



EDELSON MOREIRA DA COSTA

JOGO DE ASTRONOMIA UTILIZANDO A REALIDADE AUMENTADA

Orientador: Prof. Dr. Wagner Ferreira da Silva

Maceió
Outubro de 2017

EDELSON MOREIRA DA COSTA

JOGO DE ASTRONOMIA UTILIZANDO A REALIDADE AUMENTADA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas (polo 36), no Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:

Prof. Dr. Wagner Ferreira da Silva

Maceió
Outubro de 2017



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE FÍSICA
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – Polo 36 - UFAL
Campus A. C. Simões - Av. Lourival de Melo Mota, S/Nº.
Tabuleiro dos Martins - 57.072-970 - Maceió - AL - Brasil
Tels.: Direção: (82) 3214-1645; Coordenação Graduação: (82) 3214.1421;
Coordenação Pós-Graduação: (82) 3214-1423 / 3214 – 1267



**PARECER DA BANCA EXAMINADORA DE DEFESA DE
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

“Jogo de Astronomia Utilizando a Realidade Aumentada”.

por

Edelson Moreira da Costa

A Banca Examinadora composta pelos professores, Dr. Wagner Ferreira da Silva(orientador), do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Dr. Pedro Valentim dos Santos, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas e Dr. Ivanderson Pereira da Silva, da Universidade Federal de Alagoas – Campus Arapiraca, consideram o candidato **aprovado**.

Maceió, 30 de outubro de 2017.


Prof. Dr. Wagner Ferreira da Silva


Prof. Dr. Pedro Valentim dos Santos


Prof. Dr. Ivanderson Pereira da Silva

Catlogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

- C837j Costa, Edelson Moreira da.
Jogo de astronomia utilizando a realidade aumentada / Edelson Moreira da Costa. – 2021.
94 f. : il. color.
- Orientador: Wagner Ferreira Silva.
Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Física. Programa de Pós-Graduação em Física. Maceió, 2017.
- Bibliografia: f. 63-65.
Inclui apêndices.
Inclui produto educacional.
1. Astronomia. 2. Realidade aumentada. 3. Jogos de tabuleiro. I. Título.

CDU:372.853:794:52

Dedico esta dissertação aqueles que sonharam comigo este sonho e contribuíram para que ele se realizasse, minha esposa Jailda Maria e aos meus filhos Edelson Filho, Gabriel José e Rafael Antônio.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que é a razão do nosso existir e fonte de toda sabedoria.

Aos meus familiares e amigos.

Ao prof. Dr. Wagner Ferreira da Silva, pela sua orientação, sua amizade, sua dedicação e paciência a mim dedicadas ao longo deste mestrado.

Aos professores Dr. Pedro Valentim e Dr. Ivanderson Pereira da Silva, por terem aceitado participar desta banca examinadora.

Agradeço a todos os professores do MNPEF–polo 36 (UFAL), pela dedicação e colaboração na minha formação, como também a todos que fazem parte do Instituto de Física.

Aos meus Colegas da turma do MNPEF.

À Sociedade Brasileira de Física – SBF, pela fundação do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – MNPEF com adesão da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

JOGO DE ASTRONOMIA UTILIZANDO A REALIDADE AUMENTADA

Edelson Moreira da Costa

Orientador:

Prof. Dr. Wagner Ferreira da Silva

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação Universidade Federal de Alagoas no Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Nosso trabalho teve por objetivo a criação de um jogo de tabuleiro, usando a realidade aumentada, para ser utilizado no ensino de astronomia, mais especificamente sobre o sistema solar. A realidade aumentada permite inserir objetos em uma imagem virtual vista em tempo real. Na elaboração do jogo foi usado o software 3Ds max, para a confecção e animação dos planetas e do sol, e um programa chamado ARToolKit que permitiu associar os planetas e a nave espacial, que foi criada no 3Ds Max, ao tabuleiro em tempo real. O produto educacional (o jogo) foi aplicado para alunos da primeira série do Ensino Médio, no Instituto Federal de Alagoas (IFAL) Campus Satuba. A análise dos resultados desta aplicação mostrou que de forma unanime todos gostaram do jogo, tanto do ponto de vista de que facilitou a assimilação do conteúdo, como pelo fato de ter deixado a aula mais dinâmica. Além disto, aplicamos um questionário de perguntas sobre o conteúdo antes e após a aplicação do jogo, e foi obtido que após o jogo praticamente todos acertaram as perguntas do questionário, o que não havia ocorrido na primeira vez que responderam ao questionário, o que indicou que o jogo teve um papel central na assimilação do que foi estudado. Eles também consideraram que o uso deste jogo promoveu a eles a oportunidade de interagir e realizar trabalho em equipe, o que também foi um ótimo resultado. Esperamos com isso que esse produto possa ser utilizado pelos professores de Ciências, e especialmente os de Física, como auxílio em sua prática pedagógica.

Palavras chave: Astronomia. Realidade aumentada. Jogos de tabuleiro.

ABSTRACT

ASTRONOMY GAME USING AUGMENTED REALITY

Edelson Moreira da Costa

Orientador:

Prof. Dr. Wagner Ferreira da Silva

Master's dissertation submitted to the Federal University of Alagoas Graduate Program in the Professional Master's Degree in Physics Education (MNPEF), as part of the necessary requirements to obtain the title of Master in Physics Education.

In this work, we have developed a board game, using augmented reality, to be used in the teaching of solar system in astronomy. Augmented reality makes possible to insert objects into a virtual image at real time. In the elaboration of this game, we have used the software 3Ds max for the creation and animation of the planets and the sun, and a program called ARToolKit that allowed to associate the planets and the spaceship, which was also created in 3Ds Max, to the board in real time. This educational product (the board game) was applied to students in the first year of the high school, of the Federal Institute of Alagoas (IFAL) Campus Satuba. The results showed that all of them liked the game. The students said that the game facilitated the understanding of the subject (about the solar system) and making the class more dynamic. In addition, we applied a questionnaire before and after the application of the game, and it was obtained that in the ending of the game they got all the answers in the questionnaire right, which had not happened in the first time that they answered the questionnaire (before the game), which indicated that the game played a central role in assimilating what was studied. They also felt that using this game provided them the opportunity to interact and perform teamwork, which was also a great result. We hope that this board game can be used by teachers (especially by physics teachers) as an aid in their pedagogical practice.

Keywords: Astronomy. Augmented Reality. Board games.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
1.1. O ENSINO DE ASTRONOMIA NO ENSINO MÉDIO.....	11
1.2. ASTRONOMIA: UMA BREVE HISTÓRIA	11
1.3. A IMPORTÂNCIA DE SE ENSINAR ASTRONOMIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	12
2. O USO DAS FERRAMENTAS LÚDICAS NO ENSINO DE FÍSICA.....	15
2.1. A IMPORTÂNCIA DO LÚDICO NO ENSINO DE FÍSICA	15
2.2. JOGOS DIDÁTICOS	17
2.3. CUIDADOS AO SE UTILIZAREM JOGOS DIDÁTICOS.....	18
2.4. JOGOS DE TABULEIRO	19
3. A REALIDADE AUMENTADA E O SOFTWARE 3DS MAX.....	21
3.1. REALIDADE AUMENTADA: CONCEITO E DEFINIÇÃO.....	21
3.2. REALIDADE AUMENTADA: O QUE É NECESSÁRIO PARA O SEU FUNCIONAMENTO	23
3.3. REALIDADE AUMENTADA: COMO FUNCIONA.....	24
3.4. O ARTTOOLKIT.....	25
3.5. O SOFTWARE 3DS MAX	26
4. O SISTEMA SOLAR	28
4.1. O MOVIMENTO DOS ASTROS: DOS GREGOS ANTIGOS AO SÉCULO XV.....	28
4.2. JOHANNES KEPLER E SUAS LEIS DOS MOVIMENTOS PLANETÁRIOS	31
4.3. GALILEU GALILEI E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA A ASTRONOMIA.....	35
4.4. ISAAC NEWTON E A MECÂNICA NEWTONIANA.....	36
4.5. DEMONSTRAÇÃO DA 1ª LEI DE KEPLER	38
4.6. DEMONSTRAÇÃO DA 2ª LEI DE KEPLER	43
4.7. DEMONSTRAÇÃO DA 3ª LEI DE KEPLER	45
5. O PRODUTO EDUCACIONAL – JOGO DE ASTRONOMIA USANDO REALIDADE AUMENTADA.	50
5.1. A ESCOLHA DO TEMA	50
5.2. DESCRIÇÃO DO JOGO	50
5.3. INSTRUÇÕES DO JOGO	52
6. APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL EM SALA DE AULA.	55
6.1. LOCAL DE APLICAÇÃO DO JOGO DIDÁTICO	55
6.2. APLICAÇÃO DO JOGO DIDÁTICO	55
6.3. RESULTADO DO QUESTIONÁRIO COM AS PERGUNTAS DO CONTEÚDO DE ASTRONOMIA	56
6.4. RESULTADO DO QUESTIONÁRIO RELACIONADO AO USO DO JOGO NA SALA DE AULA.....	58
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	62
REFERÊNCIAS	63
APÊNDICE I: QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS	66
APÊNDICE II: O PRODUTO EDUCACIONAL	68

1. INTRODUÇÃO

Tem sido perceptível que o processo de ensino aprendido não tem alcançado completamente seus objetivos, como podemos ver na matéria publicada este ano no jornal O GLOBO (O GLOBO, 2017):

Um relatório divulgado, nesta terça-feira, pelo Movimento Todos Pela Educação revela que apenas 7,3% dos alunos brasileiros do 3º ano do ensino médio têm aprendizado adequado em matemática. Em língua portuguesa, o índice é de 27,5%. Segundo a pesquisa, que levou em consideração dados da Prova Brasil e do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) de 2015, em matemática o índice é ainda menor do que o observado em 2013, quando 9,3% dos estudantes tinham rendimento recomendado para a etapa. No caso de língua portuguesa, o percentual foi um pouco maior que os 27,2% registrados em 2013, mas, de acordo com os pesquisadores, essa diferença não é relevante estatisticamente, o que significa que o ensino dessa disciplina ficou estagnado no período.

São diversas as causas que podem ser apontadas para que o processo de ensino não atinja seus objetivos, entre elas destaca-se a falta de motivação dos alunos e professores para produção de uma educação eficiente; a falta de estrutura de algumas unidades de ensino; a falta de um conteúdo significativo que englobe a realidade do aluno, etc. Diante dessa realidade, como tornar o processo de ensino-aprendizagem mais atraente e eficaz para o aluno? Como resposta a esta pergunta, vários autores, como Medeiros (2016, apud, Rahal 2009), Pereira, Fusinato e Neves (2009), Lopes e Viana (2003), defendem a introdução do método lúdico no ensino, considerado por tais um instrumento pedagógico facilitador no processo de ensino-aprendizagem.

Há um relativo consenso de que o uso correto das tecnologias da informação (TICs) na educação, tem aumentado o interesse dos alunos nas aulas, tornando-se dessa forma uma ferramenta a mais que visa contribuir para uma aprendizagem atraente e significativa. Pensando nisto foi que desenvolvemos um jogo de tabuleiro para auxiliar no ensino da astronomia, como descreveremos nos capítulos seguintes, mas antes, iremos abordar um pouco sobre a questão do ensino de astronomia.

1.1. O Ensino de Astronomia no ensino médio

A grade curricular atual de Física no Ensino Médio aborda parcialmente alguns conteúdos relacionados ao estudo de astronomia. Pelo fato de a maioria das escolas priorizarem a aprovação de seus alunos em exames de vestibulares como o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), boa parte desse conteúdo acaba não sendo trabalhado em sala de aula por serem pouco explorados nesses exames, fazendo com que os alunos de maneira geral recorram à internet ou as revistas científicas para obterem o conhecimento necessário sobre o conteúdo. Pensando nisso, elaboramos um jogo didático para facilitar e tornar mais agradável e eficiente o aprendizado de astronomia, que pode ser usado tanto em cursos introdutórios de astronomia, como também em escolas onde o ensino de Astronomia já foi incorporado na grade curricular. Para isso fazemos uso de uma tecnologia inovadora conhecida como realidade aumentada, como descreveremos nos capítulos seguintes.

O tema para o jogo foi escolhido levando-se em consideração as dificuldades que a maioria dos alunos possuem em memorizar os nomes dos planetas, bem como suas posições em relação ao sol, além de outros aspectos relacionados a tais astros.

1.2. Astronomia: uma breve história

O homem ao longo da história sempre apontou para o céu suas lunetas e telescópios, na tentativa de entender como funciona o nosso sistema solar e o universo como um todo.

A astronomia é a mais antiga entre todas as ciências do conhecimento humano. Surgiu desde os tempos mais remotos a partir das nossas buscas incessantes por entender os fenômenos que nos cercam.

Um ponto importante a se destacar sobre o ensino da astronomia é porque permite tratar não somente da Física, mas também da Química, da Matemática e da Biologia, permitindo assim uma grande interdisciplinaridade.

Durante muitos séculos o estudo da astronomia era feito de forma rudimentar, apenas pela observação do céu a olho nu. Mas com o avanço da

ciência e de tecnologias como os telescópios espaciais, ela ganhou um impulso muito grande. Hoje ela contribui de forma significativa para a evolução de outras ciências, tais como a física e a química, além de revelar um universo que desperta curiosidade, admiração e imaginação envolvendo dessa forma, os estudantes de maneira a atraí-los para se interessar pelo seu estudo.

1.3. A importância de se ensinar Astronomia na educação básica

O ensino de astronomia na educação básica se justifica, sobretudo pela importância que essa ciência tem em nossas vidas. A sucessão dos dias e das noites, a divisão do tempo, o calendário anual dividido em 365 dias, seus meses e semanas, como também as estações do ano, o fenômeno do sobe e desce das marés, entre outros e até mesmo a vida no nosso planeta são exemplos de temas ligados à astronomia.

Segundo Langhi e Nardi (2013) o papel da astronomia inclui promover no público o interesse, a apreciação e a aproximação pela ciência geral. Normalmente surgem questões de interesse comum que despertam a curiosidade das pessoas, tais como buracos negros, cosmologia, e exploração do sistema solar. Além disso, a astronomia abre um leque de opções de trabalho, do ponto de vista prático e teórico, pois seus temas permitem a realização de trabalhos práticos.

Para Caniato (1974, apud, Langhi 2013, p.109) entre as diversas razões que justificam a introdução da astronomia como um dos meios para o processo ensino-aprendizagem, as principais são:

1. A astronomia, pela diversidade dos problemas que propõe e dos meios que utiliza, oferece o ensejo de contato com atividades e desenvolvimento de habilidades úteis em todos os ramos do saber e do cotidiano da ciência;
2. A astronomia oferece ao educando, como nenhum outro ramo da ciência, a oportunidade de uma visão global do desenvolvimento do conhecimento humano em relação ao Universo que o cerca;
3. Oferece também a oportunidade para atividades que envolvam o trabalho ao ar livre sem que haja a necessidade de materiais e de laboratório custosos;
4. O estudo do céu sempre tem se mostrado de grande efeito motivador, como também dá ao educando a ocasião

de sentir um grande prazer estético ligado à ciência: o prazer de entender um pouco do Universo em que vivemos.

O aluno também poderá compreender que os conhecimentos sobre os fenômenos celestes não estão prontos e acabados, mas se aprimoram à medida que o homem vai aperfeiçoando novos aparelhos para investigação do Universo.

Para Langhi e Nardi (2010) a aprendizagem da astronomia se dá em ambientes diversos como a educação formal, informal e não formal. A educação formal ocorre em ambiente escolar ou em outros estabelecimentos de ensino, com estrutura própria e planejamento, cujo conhecimento é sistematizado a fim de ser didaticamente trabalhado. A educação informal por outro lado não possui intencionalidade e tampouco é institucionalizada, pois é decorrente de momentos não organizados e espontâneos do dia-a-dia durante a interação com familiares e amigos. Já a educação não formal tem caráter sempre coletivo. É feita fora do ambiente escolar como, por exemplo, em museus, feiras e encontros onde se ministram minicursos envolvendo o tema.

Os documentos oficiais para a educação nacional, os PCNs, reconhecem que a astronomia é interdisciplinar, pois os assuntos a ela relacionados são tratados em outras disciplinas tais como Biologia, Física e Química, no contexto que preside cada disciplina e do seu conjunto. Ao relacionar a hipótese da formação da Terra com outros campos do conhecimento como a geologia, física e astronomia, o aluno pode entender que existe um universo muito abrangente de explicações sobre a Terra primitiva (Brasil, 1999). Os PCNs do ensino médio reforçam a ideia de que o estudante saiba compreender que o universo é composto por elementos que agem interativamente e que é essa interação que configura o universo, a natureza como algo dinâmico e o corpo como um todo, que confere à célula a condição de sistema vivo (Brasil, 1999).

Portanto, segundo Langhi e Nardi (2013, p.141):

o ensino de astronomia para o ensino médio deve ser tratado de tal maneira, que contemple temas transversais, privilegiando, assim, a interdisciplinaridade inerente à astronomia, pois, por se tratar de um assunto que desperta a curiosidade dos estudantes, esta ciência poderá ser utilizada como um fator de motivação do estudante para a construção de conhecimento de outras disciplinas relacionadas.

Segundo os PCNs, o eixo temático “Terra e Universo” que aborda os assuntos relacionados à astronomia, está situado na área de Ciências da Natureza e suas tecnologias, onde os objetivos diferem-se de acordo com a maturidade do aluno. No ensino médio, se valoriza os conhecimentos abstratos sem ter preocupação com o desenvolvimento da ciência, mas com sua compreensão e utilização dos conhecimentos científicos para explicar o funcionamento do mundo.

No PCN+ do ensino médio em Ciências da Natureza na área de Física, o tema estruturador é Universo, Terra e Vida que é composto das seguintes unidades temáticas: Terra e sistema solar; O universo e sua origem e Compreensão humana do Universo.

Uma vez que já falamos sobre a importância do ensino da astronomia na educação básica, trataremos no capítulo seguinte da importância de ferramentas lúdicas no ensino de Física.

