UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS A. C. SIMÕES
INSTITUTO DE MATEMÁTICA - IM
CURSO MATEMÁTICA LICENCIATURA

FILIPE NICÁCIO DA SILVA

O TANGRAM E O ENSINO DE FRAÇÕES: CONSTRUINDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES PARA O 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

MACEIÓ - AL
2024

FILIPE NICÁCIO DA SILVA

O TANGRAM E O ENSINO DE FRAÇÕES: CONSTRUINDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES PARA O 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Profª Drª Thays Rayana Santos de Carvalho.
Coorientador: Prof. Dr. Diogo Carlos dos Santos

MACEIÓ - AL

2024

Catalogação na Fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecário: Betânia Almeida dos Santos – CRB-4 – 1548

S586t Silva, Filipe Nicácio da.
O tangram e o ensino de frações: construindo o ensino e aprendizagem de frações para o 6º ano do ensino fundamental / Filipe Nicácio da Silva. - 2024.
53 f. : il.

Orientadora: Thays Rayana Santos de Carvalho.
Coorientador: Diogo Carlos dos Santos.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática: Licenciatura) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Maceió, 2024.

Bibliografia: f. 52-53.

1. Frações – estudo e ensino 2. Números – história. 3. Tangram – método de aprendizgem. 4. Matemática. 5. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). I. Título.

CDU: 512.524:37

FILIPE NICÁCIO DA SILVA

O TANGRAM E O ENSINO DE FRAÇÕES: CONSTRUINDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES PARA O 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Colegiado do Curso de Graduação em Matemática da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Aprovado em 11 de Novembro de 2024.

BANCA EXAMINADORA:

gov.br Documento assinado digitalmente
THAYS RAYANA SANTOS DE CARVALHO
Data: 25/12/2024 09:28:29-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Thays Rayana Santos de Carvalho. Orientadora, UFAL.

gov.br Documento assinado digitalmente
DIOGO CARLOS DOS SANTOS
Data: 20/12/2024 10:10:37-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Diogo Carlos dos Santos. Orientador, UFAL.

gov.br Documento assinado digitalmente
ISNALDO ISAAC BARBOSA
Data: 16/12/2024 09:11:40-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa. Examinador, UFAL.

gov.br Documento assinado digitalmente
CARLOS GONCALVES DO REI FILHO
Data: 13/12/2024 09:34:16-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Carlos Gonçalves do Rei Filho. Examinador, UFAL.

Dedico este trabalho a todos os meus professores, desde o início da minha jornada educacional até os que me acompanham hoje. Agradeço o tempo e conhecimento que dedicaram a mim, permitindo que eu alcançasse a minha formação superior, um feito que muitos antes de mim não conseguiram. Espero que as futuras gerações saibam que é possível alcançar esse objetivo.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, pois sem Sua orientação e sabedoria, nada disso seria possível. Nos momentos difíceis, ele trouxe luz e colocou as pessoas certas em meu caminho. Graças ao Senhor, estou realizando um grande feito em minha vida, e aqueles que torcem por mim também estão contentes com esse sonho realizado.

Aos meus pais, agradeço por me incentivarem, pelo amor constante e pelo apoio essencial ao longo dessa minha trajetória. Sei que sem esses pilares, meus sonhos não seriam possíveis.

À minha esposa, Karina Kessya, que sempre me dá forças, companheirismo e compreensão. Durante o curso, enfrentamos várias preocupações e noites sem dormir juntos. Agradeço por toda a paciência, paz e compreensão que ela me proporcionou. Nesse período, vencemos várias adversidades lado a lado.

Quero expressar minha gratidão à minha orientadora, prof.ª Dr. Thays Rayana, e ao coorientador, prof. Dr. Diogo Carlos. Eles foram incrivelmente pacientes e habilidosos, sempre dispostos a cooperar. Desejo a ambos todo o sucesso do mundo e os levarei para o resto da vida como professores dedicados, apaixonados pelo que fazem.

Aos meus amigos, que em certos momentos nos reunimos para debater algumas dúvidas e resolver algumas atividades, esses momentos foram esclarecedores e importantes para mim. Ajudavam nas avaliações, e muitas vezes eu não entendia algumas coisinhas. No entanto, quando estudávamos as dúvidas, por mínimas que fossem, elas eram compreendidas. Por isso, sou muito grato a todos vocês, pois juntos alcançamos essa grande conquista na formação superior.

Aos meus professores de matemática, que foram fonte de inspiração para minha escolha profissional, o quão profissional foram! Seu amor pelo ensino fez com que a matemática, por mim, fosse admirada. Vocês ficaram marcados em minha vida e na vida de muitas outras pessoas.

A todos, os meus sinceros agradecimentos, principalmente àqueles que torceram pelo meu sucesso.

“Educação é um ato de amor, por isso, um ato de coragem”

Paulo Freire

RESUMO

Este estudo tem como objetivo traçar um caminho mais acessível para o ensino e a aprendizagem de frações, com foco nos alunos do 6º ano do ensino fundamental. O trabalho apresenta métodos para ensinar frações utilizando o tangram como recurso pedagógico concreto, uma ferramenta didática essencial e eficaz no ensino de matemática. Inicialmente, o estudo explora a história dos números fracionários, destacando suas origens no Egito Antigo e a importância dessas frações no desenvolvimento da civilização egípcia. Discute-se a relevância das frações nas divisões realizadas naquela época, aplicadas em áreas como engenharia, agricultura — especialmente na colheita de trigo —, e nas tecnologias desenvolvidas no período. Após detalhar a origem e a aplicação histórica das frações, o estudo avança para a análise das dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem desse tema. Por exemplo, as operações realizadas com números naturais não são tão intuitivas quando aplicadas ao conjunto dos números racionais, devido à necessidade de igualar denominadores. Além disso, muitos estudantes carregam dificuldades acumuladas de anos anteriores, o que agrava os desafios de compreensão. Para superar esses obstáculos, o uso de materiais pedagógicos tem se mostrado uma estratégia eficaz, facilitando o processo de ensino e aprendizagem ao permitir que as frações sejam representadas de forma prática e próxima do cotidiano dos alunos. Entre esses materiais, o tangram se destaca. Além de ser uma ferramenta versátil, sua história e construção também são exploradas no estudo. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) oferece diretrizes importantes sobre a estruturação do ensino de frações, destacando a necessidade de desenvolver habilidades e conceitos fundamentais em sala de aula para que os alunos adquiram um conhecimento sólido. O foco principal recai sobre o desenvolvimento das habilidades cognitivas dos estudantes, e os recursos pedagógicos utilizados reforçam os conceitos discutidos, estimulando a criatividade e a autonomia no processo de aprendizagem.

Palavras-chave: História dos números, Frações, Materiais pedagógicos, Tangram, Base Nacional Comum Curriculares (BNCC).

ABSTRACT

This study aims to pave the way for teaching and learning fractions, focusing on 6th-grade elementary school students. The work presents methods for teaching fractions using the tangram as a concrete pedagogical tool, an essential and high-quality didactic resource for mathematics education. Initially, the study explores the history of fractional numbers, highlighting their roots in Ancient Egypt and the importance of fractional numbers for the advancement of Egyptian civilization. It also addresses the origin of fractions, their relevance in the divisions made at that time, in engineering works, in agriculture—especially in wheat harvesting—and in the technologies developed during that period. After detailing the origin of fractions, we move forward to discuss the difficulties students face when learning fractions. For example, operations performed with natural numbers are not as intuitive in the set of rational numbers, as it is necessary to equalize denominators. Furthermore, many students carry accumulated difficulties from previous years. To overcome these obstacles, pedagogical materials prove to be effective tools, facilitating success in the teaching and learning process. They allow for the practical and everyday representation of fractions. Using the tangram, we explore a bit of its history and construction. The Brazilian National Common Curricular Base (BNCC) provides guidance on how to structure the teaching of fractions, emphasizing the development of skills and concepts in the classroom so that students acquire solid knowledge. The main focus is on students' cognitive skills, and the pedagogical resources employed reinforce all discussed concepts, stimulating students' creativity and autonomy.

