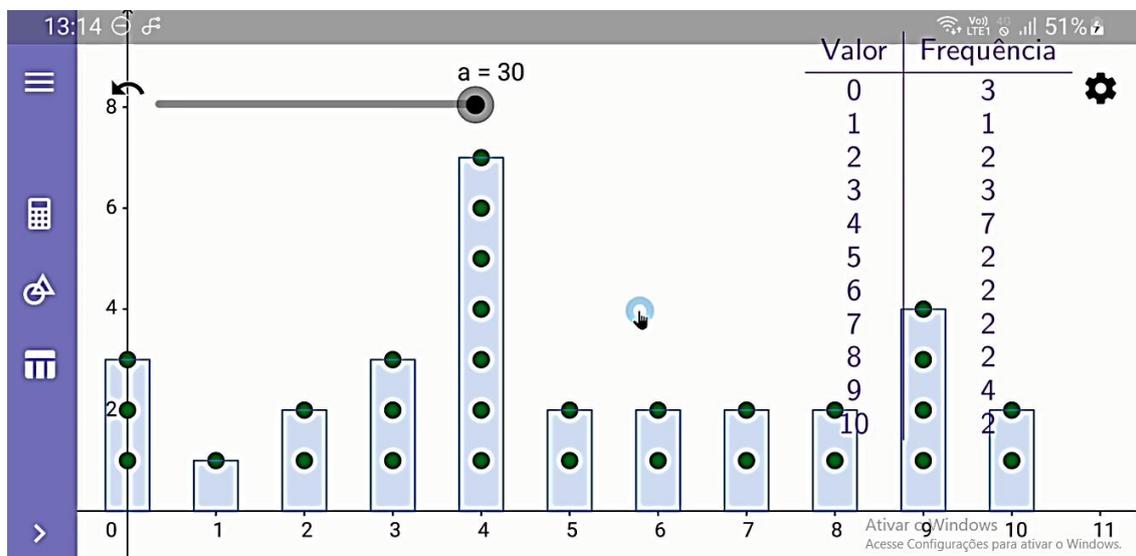
Figura 12 – Tela do Suíte *GeoGebra* Calculadora com uma lista criada.



Fonte: Autor, 2021.

A partir disso clica-se em entrada, nos três pontos e procure o comando tabela e seleciona-se tabela de frequência e coloca o nome da lista. Em seguida pode-se também construir gráficos usando o comando diagrama.

Figura 13 – Tela do Suite Geogebra Calculadora com os diagramas pontos e de barras.

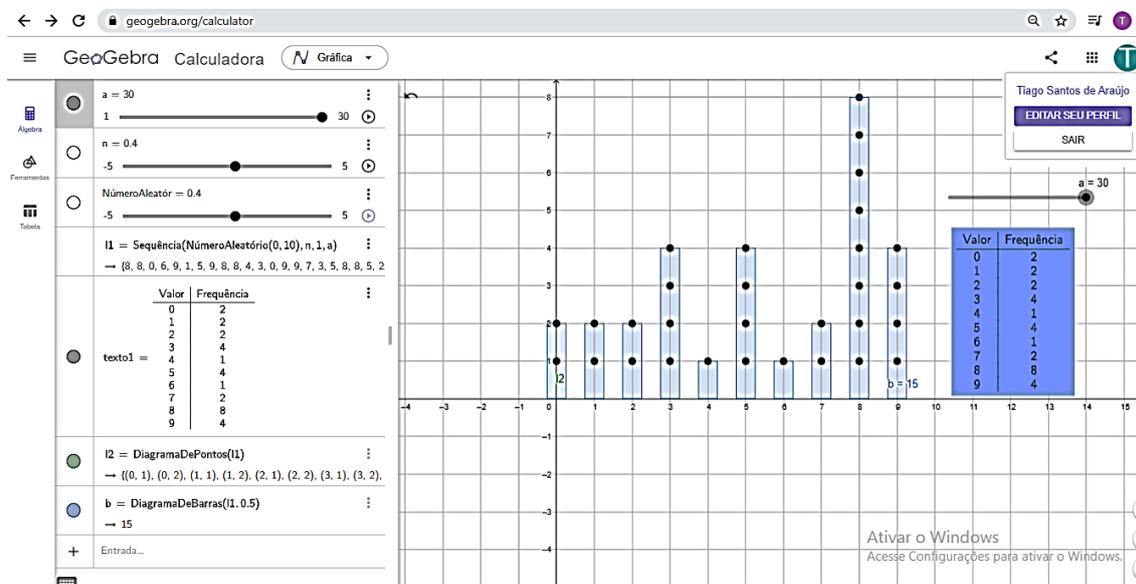


Fonte: Autor, 2021.

