

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS A. C. SIMÕES
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

NYRON FERNANDO SILVA DA COSTA

**TEOREMA DE TALES: UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL DE SEMELHANÇA
DE TRIÂNGULOS COM ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Maceió

2026

NYRON FERNANDO SILVA DA COSTA

**TEOREMA DE TALES: UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL DE SEMELHANÇA
DE TRIÂNGULOS COM ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação de Mestrado apresentada à banca examinadora da Universidade Federal de Alagoas, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas como requisito parcial para obtenção de título de mestre.

Linha de Pesquisa: Saberes e Práticas Docentes.

Orientador: Prof. Dr. Amauri da Silva Barros.

Maceió

2026

Catálogo na Fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Setorial Lúcia Lima do Nascimento - CEDU

Bibliotecário: Cláudio César Temóteo Galvino – CRB4: 1459

C837t Costa, Nyron Fernando Silva da.
Teorema de Tales: uma abordagem experimental de semelhança de triângulos com estudantes do 9º ano do ensino fundamental / Nyron Fernando Silva da Costa - 2026.
194 f.: il.

Orientador: Amauri da Silva Barros.
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2026.

Bibliografia: f. 137-142.
Apêndices: f. 143-194.

1. Experimentação matemática. 2. Resolução de problemas. 3. Aprendizagem significativa. 4. Teorema de Tales. 5. Semelhança de triângulos.
I. Título.

CDU: 371.3 : 51

NYRON FERNANDO SILVA DA COSTA

Teorema de Tales: uma abordagem experimental de semelhança de triângulos com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro de Educação da Universidade Federal de Alagoas, aprovada em 28 de maio de 2026.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **AMAURI DA SILVA BARROS**
Data: 09/06/2026 18:13:58-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Amauri da Silva Barros
Orientador
(UFAL)

Documento assinado digitalmente
 **ROGER PERES DE MOURA**
Data: 10/06/2026 09:15:03-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Roger Peres de Moura
(UFPI)

Documento assinado digitalmente
 **VIVIANE DE OLIVEIRA SANTOS**
Data: 11/06/2026 12:02:37-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Dra. Viviane de Oliveira Santos
(UFAL)

Documento assinado digitalmente
 **GIVALDO OLIVEIRA DOS SANTOS**
Data: 10/06/2026 07:34:36-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Givaldo Oliveira dos Santos
(IFAL)

Dedico essa dissertação a toda a minha família, em especial a Analu (filha), Alana (esposa), Terezinha (mãe) e Maria de Lourdes (*in memoriam*), esta, minha grande incentivadora ao longo da vida, te amarei para sempre, vó.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, fonte inesgotável de conhecimento e amor.

Agradeço a toda a minha família por sempre ser acolhedora em todos os momentos, desde os mais difíceis até os de alegria.

Agradeço a todos da minha turma Nira, Elisa, Isaura, Luana, Fernando, Luiz, Anielly, Jessica, Lucas, Bibiane e Fred. Estar com vocês foi maravilhoso e determinante para o meu crescimento pessoal e profissional.

A todos os professores do PPGECIM pela imensa contribuição ao longo de todo o tempo.

Ao professor Amauri pela confiança em minha capacidade e no meu trabalho em conjunto com o dele.

Epígrafe

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas
criar as possibilidades para a sua própria
produção ou construção” (Freire, 1996, p. 47).

RESUMO

O cenário atual da Educação Matemática apresenta desafios que precisam ser superados para que uma aprendizagem significativa seja alcançada. Nesse contexto, destacam-se a carência de bases conceituais sólidas, metodologias desconectadas de contextos reais e a insuficiência de recursos de infraestrutura como fatores que limitam as possibilidades tanto de ensino quanto de aprendizagem, impondo obstáculos reais ao trabalho do profissional docente. Como alternativa para contornar tais dificuldades, este estudo propõe uma abordagem que articula três pilares teóricos fundamentais: (1) a Experimentação Matemática como ferramenta epistemológica, responsável por contextualizar os conceitos matemáticos; (2) a Metodologia da Resolução de Problemas (Polya, 1978), que estimula o pensamento ativo e autônomo; e (3) a Aprendizagem Significativa Crítica (Moreira, 2006), que valoriza as conexões entre o conhecimento prévio e o novo saber. O objetivo central da pesquisa foi investigar os impactos da oficina "*A Matemática de Tales: uma proposta de atividade experimental para o Ensino Fundamental*" na aprendizagem do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, do tipo pesquisa-intervenção, realizada com 17 estudantes do 9º ano de uma escola pública, organizados em 4 grupos. A metodologia combina atividades experimentais baseadas em problemas históricos com observação participante, análise de produções escritas e entrevistas semiestruturadas. Como produto educacional, foi desenvolvida uma oficina didática estruturada em quatro etapas, configurada como um guia de atividades experimentais replicável por professores de Matemática da Educação Básica. Os resultados revelam indícios de melhoria na aprendizagem e na compreensão dos conceitos matemáticos, um maior engajamento e motivação dos estudantes, além do desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico na resolução de problemas. Essas evidências dialogam com as tendências contemporâneas da Educação Matemática, que apontam a Experimentação Matemática, quando integrada à abordagem histórica, como um caminho promissor para a superação de um ensino descontextualizado, voltado exclusivamente à resolução algorítmica. Ao aproximar a Matemática de sua dimensão humana e histórica, a abordagem adotada não apenas facilitou a aprendizagem, mas tornou os conteúdos mais acessíveis e relevantes para os estudantes, oferecendo uma alternativa concreta e inovadora em relação às metodologias tradicionais.

Palavras-chave: experimentação matemática; resolução de problemas; aprendizagem significativa; Teorema de Tales; semelhança de triângulos.

ABSTRACT

Mathematics Education currently faces significant challenges that must be overcome to foster meaningful learning. Prominent barriers include a lack of solid conceptual foundations, instructional methods disconnected from real-world contexts, and inadequate infrastructure. These factors constrain both teaching and learning, imposing concrete obstacles to the pedagogical practice. To address these issues, this study proposes an approach grounded in three theoretical pillars: (1) Mathematical Experimentation as an epistemological tool to contextualize concepts; (2) Problem-Solving Methodology (Polya, 1978), which stimulates active and autonomous thinking; and (3) Critical Meaningful Learning (Moreira, 2006), which emphasizes connections between prior knowledge and new understanding. The primary objective of this research was to investigate the impact of the workshop "*The Mathematics of Thales: an experimental activity proposal for Middle School*" on students' comprehension of Thales's Theorem and triangle similarity. This qualitative intervention study was conducted with 17 ninth-grade students from a public school, organized into four working groups. The methodology combined experimental activities based on historical problems with participant observation, analysis of written productions, and semi-structured interviews. As an educational product, a didactic workshop structured into four stages was developed, designed as a guide of experimental activities that can be replicated by Mathematics teachers in Basic Education. The results demonstrate an improvement in the learning of mathematical concepts, increased student engagement and motivation, alongside the development of logical reasoning skills applied to problem-solving. These findings align with contemporary trends in Mathematics Education, highlighting that mathematical experimentation, particularly when integrated with a historical perspective, is a promising pathway to overcome decontextualized, purely algorithmic teaching. By reconnecting Mathematics with its human and historical dimensions, this approach not only facilitated learning but also made the content more accessible and relevant, offering a real and innovative alternative to traditional methodologies.

Keywords: mathematical experimentation; problem solving; meaningful learning; Thales' Theorem; triangle similarity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação de Tales de Mileto	28
Figura 2 – Mapa da Grécia antiga.....	28
Figura 3 – Gráfico da função em que y é proporcional a x	32
Figura 4 – Gráfico da função em que y é inversamente proporcional a x	33
Figura 5 – Posição das retas paralelas e transversais.....	34
Figura 6 – Semelhança pelo Teorema de Tales.....	36
Figura 7 – Etapas da resolução de um problema.....	41
Figura 8 – Mapa Conceitual da aprendizagem significativa.....	44
Figura 9 – Mapa Mental da configuração esquemática do subsunçor.....	45
Figura 10 – Linha do tempo das etapas da proposta de atividade.....	64
Figura 11 – Esquematização da medição da altura da pirâmide por Tales.....	67
Figura 12 – Esquema para o cálculo da altura da pirâmide de Quéops.....	67
Figura 13 – Relação de Proporcionalidade para o cálculo da altura dos estudantes.....	68
Figura 14 – Esquema para o cálculo da Largura do rio.....	70
Figura 15 – Esquema para o cálculo do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna.....	72
Figura 16 – Apresentação conceitual do Teorema de Tales e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem.....	79
Figura 17 – Mensuração e coleta de dados para o cálculo da altura dos estudantes.....	81
Figura 18 – Momento de resolução do problema do cálculo das alturas dos estudantes e da atividade de consolidação da aprendizagem.....	82
Figura 19 – Demarcação dos pontos para o cálculo da largura do rio.....	83
Figura 20 – Mensuração e coleta de dados dos segmentos dos triângulos para o cálculo da largura do rio.....	84
Figura 21 – Momento de resolução do problema da largura do rio e da atividade de consolidação da aprendizagem.....	85
Figura 22 – Mensuração e coleta de dados para o cálculo do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna.....	87
Figura 23 – Momento de resolução do problema do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna e da atividade de consolidação da aprendizagem.....	88
Figura 24 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo A.....	92
Figura 25 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo B.....	93

Figura 26 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo C.....	94
Figura 27 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo D.....	95
Figura 28 – Cálculo da Altura dos componentes do grupo e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo A.....	99
Figura 29 – Cálculo da Altura dos componentes do grupo e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo B.....	100
Figura 30 – Cálculo da Altura dos componentes do grupo e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo C.....	101
Figura 31 – Cálculo da Altura dos componentes do grupo e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo D.....	102
Figura 32 – Cálculo da largura do rio e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo A.....	104
Figura 33 – Cálculo da largura do rio e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo B.....	105
Figura 34 – Cálculo da largura do rio e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo C.....	106
Figura 35 – Cálculo e resolução do problema da largura do rio do grupo D	107
Figura 36 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo D.....	108
Figura 37 – Resoluções do cálculo do diâmetro da superfície iluminada e da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo A.....	110
Figura 38 – Resoluções do cálculo do diâmetro da superfície iluminada e da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo B.....	111
Figura 39 – Resolução do cálculo do diâmetro da superfície iluminada do grupo C.....	112
Figura 40 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo C.....	113
Figura 41 – Resolução do cálculo do diâmetro da superfície iluminada do grupo D.....	114
Figura 42 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo D.....	115

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Principais categorias emergentes da análise de conteúdo da entrevista com os estudantes	118
--	-----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	- Distribuição dos grupos na oficina.....	76
Tabela 2	- Níveis de engajamento por grupo nas etapas da oficina.....	89
Tabela 3	- Dados coletados para cálculo da altura dos componentes.....	97
Tabela 4	- Dados coletados para cálculo da largura do rio.....	103
Tabela 5	- Dados coletados para cálculo do diâmetro da superfície iluminada.....	109

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IFAL	Instituto Federal de Alagoas
NCTM	<i>National Council of Teachers of Mathematics</i>
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPGECIM	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
SEDUC-AL	Secretaria de Estado da Educação de Alagoas
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UFAL	Universidade Federal de Alagoas

LISTA DE SÍMBOLOS

//	Paralelismo
~	Semelhança
Δ	Triângulo
$\overline{AB}$	Segmento de reta definido pelos pontos A e B
$\angle$ ou $\hat{A}$	Ângulo
=	Igualdade
$\neq$	Diferente
$\approx$	Aproximadamente
$\perp$	Perpendicularidade
::	Proporcionalidade

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	23
2.1 A EXPERIMENTAÇÃO COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	23
2.2 DO TEOREMA DE TALES À SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS: UMA ABORDAGEM CONCEITUAL PARA O ENSINO FUNDAMENTAL	26
2.2.1 Tales de Mileto	27
2.2.2 Importância histórica	30
2.2.3 O conceito de Razão Matemática	33
2.2.4 Retas paralelas	34
2.2.5 O Teorema de Tales e a semelhança de triângulos.....	35
2.3 A METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UM CAMINHO PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE MATEMÁTICA	36
2.3.1 A Metodologia da resolução de problemas	37
2.3.2 A figura do professor durante a resolução de problemas	38
2.3.3 A Metodologia da resolução de Problemas no contexto escolar	40
2.3.4 As etapas da Resolução de Problemas.....	41
2.4 A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	42
2.4.1 O que é preciso para que haja aprendizagem significativa?	47
2.4.2 O que fazer quando não há subsunçores?	50
2.4.3 Como validar a Aprendizagem Significativa?	52
2.4.4 A natureza da escola pública para a Aprendizagem Significativa.....	52
3 O CAMINHO METODOLÓGICO	56
3.1 ETAPA 1 – APRESENTAÇÃO DO TEOREMA DE TALES CONTEXTUALIZADO PELA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.....	64
3.2 ETAPA 2 – CALCULANDO A ALTURA DE UM CORPO	66
3.3 ETAPA 3 – CALCULANDO A LARGURA DE UM RIO.....	69
3.4 ETAPA 4 – CALCULANDO O DIÂMETRO DA LANTERNA NA SUPERFÍCIE ILUMINADA	71
3.5 ETAPA 5 – COLETA DE DADOS E ANÁLISE.....	73
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	75
4.1 DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE	75

4.1.1 Transcrição da oficina	76
4.1.1.1 Etapa 01- Apresentação da oficina	78
4.1.1.2 Etapa 02 - Cálculo da altura dos estudantes	80
4.1.1.3 Etapa 03- Cálculo da largura do rio	82
4.1.1.4 Etapa 04- Cálculo do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna	86
4.2 ANÁLISE DO ENGAJAMENTO DISCENTE	88
4.3 ANÁLISE DAS PRODUÇÕES ESCRITAS E DA COMPREENSÃO CONCEITUAL	90
4.3.1 Etapa 01 – Apresentação do Teorema de Tales contextualizado pela História da Matemática	91
4.3.2 Etapa 02 – Calculando a altura dos componentes do grupo	96
4.3.3 Etapa 03 – Calculando a Largura do rio	102
4.3.4 Etapa 04 – Calculando o diâmetro da luz na superfície iluminada	108
4.3.5 Padrões de erros, estratégias e evolução da aprendizagem	115
4.3.6 Conclusão da análise das produções escritas.....	117
4.4 ANÁLISE DAS ENTREVISTAS SEMIESTRUTURADAS.....	117
4.4.1 Categoria 1: A percepção sobre a importância da Matemática e seu Ensino	120
4.4.1.1 Subcategoria: Utilidade e Aplicabilidade no Cotidiano	120
4.4.1.2 Comparação entre abordagens Teórica versus Prática	120
4.4.1.3 Subcategoria: Interesse pela Matemática	121
4.4.2 Categoria 2: Impacto e Reação às Atividades Experimentais	121
4.4.2.1 Subcategoria: Fator Surpresa.....	121
4.4.2.2 Subcategoria: Facilitação da aprendizagem pela prática	122
4.4.2.3 Subcategoria: Engajamento e Motivação	123
4.4.3 Categoria 3: Dinâmica de Trabalho em Grupo.....	123
4.4.3.1 Subcategoria: Colaboração e Apoio Mútuo.....	123
4.4.3.2 Subcategoria: Desafios na Dinâmica Grupal.....	124
4.4.3.3 Subcategoria: Interação entre Grupos.....	124
4.4.4 Categoria 4: O Processo de Resolução de Problemas	125
4.4.5 Categoria 5: Mediação Docente e Suporte	126
4.4.5.1 Subcategoria: Importância do Atendimento Individualizado	126
4.4.5.2 Subcategoria: Instruções e explicações	127
4.4.6 Categoria 6: Contextualização Histórica e sua Influência.....	127
4.4.6.1 Subcategoria: Motivação através da Narrativa Histórica	128
4.4.6.2 Subcategoria: Reconhecimento da Matemática como Construção Humana ..	128

4.5 DISCUSSÃO INTEGRADA: A OFICINA COMO DISPOSITIVO DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	128
4.5.1 A experimentação como organizador prévio concreto	128
4.5.2 A metodologia da Resolução de Problemas como elemento estruturante do Pensamento Matemático.....	130
4.5.3 A Colaboração como catalisador da Aprendizagem Significativa	131
4.5.4 A História da Matemática como Elemento Motivador e Epistemológico.....	132
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	134
REFERÊNCIAS.....	137
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA.	143
APÊNDICE B – TRANSCRIÇÃO DAS ENTREVISTAS.....	144
APÊNDICE C – PLANOS DE AULA PARA EXECUÇÃO DAS ATIVIDADES	153
APÊNDICE D – O PRODUTO EDUCACIONAL	157
ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO DO COMITÊ DE ÉTICA	194

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática na Educação Básica brasileira ainda enfrenta desafios persistentes, especialmente no que se refere à aprendizagem de conceitos geométricos nos anos finais do Ensino Fundamental. Dificuldades relacionadas à abstração, à desmotivação discente e à predominância de práticas pedagógicas centradas na repetição de procedimentos algorítmicos têm contribuído para um cenário em que a disciplina é frequentemente percebida como distante da realidade dos estudantes.

Nesse contexto, pesquisas na área da Educação Matemática têm apontado a necessidade de adoção de abordagens que promovam a participação ativa dos estudantes no processo de construção do conhecimento, favorecendo a compreensão conceitual e o desenvolvimento do raciocínio matemático (Onuchic; Allevato, 2011; Moreira, 2006).

Minha relação com a Matemática teve um início um pouco tardio, ao menos é assim que eu a percebo. Meu interesse pela área só se manifestou ao final do Ensino Médio, e, naquele momento, estar em uma sala de aula ensinando outros estudantes estava longe dos meus planos. Foi ao me preparar para concursos e vestibulares que percebi uma vocação natural para esse tipo de raciocínio, e foi então que segui esse caminho em direção às ciências exatas.

Em 2013, ao ingressar no curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Alagoas (IFAL), pude retomar e aprofundar os estudos nas ciências exatas, agora com foco na formação de professores. As disciplinas de Laboratório de Ensino de Matemática me apresentaram outras formas de levar o conhecimento até o estudante, reforçando minha perspectiva de tratar a Matemática de maneira humanizada e essencial para a vida, promovendo a aproximação entre conceitos abstratos e a realidade do cotidiano.

Em 2019, iniciei formalmente minha carreira docente ao ingressar na rede pública estadual de ensino de Alagoas (SEDUC-AL). Ao longo desse percurso profissional, desenvolvi minhas práticas pedagógicas a partir dos fundamentos adquiridos na licenciatura e percebi, progressivamente, que atividades envolvendo experimentação despertavam o interesse dos estudantes de forma muito mais intensa do que as formulações abstratas apresentadas apenas no quadro. Esse reconhecimento me levou a incorporar experimentos às minhas práticas sempre que havia oportunidade.

Foi nesse contexto que comecei a observar de maneira mais atenta o desinteresse de muitos estudantes durante as aulas. Após diversas conversas, eles manifestaram que a Matemática lhes parecia muito complexa, que não conseguiam compreender os enunciados nem os caminhos para resolver os problemas, revelando dificuldades de aprendizagem acumuladas

ao longo dos anos. Diante disso, passei a refletir sobre como poderia contribuir para reverter esse quadro e despertar o entusiasmo deles pela disciplina. Fui, assim, instigado a trabalhar com experimentos práticos que simulavam situações reais, fundamentados na Metodologia da Resolução de Problemas, de modo que os próprios estudantes pudessem manipular os dados e construir o sentido das suas resoluções.

Com o objetivo de aprofundar essas investigações e dar-lhes um suporte acadêmico mais robusto, o Prof. Dr. Amauri da Silva Barros contribuiu decisivamente para a definição do recorte desta pesquisa de mestrado, propondo que ela fosse alicerçada na Experimentação Matemática como recurso para o ensino do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos, à luz da Metodologia da Resolução de Problemas, proposta que foi acatada em comum acordo para o desenvolvimento deste estudo.

No cenário atual, a Matemática ainda é percebida pela maioria dos estudantes como uma das disciplinas mais difíceis do Ensino Fundamental, mais especificamente nos Anos Finais. Esse dado é corroborado pelos resultados do Saeb 2023, que revelam que 59% dos estudantes brasileiros concluem a Educação Básica no nível Insuficiente de proficiência em Matemática (Brasil, 2023). Em grande parte, essa realidade decorre do fato de a disciplina ainda ser frequentemente apresentada em sala de aula diretamente em sua forma abstrata e formal, um tanto desconectada da realidade dos estudantes, sem que se promova, de maneira gradual, a transição entre o concreto e o abstrato. Essa ausência de uma progressão pedagógica adequada dificulta a apropriação dos conceitos pelos estudantes e compromete o desenvolvimento da capacidade de abstração necessária para a resolução dos problemas propostos.

O presente estudo nasce, portanto, das dificuldades vivenciadas por mim na condição de professor de Matemática da rede pública alagoana, sobretudo no que diz respeito aos obstáculos enfrentados pelos estudantes na compreensão de conceitos geométricos. A partir dessa experiência, foi possível observar que as principais barreiras para a aprendizagem nessa área estão relacionadas à dificuldade de abstração, à baixa motivação e à falta de engajamento, fatores que comprometem a compreensão dos conteúdos trabalhados em sala de aula.

Nesse sentido, a elaboração e execução de experimentos em sala de aula, articulados a episódios da História da Matemática e situações cotidianas, apresentam-se como alternativas relevantes para contornar essas dificuldades. Tais atividades possibilitam a transformação da sala de aula em um ambiente dinâmico, interativo e reflexivo, ao mesmo tempo em que se mostram viáveis para a realidade da educação pública, uma vez que podem ser realizadas com materiais de baixo custo do cotidiano. Essa perspectiva alinha-se a estudos recentes que apontam a experimentação e a Resolução de Problemas como eixos estruturantes para uma

prática pedagógica voltada à aprendizagem significativa e ao desenvolvimento do pensamento matemático (Damian; Kaiber, 2023; Mendes; Oliveira; Proença, 2024).

A BNCC reforça essa orientação ao destacar a importância da diversificação de recursos didáticos como materiais manipuláveis, malhas quadriculadas e contextos históricos, para tornar as aulas mais atrativas e propiciar uma aprendizagem reflexiva que contribua para a sistematização e formalização dos conceitos matemáticos (Brasil, 2018).

Diante desse cenário, esta pesquisa é orientada pela seguinte questão:

De que forma a oficina “*A Matemática de Tales: uma proposta de atividade experimental para o Ensino Fundamental*” pode vir a contribuir para a aprendizagem do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos em estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental?

O objetivo geral deste estudo é investigar os efeitos de uma oficina baseada na Experimentação Matemática para a aprendizagem do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos. Para isso, foram definidos os seguintes objetivos específicos: (1) analisar de que forma a Experimentação Matemática pode contribuir para a construção de conceitos geométricos; (2) desenvolver e aplicar uma oficina didática fundamentada na Metodologia da Resolução de Problemas de Polya (1978) e na Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira (2006); (3) identificar e analisar as estratégias de resolução mobilizadas pelos estudantes ao longo das atividades experimentais; (4) compreender as percepções dos estudantes acerca do processo de aprendizagem dos conceitos abordados ao longo da oficina.

A proposta didática desenvolvida neste estudo consiste em uma intervenção realizada com uma turma de 17 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, estruturada em cinco etapas. Na primeira, foi realizada uma apresentação conceitual e histórica do desafio atribuído a Tales de Mileto para calcular a altura da pirâmide de Quéops, seguida da demonstração do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos a partir do Teorema Fundamental da Proporcionalidade. Na segunda etapa, os estudantes calcularam a altura uns dos outros sem que houvesse contato físico, utilizando apenas a projeção de suas sombras. Na terceira, calcularam de forma simulada a largura de um rio sem necessidade de atravessá-lo, tendo a quadra poliesportiva da escola como modelo. Na quarta etapa, determinaram o diâmetro projetado pela luz de uma lanterna na superfície, a partir da distância entre a fonte de luz e a área iluminada. Por fim, na quinta etapa, foram realizadas entrevistas semiestruturadas com alguns dos estudantes, com o objetivo de capturar o olhar dos próprios discentes sobre as atividades desenvolvidas ao longo da intervenção.

Os dados produzidos ao longo da intervenção foram analisados por meio da Análise de Conteúdo, conforme proposta por Bardin (2016). Inicialmente, realizamos uma leitura flutuante do material empírico, seguida da organização em unidades de registro. Posteriormente, os dados foram categorizados com base nos objetivos da pesquisa, considerando tanto as categorias previamente definidas como as categorias emergentes a partir das falas dos estudantes e das produções analisadas.

Com o intuito de conferir maior consistência e confiabilidade à análise, adotamos o princípio da triangulação de dados, considerando diferentes fontes de evidência, tais como registros de observação participante, produções escritas dos estudantes e entrevistas semiestruturadas. Essa estratégia permitiu uma compreensão mais abrangente do fenômeno investigado, reduzindo possíveis vieses decorrentes da utilização de uma única fonte de dados (Denzin, 2017).

Este trabalho está organizado em quatro seções. A primeira apresenta o referencial teórico que fundamenta o estudo, abordando a Experimentação Matemática como recurso para o ensino, a proporcionalidade enquanto abordagem conceitual ao Teorema de Tales e semelhança de triângulos, a Metodologia da Resolução de Problemas segundo George Polya (1978) e a Aprendizagem Significativa Crítica a partir das contribuições de Marco Antônio Moreira (2006). A segunda seção descreve o caminho metodológico percorrido, detalhando cada etapa do experimento e o desenvolvimento do Produto Educacional. A terceira seção apresenta os resultados da intervenção, com a análise da resolução dos problemas propostos, das atividades de consolidação da aprendizagem e das entrevistas realizadas com os estudantes. A quarta e última seção traz as considerações finais do estudo.

A proposta didática foi estruturada de modo a articular experimentação, resolução de problemas e contextualização histórica, buscando favorecer a construção ativa do conhecimento pelos estudantes. Essa organização permitiu observar não apenas os resultados obtidos, mas também os processos cognitivos mobilizados ao longo da intervenção, aspecto fundamental para a análise da aprendizagem em uma perspectiva qualitativa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Considerado o pilar de sustentação de um trabalho acadêmico, o referencial teórico, conforme Silva e Menezes (2005), consiste em uma fundamentação teórica adotada para tratar o tema e o problema de pesquisa, por meio da qual se traça um quadro teórico e se realiza a estruturação conceitual que dará sustentação ao desenvolvimento da investigação. Além disso, o referencial teórico tem o propósito de servir de suporte para a análise e a interpretação dos dados coletados (Lakatos; Marconi, 2017; Mello, 2006), dialogando com o estado da arte sobre o tema abordado.

Sendo assim, o presente estudo fundamenta-se nas seguintes unidades temáticas: a experimentação no Ensino de Matemática, a Metodologia da Resolução de Problemas de George Polya (1978) e a Aprendizagem Significativa Crítica de Marco Antônio Moreira (2006).

2.1 A experimentação como recurso didático para o ensino de Matemática

A experimentação, tradicionalmente vinculada às ciências naturais, tem conquistado cada vez mais espaço de destaque no campo da Educação Matemática como uma potente ferramenta para favorecer a construção ativa do conhecimento. Para além da mera manipulação de materiais concretos, ela se consolida como uma prática reflexiva, investigativa e de natureza epistemológica, que instiga o raciocínio, a formulação de hipóteses e a validação de ideias pelos estudantes. Dessa forma, a experimentação possibilita uma aprendizagem fundamentada tanto na ação como na reflexão, cultivando uma postura científica perante os objetos do conhecimento matemático (Lorenzato, 2006; Fiorentini; Lorenzato, 2009; Macedo *et al.*, 2025).

Esta perspectiva encontra-se fundamentada na filosofia educacional de John Dewey (1959), para quem o conhecimento emerge da experiência e da interação dialética entre o sujeito e o seu meio. Nesse quadro, a experimentação se caracteriza como um espaço de aprendizagem ativa, no qual o estudante é coparticipante do processo investigativo e constrói sentidos pessoais e coletivos para o que aprende. Tal abordagem estabelece um diálogo de acordo com a Metodologia da Resolução de Problemas de Polya (1978), que estimula o pensamento autônomo e heurístico, e com a teoria de Ausubel, Novak e Hanesian (1978), que enfatiza a importância de materiais potencialmente significativos para a ancoragem de novos conceitos na estrutura cognitiva do aprendiz.

No âmbito do ensino de Matemática, a experimentação adquire contornos ainda mais relevantes quando articulada à História da Matemática. Conforme salientam Miguel e Miorim (2011), compreender os conceitos a partir de sua gênese histórica permite ao estudante percebê-los como uma construção humana, social e culturalmente situada. Ao inserir atividades experimentais baseadas em problemas históricos, o professor não apenas apresenta um conteúdo, mas permite que o estudante compreenda a necessidade real que gerou determinado conceito, indo além do "como" e alcançando o "porquê" de seu surgimento, o que é fundamental para uma aprendizagem verdadeiramente significativa.

Pesquisas recentes reforçam a importância dessa articulação. Mafra e Sá (2023) destacam que as práticas experimentais vêm se consolidando como uma tendência contemporânea na Educação Matemática, ao integrarem ação e reflexão em ambientes colaborativos de aprendizagem. Oliveira e Neves (2025) complementam que a experimentação, especialmente quando associada a tecnologias digitais, potencializa a visualização de conceitos geométricos e estimula múltiplas representações cognitivas, elementos fundamentais para o desenvolvimento de um raciocínio matemático flexível e robusto.

Nesse mesmo sentido, Macedo *et al.* (2025), apresentam em uma revisão integrativa com métodos teóricos e práticas sobre experimentação no ensino de Matemática, que a prática experimental contribui decisivamente para o engajamento discente e a compreensão conceitual profunda, ainda que se deparem com desafios persistentes, como a formação docente e a infraestrutura escolar. Tais estudos corroboram a validade de metodologias que promovam uma aprendizagem ativa, contextualizada e colaborativa, pilares centrais da proposta de experimentação que orienta esta pesquisa. Esse entendimento está de acordo com o que recomenda a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ao incentivar, em suas competências gerais, o exercício da curiosidade intelectual e a abordagem própria das ciências, que incluem a investigação, a reflexão e a análise crítica para a resolução de problemas (BRASIL, 2018).

Segundo Moreira (2006) a perspectiva da Aprendizagem Significativa Crítica permite compreender que a experimentação vai além da construção de significados pessoais. Ela envolve um olhar reflexivo e socialmente contextualizado sobre o conhecimento, questionando suas origens, aplicações e implicações. Damian e Kaiber (2023) ressaltam que metodologias ativas, como a experimentação e a resolução de problemas, fortalecem o papel do estudante como um sujeito crítico e participativo no processo de aprendizagem, engajando-o em situações que exigem tomada de decisão, argumentação fundamentada e contínua reconstrução conceitual.

De forma convergente a essa ideia, Mendes, Oliveira e Proença (2024) observaram, em investigações com licenciandos, que a integração entre Resolução de Problemas e Aprendizagem Significativa Crítica promove um ambiente de ensino que valoriza, de maneira indissociável, o raciocínio lógico e a reflexão epistemológica. Essa visão repercute os pressupostos de Brousseau (1986), para quem o conhecimento matemático se constrói em uma dialética entre ação, formulação e validação, ou seja, uma dinâmica que a experimentação, por sua própria natureza, torna possível e operacionaliza de maneira única.

Portanto, a experimentação se consolida não apenas como uma ferramenta metodológica, mas como um dispositivo epistemológico que estabelece um elo entre teoria e prática, entre o abstrato e o concreto. Mais do que uma técnica didática, ela se constitui em uma forma de pensar e ensinar Matemática, enaltecendo o protagonismo do estudante, a sua autonomia e a produção crítica de significados.

É importante ressaltar que a utilização da experimentação como ponto de partida para a aprendizagem matemática não implica negar a natureza abstrata da Matemática, mas sim reconhecer que a transição entre o concreto e o abstrato é um processo gradual e pedagogicamente necessário. Nessa perspectiva, Bruner (1966) propõe que a aprendizagem se desenvolve em três modos de representação progressivos: o enativo, baseado na ação e na manipulação direta; o icônico, fundamentado em imagens e representações visuais; e o simbólico, que corresponde ao pensamento abstrato e formal. A experimentação matemática, tal como concebida neste estudo, insere-se precisamente nessa lógica: ela não substitui a formalização abstrata, que é constitutiva da natureza da Matemática, mas cria as condições para que os estudantes realizem essa transição de forma progressiva, estruturada e significativa (Bruner, 1966; Moreira, 2006).

No contexto específico deste estudo, a experimentação aplicada ao ensino do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos permitiu a reconstrução de conceitos a partir de situações inspiradas em fatos da História da Matemática, bem como de outras situações envolvendo materiais do cotidiano. Esta abordagem aproximou o estudante da realidade prática, colocando em exercício aquilo que normalmente é visto apenas de maneira abstrata e estimulando seu raciocínio geométrico de maneira vivencial.

As lacunas observadas no ensino tradicional de geometria, que motivam esta pesquisa, incluem: (1) a escassez de atividades experimentais investigativas; (2) a ausência de contextualização histórica, que reduz o conhecimento a fórmulas desprovidas de significado; e (3) a limitação de práticas voltadas à memorização. Essa realidade já era contestada por D'Ambrósio (2009), para quem um ensino centrado na repetição mecânica de procedimentos

compromete a constituição de um pensamento matemático autêntico, uma vez que o mero domínio do "saber fazer", dissociado da compreensão do "porquê", não é capaz de promover a abstração reflexiva necessária ao desenvolvimento genuíno dos conceitos matemáticos.

Em contrapartida, a experimentação Matemática, tendo como pano de fundo o contexto histórico, atua como elemento transformador. Para Oliveira *et al.* (2022), a contextualização histórica permite que os estudantes compreendam o conteúdo como fruto da construção humana e não apenas como algoritmos prontos. Assim, a integração entre experimentação, História da Matemática e Resolução de Problemas reafirma seu papel transformador, tornando a Matemática uma disciplina mais acessível, significativa e profundamente humana.

2.2 Do Teorema de Tales à semelhança de triângulos: uma abordagem conceitual para o Ensino Fundamental

A construção do conhecimento matemático é percorrida por elos conceituais profundos, nos quais a compreensão de um teorema serve de alicerce para a descoberta de outro. Na geometria, poucas transições são tão naturais e pedagogicamente ricas quanto a que conduz do Teorema de Tales à Semelhança de Triângulos. Contudo, é comum que esses dois tópicos sejam ensinados de forma isolada e fragmentada, como unidades independentes, o que empobrece a percepção do estudante sobre a coerência e a beleza intrínsecas das construções matemáticas.

Em sua abordagem tradicional, o Teorema de Tales é frequentemente reduzido a um simples algoritmo para o cálculo de segmentos proporcionais. Essa perspectiva superficial, centrada na aplicação mecânica de uma fórmula, negligencia o potencial do Teorema como ferramenta cognitiva crucial para o desenvolvimento do pensamento proporcional e geométrico. Conforme aponta Serratti (2025), a superação dessa visão tecnicista exige atividades que conectem o Teorema às habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como a habilidade EF09MA14, que preconiza a resolução de problemas envolvendo a proporcionalidade de segmentos (Brasil, 2018).

De modo semelhante, o ensino da Semelhança de Triângulos costuma restringir-se à memorização de casos (LAL, LLL, AA) e à aplicação de razões para determinação de lados desconhecidos. Ainda que seja eficaz para a resolução de exercícios padronizados, tal metodologia falha em cultivar nos estudantes uma compreensão significativa desse conceito como um instrumento poderoso de modelagem e representação da realidade. Pesquisas

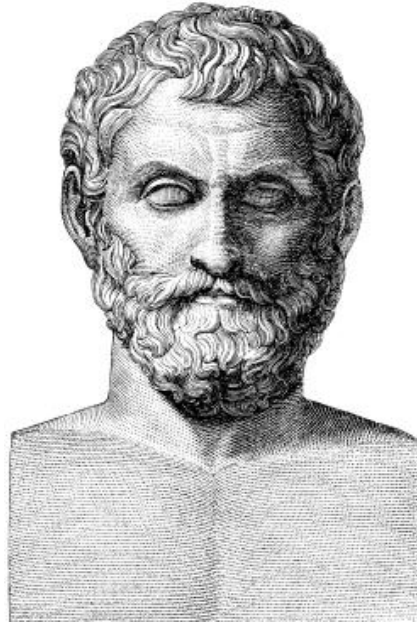
recentes, como a de Elias (2025), indicam que a proporcionalidade deve ser trabalhada como um campo conceitual vasto, que integra o raciocínio multiplicativo à percepção espacial, evitando que o estudante recaia em estratégias aditivas equivocadas.

Assim sendo, nesta seção exploraremos a trajetória e as contribuições do matemático Tales de Mileto, partindo do seu contexto histórico e legado científico até sua influência primordial para o desenvolvimento da Matemática, com especial ênfase nos conceitos referentes ao Teorema de Tales e na semelhança de triângulos.

2.2.1 Tales de Mileto

Tales de Mileto (c. 624-546 a.C.), exibido na Figura 1, foi um filósofo grego que se destacou em diversas áreas do conhecimento, sendo também astrônomo e matemático, considerado um dos Sete Sábios da Grécia Antiga. Nascido na cidade de Mileto, na região da Jônia, cuja localização é apresentada no mapa da Figura 2, Tales é frequentemente referido como o primeiro filósofo ocidental e o fundador da Escola Jônica de filosofia. Essa escola caracterizava-se pelo interesse pela *physis* (natureza), buscando explicações racionais para os fenômenos do universo. Diante dessa realidade, Tales apontou a água como o elemento primordial da criação.

Figura 1 – Representação de
Tales de Mileto



Fonte: Wikimedia Commons (2026).

Figura 2 – Mapa da Grécia antiga



Fonte: Wikimedia Commons (2026).

No campo da geometria, Tales foi pioneiro na transição do conhecimento empírico para o conhecimento dedutivo. Enquanto os egípcios e babilônios utilizavam a geometria para fins práticos e a agrimensura, Tales introduziu a necessidade de demonstração lógica. Segundo Rosa (2012) e releituras de Santos Souza (2024), Tales foi o primeiro a formular, adotar e aplicar o espírito científico em seus estudos, utilizando a geometria para calcular, por exemplo, a distância de embarcações à costa através da semelhança de triângulos.

Segundo Rosa (2012):

Há consenso de Tales de Mileto (624-558) ter sido o primeiro, cronologicamente, na formulação, adoção e aplicação do espírito científico em seus estudos e observações. Estadista, filósofo, matemático e astrônomo, Tales foi o primeiro filósofo grego (cognominado por muitos como o pai da Filosofia), pioneiro do espírito científico e principal representante da chamada Escola jônica, também conhecida como Hilozoísta.

No campo da Geometria, Tales de Mileto foi pioneiro na formulação de teoremas e na sistematização de princípios geométricos com base no raciocínio dedutivo, desenvolvendo, entre outras contribuições, um método para calcular a distância de embarcações até a costa — feito de grande relevância se considerarmos a importância do transporte marítimo na época (Rosa, 2012). Reconhecido ainda em vida por seus feitos, Tales chegou a ser considerado um dos Sete Sábios da Grécia por seus próprios contemporâneos. Quanto aos registros históricos datados, a única data precisa que possuímos é sua famosa previsão do eclipse total do Sol de 28 de maio de 585 a.C. Ainda não se tem a confirmação de como ele realizou esse feito notável, porém, acredita-se que deva ter sido baseado nos registros de observações feitos pelos povos babilônios e caldeus, os quais já tinham estabelecido de maneira bastante completa os ciclos dos eclipses do Sol e da Lua (Lintz, 2007).

Segundo Eves (2011, p.95), Tales foi pioneiro no quesito descobertas matemáticas, e, quando relacionado à geometria, creditam-se a ele os seguintes resultados:

1. Qualquer diâmetro efetua a bissecção do círculo em que é traçado;
2. Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais;
3. Ângulos opostos pelo vértice são iguais;
4. Se dois triângulos têm dois ângulos e um lado em cada um deles respectivamente iguais, então esses triângulos são iguais. Acredita-se que Tales talvez tenha usado esse resultado na determinação que fez da distância de um navio à praia;
5. Um ângulo inscrito num semicírculo é reto. (Este resultado era do conhecimento dos babilônios cerca de 1400 anos antes.)

Um dos feitos mais emblemáticos atribuídos a ele foi o cálculo da altura da pirâmide de Quéops sem a necessidade de uma medição direta. Eves (2011) relata que Tales utilizou a proporcionalidade entre a sombra de um bastão e a sombra da pirâmide, estabelecendo que: "A razão entre a altura de um objeto e o comprimento de sua sombra é constante em um

determinado momento do dia, devido à incidência paralela dos raios solares." (Eves, 2011, p. 95).

No âmbito educacional, o Teorema de Tales é um conteúdo que serve como alicerce estruturante no Ensino Fundamental (Brasil, 2018), não apenas por sua utilidade prática, mas também por preparar os estudantes para conceitos mais avançados (NCTM, 2020). Segundo NCTM (2020, p. 102), "A compreensão do Teorema de Tales é um preditor de sucesso em tópicos subsequentes, como o Teorema de Pitágoras e relações métricas no triângulo retângulo."

Diante disso, a abordagem histórica do Teorema de Tales por meio de experimentos proposta nesta pesquisa, visa superar as dificuldades de abstração e demonstrar que a Matemática é uma ciência viva e aplicável. Além disso, ela nos possibilita aumentar o engajamento dos estudantes durante as aulas de Matemática, pois conecta o conteúdo a uma narrativa fascinante sobre como os gregos resolviam problemas práticos, dando-nos a oportunidade de replicar essas experiências em sala de aula. (Smole, *et al.*, 2021).

2.2.2 Importância histórica

Tales de Mileto é frequentemente considerado o primeiro matemático verdadeiro, e seu Teorema é um dos primeiros exemplos de demonstração rigorosa do ponto de vista científico na história da Matemática. A aplicação do raciocínio lógico para provar o Teorema foi um passo crucial no desenvolvimento da Matemática como uma ciência dedutiva.

O Teorema Fundamental da Proporcionalidade, também conhecido como Teorema de Tales, é um dos pilares da geometria e da Matemática elementar. Ele estabelece uma relação de proporcionalidade entre os segmentos formados quando uma reta corta dois lados de um triângulo paralelamente ao terceiro lado, podendo ser enunciado da seguinte forma: *'Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intersecta os outros dois lados, ela divide esses lados em segmentos proporcionais.'*

A proporcionalidade é um conceito fundamental na Matemática que descreve a relação entre duas grandezas que variam em conjunto de forma regular. Esse conceito pode ser categorizado em dois tipos principais: proporcionalidade direta e proporcionalidade inversa. Tanto a proporcionalidade direta quanto a inversa fornecem ferramentas poderosas para modelar e resolver problemas em diversas disciplinas. O domínio desses conceitos permite a análise precisa de fenômenos naturais e artificiais, promovendo uma compreensão mais profunda do mundo ao nosso redor.

Dentre essas relações entre duas grandezas, dois casos podem ser estabelecidos, dos quais denominamos de diretamente proporcionais e inversamente proporcionais. Ou seja, duas grandezas são consideradas diretamente proporcionais quando há uma razão entre elas e essa razão é constante. Isso significa que, ao momento que uma grandeza aumenta, a outra também aumenta na mesma proporção. Nesse sentido, matematicamente, ao tratarmos desse conceito podemos expressar essa relação como $y = k \cdot x$, onde y e x são as grandezas em questão e k é a constante de proporcionalidade. Logo, essa relação implica dizer que o quociente $\frac{y}{x}$ permanece constante para todos os valores de x e y .

