

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS A. C. SIMÕES
INSTITUTO DE QUÍMICA E BIOTECNOLOGIA-IQB
CURSO DE QUÍMICA LICENCIATURA

MATHEUS HENRIQUE ARISTIDES DA SILVA

**APLICAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES PARA BALANCEAMENTO DE
EQUAÇÕES QUÍMICAS**

Maceió
2025

MATHEUS HENRIQUE ARISTIDES DA SILVA

**APLICAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES PARA BALANCEAMENTO DE
EQUAÇÕES QUÍMICAS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao corpo docente do Curso de Química Licenciatura da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), Campus A.C. Simões, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Química.

Maceió

2025

Catálogo na Fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

- S586a Silva, Matheus Henrique Aristides da.
Aplicação de sistemas lineares para balanceamento de equações químicas /
Matheus Henrique Aristides da Silva. – 2025.
30 f.
- Orientador: Isnaldo Isaac Barbosa.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Química: Licenciatura) –
Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Química e Biotecnologia. Maceió,
2025.
- Bibliografia: f. 30.
1. Balanceamento (Equações químicas). 2. Sistemas lineares homogêneos -
Solução de problemas. 3. Reações químicas. 4. Química - Estudo e ensino. I. Título.

CDU: 372.854: 51

MATHEUS HENRIQUE ARISTIDES DA SILVA

APLICAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES PARA BALANCEAMENTO DE EQUAÇÕES
QUÍMICAS

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao corpo docente do Curso de Química Licenciatura da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), Campus A.C. Simões, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciado em Química.

(Orientador Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa Instituto de Matemática - UFAL)

Banca examinadora:

(Examinadora Interna - Profa. Dra. Valéria Rodrigues dos Santos Malta)

(Examinadora externa - Profa. Dra. Isadora Maria de Jesus)

Dedicado à minha família

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, cuja graça, força e presença foram fundamentais em cada etapa da minha trajetória acadêmica e pessoal. Sua orientação me sustentou nos momentos de incerteza, fortaleceu minha perseverança diante dos desafios e me proporcionou sabedoria para seguir em frente. Sem Seu amparo e misericórdia, nada disso teria sido possível.

Minha profunda gratidão estende-se à minha família, que sempre foi meu alicerce inabalável. Desde os primeiros anos da minha educação até a conquista desta importante etapa acadêmica, pude contar com seu apoio incondicional, incentivo e amor inestimável. Em especial, agradeço à minha mãe e à minha madrinha, cujas palavras de encorajamento e gestos de carinho foram essenciais para que eu continuasse firme nos meus objetivos. O apoio delas, tanto emocional quanto prático, foi determinante para minha caminhada, e sou eternamente grato por cada sacrifício feito em prol do meu crescimento.

Aos meus queridos colegas de curso — Francisco Alan, Lucas Brunno Luna, Adelson da Silva Santos, Bárbara Lílian S. de Gusmão, Max Lyniker Martins Bezerra, Anna Paula de Lima Araújo, Sara Iris dos Santos Malta e Islane Gabriele de Melo Araújo — expresso meu sincero reconhecimento pelo companheirismo e pela amizade cultivada ao longo dessa jornada. Os desafios enfrentados foram muitos, mas a parceria, a troca de conhecimentos e o apoio mútuo tornaram essa caminhada mais leve e enriquecedora. Cada conversa, estudo em grupo e momento compartilhado fortaleceu ainda mais nosso aprendizado e crescimento pessoal.

Aos docentes que, com dedicação e excelência, contribuíram significativamente para minha formação, deixo minha mais sincera gratidão. O conhecimento transmitido, os desafios propostos e a orientação recebida foram fundamentais para o meu desenvolvimento acadêmico. Em especial, agradeço ao professor Dr. Isnaldo Isaac Barbosa, cuja orientação e conselhos valiosos me ajudaram a aprimorar minha trajetória acadêmica e científica. Também sou imensamente grato(a) à professora Dra. Daniela Santos Anunciação e ao professor Dr. Marcos Petrócio de Almeida Cavalcante, cujas disciplinas foram fundamentais para a construção do meu conhecimento e para o fortalecimento da minha paixão pela área.

Não poderia deixar de expressar minha gratidão a todo o corpo docente do Instituto de Matemática (IM) e do Instituto de Química e Biotecnologia (IQB). Cada professor e professora, com sua dedicação e compromisso com o ensino, deixou uma marca significativa na minha formação. Os desafios acadêmicos propostos, as reflexões incentivadas e os conhecimentos compartilhados foram peças fundamentais para a construção do meu aprendizado, ajudando-me a desenvolver um pensamento crítico e uma base sólida para minha trajetória profissional.

