

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS DO SERTÃO
DELMIRO GOUVEIA
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

HIAGO JOAQUIM ARAÚJO ALBUQUERQUE

**ANÁLISE DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE UMA VIGA DE MADEIRA
OTIMIZADA E NÃO OTIMIZADA SUBMETIDA A CURVA DE INCÊNDIO
NATURAL PARAMETRIZADA – MÉTODO DAS PROPRIEDADES REDUZIDAS.**

Delmiro Gouveia/AL

2025

HIAGO JOAQUIM ARAÚJO ALBUQUERQUE

**ANÁLISE DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE UMA VIGA DE MADEIRA
OTIMIZADA E NÃO OTIMIZADA SUBMETIDA A CURVA DE INCÊNDIO
NATURAL PARAMETRIZADA – MÉTODO DAS PROPRIEDADES REDUZIDAS.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Universidade
Federal de Alagoas, como requisito parcial à
obtenção do título de Bacharelado em
Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Alverlando Silva Ricardo.

Delmiro Gouveia/AL

2025

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

- A345a Albuquerque, Hiago Joaquim Araújo.
 Análise da confiabilidade estrutural de uma viga de madeira otimizada e não otimizada submetida a curva de incêndio natural parametrizada - método das propriedades reduzidas / Hiago Joaquim Araújo Albuquerque. – 2025.
 41 f. : il. color.
- Orientador: Alverlando Silva Ricardo.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Civil)
– Universidade Federal de Alagoas. Campus do Sertão. Delmiro Gouveia, 2025.
- Bibliografia: f. 40-41.
1. Otimização estrutural. 2. Confiabilidade estrutural. 3. Vigas de madeira. I. Título.

CDU: 624.072.2

Folha de Aprovação

HIAGO JOAQUIM ARAÚJO ALBUQUERQUE

ANÁLISE DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE UMA VIGA DE MADEIRA OTIMIZADA E NÃO OTIMIZADA SUBMETIDA A CURVA DE INCÊNDIO NATURAL PARAMETRIZADA – MÉTODO DAS PROPRIEDADES REDUZIDAS.

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à banca examinadora do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 07 de maio de 2025.

Documento assinado digitalmente
 **ALVERLANDO SILVA RICARDO**
Data: 27/05/2025 16:22:16-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Orientador – Prof. Dr. Alverlando Silva Ricardo (UFAL)

Banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **VINICIUS COSTA CORREIA**
Data: 28/05/2025 16:40:18-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Examinador(a) Interno(a) – Prof. Dr. Vinicius Costa Correia (UFAL)

Documento assinado digitalmente
 **KARLISSON ANDRÉ NUNES DA SILVA**
Data: 30/05/2025 09:41:31-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Examinador(a) Interno(a) – Prof. Dr. Karlisson André Nunes da Silva (UFAL)

Dedico esse trabalho a minha mãe, irmão,
namorada e amigos por estarem sempre ao
meu lado me apoiando e inspirando a
continuar mostrando-me ser mais capaz
do que imaginava ser.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me capacitar todos os dias desde o início da graduação, guiando-me pelos melhores caminhos e escolhas.

A todos os meus professores, por contribuírem com minha caminhada me tornando um profissional capaz, em especial ao Prof. Dr. Alverlando Silva Ricardo, orientador deste trabalho.

À minha família, especialmente à minha mãe, Tâmara Araújo de Lucena, por estar sempre ao meu lado, apoiando-me incondicionalmente nos momentos bons e ruins, dizendo as verdades necessárias para que eu pudesse seguir em frente com mais força. Ao meu irmão, Yuri Joaquim Araújo Albuquerque, por sua constante presença e apoio em todos os momentos.

À minha namorada e melhor amiga, Adriele Caroline dos Santos, por tornar essa caminhada mais leve e possível, sempre me mostrando a realidade e lembrando-me de que eu nunca estive sozinho, mesmo nos períodos mais difíceis.

Aos meus amigos e colegas de curso, que contribuíram para tornar toda a jornada da graduação o mais leve possível.

RESUMO

As estruturas de madeira, quando dimensionadas para situações de incêndio, tendem a ser mais robustas para garantir a confiabilidade estrutural desejada. No entanto, a otimização estrutural busca reduzir o consumo desse material ao mínimo necessário, visando a economia de recursos. Esse processo, porém, nem sempre evidencia de forma clara o grau de segurança da estrutura após a minimização. A teoria da confiabilidade estrutural permite quantificar esse grau de segurança por meio de modelos probabilísticos, que simulam diferentes condições e pode calcular a probabilidade de falha da estrutura otimizada ou não otimizada. Com base nesse conceito, o presente estudo investiga uma viga de madeira submetida a um modelo de incêndio natural, com o objetivo de otimizar sua seção transversal e avaliar as probabilidades de falha para diferentes tempos de exposição ao fogo. Para isso, foram utilizados os métodos de Simulação de Monte Carlo e First Order Reliability Method (FORM), considerando uma viga com três faces expostas ao incêndio. A otimização estrutural foi realizada com base no método das propriedades reduzidas, conforme o Eurocódigo 5. Os resultados indicam que a otimização melhora a integridade estrutural da viga durante o incêndio, especialmente ao aumentar sua altura para resistir à flexão. Além disso, a viga otimizada apresentou menor probabilidade de falha em comparação à versão não otimizada, tanto em condições normais quanto sob exposição ao fogo. As análises também demonstram que o carregamento variável é a principal variável influente na probabilidade de falha. Essas descobertas ressaltam a importância de considerar a inter-relação entre confiabilidade e otimização no projeto de estruturas de madeira sujeitas ao fogo, oferecendo uma abordagem mais abrangente para garantir simultaneamente segurança e eficiência econômica.

Palavras-chave: Otimização estrutural; Confiabilidade estrutural; Situação de incêndio; Probabilidade de falha; Vigas de madeira

ABSTRACT

Wooden structures, when designed for fire scenarios, tend to be more robust to ensure the desired structural reliability. However, structural optimization seeks to minimize material usage to the necessary extent, aiming for resource efficiency. This process, however, does not always clearly demonstrate the safety level of the structure after minimization. Structural reliability theory allows for the quantification of this safety level through probabilistic models, which simulate different conditions and can calculate the failure probability of optimized or non-optimized structures. Based on this concept, the present study investigates a wooden beam subjected to a natural fire model, aiming to optimize its cross-section and evaluate failure probabilities for different fire exposure times. For this purpose, Monte Carlo Simulation and the First Order Reliability Method (FORM) were employed, considering a beam with three fire-exposed faces. Structural optimization was performed using the reduced properties method, in accordance with Eurocode 5. The results indicate that optimization enhances the beam's structural integrity during fire exposure, particularly by increasing its height to improve bending resistance. Furthermore, the optimized beam exhibited a lower failure probability compared to the non-optimized version, both under normal conditions and fire exposure. The analyses also demonstrate that the variable load is the most influential factor in failure probability. These findings highlight the importance of considering the interplay between reliability and optimization in the design of fire-exposed wooden structures, providing a more comprehensive approach to simultaneously ensuring safety and economic efficiency.

Keywords: Structural optimization; Structural reliability; Fire situation; Probability of failure; Timber beams.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 Curvas de incêndio
- Figura 2 Otimização estrutural
- Figura 3 Geometria do Problema
- Figura 4 Gráfico $P_f \times$ tempo (min) em função da seção transversal – Monte Carlo.
- Figura 5 Gráfico $P_f \times$ tempo (min) em função da seção transversal – FORM
- Figura 6 Índices de sensibilidade para equação de estado limite – Seção transversal não otimizada (20×36 cm).
- Figura 7 Índices de sensibilidade para equação de estado limite – Seção transversal otimizada para suportar 30 minutos de incêndio (12 × 42 cm).

LISTA DE TABELAS

- | | |
|----------|--|
| Tabela 1 | Parâmetros probabilísticos do problema (adaptado Stepinac e Rajčić (2015)) |
| Tabela 2 | Resumo do Processo de Otimização |
| Tabela 3 | Dimensões otimizadas da viga de madeira para suportar diferentes tempos de exposição ao fogo |
| Tabela 4 | Probabilidade de falha sob condições normais de temperatura |
| Tabela 5 | Probabilidade de falha para diferentes dimensões de seção transversal em situação de incêndio |
| Tabela 6 | Probabilidade de falha em função do tempo para diferentes dimensões de seção transversal em situação de incêndio |
| Tabela 7 | Índices de sensibilidade para seção transversal não otimizada (20×36 cm). |
| Tabela 8 | Índices de sensibilidade para seção transversal otimizada para suportar 30 minutos de incêndio (12 ×42 cm) |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
FORM	<i>First Order Reliability Method</i>
RT	<i>Risk Tool</i>
UFAL	Universidade Federal de Alagoas

LISTA DE SÍMBOLOS

Ação permanente	G
Ação variável	P
Incerteza para a resistência	X_1
Incerteza para as ações	X_2
Resistência à flexão	$f_{m,k}$
Largura da viga	b
Altura da viga	h
Largura efetiva (pós carbonização)	b_{ef}
Altura efetiva (pós carbonização)	h_{ef}
Comprimento do vão	L
Volume	V
Taxa básica de carbonização	β_n
Grau de ventilação	O
Inércia térmica	bt
Carga de incêndio	$q_{t,d}$
Taxa inicial de carbonização	β_0
massa específica característica (kg/m ³)	m_{esp}
Carbonização inicial	$d_{char,0}$
Taxa básica de carbonização em função da m_{esp}	$\beta_n(m_{esp})$
Taxa inicial de carbonização em função de m_{esp}	$\beta_0(m_{esp})$
Fator que representa as propriedades térmicas dos limites do compartimento	Γ
Período de tempo com uma taxa de carbonização constante	t_0
k_0	k_0
d_0	d_0
Cálculo de carbonização ao longo do tempo	d_{char}
Momento Resistente de Cálculo	$M_{Rd,fi}$
Momento Solicitante de Cálculo	$M_{Sd,fi}$
Tempo de incêndio	T