Embora intuitiva em situações do cotidiano (ex.: preço por quantidade), a abstração simbólica da proporcionalidade direta exige estratégias didáticas que priorizem situações reais antes da formalização (NCTM, 2020).

Um exemplo clássico de proporcionalidade direta que podemos citar é a relação entre distância e tempo em um movimento uniforme. Se um objeto se move a uma velocidade constante, a distância percorrida é diretamente proporcional ao tempo de movimento. Assim, ao dobrarmos o tempo de movimento, a distância percorrida também será dobrada.

Em contrapartida, Grandezas inversamente proporcionais mantêm um produto constante ($y \cdot x = k$) de modo que o aumento de uma resulta na redução proporcional da outra (Iezzi *et al.*, 2009). A relação é descrita por:

$$y = \frac{k}{x}.$$

A relação entre velocidade e tempo em uma distância fixa (ex.: percorrer 100 km) ilustra essa proporcionalidade: dobrar a velocidade reduz o tempo pela metade (Van de Walle *et al.*, 2019, p. 203).

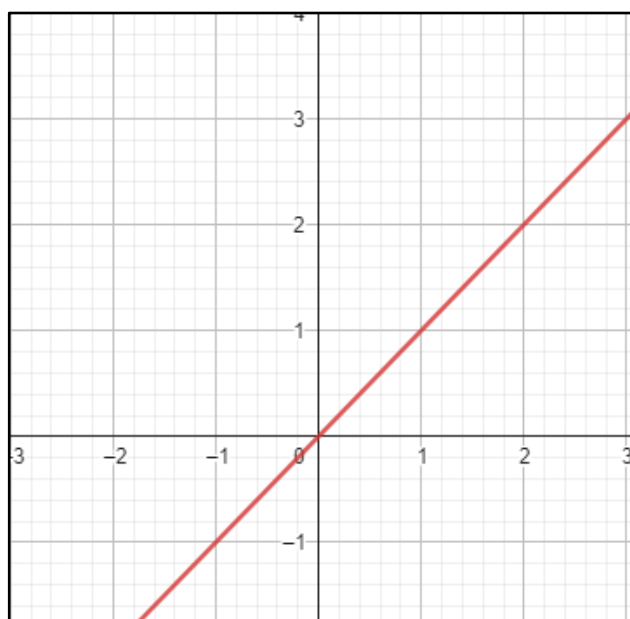
Portanto, ao tratarmos de proporcionalidade no contexto escolar, ela se mostra uma ferramenta poderosa na resolução de problemas práticos do cotidiano, visto que são inúmeras as possibilidades de aplicação prática envolvendo atividades do cotidiano, como por exemplo, calcular o custo de produtos em função da quantidade comprada, ajustar receitas culinárias para servir um número diferente de pessoas, converter unidades de medida são todas aplicações práticas de conceitos de proporcionalidade.

A dificuldade dos estudantes em abandonar estruturas de pensamento aditivas para operar com as multiplicativas necessárias à proporcionalidade é uma das barreiras mais persistentes na aprendizagem da Matemática. Como destaca Lima (2019), é comum que estudantes, ao se depararem com um problema de razão e proporção, tentem resolver relações

multiplicativas através de estratégias aditivas, demonstrando uma incompreensão fundamental da fração como um operador relativo e não absoluto.

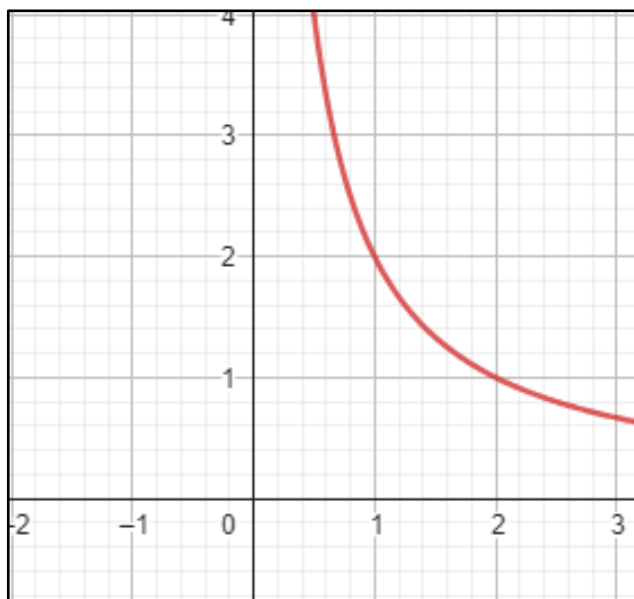
Ao observarmos graficamente, a proporcionalidade direta é representada por uma linha reta que passa pela origem em um gráfico cartesiano que pode ser observado na figura 3. A inclinação dessa linha corresponde à constante de proporcionalidade k . Por outro lado, a proporcionalidade inversa é representada por uma hipérbole que pode ser observada na figura 4, onde as grandezas estão localizadas em quadrantes opostos, refletindo a natureza inversa da relação.

Figura 3 – Gráfico da função em que y é proporcional a x



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 4 – Gráfico da função em que y é inversamente proporcional a x



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

2.2.3 O conceito de Razão Matemática

A razão entre dois segmentos de reta é o quociente entre as respectivas medidas desses segmentos, tomadas na mesma unidade.

Por exemplo, a razão entre as medidas de dois segmentos de reta, $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, de medidas respectivamente iguais a 16 cm e 80 cm, é dada por $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$, isto é, dizemos que a razão entre $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ é $\frac{1}{5}$ ou 0,2 a ordem de leitura ou escrita é importante. Assim, a razão entre $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$ é $\frac{80}{16} = 5$, ou seja, se $\overline{AB}$ é diferente de $\overline{CD}$, temos que $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$ é diferente de $\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}}$.

Sendo assim, temos que uma razão confere uma comparação quantitativa entre duas grandezas por meio de uma divisão entre elas, ou seja, a razão corresponde ao resultado da divisão entre elas.

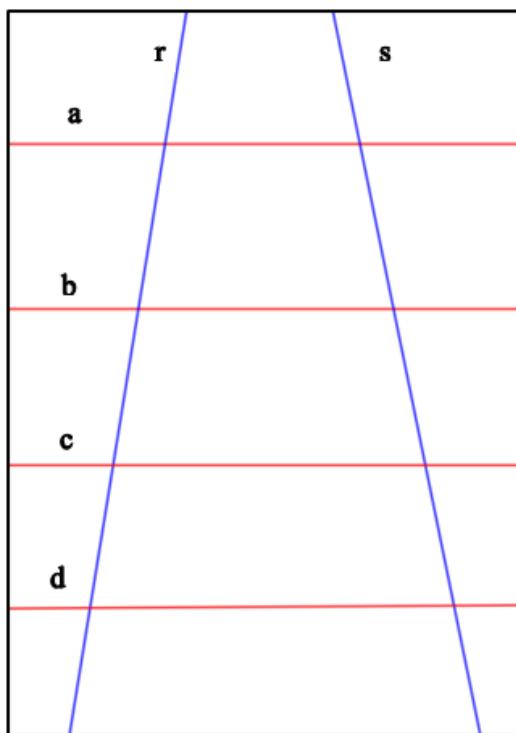
Ao considerarmos os segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$. Dizemos que, nesta ordem $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$, são proporcionais se, e somente se, a razão entre as medidas dos dois primeiros segmentos de reta for igual à razão entre as medidas dos dois últimos, ou seja: $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$. No entanto, para a plena compreensão do Teorema de Tales, além do domínio do conceito de razão, é igualmente necessário um conhecimento prévio sobre as condições que determinam o paralelismo entre retas.

2.2.4 Retas paralelas

Conforme o conceito: duas ou mais retas são consideradas paralelas entre si, quando elas pertencem ao mesmo plano e não possuem ponto em comum entre elas, ou seja, não possuem um ponto de interseção, assim sendo, a interseção entre elas é o conjunto vazio. Do contrário, uma reta que cruza esse feixe de paralelas é chamada de reta transversal ou concorrente.

Na figura 5, podemos observar que as retas a, b, c e d formam um feixe de retas paralelas entre elas, e as retas r e s são as transversais.

Figura 5 – Posição das retas paralelas e transversais



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Dessa maneira, o conceito de retas paralelas é crucial para validação do Teorema de Tales, visto que a condição do paralelismo de retas é o que faz funcionar a proporcionalidade entre elas.

2.2.5 O Teorema de Tales e a semelhança de triângulos

A semelhança de triângulos é um conceito fundamental na geometria que descreve quando dois triângulos possuem características semelhantes, porém possuem dimensões diferentes em seus lados, sendo assim, os Triângulos semelhantes têm ângulos correspondentes iguais e lados proporcionais. O Teorema de Tales é uma ferramenta crucial para estabelecer a semelhança de triângulos.

A semelhança é uma ferramenta bastante útil para calcular distâncias entre pontos inacessíveis ou o tamanho de objetos muito grandes. Por exemplo, há uma antiga história que conta como o pensador grego Tales de Mileto calculou a altura da grande pirâmide de Quéops, no Egito, usando apenas um bastão e a luz do sol. O matemático e astrônomo grego Aristarco de Samos (310 - 230 a.C.) mostrou, usando semelhança de triângulos, que o Sol está mais distante da Terra do que a Lua, e que o Sol é maior do que a Terra, o que o levou a considerar a possibilidade de o nosso planeta, por ser menor do que o Sol, girar em torno deste, sendo o primeiro astrônomo a defender o sistema heliocêntrico.

Dois triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle DEF$ são semelhantes se:

- Seus ângulos correspondentes forem congruentes: $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$.
- Os comprimentos de seus lados correspondentes são proporcionais, da seguinte forma:

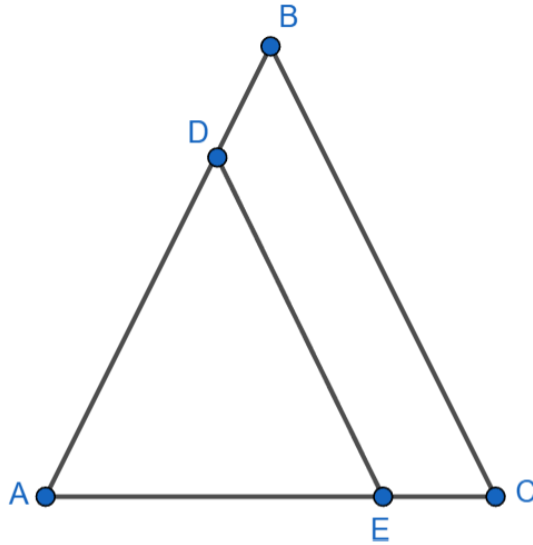
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{FD}}.$$

Dizemos que dois triângulos são semelhantes se, e somente se, ocorre uma das seguintes situações:

1. Ângulo-Ângulo (AA): dizemos que se dois ângulos de um triângulo são iguais a dois ângulos de outro triângulo, logo esses triângulos são semelhantes.
2. Lado-Ângulo-Lado (LAL): Se dois lados de um triângulo são proporcionais a dois lados de outro triângulo e o ângulo entre esses for igual, esses triângulos são semelhantes.
3. Lado-Lado-Lado (LLL): Se os três lados de um triângulo forem proporcionais aos três lados de outro triângulo, logo esses triângulos são semelhantes.

O Teorema de Tales é frequentemente utilizado para provar a semelhança de triângulos. Considere um triângulo ABC e uma reta paralela ao lado BC que intersecta os lados AB e AC nos pontos D e E , respectivamente, conforme a figura 6. Pelo Teorema de Tales, temos a seguinte relação de proporcionalidade:

Figura 6 – Semelhança pelo Teorema de Tales



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$$

Se a reta que passa por D e E é paralela ao lado $\overline{BC}$, então os triângulos ABC e ADE são semelhantes. Isso ocorre porque:

- O ângulo ABC é igual ao ângulo ADE (ângulos correspondentes).
- O ângulo ACB é igual ao ângulo AED (ângulos correspondentes).
- O ângulo BAC é comum aos dois triângulos.

Dessa forma, os triângulos ABC e ADE são proporcionais e, conseqüentemente, temos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}}.$$

2.3 A Metodologia da Resolução de Problemas como um caminho para a aprendizagem significativa de Matemática

No âmbito escolar, a Matemática ainda é, com frequência, apresentada diretamente em sua forma abstrata e formal, por meio de algoritmos que pouco se conectam à realidade dos

estudantes. Nesse cenário, emerge um desafio central: transformar a aplicação desses procedimentos em conhecimento vivo, significativo e aplicável. Superar essa desconexão implica ultrapassar a mera transmissão de conteúdos, exigindo uma prática pedagógica que fomente o raciocínio, estimule a curiosidade e possibilite ao estudante atribuir sentido próprio ao que aprende.

Diante desse cenário, a Metodologia da Resolução de Problemas emerge não como uma técnica auxiliar, mas como um caminho que busca alcançar a Aprendizagem Significativa. Ao colocar o estudante diante de problemas que exigem uma organização de saberes, raciocínio, elaboração de hipóteses e reflexão sobre os caminhos escolhidos, essa metodologia favorece as condições delineadas por Ausubel, Novak e Hanesian (1978): oferece material potencialmente significativo, estimula a disposição afetiva para aprender e promove a ancoragem de novos conceitos em subsunçores preexistentes.

Assim sendo, esta seção dedica-se a examinar a Metodologia de Resolução de Problemas, conforme proposta por Polya (1978), abrangendo desde seus conceitos até as estratégias para sua implementação no contexto educacional brasileiro, com detalhamento de suas fases operacionais. Na sequência, o estudo articula essa abordagem aos princípios da Aprendizagem Significativa de Ausubel, Novak e Hanesian (1978), reinterpretados por Moreira (2006), focando em sua aplicação prática em sala de aula.

2.3.1 A Metodologia da resolução de problemas

Proposta por George Polya (1978), a Metodologia da Resolução de Problemas consolidou-se como uma abordagem didática que coloca o estudante no centro do processo de aprendizagem, deslocando o foco da simples transmissão de conteúdos para o desenvolvimento de habilidades de raciocínio, autonomia e pensamento crítico.

Para Polya (1978), um problema não se reduz a um exercício de aplicação mecânica de algoritmos. Trata-se de uma situação que desafia o indivíduo, exigindo-lhe uma organização de saberes, a formulação de hipóteses e a reflexão sobre os caminhos escolhidos para a solução. Nessa perspectiva, a resolução de problemas ultrapassa a mera repetição de procedimentos e se constitui como um espaço de construção ativa do conhecimento matemático.

A difusão dessa abordagem no contexto educacional brasileiro ganhou força a partir da década de 1990, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que reconheceram a resolução de problemas como ponto de partida para a atividade Matemática em sala de aula (Brasil, 1998). Os PCNs enfatizam que o ensino de Matemática deve possibilitar

ao estudante pensar matematicamente, levantar hipóteses, estabelecer relações e comunicar ideias, em contraposição a modelos centrados na memorização e na repetição (Onuchic; Allevato, 2004).

Na contemporaneidade, a Metodologia da Resolução de Problemas tem sido amplamente discutida como uma estratégia que favorece a aprendizagem significativa e o desenvolvimento do pensamento matemático (Assunção *et al.*, 2020; Damian; Kaiber, 2023). Sua aplicação em sala de aula exige do professor um papel de mediador, que orienta os estudantes durante a interpretação e compreensão do problema, promove um ambiente de colaboração e incentiva o pensamento crítico, sem fornecer respostas prontas (Monteiro *et al.*, 2020).

2.3.2 A figura do professor durante a resolução de problemas

A aplicação bem-sucedida da Metodologia de Resolução de Problemas às práticas pedagógicas depende, de forma decisiva, do papel desempenhado pelo professor ao longo de todo o processo. Mais do que um transmissor de conteúdo, ele assume a função de mediador, contribuindo de maneira intencional e pontual durante o desenvolvimento das atividades, de modo que a construção cognitiva para a resolução permaneça a cargo dos próprios estudantes. Entretanto, é necessário que se compreenda a posição que ele deve adotar diante da proposta de atividade, isto é, ele assume a função de mediador das ações, contribuindo de maneira pontual ao longo do desenvolvimento da atividade, pois toda a construção cognitiva para resolução deve ser elaborada pelos estudantes.

É importante ressaltar a figura do professor nesse processo, tanto no momento da escolha do problema quanto na escolha da sua proposta de resolução, pois, é ele quem vai poder “criar/desenhar” o ambiente mais favorável para a compreensão das situações problema apresentadas, visto que, o professor é o personagem que melhor pode diagnosticar as especificidades dos estudantes, valendo-se tanto da proximidade com os estudantes quanto de sua experiência ao conduzir cada etapa da resolução dos problemas, visando alcançar a compreensão do sentido em sua essência.

Monteiro *et al.* (2020, p. 66), enfatizaram a importância da presença do professor durante à aplicação do método de Resolução de Problemas na sala de aula justificando da seguinte maneira: “quando o docente está motivado e conhece a fundo suas técnicas, o resultado tende a ser positivo e satisfatório para todos os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem”.

Nesse sentido, a presença do professor no papel de mediador é fundamental para o sucesso na execução das propostas pedagógicas de ensino voltadas para o uso da Metodologia de Resolução de Problemas, tendo em vista a sua atuação como facilitador, orientando os estudantes durante a interpretação e compreensão do problema, promovendo um ambiente de colaboração, incentivo e motivação ao pensamento crítico sobre um determinado tema. Além disso, ele oferece um suporte contínuo, ajudando os estudantes a refletirem sobre suas perspectivas e a ajustarem suas estratégias conforme necessário. Essa proximidade contribui para que os estudantes não apenas encontrem soluções, mas também desenvolvam habilidades de aprendizagem autônomas e significativas, essenciais para o seu desenvolvimento intelectual e pessoal.

Segundo Monteiro *et al.* (2020, p. 66), ao relatarem a contribuição da Metodologia da Resolução de problemas para a prática docente como um método:

A Resolução de Problemas é considerada como um método eficaz, na medida em que proporciona o aprimoramento do trabalho docente, uma vez que esse professor deve acompanhar todo o processo de investigação desenvolvido pelos alunos, bem como buscar formação continuada para aperfeiçoar sua prática pedagógica.

Um dos ganhos significativos da metodologia de resolução se dá durante acompanhamento do processo de investigação do estudante, isto é, ao acompanhar o estudante, o docente proporciona um atendimento individualizado, passando a ter a oportunidade de observar as deficiências desse estudante de maneira singular, logo, as contribuições por parte desse professor também serão singulares, alcançando especificamente aquele discente que ainda não concluiu o raciocínio para resolver o problema. A proposta da formação continuada está relacionada ao fato de alguns cursos de formação de professores ainda não terem incorporado aos seus currículos a Metodologia de resolução de problemas, sendo necessário em algumas ocasiões uma formação continuada complementar para agregar ao currículo.

De acordo com Van de Walle (2001), “O ambiente “ideal” é aquele em que as ideias se consolidam através das propostas de atividade selecionadas, fundamentadas na habilidade e no desenvolvimento cognitivo durante o processo de execução dessas atividades”

O acompanhamento docente é o mérito da proposta da Metodologia da Resolução de problemas, ao possibilitar um ambiente de discussão entre os estudantes em grupos de trabalho, com boas condições físicas que possibilitem os estudantes para pensar e testar as ideias que podem vir a surgir durante a realização de uma atividade, aumentando a chance dela ser elaborada da forma correta formada e integrada numa rica teia de ideias e de compreensão relacional. (Onuchic e Allevato, 2004).

2.3.3 A Metodologia da resolução de Problemas no contexto escolar

A incorporação da Resolução de Problemas ao currículo escolar ocorreu de forma gradual, em contraponto a um modelo de ensino que por muito tempo esteve pautado em abstrações desconectadas da realidade dos estudantes. Ao propor situações desafiadoras e contextualizadas, a metodologia convida o estudante a engajar-se ativamente na busca por soluções, promovendo não apenas a aquisição de conceitos, mas também o desenvolvimento de estratégias de pensamento.

Diferentemente dos exercícios tradicionais, que se limitam à aplicação repetitiva de algoritmos, um problema autêntico exige do estudante a mobilização de conhecimentos prévios, a tomada de decisões e a avaliação dos resultados obtidos. Como destacam Lupinacci e Botin (2004, p. 1), "a Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e motivar os alunos para o estudo da Matemática".

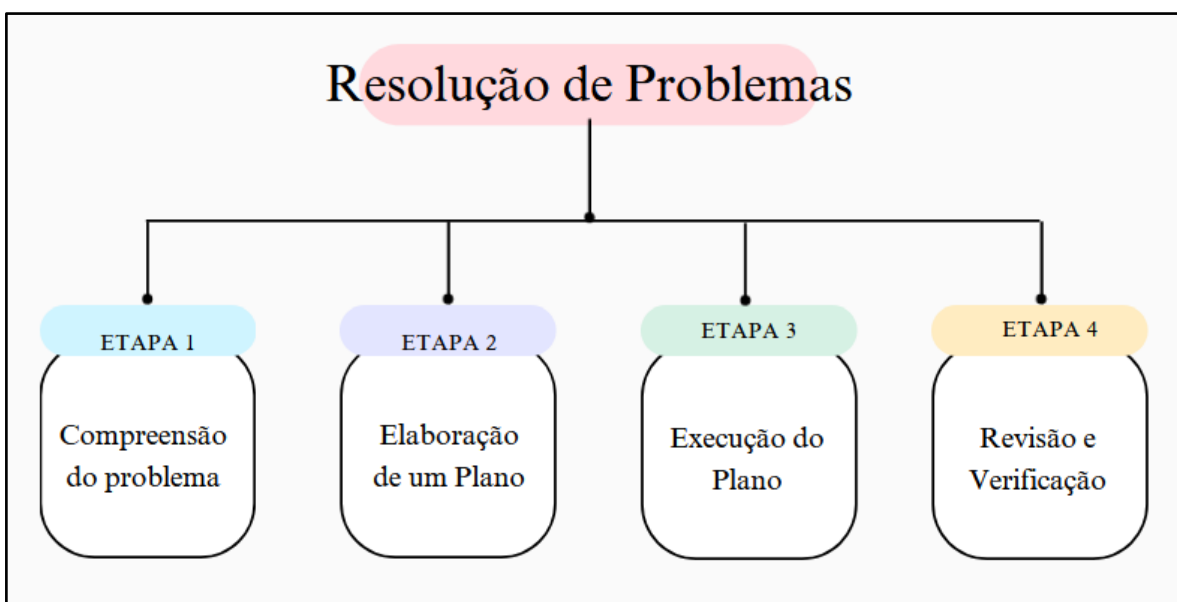
No contexto da sala de aula, a metodologia se organiza em torno de problemas que podem assumir diferentes naturezas, que vão desde exercícios de reconhecimento até problemas heurísticos ou de aplicação, cada um com suas especificidades e exigências cognitivas (Mello *et al.*, 2018). O que unifica essas diferentes abordagens é a centralidade do "problema" como elemento mobilizador do pensamento matemático.

Para que a metodologia alcance seus objetivos, é fundamental que o professor compreenda sua função como mediador do processo. Não se trata de apresentar soluções prontas, mas de criar condições para que os estudantes, por meio da investigação e da reflexão, construam seus próprios caminhos. Como observam Monteiro *et al.* (2020, p. 66), "a Resolução de Problemas é considerada como um método eficaz, na medida em que proporciona o aprimoramento do trabalho docente, uma vez que esse professor deve acompanhar todo o processo de investigação desenvolvido pelos alunos".

2.3.4 As etapas da Resolução de Problemas

Durante o processo de resolução de um problema, Polya (1978) divide a tarefa em 4 (quatro) etapas, na qual podemos observar cada uma delas na figura 7.

Figura 7 – Etapas da resolução de um problema



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Ao detalharmos as etapas, temos os seguintes processos em cada uma delas:

Etapa 1- Compreensão do problema (Leitura)

1º - Inicialmente, leia o problema cuidadosamente e identifique os dados, as condições e o que é solicitado;

2º - Parafraseie o problema em suas próprias palavras para que ele se torne mais próximo da sua realidade;

3º - Desenhe diagramas ou figuras se necessário, isso ajudará na compreensão e materialização de situações mais abstratas;

4º - Verifique se todas as informações estão claras e completas.

Etapa 2- Elaboração de um Plano

1º - Pense se já resolveu algum problema semelhante anteriormente, caso sim, tente reproduzir a mesma estratégia desse problema ou alguma que se aproxime.

2º - Escolha a estratégia que lhe pareça ser mais promissora.

Etapa 3- Execução do Plano

1º - Aplique a estratégia escolhida passo a passo com organização, foco e cautela, lembrando que se uma abordagem não funcionar, revise o plano ou tente uma nova estratégia.

Etapa 4- Revisão e Verificação

1º - Verifique cada um dos passos anteriores na busca por algum equívoco que influencie no resultado final.

2º - Revise o problema e reflita sobre a solução encontrada para assegurar que seu resultado faz sentido.

3º - Pense em outras maneiras de resolver o problema, verifique e compare se as soluções encontradas satisfazem aquilo que se pede no problema.

4º - Por fim, reflita sobre todo o processo e sobre todo aprendizado adquirido com a experiência.

Assim sendo, ao realizar todas as etapas propostas por Polya (1978) durante o processo de resolução de um problema, o estudante é conduzido a alcançar a aprendizagem significativa com relação ao tema abordado.

2.4 A Aprendizagem Significativa

Na contemporaneidade, o cenário do ensino de Matemática é considerado um grande desafio por parte do profissional que está atuando em sala de aula, visto que, o desinteresse, a falta de motivação e de entusiasmo dos estudantes são comportamentos corriqueiros no cotidiano do professor e, desenvolver práticas pedagógicas que venham promover um aprendizado de forma efetiva é o verdadeiro obstáculo para o professor.

Um fator que contribui para esse aspecto é o fato de a Matemática ensinada na escola ainda ser tratada como inflexível, engessada, abstrata e longe da realidade do cotidiano dos estudantes, tornando-se desinteressante e enfadonha diante da realidade deles.

Diante desse cenário, pesquisas contemporâneas têm reafirmado a importância da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) como perspectiva para compreender e enfrentar os desafios do ensino de Matemática. Sousa *et al.* (2025), em uma revisão da literatura, destacam que a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) 'sugere a valorização dos conhecimentos prévios dos estudantes, possibilitando a criação de estruturas mentais... o que caracteriza uma aprendizagem prazerosa e eficiente'. No contexto específico da Matemática, Dutra, Araújo e Lima (2026) confirmam, por meio de um estudo de caso no 6º ano do Ensino Fundamental, que estratégias ancoradas na TAS promovem maior engajamento e participação dos estudantes.

Nesse sentido, a proposta da aprendizagem significativa surge como uma alternativa para contribuir com o aprendizado de Matemática, tendo em vista que ela busca estabelecer um elo conceitual entre a teoria e a prática.

Inicialmente, podemos conceituar a aprendizagem significativa como a aprendizagem que se consolida na consonância entre a nova informação e a antiga informação e a nova informação que o indivíduo já possuía.

Proposta por David Ausubel, esse que foi um psiquiatra norte-americano que se dedicou ao estudo da psicologia educacional, a aprendizagem significativa consiste em estabelecer uma aprendizagem a partir daquilo que já se sabe, ou seja, toda aprendizagem é fruto de interações entre antigo e o novo saber. No entanto, apesar do conhecimento prévio ser uma condição necessária mais importante, ela não é a única suficiente para que haja uma aprendizagem significativa.

Diante disso, durante o processo de assimilação, as novas informações são ancoradas nas informações já existentes no indivíduo, adquiridas ao longo da vida, para, de modo que elas passam a interagir entre si para consolidação de um aprendizado real, consistente e duradouro. (Ausubel, Novak e Hanesian, 1978)

O autor ainda enfatiza o seu estudo tomando como princípio o seguinte pensamento: “O fator isolado mais importante que influencia na aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Descubra o que o ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos”.

Moreira (2009) conceitua a aprendizagem significativa de Ausubel da seguinte maneira:

O conceito central da teoria de Ausubel é o de aprendizagem significativa, um processo pelo qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Neste processo, a nova informação interage com uma estrutura do conhecimento específica, a qual chama de conceito subsunçor ou simplesmente, “subsunçor”, existente na estrutura cognitiva de quem aprende.

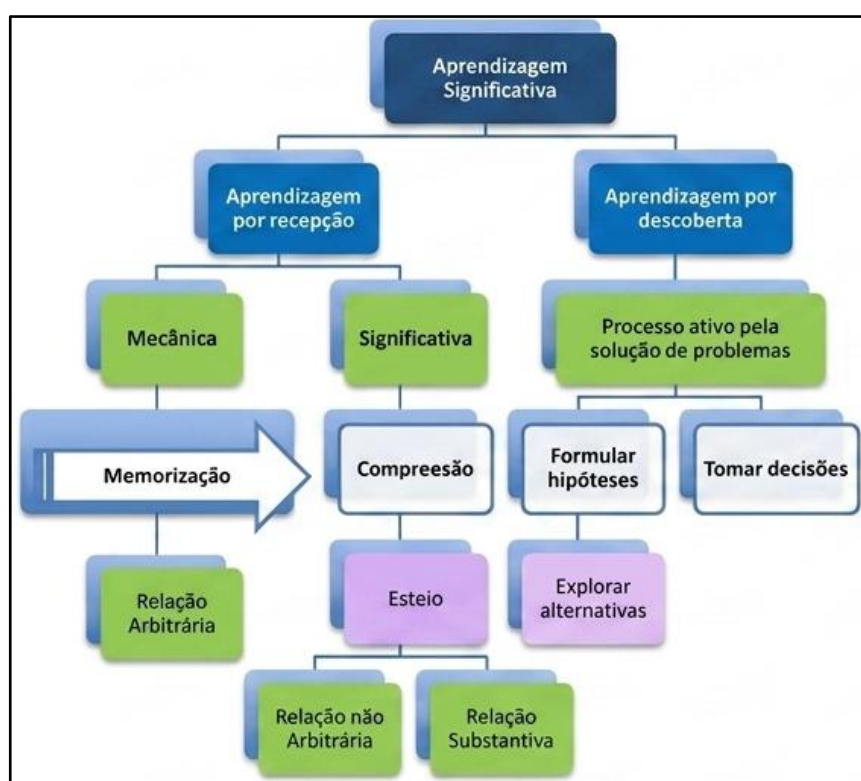
Nesse sentido, a aprendizagem significativa foca no processo em que a aprendizagem é considerada consistente e substantiva, isto é, àquela que o indivíduo tem a capacidade de explicar as informações de maneira pessoal, intuitiva, criativa e genuína.

Mediante o exposto, é importante ressaltar que o autor não preconiza a aprendizagem literal, baseada na memorização para repetição, visto que, ela não contribui para um desenvolvimento além daquele em que o indivíduo foi treinado, ele denomina esse tipo de aprendizagem mecânica, essa a qual o indivíduo foi treinado apenas para reproduzir o que foi trabalhado, sem valorizar a sua criatividade para resolução dos problemas.

O motivo pelo qual ele ratifica esse tipo de aprendizagem e a limitação de repertório que o estudante fica submetido, pois basta mudar a configuração cenário do problema para que informação que estava memorizada perca seu valor, isto é, o estudante fica dependente de um problema semelhante, que necessite da repetição do algoritmo para solucioná-lo. sendo assim, não há reflexão sobre o problema, nem tampouco sobre a sua resolução, apenas a capacidade mecânica de reproduzir resoluções prontas quando surgirem problemas que necessita da mesma ideia para sua resolução.

A figura 8 apresenta o mapa conceitual da aprendizagem significativa e suas ramificações para os tipos de aprendizagem tanto por recepção quanto por descoberta.

Figura 8 – Mapa Conceitual da aprendizagem significativa

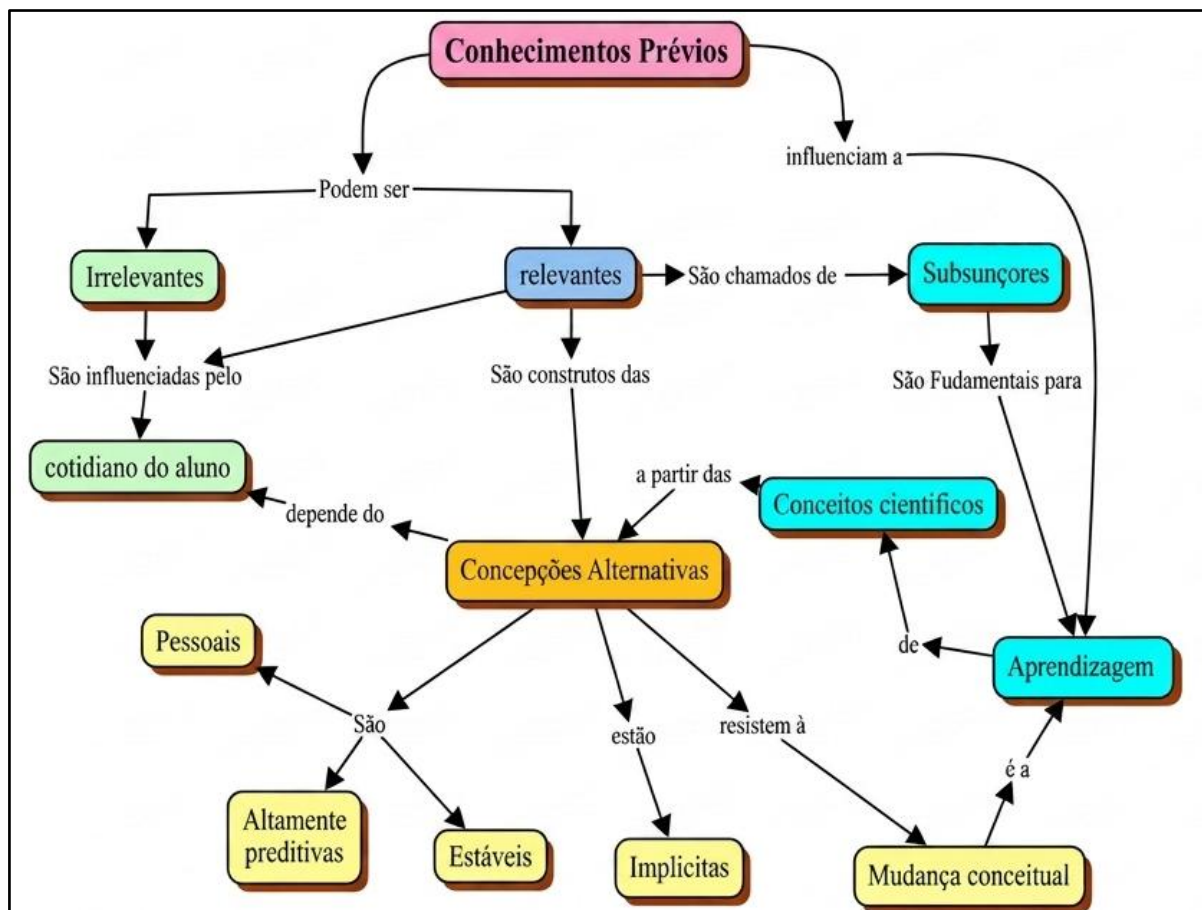


Fonte: Adaptado de Rebelo (2014).

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1978), o processo de aprendizado das novas informações pelo indivíduo ocorre quando essas as novas informações interagem com as informações que ele já possuía, essas denominadas por ele de subsunçores, ou seja, “o subsunçor é um conceito, uma ideia, uma proposição já existentes na estrutura cognitiva do sujeito, capaz de servir de “ancoradouro” para a chegada de uma nova informação, de modo que ambas promovem uma integração mais ampla e coesa em sua estrutura cognitiva.

Em outras palavras, o subsunçor é um conhecimento prévio que o indivíduo possui em seu cognitivo, um saber natural, proveniente das suas experiências ao longo da vida, que serve de suporte/ancoradouro consonante a uma nova informação adquirida significativa a ele. A configuração esquemática do mapa mental do subsunçor pode ser observada na figura 9.

Figura 9 – Mapa Mental da configuração esquemática do subsunçor



Fonte: Adaptado de Silva (2020), fundamentado em Pozo (1998).

No entanto, segundo Silva Filho (2022), a identificação desses subsunçores é um processo subjetivo e desafiador para o professor, uma vez que os estudantes podem apresentar conhecimentos prévios não formalizados ou mesmo concepções alternativas que dificultam a ancoragem. Esse cuidado é fundamental para que a proposta didática não parta de pressupostos equivocados sobre o que o estudante já sabe.

Por conseguinte, Moreira (2006) conclui a conceitualização de aprendizagem significativa da seguinte forma:

Pode-se, então, dizer que a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação se ancora em conceitos relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva. ou seja, novas ideias, conceitos, proposições, relevantes e inclusivas

estejam, adequadamente claras e disponíveis, na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem às primeiras.

Para Fazenda (2012), quando nos referimos aos tipos de aprendizagem, a separação rígida entre o cognitivo, o afetivo e o psicomotor é artificial e contraproducente para uma educação significativa. A autora defende que o processo de ensino e aprendizagem deve visar a formação integral do educando, o que exige o engajamento simultâneo dessas três dimensões da seguinte maneira:

- Cognitiva – Vai além da simples aquisição de informações ou conteúdos disciplinares. É o processo de construção de conhecimento, de estabelecer relações, de criticar e de criar.
- Afetiva – Engloba as emoções, os sentimentos, os valores, as motivações, a autoestima e as atitudes perante o conhecimento e o outro.
- Psicomotora – Refere-se à ação, ao movimento, às habilidades corporais e manipulativas. É a expressão concreta do pensamento e do sentimento.

Para Ausubel (1968, p. 37-38) a aprendizagem significa organização e integração do material na estrutura cognitiva, entendida como “(...) conteúdo total de ideias de certo indivíduo e sua organização; ou conteúdo e organização de suas ideias em uma área particular de conhecimento.”

A teoria da aprendizagem significativa volta-se, prioritariamente, para a dimensão cognitiva, tratando da maneira como os estudantes armazenam e organizam as informações ao construir sua estrutura de conhecimento, tendo em vista o fato de tratar a maneira como os estudantes armazenam as informações no momento em que estão aprendendo e formando a sua estrutura cognitiva.

Entretanto, tomaremos nesse estudo a visão trazida por Fazenda (2012), ao tratar as dimensões do saber de maneira Indissociável, na qual a formação integral do educando só se efetiva através da articulação indissociável entre as dimensões cognitiva, afetiva e psicomotora. Para a autora, o processo de aprendizagem é um ato complexo e unitário, no qual pensar, sentir e agir estão profundamente entrelaçados.

Assim sendo, buscar mecanismos que promovam uma aprendizagem significativa é um passo importante para o desenvolvimento de uma aprendizagem robusta e consistente, capaz de elevar consideravelmente a possibilidade do estudante solucionar problemas oriundos de diferentes situações problema sobre um determinado tema.

De acordo com Moreira (2006), a teoria da aprendizagem significativa deve ser entendida como uma teoria de ensino, que exige do professor a organização de materiais instrucionais não arbitrários e a consideração dos conhecimentos prévios dos aprendizes para que a predisposição para aprender significativamente possa surgir.

O autor defende que a implementação da aprendizagem significativa em sala de aula seja realizada de modo estratégico e intencional por parte do professor. Iniciando pelo diagnóstico dos conhecimentos prévios dos estudantes, utilizando discussões ou mapas conceituais iniciais, para identificar os pontos de ancoragem (subsunçores) para o novo conhecimento.

Daí em diante, o professor passa a organizar sequencialmente o conteúdo, partindo dos conceitos mais gerais e inclusivos para os mais específicos, e criando organizadores prévios que sirvam de ponte cognitiva.

Diante do exposto, o presente estudo tem foco em promover o desenvolvimento das etapas da Metodologia da Resolução de Problemas, tomando como ponto de partida os conhecimentos prévios (subsunçores) dos estudantes para alcançar a aprendizagem significativa do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos. Nesse ínterim, foram realizados experimentos que possibilitam aos estudantes a aplicação dos conceitos abstratos relacionados ao tema de forma prática, das quais as etapas dessa realização serão apresentadas de maneira mais detalhada na próxima seção deste trabalho.

2.4.1 O que é preciso para que haja aprendizagem significativa?

Para que a aprendizagem significativa ocorra é preciso entender um processo de modificação do conhecimento, em vez de comportamento em um sentido externo e observável, e reconhecer a importância que os processos mentais têm nesse desenvolvimento, isto é, é necessário compreender o processo de mudança interno ao qual o indivíduo é submetido durante o aprendizado de uma nova informação para, a partir daí, analisar sua aprendizagem. As ideias de Ausubel, Novak e Hanesian (1978) também se caracterizam por basearem-se em uma reflexão específica sobre a aprendizagem escolar e o ensino, em vez de tentar somente generalizar e transferir à aprendizagem escolar conceitos ou princípios explicativos extraídos de outras situações ou contextos de aprendizagem (Pelizzari *et al.*, 2002).

De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1978), alguns princípios são fundamentais para compreender como a teoria da aprendizagem significativa pode ser aplicada de maneira prática na sala de aula, dentre esses princípios podemos citar os seguintes: organização do material de aprendizagem, subsunçores e subsunçores superordenados, aprendizagem por recepção, aprendizagem colaborativa e a carga cognitiva.

Ainda segundo o autor, para alcançar a aprendizagem significativa, durante a apresentação de um tema, é de suma importância a exibição de um material com uma

organização lógica hierárquica coerente, partindo dos conceitos gerais, esses mais abrangentes, até os mais específicos, de maneira que venha a facilitar a compreensão conforme o desenvolvimento do determinado tema. A fundamentação da teoria da aprendizagem ancorada nos subsunçores enfatiza a interação que existe entre a nova informação e a informação que já existente no indivíduo, essa acumulada durante toda a sua trajetória de vida, das quais suas vivências passam a contribuir dando suporte ao processo de assimilação e compreensão de novos conceitos, seja ele de qualquer natureza (Ausubel, Novak e Hanesian (1978).

O autor também enaltece a importância da aprendizagem por recepção, na qual a apresentação dos temas quando realizada de forma estruturada e organizada, favorece para integrar as informações à sua estrutura cognitiva de uma maneira significativa.

Outro aspecto relevante apresentado por Ausubel, Novak e Hanesian (1978) é a importância da aprendizagem colaborativa, na qual o trabalho desenvolvido pelo grupo é um ambiente propício para criação de novos saberes, ou seja, as relações entre participantes promovem um compartilhamento de ideias a partir da interação entre os subsunçores particulares de cada membro do grupo.

Estudos recentes têm demonstrado que a interação entre pares, quando mediada pelo professor, potencializa a ancoragem de novos conceitos. Metzker (2025), em uma revisão de literatura sobre metodologias ativas no ensino de Matemática, conclui que a Aprendizagem Baseada em Problemas e outras abordagens colaborativas favorecem o engajamento, a autonomia e o pensamento crítico, elementos que estão na base da aprendizagem significativa

Nesse sentido, Ausubel, Novak e Hanesian (1978) salientam que a aprendizagem é mais eficaz quando os conteúdos são percebidos como relevantes e significativos pelo estudante, ou seja, quando os temas são próximos da realidade do contexto vivenciado pelos estudantes, tendo em vista que eles conseguem criar conexões entre as novas informações e suas experiências prévias com maior facilidade.