Por fim, agradeço a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste sonho. Sejam amigos, familiares, professores ou colegas, cada um teve um papel essencial nessa caminhada. Essa conquista não é apenas minha, mas também de todos que me apoiaram e acreditaram no meu potencial.

RESUMO

Os sistemas lineares possuem diversas aplicações em problemas das ciências naturais. Este trabalho tem como objetivo apresentar e revisar conceitos básicos de estequiometria e sistemas lineares, aplicando-os ao balanceamento de equações químicas – um tema familiar tanto para alunos do ensino médio quanto do ensino superior. Para uma melhor compreensão do tema, este trabalho está estruturado em seis capítulos principais, cada um abordando aspectos essenciais para o desenvolvimento da pesquisa. O primeiro capítulo é dedicado à introdução geral do estudo, apresentando o tema central e sua relevância. No segundo capítulo, são expostos os objetivos a serem alcançados. O terceiro capítulo traz o embasamento teórico, discutindo conceitos fundamentais relacionados ao ensino e à aprendizagem de matemática e química. Essa fundamentação busca oferecer uma visão ampla sobre os desafios e possibilidades de aprimoramento no ensino dessas disciplinas. No quarto capítulo, é descrita a metodologia utilizada para o desenvolvimento do trabalho, garantindo clareza e transparência no processo investigativo, permitindo a reprodutibilidade do estudo e a validação dos resultados. Por fim, o quinto capítulo apresenta a análise dos resultados obtidos e as considerações finais, destacando as principais contribuições do trabalho e possíveis direções para pesquisas futuras.

Palavras-chave: balanceamento; equação química; sistema linear; homogêneo; solução, reação, ensino

ABSTRACT

Linear systems have various applications in problems within the natural sciences. This study aims to present and review basic concepts of stoichiometry and linear systems, applying them to the balancing of chemical equations a topic familiar to both high school and university students. To ensure a better understanding of the subject, this work is structured into six main chapters, each addressing essential aspects for the development of the research. The first chapter is dedicated to a general introduction to the study, presenting the central theme and its relevance. The second chapter outlines the objectives to be achieved. The third chapter provides the theoretical foundation, discussing fundamental concepts related to the teaching and learning of mathematics and chemistry. This foundation seeks to offer a broad perspective on the challenges and opportunities for improving the teaching of these disciplines. In the fourth chapter, the methodology used for the development of the study is described, ensuring clarity and transparency in the investigative process, allowing for the reproducibility of the study and the validation of the results. Finally, the fifth chapter presents the analysis of the obtained results and the final considerations, highlighting the main contributions of the research and possible directions for future studies.

Keywords: balancing; chemical equation; linear system; Homogeneous; Solution; reaction, teaching.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IM	Instituto de Matemática
IQB	Instituto de Química e Biotecnologia
UFAL	Universidade Federal de Alagoas

LISTA DE SÍMBOLOS

H_2O	Água
HCl	Ácido Clorídrico
H_3PO_4	Ácido fosfórico
AsH_3	Arsina
Br	Bromo
AgBr	Brometo de Prata
NaBr	Brometo de Sódio
C	Carbono
AgCO_3	Carbonato de Prata
Na_2CO_3	Carbonato de Sódio
$\mathbb{R}$	Conjunto dos Números Reais
$\mathbb{R}^n$	Conjunto das n-uplas de Números Reais
Cl	Cloro
CO_2	Dióxido de Carbono
P	Fosforo
Na_3PO_4	Fosfato trissódico
(g)	Gás
O_2	Gás Oxigênio
H_2	Gás Hidrogênio
C_6H_{14}	Hexano
H	Hidrogênio
NaOH	Hidróxido de Sódio
CH_4	Metano
N	Nitrogênio
$\text{C}_3\text{H}_5\text{N}_3\text{O}_9$	Nitroglicerina
$(d_1, d_2, \dots, d_n)$	n-upla
O	Oxigênio
Ag	Prata
$\in$	Pertence
(s)	Sólido
(aq)	Solução em água

Na

Sódio

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
2 OBJETIVOS	14
OBJETIVO GERAL:	14
OBJETIVOS ESPECÍFICOS:	14
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
3.1 ESTEQUIOMETRIA DE REAÇÕES	15
3.2 SISTEMAS LINEARES	16
4 METODOLOGIA.....	20
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	21
5.1 APLICAÇÕES	21
5.2 UM BREVE COMENTÁRIO	26
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	28
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	30

1 INTRODUÇÃO

O método da tentativa e erro tem sido amplamente utilizado no ensino e nos livros didáticos para o balanceamento de equações químicas (Borba; Borba, 2020). Embora seja um método acessível e eficaz para equações mais simples, sua aplicabilidade torna-se limitada diante de equações mais complexas, que exigem maior organização e pensamento matemático estruturado. Diante dessas limitações, pesquisadores têm buscado alternativas metodológicas que favoreçam a aprendizagem dos estudantes e aprimorem a abordagem desse conteúdo no ensino de Química.