Keywords: History of numbers, Fractions, Pedagogical materials, Tangram, Brazilian National Common Curricular Base (BNCC).

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho de conclusão de curso é voltado para o ensino e aprendizagem de frações no 6º ano do ensino fundamental. Ele aborda as dificuldades enfrentadas por professores e alunos na discussão desse tema e destaca a importância da utilização de materiais pedagógicos para facilitar o processo de ensino e aprendizagem de frações. Um desses materiais, utilizado como ferramenta pedagógica, é o tangram.

O trabalho foi orientado pelas seguintes questões: Quais são as dificuldades enfrentadas por professores e estudantes no ensino e aprendizagem de frações? Como os materiais pedagógicos podem ajudar nesse processo? Como o tangram pode ser utilizado no ensino de frações?

O tema escolhido, o tangram no ensino de frações, tem como objetivo utilizar o tangram como uma ferramenta pedagógica e motivadora para enfrentar as possíveis dificuldades apresentadas pelos estudantes ao tentar entender o conteúdo e pelos professores ao transmitirem esses ensinamentos. O tangram é um recurso didático valioso, pois proporciona uma abordagem concreta, visual e prática no ensino da matemática. Ele permite que os alunos explorem conceitos de forma dinâmica, estimulando o raciocínio lógico, a criatividade, a resolução de problemas e a compreensão de conceitos geométricos fundamentais. Além disso, o tangram favorece o aprendizado ativo e o engajamento dos alunos de maneira divertida e envolvente, sendo uma ferramenta excelente para facilitar a aprendizagem de conteúdos matemáticos desafiadores, como as frações.

A seguir, destacam-se algumas das principais vantagens do uso do tangram no ensino da matemática: exploração de conteúdo geométrico, desenvolvimento do conteúdo estratégico, estímulo à criatividade, aprendizado ativo e concreto, integração com outras áreas da matemática. além disso, o tangram favorece a criatividade, desafiando os alunos a formar figuras e a pensar de maneira estratégica. sua abordagem lúdica torna o aprendizado mais envolvente, promovendo uma aprendizagem ativa.

Além do tangram, existe outros materiais pedagógicos eficazes no ensino da matemática, como os blocos lógicos, que auxiliam na visualização de padrões e relações geométricas; o ábaco, que ajuda na compreensão das operações aritméticas básicas; e o geoplano, ideal para explorar conceitos de perímetro e áreas. ferramentas digitais, como o Geogebra, também são ótimas para visualização de figuras geométricas e experimentação matemática. todos esses recursos contribuem para uma abordagem mais prática, visual e dinâmica do ensino matemático. para o ensino de frações também existem outros materiais como dominó de frações, frações em barras, entre outros.

A assimilação de frações é de extrema importância, pois elas estão intimamente ligadas a outros conteúdos. A falta de compreensão das frações pode afetar o desempenho e o desenvolvimento dos estudantes em outros assuntos que as envolvem. Portanto, os alunos devem assimilar bem esse conceito e ser capazes de operá-lo em diversas situações.

No entanto, há uma grande necessidade de o estudante contornar as dificuldades encontradas e adquirir o máximo de conhecimento sobre frações em sua totalidade. Para isso, é fundamental ter planejamento e focar nos detalhes não compreendidos ou na desatenção do aluno.

Inicialmente, para alcançar o objetivo proposto, a pesquisa foi desenvolvida sob uma perspectiva qualitativa, utilizando-se vários artigos e a elaboração de atividades com o tangram, que podem ser trabalhadas e aplicadas aos estudantes do 6º ano do ensino fundamental.

O trabalho está dividido em referencial teórico nele contido os seguintes assuntos: A história das frações no antigo Egito, no qual conta o surgimento dos números e a necessidade da criação das frações; Dificuldades no ensino e aprendizagem das frações, onde é relatado as principais dificuldades e as possíveis soluções no ensino e aprendizagem de frações; A importância dos materiais manipuláveis na aprendizagem, trazendo materiais didáticos como ferramenta de aprendizagem e ensino; Tangram conta suas origens; BNCC; o ensino de frações no 6° ano, são dadas orientações de como agir na apresentação do tema fração ao aluno, como o aluno deverá ter um bom aproveitamento no decorrer do ensino e métodos utilizados, por fim metodologia, proposta de atividades com o tangram e considerações finais.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O ensino de frações tem sido uma parte fundamental da educação matemática ao longo da história, refletindo a complexidade e a importância desse conceito na compreensão dos números e das operações matemáticas. A história das frações revela uma evolução rica e diversificada, desde as primeiras civilizações que desenvolveram sistemas para representar partes de um todo até os métodos mais sofisticados empregados na matemática contemporânea. Este capítulo tem como objetivo explorar as diversas faces do ensino e da aprendizagem de frações, com um foco particular nos desafios que educadores e estudantes enfrentam nesse processo. Primeiramente, será apresentada uma breve revisão histórica das frações. Compreender essa evolução é crucial para contextualizar os métodos e práticas pedagógicas atuais, bem como para reconhecer a profundidade e a universalidade do conceito de fração.

Em seguida, o capítulo discutirá as dificuldades comuns no ensino e na aprendizagem de frações. Estudos mostram que muitos alunos apresentam barreiras significativas ao entender e manipular frações, o que pode afetar negativamente seu desempenho em matemática de forma geral. Para enfrentar esses desafios, a utilização de materiais concretos tem se mostrado uma estratégia eficaz. Um exemplo notável é o tangram, um antigo quebra-cabeça chinês que pode ser utilizado para ensinar frações de maneira lúdica e visual. Através do tangram, os alunos podem explorar conceitos de parte e todo, equivalência e comparação de frações de forma tangível e envolvente. Este capítulo examinará como o tangram pode ser integrado ao ensino de frações, proporcionando aos alunos uma compreensão mais profunda e intuitiva do tema.

Por fim, será analisada a abordagem das frações nos documentos oficiais, com ênfase na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A BNCC estabelece diretrizes claras para o ensino de frações em diferentes etapas da educação básica, enfatizando a importância de uma progressão coerente e articulada dos conceitos ao longo dos anos escolares. Este capítulo discutirá como os objetivos e competências relacionadas às frações são apresentados na BNCC, bem como as implicações para a prática pedagógica e o desenvolvimento curricular.

Ao longo deste capítulo, será fornecida uma visão abrangente e crítica do ensino de frações, abordando desde suas raízes históricas até as práticas pedagógicas atuais e as diretrizes curriculares. Espera-se que essa revisão de literatura contribua para uma melhor compreensão dos desafios e oportunidades no ensino de frações, fornecendo subsídios teóricos e práticos para educadores e pesquisadores na área de educação matemática.