2. O USO DAS FERRAMENTAS LÚDICAS NO ENSINO DE FÍSICA

Hoje em dia sabemos que o ato de ensinar é dinâmico. Portanto, o educador precisa encontrar novas formas e maneiras de transmitir o conhecimento de forma agradável ao educando. Nessa perspectiva, surge então a forma lúdica de ensinar, que será tratado aqui neste capítulo.

2.1. A importância do Lúdico no Ensino de Física

O ensino de Física sempre foi visto como difícil pelos alunos, com processos e nomes complexos, o que tornaram muitas vezes as aulas de física sem graça e de difícil assimilação por parte dos educandos. Muitos professores ainda ministram aulas ditas “mecânicas”, ou seja, aulas em que o professor apenas reproduz o que está no livro didático e, usando métodos rotineiros (quadro e lápis), e não procuram metodologias que facilitem o processo de aprendizagem de Física, e assim despertar o interesse e o prazer em participar das aulas dessa disciplina.

Uma das dificuldades também encontradas no ensino de física atualmente é a redução da carga horária semanal, tendo em vista a grande quantidade de conteúdo a ser ministrada. O que faz com que seja mais difícil o professor usar outros métodos de ensino, como os experimentos, já que com o tempo de aula reduzido fica difícil ministrar o conteúdo e ainda realizar experimentos. Observamos também que a grande ênfase dada a essa disciplina está na preparação dos alunos para fazer processos seletivos em vestibulares, não havendo dessa forma, qualquer ligação da ciência com o cotidiano do aluno.

A questão que nos detêm nesse estudo, é a seguinte: Como o ensino de Física tem se adequando a essa nova realidade? Não nos parece aceitável que as mudanças que estão sempre ocorrendo no mundo não tenham consequências na prática pedagógica dos professores de Física? Assim, acreditamos que é preciso repensar não somente o que se ensina, mas, sobretudo, a maneira como se ensina.

Nesse contexto, a forma lúdica de ensinar constitui uma prazerosa e importante ferramenta para ensinar Ciências, independentemente da idade ou da modalidade de ensino. Acreditamos que o lúdico deve ser considerado como uma importante ferramenta nas estratégias de ensino de todas as séries e faixas etárias,

porém essas estratégias de trabalho devem estar adequadas para a modalidade de ensino na qual ela será direcionada (Macedo 2000, apud, Knechtel; Brancalhão, 2009, p. 1-27).

Segundo Campos (2008), o lúdico pode ser utilizado como promotor de aprendizagem nas práticas escolares, possibilitando a aproximação dos alunos ao conhecimento científico. Sabemos que ensinar Ciências não se restringe a apenas transmitir informações ou apresentar apenas caminhos, mas é também ajudar ao aluno a tomar consciência dele mesmo, dos outros e da sociedade. Desse modo é possível a utilização de práticas lúdicas como importante ferramenta metodológica para tornar o ensino de Ciências mais atrativo e prazeroso.

De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 28):

O jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica, prazerosa e participativa de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos.

Sendo assim é essencial procurar metodologias e ferramentas diferentes e prazerosas para melhorar o ensino de Física. Percebemos que atualmente os educadores de Física estão inserindo atividades lúdicas em suas aulas, que estimulam e causam prazer nos educandos, tais como jogos e brincadeiras.

Medeiros e colaboradores (2005) descreveram o encantamento de Albert Einstein e sua alegria na aprendizagem de Ciências ao se relacionar com brinquedos. As memórias e as reflexões pedagógicas de Einstein a respeito de sua interação com um determinado brinquedo, ganho ainda na sua infância, uma bússola, o conduziu ao desenvolvimento cognitivo e a criação de conceitos por ele introduzidos, além de sustentar uma posição segundo a qual o papel das imagens e das visualizações em geral constitui-se em um elemento essencial da própria construção do nosso pensamento.

2.2. Jogos Didáticos

Observamos atualmente que a atividade lúdica mais utilizada nas escolas pelos professores, de forma geral, são os Jogos didáticos. Nas atividades com jogos percebe-se entre outros benefícios, um maior entusiasmo sobre o conteúdo que está sendo estudado, por haver motivação dos educandos em expressa-se livremente, de agir e interagir.

Se porventura, estudarmos a história do jogo, veremos que sua importância foi reconhecida em todos os tempos, como relata Piaget (1978, p.47), “O indivíduo, seja criança ou adulto, revive no jogo a maioria das atividades pelas quais passou a espécie, em sua metódica evolução, durante milênios”.

Celso Antunes (2003) afirma o seguinte sobre o jogo:

O jogo é o mais eficiente estimulador das inteligências, permitindo que o indivíduo realize tudo que deseja. Quando joga, passa viver quem quer ser, organiza o que quer organizar e decide sem limitações. Pode ser grande, livre, e na aceitação das regras pode ter seus impulsos controlados. Brincando dentro do seu espaço, envolve-se com a fantasia, estabelecendo um gancho entre o inconsciente e o real.

É devido ao seu caráter lúdico, que o jogo didático no ensino de Física se torna uma boa alternativa para se despertar o interesse por essa Ciência. Essa ferramenta lúdica abre muitas possibilidades de trabalho e torna-se muito produtiva já que a mediação dos conteúdos pelo professor acaba sendo facilitada.

Os jogos didáticos apresentam uma grande versatilidade para se trabalhar com os mais diversos conteúdos de Física, de acordo com os objetivos do educador e com o público alvo. Ele pode ser utilizado para atingir determinados objetivos pedagógicos, sendo uma alternativa para se melhorar o desempenho dos estudantes em alguns conteúdos de difícil aprendizagem. Eles também acabam contribuindo para o desenvolvimento de outros aspectos como sugerido por Miranda (2001, p. 64-66):

...mediante o jogo didático, vários objetivos podem ser atingidos, relacionados à cognição (desenvolvimento da inteligência e da personalidade, fundamentais para a construção de conhecimentos); afeição (desenvolvimento da sensibilidade e da estima e atuação no sentido de estreitar laços de amizade e afetividade); socialização (simulação de vida em grupo); motivação (envolvimento da ação, do desafio e mobilização da curiosidade) e a criatividade.

Outro ponto a se destacar é a flexibilidade de se trabalhar com jogos, pois eles facilitam o processo de ensino-aprendizagem em todas as áreas do conhecimento, e no ensino de Física também não é diferente. Além disto, o professor pode utilizar os jogos didáticos para trabalhar os diversos conteúdos de uma determinada disciplina, o que ajuda então num melhor aprendizado por parte dos alunos.

A Física no ensino médio é uma disciplina que necessita muitas vezes de habilidades como abstração, raciocínio, pensamento, reflexão, criatividade, experimentação, dentre outras, o que acaba tornando-a trabalhosa já que nem todos esses aspectos são desenvolvidos durante a formação dos alunos. Essas dificuldades então encontradas, devido à complexidade dos assuntos, acabam muitas vezes fazendo com que professores tendam a desenvolver as suas aulas se utilizando de métodos antigos de ensino, como já falamos no capítulo anterior. Como reflexo disso, tem-se esse preconceito, talvez até justificável, dos alunos com relação ao ensino de Física o que acaba dificultando ainda mais o processo de ensino e tornando o problema cada vez maior.

Fazendo uma comparação entre os aspectos considerados nesse texto com relação aos jogos didático e as atuais dificuldades encontradas no ensino de Física, a nível médio, é possível observar que esses se apresentam como uma ferramenta que pode ajudar nas soluções dos problemas encontrados. Dessa maneira podemos compreender a importância da aplicação desses jogos como uma importante ferramenta de ensino.

Vale destacar aqui que não queremos dizer que se deve abandonar o quadro e o lápis, mas sim que o professor precisa, além destes elementos, utilizar também em suas aulas outras ferramentas didáticas, como os jogos.

2.3. Cuidados ao se utilizarem jogos didáticos

Embora o uso dos jogos seja uma importante ferramenta pedagógica, seu uso deve ser bem planejado, para não surgir como consequência de uma má condução da aplicação do jogo, a competitividade desleal entre os participantes, gerando nos mesmos sentimentos de derrota e de inferioridade. A competitividade deve ser

trabalhada de uma forma legal e saudável, propiciando aos participantes momentos de socialização, de desafios, de respeito às regras e de trabalho em grupo.

A conduta do professor será de fundamental importância no processo de aplicação do jogo didático, pois, os resultados obtidos com a atividade serão muito influenciados por sua conduta enquanto mediador dos conflitos que poderão surgir no decorrer da atividade.

Nylse Cunha (1994, apud, Alencar 2012, p. 39) acredita que o uso de ferramentas lúdicas precisa ser acompanhado de um planejamento prévio, pois oferece uma “situação de aprendizagem delicada”, ou seja, o professor precisa nutrir o interesse do aluno, sendo capaz de respeitar o grau do desenvolvimento das múltiplas inteligências do mesmo, do contrário a atividade lúdica perde completamente sua riqueza e o seu valor.

Porém isso não deve ser encarado como um empecilho na aplicação dos jogos didáticos, uma vez que a conduta do professor vai decidir o rumo de atividade. Dessa forma, se faz necessário professores capacitados para lidar com essas situações. Daí a necessidade de se incluir atividades lúdicas, em especial os jogos didáticos, nos cursos de formações e aperfeiçoamentos de professores.

2.4. Jogos de Tabuleiro

Apesar de seu uso ser muito antigo, foi somente a partir do século XIX que os jogos didáticos se tornaram produtos de massa devido ao surgimento da classe média, que tinha mais tempo para o lazer. A partir da década de 1980, os jogos de tabuleiro perderam muito da sua popularidade devido aos jogos eletrônicos, mas, nos últimos anos voltaram a conquistar muitos adeptos. Um dos motivos é seu alto índice de interação entre os jogadores.

Os jogos de tabuleiro são definidos como sendo todos aqueles disputados, por uma ou mais pessoas, em uma base, o tabuleiro, seja de madeira, metal, pedra, marfim, plástico, papelão ou outro material, onde peças são movimentadas, colocadas ou retiradas do tabuleiro, obedecendo a regras pré-estabelecidas. Nos jogos de tabuleiro a definição é simples, mas com aspectos importantes. Exige a interação presencial entre os jogadores e que requerem basicamente a capacidade de parar, concentrar-se, elaborar pensamentos e, sobretudo saber respeitar o tempo do outro e as regras pré-estabelecidas.

Estudos sobre o uso de jogos didáticos como ferramenta de ensino aprendizagem tem mostrado que eles auxiliam na criação de uma ligação entre os conteúdos apresentados e a participação colaborativa entre os indivíduos envolvidos no processo (Damiani, 2008; Oliveira et al, 2015, apud, Dias, A. C. L.; et al.). Além disto, os jogos de tabuleiro introduzem alguns valores importantes para a vida do indivíduo em sociedade, como oferecer a oportunidade de ensinar a viver em grupo e a respeitar as regras estabelecidas.

Outro fator importante é que a ludicidade do jogo, a alegria e o prazer de jogar, proporciona momentos agradáveis, e experiências que oferecem uma grande satisfação. Portanto, diante de alguns aspectos como a vivência, a experimentação, a criatividade e o raciocínio lógico-dedutivo, pode-se dizer que os jogos de tabuleiro são ferramentas importantes no processo ensino-aprendizagem do aluno na escola e na sociedade.

Uma vez que mostramos a importância dos jogos no ensino de Física, e mais especificamente da importância dos jogos de tabuleiro, passaremos, no próximo capítulo, a tratar da questão da realidade aumentada, que foi uma ferramenta que utilizamos no jogo de tabuleiro para trazer um maior dinamismo ao jogo.

3. A REALIDADE AUMENTADA E O SOFTWARE 3DS MAX

Iremos neste capítulo iremos falar da Realidade Aumentada: conceito e definição; como ela funciona e sua utilização, assim como também falaremos do programa usado nesse jogo, o 3Ds Max.

3.1. Realidade aumentada: conceito e definição

A Realidade Aumentada é uma técnica utilizada para “unir” o mundo real com o virtual, através da utilização de um marcador, webcam ou de um smartphone, ou seja, é a inserção de objetos virtuais no ambiente físico, mostrada ao usuário em tempo real. Um exemplo disto é mostrado na Figura 3.1, onde um dinossauro foi adicionado em tempo real na imagem vista pelo usuário que segura o celular na figura. Outro exemplo é mostrado na Figura 3.2, na qual, é vista uma cena do filme “o homem de ferro” onde o personagem visualiza imagens de realidade aumentada na viseira do seu capacete.

Figura 3.1: Imagem mostrando um dinossauro introduzido em tempo real, por meio da realidade aumentada, na imagem que está sendo visto na tela do celular.



Fonte: OFICINA DA NET, 2017.

Figura 3.2: Imagem de realidade aumentada mostrando uma cena do filme "o homem de ferro" onde o personagem visualiza imagens de realidade aumentada na viseira do seu capacete.



Fonte: XINFORTEC, 2017.

Apesar do entusiasmo sobre a tecnologia desde a década de 1930, a realidade aumentada começou a ser usada em 1962, quando foram implementados painéis inteligentes em aviões de guerra, que mostravam informações sobre a aeronave no próprio vidro dianteiro, de maneira a evitar que o piloto desviasse o olhar do seu percurso. Outro exemplo mais simples de realidade aumentada são as etiquetas, que têm um código de duas dimensões para ser analisado por um software, como um QR Code.

O termo, em si, é usado desde 1990, quando o pesquisador da Boeing, Tom Caudell, o utilizou para descrever um display usado por engenheiros que misturava gráficos virtuais com a realidade.

Desde os anos 1960, ela já foi usada por diversas empresas. Os casos mais recentes e populares são o Google Glass (mostrado na Figura 3.3) e vários outros aplicativos para smartphones, como é o caso do game chamado *Ingress*. No entanto, nenhum outro produto ou *app* teve adesão tão grande e tão rápida de usuários globalmente como o jogo *Pokémon Go*.

Figura 3.3: Imagem mostrando um óculo do tipo Google Glass.



Fonte: IBTIMES, 2017.

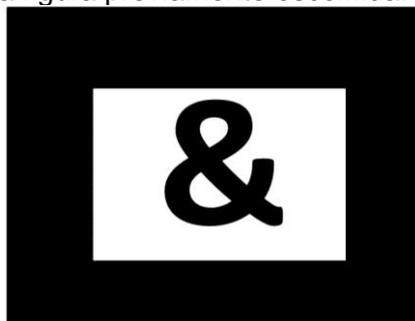
Uma vez que já falamos do que é a Realidade Aumentada e como ela surgiu, bem como onde ela é utilizada, falaremos a seguir dos recursos necessários ao seu funcionamento.

3.2. Realidade Aumentada: o que é necessário para o seu funcionamento

Para a existência da Realidade Aumentada são necessários três componentes básicos:

- 1) **Objeto real com algum tipo de marca de referência**, que possibilite a interpretação e criação do objeto virtual, como o marcador mostrado na Figura 4;
- 2) **Câmera ou dispositivo** capaz de transmitir a imagem do objeto real;
- 3) **Software** capaz de interpretar o sinal transmitido pela câmera ou dispositivo.

Figura 3.4: Imagem mostrando um tipo de marcador, onde o programa Artoolkit irá associar este cartão a uma determinada figura previamente escolhida.



Fonte: Autor, 2017.

Existem diferentes tipos de Realidade Aumentada, de acordo com a finalidade para qual esta será usada. A modalidade mais comum encontrada é a que se utiliza de marcadores, imagens contidas em objetos reais os quais, quando lidos

pelo software de realidade aumentada, é transformado numa matriz com informações que o computador associa então a uma imagem previamente escolhida.

3.3. Realidade Aumentada: como funciona

Coloca-se um objeto real em frente à câmera, para que ela capte a imagem dos marcadores e transmita ao equipamento que fará a interpretação. Após isto, a câmera “enxerga” o objeto e manda as imagens, em tempo real, para o software que gerará o objeto virtual. Por fim, o dispositivo de saída (que pode ser uma televisão ou monitor de computador) exibirá o objeto virtual em sobreposição ao real, como se ambos fossem uma coisa só, como foi mostrado na Figura 3.1, onde se olhássemos apenas a tela do celular pensaríamos que realmente a mulher estava diante de um dinossauro.

Além de marcadores, existem técnicas de Realidade Aumentada que utilizam o GPS para inserção de imagens, como o sistema utilizado no jogo Pokemon GO. A geolocalização fornecida pelo GPS também está sendo utilizada nas últimas gerações de sistemas de posicionamento de veículos, integrando a imagem real da estrada em que o veículo está com o trajeto fornecido pelo aparelho GPS.

Um terceiro exemplo do uso da Realidade aumentada é na medicina, como mostrado na Figura 3.5, onde mostra uma das primeiras cirurgias realizada utilizando essa tecnologia. Na cidade de Hamburgo na Alemanha, a equipe médica do professor Karl Oldhafer fez a cirurgia com o auxílio de um tablet, desta forma os cirurgiões visualizaram informações sobre o planejamento da cirurgia e puderam ter mais controle na hora do procedimento.

Figura 3.5: Imagem mostrando uma aplicação prática do uso da realidade aumentada na medicina.



Fonte: REALIDADE AUMENTADA, 2017.

Durante a cirurgia mostrada na Figura 3,5, o fígado foi filmado por um tablet, que sobrepôs à imagem do órgão em terceira dimensão em um modelo idêntico. Esse recurso ajudou a localizar estruturas críticas como tumores e vasos. Para isto, eles fizeram exames de imagem do órgão antes da operação, permitindo uma reconstrução completa da imagem em 3D no computador. Após isto, com a tecnologia de Realidade Aumentada foi possível projetar a imagem na tela do tablet sobre as imagens que estavam sendo filmadas no momento da cirurgia, isso possibilitou a localização precisa das partes que deviam ser corrigidas, conforme mostrado na Figura 3.5.

3.4. O ARToolKit

O ARToolKit é uma biblioteca de software, desenvolvida pelo Dr. Hirokazu Kato, que permite o desenvolvimento de interfaces baseadas na realidade aumentada. Ele usa técnicas de visão computacional para calcular a posição no espaço real da câmara e sua orientação em relação às marcas, permitindo ao programador sobrepor objetos virtuais na localização das marcas, como mostrado na Figura 3.6. A biblioteca disponibiliza código fonte tornando possível a implementação em diversas plataformas.