Sumário

1. INTRODUÇÃO	12
1.1 OBJETIVOS	14
1.1.1 <i>Objetivo Geral</i>	14
1.1.2 <i>Objetivo Específicos</i>	14
1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	14
2. REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1 CONFIABILIDADE E OTIMIZAÇÃO DE VIGAS DE MADEIRA EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	16
2.1.1 <i>Modelagem do Incêndio</i>	16
2.1.2 <i>Modelos de Incêndio Natural Compartimentado</i>	16
2.2 DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	18
2.2.1 <i>Método das propriedades reduzidas</i>	18
2.2.2 <i>Taxa de Carbonização e Espessura da Camada Carbonizada para Superfícies Não-Protegidas e Submetidas a Incêndios Paramétricos</i>	19
2.3 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	20
2.4 FERRAMENTA COMPUTACIONAL <i>RISK TOOL</i> (RT)	21
2.5 MÉTODO DE SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	22
2.6 MÉTODO DE CONFIABILIDADE DE PRIMEIRA ORDEM (FORM)	22
2.7 APLICAÇÃO NA ANÁLISE DE VIGAS DE MADEIRA	23
3. METODOLOGIA.....	24
3.1 PROBLEMA: MÉTODO DAS PROPRIEDADES REDUZIDAS, CONSIDERANDO UMA VIGA LAMINADA COLADA SUBMETIDA A CURVA DE INCÊNDIO NATURAL (STEPINAC E RAJČÍČ, 2015)	24
3.1.1 <i>Descrição do problema</i>	24
3.2 INFORMAÇÕES SOBRE A ANÁLISE DA CONFIABILIDADE	25
3.3 INFORMAÇÕES SOBRE OTIMIZAÇÃO DO PROBLEMA	26
3.3.1 <i>Formulação do Problema de Otimização</i>	26
4. RESULTADOS.....	29
4.1 AVALIAÇÃO DAS DIMENSÕES OTIMIZADAS PARA DIFERENTES TEMPOS DE INCÊNDIO	29
4.2 ANÁLISE DA PROBABILIDADE DE FALHA SOB CONDIÇÕES NORMAIS DE TEMPERATURA	29
4.3 ANÁLISE DA PROBABILIDADE DE FALHA EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	31
4.4 ÍNDICES DE SENSIBILIDADE DAS VARIÁVEIS ALEATÓRIAS NO PONTO DE PROJETO	35
4.4.1 <i>Seção Transversal Não Otimizada (20 × 36 cm)</i>	35
4.4.2 <i>Seção Transversal Otimizada (12 × 42 cm)</i>	36
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	38
REFERÊNCIAS	40

1. INTRODUÇÃO

Estruturas expostas a incêndios representam um desafio para a engenharia, uma vez que as altas temperaturas podem comprometer a integridade dos materiais devido à perda de massa causada pela carbonização, bem como à degradação de suas propriedades mecânicas em relação às condições de temperatura ambiente de projeto. A madeira, embora amplamente utilizada na construção civil, apresenta um comportamento particular em incêndios, exigindo uma abordagem criteriosa no dimensionamento, na otimização e na análise da confiabilidade estrutural. Nesse contexto, compreender o comportamento do fogo e seus efeitos nos elementos estruturais, como vigas de madeira otimizadas e não otimizadas, é fundamental para garantir um dimensionamento adequado e uma avaliação precisa da segurança estrutural.

A confiabilidade estrutural refere-se à aptidão de uma estrutura para desempenhar suas funções ao longo de sua vida útil projetada, levando em conta as incertezas relacionadas às cargas aplicadas e às propriedades dos materiais (Beck, 2019). Quando se trata de incêndios, a análise se torna mais desafiadora devido à imprevisibilidade do fogo e às alterações no comportamento dos materiais em altas temperaturas (Ricardo, 2022). Métodos como o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM) e a Simulação de Monte Carlo são amplamente empregados para analisar a probabilidade de falha de estruturas em condições de incêndio (Ricardo e Gomes, 2021).

A otimização estrutural busca encontrar o melhor projeto para uma estrutura, minimizando custos e materiais enquanto maximiza a segurança e a performance (Arora, 2016). No contexto da otimização em situação de incêndio deve ser estudado para além das condições normais de resistência, sendo necessário acrescentar o estudo da capacidade da estrutura de resistir aos esforços causados pelo fogo.

Nas últimas décadas, estudos sobre a confiabilidade e a otimização estrutural que consideram estruturas de madeira em situação de incêndio vem ganhando destaque Cheung *et al.* (2012); Stepinac e Rajčić (2015); Marcolan Júnior e Moraes (2018); Marcolan Júnior e Moraes (2022); Moraes *et al.* (2024).

O estudo de Cheung *et al.* (2012) aborda a confiabilidade estrutural de vigas de madeira submetidas à flexão em condições normais e de incêndio. Utilizando métodos probabilísticos, como a Simulação de Monte Carlo e o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM), os autores analisaram a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade das vigas.

Stepinac e Rajčić (2015) realizaram uma análise de confiabilidade de vigas de madeira laminada colada expostas ao fogo. O estudo se baseou nas recomendações dos Eurocódigos,

destacando o conceito de Segurança Global contra Incêndios e métodos paramétricos de exposição ao fogo. Os resultados indicam que o projeto baseado apenas no Eurocódigo 1995-1-2 é insuficiente, sugerindo a necessidade de uma abordagem mais robusta para garantir a segurança estrutural.

Marcolan Júnior e Moraes (2018) desenvolveram equações de estado-limite utilizando o método da seção transversal reduzida para analisar a confiabilidade estrutural de colunas de madeira em situação de incêndio. Eles consideraram critérios de segurança como compressão, estabilidade lateral e combinação de flexão e compressão. A análise de confiabilidade estrutural foi realizada para diferentes razões de base e altura das colunas, demonstrando que a taxa de carbonização da madeira é a variável aleatória mais influente na análise de confiabilidade.

Marcolan Júnior e Moraes (2022) propuseram um modelo para analisar a confiabilidade estrutural de conexões aço-madeira com múltiplos fixadores tipo cavilha expostas a um incêndio padrão, determinando probabilisticamente o tempo de falha. Utilizando um modelo termomecânico com elementos finitos e a teoria modificada de Johansen, e simulando o comportamento com o método de Monte Carlo, o estudo revelou que os modos de falha mais prováveis são influenciados pela relação entre a espessura da madeira e o diâmetro da cavilha. A análise forneceu tempos de falha médios e percentis para 25 conexões, destacando o erro do modelo como a variável aleatória mais importante.

Moraes *et al.* (2024) apresentam uma revisão bibliográfica sobre a otimização de estruturas de madeira abrangendo o período de 2015 a 2022. O estudo destaca diversos trabalhos que exploram a otimização em diferentes esquemas estruturais. Por exemplo, Kromoser *et al.* (2021) investigam uma treliça, abordando a otimização da geometria das treliças (dimensional e geométrica) e a otimização das ligações. Outro estudo relevante na revisão é o de Jelušić e Kravanja (2017), que examina a otimização do projeto de vigas de piso de madeira, considerando os custos de autoconstrução e os tamanhos discretos da estrutura.

Nota-se que a maioria das pesquisas trata os temas de confiabilidade e otimização de maneira isolada, sem explorar a interdependência entre eles e as diferentes condições possíveis. O dimensionamento de estruturas para situações de incêndio pode gerar projetos mais robustos, mas a otimização estrutural pode ser utilizada para reduzir o uso excessivo de materiais, buscando um projeto mais eficiente. Embora essa otimização possa resultar em um projeto seguro, nem sempre é possível quantificar com precisão o nível de segurança alcançado. A teoria da confiabilidade estrutural oferece uma abordagem alternativa para essa quantificação, permitindo avaliar se a otimização de elementos como vigas de madeira proporciona ganhos de segurança, ao considerar diferentes tempos de exposição ao fogo,

métodos de dimensionamento e variações nas seções transversais.

Nesse contexto, o presente estudo busca analisar uma viga de madeira, originalmente estudada por Stepinac e Rajčić (2015), com o objetivo de otimizar suas seções transversais e verificar as probabilidades de falha para diferentes tempos de incêndio. Ao combinar o conhecimento sobre o comportamento da madeira em situação de incêndio com métodos avançados de análise de confiabilidade e otimização estrutural, é possível avaliar tanto a segurança quanto a economia em projetos de vigas de madeira otimizadas e não otimizadas. Este estudo considera como base do dimensionamento o método das propriedades reduzidas (Stepinac e Rajčić, 2015).

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Avaliar a confiabilidade de uma viga de madeira otimizada e não otimizada em situação de incêndio através do método das propriedades reduzidas.

1.1.2 Objetivo Específicos

- Avaliar as Dimensões Otimizadas para Diferentes Tempos de Incêndio;
- Analisar a Probabilidade de Falha sob Condições Normais de Temperatura;
- Analisar a Probabilidade de Falha em Situação de Incêndio;
- Analisar a sensibilidade das variáveis aleatórias no ponto de projeto.

1.2 Organização do Trabalho

O trabalho se inicia com o Capítulo 1, que introduz o contexto e a motivação da pesquisa, delineando os objetivos e a estrutura geral do estudo.

O Capítulo 2 fornece a fundamentação básica sobre o estudo das estruturas em incêndio, onde apresenta descrições importantes para o desenvolvimento da problemática da pesquisa desenvolvendo o assunto sobre modelagem estrutural em situação de incêndio, ferramentas de otimização SOLVER e *fmincon* e métodos probabilísticos Monte Carlo e FORM

No Capítulo 3, são apresentadas as características do problema, destrinchando todas as incertezas referentes ao problema analisado no presente trabalho. Nesse capítulo, apresenta-se também a caracterização dos módulos computacionais desenvolvidos, os quais permitem as análises dos problemas.

No Capítulo 4, são apresentados os resultados dos processos de otimização realizados com as ferramentas SOLVER e *fmincon*, além da análise de confiabilidade por meio dos métodos Monte Carlo e FORM, considerando as configurações propostas para a viga de madeira estudada em condições normais de uso, sem carga de incêndio, e sob a situação específica de incêndio. Também é abordada a análise da relevância das variáveis de projeto no estudo da confiabilidade da estrutura.