2.1 A história das frações no antigo Egito

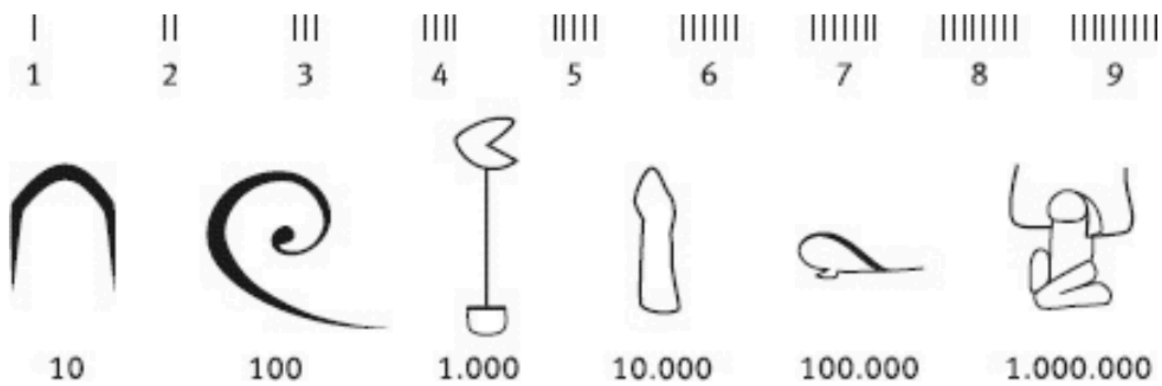
Aproximadamente 450 a.C., o historiador grego Heródoto esteve no Egito antigo, onde conheceu monumentos antigos, sacerdotes e admirou o Nilo e tudo aquilo construído a anos. Os fatos vivenciados tornaram-se uma das pedras fundamentais na narrativa histórica do Egito antigo. Falando em matemática, Heródoto afirmava que a geometria teve suas origens no Egito, uma vez que havia a necessidade de remarcar terras depois das enchentes do Nilo. Um século após, Aristóteles tocou no mesmo assunto, dando importância a geometria egípcia e a existência de sacerdotes egípcios. Acredita-se que o desenvolvimento da matemática tem relações com os esticadores de corda ou conhecidos como os demarcadores de terras ou pode-se atribuir aos sacerdotes e filósofos (Boyer; Merzbach, 2012).

Alguns pesquisadores do século dezenove esbarraram em algumas dificuldades, a história da matemática no Egito antigo, a principal dificuldade era a falta de habilidade de ler os materiais existentes e uma outra dificuldade era a escassez de manuscrito que por sua vez usavam a escrita hieroglífica com variação ideográfica para hierática (Boyer; Merzbach, 2012).

Apesar das descobertas dos textos hieróglifos e dos estudos, não foi possível desvendar a numeração egípcia, naquele instante não foram produzidos materiais matemáticos. Na segunda metade do século dezenove alguns aspectos mudaram, ou seja, o antiquário escocês Henry Rhind adquiriu um rolo de papiro em Luxos, medindo 0,30m de altura e 5m de comprimento. O papiro em questão ficou conhecido como papiro de Rhind ou de Ahmes, em homenagem ao escriba que o copiou em torno de 1650 a.C. O escriba detalha que o papiro é originário do reino do meio por volta de 2000 a 1800 a.C. Escrito em hierático é considerado a fonte principal dos conhecimentos matemáticos do Egito antigo, outro importante papiro encontra-se no museu Moscou o Pushkim Museum of Fine Arts, o papiro de Galenishchev, foi comprado em 1893, tem cerca de 5m de comprimento, porém possui a quarta parte de largura do papiro de Ahmes, foi escrito por um desconhecido, aproximadamente em 1890 a.C. Nele encontram-se vinte e cinco exemplos, a maioria dos exemplos são do cotidiano egípcio. Há um terceiro papiro que está localizado em Londres, o papiro da décima segunda dinastia, o Kahun, o papiro de Berlim, outras duas tábuas, um pouco mais antigas, são duas tábuas de madeira de cerca de 2000 a.C. Um rolo de couro, nesse rolo temos uma lista de frações, boa parte dessa pesquisa foi decifrado em menos de 100 anos após o falecimento de Champollion (Boyer; Merzbach, 2012).

De acordo com Boyer e Merzbach (2012), Chapollion e seus amigos decifraram o que havia em tumbas e monumentos, a escrita hieroglífica egípcia foi desvendada a partir de suas descobertas, sendo assim a escrita hieroglífica, tão antiga quanto as pirâmides, é datada aproximadamente 5000 anos atrás. Foram usados símbolos diferentes para potências de dez, por exemplo: um traço na vertical representava uma unidade, já um V ao contrário representava 10 unidades, um laço bem parecido com a letra C representava 100 unidades, uma flor de lótus 1.000 unidades, um dedo dobrado representava 10.000 unidades, um peixe representava 100.000, por fim um homem ajoelhado representava 1.000.000 unidades, números bem maiores que 100.000 foram escritos em pedras, madeiras e outros materiais. Veja na Figura 1, como são escritas as potências de dez.

Figura 1: Símbolos em Hieróglifos



Fonte: Roque (2012).

Segundo Boyer e Merzbach (2012), os dígitos menores vinham à esquerda, poderiam vir dispostos na vertical, os símbolos eram entalhados com orientação invertida, por exemplo de modo que o laço poderia ser escrito para direita como para esquerda. A escrita egípcia demonstra uma ligação com os números do presente, um museu em Oxford tem um cetro real de mais de 5000 anos, onde aparece um registro de 120.000 prisioneiros e 1.422.000 cabras capturadas. Os egípcios eram precisos no contar e medir. O desenvolvimento do calendário solar é um bom exemplo de como os egípcios dominavam os números, sem falar nas pirâmides que demonstra um grau de precisão elevado em suas construções, como é escrito o valor de 1.422.000 cabras descrito abaixo na figura 2, escrita hieroglífica.

Figura 2: O número 1.422.000 na escrita hieroglífica.

Fonte: adaptado de Roque (2012).

Ou seja, 1.000.000 + 100.000 + 100.000 + 100.000 + 100.000 + 10.000 + 10.000 + +1.000 + 1.000 = 1.422.000.

As frações têm uma longa história de uso na matemática, e o Antigo Egito desempenhou um papel significativo no desenvolvimento e na aplicação das frações na antiguidade. Aqui apresentamos uma breve visão geral da história das frações no Antigo Egito. As frações eram essenciais para os egípcios devido à sua dependência do rio Nilo e às inundações anuais que ocorriam. Os egípcios precisaram medir áreas de terra para fins de tributação e agricultura, e isso levou ao desenvolvimento de frações como uma ferramenta matemática para representar partes de detalhes.

Conforme Roque (2012), os egípcios usavam as frações representando-as por símbolos totalmente diferentes dos apresentados anteriormente, na época existiam dois tipos de frações.

> As frações comuns eram representadas por símbolos próprios, escritos em hierático e hieróglifo, como $\frac{1}{2}$ (fração representada por , em hieróglifo); $\frac{2}{3}$ (representada por); além de $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$. As outras eram escritas colocando-se um marcador em forma oval (em hieróglifo) em cima do que constituiria, hoje, o denominador. Ou seja, eram obtidas escrevendo os números inteiros com um oval em cima. Por exemplo, $\frac{1}{7}$ seria escrito com a oval sobre sete barras verticais: (Roque, 2012, p. 74).

Logo, as frações foram obtidas escrevendo os números e acima o símbolo oval, por exemplo $\frac{1}{7}$ é escrito da seguinte forma . Ou seja, essa fração é do tipo $\frac{1}{n}$, com o numerador unitário.

