

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA - CTEC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGEC

LUIZ ELIAS DA SILVA FILHO

**ANÁLISE EM REGIME TRANSIENTE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM
POÇOS DE PETRÓLEO**

Maceió/AL
Maio de 2025

LUIZ ELIAS DA SILVA FILHO

**ANÁLISE EM REGIME TRANSIENTE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM
POÇOS DE PETRÓLEO**

Dissertação de Mestrado apresentada como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas e Materiais) pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas - PPGEC/UFAL.

Orientador: Prof. Dr. William Wagner Matos Lira

Coorientador: Prof. Dr. William Imamura

Maceió/AL

Maio de 2025

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

S586a Silva Filho, Luiz Elias da.

Análise em regime transiente da transferência de calor em poços de petróleo / Luiz Elias da Silva Filho. – 2025.
108 f. : il. color.

Orientador: William Wagner Matos Lira.

Coorientador: William Imamura.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Maceió, 2025.

Bibliografia: f. 85-94.

Apêndice: f. 95-108.

1. Regime transiente. 2. Transferência de calor – Poços de petróleo. 3. Campo de temperatura. I. Título.

CDU: 66.021.4



**ANÁLISE EM REGIME TRANSIENTE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM POÇOS
DE PETRÓLEO**

LUIZ ELIAS DA SILVA FILHO

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 04 do mês de abril do ano de 2025.

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
gov.br WILLIAM WAGNER MATOS LIRA
Data: 07/04/2025 14:45:18-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. William Wagner Matos Lira
(Orientador – PPGEC/UFAL)

Documento assinado digitalmente
gov.br WILLIAM IMAMURA
Data: 07/04/2025 13:31:27-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. William Imamura
(Coorientador – PPGEC/UFAL)

Documento assinado digitalmente
gov.br EDUARDO TOLEDO DE LIMA JUNIOR
Data: 07/04/2025 09:46:56-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Eduardo Toledo de Lima Junior
(Avaliador Interno – PPGEC/UFAL)

Documento assinado digitalmente
gov.br LUCAS PEREIRA DE GOUVEIA
Data: 07/04/2025 11:13:37-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Lucas Pereira de Gouveia
(Avaliador Externo ao Programa – UFAL)

Documento assinado digitalmente
gov.br CHARLTON OKAMA DE SOUZA
Data: 04/04/2025 17:26:15-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Charlton Okama de Souza
(Avaliador Externo à Instituição – PETROBRAS)

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo Seu infinito amor para comigo.

Aos meus pais, Luiz e Wilda, aos meus irmãos, Daiane e Ricardo, e à minha namorada, Clara, por todo o amor, paciência, carinho e apoio a mim depositados e por fazerem de tudo para que eu conseguisse realizar meus sonhos.

Aos meus orientadores, William Lira e William Imamura, pelo exemplo profissional e pela paciência, disposição e acessibilidade na realização deste trabalho.

Aos meus companheiros de pesquisa no LCCV, em especial à Catarina, ao Thiago, ao João Paulo, à Karol e ao Gilberto, por contribuírem com ideias e sugestões para que este trabalho fosse realizado da melhor forma possível, sempre com muita atenção e paciência.

A todos os professores do PPGE, em especial aos professores Adeildo Ramos, Eduardo Nobre, Eduardo Toledo, Francisco Patrick e João Paulo, por todo o conhecimento transmitido ao longo das aulas na pós-graduação.

Aos membros da banca, por analisarem o trabalho com atenção e entregarem suas valiosas contribuições.

A toda a equipe do LCCV, pela infraestrutura e suporte técnico oferecidos.

À PETROBRAS, pelo apoio técnico e financeiro.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

A todos aqueles que, injustamente, não foram mencionados aqui, mas que acreditaram e me apoiaram no desenvolvimento deste trabalho.

*"Quando você sonha alto, todos os passos parecem ser o primeiro.
Então, esse é só o primeiro passo, mais uma vez.
E a gente tem muito para aprender."*

Pereira, José Tiago Sabino.

RESUMO

SILVA FILHO, L. E. **Análise em regime transiente da transferência de calor em poços de petróleo.** 108 f. Dissertação de mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas. Maceió-AL, 2025.

O objetivo deste trabalho é realizar uma análise em regime transiente da transferência de calor em poços de petróleo verticais, sendo proposto um modelo matemático para prever o campo de temperatura em regime transiente nessas estruturas. Tradicionalmente, a estratégia mais utilizada para modelar fenômenos térmicos em poços é a abordagem pseudopermanente, que considera a transferência de calor no poço em regime estacionário. No entanto, essa simplificação pode produzir erros significativos, principalmente em condições de serviço, como no início ou término de operações. Nessas situações, considerar o regime transiente pode melhorar a acurácia das previsões. Diante disso, este trabalho desenvolve um modelo matemático para a transferência de calor transiente em poços verticais, incorporando mecanismos frequentemente negligenciados, como a radiação nos anulares e a convecção na superfície do poço. Para alcançar esse objetivo, a metodologia adotada consiste em quatro etapas principais: a) revisão bibliográfica sobre modelagem térmica em poços de petróleo; b) desenvolvimento de um modelo matemático para previsão do campo de temperatura em poços verticais, composto pelas equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia; c) apresentação de uma estratégia numérica para a solução do modelo matemático descrito no item anterior; e d) aplicação do modelo proposto na determinação de distribuições de temperatura em poços de petróleo, comparando os resultados obtidos com dados de campo e com outros modelos da literatura, além da realização de estudos paramétricos. Os resultados mostraram que o modelo apresentou boa concordância com dados de sensores de um poço *offshore* e com outros modelos disponíveis na literatura, com erros geralmente inferiores a 5%. Além disso, estudos paramétricos destacaram que a radiação tem impacto significativo em anulares preenchidos com gás, enquanto a convecção na superfície é crucial para prever o resfriamento do poço durante operações de fechamento. Dessa forma, o estudo amplia a compreensão dos efeitos térmicos em poços de petróleo, evidenciando a influência de mecanismos como radiação nos anulares e convecção na superfície. Sua aplicação pode contribuir para análises de integridade estrutural, otimização de métodos de elevação artificial, diagnóstico de problemas de produção, prevenção da formação de hidratos, avaliação da corrosão nos revestimentos e planejamento de operações de estocagem de gás natural.

Palavras-chave: Campo de temperatura; regime transiente; convecção; radiação.

ABSTRACT

SILVA FILHO, L. E. **Transient heat transfer analysis in oil wells**. 108 pp. Master's Thesis – Graduate Program in Civil Engineering, Federal University of Alagoas. Maceió-AL, 2025.

The objective of this study is to perform a transient analysis of heat transfer in vertical oil wells, through the development of a mathematical model designed to predict the transient temperature field within these structures. Traditionally, the most commonly adopted strategy for modeling thermal phenomena in wells is the pseudo-steady-state approach, which assumes steady-state heat transfer conditions. However, this simplification can lead to significant errors, particularly under operational conditions such as the start-up or shut-down of well operations. In such cases, accounting for the transient regime can improve the accuracy of predictions. Accordingly, this work proposes a mathematical model for transient heat transfer in vertical wells, incorporating mechanisms that are often overlooked, such as radiation in the annular spaces and convective heat transfer at the wellhead surface. To achieve this objective, the adopted methodology comprises four main stages: a) a literature review on thermal modeling in oil wells; b) the development of a mathematical model for predicting the temperature field in vertical wells, based on the conservation equations of mass, momentum, and energy; c) the presentation of a numerical strategy to solve the proposed mathematical model; and d) the application of the model to determine temperature distributions in oil wells, with comparisons drawn against field data and other models from the literature, along with the performance of parametric studies. The results showed that the model demonstrated good agreement with sensor data from an offshore well and with other models reported in the literature, generally presenting errors below 5%. Furthermore, the parametric studies highlighted that radiation has a significant impact in gas-filled annuli, whereas surface convection is critical for predicting wellbore cooling during shut-in operations. Thus, this study advances the understanding of thermal effects in oil wells by emphasizing the influence of mechanisms such as annular radiation and surface convection. Its application may contribute to structural integrity analyses, optimization of artificial lift methods, diagnosis of production issues, prevention of hydrate formation, evaluation of casing corrosion, and the planning of natural gas storage operations.

Keywords: Temperature field; transient regime; convection; radiation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Revestimentos recuperados.....	16
Figura 1.2 – Metodologia de desenvolvimento do trabalho.....	19
Figura 2.1 – Resultados de Abdelhafiz, Hegele Jr e Oppelt (2021).	25
Figura 2.2 – Resultados de Zhang et al. (2019).	26
Figura 2.3 – Resultados de Jang, Chun e An (2022) e Chen et al. (2023).	27
Figura 3.1 – Esquema da estrutura de um poço de petróleo.	34
Figura 3.2 – Fluxos de calor em um volume infinitesimal.	39
Figura 3.3 – Condições de contorno no poço.....	40
Figura 3.4 – Resistências de um componente do poço.....	41
Figura 4.1 – Exemplo de uma malha de volumes de controle.	48
Figura 4.2 – Volumes de controle no eixo de simetria.	51
Figura 4.3 – Volumes de controle na face inferior.....	53
Figura 4.4 – Volumes de controle internos.	54
Figura 4.5 – Volumes de controle na face superior.....	55
Figura 4.6 – Volumes de controle na face externa.....	56
Figura 4.7 – Algoritmo básico do procedimento numérico.....	59
Figura 5.1 – Esquema da estrutura do poço e perfil geotérmico.....	60
Figura 5.2 – Trajetória do poço.	61
Figura 5.3 – Temperaturas nos sensores ao longo do tempo.....	62
Figura 5.4 – Vazão de óleo medida ao longo do tempo.	63
Figura 5.5 – Detalhes dos dados de produção.	63
Figura 5.6 – Convergência da temperatura no TPT com refinamento de Δt	65
Figura 5.7 – Tempo de execução com refinamento de Δt	66
Figura 5.8 – Convergência da temperatura no TPT com refinamento de Δz	66
Figura 5.9 – Convergência da temperatura no TPT com aumento do raio externo.	67
Figura 5.10 – Malha de VCs usada no estudo.....	68
Figura 5.11 – Comparação para as primeiras horas.	69
Figura 5.12 – Comparação para 15 dias de produção.	70
Figura 5.13 – Comparação durante o fechamento.	71
Figura 5.14 – Comparação na retomada da produção.	72
Figura 5.15 – Detalhamento na retomada da produção.....	72
Figura 5.16 – Consolidação dos 23 dias de operação.	73
Figura 5.17 – Distribuições de temperatura em diferentes instantes.....	74
Figura 5.18 – Comparação para as primeiras horas.	75

Figura 5.19 – Comparação para 6 dias de produção.	76
Figura 5.20 – Comparação para as primeiras 10 horas.	77
Figura 5.21 – Comparação para 15 dias de produção e 2 dias de fechamento.	78
Figura 5.22 – Estudo paramétrico da radiação nos anulares.	79
Figura 5.23 – Impacto da convecção na superfície.	81
Figura A.1 – Mapa dos padrões de escoamento.	95
Figura A.2 – Fluxograma de cálculo do método de Beggs e Brill (1973).	101
Figura B.1 – Fluxos de calor em um elemento infinitesimal.	103
Figura C.1 – Volumes de controle internos.	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Características de alguns modelos da literatura.	47
Tabela 5.1 – Dados dos revestimentos e coluna de produção do poço.	61
Tabela 5.2 – Propriedades dos sólidos.	62
Tabela 5.3 – Análise de convergência para Δt	65
Tabela A.1 – Escolha do padrão de escoamento.	97
Tabela A.2 – Constantes para cada padrão de escoamento.	98

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Abreviatura	Descrição
APB	<i>Annular Pressure Buildup</i> (Aumento de Pressão nos Anulares)
API	<i>American Petroleum Institute</i> (Instituto Americano de Petróleo)
BCP	Bombeio por Cavidades Progressivas
BCS	Bombeio Centrífugo Submerso
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (Dinâmica de Fluidos Computacional)
COI	Coluna de Injeção
COP	Coluna de Produção
CSB	Conjunto Solidário de Barreiras
LCCV	Laboratório de Computação Científica e Visualização
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MVF	Método dos Volumes Finitos
NIST	<i>National Institute of Standards and Technology</i> (Instituto Nacional de Padrões e Tecnologia)
OD	<i>Outer diameter</i> (Diâmetro Externo)
PDG	<i>Permanent Downhole Gauge</i> (Medidor Permanente de Fundo de Poço)
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
RGO	Razão Gás-Óleo
TOC	<i>Top of Cement</i> (Topo do Cimento)
TPT	<i>Temperature and Pressure Transducer</i> (Transdutor de Temperatura e Pressão)
VC	Volume de Controle
WC	<i>Water Cut</i> (Percentual de Água)
WCD	<i>Worst Case Discharge</i> (Vazão no Pior Cenário)

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descrição	Unidade
A	Área da seção transversal	$[\text{m}^2]$
$c_1, \dots, c_8$	Coeficientes de correlação	$[-]$
C_p	Calor específico a pressão constante	$[\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}]$
D_h	Diâmetro hidráulico da tubulação	$[\text{m}]$
d_f	Parâmetro que indica o sentido do fluxo	$[-]$
$\frac{D}{Dt}$	Derivada material	$[\text{s}^{-1}]$
$\frac{dP}{dz}$	Gradiente de pressão	$[\text{Pa m}^{-1}]$
$\vec{e}_i$	Versor na direção do eixo i	$[-]$
f	Fator de atrito de Moody	$[-]$
$f(Fo)$	Função de condução de calor transiente adimensional	$[-]$
$ Fo $	Número de Fourier	$[-]$
$ Fr $	Número de Froude	$[-]$
$ g $	Aceleração gravitacional	$[\text{m s}^{-2}]$
$ h $	Entalpia específica	$[\text{J kg}^{-1}]$
$ h_c $	Coeficiente de transferência de calor por convecção	$[\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}]$
$ h_f $	Coeficiente de convecção entre o fluido e o tubo	$[\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}]$
$ h_r $	Coeficiente de transferência de calor por radiação	$[\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}]$
$ H_L $	Fração de líquido com escorregamento	$[-]$
$ J_0 $	Função de Bessel de primeira espécie e ordem zero	$[-]$
$ J_1 $	Função de Bessel de primeira espécie e ordem um	$[-]$
$ L_1, \dots, L_4 $	Parâmetros de transição de Beggs e Brill (1973)	$[-]$
$ k $	Condutividade térmica	$[\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}]$
$ n_{cond} $	Número de elementos sólidos	$[-]$
$ N_{Lv} $	Número adimensional da velocidade do líquido	$[-]$
$ P $	Pressão absoluta	$[\text{Pa}]$
$ p $	Perímetro molhado	$[\text{m}]$
$ Pr $	Número de Prandtl	$[-]$
$ q $	Vazão volumétrica	$[\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$
$ q_c $	Fluxo de calor por convecção	$[\text{W m}^{-2}]$
$ q' $	Taxa de transferência de calor por unidade de comprimento	$[\text{W m}^{-1}]$
$ q'' $	Vetor de fluxo de calor	$[\text{W m}^{-2}]$
$ q''' $	Taxa interna de geração de calor	$[\text{W m}^{-3}]$
$ \dot{Q} $	Taxa de transferência de calor	$[\text{W}]$

r	Raio	[m]
r_{ext}	Raio externo da formação	[m]
R	Resistência térmica	[K W ⁻¹]
Ra	Número de Rayleigh	[—]
Re	Número de Reynolds	[—]
t	Tempo	[s]
t_D	Tempo adimensional	[—]
T	Temperatura	[K]
T_{geo}	Temperatura geotérmica	[K]
V	Volume	[m ³]
v	Velocidade	[m s ⁻¹]
v_{sl}	Velocidade superficial da fase líquida	[m s ⁻¹]
v_{sg}	Velocidade superficial da fase gasosa	[m s ⁻¹]
y_i	Fração mássica da fase i	[—]
Y_0	Função de Bessel de segunda espécie e ordem zero	[—]
Y_1	Função de Bessel de segunda espécie e ordem um	[—]
z	Cota vertical	[m]

Símbolo grego	Descrição	Unidade
α	Difusividade térmica	[m ² s ⁻¹]
β	Coeficiente de expansão volumétrica	[K ⁻¹]
γ	Coeficiente de Joule-Thomson	[K Pa ⁻¹]
δ	Diferença	[—]
Δ	Variação	[—]
ϵ	Rugosidade da tubulação	[m]
ε	Emissividade da superfície	[—]
θ	Inclinação com relação à horizontal	[rad]
λ_L	Fração de líquido sem escorregamento	[—]
μ	Viscosidade dinâmica	[Pa s]
∇	Operador gradiente	[—]
ρ	Massa específica	[kg m ⁻³]
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	[W m ⁻² K ⁻⁴]
Φ	Função de dissipação viscosa	[—]
χ	Parâmetro de inclinação para Zhou (2013)	[—]
ψ	Fator de correção para a inclinação	[—]
ω	Relação entre capacidades térmicas	[—]
$\dot{\omega}$	Fluxo de massa	[kg s ⁻¹]

Subscrito	Descrição
<i>base</i>	Propriedade ou grandeza no fundo do poço
<i>bot</i>	Propriedade na face inferior
<i>e</i>	Propriedade relativa à formação
ϕ	Relativo à direção tangencial
<i>g</i>	Propriedade relativa ao gás
∞	Propriedade relativa ao fluido na superfície
<i>int</i>	Relativo à face interna
<i>Intermitente</i>	Propriedade do escoamento intermitente
<i>l</i>	Propriedade relativas à fase líquida
<i>m</i>	Propriedade relativas à mistura
<i>n</i>	Propriedade sem escorregamento (<i>no-slip</i>)
<i>o</i>	Propriedade relativa ao óleo
<i>out</i>	Relativo à face externa
<i>r</i>	Relativo à direção radial
<i>s</i>	Propriedade com escorregamento (<i>slip</i>)
<i>std</i>	Relativo à condição padrão
<i>Segregado</i>	Propriedade do escoamento segregado
<i>Transição</i>	Propriedade do escoamento de transição
<i>top</i>	Propriedade ou grandeza na superfície superior
<i>w</i>	Propriedade relativa à água
<i>wb</i>	Propriedade relativa à interface com a formação
<i>z</i>	Relativo à direção axial

Sobrescrito	Descrição
λ	Propriedade ponderada no tempo
<i>o</i>	Propriedade no tempo passado
*	Estimativa da iteração corrente

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Objetivos	18
1.2	Metodologia.....	19
1.3	Delimitação do trabalho.....	20
1.4	Estrutura do trabalho	20
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1	Transferência de calor na estrutura do poço de petróleo	22
2.1.1	Modelos pseudopermanentes.....	23
2.1.2	Modelos transientes.....	24
2.2	Transferência de calor na formação	29
2.3	Visão geral do estado da arte	32
3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MODELO PROPOSTO	34
3.1	Estrutura e componentes de poços de petróleo	34
3.2	Hipóteses adotadas no modelo matemático	35
3.3	Equações governantes da transferência de calor	36
3.3.1	Conservação da massa	36
3.3.2	Conservação da quantidade de movimento	37
3.3.3	Conservação da energia	38
3.3.4	Condições iniciais e de contorno no poço	40
3.3.5	Fluxos de calor e resistências térmicas	41
3.3.6	Velocidades e fluxos mássicos	44
3.4	Propriedades dos materiais	45
3.5	Resumo do modelo proposto.....	46
4	PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS	48
4.1	Aproximação das derivadas espaciais	48
4.2	Aproximação das derivadas temporais	49
4.3	Discretização das equações de conservação	51
4.3.1	Volumes de controle no eixo de simetria	51
4.3.2	Volumes de controle na face inferior.....	53
4.3.3	Volumes de controle internos	53
4.3.4	Volumes de controle na face superior.....	55
4.3.5	Volumes de controle na face externa.....	56
4.4	Algoritmo de solução	57
5	APLICAÇÕES	60
5.1	Descrição do poço utilizado	60
5.2	Análise de convergência	64

5.2.1	Análise de convergência temporal (passo de tempo)	64
5.2.2	Análise de convergência espacial na direção axial	66
5.2.3	Análise de convergência espacial na direção radial	67
5.2.4	Resumo dos parâmetros escolhidos	68
5.3	Comparação com dados de campo	69
5.4	Comparação com o modelo em regime transiente de Martins (2022)	75
5.5	Comparação com o modelo pseudopermanente de Silva Filho (2022)	77
5.6	Estudo paramétrico da radiação nos anulares e da convecção na superfície.....	79
5.6.1	Radiação nos anulares	79
5.6.2	Convecção na superfície	80
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
	REFERÊNCIAS	85
	APÊNDICE A – Correlação de Beggs e Brill (1973)	95
A.1	Equação do gradiente de pressão	95
A.2	Procedimento de cálculo	96
	APÊNDICE B – Equação da conservação da energia	102
	APÊNDICE C – Discretização da equação de conservação da energia	105

1 INTRODUÇÃO

O petróleo é uma das substâncias mais importantes e consumidas pela sociedade contemporânea. Ele é utilizado por todos os setores da indústria e seus derivados são empregados em inúmeras aplicações, tais como: na geração de energia elétrica, na produção de combustíveis e na fabricação de fibras sintéticas, plásticos, fertilizantes, sabões, pavimentos e borrachas (SPEIGHT, 2006). Sua origem é atribuída a transformações químicas de restos de matéria orgânica, bactérias, produtos nitrogenados e sulfurados (BARCELOS, 2017). Essas transformações resultaram na formação de massas viscosas homogêneas de coloração negra, chamadas jazidas de petróleo, que são compostas principalmente por hidrocarbonetos (TISSOT et al., 1978).

Esses hidrocarbonetos podem exsudar e aflorar na superfície, fenômeno muito relatado nas regiões desérticas do Norte da África e do Oriente Médio (KINDI et al., 2022; GHRIBI et al., 2022). Entretanto, é mais comum que o reservatório esteja localizado sob espessas camadas de sedimentos, tanto em ambientes terrestres quanto *offshore*, situações em que enfrenta altas temperaturas e altas pressões, como acontece no pré-sal brasileiro, na Bacia do Tarim na China, e no Leste do Texas (CRAIG, 2008; ZHU et al., 2020; XUE et al., 2020). Como resultado das condições operacionais enfrentadas por poços nessas situações, a integridade e a segurança estrutural tornam-se aspectos críticos durante a operação de poços (FERREIRA, 2017).

Um dos problemas que podem afetar a integridade estrutural do poço é o aumento de pressão nos anulares (APB – *Annular Pressure Buildup*), que é um fenômeno causado pela tentativa de expansão dos fluidos no interior dos anulares confinados (BARCELOS, 2017). Essa expansão é resultado da variação de temperatura à qual o poço está submetido durante as operações. A esse fenômeno atribui-se a responsabilidade pelo colapso de poços produtores no Golfo do México. Os revestimentos recuperados nesses poços são mostrados na Fig. 1.1 (BRADFORD et al., 2004; GOSCH et al., 2004; PATTILLO; COCALES; MOREY, 2006).

Figura 1.1 – Revestimentos recuperados.



Fonte: Pattillo, Cocalles e Morey, 2006.

Conforme mostrado na Fig. 1.1, trata-se de um evento violento e que deve ser previsto no projeto do poço. A previsão do APB só pode ser realizada se forem conhecidos os perfis de

temperatura nos anulares do poço (BARCELOS, 2017; MOHAMMED et al., 2019). Além disso, esses perfis têm diversas outras aplicações, incluindo a otimização da capacidade de entrega de poços, o projeto de instalações de elevação artificial, a caracterização do processo de corrosão nos revestimentos, a avaliação da integridade do poço em operações cíclicas de injeção de gás natural e o monitoramento de condições em poços geotérmicos (HASAN; KABIR, 2012; MORADI et al., 2019; JING; TIAN; ZHU, 2025; KAYA; TALEGHANI, 2025). A obtenção desses perfis em campo é difícil, o que incentiva o desenvolvimento de modelos matemáticos para esse fim. Nesse contexto, um modelo matemático pode ser entendido como uma representação simplificada da realidade, construída por meio de equações matemáticas e hipóteses que capturam os aspectos essenciais do fenômeno estudado (GILDEHAUS; LIEBENDÖRFER, 2021).

A abordagem mais comum para construir modelos que representem os fenômenos térmicos em poços é considerar que a transferência de calor no interior do poço ocorre em regime estacionário e que a transferência de calor entre o poço e a formação ocorre em regime transiente (RAMEY, 1962; BAHONAR; AZAIEZ; CHEN, 2011; BARCELOS et al., 2017; SILVA Filho, 2022). Os modelos que se valem dessa hipótese são conhecidos na literatura como semiestáticos, semitransientes, transientes-longos ou pseudopermanentes (em inglês, *Pseudo-Steady-State*).

As principais vantagens dos modelos pseudopermanentes são a sua simplicidade e velocidade (MARTINS, 2022). Contudo, essa abordagem pode introduzir erros elevados se utilizada em tempos curtos. Além disso, nesse tipo de modelo, a vazão do poço e as condições de contorno (temperatura e pressão) são consideradas constantes no tempo. Por essa razão, os modelos pseudopermanentes são incapazes de simular situações que envolvem mudanças bruscas nas condições operacionais, como a partida e o fechamento do poço ou operações com comportamento altamente instável da pressão, da temperatura ou da vazão.

Uma alternativa bem menos usual que a modelagem pseudopermanente é a abordagem transiente. Esta pode ser utilizada em tempos curtos e permite considerar variações durante a operação. Naturalmente, a robustez dos modelos transientes está associada a uma elevada complexidade. Para contornar isso, muitos autores inserem fortes hipóteses, como considerar que as propriedades dos fluidos são constantes, negligenciar o efeito de Joule-Thomson¹ e resolver as equações de conservação de maneira desacoplada. Como consequência dessas simplificações, muitos efeitos são perdidos, fornecendo respostas que podem conter elevados erros (ZHANG et al., 2020; ZHANG et al., 2021).

Poucos trabalhos modelam de maneira abrangente a transferência de calor em regime transiente, considerando propriedades dependentes da temperatura e da pressão, o efeito de Joule-Thomson e condições operacionais variáveis ao longo do tempo (como vazão, temperatura e pressão de produção). Além disso, a eficiência computacional raramente é uma preocupação nesses modelos, o que limita sua aplicabilidade, especialmente em operações prolongadas,

¹Efeito de Joule-Thomson é o efeito que explica a mudança de temperatura sofrida por um fluido após uma descompressão.

devido ao alto custo computacional. Entre eles, o modelo proposto por Martins et al. (2022) se destaca como um dos mais completos. Ainda assim, como ocorre em grande parte das abordagens da literatura, algumas simplificações são adotadas, como a não consideração da transferência de calor por radiação nos anulares e da convecção na superfície. Vale ressaltar que, conforme observado por Ramey (1962), a radiação pode aumentar significativamente a transferência de calor em condições específicas, como quando o anular está preenchido com gás ou isolado a vácuo. Além disso, a convecção na superfície pode ser importante na previsão adequada do resfriamento do poço, principalmente em poços *offshore*.

Diante do exposto, fica evidente que há espaço para contribuições na modelagem em regime transiente utilizada na previsão de perfis térmicos em poços de petróleo, incorporando mais efeitos, como radiação nos anulares e convecção na superfície. Essas melhorias podem proporcionar um aumento na acurácia e confiabilidade da previsão dos perfis térmicos e, por consequência, elevar a precisão no cálculo dos carregamentos mecânicos advindos da mudança de temperatura ao longo do tempo.

1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é realizar uma análise em regime transiente da transferência de calor em poços de petróleo verticais. Como objetivos específicos, necessários para alcançar o objetivo geral, pode-se destacar:

- Formular um modelo matemático abrangente que descreva a transferência de energia em poços verticais, considerando o regime transiente;
- Implementar computacionalmente uma estratégia numérica para a solução do modelo matemático, obtendo-se os campos de temperatura, de pressão e de velocidade. A adoção de procedimentos numéricos é necessária, pois a complexidade das equações envolvidas impossibilita a obtenção de uma solução analítica.
- Realizar aplicações com o modelo proposto, comparando-o com:
 - Dados de campo em operações reais de produção;
 - Um modelo transiente da literatura;
 - Um modelo pseudopermanente da literatura.
- Realizar um estudo paramétrico para analisar a influência da radiação nos anulares e da convecção na superfície do poço na resposta fornecida pelo modelo proposto.

1.2 Metodologia

Para atingir o objetivo proposto, a metodologia adotada no desenvolvimento deste trabalho baseia-se em quatro etapas principais, apresentadas na Fig. 1.2.

Figura 1.2 – Metodologia de desenvolvimento do trabalho.



Fonte: Autor, 2025.

A primeira etapa corresponde ao levantamento bibliográfico dos temas de interesse, relacionados à transferência de calor em poços e procedimentos disponíveis na literatura para o cálculo de perfis térmicos nessas estruturas, considerando ou não o regime transiente. Atenção especial é dada à modelagem adotada nos trabalhos estudados, com o objetivo de identificar suas limitações e as hipóteses adotadas.

A segunda etapa corresponde ao desenvolvimento de um modelo matemático abrangente, capaz de descrever a transferência de calor no poço considerando o regime transiente. O modelo matemático é capaz de contemplar operações de produção, injeção, partida e fechamento do poço (*shut-in*). Além disso, ele atende a arranjos geométricos genéricos de poços verticais, considera que as propriedades dos fluidos dependem da temperatura e da pressão, e suporta o uso de modelagens multifásicas consagradas na indústria de óleo e gás, como as correlações empíricas de Beggs e Brill (1973) e Hagedorn e Brown (1965) ou os modelos mecanicistas de Zhang et al. (2003) e Ansari et al. (1994).

A terceira etapa consiste na apresentação dos procedimentos numéricos adotados neste trabalho para a solução das equações formuladas na etapa anterior. A estratégia utilizada neste trabalho é baseada no Método das Diferenças Finitas (MDF). Essa estratégia é capaz de resolver simultaneamente as equações formuladas, considerando propriedades dos fluidos que variam com a temperatura e com a pressão, além de atender aos critérios de estabilidade e desempenho computacional. As implementações desenvolvidas nessa etapa são realizadas em *Python*.

Por fim, na última etapa, o modelo desenvolvido é utilizado em algumas aplicações. Em um desses casos, seus resultados são comparados com dados de temperatura obtidos em poços reais, permitindo uma avaliação empírica de sua precisão. Além disso, a abordagem proposta é confrontada com um método transiente e outro pseudopermanente disponíveis na literatura, com o objetivo de avaliar a precisão das diferentes estratégias ao longo do tempo de produção. Adicionalmente, um estudo paramétrico é conduzido para analisar a influência de determinadas variáveis no comportamento da resposta fornecida pelo modelo proposto.

1.3 Delimitação do trabalho

Os desenvolvimentos deste trabalho estão sujeitos às seguintes delimitações:

- O poço é tratado como uma estrutura axissimétrica bidimensional, o que limita a aplicação do modelo a poços verticais;
- Os fluidos em todos os anulares são considerados confinados e com propriedades conhecidas em função da temperatura e da pressão;
- O aumento de pressão nos anulares é desconsiderado para efeito de variação nas propriedades dos fluidos dos anulares;
- A formação é composta por camadas homogêneas intercaladas, com comportamento isotrópico, as quais apresentam propriedades constantes em relação à temperatura e à pressão;
- A coluna, os revestimentos e o cimento apresentam propriedades constantes em relação à temperatura e à pressão;
- As interfaces entre os materiais são perfeitas, inexistindo vazios entre revestimentos, anulares, cimento e formação;
- As operações de produção são surgentes, isto é, o próprio poço tem pressão suficiente para conduzir os fluidos até a superfície. Não são estudadas operações de *gas-lift*, Bombeio por Cavidades Progressivas (BCP), Bombeio Centrífugo Submerso (BCS), ou qualquer outro método de elevação artificial;
- As propriedades das fases do fluido produzido em função da temperatura e da pressão são conhecidas, não sendo objetivo deste trabalho a caracterização do fluido.

1.4 Estrutura do trabalho

Este trabalho está dividido em seis capítulos, incluindo esta introdução, na qual são delineadas as principais motivações, os objetivos e a metodologia adotada na pesquisa. O Capítulo 2 consiste em uma revisão da literatura sobre transferência de calor em poços de petróleo, destacando a evolução das abordagens, as hipóteses adotadas e suas limitações. Ao final do capítulo, uma visão geral do assunto é apresentada, identificando as principais contribuições deste trabalho para preencher algumas das lacunas encontradas. O Capítulo 3 apresenta a formulação matemática do modelo transiente desenvolvido, relacionando-a com a modelagem pseudopermanente e com outros modelos transientes. São abordadas as equações de conservação, bem como as equações para calcular os fluxos de calor e as resistências térmicas dos

componentes do poço. O Capítulo 4 é dedicado à apresentação dos procedimentos numéricos empregados neste trabalho, o que inclui as equações de conservação em sua forma discreta e o algoritmo de solução adotado. O Capítulo 5 consiste nas aplicações propostas para o modelo, incluindo comparações com dados de campo, com outros modelos da literatura e realização de estudos paramétricos, além de apresentar as discussões dos resultados obtidos nesta dissertação. Finalmente, o Capítulo 6 apresenta as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura sobre os modelos de transferência de calor aplicados a poços de petróleo, destacando a evolução histórica das abordagens, suas suposições simplificadoras e suas principais limitações.

As pesquisas sobre a transferência de calor em poços podem ser classificadas em duas frentes: as que estudam a transferência de calor na estrutura do poço (fluxo do fluido produzido/injetado, coluna, revestimentos, anulares e cimento) e aquelas que direcionam esforços na modelagem da troca de calor entre o poço e a formação. Por esse motivo, este capítulo também apresenta essa subdivisão. Ao final do capítulo, uma visão geral do estado da arte é apresentada, destacando as principais contribuições deste trabalho para preencher algumas das lacunas identificadas na literatura.

2.1 Transferência de calor na estrutura do poço de petróleo

O processo de transferência de calor na estrutura do poço de petróleo pode ser abordado de duas maneiras: em regime permanente (estacionário) ou em regime transiente (não estacionário). A consideração do regime estacionário no poço é adotada por diversos autores (RAMEY, 1962; BARCELOS et al., 2017; LIVESCU et al., 2010; SUI; HORPESTAD; WIKTORSKI, 2018; SILVA Filho, 2022; MORADI et al., 2019). Eles argumentam que os termos transientes da equação de energia podem ser desprezados e que isso se justifica porque a transferência de calor no interior do poço tem uma escala de tempo muito mais rápida que a transferência de calor entre o poço e a formação. Os modelos que utilizam essa hipótese são conhecidos na literatura como semiestáticos, semitransientes, transientes-longos ou pseudopermanentes (em inglês, *Pseudo-Steady-State*). Em contrapartida aos modelos pseudopermanentes, existem os modelos totalmente transientes, que não desconsideram esses termos da equação de energia.

Naturalmente, existem consequências da consideração (ou não) dos termos transientes. A adoção da hipótese de regime permanente deixa o problema bem mais simples, mas pode introduzir erros elevados se utilizada em tempos curtos. Além disso, nessa abordagem, a vazão do poço e as condições de contorno (temperatura e pressão) são tratadas como constantes ao longo do tempo, o que é uma simplificação da realidade, pois essas variáveis mudam com a produção. Dessa forma, modelos pseudopermanentes são incapazes de simular situações que envolvem mudanças abruptas nas condições de produção, como no início da operação, durante o fechamento do poço, ou em operações com comportamento altamente instável de pressão, temperatura e vazão de entrada.

No caminho oposto, os modelos transientes simulam o histórico de vazão (e das condições de contorno de temperatura e de pressão), o que permite considerar variações durante a

operação e, até mesmo, simular o encadeamento de operações. Naturalmente, a robustez dos modelos transientes está associada a uma elevada complexidade e a um custo computacional substancialmente maior.

As seções subsequentes são dedicadas a apresentar uma revisão bibliográfica acerca dos modelos pseudopermanentes e dos modelos transientes.

2.1.1 Modelos pseudopermanentes

Os modelos pseudopermanentes foram os primeiros a serem desenvolvidos. Ramey (1962) foi o precursor da hipótese de que a transferência de calor no poço tem escala de tempo muito mais rápida que a transferência de calor para a formação. Ele propôs um modelo matemático e sua solução analítica para descrever a temperatura de injeção de fluidos monofásicos ao longo da profundidade do poço e do tempo de injeção. Assim como muitos trabalhos pioneiros, o modelo de Ramey possui limitações significativas. Apesar disso, até hoje ele é inspiração para o desenvolvimento de novos métodos (BAHONAR; AZAIEZ; CHEN, 2011).

Logo depois de Ramey, Satter (1965) aprimorou o método, incorporando efeitos de mudança de fase para poços de injeção de vapor. Modelos posteriores incluíram novos fenômenos, como dissipação viscosa, e adicionaram novas correlações para os coeficientes de transferência de calor (HOLST; FLOCK, 1966; PACHECO; ALI, 1972; HERRERA Jr et al., 1978). Willhite (1967) propôs uma metodologia para calcular o coeficiente global de transferência de calor em poços, que até hoje é amplamente utilizada. Holmes e Swift (1970) desenvolveram um modelo analítico para calcular o perfil de temperatura do fluido produzido. Para isso, eles assumiram que a transferência de calor entre o fluido e a formação é um processo linear no estado estacionário. Shiu e Beggs (1980) propuseram uma correlação empírica para calcular perfis de temperatura em operações de elevação artificial.