Nesse contexto, Andrade (2021) analisou diferentes abordagens para o ensino do balanceamento químico e constatou que, embora os estudantes conseguissem resolver problemas utilizando métodos tradicionais, como a tentativa e erro ou o método das oxirreduções, encontravam dificuldades ao aplicar o método algébrico. Esse método consiste em tratar o balanceamento de equações químicas como um sistema de equações lineares homogêneas, exigindo um raciocínio mais estruturado e abstrato.

A introdução dos sistemas lineares como ferramenta para o balanceamento de equações químicas pode representar uma estratégia didática promissora. Ao proporcionar uma abordagem mais sistemática e generalizável, o método algébrico beneficia, sobretudo, os estudantes que apresentam dificuldades em visualizar intuitivamente as relações estequiométricas entre os elementos. Além disso, esse método contribui significativamente para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático dos alunos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatiza a importância da interdisciplinaridade no ensino, defendendo a integração entre diferentes áreas do conhecimento para promover uma aprendizagem significativa (BRASIL, 2018). No ensino de Ciências da Natureza e Matemática, a BNCC destaca a necessidade de desenvolver o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a capacidade de modelagem matemática aplicada a fenômenos reais. Dessa forma, a abordagem algébrica para o balanceamento químico está alinhada às diretrizes da BNCC, pois não apenas aprofunda o conhecimento matemático dos alunos, mas também fortalece a compreensão dos princípios químicos fundamentais.

Borba e Borba (2020, p. 2) destacam que o uso da álgebra linear no ensino da Química pode “[...] vir a ter apelo entre estudantes que tenham dificuldade devido à falta de um método mais claro, bem como entre professores de Matemática e Química do Ensino Médio”. Nesse sentido, é essencial que a formação de professores contemple abordagens inovadoras que integrem conhecimentos matemáticos e químicos de maneira estruturada. A

interdisciplinaridade entre essas áreas pode aprimorar o ensino e oferecer aos futuros docentes ferramentas mais eficazes para a mediação do aprendizado.

Diante desse cenário, torna-se necessário um esforço conjunto entre educadores e pesquisadores para reformular as práticas pedagógicas e desenvolver estratégias que promovam uma melhor compreensão do balanceamento químico. A elaboração de materiais didáticos acessíveis, a capacitação docente para a aplicação do método algébrico em sala de aula e a realização de pesquisas sobre sua eficácia são passos fundamentais para consolidar essa abordagem no ensino de Química. Com isso, espera-se minimizar as dificuldades dos estudantes e tornar o aprendizado desse conceito essencialmente mais claro e acessível.

2 OBJETIVOS

Objetivo Geral:

Explorar o balanceamento de equações químicas por meio de sistemas lineares homogêneos, destacando sua importância na aprendizagem interdisciplinar no ensino médio.

Objetivos específicos:

- Apresentar o conceito de balanceamento de equações químicas, para os estudantes e relacioná-los ao conteúdo de sistemas lineares proposto pela BNCC
- Buscar, por meio dessa abordagem interdisciplinar, evidenciar a forte interconexão entre a matemática e a química, demonstrando como a utilização de ferramentas matemáticas pode contribuir significativamente para um entendimento mais aprofundado e rigoroso dos fenômenos químicos.
- Proporcionar uma visão ampliada sobre a importância da matemática no contexto da Química, incentivando o desenvolvimento de habilidades analíticas e críticas nos estudantes.

Ao compreender a aplicabilidade prática dos conceitos matemáticos em situações químicas concretas, os estudantes poderão não apenas aprimorar seu desempenho escolar, mas também fortalecer sua capacidade de resolver problemas de forma estruturada e fundamentada matematicamente.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Estequiometria de reações

Em relação aos conteúdos de Matemática e Química abordados neste trabalho, é essencial apresentar as definições fundamentais desses conceitos, a fim de proporcionar aos alunos do ensino médio uma compreensão mais ampla do tema. A estequiometria, por exemplo, constitui um dos pilares da química, uma vez que permite a quantificação das substâncias envolvidas em uma reação, garantindo a conformidade com a Lei da Conservação da Massa. Esta, também conhecida como Lei de Lavoisier, estabelece que “numa reação química, a soma das massas dos reagentes é sempre igual à soma das massas dos produtos da reação” (Feltre, 1997, p. 292), em outras palavras nada se cria nem se perde tudo se transforma. Tal princípio é essencial para a formulação de equações químicas e a previsão da quantidade de substâncias necessárias ou produzidas em um determinado sistema reacional.