Por fim, o autor destaca a necessidade de um material didático adequado que facilite a aprendizagem dos estudantes. Esse material deve possuir uma carga cognitiva equilibrada, levando em consideração a realidade dos estudantes, de forma que evite superficialidades ou sobrecargas. O objetivo é oferecer um conteúdo que não apenas desafie, mas também estimule os estudantes a buscar soluções para os problemas apresentados, integrando novos conhecimentos de forma significativa.

Pelizzari *et al.* (2002) sintetizaram as condições necessárias para que haja aprendizagem significativa da seguinte maneira:

Para haver aprendizagem significativa são necessárias duas condições. Em primeiro lugar, o aluno precisa ter uma disposição para aprender: se o indivíduo quiser memorizar o conteúdo arbitrariamente e literalmente, então a aprendizagem será mecânica. Em segundo, o conteúdo escolar a ser aprendido tem que ser potencialmente significativo, ou seja, ele tem que ser lógico e psicologicamente significativo: o significado lógico depende somente da natureza do conteúdo, e o significado psicológico é uma experiência que cada indivíduo tem. Cada aprendiz faz uma filtragem dos conteúdos que têm significado ou não para si próprio.

Diante do exposto, é importante destacar que, no processo de aprendizagem significativa, é fundamental que o estudante tenha disposição para aprender, participando de forma ativa e colaborativa das atividades propostas em sala de aula. Além disso, o material apresentado deve ser significativo, com significado lógico a respeito da natureza do conteúdo, partindo de uma sequência lógica hierarquizada de apresentação que facilite a compreensão, do mesmo modo, também deve ter um significado psicológico, respeitando as especificidades de cada indivíduo durante o aprendizado dos temas, apresentando a relevância dos conteúdos dentro do contexto da sua vida pessoal, proporcionando o prazer de aprender à medida que as descobertas acontecem ao longo do desenvolvimento dos temas.

Assim sendo, quando apresentados os elementos necessários para que haja a aprendizagem significativa, determina-se um ambiente favorável para o desenvolvimento, assimilação e disseminação do conhecimento.

Ainda segundo Pelizzari *et al.* (2002), Ausubel se refere à configuração cognitiva dos indivíduos da seguinte maneira:

(...) As proposições de Ausubel partem da consideração de que os indivíduos apresentam uma organização cognitiva interna baseada em conhecimentos de caráter conceitual, sendo que a sua complexidade depende muito mais das relações que esses conceitos estabelecem em si que do número de conceitos presentes. Entende-se que essas relações têm um caráter hierárquico, de maneira que a estrutura cognitiva é compreendida, fundamentalmente, como uma rede de conceitos organizados de modo hierárquico de acordo com o grau de abstração e de generalização.

Mediante o exposto, a teoria de Ausubel apresenta que os conceitos são organizados de maneira hierárquica, dos mais gerais para os mais específicos, e a complexidade se estabelece a partir das interações entre eles, ou seja, há muita complexidade quando há poucas interações, e pouca complexidade quando existe muitas interações, logo, fica explícita a importância da existência dos subsunçores, para que possam criar a maior quantidade possível de interações entre os conceitos, no intuito de diminuir a complexidade, facilitando assim a aprendizagem significativa.

Por fim, a proposta de atividade a ser levada para sala de aula deverá seguir essa mesma configuração, isto é, partindo dos temas mais gerais até os mais específicos, de modo que tenha uma organização lógica hierarquizada dos conteúdos durante a abordagem do tema e

que seja representativa ao sujeito, apropriando-se dos elementos pertencentes do seu cotidiano, para criação das situações problemas que serão tratadas ao longo da abordagem dos temas.

A partir das discussões apresentadas ao longo desta seção, compreende-se que a articulação entre Experimentação Matemática, resolução de problemas e aprendizagem significativa constitui o eixo estruturante deste estudo. A experimentação favorece a interação concreta com os conceitos matemáticos, a metodologia de resolução de problemas organiza cognitivamente o processo investigativo, enquanto a teoria da aprendizagem significativa oferece suporte para a ancoragem dos novos conhecimentos na estrutura cognitiva dos estudantes. Dessa forma, tais perspectivas são compreendidas como dimensões complementares de uma proposta pedagógica voltada à construção ativa e reflexiva do conhecimento matemático.

2.4.2 O que fazer quando não há subsunções?

Embora Ausubel, Novak e Hanesian (1978) apresentem de forma clara os pontos cruciais para que ocorra a aprendizagem significativa, é importante reconhecer que, na realidade das escolas públicas, esses aspectos nem sempre são alcançados pelos indivíduos. Diante disso, torna-se necessário desenvolver estratégias que possam vir a atingir resultados satisfatórios da aprendizagem significativa, mesmo estando em condições desfavoráveis, se compararmos com as condições ideais de trabalho do ambiente educacional.

Esse cenário é frequentemente vivenciado pelos professores, em especial aqueles que atuam na rede pública de ensino, tendo em vista diferentes realidades nas redes municipais e estaduais, ambas caracterizadas pela escassez de recursos. Além disso, os fatores socioeconômicos de um modo geral que na maioria das vezes influenciam negativamente no acompanhamento estudantil, o que dificulta o desenvolvimento. Nesse contexto, é essencial propor iniciativas que possam impulsionar o aprendizado em todas as áreas do conhecimento, contornando as dificuldades, mesmo quando as condições não são classificadas como ideais. Logo, a busca pela compreensão por parte dos estudantes, levando em consideração a adaptação das práticas pedagógicas às realidades e especificidades locais é essencial e faz parte do exercício profissional na educação.

Diante desse cenário, Ausubel, Novak e Hanesian (1978) propõem que se faça uma preparação prévia com os estudantes antecedente a nova informação que será abordada, que ele denomina de organizadores prévios, que na verdade são informações pontuais que podem

assumir o lugar dos ancoradouros, levando ao desenvolvimento dos subsunçores durante o processo de aprendizagem a informação nova.

De acordo com Moreira (2006), ao conceituar os organizadores prévios, temos:

Os organizadores prévios são materiais introdutórios, apresentados antes do próprio material a ser aprendido, porém em nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade de que esse material. Não são, portanto, sumários, introduções, ou visões gerais do assunto, os quais são, geralmente, apresentados no mesmo nível de abstração, generalidade e inclusividade do material que os segue, simplesmente destacando certos aspectos.

Na área de ensino de Matemática, Melo e Queiroz (2024) defendem o uso de organizadores prévios como recurso essencial para subsidiar os estudantes de conhecimentos necessários, especialmente em contextos de defasagem de aprendizagem. Mais especificamente, Nunes (2010) propõe que a própria História da Matemática pode funcionar como um organizador prévio, ao apresentar, de forma mais geral e inclusiva, os problemas que originaram determinados conceitos. Essa perspectiva fundamenta diretamente parte da escolha metodológica deste estudo, que utiliza a narrativa do desafio de Tales de Mileto como organizador prévio para a aprendizagem da semelhança de triângulos.

Quanto a sua função, Ausubel, Novak e Hanesian (1978, p.171) define da seguinte maneira:

A principal função do organizador prévio é servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele precisa saber para que possa aprender significativamente a tarefa com que se depara. ou seja, organizadores prévios servem para facilitar a aprendizagem, na medida em que funcionam como pontes “cognitivas.

Moreira (2006) conclui que a função do organizador prévio da seguinte maneira: “A principal função dos organizadores prévios é, então, a de preencher a lacuna entre o que o aluno já sabe e o que ele precisa saber, a fim de que o novo conhecimento possa ser aprendido de forma significativa.”

Nesse sentido, o organizador prévio pode ser entendido como um material introdutório que visa preparar o estudante para o desenvolvimento de um determinado tema, facilitando sua aprendizagem e compreensão. Em outras palavras, ele funciona como um recurso didático que estabelece conexões entre o conhecimento prévio do estudante e o novo conteúdo a ser aprendido. Exemplos de organizadores prévios incluem apresentações, materiais concretos, questões norteadoras, entre outros.

Assim, embora seja real a dificuldade enfrentada por muitos estudantes na assimilação de novas informações, devido à falta de conhecimentos prévios formais (adquiridos em ambientes de educação formal) que possam atuar como subsunçores, ou seja, como âncoras para novos conhecimentos, o estudante não deve ser visto como uma "tábula rasa", desprovido

de qualquer saber. Suas vivências influenciam diretamente a maneira como ele se relaciona com as novas informações adquiridas; seu conhecimento não se limita às experiências da sala de aula, mas é, na verdade, um reflexo de todas as suas vivências e experiências acumuladas ao longo da vida. Portanto, esses conhecimentos prévios, sejam formais ou informais, também podem servir como ancoradouros para novos aprendizados.

2.4.3 Como validar a Aprendizagem Significativa?

O resultado da aprendizagem significativa é a aquisição de significados, tanto no sentido psicológico quanto no sentido lógico, isto é, o significado real do indivíduo emerge quando o significado potencial do material de aprendizagem se converte em conteúdo cognitivo diferenciado e idiossincrático por ter sido relacionado, de maneira substantiva e não arbitrária, interagindo com as ideias existentes na estrutura cognitiva do indivíduo (Moreira, 2006).

Nesse sentido, a validação não pode se restringir a testes de memorização. Como destacam Santos (2024), o termo 'aprendizagem significativa' é por vezes utilizado de forma genérica, sem a devida operacionalização de instrumentos de avaliação compatíveis. No caso desta pesquisa, buscamos superar essa fragilidade ao adotar a triangulação metodológica (observação, produções escritas e entrevistas) como forma de capturar evidências reais, ou mais próximas possíveis, de uma compreensão substantiva e não literal.

Diante disso, podemos dizer que a aprendizagem significativa terá como resultado a compreensão dos sentidos relacionados a um tema, ou seja, haverá aprendizagem significativa quando a nova informação estabelecer uma relação com a natureza cognitiva do indivíduo por meio do material de aprendizagem e, a partir daí, passe a interagir com as informações que ele já possuía de uma maneira natural, intuitiva e substantiva. Além disso, a aprendizagem significativa será validada a partir do momento em que o estudante possa elevar o conhecimento adquirido a um novo patamar de resolução de problemas, ou seja, ao surgir uma nova situação problema a qual ele precise recorrer ao seu próprio conhecimento (subsunção) para solucioná-la de maneira genuína e intuitiva.

2.4.4 A natureza da escola pública para a Aprendizagem Significativa

Embora o conceito de aprendizagem significativa seja amplamente conhecido e aplicado em várias partes do mundo, cada parte o utiliza de acordo com a sua realidade, levando em consideração as suas especificidades, de modo que a sua contribuição seja a mais

efetiva possível, tendo em mente que a escola deve ser observada como um organismo vivo, isto é, que passa por constante transformação, sejam elas positivas ou negativas, considerando que vários fatores podem vir a influenciar no seu funcionamento.

A realidade da educação pública brasileira, no presente momento, ainda está aquém da que possamos admitir como ideal, embora sejam notados avanços quando comparamos com décadas passadas, ainda assim, assinalamos problemas referentes à falta de investimento, a precariedade da infraestrutura e os problemas sociais, como a pobreza, são desafios da educação brasileira, que, quando não superados, influenciam negativamente para criação de um ambiente de aprendizagem.

Análises recentes apontam que, embora o Brasil invista cerca de 5% do PIB em educação, o gasto anual por estudante é muito inferior à média da OCDE, resultando em uma infraestrutura deficiente, pouca inovação pedagógica e aprofundamento das desigualdades regionais (Araujo junior; Viagi, 2025).

Os aspectos sociais da comunidade escolar são refletidos na escola pelo fato dela ser uma entidade inserida no contexto social, ou seja, não pode ser tratada de maneira isolada, pois está dentro de um contexto social mais amplo e é moldada pelas características, valores e dinâmicas presentes nessa sociedade.

Conforme Brasil (1996), no Artigo 26 da Lei de diretrizes e bases da educação, tem-se:

Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela.

Segundo Brasil (2018), essa determinação conduz a ideia de promover uma contextualização do conhecimento voltada para realidade local em que toda a comunidade escolar está inserida, ou seja, a realidade dos estudantes, pais, professores, funcionários e gestão escolar. Sendo assim, a possibilidade de tratar um determinado tema dentro da realidade social, local e individual do estudante representa um ganho valioso, tendo em vista que ele passará a estabelecer relações entre os temas abordados em sala de aula e os elementos presentes no seu cotidiano, facilitando assim a sua compreensão.

Conforme a BNCC, enquanto documento normativo, criado pelo Ministério da Educação, que possui o objetivo de definir as aprendizagens essenciais que estudantes de todas as etapas da Educação Básica devem desenvolver durante sua vida escolar, através de suas competências gerais e específicas de cada componente curricular, levando em consideração o ensino fundamental (anos finais), temos as seguintes unidades temáticas: Grandezas e medidas,

Números, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, no entanto, nesse estudo focamos nas unidades temáticas Grandezas e Medidas e Geometria, pelo fato de estar diretamente relacionadas ao tema abordado, (Brasil, 2018).

Apesar dessa convergência teórica entre a BNCC e os princípios da Aprendizagem Significativa, com ambas defendendo a contextualização e a valorização dos conhecimentos prévios, a implementação prática enfrenta obstáculos significativos. Souza *et al.* (2025) apontam que a formação docente ainda está desalinhada a essa perspectiva e a predominância de uma cultura avaliativa tradicional são barreiras recorrentes. Nesse sentido, esta pesquisa se insere como uma contribuição prática ao apresentar uma oficina que materializa esses princípios em um contexto real de escola pública periférica.

Quando tratamos da unidade temática “Geometria” é necessária para o desenvolvimento do pensamento geométrico, obtido pelo estudo das posições e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais. Já a unidade temática “Grandezas e Medidas” propõe o estudo das medidas e das relações existentes entre elas, o que possibilita a integração da Matemática com outros componentes curriculares.

Diante disso, essas unidades temáticas possuem os pontos a serem trabalhados em sala de aula, que são: no caso de grandezas e medidas, é a partir do conhecimento das relações sobre métricas que são estabelecidos elos de conexão com outras áreas do conhecimento, Segundo a BNCC, o estudo de grandezas e medidas deve contribuir, ainda, para a consolidação e ampliação de conceitos trabalhados em outros eixos, como o conceito de número, a aplicação de noções geométricas e o desenvolvimento do pensamento algébrico. (Brasil, 2018)

No caso de geometria, é preciso que haja uma compreensão a respeito de posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais são alguns dos objetos de conhecimento da unidade temática. O esperado é que esses conceitos ajudem o estudante a desenvolver o raciocínio necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos a partir dos conhecimentos de geometria. O eixo também deve contemplar o trabalho com as transformações geométricas e as habilidades de construção, representação e interdependência (Nova escola, 2024).

Nesse estudo, o contexto da escola em que desenvolvemos nossa proposta educacional, é de uma escola periférica do litoral alagoano, situada nas proximidades da lagoa Mundaú, na qual os aspectos socioeconômicos de vulnerabilidade estão presentes e o desenvolvimento de estratégias que venham a contornar tais dificuldades devem ser acolhidos, de modo que venham a contribuir para melhoria do ensino e da aprendizagem de semelhança de triângulos.

Diante disso, a proposta da aprendizagem significativa surge como uma alternativa, visto que ela possui abertura para promover as metodologias ativas do conhecimento, além de enaltecer a importância de experiências educativas na formação acadêmica e pessoal, e estimula a aplicação dos temas através das atividades práticas.

Por fim, a aprendizagem significativa na escola representa o foco nas propostas pedagógicas que criam elos entre os conteúdos e o cotidiano dos estudantes, tornando as informações mais relevantes, além disso, tornando a participação dos estudantes mais ativa, evidenciando o protagonismo estudantil dentro e fora da sala de aula, e sua aplicação fundamentada na Metodologia de Resolução de Problemas pode ser um diferencial agregador do conhecimento, dado que as temáticas estarão voltadas para o cerne da Matemática que é produzir conhecimento através da resolução de problemas.

A integração entre a Metodologia da Resolução de Problemas e a Teoria da Aprendizagem Significativa tem sido investigada como uma prática pedagógica robusta. Huf e Pinheiro (2021) e Viana (2025) demonstram que a resolução de problemas, quando orientada pelas fases de Polya, favorece a ancoragem de novos conhecimentos, pois exige do estudante a mobilização de subsunçores e a reorganização de suas estruturas cognitivas. Damian e Kaiber (2023) complementam ao afirmar que metodologias ativas, como a experimentação e a resolução de problemas, fortalecem o papel do estudante como sujeito crítico e participativo, engajando-o em situações que exigem tomada de decisão e reconstrução conceitual.

3 O CAMINHO METODOLÓGICO

O presente estudo configura-se como uma pesquisa de natureza qualitativa, do tipo pesquisa-intervenção, realizada com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Capitão Álvaro Victor.

Esta pesquisa foi realizada na Escola Estadual Capitão Álvaro Victor, localizada no bairro do Vergel do Lago, Maceió-AL. A escolha dessa instituição justifica-se por seu contexto socioeconômico periférico, que reflete desafios comuns ao ensino público brasileiro, como a carência de recursos e a necessidade de metodologias que tornem a Matemática mais tangível. A intervenção foi planejada em diálogo com a equipe pedagógica da escola, garantindo que as atividades respeitassem o calendário escolar e as condições locais. Além disso, os estudantes se encontram inseridos no contexto da vulnerabilidade social, isto é, não possuem grandes oportunidades de acesso à informação nem a disponibilidade de recursos tecnológicos mais avançados. Vale salientar que esse trabalho foi apreciado pelo Comitê de Ética, com número do Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE) 91488225.4.0000.5013, conforme Anexo 1.

O estudo fundamenta-se nas ideias da Metodologia da Resolução de Problemas, por se tratar de uma ferramenta de suma importância para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática escolar, com características específicas para desenvolvimento de habilidades para resolução de Situações Problema. Levando em consideração que o “Problema” é o meio e o fim do trabalho docente para alcançar qualidade na aprendizagem de seus estudantes para que eles venham a adquirir conhecimentos mais duradouros e com maiores possibilidades de transferi-los para novas situações (Assunção *et al.*, 2020).

Adotando como estratégia os princípios da Aprendizagem Significativa, que estabelece de maneira precisa como ocorrem as interações entre os conhecimentos já consolidados pelo estudante e os novos saberes a serem aprendidos, esta pesquisa buscou oferecer ao professor suporte para avaliar, de forma qualificada, o desenvolvimento das habilidades dos estudantes ao longo das atividades, sem que fosse necessário recorrer à aprendizagem mecânica.

A escolha pela pesquisa-intervenção nesta investigação foi motivada pelo fato do pesquisador não estar atuando como professor desse público-alvo, ou seja, não estava em sala de aula com turmas do 9º ano. Portanto, foi necessário realizar a proposta de atividade na forma de intervenção.

Ao realizar uma busca conceitual, Damiani *et al.* (2013) denominam a pesquisa do tipo intervenção pedagógica como uma pesquisa que envolve o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações pedagógicas), ou seja, aquelas que deixam algum legado ao público da pesquisa, destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam, e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências.

Segundo os autores Damiani *et al.* (2013), “As pesquisas do tipo intervenção pedagógica são pesquisas aplicadas, ou seja, têm como finalidade contribuir para a solução de problemas práticos”

A pesquisa-intervenção consiste em uma tendência cada vez mais frequente das pesquisas participativas que buscam investigar a vida de coletividades na sua diversidade qualitativa, assumindo uma intervenção de caráter socioanalítico (Aguar, 2003; Rocha, 1996, 2001). Ao utilizar esse tipo de abordagem, o pesquisador tem a missão de gerar um conhecimento prático a partir da interação com o público investigado, promovendo um conhecimento útil e vantajoso, que pode ser aplicável ao longo de suas vidas cotidianas (Reason e Bradbury, 2008).

Nesse sentido, a pesquisa-intervenção, quando voltada para educação, trata-se de uma abordagem dinâmica e colaborativa que busca não apenas compreender os desafios educacionais, mas também desenvolver estratégias práticas que resultem em melhorias significativas no ambiente escolar, ou seja, desenvolver uma proposta que resulte em alguma melhoria para o(s) problema(s) diagnosticados pelo pesquisador, além disso, criar um saber que sirva de subsídio para compreender e desenvolver novos conhecimentos.

Quanto a sua importância, Damiani *et al.* (2013) enaltecem o trabalho realizado por Robson (1995), ao tratar que as pesquisas aplicadas como “pesquisas no mundo real”, por serem realizadas sobre e com pessoas em ambientes reais de educação, sem o anteparo para os problemas reais que envolvem o contexto educacional.

Uma das características da Pesquisa Intervenção é o seu aspecto colaborativo promovido por pesquisadores e práticos. A colaboração se justifica uma vez que os práticos possuem interesses similares aos dos pesquisadores na busca de um entendimento dos modelos organizacionais que possam explicar com propriedade os resultados dessas experiências. (Oyadomari *et al.*, 2011).

Entretanto, há 3(três) obstáculos que devem ser observados com atenção quanto à realização de uma pesquisa intervenção. O primeiro problema diz respeito à nomenclatura, o uso do termo intervenção pode vir a causar um estranhamento na área educacional, sendo

entendido de forma pejorativa. O segundo, refere-se à dificuldade que existe no contexto da Educação, em conceder status de pesquisa às intervenções, confundindo-as com projetos de ensino. O terceiro está relacionado ao processo de elaboração dos relatórios de pesquisas interventivas (teses, dissertações ou artigos) que, não raro, são escritos sem atentar à necessária amplitude, em termos de descrição, demandada pelo método, bem como à separação entre seus dois componentes: a intervenção propriamente dita e a avaliação dessa intervenção. (Damiani *et al.* 2013).

Além disso, uma das limitações da pesquisa-intervenção é a descontinuidade de sua proposta, o que pode causar desconforto em relação ao calendário escolar, já que sua aplicação ocorre de forma pontual e com intervalos de tempo pré-definidos. Por essa razão, é fundamental que sua execução seja cuidadosamente planejada, permitindo que sua prática seja integrada de maneira colaborativa ao planejamento do professor, de modo que não venha a causar nenhum tipo de constrangimento que resulte em algum tipo de resistência por parte dos estudantes.

A escolha pela pesquisa-intervenção justifica-se pela necessidade de testar *in loco* uma alternativa que confronte as metodologias tradicionais de ensino, que, conforme destacado anteriormente, falham em conectar a Matemática a situações reais do cotidiano dos estudantes, ou seja, é uma abordagem que visa o sucesso pelo processo e não apenas pelo resultado, compreendendo a aprendizagem como uma construção contínua e não pontual.

Diante disso, a proposta aqui apresentada foi planejada e debatida de maneira conjunta com o professor de Matemática da turma, da coordenação e da articuladora de ensino, para que a atividade promovida nesta intervenção possa contribuir de forma agregadora e colaborativa ao trabalho do professor, de acordo com o seu planejamento para a turma.

Neste trabalho, a pesquisa correspondeu a uma abordagem de caráter aplicado no contexto educacional com estudantes do 9º ano do ensino fundamental, visando a aprendizagem do Teorema de Tales e Semelhança de triângulos, por meio da execução de experimentos práticos relacionados à História da Matemática, elaborada sob a luz da Metodologia de Resolução e da Aprendizagem Significativa.

Desse modo, foi realizada uma atividade prática dividida em 5 (cinco) etapas momentos, dos quais sua execução culminou na construção de uma oficina intitulada de “*A Matemática de Tales: uma proposta de atividade experimental para o Ensino Fundamental*”. Esta oficina combina os conceitos da Metodologia da Resolução de Problemas (Polya, 1978) com as ideias da Aprendizagem Significativa (Moreira, 2006), utilizando a História da Matemática (D’Ambrósio, 2009) como contexto para que os estudantes pudessem relacionar os conceitos abstratos do Teorema de Tales e semelhança de triângulos com situações reais.

Na primeira etapa, foi realizada uma apresentação conceitual histórica da Matemática clássica grega, na qual foi relatado o desafio atribuído a Tales de Mileto para calcular a altura da pirâmide de Quéops e, posteriormente, a apresentação do Teorema de Tales e a semelhança de triângulos a partir do Teorema fundamental da proporcionalidade, enaltecendo a importância do fato histórico no desenvolvimento da Matemática até os dias atuais.

Na segunda etapa, foi calculada a altura de alguns estudantes sem a necessidade de tocá-los, apenas a partir da medição da projeção de suas sombras, na qual foram esboçados os triângulos semelhantes, mantendo as relações de proporcionalidade.

Na terceira etapa, foi calculada de forma simulada a distância entre as margens de um rio sem que seja preciso atravessá-lo, utilizando a quadra poliesportiva da instituição como referência à analogia ao rio.

Na quarta etapa, foi calculado o diâmetro projetado pela luz de uma lanterna na superfície iluminada a partir da medida do diâmetro projetado pela luz dessa lanterna nessa superfície.

Um ponto a ressaltar na proposta da Aprendizagem Significativa de Ausubel, é a importância de que o estudante inicie a aula com uma questão a ser resolvida que, de certo modo, venha a causar uma reflexão por parte dele durante o momento da resolução do problema. Assim sendo, trouxemos em cada uma das propostas de atividade uma questão problema que serviu de ponto de partida para resolução dos problemas apresentados nas situações experimentais. Além disso, ao final de cada uma dessas etapas experimentais, foi proposta uma atividade de consolidação da aprendizagem a ser desenvolvida pelos estudantes em sala de aula, com a mediação do pesquisador, para verificar a contribuição dos experimentos na aprendizagem.

Na quinta etapa, os dados foram coletados e analisados de forma integrada a partir de três fontes principais, seguindo os princípios da triangulação metodológica (Flick, 2009) da seguinte maneira:

1. Observação Direta: Durante os experimentos, foram registrados pelo pesquisador o engajamento dos estudantes (participação ativa, interações em grupo), as dúvidas mais frequentes e os momentos de dificuldade conceitual, utilizando um sistema de categorização (de 1 a 5) baseado em indicadores predefinidos pela escala de Likert (1932), que foi adaptada pelo nosso grupo de estudo, para mensurar o engajamento dos estudantes a partir de indicadores observáveis de natureza física (manipulação de materiais), social (interação) e cognitiva (questionamentos), da seguinte maneira:

- 1 (Nenhum engajamento): para o estudante que não participa ou demonstra desinteresse durante a realização da atividade.
- 2 (Pouco engajamento): para o estudante que esteve presente, compreende a importância, demonstra interesse, mas pouco participou.
- 3 (Engajamento moderado): para o estudante que participa, mas com hesitações ou distrações de realizar os experimentos durante a atividade.
- 4 (Bom engajamento): para aqueles estudantes que demonstraram interesse, tomaram iniciativa, fizeram perguntas, colaboraram, mas não participaram de todos os momentos das atividades experimentais da oficina.
- 5 (Alto engajamento): para os estudantes que mostram iniciativa, faz perguntas relevantes e colabora ativamente com os experimentos propostos durante a realização da oficina.

Para isso, foram observados os seguintes indicadores:

- Físicos: Movimentação, manipulação de materiais, postura.
- Sociais: Interações com colegas/professor, com os colegas do grupo.
- Cognitivos: Perguntas, resolução de problemas, aplicação de conceitos.

2. **Análise das Resoluções:** As atividades de consolidação da aprendizagem foram avaliadas qualitativa e quantitativamente, classificando os erros conforme sua natureza (interpretação, aplicação do Teorema ou cálculo) e mapeando as estratégias de resolução mais utilizadas pelos estudantes.

3. **Entrevistas Semiestruturadas:** Realizadas com alguns estudantes (um representante de cada grupo), na busca para compreender a percepção sobre a metodologia, as dificuldades encontradas e a contribuição das atividades para sua aprendizagem. As respostas foram transcritas e analisadas por meio da técnica de análise de conteúdo, identificando padrões e categorias relevantes.

A triangulação metodológica adotada neste estudo permitiu uma validação robusta dos dados mediante a convergência de evidências (Denzin, 2017), ao combinar múltiplas fontes, métodos, teorias ou investigadores para conferir robustez e confiabilidade dos resultados de uma pesquisa, proporcionando uma avaliação mais ampla da intervenção, cruzando evidências sobre o desempenho, o engajamento e as percepções dos estudantes, voltado a verificar a eficácia da abordagem da História da Matemática por meio de experimentos na aprendizagem do Teorema de Tales e semelhança de triângulos.

Sobre o processo da a escolha da entrevista semiestruturada Triviños (1987, p.146) conceitua da seguinte maneira:

(...) É aquela que parte de certos questionamentos básicos, apoiados em teorias e hipóteses, que interessam à pesquisa, e que, em seguida, oferecem amplo campo de interrogativas, fruto de novas hipóteses que vão surgindo à medida que se recebem as respostas do informante. Desta maneira, o informante, seguindo espontaneamente a Linha de seu pensamento e de suas experiências dentro do foco principal colocado pelo investigador, começa a participar na elaboração do conteúdo da pesquisa.

A entrevista semiestruturada é aquela que enaltece as questões de interesse do pesquisador de forma aberta, sendo conduzida pela compreensão de mundo do entrevistado, valorizando suas percepções subjetivas sobre os problemas tratados no estudo de maneira flexível, oportunizando uma maior interação entre o entrevistador e o entrevistado, de modo que o entrevistador possa a vir a reformular ou acrescentar outras perguntas de acordo com o contexto e as respostas do entrevistado.

Segundo Oliveira *et al.* (2023)

“As entrevistas semiestruturadas, como a própria designação sugere, têm como característica um roteiro preestabelecido no qual o pesquisador inclui um pequeno número de perguntas abertas e deixa o entrevistado livre para falar, podendo realizar perguntas complementares para compreender o fenômeno investigado.”

Entretanto, Triviños (1987) traz a seguinte recomendação quanto a formulação das perguntas:

É útil esclarecer, para evitar qualquer erro, que essas perguntas fundamentais que constituem, em parte, a entrevista semiestruturada, no enfoque qualitativo, não nasceram a priori. Elas são resultados não só da teoria que alimenta a ação do investigador, mas também de toda a informação que ele já recolheu sobre o fenômeno social que o interessa, não sendo menos importantes seus contatos, inclusive, realizados na escolha das pessoas que serão entrevistadas.

A principal vantagem da escolha da entrevista semiestruturada como instrumento de coleta de dados está na oportunidade de promover um diálogo aberto com os participantes da pesquisa. Esse formato possibilita uma compreensão mais aprofundada das percepções sob a perspectiva de quem vivencia a realidade investigada

Manzini (2003), destaca algumas considerações/cuidados sobre a elaboração de roteiros para entrevista semiestruturadas, que são eles: Alguns cuidados que o pesquisador deveria observar ao formular as questões para o entrevistado poderiam ser resumidos em: 1) cuidados quanto à linguagem; 2) cuidados quanto à forma das perguntas; e 3) cuidados quanto à sequência das perguntas nos roteiros. Além disso, deve-se ter a ciência de que uma boa entrevista começa com a formulação de perguntas básicas, que deverão atingir o objetivo de pesquisa, é possível fazer uma análise do roteiro para identificar a sua adequação em termos de linguagem, estrutura e sequência das perguntas no roteiro (Manzini, 2004).

Para o presente estudo, tivemos o cuidado de elaborar um roteiro que utilizasse uma linguagem acessível, mas sem perder a formalidade. Além disso, priorizamos a formulação de perguntas curtas e claras, considerando que o público-alvo é composto por estudantes do 9º ano do ensino fundamental. Por fim, estruturamos o roteiro de maneira progressiva, iniciando com perguntas simples e avançando gradualmente para questões mais complexas, a fim de promover o envolvimento dos entrevistados e obter respostas com uma maior riqueza de informações.

No que diz respeito aos estudantes, direcionamos nosso foco para compreender como se estabelece sua relação com a Matemática e o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa, bem como quais as práticas e ações que melhor potencializam sua aprendizagem. Além disso, procuramos investigar sob o olhar dos discentes de que modo as práticas de ensino fundamentadas no contexto histórico da Matemática e outras situações que possam vir a contribuir para a aprendizagem do Teorema de Tales e Semelhança de triângulos. Ao final, todas as entrevistas foram desenvolvidas a partir de um roteiro previamente elaborado, mantendo abertura para que outros temas pudessem vir a emergir ao longo da interação.

Para a organização e análise dos dados coletados, adotamos a análise de conteúdo conforme proposto por Bardin (2016), metodologia que se mostra particularmente adequada por oferecer um sistema rigoroso de tratamento de material qualitativo. Esta abordagem permite não apenas a descrição sistemática do conteúdo manifesto nas falas dos participantes, mas também a identificação de significados subjacentes e padrões recorrentes, garantindo assim uma interpretação fundamentada dos dados textuais obtidos nas entrevistas.

Bardin (2016, p. 46), conceitua a análise de conteúdo da seguinte maneira:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores, quantitativos ou não, que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens.

Souza e Santos (2020), sintetizaram o conceito da análise de conteúdo da seguinte maneira:

É compreendida como um conjunto de instrumentos metodológicos, em constante aperfeiçoamento, que objetiva analisar diferentes aportes de conteúdo sejam eles verbais ou não-verbais, por meio de uma sistematização de métodos empregados numa análise de dados.

A análise de conteúdo de Bardin (2016) consiste de um método sistemático e rigoroso para análise de dados qualitativos com o objetivo de interpretar as mensagens (entrevistas, documentos, respostas abertas, etc.) buscando significados padrões e categorias. Essa técnica tem como objetivo classificar e categorizar qualquer tipo de conteúdo, reduzindo

suas características a elementos-chave, de modo que sejam comparáveis a uma série de outros elementos. (Carlomagno e Rocha, 2016)

Esse processo constitutivo e construtivo ocorre, a partir de Bardin (2016), por meio da produção de inferências, ou seja, constitui-se numa atividade intuitiva de interpretar as mensagens presentes nos dados a partir de sua sistematização objetiva.

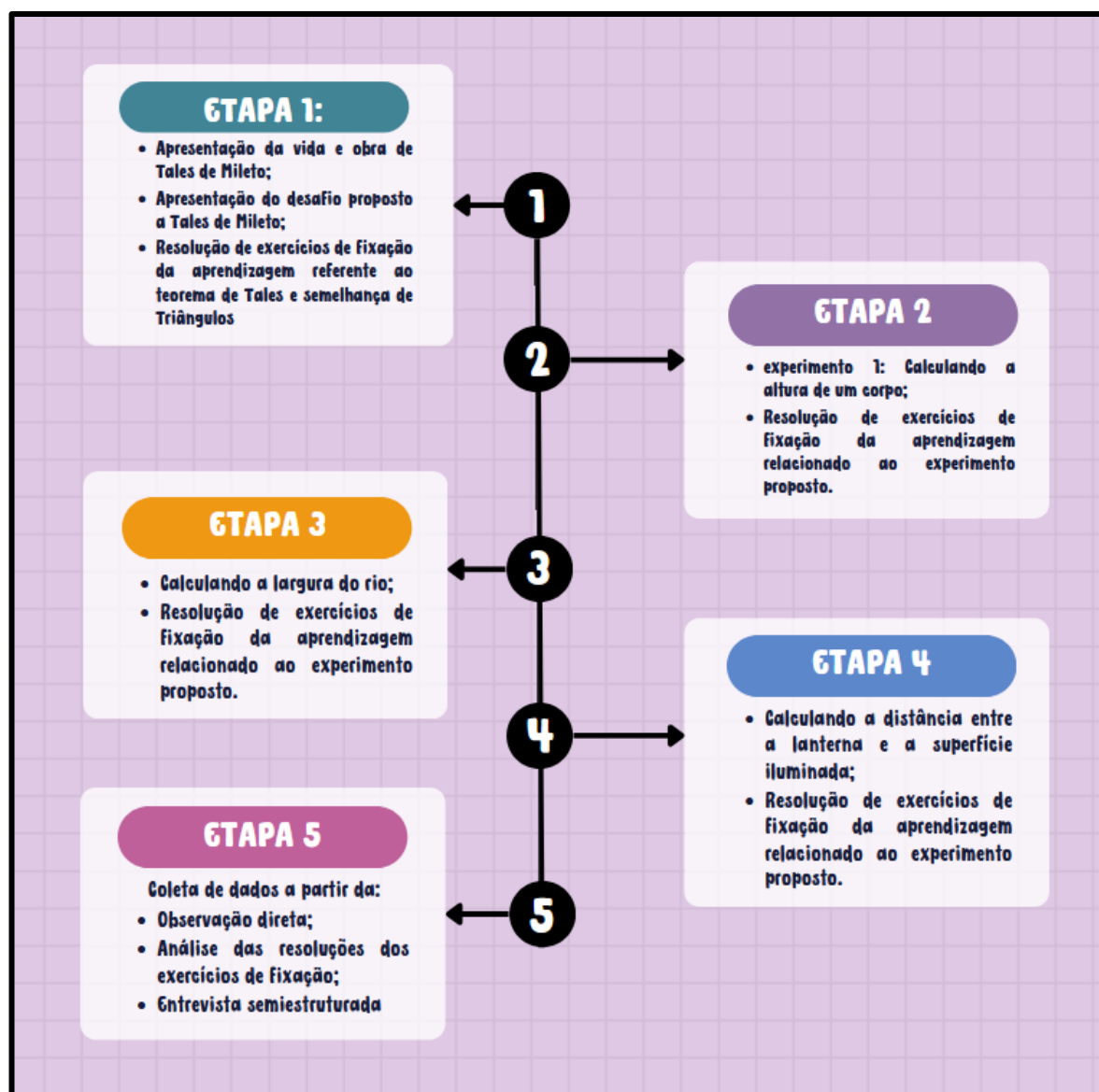
Esse processo constitutivo e construtivo ocorre, a partir de Bardin (2016), por meio de um conjunto de técnicas de análise das comunicações que visa obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção destas mensagens. Para tanto, a operacionalização da Análise de Conteúdo nesta pesquisa estruturou-se em torno de três polos cronológicos fundamentais:

- A pré-análise: fase de organização propriamente dita, destinada à leitura flutuante das transcrições das falas dos estudantes, escolha dos documentos e formulação dos objetivos iniciais;
- A exploração do material: etapa que consistiu nas operações de codificação, categorização e contagem, em que o texto bruto foi submetido a recortes em unidades de registro (frequentemente representadas por temas ou frases significativas dos discentes sobre as oficinas);
- O tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação: momento em que os dados categorizados foram condensados e submetidos a análises reflexivas e teóricas, cruzando os achados com os pressupostos teóricos da Experimentação Matemática e da Aprendizagem Significativa Crítica discutidos no Capítulo 2.”

Segundo Souza e Santos (2020), “A validade dos achados da pesquisa é resultante de uma coerência interna e sistemática entre essas fases, cujo rigor na organização da investigação inibe ambiguidades e se constitui como uma premissa fundante.”

Dessa maneira, as entrevistas foram analisadas à luz da Análise de Conteúdo de Bardin (2016), em três etapas: (1) transcrição e leitura flutuante; (2) codificação e categorização das falas; e (3) interpretação à luz do referencial teórico. As categorias emergiram tanto a partir dos objetivos da pesquisa, como dos temas inesperados registrados nas falas dos estudantes. Por fim, todas as etapas desta seção são apresentadas com maior detalhamento a seguir conforme a linha do tempo exibida na figura 10, na qual cada uma delas contempla uma temática relacionada ao tema Teorema de Tales e semelhança de triângulos.

Figura 10 – Linha do tempo das etapas da proposta de atividade



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

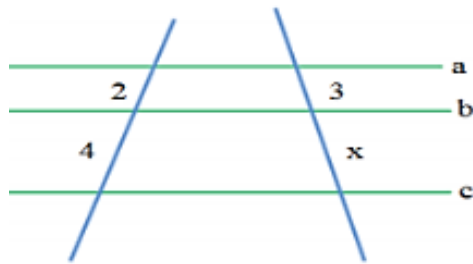
3.1 Etapa 1 – Apresentação do Teorema de Tales contextualizado pela História da Matemática

Nesta etapa, foi realizada uma apresentação em slides sobre a vida e a obra de Tales de Mileto, com ênfase em suas contribuições para a Matemática. Foi apresentado, em particular, o desafio a ele atribuído para calcular a altura da pirâmide de Quéops sem medi-la diretamente, bem como a influência de seus métodos até os dias atuais. Na sequência, foi feita uma breve demonstração do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos, a partir do Teorema Fundamental da Proporcionalidade.

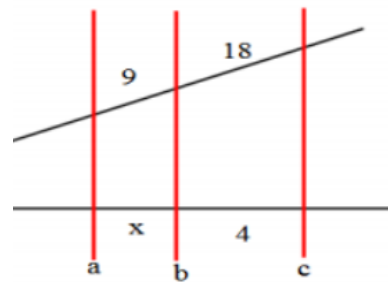
Com a conclusão da apresentação, promovemos uma atividade de consolidação da aprendizagem referente a situação problema tratada anteriormente, para fins de validação da aprendizagem significativa por meio dos modelos teóricos, com a seguinte questão:

- 1) (Adaptado de Dante; Viana, 2018) Temos abaixo dois feixes de retas paralelas cortadas por transversais e dois pares de triângulos semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y .

a)

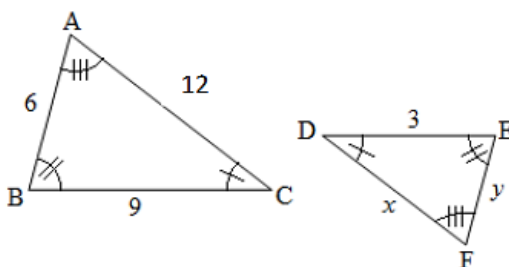


b)

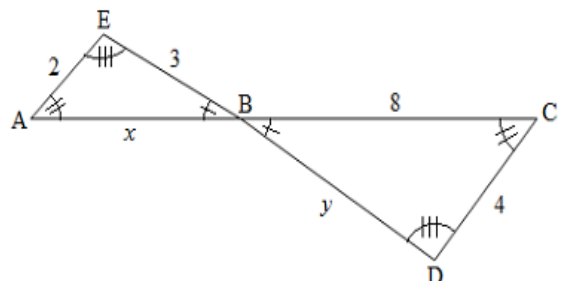


- 2) Temos dois triângulos abaixo que são semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y .

a)



b)



Posteriormente, foram realizadas três situações experimentais com os estudantes, na qual, na primeira situação, foi calculada a altura de alguns deles (estudantes) sem a

necessidade de tocá-los, utilizando apenas a medida da projeção de sua sombra. Na segunda, foi calculada de forma simulada a distância de uma margem a outra de um rio sem que fosse preciso atravessá-lo, utilizando a quadra poliesportiva da instituição como modelo. Na terceira situação, foi calculado o diâmetro projetado pela luz da lanterna na superfície a partir da distância entre a lanterna e a superfície iluminada.

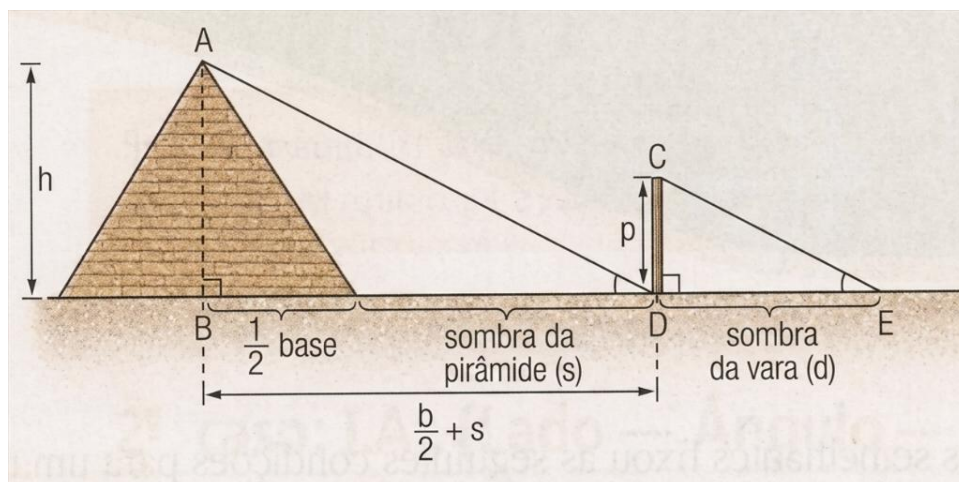
Lembrando que, a cada encontro foi realizado um experimento diferente, para que os estudantes permaneçam na mesma ordem de evolução das atividades propostas pela nossa intervenção.