Posteriormente, Sagar, Doty e Schmltdt (1991), Alves, Alhanati e Shoham (1992) e Hasan e Kabir (1994) refinaram ainda mais o modelo de Ramey, permitindo a consideração de fluxo bifásico, variações na inclinação do poço e o efeito de expansão Joule-Thomson. Hagoort (2004) revisou as expressões matemáticas propostas por Ramey, argumentando que as hipóteses assumidas superestimavam a temperatura na cabeça do poço nas primeiras etapas de produção. No modelo revisado, ele utiliza parâmetros adimensionais para avaliar o momento em que as expressões de Ramey (1962) deixam de superestimar a temperatura.

Hasan et al. (2002) e Hasan, Kabir e Wang (2009) apresentaram equações analíticas para calcular perfis de temperatura em poços em condições estacionárias. Esses trabalhos foram utilizados por Hasan e Kabir (2012) para estudar analiticamente a transferência de calor em poços em diversas situações.

Nos últimos anos, modelos numéricos tornaram-se dominantes. Livescu et al. (2010)

desenvolveram um modelo numérico para previsão de perfis térmicos em escoamentos multifásicos, embora tenham resolvido as equações de balanço de energia e momento de forma desacoplada. Bahonar, Azaiez e Chen (2010b) conceberam um simulador especificamente para poços de injeção de vapor, que foi validado para fluxo de gás por meio de comparação com modelos analíticos, demonstrando as vantagens de uma abordagem numérica. Ferreira et al. (2017) conduziram um estudo comparativo de vários modelos térmicos para entender seu impacto nos perfis de temperatura do poço. Em sua análise, eles empregaram o algoritmo de Runge-Kutta de quarta ordem para resolver simultaneamente as equações de balanço de momento e energia.

Sui, Horpestad e Wiktorski (2018) desenvolveram um modelo numérico para a transferência de calor em poços produtores. Eles consideraram que as propriedades dos materiais (sólidos e líquidos) variam com a temperatura e com a pressão e, para isso, utilizaram correlações empíricas analíticas. O modelo foi utilizado por Wiktorski et al. (2019) em um estudo que, através de experimentos, visava desenvolver correlações para a condutividade térmica dos materiais constituintes do poço e, a partir disso, compreender a importância da condutividade na distribuição de temperatura do poço.

Moradi et al. (2019) introduziram um método numérico para determinar perfis de temperatura em poços de injeção. Eles desenvolveram um procedimento inovador para resolver simultaneamente as equações que regem a transferência de calor no poço, considerando que as propriedades termofísicas do fluido de injeção são funções da temperatura e da pressão. O procedimento se mostrou rápido e confiável. Silva Filho (2022) aprimorou o método de Moradi et al. (2019), permitindo a aplicação do procedimento para calcular perfis de temperatura em poços com múltiplos anulares, escoamentos multifásicos e operações de produção.

2.1.2 Modelos transientes

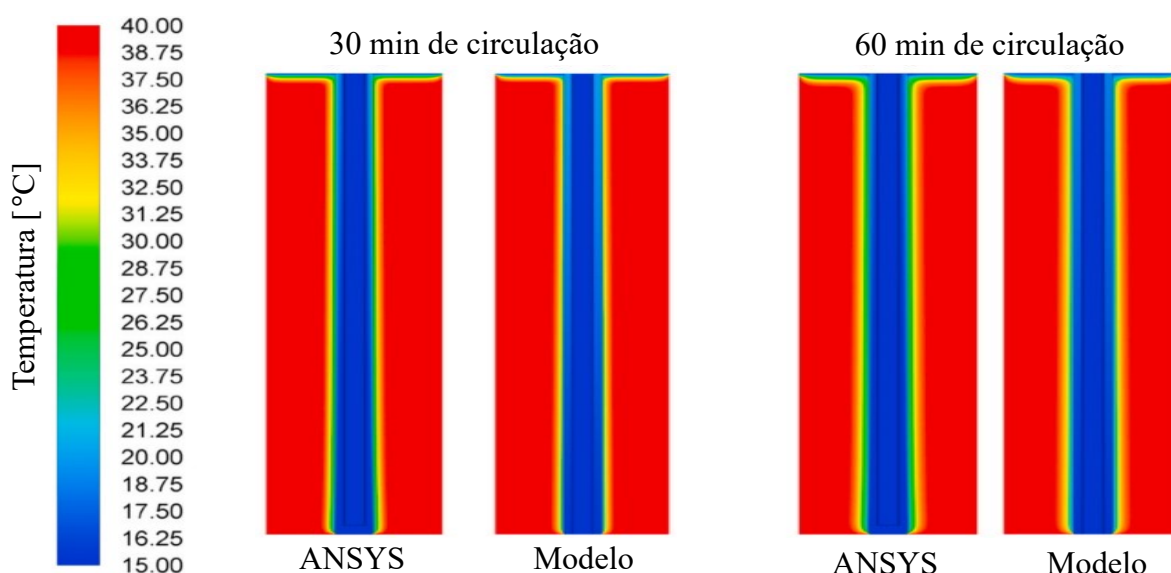
O desenvolvimento de modelos totalmente transientes é mais recente. Apesar de haver trabalhos antigos, como os apresentados por Raymond (1969) e Beirute (1991), a maioria das pesquisas relevantes sobre o tema foi realizada nas últimas três décadas. Izgec et al. (2007), por exemplo, propuseram um modelo matemático transiente com solução analítica. Para isso, eles assumiram que muitos parâmetros do problema não dependiam da temperatura. Ainda assim, os resultados alcançados foram satisfatórios, quando comparados com dados de campo. Embora existam outros trabalhos que resolvem as equações de transferência de calor de forma analítica em cilindros, os estudos específicos para poços, para maior generalidade, frequentemente são baseados em métodos numéricos.

A utilização de abordagens numéricas para a solução das equações dos modelos totalmente transientes traz consigo uma das principais desvantagens desses modelos: o custo computacional. Essa desvantagem limita a aplicação de tais modelos, os quais são utilizados e desenvolvidos para situações específicas. As principais situações nas quais os modelos tran-

sientes são aplicados correspondem a operações de perfuração, partida e fechamento (*shut-in*) do poço. Nesses cenários, ocorrem grandes variações nas condições de vazão, temperatura e pressão, o que justifica o uso de modelos transientes. Ademais, o tempo dessas operações é bastante reduzido, se comparado ao tempo de produção, o que ameniza o problema relacionado ao custo computacional do modelo transiente.

A previsão de perfis térmicos em operações de fechamento foi estudada por alguns autores. Yang et al. (2015) desenvolveram um modelo matemático para avaliar a distribuição de temperatura do poço e da formação durante o fechamento. Eles consideraram que as propriedades termofísicas dos fluidos não dependem da temperatura e da pressão e utilizaram o Método das Diferenças Finitas (MDF) para discretizar e resolver as equações diferenciais. Simultaneamente, Li et al. (2015) também estudaram as distribuições de temperatura em períodos de *shut-in*. Para isso, eles utilizaram o software OLGA (GROUP et al., 2010), o qual modela a transferência de calor em regime transiente. Abdelhafiz, Hegele Jr e Oppelt (2021) desenvolveram um modelo para resolver as equações de energia e assim calcular a distribuição de temperatura em poços verticais durante a perfuração e em condições de fechamento. Eles consideraram propriedades constantes para os fluidos e utilizaram o Método dos Volumes Finitos (MVF) para resolver as equações diferenciais. Os resultados obtidos foram comparados com o ANSYS-FLUENT (ANSYS, 2011), apresentando boa adequação, como ilustrado na Fig. 2.1.

Figura 2.1 – Resultados de Abdelhafiz, Hegele Jr e Oppelt (2021).



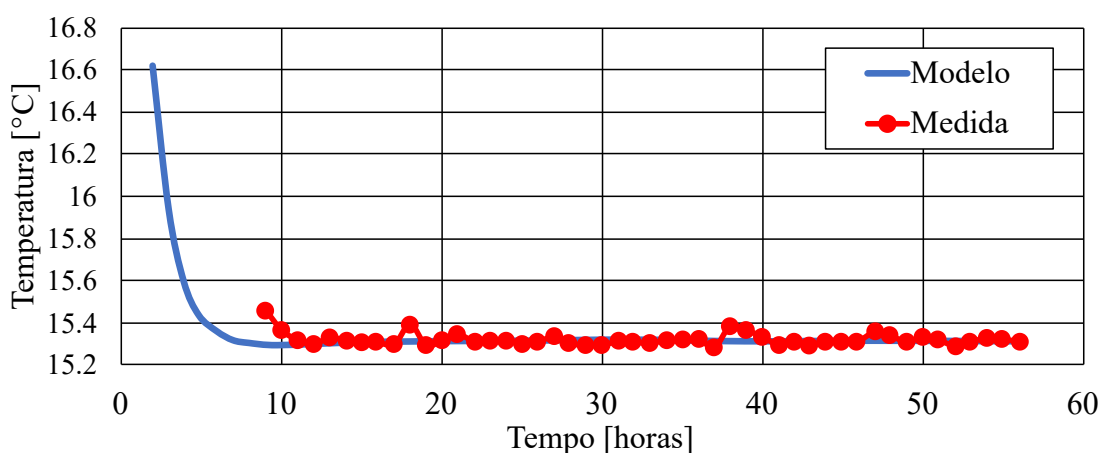
Fonte: Adaptado de Abdelhafiz, Hegele Jr e Oppelt (2021).

Muitos trabalhos que utilizam modelos transientes relacionam-se à fase de perfuração. Khan e May (2016) apresentaram um modelo generalizado para calcular os perfis térmicos da lama de perfuração, aplicável tanto a poços *offshore* quanto *onshore*. O modelo assume que a transferência de calor na formação é radial unidimensional, que as propriedades da água do mar,

do fluido de perfuração e da formação são constantes e utiliza o Método das Diferenças Finitas para resolver as equações.

Yang et al. (2019a) desenvolveram um modelo matemático de transferência de calor transiente para perfuração com gradiente controlado¹. Eles consideraram que as propriedades termofísicas dos fluidos são independentes da temperatura e empregaram o Método dos Volumes Finitos para resolver as equações de conservação. Além disso, eles utilizaram malhas adaptativas² para aumentar a eficiência da simulação. O modelo foi validado através de dados de campo, com resultados coerentes. Simultaneamente, Zhang et al. (2019) apresentaram um modelo transiente para calcular perfis de temperatura e de pressão de maneira acoplada durante operações de perfurações em águas profundas. O modelo foi discretizado e resolvido pelo Método das Diferenças Finitas. A validação foi realizada por meio da comparação com modelos da literatura e com dados de campo, obtendo resultados satisfatórios, conforme apresentado na Fig. 2.2.

Figura 2.2 – Resultados de Zhang et al. (2019).



Fonte: Adaptado de Zhang et al. (2019).

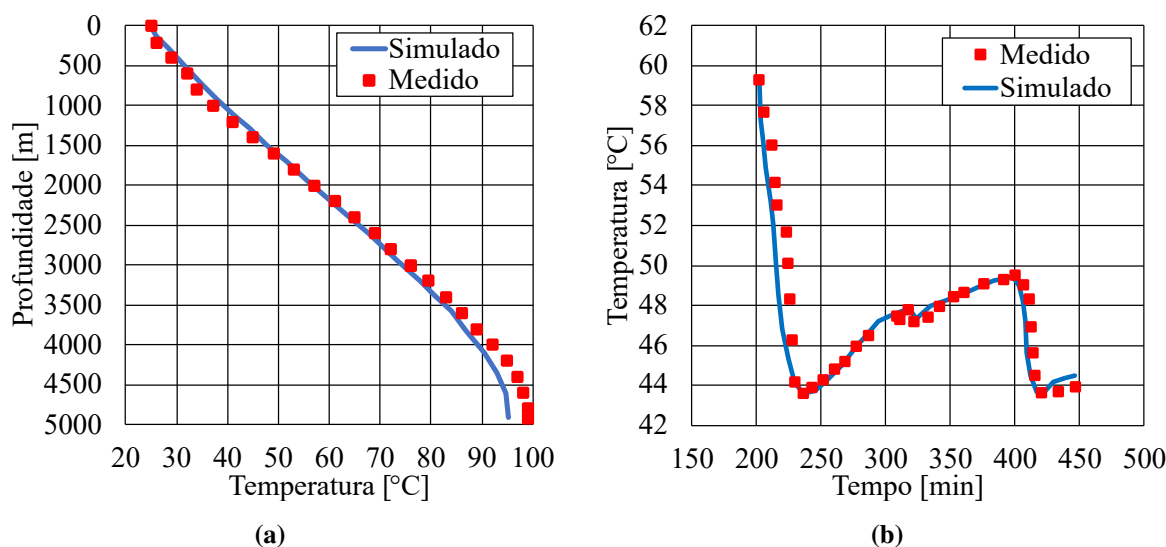
Mao e Zhang (2018) propuseram um modelo transiente para a previsão de temperatura em poços com trechos horizontais durante a perfuração. O processo de solução utilizado, baseado no Método dos Volumes Finitos, permite que as propriedades dos fluidos e sólidos variem com a temperatura. A validação do modelo foi realizada utilizando dados de campo, conseguindo resultados satisfatórios. Zhang, Xiong e Guo (2018) também realizaram um estudo para investigar a distribuição de temperatura em poços com trechos horizontais durante a perfuração. Nesse estudo, eles utilizaram um modelo transiente, o qual assume que o fluido tem propriedades constantes e resolve as equações utilizando o MDF. Posteriormente, Zhang et al. (2023) utilizaram esse modelo para estudar a influência da temperatura de injeção na temperatura no fundo do poço em perfurações horizontais.

¹Perfuração com gradiente controlado é uma técnica em que o fluido de perfuração contém esferas ocas, as quais retornam pelo anular ao passarem por um separador instalado na coluna.

²Malha adaptativa é uma malha capaz de se adaptar ao longo da simulação para capturar mudanças no domínio.

Liao et al. (2019) utilizaram um modelo transiente de transferência de calor acoplado a um modelo de escoamento trifásico (gás-líquido-sólido) para quantificar o transporte de cascalhos durante a perfuração. O método proposto permite que as propriedades dos fluidos sejam dependentes da temperatura, mas negligencia o efeito Joule-Thomson. Jang, Chun e An (2022) também estudaram a distribuição de temperatura transiente no estágio de perfuração. Eles utilizaram o Método dos Volumes Finitos para resolver as equações e consideraram que o fluido de circulação é monofásico, que todas as propriedades são constantes, que não há fluxo no reservatório para o poço e que o efeito de Joule-Thomson é desprezível. Eles conseguiram distribuições térmicas consistentes, como exemplificado na Fig. 2.3a, a qual compara a resposta do modelo proposto por eles com dados de campo. Mais recentemente, Chen et al. (2023) desenvolveram um modelo transiente acoplado para a previsão de temperatura e de pressão em escoamentos multifásicos durante perfurações sub-balanceadas³. No modelo, eles utilizaram o MVF para resolver as equações e consideraram que as propriedades do fluido de circulação variam com a temperatura. A validação foi realizada com dados experimentais em escala real, obtendo-se resultados coerentes, conforme a Fig. 2.3b, a qual apresenta as previsões no fundo do poço frente aos dados medidos.

Figura 2.3 – Resultados de Jang, Chun e An (2022) e Chen et al. (2023).



Fonte: Adaptado de Jang, Chun e An (2022) e Chen et al. (2023).

Ainda no contexto de perfuração, muitos trabalhos empregam esforços para calcular a temperatura e a pressão no poço quando ocorrem imprevistos ou problemas, tais como a perda de circulação⁴ ou o *kick*⁵. Li et al. (2016) propuseram um modelo de transferência de calor transiente para perfuração sob condições de *kick* no fundo do poço. Eles consideraram propriedades constantes, negligenciaram a dissipação viscosa, assumiram fluidos incompressíveis e

³Perfuração sub-balanceada é um processo de perfuração onde a pressão da lama é menor que a pressão de poros da formação, permitindo o fluxo da formação para dentro do poço.

⁴Perda de circulação é um influxo do fluido de perfuração para a formação.

⁵*Kick* é um influxo indesejado de fluidos presentes na formação para dentro do poço.

desprezaram o efeito de expansão térmica. Ao fim, eles concluíram que as temperaturas do poço e da formação são bastante influenciadas pelo *kick*.

Xu et al. (2019) utilizaram um modelo transiente de fluxo bifásico (gás-líquido) considerando a solubilidade do gás para simular comportamentos do poço após *kick* de gás em fluidos de perfuração à base de óleo. Eles consideraram a variação das propriedades termofísicas do fluido com a temperatura e utilizaram o Método das Diferenças Finitas (MDF) para resolver as equações. Simultaneamente, Yang et al. (2019b) também utilizaram o MDF para simular o *kick* de gás na perfuração de poços em águas profundas. O modelo matemático em regime transiente utilizado permite considerar que as propriedades dos fluidos dependem da temperatura e foi validado através de dados experimentais.

Zhang et al. (2019) desenvolveram um modelo matemático para calcular a distribuição de temperatura transiente em poços de petróleo durante o estágio de circulação sob condições de *kick*. Eles utilizaram o Método dos Volumes Finitos (MVF) e admitiram que todos os fluidos são incompressíveis e com propriedades constantes. Posteriormente, Zhang et al. (2020) adaptaram esse modelo para estudar a distribuição de temperatura do poço quando ocorre perda de fluido de perfuração em uma área bidimensional. O modelo foi ainda mais aprimorado por Zhang et al. (2022a) para estudar a distribuição de temperatura na perfuração de poços geotérmicos quando ocorre *kick* e perda de circulação simultaneamente. Em seguida, Zhang et al. (2022b) utilizaram esse modelo para estudar a influência da localização da perda de fluido na distribuição de temperatura do poço.

A injeção também foi estudada por alguns autores considerando o regime transiente. You, Rahnama e McMillan (2016) propuseram um modelo matemático para a transmissão de calor transiente no poço. Eles consideraram a condução de calor bidimensional na formação e utilizaram o MDF para resolver as equações de conservação. O modelo foi utilizado para estudar cenários contendo variação na vazão de injeção, o que não seria possível em um modelo pseudopermanente. Yi et al. (2018) desenvolveram um modelo acoplado para temperatura e pressão transiente em poços injetores de dióxido de carbono. Eles consideraram a compressibilidade do gás e a variação das propriedades com a temperatura. Para discretizar e resolver as equações, eles utilizaram o MDF. Com uma dinâmica muito semelhante à de uma injeção, Jiang et al. (2024) estabeleceram um modelo de transferência de calor transiente para fraturamento hidráulico em múltiplas etapas em poços com trechos horizontais. A validação do modelo foi realizada com dados de campo e os resultados apresentaram boa precisão.

Alguns trabalhos concentram-se em aplicar modelos transientes a problemas operacionais do poço, como APB. Nesta vertente, Liu et al. (2017) apresentaram um modelo transiente para calcular perfis de temperatura nos anulares de poços, com o objetivo de utilizar esses perfis no cálculo do APB. O modelo proposto considera transferência de calor unidimensional, escoamento monofásico e propriedades constantes na formação. Ma et al. (2019) utilizaram um modelo térmico transiente para calcular o APB em poços. O modelo utilizado é bidimensional

axissimétrico e considera que os fluidos têm propriedades constantes. Agostini et al. (2019) analisaram o comportamento estrutural de revestimentos de poços perfurados em formações salinas. Para analisar a fluência do sal, eles realizaram uma análise com o Método dos Elementos Finitos. Para avaliar o APB, eles utilizaram um módulo transiente.

Mais recentemente, Martins et al. (2022) apresentaram um modelo transiente para a previsão do comportamento da pressão nos anulares durante a injeção de água em poços *offshore*. Eles desenvolveram um modelo matemático térmico e estrutural acoplado, o qual considera propriedades dependentes da temperatura e pressão, efeito de Joule-Thomson e condições operacionais variáveis no tempo, sendo um dos modelos mais completos disponíveis atualmente na literatura. Entretanto, os autores desprezaram os efeitos de radiação nos anulares e negligenciaram a convecção na superfície. Posteriormente, Martins et al. (2023) empregou esse modelo em um estudo paramétrico para avaliar o impacto da temperatura e da vazão de injeção de água na diferença de pressão entre os anulares. Os resultados indicaram uma influência mais forte da temperatura de injeção na magnitude da diferença de pressão interanular (uma das principais causas de falha de revestimento).

2.2 Transferência de calor na formação

A modelagem da transferência de calor na estrutura do poço é mais complexa, pois envolve fluidos estáticos e em escoamento, mecanismos acoplados e propriedades que variam com a temperatura. Em contraste, a modelagem da transferência de calor na formação permite uma abordagem mais direta, devido à natureza homogênea do meio rochoso, composto por elementos sólidos com propriedades essencialmente independentes da temperatura. Dessa forma, os trabalhos que estudam a transferência de calor na formação partem do mesmo princípio, resolver a equação de difusão de calor. Essa equação, para um meio sólido homogêneo e isotrópico, segundo Carslaw e Jaeger (1959), pode ser expressa por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.1)$$

em que α é a difusividade térmica da formação, r é o raio com relação ao centro do poço, z é a profundidade, T é a temperatura, e t é o tempo.

O que diferencia os trabalhos são as abordagens utilizadas para sua solução (numérica ou analítica) e as considerações feitas. Por exemplo, para facilitar a solução dessa equação, diversos autores desconsideram a difusão de calor na direção vertical, argumentando que o gradiente de temperatura nessa direção é pequeno em relação ao gradiente radial (CARSLAW; JAEGER, 1959; BAHONAR; AZAIEZ; CHEN, 2010b; XU et al., 2014; TANG et al., 2019). Com essa simplificação, a Eq. 2.1 reduz-se a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (2.2)$$

Pode-se resolver a Eq. 2.2 analiticamente fazendo as considerações de que: a) o fluxo de calor é constante no tempo; b) no tempo inicial, a temperatura em qualquer ponto da formação é a temperatura geotérmica; c) o fluxo de calor é contínuo na interface com o poço; e d) em um raio suficientemente distante do poço ($r \rightarrow \infty$) a temperatura da formação não varia. A solução analítica é obtida através de transformadas de Laplace em termos de funções de Bessel, procedimento apresentado por Carslaw e Jaeger (1959).

Assim, a temperatura na interface do poço com a formação pode ser expressa em função do número de Fourier (Fo), um número adimensional que expressa a relação entre a taxa de condução de calor e a taxa de armazenamento de energia térmica em um material, dado por:

$$Fo = \frac{\alpha t}{r_{wb}^2}, \quad (2.3)$$

em que r_{wb} é o raio do poço (raio da maior broca utilizada na perfuração do poço). Destaca-se que, na literatura sobre transferência de calor em poços, esse adimensional é frequentemente referido como tempo adimensional (t_D).

A temperatura T_{wb} na interface do poço com a formação pode ser dada por:

$$T_{wb} = T_{geo} - \frac{q_r''}{k_e} f(Fo), \quad (2.4)$$

sendo T_{geo} a temperatura geotérmica, q_r'' o fluxo de calor radial por unidade de área e $f(Fo)$ a função de condução de calor transiente adimensional. Destaca-se que, a depender dos autores, essa função pode receber outras nomenclaturas, como função de temperatura adimensional (HASAN et al., 2002) e função de tempo adimensional (MARTINS, 2022). Ela é dada por:

$$f(Fo) = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{1 - e^{-Fo u^2}}{u^2} \frac{Y_1(u) J_0(u) - J_1(u) Y_0(u)}{J_1^2(u) + Y_1^2(u)} du, \quad (2.5)$$

sendo J_0 a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero, J_1 a função de Bessel de primeira espécie e ordem um, Y_0 a função de Bessel de segunda espécie e ordem zero, Y_1 a função de Bessel de segunda espécie e ordem um, e u uma variável auxiliar no processo de integração.

A despeito de ser possível escrever a solução analítica da Eq. 2.2, a avaliação de $f(Fo)$ envolve o cálculo de uma integral imprópria, em que o termo integrando é composto por funções de Bessel. Esse processo pode se tornar custoso caso muitas avaliações sejam necessárias. Por isso, diversos autores desenvolveram expressões aproximadas para descrever $f(Fo)$.

Ramey (1962) foi pioneiro no desenvolvimento de uma aproximação para função de temperatura adimensional. A expressão proposta por ele apresenta a forma log-linear com o número de Fourier e é dada por:

$$f(Fo) = \ln \left(2\sqrt{Fo} \right) - 0.290. \quad (2.6)$$

Essa expressão apresenta erros substanciais para tempos adimensionais curtos (MORADI; AWANG, 2013; HASAN; KABIR, 1991), sendo aplicável apenas para longos tempos. Apesar disso, o trabalho de Ramey serviu como catalisador para o desenvolvimento de aproximações mais robustas. Chiu e Thakur (1991) desenvolveram uma expressão empírica para a temperatura adimensional para melhorar a aproximação em tempos curtos. Para isso, eles definiram um formato de função e inseriram parâmetros desconhecidos a serem ajustados com base em pontos discretos da solução exata. A expressão ajustada é dada por:

$$f(Fo) = 0.982 \ln \left(1 + 1.81\sqrt{Fo} \right). \quad (2.7)$$

Essa expressão apresentou boa concordância com os dados tabulados de Willhite (1967), os resultados de Ramey (1962), e a solução analítica de Carslaw e Jaeger (1959) para tempos longos.

Posteriormente, Hasan e Kabir (1991) desenvolveram uma função $f(Fo)$ para a temperatura adimensional que pudesse ser utilizada para todos os tempos. Eles resolveram a Eq. 2.2 utilizando a transformada de Laplace, seguindo a abordagem sugerida por Everdingen e Hurst (1949) para uma equação semelhante utilizada no cálculo de pressões em regime transiente. Eles encontraram a seguinte expressão algébrica aproximada para a temperatura adimensional:

$$f(Fo) = \begin{cases} 1.1281\sqrt{Fo} \left(1 - 0.3\sqrt{Fo} \right), & Fo \leq 1.5 \\ [0.4063 + 0.5 \ln(Fo)] \left(1 + \frac{0.6}{Fo} \right), & Fo > 1.5. \end{cases} \quad (2.8)$$

A expressão descrita anteriormente para $f(Fo)$ é descontínua em $Fo = 1.5$. Por isso, Hasan et al. (2002) sugeriram outra forma para $f(Fo)$. Esta nova forma tem sido frequentemente usada por eles em seus trabalhos recentes (HASAN; IZGEC; KABIR, 2010; IZGEC et al., 2007), como segue:

$$f(Fo) = \ln \left[e^{-0.2 Fo} + (1.5 - 0.3719 e^{-Fo})\sqrt{Fo} \right]. \quad (2.9)$$

Para valores grandes de Fo , esta expressão reduz-se à representação log-linear proposta por Ramey (1962). Mais recentemente, Cheng et al. (2011) incluíram a capacidade térmica dos componentes do poço em seu modelo de transferência de calor radial para melhorar as

previsões para tempos curtos. Eles propuseram a seguinte expressão algébrica para a temperatura adimensional:

$$f(Fo) = \ln(2\sqrt{Fo}) - \frac{0.5772}{2} + \frac{1}{4Fo} \left[1 + \left(1 - \frac{1}{\omega}\right) \ln(4Fo) + 0.5772 \right], \quad (2.10)$$

em que ω é a relação entre as capacidades térmicas da formação e do poço. Esta é calculada segundo a Eq. 2.11, em que a capacidade térmica da formação é obtida através das propriedades da mesma (índice e), enquanto a capacidade térmica do poço pode ser obtida através da média ponderada das capacidades do tubo, revestimentos e cimento:

$$\omega = \frac{\rho_e C p_e r_{wb}^2}{\sum_{j=1}^{n_{cond}} (r_{out,j}^2 - r_{int,j}^2) \rho_j C p_j}, \quad (2.11)$$

em que n_{cond} é o número de componentes sólidos do poço (tubo, cimento e revestimentos), ρ_j , $C p_j$, $r_{int,j}$ e $r_{out,j}$ são a densidade, o calor específico, o raio interno e o raio externo do componente j , respectivamente. A expressão de Cheng et al. (2011) também converge para a solução log-linear de Ramey (1962) para valores grandes de Fo .

Essas expressões analíticas só são válidas para fluxo de calor constante, que não é o caso real. Esse fluxo de calor diminui com o tempo, especialmente nos estágios iniciais de produção quando a diferença de temperatura entre o fluido e a formação é bastante grande (HASAN; KABIR, 1991). Essas expressões são adequadas para tempos longos, quando o fluxo de calor varia com menos intensidade, podendo ser considerado constante. De maneira mais geral, para qualquer tempo, é mais adequado utilizar modelos numéricos para prever a temperatura na formação, resolvendo a Eq. 2.1 através do Método das Diferenças Finitas (MDF), do Método dos Elementos Finitos (MEF) ou do Método dos Volumes Finitos (MVF), por exemplo.

2.3 Visão geral do estado da arte

Conforme apresentado ao longo do capítulo, os modelos que consideram as parcelas transientes nas equações de conservação são mais usados em operações específicas (circulação, perfuração, *shut-in* etc.), havendo poucos trabalhos que os utilizam em operações de produção. Quanto às simplificações, há uma grande quantidade de trabalhos que ignora a variação das propriedades dos fluidos com a temperatura e pressão. Zhang et al. (2021) mostraram que essas variações têm um importante efeito na distribuição de temperatura do poço, não podendo ser desprezadas. Além disso, muitos dos trabalhos publicados desprezam o efeito de Joule-Thomson e ignoram a influência da variação da pressão ao longo do escoamento. Os estudos experimentais de Zhang et al. (2020) mostraram que esses efeitos são significativos no poço e

não devem ser desconsiderados.

Quanto às lacunas encontradas, são poucos os trabalhos que modelam matematicamente a transferência de calor em regime transiente de forma abrangente (considerando propriedades dependentes da temperatura e pressão, efeito de Joule-Thomson e condições operacionais variáveis no tempo – vazão, temperatura e pressão de produção). Além disso, todos eles desprezam a transferência de calor por radiação nos anulares, negligenciam a convecção na superfície ou não consideraram a parcela transiente na equação de conservação da quantidade de movimento. Ademais, inexistem estudos que comparem os resultados de um modelo transiente com aqueles advindos da modelagem pseudopermanente, avaliando-se o comportamento da resposta deste último, principalmente no início da operação, onde a modelagem pseudopermanente deve ser uma estimativa de baixa acurácia. Dessa forma, este trabalho deve contribuir para preencher essas lacunas da literatura. Ao final do próximo capítulo, apresenta-se uma tabela que resume os principais modelos encontrados na literatura, comparando-os com o modelo desenvolvido neste trabalho.

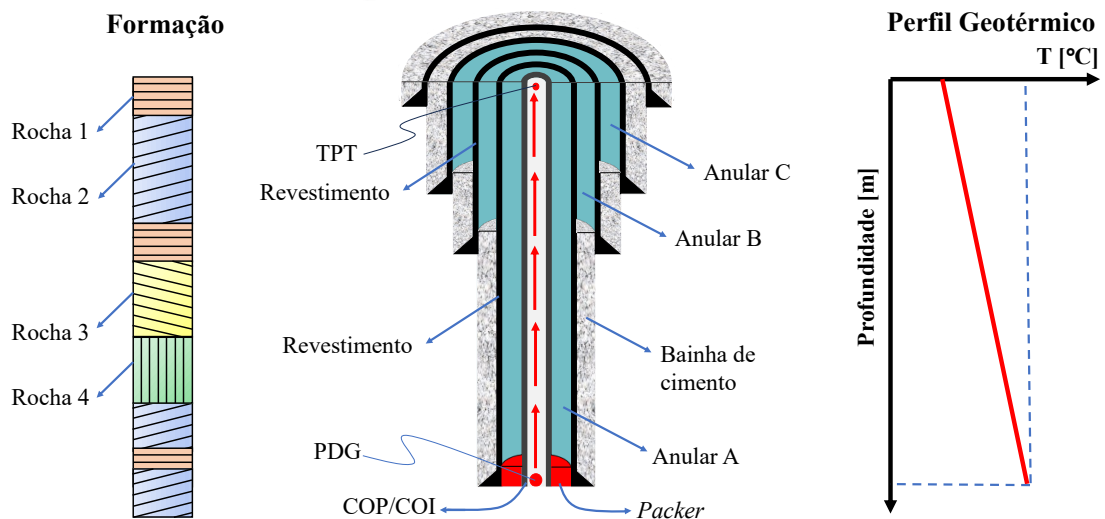
3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MODELO PROPOSTO

Este capítulo se propõe a formular o modelo matemático proposto. Para isso, é necessário: i) descrever a estrutura de poços (incluindo componentes, arranjo geométrico, materiais e condições iniciais e de contorno); ii) apresentar as hipóteses adotadas no modelo proposto; iii) desenvolver as equações governantes, relacionadas à conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia; e iv) descrever as propriedades dos materiais que compõem o poço, indicando como elas podem ser obtidas.

3.1 Estrutura e componentes de poços de petróleo

O poço de petróleo é o principal objeto de estudo deste trabalho. Diante disso, para contextualizar os elementos frequentemente mencionados ao longo do texto, este trabalho inclui uma seção sobre a estrutura e os componentes de poços de petróleo. De forma geral, poços de petróleo são canais que conectam um reservatório de hidrocarbonetos à superfície. As estruturas desses poços são construídas por meio de revestimentos dispostos de forma telescópica, os quais são responsáveis por resistir aos esforços aos quais o poço é submetido, além de garantir sua estanqueidade. A Fig. 3.1 apresenta um esquema da estrutura de um poço, onde é possível observar seus componentes.

Figura 3.1 – Esquema da estrutura de um poço de petróleo.



Fonte: Autor, 2025.

Conforme ilustrado na Fig. 3.1, além dos revestimentos, há outros componentes, como: i) a coluna de produção/injeção (COP/COI), responsável pelo escoamento dos fluidos produzidos ou injetados; ii) os anulares, preenchidos com fluido de perfuração confinado e nomeados com

letras partindo do mais interno para o mais externo; iii) as bainhas de cimento, que garantem a ancoragem mecânica dos revestimentos e isolam as formações permeáveis por trás deles; e iv) o *packer*, que isola o primeiro anular do poço das regiões produtoras. Além dessas funções, os componentes do poço trabalham juntos, como um Conjunto Solidário de Barreiras (CSB), com o objetivo de impedir o fluxo não intencional de fluidos da formação para o meio externo e entre intervalos no poço, considerando todos os caminhos possíveis (LEMES, 2022).

Os pontos designados por PDG (*Permanent Downhole Gauge*) e TPT (*Temperature and Pressure Transducer*) são sensores que fornecem os valores de temperatura e pressão na cabeça e no fundo do poço. Além disso, em alguns casos, também são fornecidas a vazão total e a vazão das fases (OUYANG; KIKANI, 2002).

3.2 Hipóteses adotadas no modelo matemático

Um importante passo no processo de modelagem matemática de um problema é a definição das hipóteses simplificadoras adotadas. A coerência dessas hipóteses com a realidade física do problema é determinante para que as respostas fornecidas pelo modelo sejam confiáveis. O modelo matemático proposto neste trabalho assume as seguintes hipóteses:

- O poço é uma estrutura axissimétrica;
- O escoamento é unidimensional na direção axial;
- O fluxo de calor é tomado como bidimensional no poço e na formação;
- Nos anulares, é considerada a transferência de calor por convecção e radiação;
- Na superfície, o poço troca calor com o meio externo por convecção com o ar (ambiente *onshore*) ou com a água (ambiente *offshore*);
- O aumento da pressão nos anulares é desconsiderado para efeito de variação nas propriedades dos fluidos dos anulares.

A adoção da axissimetria permite reduzir uma dimensão do problema, mas inviabiliza a utilização do modelo em poços direcionais. Apesar dessa consideração, muitos autores aplicam modelos axissimétricos a poços inclinados. Para isso, eles decompõem as parcelas hidrostáticas das equações de conservação de acordo com o ângulo de inclinação do poço e ignoram o fato do poço não ter simetria axial (HAFEMANN, 2015; BARCELOS, 2017; SUI; HORPESTAD; WIKTORSKI, 2018; MARTINS et al., 2022). Mesmo sendo uma prática comum na literatura, ela carece de verificação de sua aplicabilidade, sob pena de introduzir elevados erros ao modelo, não havendo estudos que comprovem que é razoável utilizá-la. Por isso, este trabalho se concentra em descrever o modelo matemático de transferência de calor em poços verticais

ou com pequenas inclinações, não garantindo que esse modelo possa ser aplicado a poços horizontais ou com inclinações elevadas.

A adoção do escoamento unidimensional na direção axial permite descrever o campo de velocidades com apenas uma componente e, assim, descrever as perdas por fricção apenas como função do fator de atrito. Essa hipótese é amplamente utilizada por diversos autores na literatura (BARCELOS, 2017; MORADI et al., 2019; SILVA Filho, 2022; MARTINS et al., 2022).

A consideração de fluxo de calor unidimensional é defendida por muitos autores argumentando que as componentes axiais do fluxo de calor são pequenas e que podem ser desconsideradas (BAHONAR; AZAIEZ; CHEN, 2010a; BARCELOS et al., 2017). Contudo, neste trabalho adota-se a consideração de fluxos de calor no sentido radial e longitudinal, como realizado por Martins et al. (2022) e por You, Rahnema e McMillan (2016), o que deve garantir maior precisão por ser mais representativo das condições reais de transferência de calor no meio analisado.

A consideração de convecção e radiação nos anulares é um diferencial desse trabalho, em relação ao modelo transiente de Martins (2022) que só considera convecção. O mesmo se aplica para a consideração de troca de calor com o meio externo na superfície. Por outro lado, os efeitos do APB nas propriedades dos fluidos são desprezados. Isso é uma desvantagem em relação a alguns modelos da literatura, como Martins (2022), Barcelos (2017) e Hafemann (2015), que consideram essa interação.