No Capítulo 5, são apresentadas as conclusões do estudo, sintetizando os principais achados e discutindo as implicações dos resultados obtidos. Além disso, são destacadas as limitações da pesquisa e propostas direções para trabalhos futuros, visando o aprimoramento das metodologias empregadas e a ampliação do conhecimento sobre a confiabilidade estrutural de vigas de madeira otimizadas e não otimizadas em situação de incêndio.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Confiabilidade e otimização de vigas de madeira em situação de incêndio

A confiabilidade estrutural de vigas de madeira submetidas ao fogo depende diretamente da evolução das temperaturas e das trocas de calor no ambiente. Para avaliar esses efeitos de maneira precisa, é necessário adotar um modelo de incêndio adequado.

2.1.1 Modelagem do Incêndio

A modelagem de incêndios permite prever a evolução térmica do ambiente, considerando a transferência de calor por radiação e convecção e a temperatura dos gases ao longo do tempo. Esse processo é baseado em diferentes tipos de curvas térmicas, que descrevem a intensidade do incêndio e sua ação sobre os elementos estruturais (Hurley & Rosenbaum, 2015). Entre os modelos disponíveis, destacam-se as curvas padronizadas, amplamente utilizadas para análises normativas, e as curvas naturais, que buscam representar com maior realismo o comportamento do incêndio em compartimentos específicos.

Neste estudo, será utilizada a curva de incêndio natural, pois ela possibilita uma análise mais precisa da transferência de calor para as vigas de madeira, considerando a ventilação, a carga de incêndio e a geometria do ambiente. Esse modelo permite uma avaliação mais realista da resistência da estrutura ao longo do tempo, sendo fundamental para a análise probabilística da confiabilidade estrutural em condições extremas de exposição ao fogo.

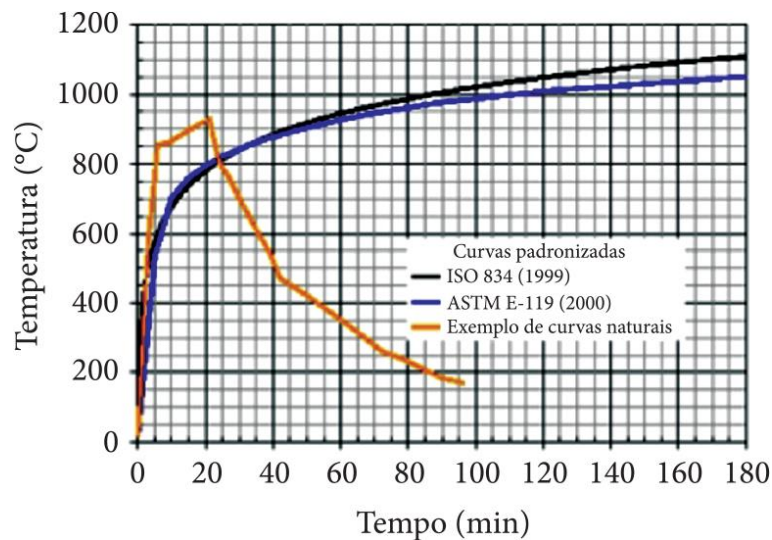
2.1.2 Modelos de Incêndio Natural Compartimentado

Os modelos de incêndio natural compartimentado buscam representar de forma mais realista a evolução térmica em um ambiente fechado, considerando fatores como carga de incêndio, ventilação e inércia térmica das vedações do compartimento (Denoel, 2007). Diferente das curvas padronizadas, que apresentam crescimento contínuo da temperatura ao longo do tempo, as curvas naturais possuem três fases distintas: crescimento, pico e resfriamento.

A Figura 1 ilustra essa diferença, comparando as curvas padronizadas ISO 834 (1999) e ASTM E-119 (2000) com um exemplo de curva natural. Nota-se que, enquanto as curvas

padronizadas apresentam uma tendência de aumento contínuo da temperatura, a curva natural (em laranja) exibe um comportamento mais realista, com um rápido crescimento inicial, seguido por um pico e posterior resfriamento devido à limitação do combustível e da ventilação (Fransen *et al.*, 2009).

Figura 1: Curvas de incêndio



Fonte: Costa & Silva, 2002

O Eurocódigo 1 (CEN, 2002) fornece uma equação para curvas paramétricas que são mais realistas que os métodos padronizados. Esse modelo é aplicável a compartimentos com até 500 m² de área útil e altura máxima de 4 m, sem aberturas no teto. A carga de incêndio é composta principalmente de materiais celulósicos com combustão completa.

Para calcular a curva natural compartimentada, seguem-se os seguintes passos:

1. Determinação do tempo onde ocorre a temperatura máxima (t_{max}), segundo a Equação 1:

$$t_{max} = 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{q_{fi,d}}{O_v} \right) \geq t_{lim} \quad (1)$$

onde $q_{fi,d}$ é a carga de incêndio relacionada à área total do compartimento, dentro dos limites de $50 \leq q_{fi,d} \leq 1000$ [MJ/m²]; O_v é o grau de ventilação/ fator de abertura, em [m^{1/2}], válido para $0,02 \leq O_v \leq 0,20$; e t_{lim} é o tempo-limite mínimo igual a 25 min para uma velocidade de desenvolvimento do incêndio lento, igual a 20 min para velocidade média e 15 min para

velocidade rápida. Se $t_{\max} = t_{\lim}$, o incêndio é considerado como controlado pelo combustível e quando $t_{\max} > t_{\lim}$, o incêndio é considerado controlado pela ventilação.

2. Cálculo do ramo ascendente até $t_{\max}$, conforme Equação 2:

$$\theta_g = 20 + 1325 \cdot \left(1 - 0,324 \cdot e^{-0,2t^*} - 0,204 \cdot e^{-1,7t^*} - 0,472 \cdot e^{-19t^*}\right) \quad (2)$$

sendo θ_g a temperatura dos gases dentro do compartimento, expressa em °C, e t^* é o tempo fictício em horas.

3. Cálculo do ramo de resfriamento descendente, segundo a Equação 3:

$$\begin{aligned} \theta_g &= \theta_{g,\max} - 625 \cdot (t \cdot \Gamma - \phi \cdot \chi), \text{ para } \phi \leq 0,5; \\ \theta_g &= \theta_{g,\max} - 250 \cdot (3 - t_d) \cdot (t \cdot \Gamma - \phi \cdot \chi), \text{ para } 0,5 < \phi \leq 2; \\ \theta_g &= \theta_{g,\max} - 250 \cdot (t \cdot \Gamma - \phi \cdot \chi), \text{ para } \phi > 2; \end{aligned} \quad (3)$$

onde o parâmetro χ depende de o incêndio ser controlado pela ventilação ou pelo combustível. O parâmetro ϕ varia conforme a carga de incêndio e o grau de ventilação, enquanto Γ também depende do grau de ventilação e da inércia térmica. A temperatura máxima dos gases, $\theta_{g,\max}$ é determinada com base no tempo $t_{\max}$.

2.2 Dimensionamento de Estruturas de Madeira em Situação de Incêndio

No Brasil, não há normas específicas para o projeto de estruturas de madeira em situação de incêndio. Por isso, o presente trabalho considera os critérios apresentados pelo Eurocódigo 5 (EN 1995-1-2). O Eurocódigo 5, Parte 1-2, apresenta dois métodos simplificados para o dimensionamento de estruturas de madeira expostas ao fogo: o método da seção transversal reduzida e o método das propriedades reduzidas.

2.2.1 Método das propriedades reduzidas

No método das propriedades reduzidas, a seção residual do elemento estrutural também depende da espessura da camada carbonizada. Porém, o coeficiente de modificação $k_{\text{mod,fi}}$ não é sempre igual a 1.

Para elementos em madeira, $k_{\text{mod,fi}}$ é igual a 1 no tempo $t = 0$. Para elementos não protegidos, para $0 \leq t \leq 20$ min, o fator é interpolado linearmente entre 1 e os valores obtidos

para $t \geq 20$ min. Para $t \geq 20$ min, o fator de modificação da resistência à flexão é dado conforme a Equação 4:

$$k_{mod,fi} = 1 - \frac{p}{200 \cdot A_r} \quad (4)$$

onde p é o perímetro exposto ao fogo, em metros, e A_r é a área da seção transversal residual, em metros quadrados.

2.2.2 Taxa de Carbonização e Espessura da Camada Carbonizada para Superfícies Não-Protegidas e Submetidas a Incêndios Paramétricos

A parte 1-2 do Eurocódigo 5 (EN1995-1-2, 2003) propõe um método simplificado para estimar a taxa de carbonização em superfícies de madeira não protegidas quando expostas a incêndios paramétricos (β_{par}), conforme a Equação 5.

$$\beta_{par} = 1,5 \cdot \beta_n \frac{0,2 \cdot \sqrt{\Gamma} - 0,04}{0,16 \cdot \sqrt{\Gamma} + 0,08} \quad (5)$$

onde β_n é a taxa de carbonização média tabelada em função da massa específica da madeira presente no Eurocódigo 5 e Γ é um parâmetro que depende do grau de ventilação (O_v), que seria a influência da quantidade de ar disponível no ambiente, e da inércia térmica (b_t), que seria uma medida de resistência à propagação do calor, e calculado conforme a Equação 6.

$$\Gamma = \frac{(O_v/b_t)^2}{(0,04/1160)^2} \quad (6)$$

A espessura da camada carbonizada em superfícies de madeira não protegidas, submetidas a incêndios paramétricos, é dada pela Equação 7. Essa camada resulta da degradação térmica da madeira, formando uma barreira que retarda a propagação do calor para as camadas internas. Embora perca suas propriedades mecânicas, a camada carbonizada temporariamente protege a estrutura interna.