É possível também criar uma tabela de frequência com intervalos, assim como construir o histograma.

Na Figura 14, apresenta-se a Tela do Suíte *GeoGebra* Calculadora no computador com a mesma atividade desenvolvida anteriormente.

Figura 14 – Tela do Suíte *GeoGebra* Calculadora no computador.



Fonte: Autor, 2021.

Souza enfatiza que “O trabalho realizado com o computador, pode facilitar o processo de ensino - aprendizagem da estatística, à frente de uma visualização das possíveis variações alterando-se elementos da planilha de dados.” (SOUZA, 2019, p. 242).

Assim percebe-se a grande funcionalidade do uso do *GeoGebra* também no ensino e aprendizagem da estatística.

5. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

Quando se iniciou o trabalho de pesquisa constatou-se que devido à dificuldade que os alunos tem de aprender matemática, do avanço da tecnologia e dos alunos já estarem inseridos no mundo digital, era importante estudar o uso de ferramentas tecnológicas para ensino e aprendizagem da matemática.

Diante disso, a pesquisa teve como objetivo geral apresentar de que forma o *GeoGebra* auxilia na elaboração das aulas e no aprendizagem dos alunos. Constata-se que o objetivo geral foi atendido, porque efetivamente o trabalho conseguiu demonstrar que o uso da plataforma *GeoGebra* pode trazer inúmeras vantagens.

Confirmou-se que a tecnologia no ensino de matemática é um recurso que pode contribuir para o melhor ensino e aprendizagem fazendo o estudante aprender de forma dinâmica e interativa, além de inserir o professor num ambiente colaborativo de troca de materiais didáticos. Dessa forma o método tradicional da lousa e quadro passa a não figurar com tanto espaço. O uso do software *GeoGebra* nas aulas de Matemática na aprendizagem do ensino de gráficos da funções permite um melhor entendimento além de uma otimização do tempo do professor e uma melhoria no aprendizado, inclusive permitindo que o aluno pense de forma mais ampla. Na geometria, ele permite o avanço na visibilidade das figuras 3D e o que ocorre com suas mudanças. Já na estatística permite a construção de dados aleatórios seguido de gráficos que facilita o desenvolvimento de conceitos dentro dessa área.

GeoGebra é um excelente aplicativo, pois mostra várias formas de visualização que ajudam os estudantes, além de mostrar de modo que o estudante compreenda o passo a passo de um gráfico de função, fazendo com que ele tenha a oportunidade de uma maior investigação que com o uso apenas do livro didático, do caderno e da lousa não seria possível.

O dinamismo do software com o conteúdo função e geometria dos sólidos e a forma de visualização só é possível para os alunos mediante o uso do aplicativo, pois o livro dispõe apenas da imagem estatística que não pode ser manipulada interativamente, o aluno não tem a oportunidade de construir de forma dinâmica e atrativa apenas com o uso do livro didático. De tal modo, o uso do software *GeoGebra* proporciona contribuições que auxiliam o aluno a

entender as propriedades do gráfico de uma função, perceber e determinar seus pontos graficamente, compreender de forma dinâmica o comportamento do gráfico, como perceber propriedades de figuras planas, espaciais e também o seu uso na estatística na construção de dados e gráficos entre outras possibilidades que só com o uso do software *GeoGebra* é possível.

REFERÊNCIAS

BASNIAK, M. I; ESTEVAM, E. J. G. **O Geogebra e a Matemática da Educação**. Curitiba: Editora Ithala, 2014.

DINIZ, J. F. S; **Geogebra**: Uma ferramenta dinâmica na aprendizagem da Geometria no Ensino Básico. São Luiz: Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Maranhão, 2016

DIFICULDADE. In Dicio, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2021. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/dificuldade/> . Acesso em: 10/09/2021

NÓBRIGA, C. J. C., **GGBOOK Uma plataforma que integra o software de geometria dinâmica GeoGebra com editor de texto equações a fim de permitir a construção de narrativas matemáticas dinâmica**. TESE (Doutorado), Brasília – DF: Universidade de Brasília – UnB, 2015.

OLIVEIRA, E. R. **O uso da tecnologia no ensino da matemática: contribuições do software GeoGebra no ensino da função do 1º grau**. TCC (Graduação), Paraíba: Instituto Federal de Educação, Ciência, Tecnologia, 2021.

REZENDE, M. W.; PESCO D.U; BORTOLOSSI J.H., **Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recurso do geogebra**. TCC (Graduação) – Instituto de Matemática e Estatística, 2012.

SOUZA, R. F. ; CALEJON, L. M. C; **Uso da tecnologia da informação e comunicação em uma sequencia didática incluindo software geogebra no ensino da estatística descritiva.**, artigo, Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL, 2019.