O símbolo oval não possui o mesmo significado de “numerador” tão popular na atualidade. Os egípcios não tinham ideia de numerador. No nosso caso, o numerador indica quantas partes é levado em consideração, ou seja, quantas partes é tomada de uma subdivisão em um dado número de partes. Em outras palavras, o símbolo oval indica uma distribuição em n partes iguais, considerando uma subdivisão por n partes iguais. Por exemplo: se n pessoas levasse $\frac{1}{n}$ de algo qualquer, então distribuindo algo por n pessoas, cada uma ficará com $\frac{1}{n}$ dessa coisa, o que foi dividido estaria completo com todas suas partes. Há um certo abuso dizer que, na representação egípcia, o número 1 é "numerador", o mais adequado é que essa fração egípcia representa o inverso dos números (Roque, 2012).

Considere abaixo um exemplo de como eram feitas as divisões no antigo Egito:

> Suponhamos que uma pessoa deseje repartir a quantidade de grãos contida em cinco sacos de cevada por oito pessoas. Começamos por imaginar que, se tivéssemos quatro sacos, cada pessoa deveria receber a metade de cada saco. Sendo assim, como são cinco sacos, cada pessoa deve receber, no mínimo, a metade de cada saco, ou seja, $\frac{1}{2}$. Fazendo isso, sobrará um saco, que pode ser dividido pelas oito pessoas, cada uma recebendo mais $\frac{1}{8}$ desse saco, como na Ilustração 8. Podemos dizer, então, que o resultado da divisão de 5 por 8 é $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$. Logo, esse resultado, enunciado como uma soma de frações de numerador 1, expressa o modo como a divisão foi realizada (Roque, 2012, p. 29).

Levando em consideração Roque (2012), representando esses exemplos acima de soma de frações unitárias, tem-se que a soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ é igual a $\frac{5}{8}$, ou seja, cada meio saco deve ser dividido em quatro, com o objetivo de somar frações com denominador igual. Podemos ver que esse procedimento, da divisão egípcia, é realizado por etapas. Logo, tomando outro exemplo: vamos dividir 15 coisas por 20 pessoas, primeiramente vamos dividir cada coisa pela metade, ficando assim com 30 (15 x 2) coisas pela metade. Dessas 30 coisas, distribuímos cada metade a 20 pessoas, restando 10 metades (30 – 20 = 10). Agora com 10 metades dividimos cada metade da coisa por 2, temos agora que cada metade das 10 metades foram divididas por dois, resultando em 10 x 2 = 20 pedaços da coisa, ou seja, cada pessoa recebeu $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ que resulta em $\frac{1}{4}$. Com isso, cada um recebeu $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{15}{20}$.

De acordo com Boyer e Merzbach (2012), percebe-se que os egípcios possuíam frações, que nos dias atuais a notação seria $\frac{m}{n}$. Essas frações eram feitas de forma selecionada e justapondo-se frações que, adicionadas, chegavam ao valor determinado. Concluímos então que mesmo com as suas limitações aritméticas, o desenvolvimento da matemática teve uma grande colaboração dos egípcios, eles desenvolveram técnicas sofisticadas para época, ficando nítida a forma detalhada das operações feitas por eles. Vejamos como converter nossas frações em frações egípcias, queremos converter $\frac{7}{8}$ como uma soma de frações de numerador 1 a partir da técnica apresentada em Roque (2012). Primeiro,

(i) Inverto $\frac{7}{8}$ obtendo $\frac{8}{7}$.

(ii) Considero o maior inteiro mais próximo de $\frac{8}{7}$ (como $1 < \frac{8}{7} < 2$, logo o maior inteiro é 2).

(iii) $\frac{1}{2} < \frac{7}{8}$ é a maior fração com numerador 1 e menor que $\frac{7}{8}$.

(iv) Agora, ou seja, $\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{3}{8}$.

(v) Repito todo o processo anterior para $\frac{3}{8}$.

i. Inverto $\frac{3}{8}$, obtendo $\frac{8}{3}$.

ii. Considero o maior inteiro mais próximo de $\frac{8}{3}$ (como $2 < \frac{8}{3} < 3$, logo o maior inteiro é 3).

iii. $\frac{1}{3} < \frac{3}{8}$ é a maior fração com numerador 1 e menor que $\frac{3}{8}$.

iv. Agora $\frac{3}{8} - \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$, ou seja, $\frac{3}{8} = \frac{1}{3} + \frac{1}{24}$

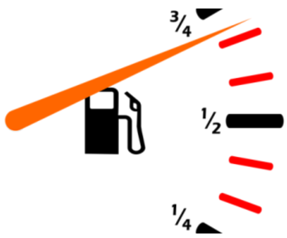
v. Por fim $\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{24}$ é a representação que procurávamos.

As operações atribuídas à matemática egípcia são conhecidas principalmente através de métodos empíricos baseados em tentativa e erro. No entanto, a partir dos conhecimentos adquiridos com essas práticas egípcias, hoje possuímos operações matemáticas mais refinadas, especialmente no que diz respeito às frações. Isso não significa que a abordagem egípcia não possuía elementos científicos; no entanto, carecia de universalidade e eficiência nas práticas operacionais. Por exemplo, na divisão de frações, eram necessárias sucessivas subdivisões, um processo tedioso e repetitivo. Apesar disso, esses métodos foram fundamentais para o desenvolvimento posterior de operações matemáticas mais rápidas e diretas que temos atualmente. Devemos atribuir aos egípcios o mérito pelo progresso inicial nesse campo.

2.2 Dificuldades no ensino e na aprendizagem de frações.

As frações desempenham um papel significativo em vários aspectos de nossa vida cotidiana, como em receitas de bolos, escalas de mapas, mostradores de combustível de carros, construção civil e cálculos escolares relacionados a porcentagens, razões e proporções. No entanto, muitas vezes, seu uso passa despercebido em situações cotidianas. Nas escolas, nota-se, entretanto, uma ênfase excessiva na abordagem dos símbolos quando se trata do ensino de frações. Muitos educadores ainda utilizam estratégias tradicionais, o que pode tornar a aprendizagem desinteressante, pois se distancia da realidade vivida pelos alunos

Figura 3: Mostrador de combustível.

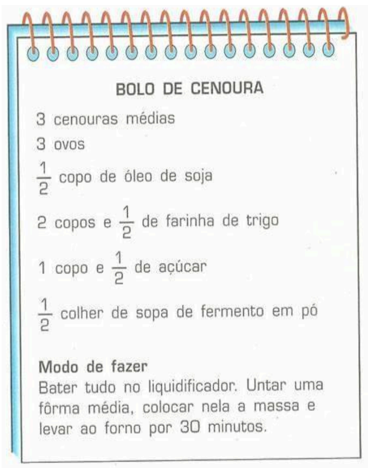


Fonte:https://portalauto.com.br/manutenção

Figura 4: Mapa do Brasil.

Fonte:https://blogdoenem.com.br/escala-cartográf

Figura 5: Receita de bolo de cenoura.


BOLO DE CENOURA

3 cenouras médias
3 ovos
$\frac{1}{2}$ copo de óleo de soja
2 copos e $\frac{1}{2}$ de farinha de trigo
1 copo e $\frac{1}{2}$ de açúcar
$\frac{1}{2}$ colher de sopa de fermento em pó

Modo de fazer
Bater tudo no liquidificador. Untar uma fôrma média, colocar nela a massa e levar ao forno por 30 minutos.