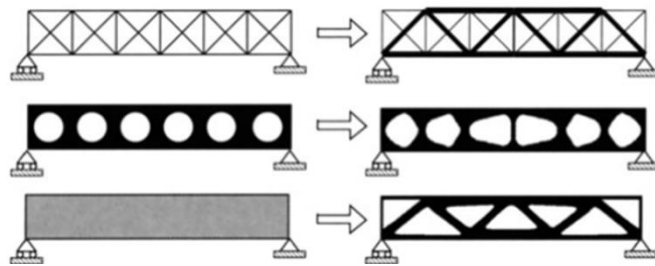
$$\begin{aligned} d_{char} &= \beta_{par} \cdot t \xrightarrow{se} t \leq t_0 \\ d_{char} &= \beta_{par} \cdot \left(1,5t_0 - \frac{t^2}{4t_0} - \frac{t_0}{4} \right) \xrightarrow{se} t_0 < t \leq 3t_0 \\ d_{char} &= 2\beta_{par}t \xrightarrow{se} 3t_0 < t \leq 5t_0 \end{aligned} \quad (7)$$

onde t_0 é o período em que a taxa de carbonização é constante, em minutos. A Equação 7 é válida para $d_{char} \leq b/4$ e $d_{char} \leq h/4$, sendo b a largura e h a altura da secção transversal, em metros.

2.3 Otimização Estrutural

A otimização estrutural é um processo fundamental na engenharia, que busca encontrar a configuração mais eficiente para um sistema estrutural, maximizando sua resistência e minimizando o peso, o uso de material e os custos de construção, sem comprometer a segurança e a funcionalidade (Arora, 2016). A Figura 2 ilustra diferentes estratégias de otimização estrutural, onde elementos são reconfigurados para melhorar o desempenho mecânico enquanto reduzem o consumo de material.

Figura 2: Otimização estrutural



Fonte: imagens do google, 2024.

A otimização estrutural é um processo fundamental para garantir a segurança de vigas de madeira em situações de incêndio. Como a madeira é um material inflamável, é necessário um planejamento criterioso para assegurar que essas vigas mantenham sua resistência e integridade sob altas temperaturas. O processo de otimização ajusta parâmetros, como as dimensões e a distribuição do material, para garantir o melhor desempenho possível diante de condições extremas.

Um dos métodos mais eficazes para otimização é a função *fmincon*, do MATLAB, utilizada na solução de problemas de otimização não linear com restrições. Essa ferramenta é essencial para encontrar a melhor configuração estrutural, minimizando uma função objetivo enquanto respeita restrições impostas ao problema. O *fmincon* permite a definição de limites superiores e inferiores para as variáveis de decisão e disponibiliza diferentes algoritmos, como

o método de pontos interiores e a programação quadrática sequencial (SQP), tornando o processo de otimização mais flexível e eficiente.

Além do MATLAB, um método amplamente utilizado para otimização em planilhas eletrônicas é o Solver GRG (*Generalized Reduced Gradient*), do Excel. Esse método é particularmente útil na resolução de problemas não lineares, que são comuns em engenharia estrutural devido às interações complexas entre materiais e cargas aplicadas. O GRG consegue lidar com múltiplas variáveis e restrições, permitindo encontrar soluções otimizadas para vigas de madeira expostas ao fogo.

A aplicação de técnicas de otimização no projeto de vigas de madeira é uma abordagem estratégica que equilibra segurança, eficiência no uso de materiais e economia. Além de atender aos critérios de segurança contra incêndios, essa abordagem contribui para o aprimoramento da confiabilidade estrutural, possibilitando o desenvolvimento de projetos mais robustos e ótimos.

2.4 Ferramenta Computacional *Risk Tool* (RT)

A ferramenta computacional *Risk Tool* (RT), proposta por Mahsuli e Haukaas (2013), é um software amplamente utilizado para análises de confiabilidade estrutural, permitindo a avaliação da probabilidade de falha de estruturas sob diferentes condições de carga e eventos extremos, como incêndios. Com essa abordagem, o RT possibilita uma análise mais precisa do dimensionamento estrutural, levando em conta incertezas nos parâmetros de entrada.

No estudo de vigas de madeira, sejam elas otimizadas ou não, o uso do RT é fundamental para a avaliação do seu desempenho sob incêndio, considerando fatores como características do material, condições de carga e cenários térmicos específicos. Além disso, o programa oferece métodos avançados de análise probabilística, com destaque para o Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM) e a Simulação de Monte Carlo, que permitem modelar de forma realista os riscos associados à degradação da estrutura ao longo do tempo.

Com sua capacidade de integrar incertezas e fornecer análises detalhadas, o RT se torna uma ferramenta interessante para estudos avançados na área de confiabilidade estrutural, auxiliando engenheiros na tomada de decisões mais seguras e embasadas para o projeto e dimensionamento de estruturas expostas a incêndios.

2.5 Método de simulação de Monte Carlo

A Simulação de Monte Carlo (SMC) é um dos métodos probabilísticos mais eficazes para a análise de confiabilidade estrutural, sendo amplamente utilizada no *Risk Tool* (RT). Esse método consiste na geração de um grande número de amostras aleatórias das variáveis de entrada, permitindo a obtenção de uma distribuição estatística das respostas estruturais. Sua principal vantagem é a capacidade de lidar com funções altamente não lineares, possibilitando estimativas precisas da probabilidade de falha (Melchers e Beck, 2018).

Quando aplicada à análise de vigas de madeira sob incêndio, a Simulação de Monte Carlo permite incorporar incertezas relacionadas às propriedades do material, condições térmicas e cargas atuantes. Ao realizar milhares de simulações com diferentes combinações desses parâmetros, obtém-se uma distribuição probabilística da resposta estrutural, possibilitando uma avaliação detalhada do risco de falha.

Esse método também se destaca por sua flexibilidade, podendo ser utilizado para analisar estruturas com comportamento não linear e avaliar o impacto de diferentes estratégias de proteção contra incêndio. Dessa forma, a Simulação de Monte Carlo pode contribuir para um projeto mais seguro e ótimo, oferecendo informações importantes sobre a confiabilidade das vigas de madeira em condições extremas.

2.6 Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM)

O *First Order Reliability Method* (FORM) é uma abordagem probabilística amplamente utilizada para estimar a probabilidade de falha estrutural, baseando-se na linearização da função de estado limite no ponto de projeto, ou seja, o ponto mais provável de falha (Beck, 2019). A principal vantagem do FORM em relação à Simulação de Monte Carlo está na redução significativa do custo computacional, tornando-se uma opção eficiente para problemas em que a função de resposta pode ser razoavelmente linearizada.

Além da estimativa de falha, o FORM permite calcular o índice de sensibilidade, um parâmetro fundamental para a avaliação da segurança estrutural. Esse índice possibilita a identificação dos fatores mais influentes na falha, podendo considerar, por exemplo, as incertezas associadas às propriedades dos materiais e às condições de carregamento. A contribuição de cada variável para o risco estrutural depende de sua média estatística, distribuição de probabilidade e influência na equação de estado limite (Beck, 2019).

2.7 Aplicação na Análise de Vigas de Madeira

A utilização dos métodos FORM e Simulação de Monte Carlo (SMC) permite uma análise abrangente da confiabilidade estrutural de vigas de madeira expostas ao fogo. Enquanto o FORM é eficiente do ponto de vista computacional e fornece uma estimativa rápida da probabilidade de falha, a MCS oferece uma abordagem mais robusta para sistemas altamente não lineares, permitindo capturar a distribuição completa das respostas estruturais.

A aplicação desses métodos utilizando o Risk Tool (RT) envolve as seguintes etapas:

- **Definição dos Parâmetros de Entrada:** Determinação das propriedades térmicas e mecânicas da madeira, taxas de carbonização, condições de carga e cenários de incêndio.
- **Modelagem dos Estados Limites:** Construção da equação que representa a condição de falha da viga com base nos parâmetros de interesse.
- **Cálculo da Confiabilidade Estrutural:** Com o FORM, obtém-se o índice de confiabilidade (β), que indica a segurança estrutural da viga considerando a linearização da função de estado limite. Com a MCS, são geradas inúmeras simulações aleatórias para obter a distribuição estatística da resposta estrutural, possibilitando uma avaliação mais detalhada das incertezas.
- **Análise dos Resultados:** Avaliação dos resultados obtidos para identificar os fatores mais críticos e comparar a confiabilidade das vigas otimizadas e não otimizadas.

3. METODOLOGIA

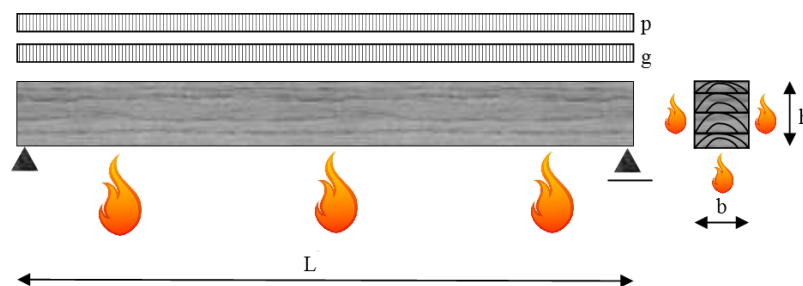
3.1 Problema: Método das Propriedades Reduzidas, considerando uma viga laminada colada submetida a curva de incêndio natural (Stepinac e Rajčić, 2015)

3.1.1 Descrição do problema

A análise da viga de madeira laminada colada em situação de incêndio foi realizada conforme descrito no trabalho de Stepinac e Rajčić (2015). O estudo original enfoca apenas na análise da resistência da viga submetida a um incêndio de 30 minutos, utilizando a abordagem do Eurocódigo 5 (EN1995-1-2). Porém, diferentemente do artigo de Stepinac e Rajčić (2015), o presente estudo aborda a solução do problema considerando diferentes valores de tempo de incêndio (0 a 120 min) e de dimensões da viga.

A viga estudada possui comprimento $L = 6$ m, sendo considerada simplesmente apoiada e submetida a uma carga distribuída. A carga aplicada consiste em parcelas de carga permanente (g) e variável (p) com valores nominais de $1,5 \text{ kN/m}^2$ e $5,80 \text{ kN/m}^2$, respectivamente. A viga é composta por madeira laminada colada, com resistência característica à flexão (f_{mk}) de $31,02 \text{ MPa}$. A viga está sujeita a condições normais de uso e a uma situação de incêndio, onde é exposta ao fogo em três faces, conforme mostrado na Figura 3.