3.3 Equações governantes da transferência de calor

Segundo Moradi et al. (2019), a transferência de calor em poços de petróleo é governada pelas equações de conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia. O detalhamento de cada uma dessas equações é realizado nas subseções abaixo.

3.3.1 Conservação da massa

Uma das equações governantes da transferência de calor em poços de petróleo está relacionada ao princípio da conservação de massa. Para um escoamento unidimensional na direção axial, a equação da conservação de massa pode ser escrita como (BIRD; LIGHTFOOT, 2004):

$$\frac{\partial A\rho}{\partial t} + \frac{\partial A\rho v}{\partial z} = 0, \quad (3.1)$$

sendo A a área da seção transversal, v a velocidade no sentido axial, ρ a massa específica, t o tempo, e z a coordenada na direção axial.

No caso da consideração de regime permanente, a densidade não varia com o tempo e, assim, o primeiro termo da Eq. 3.1 é nulo, resultando em:

$$\frac{\partial A \rho v}{\partial z} = 0. \quad (3.2)$$

Nesse formato, a interpretação física dessa equação é bastante sugestiva, ao dizer que a variação do fluxo mássico com a profundidade é nula. Assim, conclui-se que a quantidade de massa que adentra uma seção do escoamento é a mesma que sai, ou seja, o fluxo mássico é constante com a profundidade.

3.3.2 Conservação da quantidade de movimento

A equação de conservação da quantidade de movimento descreve a variação de pressão ao longo da profundidade da coluna (BAHONAR; AZAIEZ; CHEN, 2010a). Essa variação de pressão pode ser descrita por quatro termos, relativos aos efeitos do atrito, da carga hidrostática, da aceleração e dos efeitos transientes. Para um escoamento unidimensional na direção axial em uma tubulação com área constante, a Eq. 3.3 pode ser usada para descrever o gradiente de pressão no poço (BEJAN, 2013; ABDOLLAHI; DUBLJEVIC, 2013):

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{f v^2 \rho}{2D_h} + d_f \rho g \sin(\theta) - \frac{d(\rho v^2)}{dz} - \frac{d(\rho v)}{dt}, \quad (3.3)$$

em que P é a pressão, D_h é o diâmetro hidráulico, g é a aceleração gravitacional, θ é a inclinação em relação à horizontal, e f é o fator de atrito de Moody. A variável d_f indica o sentido do fluxo dentro do tubo. Assim, d_f vale -1 para operações de produção e 1 para operações de injeção.

A determinação do fator de atrito de Moody depende do regime de escoamento (laminar ou turbulento) e do tipo de escoamento (monofásico ou multifásico). Para escoamentos monofásicos, ele pode ser definido em função do número de Reynolds. Esse adimensional é usado para determinar o regime de um escoamento e mede a razão entre forças inerciais e forças viscosas, sendo definido por:

$$Re = \frac{D_h v \rho}{\mu}, \quad (3.4)$$

sendo μ a viscosidade absoluta.

Para fluxos laminares totalmente desenvolvidos, segundo Chen (2019), $Re < 2300$, o fator de atrito é calculado pela expressão:

$$f = \frac{64}{Re}. \quad (3.5)$$

Já em escoamentos de transição ou turbulentos, $Re \geq 2300$, o cálculo do fator de atrito torna-se complexo, existindo diversas equações empíricas para estimá-lo. Neste trabalho, utiliza-se a equação implícita de Colebrook (1939), dada por:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3.7 D_h} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right), \quad (3.6)$$

sendo ϵ a rugosidade da tubulação.

No caso de regime estacionário, a equação reduz-se a:

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{f v^2 \rho}{2D_h} + d_f \rho g \sin(\theta) - \frac{d(\rho v^2)}{dz}. \quad (3.7)$$

É importante destacar que muitos autores, mesmo em modelos transientes, argumentam que as equações de conservação de massa e de conservação da quantidade de movimento podem ser consideradas em regime permanente (MARTINS et al., 2022; MARTINS, 2022; YOU; RAHNEMA; MCMILLAN, 2016; YI et al., 2018).

Além disso, outro ponto importante diz respeito ao tipo de escoamento, uma vez que o gradiente de pressão no poço $\frac{dP}{dz}$ está intimamente ligado ao escoamento na coluna. Esse escoamento pode ser monofásico ou multifásico, ou mesmo iniciar monofásico e à medida que a pressão cai, atingindo-se o ponto de bolha, o escoamento multifásico passe a ser dominante.

No caso de escoamentos monofásicos, as Equações 3.3 e 3.7 podem ser aplicadas diretamente. Já nos escoamentos multifásicos, é necessário determinar o fator de atrito de Moody multifásico e as densidades equivalentes do fluxo multifásico. Para calcular essas propriedades, neste trabalho, a correlação empírica de Beggs e Brill (1973) é utilizada. Escolheu-se essa correlação por ser um procedimento amplamente utilizado na indústria de óleo e gás. Além disso, segundo Barcelos (2017), a correlação tem uma ampla faixa de aplicação, sendo o primeiro modelo desenvolvido com a capacidade de prever o comportamento do escoamento em qualquer inclinação. O procedimento de cálculo do método é extenso e é exposto detalhadamente no Apêndice A deste trabalho.

3.3.3 Conservação da energia

A conservação da energia em uma aplicação geral para um fluido escoando em um tubo, em regime transiente, segundo Bejan (2013), pode ser escrita conforme a Eq. 3.8, dada por:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = -\nabla q'' + q''' + \beta T \frac{DP}{Dt} + \mu \Phi, \quad (3.8)$$

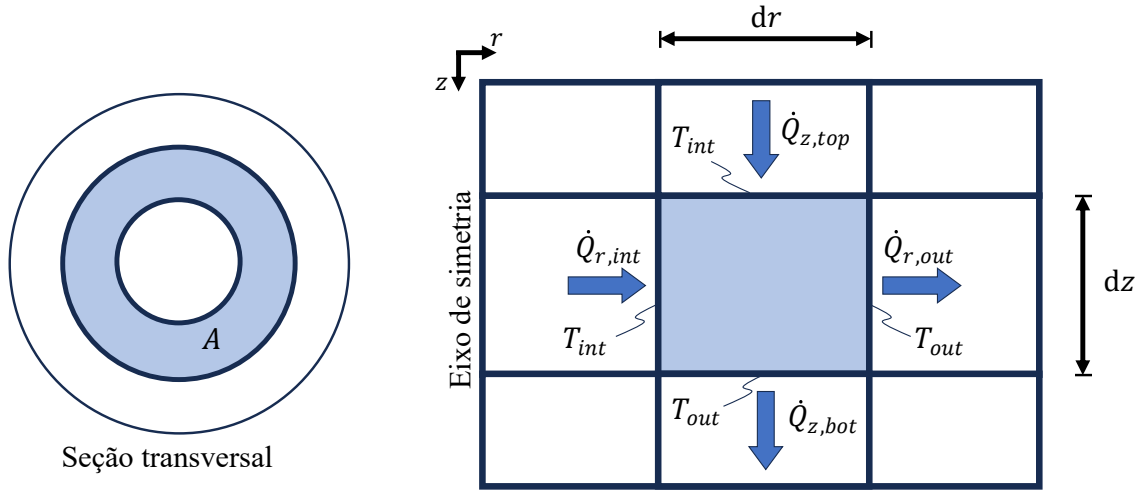
em que ∇ é o operador gradiente, q'' é o vetor de fluxo de calor, q''' é a taxa interna de geração

de calor, β é o coeficiente de expansão térmica, Φ é a função de dissipação viscosa, e $\frac{D}{Dt}$ é a derivada material, definida por:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla. \quad (3.9)$$

Essa equação é válida para um problema genérico em qualquer sistema de coordenadas. No caso particular de um poço vertical, considerando axissimetria e um sistema de coordenadas cilíndrico, a Eq. 3.8 pode ser simplificada. Além disso, o termo $\nabla q''$ pode ser reescrito em função dos fluxos de calor que atravessam um volume infinitesimal, como ilustrado na Fig. 3.2.

Figura 3.2 – Fluxos de calor em um volume infinitesimal.



Fonte: Autor, 2025.

Aplicando as hipóteses descritas na Seção 3.2, obtém-se a Eq. 3.10. O Apêndice B detalha a obtenção dessa equação.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p v \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\dot{Q}_{r,int}}{V} - \frac{\dot{Q}_{r,out}}{V} + \frac{\dot{Q}_{z,top}}{V} - \frac{\dot{Q}_{z,bot}}{V} + \frac{f v^3 \rho p}{8A} + (1 + \gamma \rho C_p) \left(\frac{\partial P}{\partial t} + v \frac{\partial P}{\partial z} \right), \quad (3.10)$$

em que $\dot{Q}_{r,int}$, $\dot{Q}_{r,out}$, $\dot{Q}_{z,top}$ e $\dot{Q}_{z,bot}$ são as taxas de transferência de calor em cada face do volume, γ é o coeficiente de Joule-Thomson, p é o perímetro, e V é o volume.

Valendo-se da hipótese de regime permanente, a equação de balanço de energia pode ser simplificada, desprezando todos os termos transientes. Nesse caso, é conveniente escrever a equação de energia, em termos da entalpia específica, conforme mostrado na Eq. 3.11, dada por:

$$\frac{dh}{dz} = \frac{q'}{\dot{w}} + d_f g \sin(\theta) + v \frac{dv}{dz}, \quad (3.11)$$

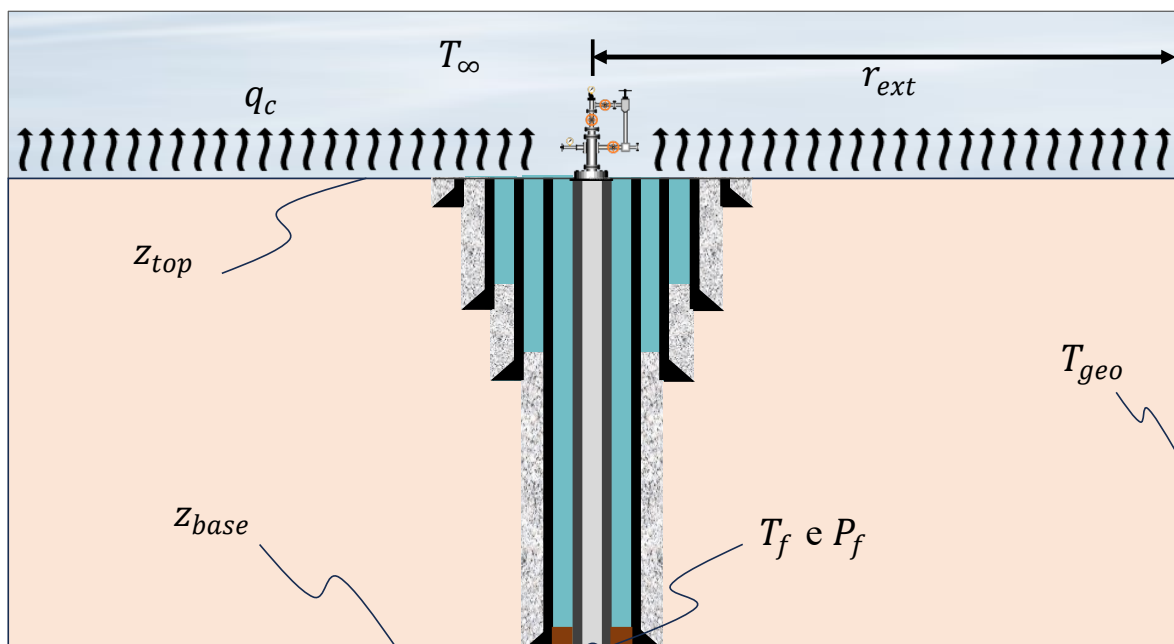
em que $\dot{w}$ é o fluxo de massa, h é a entalpia específica, e q' é a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento.

3.3.4 Condições iniciais e de contorno no poço

Durante a partida do poço, utiliza-se como condição inicial que todo o domínio se encontra em equilíbrio geotérmico e que o perfil de pressão do fluido presente no interior da coluna é o hidrostático (YOU; RAHNEMA; MCMILLAN, 2016; ZHANG et al., 2019; ZHANG et al., 2020; CHEN et al., 2023). No caso de operações em sequência, os campos de temperatura e pressão no início da nova operação são aqueles resultantes da operação anterior. Em todo caso, as condições iniciais de pressão e temperatura são previamente conhecidas.

Como condições de contorno, são conhecidas a temperatura e a pressão em um ponto do escoamento. Em operações de produção, são utilizadas a pressão e a temperatura no fundo do poço, P_f e T_f , respectivamente. Para o domínio restante, admite-se que a temperatura no fundo do poço permanece inalterada durante toda a operação (YOU; RAHNEMA; MCMILLAN, 2016; LIU et al., 2017; MA et al., 2019; JIANG et al., 2024). Também considera-se que o fluxo de calor na superfície q_c é conhecido, garantindo a continuidade do fluxo de calor do sólido para o fluido que permeia a superfície (ar em poços *onshore* ou água em poços *offshore*). Além disso, a uma distância r_{ext} do centro do poço, adequadamente escolhida, admite-se que a perturbação térmica causada pelo poço não é percebida, de modo que a temperatura se mantém inalterada, isto é, a temperatura geotérmica T_{geo} (MA et al., 2019; ZHANG et al., 2020; MAO; ZHANG, 2018; KHAN; MAY, 2016). A Fig. 3.3 ilustra as condições de contorno adotadas.

Figura 3.3 – Condições de contorno no poço.



Fonte: Autor, 2025.

Matematicamente, as condições de contorno podem ser descritas por:

$$T(0, z_{base}, t) = T_f(t), \quad (3.12)$$

$$P(0, z_{base}, t) = P_f(t), \quad (3.13)$$

$$T(r, z_{base}, t) = T_{geo}(z_{base}), \quad (3.14)$$

$$q_c = -k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_{top}} = h_{c\infty} (T - T_{\infty}), \quad (3.15)$$

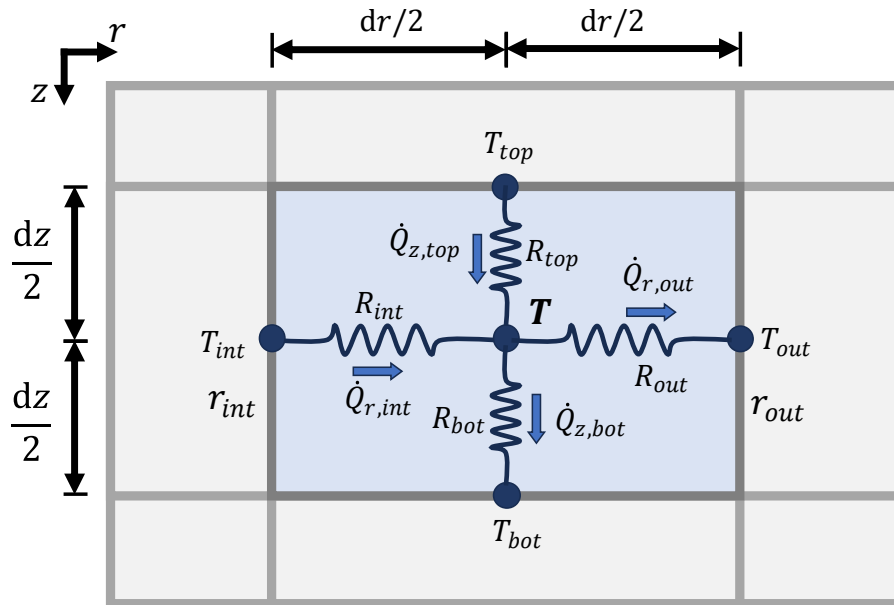
$$T(r_{ext}, z, t) = T_{geo}(z), \quad (3.16)$$

em que z_{top} é a cota da cabeça do poço, z_{base} é a cota do fundo do poço, $h_{c\infty}$ é o coeficiente de convecção do fluido presente na superfície, e T_{∞} é a temperatura desse fluido.

3.3.5 Fluxos de calor e resistências térmicas

Na equação de energia, é necessário conhecer os fluxos de calor no poço. O cálculo desses fluxos de calor é realizado em função das temperaturas e das resistências térmicas do elemento atravessado pelo fluxo. A Fig. 3.4 ilustra as resistências que precisam ser calculadas para determinar os fluxos $\dot{Q}_{r,int}$, $\dot{Q}_{r,out}$, $\dot{Q}_{z,top}$ e $\dot{Q}_{z,bot}$.

Figura 3.4 – Resistências de um componente do poço.



Fonte: Autor, 2025.

Os fluxos de calor podem ser calculados como função das temperaturas vizinhas e das resistências entre essas temperaturas, pelas seguintes expressões:

$$\dot{Q}_{r,int} = \frac{T - T_{int}}{R_{int}}, \quad (3.17)$$

$$\dot{Q}_{r,out} = \frac{T_{out} - T}{R_{out}}, \quad (3.18)$$

$$\dot{Q}_{z,top} = \frac{T - T_{top}}{R_{top}}, \quad (3.19)$$

$$\dot{Q}_{z,bot} = \frac{T_{bot} - T}{R_{bot}}, \quad (3.20)$$

em que T_{int} , T_{out} , T_{top} e T_{bot} são as temperaturas que contornam o ponto central do volume onde são calculados os fluxos e R_{int} , R_{out} , R_{top} e R_{bot} são as resistências térmicas entre o ponto central e os pontos onde estão as temperaturas do contorno.

A determinação dessas resistências depende de fatores geométricos, das propriedades termofísicas e do estado da matéria – sólido ou fluido (BARCELOS, 2017; SILVA Filho, 2022). Em domínios sólidos (coluna, revestimentos, cimento ou rocha), as resistências radiais de um elemento com comprimento Δz , condutividade térmica k , raio interno r_{int} , raio médio r e raio externo r_{out} são dadas por:

$$R_{int} = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_{int}}\right)}{2\pi \Delta z k}, \quad (3.21)$$

$$R_{out} = \frac{\ln\left(\frac{r_{out}}{r}\right)}{2\pi \Delta z k}. \quad (3.22)$$

Já para os domínios fluidos, as resistências radiais são dadas por:

$$R_{int} = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_{int}}\right)}{2\pi \Delta z r (h_{c,int} + h_{r,int})}, \quad (3.23)$$

$$R_{out} = \frac{\ln\left(\frac{r_{out}}{r}\right)}{2\pi \Delta z r_{out} (h_{c,out} + h_{r,out})}, \quad (3.24)$$

sendo h_c e h_r os coeficientes de transferência de calor por convecção e radiação, respectivamente.

No sentido longitudinal, considerando que o ponto onde se avalia os fluxos é central ao volume, como ilustrado na Fig. 3.4, as resistências são calculadas por:

$$R_{top} = R_{bot} = \frac{\Delta z}{2 k A}. \quad (3.25)$$

Além disso, há de se considerar a resistência de convecção forçada entre o fluido produzido/injetado e a coluna de produção. Essa resistência é dada por:

$$R = \frac{1}{2\pi \Delta z r_{out} h_f}, \quad (3.26)$$

em que h_f é o coeficiente de convecção forçada entre o fluido e a coluna.

O cálculo dos coeficientes h_f , h_c e h_r é realizado com base em modelos estabelecidos na literatura. Para a determinação de h_f , utiliza-se a Eq. 3.27, apresentada por Colburn (1964) e definida por:

$$h_f = 0.023 Re^{0.8} Pr^{\frac{1}{3}} \left(\frac{k}{2r_{out}} \right), \quad (3.27)$$

em que k é a condutividade térmica do fluido escoando dentro da COP/COI, e Pr é o número de Prandtl. Esse adimensional relaciona a difusividade da quantidade de movimento (viscosidade cinemática) com a difusividade térmica de um fluido. Ele é utilizado para definir como o calor se propaga dentro de um fluido em relação ao transporte de quantidade de movimento, sendo definido como:

$$Pr = \frac{Cp \mu}{k}, \quad (3.28)$$

em que Cp é o calor específico a pressão constante do fluido.

A determinação dos coeficientes de transferência de calor por convecção, nos anulares ou na superfície, é feita com base no número de Rayleigh (Ra). Esse adimensional indica a intensidade da convecção natural em um fluido devido à instabilidade causada por diferenças de temperatura. Ele pode ser calculado segundo a Eq. 3.29, dada por:

$$Ra = \frac{\beta g \rho^2 Cp (T_1 - T_2) \left(\frac{A}{p} \right)^3}{\mu k}, \quad (3.29)$$

sendo T_1 e T_2 as temperaturas nas superfícies interna e externa da resistência no caso de anulares ou as temperaturas na superfície e no meio externo no caso de convecção na superfície, e β o coeficiente de expansão volumétrica do fluido. Todas as propriedades da Eq. 3.29 são relativas ao fluido (do anular ou do meio externo).

Nas resistências dos anulares, utiliza-se o modelo desenvolvido por Zhou (2013) para calcular h_c , apresentado na Eq. 3.30. Ele combina modelos da literatura e a equação a ser utilizada é escolhida com base no Ra , através da expressão:

$$h_c = \begin{cases} \frac{k}{r_{out} \ln\left(\frac{r_{out}}{r_{int}}\right)} & Ra \leq 6 \cdot 10^3 \\ \frac{0.13 k Ra^{0.25}}{r_{out} \ln\left(\frac{r_{out}}{r_{int}}\right)} & 6 \cdot 10^3 < Ra \leq 5 \cdot 10^4 \\ \frac{\chi k Ra^{\frac{1}{3}} Pr^{0.074}}{r_{out} \ln\left(\frac{r_{out}}{r_{int}}\right)} & 5 \cdot 10^4 < Ra \leq 7.1 \cdot 10^8 \end{cases}, \quad (3.30)$$

sendo χ um valor que depende da inclinação, em que $\chi = 0.049$ para poços verticais e $\chi = 0.069$ para poços horizontais. Para inclinações intermediárias interpola-se nesse intervalo.

Já para a determinação do h_c na superfície, utiliza-se a equação apresentada por Cengel e Ghajar (2011), que também é função do Ra , dada por:

$$h_{c\infty} = \begin{cases} \frac{0.54 Ra^{\frac{1}{4}} k p}{A} & Ra \leq 10^7 \\ \frac{0.15 Ra^{\frac{1}{3}} k p}{A} & 10^7 < Ra \leq 10^{11} \end{cases}. \quad (3.31)$$

Para o cálculo de h_r , utiliza-se a equação proposta por Hasan e Kabir (1994), dada por:

$$h_r = \frac{\sigma (T_{int} + T_{out}) (T_{int}^2 + T_{out}^2)}{\frac{1}{\varepsilon_{int}} + \frac{r_{int}}{r_{out}} \left(\frac{1}{\varepsilon_{out}} - 1 \right)}, \quad (3.32)$$

em que ε_{int} e ε_{out} são as emissividades das superfícies interna e externa, e σ é a constante de Stefan-Boltzmann.

3.3.6 Velocidades e fluxos mássicos

Nesta seção, apresenta-se o procedimento para o cálculo das vazões volumétricas, mássicas e das velocidades do escoamento no modelo proposto. A vazão mássica total é determinada a partir das vazões volumétricas de óleo, gás e água em condições padrão, considerando a razão gás-óleo (RGO), o percentual de água (WC) e as densidades dos fluidos. A partir da conservação da massa, obtêm-se as vazões volumétricas no fundo do poço, permitindo determinar a velocidade média do fluxo no tubo. A vazão mássica total ($\dot{w}$) é expressa como a soma das contribuições das fases:

$$\dot{w} = q_{o,std} \rho_{o,std} + q_{g,std} \rho_{g,std} + q_{w,std} \rho_{w,std}, \quad (3.33)$$

sendo as vazões volumétricas de gás $q_{g,std}$ e de água $q_{w,std}$ em condições padrão obtidas a partir da vazão volumétrica de óleo $q_{o,std}$ da RGO e do WC:

$$q_{g,std} = q_{o,std} RGO, \quad (3.34)$$

$$q_{w,std} = q_{o,std} \frac{WC}{1 - WC}. \quad (3.35)$$

Com a vazão mássica total e as frações mássicas de gás y_g e de água y_w no fundo do poço, determinam-se as vazões volumétricas de óleo q_o , de gás q_g e de água q_w :

$$q_o = \frac{\dot{\omega} (1 - y_g - y_w)}{\rho_o}, \quad (3.36)$$

$$q_g = \frac{\dot{\omega} y_g}{\rho_g}, \quad (3.37)$$

$$q_w = \frac{\dot{\omega} y_w}{\rho_w}. \quad (3.38)$$

A partir dessas vazões, a velocidade média (v) do fluxo no tubo pode ser calculada considerando a área da seção transversal do tubo:

$$v = \frac{q_o + q_g + q_w}{A}. \quad (3.39)$$

O modelo proposto assume que as fases escoam simultaneamente de forma unidimensional e homogênea dentro do tubo, sem segregação gravitacional ou efeitos de dispersão significativos. Além disso, considera-se que as propriedades dos fluidos são uniformes em cada seção transversal. Essas simplificações permitem a obtenção de expressões analíticas para as vazões e a velocidade do fluxo, facilitando a análise do comportamento do escoamento no poço.

3.4 Propriedades dos materiais

Conforme apresentado neste capítulo, diversas propriedades dos materiais que compõem o poço são necessárias para a solução do problema de transferência de calor. As propriedades físicas dos sólidos (aço dos revestimentos, cimento e formação) são admitidas como constantes. Deles são requeridos a densidade, a condutividade térmica e o calor específico a pressão constante. Para os fluidos, considera-se que as propriedades são dependentes da temperatura e da pressão. Basicamente, deve-se ter acesso às seguintes informações: densidade (ρ), viscosidade dinâmica (μ), entalpia específica (h), condutividade térmica (k), coeficiente de Joule-Thomson (γ), calor específico a pressão constante (C_p) e coeficiente de expansão térmica (β) para valores conhecidos de temperatura (T) e pressão (P) do fluido.

Os dados dos fluidos podem ser obtidos de diversas maneiras, como nas tabelas fornecidas no NIST (2011) (*National Institute of Standards and Technology*), onde há dados de fluidos puros

e também dados de misturas, gerados a partir da equação de estado de Peng-Robinson (PENG; ROBINSON, 1976). Além disso, é importante destacar que existem *softwares* que calculam essas propriedades, como o Multiflash (INFOCHEM/KBC, 2015) e o REFPROP (LEMMON et al., 2018), e ainda bibliotecas de propriedades de fluidos de código aberto, como o CoolProp (BELL et al., 2014) e o WellboreProps (FORTKAMP et al., 2024).

No caso da indústria do petróleo, há ainda diversas correlações empíricas desenvolvidas ao longo dos anos para descrever o comportamento das fases do petróleo (óleo e gás) através de dados básicos, como o grau API (*American Petroleum Institute*) e a Razão Gás-Óleo (RGO). Um compilado de algumas dessas correlações é apresentado por Permínio Filho (2017).

O assunto de modelagem de fluidos é complexo, sendo inclusive tema de muitos artigos, dissertações e teses. Assim, deve-se destacar que a modelagem do fluido não é o objetivo deste trabalho, partindo-se do pressuposto de que essas informações são conhecidas.

3.5 Resumo do modelo proposto

Esta seção resume algumas características gerais do modelo proposto, comparando-o com modelos apresentados na literatura. A Tabela 3.1 sintetiza essa comparação, apresentando, respectivamente: a referência do modelo; o tipo de modelagem; o tratamento da transferência de calor na superfície; os fenômenos de transferência de calor considerados nos anulares; as operações compatíveis; o tipo de escoamento; como as propriedades dos fluidos são consideradas; a consideração (ou não) do acoplamento entre as equações de conservação; as componentes consideradas do fluxo de calor (uni ou bidimensional); e o tratamento dado à formação.

Como observado na Tabela 3.1, o modelo deste trabalho é um dos mais completos da literatura. Além disso, ele apresenta bastante semelhança com aquele apresentado por Martins (2022), que constituiu uma das principais referências para este estudo. Entretanto, verificam-se diferenças importantes entre as abordagens. O modelo proposto considera mecanismos adicionais de perda de calor, como a radiação nos anulares e a convecção na superfície, que deve permitir a obtenção de temperaturas mais realistas. Ademais, o modelo de Martins (2022) trata a transferência de calor na formação de maneira separada, adotando uma solução analítica unidimensional ou uma numérica bidimensional, já o modelo proposto integra a formação e os elementos do poço por meio das mesmas equações, sem fazer distinção entre esses domínios.

Outro fator relevante do modelo proposto é a maneira com que os termos de fluxo de calor da equação de energia são escritos. Diferentemente dos trabalhos da literatura, neste trabalho os fluxos de calor (radiais e axiais) são expressos em função das resistências térmicas. Isso permite uma substituição bastante simples das correlações utilizadas para calcular essas resistências. O que favorece a realização de estudos das correlações mais adequadas para casos práticos, sem a necessidade de realizar mudanças nas equações de conservação.

Tabela 3.1: Características de alguns modelos da literatura.

Modelo	Tipo	Superfície	Anulares	Operação	Fluxo mássico	Propriedades dos fluidos	Acoplamento das equações	Fluxo de calor	Formação
Ramey (1962)	Pseudo	Isolado	Conv e Rad	Injeção	Mono	Constante	Não	1D	1D ^(a)
Izgec et al. (2007)	Transiente	Isolado	NI	Produção e fechamento	Mono	Constante	Não	1D	1D ^(a)
You, Rahnema e McMillan (2016)	Transiente	Isolado	Conv e Rad	Injeção	Mono	Variável	Sim	1D	2D ⁽ⁿ⁾
Barcelos (2017)	Pseudo	Isolado	Conv e Rad	Produção	Multi	Variável	Sim	1D	1D ^(a)
Sui, Horpestad e Wiktorski (2018)	Pseudo	Isolado	Conv	Produção	Mono	Variável	Sim	1D	1D ^(a)
Liu et al. (2017)	Transiente	Isolado	Conv	Produção	Mono	Constante	Não	1D	1D ^(a)
Yi et al. (2018)	Transiente	Isolado	Conv	Injeção	Mono	Variáveis	Não	1D	2D ⁽ⁿ⁾
Zhang et al. (2019)	Transiente	Isolado	Conv	Circulação	Mono	Constante	Não	2D	2D ⁽ⁿ⁾
Yang et al. (2019a)	Transiente	Conv	Conv	Perfuração	Multi	Constante	Sim	2D	2D ⁽ⁿ⁾
Moradi et al. (2019)	Pseudo	Isolado	Conv e Rad	Injeção	Mono	Variável	Sim	1D	1D ^(a)
Silva Filho (2022)	Pseudo	Isolado	Conv e Rad	Injeção e produção	Multi	Variável	Sim	1D	1D ^(a)
Martins (2022)	Transiente	Isolado	Conv	Injeção, produção e fechamento	Multi	Variável	Sim	2D	1D ^(a) ou 2D ⁽ⁿ⁾
Autor (2025) (este trabalho)	Transiente	Conv	Conv e Rad	Injeção, produção e fechamento	Multi	Variável	Sim	2D	2D⁽ⁿ⁾

Notas: NI: não informado; Pseudo: modelo pseudopermanente; Conv: transferência de calor por convecção; Rad: transferência de calor por radiação; 1D: unidimensional; 2D: bidimensional; ^(a): solução analítica; ⁽ⁿ⁾: solução numérica; Mono: escoamento monofásico; Multi: escoamento multifásico.

Fonte: Autor, 2025.

4 PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS

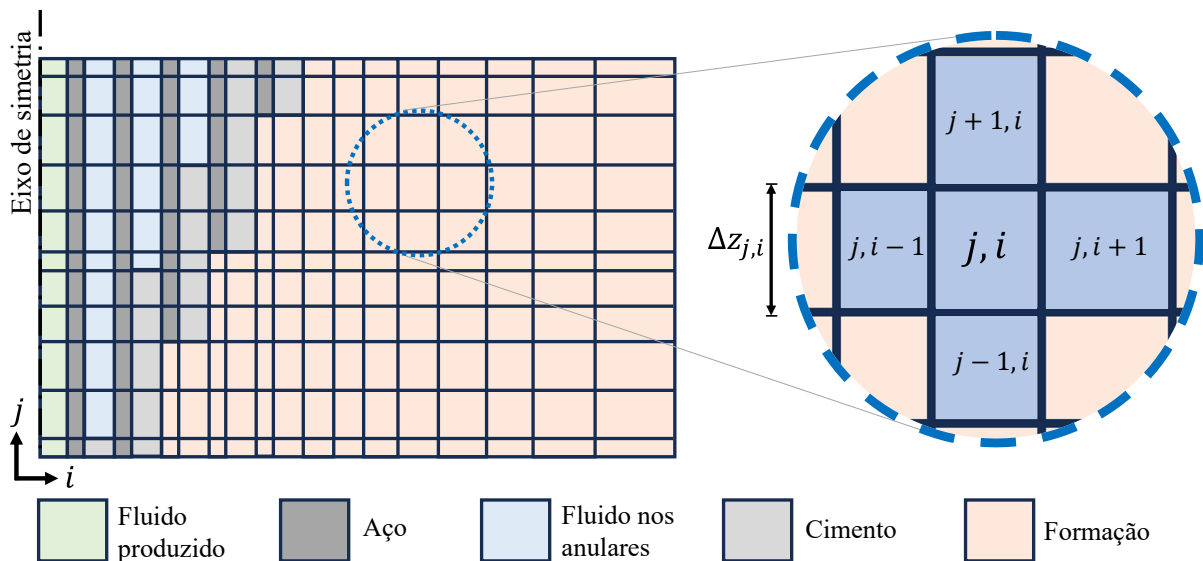
O termo procedimento numérico refere-se a qualquer método utilizado para resolver um modelo matemático por meio de aproximações numéricas (REMANI, 2013). Nesse processo, as expressões diferenciais que compõem o modelo matemático são transformadas em equações algébricas. Essa transformação é realizada através da aplicação de um método numérico, o qual divide o domínio em partes discretas, estabelecendo equações algébricas para cada parte. A solução é obtida para esse conjunto finito de partes, com a expectativa de que, quanto maior a discretização, mais próxima a solução numérica estará da solução exata (MALISKA, 1995).

Naturalmente, expressar em um domínio discreto a solução de uma equação originalmente proposta no contínuo pode levar à perda de informação. No entanto, essa perda pode ser minimizada pela escolha criteriosa dos métodos numéricos empregados para a resolução das equações (VEDOVOTO, 2011). Nas seções seguintes, são apresentados os procedimentos numéricos adotados para obter a solução do modelo matemático proposto no Capítulo 3. Esses procedimentos incluem as aproximações das derivadas espaciais e temporais, a apresentação das equações de conservação em sua forma discreta e o algoritmo de solução correspondente.

4.1 Aproximação das derivadas espaciais

As equações algébricas aproximadas para as derivadas espaciais do modelo matemático deste trabalho são obtidas pela discretização do domínio espacial em volumes de controle (VC). Os quais têm geometria quadrilateral e axissimétrica. A Fig. 4.1 ilustra um esquema de distribuição de VC em um poço.

Figura 4.1 – Exemplo de uma malha de volumes de controle.



Fonte: Autor, 2025.

A malha de volumes de controle é composta por n camadas horizontais, cada uma com m volumes, totalizando nm volumes de controle. Cada VC possui uma temperatura representativa e é identificado pelos índices j e i , os quais dizem respeito a posição vertical e horizontal, respectivamente. As propriedades no volume (temperatura, pressão, densidade, calor específico, etc.) são avaliadas com base na temperatura representativa do VC. As derivadas são aproximadas com base nas temperaturas dos volumes vizinhos. Para o $VC_{j,i}$, as aproximações com relação à direção radial podem ser obtidas com base no $VC_{j,i-1}$ e no $VC_{j,i+1}$. Já as aproximações na direção longitudinal podem ser feitas usando as temperaturas do $VC_{j-1,i}$ e $VC_{j+1,i}$.

Na criação da malha de volumes de controle, a discretização é realizada de forma a garantir que todas as interfaces, tanto na direção horizontal quanto na vertical (mudanças de geometria ou de materiais), coincidam com as faces dos volumes de controle, conforme ilustrado na Fig. 4.1. Esse procedimento assegura que cada VC seja composto por apenas um material: fluido em escoamento, fluido estático, cimento, aço ou rocha.

Além disso, visando um melhor aproveitamento dos recursos computacionais, a escolha dos comprimentos $\Delta z_{j,i}$ de cada volume de controle não é fixa. Elementos menores são utilizados nos locais onde há mudança de geometria ou de materiais, visando capturar variações mais bruscas no campo de temperatura. Em contrapartida, nas regiões com condições semelhantes, são permitidos elementos com comprimentos maiores, uma vez que as variações nesses trechos devem ser mais sutis e graduais.

Com essa discretização, a precisão é mantida, pois, onde há variações bruscas, os volumes de controle têm comprimentos menores conseguindo capturar as rápidas mudanças de temperatura. Por outro lado, o custo computacional é reduzido, pois o uso dos elementos maiores garante uma menor quantidade de volumes de controle.

4.2 Aproximação das derivadas temporais

Em problemas de transferência de calor, é comum que a avaliação das derivadas temporais seja realizada por meio de uma aproximação discreta relativamente simples (REDDY; GARTLING, 2010). Neste trabalho, as aproximações são realizadas utilizando um esquema de diferenças finitas, no qual a aproximação da derivada temporal em um instante $t = a$ é dada por:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{t=a} = \frac{1}{\Delta t} (T^{t+\Delta t} - T^t) = \frac{1}{\Delta t} (T - T^o), \quad (4.1)$$

em que $T^{t+\Delta t}$ é a temperatura em um tempo maior ou igual que a , T^t é a temperatura em um tempo menor ou igual que a e Δt é a diferença de tempo entre t e $t + \Delta t$. Para maior clareza na notação, as propriedades no tempo anterior são indicadas pelo sobrescrito o .