A estequiometria está diretamente relacionada ao balanceamento de equações químicas, um procedimento que assegura a correta proporcionalidade entre os reagentes e produtos de uma reação química. Conforme exposto por Atkins (2018, p. 88)

o balanceamento de uma equação química representa “as mudanças qualitativas e quantitativas que ocorrem em uma reação química. Os coeficientes estequiométricos resumem as quantidades relativas (números de mols) dos reagentes e produtos que participam da reação. (ATKINS, 2018, p 88)

Esse processo é fundamental para a determinação das proporções exatas entre os componentes da reação, possibilitando a previsão do consumo de reagentes e da formação dos produtos. A correta aplicação da estequiometria permite, por exemplo, calcular a quantidade necessária de reagentes para que uma reação ocorra completamente, bem como prever a quantidade máxima de produto que pode ser obtida a partir de determinadas condições experimentais.

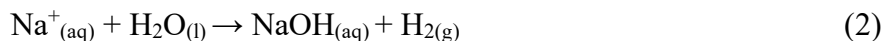
Para a apresentação dessas definições fundamentais, será utilizado como referência principal o livro *Princípios de Química: Questionando a Vida Moderna e o Meio Ambiente* (Atkins, 2018 p. 86-89).

Uma reação química é simbolizada por uma seta:

Reagentes → Produtos

(1)

Essa representação é feita escrevendo as fórmulas química por exemplo

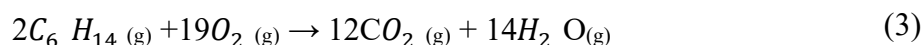


Em uma equação química normalmente é indicado também o estado físico de cada reagente e produto, usando um símbolo associado aos estados da matéria:

(S) Sólido (l) Líquido (aq) Solução em Água (g) Gás

Segundo Atkins (2018, p. 88) “de modo geral, os coeficientes de uma equação balanceada são os menores números inteiros possíveis.”

As equações químicas (2) e (3), representam, respectivamente, uma equação balanceada e não balanceada respectivamente.



Observa-se que, na equação (3), o número de átomos de oxigênio dos reagentes é diferente do número de átomos de oxigênio dos produtos.

3.2 Sistemas Lineares

Nesta seção, faremos uma breve apresentação de algumas noções elementares sobre os sistemas lineares. O intuito desta seção não é substituir o estudo de um livro-texto sobre o assunto, mas sim fornecer ao leitor um breve contato com alguns conceitos básicos utilizados ao longo das aplicações aqui apresentadas. Dessa forma, buscamos oferecer uma introdução acessível e didática, permitindo que mesmo aqueles com pouca familiaridade com esse tema consigam acompanhar o desenvolvimento dos tópicos abordados.

Além disso, enfatizamos que esta revisão tem caráter complementar e não assim, espera-se tornar este material autossuficiente e funcional dentro da proposta apresentada. Para escrevermos essa seção utilizamos o capítulo seis do volume quatro da coleção *Fundamentos da matemática elementar* (Iezzi, Gelson; Hazzan, Samuel, 2013).

Definição 1. Chamamos de equação linear nas incógnitas $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ toda equação do tipo

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b \quad (5)$$

Com $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}, b \in \mathbb{R}$ constantes.

Definição 2. Dizemos que $X = (d_1, d_2, \dots, d_n) \in \mathbb{R}^n$ é uma solução da equação linear (5) quando:

$$a_{11}d_1 + a_{12}d_2 + \dots + a_{1n}d_n = b \quad (6)$$

Exemplo 1. Considere a equação linear

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 3 \quad (7)$$

A 4-upla $X = (1, 2, 3, -2)$, é uma de suas soluções, pois:

$$2.1 + 3.2 - 3 + (-2) = 3 \quad (8)$$

Definição 3. Um sistema linear homogêneo é um conjunto de equações formadas exclusivamente por equações lineares nas variáveis $x_1, \dots, x_n$, representado da seguinte forma

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = 0 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Além disso dizemos que $X = (d_1, d_2, \dots, d_n) \in \mathbb{R}^n$ é uma solução de um sistema linear homogêneo quando $X = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ é uma solução de cada equação do sistema

Exemplo 1.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Exemplo 2. Considere o seguinte sistema linear

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + y - z = 1 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases} \quad (11)$$

Note que $X = (1, 2, 3)$ é uma solução do sistema linear, pois

$$\begin{cases} 1 + 2 + 3 = 6 \\ 2 \cdot 1 + 2 - 3 = 1 \\ 3 \cdot 1 - 2 + 3 = 4 \end{cases} \quad (12)$$

Observação: Dizemos que a n -upla $(0, 0, \dots, 0)$ é chamada de solução trivial de um sistema linear homogêneo com n incógnitas e m equações.