Figura 3: Geometria do Problema.



Fonte: Adaptado de Stepinac e Rajčić (2015).

As dimensões de projeto da seção transversal da viga são de 20 cm de largura (b) e 36 cm de altura (h). Durante a exposição ao fogo, a taxa de carbonização da madeira é considerada uma variável importante, influenciando a resistência residual da seção transversal. A taxa inicial de carbonização será $\beta_0 = 0,65 \text{ mm/min}$ e a taxa de carbonização média adotada é de $\beta_n = 0,70 \text{ mm/min}$, assim teremos, a taxa de carbonização para superfícies não-protetidas e submetidas

a incêndios paramétricos $\beta_{par} = 0,0513587$ mm/min; $t_0 = 98,65$ min, porém como t_0 deve ser menor que 40 min, então t_0 será: $t_0 = 40$ min;

O grau de ventilação é adotado como sendo $O_v = 0,026$ m^{1/2}, a inércia térmica é considerada como sendo 1160 J/m²s^{1/2}k e a carga de incêndio $q_{t,d} = 285$ MJ/m². Além disso, considera-se a massa específica característica como sendo 512 kg/m³ e $d_0 = 7$ mm.

3.2 Informações sobre a análise da confiabilidade

A análise de confiabilidade foi conduzida utilizando o *software* de confiabilidade estrutural Rt (Risk Tools) (Mahsuli e Haukaas, 2013), empregando os métodos de Simulação de Monte Carlo (MCS) e FORM (*First Order Reliability Method*). Foram consideradas 200 mil simulações como base de iteração para o cálculo da probabilidade de falha.

A função de estado limite foi formada para a tensão máxima de flexão conforme a Equação 8, que considera o método das propriedades reduzidas, conforme descrito anteriormente.

$$Z = X_1 \cdot M_{Rd,fi} - X_2 \cdot M_{Sd,fi} \quad (8)$$

onde, X_1 é a incerteza do modelo para a resistência projetada ao fogo; $M_{Rd,fi}$ é o momento resistente de cálculo; X_2 é a incerteza do modelo para as ações na estrutura; e $M_{Sd,fi}$ é o momento solicitante de cálculo. Substituindo os valores $M_{Rd,fi}$ e $M_{Sd,fi}$ em função da largura e altura efetivas da viga, desse modo, a função de estado limite para a tensão máxima de flexão em situação de incêndio pode ser expressa conforme a Equação 9:

$$Z = X_1 \times \left[\left(\frac{b_{ef} \cdot h_{ef}^2}{6} \right) \times (1,15 \cdot f_{m,k}) \times \left(1 - \frac{1}{200} \times \frac{b_{ef} + 2h_{ef}}{b_{ef} \cdot h_{ef}} \right) \right] - X_2 \times \left[\frac{G + P}{8} \times L^2 \right] \quad (9)$$

Sendo b_{ef} e h_{ef} representados pelas Equações 10 e 11, respectivamente:

$$b_{ef} = b - 2 \left[(0,007) + \beta_{par} \times \left(50 - \frac{t^2}{160} \right) \right] \quad (10)$$

$$h_{ef} = h - \left[(0,007) + \beta_{par} \times \left(50 - \frac{t^2}{160} \right) \right] \quad (11)$$

onde, b_{ef} é a largura reduzida da viga; h_{ef} é a altura reduzida da viga; b é a largura inicial da secção transversal da viga; h é altura inicial da secção transversal da viga; $f_{m,k}$ é a resistência à flexão; G é a carga permanente media; P é a carga variável media; L é o vão da viga; $\beta_{par} =$

0,0513587 mm/min a taxa de carbonização para superfícies não-protegidas e submetidas a incêndios paramétricos; e t o tempo de exposição ao fogo.

A Tabela 1 apresenta os valores dos parâmetros probabilísticos empregados para as variáveis básicas do estudo. As recomendações para distribuições e coeficientes de variação foram retiradas integralmente de Stepinac e Rajčić (2015).

Tabela 1: Parâmetros probabilísticos do problema (adaptado de Stepinac e Rajčić (2015))

Categoria da Variável	Variável	Símbolo	Unid.	Distribuição	média	Desvio
Carregamento	Ação permanente	G	N/m	Normal	1500	$0,1 \times \text{média}$
	Ação variável	P	N/m	Gumbel	5800	$0,3 \times \text{média}$
	Incerteza para a resistência	X_I	---	Normal	1	$0,15 \times \text{média}$
	Incerteza para as ações	X_2	---	Normal	1	$0,1 \times \text{média}$
Resistência da madeira	Resistência à flexão	$f_{m,k}$	N/m ²	Lognormal	31020000	$0,15 \times \text{média}$
Dimensões da secção transversal	Largura da viga	b	m	Normal	valor ótimo	$0,01 \times \text{média}$
	Altura da viga	h	m	Normal	valor ótimo	$0,01 \times \text{média}$

Fonte: Autor, 2025.

3.3 Informações sobre otimização do problema

A otimização do problema foi realizada utilizando os programas a função *fmincon* da aba de ferramentas do MATLAB e a ferramenta solver (GRG não-linear), considerando os limites geométricos de altura (h) e largura (b).

3.3.1 Formulação do Problema de Otimização

A formulação do problema de otimização seguiu as etapas de Descrição do Problema, Coleta de Dados e Informações, Definição de Variáveis de Projeto, Critério de Otimização e Formulação das Restrições. As restrições foram formuladas para garantir que a viga não falhe sob cargas operacionais normais e em situação de incêndio, conforme definido pela Equação 9.

Estas restrições dependem das variáveis de projeto (b e h), e seus valores mudam conforme diferentes projetos de ensaio.

No processo de otimização, consideramos o comprimento da viga constante e igual a 6 m, a taxa de carbonização de 0,7 mm/min e o tempo de incêndio (T) variando de 0 a 120 minutos. Para determinar os valores a serem considerados no projeto para a carga permanente, carga variável e resistência à flexão ($f_{m,k}$), consideramos os valores médios, desvio padrão e o tipo de distribuição dessas variáveis:

Parâmetros Utilizados

- **Resistência à flexão ($f_{m,k}$):**
 - Média: 31020000 N/m²
 - Valor característico (f_k): Calculado como $f_k = f_{m,k} \times f_{ik}$, onde $f_{ik} = 0,7764$ para uma distribuição lognormal com coeficiente de variação (CV) de 0,15 (Beck, 2014).
Portanto, $f_k = 0,774 \times 31020000 = 24083928$ N/m² (com confiança de 95%).
- **Carga Permanente (G):**
 - Média: 1500 N/m
 - Valor característico (G_k): Calculado como $G_k = \text{média} \times f_{ik}$, onde $f_{ik} = 1,164$ para uma distribuição normal com CV de 0,1 (Beck, 2014). Portanto, $G_k = 1,164 \times 1500 = 1746$ N/m (com confiança de 95%).
- **Carga Variável (q):**
 - Média: 5800 N/m
 - Valor característico (Q_k): Calculado como $Q_k = \text{média} \times f_{ik}$, onde $f_{ik} = 1,560$ para uma distribuição Gumbel com CV de 0,3 (Beck, 2014). Portanto, $Q_k = 1,560 \times 5800 = 9048$ N/m (com confiança de 95%).

A Tabela 2 apresenta um resumo do processo de otimização e dos parâmetros mencionados anteriormente, detalhando as variáveis de projeto, critérios de otimização e restrições consideradas para garantir a segurança da viga de madeira tanto em condições normais quanto em situação de incêndio.

Tabela 2: Resumo do Processo de Otimização

1. VARIÁVEIS DE PROJETO					
Variável	Limite Inferior	Valor inicial de Projeto	Limite Superior	Símbolo	Unidade
Altura da Seção	0,10	0,20	Sem limite	<i>h</i>	<i>m</i>
Largura da Seção	0,05	0,36	Sem limite	<i>b</i>	<i>m</i>
2. PARÂMETROS					
Parâmetro		Valor	Símbolo	Unidade	
Comprimento do vão		6,00	L	m	
Carga Permanente		1746	G	N/m	
Carga Variável		9048	Q	N/m	
Resistência à compressão paralela as fibras		24083928	f _{m,k}	N/m²	
Taxa básica de carbonização		0,0007	β _n	m/min	
Grau de ventilação		0,0260	O	m ^{1/2}	
Inércia térmica		1160	bt	(J/m²(s ^{1/2})°K	
Carga de incêndio		285	q _{t,d}	MJ/m²	
Taxa inicial de carbonização		0,00065	β ₀	m/min	
Massa específica característica (kg/m3)		512	m _{esp}	Kg/m³	
Carbonização inicial		β _{0,t}	d _{char,0}	m	
Taxa básica de carbonização em função da <i>m_{esp}</i>		0,70	β _n (<i>m_{esp}</i>)	m/min	
Taxa inicial de carbonização em função de <i>m_{esp}</i>		0,65	β ₀ (<i>m_{esp}</i>)	m/min	
Fator que representa as propriedades térmicas dos limites do compartimento		Equação 6	Γ	---	
Período de tempo com uma taxa de carbonização constante		40	t ₀	min	
<i>k₀</i>		1	k ₀	---	
<i>d₀</i>		0,007	d ₀	m	
Cálculo de carbonização ao longo do tempo		Equação 7	d _{char}	m	
Largura efetiva (pós carbonização)		Equação 10	b _{ef}	m	
Altura efetiva (pós carbonização)		Equação 11	h _{ef}	M	
Momento Resistente de Cálculo		Equação 8	M _{Rd,fi}	N.m	
Momento Solicitante de Cálculo		Equação 8	M _{Sd,fi}	N.m	
Tempo de incêndio		0 – 120	T	min	
3. FUNÇÃO OBJETIVO					
Volume do material a ser minimizado		Valor	Símbolo	Unidade	
		<i>x</i>	<i>V</i>	<i>m</i> ³	
4. RESTRIÇÕES					
Modo de falha		Lado Esquerdo	≤ ou ≥	Lado Direito	
Devido às tensões normais na seção residual sob condição de incêndio		Equação 11	≥	0	
Largura da Seção		b	≥	b _{min}	
Altura da Seção		h	≥	0,10	
Largura da Seção		b	≥	0,05	
Carbonização ao longo do tempo		d _{char}	≤	b/4 e h/4	
Largura efetiva		b _{ef}	≥	0,05 m	
Altura efetiva		h _{ef}	≥	0,05 m	

Fonte: Autor, 2025.