Fonte:http://arquivoabc.blogspot.com/p/fracoes.html

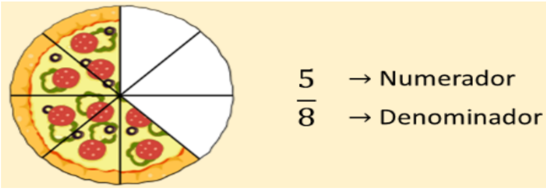
Na perspectiva de Perlin et al. (2015), às dificuldades no aprendizado de frações acarretam prejuízos na assimilação de novos conhecimentos científicos. Consequentemente, o estudante pode não adquirir as ferramentas necessárias para dar continuidade ao desenvolvimento da aprendizagem, comprometendo sua capacidade de assimilar e produzir novos conhecimentos científicos. As pesquisas destacam a fragilidade no ensino de frações. Essa fragilidade, observada principalmente nas fases iniciais da educação da criança, persiste ao longo da vida estudantil, impactando o ambiente escolar. Diante disso, a atenção à forma de transmissão do conteúdo torna-se fundamental, uma vez que assumimos o compromisso de formar cidadãos desde os primeiros anos escolares.

Devido à percepção de dificuldade em manipulá-las, as frações frequentemente não são estudadas com entusiasmo por alunos, pois muitas pessoas não sabem como calculá-las. Isso ocorre comumente entre estudantes nos primeiros anos de ensino. A falta de prática e interesse em relação às frações é uma das principais razões apontadas pelos estudantes, que enfrentam dificuldades com conceitos, metodologias de ensino e a distinção entre números inteiros e racionais durante a divisão. Essas dificuldades são agravadas pelo déficit de aprendizagem de anos anteriores.

Além disso, a aversão à matemática é amplificada por experiências passadas, contribuindo para o desânimo dos estudantes. Ao começarem as aulas, é comum ouvirmos dos estudantes expressões como “essa atividade envolve frações”, evidenciando que o tema é encarado de maneira desagradável. Muitos sequer tentam compreender a dinâmica das frações, consolidando assim o ciclo de desinteresse e dificuldade no aprendizado matemático (Cavalieri, 2005).

Segundo Cunha (2021), quando o aluno inicia o estudo de números fracionários, já possui familiaridade com o conjunto dos números naturais. Dessa forma, alguns procedimentos e conceitos são compartilhados com os números racionais, como exemplo a compreensão das operações gera certa confusão ao tentar aplicar o aprendizado adquirido nos números naturais aos números racionais. O principal desafio consiste em apresentar esse novo conjunto e as novas formas de operar com os números racionais, nesse sentido surgem desafios ao lidar com esse conjunto, começando com representações visuais, como o exemplo de uma pizza de calabresa dividida em oito pedaços, dos quais três foram consumidos e outros cinco pedaços não. A organização das frações em termos de denominador e numerador também pode causar confusão, assim como a compreensão de conceitos como percentuais, especialmente quando o denominador é 100. Além disso, a introdução de números decimais, representados por vírgulas, adiciona complexidade.

Figura 6: pizza



Fonte:https://escolaeducacao.com.br/plano-de-aula-fracao-5o-ano-ensino-fundamental

Nomenclaturas específicas, como meio, dois terços, um quarto, vinte e cinco por cento, entre outras, podem ser fontes adicionais de desafio para os alunos. Outro símbolo que frequentemente é de difícil entendimento é a representação de uma fração $\frac{a}{b}$ com "b ≠ 0", indicando que a divisão envolve números inteiros com o denominador diferente de zero (Cunha, 2021).

Nas escolas brasileiras, o ensino de frações tem início no 5º e 6º anos do ensino fundamental. A princípio, são introduzidos algoritmos de operação, o que torna a compreensão difícil. De acordo com Monteiro e Groenwald (2014), nos anos iniciais do ensino de frações, deve-se primeiro operar com frações que possuem denominadores iguais para, posteriormente, amadurecer a ideia de denominadores diferentes. No entanto, é importante ressaltar que o aprendizado do mínimo múltiplo comum (MMC) muitas vezes não é dominado pelos alunos.

Na opinião de Silva e Almouloud (2008), os números fracionários com o mesmo denominador são de fácil compreensão. No entanto, a preocupação dos educadores reside nos números fracionários com denominadores diferentes. Por esse motivo, surge a ideia de que eles pertencem a grupos distintos de frações, tais como os grupos dos quintos, sétimos, nonos, entre outros. Assim, há a necessidade de transformar, por exemplo, dois terços no grupo dos nonos, isto é, no mesmo denominador. Para realizar essa transformação de denominadores diferentes em denominadores iguais, é necessário utilizar o mínimo múltiplo comum (MMC). No entanto, a multiplicação de denominadores para obter frações equivalentes pode ser o processo mais compreensível para a ação operatória.

Para Monteiro e Groenwald (2014), os erros comuns de soma e subtração de frações acontecem, porque estudantes somam independentemente numeradores e denominadores, uma vez que já estudaram o algoritmo da multiplicação de frações e com isso copiam esse algoritmo para soma e subtração de frações. Já Llinares e Sánches (1988) relatam que muitos estudantes familiarizados com o conjunto dos números naturais, acabam trazendo algoritmos da soma e subtração dos números naturais para os números racionais, ou seja, dada a fração $\frac{2}{5}$, eles operam o número 2 e o número 5 de forma independente.

De acordo com Perlin et al. (2015), o ensino de frações é crucial para o desenvolvimento de conceitos e métodos eficazes na aprendizagem de números racionais. É essencial abordar o tema das frações, integrando experiências concretas vivenciadas pelos alunos. Assim, busca-se atender à necessidade de proporcionar uma explicação tangível, garantindo que o conteúdo esteja adequadamente relacionado com o tópico discutido em sala de aula.

De acordo com Walle (2009), é essencial que os estudantes compreendam que qualquer material pode ser subdividido em partes iguais para facilitar a introdução do conceito de frações. Existem várias ideias importantes a serem consideradas no estudo das frações:

Frações representam segmentos iguais de um todo, permitindo que qualquer objeto seja dividido em partes iguais.

Cada parte fracionada recebe um nome específico, diretamente relacionado ao todo.

Quanto mais partes um todo é dividido, menores serão esses segmentos.

O denominador de uma fração indica em quantas partes o todo foi dividido, enquanto o numerador mostra quantas dessas partes estão sendo consideradas.

Frações equivalentes representam o mesmo valor, mesmo que escritas de formas diferentes.

Esses conceitos são fundamentais para que os estudantes desenvolvam uma compreensão robusta das frações e de como elas podem ser aplicadas

Conforme Jesus (2013), o conceito de parte/todo é comumente ilustrado por figuras geométricas que simbolizam uma ou mais partes iguais de uma unidade. Por outro lado, o quociente representa a divisão de um número inteiro por outro número inteiro, com o objetivo de obter um número decimal. Ao contrário do anterior, a razão envolve uma comparação entre duas grandezas no ensino de frações, sendo que o operador desempenha a função de transformação na fração.

Embora o tema das frações seja abordado nas escolas, é crucial que os professores proporcionem aos alunos experiências significativas, visando aprimorar a compreensão dos números racionais. O ensino deve ter como meta diretrizes que habilitem os alunos a estabelecerem conexões entre os números racionais e fracionários. Nesse contexto, o ensino de frações é considerado fundamental na formação do cidadão, isto é, na pessoa envolvida no processo de aprendizagem nos anos iniciais, no ensino médio e no superior. Nestes níveis, observa-se uma grande dificuldade na assimilação do conteúdo, resultando em um entendimento aquém do esperado em relação aos números racionais.