Proposição 1. Se $\lambda \in \mathbb{R}$ e $(d_1, d_2, \dots, d_n)$ é uma solução da equação linear, então $(\lambda d_1, \lambda d_2, \dots, \lambda d_n)$ é uma solução da seguinte equação linear

$$\lambda a_1 x_1 + \lambda a_2 x_2 + \dots + \lambda a_n x_n = \lambda b \quad (13)$$

Prova: De fato

$$\lambda a_1 d_1 + \lambda a_2 d_2 + \dots + \lambda a_n d_n = \lambda(a_1 d_1 + a_2 d_2 + \dots + a_n d_n) = \lambda b \quad (14)$$

Proposição 2. Se $(d_1, d_2, \dots, d_n)$ é uma solução de ambas as equações lineares $a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = b$ e $a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + \dots + a'_n x_n = c$, então $(d_1, d_2, \dots, d_n)$ é uma solução da seguinte equação

$$(a_1 + a'_1)x_1 + (a_2 + a'_2)x_2 + \cdots + (a_n + a'_n)x_n = b+c \quad (15)$$

Agora enunciaremos um teorema fundamental que estabelece uma condição suficiente para garantir a existência de uma solução não trivial para um sistema linear homogêneo. A formulação desse teorema pode ser encontrada no livro *Um Curso de Álgebra Linear* (Coelho, Flávio Ulhoa; Lourenço, Mary Lilian, 2005 p.26), do autor Flávio Coelho, uma obra amplamente reconhecida por sua abordagem didática e rigor matemático. No entanto, no decorrer deste trabalho, não faremos uma exposição matemática desse resultado, apresentando demonstração e discutindo suas hipóteses; apenas o aplicaremos em sistemas lineares homogêneos no contexto de balanceamento de equações químicas em um capítulo posterior.

Teorema. Se o número de equações em um sistema linear homogêneo é menor que o número de incógnitas, então esse sistema admite uma solução não trivial.

4 METODOLOGIA

Este trabalho de conclusão de curso tem uma abordagem qualitativa de caráter analítico, baseada em uma revisão de literatura especializada nas áreas de Química e Matemática. O estudo busca compreender e descrever, de forma detalhada, a aplicação do método algébrico no balanceamento de equações químicas.

O balanceamento de equações químicas é um tema central no estudo das reações químicas, pois garante a correta proporção entre reagentes e produtos, respeitando o princípio da conservação da massa. No entanto, sua resolução exige um entendimento estruturado dos conceitos matemáticos que regem essas relações quantitativas. A partir da revisão bibliográfica, identificamos e sistematizamos uma abordagem algébrica que permite um tratamento mais preciso e generalizável desse processo, oferecendo uma alternativa ao método tradicional de tentativa e erro.

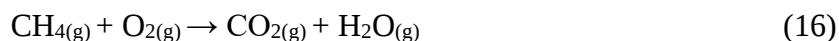
Por se tratar de um estudo qualitativo, a pesquisa não busca quantificar resultados, mas sim explorar, interpretar e discutir a aplicabilidade da abordagem algébrica no ensino do balanceamento de equações químicas, considerando sua relevância pedagógica e suas implicações para a aprendizagem dos estudantes.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

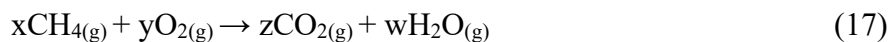
Neste capítulo do texto, apresentaremos exemplos de aplicações dos conceitos estudados na seção que tem por título Sistemas Lineares do capítulo de fundamentação teórica ao balanceamento de equações químicas.

5.1 Aplicações

A primeira reação química retirada do livro *Álgebra Linear com Aplicações* (Anton, Howard; Rorres, Chris, 2012 p. 78) foi a reação do metano com o gás oxigênio produzindo o dióxido de carbono e água, representada pela seguinte equação:



Dados $x, y, z, w \in \mathbb{R}$ tais que a equação química esteja balanceada, temos



Ao igualar o número de átomos de cada elemento presente nos reagentes com o número correspondente nos produtos, obtemos as seguintes igualdades

$$\text{Carbono (C)} \quad x = z \quad (18)$$

$$\text{Hidrogênio (H)} \quad 4x = 2w \quad (19)$$

$$\text{Oxigênio (O)} \quad 2y = 2z + w \quad (20)$$

Assim, chegamos no seguinte sistema linear homogêneo

$$\begin{cases} x + 0y - z + 0w = 0 & (\text{C}) \\ 4x + 0y + 0z - 2w = 0 & (\text{H}) \\ 0x + 2y - 2z - w = 0 & (\text{O}) \end{cases} \quad (21)$$

Como o sistema linear é homogêneo e possui um número maior de incógnitas que variáveis pelo teorema apresentado na seção de Sistemas Lineares existe uma solução não trivial. Aplicaremos aqui o método de escalonamento para obter soluções dos sistemas.