4. RESULTADOS

4.1 Avaliação das Dimensões Otimizadas para Diferentes Tempos de Incêndio

A otimização das dimensões priorizou o aumento da largura da viga, uma vez que, em situação de incêndio em três faces, a largura é consumida duas vezes mais que a altura (conforme observa-se nas Equações 10 e 11). A Tabela 3 resume as dimensões otimizadas da viga para diferentes durações de incêndio.

Tabela 3: Dimensões otimizadas da viga de madeira para suportar diferentes tempos de exposição ao fogo

Otimizada para suportar o tempo de incêndio (min) de:	Seção transversal $b(cm) \times h(cm)$	Área (m^2)	Volume (m^3)
0	5×50	0,0250	0,1500
30	12×42	0,0504	0,3024
60	16×41	0,0656	0,3936
90	20×38	0,0760	0,4560
120	24×34	0,0816	0,4896
viga não otimizada/dimensões de projeto	20×36	0,072	0,4320

Fonte: Autor, 2025.

A Tabela 3 mostra um aumento na largura e uma diminuição na altura à medida que o tempo de incêndio aumenta. Este ajuste busca melhorar a integridade estrutural da viga ao prolongar o tempo de exposição ao fogo, considerando a formação de uma camada carbonizada que protege a seção interna da madeira. Os resultados destacam a eficiência da otimização em termos de uso de material. Até 60 minutos de incêndio, há uma economia significativa de material. Para exposições superiores a 60 minutos, o volume maior da viga otimizada é justificado pela necessidade de aumentar a largura, essencial para a resistência à flexão e a integridade estrutural sob incêndio.

4.2 Análise da Probabilidade de Falha sob Condições Normais de Temperatura

A Tabela 4 apresenta as probabilidades de falha sob condições normais de temperatura para diferentes dimensões de seção transversal da viga de madeira, otimizadas para resistir a tempos variados de exposição ao incêndio. As análises foram conduzidas utilizando os métodos de Monte Carlo e FORM.

Ambos os métodos, Monte Carlo e FORM, seguiram uma tendência similar na redução das probabilidades de falha com o aumento da otimização. As probabilidades de falha estimadas pelo método FORM foram consistentemente um pouco menores que as estimadas pelo método Monte Carlo, refletindo a diferença na abordagem e precisão dos dois métodos.

Tabela 4: Probabilidade de falha sob condições normais de temperatura

Otimizada para suportar o tempo de incêndio (min) de:	Seção transversal $b(cm) \times h(cm)$	$P_f(\%)$ - Monte Carlo	$P_f(\%)$ - FORM
0	5 × 50	4,14193	3,74138
30	12 × 42	0,02412	0,02092
60	16 × 41	0,00186	0,00146
90	20 × 38	0,00071	0,00059
120	24 × 34	0,00099	0,00085
viga não otimizada/dimensões de projeto	20 × 36	0,00221	0,00192

Fonte: Autor, 2025.

A viga com seção transversal de 5 cm × 50 cm, não otimizada para suportar incêndio, apresentou as maiores probabilidades de falha: 4,14193% pelo método de Monte Carlo e 3,74138% pelo método FORM. Esses valores indicam uma inadequação da viga para condições normais de temperatura.

Conforme o tempo necessário de resistência ao incêndio aumenta (de 30 a 120 min), as dimensões da seção transversal também aumentam, resultando em uma redução significativa na probabilidade de falha para uma condição normal de uso. Por exemplo, para uma viga otimizada para suportar 90 min de incêndio (20 cm × 38 cm), a probabilidade de falha foi de 0,00071% (Monte Carlo) e 0,00059% (FORM).

A viga não otimizada, com dimensões de 20 cm × 36 cm, apresentou uma probabilidade de falha de 0,00221% (Monte Carlo) e 0,00192% (FORM). Embora essas probabilidades sejam mais baixas do que as da viga não otimizada para 0 min, elas ainda são maiores em comparação com as vigas otimizadas para tempos de resistência ao incêndio superiores.

O *Joint Committee on Structural Safety* – JCSS (2001) sugere valores de índices de confiabilidade de referência toleráveis, utilizados em avaliações de segurança estrutural sob ações acidentais, como incêndios, sendo estes valores consistentes com o Eurocode EN 1990. Dentre eles, para situações normais de temperatura, considerando um custo de segurança pequeno e consequências de falhas leves, tem-se um valor de $\beta = 4,2$. Conforme Beck (2014, p. 243), esse valor corresponde a uma probabilidade de falha de 0,0013457%. Assim, é possível perceber, de forma comparativa com os valores apresentados na literatura sobre confiabilidade,

que a viga 5x50 se mostra inadequada. Contudo, ressalta-se a capacidade da otimização estrutural aplicada aos demais tempos, conforme a severidade considerada.

Os resultados indicam que a otimização das vigas de madeira para suportar incêndios resultou em uma significativa melhoria do desempenho estrutural sob condições normais de temperatura. As seções transversais maiores, resultantes da otimização para tempos de resistência ao incêndio mais longos, apresentaram as menores probabilidades de falha. A análise demonstrou que a otimização, embora destinada a cenários de incêndio, também oferece benefícios significativos em ambientes normais, com os métodos de Monte Carlo e FORM corroborando a eficácia das seções otimizadas.

4.3 Análise da Probabilidade de Falha em Situação de Incêndio

A Tabela 5 apresenta as P_f s para diferentes dimensões de seção transversal da viga de madeira, otimizadas para suportar tempos específicos de exposição ao incêndio. Os valores foram calculados utilizando os métodos de Monte Carlo e FORM.

Tabela 5: Probabilidade de falha para diferentes dimensões de seção transversal em situação de incêndio

Otimizada para suportar o tempo de incêndio (min) de:	Seção transversal $b(cm) \times h(cm)$	P_f (%) para suportar o tempo para o qual foi otimizada - Monte Carlo	P_f (%) para suportar o tempo para o qual foi otimizada - FORM
0	5 × 50	4,14193	3,74138
30	12 × 42	0,77839	0,65257
60	16 × 41	0,74540	0,63373
90	20 × 38	0,65937	0,55662
120	24 × 34	0,68629	0,58586

Fonte: Autor, 2025.

Para a viga com seção transversal de 5 cm × 50 cm, não otimizada para resistir a incêndio, as probabilidades de falha foram as mais altas, considerando que ocorreu o incêndio e a viga não foi dimensionada. No entanto, os resultados indicam que a otimização das vigas de madeira para diferentes tempos de resistência ao incêndio resulta em uma melhoria significativa na resistência estrutural em situação de incêndio. A redução nas probabilidades de falha com o aumento do tempo de otimização destaca a eficácia das seções transversais otimizadas. As análises realizadas com os métodos de Monte Carlo e FORM corroboram esta tendência, apesar das pequenas diferenças nos valores absolutos de probabilidade de falha.

Nota-se na Tabela 5 que a viga otimizada para suportar 30 minutos de incêndio, com seção transversal de 12 cm $\times$ 42 cm, apresentou uma probabilidade de falha de 0,77839% pelo método de Monte Carlo. Esse valor é relativamente baixo, mas ainda maior do que o da viga padrão não otimizada, que tem uma probabilidade de falha de 0,03239% para um incêndio de 30 minutos pelo mesmo método. O estudo de Stepinac e Rajčić (2015) relatou uma probabilidade de falha de 0,118289% para vigas não otimizadas em condições similares.

A Tabela 6 apresenta as probabilidades de falha em função do tempo de incêndio para diferentes dimensões de seção transversal.

Tabela 6: Probabilidade de falha em função do tempo para diferentes dimensões de seção transversal em situação de incêndio

Submetida a um tempo de incêndio de (min):	Seção transversal $b(cm) \times h(cm)$	P_f (%) - Monte Carlo	P_f (%) FORM
0	20 $\times$ 36	0,00221	0,00192
30		0,03239	0,02744
60		0,32846	0,31275
90		1,38902	1,34326
120		2,40849	2,15711
0	5 $\times$ 50	4,14193	3,74138
30		93,4600	99,7696
60		100	100
90		100	100
120		100	100
0	12 $\times$ 42	0,02412	0,02092
30		0,77839	0,65257
60		14,3603	14,5056
90		69,0201	63,2240
120		84,4140	83,8693
0	16 $\times$ 41	0,00186	0,00146
30		0,04338	0,03208
60		0,74540	0,63373
90		3,76609	3,42416
120		6,36607	6,05745
0	20 $\times$ 38	0,00071	0,00059
30		0,01083	0,009128
60		0,12452	0,11731
90		0,65937	0,55662
120		1,06019	0,92926
0	24 $\times$ 34	0,00099	0,00085
30		0,01210	0,01007
60		0,10032	0,09658
90		0,39790	0,37571
120		0,68629	0,58586

Fonte: Autor, 2025.

Os resultados apresentados na Tabela 6 mostram que as seções transversais menores têm maiores probabilidades de falha, especialmente com o aumento do tempo de incêndio. Por outro lado, as seções otimizadas para resistir a períodos mais longos apresentam probabilidades de falha mais baixas, embora com variações dependendo do método de análise.

Para as vigas com seção transversal de 20×36 cm, que serve como base de comparação, observou-se um aumento gradual na probabilidade de falha: de 0,00221% sem exposição ao incêndio, elevando-se a 2,40849% após 120 minutos. Esse aumento reflete a deterioração do material ao longo do tempo de incêndio.