A escolha da posição no intervalo temporal, em que a se encontra, influencia diretamente

a natureza da aproximação da derivada mostrada na Eq. 4.1. De maneira mais geral, pode-se utilizar um parâmetro $\lambda \in [0, 1]$ para determinar a localização no intervalo temporal em que se deseja avaliar a temperatura, estratégia introduzida por Casulli e Cattani (1994). De modo que a temperatura é avaliada como:

$$T^\lambda = \lambda T + (1 - \lambda) T^o. \quad (4.2)$$

A escolha de $\lambda = 0$ resulta no método de integração temporal de Euler direto (ou explícito). A natureza explícita desse método implica a existência de uma condição de estabilidade em termos do passo de tempo máximo permitido, da difusividade térmica do material e do espaçamento da malha (HUGHES, 1977). A adoção desse método deve ser realizada com cautela, pois a condição de estabilidade pode restringir o intervalo de tempo, tornando-o proibitivamente pequeno. Além disso, o método de Euler apresenta precisão de primeira ordem no tempo, ou seja, o erro associado é proporcional ao passo de tempo. Apesar dessas limitações, métodos explícitos são amplamente utilizados em problemas de condução de calor, especialmente para análises de fenômenos de curta duração, como choques térmicos.

Quando $\lambda = 1$, obtém-se o método de integração temporal de Euler reverso (ou implícito), que é um esquema totalmente implícito. Este método é incondicionalmente estável, ou seja, não apresenta restrições quanto ao intervalo de tempo para garantir estabilidade, e também apresenta precisão de primeira ordem no tempo.

Para valores intermediários de λ , diferentes esquemas podem ser utilizados. Por exemplo, quando $\lambda = 2/3$, tem-se o método de integração temporal de Galerkin. Entretanto, dentre todos os esquemas descritos, destaca-se o método de integração temporal de Crank-Nicolson, que corresponde ao caso $\lambda = 1/2$. Este método é o único da família que apresenta precisão de segunda ordem no tempo e, assim como o método de Euler reverso, também é incondicionalmente estável. O método Crank-Nicolson é amplamente utilizado em problemas de transferência de calor, sendo considerado um dos métodos mais robustos para integrações numéricas (REDDY; GARTLING, 2010).

Deve-se destacar que os métodos de aproximação temporal descritos acima são eficientes quando um intervalo de tempo Δt apropriado é escolhido. No entanto, a seleção de um intervalo de tempo adequado pode ser uma tarefa difícil, especialmente em problemas complexos. Em tais casos, é comum realizar um estudo para determinar o valor de Δt mais apropriado, seja ele fixo ou variável, de acordo com as características do problema em questão. Além disso, existem outras abordagens numéricas para integração temporal, como os métodos de preditor-corretor, que podem contornar as limitações associadas à escolha do passo de tempo (REDDY; GARTLING, 2010). No entanto, esses métodos não serão explorados no presente trabalho, que se concentra na análise e aplicação dos métodos descritos anteriormente.

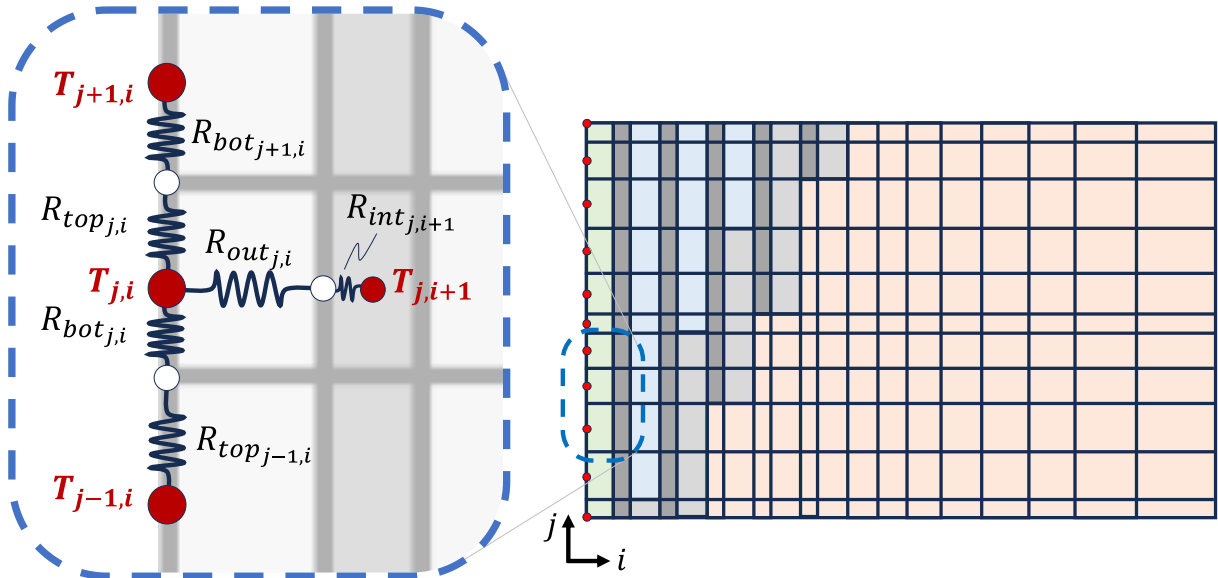
4.3 Discretização das equações de conservação

Nesta seção, são apresentadas as equações discretas para os volumes de controle que compõem a malha, dividindo-os em algumas categorias, de acordo com as condições enfrentadas por cada um deles. Essas equações são obtidas da discretização das Equações 3.10 e 3.3 ou através das condições de contorno descritas na Seção 3.3.4, o Apêndice C exemplifica a obtenção da forma discreta das equações.

4.3.1 Volumes de controle no eixo de simetria

Os volumes de controle no eixo de simetria são aqueles preenchidos pelo fluido produzido. Neles, considera-se que a temperatura representativa está localizada no centro do VC, como mostrado na Fig. 4.2.

Figura 4.2 – Volumes de controle no eixo de simetria.



Fonte: Autor, 2025.

Para esses VCs, a conservação da energia descrita na Eq. 3.10 pode ser expressa na forma discreta, utilizando diferenças finitas:

$$A T_{j,i} + B T_{j-1,i} + C T_{j+1,i} + D T_{j,i+1} = E T_{j,i}^0 + F T_{j-1,i}^0 + G T_{j+1,i}^0 + H T_{j,i+1}^0 + I. \quad (4.3)$$

Essa equação descreve a temperatura do VC j, i no tempo considerando as interações entre os volumes adjacentes no domínio discreto. Os coeficientes $A, B, \dots, H$ e I são dados por:

$$A = \frac{\rho_{j,i} C p_{j,i}}{\Delta t} + \frac{\rho_{j,i} C p_{j,i} v_{j,i} \lambda}{\Delta z_{j,i}} + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{out,j,i} + R_{int,j,i+1})} + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top,j,i} + R_{bot,j+1,i})}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j-1,i}} + R_{bot_{j,i}})}, \\
B &= -\frac{\rho_{j,i} C p_{j,i} v_{j,i} \lambda}{\Delta z_{j,i}} - \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j-1,i}} + R_{bot_{j,i}})}, \\
C &= -\frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j,i}} + R_{bot_{j+1,i}})}, \\
D &= -\frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i}} + R_{int_{j,i+1}})}, \\
E &= \frac{\rho_{j,i}^o C p_{j,i}^o}{\Delta t} - \frac{\rho_{j,i}^o C p_{j,i}^o v_{j,i}^o (1 - \lambda)}{\Delta z_{j,i}} - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i}}^o + R_{int_{j,i+1}}^o)} - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j,i}}^o + R_{bot_{j+1,i}}^o)} \\
& - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j-1,i}}^o + R_{bot_{j,i}}^o)}, \\
F &= \frac{\rho_{j,i}^o C p_{j,i}^o v_{j,i}^o (1 - \lambda)}{\Delta z_{j,i}} + \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j-1,i}}^o + R_{bot_{j,i}}^o)}, \\
G &= \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j,i}}^o + R_{bot_{j+1,i}}^o)}, \\
H &= \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i}}^o + R_{int_{j,i+1}}^o)}, \\
I &= (1 + \gamma_{j,i} C p_{j,i} \rho_{j,i}) \left(\frac{P_{j,i} - P_{j,i}^o}{\Delta t} + v_{j,i} \frac{P_{j,i}^\lambda - P_{j-1,i}^\lambda}{\Delta z_{j,i}} \right) + \frac{f_{j,i} v_{j,i}^3 \rho_{j,i} p_{j,i}}{8 A_{j,i}}.
\end{aligned}$$

Esses coeficientes são válidos para os elementos que estão localizados no eixo de simetria, isto é, $i = 1$, entre a segunda e a penúltima camada, ou seja, $j \in [2, n - 1]$. No caso de operações de produção, o primeiro volume do escoamento tem a temperatura conhecida (condição de contorno de Dirichlet). Para o último volume ($j = n$) não há volume $j + 1$. Nesse caso, os coeficientes da Eq. 4.3 são obtidos considerando uma aproximação em diferenças finitas atrasadas, removendo a dependência do volume $j + 1$. Com isso, todos os elementos no eixo de simetria têm equações que descrevem a temperatura no tempo atual em função das temperaturas dos volumes vizinhos e das temperaturas no tempo passado.

A aproximação discreta para a pressão em cada volume de controle pode ser escrita utilizando diferenças finitas de maneira explícita, pela Eq. 4.4.

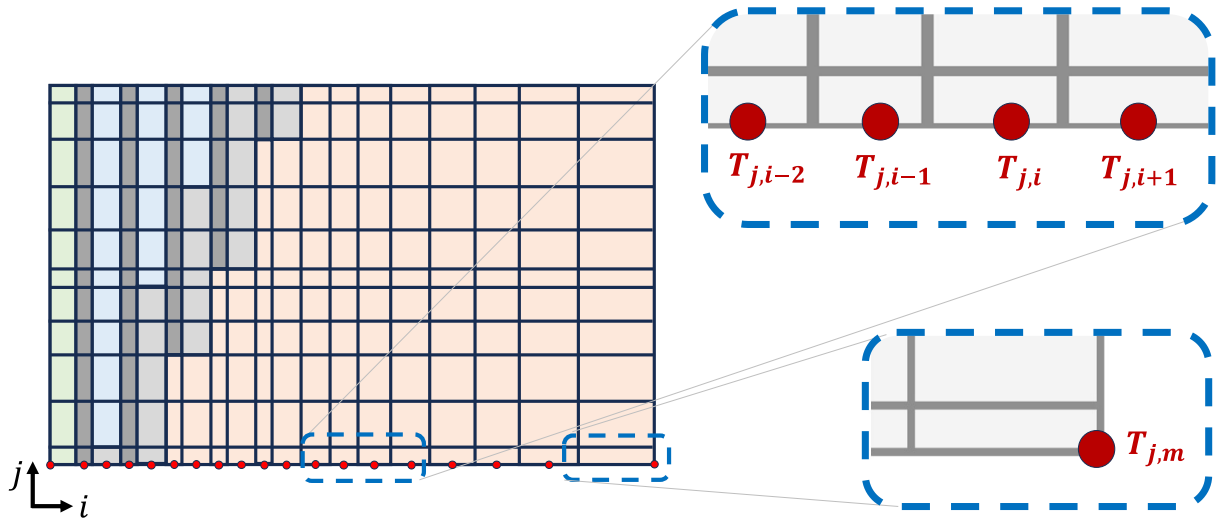
$$\begin{aligned}
P_{j,i} &= P_{j-1,i} - \frac{f_{j,i} v^2 \rho}{2 D_h} \left(\frac{\Delta z_{j,i}}{2} + \frac{\Delta z_{j-1,i}}{2} \right) + d_f g \rho \sin(\theta) \left(\frac{\Delta z_{j,i}}{2} + \frac{\Delta z_{j-1,i}}{2} \right) \\
& - \rho \frac{v_{j,i}^2 - v_{j-1,i}^2}{2} - \rho \frac{v_{j,i} - v_{j,i}^o}{\Delta t} \left(\frac{\Delta z_{j,i}}{2} + \frac{\Delta z_{j-1,i}}{2} \right). \quad (4.4)
\end{aligned}$$

Como pode ser observado na Eq. 4.4, a obtenção da pressão no VC j, i é realizada com base na pressão do volume anterior $j - 1, i$. Dessa forma, todas as pressões podem ser obtidas de maneira sequencial, desde que seja conhecida a pressão em um ponto do escoamento. No caso de operações de produção, comumente o ponto onde a pressão é conhecida é o do fundo do poço. Já nas operações de injeção, a pressão é conhecida na cabeça do poço.

4.3.2 Volumes de controle na face inferior

Para os volumes de controle presentes na face inferior da malha, considera-se que a temperatura do VC está localizada na aresta inferior do volume, como mostrado na Fig. 4.3.

Figura 4.3 – Volumes de controle na face inferior.



Fonte: Autor, 2025.

Nesses volumes, considera-se uma condição de contorno essencial, onde a temperatura mantém-se inalterada ao longo da operação, como descrito na Eq. 3.14. Dessa forma, a temperatura nesses VCs é dada por:

$$T_{1,i} = T_{geo_{1,i}}. \quad (4.5)$$

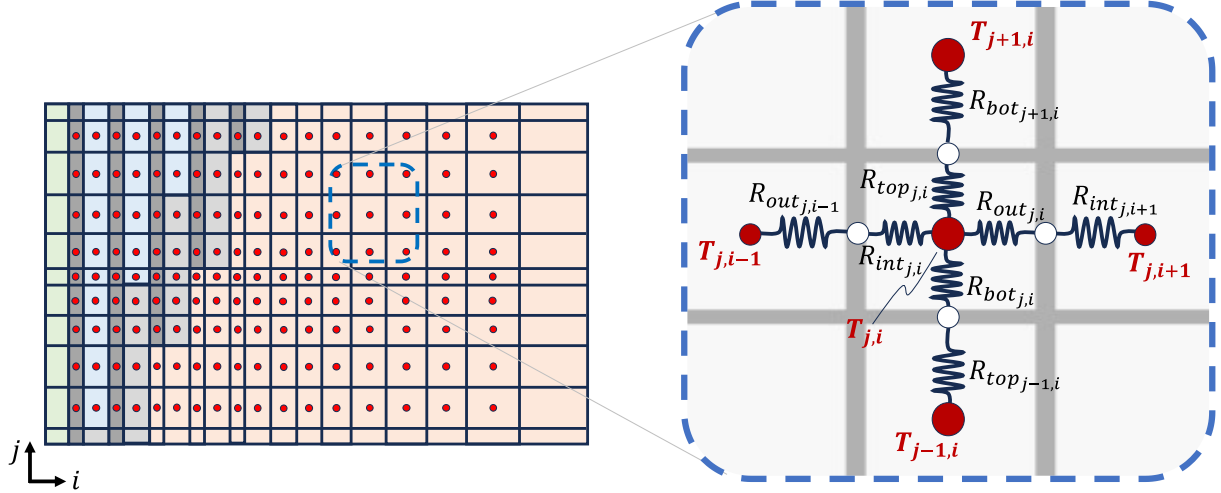
Esse subdomínio é identificado como o conjunto de VCs cujo índice j é igual a 1, isto é, a primeira camada de volumes, partindo do fundo do poço.

4.3.3 Volumes de controle internos

A grande maioria dos VCs está fora dos contornos, estando localizadas internamente à malha. Além disso, a maior parte desses volumes internos é composta por sólidos ou por líquidos estáticos. Contudo, é possível que existam volumes internos com velocidade diferente

de zero. É o caso de colunas com mudanças de seção ou anulares com injeção de fluido. A Fig. 4.4 destaca os VCs internos da malha.

Figura 4.4 – Volumes de controle internos.



Fonte: Autor, 2025.

Dessa forma, de maneira geral, a conservação da energia para esses VCs pode ser expressa na forma discreta, como:

$$A T_{j,i} + B T_{j-1,i} + C T_{j+1,i} + D T_{j,i-1} + E T_{j,i+1} = F T_{j,i}^o + G T_{j-1,i}^o + H T_{j+1,i}^o + I T_{j,i-1}^o + J T_{j,i+1}^o + K. \quad (4.6)$$

em que os coeficientes A , B , ..., J e K são dados por:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\rho_{j,i} C p_{j,i}}{\Delta t} + \frac{\rho_{j,i} C p_{j,i} v_{j,i} \lambda}{\Delta z_{j,i}} + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i-1}} + R_{int_{j,i}})} + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i}} + R_{int_{j,i+1}})} \\ &\quad + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j,i}} + R_{bot_{j+1,i}})} + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j-1,i}} + R_{bot_{j,i}})}, \\ B &= -\frac{\rho_{j,i} C p_{j,i} v_{j,i} \lambda}{\Delta z_{j,i}} - \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j-1,i}} + R_{bot_{j,i}})}, \\ C &= -\frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j,i}} + R_{bot_{j+1,i}})}, \\ D &= -\frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i-1}} + R_{int_{j,i}})}, \\ E &= -\frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i}} + R_{int_{j,i+1}})}, \end{aligned}$$

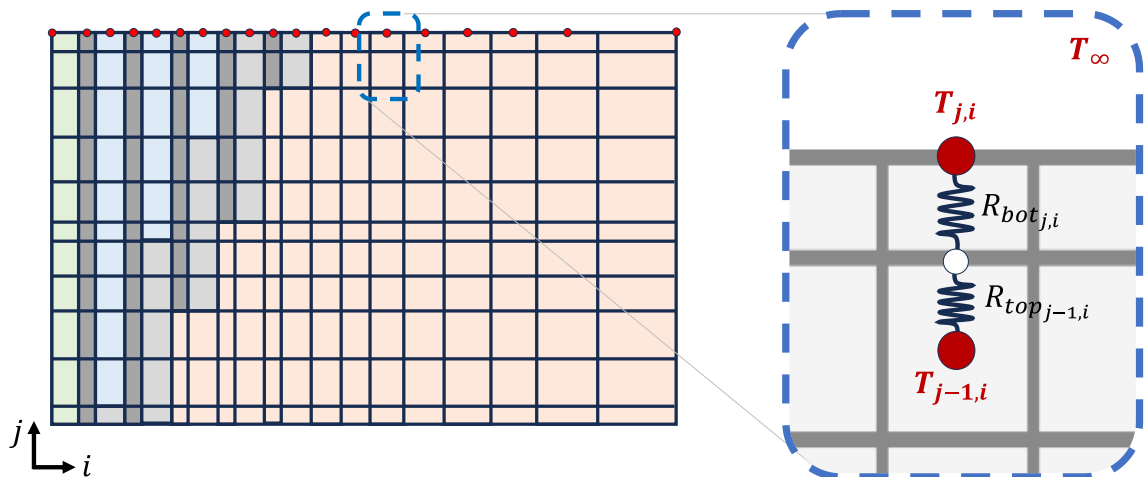
$$\begin{aligned}
F &= \frac{\rho_{j,i}^o C p_{j,i}^o}{\Delta t} - \frac{\rho_{j,i}^o C p_{j,i}^o v_{j,i}^o (1 - \lambda)}{\Delta z_{j,i}} - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i-1}}^o + R_{int_{j,i}}^o)} - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i}}^o + R_{int_{j,i+1}}^o)} \\
&\quad - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j,i}}^o + R_{bot_{j+1,i}}^o)} - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j-1,i}}^o + R_{bot_{j,i}}^o)}, \\
G &= \frac{\rho_{j,i}^o C p_{j,i}^o v_{j,i}^o (1 - \lambda)}{\Delta z_{j,i}} + \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j-1,i}}^o + R_{bot_{j,i}}^o)}, \\
H &= \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top_{j,i}}^o + R_{bot_{j+1,i}}^o)}, \\
I &= \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i-1}}^o + R_{int_{j,i}}^o)}, \\
J &= \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{out_{j,i}}^o + R_{int_{j,i+1}}^o)}, \\
K &= (1 + \gamma_{j,i} C p_{j,i} \rho_{j,i}) \left(\frac{P_{j,i} - P_{j,i}^o}{\Delta t} + v_{j,i} \frac{P_{j,i}^\lambda - P_{j-1,i}^\lambda}{\Delta z_{j,i}} \right) + \frac{f_{j,i} v_{j,i}^3 \rho_{j,i} p_{j,i}}{8 A_{j,i}}.
\end{aligned}$$

Caso sejam sólidos ou fluidos estáticos, os termos que contêm velocidade são anulados, simplificando alguns dos coeficientes da Eq. 4.6. Além disso, para os anulares, a pressão é calculada de maneira explícita, sendo conhecida a pressão no topo de cada anular. Esse cálculo é semelhante a Eq. 4.4, mas como a velocidade é nula, permanece apenas a carga hidrostática.

4.3.4 Volumes de controle na face superior

Nos volumes de controle presentes na face superior da malha, considera-se que a temperatura do VC está localizada na aresta superior do volume, como mostrado na Fig. 4.5.

Figura 4.5 – Volumes de controle na face superior.



Fonte: Autor, 2025.

Nesses volumes, considera-se uma condição de contorno de Robin, descrita pela convecção com o meio externo (ar para poços *onshore* ou água do mar para poços *offshore*). Dessa forma, a equação para a temperatura nesses volumes é dada discretizando a Eq. 3.15 e escrevendo-a em função das resistências dos VCs:

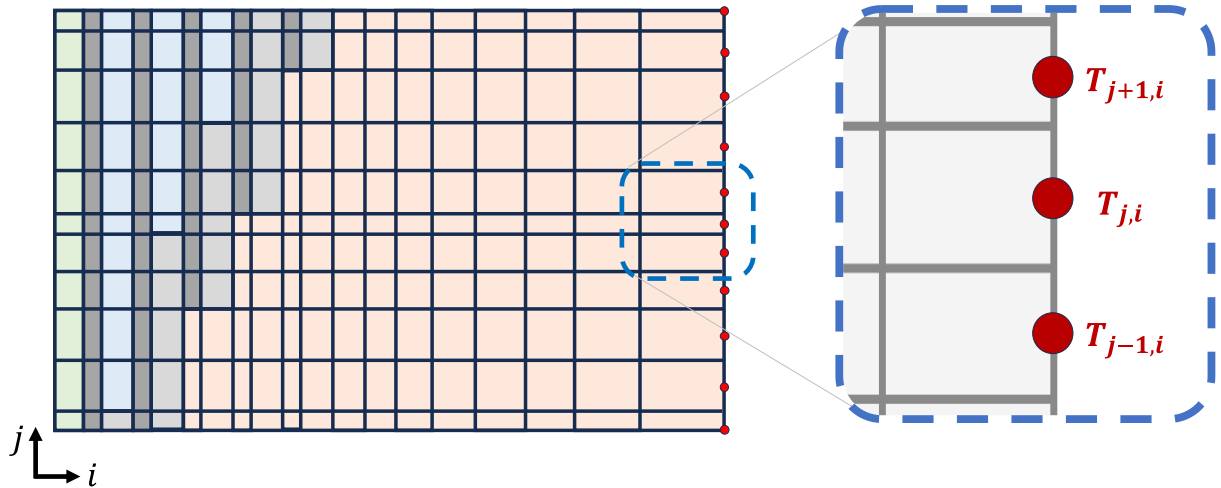
$$\left(1 + h_{c\infty} A_{n,i} (R_{top_{n-1,i}} + R_{bot_{n,i}})\right) T_{n,i} - T_{n-1,i} = h_{c\infty} A_{n,i} (R_{top_{n-1,i}} + R_{bot_{n,i}}) T_{\infty}. \quad (4.7)$$

Esse subdomínio é identificado como o conjunto de VCs cujo índice j é igual a n , isto é, a última camada de volumes, partindo do fundo do poço.

4.3.5 Volumes de controle na face externa

Os volumes de controle da face externa são aqueles localizados na região de fronteira definida pelo raio externo adotado. Esses volumes são destacados na Fig. 4.6.

Figura 4.6 – Volumes de controle na face externa.



Fonte: Autor, 2025.

Para esses VCs, admite-se que eles estão suficientemente longe da perturbação térmica causada pelo poço, de modo que eles mantêm sua temperatura (geotérmica) durante toda a simulação, conforme descrito na Seção 3.3.4. Dessa forma, a equação para esses volumes é dada por:

$$T_{j,m} = T_{geo_{j,m}}. \quad (4.8)$$

Esse subdomínio é identificado como o conjunto de VCs cujo índice i é igual a m , isto é, a última coluna de volumes, partindo do centro do poço.

4.4 Algoritmo de solução

Combinando todas as equações que descrevem a temperatura nos volumes de controle, é possível construir um sistema de equações que contém não linearidades advindas das propriedades dos materiais e das resistências. Para resolver esse sistema e determinar as temperaturas e pressões nos VCs, um processo iterativo é necessário. O algoritmo para determinar as temperaturas nos volumes de controle da malha ao longo do tempo é resumido nos passos descritos a seguir. Esse esquema de solução é baseado em Silva Filho (2022) e Silva Filho et al. (2024).

- Passo 1. Carregar os dados do problema, incluindo geometria, propriedade dos materiais, condições iniciais e informações operacionais.
- Passo 2. Gerar a malha de volumes de controle, seguindo as regras descritas na Seção 4.1 e inicializar o tempo $t = 0$, preenchendo a condição inicial do problema.
- Passo 3. Atualizar o tempo atual, com base no tempo anterior t e no passo de tempo escolhido Δt , isto é, $t = t + \Delta t$.
- Passo 4. Estimar os vetores de temperatura e de pressão no tempo atual ($\mathbf{T}$ e $\mathbf{P}$), uma alternativa para essa estimativa é utilizar essas informações no tempo passado ($\mathbf{T}^0$ e $\mathbf{P}^0$).
- Passo 5. Calcular os vetores $\mathbf{T}^\lambda$ e $\mathbf{P}^\lambda$ pela Eq. 4.2.
- Passo 6. Atualizar as propriedades dos materiais com base em $\mathbf{T}^\lambda$ e $\mathbf{P}^\lambda$.
- Passo 7. Definir $j = 1$ e $i = 1$.
- Passo 8. Verificar se o volume de controle j, i é líquido e se é monofásico ou multifásico usando a fração mássica de gás para a temperatura $T_{j,i}$ e a pressão $P_{j,i}$:
 - Se não for líquido, passe para o passo 9.
 - Se monofásico, determine a nova estimativa para a pressão no volume j, i $P_{j,i}^*$ usando a Eq. 4.4;
 - Se for multifásico, determine a nova estimativa para a pressão no volume j, i $P_{j,i}^*$ usando a Eq. A.2;
- Passo 9. Verificar se é o último elemento. Se o elemento j, i for o último elemento líquido da malha, seguir para o passo 10. Se não, passe para o próximo elemento e retorne ao passo 8.
- Passo 10. Calcular o desvio $\delta P = \frac{|\mathbf{P}^* - \mathbf{P}|}{\mathbf{P}^*}$;
- Passo 11. Atualizar o valor de $\mathbf{P} = \mathbf{P}^*$;

- Passo 12. Avaliar a convergência da pressão. Se $\delta P \leq 10^{-3}$ seguir para o passo 13. Se não, retorne ao passo 5;
- Passo 13. Atualizar as resistências com base nas propriedades dos materiais atualizadas.
- Passo 14. Montar a matriz de coeficientes e o vetor de constantes usando as equações descritas na Seção 4.3 para cada volume de controle.
- Passo 15. Resolver o sistema linear, calculando o vetor de temperatura $\mathbf{T}^*$
- Passo 16. Calcular o desvio $\delta T = \frac{|\mathbf{T}^* - \mathbf{T}|}{\mathbf{T}}$;
- Passo 17. Atualizar o $\mathbf{T} = \mathbf{T}^*$;
- Passo 18. Avaliar a convergência da temperatura. Se $\delta T \leq 10^{-3}$ passe para o passo 19. Se não, retorne ao passo 5.
- Passo 19. Atualizar as temperaturas, pressões, resistências e propriedades do passo de tempo anterior com os valores do tempo atual.
- Passo 20. Definir o próximo passo de tempo Δt .
- Passo 21. Verificar se chegou ao fim. Se $t + \Delta t$ for menor que o tempo final da operação, retorne ao passo 3.

A Fig. 4.7 apresenta um algoritmo do funcionamento básico do procedimento numérico utilizado na obtenção das temperaturas e pressões ao longo do tempo.

Figura 4.7 – Algoritmo básico do procedimento numérico.

procedimento *SimulacaoTransiente*(DadosDaSimulacao) $\triangleright$ Dados geométricos do poço, informações das propriedades dos materiais, dados das condições iniciais, informações da operação e configurações da simulação – passo de tempo, parâmetros da malha, etc.

```

VC  $\leftarrow$  gerarMalha(DadosDaSimulacao),  $t \leftarrow 0$   $\triangleright$  Gerar a malha de VCs e inicializar o tempo  $t = 0$  com a condição inicial
enquanto  $t < t_{final}$  faça
     $t \leftarrow t + \delta t$   $\triangleright$  Atualizar atual tempo
     $T \leftarrow T^o$ ,  $P \leftarrow P^o$   $\triangleright$  Estimar temperaturas e pressões no tempo atual com base nos valores anteriores
     $\dot{w} \leftarrow$  vazãoMássica( $t$ )  $\triangleright$  Consultar a vazão mássica no tempo atual
     $\delta T \leftarrow 1$ 
    enquanto  $\delta T < 10^{-3}$  faça  $\triangleright$  Loop para convergência da temperatura
         $\delta P \leftarrow 1$ 
        enquanto  $\delta P < 10^{-3}$  faça  $\triangleright$  Loop para convergência da pressão
             $T^\lambda \leftarrow \lambda T + (1 - \lambda)T^o$   $\triangleright$  Calcular a temperatura ponderada no tempo
             $P^\lambda \leftarrow \lambda P + (1 - \lambda)P^o$   $\triangleright$  Calcular a pressão ponderada no tempo
            para  $j$  de 1 até  $n$  faça
                para  $i$  de 1 até  $m$  faça
                    se  $VC_{j,i}$  for líquido então  $\triangleright$  Verificar se o volume é líquido
                         $VC_{j,i} \leftarrow$  atualizaPropriedades( $VC_{j,i}, T_{j,i}^\lambda, P_{j,i}^\lambda$ )  $\triangleright$  Atualizar as propriedades de VC
                        se  $VC_{j,i}$  for monofásico então  $\triangleright$  Verificar se é monofásico
                             $P_{j,i}^* \leftarrow$  Eq. 4.4  $\triangleright$  Calcular a pressão para o caso monofásico
                        senão
                             $P_{j,i}^* \leftarrow$  Eq. A.2  $\triangleright$  Calcular a pressão para o caso multifásico
                        fim se
                    senão
                        continuar
                    fim se
                fim para
            fim para
             $\delta P \leftarrow \frac{|P^* - P|}{P}$   $\triangleright$  Verificar a convergência da pressão
             $P \leftarrow P^*$   $\triangleright$  Atualizar a pressão
        fim enquanto
         $K \leftarrow$  matriz  $[0]_{nm \times nm}$   $\triangleright$  Criar a matriz de coeficientes vazia
         $V \leftarrow$  vetor  $[0]_{nm}$   $\triangleright$  Criar o vetor de constantes vazio
        para  $j$  de 1 até  $n$  faça
            para  $i$  de 1 até  $m$  faça
                 $VC_{j,i} \leftarrow$  atualizaResistências( $VC_{j,i}, T_{j,i}^\lambda, P_{j,i}^\lambda$ )  $\triangleright$  Atualizar as resistências térmicas do VC
                linha  $\leftarrow (i - 1)n + j$ 
                 $K_{linha} \leftarrow$  Coeficientes da seção 4.3  $\triangleright$  Montar os coeficiente de uma linha da matriz de coeficientes
                 $V_{linha} \leftarrow$  Coeficientes da seção 4.3  $\triangleright$  Montar um dos coeficientes do vetor de constantes
            fim para
        fim para
         $T^* \leftarrow K^{-1} \cdot V$   $\triangleright$  Resolver o sistema linear, calculando o vetor de temperatura
         $\delta T \leftarrow \frac{|T^* - T|}{T}$   $\triangleright$  Verificar a convergência da temperatura
         $T \leftarrow T^*$   $\triangleright$  Atualizar a temperatura
    fim enquanto
     $T^o \leftarrow T$ ,  $P^o \leftarrow P$   $\triangleright$  Atualizar a temperatura e a pressão no tempo anterior com os valores atuais
    para  $j$  de 1 até  $n$  faça
        para  $i$  de 1 até  $m$  faça
             $VC_{j,i} \leftarrow$  atualizaPropriedadesPassadas( $VC_{j,i}, T_{j,i}^\lambda, P_{j,i}^\lambda$ )  $\triangleright$  Atualizar variáveis do tempo anterior com valores atuais
        fim para
    fim para
     $\Delta t \leftarrow$  Novo  $\Delta t$   $\triangleright$  Definir o próximo passo de tempo
fim enquanto

```

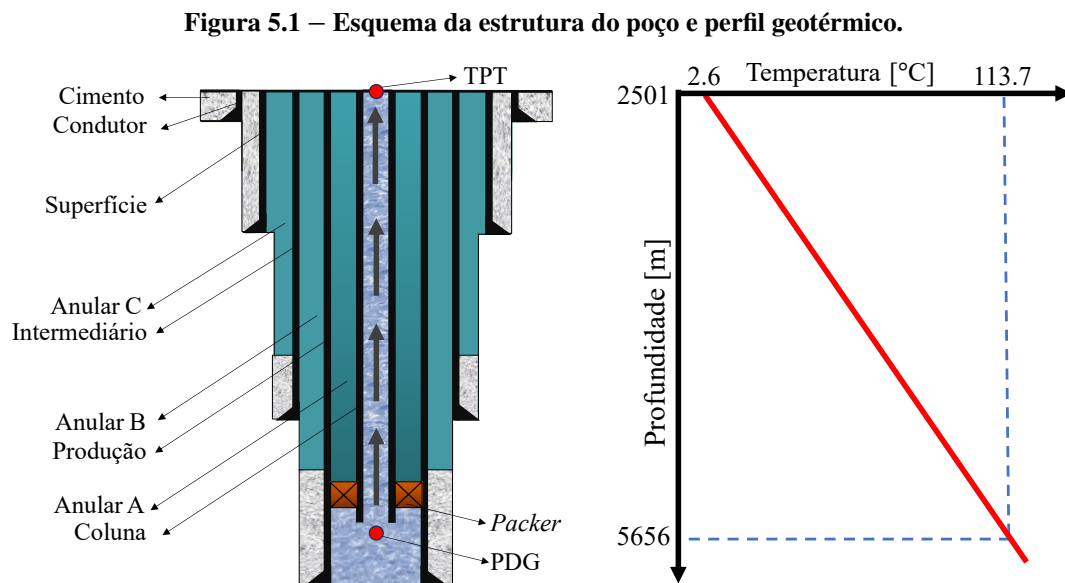
Fonte: Autor, 2025.

5 APLICAÇÕES

Este capítulo apresenta aplicações do modelo matemático de transferência de calor em regime transiente proposto neste trabalho com o objetivo de avaliar suas respostas. Essas aplicações são realizadas em um poço de petróleo real e envolvem: i) comparação dos resultados do modelo matemático proposto com dados de sensores instalados no poço; ii) verificação do modelo proposto por meio de sua comparação com o modelo matemático de transferência de calor em regime transiente apresentado por Martins (2022); iii) análise das respostas do modelo proposto em relação ao modelo pseudopermanente apresentado por Silva Filho (2022); e iv) estudo paramétrico da consideração do termo de radiação nos anulares e do termo de convecção na superfície. Para realizar as aplicações, o procedimento numérico detalhado no Capítulo 4 foi implementado computacionalmente em *Python*. Todas as simulações realizadas neste trabalho foram executadas em um computador pessoal com processador Intel(R) Core(TM) i5-10210U CPU @ 2.11 GHz e com 16 GB de memória RAM.

5.1 Descrição do poço utilizado

O cenário utilizado nas aplicações é um poço *offshore* localizado na costa Leste do Brasil, com 4 fases, 3 anulares, lâmina de água de 2476 m e altura da mesa rotativa de 25 m. Os anulares A, B e C estão preenchidos com salmouras com densidades de 1090.42, 1042.49 e 1174.29 kg m⁻³, respectivamente. A Fig. 5.1 ilustra a disposição dos revestimentos e anulares, perfil geotérmico e a representação do poço de petróleo utilizado na análise.



Fonte: Autor, 2025.

O perfil geotérmico foi traçado como uma função linear através da temperatura medida nos sensores antes da produção, momento em que o poço encontrava-se em equilíbrio

geotérmico¹. Os dados relativos às fases do poço estão resumidos na Tabela 5.1. Esses dados incluem o diâmetro externo do revestimento (OD), a espessura do tubo (e), a cota da extremidade superior da seção (Topo), a profundidade da sapata (Base), a profundidade do topo do cimento (TOC), e o diâmetro da broca usada na fase.

Tabela 5.1: Dados dos revestimentos e coluna de produção do poço.