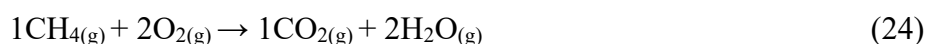
Substituindo a equação (H) pela soma da (C) multiplicada por -4 com (H), obtemos

$$\begin{cases} x + 0y - 0z + 0w = 0 & (C) \\ 0x + 0y + 4z - 2w = 0 & (H') \\ 0x + 2y - 2z - w = 0 & (O) \end{cases} \quad (22)$$

Trocando as equações (H') e (O), ficamos

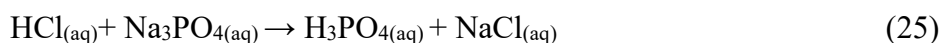
$$\begin{cases} x + 0y - 0z + 0w = 0 & (C) \\ 0x + 2y - 2z - w = 0 & (O) \\ 0x + 0y + 4z - 2w = 0 & (H') \end{cases} \quad (23)$$

Portanto, $x = z = \frac{1}{2}w$ e $y = w$, como w é um número real arbitrário tomando $w = 2$, obtemos $z = x = 1$ e $y = 2$. Assim

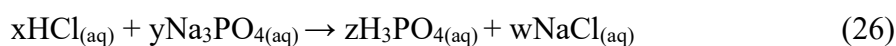


O que de fato torna a equação química balanceada.

A segunda reação química retirada do livro *Álgebra Linear com Aplicações* (Anton, Howard; Rorres, Chris, 2012 p. 80) foi a reação do ácido clorídrico com o fosfato de sódio, produzindo ácido fosfórico e cloreto de sódio representada pela equação química



Dados $x, y, z, w \in \mathbb{R}$ tais que a equação química esteja balanceada, temos



Ao igualar o número de átomos de cada elemento presente nos reagentes com o número correspondente nos produtos, obtemos as seguintes igualdades

$$\text{Hidrogênio (H)} \quad x = 3z \quad (27)$$

$$\text{Cloro (Cl)} \quad x = w \quad (28)$$

$$\text{Sódio (Na)} \quad 3y = w \quad (29)$$

$$\text{Fosforo (P)} \quad y = z \quad (30)$$

$$\text{Oxigênio (O)} \quad 4y = 4z \quad (31)$$

Pela proposição 1 apresentada na seção Sistemas lineares do capítulo dois as equações (P) e (O) possuem as mesmas soluções, e assim retirando do sistema linear a equação (O), temos

$$\begin{cases} x + 0y - 3z + 0w = 0 \text{ (H)} \\ x + 0y + 0z - w = 0 \text{ (Cl)} \\ 0x + 3y + 0z - w = 0 \text{ (Na)} \\ 0x + y - z + 0w = 0 \text{ (P)} \end{cases} \quad (32)$$

Substituindo a equação (Cl) pela soma da equação (H) multiplicada por -1 com a equação (Cl), obtemos

$$\begin{cases} x + 0y - 3z + 0w = 0 \text{ (H)} \\ 0x + 0y + 3z - w = 0 \text{ (Cl')} \\ 0x + 3y + 0z - w = 0 \text{ (Na)} \\ 0x + y - z + 0w = 0 \text{ (P)} \end{cases} \quad (33)$$

Trocando as equações (Cl') e (P), ficamos

$$\begin{cases} x + 0y - 3z + 0w = 0 \text{ (H)} \\ 0x + y - z + 0w = 0 \text{ (P)} \\ 0x + 3y + 0z - w = 0 \text{ (Na)} \\ 0x + 0y + 3z - w = 0 \text{ (Cl')} \end{cases} \quad (34)$$

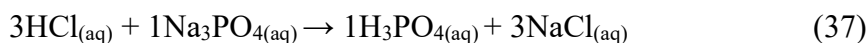
Substituindo a equação (Na) pela soma da equação (P) multiplicada por -3 com a equação (Na), chegamos

$$(35) \quad \begin{cases} x + 0y - 3z + 0w = 0 \text{ (H)} \\ 0x + y - z + 0w = 0 \text{ (P)} \\ 0x + 0y + 3z - w = 0 \text{ (Na')} \\ 0x + 0y + 3z - w = 0 \text{ (Cl)} \end{cases}$$

Por fim como as equações (Na') e (Cl') são iguais retirando do sistema a equação (Cl), obtemos

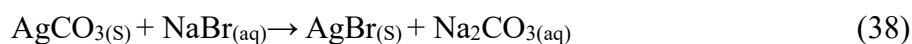
$$(36) \quad \begin{cases} x + 0y - 3z + 0w = 0 \text{ (H)} \\ 0x + y - z + 0w = 0 \text{ (P)} \\ 0x + 0y + 3z - w = 0 \text{ (Na')} \end{cases}$$

Portanto, $z = y = \frac{1}{3}w$ e $x = w$, como w é um número real arbitrário, tomando $w = 3$, temos $z = y = 1$ e $x = 3$ e assim chegamos

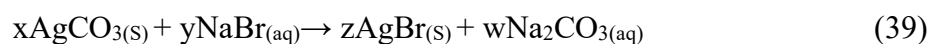


O que de fato torna a equação química balanceada.