É essencial que os estudantes compreendam o significado da linguagem fracionária, pois isso abre um horizonte de entendimento e compreensão do cotidiano. Os professores devem buscar métodos de ensino que conectem as frações à vida prática dos alunos, permitindo que percebam a importância do aprendizado desse conceito matemático. Ao fazer isso, a aprendizagem das frações se torna mais envolvente e relevante para os alunos, contribuindo para um maior interesse e compreensão do tema (PCN, 1997).

É imperativo que os educadores adotem abordagens que vinculem o ensino de frações ao contexto real, proporcionando uma aprendizagem mais envolvente e aplicada. Ao fazer isso, os estudantes serão capazes de abrir horizontes de entendimento e compreensão sobre como as frações desempenham um papel crucial em suas vidas diárias. Dessa forma, poderão reconhecer a importância do aprendizado de frações como uma ferramenta valiosa para enfrentar desafios práticos e tomar decisões informadas ao longo de suas jornadas educacionais e profissionais (PCN,1997).

2.3 A importância dos materiais manipuláveis na aprendizagem.

Na matemática, predominam quase unanimemente fórmulas e regras, evidenciando que, para muitos, a matemática se resume à memorização de fórmulas e regras (Nacarato; Mengali; Passos, 2011). No entanto, existem ferramentas didáticas disponíveis para auxiliar o professor no desenvolvimento do ensino, bem como para apoiar o aluno no processo de aprendizagem em sala de aula. Essas ferramentas recebem diversos nomes, como material didático, recurso didático, material concreto ou material manipulável. Tais recursos são empregados pelos educadores para orientar o aprendizado. De acordo com Lorenzato (2009), os materiais manipuláveis são recursos utilizados pelos professores como instrumentos no processo de ensino-aprendizagem. Para o autor, o recurso didático nunca ultrapassa a categoria de instrumento auxiliar de ensino e aprendizagem, constituindo-se como uma alternativa ao alcance tanto do professor quanto do aluno (Lorenzato, 2009).

Recursos didáticos podem assumir diversas formas, desde simples embalagens até livros, vídeos, calculadoras, computadores, jogos, entre outros. Essa ampla variedade de recursos, alinhada ao processo de ensino e aprendizagem, abrange diversas formas de apresentação, capturando a atenção e concentração dos estudantes. É importante destacar que o recurso didático, por si só, não garante a aprendizagem. Conforme observado por Lorenzato (2009), o aluno deve colocar em prática o que é exposto em sala de aula, e a atividade mental deve ser otimizada. Os materiais pedagógicos são considerados instrumentos eficazes para conduzir o ensino, contudo, seu uso não deve ser indiscriminado; ao contrário, deve ser adaptado às necessidades específicas dos estudantes.

De acordo com Lorenzato (2006), a discussão sobre materiais manipuláveis começou no Brasil na década de 1920. Entretanto, foi somente em 1990 que esses recursos foram efetivamente introduzidos como instrumentos didáticos, particularmente no ensino de matemática. Documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e o Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) enfatizam a importância desses materiais no processo de ensino e aprendizagem para os jovens. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) assume que o ensino e aprendizagem estão profundamente ligados à compreensão; nesse sentido, a apresentação de conceitos matemáticos através de objetos manipuláveis, como malhas quadriculadas, ábacos, calculadoras, jogos, entre outros, é crucial. Esses materiais didáticos desempenham um papel significativo na facilitação da compreensão de conceitos matemáticos. No entanto, é essencial que tais materiais estejam conectados ao cotidiano dos estudantes e promovam a reflexão e integração, fundamentais para formalizar o ensino da matemática.

Quando abordamos os materiais manipuláveis, diversas definições podem ser consideradas. Por exemplo, esses materiais são ferramentas que possibilitam a sensação, manipulação, montagem e contato direto. Ou ainda, podem ser compreendidos como objetos concretos úteis como instrumentos no processo de ensino e aprendizagem. O autor mencionado classifica os materiais manipuláveis em dois grandes grupos:

Materiais manipuláveis estáticos são objetos concretos cuja estrutura permanece inalterada durante a manipulação. Ao utilizar esses materiais, é importante que o educador esteja atento para extrair as propriedades subjacentes aos conceitos trabalhados. Alguns exemplos desses materiais incluem o Ábaco, utilizado para representar números e realizar operações aritméticas; as Barras de Cuisenaire, compostas por peças coloridas que representam valores e são ideais para o ensino de frações; o Geoplano Espacial, um plano com pinos que permite aos estudantes construir figuras geométricas e entender conceitos como área e perímetro; e o Tangram Quadrado, um quebra-cabeça com sete peças de origem chinesa que desenvolve habilidades geométricas e raciocínio lógico, especialmente quando aplicado ao estudo de frações, ampliando as possibilidades de ensino e aprendizagem.

Por outro lado, materiais manipuláveis dinâmicos são objetos concretos cuja estrutura física pode ser modificada pela manipulação. A partir dessas mudanças físicas, é possível extrair as propriedades resultantes das alterações no objeto. Alguns exemplos desses materiais incluem os Blocos Unifix, cubos interligados úteis para ensinar contagem, adição e subtração, permitindo que os estudantes visualizem as operações matemáticas; o Lego e o K'nex, materiais de construção que exploram conceitos geométricos, padrões e proporções, permitindo que os alunos criem formas e resolvam problemas matemáticos usando blocos coloridos; e os Pedaços Magnéticos, peças magnéticas semelhantes a ímãs, frequentemente usadas em quadros brancos para representar números e sequências (Camacho, 2012).

Os materiais manipuláveis são muito importantes no ensino da Matemática, principalmente em métodos que tornam o aprendizado mais concreto e visual. Eles ajudam os alunos a entender conceitos difíceis, tornando-os mais fáceis de aprender. Abaixo estão alguns dos materiais mais usados no ensino da Matemática:

Blocos Lógicos: São peças com formas geométricas diferentes (como quadrados, triângulos, círculos) e cores variadas. Cada peça representa um conceito matemático, como números e operações (FALZETTA,1998).

Ábaco: Um instrumento com contas dispostas em barras ou fios, usado para ensinar operações básicas de aritmética (AZEVEDO, 2009).

Tangram: Um quebra-cabeça formado por sete peças geométricas, que podem ser reorganizadas para formar diferentes figuras (FRANZONI e FLEURY,1999).

Geoplano: Uma placa com pinos ou estacas onde elásticos podem ser esticados para formar diferentes figuras geométricas (SABBATIELLO,1967).

Cubos e Blocos de Construção (como LEGO): Blocos de diferentes tamanhos e cores que podem ser montados para formar diversas construções (MIRANDA,2017).

Materiais dourados: O Material Dourado é um recurso pedagógico utilizado na educação infantil. Ele consiste em peças de madeira douradas que representam unidades, dezenas, centenas e milhares. Essas peças ajudam as crianças a entender conceitos de matemática de forma prática e visual (SANTOS,2015).

Torre de Hanoi: O jogo é composto por uma base com três pinos dispostos verticalmente. No primeiro pino, há uma sequência de discos, organizados em ordem crescente de diâmetro, do menor para o maior, de cima para baixo. O objetivo é mover todos os discos para o último pino, usando o pino central como apoio, sempre respeitando a regra de que um disco maior nunca pode ficar sobre um disco menor durante a transferência (FERREIRO,1991).