Ao final, foram avaliados os conhecimentos adquiridos após a conclusão da execução de cada um dos experimentos, por meio de uma atividade de consolidação da aprendizagem diretamente relacionada ao tema, como forma de consolidar os conhecimentos teóricos trabalhados na atividade prática, permitindo que os estudantes revisitem os conceitos, façam conexões entre a teoria e a prática e verifiquem se conseguiram compreender o que foi explorado de maneira investigativa.

3.2 Etapa 2 – Calculando a altura de um corpo

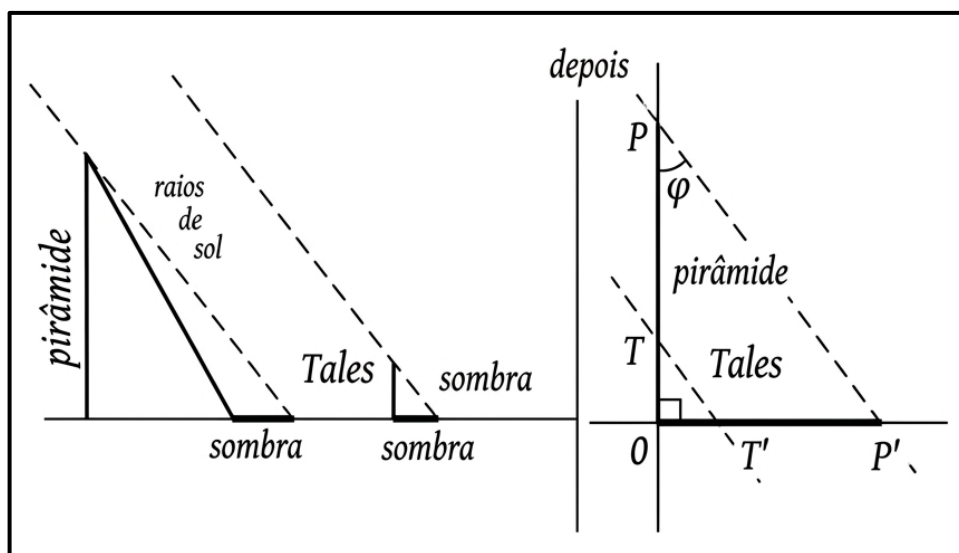
No experimento 1, iniciamos a atividade com a seguinte questão problema: “É possível medir a altura de uma pessoa sem tocá-la?” Posteriormente, foi feita uma alusão ao desafio foi proposto a Tales de Mileto, em que ele teve que calcular a altura de uma pirâmide sem a necessidade de tocá-la, no caso, ele calculou a altura da pirâmide de Quéops conforme exibida na figura 11, estabelecendo a relação de proporcionalidade entre os segmentos, conforme a figura 12.

Figura 11 – Esquemática da medição da altura da pirâmide por Tales



Fonte: Iezzi; Dolce; Machado, (2009, p. 117)

Figura 12 – Esquema para o cálculo da altura da pirâmide de Quéops



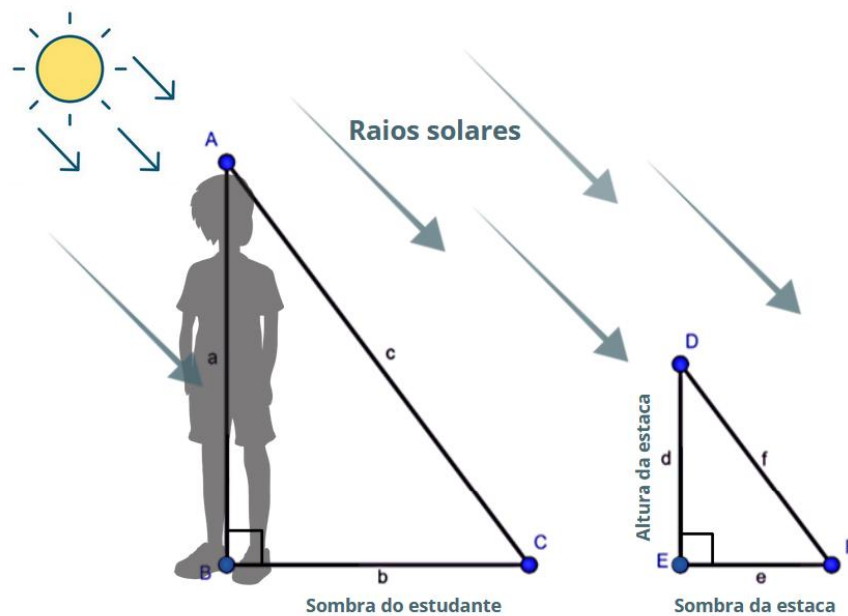
Fonte: Guedj (1999 apud Santos (2010, p. 65).

Estabelecendo a seguinte relação de proporcionalidade:

$$\frac{\text{Altura da pirâmide}}{\text{Sombra da pirâmide} + \text{metade da base}} = \frac{\text{Altura da estaca}}{\text{Sombra da estaca}}$$

Ao utilizarmos o Teorema de Tales para calcular a altura dos estudantes, estabelecemos a relação de proporcionalidade a partir dos dois triângulos semelhantes ABC e DEF conforme a figura 13.

Figura 13 – Relação de Proporcionalidade para o cálculo da altura dos estudantes



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Nesse caso, estabelecemos a seguinte relação de proporcionalidade Matemática:

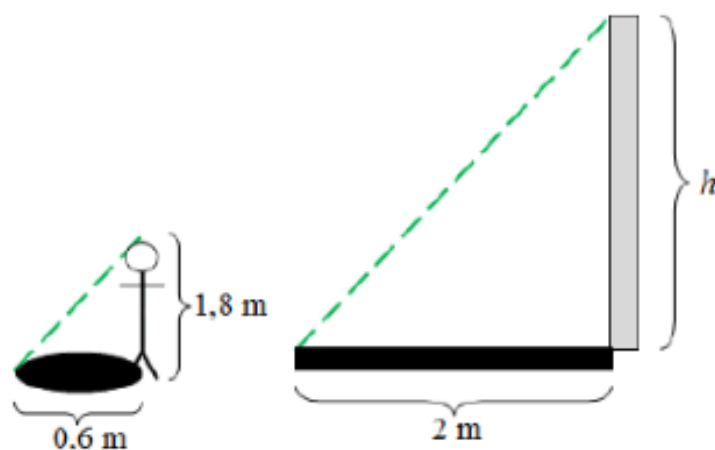
$$\frac{a}{b} = \frac{d}{e}.$$

Dessa maneira, a altura da pirâmide a, que no caso deste estudo foi trocada pela altura dos estudantes, foi obtida a partir das medidas dos segmentos b, d e e, que correspondem a medida da sombra projetada do estudante, altura do bastão e a sombra projetada do bastão, respectivamente conforme apresentado anteriormente na figura 13.

Com a conclusão do experimento, promovemos uma atividade de consolidação da aprendizagem relacionada a situação problema apresentada na prática, para fins de validação da aprendizagem significativa por meio dos modelos teóricos, com a seguinte questão:

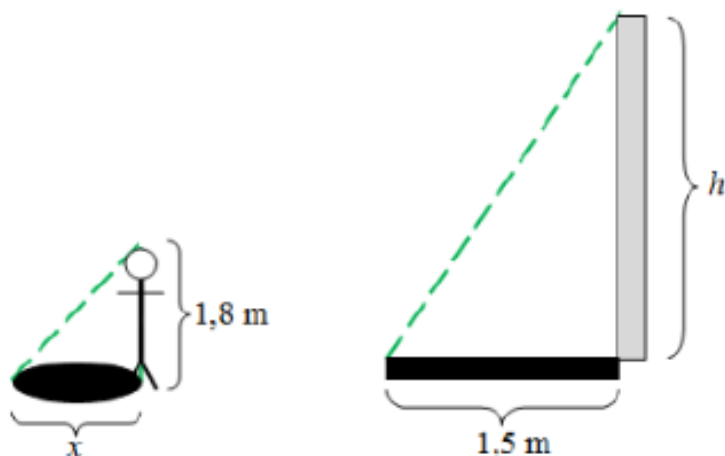
Baseado no problema semelhante ao do cálculo da altura de uma pessoa sem tocá-la. Solucione a seguinte questão:

- 1- (Adaptada: Enem; 1998) A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2 m.



a) Determine o valor da altura do poste.

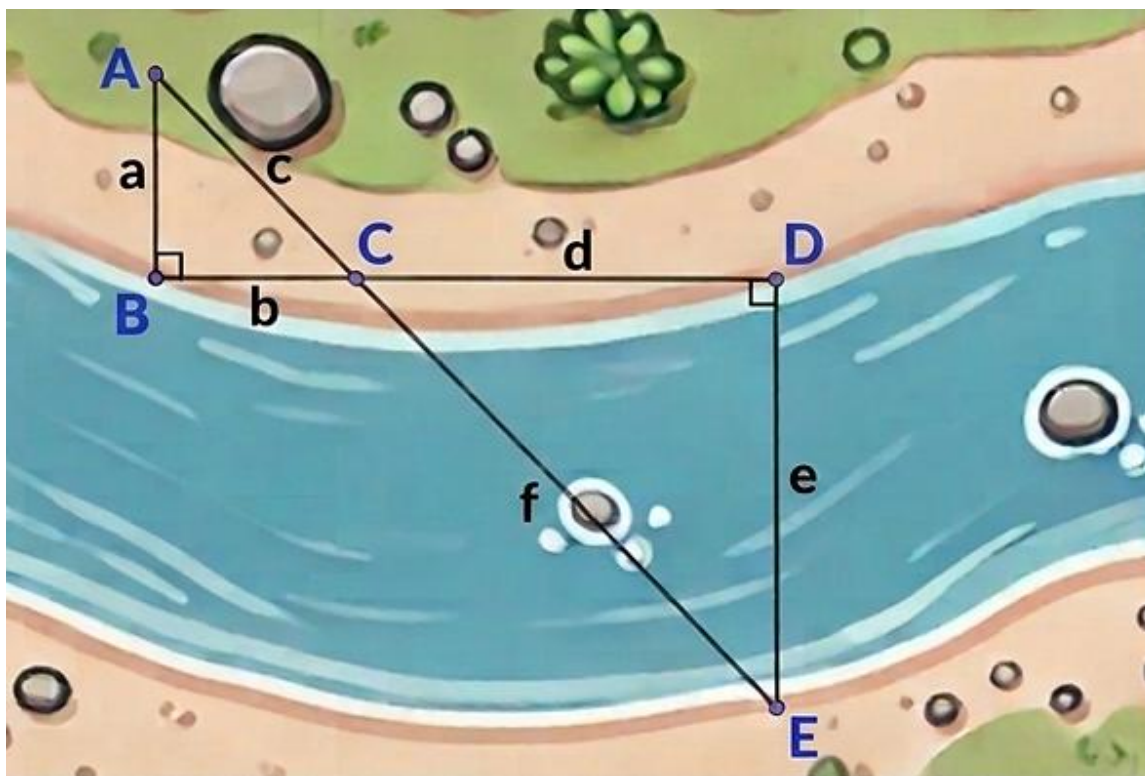
b) Se mais tarde a sombra do poste diminui 50 cm, como na imagem abaixo, qual a medida da sombra da pessoa nesse segundo instante?



3.3 Etapa 3 – Calculando a largura de um rio

No experimento 2, iniciamos a atividade com a seguinte questão problema: É possível medir a largura de um lado ao outro de um rio sem atravessá-lo? Posteriormente, foi calculada a largura de um rio sem atravessá-lo, situação essa também atribuída a Tales de Mileto, envolvendo semelhança de triângulos. Nesse caso, o cálculo da largura do rio foi realizado por meio do uso de semelhança de triângulos esquematizado conforme a figura 14.

Figura 14 – Esquema para o cálculo da Largura do rio



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Estabelecendo a seguinte relação de proporcionalidade:

$$\frac{a}{b} = \frac{e}{d}.$$

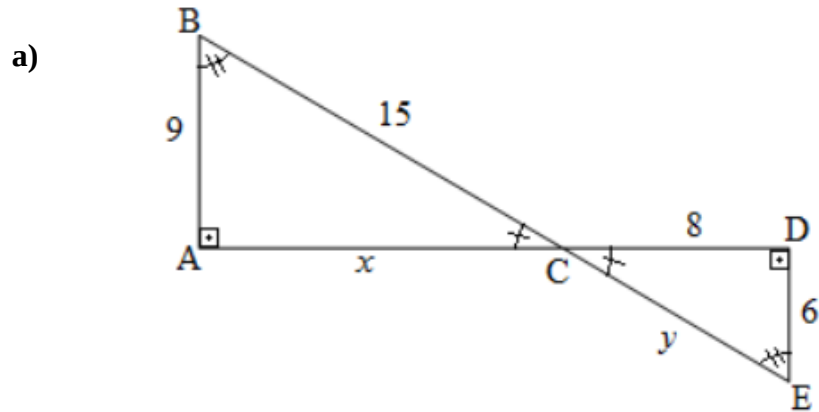
Dessa maneira, a distância de um lado ao outro do rio e, foi obtida a partir das medidas dos segmentos a, b e d. No caso, a corresponde à distância (comprimento) do cateto perpendicular ao curso do rio, b a distância (comprimento) do cateto paralela ao curso do rio, ambas pertencentes ao triângulo de referência ABC, d corresponde à distância (Comprimento) paralela ao curso do rio do triângulo CDE, respectivamente.

Os pontos situados nos vértices dos triângulos, marcados pelas letras **A**, **B**, **C**, **D** e **E** correspondem às posições onde os estudantes ficaram localizados para realizarem a configuração dos triângulos semelhantes ABC e CDE para calcular o lado e do triângulo CDE, correspondente a distância de um lado ao outro do rio.

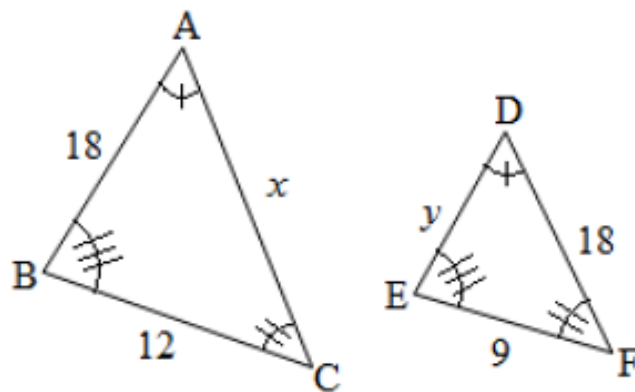
Com a conclusão do experimento, promovemos uma atividade de consolidação da aprendizagem relacionada a situação problema apresentada na prática, para fins de validação da aprendizagem significativa por meio dos modelos teóricos, com a seguinte questão:

Baseado no problema semelhante ao do cálculo da medida da largura do rio. Solucione a seguinte questão:

- 1) (Adaptado de Dante; Viana, 2018) Temos dois triângulos abaixo que são semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y .



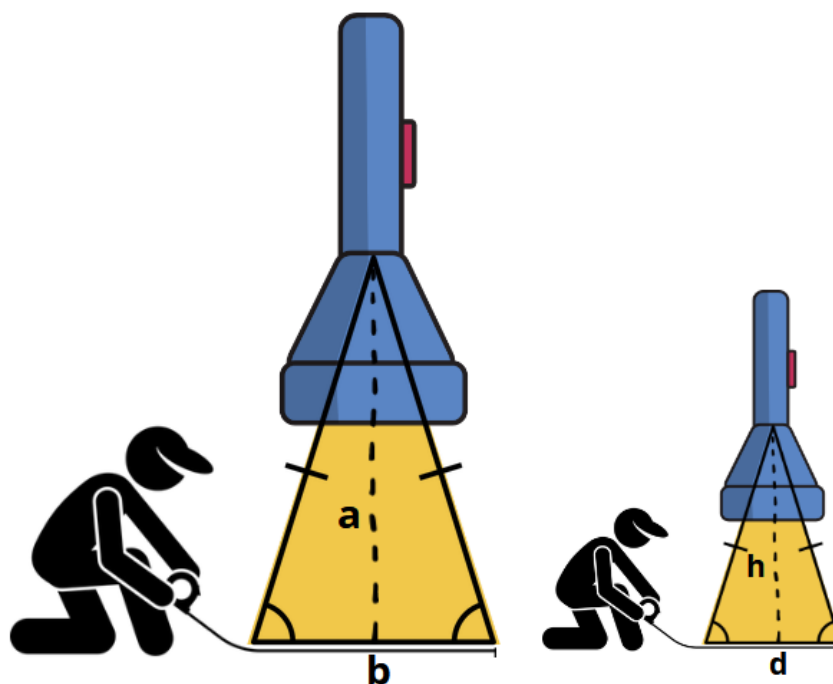
b)



3.4 Etapa 4 – Calculando o diâmetro da lanterna na superfície iluminada

No experimento 3, tomamos a liberdade de ampliar a situação para uma experiência que contempla elementos do cotidiano, na qual iniciamos a atividade com a seguinte questão problema: É possível calcular o diâmetro da luz projetada na superfície iluminada a partir da medida da distância entre a lanterna e a essa superfície? E, posteriormente, foi calculado por meio do uso de semelhança de triângulos o diâmetro projetado pela luz da lanterna na superfície a partir da distância entre a fonte de luz da lanterna (H) e a superfície iluminada, esquematizado conforme a figura 15.

Figura 15 – Esquema para o cálculo do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Estabelecendo a seguinte relação de proporcionalidade:

$$\frac{a}{b} = \frac{h}{d}.$$

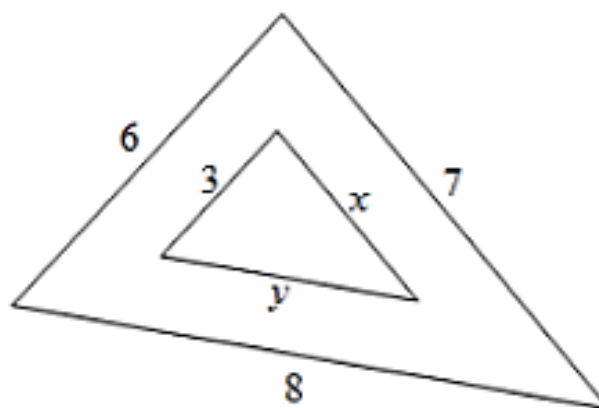
Onde, o segmento **a** corresponde a distância maior entre a lanterna e a superfície iluminada, o segmento **b** corresponde ao diâmetro maior, seguimento **h** corresponde a distância menor entre a lanterna e a superfície iluminada e o seguimento **d** corresponde a medida do diâmetro menor. Entretanto, é importante salientar que, para que haja semelhança entre os triângulos, é necessário que ambos sejam isósceles e, a partir daí, seja estabelecido o critério ângulo-ângulo.

Com a conclusão do experimento, promovemos uma atividade de consolidação da aprendizagem relacionada a situação problema apresentada na prática, para fins de validação da aprendizagem significativa por meio dos modelos teóricos, com a seguinte questão:

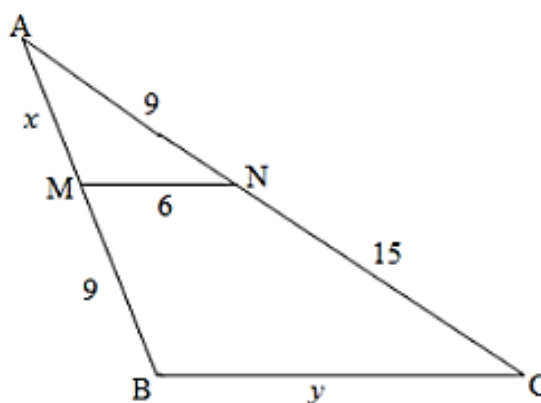
Baseado no problema semelhante ao do cálculo do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna. Solucione a seguinte questão:

- 1- Temos dois triângulos abaixo que são semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y.

a)



b)



3.5 Etapa 5 – Coleta de dados e análise

A coleta de dados ocorreu da seguinte maneira: Primeiramente, foram realizadas observações sistemáticas durante todas as etapas da oficina, registrando não apenas o engajamento dos estudantes por meio de uma escala adaptada pelo nosso grupo de estudo, mas também suas interações sociais e as dificuldades conceituais mais acentuadas relatadas durante a realização das atividades práticas. Esses registros foram feitos em campo, combinando categorias pré-definidas com anotações abertas que captam a riqueza do contexto durante a execução dos experimentos.

Posteriormente, coletamos e analisamos as produções escritas dos estudantes nas atividades de consolidação aplicadas após cada experimento. Esta análise teve um enfoque tanto quantitativo quanto qualitativo, ao calcular a taxa de acertos para avaliar a eficácia imediata da intervenção, e ao classificar os erros segundo a tipologia de Radatz (1980) para identificar padrões de dificuldade conceitual.

Por fim, para complementar esses dados, foram conduzidas entrevistas semiestruturadas com alguns estudantes selecionados intencionalmente para representar a diversidade de desempenhos observados. O roteiro das entrevistas, elaborado com base nas recomendações de Manzini (2004), explorou três dimensões principais: as percepções sobre a metodologia experimental, as dificuldades de aprendizagem vivenciadas e sugestões de melhoria, permitindo assim captar a perspectiva dos próprios estudantes acerca da intervenção desenvolvida.

Para a análise dos dados, foi adotada a análise de conteúdo conforme proposta por Bardin (2016), organizada em três etapas articuladas. A primeira consistiu na pré-análise, com leitura flutuante e organização do material empírico. A segunda compreendeu a exploração sistemática do corpus, por meio de codificação aberta e categorização temática. A terceira e última etapa correspondeu ao tratamento e interpretação dos resultados, integrada ao referencial teórico fundamentado na Metodologia da Resolução de Problemas de Polya (1978) e na Aprendizagem Significativa de Moreira (2006).

A validação dos resultados se deu através da triangulação metodológica (Denzin, 2017), cruzando sistematicamente as evidências provenientes das observações diretas realizadas pelo pesquisador, das produções escritas realizadas pelos estudantes durante as etapas da oficina, concomitantemente com as atividades de consolidação e dos depoimentos coletados com os estudantes durante a entrevista semiestruturada. Essa convergência de métodos permitiu não apenas verificar a eficácia da abordagem da abordagem experimental, mas também compreender de que modo ela contribuiu para o aprendizado do Teorema de Tales e Semelhança de triângulos.

A avaliação do engajamento dos estudantes durante a realização das oficinas experimentais ocorreu de forma mista. Quantitativamente, utilizou-se uma escala Likert adaptada (variando de 1 a 5, onde 1 representa o menor nível de engajamento e 5 o maior), aplicada a matrizes de observação divididas em três dimensões: engajamento físico (manuseio de materiais e participação motora), social (trabalho em equipe e diálogo com os pares) e cognitivo (investigação e formulação de hipóteses matemáticas).

Esses dados numéricos, sintetizados posteriormente na análise dos resultados, não foram tratados de maneira isolada; pelo contrário, serviram como suporte quantitativo para validar e complementar as categorias qualitativas emergentes das falas dos alunos, garantindo uma compreensão holística e aprofundada do fenômeno investigado.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta uma análise detalhada do processo de intervenção pedagógica realizado com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, tomando como base os dados coletados por meio de observação direta, análise de produções escritas e entrevistas semiestruturadas. A discussão está organizada nos seguintes eixos: a aplicação das atividades e a análise do engajamento discente; a análise das resoluções de problemas e da compreensão conceitual; e uma avaliação integrada do impacto da intervenção.

Detalhamos os momentos desde o planejamento, a realização e a conclusão da oficina com os estudantes, contando com a participação dos professores, equipe de coordenação e articulação de ensino da instituição, além disso, avaliamos o engajamento (motivação, satisfação e atitude) dos estudantes ao longo de cada etapa experimental, baseados na escala de Likert (1932) para distribuição dos níveis de engajamento (de 1 a 5) por atividade, por meio da observação direta durante a oficina.

De acordo com Ludke e André (2018, p. 45) "A observação permite captar nuances do comportamento que outros instrumentos não registram. É essencial categorizar previamente os indicadores para garantir rigor na análise."

Nesse sentido, fazer-se participante é essencial para compreender sua natureza do processo de execução da atividade, a partir da observação das interações entre os estudantes, entre os grupos e entre eles e o pesquisador na posição de mediador da oficina.

Assim, a experimentação oportuniza aos estudantes vivenciarem na prática situações problemáticas reais, criando um elo entre conceitos abstratos e experiências concretas, facilitando a construção do conhecimento (D'Ambrósio, 1996).

4.1 Desenvolvimento da atividade

Inicialmente, fomos recebidos pela equipe gestora e pela coordenação da instituição, junto a quem iniciamos o diálogo para solicitar autorização para a realização da atividade referente ao estudo, o que foi prontamente acordado. Na sequência, foram-nos apresentadas as instalações e a turma para o desenvolvimento da intervenção.

Em seguida, reunimo-nos com a articuladora de ensino e com a professora de Matemática da turma para definir as estratégias que seriam adotadas para o melhor aproveitamento dos estudantes. Aspectos como datas, horários, perfil da turma e professores

envolvidos foram discutidos, de modo que a natureza educacional do ambiente fosse compreendida em sua totalidade, conferindo maior segurança para a execução da proposta.

Ao nos reunirmos com a professora de Matemática da turma que iríamos realizar a intervenção coletamos as informações a respeito do perfil da turma, a qual a professora mencionou ser bem heterogênea, quanto ao comportamento e participação durante as aulas.

Segundo a profissional, a turma não apresentava grandes problemas de indisciplina, porém, quanto à participação durante as aulas, a turma se mostrava bem heterogênea, pois do mesmo modo que havia alguns estudantes que se mostravam motivados e participativos, haviam também outros que pouco se engajam durante as atividades propostas.

A oficina foi iniciada com uma turma de 17 estudantes que, por orientação da professora, foram divididos em 4 grupos, nomeados de A, B, C e D conforme a tabela 1. Esses grupos se mantiveram constituídos do início ao fim da oficina, e deixamos que eles se organizassem por conta própria, para que desenvolvessem as atividades com maior tranquilidade próximo dos pares que possuísem maior afinidade.

Tabela 1: Distribuição dos grupos na oficina.

GRUPO	A	B	C	D
Nº DE INTEGRANTES	4	5	5	3

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

4.1.1 Transcrição da oficina

De início, logo ao entrar na sala de atividades, percebemos uma resistência à intervenção proposta na pesquisa, o que é considerado normal, tendo em vista que se tratava de uma abordagem diferente da tradicional, sendo realizada com um professor que eles ainda não conheciam.

A resistência inicial observada pode ser compreendida pela Teoria da Atividade (Engeström, 1999) como uma tensão entre a rotina de atividades tradicionais daquela turma e a nova rotina proposta pela intervenção pedagógica da oficina. O objeto mudou de 'aprender uma fórmula' para 'resolver um problema real', ou seja, as ferramentas foram expandidas do quadro e piloto para a realização das etapas da oficina, em que foram utilizados materiais concretos como fita métricas, réguas, lanternas, sombras e o próprio ambiente. Além disso, as regras de

interação, que normalmente eram centradas na figura do professor, foram descentralizadas para o trabalho em grupo, enfatizando a importância do trabalho colaborativo. Esse redirecionamento do objeto da atividade, conforme discutido por Engeström (1999), gera inicialmente um distanciamento, mas, como observado, a nova abordagem foi crucial para gerar o engajamento posterior, transformando a atividade em uma ação significativa para os estudantes.

Entretanto, com o passar do tempo e diálogo, em momentos de elucidação das dúvidas dos grupos e apresentação das outras alternativas de resolução, uma maior aproximação e interação foi se estabelecendo, tanto intragrupo, como entre grupos, além de momentos de interação com o professor mediador, enfatizando o interesse pela atividade e engajamento por parte dos estudantes.

Esse processo de facilitação do diálogo e elucidação de dúvidas desempenhou um papel crucial de mediação, atuando na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) dos estudantes (Vygotski, 2007). O pesquisador, na função de mediador, torna-se o "parceiro mais capaz", fornecendo as ferramentas semióticas e o suporte necessário (Kozulin *et al.*, 2003) para que os estudantes possam transitar da impossibilidade de resolver o problema sozinhos para a sua resolução de maneira colaborativa, internalizando progressivamente os conceitos referentes à proporcionalidade nas resoluções do Teorema de Tales e semelhança de triângulos.

Antes de tudo, é importante ressaltar que os estudantes manifestaram que não tinham visto o tema anteriormente, logo, muitas dúvidas surgiram devido ao fato de não haver conhecimento prévio (os subsunçores), que viessem a sustentar as informações apresentadas ao longo da oficina.

A ausência de subsunçores, na teoria de Ausubel, encontra-se em paralelo com a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) de Vygotski. Se não havia um conhecimento prévio consolidado (Zona de Desenvolvimento Real), a intervenção precisou construir, a partir da mediação e das atividades práticas, uma nova Zona de Desenvolvimento Proximal. O "primeiro momento" da oficina, portanto, não foi apenas uma revisão, mas a criação ativa de uma base conceitual e experiencial que serviu de ancoradouro para as etapas subsequentes, preenchendo essa lacuna através da ação mediada.

Os estudantes se mostraram engajados e entusiasmados, porém não todos, cada grupo apresentou ao menos 2 (membros) engajados o que fez com que o grupo mantivesse sua existência do início até o final da oficina.

Desse modo, o primeiro momento serviu para estabelecer laços de confiança e para construir conhecimentos prévios que serviram de ancoradouro para a compreensão e a resolução

das situações propostas ao longo das etapas subsequentes.

4.1.1.1 Etapa 01- Apresentação da oficina

Iniciamos a oficina no dia 11/03/2026 com uma apresentação teórica a respeito da importância da Matemática de Tales, na qual exibimos o desafio atribuído a ele para calcular a altura de uma pirâmide sem a necessidade de escalá-la, bem como a importância do Teorema de Tales para a Matemática cotidiana, estabelecendo as relações de proporcionalidade entre segmentos de reta e triângulos semelhantes, enaltecendo sua contribuição para a Matemática desde os tempos antigos até os dias atuais.

Posteriormente, realizamos uma apresentação conceitual teórica do Teorema de Tales e algumas de suas respectivas aplicações, apresentando casos que envolviam diferentes estratégias de resolução para cada um deles, elucidando dúvidas e estabelecendo as relações de proporcionalidade entre os triângulos semelhantes, conforme apresentado na figura 16.

Figura 16 – Apresentação conceitual do Teorema de Tales e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Concluídas as explicações sobre o tema, os estudantes foram convidados a resolver a atividade de consolidação da aprendizagem, envolvendo situações Teorema de Tales e Semelhança de Triângulos, para calcular o valor correspondente dos segmentos e dos lados das figuras, no qual os estudantes puderam validar a compreensão com relação aos conceitos trabalhados na oficina, estabelecendo as relações de proporcionalidade.

Durante a apresentação, percebemos que os estudantes, apesar ainda não terem visto no ano letivo o tema abordado na oficina, conseguiram compreender as situações apresentadas, familiarizando-se com os conceitos, estabelecendo corretamente as situações de proporcionalidade.

4.1.1.2 Etapa 02 - Cálculo da altura dos estudantes

Iniciamos o experimento no dia 13/03/2026 fazendo uma revisão sobre o tema apresentado na etapa anterior, mostrando relações de proporcionalidade entre segmentos de reta e triângulos semelhantes.

Posteriormente, realizamos uma apresentação conceitual do tema e mostramos o passo a passo para que os estudantes calculassem as alturas uns dos outros sem a necessidade de tocá-los, utilizando as medidas das suas respectivas sombras e estabelecendo as relações de proporcionalidade entre a sombra do estudante e a sombra de uma estaca de referência, a altura do estudante e a altura da estaca conforme a figura 17, e posteriormente, os grupos se reuniram para discutir as relações de proporcionalidade e realizar as resoluções das atividades de consolidação da aprendizagem conforme a figura 18.

Figura 17 – Mensuração e coleta de dados para o cálculo da altura dos estudantes



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 18 – Momento de resolução do problema do cálculo das alturas dos estudantes e da atividade de consolidação da aprendizagem



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Os estudantes se mostraram entusiasmados ao longo de toda a atividade, pois tinham a curiosidade de saber qual o tamanho de suas sombras, além disso, saber qual a respectiva relação de sua sombra com sua altura.

Ao concluírem a atividade prática, os estudantes foram convidados a resolver a atividade de consolidação da aprendizagem, envolvendo situações Semelhança de Triângulos, para calcular o valor correspondente à altura das figuras, no qual os estudantes puderam validar a compreensão dos conceitos trabalhados na oficina, estabelecendo corretamente as relações de proporcionalidade.

4.1.1.3 Etapa 03- Cálculo da largura do rio

Iniciamos o experimento no dia 16/03/2026 fazendo uma revisão sobre o tema apresentado nas etapas anteriores, mostrando diferentes relações de proporcionalidade entre

triângulos semelhantes em diferentes posições.

Posteriormente, apresentamos em sala o passo a passo do experimento para calcular a largura de um lado ao outro do rio. Em seguida, dirigimo-nos para o pátio e iniciamos a coleta dos dados para calcular a distância da largura de um lado ao outro do rio conforme as figuras 19 e 20 e, por fim, reunimos os grupos no pátio da escola e eles realizaram os cálculos referentes ao problema apresentado e a resolução da atividade de consolidação da aprendizagem, conforme exibido na figura 21.

Figura 19 – Demarcação dos pontos para o cálculo da largura do rio



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 20 – Mensuração e coleta de dados dos segmentos dos triângulos para o cálculo da largura do rio



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 21 – Momento de resolução do problema da largura do rio e da atividade de consolidação da aprendizagem



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Os estudantes se mostraram entusiasmados ao longo de toda a atividade, entretanto, com receio, pois ainda não tinham confiança para realizar as marcações dos triângulos de referência, além disso, alguns estudantes não compareceram nessa etapa, sendo necessário fazer a integração de alguns grupos para que a atividade fosse concluída por todos.

A Etapa 3, que apresentou a maior queda de engajamento em alguns grupos, pode ser analisada à luz dos 'conflitos de atividade' (Engeström, 2001). A tarefa de calcular a largura de um rio exigiu um nível superior de abstração e a internalização de uma nova ferramenta mental: o modelo de triângulos semelhantes em uma configuração não trivial. O 'receio' e a falta de 'confiança' relatados são sintomas desse conflito cognitivo. A divisão de tarefas dentro dos grupos foi posta à prova, e precisou ser reestruturada com a integração de grupos devido às ausências. A superação parcial desse conflito, com a mediação do pesquisador, representa um momento de expansão da aprendizagem, onde os estudantes não apenas aprenderam o conteúdo, mas também desenvolveram novas formas de agir e pensar matematicamente em situações

complexas.

Ao concluírem a atividade prática, os estudantes foram convidados a resolver a atividade de consolidação da aprendizagem, envolvendo situações Semelhança de Triângulos semelhantes às trabalhadas na oficina, para calcular o valor correspondente aos lados das figuras, no qual os estudantes puderam validar a compreensão com relação aos conceitos, estabelecendo as relações de proporcionalidade.

4.1.1.4 Etapa 04- Cálculo do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna

Iniciamos o experimento no dia 18/03/2026 fazendo uma revisão sobre o tema apresentado nas etapas anteriores, mostrando diferentes relações de proporcionalidade entre os segmentos de reta e entre triângulos semelhantes.

Posteriormente, apresentamos em sala o passo a passo do experimento para calcular o diâmetro da superfície iluminada pela lanterna, mostrando os materiais a serem utilizados e de que maneira seriam realizadas as mensurações, a coleta dos dados, e os cálculos. Em seguida, os estudantes iniciaram a coleta dos dados da distância entre a lanterna e a superfície, relacionando as distâncias (maior e menor) entre a lanterna e a superfície com os diâmetros (maior e menor) da superfície iluminada para calcular o diâmetro.

Os estudantes coletaram os dados das marcações dos triângulos de referência e se reuniram para discutir as relações de proporcionalidade conforme as figuras 22 e 23.

Figura 22 – Mensuração e coleta de dados para o cálculo do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 23 – Momento de resolução do problema do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna e da atividade de consolidação da aprendizagem



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Ao concluírem a atividade prática, os estudantes foram convidados a resolver a atividade de consolidação da aprendizagem, envolvendo situações de Semelhança de Triângulos semelhantes às trabalhadas na oficina, para calcular o valor correspondente aos lados das figuras, no qual os estudantes puderam validar a compreensão com relação aos conceitos trabalhados na oficina.

4.2 Análise do Engajamento Discente

Em todas as etapas da oficina observamos que, apesar de ser um tema novo aos estudantes, a maioria alcançou a compreensão do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos de forma prática, estabelecendo as relações de proporcionalidade entre segmentos de reta e triângulos semelhantes.

Entretanto, apesar de compreender tais relações, os estudantes ainda apresentaram

dificuldades na realização das quatro operações básicas da Matemática, principalmente na multiplicação e divisão, em especial quando envolve números decimais.

Nesse caso, para contornar tais dificuldades, realizamos o atendimento individual em cada grupo, orientando e tirando as dúvidas que surgiam ao longo da resolução dos cálculos em cada etapa da oficina.

É importante ressaltar que, as dificuldades com operações básicas revelaram uma fragilidade na Zona de Desenvolvimento Real (ZDR) dos estudantes em conteúdos anteriores. O "atendimento individualizado" em cada grupo foi, portanto, uma intervenção direta na Zona de desenvolvimento proximal, fornecendo o suporte necessário para ultrapassar o obstáculo aritmético e permitir o acesso ao objeto de aprendizagem, que, no caso foi o Teorema de Tales e Semelhança de triângulos. Isso mostra que a aprendizagem é um processo contínuo e interligado, onde novas conquistas dependem da superação mediada de desafios anteriores (Daniels, 2001).

Ao longo das etapas os estudantes demonstraram entusiasmo e motivação durante a realização dos experimentos, mantendo os grupos formados com engajamento para realização das atividades da oficina.

No que diz respeito ao engajamento, todos os grupos vieram a concluir todas as atividades da oficina, porém nem todos apresentaram o mesmo afinco durante a realização das atividades propostas conforme apresentado na tabela 2, tendo em vista que o número total de participantes nem sempre representou na realidade o total de participante do grupo, isto é, mesmo dentro do grupo, alguns não participaram efetivamente das atividades propostas.

Tabela 2 – Níveis de engajamento por grupo nas etapas da oficina

Grupo	Etapas 1	Etapas 2	Etapas 3	Etapas 4	Conceito
A	4	4	2	4	Bom
B	4	4	4	4	Bom
C	3	3	3	4	Bom
D	5	4	5	5	Ótimo

Legenda: Elaborado pelo próprio autor (2026).

O grupo A teve um rendimento considerado bom longo das etapas 1, 2, e 4, com 3 (três) integrantes do grupo participando efetivamente das atividades da oficina, porém, na etapa 3 somente 1 componente compareceu no dia, o que diminuiu o conceito no engajamento do

grupo.

O grupo B teve um rendimento considerado bom ao longo de todas as etapas, no entanto somente três de um total de 5 integrantes participaram efetivamente de todas as etapas da oficina, o que diminuiu o conceito no engajamento do grupo.

O grupo C conseguiu concluir todas as etapas e teve um rendimento considerado bom, no entanto somente 2 (dois) de um total de 5 (cinco) integrantes participaram efetivamente de todas as etapas da oficina, o que diminuiu o conceito no engajamento do grupo durante as etapas 2 e 3.

O grupo D teve um rendimento considerado ótimo ao longo de todas as etapas, com todos os integrantes participando efetivamente de todas as etapas da oficina.

Quando integramos essas teorias à nossa análise, conseguimos entender além dos números trazidos na Tabela 2. A diferença no desempenho dos grupos não foi aleatória, ou seja, ela refletiu a qualidade da colaboração e do apoio que existia dentro de cada um dos grupos, e também nos momentos de interação com o mediador.

No caso dos grupos A, B e C, onde a participação foi desigual, notamos que apenas colocar os estudantes em grupos não é suficiente. É preciso que haja uma colaboração de fato. A queda de rendimento do Grupo A na etapa do rio é um exemplo claro: com a ausência de alguns integrantes e sem uma divisão de tarefas que funcionasse, o grupo não conseguiu sustentar sozinho o trabalho diante de uma tarefa mais desafiadora.

Por outro lado, o grupo D, teve como resultado o conceito 'Ótimo', pois trabalhou como uma equipe de forma colaborativa, na qual os estudantes se ajudaram, trocaram ideias e, juntos, construíram entre eles o entendimento sobre os problemas e questões propostos na oficina, isto é, um ajudando o outro a avançar.

Assim, o maior sucesso desta oficina não se deu apenas na aprendizagem do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos, mas no ambiente pedagógico que ela proporcionou, ou seja, um ambiente em que, por meio do trabalho colaborativo e da mediação intencional do professor, os estudantes puderam superar suas dificuldades iniciais e construir o conhecimento de forma conjunta e significativa.

4.3 Análise das Produções Escritas e da Compreensão Conceitual

Nesta seção, são analisadas as produções escritas desenvolvidas pelos estudantes ao longo da oficina, compreendendo o processo de coleta de dados, as resoluções dos problemas experimentais e as atividades de consolidação da aprendizagem.

4.3.1 Etapa 01 – Apresentação do Teorema de Tales contextualizado pela História da Matemática

Observamos que, mesmo sem contato prévio formal com o Teorema de Tales, parte dos estudantes conseguiu estabelecer relações de proporcionalidade entre as figuras a partir de sua visualização. Esse comportamento foi identificado nas resoluções das atividades de consolidação da aprendizagem, conforme ilustrado nas Figuras 24, 25, 26 e 27.

Esse comportamento sugere que a apresentação inicial, ainda que breve, contribuiu para a mobilização de conhecimentos prévios relacionados à noção de proporção, favorecendo a compreensão das situações propostas.

Tal interpretação aproxima-se da teoria da aprendizagem significativa (Ausubel, Novak e Hanesian, 1978), na medida em que os estudantes demonstraram articular conhecimentos prévios com os novos conteúdos. Nesse sentido, a contextualização histórica envolvendo Tales de Mileto parece ter atuado como um organizador prévio, favorecendo a conexão entre o novo conhecimento e as estruturas cognitivas já existentes.

Na questão 1, todos os grupos (A, B, C e D) estabeleceram relações de proporcionalidade por meio da igualdade entre razões, utilizando predominantemente o procedimento de multiplicação dos meios pelos extremos para determinar os valores desconhecidos.

Na questão 2, observamos um comportamento semelhante nos grupos A, C e D, que mantiveram coerência na construção das relações proporcionais. Entretanto, o grupo B apresentou dificuldades na letra B, ao não estabelecer corretamente a correspondência entre os elementos dos triângulos semelhantes, o que resultou em uma solução divergente.