Considere a seguinte equação química retirada do livro *Princípios de Química: Questionando a Vida Moderna e o Meio Ambiente* (Atkins, 2018 p. 91)



Dados $x, y, z, w \in \mathbb{R}$ tais que a equação química esteja balanceada, temos



Ao igualar o número de átomos de cada elemento presente nos reagentes com o número correspondente nos produtos, obtemos as seguintes igualdades

$$\text{Prata (Ag)} \quad 2x = z \quad (40)$$

$$\text{Carbono (C)} \quad x = w \quad (41)$$

$$\text{Sódio (Na)} \quad y = 2w \quad (42)$$

$$\text{Oxigênio (O)} \quad 3x = 3w \quad (43)$$

$$\text{Bromo (Br)} \quad y = z \quad (44)$$

Pela *proposição 1* apresentada na seção Sistemas lineares do capítulo três as equações (O) e (Br) possuem as mesmas soluções, e assim retirando do sistema linear a equação (O), temos

$$\begin{cases} 2x + 0y - z + 0w = 0 & (\text{Ag}) \\ x + 0y + 0z - w = 0 & (\text{C}) \\ 0x + y + 0z - 2w = 0 & (\text{Na}) \\ 0x + y - z - 0w = 0 & (\text{Br}) \end{cases} \quad (45)$$

Trocando as equações (C) e (Ag), obtemos

$$\begin{cases} x + 0y + 0z - w = 0 & (\text{C}) \\ 2x + 0y - z - 0w = 0 & (\text{Ag}) \\ 0x + y + 0z - 2w = 0 & (\text{Na}) \\ 0x + y - z + 0w = 0 & (\text{Br}) \end{cases} \quad (46)$$

Substituindo a equação (Ag) pela soma da equação (C) multiplicada por -2 com a equação (Ag), temos

$$\begin{cases} x + 0y + 0z - w = 0 & (C) \\ 0x + 0y - z + 2w = 0 & (Ag') \\ 0x + y + 0z - 2w = 0 & (Na) \\ 0x + y - z + 0w = 0 & (Br) \end{cases} \quad (47)$$

Trocando (Na) e (Ag'), chegamos

$$\begin{cases} x + 0y + 0z - w = 0 & (C) \\ 0x + y + 0z - 2w = 0 & (Na) \\ 0x + 0y - z + 2w = 0 & (Ag') \\ 0x + y - z + 0w = 0 & (Br) \end{cases} \quad (48)$$

Substituindo a equação (Na) pela soma da equação (Na) multiplicada por -1 com a equação (Br), ficamos

$$\begin{cases} x + 0y + 0z - w = 0 & (C) \\ 0x + y + 0z - 2w = 0 & (Na) \\ 0x + 0y - z + 2w = 0 & (Ag') \\ 0x + 0y - z + 2w = 0 & (Br') \end{cases} \quad (49)$$

Portanto, $y = z$, $x = w = \frac{1}{2}z$.

Como z é um número real arbitrário. Tomando $z = 2$, temos $z = y = 2$ e $x = w = 1$ e assim chegamos



5.2 Um breve Comentário

O método aqui apresentado é um formalismo matemático que possibilita a obtenção de uma solução exata para o balanceamento de equações químicas, dispensando a abordagem por tentativa e erro. Fundamentado em princípios matemáticos rigorosos, ele oferece um procedimento sistemático e preciso, garantindo coerência e confiabilidade na determinação dos coeficientes estequiométricos.

No entanto, é importante destacar que este método não tem a intenção de substituir os procedimentos tradicionalmente utilizados, como o balanceamento por tentativa e erro ou

pelo método das oxirreduções. Pelo contrário, ele se apresenta como uma alternativa complementar, especialmente vantajosa em situações que envolvem equações químicas mais complexas, nas quais os métodos convencionais podem se tornar excessivamente trabalhosos ou suscetíveis a erros.