Figura 3.6: Imagem mostrando o planeta Terra sendo projetado sobre um marcador.



Fonte: Autor, 2017.

A complexidade do desenvolvimento das aplicações de Realidade Aumentada é calcular precisamente, em tempo real, o ponto de observação do usuário, para

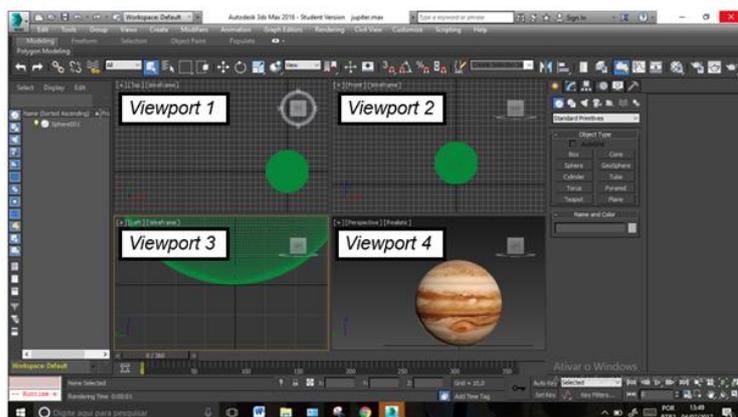
somente então projetar corretamente os objetos virtuais no mundo real (Cabelo, 2009). Este é o principal objetivo da biblioteca ARToolKit, ou seja, rastrear rapidamente e calcular a posição real da câmera e de seus marcadores de referência possibilitando que o programador acrescente objetos virtuais sobre estes marcadores no mundo real.

3.5. O software 3Ds Max

Além do marcador e do software ARToolKit, é preciso um software para modelar os objetos tridimensionais que serão inseridos nas imagens do mundo real, como o planeta que foi mostrado na Figura 3.6. Para isto, podemos usar o 3Ds Max, que foi o software que utilizamos para desenvolver nosso jogo. Antes de ser chamado de Autodesk 3Ds Max ele chamava-se 3D Studio (daí vem o 3dS antes do Max), e surgiu nos anos 90.

O 3Ds Max é um software desenvolvido para quem trabalha com Modelagem 3D, renderização, animação e composição 3D, ou seja, é mais especificamente utilizado, nos campos de criação de jogos ou videogames, para animações usadas no cinema, para comerciais de TV e animações para televisão, assim também como é utilizado para a visualização elaborada de projetos 3D. Esse software pode ser encontrado tanto na versão paga como de forma gratuita. Nesse caso, a licença é para estudantes e educadores, permanecendo dessa forma por três anos. O layout do 3Ds Max® pode conter até quatro *viewports* (janelas de exibição), como mostrado na Figura 3.7.

Figura 3.7: Tela principal do 3DS Max mostrando as quatro janelas (viewports) de exibição possíveis.



Fonte: Autor, 2017.

Dentro do mercado de trabalho, praticamente todas as empresas envolvidas no mercado de games utilizam o 3Ds Max. Dentre as várias possibilidades que fazem dele um software muito utilizado, podemos citar a grande variedade de opções para pinturas texturizadas¹, mapeamento e camadas que ele possui, que permitem então a criação de objetos 3D com texturas reais, como mostrado na Figura 3.8.

Figura 3.8: Tela do 3Ds Max mostrando um exemplo de texturização onde criamos o planeta Júpiter a partir de uma esfera e colocamos nela a textura referente a este planeta.



Fonte: Autor, 2017.

Além dos recursos já citados, este programa dispõe de ótimos recursos e ferramentas para animações 3D de alta qualidade. Com ele podemos criar animações de personagens (bonecos ou pessoas com aparência real), e criar efeitos dinâmicos, incluindo movimentação e cenas.

A seguir, falaremos um pouco sobre o nosso sistema solar, já que o jogo que nós desenvolvemos é justamente sobre ele.

¹ Textura é o material de revestimento que se pode colocar no objeto, como por exemplo, ao se desenhar uma casa, pode-se representá-la com as paredes "texturizadas" com tijolo aparente, azulejos, pintura, etc.

4. O SISTEMA SOLAR

O objetivo deste Capítulo é fazer um breve resumo histórico do desenvolvimento da astronomia e das Leis de Kepler para o movimento dos planetas, que foram enunciadas por ele, de forma qualitativa, baseadas na observação sistematizada de dados astronômicos. Por fim, encerraremos o capítulo demonstrando como essas Leis podem ser obtidas a partir do tratamento mediante às Leis de Newton e conceitos de geometria analítica.

4.1. O movimento dos astros: dos gregos antigos ao século XV

A observação do espaço bem como do comportamento dos corpos celestes remonta desde os tempos mais antigos. Desde o horário do nascer e pôr do Sol, as fases da Lua e até mesmo a identificação de luminares como planetas, estrelas e cometas sempre tiveram influência sobre a cultura, ciência e religiosidade de diversos povos, em diversas épocas da História.

Do século VI até o início da Era Cristã, a Grécia Antiga foi a sede ocidental de uma impressionante manifestação cultural, representada por filósofos e artistas que se debruçaram sobre os mais variados campos, como a Arquitetura, a Escultura, a Acústica (chamada Harmônica), Medicina, Mecânica (dos movimentos cotidianos bem como o dos Astros) e Literatura (Ponczek, 2011, p. 49).

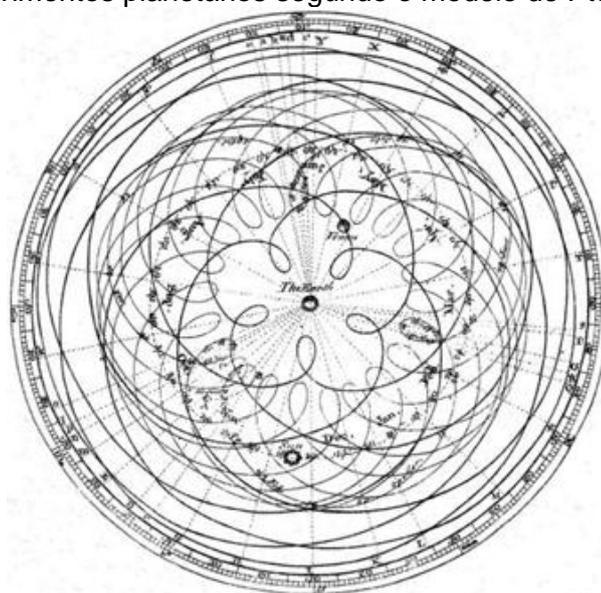
Uma das primeiras descrições de movimentos dos corpos celestes foi dada pelo filósofo grego Aristóteles (384 - 322 a. C.), cuja Mecânica dividiu os movimentos em dois tipos: os naturais, produzidos por causas internas e os violentos, produzidos por causas externas. Os movimentos dos corpos celestes estavam classificados como naturais e tinham sua trajetória como circular uniforme. A justificativa para essa trajetória era pelo fato de esses corpos celestes serem constituídos de um Quinto Elemento ou “Quinta Essência” além dos conhecidos quatro elementos terrestres (fogo, ar, água, terra), o que conferia aos astros serem imutáveis perfeitos e terem trajetória perfeita, a circular (Ponczek, 2011, p. 64)

A Mecânica Aristotélica embasou o sistema geocêntrico e geoestático (defendido posteriormente por Ptolomeu) e, com uma simples experiência e argumentos também não tão complexos, esse modelo foi aceito e defendido por

séculos. Ao atirar uma pedra para cima, ela volta cair sobre a Terra no movimento vertical descendente o que lhe faz retornar ao mesmo ponto do lançamento, ou seja, as nossas mãos. Daí, é possível tirar duas principais conclusões, baseadas na mecânica aristotélica: 1º) como a pedra busca seu lugar natural, que é a Terra, logo esta deve ser o centro do universo e não um local aleatório no Universo; 2º) a Terra não se move, é estática; caso ela se movesse para leste, por exemplo, a pedra cairia a oeste das nossas mãos, inevitavelmente.

Baseado na Mecânica Aristotélica, o astrônomo e matemático egípcio Claudius Ptolomeu (110 - 170 d. C.) “apresentou uma descrição matemática detalhada dos movimentos do Sol e da Lua sendo capaz de prever precisamente as datas dos futuros eclipses, tanto Solares quanto lunares” (Ponczek, 2011, p. 69). Usando diversos recursos geométricos Ptolomeu descreveu a órbita dos cinco planetas conhecidos ao redor da Terra como elípticas, sendo a terra um dos focos não deixando de usar o círculo como uma figura básica dos seus diagramas, como mostrado na Figura 4.1.

Figura 4.1: Ilustração da primeira edição da Enciclopédia Britânica (1777), mostrando a representação dos movimentos planetários segundo o modelo de Ptolomeu.



Fonte: GUEDES, 2011.

É importante destacar que séculos mais tarde Tomás de Aquino (1225-1274) importantíssima figura da filosofia medieval Cristã, baseou toda sua filosofia (a Patrística) nas ideias aristotélicas e incorporou-as ao corpo dogmático do

Cristianismo, tornando-as verdades incontestáveis (Ponczek, 2011, p. 66). Nesse compêndio de ideias, estava o modelo geocêntrico e geostacionário de Ptolomeu.

No século XVI diversos acontecimentos ocorreram no sentido de combater o modelo de Ptolomeu e sua defesa irrefutável pela Igreja Católica Romana: além dos movimentos da Reforma Protestante, na Alemanha por Martinho Lutero e na Suíça por João Calvino, as explorações dos grandes navegadores europeus apontavam erros na geografia de Ptolomeu e exigiam revisão (ou substituição) de sua teoria para obtenção de dados mais precisos (Nussenvieg, 2013, p. 235). Nesse mesmo século, o astrônomo e matemático polonês Nicolau Copérnico começou a defender um novo sistema de movimento dos corpos celestes que contrariava totalmente o de Ptolomeu, resgatando a ideia já defendida pelo antigo filósofo grego Aristarco de Samos (século III a. C) de que os planetas se moviam ao redor do Sol. Apesar de a sua principal obra *De revolutionibus orbium coelestium* (Das Revoluções dos Corpos Celestes) só ser publicada no mesmo ano da sua morte, em 1543, suas ideias foram desenvolvidas e conhecidas por muitas pessoas, anos antes disso.

Em resumo, Copérnico defendeu um sistema heliocêntrico com o Sol no centro do universo e com os seis planetas conhecidos, incluindo a Terra, girando ao seu redor com órbitas circulares, onde cada planeta girava em velocidades diferentes e a Lua girando em órbita circular ao redor da Terra. O fenômeno do dia e da noite foi explicado por ele pelo fato de a Terra também girar em torno de si mesma.

Figura 4.2: Ilustração representativa dos movimentos planetários e das estrelas fixas em torno do Sol, conforme o modelo de Copérnico.



Fonte: SANTOS, 2017.

Apesar de ser descrito com mais simplicidade que modelo de Ptolomeu, o sistema de Copérnico ia contra os sentidos do senso comum e não explicava com argumentos empíricos as questões do heliocentrismo como:

Por que os corpos insistem em cair para o centro da terra e não para o sol já que este é o centro do universo?
Por que não somos atirados para fora da terra como ocorre no carrossel em rotação?
Por que uma pedra atirada para cima volta às nossas mãos?
Por que as estrelas parecem não se mover? (Ponczek, 2011, p. 74)

Para responder essas perguntas seria necessário a contribuição dos astrônomos e matemáticos que vieram após Copérnico. Entretanto, vale destacar que a sua contribuição para ciência dos movimentos dos astros foi de valor inestimável, numa época turbulenta entre os debates de ciência e fé na Idade Média; a história da ciência chama a sua contribuição de revolução copernicana, onde não somente Copérnico, mas também os cientistas que vieram após ele, deram contribuições significativas neste sentido, a saber Galileu Galilei, Johannes Kepler e Isaac Newton.

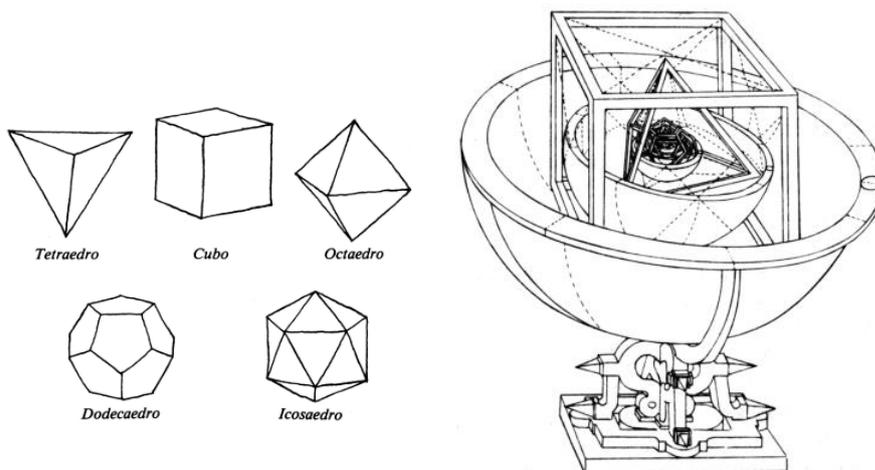
4.2. Johannes Kepler e suas Leis dos Movimentos Planetários

A descrição dos movimentos dos planetas através das Leis da Física se confunde na História com o próprio nascimento desta ciência, quando encontramos nomes como Galileu Galilei, Johannes Kepler e Isaac Newton nas diversas leis físicas, até hoje aceitas, que corroboram com a correta descrição desta fenomenologia. Apesar de não ser o objetivo central deste trabalho, defendemos aqui a suma importância do conhecimento histórico da Ciência, uma vez que este pode trazer contribuições significativas, para além do conhecimento cognitivo, no tocante à melhor compreensão dos próprios conceitos científicos bem como na geração de boas atitudes e valores do indivíduo em sua sociedade. Sobre isso, escreve Bastos Filho (2012):

Defendemos a tese segundo a qual a inserção e o entrelaçamento de ambas as disciplinas de História da Física e de Filosofia da Física no contexto do Ensino de Física sejam expedientes que melhoram a própria compreensão dos conteúdos da Física e que, além disso, e não menos importante que isso, também contribuem relevantemente para a emergência de atitudes e valores dos sujeitos envolvidos no processo educacional, independentemente, de serem professores ou estudantes ou ainda no caso do envolvimento de outras pessoas no contexto de uma educação não necessariamente formal. (Bastos Filho, 2012, p. 65)

O alemão Johannes Kepler (1571-1630) foi professor de matemática e astronomia na escola protestante em Graz, na Áustria, com apenas 23 anos de idade. Sempre teve muito interesse na astronomia (e também astrologia) defendendo desde muito jovem o sistema heliocêntrico de Copérnico. Ainda em Graz, Kepler publicou em 1598 a obra *Mysterium Cosmographicum* (O Mistério Cosmográfico) na qual tentou defender o sistema heliocêntrico de Copérnico baseado nos sólidos geométricos regulares, aos quais ele teve contato ao estudar o quadrivium grego. Sua ideia foi de um sistema geométrico constituído de uma esfera circunscrita aos cinco sólidos regulares (cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro) totalizando seis esferas concêntricas de raios que seriam iguais as trajetórias circulares dos seis planetas conhecidos (Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno, além da Terra) em torno do Sol.

Figura 4.3: Ilustração representativa dos cinco sólidos geométricos regulares (à esquerda) e da esfera armilar de Kepler (à direita), onde o mesmo propôs explicar a órbita dos planetas em torno do Sol como as circunferências circunscritas nos cinco sólidos.



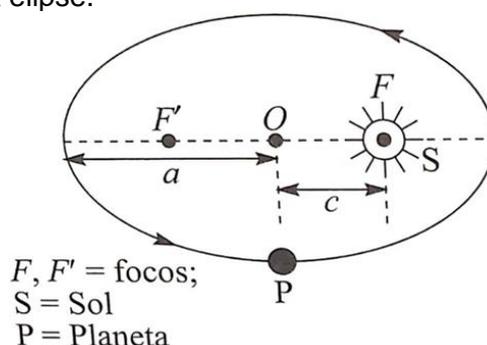
Fonte: CCVALG, 2017.

Tensões de ordem política e religiosa obrigaram Kepler sair de Graz, o qual encontrou emprego e morada em Praga, atual República Tcheca, ao lado do astrônomo real Tycho Brahe; este tinha um grande aparato de “fabulosos instrumentos, torres imensas, grandes globos de bronze, onde ele marcava a posição dos astros” (Nussenneig, 2013, p. 79) que observava a olho nu, com o fomento do Rei Frederico II e, posteriormente, do Imperador Rodolfo II.

Um ano após trabalharem em colaboração, Brahe morreu deixando o legado de seus instrumentos e mais de 20 anos de observação. Kepler dedicou-se a

analisar a trajetória tão excêntrica de Marte, recorrendo a diversos artifícios matemáticos e geométricos e, somente oito anos depois, conseguiu identificar a curva da órbita de Marte como uma elipse e não circular, como se acreditava e que o mesmo valia para os demais planetas; essa é a primeira de suas três leis: “1ª Lei de Kepler (lei das órbitas): as órbitas descritas pelos planetas em redor do Sol são elipses com o Sol num dos focos.” (Nussenzveig, 2013, p. 240), como pode ser visto na Figura 4.4.

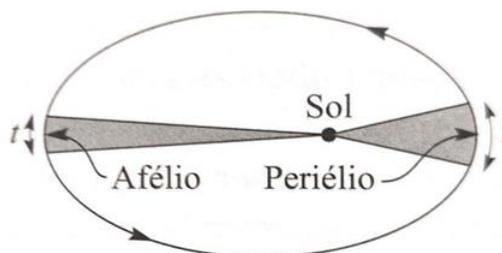
Figura 4.4: Ilustração representativa da trajetória elíptica de um planeta P em torno do Sol, o qual ocupa um dos focos F da elipse.



Fonte: NUSSENZVEIG, 2013.

Devido ao formato da trajetória dos planetas e aos dados que Kepler possuía em mãos, ele percebeu que os planetas não apresentavam velocidades constantes na órbita; mais próximos ao Sol, essas velocidades aumentavam. Apesar de o modelo empregado por Kepler para explicar esse fenômeno estivesse completamente errado, ele chegou a uma correta conclusão, que é a sua segunda lei: “2ª Lei de Kepler (lei das áreas): o raio vetor que liga um planeta ao sol descreve áreas iguais em tempos iguais” (Nussenzveig, 2013, p. 241), como esquematizado na Figura 4.5.