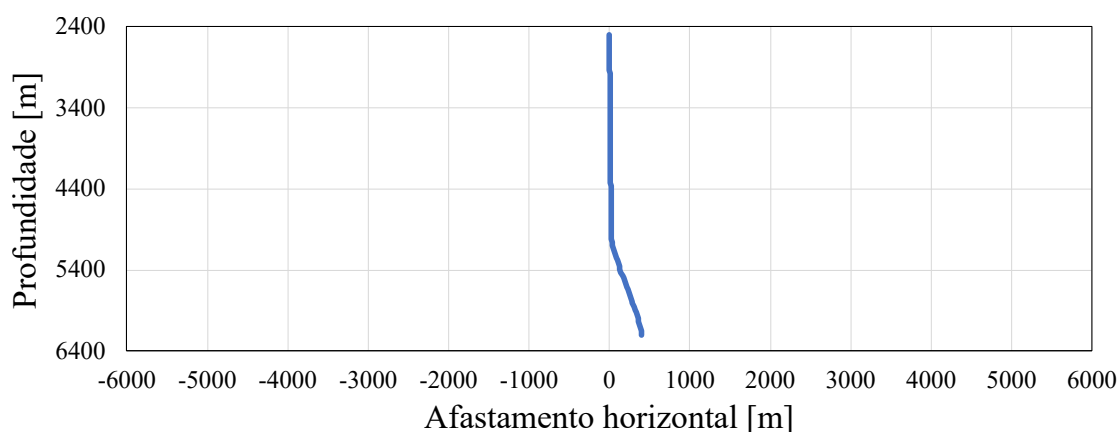
Nome	OD [pol.]	e [pol.]	Topo [m]	Base [m]	TOC [m]	Broca [pol.]
Condutor	36	1.500	2501.00	2586.05	2501.00	42
	20	1.000	2501.00	2550.66	2501.00	26
Superfície	20	0.625	2550.66	3484.63	2501.00	26
	20	0.750	3484.63	3606.05	2501.00	26
Intermediário	13 3/8	0.514	2501.00	4739.95	4339.95	17 1/2
	9 5/8	0.545	2501.00	2996.27	5148.00	12 1/4
Produção	9 7/8	0.668	2996.27	5278.82	5148.00	12 1/4
	9 5/8	0.545	5278.82	5857.16	5148.00	12 1/4
Coluna	5 1/2	0.415	2501.00	5558.20	-	-

Notas: OD: diâmetro externo (pol.); e: espessura do revestimento (pol.); Topo: profundidade do topo (m); Base: profundidade da base (m); TOC: profundidade do topo do cimento (m); Broca: diâmetro da broca (pol.).

Fonte: Autor, 2025.

A trajetória do poço, com escalas horizontal e vertical iguais, é apresentada na Fig. 5.2.

Figura 5.2 – Trajetória do poço.



Fonte: Autor, 2025.

Como pode ser observado, esse poço não é vertical. Esse fato representa uma limitação demarcada nas hipóteses do modelo matemático proposto, pois, como explicado anteriormente, a adoção da axissimetria impede a utilização do modelo em poços direcionais. Apesar disso, muitos autores aplicam modelos axissimétricos a poços inclinados (HAFEMANN, 2015; BARCELOS, 2017; SUI; HORPESTAD; WIKTORSKI, 2018; MARTINS et al., 2022; SILVA Filho,

¹O perfil geotérmico pode não ser linear devido a variações na litologia.

2022). Além disso, o poço é simulado partindo da profundidade de 5656 m (profundidade onde encontra-se o PDG), percorrendo cerca de 500 m do trecho mais inclinado. Nesse trecho, as inclinações chegam a atingir 20°, mas como o trecho corresponde a uma parcela pequena do poço, ele será usado nas aplicações deste trabalho.

A formação atravessada pelo poço é composta por diversas de camadas de rochas (argilito, arenito, siltito, marga, diamictito, folhelho, etc.). Contudo, a rocha predominante é o folhelho, a qual foi escolhida como representante da formação circundante. As propriedades utilizadas para todos os sólidos do poço (aço, cimento e rocha) são apresentadas na Tabela 5.2. Os valores escolhidos são aqueles comumente utilizados por *softwares* comerciais ou advindos da literatura (LANDMARK, 2003; SANTOS et al., 2019; MARTINS, 2022; PATERSON et al., 2008).

Tabela 5.2: Propriedades dos sólidos.

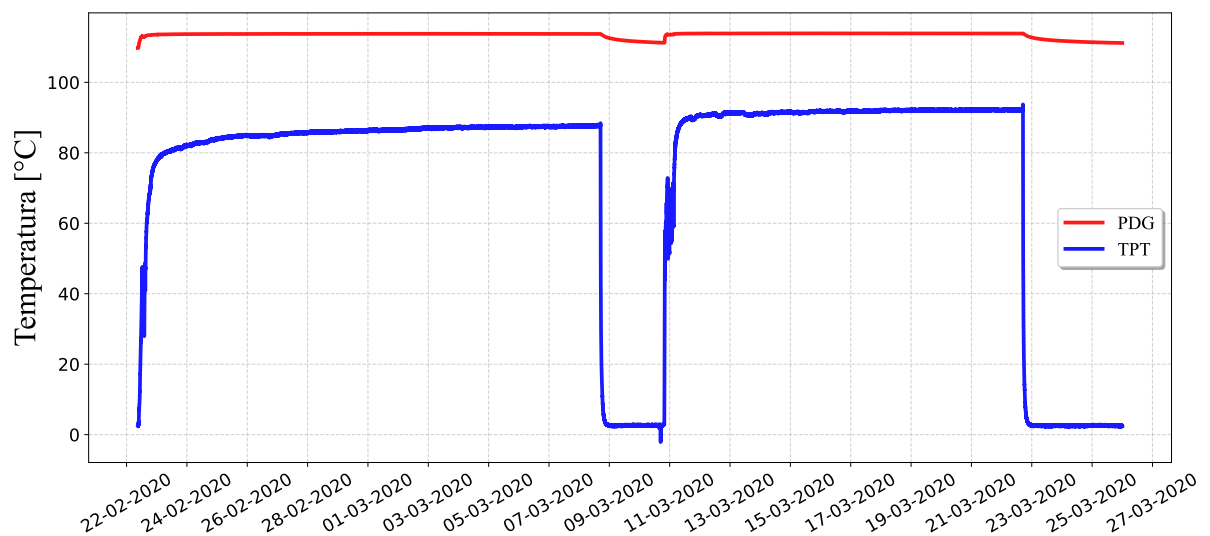
Material	ρ [kg m ⁻³]	k [W m ⁻¹ K ⁻¹]	C_p [J kg ⁻¹ K ⁻¹]	ε [—]	ϵ [μm]
Aço	7849.02	45.35	460.9	0.68	15
Cimento	1890.2	0.98	837.0	0.85	—
Rocha	2242.6	1.59	1256.0	0.85	—

Notas: ρ : densidade; k : condutividade térmica; C_p : calor específico a pressão constante; ε : emissividade; ϵ : rugosidade.

Fonte: Autor, 2025.

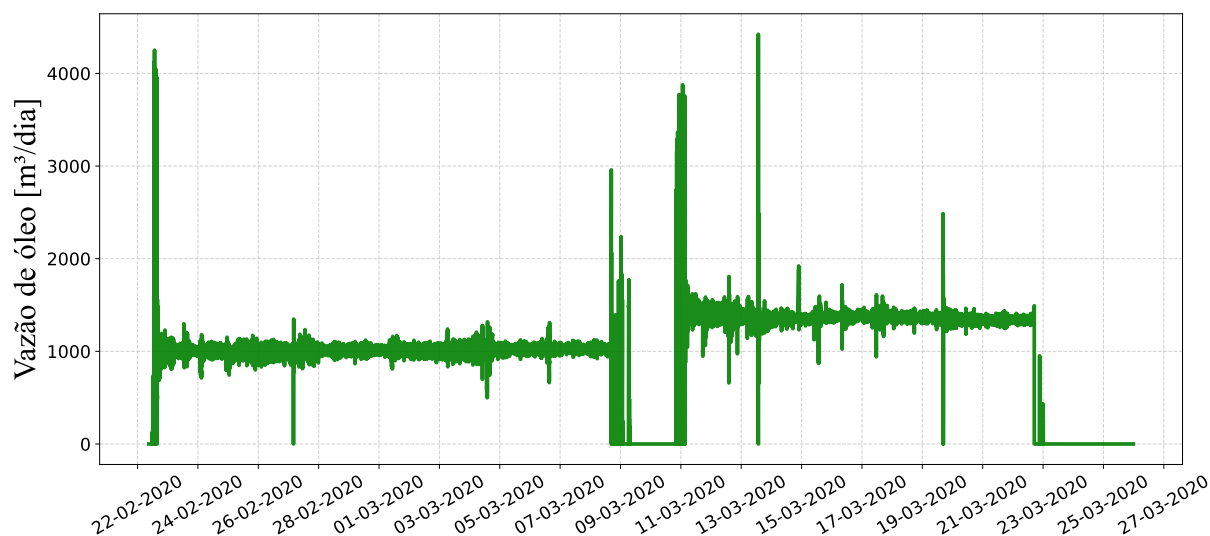
O poço opera de forma surgente com uma pressão no PDG de cerca de 58.84 MPa. O fluido produzido tem grau API de 35.87 e razão gás-óleo de 468.4. A composição do fluido pode ser consultada em Martins (2022). Os gráficos das temperaturas e vazão medidas pelos sensores ao longo do período amostrado são apresentados nas Figs. 5.3 e 5.4, respectivamente.

Figura 5.3 – Temperaturas nos sensores ao longo do tempo.



Fonte: Autor, 2025.

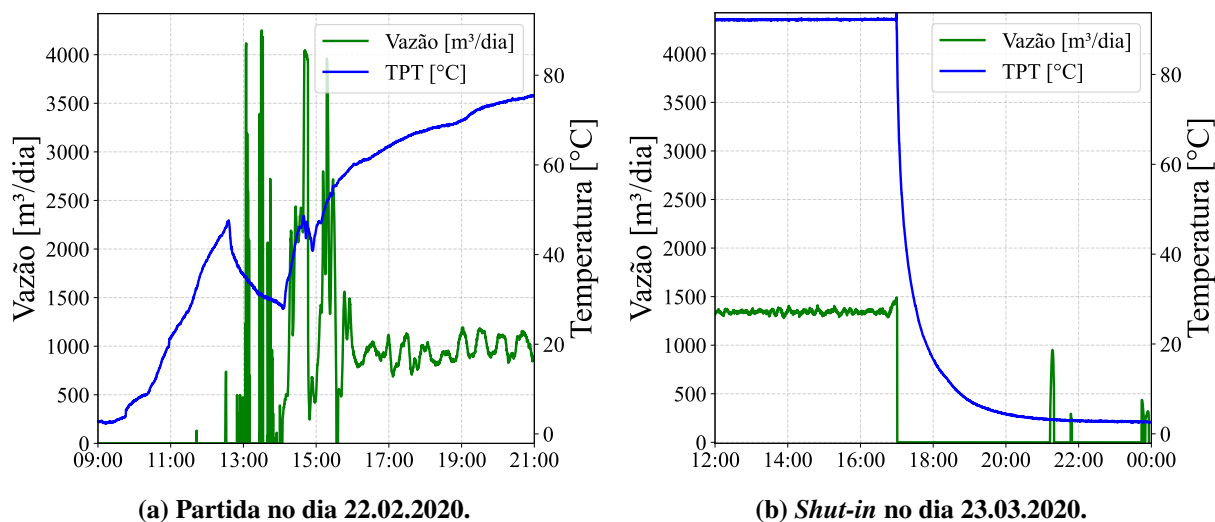
Figura 5.4 – Vazão de óleo medida ao longo do tempo.



Fonte: Autor, 2025.

Para observar alguns detalhes desses dados, a Fig. 5.5 apresenta a sobreposição da temperatura medida no TPT e da vazão nas primeiras horas da primeira produção do poço no dia 22.02.2020 e nas últimas horas de produção no dia 23.03.2020.

Figura 5.5 – Detalhes dos dados de produção.



Fonte: Autor, 2025.

Como pode ser observado na Fig. 5.5a, até cerca de 13:00 horas do dia 22.02.2020 a vazão apontada pelo sensor é nula. Entretanto, nesse mesmo período as temperaturas medidas no TPT estão subindo, indicando que o poço está produzindo. Isso se deve ao fato do sensor de vazão encontrar-se na plataforma a alguns quilômetros de distância. Por isso, existe um período de tempo onde há escoamento no poço, mas a vazão não é conhecida. Esse período corresponde ao tempo necessário para o fluido escoar do poço até chegar ao sensor de vazão no separador. A

partir do momento em que o fluido chega ao separador, a vazão medida no sensor é praticamente a mesma da coluna de produção. Esse fato pode ser comprovado ao observar o *shut-in* na última produção, destacado na Fig. 5.5b. No exato momento que a vazão é interrompida a temperatura no TPT começa a cair, indicando a sincronia dos dados, mesmo medidos em locais diferentes.

Essa falta de dados de vazão nos primeiros instantes de produção foi enfrentada por Martins (2022). Ele optou por adiantar a vazão em relação aos dados de temperatura. Essa solução apresenta o inconveniente de provocar a perda de sincronia das operações subsequentes, como o *shut-in* ilustrado na Fig. 5.5b. Outra alternativa é considerar uma vazão crescente, de zero a um valor determinado, até o momento em que os dados de vazão são conhecidos. Ainda é possível ignorar essa falta de dados de vazão no início, sabendo que nas primeiras horas o sensor no TPT acusará mudança de temperatura e o modelo retornará que a temperatura está inalterada, devido à falta de vazão. Todas essas alternativas são exploradas nesta dissertação.

5.2 Análise de convergência

Antes de realizar as simulações propostas neste trabalho, torna-se imprescindível a realização de um estudo de convergência. Esse processo é uma etapa da modelagem computacional que objetiva assegurar que os resultados obtidos sejam independentes da malha utilizada, garantindo assim sua confiabilidade. O estudo de convergência consiste em avaliar o impacto de diferentes refinamentos dos parâmetros do modelo numérico, buscando equilibrar a precisão dos resultados e o custo computacional.

Neste estudo, avaliam-se três variáveis principais: passo de tempo (Δt), raio externo da formação (r_{ext}) e tamanho máximo dos elementos (Δz). A metodologia consiste em realizar sucessivos refinamentos dessas variáveis e observar o comportamento da temperatura no TPT, verificando em que ponto as soluções numéricas se tornam suficientemente independentes dos parâmetros analisados.

5.2.1 Análise de convergência temporal (passo de tempo)

Para o passo de tempo (Δt) utilizado na integração numérica temporal, foram avaliados valores variando de 4800s a 30s, considerando diferentes esquemas de integração: Euler implícito ($\lambda = 1$), Galerkin ($\lambda = 2/3$), Crank-Nicolson ($\lambda = 1/2$) e Euler explícito ($\lambda = 0$). A temperatura no TPT (T_T) em função do passo de tempo adotado e o tempo necessário para realizar a simulação de 22 horas de produção (t_{sim}) são apresentados na Tabela 5.3 para cada esquema de integração.

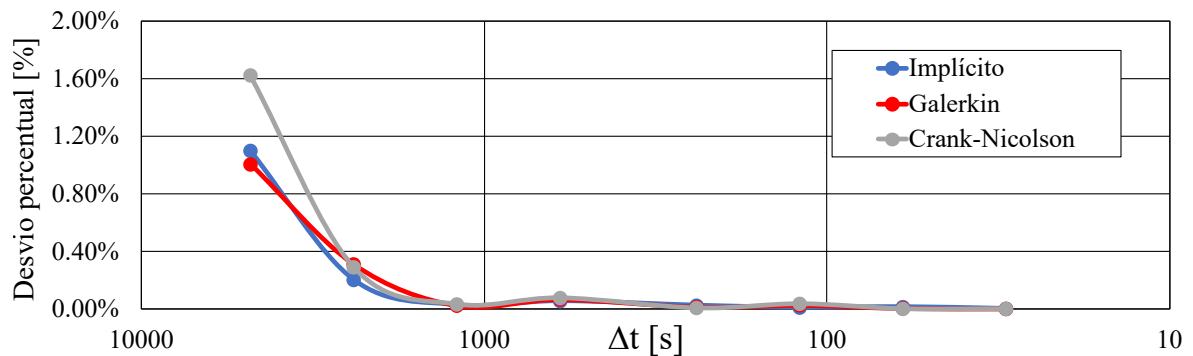
Tabela 5.3: Análise de convergência para Δt .

Δt	Implícito		Galerkin		Crank-Nicolson		Explícito	
	t_{sim} [s]	T_T [°C]	t_{sim} [s]	T_T [°C]	t_{sim} [s]	T_T [°C]	t_{sim} [s]	T_T [°C]
4800	110.91	74.22	105.75	74.30	103.46	73.83	-	-
2400	185.61	75.20	178.35	75.29	180.13	75.27	-	-
1200	333.93	75.03	322.36	75.07	327.36	75.08	-	-
600	623.93	75.01	613.82	75.00	581.36	75.00	-	-
240	1173.92	75.03	1098.34	75.04	1088.44	75.06	-	-
120	2006.68	75.06	1921.55	75.07	1946.13	75.08	-	-
60	3881.84	75.06	4292.22	75.05	3711.17	75.05	-	-
30	7653.23	75.05	7289.00	75.05	7507.08	75.05	-	-

Fonte: Autor, 2025.

Entre os métodos avaliados, o esquema explícito divergiu para todos os passos de tempo testados, evidenciando sua limitação de estabilidade, como já comentado no capítulo anterior. Os demais esquemas (incondicionalmente estáveis) apresentaram performances bastante semelhantes, com os resultados sendo praticamente indiferentes quanto ao esquema utilizado.

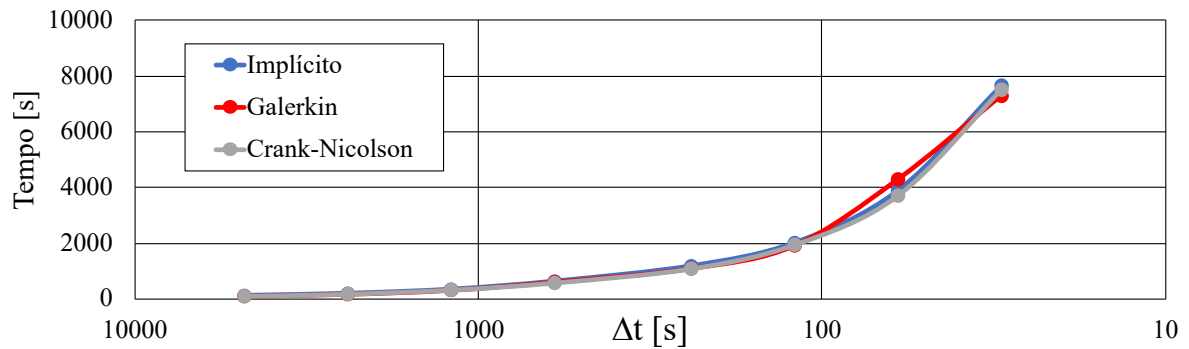
Os resultados demonstram que a temperatura no TPT converge progressivamente à medida que Δt é reduzido. Para avaliar essa convergência, o erro percentual em relação à simulação mais refinada de cada esquema é mostrado na Fig. 5.6.

Figura 5.6 – Convergência da temperatura no TPT com refinamento de Δt .

Fonte: Autor, 2025.

Para valores menores ou iguais a 240s, a diferença absoluta é de menos de 0.03 °C (0.04%), indicando estabilidade numérica. Apesar da convergência ser observada para $\Delta t \leq 240$ s, optou-se por utilizar $\Delta t = 60$ s para permitir a captura de mudanças bruscas de vazão ao longo do tempo. O tempo de execução para cada refinamento é mostrado na Fig. 5.7.

Figura 5.7 – Tempo de execução com refinamento de Δt .



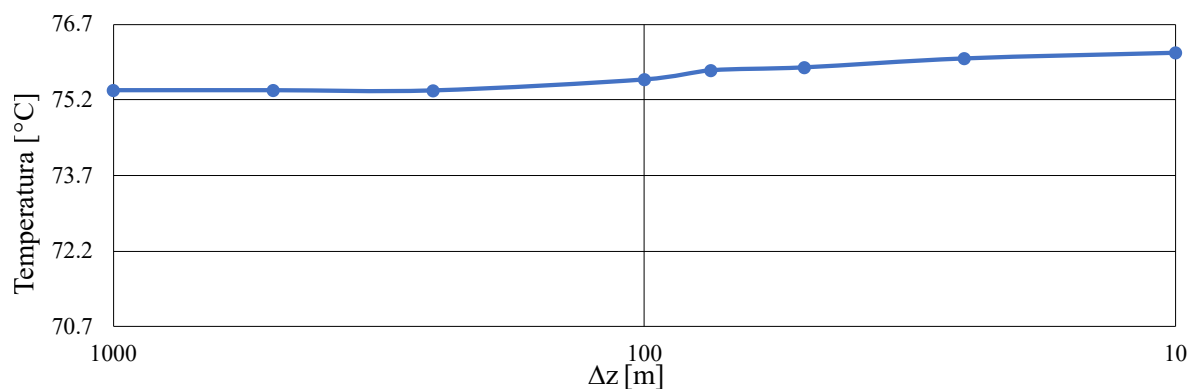
Fonte: Autor, 2025.

O custo computacional aumenta significativamente com o refinamento do passo de tempo. Ressalta-se que o objetivo deste trabalho não é a análise do custo computacional, mas esses valores de tempo podem ser extrapolados para simulações de maior duração.

5.2.2 Análise de convergência espacial na direção axial

Na discretização da direção axial, o comprimento dos VCs é variável, como descrito na Seção 4.1. As variáveis que controlam a discretização nessa direção são os comprimentos máximo e mínimo permitidos para os VCs. Nessa análise de convergência, o comprimento mínimo foi fixado em 0.5 m, como realizado por Silva Filho (2022). Dessa forma, a variável de interesse é o tamanho máximo dos VCs (Δz), os valores analisados variam de 1000 m a 10 m. A temperatura no TPT em função do Δz , após 24 horas de produção, é mostrada na Fig. 5.8.

Figura 5.8 – Convergência da temperatura no TPT com refinamento de Δz .



Fonte: Autor, 2025.

Nesse caso, o comportamento da resposta térmica é ligeiramente diferente, pois mesmo permitindo VCs grandes (como 1000 m e 500 m) as respostas fornecidas praticamente não variam. Percentualmente, a temperatura prevista limitando o tamanho máximo dos volumes a 10 m e permitindo que eles tenham até 1000 m varia apenas 1%. Isso ocorre, pois o poço tem muitas seções e, conforme detalhado na Seção 4.1, o algoritmo de geração de malha não permite

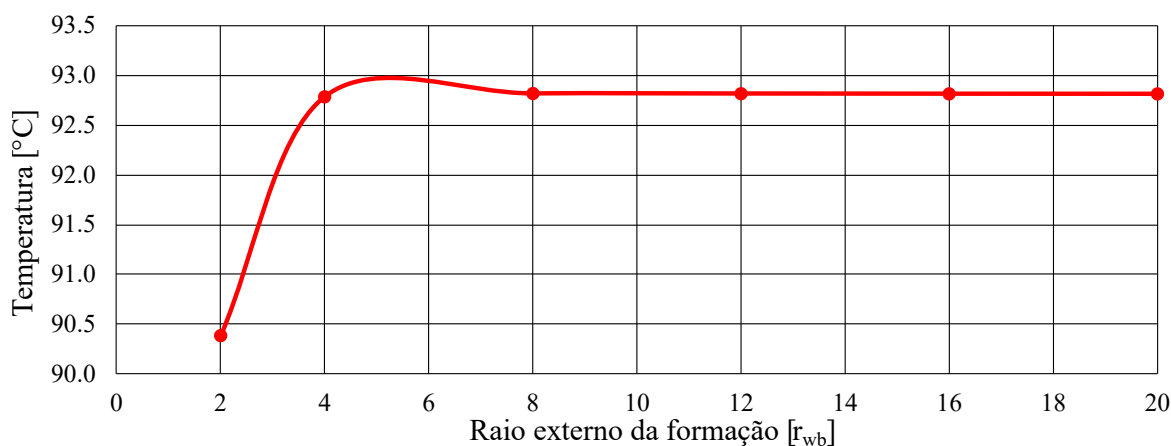
que mais de um material esteja presente dentro de um mesmo volume de controle. Dessa forma, quando são permitidos VCs muito grandes, o algoritmo insere os maiores volumes que forem possíveis, mas respeitando as diferentes seções do poço. Chega-se ao ponto de que não importa o tamanho máximo dos volumes, pois a malha de VCs está limitada às seções do poço, que nesse caso já constitui uma malha cujos resultados são satisfatórios. Nesse contexto, optou-se por utilizar uma malha de VCs com comprimento máximo de 50 m, cujo erro relativo é inferior a 0.5% em relação ao $\Delta z = 10$ m e apresenta um custo computacional substancialmente menor.

5.2.3 Análise de convergência espacial na direção radial

A discretização radial depende da região considerada: estrutura do poço ou formação. Na estrutura do poço (fluidos, coluna, revestimentos e cimento), os volumes são definidos sempre que há mudanças de material ou geometria. Já a formação (região entre o raio da maior broca utilizada na perfuração do poço e o raio externo da formação) é discretizada em um número definido de VCs na radial seguindo uma progressão geométrica cuja relação entre o primeiro e o último volume é definida, o que permite concentrar volumes mais refinados na proximidade do poço, onde o fluxo de calor é mais intenso, e volumes maiores nas regiões mais distantes.

Dessa forma, a discretização na estrutura do poço está vinculada ao esquema geométrico do poço. Já na formação, alguns parâmetros podem ser alterados: o raio externo da formação, a quantidade de volumes na direção radial (entre o poço e o raio externo da formação) e a razão entre o primeiro e o último volume. Neste trabalho, optou-se por fixar dois desses parâmetros. A divisão radial é realizada com 20 volumes, seguindo uma progressão geométrica cuja relação entre o primeiro e o último volume é 2. Essa escolha foi realizada com base em estudos prévios. Assim, a variável de interesse no estudo é o raio externo da formação. Os valores analisados para esse parâmetro variam de 2 a 20 vezes o raio externo do poço (r_{wb}). A temperatura no TPT em função do raio externo, após 15 dias de produção, é mostrada na Fig. 5.9.

Figura 5.9 – Convergência da temperatura no TPT com aumento do raio externo.



Os resultados indicam que a temperatura no TPT se estabiliza para valores superiores a $8 r_{wb}$. O erro relativo em relação ao valor de $r_{ext} = 20 r_{wb}$ é inferior a 0.01% para valores acima de $8 r_{wb}$, demonstrando que a solução torna-se independente desse parâmetro. Dessa forma, o valor adotado para r_{ext} é de $8 r_{wb}$.

5.2.4 Resumo dos parâmetros escolhidos

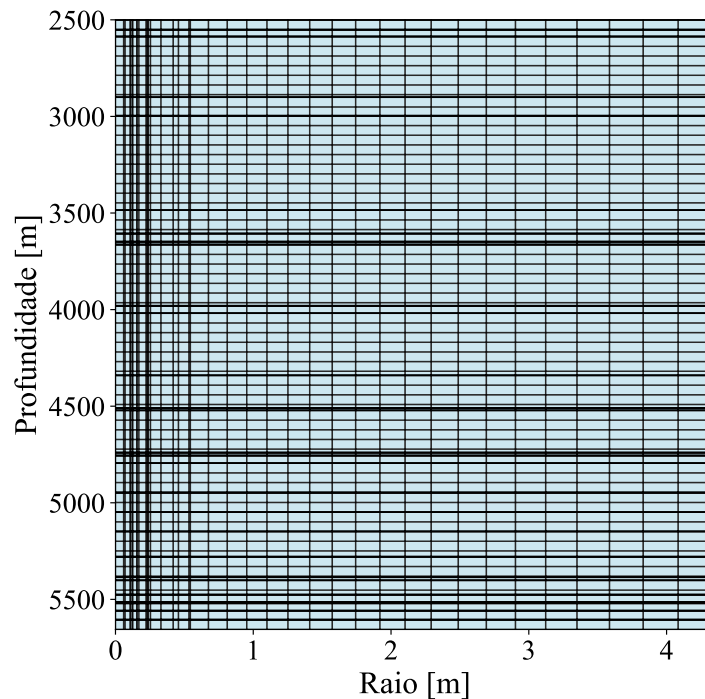
Com base na análise de convergência conduzida nesta seção, os valores finais definidos para as simulações são:

- a) raio externo da formação de 8 vezes o raio do poço;
- b) passo de tempo de 60 segundos com o esquema de integração temporal implícito;
- c) comprimento máximo do VC de 50 metros ao longo da profundidade medida.

Além disso, na divisão radial, os volumes são criados sempre que há mudanças de material ou geometria. O trecho compreendido entre o raio do poço e o raio externo da formação (de 8 vezes o raio do poço) é discretizado em 20 volumes na radial seguindo uma progressão geométrica cuja relação entre o primeiro e o último volume é 2.

De maneira ilustrativa, a malha geométrica utilizada no estudo (fora de escala) é representada na Fig. 5.10.

Figura 5.10 – Malha de VCs usada no estudo.



Fonte: Autor, 2025.

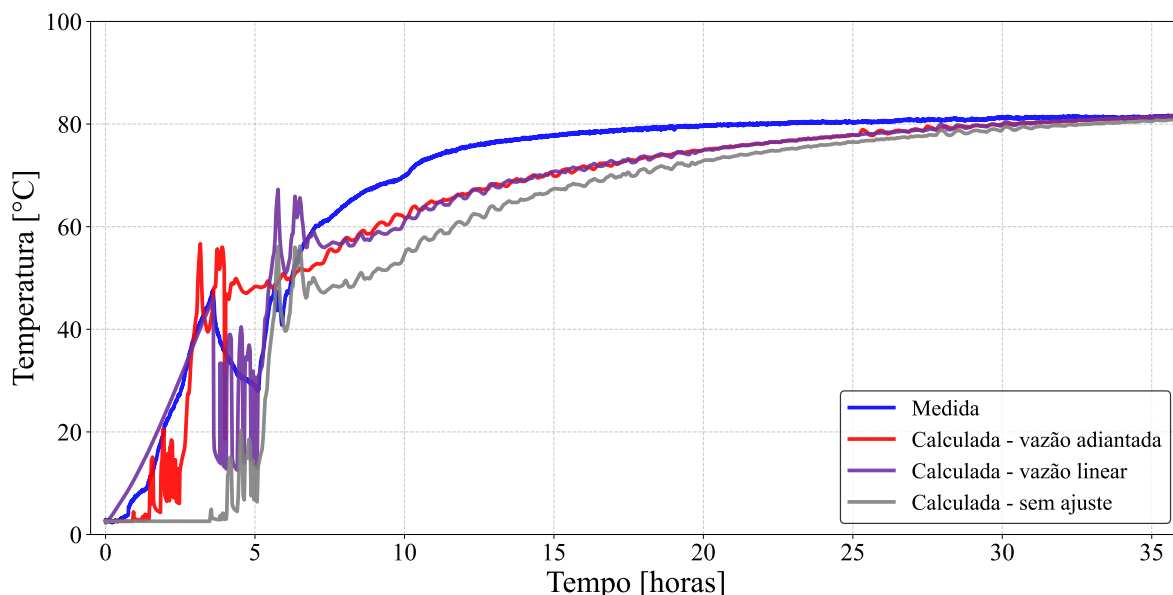
Com essas escolhas, deve-se assegurar soluções precisas e confiáveis, minimizando o custo computacional sem comprometer a qualidade dos resultados.

5.3 Comparação com dados de campo

Nesse estudo, as operações realizadas no poço são simuladas utilizando o modelo de transferência de calor em regime transiente descrito neste trabalho e a temperatura calculada no TPT é comparada com aquelas medidas diretamente pelo sensor. São contempladas operações de partida, produção e fechamento. O objetivo principal é avaliar a coerência das respostas fornecidas pelo modelo proposto frente a dados reais de produção.

Conforme já detalhado anteriormente, existe um período de tempo, no início da primeira produção, onde há escoamento no poço, mas a vazão é desconhecida. A fim de lidar com essa ausência de dados de vazão, utilizou-se três abordagens: a) adiantar a vazão em relação aos dados de temperatura, como realizado por Martins (2022); b) considerar uma vazão inicial crescendo linearmente de zero a um $3100 \text{ m}^3 \text{ dia}^{-1}$ (valor ajustado para se adequar a temperatura, mas dentro da ordem de grandeza das vazões no início da operação) no período de vazão desconhecida; e c) não realizar quaisquer ajustes nos dados de vazão. A Fig. 5.11 apresenta a comparação dos resultados obtidos em cada um desses cenários com os valores medidos pelo sensor nas primeiras 36 horas de operação do poço.

Figura 5.11 – Comparação para as primeiras horas.



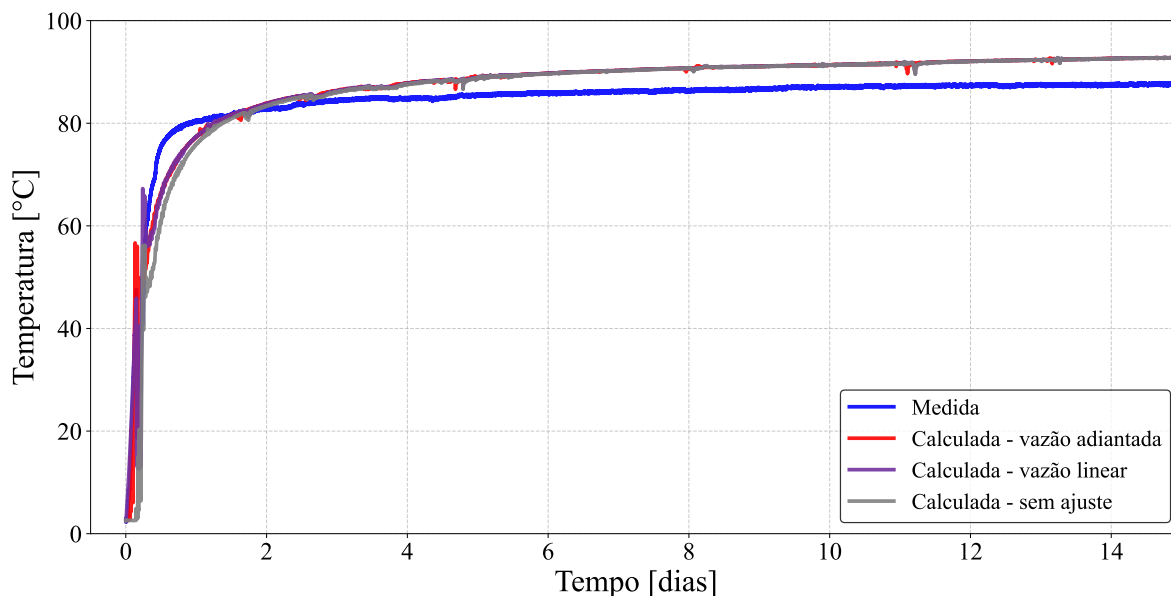
Fonte: Autor, 2025.

Os resultados demonstram que as previsões do modelo estão bastante próximas dos dados medidos, principalmente a partir de 24 horas. Nas primeiras horas, a estratégia de considerar uma vazão crescente linear é a que melhor acompanha o comportamento do sensor. Isso evidencia a importância da correta definição da vazão para a fidelidade do modelo no início

da operação. Outro aspecto interessante é que, a partir de 30 horas, as curvas do modelo com e sem ajuste na vazão praticamente se sobrepõem, desde que não ocorram perturbações abruptas na vazão. Esse comportamento indica a redução da influência da estimativa inicial.

Seguindo a mesma abordagem, foi realizada uma análise estendida para os primeiros 15 dias de operação do poço. A Fig. 5.12 apresenta a comparação entre os mesmos três cenários considerados anteriormente.

Figura 5.12 – Comparação para 15 dias de produção.



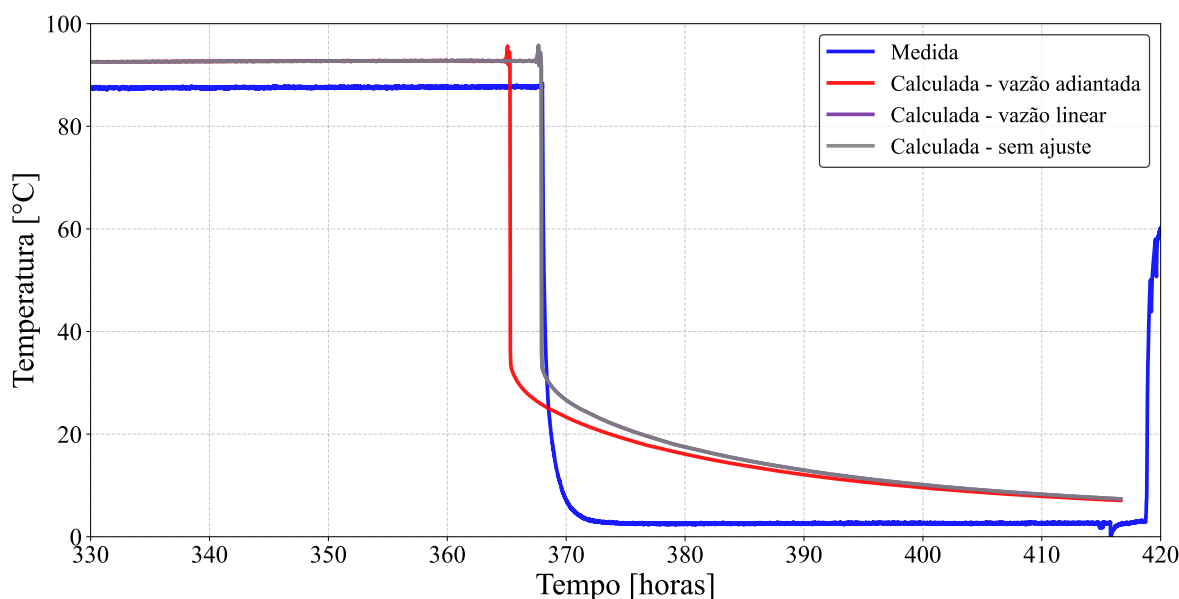
Fonte: Autor, 2025.