O erro cometido pelo Grupo B pode ser classificado como um erro de correspondência na fase de elaboração do plano, conforme a tipologia proposta por Radatz (1980). Os estudantes demonstraram compreender que se tratava de uma relação de proporcionalidade entre triângulos semelhantes (etapa de compreensão do problema, segundo Polya, 1978), porém apresentaram dificuldades na seleção adequada dos segmentos a serem comparados, comprometendo a elaboração do plano de resolução.

Além disso, a ausência da etapa de verificação, ao não confrontarem seus resultados com outros grupos ou com o mediador, contribuiu para a manutenção do erro (Polya, 1978).

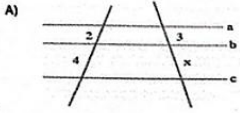
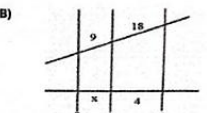
O grupo A apresentou maior organização na estruturação dos cálculos, utilizando a própria figura como suporte para estabelecer as relações de proporcionalidade, especialmente

na questão 2, letra B. Observamos que, diante da disposição invertida dos triângulos, os estudantes recorreram ao uso de setas como estratégia visual para identificar as correspondências entre os segmentos.

Essa escolha indica uma tentativa de adaptação do procedimento de resolução, sugerindo um avanço na compreensão das relações entre os elementos geométricos envolvidos.

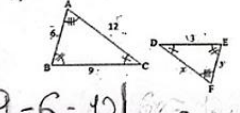
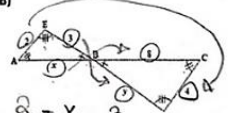
Figura 24 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo A

1) Nas figuras temos a/b/c, deste modo, calcule o valor de x.

A)  B) 

B) $\frac{9}{x} = \frac{18}{21} \mid 18x = 9 \cdot 21$
 $18x = 36$
 $x = \frac{36}{18}$
 $x = 2$

2) Temos dois triângulos abaixo são semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y.

A)  B) 

A) $\frac{6}{3} = \frac{9}{y} = \frac{12}{x}$
 $9x = 3 \cdot 6$
 $9x = 18$
 $x = 2$

B) $\frac{2}{4} = \frac{3}{8} = \frac{4}{12}$
 $4x = 2 \cdot 8$
 $4x = 16$
 $x = 4$

A) $\frac{6}{3} = \frac{9}{y} = \frac{12}{x}$
 $9x = 3 \cdot 12$
 $9x = 36$
 $x = 4$

B) $\frac{2}{4} = \frac{3}{8} = \frac{4}{12}$
 $4x = 2 \cdot 8$
 $4x = 16$
 $x = 4$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

O grupo B apresentou organização na estruturação dos cálculos e utilizou a própria figura como suporte para estabelecer as relações de proporcionalidade. No entanto, na resolução da questão 2, especialmente na letra B, os estudantes compreenderam a natureza dos segmentos nos triângulos semelhantes, mas se equivocaram na montagem da regra de três, o que resultou em uma solução divergente.

A ausência da etapa de verificação, ao não confrontar os resultados com outros grupos ou com o mediador, contribuiu para a manutenção do erro.

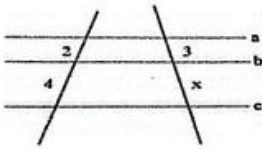
O erro do Grupo B na montagem da regra de três é revelador quando analisado à luz Metodologia da Resolução de Problemas de Polya (1978). Enquanto os demais grupos acertaram a correspondência entre os segmentos (execução correta do plano), o Grupo B se equivocou na escolha dos lados correspondentes, caracterizando um erro de correspondência,

ou seja, a dificuldade não estava na compreensão do conceito de proporcionalidade, mas sim na transposição desse conceito para a linguagem simbólica da regra de três. Esse diagnóstico contribui para a compreensão do processo de aprendizagem, ao indicar que a dificuldade apresentada não estava na compreensão do conceito de proporcionalidade, mas na sua transposição para a linguagem simbólica da regra de três. Tal aspecto revela que a construção conceitual se encontrava em desenvolvimento, enquanto os procedimentos operatórios ainda necessitavam de maior consolidação (Onuchic & Allevato, 2004).

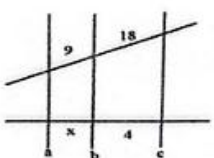
Figura 25 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo B

1) Nas figuras temos a//b//c, deste modo, calcule o valor de x.

A)



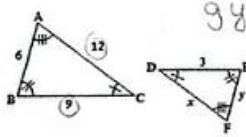
B)



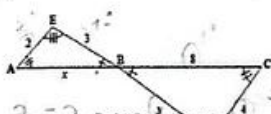
$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ $\frac{2}{4} = \frac{3}{x}$ $2x = 4 \cdot 3$ $2x = 12$ $x = 6$

2) Temos dois triângulos abaixo são semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y.

A)



B)



$\frac{6}{3} = \frac{12}{y}$ $6y = 36$ $y = 6$

$\frac{9}{x} = \frac{12}{3}$ $9x = 36$ $x = 4$

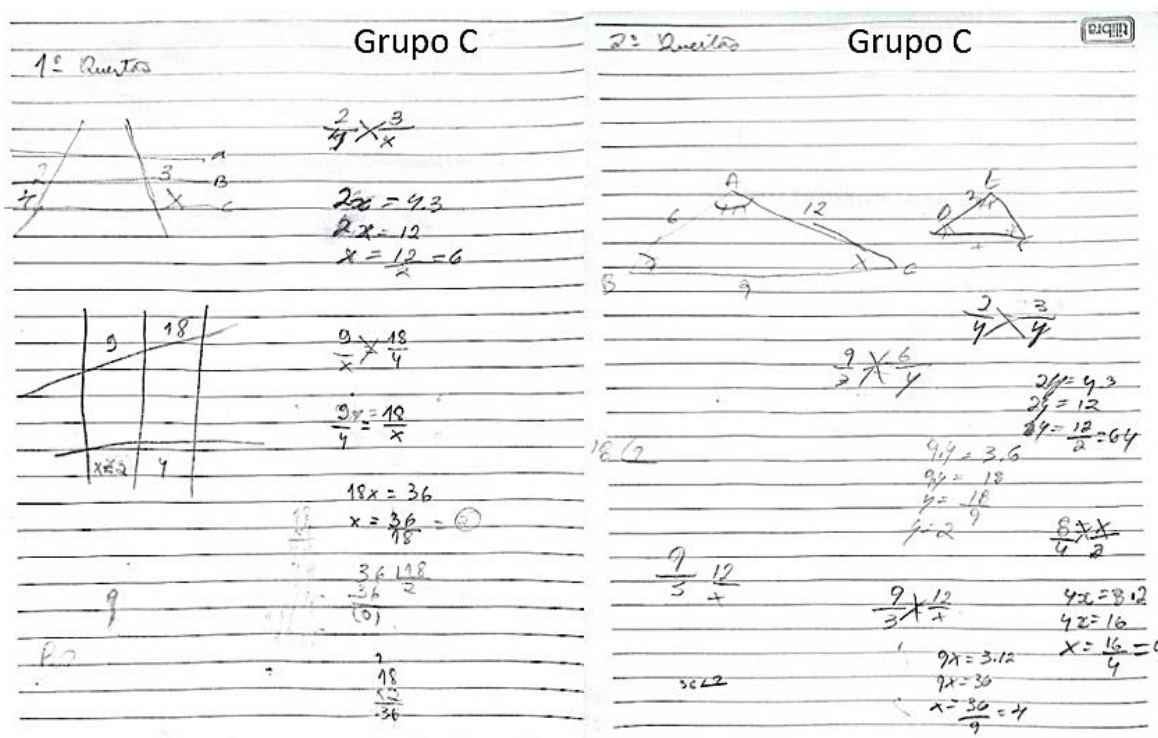
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

O grupo C optou por transportar o cálculo da resolução para uma folha do caderno, redesenhando cada figura na busca por uma melhor forma de compreensão. Na resolução, um aspecto relevante foi observado na questão 1, letra B: após estabelecer as relações de proporcionalidade, os estudantes realizaram o cálculo da divisão $\frac{36}{18} = 2$ e, em seguida, procederam à verificação do resultado por meio da chamada “prova real”. Essa atitude revela uma preocupação com a validade do procedimento adotado por eles, prática essa pouco

frequente em turmas do 9º ano. Um estudante do Grupo C afirmou durante a atividade: "É melhor conferir, porque se errar a conta no começo, erra tudo no final." Essa fala aponta para o desenvolvimento espontâneo da etapa de verificação do método de Polya (1978). O estudante não apenas realizou os cálculos, mas assumiu uma postura reflexiva sobre o próprio processo de resolução. Uma postura que se aproxima dos pressupostos da aprendizagem significativa crítica, conforme discutido por Moreira (2006).

Na questão 2, como estratégia de resolução para a letra A, os estudantes fizeram um esboço do desenho dos triângulos para estabelecer as relações de proporcionalidade; no entanto, eles não repetiram esse feito para a letra B e, como justificativa, alegaram que não havia necessidade, pois já tinham compreendido o processo de resolução.

Figura 26 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo C



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

O grupo D optou por transportar o cálculo da resolução para uma folha do caderno, no qual eles já fizeram diretamente, pulando etapas dos cálculos. Como resposta ao mediador sobre o motivo da ausência de desenhos e cálculos, eles justificaram que já tinham compreendido e feito rascunhos em outros papéis que já haviam sido descartados, e também que as divisões se tratavam de valores simples e os cálculos foram feitos de maneira mental.

Um ponto importante observado no 1º dia de observação da oficina foi a dificuldade dos estudantes durante a realização dos cálculos com as operações básicas da Matemática, no caso, da multiplicação e divisão. Isto é, apesar de os grupos compreenderem como estabelecer as relações de proporcionalidade das figuras semelhantes, ainda tinham dificuldade de encontrar o valor das incógnitas nas atividades de consolidação da aprendizagem, devido ao fato de não possuírem esse conhecimento prévio ou não se sentirem confiantes durante a resolução das operações de multiplicação e divisão.

As dificuldades com operações básicas revelam fragilidades relacionadas a conhecimentos prévios, o que impacta diretamente a resolução das atividades propostas. O atendimento individualizado aos grupos configurou-se, nesse sentido, como uma mediação pedagógica alinhada à Zona de Desenvolvimento Proximal, ao fornecer suporte para a superação de obstáculos aritméticos e possibilitar o acesso ao objeto de aprendizagem (Vygotski, 2007). Essa situação revela que a aprendizagem é um processo contínuo e interligado, no qual novas conquistas dependem da superação mediada de desafios anteriores (Daniels, 2001).

A análise das produções escritas da Etapa 1 permite identificar indícios de que os estudantes foram capazes de estabelecer relações de proporcionalidade, mesmo sem conhecimento prévio formal do Teorema de Tales, sugerindo que a experimentação atuou como um organizador prévio concreto (Ausubel, Novak e Hanesian, 1978). A diversidade de estratégias observadas, como o esboço do desenho das figuras (Grupo C), a verificação dos cálculos e a simplificação de procedimentos (Grupo D), indica que os estudantes mobilizaram diferentes recursos cognitivos, afastando-se de uma aplicação meramente mecânica de algoritmos e aproximando-se de uma aprendizagem com maior significado, substantiva e não literal (Moreira, 2006).

4.3.2 Etapa 02 – Calculando a altura dos componentes do grupo

Iniciamos a etapa 02 da oficina com a leitura do problema, para que os estudantes compreendessem como se desenvolveria a atividade, após isso, nos dirigimos até o pátio da escola, e lá, fizemos uma representação modelo de como poderíamos calcular a altura do componente do grupo sem a necessidade de tocá-lo, apenas tomando como referência a sua sombra e a sombra de uma estaca de referência, ambas projetadas pelo sol. Para estabelecer os triângulos que seriam usados como referência, realizamos esboços (desenhos) no papel para

que os estudantes viessem a compreender as relações de proporcionalidade entre os lados do triângulo formados pelas sombras do estudante e da estaca de referência.

Inicialmente, os estudantes apresentaram dificuldades em compreender como seria possível calcular a altura de uma pessoa sem contato direto. Ao tentarem reproduzir os esboços presentes no material de apoio, revelaram incertezas quanto à organização das informações.

Nesse contexto, fez-se necessária a intervenção do mediador, orientando quanto ao posicionamento adequado e à realização das mensurações, além de incentivar a participação ativa dos estudantes. Após essa mediação, observamos uma maior segurança na elaboração e execução das estratégias propostas.

Todos os grupos realizaram a coleta de dados e calcularam a altura de alguns dos seus componentes conforme exibido na tabela 3, demonstrando que houve iniciativa e participação durante essa etapa da oficina. Embora a maioria dos estudantes estivessem entusiasmados para realização do experimento, alguns ainda se mostraram pouco engajados durante a etapa da oficina.

Tabela 3 – Dados coletados para cálculo da altura dos componentes

Grupo	Estudantes	Sombra do Estudante (cm)	Altura da estaca (cm)	Sombra da estaca (cm)	Altura do Estudante real (cm)	Altura do Estudante calculada (cm)	Resíduos
A	1	153	100	85	170	180	10
	2	138	100	85	155	162	7
B	1	130	100	82	164	158	-6
	2	148	100	82	162	180	18
C	1	160	100	82	185	195	10
	2	139	100	82	162	169	7
D	1	150	100	82	173	182	9
	2	132	1	83	172	159	-13

(metro)

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

A Tabela 3 apresenta os dados coletados e os resíduos (diferença entre altura calculada e altura real) obtidos pelos grupos na Etapa 2. Os resíduos variaram entre 6 cm e 18 cm (em valor absoluto), com um caso de -13 cm. Considerando que as medições foram realizadas com materiais simples (fitas métricas e sombras projetadas pelo sol) e que os estudantes não possuíam experiência prévia com o método, os valores obtidos apresentam aproximações relevantes em relação às medidas reais.. As maiores discrepâncias ocorreram por dificuldades na execução da coleta de dados, tendo em vista que, apesar das explanações do mediador, alguns

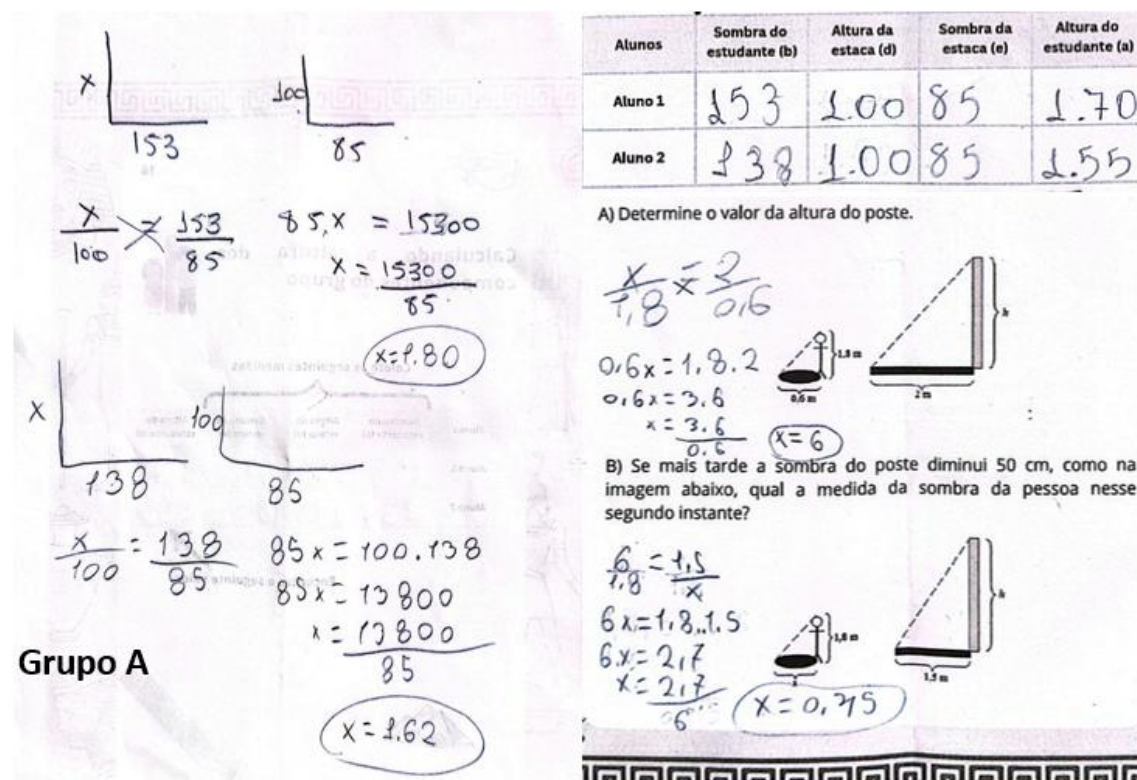
estudantes não se posicionaram perpendicularmente ao solo, comprometendo a formação do ângulo reto necessário para a semelhança.

Nesse caso, observamos os valores dos resíduos para analisar o quanto os estudantes se aproximaram da medida dos valores reais da altura dos componentes do grupo, validando o método a partir da experimentação. O maior resíduo foi de 18 centímetros e o menor de 6 centímetros, o que demonstra que os estudantes alcançaram bons resultados. As maiores discrepâncias estavam associadas a dificuldades na etapa de coleta de dados, especialmente no posicionamento dos estudantes e na garantia da formação de ângulos adequados, aspectos fundamentais para a construção da semelhança entre os triângulos. Ainda assim, os valores alcançados foram considerados satisfatórios e compatíveis com o nível de precisão esperado para o contexto da atividade, que utilizou apenas materiais rudimentares.

A análise das Figuras 28, 29, 30 e 31 indica que todos os grupos recorreram ao uso de representações gráficas (esboços) como suporte para a construção das relações de proporcionalidade entre as medidas de altura e sombra.

A partir dessas representações, os estudantes estruturaram a regra de três para o cálculo das alturas, obtendo resultados que, em sua maioria, se aproximaram dos valores reais, ainda que com algumas discrepâncias decorrentes do processo de coleta e execução dos cálculos.

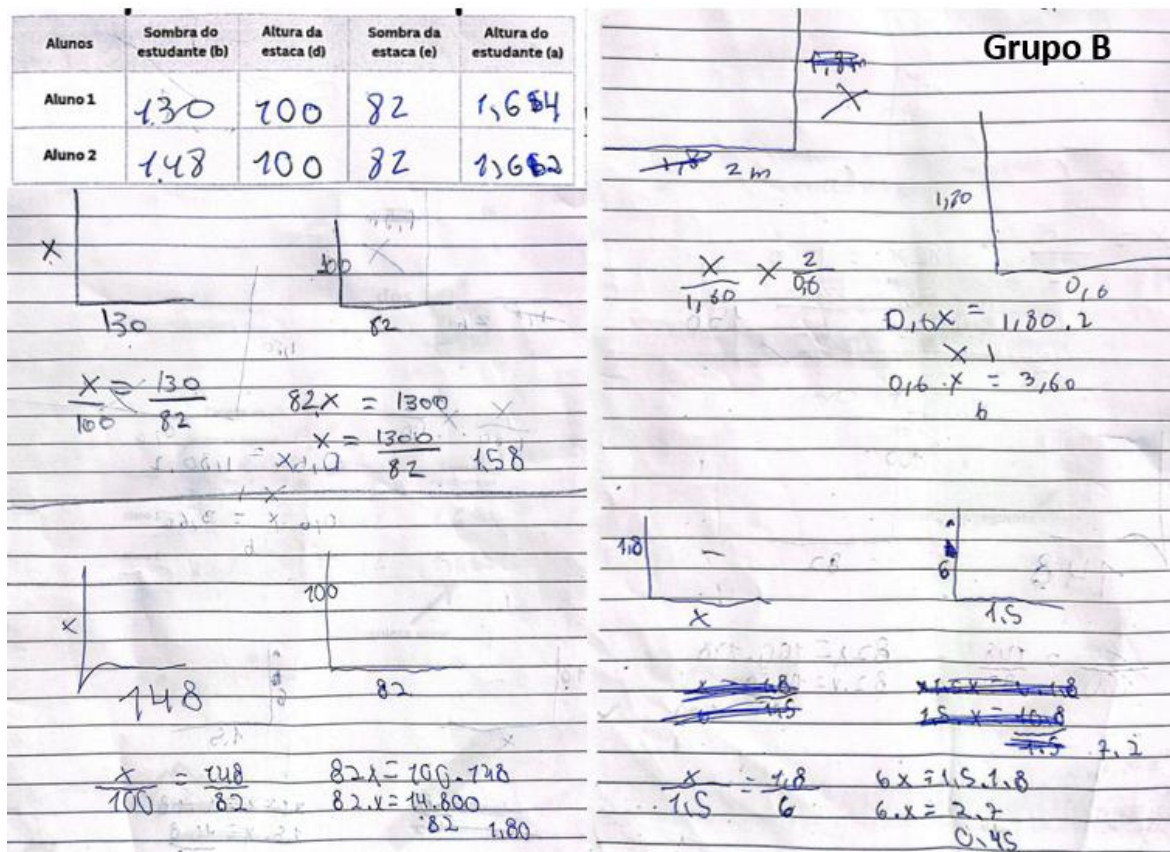
Figura 28 – Cálculo da Altura dos componentes do grupo e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo A



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

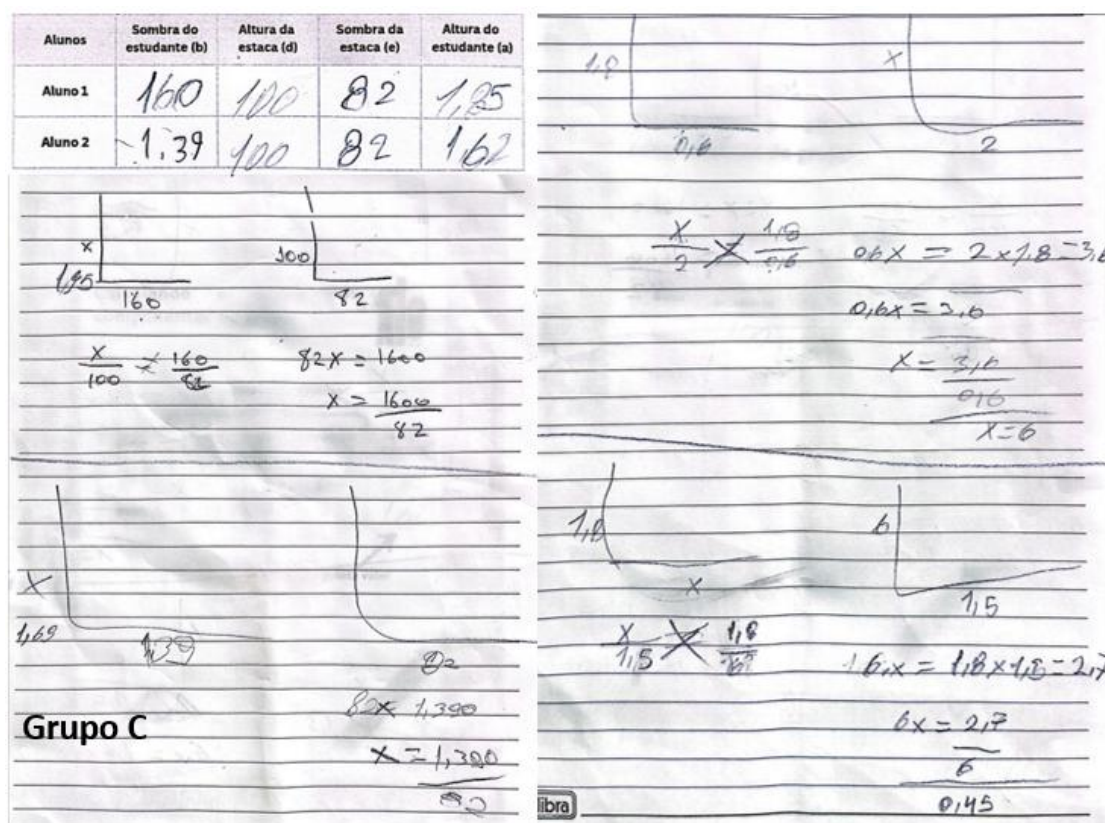
Embora todos os grupos tenham estabelecido corretamente a relação de proporcionalidade, três grupos (B, C e D) apresentaram equívocos na multiplicação dos meios pelos extremos. Esses erros são classificados como erros de execução algorítmica (Radatz, 1980). Por exemplo, o Grupo B calculou $130 \times 100 = 1300$ (em vez de 13000), o que resultaria em uma altura de aproximadamente 15,8 cm, sendo esse um valor incompatível com a estatura humana. O Grupo D, ao identificar a incoerência nos resultados obtidos, refez os cálculos a partir da conversão das medidas para metros, demonstrando capacidade de monitoramento e autoavaliação. Essa atitude aproxima-se da etapa de verificação proposta por Polya (1978), evidenciando um nível mais reflexivo no processo de resolução.

Figura 29 – Cálculo da Altura dos componentes do grupo e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo B



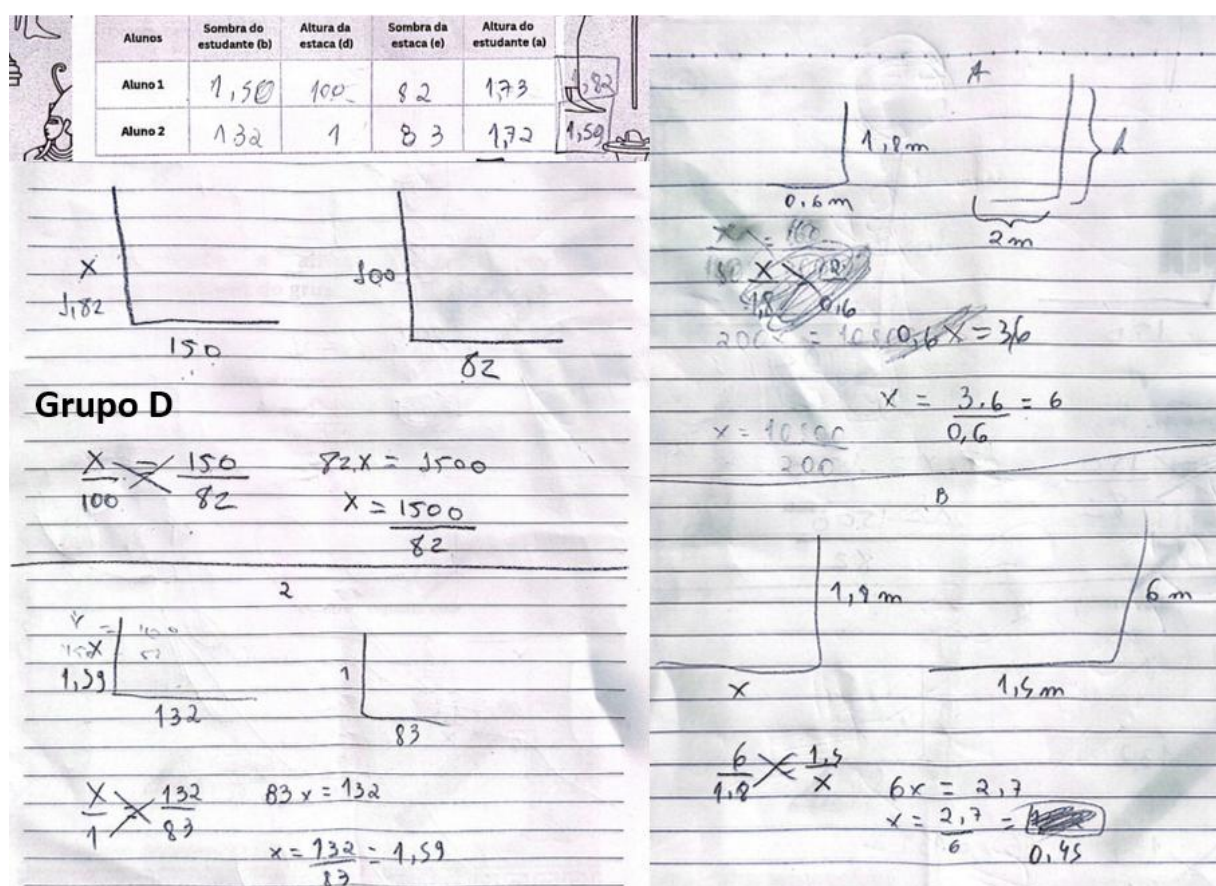
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 30 – Cálculo da Altura dos componentes do grupo e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo C



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 31 – Cálculo da Altura dos componentes do grupo e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo D



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Ao final da atividade, observamos que os estudantes demonstraram maior familiaridade na resolução do problema proposto, possivelmente em função de sua relação direta com situações do cotidiano. A possibilidade de estimar a própria altura a partir de um procedimento matemático contribuiu para tornar a atividade mais significativa para os participantes.

Esse aspecto dialoga com a perspectiva de George Polya (1978), ao destacar a importância da compreensão do problema como etapa inicial do processo de resolução, a qual tende a ser favorecida quando os estudantes reconhecem sentido nas situações apresentadas.

4.3.3 Etapa 03 – Calculando a Largura do rio

A Etapa 03 foi iniciada com a leitura do problema, com o objetivo de orientar os estudantes quanto ao desenvolvimento da atividade. Em seguida, a turma foi conduzida à

quadra poliesportiva, onde foi realizada uma representação simbólica da largura de um rio.

Na ausência de demarcações no piso, utilizamos a sombra do prédio escolar como referência para delimitar o “rio”. A partir disso, foram marcados pontos no solo que representavam os vértices dos triângulos, possibilitando a construção das relações necessárias para a realização das mensurações.

De início, os estudantes apresentaram dificuldades para reproduzir o esboço do desenho que havia no material de referência para a atividade prática; ou seja, não conseguiram de imediato transportar o esquema do papel para o experimento prático, muito devido à falta de confiança e ao receio de errar. Logo, fez-se necessária a intervenção do mediador, tanto para indicar como posicionar os pontos e realizar as mensurações corretamente, quanto para motivar os estudantes a participarem efetivamente de cada momento. Após isso, os estudantes se sentiram mais confiantes e passaram a elaborar o plano de estratégia a ser desenvolvido durante a oficina e, posteriormente, executaram-no para alcançar o resultado dos problemas propostos.

Ao final, com os dados coletados, os estudantes dos quatro grupos realizaram os devidos cálculos para encontrar a largura do rio, sem a necessidade de atravessá-lo, e alcançaram os seguintes resultados apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Dados coletados para cálculo da largura do rio

Grupo	Altura do triângulo (a)	Base do triângulo (b)	Base do triângulo (d)	Distância da largura do rio calculada	Distância da largura do rio real	Resíduos
A	102	100	320	326,4	320	6,4
B	102	100	320	326,4	320	6,4
C	100	100	319	319	299	20
D	100	100	299	299	320	-21

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Os resíduos foram utilizados como parâmetro para analisar o grau de aproximação entre os valores calculados e as medidas reais da largura do rio. Observamos uma variação entre 6,4 cm e 21 cm (em valor absoluto), indicando aproximações relevantes, considerando as condições de coleta dos dados e os instrumentos utilizados.

As maiores discrepâncias estavam associadas a imprecisões na coleta de dados, especialmente no posicionamento dos pontos e na realização das medições, o que impactou

diretamente os resultados obtidos pelos grupos C e D.

Ao analisarmos as figuras 32, 33, 34, 35 e 36, percebemos que todos os grupos esboçaram um desenho que auxiliou na representação da relação de proporcionalidade entre as medidas dos lados do triângulo com a largura do rio; posteriormente, montaram corretamente a regra de três para calcular a largura, chegando aos resultados corretos calculados a partir dos dados coletados por eles.

Na resolução da Etapa 3 (Figura 35), o Grupo D demonstrou indícios de que houve flexibilidade cognitiva ao simplificar a expressão $\frac{299 \cdot 100}{100}$ cancelando os fatores comuns e obtendo diretamente o valor de 299 cm. Essa estratégia indica uma compreensão da estrutura multiplicativa da proporção, indo além da aplicação mecânica do algoritmo da regra de três.

Nas atividades de consolidação da aprendizagem, observamos que os grupos, em sua maioria, estabeleceram corretamente as relações de proporcionalidade, alcançando resultados coerentes para as incógnitas envolvidas nas situações propostas.

Figura 32 – Cálculo da largura do rio e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo A

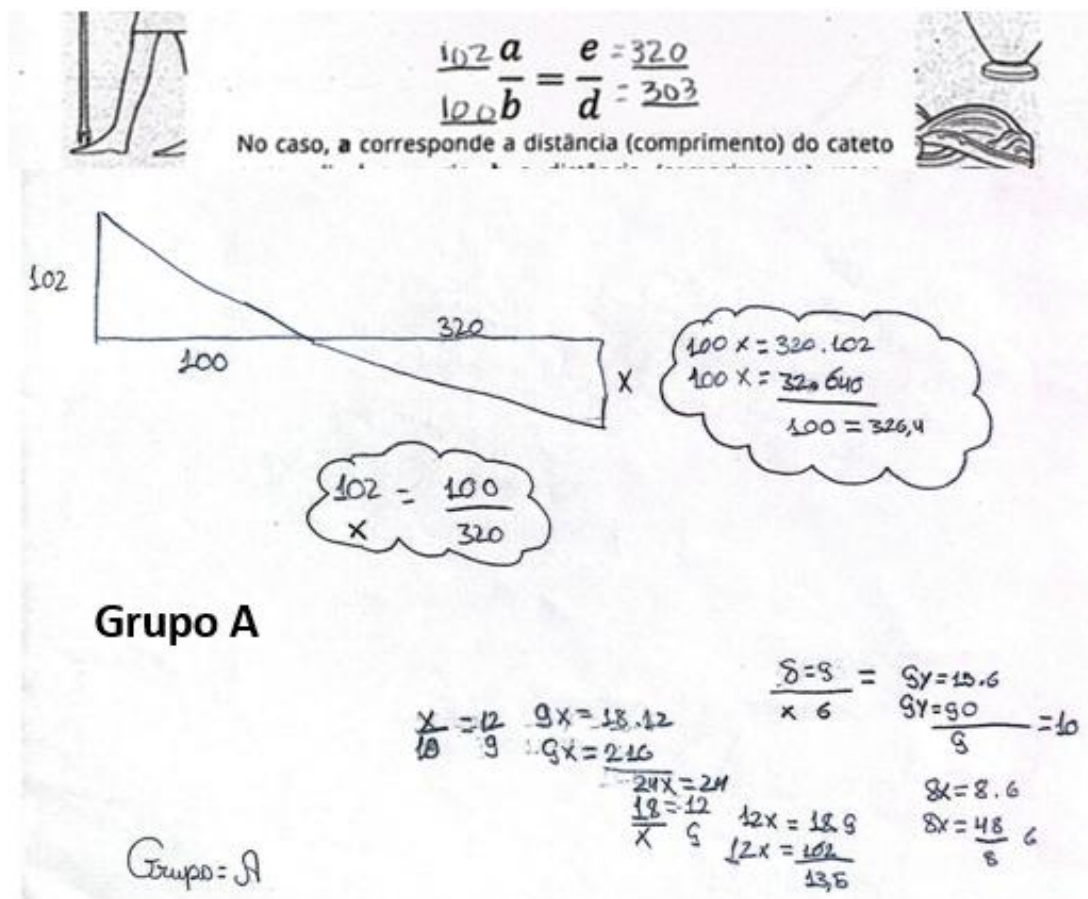
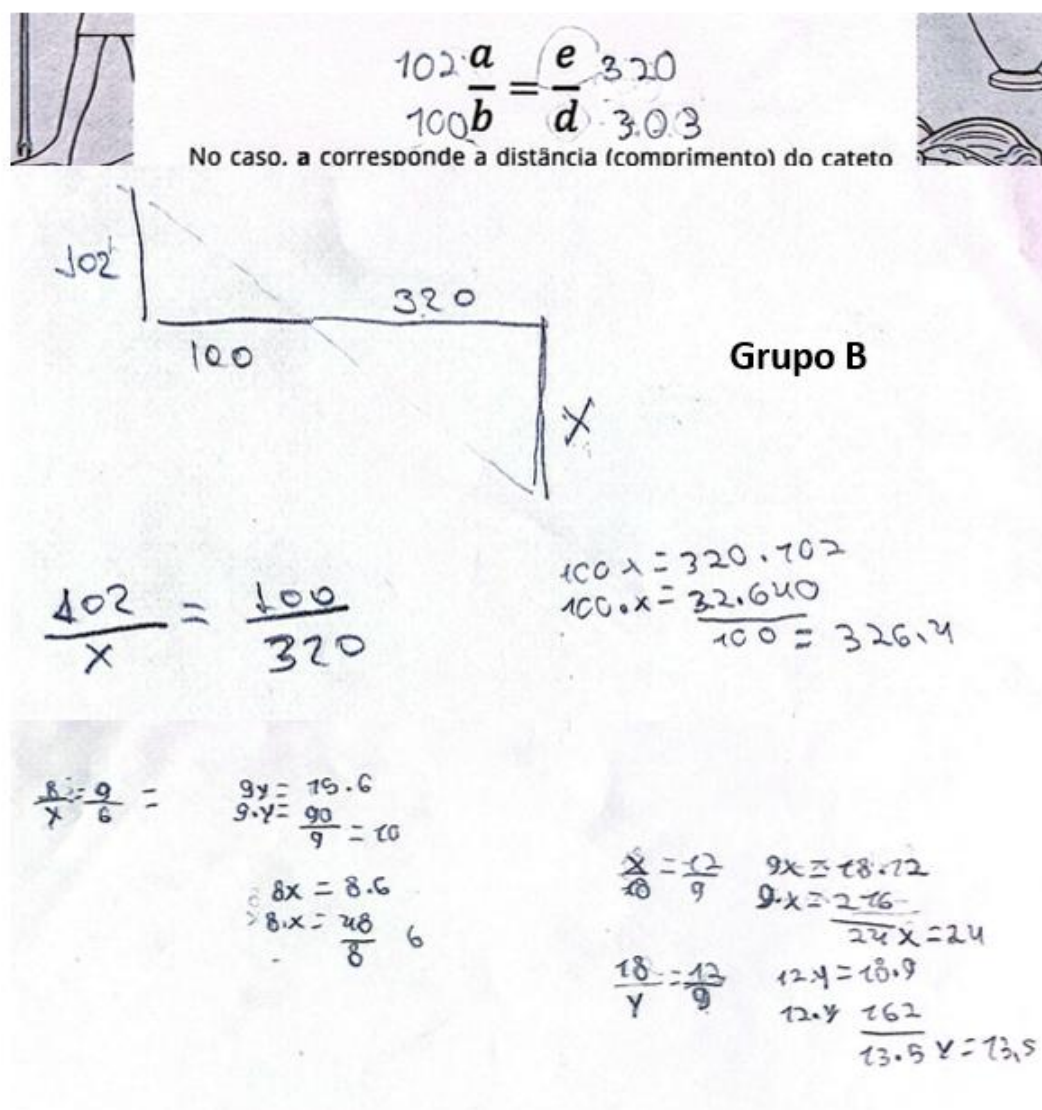


Figura 33 – Cálculo da largura do rio e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo B



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 34 – Cálculo da largura do rio e resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo C

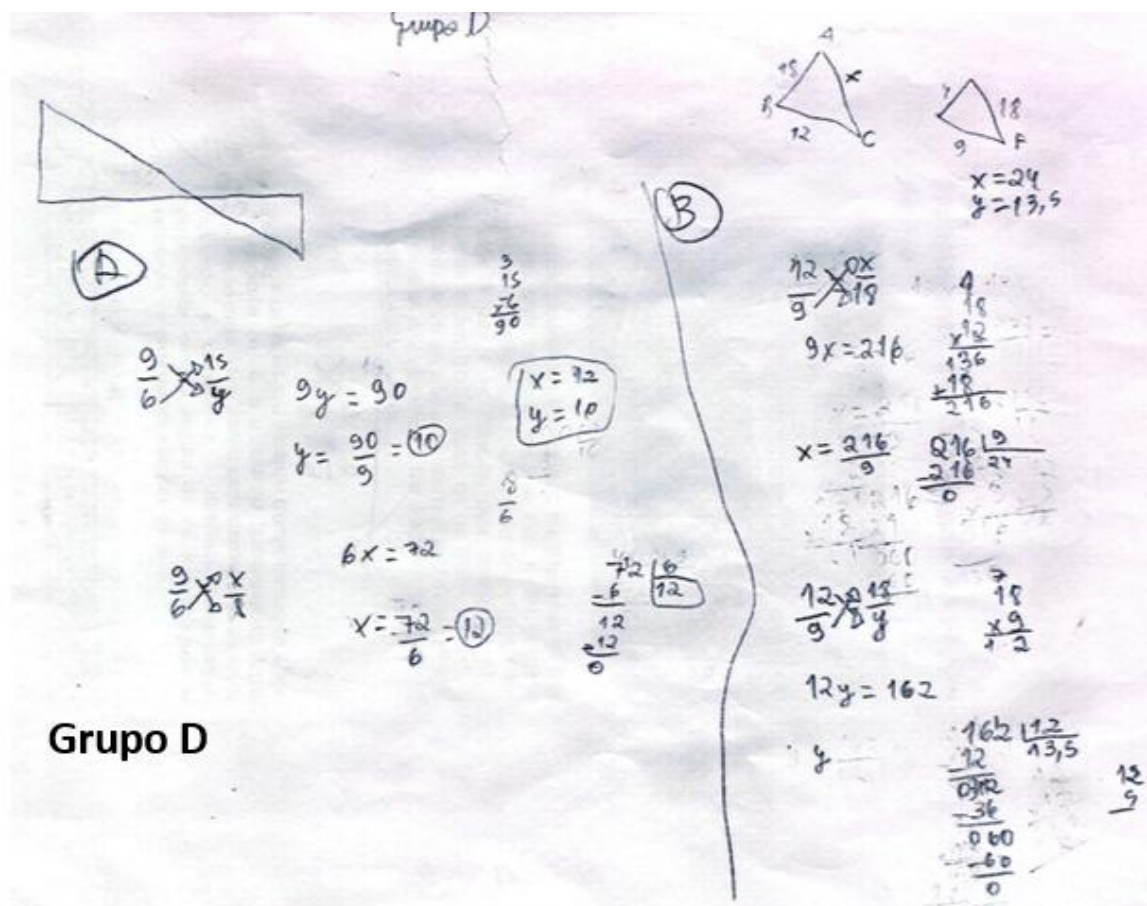
Grupo	Altura do triângulo (a)	Base do triângulo (b)	Base do triângulo (d)	Distância da largura do rio (e)	
C	100	100	319	299	

Handwritten calculations for Grupo C:

$\frac{9}{6} \times \frac{15}{7}$
 $\frac{9}{6} \times \frac{x}{8}$
 $6x = 90$
 $9 \times 8 = 72$
 $\frac{90}{9} = 10$
 $\frac{6}{72} = \frac{1}{12}$
 $12y = 15 \times 6 = 90$
 $12y = 18 \times 9$
 $12y = 162$
 $y = 13.5$
 $9x = 18 \times 12 = 216$
 $\frac{216}{9} = 24$
 $x = 24$
 $\frac{100}{x} \times \frac{100}{319}$
 $100x = 100 \times 319 = 31.900$
 $x = \frac{31.900}{100} = 319$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 36 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo D



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

4.3.4 Etapa 04 – Calculando o diâmetro da luz na superfície iluminada

A Etapa 04 foi iniciada com a reorganização dos grupos e a retomada dos conceitos abordados anteriormente, especialmente aqueles relacionados à semelhança de triângulos. Em seguida, foram apresentadas situações análogas às que seriam exploradas no experimento, com o objetivo de favorecer a compreensão das relações envolvidas.