Figura 4.5: Ilustração representativa de duas áreas (sombreadas) “varridas” pelo raio que liga um planeta P ao Sol, durante sua órbita, no afélio e no periélio.



Fonte: NUSSENZVEIG, 2013.

Essas duas primeiras leis foram publicadas por Kepler na obra *Astronomia Nova* em 1609. Assim como em relação as duas primeiras leis, em que Kepler acreditava em causas divinas para a plena explicação dos fenômenos, ele também acreditava existir uma relação entre as órbitas de diferentes planetas, especificamente entre os raios médios das órbitas e os períodos de revolução. Após quase 10 anos de tentativas de encontrar regularidade nos dados astronômicos de Brahe e dele mesmo, Kepler publica, em 1619, na obra *Harmonicus Mundi* sua terceira lei: “3ª Lei de Kepler (lei dos períodos): os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos de suas distâncias médias ao Sol” (Nussenzveig, 2013, p. 241).

Matematicamente, denotando respectivamente T_i e R_i o período de revolução e o raio médio da órbita o i -ésimo planeta, podemos escrever que:

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \text{constante.} \quad (4.1)$$

A Figura 4.6 é uma tabela mostrando os valores obtidos por Kepler e os considerados por Copérnico de T_i e R_i para alguns planetas para verificação.

Figura 4.6: Tabela ilustrativa com os valores dos períodos de revolução e de distâncias médias ao Sol para os planetas usados por Copérnico e seus valores atuais.

Planeta	Valores de Copérnico			Valores atuais		
	T (anos)	R (U.A.)	T^2/R^3	T (anos)	R (U.A.)	T^2/R^3
Mercúrio	0,241	0,38	1,06	0,241	0,387	1,00
Vênus	0,614	0,72	1,01	0,615	0,723	1,00
Marte	1,881	1,52	1,01	1,881	1,524	1,00
Júpiter	11,8	5,2	0,99	11,862	5,203	1,00
Saturno	29,5	9,2	1,12	29,457	9,539	1,00

Fonte: NUSSENZVEIG, 2013.

Apesar de as leis de Kepler estarem corretas do ponto de vista da física que entendemos hoje, elas foram obtidas por ele a partir de dados empíricos quando não havia o desenvolvimento pleno do cálculo diferencial e integral, nem da geometria analítica. Também Kepler não soube explicar à luz da racionalidade científica a causa dos movimentos dos planetas ao redor do sol. Somente com Galileu Galilei e Isaac Newton, com a instituição do método científico e da proposição de leis de movimento baseadas na demonstração racional pelo uso de ferramentas

matemáticas, como do cálculo diferencial e integral, é que estas leis puderam ser melhor explicadas posteriormente.

4.3. Galileu Galilei e suas contribuições para a Astronomia

O contemporâneo de Kepler na Itália, Galileu Galilei (1564-1642), marcou o estudo da Astronomia ao adaptar um instrumento utilizado como brinquedo até então, o telescópio, “que ampliava a área dos objetos por um fator da ordem de 1000, reduzindo sua distância aparente por um fator da ordem de 30” (Nussenzveig, 2013, p. 242) e apontou-o para o céu em 1609. Não obstante suas contribuições em outras áreas da ciência, esse foi um marco crucial para a História da Astronomia e da Ciência. Galileu publicou em 1610, na obra *Sidereus Nuncius* (O Mensageiro das Estrelas), as diversas observações feitas com o telescópio; dentre elas destacamos, conforme Ponczek (2011, p. 83):

- A existência de crateras e montanhas sobre a superfície da lua, diferindo da ideia aristotélica de que esta era uma esfera perfeita;
- As fases de Vênus similares às da lua, que conseqüentemente levava à conclusão de que sua luz não é própria, mas solar, contradizendo também o sistema de Ptolomeu que previa a sua órbita como um epíclito contido inteiramente entre o Sol e a Terra, algo que mostraria esse planeta sempre da mesma forma e não em fases;
- As quatro luas de Júpiter, que giravam em torno dele, contrariando também o sistema geocêntrico e o argumento aristotélico de que se a Terra se movesse, deixaria a Lua, seu satélite natural, para trás; dentre outras.

Não se pode deixar de citar a importante obra de Galileu e intitulada Diálogo sobre os Dois Principais Sistemas do Mundo, publicado em 1632, na qual personagens dialogam defendendo sistemas de Ptolomeu e de Copérnico. O clero da época atribuiu as falas da personagem Simplicio, que defendia o sistema geocêntrico, ao Papa Urbano VIII, o que levou Galileu a ser julgado pelo Santo Ofício e a ser condenado à prisão domiciliar perpétua.

4.4. Isaac Newton e a Mecânica Newtoniana

No ano da morte de Galileu Galilei em 1642 nasce na Inglaterra Isaac Newton Filho póstumo de um fazendeiro, teve bastantes dificuldades financeiras durante a infância e adolescência e, com ajuda de um tio, entrou em Cambridge em 1662 para estudar matemática e bacharelou-se em 1665, permanecendo ainda em Cambridge. No ano de 1665, a peste negra assolou a Europa dizimando cerca de 70 mil pessoas na Inglaterra; com as portas de Cambridge fechadas, Newton refugiou-se na sua fazenda em Woolrshorpe. Chamado de *annus mirabilis*, nesse ano de isolamento Newton fez uma série de contribuições científicas que marcaram a história da ciência entre 1665 e 1666; delas se destacam, conforme o próprio relatou cinquenta anos mais tarde, conforme Nussenzveig (2013, p. 244):

- Binômio de Newton e a série binomial;
- Fórmula da interpolação de Newton;
- Cálculo diferencial ou método direto das fluxões;
- Decomposição da luz branca por um prisma;
- Cálculo integral ou método inverso das fluxões e
- Lei da Gravitação Universal.

Esta última é de extrema importância para explicação racional do que conhecemos como o fenômeno da gravidade. Reunindo os resultados obtidos por Kepler sobre as órbitas dos planetas e os de Galileu Galilei sobre a aceleração dos corpos em queda próximos à superfície da Terra, Newton então enuncia que o que mantém os planetas em órbita é uma força central que varia inversamente com o quadrado da distância aos centros dos quais descrevem suas órbitas, e que é a mesma força que atrai os corpos para o centro da Terra. Essa é a **Lei da Gravitação Universal**, que em termos matemáticos, escrevemos hoje como:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}. \quad (4.2)$$

sendo m_1 e m_2 as massas dos dois corpos considerados e d a distância entre eles; a constante de gravitação G tem valor estimado hoje de $6,67408 \cdot 10^{-11}$ N.m²/kg².

Assim, Newton traz o triunfo à revolução copernicana com a explicação do porquê das órbitas dos corpos celestes. Para tanto, ele precisava desenvolver e formalizar todo o desenvolvimento da sua teoria “num sistema coerente e axiomático de leis matemáticas que veio a lume primeiramente em 1684-1685 na obra *De Motu Corporum in Gyrum* (Sobre os Movimentos dos Corpos em Rotação)” (Ponczek, 2011, p. 104). Nessa obra, Newton demonstrou que ocorre uma órbita elíptica quando o objeto está submetido a uma força que seja proporcional ao inverso do quadrado da distância, como constava nas leis de Kepler.

Ao publicar, em 1687 o livro *Principia Philosophiae Mathematica Naturalis* (Princípios Matemáticos de Filosofia Natural), abreviadamente conhecido como *Principia*, Newton expõe suas três leis do movimento, sobre as quais fundamenta toda a sua Mecânica, tanto dos corpos terrestres, quanto celestes. Essas conhecidas leis são enunciadas a seguir como:

Lei I: Todo corpo permanece em seu estado de repouso ou movimento uniforme em linha reta a menos que seja obrigado a mudar seu estado por forças impressas nele;

Lei II: a mudança do movimento é proporcional à força motriz impressa e se faz segundo a linha reta pela qual se imprime a força;

Lei III: a uma ação sempre se opõe uma reação igual, ou seja, as ações de dois corpos um sobre o outro são iguais e se dirigem a partes contrárias. (Ponczek, 2011, p. 106).

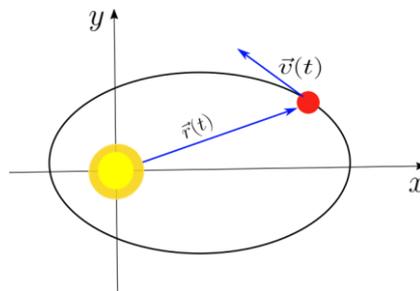
Nessas duas obras citadas, Newton explicou uma série de fenômenos com o uso das Leis por ele desenvolvidas: o achatamento da Terra devido a sua rotação e a precessão dos equinócios devido a esse achatamento; a trajetória elíptica do cometa Halley; as marés como consequência da atração gravitacional da Lua e a possibilidade de lançamento de satélite artificiais da Terra, calculando inclusive a velocidade necessária para tal.

A seguir, iremos expor a demonstração matemática das três Leis de Kepler a partir das Leis de Newton, do Cálculo Diferencial e Integral e dos conhecimentos da Geometria Analítica.

4.5. Demonstração da 1ª Lei de Kepler

Vamos considerar um sistema isolado composto do Sol e um planeta girando em torno dele, como esquematizado na Figura 4.7. Uma vez que a força gravitacional exercida pelo Sol sobre o planeta é muito maior que as forças exercidas por outros corpos celestes, iremos desprezar a influência de outras forças sobre o sistema.

Figura 4.7: Representação da órbita do planeta girando em torno do Sol, com este na origem do sistema de coordenadas.



Fonte: Autor, 2017.

O sistema de coordenadas terá como origem o Sol e tomemos $\vec{r} = \vec{r}(t)$ o vetor posição; logo o vetor velocidade será:

$$\vec{v} = \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \vec{r}' \quad (4.3)$$

e o vetor aceleração é:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \vec{r}'' \quad (4.4)$$

Pela Segunda Lei do Movimento de Newton temos que,

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad (4.5)$$

e pela Lei da Gravitação Universal de Newton que:

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{|\vec{r}|^3}\vec{r} = -\frac{GMm}{|\vec{r}|^2}\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = -\frac{GMm}{|\vec{r}|^2}\hat{r}. \quad (4.6)$$

em que \vec{F} é a força gravitacional sobre o planeta, m e M são as massas do planeta e do Sol, respectivamente, G é a constante de gravitação universal e \hat{r} é o versor (vetor unitário que aponta na mesma direção de \vec{r}).

Igualando as equações (4.5) e (4.6), obtemos que:

$$m\vec{a} = -\frac{GMm}{|\vec{r}|^3}\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r}. \quad (4.7)$$

onde $r = |\vec{r}|$, temos que o vetor aceleração \vec{a} é paralelo ao vetor posição \vec{r} ; sendo assim, o produto vetorial entre eles é nulo:

$$\vec{r} \times \vec{a} = 0. \quad (4.8)$$

Se \vec{u} e \vec{w} são funções vetoriais diferenciáveis, então vale a seguinte regra de derivação para o produto vetorial:

$$\frac{d}{dt} [\vec{u}(t) \times \vec{w}(t)] = \vec{u}'(t) \times \vec{w}(t) + \vec{u}(t) \times \vec{w}'(t). \quad (4.9)$$

Aplicando a equação (4.9) para os vetores posição \vec{r} e velocidade \vec{v} , temos:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\vec{r} \times \vec{v}] &= \vec{r}' \times \vec{v} + \vec{r} \times \vec{v}' \\ &= \vec{v} \times \vec{v} + \vec{r} \times \vec{a} \\ &= 0. \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde usamos a equação (4.8) e o fato de que o produto vetorial de um vetor qualquer \vec{u} por ele mesmo é nulo. Ao ser integrada a equação (4.10) implica que:

$$\vec{r} \times \vec{v} = \vec{h}. \quad (4.11)$$

em que \vec{h} é um vetor constante diferente de zero, uma vez que os vetores \vec{r} e \vec{v} não são paralelos. Sendo \vec{h} um vetor obtido de um produto vetorial, temos que ele é ortogonal ao plano que contém \vec{r} e \vec{v} para todos instantes de tempo t ; logo, a órbita do planeta é uma curva plana.

Agora, vamos reescrever a equação (4.11) levando em conta (4.3) e a definição de vetor unitário ($\hat{r} = \left(\frac{1}{r}\right)\vec{r}$):

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v} = \vec{r} \times \vec{r}' = r\hat{r} \times (r\hat{r})' \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned}
&= r\hat{r} \times (r\hat{r}' + r'\hat{r}) = r^2 (\hat{r} \times \hat{r}') + rr'(\hat{r} \times \hat{r}) \\
&= r^2 (\hat{r} \times \hat{r}').
\end{aligned}$$

Para atingirmos nosso objetivo, que é de escrever uma equação para a trajetória, nos será útil avaliar:

(i) $\vec{a} \times \vec{h}$: usando as equações (4.12) e (4.6), temos:

$$\vec{a} \times \vec{h} = -\frac{GM}{r^2} \hat{r} \times (r^2 \hat{r} \times r^2 \hat{r}') = -GM \cdot \hat{r} \times (\hat{r} \times \hat{r}'). \quad (4.13)$$

Este produto vetorial apresenta a seguinte propriedade: supondo $\vec{\ell}$, \vec{m} e \vec{n} três vetores, então vale a seguinte relação:

$$\vec{\ell} \times (\vec{m} \times \vec{n}) = (\vec{\ell} \cdot \vec{n})\vec{m} - (\vec{\ell} \cdot \vec{m})\vec{n}. \quad (4.14)$$

Logo, a equação (4.13) pode ser reescrita como:

$$\vec{a} \times \vec{h} = -GM[(\hat{r} \cdot \hat{r}')\hat{r} - (\hat{r} \cdot \hat{r})\hat{r}']. \quad (4.15)$$

(ii) $\hat{r} \cdot \hat{r}'$: sabendo que

$$\begin{cases} \hat{r} \cdot \hat{r} = |\hat{r}|^2 = 1 & \text{e} \\ |\hat{r}(t)| = 1. \end{cases} \quad (4.16)$$

Mostra-se facilmente que, para qualquer vetor $\vec{w}(t)$ onde seja válido que:

$$\vec{w} \cdot \vec{w} = \text{cte}. \quad (4.17)$$

Então:

$$\frac{d}{dt} [\vec{w} \cdot \vec{w}] = 0. \quad (4.18)$$

Considerando a regra do produto para derivada e que o produto escalar é comutativo, então:

$$\begin{aligned}
&\vec{w}' \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot \vec{w}' = 0, \\
&2\vec{w} \cdot \vec{w}' = 0 \implies \vec{w} \cdot \vec{w}' = 0.
\end{aligned} \quad (4.19)$$

da qual, concluímos que:

$$\hat{r} \cdot \hat{r}' = 0. \quad (4.20)$$

Então, a quantidade $\vec{a} \times \vec{h}$ na equação (4.15), devido a equação (4.20), torna-se:

$$\vec{a} \times \vec{h} = GM\hat{r}'. \quad (4.21)$$

a qual reescrevemos como uma derivada; uma vez que $\vec{a} = \dot{\vec{v}}$ e $\dot{\vec{h}} = 0$:

$$\begin{aligned} (\vec{v} \times \vec{h})' &= \dot{\vec{v}} \times \vec{h} + \vec{v} \times \dot{\vec{h}} \\ &= \vec{a} \times \vec{h}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

o que implica em:

$$(\vec{v} \times \vec{h})' = GM\hat{r}' \quad (4.23)$$

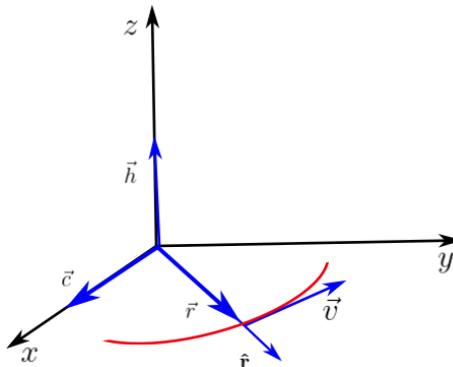
Integrando ambos os lados da equação acima, então obtemos que:

$$\vec{v} \times \vec{h} = GM\hat{r} + \vec{c} \quad (4.24)$$

na qual \vec{c} é um vetor constante, coplanar a \hat{r} e, portanto, coplanar também a \vec{r} .

Vamos descrever, a partir de agora, o movimento do planeta em coordenadas polares; para uma melhor visualização nas coordenadas cartesianas, vamos fazer uma escolha na direção do vetor \vec{h} , tal que ele aponte na direção do eixo z . Neste caso, como \vec{h} é o resultado do produto vetorial entre \vec{r} e \vec{v} , aquele é perpendicular ao plano que contém estes; como \vec{h} está na direção do vetor de base canônica \vec{k} , segue que \vec{r} e \vec{v} estão no plano xy , assim como também está nesse plano o vetor \vec{c} da equação (4.24). Vamos escolher a direção de \vec{c} coincidente com o vetor da base canônica \hat{i} , como mostrado na Figura 4.8.

Figura 4.8: Representação dos vetores citados no texto posicionados num sistema de coordenadas. A linha curva vermelha representa a trajetória do planeta, que se move em torno do Sol, com este na origem.



Fonte: Autor, 2017.