Ao integrar ferramentas matemáticas ao ensino da Química, essa abordagem não apenas aumenta a precisão na obtenção dos coeficientes corretos, mas também reduz ambiguidades e otimiza o tempo necessário para resolver equações mais desafiadoras. Além disso, sua aplicação reforça a interconexão entre Matemática e Química, evidenciando como o raciocínio lógico-matemático pode ser um recurso valioso para a compreensão dos processos químicos. Dessa forma, o método contribui para o aprimoramento das práticas pedagógicas, promovendo uma aprendizagem mais estruturada e aprofundada.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo demonstrar a aplicação de conceitos fundamentais de sistemas lineares no balanceamento de equações químicas, destacando como o conhecimento matemático pode ser uma ferramenta poderosa para a resolução desse tipo de problema. Ao utilizar sistemas lineares homogêneos, buscamos apresentar uma abordagem alternativa e complementar aos métodos tradicionalmente empregados, oferecendo uma solução mais sistemática e precisa para o balanceamento de reações químicas.

A adoção dessa abordagem permitiu proporcionar um contato mais estruturado com conceitos matemáticos frequentemente abordados no ensino básico, mas que nem sempre são explorados de forma prática e aplicada. Ao revisitar esses conceitos dentro do contexto da Química, conseguimos reforçar a compreensão daqueles que já possuem familiaridade com sistemas lineares e, ao mesmo tempo, introduzir a teoria de maneira acessível para iniciantes. Dessa forma, este trabalho não apenas ensina uma técnica útil, mas também evidencia a interconexão entre diferentes áreas do conhecimento, incentivando uma visão interdisciplinar no ensino das ciências exatas.

Além disso, a utilização da álgebra linear no balanceamento químico proporciona vantagens significativas. O método tradicional de tentativa e erro, embora amplamente ensinado, pode ser ineficiente em reações mais complexas, tornando-se um processo demorado e sujeito a erros. A abordagem algébrica, por outro lado, oferece uma forma sistemática de resolver essas equações, garantindo maior precisão e confiabilidade na obtenção dos coeficientes estequiométricos. Assim, a matemática não apenas auxilia no ensino da Química, mas também aprimora a capacidade analítica dos alunos, incentivando um raciocínio lógico mais estruturado e aplicável a diversas situações científicas e tecnológicas.

Optamos por uma abordagem objetiva e direta, evitando um aprofundamento excessivo em discussões teóricas ou formalismos rigorosos, a fim de tornar os conceitos mais acessíveis. O foco principal foi demonstrar, de maneira clara e aplicada, como a matemática pode ser empregada para resolver problemas reais, como o balanceamento de equações químicas. Essa abordagem não apenas facilita a aprendizagem, mas também ressalta a importância da matemática na modelagem e compreensão de fenômenos químicos, tornando o ensino mais dinâmico e conectado com a realidade dos estudantes.

A aplicação prática dos conceitos apresentados foi ilustrada por meio de três exemplos de balanceamento de equações químicas, consolidando a relação entre teoria e prática. Além disso, este estudo abre caminho para novas investigações dentro dessa temática,

especialmente no que diz respeito à avaliação da generalização desse método. Uma questão relevante para pesquisas futuras seria investigar se todo balanceamento de equação química gera um sistema linear solúvel. Essa questão se relaciona com a existência de soluções viáveis dentro do conjunto dos números não negativos, visto que os coeficientes estequiométricos precisam respeitar essa condição para garantir um balanceamento químico válido.

Outro ponto que merece destaque para estudos futuros é a possibilidade de aplicar esse método no contexto educacional, avaliando sua eficácia na aprendizagem dos estudantes. Considerando que muitos alunos apresentam dificuldades tanto em Matemática quanto em Química, a introdução do balanceamento algébrico poderia contribuir para um ensino mais integrado e significativo. Estudos experimentais em salas de aula poderiam investigar a receptividade dos alunos a essa abordagem e medir seu impacto na compreensão dos conceitos envolvidos.

Por fim, este trabalho não apenas introduz uma abordagem alternativa para o balanceamento de equações químicas, mas também fomenta novas discussões sobre o tema, incentivando o aprofundamento em pesquisas futuras. Esperamos que essa conexão entre Matemática e Química contribua para um ensino mais integrado e eficaz, promovendo uma compreensão mais ampla das ferramentas matemáticas aplicadas aos fenômenos químicos. Dessa forma, reforçamos a importância da interdisciplinaridade no ensino de ciências exatas, demonstrando que a articulação entre diferentes áreas do conhecimento pode tornar a aprendizagem mais sólida, dinâmica e aplicável ao mundo real.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTON, Howard; RORRES, Chris. **Álgebra linear**: com aplicações. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

ATKINS, Peter; JONES, Loretta; LAVERMAN, Leroy. Princípios de química: questionando a vida moderna e o meio ambiente. 7. ed. Porto Alegre: Bookman, 2018.

COELHO, Flávio Ulhoa; LOURENÇO, Mary Lilian. **Um curso de álgebra linear**. 2. ed. São Paulo: Edusp, 2005.

FELTRE, Ricardo. **Química**: química geral. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2004. 1 v.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de matemática elementar**: sequências, matrizes, determinantes e sistemas. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013. 4 v.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.