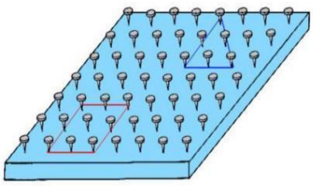
Figura 7: Ábaco.

Fonte:https://escolaeducacao.com.br/abaco/

Figura 8: Barra de Cuisenaire

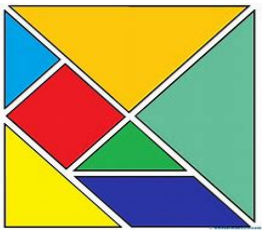
Fonte:https://www.noveduc.pt/product/barras-cuisenaire

Figura 9: Geoplano espacial



Fonte:https://praticandomatematica1.blogspot.com

Figura 10: Tangram Pitagórico

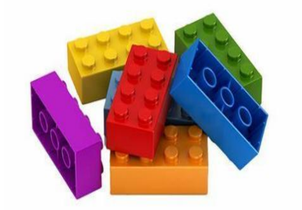


Fonte:https://segundomon.blogspot.com/2018/01/tangra

Figura 11: Blocos Unifix.

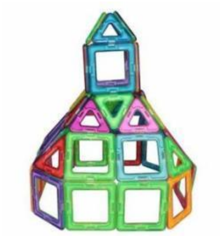
Fonte: http://www.runningforautism.com

Figura 12: O Lego e o K’nex.



Fonte: https://www.pngall.com/lego-png/download/52858

Figura 13: Pedaços Magnéticos.



Fonte:https://www.facilnegocio.com.br/utilidades/bebe/formas-magnetica

Conforme destacado por Camacho (2012), os materiais manipuláveis são designados como estruturados devido à sua organização que conduz a criança ao aprendizado e desenvolvimento por meio dos sentidos e da manipulação. Isso envolve a promoção do raciocínio matemático, tornando esses materiais lúdicos, intuitivos e dinâmicos, além de contar com o suporte físico e a orientação oferecida pelo educador aos educandos. Um exemplo disso é a compreensão e formalização de assuntos abstratos, os quais são conduzidos pelo professor.

Compreendendo a importância destacada sobre o uso adequado de materiais manipuláveis na educação matemática, especialmente nas séries iniciais, o uso desses materiais pode, de fato, desempenhar um papel crucial no desenvolvimento do entendimento matemático dos estudantes. Ao utilizar materiais manipuláveis, os professores têm a oportunidade de tornar os conceitos matemáticos mais tangíveis e acessíveis aos alunos. Isso é particularmente crucial nas séries iniciais, onde os estudantes estão desenvolvendo suas habilidades cognitivas e muitas vezes têm dificuldade em compreender conceitos abstratos.

O fato de você destacar que o professor deve ter uma compreensão adequada de como utilizar esses materiais é fundamental. A formação e a orientação prévia são essenciais para garantir que os materiais manipuláveis sejam incorporados de maneira eficaz no processo de ensino. O professor precisa saber como integrar esses recursos didáticos de forma a promover a compreensão conceitual, em vez de simplesmente utilizá-los como uma atividade isolada. O uso correto de materiais manipuláveis pode proporcionar uma transição suave dos conceitos concretos para os abstratos. Isso significa que os alunos podem visualizar, tocar e manipular objetos físicos para internalizar os conceitos matemáticos antes de abordar as representações simbólicas ou abstratas (Lorenzato, 2010).

Conforme Passos (2006), os materiais manipuláveis têm como objetivo apresentar situações que permitam ao estudante explorar as relações entre objetos, estimulando-o a pensar, questionar, formar soluções e fazer descobertas. Dessa forma, os conceitos a serem descobertos tornam-se facilmente acessíveis, uma vez que são abordados de maneira empírica, promovendo a construção do conhecimento. O aprendizado ocorre de maneira internalizada, através das ações, do significado atribuído a cada uma delas, das formulações e das variações resultantes desse processo construtivo.

Além disso, a utilização de materiais manipuláveis pode tornar as aulas mais envolventes e interativas, estimulando o interesse dos alunos pela matemática. Isso contribui para um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e participativo.

Em resumo, a abordagem cuidadosa e instruída do professor na utilização de materiais manipuláveis na educação matemática pode ser um catalisador poderoso para o sucesso acadêmico dos estudantes, especialmente nas séries iniciais. O equilíbrio entre a concretização dos conceitos e a transição para o entendimento abstrato é crucial para garantir uma formação adequada e efetiva.

Vale lembrar que qualquer objeto pedagógico deve ser utilizado de forma moderada. Ou seja, o professor deve escolher a aplicação apropriada desse material, sempre priorizando uma escolha justa para o que se deseja explorar. É necessário dedicar-se e comprometer-se com o ensino. Dessa forma, o professor criará um ambiente propício a atividades dinâmicas, envolventes e criativas, onde o estudante construirá conexões entre objetos, ações e desenvolvimento lúdico.

Nessa lógica, o professor criará contextos de aprendizagem nos quais os estudantes possam trocar experiências através da manipulação da informação, adquirindo e transmitindo informações significativas no ambiente escolar. Isso estimula a expressão e o senso crítico do estudante.

2.3.1 Tangram

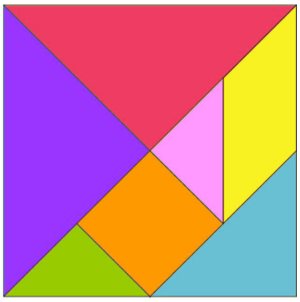
O tangram inicialmente foi desenvolvido pelos chineses, contudo não se sabe quem de fato foi o inventor do jogo, porém existe uma lenda que um mensageiro transportava uma pedra de jade para ser entregue ao imperador chinês, durante o percurso o mensageiro derruba a pedra quebrando-a em sete pedaços, na tentativa de unir os pedaços foram formadas várias figuras, foram várias tentativas até chegar ao quadrado original (Franzoni; Fleury,1999).

Há uma outra lenda: o jovem chinês, seu mestre e um espelho quadrado:

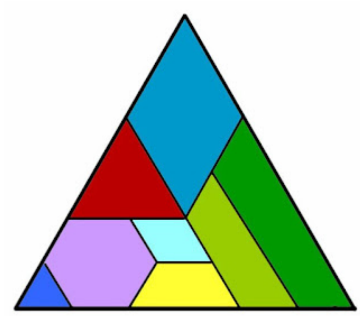
> Conta a lenda que um jovem chinês se despedia de seu mestre, pois iniciara uma grande viagem pelo mundo. Nessa ocasião, o mestre entregou-lhe um espelho de forma quadrada e disse:
>
> - Com esse espelho você registrará tudo que vir durante a viagem, para mostrar-me na volta. O discípulo, surpreso, indagou:
>
> - Mas mestre, como, com um simples espelho, poderei eu lhe mostrar tudo o que encontrar durante a viagem? Quando fazia esta pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos, quebrando-se em sete peças. Então o mestre disse:
>
> - Agora você poderá, com essas sete peças, construir figuras para ilustrar o que viu durante a viagem. Lendas e histórias sempre cercam objetos ou fatos de cuja origem temos pouco ou nenhum conhecimento, como é o caso do Tangram. Se é ou não verdade, pouco importa: o que vale é a magia, própria dos mitos e lendas.
>
> Fonte: O Tangram: Lenda do tangram (otangraesuasformaselendas.blogspot.com)

Para Franzoni e Fleury (1999), o quebra-cabeça mais antigo pode ser o tangram com aproximadamente 4 mil anos de existência, o mais conhecido é o chinês e o mais antigo também. Até os dias atuais os tangrans mantiveram suas características originais, porém há vários outros tipos de tangram, a meta sempre foi construir uma infinidade de figuras a partir de seus pedaços. Com isso possibilita que os estudantes usem suas criatividades e para os docentes um bom instrumento didático concreto e motivacional para o indivíduo. Abaixo temos alguns exemplos de tangrans:

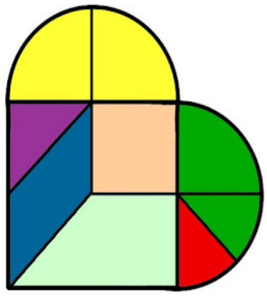
Figura 14: Exemplos de Tangrans.