Se θ é o ângulo entre os vetores \vec{c} e \vec{r} , logo as coordenadas polares da órbita do planeta são (r, θ) . Considerando a equação (4.24) vamos calcular o seguinte produto escalar:

$$\begin{aligned}\vec{r} \cdot (\vec{v} \times \vec{h}) &= \vec{r} \cdot GM\hat{r} + \vec{c} \\ &= GM\vec{r} \cdot \hat{r} + \vec{r} \cdot \vec{c}.\end{aligned}\quad (4.25)$$

Lembrando que:

$$\begin{cases} \vec{r} = |\vec{r}|\hat{r} = r\hat{r} \\ \vec{r} \cdot \vec{c} = |\vec{r}||\vec{c}|\cos\theta = rccos\theta \end{cases}\quad (4.26)$$

sendo c o módulo de \vec{c} ; então:

$$\begin{aligned}\vec{r} \cdot (\vec{v} \times \vec{h}) &= GMr\hat{r} \cdot \hat{r} + rccos\theta \\ &= GMr + rccos\theta.\end{aligned}\quad (4.27)$$

donde calculamos r :

$$\begin{aligned}r &= \frac{\vec{r} \cdot (\vec{v} \times \vec{h})}{GM + c\cos\theta} = \frac{\vec{r} \cdot (\vec{v} \times \vec{h})}{GM\left(1 + \frac{c}{GM}\cos\theta\right)} \\ r &= \frac{\vec{r} \cdot (\vec{v} \times \vec{h})}{GM(1 + e\cos\theta)}\end{aligned}\quad (4.28)$$

em que $e = \frac{c}{(GM)}$. A quantidade do numerador pode ser calculada como:

$$\begin{aligned}\vec{r} \cdot (\vec{v} \times \vec{h}) &= (\vec{r} \times \vec{v}) \cdot \vec{h}, \\ \vec{h} \cdot \vec{h} &= |\vec{h}|^2 = h^2.\end{aligned}\quad (4.29)$$

Sendo h o módulo de \vec{h} ; dessa forma, voltando a equação (4.28) temos:

$$r = \frac{h^2}{GM(1 + e\cos\theta)} = \frac{\frac{h^2}{GM}}{1 + e\cos\theta},\quad (4.30)$$

mas, considerando que $e = \frac{c}{(GM)}$, implica que $GM = \frac{c}{e}$ e escrevendo, $d = \frac{h^2}{c}$, então:

$$r = \frac{d^2/(c/e)}{1 + e\cos\theta} = \frac{e \cdot (h^2/c)}{1 + e\cos\theta}$$

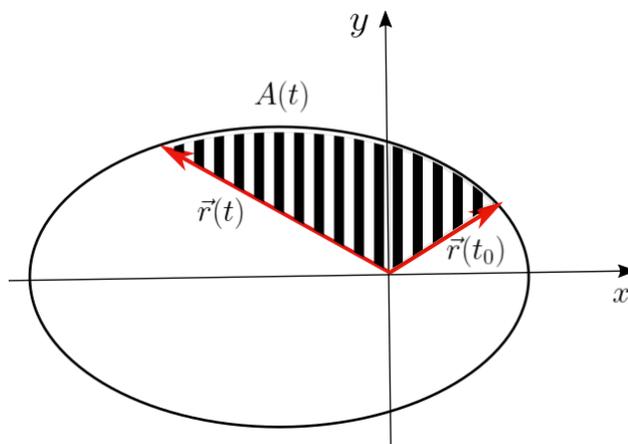
$$r = \frac{e \cdot d}{1 + e \cos \theta} \quad (4.30)$$

Esta última equação é a forma polar de uma seção cônica cujo foco está na origem, d é a posição da reta diretriz e e é a excentricidade da cônica; como a órbita do planeta é uma curva fechada implica que a cônica em questão é a elipse, donde implica também que $e < 1$, o que demonstra a veracidade da 1ª lei de Kepler.

4.6. Demonstração da 2ª Lei de Kepler

Faremos nesta seção a demonstração da segunda lei de Kepler. Para isso, vamos considerar novamente um planeta orbitando em torno do Sol, numa órbita elíptica, com o eixo coordenado posicionado de tal modo que a origem coincida com um dos focos da elipse, como esquematizado na Figura 4.9, que é onde está localizado o Sol.

Figura 4.9: Representação do vetor posição de um planeta que gira em torno do Sol, em instantes de tempo diferentes. A região hachurada corresponde a área “varrida” por esse vetor no intervalo de tempo considerado.



Fonte: Autor, 2017.

O vetor \vec{r} liga o sol à trajetória em cada instante de tempo t ; entre os instantes de tempo t_0 e t . Esse vetor varre uma área $A(t)$, representada pela área hachurada. Usando coordenadas polares, podemos escrever o vetor posição como:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = (r \cos \theta) \hat{i} + (r \sin \theta) \hat{j}, \quad (4.31)$$

sendo $\theta = \theta(t)$ o ângulo polar e r constante. No sistema de coordenadas polares, a área em questão é calculada como:

$$A = A(t) = \int_a^b \frac{1}{2} r^2 d\theta. \quad (4.32)$$

A fim de avaliar a quantidade $r^2 d\theta$ e, conseqüentemente, a área $A(t)$, vamos calcular o vetor \vec{h} , definido na seção anterior, nesse novo sistema de coordenadas. Para tanto, vamos calcular o vetor velocidade a partir da equação (4.3):

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left(-r \operatorname{sen}\theta \frac{d\theta}{dt}\right) \hat{i} + \left(r \operatorname{cos}\theta \frac{d\theta}{dt}\right) \hat{j} \quad (4.33)$$

O vetor constante \vec{h} foi definido como:

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v}. \quad (4.34)$$

Logo, combinando as equações (4.32) e (4.34) e representando o produto vetorial através de um determinante, temos:

$$\vec{h} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r \operatorname{cos}\theta & r \operatorname{sen}\theta & 0 \\ -r \operatorname{sen}\theta \frac{d\theta}{dt} & r \operatorname{cos}\theta \frac{d\theta}{dt} & 0 \end{vmatrix}. \quad (4.35)$$

Que resultará em,

$$\vec{h} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} r \operatorname{sen}\theta & 0 \\ r \operatorname{cos}\theta \frac{d\theta}{dt} & 0 \end{vmatrix} \hat{i} + (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} r \operatorname{cos}\theta & 0 \\ -r \operatorname{sen}\theta \frac{d\theta}{dt} & 0 \end{vmatrix} \hat{j} + (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} r \operatorname{cos}\theta & r \operatorname{sen}\theta \\ -r \operatorname{sen}\theta \frac{d\theta}{dt} & r \operatorname{cos}\theta \frac{d\theta}{dt} \end{vmatrix} \hat{k} \quad (4.36)$$

$$\vec{h} = \left[r^2 \operatorname{cos}^2\theta \frac{d\theta}{dt} - \left(-r^2 \operatorname{sen}^2\theta \frac{d\theta}{dt}\right) \right] \hat{k}$$

$$\vec{h} = r^2 (\operatorname{sen}^2\theta + \operatorname{cos}^2\theta) \frac{d\theta}{dt} \hat{k}$$

$$\vec{h} = r^2 \frac{d\theta}{dt} \hat{k} \quad (4.37)$$

Uma vez que \vec{h} é um vetor constante, a quantidade $r^2 \frac{d\theta}{dt}$ também o é; por conseqüência, temos que:

$$A = \int \frac{1}{2} r^2 d\theta \quad (4.38)$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$$

que pela equação (4.37), concluímos que:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} h = \text{constante.} \quad (4.39)$$

Essa última equação nos leva a seguinte conclusão: *A taxa de variação da área é constante; ou seja; o vetor $\vec{r}(t)$ varre áreas iguais em intervalos de tempos iguais*, como afirma a Segunda Lei de Kepler.

4.7. Demonstração da 3ª Lei de Kepler

Iremos agora fazer a demonstração da terceira lei de Kepler. Para isso, vamos usar a equação (4.39), deduzida na seção anterior, que define a segunda Lei de Kepler:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} h \quad (4.40)$$

Vamos então integrá-la:

$$A = \int_0^T \frac{1}{2} h dt, \quad (4.41)$$

em que T é o tempo gasto para o planeta executar uma revolução (ou seja, o período). A partir disto, obtemos:

$$A = \frac{1}{2} hT \Rightarrow T = \frac{2A}{h}. \quad (4.42)$$

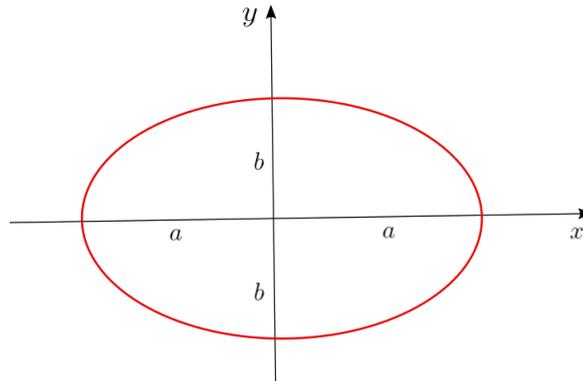
A área A de uma elipse de semieixo maior a e semieixo menor b , como mostrada na Figura 4.10, é dada por:

$$A = \pi ab, \quad (4.43)$$

que substituindo na equação (4.42) nos leva a obter que:

$$T = \frac{2\pi ab}{h}. \quad (4.44)$$

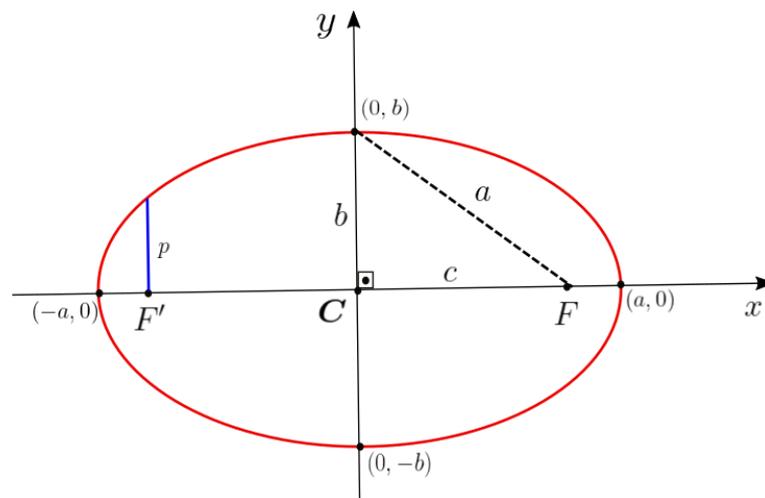
Figura 4.10: Representação de uma elipse, centrada na origem, com semieixo maior a e semieixo menor b .



Fonte: Autor, 2017.

Para o cálculo das quantidades h, a e b , vamos considerar um sistema de coordenadas com origem em um dos focos da elipse, no qual, este foco está a uma distância c do centro da elipse e p é a corda focal perpendicular ao eixo maior, como está representado na Figura 4.11.

Figura 4.11: Representação de uma elipse em que um dos focos coincide com a origem do sistema de coordenadas. A corda perpendicular que passa sobre um dos focos é chamada *latus rectum* $2p$ e sua metade, p é chamada *semi rectum latus*.



Fonte: Autor, 2017.

Na demonstração da 1ª lei de Kepler, mostramos que:

$$e = \frac{c}{GM'} \quad (4.45)$$

e que:

$$d = \frac{h^2}{c}. \quad (4.46)$$

Pela equação (4.45) temos que $c = e.(GM)$. Usando agora este resultado na equação (4.46), obtemos que

$$h^2 = d.c \Rightarrow h^2 = d.e.(GM) \Rightarrow \frac{h^2}{GM} = d.e. \quad (4.47)$$

Agora, aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo da figura acima, temos:

$$a^2 = b^2 + c^2, \quad (4.48)$$

e, considerando que a excentricidade e é dada por:

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow c = e.a. \quad (4.49)$$

e substituindo na equação (4.48), temos:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + (e.a)^2 \\ a^2 &= b^2 + e^2.a^2 \\ a^2 - e^2.a^2 &= b^2 \\ a^2(1 - e^2) &= b^2 \Rightarrow a(1 - e^2) = b. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Agora, vamos calcular o valor de p , também chamando de *semi latus rectum* da elipse. A equação “convencional” é dada por:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (4.51)$$

Entretanto, como a origem está deslocada de c na abscissa, devemos usar a equação

$$\frac{(x - c)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

e iremos tomar nela que $x = 0$ e $y = p$:

$$\frac{(0 - c)^2}{a^2} + \frac{p^2}{b^2} = 1.$$

Resultando que,

$$p^2 = b^2 \left(1 - \frac{c^2}{a^2} \right) \Rightarrow p^2 = b^2 \left(\frac{a^2 - c^2}{a^2} \right). \quad (4.52)$$

Além disto, da equação (4.48) retiramos que:

$$c^2 = a^2 - b^2. \quad (4.53)$$

Usando este resultado na equação (4.52), obtemos que:

$$p^2 = b^2 \left(\frac{a^2 - a^2 + b^2}{a^2} \right)$$

$$p^2 = \frac{b^4}{a^2} \Rightarrow p = \frac{b^2}{a}. \quad (4.54)$$

Usando as equações que descrevem os semieixos a e b e a distância do centro ao foco da elipse c em função da excentricidade e , e da distância d da reta diretriz ao foco, obtemos que:

$$a^2 = \frac{e^2 d^2}{(1 - e^2)^2} \quad (4.55)$$

$$b^2 = \frac{e^2 d^2}{1 - e^2} \quad (4.56)$$

$$c = \frac{e^2 d}{1 - e^2}. \quad (4.57)$$

e substituindo-as na equação (4.54), temos que:

$$p = \frac{b^2}{a} = \frac{\frac{e^2 d^2}{1 - e^2}}{\frac{e d}{1 - e^2}} = \frac{e^2 d^2}{e d} \Rightarrow p = e \cdot d. \quad (4.58)$$

Comparando as equações (4.47), (4.54) e (4.58), podemos escrever:

$$\frac{h^2}{GM} = d \cdot e = \frac{b^2}{a}, \quad (4.59)$$

que, substituindo na equação (4.42), nos fornece que:

$$T = \frac{2\pi ab}{h}$$

$$T^2 = \frac{(2\pi ab)^2}{h^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^2 b^2}{GM \cdot \frac{b^2}{a}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} \cdot a^3. \quad (4.60)$$

Essa equação expressa a 3ª lei de Kepler, que diz que *os quadrados dos períodos de revolução de dois quaisquer planetas estão entre si como os cubos de suas distâncias médias ao Sol*; uma vez que a constante $\frac{4\pi^2}{GM}$ não depende do planeta.

A seguir, iremos descrever o nosso produto educacional, o jogo de astronomia referente o sistema solar, usando a realidade aumentada.

5. O PRODUTO EDUCACIONAL – JOGO DE ASTRONOMIA USANDO REALIDADE AUMENTADA.

Apresentaremos neste capítulo o nosso produto educacional que é o objeto dessa dissertação. Falaremos o porquê da escolha do tema; faremos uma descrição completa do jogo e mostraremos suas regras.

5.1. A escolha do tema

O tema foi escolhido levando-se em consideração as dificuldades que a maioria dos alunos possui em memorizar os nomes dos planetas, bem como suas posições em relação ao sol, além de outros aspectos relacionados a tais astros. A Realidade Aumentada foi utilizada para deixar o jogo mais dinâmico e atrativo para os alunos.

O jogo de tabuleiro usando a realidade aumentada tem como conteúdo estruturante a Astronomia e como conteúdo básico o Sistema Solar.

A justificativa para a escolha do tema é que a Astronomia tem sido objeto de estudo desde a Antiguidade. Ela sempre despertou a curiosidade humana. Essa curiosidade influenciou a humanidade em todos os aspectos, desde o surgimento de algumas religiões até aos maiores feitos tecnológicos existentes atualmente.

O nosso objetivo é relacionar os principais astros celestes e suas características, como também diferenciar os planetas quanto à estrutura física, além de desenvolver entre os alunos o espírito de cooperação.

5.2. Descrição do jogo

O produto educacional desenvolvido consiste em um jogo de perguntas e respostas. Para isso, fazemos uso de um tabuleiro no qual um aluno (Figura 5.1), ou uma equipe, irá percorrer as casas do tabuleiro até parar numa casa onde haverá uma pergunta a ser respondida por ele.

Figura 5.1: Imagem mostrando o tabuleiro do jogo. Uma imagem maior está no APÊNDICE II.



Fonte: Autor, 2017.

O jogo possui 34 cartas de perguntas; 4 cartas de avanço e 4 cartas de recuo. Os alunos são divididos em dois grupos. Antes de iniciar o jogo, eles jogam o dado para ver quem tirou a maior pontuação e assim determinar quem irá iniciar o jogo. Após o início do jogo, cada grupo joga os dados para ver quantas casas eles avançam no tabuleiro. Nesse momento, o grupo retira uma carta do baralho e responde a pergunta nela contida. Se acertar essa pergunta, prossegue o jogo avançando o número de casas equivalente ao número sorteado. Caso a resposta dada seja incorreta, não ocorrerá avanço. Se o número sorteado coincidir com a casa onde tem a conquista do planeta, então o grupo deverá responder a pergunta relacionada aquele planeta. Acertando a resposta conquistará o planeta. Assim o jogo prossegue.

Cada equipe joga os dados um de cada vez. Ganhará o jogo quem conquistar primeiro quatro planetas e o Sol. O jogo foi projetado para durar uma hora e, portanto, pode ser aplicado tranquilamente no período equivalente a duas horas aulas (de 50 minutos cada, totalizando assim 100 minutos), mas se por acaso o tempo for insuficiente para que uma das equipes conquiste quatro planetas e o Sol, ganhará o jogo aquela que tiver conquistado o maior número de planetas.

Caso o professor queira avaliar o aprendizado dos alunos com o jogo, poderá aplicar o questionário contido no APÊNDICE I, antes e após o jogo.

Acreditamos esta ser uma boa prática para avaliar o quanto eles aprenderam com o jogo.

5.3. Instruções do jogo

- 1) O jogo inicia com cada jogador na casa “Início”.
- 2) Serão dois dados usados no jogo. Cada equipe joga os dados uma vez, alternadamente.
 - 2.1- Após a equipe jogar o dado, um dos membros da equipe deve então pegar um cartão do jogo e responder a pergunta que houver no cartão. Caso a equipe erre a pergunta, permanece na casa onde está, caso acerte andará o número de casas correspondente ao valor obtido na soma dos dois dados que foram lançados.
 - 2.2- Quando uma equipe errar uma pergunta do cartão, o cartão deve ser recolocado no baralho do jogo.
 - 2.3- Quando a equipe tirar a carta de avanço, somará 2 ao número obtido da soma dos dados e avançará o mesmo número de casas.
- 3) O jogo segue com cada equipe jogando o dado e respondendo as perguntas do cartão, como descrito acima.