Em contraste, a viga com seção transversal de 5×50 cm, otimizada apenas para condições normais de uso, apresenta uma probabilidade de falha extremamente alta a partir de 30 minutos, atingindo 100% após 60 minutos. Isso indica uma falha estrutural completa, resultante de uma inadequada capacidade de resistência ao fogo para a seção transversal em questão.

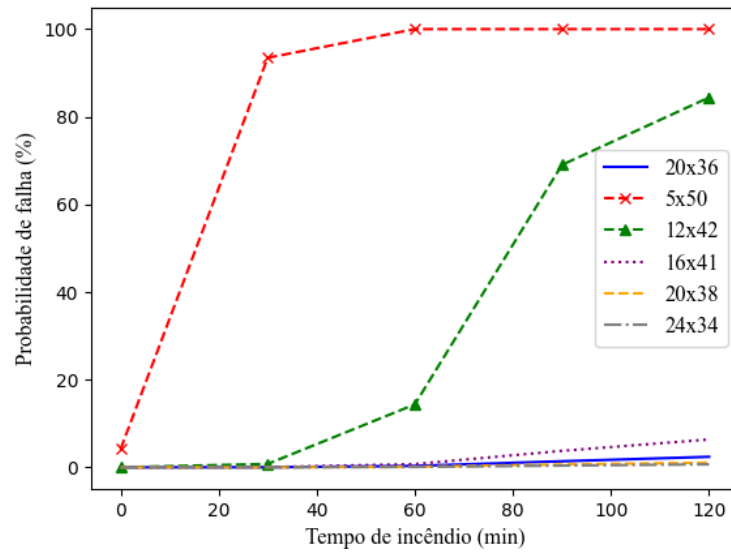
As vigas otimizadas para diferentes durações de incêndio mostram um desempenho mais consistente. Por exemplo, a viga com seção transversal de 12×42 cm, otimizada para 30 minutos, apresenta uma probabilidade de falha de 0,77839%, que aumenta significativamente para 84,4140% após 120 minutos. Isso evidencia a eficácia da otimização inicial, mas também ressalta a necessidade de ajustes adicionais para melhorar a resistência em exposições prolongadas.

A viga com seção transversal de 24×34 cm, embora apresente probabilidades de falha mais baixas em comparação com outras dimensões ao longo do tempo, ainda demonstra um aumento gradual na falha com o aumento do tempo de exposição, atingindo 0,68629% após 120 minutos.

O JCSS, para a situação de incêndio, sugere a utilização do valor do índice de confiabilidade $\beta = 3,7$, considerando um custo de segurança grande e consequências de falha graves. Conforme Beck (2014, p. 242), esse valor corresponde a uma probabilidade de falha de 0,01708%. Os resultados apresentados demonstram eficiência, uma vez que, à medida que o tempo de incêndio considerado na otimização estrutural aumenta, os valores de probabilidade de falha obtidos se aproximam do valor sugerido pelo comitê.

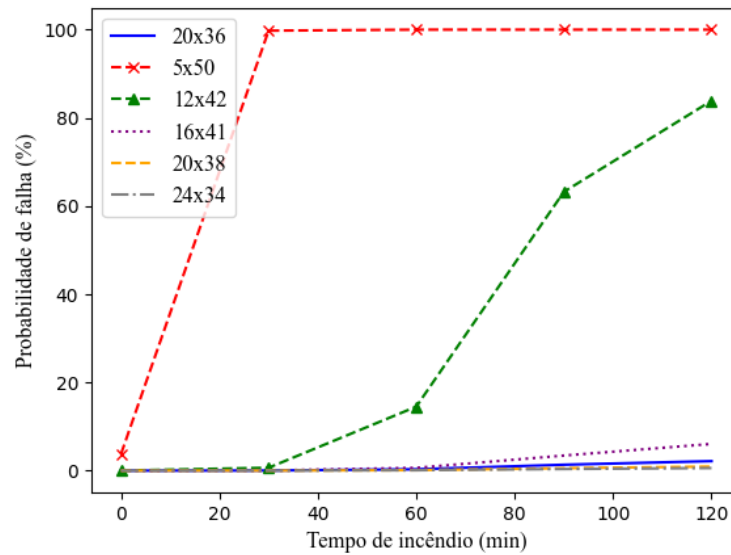
Os resultados apresentados na Tabela 6 são representados graficamente nas Figuras 4 e 5, que ilustram como as probabilidades de falha variam ao longo do tempo para as diferentes configurações de seção transversal.

Figura 4: Gráfico $P_f \times$ tempo (min) em função da seção transversal – Monte Carlo



Fonte: Autor, 2025.

Figura 5: Gráfico $P_f \times$ tempo (min) em função da seção transversal – FORM.



Fonte: Autor, 2025.

4.4 Índices de sensibilidade das variáveis aleatórias no ponto de projeto

As Tabelas 7 e 8 apresentam os índices de sensibilidade das variáveis aleatórias para uma seção transversal não otimizada (20×36 cm) e uma seção transversal otimizada para suportar 30 minutos de incêndio (12×42 cm), respectivamente. Nessas tabelas, os índices de sensibilidade fornecem uma medida da influência relativa de cada variável aleatória na probabilidade de falha da estrutura em função da duração do incêndio.

4.4.1 Seção Transversal Não Otimizada (20×36 cm)

Os índices de sensibilidade para a seção transversal não otimizada mostram que a ação variável (P) é a variável com maior impacto na probabilidade de falha em todas as durações de incêndio. O índice varia entre 0,526 e 0,538, indicando que as variações na carga variável têm uma influência significativa no comportamento estrutural da viga (mais de 52,6%). Em comparação, a incerteza para a resistência (X_1) também apresenta uma sensibilidade considerável, com índices variando de 0,243 a 0,271, destacando sua relevância na análise de falha.

Por outro lado, a ação permanente (G) e as dimensões da viga (largura b e altura h) têm índices de sensibilidade muito baixos e praticamente constantes, indicando que suas variações têm um impacto menor na probabilidade de falha. A resistência à flexão ($f_{m,k}$) mostra um aumento na sensibilidade com a duração do incêndio, variando de 0,143 a 0,166, refletindo a importância crescente da resistência material conforme o incêndio se prolonga.

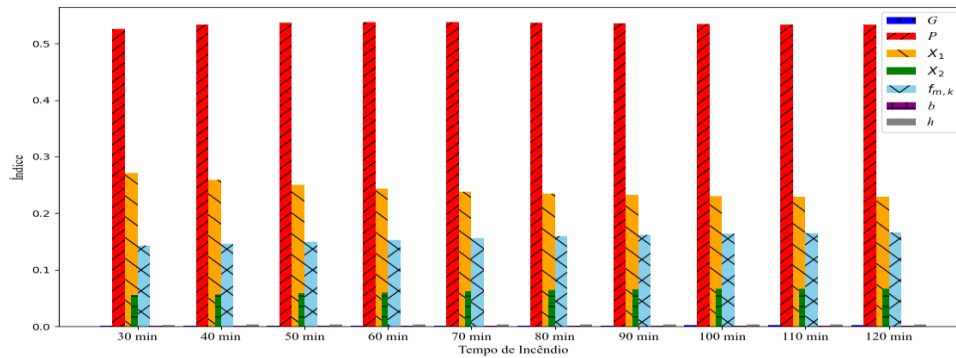
Tabela 7: Índices de sensibilidade para seção transversal não otimizada (20×36 cm).

Variáveis Aleatórias		Duração do incêndio (min)									
Nome	Símb	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Ação permanente	G	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002
Ação variável	P	0,526	0,533	0,537	0,538	0,538	0,537	0,536	0,534	0,533	0,533
Incerteza para a resistência	X_1	0,271	0,259	0,250	0,243	0,238	0,235	0,232	0,230	0,229	0,229
Incerteza para as ações	X_2	0,055	0,057	0,059	0,060	0,062	0,064	0,065	0,066	0,067	0,067
Resistência à flexão	$f_{m,k}$	0,143	0,146	0,149	0,153	0,156	0,159	0,162	0,164	0,165	0,166
Largura da viga	b	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Altura da viga	h	0,002	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

Fonte: Autor, 2025.

A Figura 6 apresenta graficamente os resultados da Tabela 7, previamente descritos.

Figura 6: Índices de sensibilidade para equação de estado limite – Seção transversal não otimizada (20×36 cm).



Fonte: Autor, 2025.

4.4.2 Seção Transversal Otimizada (12×42 cm)

Para a seção transversal otimizada, as variáveis de maior sensibilidade mudam um pouco, conforme nota-se na Tabela 8. A ação variável (P) ainda domina, mas seu índice de sensibilidade diminui ao longo do tempo, variando de 0,538 a 0,440. Isso sugere que, enquanto a carga variável continua sendo um fator importante, sua influência relativa diminui conforme a duração do incêndio aumenta.

A incerteza para a resistência (X_1) apresenta uma redução geral na sensibilidade, variando de 0,237 a 0,205, indicando uma menor influência relativa sobre a probabilidade de falha na seção otimizada. No entanto, a incerteza para as ações (X_2) mostra um aumento significativo em sensibilidade com o tempo, variando de 0,063 a 0,111, o que pode indicar uma maior relevância das variações nas cargas quando se trata de vigas otimizadas.

A resistência à flexão ($f_{m,k}$) também mostra um aumento na sensibilidade com a duração do incêndio, variando de 0,157 a 0,231. Isso sugere que a resistência do material se torna cada vez mais crítica à medida que o incêndio se prolonga.

As variáveis de dimensões da viga, como largura (b) e altura (h), continuam a apresentar índices baixos e praticamente constantes, similarmente à seção não otimizada, indicando um impacto menor na probabilidade de falha em relação a outras variáveis.