No início do experimento, observamos que os estudantes demonstravam insegurança no manuseio dos instrumentos, recorrendo frequentemente ao mediador para confirmar os procedimentos adotados. Essa postura indicava não apenas dificuldades operacionais, mas também receio de cometer erros durante a atividade.

Diante disso, o mediador atuou no sentido de incentivar a autonomia dos estudantes, reforçando que o erro fazia parte do processo de aprendizagem. O atendimento individualizado

aos grupos contribuiu para a superação dessas dificuldades, favorecendo maior segurança na realização das medições e dos cálculos.

Ao final, com os dados coletados, os estudantes dos quatro grupos realizaram os devidos cálculos para encontrar o diâmetro maior da superfície iluminada e alcançaram os resultados apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Dados coletados para cálculo do diâmetro da superfície iluminada

Grupo	Distância menor (h) para superfície	Diâmetro menor (d) para superfície	Distância da maior (a) para a superfície	Diâmetro maior da superfície calculada	Diâmetro maior da superfície mensurada (b)	Resíduos da
A	8	13	15	24	23,5	0,5
B	5	9	10	18	16	2
C	6	12	12	24	20	-4
D	4	6	10	16	15	-1

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Todos os grupos calcularam o diâmetro maior da superfície iluminada de forma direta, sem a necessidade do esboço gráfico conforme apresentado nas figuras 37, 38, 39 e 41. A correta aplicação das relações de proporcionalidade indicou que os estudantes passaram a compreender de que modo os segmentos se relacionavam proporcionalmente. O resíduo máximo foi de 4 cm (Grupo C) e o mínimo de 0,5 cm (Grupo A), indicando um nível elevado de aproximação entre os valores obtidos e as medidas reais, considerando que as medições foram realizadas sem instrumentos de alta precisão. Esse avanço sugere que a vivência experimental atuou como um organizador prévio concreto, favorecendo a consolidação das relações de proporcionalidade e reduzindo a incidência de erros conceituais ao longo da atividade (Ausubel, Novak e Hanesian, 1978).

Durante as resoluções das atividades de consolidação da aprendizagem, podemos observar nas figuras 37, 38, 40 e 42 que os grupos A, B, C e D estabeleceram corretamente as relações de proporcionalidade, determinando os valores das variáveis por meio da igualdade entre razões e da multiplicação dos meios pelos extremos. No entanto, o grupo C armou corretamente a regra de três, estabelecendo a relação de proporcionalidade corretamente, porém não efetuou os cálculos finais para determinar o valor de y, tratando-se de um erro pontual, provavelmente relacionado à gestão do tempo ou à perda de atenção durante a execução, e não

Figura 39 – Resolução do cálculo do diâmetro da superfície iluminada do grupo C

Grupo	Distância (h) menor para superfície	Diâmetro menor (d) da superfície	Distância maior (a) para superfície	Diâmetro maior da superfície (b)
C	6	12	12	20

$$\frac{x}{12} = \frac{12}{6}$$

Grupo C

$$6x = 12 \cdot 12$$

$$- 6x = 144$$

$$x = \frac{144}{6}$$

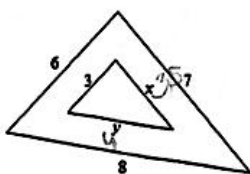
$$x = 24$$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 40 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo C

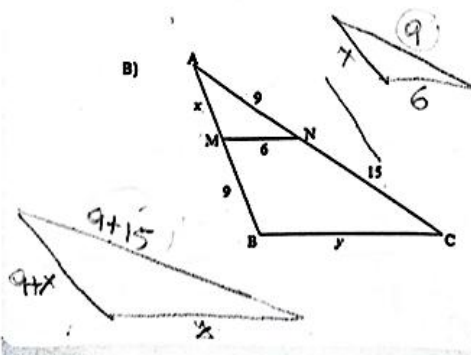
1- Temos dois triângulos abaixo são semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y.

A)



Grupo C

B)



$$\frac{6}{3} = \frac{8}{y}$$

$$6x = 24$$

$$x = \frac{24}{6}$$

$$x = 4$$

$$6y = 8 \cdot 3$$

$$6y = 24$$

$$y = \frac{24}{6}$$

$$y = 4$$

$$\frac{9}{24} = \frac{x}{9+x}$$

$$9(9+x) = 24x$$

$$81 + 9x = 24x$$

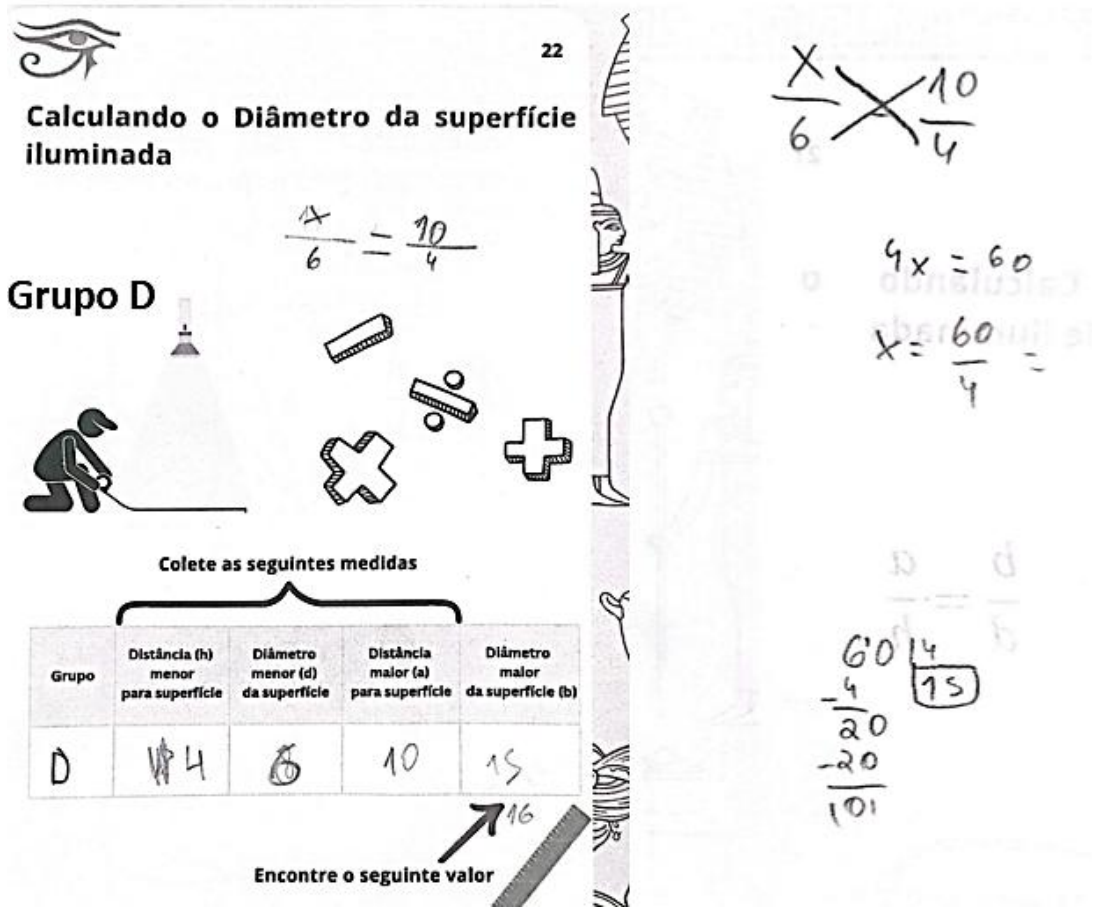
$$81 = 15x$$

$$x = \frac{81}{15}$$

$$x = 5.4$$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 41 – Resolução do cálculo do diâmetro da superfície iluminada do grupo D



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Figura 42 – Resolução da atividade de consolidação da aprendizagem do grupo D

①

$$\frac{6}{3} \times \frac{7}{x} = 6x = 3 \cdot 7$$

$$6x = 21$$

$$x = \frac{21}{6} = \frac{12 \cancel{11} 6}{18} = 3,5$$

$$x = (3,5)$$

Grupo D

(b) $\frac{9}{24} = \frac{x}{9x}$

$$9 \cdot (9x) = 24x$$

$$81 + 9x = 24x$$

$$81 = 24x - 9x$$

$$15x = 81$$

$$x = \frac{81}{15} = x = (5,4)$$

$\frac{9}{24} \times \frac{6}{3}$
 $9y = 144$
 $y = \frac{144}{9}$
 $y = 16$

$\frac{8}{4} \times \frac{6}{3}$
 $6y = 8 \cdot 3$
 $6y = 24$
 $y = \frac{24}{6} = (4)$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

4.3.5 Padrões de erros, estratégias e evolução da aprendizagem

A análise integrada das produções escritas permitiu identificar três padrões principais, os quais dialogam diretamente com o referencial teórico adotado nesta pesquisa.

No que se refere à tipologia dos erros, ao adaptar a classificação proposta por Heinrich Radatz (1980), observamos que a maioria dos equívocos não esteve relacionada à compreensão conceitual, mas a dificuldades de correspondência (fase de elaboração do plano) e de execução algorítmica. O erro do Grupo B na Etapa 1, referente à seleção inadequada dos segmentos, bem como os equívocos operatórios nas Etapas 2 e 3, ilustram esse padrão. A baixa

incidência de erros de interpretação do problema sugere que a noção de proporcionalidade foi, em grande medida, apropriada pelos estudantes.

Esse resultado converge com estudos recentes que indicam que, em contextos de ensino investigativo, os erros tendem a se concentrar em aspectos procedimentais, e não conceituais, especialmente quando há mediação pedagógica adequada (Borasi; 1987; Kapur, 2020).

No que diz respeito às estratégias de resolução, observamos que os estudantes mobilizaram diferentes procedimentos ao longo das atividades, os quais podem ser associados às etapas da metodologia de George Polya (1978). O uso de esboços (Grupo C) e de representações visuais, como setas (Grupo A), evidencia a elaboração de planos de resolução. Já a verificação dos cálculos, por meio da prova real e do monitoramento de erros (Grupos C e D), corresponde à etapa de verificação, enquanto a simplificação de expressões indica maior flexibilidade na execução.

Essa diversidade de estratégias sugere que os estudantes não se limitaram simplesmente à aplicação mecânica de algoritmos, mas mobilizaram diferentes recursos cognitivos, aspecto que tem sido destacado em pesquisas recentes como indicativo de aprendizagem Matemática mais profunda e significativa (Schoenfeld, 2020; Lithner, 2021).

No que se refere à evolução da aprendizagem, a comparação entre a Etapa 1 e as etapas experimentais subsequentes (2, 3 e 4) evidencia uma progressão gradual. Enquanto na Etapa 1 ainda se observavam dificuldades pontuais, nas etapas seguintes houve maior fluidez na construção das relações de proporcionalidade e redução de erros conceituais. Destaca-se que, na Etapa 4, os grupos apresentaram resultados com baixa variação residual, além de maior autonomia na resolução, como observado no Grupo D, que dispensou o uso de esboços.

Esses achados sugerem que a vivência experimental atuou como um organizador prévio concreto, favorecendo a consolidação dos conceitos e a internalização progressiva das relações de proporcionalidade, em consonância com a teoria de David Ausubel. Resultados semelhantes têm sido apontados por estudos recentes que enaltecem o papel de atividades investigativas e experimentais na promoção da aprendizagem significativa em matemática (Hiebert; Grouws, 2007; Macedo *et al.*, 2025).

Por fim, no que diz respeito às dificuldades remanescentes, observamos, ao longo de todas as etapas, a presença de fragilidades relacionadas às operações básicas, especialmente envolvendo multiplicação e divisão com números decimais. Embora esse aspecto não com'stituísse o foco central da pesquisa, impactou a fluidez dos cálculos e demandou intervenções pontuais do mediador.

Esse achado reforça a necessidade de uma abordagem integrada no ensino de Matemática, que articule o desenvolvimento de conceitos geométricos com o fortalecimento de habilidades aritméticas fundamentais, conforme apontam pesquisas recentes sobre aprendizagem Matemática escolar (Nunes; Bryant, 1996; Fuson, 2020).

4.3.6 Conclusão da análise das produções escritas

A análise das produções escritas indica que a oficina “*A Matemática de Tales: uma proposta de atividade experimental para o Ensino Fundamental*” contribuiu para a construção de aprendizagens relacionadas ao Teorema de Tales e à semelhança de triângulos. Observamos que os estudantes foram capazes de realizar os cálculos propostos e, em diferentes momentos, mobilizaram estratégias próprias de resolução, sugerindo uma apropriação progressiva dos conceitos envolvidos.

A diversidade de erros e acertos, interpretada à luz das contribuições de Heinrich Radatz (1980) e George Polya (1978), mostra que as principais dificuldades estavam relacionadas à elaboração e à execução do plano de resolução, e não à compreensão inicial do problema.

Esse resultado constitui um indicativo relevante para o planejamento de intervenções pedagógicas, ao apontar a necessidade de maior investimento no desenvolvimento de estratégias de correspondência entre elementos geométricos e no aprimoramento das habilidades aritméticas básicas. Tais aspectos mostram-se fundamentais para que os estudantes consigam avançar com maior segurança na resolução de problemas que envolvam relações de proporcionalidade.

4.4 Análise das Entrevistas Semiestruturadas

A análise das entrevistas semiestruturadas foi conduzida com base na Análise de Conteúdo proposta por Laurence Bardin (2016), seguindo as etapas de pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Inicialmente, procedeu-se à transcrição integral das entrevistas e à leitura flutuante do corpus, com o objetivo de identificar unidades de sentido relevantes para os objetivos da pesquisa.

Na etapa de exploração, adotamos um processo de codificação temática de caráter indutivo, a partir do qual os trechos mais significativos das falas dos estudantes foram organizados em subcategorias e, posteriormente, agrupados em categorias analíticas mais

amplas. Esse procedimento possibilitou uma interpretação ancorada nos dados empíricos, garantindo maior rigor metodológico e fidelidade às experiências relatadas pelos participantes.

O Quadro 1 sintetiza as categorias emergentes desse processo analítico, estruturando as percepções dos estudantes em seis eixos centrais: (1) a percepção sobre a importância da Matemática e seu ensino; (2) o impacto das atividades experimentais; (3) a dinâmica do trabalho em grupo; (4) o processo de resolução de problemas; (5) a mediação docente; e (6) a contribuição da contextualização histórica.

Quadro 1 – Principais categorias emergentes da análise de conteúdo da entrevista com os estudantes.

Categoria Principal	Subcategoria	Conceito-Chave
1. A percepção sobre a importância da Matemática e seu Ensino	1.1 Utilidade e Aplicabilidade	A Matemática como instrumento da vida cotidiana e profissional.
	1.2 Teórica vs. Prática	A valorização da abordagem experimental como agregador ao método tradicional.
	1.3 Interesse pela Matemática	A autoavaliação do desempenho e relação com a disciplina.
2. O impacto das atividades experimentais para as aulas de Matemática	2.1 Fator Surpresa	A Superação de expectativas e descoberta.
	2.2 Facilitação da Aprendizagem	A atividade prática como instrumento facilitador da compreensão.
	2.3 Engajamento e Motivação	A atividade prática como elemento lúdico e motivador.
3. A importância da dinâmica de trabalho em grupo para a aprendizagem de Matemática	3.1 Colaboração e Apoio 3.2 Desafios na Dinâmica 3.3 Interação entre Grupos	▪ Troca de conhecimentos e apoio mútuo. ▪ Dificuldades de colaboração e participação desigual. ▪ Compartilhamento de soluções entre diferentes grupos.

4. A Metodologia de Resolução de Problemas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.	4.1 Leitura do problema. 4.2 Compreensão do Problema. 4.3 Execução do Plano. 4.4 Verificação e Reflexão.	▪ Estratégias iniciais de leitura e escuta. ▪ Colocação em prática do raciocínio após mediação. ▪ Conferência dos resultados, individualmente e em grupo.
5. A mediação docente e suporte individualizado.	5.1 Atendimento Individualizado 5.2 Instruções e Esclarecimentos	▪ A importância do suporte personalizado do mediador. ▪ A contribuição do mediador na estruturação do raciocínio.
6. A contribuição da contextualização histórica para o ensino de Matemática.	6.1 Motivação pela Narrativa 6.2 Matemática como Construção Humana	▪ A história como elemento de engajamento. ▪ Reconhecimento da origem e evolução do conhecimento.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2026).

Essas categorias não foram previamente definidas, ou seja, elas emergiram diretamente das falas dos estudantes, configurando-se como um reflexo das experiências vivenciadas ao longo da oficina “*A Matemática de Tales: uma proposta de atividade experimental para o Ensino Fundamental*”. Nesse sentido, as entrevistas assumem um papel fundamental nesta pesquisa, pois funcionam como um espaço de validação qualitativa dos dados observacionais e das produções escritas, permitindo compreender não apenas o que os estudantes fizeram, mas sobretudo como interpretam e atribuem significado às atividades desenvolvidas.

De modo geral, as categorias identificadas apresentam uma convergência entre os dados qualitativos das entrevistas e os resultados previamente discutidos nas Seções 4.2 e 4.3. Enquanto as produções escritas indicaram avanços na compreensão das relações de proporcionalidade e na mobilização de estratégias de resolução, as entrevistas revelam os processos subjetivos que sustentaram esses avanços, como o engajamento, a motivação, a colaboração e a percepção de sentido atribuída às atividades.

Além disso, a organização das categorias permite observar que a aprendizagem não se restringiu ao domínio de procedimentos matemáticos, mas envolveu dimensões cognitivas, afetivas e sociais, articuladas de forma indissociável ao longo da oficina. Esse resultado reforça a perspectiva teórica adotada nesta pesquisa, especialmente no que se refere à articulação entre

a aprendizagem significativa (David Ausubel), a metodologia de resolução de problemas (George Polya) e a experimentação como estratégia didática.

A seguir, cada uma dessas categorias será analisada em detalhe, a partir de trechos representativos das falas dos estudantes, buscando evidenciar como os diferentes elementos da proposta pedagógica contribuíram para a construção do conhecimento matemático no contexto investigado.

4.4.1 Categoria 1: A percepção sobre a importância da Matemática e seu Ensino

Nesta seção analisamos a percepção dos estudantes sobre a importância da Matemática e o seu ensino direcionado a sua realidade.

4.4.1.1 Subcategoria: Utilidade e Aplicabilidade no Cotidiano

A percepção da Matemática como ferramenta presente na vida cotidiana aparece de forma recorrente nas falas: *“Porque você tem Matemática em tudo”* (Grupo A) *“Tudo praticamente envolve a Matemática”* (Grupo B), Além disso, os estudantes relacionam esse conhecimento a contextos concretos vivenciados por eles, como construção civil e formação profissional: *“Minha mãe tá construindo uma casa”* (Grupo B) *“Eu faço curso de caldeiraria e mexe muito com Matemática”* (Grupo A).

Esses registros indicam a existência de conhecimentos prévios experienciais que, embora não sistematizados, funcionam como ancoradouro para novas aprendizagens. Tal constatação dialoga com a perspectiva da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, segundo a qual a aprendizagem ocorre de maneira mais efetiva quando novos conteúdos se ancoram em estruturas cognitivas já existentes.

4.4.1.2 Comparação entre abordagens Teórica versus Prática

Os estudantes apresentaram uma ruptura entre o ensino tradicional e a proposta vivenciada na oficina a partir das falas: *“Só no quadro”* (Grupo A) *“Foi mais resumido ao quadro”* (Grupo D) Em contraste, a abordagem experimental foi percebida como facilitadora: *“O senhor veio com práticas mais fáceis, daí foi melhor pra mim”* (Grupo B) *“A gente coloca em prática aquilo que a gente aprendeu”* (Grupo C).

Essas falas sugerem que a prática não foi compreendida como complemento, mas como elemento central para a construção do conhecimento, reforçando a importância de metodologias ativas no ensino de Matemática (Moreira, 2021).

4.4.1.3 Subcategoria: Interesse pela Matemática

Os estudantes demonstraram capacidade de autoavaliação e reconhecimento de suas próprias limitações: “*Minha nota seria 7 ou 8, mas poderia melhorar*” (Grupo A) “*Tenho problema pra me concentrar*” (Grupo B) “*Minha nota é 10*” (Grupo D)

Essa autorreflexão indica desenvolvimento de aspectos metacognitivos, considerados fundamentais para a aprendizagem autônoma e significativa.

4.4.2 Categoria 2: Impacto e Reação às Atividades Experimentais

Nesta categoria avaliamos as reações e comportamentos dos estudantes durante as atividades experimentais

4.4.2.1 Subcategoria: Fator Surpresa

Ao longo da realização de cada experimento, os estudantes demonstraram uma surpresa satisfatória a cada descoberta alcançada durante a oficina, pois não imaginavam que seria possível calcular a altura a partir da medida de sua sombra, medir a distância de um lado a outro de um rio sem atravessá-lo, nem determinar diâmetros por projeção de luz. Essas reações ficaram evidentes nas seguintes falas: “*Me senti surpreso com o resultado*” (Grupo A), “*foi uma descoberta, pois eu não tinha ideia do tamanho da minha sombra*” (Grupo B), “*nunca tinha medido o tamanho da minha sombra*” (Grupo D) e “*não achava que seria possível*” (consenso entre os grupos). Essa reação dos estudantes diante do inesperado está alinhada com o que Moreira (2021) aponta sobre a predisposição para aprender: ela não será despertada se as situações propostas não fizerem sentido para os alunos. Ao se depararem com resultados que surpreenderam suas próprias expectativas, os estudantes demonstraram exatamente essa predisposição, o que criou condições favoráveis para que a aprendizagem significativa se desenvolvesse.

Esse “fator surpresa” funcionou como um elemento catalisador da aprendizagem

significativa. Ao se depararem com resultados inesperados e aplicáveis, os estudantes vivenciaram uma superação de expectativas que questionava concepções prévias e gerou um conflito cognitivo produtivo. Esse estado é ideal para a ancoragem de novos conceitos, pois cria uma necessidade genuína de compreensão.

Nesse contexto, a experimentação não apenas ilustrou o Teorema de Tales e semelhança de triângulos, mas permitiu que os estudantes o (re)descobrissem, vivenciando um momento de descoberta. Esse engajamento emocional positivo, decorrente da descoberta, fortaleceu a disposição para aprender e transformou a Matemática em uma ciência viva e investigativa, esse que é o cerne tanto da Metodologia da Resolução de Problemas de Polya quanto da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

4.4.2.2 Subcategoria: Facilitação da aprendizagem pela prática

Ao longo da oficina, os estudantes que tiveram participação efetiva demonstraram afinidade com o processo de construção de produção do conhecimento de forma prática, justificando com os seguintes argumentos: "dá mais conhecimento e foco" (Grupo D), *"a gente entende mais quando coloca a mão na massa"* (Grupo C), *"são mais produtivas"* (Grupo A). ou seja, os estudantes assimilaram a experimentação como um facilitador importante para a compreensão dos conceitos matemáticos.

Essas falas sugerem que a atividade prática cumpriu um papel central na ancoragem dos novos conceitos, funcionando como um organizador prévio concreto que facilitou a assimilação significativa do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos. Ao "colocar a mão na massa", os estudantes puderam relacionar a abstração Matemática com experiências sensoriais e visuais de maneira prática, o que parece ter potencializado o "foco" e a "produtividade" no aprendizado, criando as condições ideais para que a aprendizagem significativa de Ausubel, de fato ocorresse. Dessa forma, a oficina não foi um mero complemento, mas sim a base sobre a qual o conhecimento teórico foi construído e trabalhado para que os significados fossem atribuídos.

4.4.2.3 Subcategoria: Engajamento e Motivação

A participação ativa dos estudantes em todas as etapas da oficina foi acompanhada por uma motivação real, que emergiu como um elemento central no processo de aprendizagem. Os relatos dos estudantes "*a gente pode brincar (se divertir) enquanto realiza a atividade, fica mais legal*" (Grupo C) e "*motivou a procurar mais saber*" (Grupo A), apontam um engajamento de natureza própria.

A associação da atividade à diversão ("lúdico") indica que a experimentação transformou o aprendizado em uma experiência lúdica e prazerosa, reduzindo a resistência frequentemente associada à disciplina de Matemática. Mais do que isso, o desejo de "procurar mais saber" demonstra que a motivação inicial se transformou em uma disposição ativa para a aprendizagem, condição fundamental na teoria de Ausubel. Essa condição em que a prática gera interesse, que por sua vez potencializa o engajamento e aprofunda a compreensão está no cerne tanto da Metodologia de Resolução de Problemas, que busca envolver de forma autêntica o estudante com o tema que está sendo estudado, quanto do ideal de uma Aprendizagem Significativa Crítica, que visa formar indivíduos com autonomia para o aprendizado e criticidade sobre o que está sendo aprendido.

4.4.3 Categoria 3: Dinâmica de Trabalho em Grupo

Nessa categoria, avaliamos como o trabalho coletivo organizado em grupos influenciou o processo de aprendizagem durante a oficina, considerando tanto os aspectos positivos da colaboração quanto os desafios enfrentados pelos estudantes.

4.4.3.1 Subcategoria: Colaboração e Apoio Mútuo

A dinâmica da oficina consolidou-se como um ambiente de aprendizagem colaborativa, onde a interação entre os estudantes mostrou-se fundamental para o processo de construção do conhecimento. As falas dos estudantes: "*o conhecimento de um ajudava o do outro*" (Grupo D), "*quando um não sabia divisão, passava para o outro*" (Grupo D) e "*a gente ficava se ajudando*" (consenso entre os grupos), demonstram que a colaboração foi além de uma simples divisão de tarefas, isto é, transformou-se em um espaço de mediação entre os estudantes.

Essa troca constante revelou que o trabalho em grupo foi muito mais que uma simples organização da sala. Ele funcionou como uma estratégia de aprendizagem coletiva, onde os próprios estudantes assumiram o papel de explicar o conteúdo para os colegas. O exemplo da "divisão" é emblemático: uma dificuldade específica de um estudante era resolvida na hora com a ajuda de outro, garantindo que todos pudessem seguir com a atividade.

Dessa forma, a colaboração dos estudantes, uns com os outros, fortaleceu diretamente a Metodologia de Resolução de Problemas (já que eles discutiam e testavam estratégias de resolução juntos) e facilitou a Aprendizagem Significativa, pois a explicação entre colegas, muitas vezes com uma linguagem mais simples, ajudou cada um a entender e conectar os novos conceitos à sua própria maneira, às vezes sendo até mais eficiente que o professor.

4.4.3.2 Subcategoria: Desafios na Dinâmica Grupal

Quanto às dificuldades, os grupos mencionaram a participação desigual ao longo da execução das tarefas propostas, mencionando que nem todos possuíam o mesmo engajamento durante as etapas da oficina, apresentado nas seguintes falas: "*depende do grupo, no meu grupo, praticamente eu fiz sozinho*" (Grupo A), "*falta de gente pra ajudar*" (Grupo B), configurando um obstáculo durante a realização das atividades da oficina. Apesar do ambiente de um modo geral ser de colaboração, ainda assim identificamos alguns desafios na dinâmica de grupo. Ficou evidente uma participação desigual entre os estudantes durante a realização das tarefas.

Esses relatos revelam um problema comum em trabalhos realizados em grupo, quando há uma divisão desigual da carga de trabalho e do domínio do conteúdo. No entanto, esse desafio acabou reforçando a importância do papel do professor-mediador para atenuar essas discrepâncias. A necessidade de um acompanhamento mais individualizado, de grupo em grupo, tornou-se ainda mais clara, pois foi essa intervenção que garantiu que todos os membros, independentemente do seu nível inicial de engajamento, fossem alcançados e tivessem a oportunidade de participar ativamente do processo de descoberta.

4.4.3.3 Subcategoria: Interação entre Grupos

Durante a oficina, observamos que a colaboração não ficou restrita apenas dentro

de cada grupo. Em vários momentos, os estudantes de um grupo ajudaram voluntariamente os participantes de outros grupos, como mostram estes relatos: *"A gente passava ensinando nos outros grupos"* (Grupo B) e *"Discutimos os resultados dentro e fora do nosso grupo"* (Grupo D).

Essa troca de informações entre os grupos diferentes mostra que os estudantes foram além do que era esperado durante a atividade, evidenciando um verdadeiro protagonismo estudantil. Quando um estudante se dispõe a "ensinar" um colega de outro grupo, ele não só demonstra domínio do conteúdo, mas assume ativamente o papel de agente do próprio processo de aprendizagem, tanto a sua quanto a dos demais colegas. Do mesmo modo, ao discutir os resultados com outros grupos revela que os estudantes estavam interessados em conferir e validar seus aprendizados de forma coletiva.

Essa interação espontânea entre os grupos enriqueceu muito o processo de aprendizagem, criando um ambiente onde o conhecimento circulava livremente pela sala de aula e onde os próprios estudantes assumiram o papel de facilitadores da aprendizagem uns dos outros.

4.4.4 Categoria 4: O Processo de Resolução de Problemas

Nesta categoria, analisamos como os estudantes vivenciaram na prática as quatro etapas do método de Polya (1978) durante a oficina. Foi possível perceber que os estudantes não só resolveram os problemas, mas também tomaram consciência de como estavam pensando as estratégias para chegar às soluções.

Logo no início das atividades, os estudantes mostraram que entenderam a importância de compreender bem o problema (Etapa 1 de Polya) antes de começar a resolvê-lo. Eles relataram que: *"procurando ler, escutar e observar a explicação"* (Grupo A) e *"a gente primeiro aprendeu, prestou atenção na explicação"* (Grupo D). Essas falas mostram que os estudantes dedicaram um tempo para assimilar as informações, entender o que era pedido e quais dados tinham disponíveis, isto é, exatamente como recomenda a primeira etapa do método de Polya.

Depois de entender o problema, os estudantes passaram para a fase de pôr a mão na massa. Eles contaram que: *"Explicando no quadro, a gente começou a perceber e começou a fazer"* (Grupo D) e *"Raciocinamos pra encontrar o melhor jeito de fazer"* (Grupo D). Isso revela dois momentos importantes: primeiro, que a explicação no quadro os ajudou a visualizar como resolver (elaborar o plano); segundo eles colocaram esse plano em prática (execução),

testando e aplicando os conceitos de semelhança de triângulos na situação real conforme estabelecido nas etapas 2 e 3 de Polya (1978).

Uma surpresa positiva foi ver que os estudantes durante as etapas da oficina desenvolveram o hábito de verificar seus resultados (etapa 4 de Polya), tanto dentro como também fora do seu grupo. Eles mencionaram diferentes formas de conferir se estavam certos: "*conferia somente no nosso grupo*" (Grupo A), "*a gente fazia e dava uma olhada pra ver se realmente estava certo*" (Grupo B), "*olhava o que os outros grupos também tinham calculado*" (Grupo B). Esta última fala mostra que eles não se contentam em apenas terminar a atividade, ou seja, estavam indo além disso, eles queriam validar seus resultados com os colegas, comparando métodos e respostas. Essa atitude de reflexão final é justamente o que Polya (1978) considera a etapa mais importante para consolidar o aprendizado.

4.4.5 Categoria 5: Mediação Docente e Suporte

A análise mostrou que a atuação como professor na figura do mediador durante a oficina foi um ponto de suma importância para o andamento das atividades propostas. As falas dos estudantes destacam dois aspectos complementares e cruciais desse suporte: o atendimento individualizado e o fornecimento de instruções claras, que, juntos, criaram um ambiente propício à aprendizagem.

4.4.5.1 Subcategoria: Importância do Atendimento Individualizado

Os depoimentos dos estudantes deixam claro que o acompanhamento personalizado, "*de grupo em grupo*", foi decisivo para que superassem suas dificuldades. Sendo registrados nas seguintes falas: "*A atitude que o senhor teve de grupo em grupo ajudou*" (Grupo A), "*A presença do professor foi fundamental*" (Grupo D) e "*se não fosse pela explicação e o senhor ajudando no nosso pé, a gente não conseguiria resolver como resolveu*" (Grupo B), essas vão além de um agradecimento. Elas indicam que a mediação individualizada atuou como uma facilitadora da zona de desenvolvimento proximal dos estudantes.

Conceito cunhado por Vygotski, essa "zona" representa a distância entre o que um estudante consegue fazer sozinho e o que ele é capaz de realizar com a orientação de um parceiro mais capaz. Ao circular entre os grupos, oferecendo ideias, questionamentos e suportes específicos para cada dificuldade encontrada, o mediador não deu as respostas, mas forneceu o

suporte cognitivo necessário para que eles próprios construíssem a solução. A fala contundente do Grupo B, *"a gente não conseguiria"*, é uma prova que a intervenção foi o elemento que permitiu a transição da dificuldade para a compreensão, assegurando que nenhum grupo ficasse para trás.

4.4.5.2 Subcategoria: Instruções e explicações

Em paralelo ao suporte individual, as explicações e instruções fornecidas coletivamente demonstraram ser fundamentais para estruturar o raciocínio dos estudantes. As falas *"As explicações ajudaram a montar o raciocínio"* (Grupo A) e *"a partir da explicação do senhor... a gente começou a perceber"* (Grupo D) mostram que as intervenções verbais e exposições no quadro funcionam como organizadores prévios, dando o suporte necessário para o planejamento, desenvolvimento e execução das etapas da oficina.

Essas explicações não serviram para dar a resposta, mas para montar a construção do raciocínio que os estudantes puderam utilizar para planejar e executar suas ações. Elas atuaram como uma ponte entre o conhecimento abstrato e a aplicação concreta, permitindo que surgissem ideias (*"a gente começou a perceber"*). Isso está alinhado com a visão de Polya (1978), para quem o professor deve agir como um facilitador que orienta o processo, e não como um transmissor de soluções. Suas instruções forneceram o arcabouço conceitual que, somado ao atendimento individual, permitiu que a aprendizagem significativa ocorresse.

Em síntese, a mediação docente nesta oficina mostrou-se uma combinação eficaz de suporte generalizado (instruções claras para todos) e suporte personalizado (atendimento a grupos específicos). Essa estratégia foi essencial para criar um ambiente onde os estudantes se sentiram seguros para investigar, errar e, finalmente, compreender, enaltecendo que a figura do professor-mediador é indispensável para o êxito de metodologias ativas como a Resolução de Problemas.

4.4.6 Categoria 6: Contextualização Histórica e sua Influência

Nessa categoria analisamos como a contextualização histórica influenciou no desenvolvimento e compreensão das etapas da oficina.

4.4.6.1 Subcategoria: Motivação através da Narrativa Histórica

Os estudantes perceberam a importância da narrativa histórica como elemento motivador, ao despertar a curiosidade a respeito dos fatos, tornando a oficina mais interessante aos olhares deles, a partir das seguintes fala: *"motivou a procurar mais saber sobre isso"* (Grupo A), *"pra mim foi muito motivante, pois dá um reconhecimento pela história dele"* (Grupo D).

4.4.6.2 Subcategoria: Reconhecimento da Matemática como Construção Humana

No que diz respeito ao reconhecimento da Matemática como construção humana, os estudantes tiveram a oportunidade de compreender a importância da Matemática enquanto ciência da resolução de problemas da humanidade, no qual observamos nas seguintes falas: *"coisas de antigamente... são mais interessantes"* (Grupo B), *"trazer uma história de antes e reproduzir hoje... foi muito bom"* (Grupo B). *"(...)pois dá um reconhecimento pela história dele que se realizou, fazendo a medida da pirâmide somente com um pedaço de madeira e uma fita, que eu até achei impossível"* (Grupo D).

4.5 Discussão Integrada: A oficina como dispositivo de aprendizagem significativa

Ao analisarmos de forma conjunta os resultados obtidos ao longo das etapas da oficina, observamos que eles vão além de um conjunto de dados, na verdade percebemos um retrato vivo do processo de construção do conhecimento dos estudantes do 9º ano quando colocados diante de situações concretas e desafiadoras. A observação direta, as produções escritas e as entrevistas semiestruturadas, quando analisadas em profundidade, revelaram convergências importantes que merecem ser compreendidas à luz dos três pilares que sustentaram esta pesquisa.

4.5.1 A experimentação como organizador prévio concreto

Um dos pontos mais significativos desta pesquisa refere-se ao papel da experimentação como elemento estruturante da aprendizagem. Os estudantes chegaram à oficina sem conhecimento formal sobre o Teorema de Tales, conforme confirmado pela

professora da turma e pelos próprios estudantes, no entanto, mencionaram que já haviam tido o contato com Geometria de um modo geral. Em termos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, tratava-se de uma situação em que os subsunçores específicos para o desenvolvimento desse conteúdo estavam ausentes ou pouco desenvolvidos.

Diante dessa realidade, a experimentação atuou como um organizador prévio de natureza concreta. Diferentemente dos organizadores prévios tradicionais, que são materiais introdutórios de caráter verbal ou conceitual (Moreira, 2006), os experimentos realizados na oficina que foram os seguintes: o cálculo da altura pela sombra, o cálculo da largura do rio e o cálculo do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna, forneceram uma experiência corporal e sensorial que serviu de âncora para os conceitos abstratos que foram posteriormente formalizados durante a atividade de consolidação da aprendizagem.

A eficácia desse dispositivo fica evidente nas falas dos estudantes. O Grupo C mencionou: *“A gente entende mais quando coloca a mão na massa”*. O Grupo D complementou: *“Dá mais conhecimento e foco”*. Essas manifestações são consideradas importantes, pois elas indicam que a experimentação criou um espaço de experiência (Dewey, 1959) no qual os estudantes puderam, antes de lidar com símbolos matemáticos, vivenciar as relações de proporcionalidade de forma real.

A análise das produções escritas corrobora essa interpretação. Na Etapa 1, mesmo sem terem estudado o Teorema de Tales nem a semelhança de triângulos, os grupos A, C e D conseguiram estabelecer corretamente as relações de proporcionalidade nas figuras apresentadas. O Grupo C, por exemplo, foi além: após calcular $\frac{36}{18} = 2$, isto é, eles realizaram a prova real da divisão, demonstrando uma preocupação com a validação do resultado que, segundo um estudante do grupo, vinha do entendimento de que *“se errar a conta no começo, erra tudo no final”*. Essa atitude de verificação sistemática sugere que os estudantes não estavam operando mecanicamente, sem se importarem com a lógica do que estavam fazendo, pelo contrário, eles internalizaram a lógica da proporcionalidade a partir da vivência experimental.

Diante disso, é importante compreender que a experimentação não substituiu a formalização conceitual, no entanto ela pode vir a servir como preparação para aumentar a capacidade de compreensão sobre o tema, quando trabalhadas de forma integrada.

A apresentação inicial do desafio de Tales e a demonstração do Teorema, embora breves, foram suficientes para que os estudantes, ao retornarem aos exercícios escritos, estabelecessem as correspondências corretas entre os segmentos. Esse fenômeno pode ser

compreendido pela noção de organizador prévio de Ausubel, tendo em vista que, a experiência concreta, por estar em um nível mais alto de abstração (no sentido de ser mais geral e inclusiva do que as relações específicas entre segmentos), funcionou como uma ponte entre o que os estudantes já sabiam (noções intuitivas de proporção) e o que precisavam aprender (a formalização do Teorema de Tales).

4.5.2 A metodologia da Resolução de Problemas como elemento estruturante do Pensamento Matemático

Ao longo das etapas da oficina, a Metodologia da Resolução de Problemas, conforme proposta por Polya (1978), não foi aplicada de forma explícita como um conteúdo a ser ensinado seguindo rigorosamente as etapas, mas sim como uma estrutura que orientou a condução das atividades. Essa escolha foi deliberada e amparada pelo contexto da pesquisa: tratando-se de uma pesquisa-intervenção realizada em uma turma com a qual não havia vínculo prévio, optamos por não impor uma sistematização rígida das etapas. O objetivo foi preservar a fluidez das atividades e conceder aos estudantes liberdade para criar suas próprias estratégias de resolução, evitando que a oficina se tornasse excessivamente diretiva ou cansativa, o que poderia comprometer o engajamento, um dos indicadores centrais da pesquisa.

Os dados mostram que, mesmo sem a explicitação formal do método, os estudantes, ainda que de maneira não sistematizada, percorreram as quatro etapas propostas por Polya. Essa apropriação espontânea sugere que a estrutura do método não precisa ser ensinada como um conteúdo à parte para que seja mobilizada; ela pode emergir da própria organização das atividades, desde que o ambiente favoreça, a reflexão, o planejamento e a validação das soluções, esses, elementos que estiveram presentes ao longo de toda a oficina.

Na etapa 1 (Compreensão do problema) As falas "*procurando ler, escutar e observar a explicação*" (Grupo A) e "*a gente primeiro aprendeu, prestou atenção na explicação*" (Grupo D) indicam que os estudantes dedicaram tempo inicial para entender o que estava sendo pedido em conjunto com o mediador. Essa atitude, embora pareça trivial, não é automática em contextos escolares tradicionais, onde frequentemente os estudantes iniciam a resolução sem uma compreensão adequada do problema, focados apenas no processo de resolução de um algoritmo (Onuchic; Allevato, 2004).

Nas etapas 2 e 3 (Elaboração e execução do plano (Etapas 2 e 3) os estudantes relataram que, a partir das explicações iniciais, "*começaram a perceber e começaram a fazer*" (Grupo D). A estratégia de esboçar desenhos, observada especialmente nos Grupos A e C, que

utilizaram a própria figura para estabelecer as relações de proporcionalidade, revela um esforço de tornar o problema visualmente manipulável antes de partir para os cálculos. O Grupo C, inclusive, redesenhava as figuras no caderno como forma de ampliar a compreensão das correspondências entre os triângulos, tendo assim, uma estratégia que demonstra que houve a busca por um plano antes da execução.

Por fim, na etapa 4 (Verificação e reflexão), a rotina de conferir os resultados emergiu espontaneamente em vários grupos. O Grupo B mencionou: *“a gente fazia e dava uma olhada pra ver se realmente estava certo. Olhava o que os outros grupos também tinham calculado”*. Essa atitude de validação coletiva vai além do que Polya (1978) prevê como verificação individual; ela adiciona uma dimensão social à etapa final, potencializando a reflexão por meio da comparação de estratégias e resultados.

Um dado particularmente revelador sobre a apropriação do método de Polya (1978) foi o erro do Grupo B na montagem da regra de três na Etapa 1. Enquanto os demais grupos acertaram a correspondência entre os segmentos, o Grupo B se equivocou na escolha dos lados correspondentes. Esse erro, quando analisado à luz da metodologia de Polya (1978), ocorreu na fase de elaboração do plano, não na fase de compreensão do problema. Os estudantes compreenderam que se tratava de uma relação de proporcionalidade entre triângulos semelhantes, mas falharam ao selecionar quais segmentos comparar. Esse diagnóstico é importante porque indica que a ancoragem conceitual já havia ocorrido, visto que, eles sabiam *o que fazer*, mas a estratégia de *como fazer* ainda estava em desenvolvimento.

4.5.3 A Colaboração como catalisador da Aprendizagem Significativa

Os dados revelaram que a aprendizagem não ocorreu apenas na relação indivíduo-conteúdo, mas foi profundamente mediada pelas interações entre os estudantes. A Teoria da Atividade (Engeström, 1999, 2001) oferece um arcabouço produtivo para compreender esse fenômeno.