A análise revela que, com o aumento do tempo, as previsões do modelo com adiantamento na vazão, com vazão linear e sem ajuste convergem para a mesma resposta, demonstrando que já não dependem das estimativas iniciais de vazão. Além disso, observa-se que a forma da curva modelada é bastante semelhante à dos dados do sensor, estabilizando-se a partir do sétimo dia de operação. Esses achados evidenciam que, apesar das incertezas, o modelo apresenta boas previsões ao longo do tempo.

Outro ponto relevante é que, ao final do dia 15, a diferença entre as temperaturas previstas pelo modelo e os valores medidos pelo sensor é de 4.7 °C, aproximadamente 5.5%. Considerando todas as incertezas inerentes aos dados de entrada do modelo e que nenhum parâmetro foi ajustado/calibrado para esse caso real, o resultado obtido pode ser considerado altamente satisfatório. Isso reforça a confiabilidade da modelagem e sua aplicabilidade em cenários reais de produção.

No décimo quinto dia de operação, o poço foi submetido a um fechamento (*shut-in*) de aproximadamente dois dias. No período do fechamento, qualquer resquício de vazão é desconsiderado. A Fig. 5.13 apresenta a comparação entre os dados do sensor e as temperaturas calculadas pelo modelo proposto durante esse período.

Figura 5.13 – Comparação durante o fechamento.



Fonte: Autor, 2025.

Aqui surge uma das desvantagens do uso da estratégia de adiantar os dados de vazão, a dessincronização das operações. As temperaturas previstas considerando a vazão linear e sem considerar qualquer ajuste caem exatamente no momento em que o *shut-in* acontece no poço. Já quando se adianta a vazão, a sincronia dessa operação é perdida, com o fechamento acontecendo antes no modelo do que acontece na prática, sendo uma grande limitação no uso da estratégia de adiantar os dados de vazão.

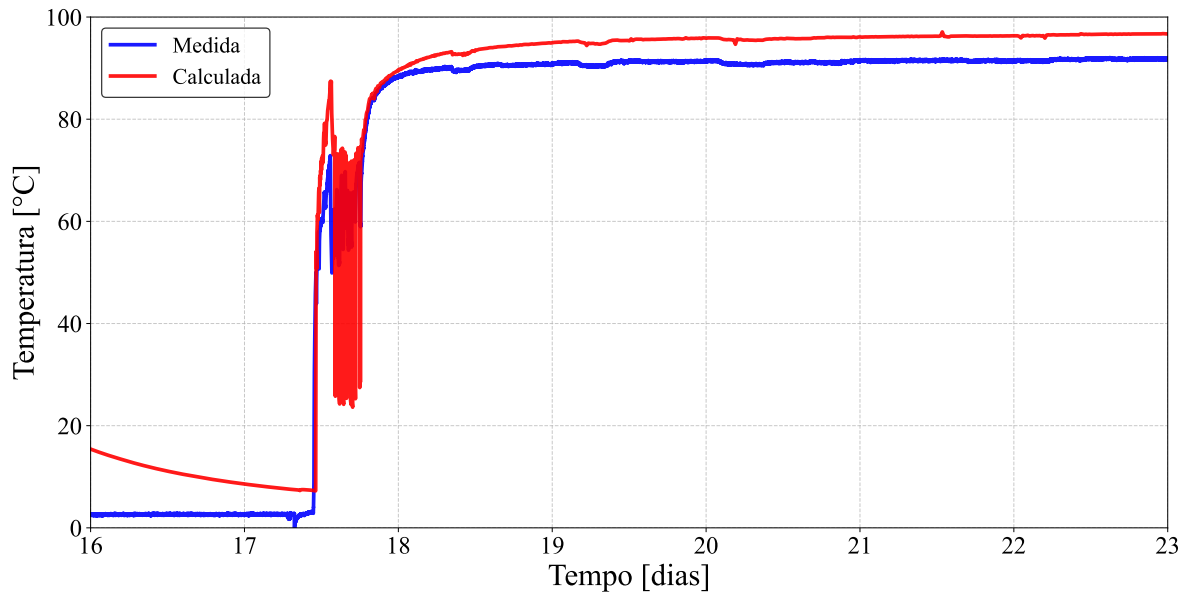
Quanto aos resultados, o comportamento térmico calculado pelo modelo proposto acompanha bem a tendência dos dados do sensor, porém a temperatura medida apresenta uma queda mais rápida do que a calculada. Essa discrepância pode estar associada a um resfriamento mais intenso na superfície do poço, possivelmente devido a um mecanismo de troca de calor mais eficiente do que o considerado neste trabalho. A troca térmica com o ambiente pode estar sendo influenciada por fatores externos não considerados, como correntes no fundo do mar. A diferença pode, ainda, estar relacionada às propriedades consideradas (condutividade térmica, calor específico, etc.), que podem desempenhar um papel importante no resfriamento do poço.

Ao final do período de *shut-in*, a diferença entre a temperatura calculada e a medida pelo sensor é inferior a 5 °C, se o tempo de fechamento fosse maior, a temperatura calculada tenderia ao perfil geotérmico, encontrando-se com as temperaturas computadas pelo sensor. Ainda assim, o resultado obtido pode ser visto como satisfatório considerando as incertezas associadas aos parâmetros de entrada. Isso demonstra que, apesar das simplificações adotadas, a modelagem proposta consegue capturar a dinâmica térmica do poço com um nível de precisão adequado para aplicações práticas.

Após o *shut-in*, o poço retorna à produção, e, nesse caso, os dados de vazão já estão

sincronizados com as medições de temperatura e pressão, não sendo necessário nenhum ajuste adicional. A Fig. 5.14 apresenta a comparação entre as temperaturas obtidas através do uso do modelo proposto e os dados do sensor durante esse período.

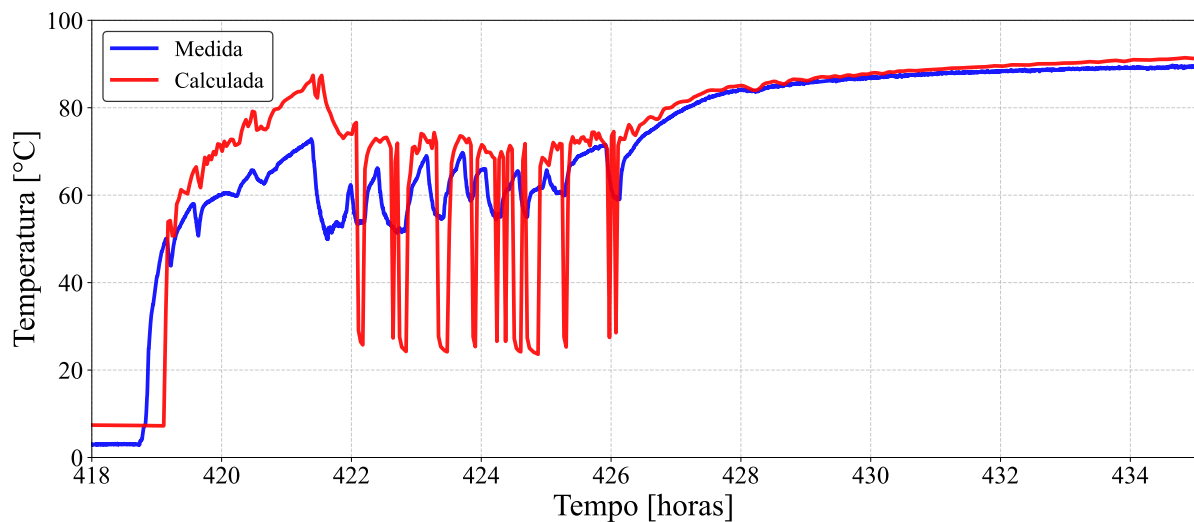
Figura 5.14 – Comparação na retomada da produção.



Fonte: Autor, 2025.

Observa-se um excelente comportamento do modelo, que claramente acompanha o comportamento dos dados medidos, com trechos em que as temperaturas do sensor e as previstas praticamente se sobrepõem. Quando a resposta se estabiliza, a diferença entre os dados do sensor e do modelo é de 4.5 °C, menos de 5%, que pode ser considerado altamente satisfatório, considerando as incertezas inerentes aos dados de entrada. Durante o início da retomada da produção, há um comportamento oscilatório na temperatura, associado às variações na vazão. A Fig. 5.15 destaca essas oscilações em maior detalhe.

Figura 5.15 – Detalhamento na retomada da produção.

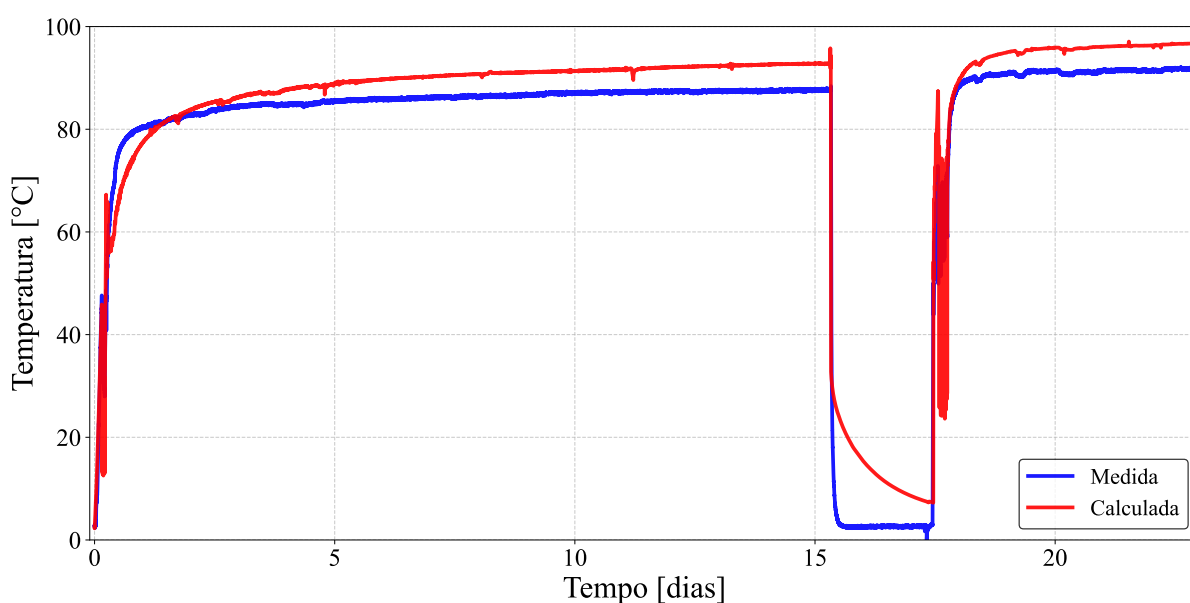


Fonte: Autor, 2025.

Nesse detalhe é possível perceber que as formas das curvas são bastante semelhantes, inclusive nos trechos de crescimento e oscilações, indicando mais uma vez a sincronia entre os dados de vazão e temperatura, permitindo que as variações sejam capturadas com maior precisão. No início da produção, no trecho entre 420 horas e 422 horas, as temperaturas calculadas sobem de maneira mais acentuada que as temperaturas medidas. Além disso, as oscilações nas temperaturas calculadas são mais intensas do que as medidas no poço. Essas duas observações provavelmente estão associadas às velocidades calculadas e talvez possam ser tratadas com uma média móvel da vazão, fazendo as mudanças na velocidade no modelo serem mais suaves e compatíveis com a realidade. Destaca-se, ainda, que no trecho entre 428 horas e 434 horas os valores calculados pelo modelo matemático proposto e os computados pelos sensores são praticamente idênticos, reforçando a coerência das respostas calculadas.

Para consolidar os resultados obtidos ao longo das diferentes fases operacionais, a Fig. 5.16 apresenta a comparação entre os dados do sensor e as previsões do modelo proposto ao longo dos 23 dias de operação.

Figura 5.16 – Consolidação dos 23 dias de operação.

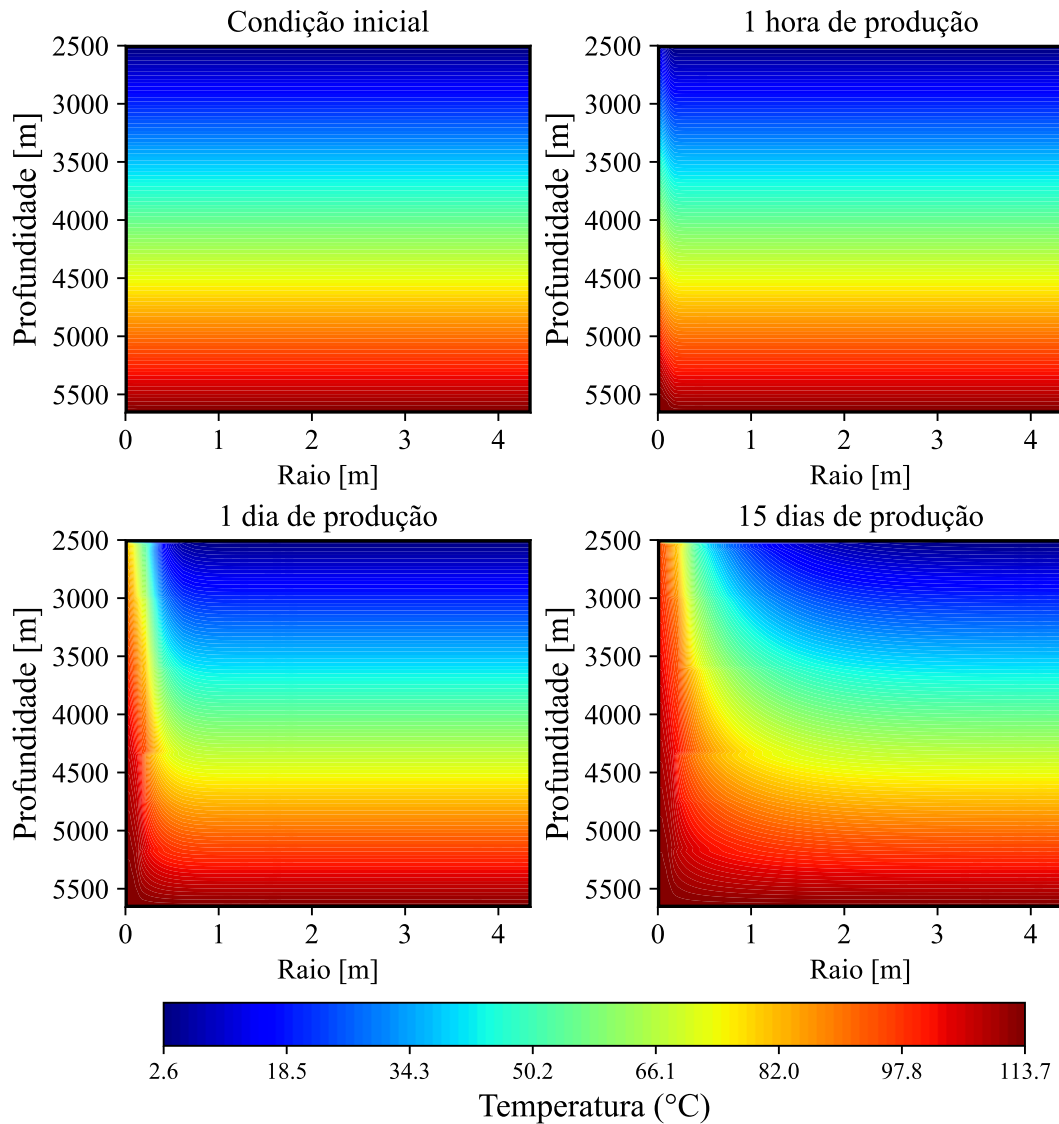


Fonte: Autor, 2025.

A análise global reforça a adequação do modelo para prever a evolução térmica do poço ao longo do tempo, como já observado isoladamente. Com ajustes adicionais e calibrações mais refinadas, as previsões podem se aproximar ainda mais dos dados reais, aumentando a confiabilidade do uso do modelo matemático proposto e sua aplicação prática.

Além disso, até agora, apenas a temperatura de um ponto específico do poço foi observada. Contudo, o modelo proposto calcula a distribuição de temperatura em todo o domínio. Para ilustrar o campo de temperaturas durante as operações do poço, a Fig. 5.17 mostra as distribuições de temperatura nos instantes inicial e de produção para 1 hora, 1 dia e 15 dias.

Figura 5.17 – Distribuições de temperatura em diferentes instantes.



Fonte: Autor, 2025.

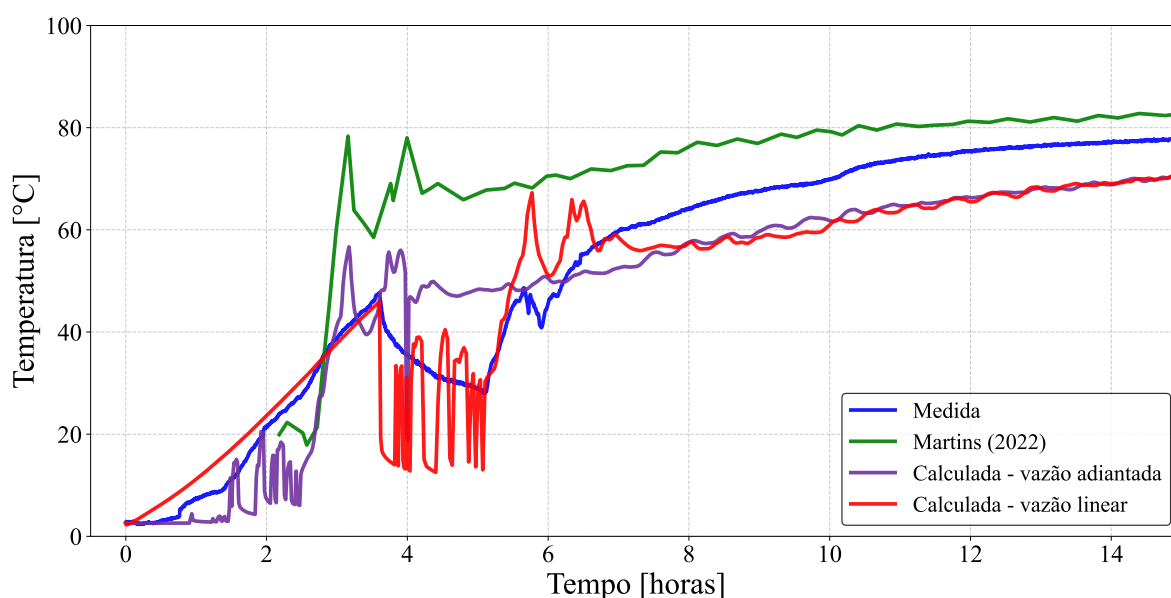
A evolução da temperatura no poço ao longo do tempo revela a influência progressiva do escoamento na distribuição térmica do meio. No instante inicial, a temperatura apresenta sua configuração original, sem perturbações. Após uma hora de produção, observa-se uma leve alteração térmica, mas ainda restrita a uma região muito próxima ao poço. Com um dia de produção, a temperatura no centro do poço aumenta consideravelmente, e o efeito térmico já se propaga para os arredores, demonstrando uma troca de calor mais pronunciada. Após 15 dias, a distribuição térmica atinge um estágio avançado de aquecimento, evidenciando a troca de calor sustentada pelo escoamento. Essa evolução segue um comportamento físico coerente e esperado para o problema, colaborando qualitativamente para a verificação do modelo proposto.

5.4 Comparação com o modelo em regime transiente de Martins (2022)

Para verificar a consistência dos resultados, o modelo proposto neste trabalho foi comparado com um modelo matemático de transferência de calor em regime transiente disponível na literatura. O modelo utilizado nesta comparação é o apresentado por Martins (2022), o qual apresenta uma modelagem robusta da transferência de calor transiente em poços, além de ser uma das principais referências no desenvolvimento deste trabalho. Para solucionar a falta dos dados de vazão na fase inicial da produção, Martins (2022) optou por adiantar os dados de vazão, permitindo que o poço ganhasse temperatura nos períodos de fluxo mássico desconhecido. A desvantagem dessa escolha, como já destacado anteriormente, é que as demais operações (*shut-in* e partida) perdem o sincronismo.

As temperaturas calculadas pelo modelo de Martins (2022), pelo modelo deste trabalho considerando o atraso e considerando uma vazão linear no período, além das temperaturas medidas pelo sensor nas primeiras horas de produção são apresentadas na Fig. 5.18.

Figura 5.18 – Comparação para as primeiras horas.



Fonte: Autor, 2025.

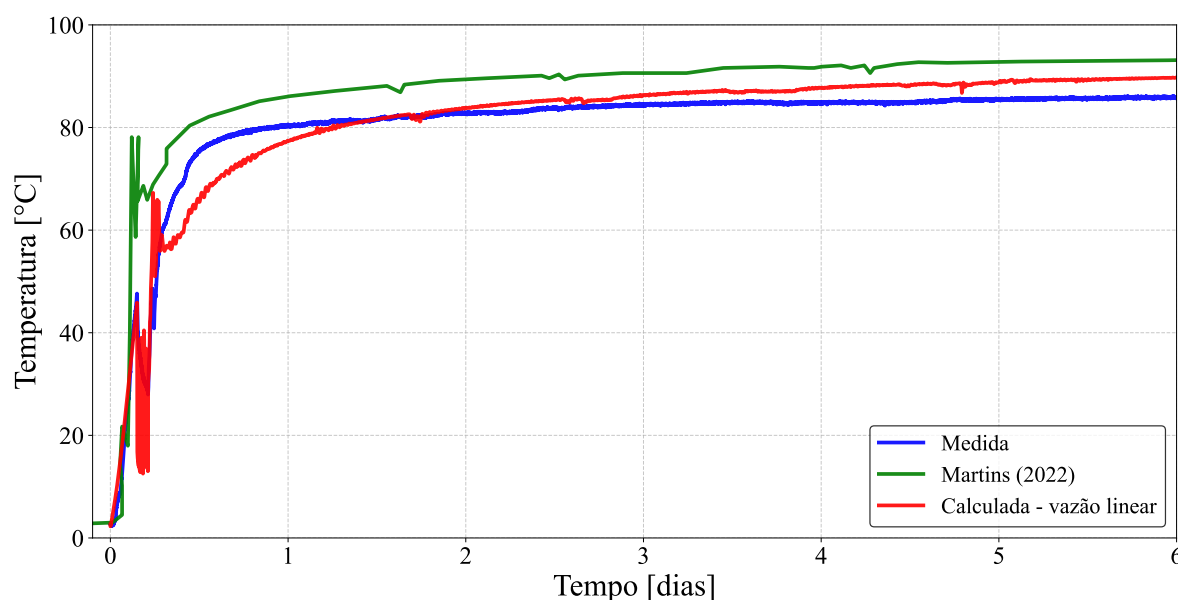
Quando considerada a vazão adiantada, é latente a semelhança das formas das curvas apresentadas pelo modelo deste trabalho e o modelo de Martins (2022). Contudo, as respostas fornecidas pelos modelos são um pouco diferentes. Apesar da semelhança entre as formulações matemáticas dos modelos, existem distinções que podem justificar essas discrepâncias.

Como observado, o modelo deste trabalho fornece temperaturas menores que o de Martins (2022). Isso pode advir da consideração de mecanismos adicionais de perda de calor, como radiação nos anulares, mas principalmente da consideração da convecção na superfície, que deve permitir a troca de calor com o fundo do mar, contribuindo para fornecer temperaturas

menores. Há de destacar que existem outras diferenças entre os modelos, como o fato de Martins (2022) considerar a influência do APB de maneira acoplada ao modelo térmico, além de um tratamento diferenciado na interação com a formação, onde ele utiliza aproximações analíticas. Ademais, as propriedades adotadas para o aço e cimento neste trabalho, descritas na Tabela 5.2, são extraídas de *softwares* comerciais ou de trabalhos da literatura e representam valores comumente utilizados no projeto de poços de petróleo. Essas propriedades são diferentes daquelas adotadas por Martins (2022), o que também pode justificar as diferenças.

Além disso, a partir de 15 horas, as respostas fornecidas pelo modelo deste trabalho considerando o atraso e considerando uma vazão linear são praticamente as mesmas. Por isso, na Fig. 5.19, na qual se compara a evolução da TPT ao longo de 6 dias de produção, utiliza-se apenas a temperatura considerando a vazão linear.

Figura 5.19 – Comparação para 6 dias de produção.



Fonte: Autor, 2025.

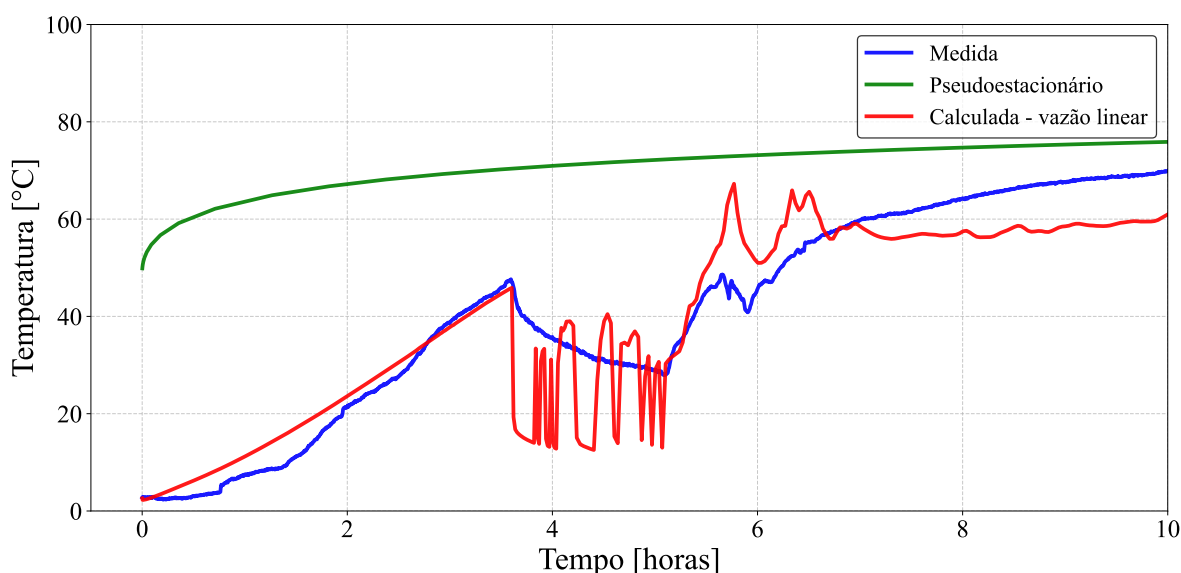
Na escala de dias, a semelhança entre as curvas é ainda mais evidente, mas as temperaturas calculadas neste trabalho permanecem um pouco menores que as de Martins (2022). Notavelmente, as temperaturas calculadas estão mais próximas dos dados do sensor. Com o tempo, as diferenças reduzem. Ao fim do período, as respostas calculadas neste trabalho e as de Martins (2022) estão separados por cerca de 3 °C, menos de 4%. Os resultados obtidos demonstram a coerência do modelo proposto, verificando sua abordagem ao compará-lo com um modelo da literatura. Essa concordância reforça a confiabilidade das hipóteses adotadas.

5.5 Comparação com o modelo pseudopermanente de Silva Filho (2022)

O modelo desenvolvido também é comparado com o modelo pseudopermanente apresentado por Silva Filho (2022), o qual modela a transferência de calor no poço de maneira bem mais simplificada, desprezando as parcelas transientes nas equações de conservação, considerando fluxo unidimensional e utilizando aproximações para calcular a temperatura na formação.

Para avaliar as respostas calculadas pelas diferentes metodologias, realizou-se uma comparação entre as temperaturas calculadas no TPT obtidas por ambas as abordagens e os dados medidos pelo sensor. Destaca-se que o modelo pseudopermanente necessita de uma vazão constante. Adotou-se a vazão média dos períodos que o poço opera, $1120 \text{ m}^3 \text{ dia}^{-1}$. A Fig. 5.20 ilustra essa comparação para as primeiras 10 horas da partida do poço.

Figura 5.20 – Comparação para as primeiras 10 horas.



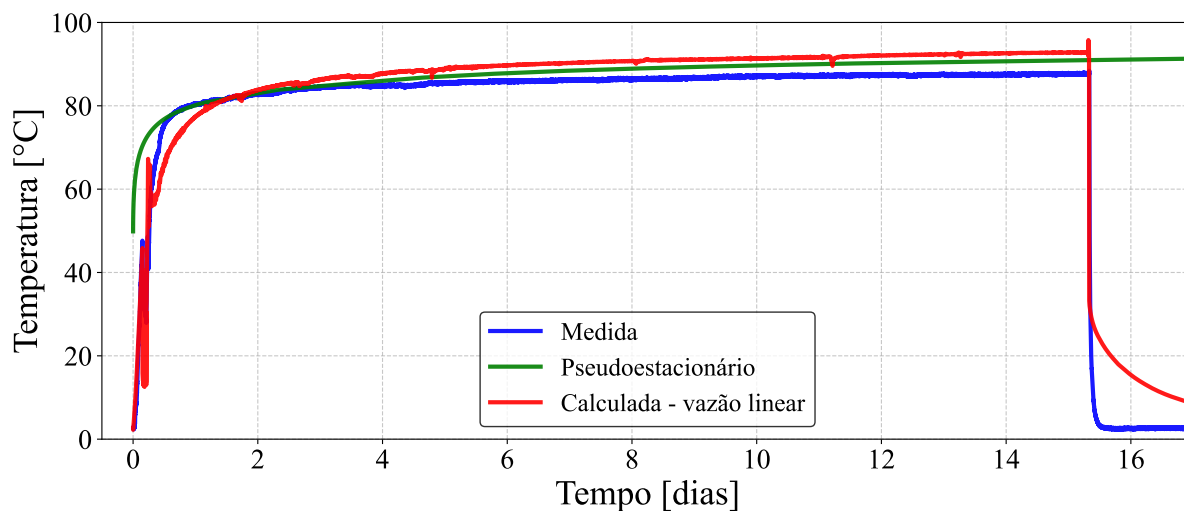
Fonte: Autor, 2025.

O modelo pseudopermanente calcula uma temperatura inicial elevada, muito superior à indicada pelos sensores, enquanto o modelo matemático proposto parte de um valor compatível com a condição inicial do poço. Esse comportamento se deve ao fato de que a abordagem pseudopermanente não considera os efeitos da capacidade térmica dos materiais, assumindo um regime permanente dentro do poço desde o início, superestimando a temperatura nesses instantes. Já o modelo proposto considera os efeitos de armazenamento térmico, resultando em um cálculo inicial mais coerente com a realidade.

Outro ponto relevante está relacionado à resposta dos modelos às variações de vazão. Como o modelo transiente proposto permite a consideração de vazões variáveis, ele é capaz de capturar de forma mais precisa as oscilações de temperatura associadas às flutuações operacionais. Em contraste, o modelo pseudopermanente assume uma vazão constante, suavizando artificialmente as variações térmicas, apresentando um comportamento monotônico.

A Figura 5.21 apresenta a evolução das temperaturas ao longo de um período mais extenso, abrangendo 15 dias de produção e 2 dias de fechamento do poço.

Figura 5.21 – Comparação para 15 dias de produção e 2 dias de fechamento.



Fonte: Autor, 2025.

Para este intervalo mais longo, verifica-se que o modelo matemático proposto prevê um aquecimento mais pronunciado do que o modelo pseudopermanente. Apesar disso, ao fim do décimo quinto dia, a diferença entre os modelos é de apenas 1.5 °C, menos de 2%. No entanto, curiosamente, o modelo pseudopermanente apresenta uma maior proximidade com os valores medidos pelo sensor. Esse resultado, apesar de indicar uma aparente melhor aderência do modelo pseudopermanente, não implica necessariamente uma superioridade metodológica. As simplificações do modelo podem fazer com que, em determinadas condições, ele coincida com os dados reais de maneira talvez aleatória, sem que isso signifique uma melhor modelagem dos fenômenos físicos envolvidos.

Um aspecto determinante ocorre a partir do décimo quinto dia, quando o poço é fechado e a vazão é reduzida a zero. O modelo pseudopermanente, que pressupõe vazão constante, não é capaz de reproduzir essa condição operacional e, consequentemente, mantém a temperatura estável. Em contrapartida, o modelo transiente proposto responde de maneira mais realista à redução da vazão, capturando a queda de temperatura que também é observada nos dados do sensor. Esse comportamento reforça a capacidade do modelo em regime transiente para descrever adequadamente a dinâmica térmica do poço sob condições operacionais variáveis.

Neste ponto, outros aspectos devem ser destacados, pois, com o passar do tempo, é esperado que as curvas do pseudopermanente e do transiente convirjam entre si. Uma possibilidade de estudo futuro é desenvolver um critério objetivo que defina a partir de qual instante é adequado adotar a modelagem pseudopermanente. Além disso, o modelo matemático transiente proposto pode ser modificado (desprezando alguns termos nas equações de conservação e mudando a estratégia de avaliação das temperaturas na formação) para reproduzir os resultados

do pseudopermanente. Isso proporcionaria uma formulação unificada que permitiria aproveitar a precisão do modelo em regime transiente em tempos curtos ou em condições dinâmicas e a agilidade da abordagem pseudopermanente nas simulações longas. Esse modelo híbrido poderia ser utilizado para qualquer cenário, independente do tempo ou de variações na operação.

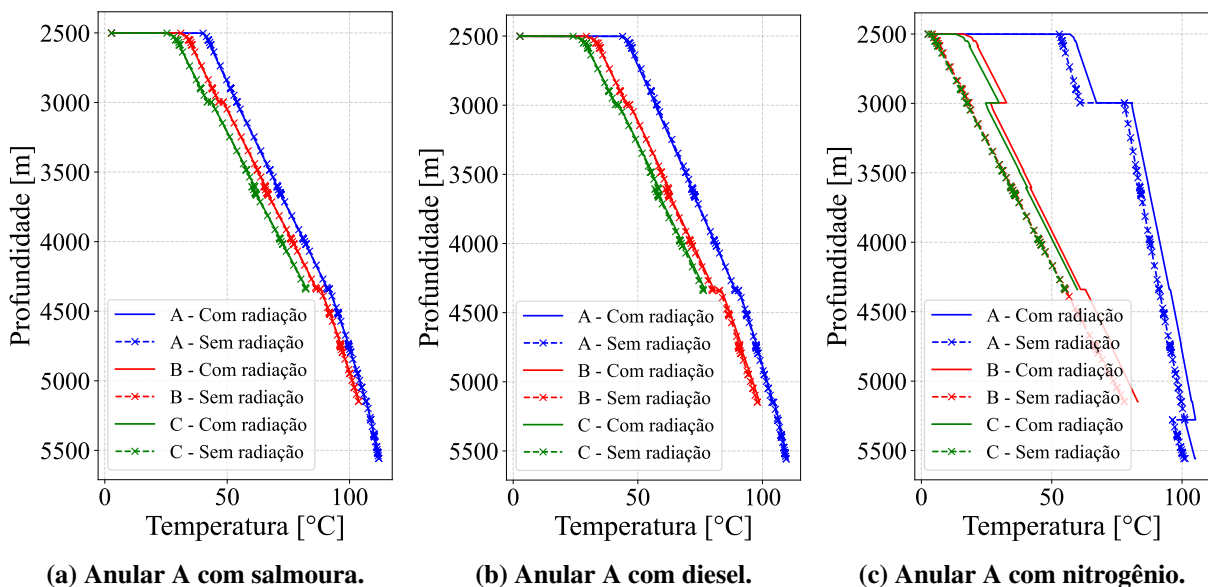
5.6 Estudo paramétrico da radiação nos anulares e da convecção na superfície

A modelagem da transferência de calor no poço descrita neste trabalho considera radiação nos anulares e convecção na superfície do poço com o meio externo, fenômenos geralmente desprezados por outros autores (MARTINS, 2022; LIAO et al., 2019; ZHANG; XIONG; GUO, 2018). Essa seção se dedica a investigar a influência dessas considerações, permitindo compreender se elas contribuem para uma previsão mais realista ou se é razoável desprezá-las.

5.6.1 Radiação nos anulares

Para estudar a influência da transferência de calor por radiação nos anulares do poço, o poço descrito na Seção 5.1 é simulado por 24 horas, produzindo continuamente com uma vazão constante de $1000 \text{ m}^3 \text{ dia}^{-1}$. Para enriquecer a investigação, foram realizadas simulações considerando três tipos de fluidos no anular A: salmoura, diesel e nitrogênio, mantendo-se salmoura nos anulares B e C. Em cada caso, foram obtidos os perfis de temperatura nos anulares do poço considerando e desconsiderando o efeito da transferência de calor por radiação. A pressão no topo dos anulares foi mantida como sendo a pressão hidrostática da lâmina de água presente no poço. A Fig. 5.22 apresenta os resultados obtidos.

Figura 5.22 – Estudo paramétrico da radiação nos anulares.



Fonte: Autor, 2025.

A Fig. 5.22a compara os perfis de temperatura dos anulares quando o anular A está preenchido com salmoura. Nesse caso, os perfis obtidos considerando ou não a radiação ficam sobrepostos, evidenciando que o efeito da radiação é insignificante em um meio predominantemente líquido e de alta capacidade térmica como a salmoura, justificando a escolha de muitos autores por desprezar esse fenômeno.