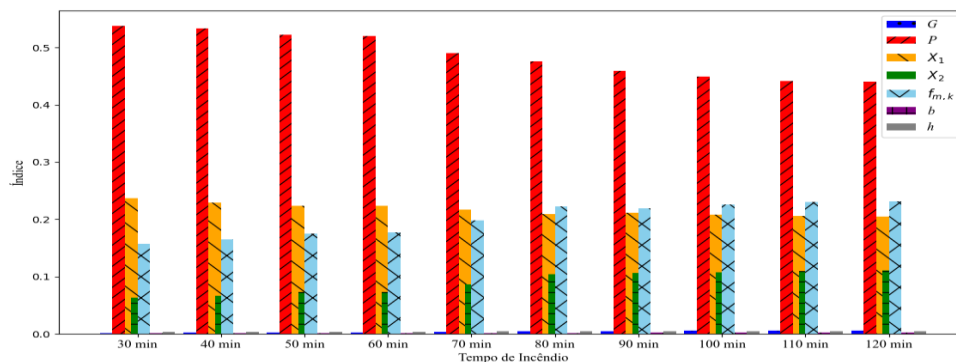
Tabela 8: Índices de sensibilidade para seção transversal otimizada para suportar 30 minutos de incêndio ($12 \times 42 \text{ cm}$)

Variáveis Aleatórias		Duração do incêndio (min)									
Nome	Símb	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Ação permanente	G	0,001	0,002	0,002	0,002	0,003	0,005	0,005	0,006	0,006	0,006
Ação variável	P	0,538	0,533	0,522	0,520	0,490	0,452	0,459	0,449	0,442	0,440
Incerteza para a resistência	X_1	0,237	0,229	0,224	0,224	0,217	0,209	0,211	0,208	0,206	0,205
Incerteza para as ações	X_2	0,063	0,067	0,073	0,073	0,086	0,104	0,100	0,106	0,110	0,111
Resistência à flexão	$f_{m,k}$	0,157	0,165	0,175	0,177	0,198	0,223	0,219	0,226	0,230	0,231
Largura da viga	b	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
Altura da viga	h	0,003	0,003	0,003	0,003	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004

Fonte: Autor, 2025.

A Figura 7 ilustra graficamente os resultados previamente descritos e apresentados na Tabela 8.

Figura 7: Índices de sensibilidade para equação de estado limite – Seção transversal otimizada para suportar 30 minutos de incêndio ($12 \times 42 \text{ cm}$).



Fonte: Autor, 2025.

A análise dos índices de sensibilidade revela que, independentemente da otimização da seção transversal, a ação variável e a incerteza para a resistência são variáveis que mais contribuem na composição da probabilidade de falha. A otimização da seção transversal reduz a influência da incerteza para a resistência (X_1) e diminui a sensibilidade das incertezas para as ações (P) à medida que o tempo de incêndio aumenta.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo analisou a confiabilidade de vigas de madeira, otimizadas e não otimizadas, em situação de incêndio, utilizando os métodos de Monte Carlo e de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM). Foi investigada uma viga, usando o método das propriedades reduzidas, com 3 faces da seção transversal expostas ao incêndio. A pesquisa investigou a probabilidade de falha da viga sob diferentes tempos de exposição ao fogo e sob condições normais de uso.

As análises demonstraram que a otimização das dimensões da viga do problema para diferentes tempos de incêndio focou no aumento da largura e na redução da altura, com o objetivo de melhorar a integridade estrutural durante incêndios. Isso se deve ao maior consumo de material na direção da largura, quando a seção transversal é submetida ao fogo em três faces.

A viga otimizada para suportar 60 minutos de incêndio apresentou uma probabilidade de falha de 0,74540% pelo método de Monte Carlo. As vigas otimizadas para tempos de resistência ao incêndio superiores também demonstraram um desempenho consistente, com menores probabilidades de falha em comparação com as vigas não otimizadas.

Sob condições normais de temperatura, tanto os métodos de Monte Carlo quanto o FORM mostraram uma tendência similar na redução das probabilidades de falha com o aumento da otimização das vigas. As probabilidades de falha estimadas pelo método FORM foram consistentemente menores do que as estimadas pelo método Monte Carlo, refletindo diferenças na abordagem e precisão dos métodos. As vigas otimizadas apresentaram menores probabilidades de falha em comparação com as vigas não otimizadas, indicando que a otimização destinada a cenários de incêndio também oferece benefícios significativos em ambientes normais.

Em situação de incêndio, a otimização das vigas para diferentes tempos de resistência resultou em uma melhoria significativa na resistência estrutural. A viga otimizada para 30 minutos de incêndio apresentou uma probabilidade de falha relativamente baixa, mas ainda maior do que a viga padrão não otimizada para o mesmo tempo de exposição. Os resultados mostraram que seções transversais menores têm maiores probabilidades de falha, especialmente com o aumento do tempo de incêndio, enquanto seções otimizadas para resistir a períodos mais longos apresentaram probabilidades de falha mais baixas.

A análise dos índices de sensibilidade das variáveis aleatórias revelou que, para a seção transversal não otimizada (20×36 cm), a ação variável (P) tem o maior impacto na probabilidade de falha em todas as durações de incêndio, seguida pela incerteza para a resistência (X_1). Para a seção transversal otimizada (12×42 cm), a ação variável continua sendo importante, mas sua influência relativa diminui com o aumento do tempo de incêndio, enquanto a incerteza para as ações (X_2) mostra um aumento significativo em sensibilidade com o tempo. As análises gráficas corroboraram que, independentemente da otimização, a ação variável e a incerteza para a resistência são as variáveis que mais contribuem para a probabilidade de falha.

Os resultados obtidos reforçam a necessidade de considerar a relação entre confiabilidade estrutural e otimização no projeto de vigas de madeira expostas ao fogo. Essa abordagem permite equilibrar segurança e eficiência, garantindo um melhor aproveitamento dos materiais sem comprometer a integridade estrutural.

Para aprofundar essa investigação, futuras pesquisas podem explorar as seguintes direções:

- a) Comparação entre diferentes materiais estruturais, como madeira, concreto e aço, analisando o impacto da otimização na confiabilidade estrutural e na otimização do uso de material.
- b) Ampliação do escopo para outros elementos estruturais, incluindo pilares e lajes, permitindo uma avaliação mais abrangente da segurança global da edificação.
- c) Aplicação de modelagem avançada baseada em elementos finitos, visando aprimorar a precisão das análises de confiabilidade e substituindo metodologias simplificadas baseadas apenas em equações de estado limite.

A continuidade desses estudos contribuirá para o desenvolvimento de metodologias mais avançada, auxiliando na criação de diretrizes de projeto que conciliem desempenho estrutural, segurança contra incêndios e otimização de estruturas.

REFERÊNCIAS

- ABNT NBR 14432 (Associação Brasileira de Normas Técnicas). 2001. Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT NBR.
- Arora, J. S. (2016). Introduction to Optimum Design (4^a ed.). Academic Press. 1381 páginas. ISBN 0128008067.
- Beck, A. T., Confiabilidade e Segurança das Estruturas. 1^a edição. Rio de Janeiro: Elsevier 2019. ISBN 978-85-352-8688-5.
- Beck, A. T., Curso de confiabilidade estrutural: notas de aula. Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo, 2014.
- Cheung, A. B., E. M. Pinto, and C. Calil Junior. 2012. “Confiabilidade estrutural de vigas de madeiras submetidas à flexão em condições normais e em situação de incêndio.” In Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira EBRAMEM, Vitória. Anais do Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira EBRAMEM. Vitória, Brazil: Universidade Federal do Espírito Santo.
- Costa CN, Silva VP. Estruturas de concreto armado em situação de incêndio. In: Anais da XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural; 2002; Brasília, Distrito Federal: UNB; 2002, p. 21.
- EN 1995: Eurocódigo – Design of timber structures: Common rules and rules for buildings, European committee for standardization, Brussels, 2003.
- JCSS (JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY). Probabilistic model code – Part 1: Basis of design. 12th draft. [S.l.]: JCSS, 2001. 62 p.
- Mahsuli, M. and Haukaas, T.. Computer program for multimodel reliability and optimization analysis. Journal of Computing in Civil Engineering, 27(1), 87–98, 2013.
- Marcolan Júnior, A. C.; Moraes, P. D. de. Probabilistic model for determining the failure time of steel-to-timber connections with multiple dowel-type fasteners exposed to fire. Fire Safety Journal, v. 133, p. 103646, 2022. ISSN 0379-7112. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0379711222001230>. Acesso em: [29/09/2024] . doi:10.1016/j.firesaf.2022.103646.
- Marcolan Júnior, A. C.; Moraes, P. D. de. Reliability on timber columns under fire situation. Fire Research, [s.l.], v. 2, p. 51, 2018. doi:10.4081/fire.2018.51.
- Melchers, R. E. *Structural Reliability Analysis and Prediction*. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1999
- Moraes, M. H. M. de; Fraga, I. F.; Francklin, H. M.; Molina, J. C.; Lahr, F. A. R.; Christoforo, A. L.. Otimização de estruturas de madeira: revisão sistemática da literatura e análise de Metodologias. Revista Caderno Pedagógico, Curitiba, v. 21, n. 6, p. 01-23, 2024. ISSN 1983-0882. DOI: 10.54033/cadpedv21n6-184.
- Melchers, R. E., and A. T. Beck. 2018. Structural reliability analysis and prediction. 3rd ed. New York: Wiley. Naser, M. Z. 2021. “Observational analysis of fire-induced spalling of concrete through ensemble machine learning and surrogate modeling.” J. Mater. Civ. Eng. 33 (1): 04020428. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.0003525](https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0003525).

Ricardo, A. S. 2022. “Confiabilidade de Elementos e Sistemas Estruturais Metálicos em Situação de Incêndio Utilizando Redes Neurais Artificiais Adaptativas.” Acesso em: [25/09/2024]. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/234993>.

Ricardo, A., S., and Gomes W., J., S.. 2021. “Structural Reliability Methods Applied in Analysis of Steel Elements Subjected to Fire” J. Eng. Mech., 2021, 147(12): 04021108. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0002023](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0002023).

Stepinac, M., Rajčić, V., & Androić, B. (2015). Reliability of timber structures exposed to fire. In M. Stepinac & V. Rajčić (Eds.), *Applications of Structural Fire Engineering*, (pp. 279-293). Dubrovnik, Croatia.