CASA PLANETA - CONQUISTANDO O PLANETA: A equipe só terá direito de conquistar o planeta se, ao jogar o dado, cair na casa “planeta” e acertar a pergunta da carta e, além disto, acertar o nome do planeta correspondente a casa em que caiu. Mas, se cair nela devido a um recuo não terá o direito de conquista-lo.

CASA NAVE: Quando uma equipe jogar o dado e cair na casa “nave” ficará sem jogar durante o tempo que a nave estiver estacionada e passa então a vez para a outra equipe.

CONQUISTA DO SOL: Quando uma das equipes tiver conquistado quatro planetas e cair novamente na casa “planeta”, então, se ele acertar a pergunta do cartão conquistará agora o sol, e vencerá o jogo.

FIM DO JOGO: O jogo irá encerrar se:

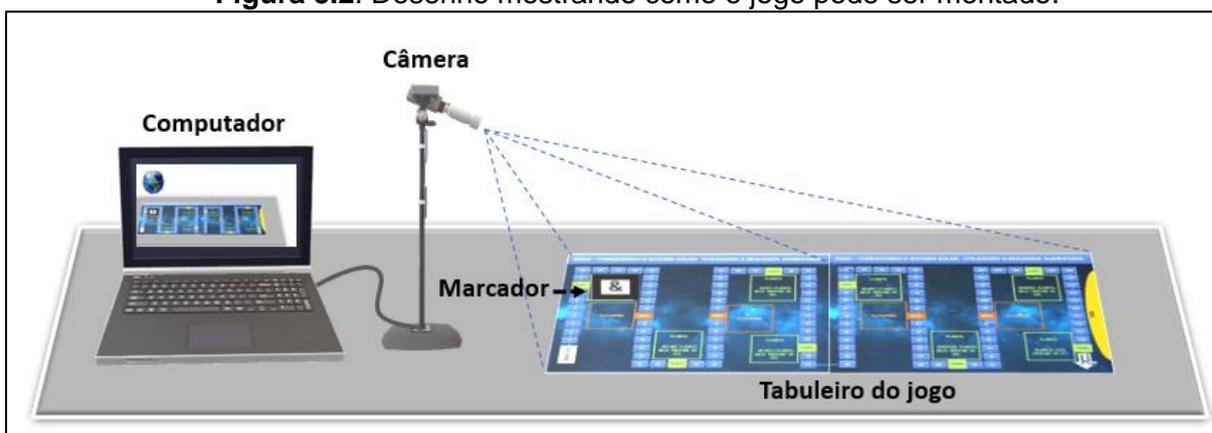
- a. Uma das equipes obtiver quatro planetas mais o Sol.

- b. Durar mais de uma hora. Neste caso, vencerá a equipe que tiver o maior número de planetas. Se elas tiverem a mesma quantidade, irá ganhar aquela que tiver a maior quantidade de planetas grandes.

5.4. Montagem do jogo

Nesta seção iremos descrever como o jogo deve ser montado, para isto, é mostrado na Figura 5.2 um esquema com uma possível configuração de montagem. Como vemos na Figura 5.2, além do kit do jogo, serão necessários um computador e uma câmera. Caso seja utilizado um notebook, poderá ser utilizada a própria câmera do notebook. A vantagem da colocação de uma câmera móvel, como a mostrada na Figura 5.2, é a mobilidade para se buscar um melhor ângulo para pegar todo o tabuleiro do jogo.

Figura 5.2: Desenho mostrando como o jogo pode ser montado.



Fonte: Autor, 2017.

Para montar o jogo, deve-se colocar o tabuleiro numa base plana, como uma mesa ou mesmo o chão. Após isto, deve-se conectar a câmera ao computador e posicioná-la de tal forma que a imagem obtida contenha todo o tabuleiro, como indicado pelas linhas tracejadas que partem da câmera e mostrado na tela do computador na Figura 5.2.

Uma vez montado, deve-se abrir o ARToolKit para que então o jogo seja iniciado. Deve-se então, colocar os marcadores correspondentes à posição da nave, como comentado na seção anterior, e após os alunos irem conquistando os

planetas, deve-se ir colocando os marcadores correspondentes aos planetas nas posições indicadas no tabuleiro.

A seguir, iremos discutir os resultados referente à aplicação do jogo que fizemos para avaliar, dentre outras coisas, a viabilidade de utilizá-lo no tempo de aula pretendido, bem como, o que os alunos acharam do jogo.

6. APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL EM SALA DE AULA.

Neste capítulo falaremos sobre o local e a turma onde o jogo foi aplicado, como também faremos uma análise sobre o resultado obtido nesta aplicação, como por exemplo, se os alunos gostaram ou não do jogo e qual o impacto no aprendizado deles com relação ao que era pretendido com o uso do jogo.

6.1. Local de aplicação do jogo didático

O produto educacional, nosso jogo de tabuleiro usando a Realidade Aumentada para o ensino de astronomia, foi aplicado no Instituto Federal de Alagoas (IFAL), num Campus localizado em uma cidade do interior de Alagoas, no dia 15 de julho de 2016. O público alvo foram alunos da primeira série do ensino médio. Na oportunidade, eu fazia parte do quadro de professores do IFAL, atuando como professor substituto de física.

6.2. Aplicação do jogo didático

A aplicação do produto didático foi dividida em quatro etapas. Na primeira, os alunos foram orientados a pesquisar e estudar sobre astronomia, em especial o Sistema Solar. Para isso, foram indicados alguns sites como o do ON (Observatório Nacional), além de revistas especializadas, já que esse conteúdo não é contemplado nos livros de Ensino Médio, como já falamos em capítulos anteriores.

Na segunda etapa foi dada uma aula sobre o assunto no estilo tradicional, ou seja, apenas com uso de quadro branco e lápis. Em seguida, os alunos responderam a um questionário (um pré-teste). O objetivo foi fazer uma sondagem sobre os conhecimentos prévios dos alunos participantes, e do que eles tinham absorvido da aula dada usando método tradicional. Esse questionário foi elaborado contendo onze (11) questões, conforme consta no APÊNDICE I.

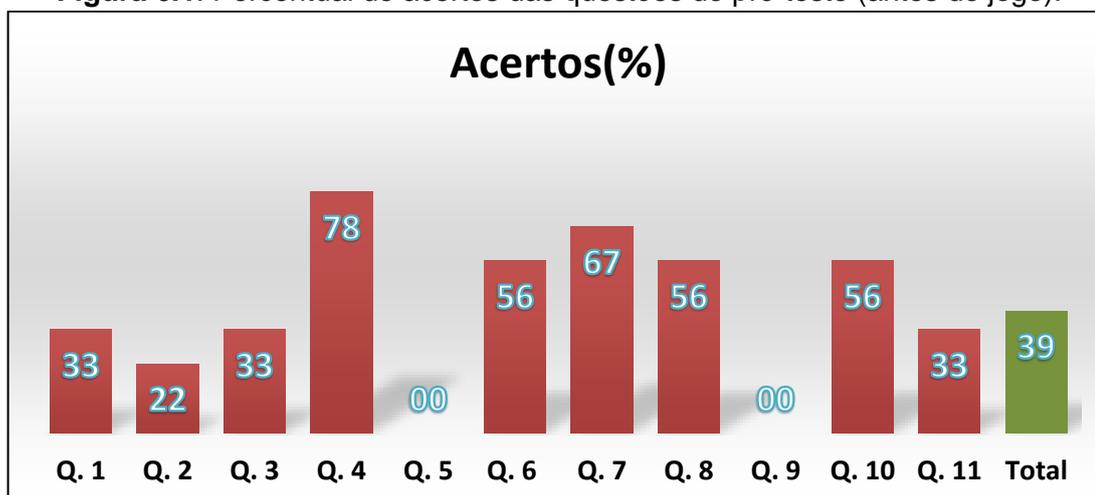
A terceira etapa consistiu na aplicação do jogo didático. Os alunos foram divididos em duas equipes. A princípio, eram dez alunos. Mas no dia da aplicação um dos alunos não pôde comparecer. Foi utilizado o intervalo de tempo de duas aulas para a aplicação do jogo.

Em seguida, na quarta etapa, foi aplicado o mesmo questionário que os alunos tinham respondido no pré-teste. O objetivo era comparar o conhecimento que os alunos adquiriram depois da aplicação do jogo com o que eles já sabiam antes da aplicação, ou seja, fazer um pós-teste. O resultado referente a aplicação do questionário (antes e após do jogo) será mostrado na seção seguinte.

6.3. Resultado do questionário com as perguntas do conteúdo de astronomia

Na Figura 6.1 é mostrado o percentual de acertos de cada questão contida do questionário (APÊNDICE I) com perguntas relacionadas ao sistema solar.

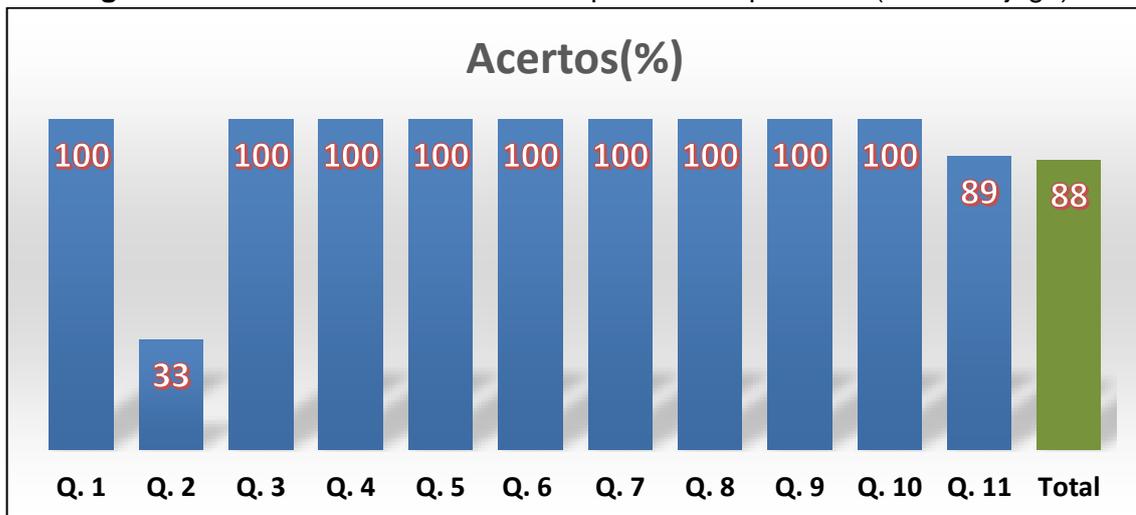
Figura 6.1: Percentual de acertos das questões do pré-teste (antes do jogo).



Fonte: Autor, 2017.

Podemos observar na Figura 6.1 que o resultado obtido foi relativamente baixo, pois o percentual total de acertos ficou abaixo dos 50 % (cinquenta por cento). Além do mais, tivemos duas das onze questões (questões Q.5 e Q.9) em que não houve nenhum acerto. Como falado na seção anterior, após a aplicação do jogo o questionário foi aplicado novamente, o resultado se encontra na Figura 6.2.

Figura 6.2: Percentual de acertos das questões do pré-teste (antes do jogo).



Fonte: Autor, 2017.

Analisando o gráfico percebemos que o resultado foi bastante satisfatório, pois podemos observar que os alunos acertaram 88% (oitenta e oito por cento) do total de questões. Observamos também que, com exceção das questões Q.2 e Q.11, o percentual de acertos, nas demais questões, foi de 100% (cem por cento). Com relação às questões Q.2 e Q.11 acreditamos que o número de acertos foi menor pelo fato dessas duas questões abordarem o conteúdo de forma mais aprofundada, ou seja pelo grau de dificuldades apresentado. Além disto, os alunos tiveram pouco tempo entre o término do jogo e a aplicação do questionário, o que talvez tenha influenciado em não acertarem as questões Q.2 e Q.11.

Em resumo, podemos concluir a partir da Figura 6.1 e da Figura 6.2 que o uso do jogo atuou de forma positiva na aprendizagem do conteúdo.

Além de aplicar o questionário do APÊNDICE I (referente ao conteúdo do jogo), também aplicamos ao final do jogo um questionário para avaliar o quanto os alunos haviam gostado do produto educacional (o jogo de tabuleiro de astronomia usando a Realidade Aumentada) o resultado deste questionário será tratado na seção a seguir.

6.4. Resultado do questionário relacionado ao uso do jogo na sala de aula

Com o objetivo de avaliar o quanto seria relevante para o aluno o estudo da astronomia no ensino médio, bem como avaliar o uso de jogos didáticos como ferramenta educacional, aplicamos um questionário para avaliar isto após o jogo.

No questionário primeiramente foi perguntado aos alunos se alguma vez eles já tinham estudado astronomia antes, e 87,5% disseram que não, como pode ser visto na Figura 6.3. Isto reforça o fato de que poucos alunos conhecem o conteúdo, o que era esperado, já que não é um conteúdo obrigatório nos currículos do ensino médio, como tratamos em capítulos anteriores.

Figura 6.3: Percentagem das respostas dos alunos, quando foram perguntados se já tinham estudado Astronomia antes.



Fonte: Autor, 2017.

Foi perguntado também aos alunos se eles já tinham participado de algum jogo para aprender algum conteúdo de Física ou de outra disciplina, e 75% deles responderam que não, conforme pode ser visto na Figura 6.4. Isto corrobora com a ideia de que atualmente ainda são poucos os professores que incluem o uso de jogos didáticos em sua prática pedagógica.

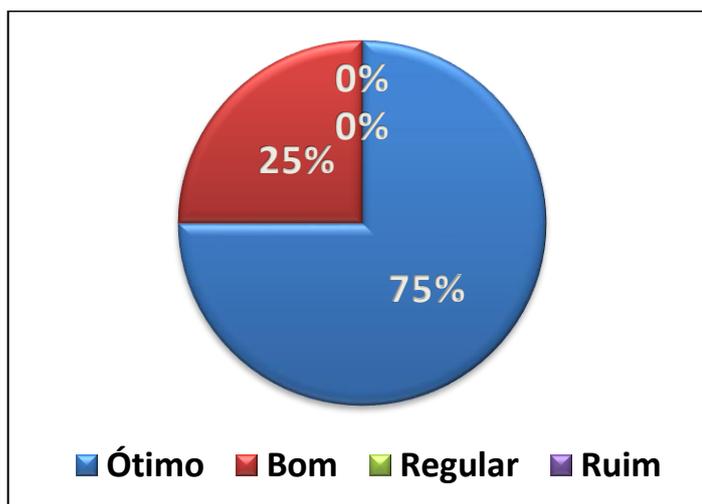
Figura 6.4: Percentagem das respostas dos alunos referentes a se eles já tinham participado de algum jogo de Física.



Fonte: Autor, 2017.

Foi perguntado também aos alunos no questionário o que achavam do uso de jogos no ensino de física e 75% deles consideraram ótimo seu uso, e 25% consideraram bom seu uso, conforme podemos ver na Figura 6.5. Nenhum dos alunos considerou regular ou ruim o uso de jogos como ferramenta de aprendizagem.

Figura 6.5: Percentagem das respostas dos alunos referente ao uso de jogos no ensino de física.



Fonte: Autor, 2017.

Além disto, foi perguntado também se eles achavam que o jogo os ajudou a entender melhor o conteúdo ministrado, e 100% deles afirmaram que sim. Essa resposta foi para nós um grande estímulo, pois nos mostrou que o produto

educacional que nós desenvolvemos teve uma ótima aceitação por parte dos alunos. O que foi reforçado quando os alunos foram perguntados no questionário se o jogo os tinha deixado mais motivados a participar da aula, e a resposta de todos eles foi que sim. A partir deste resultados, podemos então dizer que o nosso jogo se apresenta como um interessante instrumento a ser usado por professores que desejem ministrar sobre o sistema solar para seus alunos.

Também foi perguntado se o design do jogo é atraente e a resposta dos mesmos foi novamente de forma unanime que sim. Embora isto nos tenha deixado bastante animados com o fato de terem gostado muito do design do jogo, sabemos que ele precisa ser aplicado mais vezes com outros grupos, e em outras escolas, para que possamos assim identificar possíveis pontos a serem melhorados nele.

Perguntamos também aos alunos se eles achavam fáceis as regras do jogo e todos responderam que sim, que as regras eram fáceis de serem compreendidas. Essa resposta nos deixou bastante satisfeito, pois o nosso objetivo foi justamente elaborar regras que fossem de fácil entendimento, já que a ideia é utilizar o jogo de tanto nos níveis fundamental e médio, como também em cursos de introdução a Física para várias faixas etárias. Naturalmente como o jogo foi aplicado aos alunos da primeira série do ensino médio, e necessário também aplicá-lo aos alunos do ensino fundamental para que possamos verificar se os mesmos também compreenderiam com facilidade as regras do jogo.

Perguntamos também aos alunos se o uso do jogo lhes deu motivação para participar de outras aulas envolvendo o estudo de astronomia e todos também responderam que sim. O que também foi muito bom de ser comprovado, pois um dos nossos objetivos era exatamente despertar no aluno o gosto e o prazer em estudar astronomia.

Foi perguntado também aos alunos se o jogo os fez se sentirem desafiados para ficar atentos e aprender o conteúdo ministrado e todos responderam de forma unanime que sim, pois a dinâmica do jogo prendeu muito mais a atenção deles do que simplesmente se a aula fosse apenas com quadro e lápis.

Além disto, foi perguntado aos alunos se eles gostariam de jogar o jogo novamente, e todos responderam que sim. O que mostrou então que o jogo não foi monótono, mas sim muito divertido, despertando assim o desejo neles de jogá-lo novamente. Contudo, como já falado anteriormente, precisamos aplica-los mais

vezes, e com outros grupos de alunos para termos uma análise mais profunda destas questões perguntadas a eles.