A oficina representou uma mudança no objeto da atividade: de “aprender uma fórmula” (no ensino tradicional) para “resolver um problema real” (na proposta experimental). Essa mudança alterou as ferramentas (do quadro e giz para fitas métricas, lanternas e sombras), as regras (centralizadas no professor para descentralizadas nos grupos) e a divisão de trabalho (de individual para colaborativa). A resistência inicial observada pode ser interpretada como um conflito entre a atividade tradicional e a nova abordagem da proposta.

A superação desse conflito, no entanto, foi desigual entre os grupos. O Grupo D,

que manteve engajamento “ótimo” (nota 5) em todas as etapas, foi também o que mais enfatizou a colaboração em suas falas: *“o conhecimento de um ajudava o do outro”*, *“quando um não sabia divisão, passava para o outro”*, *“a gente ficava se ajudando”*. Esses relatos indicam que, nesse grupo, a divisão de trabalho não foi uma simples repartição de tarefas, mas uma mediação recíproca na qual os membros atuavam como parceiros mais capazes uns para os outros, em diferentes momentos e para diferentes conteúdos.

Em contrapartida o Grupo A, que teve seu engajamento reduzido a 2 (dois) participantes na Etapa 3, relatou que *“praticamente eu fiz sozinho”* (p. 103). A ausência de alguns integrantes na etapa do rio expôs a fragilidade de uma dinâmica de grupo que não havia consolidado mecanismos de colaboração robustos. Esse contraste revela que a simples formação de grupos não garante, por si só, a aprendizagem colaborativa, ou seja, é necessário que o professor atue como mediador para promover uma divisão de trabalho que seja, de fato, formativa para todos os membros.

A interação entre grupos observada em *“a gente passava ensinando nos outros grupos”* (Grupo B) e *“discutimos os resultados dentro e fora do nosso grupo”* (Grupo D), representa um nível ainda mais sofisticado de colaboração. Quando um estudante ensina um colega de outro grupo, ele não apenas demonstra domínio do conteúdo, mas assume o papel de agente de sua própria aprendizagem e da aprendizagem do outro. Esse movimento de *“ensinar para aprender”* está na base da aprendizagem significativa crítica, pois envolve a capacidade de explicar, justificar e reformular o conhecimento para diferentes interlocutores (Moreira, 2006).

4.5.4 A História da Matemática como Elemento Motivador e Epistemológico

A introdução da narrativa histórica sobre Tales de Mileto cumpriu um duplo papel: um no plano motivacional e outro no plano epistemológico.

No plano motivacional, os estudantes reconheceram que a história despertou curiosidade e engajamento. As falas *“motivou a procurar mais saber sobre isso”* (Grupo A) e *“pra mim foi muito motivante, pois dá um reconhecimento pela história dele”* (Grupo D) indicam que a narrativa histórica não foi um adorno, mas um elemento que gerou uma disposição afetiva favorável à aprendizagem, essa, uma das condições necessárias para a aprendizagem significativa, conforme Ausubel, Novak e Hanesian (1978).

No plano epistemológico, a história permitiu que os estudantes percebessem a Matemática como uma construção humana e não como um conjunto de verdades concluídas,

nem de fórmulas prontas para serem aplicadas. A fala do Grupo B é emblemática: “*coisas de antigamente... são mais interessantes*”, e “*trazer uma história de antes e reproduzir hoje... foi muito bom*”. Essas manifestações sugerem que, ao reproduzir o experimento de Tales, os estudantes não apenas aprenderam um conteúdo, mas compreenderam que a Matemática é uma prática que se desenvolve ao longo do tempo, respondendo a problemas concretos vivenciados pela humanidade.

Essa compreensão está alinhada com o que D'Ambrósio (2009) denomina por etnomatemática, isto é, o reconhecimento de que diferentes culturas e épocas produzem conhecimentos matemáticos que respondem a suas necessidades. Ao situar o Teorema de Tales em seu contexto histórico, a oficina contribuiu para que os estudantes não apenas aprendessem o Teorema, mas também compreendessem sua função como ferramenta de medição de grandezas inacessíveis, exatamente a mesma função que ele cumpriu para Tales ao medir a altura da pirâmide, além disso, mostrar que podem ser transportados também para outras situações em diferentes contextos, como no caso da medição do diâmetro da superfície iluminada pela lanterna.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao retomarmos o objetivo principal que nos guiou durante esse estudo, temos que a presente pesquisa teve como objetivo investigar os efeitos de uma oficina de Matemática, fundamentada na experimentação, na metodologia da resolução de problemas e na aprendizagem significativa, para a aprendizagem do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. A partir de uma abordagem de natureza qualitativa, do tipo pesquisa-intervenção, na qual buscamos compreender não apenas os resultados obtidos, mas, sobretudo, os processos de construção do conhecimento mobilizados ao longo da experiência.

Os dados coletados foram produzidos a partir da observação direta do pesquisador, das produções escritas pelos estudantes durante as resoluções dos problemas propostos e atividades de consolidação da aprendizagem, e das entrevistas semiestruturadas realizadas com os estudantes, os quais nos permitiram evidenciar que a oficina intitulada "*A Matemática de Tales: uma proposta de atividade experimental para o Ensino Fundamental*" se configurou como um dispositivo pedagógico com potencial para a promoção da aprendizagem significativa do Teorema de Tales e semelhança de triângulos, visto que os estudantes não apenas resolveram as situações propostas, mas atribuíram sentido aos conceitos matemáticos trabalhados ao longo das etapas da oficina, articulando-os com experiências concretas e com seu cotidiano, o que corrobora a ideia de que a aprendizagem ocorre de maneira mais efetiva quando novos conhecimentos se relacionam de forma não arbitrária à estrutura cognitiva do sujeito (Ausubel, Novak e Hanesian, 1978; Moreira, 2006).

Ao tratarmos do primeiro eixo de análise, foi possível identificar que a experimentação desempenhou um papel estruturante no processo de aprendizagem, atuando como um organizador prévio de natureza concreta. Ao vivenciarem situações como o cálculo da altura por meio da sombra, a determinação da largura de um "rio" simulado e o cálculo do diâmetro por projeção de luz, os estudantes puderam estabelecer relações de proporcionalidade de maneira intuitiva, antes mesmo da formalização conceitual. Essa vivência favoreceu a ancoragem dos novos conhecimentos em estruturas cognitivas já existentes, em consonância com a perspectiva de que a experiência constitui elemento central no processo educativo (Dewey, 1959). As falas dos estudantes reforçam que a prática experimental não foi complementar ao processo de aprendizagem, mas central na construção do conhecimento.

No segundo eixo, a análise nos revelou que a metodologia da resolução de problemas atuou como elemento estruturante do pensamento matemático no decorrer das etapas

da oficina, mesmo sem ter sido apresentada de forma explícita como um conteúdo de maneira pragmática. Os estudantes demonstraram percorrer, ainda que de maneira não sistematizada, as etapas propostas por Polya (1978), que são: compreensão, elaboração, execução e verificação, mobilizando entre si estratégias próprias de resolução. Esse resultado reforça a concepção de que aprender Matemática implica desenvolver formas de pensar e investigar, que vão além da aplicação de procedimentos e resoluções de algoritmos (Polya, 1978; Onuchic; Allevato, 2004).

O terceiro eixo de análise revelou que a aprendizagem foi profundamente mediada pelas interações sociais intra e entre os grupos. A dinâmica de trabalho em grupo favoreceu a construção coletiva do conhecimento, promovendo a troca de saberes, o apoio mútuo e o desenvolvimento de estratégias compartilhadas. Em diversos momentos, os próprios estudantes assumiram também o papel de mediadores, explicando conceitos e auxiliando colegas, o que potencializou significativamente a aprendizagem. Tal dinâmica está alinhada à concepção sociocultural do desenvolvimento, segundo a qual o avanço cognitivo ocorre por meio da interação social e da mediação (Vygotski, 2007). Cabe destacar, contudo, que os desafios identificados ao longo da oficina revelaram que a colaboração exige mediação docente intencional para se efetivar como prática verdadeiramente formativa.

A mediação do professor mostrou-se, nesse contexto, um elemento central para o êxito da proposta. O atendimento individualizado, aliado às explicações coletivas, possibilitou a superação de dificuldades e favoreceu a construção progressiva do raciocínio matemático. Ao atuar como mediador, o professor criou condições para que os estudantes avançassem em sua zona de desenvolvimento proximal, promovendo aprendizagens que dificilmente seriam alcançadas de forma isolada (Vygotski, 2007).

Outro aspecto relevante apresentado pela pesquisa foi o papel da contextualização histórica como elemento formativo e motivador. A narrativa sobre o matemático Tales de Mileto contribuiu para despertar o interesse dos estudantes e promover a compreensão da Matemática como uma construção humana, histórica e situada (num contexto cultural específico). Essa perspectiva dialoga com a abordagem da etnomatemática, que reconhece a produção do conhecimento matemático como resultado de práticas culturais e necessidades sociais concretas (D'Ambrosio, 2009).

De forma integrada, os resultados indicam que a articulação entre experimentação, resolução de problemas, trabalho colaborativo e contextualização de situações concretas constitui um caminho promissor para o ensino de Matemática. Essa articulação vai além da compreensão conceitual, promovendo nos estudantes uma postura investigativa e crítica diante do conhecimento, aspecto central da aprendizagem significativa crítica (Moreira, 2006).

No entanto, a pesquisa também apresentou limitações importantes que necessitam ser consideradas, especialmente no que se refere às dificuldades dos estudantes com operações aritméticas básicas. Esse aspecto aponta para a necessidade de um trabalho pedagógico integrado, que articule o desenvolvimento conceitual com o fortalecimento de habilidades fundamentais, de modo a evitar que lacunas procedimentais comprometam a aprendizagem de conceitos mais complexos. Além disso, no que diz respeito ao alcance do estudo, a intervenção foi realizada com um grupo reduzido de 17 estudantes de uma única turma de escola pública, o que não permite a generalização ou extrapolação dos resultados para outros contextos educacionais. Trata-se, portanto, de um estudo de natureza situada, cujos achados devem ser compreendidos à luz das condições específicas em que foi desenvolvido.

Nesse mesmo cenário de limitações, é importante reconhecer que as dificuldades aritméticas observadas não foram tratadas como falhas dos estudantes, mas como parte constitutiva do processo de aprendizagem. À luz da tipologia proposta por Radatz (1980), os erros identificados ao longo das atividades revelaram padrões que puderam ser diagnosticados e trabalhados pelo pesquisador durante a própria execução da oficina, especialmente aqueles relacionados à execução dos cálculos de proporções com números decimais. Essa perspectiva vai ao encontro do que a Aprendizagem Significativa Crítica propõe: o erro não como fim, mas como ponto de partida para a reorientação do processo pedagógico, favorecendo a construção de um conhecimento mais sólido e duradouro (Radatz, 1980; Moreira, 2006).

Como sugestões para a prática docente, os resultados reforçam a importância de práticas pedagógicas que contemplem o uso das metodologias ativas, a mediação pedagógica intencional e a valorização da experiência como elemento constitutivo do aprendizado. Além disso, evidenciam que o ensino de Matemática pode se beneficiar significativamente de abordagens que promovem o elo entre teoria e prática, favorecendo uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e duradoura.

Por fim, esta pesquisa corrobora que o ensino de Matemática tanto pode como deve ir além da mera transmissão de procedimentos algorítmicos, constituindo-se como um espaço genuíno de investigação e construção de sentidos. Como aponta Paulo Freire (1996, p. 47), "ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção". Nesse sentido, a oficina *"A Matemática de Tales: uma proposta de atividade experimental para o Ensino Fundamental"* demonstrou que, quando o estudante é colocado no centro do processo e convidado a experimentar, refletir e interagir, a aprendizagem torna-se não apenas possível, mas profundamente significativa.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Katia Faria de; ROCHA, Marisa Lopes da. **Ligações perigosas e alianças insurgentes**: subjetividades e movimentos urbanos. 2003. Tese (Doutorado em Psicologia Social) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

ARAÚJO JUNIOR, Antonio Henrique de; VIAGI, Arcione Ferreira. Investing better: efficiency and inequalities in Brazilian education financing. **Revista Ciências Exatas**, [S. l.], v. 31, n. 2, 2025. DOI: 10.69609/1516-2893.2025.

ASSUNÇÃO, Jeneffer Araújo de; MOREIRA, Marco Antônio; SAHELICES, Concesa Caballero. A resolução de problemas como estratégia metodológica de ensino, fundamentada na teoria da aprendizagem significativa: uma análise quantitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 13, n. 3, p. 202-223, set./dez. 2020.

AUSUBEL, David P. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York: Grune and Stratton, 1968.

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Educational psychology: a cognitive view**. 2. ed. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1978.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016. 279 p.

BORASI, Raffaella. Exploring mathematics through the analysis of errors. **For the Learning of Mathematics**, v. 7, n. 3, p. 2-8, 1987. Disponível em: <https://flm-journal.org/Articles/1BC86AB890488329213E250241A63D.pdf>. Acesso em: 10 maio 2024.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório do Saeb 2023**: dados de proficiência. Volume 1. Brasília, DF: Inep, 2026. Disponível em: https://download.inep.gov.br/saeb/resultados/relatorio-saeb_volume_1_2023.pdf. Acesso em: 12 ago. 2025.

BRASIL. [Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996]. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, DF: Presidência da República, [1996]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: 11 maio 2025.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

BRUNER, Jerome S. **Toward a theory of instruction**. Cambridge: Harvard University Press, 1966.

CARLOMAGNO, Márcio C.; ROCHA, Leonardo Caetano da. Como criar e classificar categorias para fazer análise de conteúdo: uma questão metodológica. **Revista Eletrônica de Ciência Política**, [S. l.], v. 7, n. 1, 2016.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Transdisciplinaridade**. 2. ed. São Paulo: Palas Athena, 2009.

DAMIANI, Magda Floriana; ROCHEFORT, Renato Siqueira; CASTRO, Rafael Fonseca de; DARIZ, Marion Rodrigues; PINHEIRO, Silvia Siqueira. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 45, p. 57-67, maio/ago. 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/index.php/caduc/article/view/3822>. Acesso em: 15 maio 2025.

DANIELS, Harry (org.). **Uma introdução a Vygotsky**. São Paulo: Edições Loyola, 2001.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Teláris matemática**: ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

DENZIN, Norman K. **The research act**: a theoretical introduction to sociological methods. London: Routledge, 2017.

DEWEY, John. **Experiência e educação**. Tradução de Anísio Teixeira. São Paulo: Nacional, 1959.

ENGESTRÖM, Yrjö. Activity theory as individual and social transformation. In: ENGESTRÖM, Yrjö; MIETTINEN, Reijo; PUNAMÄKI, Raija-Leena (ed.). **Perspectives on activity theory**. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. p. 19-38.

ENGESTRÖM, Yrjö. Expansive learning at work: toward an activity-theoretical conceptualization. **Journal of Education and Work**, v. 14, n. 1, p. 133-156, 2001.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes (org.). **Didática e interdisciplinaridade**. 13. ed. Campinas: Papirus, 2012.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2009. 228 p.

FLICK, Uwe. **Qualidade na pesquisa qualitativa**. Tradução de Roberto Cataldo Costa. São Paulo: Bookman; Artmed, 2009.

FUSON, Karen C. Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers. In: LEINHARDT, Gaea; PUTNAM, Ralph; HATTRUP, Rosemary A. (ed.). **Analysis of arithmetic for mathematics teaching**. New York: Routledge, 2020. cap. 2, p. 53-187.

HIEBERT, James; GROUWS, Douglas A. The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In: LESTER, Frank K. (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Charlotte: Information Age Publishing, 2007. p. 371-404.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade**: 9º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

KAMII, Constance; HOUSMAN, Leslie Baker. **Young children reinvent arithmetic**: implications of Piaget's theory. 2. ed. New York: Teachers College Press, 2000.

KAPUR, Manu. Eliciting and building upon student-generated solutions: evidence from productive failure. In: MANALO, Emmanuel; UESAKA, Yuri; CHINN, Clark A. (ed.). **Promotion of students' spontaneous use of effective learning strategies**. Singapore: Springer, 2020.

KOZULIN, Alex; GINDIS, Boris; AGEYEV, Vladimir S.; MILLER, Suzanne M. (ed.). **Vygotsky's educational theory in cultural context**. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

LIKERT, Rensis. A technique for the measurement of attitudes. **Archives of Psychology**, New York, n. 140, p. 1-55, 1932.

LIMA, Katia. **Por que meus alunos não sabem frações?**: desafios e propostas para o ensino de razão e proporção. 2. ed. São Paulo: Penso, 2019.

LINTZ, Rubens Gouvêa. **História da matemática**. 2. ed. rev. Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 2007.

LITHNER, Johan. A research framework for creative and imitative reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, v. 67, n. 3, p. 255-276, 2008.

LORENZATO, Sergio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. São Paulo: EPU, 2018.

LUPINACCI, Vera Lúcia Martins; BOTIN, Mara Lúcia Muller. Resolução de problemas no ensino da matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais [...]**. Recife: SBEM, 2004. p. 1.

MACEDO, Sônia Maria de; SILVA, Michelsch João da; FOLMER, Vanderlei; MARZARI, Mara Regina Bonini. Contribuições e desafios da experimentação no ensino de matemática: uma revisão integrativa de literatura. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 14, n. 33, p. 01-22, 2025. DOI: 10.33871/rpem.2025.14.33.10066. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/10066>. Acesso em: 26 dez. 2025.

MAFRA, José Ricardo; SÁ, Pedro Franco de. Uma perspectiva teórica para o ensino de matemática por atividades experimentais. **Revista Exitus**, Santarém, v. 13, p. 01-21, e023003, 2023.

MANZINI, Eduardo José. Considerações sobre a elaboração de roteiro para entrevista semiestruturada. In: MARQUEZINE, M. C.; ALMEIDA, M. A.; OMOTE, S. (org.). **Colóquios sobre pesquisa em educação especial**. Londrina: Eduel, 2003. p. 11-25.

MANZINI, Eduardo José. Entrevista semiestruturada: análise de objetivos e de roteiros. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS, 2., 2004, Bauru. **A pesquisa qualitativa em debate: anais [...]**. Bauru: USC, 2004.

MELO, Válber Márcio de Argolo; QUEIROZ, José Carlos de Santana. O uso de organizadores prévios no ensino de funções de duas variáveis. **Revista Sociedade Científica**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 2476-2493, 2024.

MENDES, Luiz Otavio Rodrigues; OLIVEIRA, Ana Beatriz de; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Aprendizagem significativa crítica no ensino-aprendizagem de matemática via resolução de problemas sob o olhar de licenciandos. **ACTIO: Docência em Ciências**, Curitiba, v. 9, n. 1, p. 1-22, 2024. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/17592>. Acesso em: 11 maio 2026.

MONTEIRO, Roberta Borges; LARANJEIRA, Suyanne Rodrigues Alves; ANDRADE, Leyde Dayane Martinho de; NETO, Jucicleia Gomes Ribeiro. Contribuição da resolução de problemas como metodologia de ensino de matemática. **Revista REAMEC**, Cuiabá, v. 8, n. 2, p. 57-68, maio/ago. 2020.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora da UnB, 2006.

MOREIRA, Marco Antônio. Ensino de ciências: críticas e desafios. **Experiências em Ensino de Ciências**, Cuiabá, v. 16, n. 2, p. 1-10, 2021.

MOREIRA, Marco Antônio. Mapas conceituais e aprendizagem significativa. In: MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Livraria da Física, 2012. p. 41-57.

MOREIRA, Marco Antônio. O que é afinal aprendizagem significativa? **Revista Cultural La Laguna**, Espanha, 2012.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Catalyzing change in middle school mathematics**: initiating critical conversations. Reston: NCTM, 2020.

NOVA ESCOLA. Conheça os principais pontos em cada unidade temática de matemática. **Nova Escola**, [S. l.], 2024. Disponível em: <https://novaescola.org.br/bncc/conteudo/34/conheca-os-principais-pontos-em-cada-unidade-tematica-de-matematica>. Acesso em: 12 ago. 2024.

NUNES, Célia Barros. **O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas**: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. 2010. 430 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2010.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Children doing mathematics**. Oxford: Blackwell, 1996.

OLIVEIRA, Silvaney de; GUIMARÃES, Orliney Maciel; FERREIRA, Jacques de Lima. As entrevistas semiestruturadas na pesquisa qualitativa em educação. **Revista Linhas**, Florianópolis, v. 24, n. 55, p. 210-236, 2023.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2004.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

OYADOMARI, José Carlos Tiomatsu; SILVA, Paulino Leite da; RICCIO, Edson Luiz. Pesquisa intervencionista: um ensaio sobre as oportunidades para pesquisa brasileira em contabilidade gerencial. In: ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS CONTÁBEIS, 5., 2011, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: ANPCONT, 2011.

PELIZZARI, Adriana; KRIEGL, Maria de Lurdes; BARON, Márcia Pirih; FINCK, Nelcy Teresinha Lubi; DOROCINSKI, Solange Inês. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **Revista PEC**, Curitiba, v. 2, n. 1, p. 37-42, jul. 2001/jul. 2002.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POZO, Juan Ignacio. **Teorias cognitivas da aprendizagem**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RADATZ, Hendrik. Students' errors in the mathematics learning process: a survey. **For the Learning of Mathematics**, v. 1, n. 1, p. 16-20, 1980.

REASON, Peter; BRADBURY, Hilary (ed.). **The SAGE handbook of action research: participative inquiry and practice**. 2. ed. London: SAGE, 2008.

REBELO, Mauro de Freitas; BARRETO, Cristine Costa (org.). **Estratégias de ensino voltadas para a aprendizagem**. Rio de Janeiro: CECIERJ, 2014.

ROCHA, Marisa Lopes da. **Do tédio à cronogênese: uma abordagem ético-estético-política da prática escolar**. 1996. Tese (Doutorado em Psicologia Social) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1996.

ROCHA, Marisa Lopes da. Formação e prática docente: implicações com a pesquisa-intervenção. In: MACIEL, I. M. (org.). **Psicologia e educação: novos caminhos para a formação**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2001. p. 175-191.

ROSA, Carlos Augusto de Proença. **História da ciência**: da antiguidade ao renascimento científico. 2. ed. Brasília: FUNAG, 2012.

SANTOS, Rosana Perleto dos. **As dificuldades e possibilidades de professores de matemática ao utilizarem o software GeoGebra em atividades que envolvem o Teorema de Tales**. 2010. 143 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

SCHOENFELD, Alan H. **Mathematical thinking and problem solving**. New York: Routledge, 2020.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4. ed. Florianópolis: UFSC, 2005.

SILVA, João Batista da. A teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel: uma análise das condições necessárias. **Revista Contemporânea de Educação**, Rio de Janeiro, v. 15, n. 35, p. 70-89, set./dez. 2020.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; LISBOA, Paulo Henrique. **Fascínio da matemática**: antiguidade e renascimento — caderno do professor. Porto Alegre: Penso, 2021.

SOUZA, José Raul de; SANTOS, Simone Cabral Marinho dos. Análise de conteúdo em pesquisa qualitativa: modo de pensar e de fazer. **Pesquisa e Debate em Educação**, Juiz de Fora, v. 10, n. 2, p. 1396-1416, jul./dez. 2020.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VAN DE WALLE, John A.; KARP, Karen S.; BAY-WILLIAMS, Jennifer M. **Elementary and middle school mathematics**: teaching developmentally. 10. ed. Nova York: Pearson, 2019.

VYGOTSKI, Lev Semenovich. **A formação social da mente**. Tradução de José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA.

- 1– Por que você considera a Matemática importante?
- 2– Como você descreve seu interesse por Matemática?
- 3– Onde você vê a Matemática no seu dia a dia?
- 4– Você já estudou geometria antes? Foi mais teórico, prático ou os dois?
- 5– Você achou que seria possível calcular a altura de alguém sem tocá-la? Como se sentiu ao descobrir?
- 6– Os materiais foram suficientes? O que poderia ser melhorado?
- 7– O trabalho em grupo ajudou na resolução? Como?
- 8– Atividades práticas como essa facilitam seu aprendizado? Por quê?
- 9– Atividades práticas como essa contribuem mais para o aprendizado quando realizadas em grupo ou individual? Porquê?
- 10– Como seu grupo leu e discutiu o problema antes de começar?
- 11– As explicações iniciais ajudaram a planejar a solução? De que forma?
- 12– Você acha que o atendimento individual, feito grupo por grupo contribuiu para a conclusão da oficina?
- 13– Vocês conferiram os resultados ao final? Como?
- 14– A história de Tales motivou você durante a atividade? Por quê?
- 15– Dos experimentos realizados na oficina qual o que mais te surpreendeu?
- 16– O que você faria diferente se fosse repetir a atividade?

APÊNDICE B – TRANSCRIÇÃO DAS ENTREVISTAS

Grupo A

1– Por que você considera a Matemática importante?

Porque você tem (Matemática) em tudo.

2– Como você descreve seu interesse por Matemática? Que nota se daria ao seu desempenho?

Eu me dedico, minha nota seria 7 ou 8, mas poderia melhorar.

3– Onde você vê a Matemática no seu dia a dia?

No meu curso tem demais, eu faço curso de caldeiraria e mexe (trabalha) muito com Matemática.

4– Você já estudou geometria antes? Foi mais teórico, prático ou os dois?

Já tinha estudado, mas apenas na forma teórica, só no quadro.

5– Você achou que seria possível calcular a altura de alguém sem tocá-la? Como se sentiu ao descobrir?

50% a 50% de possibilidade (de dar certo ou errado), não tinha certeza, me senti surpreso com o resultado, pois não achei que seria possível calcular a altura apenas com a medida do tamanho da sombra.

6– Os materiais foram suficientes? O que poderia ser melhorado?

Foram suficientes, desde o primeiro experimento já deu pra entender.

7– O trabalho em grupo ajudou na resolução? Como?

É porque depende do grupo, no meu grupo, praticamente eu fiz sozinho.

8– Atividades práticas como essa facilitam seu aprendizado? Por quê?

Facilitam para quem quer entender. Sim, pois são mais produtivas.

9– Atividades práticas como essa contribuem mais para o aprendizado quando realizadas em grupo ou individual? Por quê?

Se o grupo fosse mais produtivo, seria melhor do que trabalhar individualmente.

10– Como seu grupo leu e discutiu o problema antes de começar?

Procurando ler, escutar e observar a explicação, pra entender o problema e o que estava sendo pedido.

11– As explicações iniciais ajudaram a planejar a solução? De que forma?

Sim, as explicações ajudaram a montar o raciocínio. Eu achava melhor quando o senhor explicava, porque em algumas coisas eu tinha dúvidas sobre como fazer, e as explicações (individualmente) do senhor me ajudaram a resolver o problema.

12– Você acha que o atendimento individual, feito grupo por grupo, contribuiu para a conclusão da oficina?

A atitude que o senhor teve de grupo em grupo ajudou a gente a resolver os problemas.

13– Vocês conferiram os resultados ao final? Como?

Sim, eu conferia somente no nosso grupo.

14– A história de Tales motivou você durante a atividade? Por quê?

Tiramos dúvidas só com o senhor, pois não sabíamos se os outros estavam fazendo certo ou errado.

15– A história de Tales motivou você durante a atividade? Por quê?

Motivou a procurar mais saber sobre isso e a fazer as atividades também na hora da oficina.

16– Dos experimentos realizados, qual o que mais te surpreendeu?

O da lanterna, pois foi interessante calcular o diâmetro a partir da distância da lanterna.

17– O que você faria diferente se fosse repetir a atividade?

Foi muito bom, gostaria que de vez em quando acontecessem atividades assim, não sempre, mas esporadicamente, sim.

Grupo B

1– Por que você considera a Matemática importante?

Porque a gente usa muito ela no nosso dia a dia, durante a vida, e ela é muito importante por conta disso, porque tudo praticamente envolve a Matemática.

2 – Como você descreve seu interesse por Matemática? Que nota se daria ao seu desempenho?

De 0 a 10 eu sou 7, porque eu tenho muito problema pra me concentrar. Quando eu tô concentrada, muitas vezes eu perco o foco rapidamente, mas quando eu quero aquilo (solucionar um problema), eu vou e consigo.

3– Onde você vê a Matemática no seu dia a dia?

Eu vejo muito porque eu trabalho com minha mãe, e ela tá construindo uma casa, e ela sempre tá calculando alguma coisa, medindo isso, medindo aquilo, daí eu penso: “meu Deus, como a senhora faz isso?” Daí minha mãe responde: “pra entender como que é, pra ficar certo (o projeto de construção)”. Daí eu vejo que a Matemática tá aí. Eu ajudo a ela nesse momento também.

4– Você já estudou geometria antes? Foi mais teórico, prático ou os dois?

Com a outra professora ela já tinha mostrado algumas coisas antes, só que eu nunca tinha me interessado assim. Só que aí o senhor veio com práticas mais fáceis, daí foi melhor pra mim. Eu nem sabia como seria esse negócio, só entendia como se fazia. O que eu tinha visto antes foi somente no quadro.

5– Você achou que seria possível calcular a altura de alguém sem tocá-la? Como se sentiu ao descobrir?

Não, porque eu achava que a direção do sol quando batia sobre a gente seria muito, mas muito maior. Porque olhando assim, ela parece ser duas vezes maior, né? Eu não sabia que calcular assim seria bem mais fácil e descobriria mais ou menos o nosso tamanho por poucos centímetros. Foi uma descoberta, pois eu não tinha ideia do tamanho da minha sombra.

6– Os materiais foram suficientes? O que poderia ser melhorado?

Foi suficiente, sim. Deveria ter mais gente (estudantes) pra ajudar, pois faltou gente pra ajudar e, por causa disso, foi mais difícil. Mas não faltou material, foi muito bom.

7– O trabalho em grupo ajudou na resolução? Como?

Às vezes tinha alguma ajuda, mas outras vezes tínhamos que ficar pedindo. Mesmo assim, cada um ajudou.

8– Atividades práticas como essa contribuem mais para o aprendizado quando realizadas em grupo ou individual? Por quê?

Trabalhar em grupo é melhor porque a gente tem mais ideias, mais opiniões. Se a gente estiver errado e não perceber, a outra pessoa pode nos ajudar também, corrigindo o erro.

9– Atividades práticas como essas facilitam seu aprendizado? Por quê?

Eu acho bem melhor, tem mais cabeças pra pensar.

10– Como seu grupo leu e discutiu o problema antes de começar?

Eu fui a primeira a saber como era que resolvia, enquanto as outras pessoas do grupo ainda não sabiam bem o que deveria ser feito. A partir daí, eu fui ensinando a elas de uma forma que eu aprendi com a outra professora, que é voltar às tarefas antigas (anteriores) e estudar (fazer uma revisão). Daí nós fazíamos isso: voltava, estudava, voltava, estudava. Daí a gente começou a pegar (compreender) mais fácil os cálculos e poder fazer (chegar no resultado).

11– As explicações iniciais ajudaram a planejar a solução? De que forma?

Sim. Porque teve vezes que a gente errava e o senhor corrigia a gente dizendo: “olhe direito, será que deu isso mesmo?”. Daí a gente ia lá, fazia de novo e percebia que errou e fazia tudo novamente, e quando estava certo o senhor falava.

12– Você acha que o atendimento individual, feito grupo por grupo, contribuiu para a conclusão da oficina?

Sim. Se não fosse pela explicação e o senhor ajudando no nosso pé (atendimento individual), a gente não conseguiria resolver como resolveu, pois o senhor viu que em algumas tarefas os meninos tiveram muita dificuldade e o senhor ficou ali no pé deles. Se não fosse o senhor ali com eles, eles entregariam o cálculo errado, feito de qualquer jeito.

13– Vocês conferiram os resultados ao final? Como?

A gente fazia e dava uma olhada pra ver se realmente estava certo. Olhava o que os outros

grupos também tinham calculado, pra ver se o resultado estava batendo. Se não tivesse, nós íamos dar uma olhada pra ver se havia algo de errado no nosso cálculo ou se o deles é que estava errado.

14– Vocês tiraram dúvidas e interagiam com os outros grupos também?

Foi. Porque mesmo a gente sendo o primeiro grupo a finalizar as atividades, a gente tinha mais facilidade nos cálculos, então a gente passava ensinando nos outros grupos como era pra fazer, e acabou que nós ajudamos um pouco os outros grupos.

15– A história de Tales motivou você durante a atividade? Por quê?

Sim. Porque muitas coisas de antigamente, que hoje não são mais tão praticadas, são mais interessantes que as coisas de hoje. E trazer tipo uma história de antes e reproduzir hoje, ou tentar fazer igual ou um pouco melhor, foi muito bom, porque ajudou a gente a pesquisar sobre o caso e saber um pouco mais.

16– Dos experimentos realizados, qual o que mais te surpreendeu?

O da altura, pois eu não esperava que a gente pudesse saber praticamente o tamanho de uma pessoa somente pela sombra. Eu fiquei bem surpreendida.

17– O que você faria diferente se fosse repetir a atividade?

Na verdade, não, porque eu gostei do jeito que ela estava proposta, me ajudou muito no jeito de entender as coisas.

Grupo C

1– Por que você considera a Matemática importante?

Porque quero levar ela pra vida, ela tá presente em todo canto.

2– Como você descreve seu interesse por Matemática? Que nota se daria ao seu desempenho?

Eu sou interessado pela matéria, não sei explicar, mas eu fico interessado.

3– Onde você vê a Matemática no seu dia a dia?

Principalmente na escola, mas eu consigo ver a Matemática durante as compras de casa.

4– Você já estudou geometria antes? Foi mais teórico, prático ou os dois?

Sim, mas foi mais no quadro (teórica). Não tive nenhuma atividade prática antes da que fizemos.

5– Você achou que seria possível calcular a altura de alguém sem tocá-la? Como se sentiu ao descobrir?

Não. Eu fiquei surpreso com o resultado, não imaginava que dava pra calcular a altura de uma pessoa a partir da sombra.

6– Os materiais foram suficientes? O que poderia ser melhorado?

Sim, foi de bom tamanho.

7– O trabalho em grupo ajudou na resolução? Como?

Sim, houve ajuda durante os cálculos de multiplicação e divisão e, no final, também tivemos ajuda de outros grupos durante as atividades, tanto nos cálculos como na montagem das oficinas.

8– Atividades práticas como essa facilitam seu aprendizado? Por quê?

Ajudaram muito, a da sombra (cálculo da altura) e a da quadra (largura do rio). Na atividade prática a gente coloca em prática aquilo que a gente aprendeu. Além disso, a gente pode brincar (se divertir) enquanto realiza a atividade, fica mais legal. A gente entende mais quando coloca a mão na massa.

9– Atividades práticas como essa contribuem mais para o aprendizado quando realizadas em grupo ou individual? Por quê?

Em grupo, porque em grupo fica mais fácil do que sozinho, por poder compartilhar as ideias.

10– Como seu grupo leu e discutiu o problema antes de começar?

Fazendo os cálculos, fazendo o que a gente partia do mais fácil para o mais difícil.

11– As explicações iniciais ajudaram a planejar a solução? De que forma?

Sim, foi importante pra gente entender.

12– Você acha que o atendimento individual, feito grupo por grupo, contribuiu para a conclusão da oficina?

Sim, pois ia tirando as dúvidas que a gente tinha.

13– Vocês conferiram os resultados ao final? Como?

Nós conferimos apenas no nosso grupo.

14– Vocês tiraram dúvidas e interagiam com os outros grupos também?

Não, nós conferimos apenas entre a gente e com o senhor, para ver se tínhamos feito certo.

15– A história de Tales motivou você durante a atividade? Por quê?

Sim, motivou a gente a entender melhor o assunto.

16– Dos experimentos realizados, qual o que mais te surpreendeu?

O da sombra (cálculo da altura), pois eu não acreditava que dava pra medir a altura de alguém somente pela sombra.

17– O que você faria diferente se fosse repetir a atividade?

Do jeito que foi já deu pra entender bem.

Grupo D

1– Por que você considera a Matemática importante?

Porque a professora citou um exemplo que a gente vê tudo em Matemática aqui: geometria, tipo o quadro, a televisão... é geometria também. A Matemática tá presente no nosso dia a dia.

2– Como você descreve seu interesse por Matemática? Que nota se daria ao seu desempenho?

Minha nota é 10. Tem vezes que eu me confundo, quando vai passando de turma, por exemplo, do oitavo ano pro nono ano, e a gente sempre é pego de surpresa com os novos conteúdos. Mas tem alguns assuntos que nós vamos lembrando, tipo expressões numéricas, divisão, e aos poucos a gente vai pegando (aprendendo).

3– Onde você vê a Matemática no seu dia a dia?

Tipo, fazer a reforma de uma casa. Como o meu pai comprou um terreno e tá construindo uma casa, daí a gente percebe a largura pelo terreno, a gente tem que fazer a medida. Tem vezes que eu ajudo o meu pai durante essas medições.

4– Você já estudou geometria antes? Foi mais teórico, prático ou os dois?

Sim, apesar de eu não lembrar dos nomes dos assuntos. Eu já tinha visto quadrado, essas coisas, as figuras geométricas com contas (cálculos). Foi mais resumido ao quadro (teórico), mas os trabalhos que fizemos foram de feira do conhecimento, mostrando pra algumas pessoas sobre o quadrado, o cubo, o triângulo.

5– Você achou que seria possível calcular a altura de alguém sem tocá-la? Como se sentiu ao descobrir?

Tem vezes que dá certo, tem horas que o sol baixa (momento nublado não forma sombra visível). Eu não tinha muita confiança, apesar de termos chegado perto do resultado.

6– Os materiais foram suficientes? O que poderia ser melhorado?

Foi suficiente porque a gente aprendeu algumas coisas e a gente não imaginou que iria ter isso (chegar com resultados próximos), mas foi suficiente pra gente aprender.

7– O trabalho em grupo ajudou na resolução? Como?

Ajudou porque o conhecimento de um ajudava o do outro. Um dava força pro outro. Quando um não sabia divisão, passava para o outro que sabia, e por aí vai. A gente ficava se ajudando com a dúvida do outro.

8– Atividades práticas como essa facilitam seu aprendizado? Por quê?

Facilita, pois ela dá nosso conhecimento em aprender mais na prática do que na teórica. Porque quando a gente tem um exemplo na teórica, não consegue memorizar e calcular o que foi feito naquele momento. Poderia ter mais atividades práticas, pois dá mais conhecimento e foco.

9– Atividades práticas como essa contribuem mais para o aprendizado quando realizadas em grupo ou individual? Por quê?

Em grupo, pois quando um tá com dúvida o outro pode ajudar.

10– Como seu grupo leu e discutiu o problema antes de começar?

A gente primeiro aprendeu, prestou atenção durante a explicação e, a partir daí, começamos a raciocinar com um número que tá lá (na atividade), e o resultado que mais se aproximar dele a gente vai tentando calcular. Nós lemos, raciocinamos pra encontrar o melhor jeito de fazer.

11– As explicações iniciais ajudaram a planejar a solução? De que forma?

Ajudaram, porque tinham dúvidas no material da folha (impresso) que a gente não sabia como planejar, como fazer, como começar. E a partir da explicação do senhor, explicando no quadro, a gente começou a perceber e começou a fazer (resolver). Tiramos dúvidas, erramos um pouco, mas conseguimos.

12– Você acha que o atendimento individual, feito grupo por grupo, contribuiu para a conclusão da oficina?

A presença do professor foi fundamental pra atividade. A ajuda de grupo em grupo (atendimento individual), se for uma explicação que a gente já saiba, a gente consegue; porém, se for um assunto que não chegou na nossa vez ainda (que não tenhamos visto anteriormente), a gente precisa dessa ajuda. Os assuntos da oficina a gente já tinha visto alguma coisa assim, mas não lembrava.

13– Vocês conferiram os resultados ao final? Como?

Sim, porque tinham alguns que a gente ficava na dúvida, e esses mais duvidosos nós deixávamos por último pra tentar raciocinar sobre eles depois.

14– Vocês tiraram dúvidas e interagiam com os outros grupos também?

A gente tirava dúvida em cada um dos outros grupos, discutimos os resultados dentro e fora do nosso grupo.

15– A história de Tales motivou você durante a atividade? Por quê?

Pra mim foi muito motivante, pois dá um reconhecimento pela história dele que se realizou, fazendo a medida da pirâmide somente com um pedaço de madeira e uma fita, que eu até achei impossível. Daí eu achei bem motivante pra mim, e importante também.

16– Dos experimentos realizados, qual o que mais te surpreendeu?

O mais importante foi a medida da altura pela sombra. Eu não achava que seria possível calcular a altura pelo tamanho da sombra, nem nunca tinha medido o tamanho da minha sombra.

17– O que você faria diferente se fosse repetir a atividade?

Estava de bom tamanho do jeito que foi feito.

APÊNDICE C – PLANOS DE AULA PARA EXECUÇÃO DAS ATIVIDADES

I. Plano de Aula: Data 11/ 03/ 2026
II. Dados de Identificação: Escola Estadual Capitão Álvaro Victor Professor: Nyron Costa Disciplina: Matemática Série: 9º ano Turno: Vespertino
III. Tema: Teorema de Tales e Semelhança de Triângulos
IV. Objetivos: Geral: Compreender o contexto histórico da Matemática relacionado ao conceito de semelhança de triângulos a partir do Teorema de Tales e suas aplicações práticas. Específicos: • Conhecer o contexto a histórico do teorema de Tales • Analisar situações de proporcionalidade entre figuras geométricas. • Resolver problemas aplicando o Teorema de Tales e Semelhança de triângulos.
V. Conteúdo: História da Matemática: uma abordagem ao Teorema de Tales e Semelhança de triângulos
VI. Metodologia: Iniciaremos com uma apresentação inicial sobre o contexto Histórico do teorema de Tales, abordando as relações de proporcionalidade entre figuras geométricas. Em seguida, apresentaremos o desafio proposto a Tales de Mileto, ao qual ele calculou a altura da pirâmide sem tocá-la. Por fim será aplicada uma atividade de consolidação da aprendizagem baseada na resolução de problemas referente ao tema abordado.
VII. Recursos didáticos: Quadro e marcador/giz Folhas de atividades, Material concreto: régua, Projetor multimídia.
VIII. Avaliação: Será realizada uma observação quanto à participação dos estudantes durante a aula e sobre a resolução dos problemas propostos ao final da aula.
IX. Bibliografia: DANTE, Luiz Roberto. Didática da Resolução de Problemas de Matemática . São Paulo, SP. Editora Ática, 2003.

I. Plano de Aula: Data 13/ 03/ 2026
II. Dados de Identificação: Escola Estadual Capitão Álvaro Victor Professor: Nyron Costa Disciplina: Matemática Série: 9º ano Turno: Vespertino
III. Tema: Teorema de Tales e Semelhança de Triângulos
IV. Objetivos: Geral: Solucionar situações práticas envolvendo semelhança de triângulos. Específicos: • Analisar situações de proporcionalidade entre triângulos • Estabelecer os critérios de semelhança. • Validar na prática o conceito de semelhança de triângulos
V. Conteúdo: Semelhança de triângulos: Calculando a altura de um corpo
VI. Metodologia: Iniciaremos o experimento com a seguinte questão problema: é possível calcular a altura de um corpo sem tocá-lo? A partir daí, faremos uma alusão ao desafio atribuído a Tales de Mileto, ao qual iremos calcular a altura de alguns estudantes apenas utilizando a medida da sua sombra. Por fim, será aplicada uma atividade de consolidação da aprendizagem baseada na resolução de problemas referentes ao tema abordado.
VII. Recursos didáticos: Quadro e marcador/giz Folhas de atividades, Material concreto: fita métrica, lápis, caneta.
VIII. Avaliação: Será realizada uma observação quanto à participação dos estudantes durante o experimento e, ao final, sobre a resolução dos problemas propostos ao final da aula.
IX. Bibliografia: DANTE, Luiz Roberto. Didática da Resolução de Problemas de Matemática . São Paulo, SP. Editora Ática, 2003.