A Fig. 5.22b mostra os perfis de temperatura dos anulares quando o anular A está preenchido com diesel. Aqui, observa-se uma pequena diferença entre os perfis considerando ou não a radiação, indicando que, embora o efeito seja maior do que no caso da salmoura, ainda assim permanece pouco relevante. Isso é compatível com as propriedades térmicas do diesel, que possui menor capacidade térmica em comparação à salmoura, mas ainda atua como um líquido eficiente na transferência de calor. Dessa forma, como grande parte dos fluidos de perfuração e completação utilizados na indústria de óleo e gás são à base de água ou de óleo, carregando muitas semelhanças com a salmoura ou o diesel, a escolha de desprezar o termo de radiação, realizada por grande parte dos autores da literatura, é razoável.

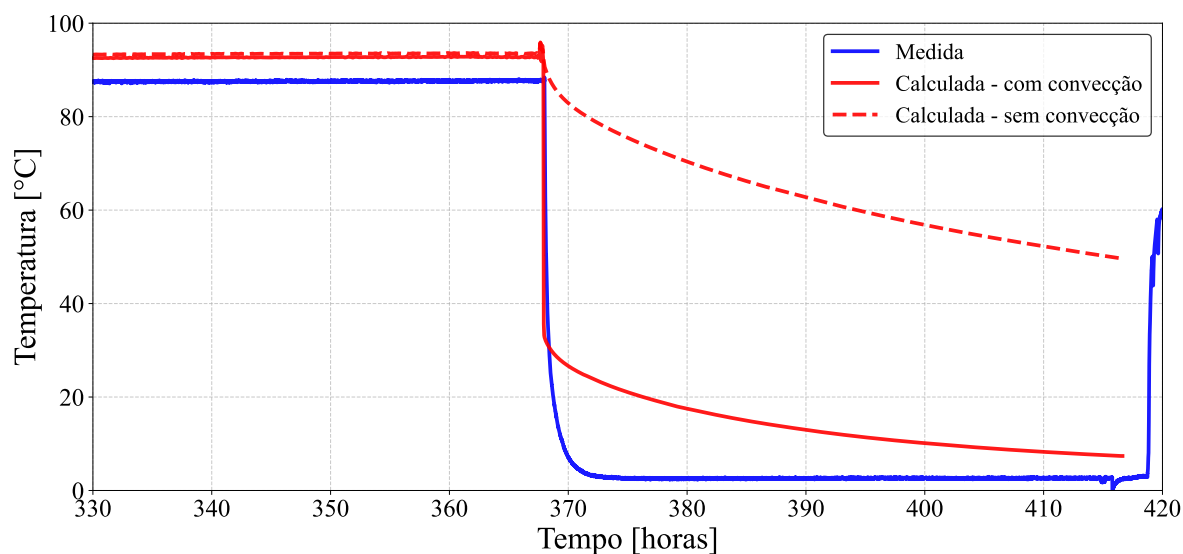
Por fim, a Fig. 5.22c apresenta os perfis de temperatura nos anulares do poço quando o anular A está preenchido com nitrogênio. Nesse caso, a diferença entre os perfis é significativa, destacando a importância da radiação na transferência de calor em meios predominantemente gasosos, que possuem menor capacidade térmica e condutividade térmica reduzida em comparação aos líquidos. Dessa forma, quando o anular A está preenchido com gás, este atua como um isolante e o efeito desse isolamento é muito amplificado se a transferência de calor por radiação for desconsiderada. Aqui, é possível notar que desconsiderar o termo de radiação faz com que as temperaturas dos anulares B e C sejam subestimadas, há trechos onde a diferença chega a ser de mais de 14 °C (mais de 50%), o que vai contra a segurança no caso de calcular carregamentos advindos da mudança de temperatura, como o APB, por exemplo.

Esses resultados confirmam a relevância de se considerar a transferência de calor por radiação nos anulares. Além disso, também destacam que a radiação é fortemente dependente do tipo de fluido presente nos anulares. Em meios gasosos, como o nitrogênio, a radiação desempenha um papel crucial, enquanto em meios líquidos, como a salmoura, o impacto é praticamente desprezível. Com isso, pode-se concluir que desconsiderar a radiação nos anulares é uma escolha razoável para a maioria dos cenários de poços, situações em que os anulares estão preenchidos com líquidos a base de água ou de óleo. Contudo, caso algum dos anulares esteja preenchido com gás, o efeito da radiação é importante, não devendo ser desprezado.

5.6.2 Convecção na superfície

Para estudar a influência da convecção na superfície, analisou-se o *shut-in* realizado no poço descrito na Seção 5.1 após o décimo quinto dia de produção. A Fig. 5.23 apresenta a temperatura no TPT ao longo do tempo, considerando ou não a convecção na superfície.

Figura 5.23 – Impacto da convecção na superfície.



Fonte: Autor, 2025.

A Fig. 5.23 mostra que a consideração da convecção na superfície faz com que a temperatura na cabeça do poço diminua mais rapidamente ao longo do tempo, alinhando-se melhor ao comportamento da temperatura medida. Por outro lado, desconsiderar a convecção resulta em uma taxa de resfriamento mais lenta, subestimando a queda de temperatura causada pela interação térmica com o meio externo. Ao fim do período de fechamento a diferença entre considerar ou não a convecção na superfície é de mais de 40 °C. Deve-se destacar que, neste caso específico, o efeito da convecção é ampliado por se tratar de um poço *offshore* e, por isso, o fluido na cabeça do poço (água no fundo do mar) encontra-se em temperaturas baixas, contribuindo para o resfriamento rápido da cabeça do poço durante o fechamento.

Esses resultados evidenciam a relevância do fenômeno convectivo em regiões de contato entre o poço e o ambiente externo, em particular no caso *offshore*, sendo a sua consideração relevante para previsões mais realistas das condições térmicas do poço.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma análise em regime transiente da transferência de calor em poços de petróleo verticais, onde foi desenvolvido um modelo matemático para prever o campo de temperatura transiente nesses poços. O modelo proposto demonstrou ser capaz de reproduzir operações de produção, partida e fechamento de poços, considerando propriedades dos fluidos dependentes de temperatura e pressão, além de arranjos geométricos complexos. O procedimento numérico usado para a resolução do modelo matemático, baseado no Método das Diferenças Finitas (MDF), mostrou-se estável, permitindo a obtenção de resultados precisos em tempos computacionais razoáveis, mesmo em cenários reais.

A metodologia adotada foi avaliada por meio de comparações com dados de campo, com um modelo matemático de transferência de calor transiente e com um modelo pseudopermanente da literatura, além de um estudo paramétrico do termo de radiação nos anulares e da convecção na superfície. Os resultados obtidos evidenciaram a capacidade do modelo matemático proposto em prever com precisão o comportamento térmico do poço, tanto em condições de produção contínua quanto em operações dinâmicas, como partidas e fechamentos. A comparação com dados reais de sensores instalados em um poço *offshore* mostrou que o modelo é capaz de capturar as variações de temperatura reproduzindo o comportamento das medições no sensor com erros inferiores a 5% na maioria dos casos, um resultado considerado satisfatório dada a complexidade do problema e as incertezas inerentes aos dados de entrada.

Um dos principais diferenciais do modelo proposto é a consideração de mecanismos de transferência de calor frequentemente negligenciados em outras abordagens, como a radiação nos anulares e a convecção na superfície do poço. O estudo paramétrico realizado demonstrou que, para as condições avaliadas, a radiação tem um impacto significativo em anulares preenchidos com gases, como o nitrogênio, enquanto sua influência é desprezível em anulares com fluidos líquidos, como salmouras. Já a convecção na superfície mostrou-se importante para prever o resfriamento do poço durante operações de fechamento, especialmente em cenários *offshore*, onde a troca térmica com o ambiente é intensificada pelas baixas temperaturas da água no fundo do mar.

Além disso, o modelo mostrou-se superior à abordagem pseudopermanente em cenários dinâmicos, como na partida e no fechamento do poço, onde a consideração dos efeitos transitórios é essencial para uma previsão do campo de temperaturas. A comparação com um modelo de transferência de calor transiente da literatura também reforçou a coerência e a confiabilidade do modelo proposto, com diferenças inferiores a 3 °C, menos de 4%, nas previsões de temperatura ao final de 6 dias de operação.

O modelo matemático proposto neste trabalho pode contribuir com a indústria de óleo e gás, desde o planejamento e monitoramento de operações de produção até a avaliação de

integridade de poços. Além disso, a capacidade de prever variações de temperatura em cenários dinâmicos, como partidas e fechamentos, pode auxiliar na tomada de decisões operacionais, reduzindo riscos e otimizando o desempenho dos poços.

Apesar dos avanços alcançados, algumas limitações e desafios permanecem. Em primeiro lugar, o modelo matemático foi desenvolvido e é válido para poços verticais. Sua aplicação em poços com grandes inclinações ou horizontais carece de verificação, sob o risco de introduzir elevados erros nas respostas fornecidas. Além disso, a qualidade dos resultados depende fortemente da precisão dos dados de entrada, como propriedades dos fluidos, condições de contorno e parâmetros operacionais. Em cenários onde esses dados são incompletos ou imprecisos, como no início da produção, quando a vazão não é conhecida, o modelo pode apresentar limitações.

Outro desafio é o tempo computacional necessário para a realização das simulações, especialmente em cenários com operações longas. Embora o modelo proposto tenha sido otimizado para equilibrar precisão e eficiência, simulações extensas ainda podem demandar recursos computacionais significativos.

Durante o desenvolvimento deste estudo, algumas questões foram observadas, as quais podem ser alvo de trabalhos futuros. Dentre elas, destacam-se:

- **Modelagem tridimensional:** A investigação de um modelo tridimensional poderia verificar se a modelagem axissimétrica em poços direcionais é razoável, proporcionando uma melhor compreensão dos efeitos da inclinação sobre os resultados. A partir disso, seria possível estender a aplicação do modelo para uma gama mais ampla de cenários reais, incluindo não apenas poços verticais, mas também poços direcionais ou horizontais.
- **Desenvolvimento de um modelo híbrido:** A criação de uma abordagem que combine as vantagens do modelo de transferência de calor em regime transiente (para cenários dinâmicos) e do modelo pseudopermanente (para simulações de longo prazo) poderia oferecer uma solução versátil e eficiente para previsão das temperaturas em poços, reduzindo o custo computacional de horas para alguns minutos.
- **Acoplamento com modelos mecânicos:** A integração do modelo térmico com métodos de análise estrutural permitiria uma avaliação mais abrangente do comportamento do poço, oferecendo recursos para a verificação de sua integridade ao longo do tempo.
- **Validação em mais cenários reais:** A aplicação do modelo em uma variedade maior de poços e condições operacionais permitiria uma validação mais abrangente e a identificação de possíveis melhorias.
- **Otimização da integração temporal:** O processo de solução utilizado já permite a adoção de incrementos de tempo variáveis, o que pode ser explorado em estudos futuros. A

implementação dessa abordagem poderia reduzir significativamente o tempo de processamento, ajustando dinamicamente a resolução temporal conforme a evolução do sistema, sem comprometer a qualidade dos resultados.

- Modelagem do escoamento e da transferência de calor na tubulação (*flowline*): A consideração das interações térmicas entre a tubulação e o oceano poderia aprimorar a previsão das temperaturas ao longo do sistema, fornecendo uma resposta mais completa do comportamento térmico e hidráulico desde o fundo do poço até a plataforma.
- Fenômenos de curta duração: Estudar eventos que ocorrem em escalas de tempo reduzidas, onde a modelagem transiente é mais adequada, como: formação de hidratos, operações de *bullheading* e acidificação, além de processos como *shut-in* após um *Worst Case Discharge* (WCD), o resfriamento rápido do poço durante uma parada emergencial, oscilações térmicas causadas por variações abruptas de vazão e o impacto térmico de injeções cíclicas de fluidos.
- Melhoria na modelagem de fluidos: A incorporação de modelos mais avançados para previsão das propriedades dos fluidos, como equações de estado ou correlações empíricas mais precisas, poderia aumentar a precisão do modelo.
- Comparação com *softwares* comerciais e CFD: Avaliar o desempenho do modelo matemático transiente por meio da comparação com *softwares* comerciais de transferência de calor em poços e de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) de uso geral. Essa análise permitiria validar a precisão das previsões térmicas, identificar possíveis limitações do modelo e explorar diferenças entre abordagens simplificadas e simulações numéricas mais detalhadas.

Em síntese, o modelo matemático de transferência de calor em regime transiente proposto neste trabalho tem o potencial de representar um avanço na modelagem térmica de poços de petróleo, especialmente em cenários dinâmicos e complexos. Sua capacidade de prever o comportamento térmico do poço, considerando mecanismos de transferência de calor frequentemente negligenciados, pode torná-lo uma ferramenta útil para a indústria de óleo e gás. Com as melhorias e extensões sugeridas, ele pode contribuir para a otimização de operações e a garantia da integridade de poços.

REFERÊNCIAS

- ABDELHAFIZ, M. M.; HEGELE JR, L. A.; OPPELT, J. F. Temperature modeling for wellbore circulation and shut-in with application in vertical geothermal wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 204, p. 108660, 2021.
- ABDOLLAHI, J.; DUBLJEVIC, S. Transient fluid temperature estimation in wellbores. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 46, n. 14, p. 108–113, 2013.
- AGOSTINI, C. E.; ALMEIDA, L. F. M.; JÚNIOR, N. M.; MAGALHÃES, M. D.; ROMAN, R. S.; SCHNITZLER, E.; SILVA, A. P. Salt creeping analysis on deepwater wells submitted to cooling operations on trapped annular. In: OTC. *Offshore Technology Conference Brasil*. [S.l.], 2019. p. D011S011R005.
- ALVES, I.; ALHANATI, F.; SHOHAM, O. A unified model for predicting flowing temperature distribution in wellbores and pipelines. *SPE production Engineering*, SPE, v. 7, n. 04, p. 363–367, 1992.
- ANSARI, A.; SYLVESTER, N.; SARICA, C.; SHOHAM, O.; BRILL, J. A comprehensive mechanistic model for upward two-phase flow in wellbores. *SPE Production & Facilities*, OnePetro, v. 9, n. 02, p. 143–151, 1994.
- ANSYS. Ansys fluent theory guide. *Ansys Inc., USA*, v. 15317, p. 724–746, 2011.
- BAHONAR, M.; AZAIEZ, J.; CHEN, Z. A Semi-Unsteady-State Wellbore Steam/Water Flow Model for Prediction of Sandface Conditions in Steam Injection Wells. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, v. 49, n. 09, p. 13–21, 2010.
- BAHONAR, M.; AZAIEZ, J.; CHEN, Z. A semi-unsteady-state wellbore steam/water flow model for prediction of sandface conditions in steam injection wells. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, SPE, v. 49, n. 09, p. 13–21, 2010.
- BAHONAR, M.; AZAIEZ, J.; CHEN, Z. Two issues in wellbore heat flow modelling along with the prediction of casing temperature in the steam injection wells. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, SPE, v. 50, n. 01, p. 43–63, 2011.
- BARCELOS, J. G. A. *Modelagem matemática do do aumento da pressão nos anulares (APB) em poços de petróleo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Florianópolis, 2017.
- BARCELOS, J. G. A.; HAFEMANN, T. E.; FERREIRA, M. V. D.; SILVA, A. K. da; BARBOSA JR, J. R. A new approach for calculating annular pressure buildup in an offshore well. *IV Journeys in Multiphase Flows (JEM 2017) March*, p. 27–31, 2017.
- BEGGS, D.; BRILL, J. A Study of Two-Phase Flow in Inclined Pipes. *Journal of Petroleum Technology*, v. 25, n. 05, p. 607–617, 1973.

BEIRUTE, R. A circulating and shut-in well-temperature-profile simulator. *Journal of Petroleum Technology*, SPE, v. 43, n. 09, p. 1140–1146, 1991.

BEJAN, A. *Convection heat transfer*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013.

BEJAN, A. *Advanced engineering thermodynamics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2016.

BELL, I. H.; WRONSKI, J.; QUOILIN, S.; LEMORT, V. Pure and pseudo-pure fluid thermophysical property evaluation and the open-source thermophysical property library coolprop. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 53, n. 6, p. 2498–2508, 2014.

BIRD, S.; LIGHTFOOT (Ed.). *Fenômenos de Transporte*. Wisconsin: LTC, 2004.

BRADFORD, D.; FRITCHIE, D.; GIBSON, D.; GOSCH, S.; PATTILLO, P.; SHARP, J.; TAYLOR, C. Marlin failure analysis and redesign: part 1—description of failure. *SPE Drilling & Completion*, OnePetro, v. 19, n. 02, p. 104–111, 2004.

BRILL, J. P.; BEGGS, R. H. D. (Ed.). *Two-Phase Flow in Pipes*. Tulsa, Oklahoma: Tulsa University Press, 1991.

CARSLAW, H. S.; JAEGER, J. *Conduction of Heat in Solids*. [S.l.]: Oxford University Press, London, 1959.

CASULLI, V.; CATTANI, E. Stability, accuracy and efficiency of a semi-implicit method for three-dimensional shallow water flow. *Computers & Mathematics with Applications*, v. 27, n. 4, p. 99–112, 1994. ISSN 0898-1221.

CENGEL, Y. A. *Thermodynamics: an engineering approach*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2019.

CENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. *Heat and Mass Transfer: A Practical Approach, SI Version*. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2011. v. 671. 964 p.

CHEN, X.; HE, M.; XU, M.; ZHOU, C. Fully transient coupled prediction model of wellbore temperature and pressure for multi-phase flow during underbalanced drilling. *Geoenergy Science and Engineering*, Elsevier, v. 223, p. 211540, 2023.

CHEN, X. D. Laminar-to-turbulence transition revealed through a reynolds number equivalence. *Engineering*, v. 5, n. 3, p. 576–579, 2019. ISSN 2095-8099.

CHENG, W.-L.; HUANG, Y.-H.; LU, D.-T.; YIN, H.-R. A novel analytical transient heat-conduction time function for heat transfer in steam injection wells considering the wellbore heat capacity. *Energy*, v. 36, n. 7, p. 4080–4088, 2011.

CHIU, K.; THAKUR, S. Modeling of wellbore heat losses in directional wells under changing injection conditions. In: SPE. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition?* [S.l.], 1991. p. SPE–22870.

COLBURN, A. P. A method of correlating forced convection heat-transfer data and a comparison with fluid friction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 7, n. 12, p. 1359–1384, 1964.

COLEBROOK, C. F. Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws. *Journal of the Institution of Civil Engineers*, v. 11, n. 4, p. 133–156, 1939.

CRAIG, B. Deep oil and gas well construction. *Adv. Mater. Processes*, v. 166, p. 33–35, 2008.

EVERDINGEN, A. V.; HURST, W. The application of the laplace transformation to flow problems in reservoirs. *Journal of Petroleum Technology*, SPE, v. 1, n. 12, p. 305–324, 1949.

FERREIRA, M. V.; HAFEMANN, T. E.; BARBOSA JR, J. R.; SILVA, A. K. da; HASAN, R. A numerical study on the thermal behavior of wellbores. *SPE Production & Operations*, SPE, v. 32, n. 04, p. 564–574, 2017.

FERREIRA, M. V. D. *Estudo termo-estrutural de poços equipados com tubos isolados a vácuo*. 255 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2017.

FORTKAMP, F. P.; ALVES, E. B. D. M.; VIEIRA, B. P.; PEIXER, G. F.; PEREIRA, M. A.; VEIGA, A. P. da; VICENTE, A. de S. M.; BARBOSA JR, J. R. Wellboreprops: Um pacote computacional para cálculo de propriedades de fluidos de poços. *Revista Técnico-Científica do CREA-PR*, Edição Especial, 2024. ISSN 2358-5420.

GHIAASIAAN, S. M. *Convective heat and mass transfer*. [S.l.]: CRC Press, 2018.

GHRIBI, I.; MOHAMED, A. B.; KHEMIRI, F.; AISSA, L. B.; SAIDI, M.; LAYEB, M. The upper albian and cenomanian–turonian source rocks, and related oil seeps around extrusive triassic salt structures, northern tunisia: geochemical characterization and implication for petroleum system assessment. *Arabian Journal of Geosciences*, Springer, v. 15, n. 21, p. 1630, 2022.

GILDEHAUS, L.; LIEBENDÖRFER, M. Civimatics: Mathematical modelling meets civic education. *Exploring new ways to connect*, p. 167, 2021.

GOSCH, S.; HORNE, D.; PATTILLO, P.; SHARP, J.; SHAH, P. Marlin failure analysis and redesign: part 3—vit completion with real-time monitoring. *SPE Drilling & Completion*, OnePetro, v. 19, n. 02, p. 120–128, 2004.

GROUP, S. et al. Olga 7 user manual. *Software user manual*, 2010.

HAFEMANN, T. E. *Modelagem do escoamento multifásico e transferência de calor em poços do pré-sal para a estimativa do APB (Annular Pressure Buildup)*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Florianópolis, 2015.

HAGEDORN, A. R.; BROWN, K. E. Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Small-Diameter Vertical Conduits. *Journal of Petroleum Technology*, v. 17, n. 04, p. 475–484, 1965.

HAGOORT, J. Ramey's wellbore heat transmission revisited. *SPE journal*, OnePetro, v. 9, n. 04, p. 465–474, 2004.

HASAN, A.; IZGEC, B.; KABIR, C. Sustaining production by managing annular-pressure buildup. *SPE Production & Operations*, OnePetro, v. 25, n. 02, p. 195–203, 2010.

HASAN, A.; KABIR, C. Heat Transfer During Two-Phase Flow in Wellbores; Part I–Formation Temperature. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 1991.

HASAN, A.; KABIR, C. Aspects of Wellbore Heat Transfer During Two-Phase Flow (includes associated papers 30226 and 30970). *SPE Production & Facilities*, v. 9, n. 03, p. 211–216, 1994.

HASAN, A.; KABIR, C. Wellbore heat-transfer modeling and applications. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 86, p. 127–136, 2012.

HASAN, A. R.; KABIR, C. S.; SARICA, C. et al. *Fluid flow and heat transfer in wellbores*. [S.l.]: Society of Petroleum Engineers Richardson, TX, 2002.

HASAN, A. R.; KABIR, C. S.; WANG, X. A robust steady-state model for flowing-fluid temperature in complex wells. *SPE Production & Operations*, OnePetro, v. 24, n. 02, p. 269–276, 2009.

HERRERA Jr, J.; GEORGE, W.; BIRDWELL, B.; HANZLIK, E. Wellbore heat losses in deep steam injection wells s1-b zone, cat canyon field. In: SPE. *SPE Western Regional Meeting*. [S.l.], 1978. p. SPE–7117.

HOLMES, C. S.; SWIFT, S. C. Calculation of circulating mud temperatures. *Journal of petroleum technology*, SPE, v. 22, n. 06, p. 670–674, 1970.

HOLST, P. H.; FLOCK, D. Wellbore behaviour during saturated steam injection. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, PETSOC, v. 5, n. 04, p. 184–193, 1966.

HUGHES, T. Unconditionally stable algorithms for nonlinear heat conduction. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Elsevier, v. 10, n. 2, p. 135–139, 1977.

INFOCHEM/KBC. *MultiflashTM v.6.0*. Londres, Reino Unido: [s.n.], 2015. Disponível em: <<https://www.kbc.global/software/advanced-thermodynamics/>>. Acesso em: 19 jan. 2022.

IZGEC, B.; KABIR, C. S.; ZHU, D.; HASAN, A. R. Transient fluid and heat flow modeling in coupled wellbore/reservoir systems. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, OnePetro, v. 10, n. 03, p. 294–301, 2007.

- JANG, M.; CHUN, T. S.; AN, J. The transient thermal disturbance in surrounding formation during drilling circulation. *Energies*, MDPI, v. 15, n. 21, p. 8052, 2022.
- JIANG, H.; REN, Z.; XI, Y.; LIU, G.; LI, J. Analysis of dynamic thermal behaviors for multi-stage hydraulic fracturing treatments in horizontal shale oil and shale gas wells. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 240, p. 122213, 2024.
- JING, J.; TIAN, Y.; ZHU, X. Integrity of cement sheath under cyclic injection-production loads in gas storage wells. *Geotechnical and Geological Engineering*, Springer, v. 43, n. 1, p. 1–16, 2025.
- KAYA, G.; TALEGHANI, A. D. Integrity issues for underground gas storage wells. *ASME Open Journal of Engineering*, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 4, 2025.
- KHAN, N. U.; MAY, R. A generalized mathematical model to predict transient bottomhole temperature during drilling operation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 147, p. 435–450, 2016.
- KINDI, M. A.; AL-GHAMMARI, M.; HEWARD, A.; TAYLOR, P.; SIAVALAS, G. A new oil seepage in the oman mountains and its geological, geochemical and petroleum systems context. *Journal of Petroleum Geology*, Wiley Online Library, v. 45, n. 1, p. 5–28, 2022.
- LANDMARK. *WELLCAT Training Manual*. [S.l.]: Landmark Graphics Corporation, 2003.
- LEMES, C. F. *Metodologia de análise da operacionalidade dos equipamentos de superfície de um poço onshore por meio da análise preliminar de risco*. Monografia (Graduação em Engenharia de Petróleo) — Centro de Engenharias, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2022.
- LEMMON, E. W.; BELL, I.; HUBER, M. L.; MCLINDEN, M. O. *NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, Version 10.0*, National Institute of Standards and Technology. 2018. Disponível em: <<https://www.nist.gov/srd/refprop>>. Acesso em: 10 fev. 2022.
- LI, G.; YANG, M.; MENG, Y.; WEN, Z.; WANG, Y.; YUAN, Z. Transient heat transfer models of wellbore and formation systems during the drilling process under well kick conditions in the bottom-hole. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 93, p. 339–347, 2016.
- LI, X.; XU, R.; WEI, L.; JIANG, P. Modeling of wellbore dynamics of a co2 injector during transient well shut-in and start-up operations. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, Elsevier, v. 42, p. 602–614, 2015.
- LIAO, Y.; SUN, X.; SUN, B.; GAO, Y.; WANG, Z. Transient gas–liquid–solid flow model with heat and mass transfer for hydrate reservoir drilling. *International journal of heat and mass transfer*, Elsevier, v. 141, p. 476–486, 2019.

LIU, J.; FAN, H.; ZHU, L.; TIAN, D.; WEN, Z.; LIU, Y.; WANG, G. Development of a transient method on predicting multi-annuli temperature of subsea wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 157, p. 295–301, 2017.

LIVESCU, S.; DURLOFSKY, L.; AZIZ, K.; GINESTRA, J. A fully-coupled thermal multiphase wellbore flow model for use in reservoir simulation. *Journal of petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 71, n. 3-4, p. 138–146, 2010.

MA, T.; TANG, Y.; CHEN, P.; HE, Y. Mitigation of annular pressure buildup for deepwater wells using a recovery relief method. *Energy Science & Engineering*, Wiley Online Library, v. 7, n. 5, p. 1727–1747, 2019.

MALISKA, C. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional: Fundamentos e Coordenadas Generalizadas*. [S.l.]: LTC Editora, Brazil, 1995.

MAO, L.; ZHANG, Z. Transient temperature prediction model of horizontal wells during drilling shale gas and geothermal energy. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 169, p. 610–622, 2018.

MARTINS, I. O. *Transient Modeling of Injection and Production Wellbores: A Study on Annular Pressure Change Prediction and Mitigation*. 185 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2022.

MARTINS, I. O.; SILVA, A. K. da; SILVA, E. C.; HASAN, A. R.; BARBOSA JR, J. R. Predicting the annular pressure behavior during water injection in offshore wells with a transient, multiphysics model. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 218, p. 110992, 2022.

MARTINS, I. O.; SILVA, A. K. da; SILVA, E. C. da; HASAN, A. R.; BARBOSA JR, J. R. Parametric analysis of water injection in an offshore well using a semi-transient thermal-structural model. *Geoenergy Science and Engineering*, Elsevier, v. 229, p. 212055, 2023.

MOHAMMED, A. I.; OYENEYIN, B.; ATCHISON, B.; NJUGUNA, J. Casing structural integrity and failure modes in a range of well types-a review. *Journal of natural gas science and engineering*, Elsevier, v. 68, p. 102898, 2019.

MORADI, B.; AWANG, M. B. Heat transfer in the formation. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, Citeseer, v. 6, n. 21, p. 3927–3932, 2013.

MORADI, B.; AYOUB, M.; BATAEE, M.; MOHAMMADIAN, E. Calculation of temperature profile in injection wells. *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*, v. 10, p. 12, 11 2019.

NASCIMENTO, J. C. S. *Simulador de escoamento multifásico em poços de petróleo (SEMP)*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Curso de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Petróleo, Natal, 2013.

NIST. *National Institute of Standards and Technology*. 2011. Disponível em: <<http://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/>>. Acesso em: 10 fev. 2022.

OUYANG, L.-B.; KIKANI, J. Improving permanent downhole gauge (pdg) data processing via wavelet analysis. In: ONEPETRO. *European Petroleum Conference*. [S.l.], 2002.

PACHECO, E.; ALI, S. F. Wellbore heat losses and pressure drop in steam injection. *Journal of Petroleum Technology*, SPE, v. 24, n. 02, p. 139–144, 1972.

PATERSON, L.; LU, M.; CONNELL, L.; ENNIS-KING, J. P. Numerical Modeling of Pressure and Temperature Profiles Including Phase Transitions in Carbon Dioxide Wells. All Days, 2008.

PATTILLO, P. D.; COCALES, B. W.; MOREY, S. C. Analysis of an annular pressure buildup failure during drill ahead. *SPE Drilling & Completion*, OnePetro, v. 21, n. 04, p. 242–247, 2006.

PAYNE, G.; PALMER, C.; BRILL, J.; BEGGS, H. Evaluation of inclined-pipe, two-phase liquid holdup and pressure-loss correlation using experimental data (includes associated paper 8782). *Journal of Petroleum Technology*, OnePetro, v. 31, n. 09, p. 1198–1208, 1979.

PENG, D.-Y.; ROBINSON, D. B. A new two-constant equation of state. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, v. 15, n. 1, p. 59–64, 1976.

PERMÍNIO FILHO, E. L. *Aplicação de correlações empíricas em experimentos de análise PVT em amostras sintéticas*. Monografia (Graduação em Engenharia de Petróleo) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2017.

RAMEY, H. J. Wellbore heat transmission. *Journal of petroleum Technology*, Society of Petroleum Engineers, v. 14, n. 04, p. 427–435, 1962.

RAYMOND, L. Temperature distribution in a circulating drilling fluid. *Journal of petroleum technology*, SPE, v. 21, n. 03, p. 333–341, 1969.

REDDY, J. N.; GARTLING, D. K. *The finite element method in heat transfer and fluid dynamics*. [S.l.]: CRC press, 2010.

REMANI, C. Numerical methods for solving systems of nonlinear equations. *Lakehead University Thunder Bay, Ontario, Canada*, v. 77, 2013.

SAGAR, R.; DOTY, D.; SCHMLDT, Z. Predicting temperature profiles in a flowing well. *SPE production engineering*, OnePetro, v. 6, n. 04, p. 441–448, 1991.

SANTOS, J.; LIRA, W. W. M.; TIENGO, W. C.; PAES; GUIMARAES; GOUVEIA, L. P.; ANJOS, J. L. R.; OLIVEIRA, L. M.; JUNIOR, E. T. L. *Sistema de Confiabilidade de Revestimento (SCORE)*. 2019. BR. n. PI 512019001289-5. Depósito: 24-06-19.

SATTER, A. Heat losses during flow of steam down a wellbore. *Journal of Petroleum Technology*, Society of Petroleum Engineers, v. 17, n. 07, p. 845–851, 1965.

SHIU, K.; BEGGS, H. Predicting temperatures in flowing oil wells. 1980.

SHOHAM, O. Mechanistic modeling of gas-liquid two-phase flow in pipes. Society of Petroleum Engineers Richardson, TX, 2006.

SILVA Filho, L. E. *Cálculo de perfis de temperatura para previsão de aumento de pressão em anulares de poços de petróleo*. Monografia (Graduação em Engenharia de Civil) — Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Alagoas, Alagoas, 2022.

SILVA Filho, L. E.; SILVA, T. B.; FERNANDES, C. N. A.; LIRA, W. W. M.; SANTOS, J. P. L.; SOUZA, C. O. A model for predicting temperature profiles in gas-lifted oil wells. In: ABMEC. *XLV Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE-2024)*. [S.l.], 2024.

SPEIGHT, J. G. *The chemistry and technology of petroleum*. [S.l.]: CRC press, 2006.

SUI, D.; HORPESTAD, T.; WIKTORSKI, E. Comprehensive modeling for temperature distributions of production and geothermal wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 167, p. 426–446, 2018. ISSN 0920-4105.

TANG, H.; XU, B.; HASAN, A. R.; SUN, Z.; KILLOUGH, J. Modeling wellbore heat exchangers: Fully numerical to fully analytical solutions. *Renewable energy*, Elsevier, v. 133, p. 1124–1135, 2019.

TISSOT, B.; PETROLE, E. N. S. du; WELTE, D. et al. Petroleum formation and occurrence. a new approach to oil and gas exploration.[book in german]. 1978.

VEDOVOTO, J. M. *Mathematical and numerical modeling of turbulent reactive flows using a hybrid LES/PDF methodology*. 220 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Escola Doutoral da École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, 2011.

WIKTORSKI, E.; COBBAH, C.; SUI, D.; KHALIFEH, M. Experimental study of temperature effects on wellbore material properties to enhance temperature profile modeling for production wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 176, p. 689–701, 2019.

WILLHITE, G. P. Over-all heat transfer coefficients in steam and hot water injection wells. *Journal of Petroleum technology*, SPE, v. 19, n. 05, p. 607–615, 1967.

XU, B.; WU, X.; GAO, Y.; LING, K. A semi-analytical solution to the transient temperature behavior along the wellbore and its applications in production management. In: SPE. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition?* [S.l.], 2014. p. SPE–170631.

XU, Z.; SONG, X.; LI, G.; ZHU, Z.; ZHU, B. Gas kick simulation in oil-based drilling fluids with the gas solubility effect during high-temperature and high-pressure well drilling. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 149, p. 1080–1097, 2019.

XUE, L.; HONG, Y.; LIU, Z.; QIN, J.; DU, X. Inclined wellbore stability in high temperature formations of drilling. In: IOP PUBLISHING. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. [S.l.], 2020. v. 603, n. 1, p. 012012.

YANG, H.; LI, J.; LIU, G.; WANG, J.; LUO, K.; WANG, B. Development of transient heat transfer model for controlled gradient drilling. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 148, p. 331–339, 2019.

YANG, H.; LI, J.; LIU, G.; JIANG, H.; WANG, C.; JIANG, J. A transient hydro-thermo-bubble model for gas kick simulation in deep water drilling based on oil-based mud. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 158, p. 113776, 2019.

YANG, M.; LI, X.; DENG, J.; MENG, Y.; LI, G. Prediction of wellbore and formation temperatures during circulation and shut-in stages under kick conditions. *Energy*, Elsevier, v. 91, p. 1018–1029, 2015.

YI, L.-P.; LI, X.-G.; YANG, Z.-Z.; SUN, J. Coupled calculation model for transient temperature and pressure of carbon dioxide injection well. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 121, p. 680–690, 2018.

YOU, J.; RAHNEMA, H.; MCMILLAN, M. D. Numerical modeling of unsteady-state wellbore heat transmission. *Journal of natural gas science and engineering*, Elsevier, v. 34, p. 1062–1076, 2016.

ZHANG, H.-Q.; WANG, Q.; SARICA, C.; BRILL, J. P. Unified model for gas-liquid pipe flow via slug dynamics—part 1: model development. *J. Energy Resour. Technol.*, v. 125, n. 4, p. 266–273, 2003.

ZHANG, R.; LI, J.; LIU, G.; YANG, H.; JIANG, H. Analysis of coupled wellbore temperature and pressure calculation model and influence factors under multi-pressure system in deep-water drilling. *Energies*, MDPI, v. 12, n. 18, p. 3533, 2019.

ZHANG, X.; JIANG, Z.; LIAO, R.; SHI, B.; WU, L.; LIU, K.; ZHANG, Y. Study on temperature distribution of perforated horizontal wellbore. *Journal of Thermal Science*, Springer, v. 29, p. 194–205, 2020.

ZHANG, Z.; WANG, X.; XIONG, Y.; PENG, G.; WANG, G.; LU, J.; ZHONG, L.; WANG, J.; YAN, Z.; WEI, R. Study on borehole temperature distribution when the well-kick and the well-leakage occurs simultaneously during geothermal well drilling. *Geothermics*, Elsevier, v. 104, p. 102441, 2022.

ZHANG, Z.; WEI, Y.; XIONG, Y.; PENG, G.; WANG, G.; LU, J.; ZHONG, L.; WANG, J. Influence of the location of drilling fluid loss on wellbore temperature distribution during drilling. *Energy*, Elsevier, v. 244, p. 123031, 2022.

ZHANG, Z.; XIONG, Y.; GUO, F. Analysis of wellbore temperature distribution and influencing factors during drilling horizontal wells. *Journal of Energy Resources Technology*, American Society of Mechanical Engineers, v. 140, n. 9, p. 092901, 2018.

ZHANG, Z.; XIONG, Y.; MAO, L.; LU, J.; WANG, M.; PENG, G. Transient temperature prediction models of wellbore and formation in well-kick condition during circulation stage. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 175, p. 266–279, 2019.