Por fim, perguntamos também aos alunos se eles gostaram de ter jogado em equipe, e todos disseram que sim. O que foi um ótimo resultado, pois um dos nossos objetivos com o jogo era também promover a interação e o espírito de equipe entre os alunos participantes do jogo, objetivo este que é alcançado com jogos, como tratamos no Capítulo 2.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados obtidos com a aplicação do jogo em uma aula sobre o sistema solar, podemos concluir que ele efetivamente ajudou no aprendizado do conteúdo, e que ajudou para que o processo de ensino-aprendizagem ocorresse de forma divertida, didática e prazerosa. O trabalho desenvolvido com esta ferramenta didática para o estudo de Astronomia produziu um espaço privilegiado de construção e popularização do conhecimento científico com um olhar crítico e construtivo, que, por muitas vezes, é ignorada no trabalho escolar cotidiano. Contudo, ressaltamos que como ele foi aplicado apenas num grupo de 9 alunos e uma única vez, ele precisa ser aplicado mais vezes para que possíveis melhorias possam ser detectadas.

Por fim, podemos dizer que acreditamos que este jogo permite que haja interação entre os alunos, bem como que ele pode despertar o interesse e o gosto dos mesmos pelo estudo da astronomia, além de auxiliar os educadores de ciências para tornar sua prática pedagógica mais eficiente e prazerosa. Esperamos com isso que esse produto educacional um dia possa ser utilizado pelos professores de Ciências, e especialmente os de Física, como auxílio em sua prática pedagógica.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, M. S.; Lúdico e sua importância para a coordenação motora no 1º ano das series iniciais, Porto Velho: 2012, p.66.

ANTUNES, C. O jogo e a educação infantil. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

BASTOS FILHO, Jenner Barreto. Qual história e qual filosofia da ciência são capazes de melhorar o Ensino de Física? In: **Temas de História e Filosofia da Ciência no Ensino**. Natal: EDUFRRN, 2012.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999a.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, DF, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf >. Acesso em: 10 de Junho de 2016.

CABELO, A.K.A. Artoolkit: Criando Aplicativos de Realidade Aumentada, 2009. Disponível em: <<https://br-linux.org/wparchive/2009/artoolkit-criando-aplicativos-de-realidade-aumentada.php>> Acessado em 26 de maio de 2017.

CAMPOS, I.m.l; BORTOLOTO, T.M.; FELICIO, A.K.C. A produção de jogos didáticos para o ensino de ciências e biologia: uma proposta para favorecer a aprendizagem. Disponível em: <<http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2002/aproducaodejogos.pd>. Acessado em 28 de maio de 2017.

CCVALG - Centro de Ciência Viva do Algarve. Johannes Kepler. Disponível em: [http://www.ccvalg.pt/astrologia/historia/johannes_kepler.htm#:~:text=Convencido%20que%20Deus%20era%20um,posit%C3%A7%C3%A3o%20dos%20planetas%20no%20Universo.&text=Acreditou%20que%20uma%20geometria%20perfeita,e%20icosaedro%20\(figura%202\)](http://www.ccvalg.pt/astrologia/historia/johannes_kepler.htm#:~:text=Convencido%20que%20Deus%20era%20um,posit%C3%A7%C3%A3o%20dos%20planetas%20no%20Universo.&text=Acreditou%20que%20uma%20geometria%20perfeita,e%20icosaedro%20(figura%202)). Acesso em: 20 nov. 2017.

DAMIANI, M. F. Entendendo o trabalho colaborativo em educação e revelando seus benefícios. Revista Educar, n. 31, p. 213-230, 2008.

DIAS, A. C. L.; VEIGA, L. L. A.; CRUZ, F. A. O.; O Lúdico no Auxílio do Ensino de Física. In: CONEDU: Congresso Nacional de Educação, 2. 2015, Campina Grande.

GUEDES, Leandro L. S. Epíclis de Ptolomeu e Matéria Escura. Disponível em: <http://astrologia.blog.br/epiciclos-de-ptolomeu-e-materia-escura/>. Acesso em: 20 set. 2017.

KNECHTEL, C. M; BRANCALHÃO, R. M. C; Estratégias lúdicas no ensino de Ciências. Trabalho de Conclusão de Curso. Especialização Lato sensu em Biologia: Universidade Estadual do Oeste do Paraná. 2009. p. 1-27.

LANGHI, R; NARDI, R. Educação em astronomia: Repensando a formação de professores. São Paulo: Escrituras Editora e Distribuidora de Livros Ltda, 2013. p.108 e 215.

LANGHI, R; NARDI, R. Ensino da Astronomia no Brasil: Educação formal, informal, não formal e divulgação cinética. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v. 31, n. 4, 4402. p. 1- 3. 2010.

LOPES, Luís Antônio A. VIANNA, Deise M. Utilização de jogos para a prática de física no ensino fundamental. Universidade do Rio de Janeiro. 2003. Disponível em: nutes2.nutes.ufrj.br/interage/download2.php?file=../arquivos/.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F.; Einstein, a física dos brinquedos e o princípio da equivalência. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, Recife, v. 22, n. 3: p. 299-315, 2005.

MIRANDA, S. No Fascínio do jogo, a alegria de aprender. In: Ciência Hoje, v.28, 2001 p. 64-66.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica: Mecânica**. 5ª ed. São Paulo: Editora Blucher, 2013.

OFICINA DA NET. Disponível em: <https://www.oficinadanet.com.br/post/17083-qual-a-diferenca-entre-realidade-virtual-e-realidade-aumentad>. Acessado em: 10 de abril de 2017.

O GLOBO. Disponível em: <https://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/pesquisa-aponta-retrocesso-no-aprendizado-do-ensino-medio-brasileiro-20788792>. Acessado em: 12 de Setembro de 2017.

PEREIRA, R. F.; FUSINATO, P. A.; NEVES, M. C. D. Desenvolvendo um jogo de tabuleiro para o ensino de física. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM ENSINO DE CIÊNCIAS, 7., 2009, Santa Catarina.

PONCZEK, Roberto I. Leon. Da Bíblia a Newton: uma visão humanística da Mecânica. In: ROCHA, José Fernando M (org.). **Origens e Evolução das Ideias da Física**. Salvador: EDUFBA, 2011.

PIAGET, J. **A Formação do Símbolo na Criança**: imitação, jogo e sonho. Rio de Janeiro: Zonar, 1978.

REALIDADE AUMENTADA. Disponível em: <https://realidadeaumentada.com.br/realidade-aumentada-na-medicina>. Acessado em: 15 de maio de 2017.

RAHAL, F. A. S. Jogos didáticos no ensino de física: um exemplo na termodinâmica. In: Simpósio Nacional de Ensino de Física, 18, 2009, Belo Horizonte. Resumo. Belo Horizonte, 2009.

SANTOS, Diomar. Sistema Solar. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01043/20041/Diomar/sistema_solar.html. Acesso em: 20 set. 2017.

SILVA, F.M. ; A importância dos jogos didáticos como ferramenta pedagógica nas aulas de física. Paraíba: 2016.

TUDO CELULAR. Disponível em: <https://www.tudocelular.com/?sName=apple%20realidade>. Acessado em 22 de maio de 2017.

XINFORTEC. Capacete promete realidade aumentada à la Homem de Ferro. Disponível em: <http://xinfortec.blogspot.com.br/2015/01/caputer-labs-pretende-convence-lo-em.html>. Acessado em outubro de 2017.

WEBARTIGOS: A Importância do Lúdico na Aprendizagem com o Auxílio dos Jogos. Disponível em: <http://webartigos.com/artigos/a-importancia-do-ludico-na-aprendizagem-com-o-auxilio-dos-jogos/27622#ixzz4wSIEQ2MY>. Acessado em: 22 de julho de 2017.

APÊNDICE I: QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS

(Questionário que foi aplicado aos alunos sobre o conteúdo de astronomia, antes e após o jogo)

1) Como se chama o movimento que o planeta faz em torno do seu próprio eixo?

- () Translação
- () Movimento circular
- () Rotação
- () Translação e rotação

2) Qual planeta possui o maior valor de aceleração gravitacional?

- () Terra
- () Saturno
- () Mercúrio
- () Júpiter

3) Qual planeta é conhecido como escudo protetor da terra contra choques com meteoros?

- () Júpiter
- () Saturno
- () Marte
- () Vênus

4) Quais são os nomes dos planetas anões do sistema solar?

- () Ganimedes, Plutão e Eres
- () Ceres, Eres e Plutão
- () Plutão, Vênus e Ceres
- () Titan, Ganimedes e Europa

5) Qual planeta tem a superfície muito parecida com a da lua, ou seja, cheia de crateras?

- () Mercúrio
- () Saturno
- () Marte
- () Vênus

6) Qual planeta é conhecido como planeta vermelho?

- () Júpiter
- () Saturno
- () Marte
- () Vênus

7) Quais os nomes dos satélites naturais do planeta marte?

- () Io e Titan
- () Deimos e Fobus
- () Deimos e Europa
- () Caronte e Fobus

8) Qual planeta demora mais tempo para dar uma volta em torno do sol?

- Júpiter
- Saturno
- Urano
- Netuno

9) Qual planeta gira no sentido horário?

- Terra
- Saturno
- Marte
- Vênus

10) Quais planetas do sistema solar não possuem luas.

- Mercúrio e Júpiter
- Saturno e Netuno
- Marte e Urano
- Mercúrio e Vênus

11) Marque a ordem em que os planetas estão em relação ao sol, do mais próximo para o mais distante (use números de 1 a 8).

- Vênus
- Mercúrio
- Netuno
- Saturno
- Marte
- Urano
- Júpiter
- Terra

APÊNDICE II: O PRODUTO EDUCACIONAL



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE FÍSICA
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM
ENSINO DE FÍSICA

MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

JOGO DE ASTRONOMIA UTILIZANDO A REALIDADE AUMENTADA (Produto Educativo)

Edelson Moreira da Costa

Prof. Dr. Wagner Ferreira da Silva

Outubro de 2017

Prefácio

Nesse trabalho é apresentada a criação de um jogo de tabuleiro, usando a realidade aumentada, para ser utilizado no ensino de astronomia, mais especificamente sobre o sistema solar. Na confecção deste jogo foi usada uma tecnologia conhecida como Realidade Aumentada. Hoje em dia, há um relativo consenso de que o uso correto das tecnologias da informação (TICs) na educação tem aumentado o interesse dos alunos nas aulas, tornando-se dessa forma uma ferramenta a mais que visa contribuir para uma aprendizagem atraente e significativa. O objetivo deste jogo é viabilizar o ensino da astronomia através da tecnologia da realidade aumentada. Desta forma, os alunos poderão interagir de forma mais eficaz tornando o aprendizado mais significativo. A maioria dos alunos do ensino médio sentem dificuldade em memorizar aspectos básicos do sistema solar tais como nomes dos planetas, suas posições em relação ao Sol, seus satélites naturais, seus períodos de revolução, bem como as leis que regem o sistema solar como um todo. Foi pensando nestas questões que esse material foi elaborado. O jogo de tabuleiro aqui apresentado foi desenvolvido para ser usado em aulas sobre astronomia. Ele se apresenta como mais uma ferramenta didática para ser utilizada em sala de aula para deixar a aula mais dinâmica e prazerosa. Ele pode ser jogado por dois alunos ou por grupos de alunos. O tempo estimado é de duas aulas (de 50 minutos cada). Ele foi desenvolvido para ser usado com alunos do ensino médio, mas, acreditamos que ele pode ser adaptado pelo professor para saber ser usado também com alunos do ensino fundamental do nono ano, por exemplo.

Edelson Moreira da Costa

Prof. Dr. Wagner Ferreira da Silva

Maceió, Alagoas

Outubro de 2017.

SUMÁRIO DO PRODUTO EDUCACIONAL

REGRAS DO JOGO.....	72
PLANO DE AULA.....	74
TABULEIRO DO JOGO.....	75
CARTAS DE PERGUNTAS PARA IMPRESSÃO.....	77
MARCADORES.....	90
DADOS PARA IMPRESSÃO E RECORTE.....	94

REGRAS DO JOGO

JOGO DE TABULEIRO PARA ENSINO DE ASTRONOMIA

OBJETIVOS (RELACIONADOS AO APRENDIZADO):

- Quantos e quais são os planetas do sistema solar.
- Aprender os nomes dos planetas.
- Aprender a posição relativa de cada planeta em relação ao Sol.
- Aprender aspectos de cada planeta tais como: sua(s) lua(s); composição; tempo de revolução; gravidade etc.

REGRAS DO JOGO:

- O jogo inicia com cada jogador na casa “Início”.
- O jogo possui 34 cartas de perguntas; 4 cartas de avanço e 4 cartas de recuo. Os alunos são divididos em dois grupos. Antes de iniciar o jogo, jogam o dado para ver quem tirou a maior pontuação e assim determinar quem irá iniciar o jogo.
- Serão dois dados usados no jogo. Cada equipe joga os dados uma vez, alternadamente.
 - Após a equipe jogar o dado, um dos membros da equipe deve então pegar um cartão do jogo e responder à pergunta que houver no cartão.
 - Caso a equipe erre a pergunta, permanece na casa onde está. Caso acerte, andará o número de casas correspondente ao valor obtido na soma dos dois dados que foram lançados.
 - Quando uma equipe errar uma pergunta do cartão, o cartão deve ser recolocado no baralho do jogo.
 - Quando a equipe tirar a carta de avanço, somará 2 ao número obtido da soma dos dados e avançará o mesmo número de casas.
- O jogo segue com cada equipe jogando o dado e respondendo as perguntas do cartão, como descrito acima.

- **CASA PLANETA - CONQUISTANDO O PLANETA:** A equipe só terá direito de conquistar o planeta se, ao jogar o dado, cair na casa “planeta” e acertar a pergunta da carta e, além disto, acertar o nome do planeta correspondente a casa em que caiu. Mas, se cair nela devido a um recuo não terá o direito de conquistá-lo.
- **CASA NAVE:** Quando uma equipe jogar o dado e cair na casa “nave” ficará sem jogar durante o tempo que a nave estiver estacionada e passa então a vez para a outra equipe.
- **CONQUISTA DO SOL:** Quando uma das equipes tiver conquistado quatro planetas e cair novamente na casa “planeta”, então, se ele acertar a pergunta do cartão conquistará agora o sol, e vencerá o jogo.
- **FIM DO JOGO:** O jogo irá encerrar se:
 - Uma das equipes obtiver quatro planetas mais o Sol.
 - Durar mais de uma hora. Neste caso, vencerá a equipe que tiver o maior número de planetas. Se elas tiverem a mesma quantidade, irá ganhar aquela que tiver a maior quantidade de planetas grandes.

PLANO DE AULA

JOGO DE TABULEIRO PARA O ENSINO DE ASTRONOMIA.

OBJETIVOS DO JOGO:

- Identificar os planetas do sistema solar;
- Saber os nomes dos planetas;
- Determinar suas posições em relação ao sol.

CONTEÚDOS ENVOLVIDOS NO JOGO:

- O sistema solar;
- A nossa estrela: Sol;
- Os planetas e suas luas;
- Os planetas anões;

DURAÇÃO DA ATIVIDADE:

- 2 (duas) aulas, de 50 minutos cada, ou seja, 1h e 40 minutos.
- Cada partida tem duração média entre 40 e 50 minutos.

MATERIAIS PARA REALIZAÇÃO DO JOGO:

- Dois dados;
- Computador ligado a uma câmera;
- O tabuleiro;
- As cartas.

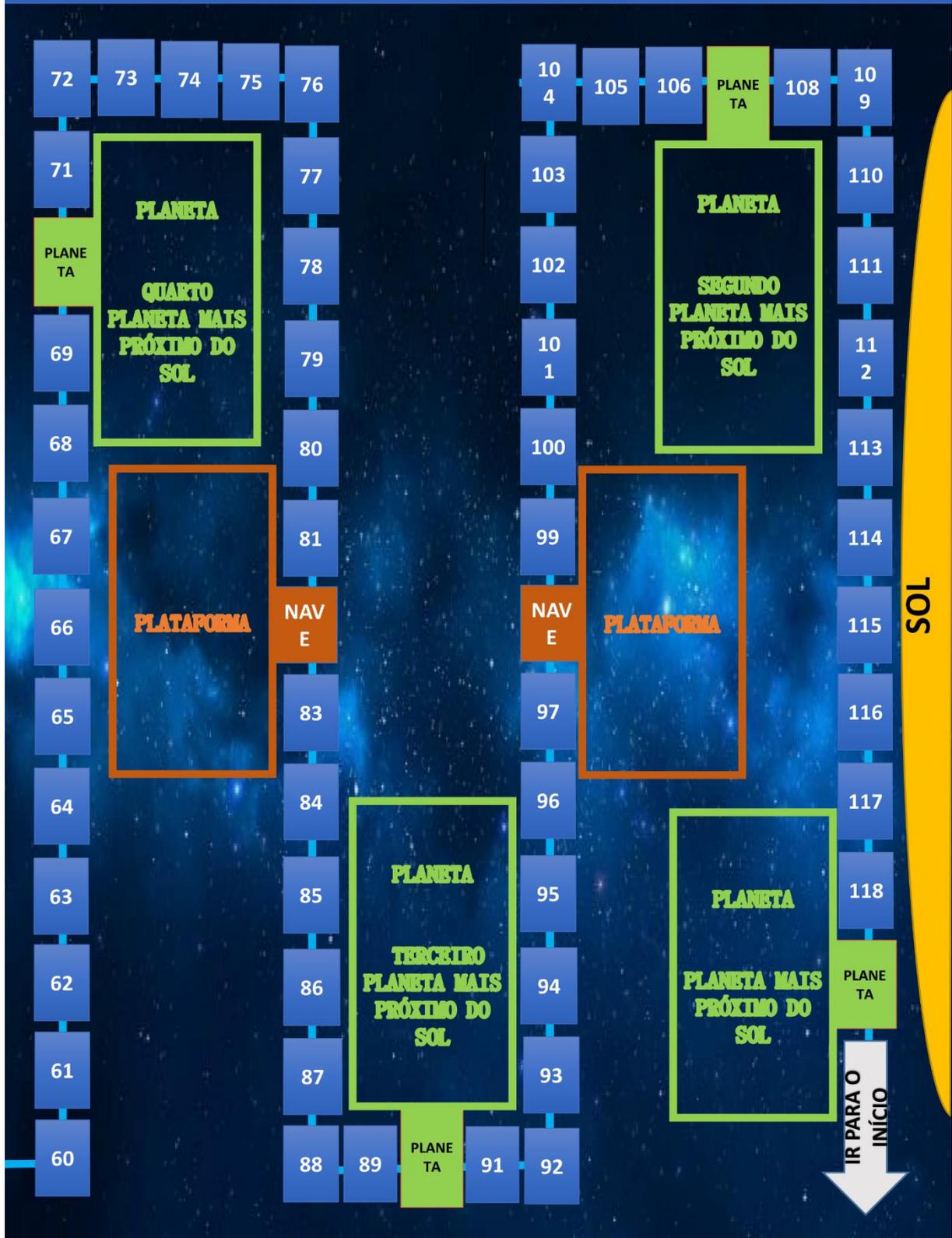
METODOLOGIA:

- O professor antes de iniciar a aplicação do jogo poderá fazer uma revisão previa sobre o sistema solar, usando para isto os primeiros 50 minutos da aula;
- Após isto, fazer a montagem dos elementos (computador, câmera e tabuleiro) usados no jogo e explicar as regras do jogo;
- Por fim, na segunda hora aula, realiza-se o jogo.