I. Plano de Aula: Data 16/ 03/2026
II. Dados de Identificação: Escola Estadual Capitão Álvaro Victor Professor: Nyron Costa Disciplina: Matemática Série: 9º ano Turno: Vespertino
III. Tema: Teorema de Tales e Semelhança de Triângulos
IV. Objetivos: Geral: Solucionar situações práticas envolvendo semelhança de triângulos. Específicos: • Analisar situações de proporcionalidade entre triângulos • Estabelecer os critérios de semelhança. • Validar na prática o conceito de semelhança de triângulos
V. Conteúdo: Semelhança de triângulos: Calculando a largura de um rio.
VI. Metodologia: Iniciaremos o experimento com a seguinte questão problema: é possível calcular a largura de um lado ao outro de um rio sem atravessá-lo? A partir daí, faremos uma triangulação entre as medidas, respeitando os critérios de semelhança de triângulos entre elas e, posteriormente calcularemos a largura de um rio, tomando a quadra poliesportiva como modelo. Por fim, será aplicada uma atividade de consolidação da aprendizagem baseada na resolução de problemas referentes ao tema abordado.
VII. Recursos didáticos: Quadro e marcador/giz Folhas de atividades, Material concreto: fita métrica, lápis, caneta.
VIII. Avaliação: Será realizada uma observação quanto à participação dos estudantes durante o experimento e, ao final, sobre a resolução dos problemas propostos ao final da aula.
IX. Bibliografia: DANTE, Luiz Roberto. Didática da Resolução de Problemas de Matemática . São Paulo, SP. Editora Ática, 2003.

I. Plano de Aula: Data 18 /03 /2026
II. Dados de Identificação: Escola Estadual Capitão Álvaro Victor Professor: Nyron Costa Disciplina: Matemática Série: 9º ano Turno: Vespertino
III. Tema: Teorema de Tales e Semelhança de Triângulos
IV. Objetivos: Geral: Solucionar situações práticas envolvendo semelhança de triângulos. Específicos: • Analisar situações de proporcionalidade entre triângulos • Estabelecer os critérios de semelhança. • Validar na prática o conceito de semelhança de triângulos
V. Conteúdo: Semelhança de triângulos: Calculando a largura de um rio.
VI. Metodologia: Iniciaremos o experimento com a seguinte questão problema: É possível calcular o diâmetro da superfície iluminada a partir da medida da distância foco da lanterna? Posteriormente, calculamos por meio do uso de semelhança de triângulos, o diâmetro projetado pela luz da lanterna na superfície a partir da distância entre a fonte de luz da lanterna e a superfície iluminada. Por fim, será aplicada uma atividade de consolidação da aprendizagem baseada na resolução de problemas referentes ao tema abordado.
VII. Recursos didáticos: Quadro e marcador/giz Folhas de atividades, Material concreto: lanterna, régua, fita métrica, lápis, caneta.
VIII. Avaliação: Será realizada uma observação quanto à participação dos estudantes durante o experimento e, ao final, sobre a resolução dos problemas propostos ao final da aula.
IX. Bibliografia: DANTE, Luiz Roberto. Didática da Resolução de Problemas de Matemática . São Paulo, SP. Editora Ática, 2003.

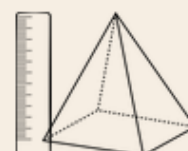
APÊNDICE D – O PRODUTO EDUCACIONAL

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO
PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**

Oficina

**A Matemática de Tales: uma proposta
de atividade experimental para o
Ensino fundamental**

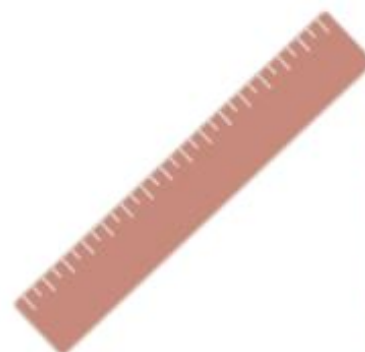
Maceió-2026





Sumário

Introdução.....	06
Objetivos.....	07
Fundamentação teórica.....	08
A Matemática de Tales de Mileto.....	14
Experimento 01.....	21
Experimento 02.....	25
Experimento 03.....	29
Considerações finais.....	33





3

Caríssimo(a) professor(a),

Este produto educacional é destinado aos professores(as) de Matemática que desejam trabalhar o Teorema de Tales e a semelhança de triângulos de forma contextualizada, experimental e historicamente situada. Antes de iniciar sua aplicação, recomendamos o(a) professor(a) leia integralmente este material, familiarizando-se com a sequência didática proposta e com os fundamentos teóricos que a sustentam.

A oficina está organizada em quatro etapas interdependentes, e sua eficácia está diretamente relacionada à ordem em que são desenvolvidas. A primeira etapa cumpre um papel estruturante, pois apresenta a narrativa histórica sobre Tales de Mileto e os conceitos fundamentais do teorema, funcionando como alicerce cognitivo para as atividades experimentais que se seguem. Recomenda-se, portanto, que ela não seja suprimida ou abreviada, mesmo quando o tempo disponível for reduzido.



4

No que se refere à organização da turma, sugere-se a formação de grupos com quatro a cinco estudantes, de modo a favorecer a troca de saberes, a colaboração e o desenvolvimento conjunto das estratégias de resolução. Cabe ao professor atuar como mediador ao longo de toda a oficina, acompanhando os grupos de perto, realizando intervenções pontuais e incentivando os estudantes a verbalizarem seu raciocínio antes de registrarem as respostas. Essa mediação intencional é fundamental para que a aprendizagem se consolide de forma significativa e não apenas procedimental.

Os materiais necessários para a realização dos experimentos são de baixo custo e fácil acesso, podendo ser obtidos no cotidiano escolar ou adquiridos com recursos mínimos. Recomendamos que o professor organize e teste os materiais previamente, garantindo que todos os grupos disponham do que é necessário antes do início de cada etapa. Essa preparação antecipada contribui para a fluidez da oficina e evita interrupções que possam comprometer o engajamento dos estudantes.



5

Por fim, é importante que o professor esteja atento às dificuldades relacionadas às operações aritméticas básicas, especialmente nas etapas que envolvem cálculos de proporcionalidade. Quando essas dificuldades surgirem, recomenda-se que sejam tratadas como oportunidades de retomada e não como obstáculos ao avanço da atividade, preservando assim o caráter investigativo e motivador da proposta. O objetivo central da oficina não é a obtenção de resultados numericamente perfeitos, mas a construção do sentido matemático por meio da experiência concreta e da reflexão coletiva.



Introdução

Este documento é parte integrante da dissertação de Mestrado intitulada “Teorema de Tales: uma abordagem experimental de semelhança de triângulos com estudantes do 9º do Ensino Fundamental”, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Refere-se a um Produto Educacional, no formato de oficina, que oferece aos professores de Matemática uma proposta de atividade prática experimental, alicerçada na Metodologia da Resolução de Problemas de Polya (1995), com enfoque na aprendizagem significativa do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos.

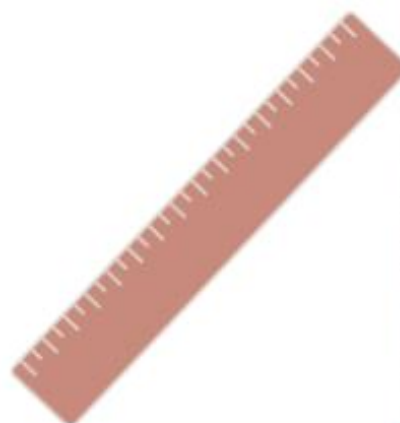
A oficina foi estruturada em quatro momentos interdependentes. No primeiro, realizou-se uma abordagem histórica do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos, oferecendo uma base conceitual necessária para as etapas subsequentes. No segundo momento, esses conhecimentos foram aplicados ao cálculo da altura dos próprios estudantes, por meio da projeção de suas respectivas sombras. O terceiro momento envolveu a determinação simulada da largura de um rio, utilizando a quadra da escola como cenário. Por fim, o quarto momento consistiu no cálculo do diâmetro da superfície iluminada por uma lanterna, a partir da relação entre distância e projeção de luz.



7

Objetivo

Oferecer ao professor de Matemática uma sequência didática experimental, fundamentada na Metodologia da Resolução de Problemas e na Aprendizagem Significativa, para o ensino do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos nos anos finais do Ensino Fundamental.





8

Fundamentação teórica

Embora seja amplamente disseminada no ensino superior durante as disciplinas de laboratório, a experimentação matemática ainda é muitas vezes subestimada no ensino de Matemática na Educação Básica. Fatores como a pressão por um currículo extenso, o foco em avaliações padronizadas, a falta de recursos e infraestrutura adequados e as concepções tradicionais de ensino que veem a Matemática como uma disciplina puramente abstrata figuram entre os principais obstáculos enfrentados pelo professor durante a implementação dessas atividades.

No entanto, é importante compreender que a experimentação matemática vai muito além de simplesmente "fazer coisas" ou "colocar a mão na massa". Ela se conecta diretamente com a compreensão, a aplicação e a contextualização dos conceitos matemáticos, fornecendo uma base cognitiva sólida para que se alcance a aprendizagem significativa. Segundo Fey e Jelinek (2021, p. 4), a experimentação matemática, como estratégia de ensino, enfatiza o caminho a ser percorrido, em que o estudante tem a responsabilidade de descobrir e justificar suas descobertas, oportunizando que coloque em prática aquilo que lhe foi apresentado de forma teórica.



9

De acordo com Fey e Jelinek (2021, p. 4), na Matemática, a experimentação traz grandes benefícios, como o desenvolvimento do pensamento matemático e da capacidade do estudante de trabalhar de forma autônoma, ressignificando seus conhecimentos. Para Rosito (2008, p. 195), falar em experimentação remete às concepções do professor sobre o que ensina e o que significa aprender, de modo que o papel atribuído à experimentação adquire diferentes significados conforme a intencionalidade pedagógica de quem a conduz.

Nesse direção, Fey e Jelinek (2021, p. 5) ressaltam que realizar uma experimentação matemática é fazer um mergulho no desconhecido, pois mesmo que já tenha sido realizada por outros, trará ao estudante e ao professor a possibilidade de realmente fazer matemática de uma maneira única e particular. Compartilhando dessa perspectiva, Borges (1998, p. 30) afirmam que experimentar é submeter à experiência, pôr à prova, ensaiar e conhecer pela vivência, transformando a sala de aula em um ateliê de aprendizagem, no qual se faz, tenta, acerta, erra e refaz, questionando e duvidando da própria realidade.



10

A experimentação, contudo, ganha ainda mais potencial quando articulada a uma metodologia que estruture o pensamento do estudante durante o processo. É nesse ponto que a Metodologia da Resolução de Problemas, sistematizada por George Polya (1995), apresenta-se como um importante suporte pedagógico. Para Polya, resolver um problema não se resume a aplicar fórmulas, mas envolve quatro etapas fundamentais: a compreensão do problema, a elaboração de um plano, a execução desse plano e a verificação dos resultados obtidos. Essa estrutura favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e da autonomia intelectual, estimulando o estudante a pensar matematicamente diante de situações concretas e desafiadoras, como as propostas nesta oficina (Polya, 1995; Onuchic; Allevato, 2004).



11

Para que essa aprendizagem seja duradoura e significativa, é igualmente necessário que os novos conhecimentos se conectem àquilo que o estudante já sabe. É exatamente esse o princípio central da Aprendizagem Significativa, teoria desenvolvida por David Ausubel (1978) e aprofundada por Marco Antônio Moreira (2006). Segundo essa perspectiva, a aprendizagem ocorre de maneira mais efetiva quando os novos conceitos se relacionam de forma não arbitrária e não literal à estrutura cognitiva do sujeito, ancorados em conhecimentos prévios que funcionam como subsunçores. Ao vivenciar situações experimentais concretas antes da formalização conceitual, o estudante constrói esses pontos de ancoragem de maneira natural, o que facilita a compreensão e a retenção dos conceitos trabalhados.

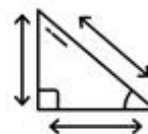


12

Complementando esse conjunto teórico, a integração da contextualização histórica da Matemática ao processo de ensino cumpre um duplo papel: motivacional e epistemológico. No plano motivacional, a narrativa histórica desperta a curiosidade dos estudantes e os aproxima da Matemática como uma produção humana, e não como um conjunto de verdades prontas e inacessíveis. No plano epistemológico, compreender como e por que determinados conceitos foram desenvolvidos contribui para que o estudante perceba a Matemática como uma ciência viva, construída ao longo do tempo em resposta a necessidades concretas da humanidade (D'Ambrosio, 2009; Fauvel; Van Maanen, 2000). A história de Tales de Mileto, que fundamenta esta oficina, ilustra com precisão essa perspectiva: o Teorema de Tales não nasceu de uma abstração, mas de um problema real, a necessidade de calcular a altura de uma pirâmide sem escalá-la.



OFICINA TALES DE MILETO EM SALA: DO TEOREMA DE TALES À SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS.



13

Etapas da execução da oficina

ETAPA 1:

- Apresentação da vida e obra de Tales de Mileto;
- Apresentação do desafio proposto a Tales de Mileto;
- Resolução de exercícios de fixação da aprendizagem referente ao teorema de Tales e semelhança de Triângulos

ETAPA 3

- Experimento 2: Calculando a largura do rio;
- Resolução de exercícios de fixação da aprendizagem relacionado ao experimento proposto.

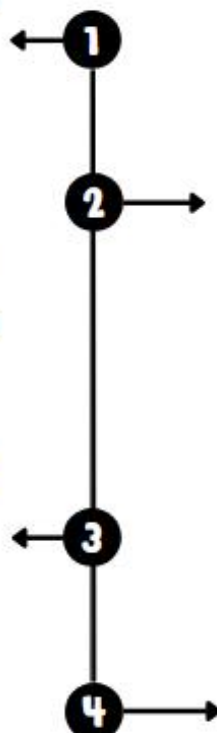


ETAPA 2

- experimento 1: Calculando a altura de um corpo;
- Resolução de exercícios de fixação da aprendizagem relacionado ao experimento proposto.

ETAPA 4

- Experimento 3: Calculando a distância entre a lanterna e a superfície iluminada;
- Resolução de exercícios de fixação da aprendizagem relacionado ao experimento proposto.





14

A Matemática de Tales de Mileto



Tales de Mileto (c. 624 a.C. – c. 546 a.C.) foi um filósofo, astrônomo e matemático grego, considerado um dos Sete Sábios da Grécia e frequentemente reconhecido como o pai da filosofia ocidental e da matemática grega. Ele nasceu na cidade de Mileto, na Ásia Menor (atualmente Turquia).

Na matemática, Tales é conhecido principalmente por seus estudos sobre a geometria. Ele foi um dos primeiros a usar o raciocínio dedutivo para demonstrar teoremas, sendo atribuído a ele o famoso Teorema de Tales, relacionado à proporcionalidade de segmentos determinados por retas paralelas.

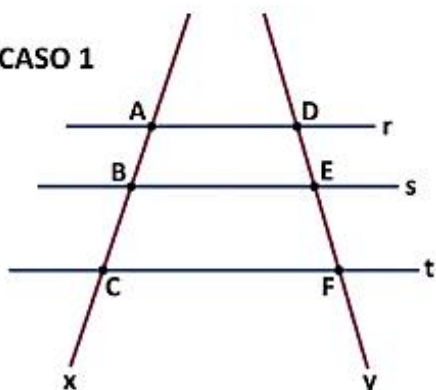


15

O teorema de Tales

Teorema: "Se duas ou mais retas paralelas são cortadas por duas transversais, então elas determinam segmentos proporcionais nas transversais."

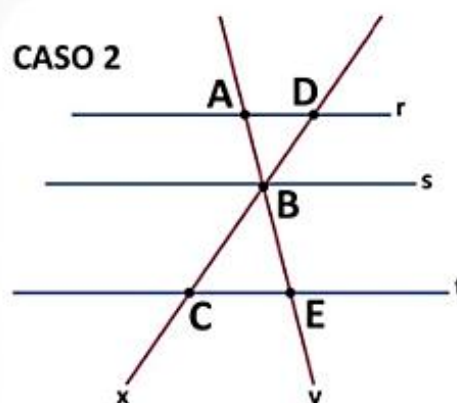
CASO 1



Caso 1: O teorema se dá pela proporcionalidade dos segmentos, conforme a relação a seguir:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$$

CASO 2



Caso 2: A proporcionalidade dos segmentos é mantida apesar do cruzamento das retas concorrentes, conforme a relação a seguir:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$$





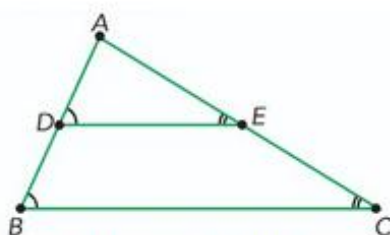
16

Semelhança de triângulos

Teorema Fundamental da semelhança de triângulos 1-

Toda paralela a um lado de um triângulo que intersecta os outros dois lados em pontos distintos determina um novo triângulo semelhante ao primeiro.

Dois triângulos são semelhantes quando eles possuem:



Fonte: lezzi et al. (2022)

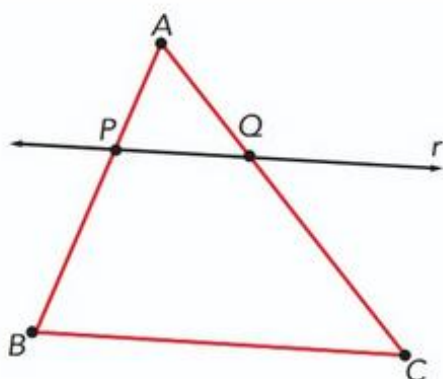
- Ângulos internos igualmente congruentes ou quando seus lados correspondentes são proporcionais.
- Quando temos dois triângulos semelhantes, chamamos os ângulos congruentes de correspondentes, e seus respectivos lados opostos a esses ângulos, chamamos de homólogos.



17

Teorema Fundamental da semelhança de triângulos 2-

Toda reta que intersecta dois lados de um triângulo em pontos distintos, dividindo-os proporcionalmente, é paralela ao outro lado do triângulo.



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AQ}}$$

Fonte: Iezzi et al. (2022)



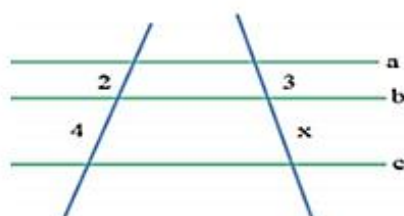


18

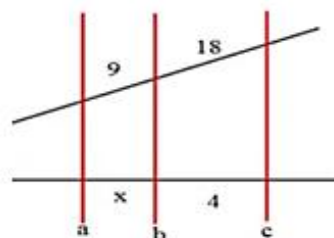
Exercício de Fixação da Aprendizagem

1) Nas figuras temos que $a \parallel b \parallel c$, deste modo, calcule o valor de x .

A)

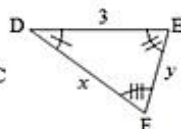
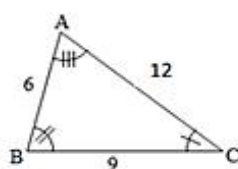


B)

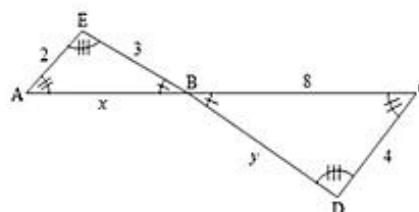


2) Temos dois triângulos abaixo que são semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y .

A)



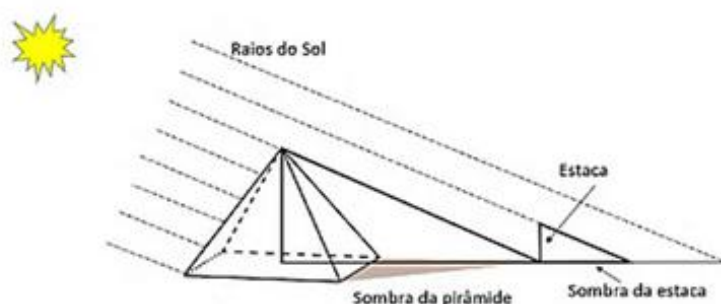
B)





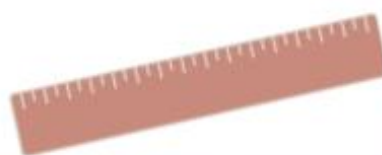
19

Cálculo da altura da pirâmide realizado por Tales



Dessa maneira, a altura da pirâmide será obtida a partir das medidas dos comprimentos da sombra da pirâmide, altura da estaca, e sombra da estaca, estabelecendo da seguinte relação de proporcionalidade.

$$\frac{\text{Altura da pirâmide}}{\text{Sombra da pirâmide}} = \frac{\text{Altura da estaca}}{\text{Sombra da estaca}}$$





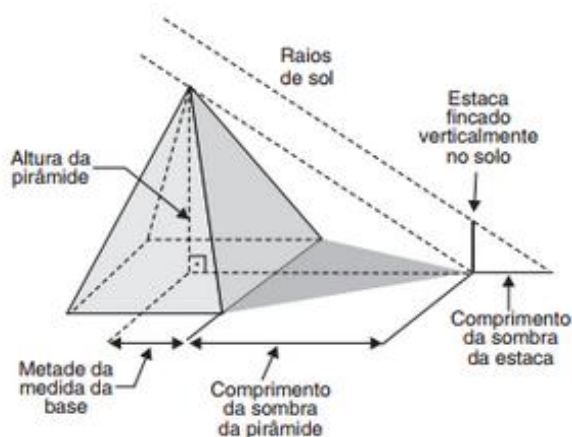
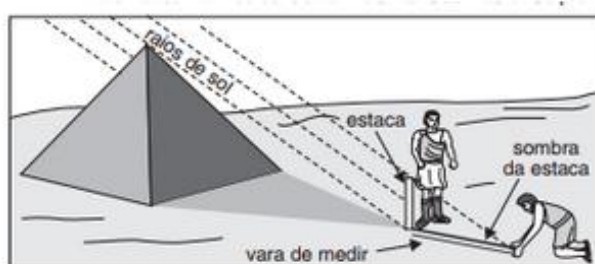
20

O desafio da Altura da Pirâmide

Tales, o grande matemático do século VI a.C., foi também um próspero comerciante. Certa vez, visitou o Egito em viagem de negócios. Nessa ocasião, ele assombrou o faraó e toda a corte egípcia, medindo a sombra da pirâmide de Quéops, cuja base é um quadrado de 230 metros de lado.

Para calcular a altura da pirâmide, Tales fincou verticalmente no solo uma estaca que fincou com altura de 1 metro acima do solo.

As medidas dos comprimentos da sombra da pirâmide e da sombra da estaca são, respectivamente, 255 metros e 2,5 metros (Adaptado de: Jakubovic, et al (2007))





Experimento 01: Calculando a altura dos componentes do grupo

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Tempo estimado: 60 a 90 minutos

Materiais necessários: estacas ou réguas de tamanho conhecido, fita métrica ou trena, superfície plana com incidência de luz solar direta.

Antes de iniciar: recomenda-se realizar este experimento em um dia ensolarado, preferencialmente no período da manhã ou final da tarde, quando as sombras são mais longas e fáceis de medir. O professor deve testar previamente o espaço externo da escola e preparar as estacas com antecedência.

Durante o experimento: oriente os grupos a posicionarem a estaca verticalmente e a medirem tanto a sombra da estaca quanto a sombra do estudante ao mesmo tempo, pois a proporcionalidade depende da simultaneidade das medidas.

Caso algum grupo apresente dificuldades na montagem da relação de proporcionalidade, o professor pode mediar com as seguintes perguntas:

"O que você já sabe sobre as medidas que coletou?"

"Como você relacionaria a sombra da estaca com a altura dela?"

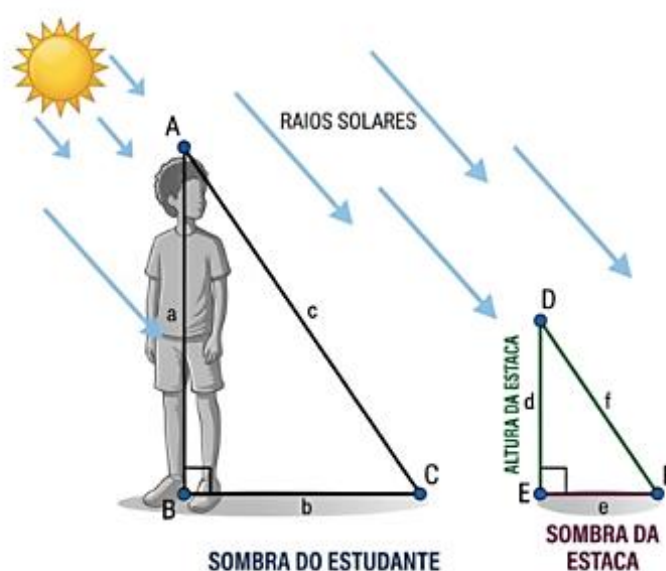
"Se a sombra da estaca é maior que a estaca, o que isso diz sobre a sombra do estudante?"

Após o experimento: promova uma roda coletiva de socialização dos resultados antes de iniciar a atividade de consolidação. Incentive os grupos a compararem seus valores e a refletirem sobre possíveis diferenças nos resultados.



22

Experimento 01: Calculando a altura dos componentes do grupo



A altura do estudante será obtida a partir das medidas dos segmentos b, d e e, que correspondem a medida da sombra projetada do estudante, altura da estaca e a sombra projetada da estaca, respectivamente.

A partir da seguinte relação de proporcionalidade:

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$$





23

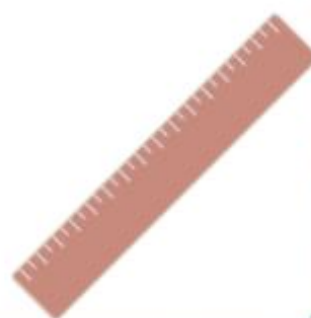
Calculando a altura dos componentes do grupo



Colete as seguintes medidas

Alunos	Sombra do estudante (b)	Altura da estaca (d)	Sombra da estaca (e)	Altura do estudante (a)
Aluno 1				
Aluno 2				

Encontre o seguinte valor





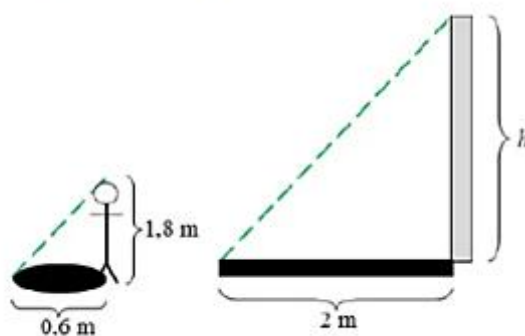
24

Atividade de consolidação da aprendizagem

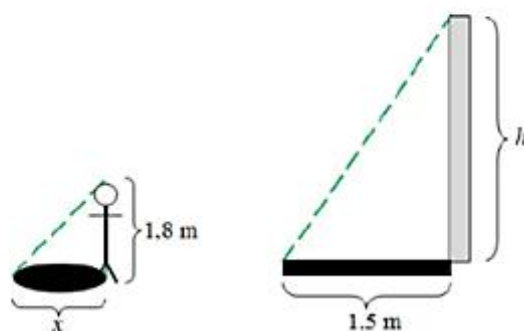
Baseado no problema semelhante ao do cálculo da altura de uma pessoa sem tocá-la. Solucione a seguinte questão:

1- (Enem 1998- adaptada) A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2 m.

A) Determine o valor da altura do poste.



B) Se mais tarde a sombra do poste diminui 50 cm, como na imagem abaixo, qual a medida da sombra da pessoa nesse segundo instante?





25

Experimento 02: Calculando a Largura do Rio

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Tempo estimado: 60 a 90 minutos

Materiais necessários: fita métrica ou trena, estacas ou cones para demarcar os pontos A, B, C, D e E, e um espaço aberto como quadra ou pátio da escola para simular as margens do rio.

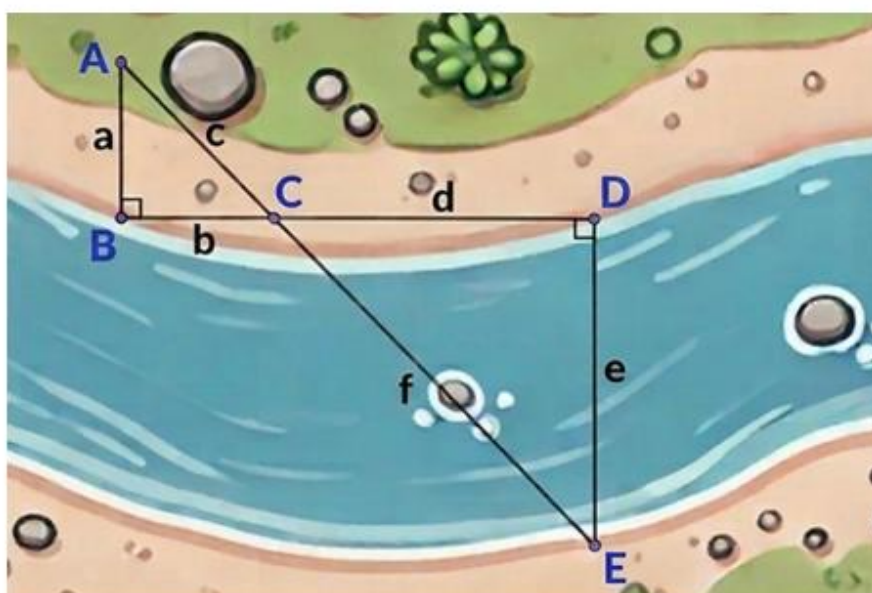
Antes de iniciar: demarque previamente os pontos no espaço escolhido, utilizando cones, giz ou estacas. Recomenda-se que o professor realize um ensaio da configuração geométrica antes da aula, assegurando que as medidas sejam coerentes e que os triângulos semelhantes estejam corretamente posicionados.

Durante o experimento: este é o experimento de maior complexidade espacial, pois exige que os estudantes compreendam a configuração dos triângulos semelhantes no espaço físico antes de realizar os cálculos. Caso os grupos demonstrem dificuldade em visualizar a situação, o professor pode mediar com as seguintes perguntas:

- "Onde estão os dois triângulos nesse espaço?"
- "Quais lados dos dois triângulos são correspondentes?"
- "Se um triângulo é menor que o outro, o que isso diz sobre a razão entre seus lados?"

Após o experimento: antes da atividade de consolidação, solicite que cada grupo explique oralmente como chegou ao valor da largura do rio. Essa verbalização é fundamental para identificar compreensões equivocadas e consolidar o raciocínio proporcional.

Experimento 02: Calculando a Largura do Rio



Os pontos situados nas letras **A**, **B**, **C**, **D** e **E** correspondem as posições onde os estudantes irão ficar localizados para realizarem a configuração dos triângulos semelhantes para calcular o lado **e** do triângulo, esse correspondente a distância de um lado ao outro do rio. Dessa maneira, a distância de um lado ao outro do rio **e**, será obtida a partir das medidas dos segmentos **a**, **b** e **d** a partir da relação de proporcionalidade a seguir:

$$\frac{a}{b} = \frac{e}{d}$$

No caso, **a** corresponde a distância (comprimento) do cateto perpendicular ao rio, **b** a distância (comprimento) cateto paralela ao curso do rio, ambos pertencentes ao triângulo de referência, **d** corresponde a distância (Comprimento) perpendicular entre a largura do rio e o triângulo de referência, e **e** corresponde a largura do rio.

Calculando a Largura do Rio

27



Colete as seguintes medidas

Grupo	Altura do triângulo (a)	Base do triângulo (b)	Base do triângulo (d)	Distância da largura do rio (e)

Encontre o seguinte valor

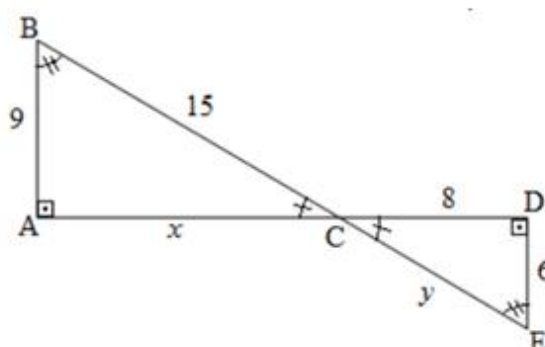


Exercício de fixação da aprendizagem

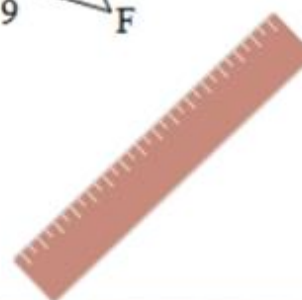
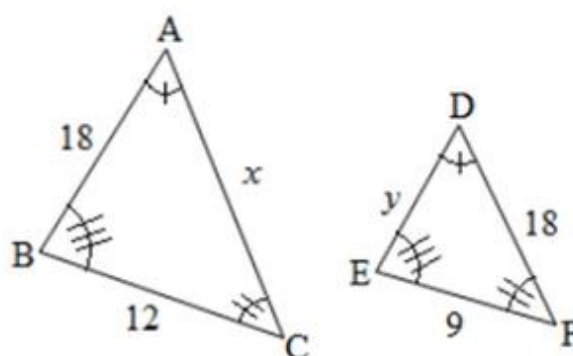
Baseado no problema semelhante ao do cálculo da medida da largura do rio. Solucione a seguinte questão:

- 1) Temos dois triângulos abaixo que são semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y .

A)



B)





29

Experimento 03: Calculando o diâmetro da superfície iluminada

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Tempo estimado: 60 a 90 minutos

Materiais necessários: lanternas, superfície plana para projeção (parede ou chão), fita métrica e régua para medir os diâmetros projetados. Recomenda-se realizar este experimento em ambiente com pouca luminosidade para facilitar a visualização da projeção.

Antes de iniciar: o professor deve testar a lanterna e o ambiente previamente, garantindo que a projeção seja visível e que haja espaço suficiente para variar a distância entre a lanterna e a superfície. Se possível, utilize uma sala com as cortinas fechadas ou um corredor mais escuro da escola.

Durante o experimento: oriente os grupos a registrarem pelo menos duas posições diferentes da lanterna em relação à superfície, de modo que possam observar como o diâmetro iluminado varia com a distância. Perguntas mediadoras sugeridas:

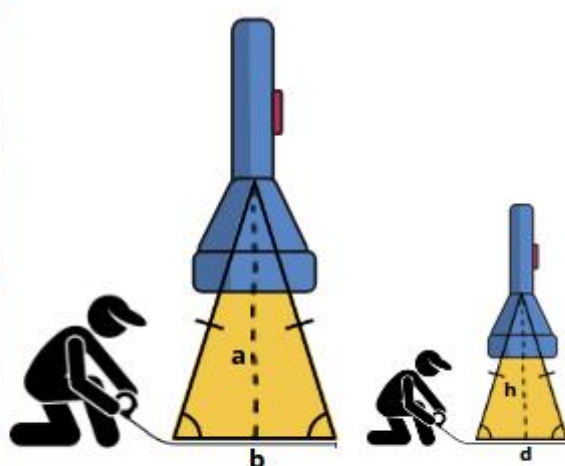
- "O que acontece com o diâmetro da luz quando você afasta a lanterna?"
- "Existe uma relação entre a distância e o tamanho do círculo iluminado?"
- "Como você representaria essa situação como dois triângulos semelhantes?"

Após o experimento: este é o momento mais propício para retomar e consolidar os conceitos de semelhança de triângulos trabalhados ao longo de toda a oficina. Recomenda-se que o professor promova uma síntese coletiva, conectando os três experimentos e destacando que, em todos eles, o mesmo princípio matemático foi aplicado em contextos diferentes.



30

Experimento 03: Calculando o diâmetro da superfície iluminada

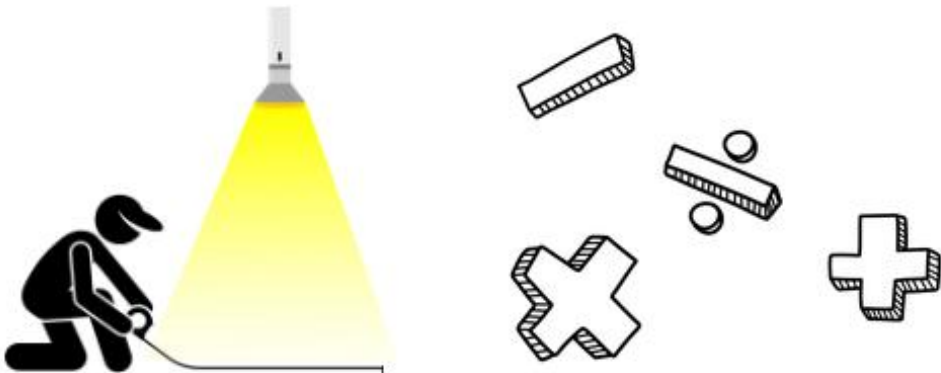


$$\frac{b}{d} = \frac{a}{h}$$

o segmento **b** corresponde ao diâmetro maior, o segmento **d** corresponde a medida do diâmetro menor, o segmento **a** corresponde a distância maior entre a lanterna e a superfície iluminada, o segmento **h** corresponde a distância menor entre a lanterna e a superfície iluminada.



Calculando o Diâmetro da superfície iluminada



Colete as seguintes medidas

Grupo	Distância (h) menor para superfície	Diâmetro menor (d) da superfície	Distância maior (a) para superfície	Diâmetro maior da superfície (b)

Encontre o seguinte valor





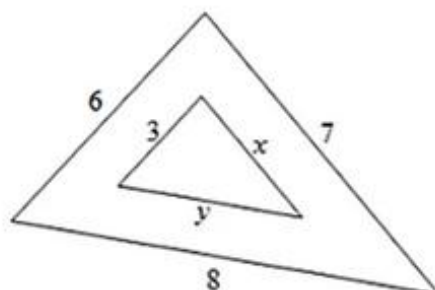
32

Exercício de fixação da aprendizagem

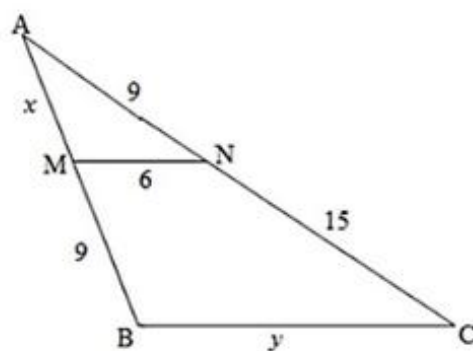
Baseado no problema semelhante ao do cálculo da distância entre a lanterna e a superfície iluminada. Solucione a seguinte questão:

1- Temos dois triângulos abaixo que são semelhantes, nessas condições calcule os valores de x e y .

A)



B)





33

Considerações finais

A oficina "A Matemática de Tales: uma proposta de atividade experimental para o Ensino Fundamental" foi elaborada com o propósito de oferecer ao professor de Matemática uma alternativa pedagógica concreta, acessível e fundamentada para o ensino do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos. Ao longo de suas quatro etapas, a proposta busca articular a contextualização histórica, a experimentação prática e a resolução de problemas como eixos estruturantes de uma aprendizagem mais significativa e duradoura.

A sequência didática foi pensada de forma intencional e interdependente. A etapa histórica não é meramente introdutória, ou seja, ela cumpre o papel de contextualizar os problemas referentes ao tema, de despertar a curiosidade dos estudantes e de estabelecer os primeiros pontos de ancoragem cognitiva para os conceitos que serão trabalhados nos experimentos seguintes. Por isso, recomenda-se fortemente que ela não seja suprimida, mesmo em situações de tempo reduzido.



Os três experimentos foram organizados em ordem crescente de complexidade espacial e conceitual, de modo que cada atividade prepara o estudante para a seguinte. O professor que optar por aplicar apenas parte da sequência deve ter ciência de que essa progressão é parte essencial da proposta, e que a supressão de etapas pode comprometer a construção gradual do raciocínio proporcional.

No que diz respeito à mediação docente, esta oficina exige do professor uma postura ativa e intencional ao longo de todo o processo. Mais do que apresentar os procedimentos, cabe ao professor acompanhar os grupos de perto, de forma individualizada, fazer perguntas que estimulem o raciocínio e intervir de forma pontual quando necessário, sem entregar as respostas. Essa mediação é o que diferencia a experimentação como recurso pedagógico da simples execução de tarefas práticas.

Espera-se que esta oficina sirva como ponto de partida para que outros professores possam explorar tanto essa como outras possibilidades da experimentação matemática em suas práticas pedagógicas, adaptando-as às realidades e necessidades de seus contextos escolares, tendo em vista que, a Matemática, quando ensinada de forma situada, experimental e historicamente contextualizada, torna-se não apenas mais compreensível, mas também mais humana e relevante para os estudantes.



REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Educational psychology: a cognitive view**. 2. ed. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1978.

BORGES, Regina Rabello. O ensino de ciências e a experimentação. In: MORAES, Roque (org.). **Construtivismo e ensino de ciências: reflexões epistemológicas e metodológicas**. 3. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008. p. 29-45.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

FAUVEL, John; VAN MAANEN, Jan (ed.). **History in mathematics education: the ICMI study**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

FEY, Franciele; JELINEK, Karin Ritter. **Guia do ensino experimental de matemática**. Santo Antônio da Patrulha: FURG, 2021. E-book. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/603314/2/FRANCIELE_produto.pdf. acesso em: 25 de junho de 2025.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade: 9º ano**. 10. ed. São Paulo: Saraiva, 2022.



JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo; CENTURIÓN, Marilia. **Matemática na medida certa: 9º ano**. 10. ed. São Paulo: Scipione, 2007.

MACEDO, Sônia Maria de; SILVA, Michelsch João da; FOLMER, Vanderlei; MARZARI, Mara Regina Bonini. Contribuições e desafios da experimentação no ensino de matemática: uma revisão integrativa de literatura. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 14, n. 33, p. 01-22, 2025. DOI: 10.33871/rpem.2025.14.33.10066. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/10066>. Acesso em: 26 dez. 2025.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora da UnB, 2006.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2004.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.



37

ROSITO, Berenice Alvares. O ensino de ciências e a experimentação. In: MORAES, Roque (org.). **Construtivismo e ensino de ciências: reflexões epistemológicas e metodológicas**. 3. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008. p. 195-208.

ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO DO COMITÊ DE ÉTICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE
ALAGOAS - UFAL

**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP****DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

Título da Pesquisa: TEOREMA DE TALES: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA E EXPERIMENTAL DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS COM ALUNOS DO 9º DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Pesquisador: NYRON FERNANDO SILVA DA COSTA

Área Temática:

Versão: 5

CAAE: 91488225.4.0000.5013

Instituição Proponente: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática -

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 8.270.002

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

MACEIO, 10 de Março de 2026

Assinado por:

Thaysa Barbosa Cavalcante Brandão
(Coordenador(a))