ZHANG, Z.; XIONG, Y.; PU, H.; PENG, G.; WANG, J. Borehole temperature distribution when drilling fluid loss occurs in the two-dimensional area at the bottom-hole during drilling. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Elsevier, v. 83, p. 103523, 2020.

ZHANG, Z.; XIONG, Y.; PU, H.; SUN, Z. Effect of the variations of thermophysical properties of drilling fluids with temperature on wellbore temperature calculation during drilling. *Energy*, Elsevier, v. 214, p. 119055, 2021.

ZHANG, Z.; YANG, S.; WANG, G.; WANG, J.; LU, J.; ZHONG, L.; PENG, G.; PAN, G. Influence of inlet mud temperature on bottom hole mud temperature during horizontal well drilling. *Journal of Energy Resources Technology*, American Society of Mechanical Engineers, v. 145, n. 6, p. 063201, 2023.

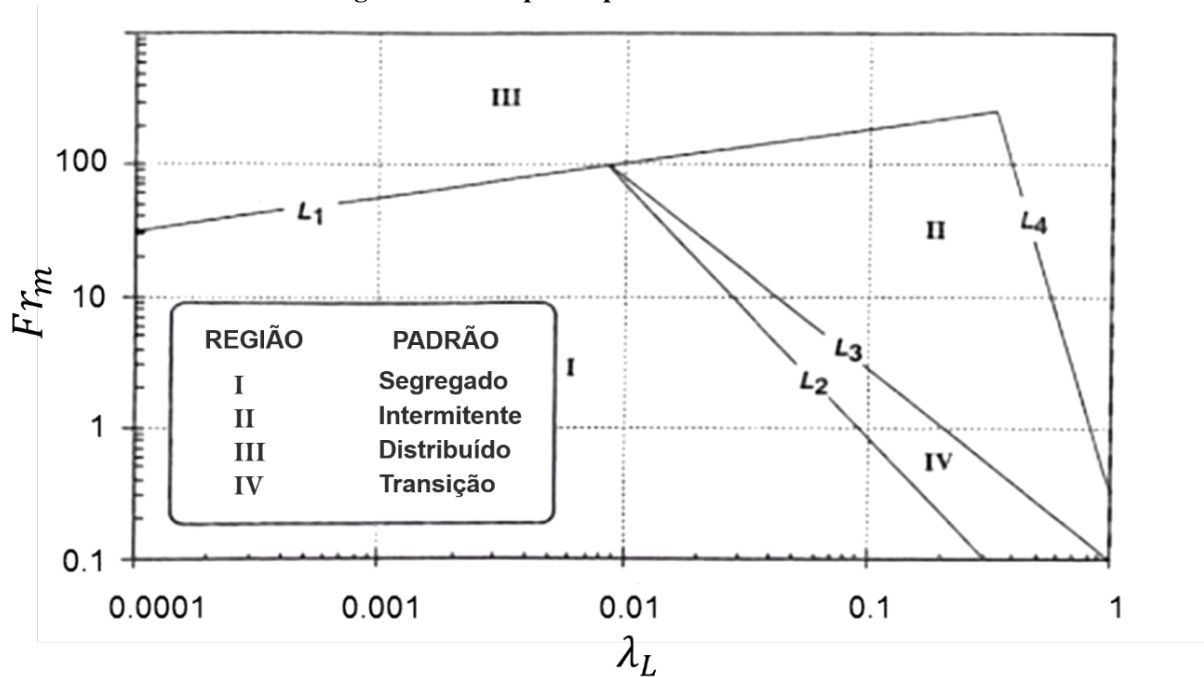
ZHOU, F. *Research on heat transfer in geothermal wellbore and surroundings*. 153 p. Tese (Doutorado) — Technischen Universität Berlin, 2013.

ZHU, G.; LI, J.; ZHANG, Z.; WANG, M.; XUE, N.; HE, T.; ZHAO, K. Stability and cracking threshold depth of crude oil in 8000 m ultra-deep reservoir in the tarim basin. *Fuel*, Elsevier, v. 282, p. 118777, 2020.

APÊNDICE A – Correlação de Beggs e Brill (1973)

Este apêndice detalha o procedimento para o cálculo do gradiente de pressão em escoamentos multifásicos seguindo o modelo de padrões de escoamentos de Beggs e Brill (1973). Tais padrões são determinados através de um mapa, o qual é função do número de Froude da mistura (Fr_m) e da fração de líquido sem considerar o escorregamento entre as fases (λ_L). O mapa de escoamento de Beggs e Brill (1973) foi atualizado por Brill e Beggs (1991) e é apresentado na figura abaixo.

Figura A.1 – Mapa dos padrões de escoamento.



Fonte: Adaptado de Shoham (2006).

Assim, dependendo do padrão de escoamento identificado, o cálculo do gradiente de pressão utiliza diferentes parâmetros de modo a cobrir uma faixa operacional mais ampla. Os detalhes acerca do método e seu procedimento de cálculo são apresentados nas seções subsequentes.

A.1 Equação do gradiente de pressão

A descrição do gradiente de pressão pela metodologia de Beggs e Brill (1973) é realizada pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{f_m \rho_n v_m^2}{2D_h} + d_f \rho_s g \sin(\theta) - \rho_s v_m \frac{dv_m}{dz}, \quad (\text{A.1})$$

em que $\frac{dP}{dz}$ é o gradiente de pressão, D_h é o diâmetro hidráulico da tubulação, f_m é o fator de atrito da mistura, v_m é a velocidade média na seção transversal, θ é a inclinação com relação à horizontal, d_f é um parâmetro que indica o sentido do fluxo dentro do tubo e vale -1 para operações de produção ou 1 para operações de injeção, ρ_s e ρ_n são, respectivamente, a massa específica com escorregamento (*slip*) e sem escorregamento (*no slip*) e g é a aceleração da gravidade.

A forma discreta dessa equação é apresentada na Eq. A.2, como segue:

$$P_{j,i} = P_{j-1,i} - \frac{f_m \rho_n v_m^2}{2D_h} \left(\frac{\Delta z_{j,i}}{2} + \frac{\Delta z_{j-1,i}}{2} \right) + d_f g \rho_s \sin(\theta) \left(\frac{\Delta z_{j,i}}{2} + \frac{\Delta z_{j-1,i}}{2} \right) - \rho_s \frac{v_{j,i}^2 - v_{j-1,i}^2}{2} - \rho_s \frac{v_{j,i} - v_{j,i}^o}{\Delta t} \left(\frac{\Delta z_{j,i}}{2} + \frac{\Delta z_{j-1,i}}{2} \right). \quad (\text{A.2})$$

O principal desafio para cálculo do gradiente $\frac{dP}{dz}$ é a determinação das massas específicas com e sem escorregamento (ρ_s e ρ_n) e do fator de atrito da mistura (f_m). O procedimento para obtenção desses parâmetros é apresentado subsequente.

A.2 Procedimento de cálculo

Esta seção apresenta o procedimento para o cálculo dos parâmetros necessários para determinação do gradiente de pressão, seguindo a metodologia de Beggs e Brill (1973). O procedimento é definido pelas seguintes etapas:

1. Cálculo da fração de líquido sem escorregamento entre as fases (λ_L):

$$\lambda_L = \frac{q_l}{q_l + q_g}, \quad (\text{A.3})$$

em que q_l e q_g são as vazões volumétricas da fase líquida e da fase gasosa, respectivamente.

2. Determinação da velocidade média da mistura (v_m):

$$v_m = v_{sl} + v_{sg} = \frac{q_l}{A} + \frac{q_g}{A}, \quad (\text{A.4})$$

em que v_{sl} e v_{sg} são as velocidades superficiais das fases líquida e gasosa, obtidas pela divisão entre a vazão volumétrica e a área da seção transversal (A).

3. Determinação do número Froude da mistura (Fr_m):

$$Fr_m = \frac{v_m^2}{g D_h}. \quad (\text{A.5})$$

4. Determinação do padrão de escoamento com base no número de Froude e da fração de líquido sem escorregamento:

Para determinação do padrão de escoamento, deve-se seguir o mapa apresentado na Fig. A.1. Assim, pode-se determinar o padrão seguindo as condições da Tabela A.1, utilizando os seguintes números:

$$L_1 = 316 \lambda_L^{0.302}, \quad (\text{A.6})$$

$$L_2 = 0.0009252 \lambda_L^{-2.4684}, \quad (\text{A.7})$$

$$L_3 = 0.1 \lambda_L^{-1.4516}, \quad (\text{A.8})$$

$$L_4 = 0.5 \lambda_L^{-6.738}. \quad (\text{A.9})$$

Tabela A.1: Escolha do padrão de escoamento.

Padrão de escoamento	Condições
Segregado (I)	$\lambda_L < 0.01$ e $Fr_m < L_1$
	ou $\lambda_L \geq 0.01$ e $Fr_m < L_2$
Intermitente (II)	$0.01 \leq \lambda_L < 0.4$ e $L_3 < Fr_m \leq L_1$
	ou $\lambda_L \geq 0.4$ e $L_3 < Fr_m \leq L_4$
Distribuído (III)	$\lambda_L < 0.4$ e $Fr_m \geq L_1$
	ou $\lambda_L \leq 0.4$ e $Fr_m > L_4$
Transição (IV)	$\lambda_L \geq 0.01$ e $L_2 \geq Fr_m \geq L_3$

Fonte: Adaptado de Nascimento (2013).

5. Determinação da fração de líquido com escorregamento ($H_{L(\theta)}$):

A determinação da fração de líquido considerando o escorregamento entre as fases $H_{L(\theta)}$ depende do padrão de escoamento determinado no passo anterior.

- 5.1. Para os padrões segregado, intermitente e distribuído:

- a) Definir as constantes de acordo com o padrão de escoamento e com o sentido do escoamento, ascendente ($\uparrow$) ou descendente ($\downarrow$), utilizando a Tabela A.2.

Tabela A.2: Constantes para cada padrão de escoamento.

Padrão	Sent.	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8
Segregado	↑	0.980	0.4846	0.0868	0.011	-3.7680	3.5390	-1.6140
	↓				4.700	-0.3692	0.1244	-0.5056
Intermitente	↑	0.845	0.5351	0.0173	2.960	0.3050	0.4473	0.0978
	↓				4.700	-0.3692	0.1244	-0.5056
Distribuído	↑	1.065	0.5824	0.0609	Sem correção $\eta = 0$ e $\psi = 1$			
	↓					-0.3692	0.1244	-0.5056

Fonte: Adaptado de Nascimento (2013).

b) Cálculo da fração de líquido com escorregamento horizontal ($H_{L(0)}$):

$$H_{L(0)} = c_2 \frac{\lambda_L^{c_3}}{Fr_m^{c_4}}, \quad (\text{A.10})$$

em que c_2 , c_3 e c_4 são obtidos na Tabela A.2.

c) Adequação física:

Deve-se garantir que em escoamentos ascendentes a fração de líquido com escorregamento horizontal seja maior que a fração sem deslizamento, isto é, $H_{L(0)} \geq \lambda_L$. Assim, se o modelo retornar $H_{L(0)} < \lambda_L$, sugere-se fazer: $H_{L(0)} = \lambda_L$.

d) Correção para o ângulo real:

$$N_{vL} = v_{sl} \sqrt[4]{\frac{\rho_l}{g \sigma_L}}, \quad (\text{A.11})$$

$$\eta = (1 - \lambda_L) \ln(c_5 \lambda_L^{c_6} N_{Lv}^{c_7} Fr_m^{c_8}), \quad (\text{A.12})$$

$$\psi = 1 + \eta (\sin(1.8\theta) - 0.333 \sin^3(1.8\theta)), \quad (\text{A.13})$$

$$H_{L(\theta)} = H_{L(0)} \psi, \quad (\text{A.14})$$

em que N_{vL} é denominado de número adimensional da velocidade do líquido, σ é a tensão superficial, o subscrito L referem-se às propriedades do líquido, o parâmetro η é um número auxiliar na determinação do fator de correção ψ e as constantes c_6 , c_7 e c_8 são determinadas na Tabela A.2.

5.2. Para o padrão de escoamento de transição:

Para o escoamento de transição deve-se, preliminarmente, calcular as frações de líquido com escorregamento ($H_{L(\theta)}$) para os padrões segregado e intermitente. Em seguida calcula-se:

$$C = \frac{L_3 - Fr_m}{L_3 - L_2}, \quad (A.15)$$

$$H_{L(\theta)Transição} = C H_{L(\theta)Segregado} + (1 - C) H_{L(\theta)Intermitente}. \quad (A.16)$$

6. Correção para a fração volumétrica:

Com o passar dos anos, alguns autores notaram que o modelo de Beggs e Brill (1973) superestimava a queda de pressão. Assim, foram propostas algumas modificações. Aqui, adota-se a correção de Payne et al. (1979):

a) Para fluxos ascendentes:

$$H_L = 0.925 H_{L(\theta)}. \quad (A.17)$$

b) Para fluxos descendentes:

$$H_L = 0.685 H_{L(\theta)}. \quad (A.18)$$

7. Calcular as propriedades com e sem escorregamento:

O cálculo das propriedades, com e sem escorregamento, é realizado seguindo:

$$\rho_s = \rho_l H_L + \rho_g (1 - H_L), \quad (A.19)$$

$$\rho_n = \rho_l \lambda_L + \rho_g (1 - \lambda_L), \quad (A.20)$$

$$\mu_s = \mu_l^{H_L} \mu_g^{1-H_L}, \quad (A.21)$$

$$\mu_n = \mu_l^{\lambda_L} \mu_g^{1-\lambda_L}, \quad (A.22)$$

em que μ representa a viscosidade absoluta, ρ a densidade, os subscritos n e s estão associados as propriedades sem e com escorregamento, respectivamente, e os subscritos l e g referem-se as propriedades do líquido e do gás, respectivamente.

8. Cálculo do fator de atrito da mistura:

Com as propriedades calculadas é possível determinar o fator de atrito da mistura, seguindo os passos a seguir.

- 8.1. Determinação do fator de atrito sem escorregamento entre as fases (f_n): Calcular o número de Reynolds (Re) utilizando as propriedades *noslip* (sem considerar o escorregamento entre as fases):

$$Re_n = \frac{\rho_n v_m D_h}{\mu_n}. \quad (\text{A.23})$$

Se $Re_n < 2300$:

$$f_n = \frac{64}{Re_n}. \quad (\text{A.24})$$

Se $Re_n \geq 2300$, utiliza-se a correlação implícita de Colebrook (1939), para determinar f_n :

$$\frac{1}{\sqrt{f_n}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{7.4 r_{int}} + \frac{2.51}{Re_n \sqrt{f_n}} \right), \quad (\text{A.25})$$

em que ϵ é a rugosidade relativa da tubulação. Então, a obtenção do fator f_n neste caso é feita resolvendo a equação A.25.

- 8.2. Correção para o fator da mistura:

O fator de atrito sem escorregamento f_n deve ser corrigido para representar o fator de atrito da mistura, fazendo:

$$y = \frac{\lambda_L}{H_L^2}. \quad (\text{A.26})$$

Se $y \notin [1; 1.2]$:

$$s = \frac{\ln(y)}{-0.0523 + 3.182 \ln(y) - 0.8725 \ln^2(y) + 0.01853 \ln^4(y)}. \quad (\text{A.27})$$

Se $y \in [1; 1.2]$:

$$s = \ln(2.2y - 1.2). \quad (\text{A.28})$$

- 8.3. Determinação do fator de atrito da mistura:

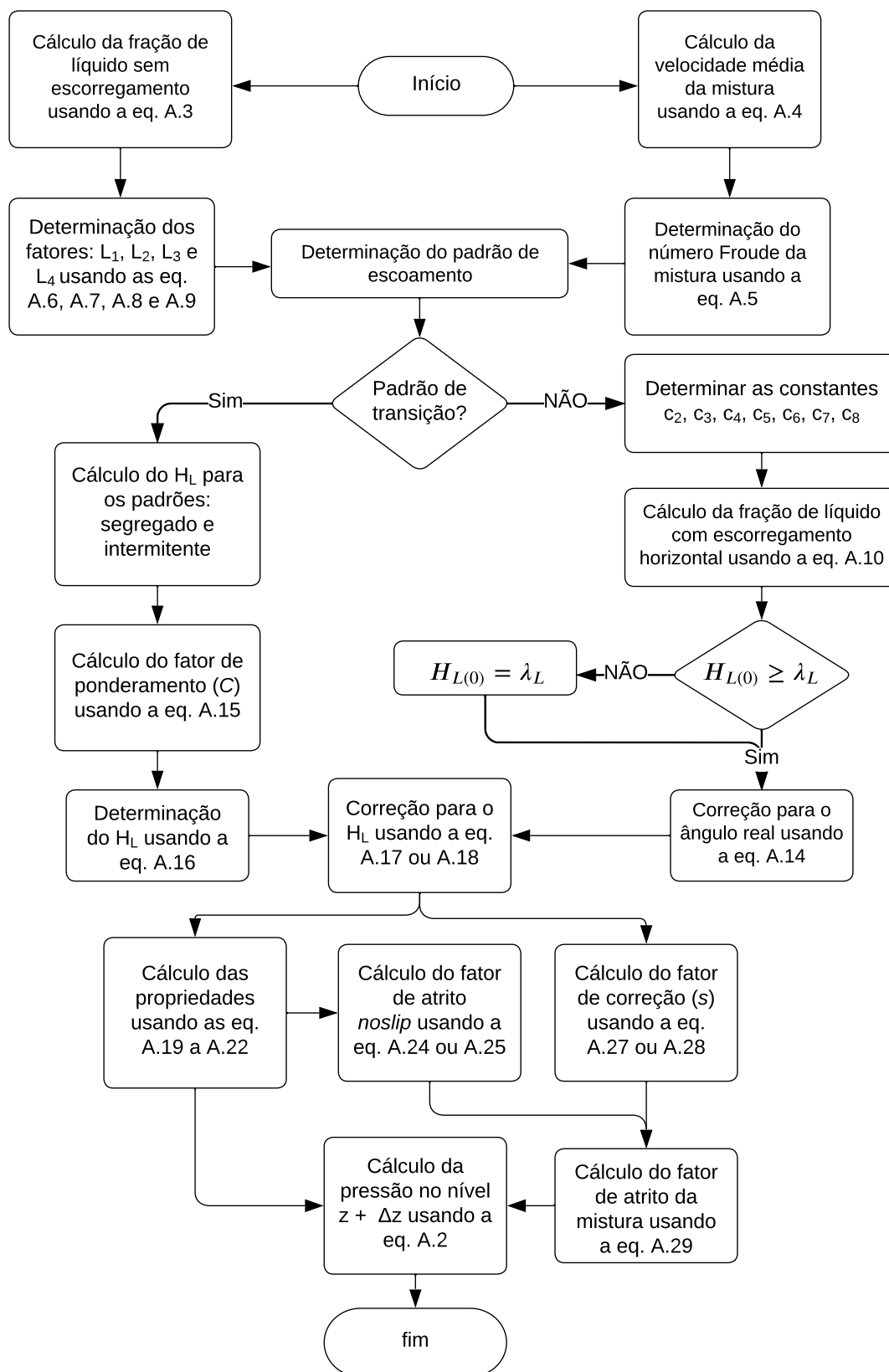
Com o valor de s , o fator de atrito da mistura é determinado por:

$$f_m = f_n e^s. \quad (\text{A.29})$$

9. Fluxograma do processo de Beggs e Brill (1973):

Um fluxograma com o processo de Beggs e Brill (1973) é apresentado na Fig. A.2, onde é possível observar esquematicamente as etapas necessárias para a obtenção do gradiente de pressão utilizando essa metodologia.

Figura A.2 – Fluxograma de cálculo do método de Beggs e Brill (1973).



Fonte: Autor, 2024.

APÊNDICE B – Equação da conservação da energia

Este apêndice detalha a obtenção da equação da conservação da energia utilizada no modelo matemático proposto neste trabalho. Ela é derivada da clássica equação apresentada por Bejan (2013):

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = -\nabla \cdot \vec{q}'' + q''' + \beta T \frac{DP}{Dt} + \mu \Phi, \quad (\text{B.1})$$

em que T é a temperatura, ρ é a densidade, C_p é o calor específico a pressão constante, ∇ é o operador gradiente, $\vec{q}''$ é o vetor de fluxo de calor, q''' é a taxa interna de geração de calor, β é o coeficiente de expansão térmica, μ é a viscosidade, Φ é a função de dissipação viscosa, e $\frac{D}{Dt}$ é a derivada material.

A expressão B.1 é válida para qualquer sistema de coordenadas. Para o estudo de poços, considerando a axissimetria, o uso de coordenadas cilíndricas é mais adequado. Em coordenadas cilíndricas, o operador gradiente assume a seguinte forma:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \vec{e}_\phi + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z, \quad (\text{B.2})$$

em que $\vec{e}_i$ corresponde ao versor direção do eixo i .

Além disso, assumindo a hipótese de escoamento unidimensional na direção axial, isto é, a única componente de velocidade não nula é aquela relativa ao sentido z , o vetor de velocidades pode ser escrito como:

$$\vec{v} = v \vec{e}_z, \quad (\text{B.3})$$

em que v é a velocidade média na direção axial.

A primeira parcela do lado direito da Eq. B.1 é dada por:

$$\nabla \cdot \vec{q}'' = \nabla \cdot (q_r'' \vec{e}_r + q_\phi'' \vec{e}_\phi + q_z'' \vec{e}_z) = \frac{1}{r} \frac{\partial (r q_r'')}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial q_\phi''}{\partial \phi} + \frac{\partial q_z''}{\partial z}. \quad (\text{B.4})$$

No caso do modelo deste trabalho, devido à axissimetria, o termo relacionado à coordenada angular ϕ é nulo. Dessa forma, a Eq. B.4 se resume a:

$$\nabla \cdot \vec{q}'' = \frac{1}{r} \frac{\partial (r q_r'')}{\partial r} + \frac{\partial q_z''}{\partial z}. \quad (\text{B.5})$$

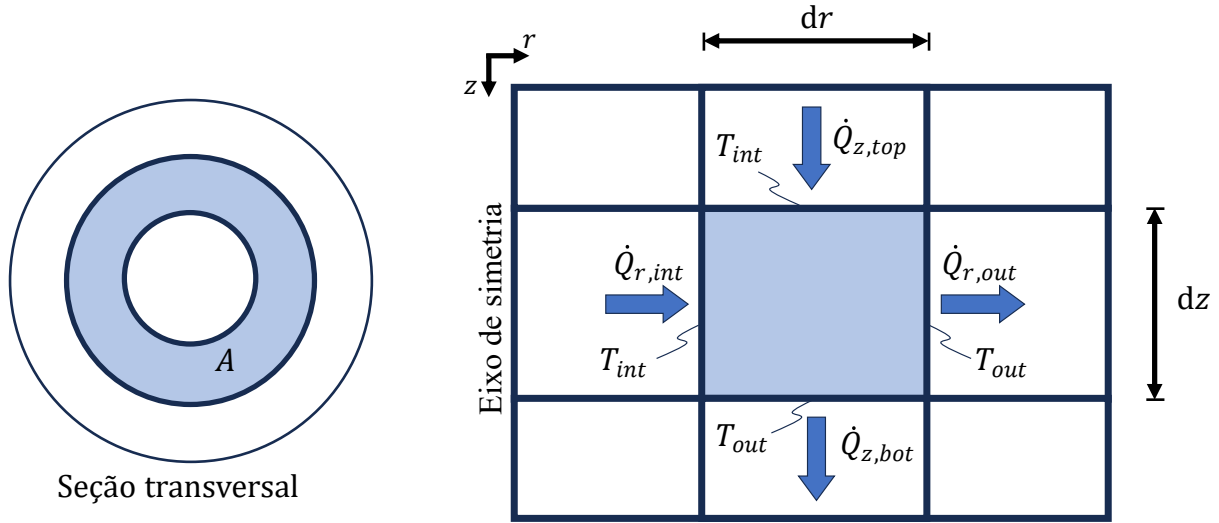
O primeiro termo do lado direito da Eq. B.5 contém uma derivada parcial em relação

ao raio. Para evitar integrar esse termo no sentido radial, ele é manipulado, conforme mostrado abaixo:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rq_r'')}{\partial r} = \frac{1}{2\pi r dz} \frac{\partial}{\partial r} (2\pi r dz q_r''). \quad (\text{B.6})$$

O termo $2\pi r dz$ corresponde à área atravessada pelo fluxo de calor q_r'' . Dessa forma, o produto entre eles representa a taxa de transferência de calor radial $\dot{Q}_r$ na seção infinitesimal de raio r , como ilustrado na Fig. B.1.

Figura B.1 – Fluxos de calor em um elemento infinitesimal.



Fonte: Autor, 2025.

Dessa forma, a Eq. B.6 pode ser escrita, sem perda numérica, como:

$$\frac{1}{2\pi r dz} \frac{\partial}{\partial r} (2\pi r dz q_r'') = \frac{1}{2\pi r dz} \frac{\partial \dot{Q}_r}{\partial r} = \frac{1}{2\pi r dz dr} (\dot{Q}_{r,out} - \dot{Q}_{r,int}). \quad (\text{B.7})$$

Parte do denominador dessa expressão pode ser rearranjada da seguinte forma:

$$2\pi r dr = 2\pi \left(\frac{r_{out} + r_{int}}{2} \right) (r_{out} - r_{int}) = \pi (r_{out}^2 - r_{int}^2) = A. \quad (\text{B.8})$$

em que A é a área da seção transversal do elemento infinitesimal.

Pode-se fazer o mesmo para o último termo da Eq. B.5:

$$\frac{\partial q_z''}{\partial z} = \frac{1}{A} \frac{\partial (A q_z'')}{\partial z} = \frac{1}{A} \frac{\partial \dot{Q}_z}{\partial z} = \frac{1}{A dz} (\dot{Q}_{z,bot} - \dot{Q}_{z,top}). \quad (\text{B.9})$$

Destaca-se, ainda, que o termo $A dz$ é o volume V do elemento infinitesimal. Com essas considerações, chega-se à seguinte equação:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{V} (\dot{Q}_{r,int} - \dot{Q}_{r,out} + \dot{Q}_{z,top} - \dot{Q}_{z,bot}) + \beta T \left(\frac{\partial P}{\partial t} + v \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \mu \Phi. \quad (\text{B.10})$$

O termo βT pode ser substituído em função do coeficiente de Joule-Thomson. Para isso, utiliza-se a definição desse coeficiente (BEJAN, 2016; CENGEL, 2019):

$$\gamma = \frac{1}{\rho C_p} (\beta T - 1). \quad (\text{B.11})$$

Além disso, a parcela de dissipação viscosa $\mu \Phi$ pode ser escrita em termos da viscosidade e do gradiente de velocidade (BEJAN, 2013). Contudo, para escoamento unidimensional é comum escrever o termo de dissipação viscosa como função do fator de atrito de Moody f , assumindo a seguinte forma (BARCELOS, 2017; GHIAASIAAN, 2018; MARTINS, 2022):

$$\mu \Phi = \frac{f v^3 \rho p}{8A}, \quad (\text{B.12})$$

em que p é o perímetro molhado.

Dessa forma, combinando as equações B.10, B.11 e B.12, chega-se à expressão B.13, utilizada no modelo matemático deste trabalho:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p v \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\dot{Q}_{r,int}}{V} - \frac{\dot{Q}_{r,out}}{V} + \frac{\dot{Q}_{z,top}}{V} - \frac{\dot{Q}_{z,bot}}{V} + \frac{f v^3 \rho p}{8A} + (1 + \gamma \rho C_p) \left(\frac{\partial P}{\partial t} + v \frac{\partial P}{\partial z} \right). \quad (\text{B.13})$$

APÊNDICE C – Discretização da equação de conservação da energia

Este apêndice descreve o procedimento de discretização da equação de conservação da energia empregada no modelo matemático desenvolvido neste trabalho. O objetivo é transformar a equação diferencial parcial, que rege a transferência de calor, em uma equação algébrica adequada para solução numérica. Para isso, utiliza-se o método das diferenças finitas, aplicado a um volume de controle representativo.

A equação governante, deduzida no Apêndice B, é expressa por:

$$\rho Cp \frac{\partial T}{\partial t} + \rho Cp v \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\dot{Q}_{r,int}}{V} - \frac{\dot{Q}_{r,out}}{V} + \frac{\dot{Q}_{z,top}}{V} - \frac{\dot{Q}_{z,bot}}{V} + \frac{f v^3 \rho p}{8A} + (1 + \gamma \rho Cp) \left(\frac{\partial P}{\partial t} + v \frac{\partial P}{\partial z} \right), \quad (C.1)$$

onde ρ é a densidade do fluido, Cp é o calor específico a pressão constante, v é a velocidade do escoamento na direção axial z , T é a temperatura, $\dot{Q}_{r,int}$, $\dot{Q}_{r,out}$, $\dot{Q}_{z,top}$ e $\dot{Q}_{z,bot}$ são as taxas de transferência de calor em cada face do volume, P é a pressão, f é o fator de atrito, γ é o coeficiente de Joule-Thomson, p é o perímetro, A é a área da seção transversal e V é o volume.

Para a discretização da equação (C.1), o domínio físico é subdividido em volumes de controle, indexados por i na direção radial e j na direção axial, como ilustrado na Fig. 4.1. As aproximações por diferenças finitas utilizadas são:

- Derivada temporal:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_{j,i} - T_{j,i}^o}{\Delta t}, \quad (C.2)$$

onde $T_{j,i}^o$ é a temperatura conhecida no passo de tempo anterior;

- Derivada espacial axial:

$$\frac{\partial T}{\partial z} \approx \frac{T_{j,i}^\lambda - T_{j-1,i}^\lambda}{\Delta z_{j,i}}, \quad (C.3)$$

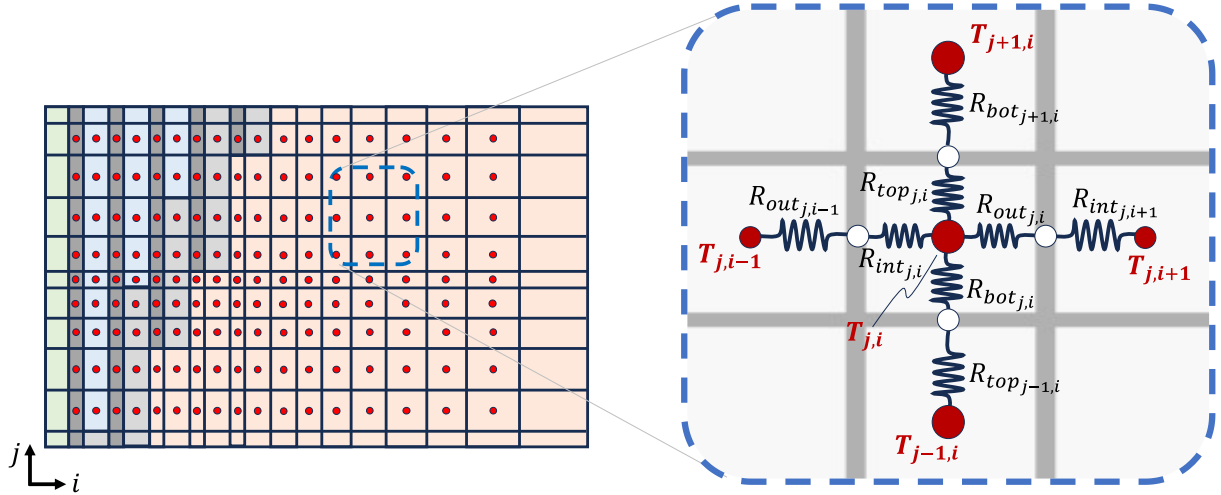
sendo $\Delta z_{j,i}$ a distância entre os centros dos volumes adjacentes e $\lambda \in [0, 1]$ o parâmetro que define o esquema de integração temporal. De modo que:

$$T_{j,i}^\lambda = \lambda T_{j,i} + (1 - \lambda) T_{j,i}^o. \quad (C.4)$$

Neste apêndice, realiza-se a dedução da forma algébrica da equação de conservação da energia para os volumes de controle internos da malha, os quais representam os elementos mais genéricos do domínio discretizado, conforme destacado na Fig. C.1. Busca-se, com

isso, exemplificar o procedimento de discretização adotado. O mesmo procedimento pode ser aplicado para a discretização das condições de contorno e das demais equações de conservação envolvidas no modelo.

Figura C.1 – Volumes de controle internos.



Fonte: Autor, 2025.

A seguir, apresenta-se a discretização termo a termo da equação (C.1), para o volume de controle de com índices j e i ilustrado na Fig. C.1:

- Termo de acumulação:

$$\rho C p \frac{\partial T}{\partial t} \approx \rho_{j,i} C p_{j,i} \frac{T_{j,i} - T_{j,i}^0}{\Delta t}, \quad (C.5)$$

- Termo de convecção axial:

$$\rho C p v \frac{\partial T}{\partial z} \approx \rho_{j,i} C p_{j,i} v_{j,i} \frac{T_{j,i}^\lambda - T_{j-1,i}^\lambda}{\Delta z_{j,i}}, \quad (C.6)$$

- Fluxos radiais:

$$\frac{\dot{Q}_{r,int}}{V} - \frac{\dot{Q}_{r,out}}{V} \approx \frac{T_{j,i-1}^\lambda - T_{j,i}^\lambda}{R_{out,j,i-1} + R_{int,j,i}} + \frac{T_{j,i+1}^\lambda - T_{j,i}^\lambda}{R_{out,j,i} + R_{int,j,i+1}}, \quad (C.7)$$

- Fluxos axiais:

$$\frac{\dot{Q}_{z,top}}{V} - \frac{\dot{Q}_{z,bot}}{V} \approx \frac{T_{j-1,i}^\lambda - T_{j,i}^\lambda}{R_{top,j-1,i} + R_{bot,j,i}} + \frac{T_{j+1,i}^\lambda - T_{j,i}^\lambda}{R_{top,j,i} + R_{bot,j+1,i}}. \quad (C.8)$$

- Dissipação viscosa:

$$\frac{f v^3 \rho p}{8A} \approx \frac{f_{j,i} v_{j,i}^3 \rho_{j,i} p_{j,i}}{8A_{j,i}}, \quad (\text{C.9})$$

- Termos de variação de pressão:

$$(1 + \gamma \rho C p) \left(\frac{\partial P}{\partial t} + v \frac{\partial P}{\partial z} \right) \approx (1 + \gamma_{j,i} \rho_{j,i} C p_{j,i}) \left(\frac{P_{j,i} - P_{j,i}^o}{\Delta t} + v_{j,i} \frac{P_{j,i}^\lambda - P_{j-1,i}^\lambda}{\Delta z_{j,i}} \right). \quad (\text{C.10})$$

Arranjando os termos discretizados, é possível obter a equação geral na forma:

$$A T_{j,i} + B T_{j-1,i} + C T_{j+1,i} + D T_{j,i-1} + E T_{j,i+1} = F T_{j,i}^o + G T_{j-1,i}^o + H T_{j+1,i}^o + I T_{j,i-1}^o + J T_{j,i+1}^o + K, \quad (\text{C.11})$$

em que:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\rho_{j,i} C p_{j,i}}{\Delta t} + \frac{\rho_{j,i} C p_{j,i} v_{j,i} \lambda}{\Delta z_{j,i}} + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{out,j,i-1} + R_{int,j,i})} + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{out,j,i} + R_{int,j,i+1})} \\ &\quad + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top,j,i} + R_{bot,j+1,i})} + \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top,j-1,i} + R_{bot,j,i})}, \\ B &= -\frac{\rho_{j,i} C p_{j,i} v_{j,i} \lambda}{\Delta z_{j,i}} - \frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top,j-1,i} + R_{bot,j,i})}, \\ C &= -\frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{top,j,i} + R_{bot,j+1,i})}, \\ D &= -\frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{out,j,i-1} + R_{int,j,i})}, \\ E &= -\frac{\lambda}{V_{j,i} (R_{out,j,i} + R_{int,j,i+1})}, \\ F &= \frac{\rho_{j,i}^o C p_{j,i}^o}{\Delta t} - \frac{\rho_{j,i}^o C p_{j,i}^o v_{j,i}^o (1 - \lambda)}{\Delta z_{j,i}} - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{out,j,i-1}^o + R_{int,j,i}^o)} - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{out,j,i}^o + R_{int,j,i+1}^o)} \\ &\quad - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top,j,i}^o + R_{bot,j+1,i}^o)} - \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top,j-1,i}^o + R_{bot,j,i}^o)}, \\ G &= \frac{\rho_{j,i}^o C p_{j,i}^o v_{j,i}^o (1 - \lambda)}{\Delta z_{j,i}} + \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} (R_{top,j-1,i}^o + R_{bot,j,i}^o)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H &= \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} \left(R_{top_{j,i}}^o + R_{bot_{j+1,i}}^o \right)}, \\
I &= \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} \left(R_{out_{j,i-1}}^o + R_{int_{j,i}}^o \right)}, \\
J &= \frac{1 - \lambda}{V_{j,i} \left(R_{out_{j,i}}^o + R_{int_{j,i+1}}^o \right)}, \\
K &= (1 + \gamma_{j,i} C p_{j,i} \rho_{j,i}) \left(\frac{P_{j,i} - P_{j,i}^o}{\Delta t} + v_{j,i} \frac{P_{j,i}^\lambda - P_{j-1,i}^\lambda}{\Delta z_{j,i}} \right) + \frac{f_{j,i} v_{j,i}^3 \rho_{j,i} p_{j,i}}{8 A_{j,i}}.
\end{aligned}$$