AVALIAÇÃO:

- Ao final do jogo, fazer perguntas aos alunos para verificar se eles conseguem identificar os planetas do sistema solar, bem como sua composição e posição relativa ao Sol.

JOGO – CONHECENDO O SISTEMA SOLAR: UTILIZANDO A REALIDADE AUMENTADA.



CARTAS DE PERGUNTAS PARA IMPRESSÃO





QUAIS SÃO OS PLANETAS DO SISTEMA SOLAR QUE NÃO POSSUEM LUAS?

QUAL A IDADE MÉDIA DO SOL?

QUAIS SÃO OS PLANETAS DO SISTEMA SOLAR QUE NÃO POSSUEM ANEIS?

QUAL A DISTÂNCIA MÉDIA, EM QUILOMETROS, DA TERRA AO SOL?

ENTRE QUAIS PLANETAS SE ENCONTRA O CINTURÃO DE ASTEROIDES?

QUAL O NOME DO PROCESSO PELO QUAL O CALOR DO SOL CHEGA ATÉ A TERRA?

QUAIS OS NOMES DOS SATÉLITES NATURAIS DO PLANETA MARTE?

QUAL O NOME DAS REAÇÕES QUE OCORREM NO INTERIOR DO SOL?

QUAL GÁS É CONHECIDO COMO COMBUSTÍVEL DO SOL?



QUAL PLANETA POSSUI O MAIOR VALOR DE ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE?

QUAIS SÃO OS PLANETAS ROCHOSOS DO SISTEMA SOLAR?

QUAL PLANETA É CONHECIDO COMO ESCUDO PROTETOR DA TERRA CONTRA CHOQUES COM METEÓROS?

QUAL PLANETA OCUPA A 7ª POSIÇÃO EM RELAÇÃO AO SOL?

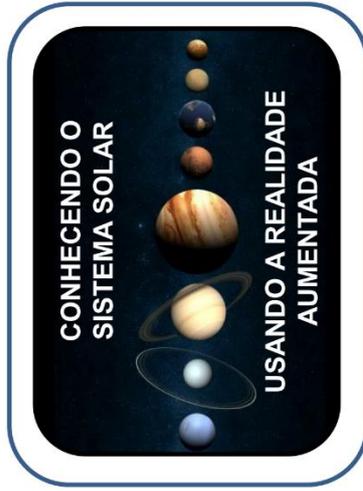
QUANTOS SÃO OS PLANETAS DO SISTEMA SOLAR?

QUANTOS PLANETAS DO SISTEMA SOLAR SÃO ROCHOSOS?

QUAL A TEMPERATURA NA SUPERFÍCIE DO SOL?

QUAL O NOME DA GALÁXIA ONDE SE ENCONTRA O SISTEMA SOLAR?

QUAL O MENOR PLANETA DO SISTEMA SOLAR?



**QUAIS SÃO OS NOMES
DOS PLANETAS ANÕES
DO SISTEMA SOLAR?**

**QUAIS SÃO OS
PLANETAS
CONHECIDOS COMO
PLANETAS GIGANTES?**

**COMO É CHAMADA A
FORMA DA TRAJETÓRIA
QUE OS PLANETAS
DESCREVEM EM VOLTA
DO SOL?**

**QUAIS SÃO OS
PLANETAS GASOSOS
DO SISTEMA SOLAR?**

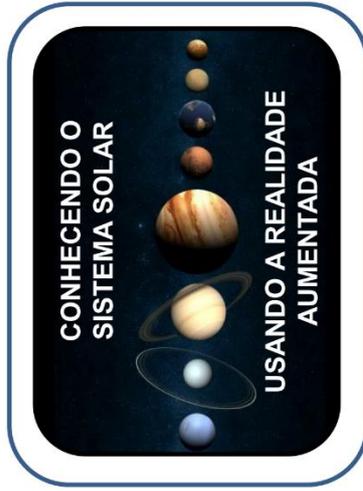
**QUAL PLANETA
COMPLETA UMA VOLTA
EM MENOS TEMPO AO
REDOR DO SOL?**

**QUANTAS LUAS TEM O
PLANETA JÚPITER?**

**QUAL PLANETA TEM A
SUPERFÍCIE MUITO
PARECIDA COM A LUA?**

**QUAL A POSIÇÃO DE
SATURNO EM
RELAÇÃO AO SOL?**

**QUAL O ÚNICO
PLANETA QUE GIRA NO
SENTIDO HORÁRIO?**





**AVANCE DUAS CASAS,
VOÇE PEGOU CARONA
NUMA NAVE ESPACIAL**



**AVANCE DUAS CASAS,
VOÇE PEGOU CARONA
NUMA NAVE ESPACIAL**



**AVANCE DUAS CASAS,
VOÇE PEGOU CARONA
NUMA NAVE ESPACIAL**



**AVANCE DUAS CASAS,
VOÇE PEGOU CARONA
NUMA NAVE ESPACIAL**



**AVANCE DUAS CASAS,
VOÇE PEGOU CARONA
NUMA NAVE ESPACIAL**



**AVANCE DUAS CASAS,
VOÇE PEGOU CARONA
NUMA NAVE ESPACIAL**

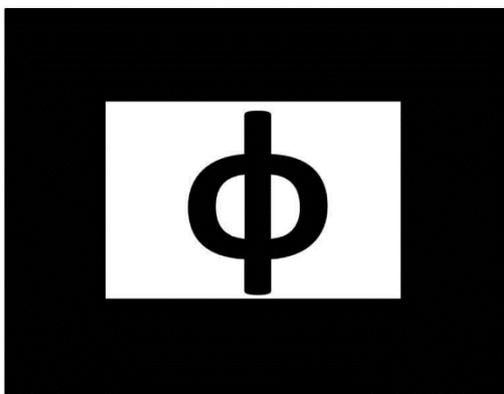
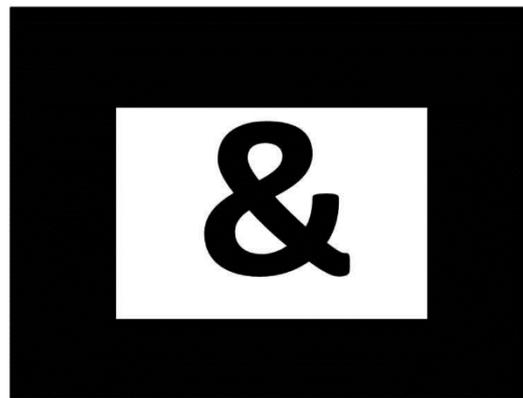
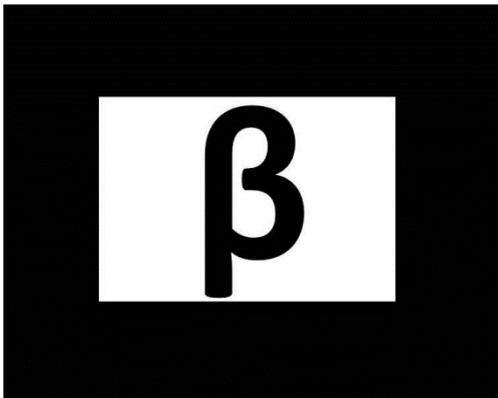
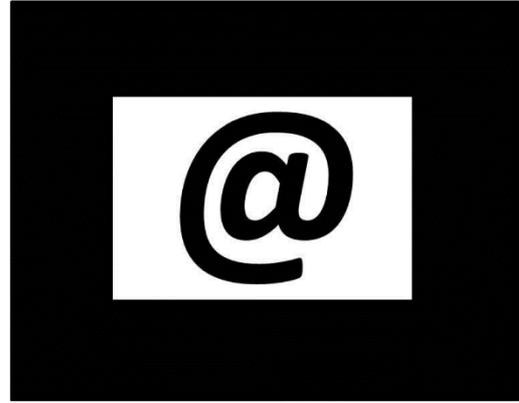
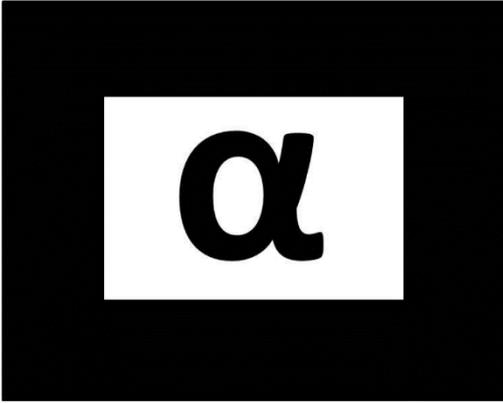


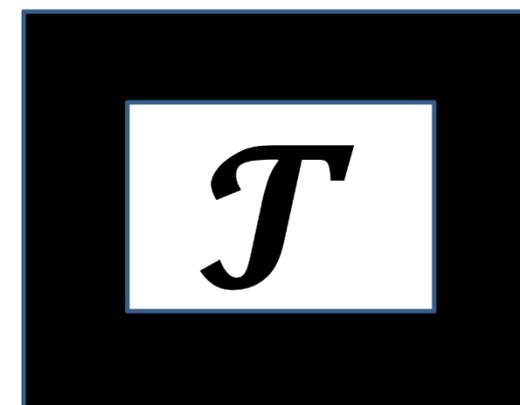
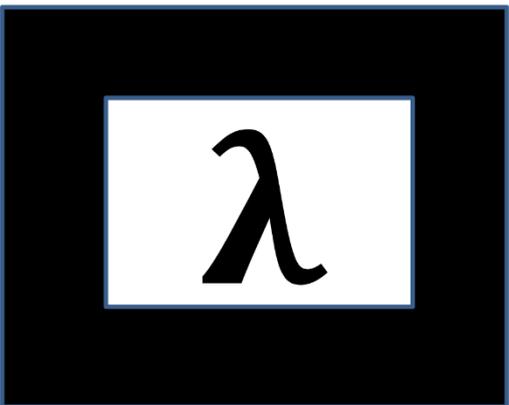
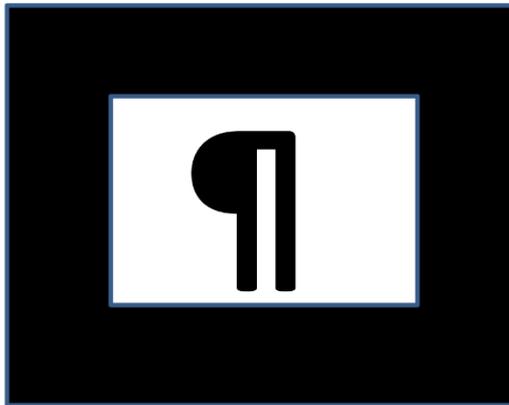


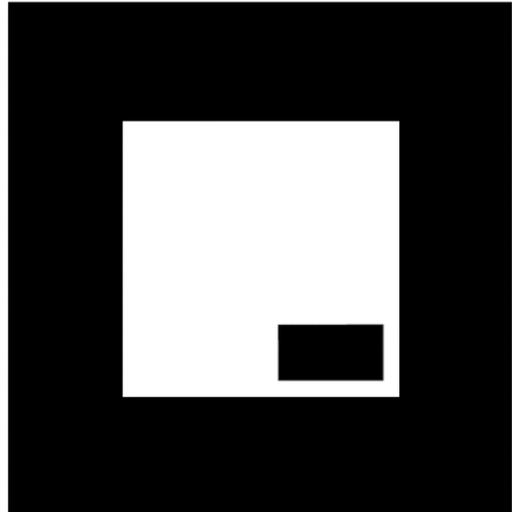
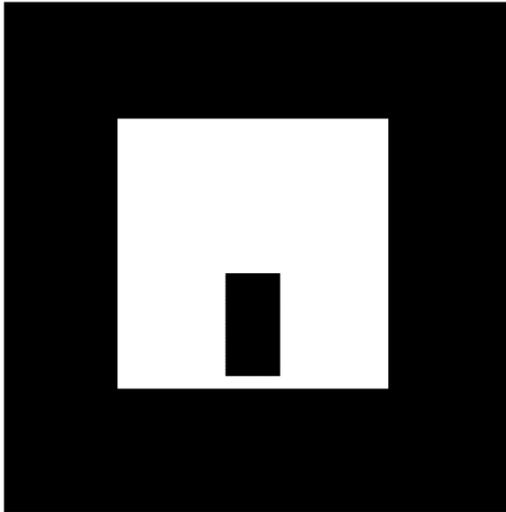
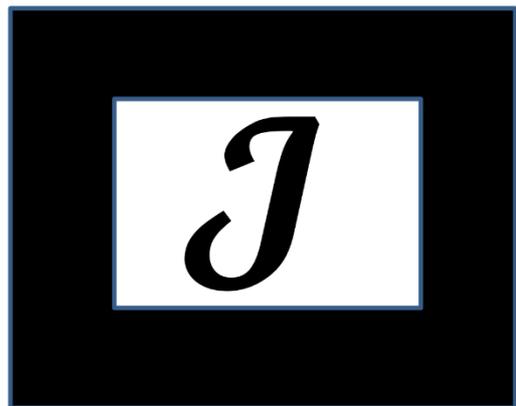
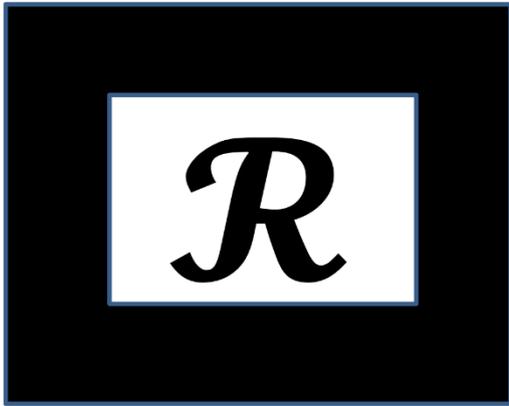


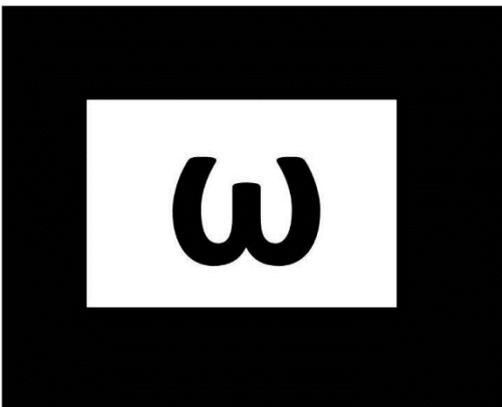
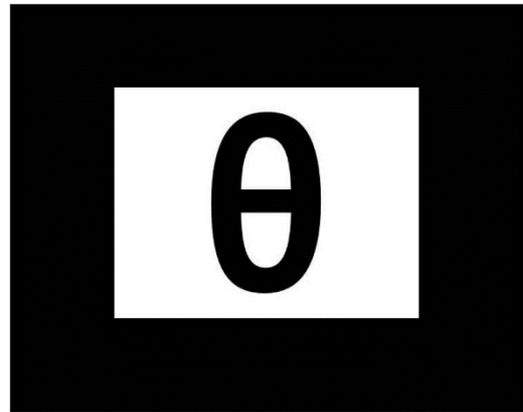
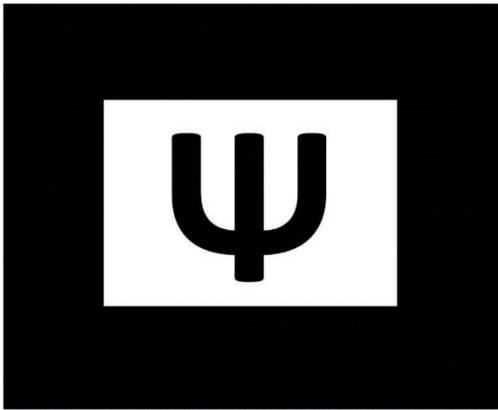
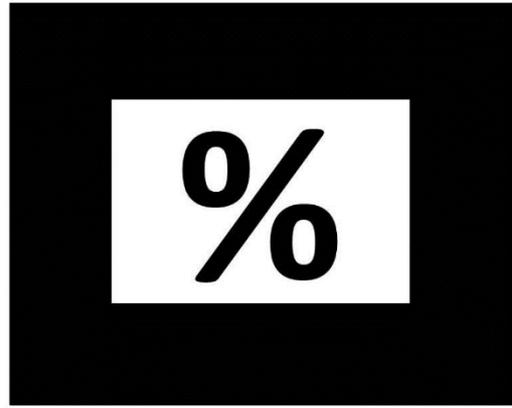
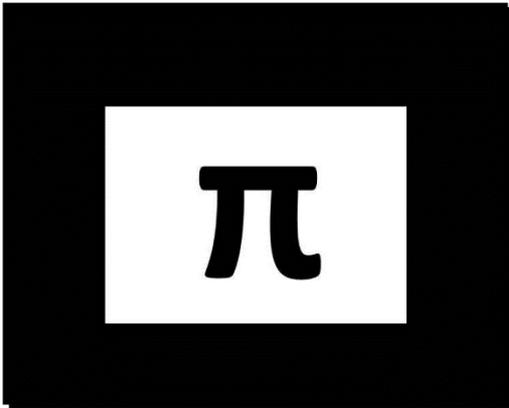


MARCADORES









DADOS PARA IMPRESSÃO E RECORTE