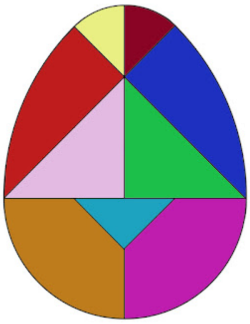
Tangran chinês



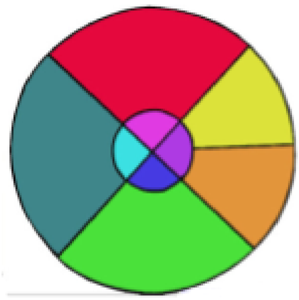
Tangram triangular



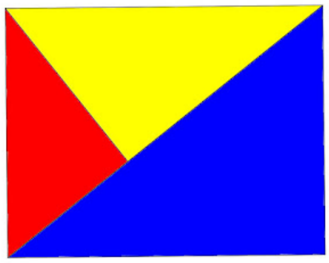
Tangram coração



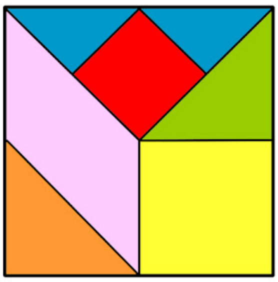
Tangram oval



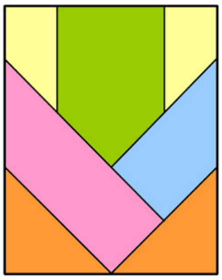
Tangram circular



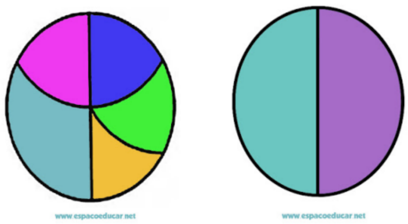
Tangram mínimo de Brugner



Tangram de Fletcher



Tangram Pitagórico

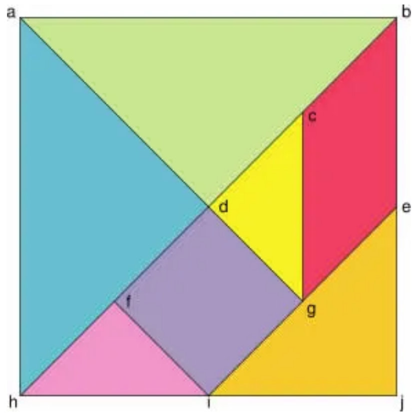


Tangram de dois círculos

Fonte: ESPAÇO EDUCAR: Tipos de Tangram: Quais os tipos de Tangram existentes? Tangram oval, tangram coração, tangram triangular etc (espacoeducar.net)

Composta por 7 figuras geométricas regulares plana sendo 5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo, o tangram chinês é usado na maioria das vezes para o desenvolvimento lógico e estimular a criatividade na prática. Veja essa figura abaixo:

Figura 15: Tangram



Fonte: Como construir o TANGRAM - Educador Brasil Escola (uol.com.br)

Por se tratar de um material pedagógico, o tangram pode ser utilizado por professores como um recurso facilitador no processo de ensino e aprendizagem. Eficaz como material didático, ele promove a mudança de rotina no ensino, capturando a atenção dos estudantes. Isso contribui para melhorias no desempenho dos alunos, resultando em uma significativa evolução no conteúdo apresentado.

O uso do tangram facilita o desenvolvimento do raciocínio e da compreensão, através das peças e das diversas combinações e figuras que podem ser construídas. Ele também estimula a descoberta por parte dos estudantes, permitindo que eles extraiam seu próprio conhecimento, com o auxílio do professor e do tangram como um canal transmissor.

Além disso, o tangram promove o desenvolvimento geométrico e criativo dos alunos, por ser um material didático de natureza geométrica. Com o tangram, é possível ensinar diversos conceitos, tais como elementos da geometria, frações, porcentagem, e outros temas correlatos (Gavanski; Lima, 2010).

2.4. BNCC: O ensino de frações no 6º ano.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece diretrizes normativas que definem os conceitos de aprendizagem e ensino a serem seguidos por todos os envolvidos na educação básica. Com essas orientações, o percurso escolar dos estudantes é guiado para o desenvolvimento de habilidades e conhecimentos ao longo da educação básica, em consonância com os objetivos do Plano Nacional de Educação (PNE). Esse documento é fundamentado no § 1º do artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, lei nº 9.394/1996) e alicerçado em princípios éticos, políticos e na visão integral do ser humano, visando à construção de uma sociedade justa e solidária, conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais da educação básica (DCN).

A BNCC está ligada a estados, distrito federal e municípios com elo estreito ao projeto político pedagógico escolar, é importante ressaltar que a BNCC faz parte da política nacional da educação básica, logo contribuirá com outras políticas e planejamentos nas três esferas: municipal, estadual e federal, contribuindo na formação de professores, na elaboração de conteúdos e na infraestrutura escolar.

Este documento é um instrumento que garante o acesso e a continuidade dos estudantes em sala de aula, assegurando também um ensino igualitário ao longo da educação básica. Para que isso ocorra, as competências gerais desempenham um papel fundamental no desenvolvimento dos alunos. Essas competências estão relacionadas a conhecimentos, habilidades, atitudes e valores, e juntas contribuem para a solução de questões do cotidiano, tanto no exercício da cidadania quanto na vida profissional do indivíduo. As competências gerais da educação básica são pautadas por uma ampla abrangência e exigem um tratamento didático adequado para as três etapas da educação básica.

A BNCC (Base Nacional Comum Curricular) divide o ensino em três etapas: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio. O ensino de frações na BNCC é abordado de forma progressiva na disciplina de matemática ao longo dos anos escolares, com destaque para o 6º ano do ensino fundamental, que é o foco deste trabalho.

A matemática, segundo a BNCC, envolve ideias fundamentais como equivalência, ordem, proporcionalidade, independência, representação, variação e aproximação, que são essenciais para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. Esses conceitos devem ser trabalhados de forma que se convertam em objetos de conhecimento concretos. No que diz respeito à proporcionalidade, por exemplo, a BNCC destaca o estudo de operações com números naturais e frações, além das noções de perímetro e área de figuras geométricas, abordando também evidências presentes no cotidiano.

As etapas de ensino são organizadas em cinco unidades temáticas correlacionadas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, e probabilidade e estatística. Cada unidade orienta o desenvolvimento de habilidades específicas. O conteúdo de frações se encontra na unidade temática de números.

De acordo com a BNCC (2018), a unidade temática de números visa ao desenvolvimento de habilidades numéricas, ou seja, a capacidade de quantificar objetos e interpretar ideias por meio dos números. Para a construção da ideia de número, o estudante deve desenvolver habilidades como equivalência, ordem e noções fundamentais da matemática. É essencial estimular os alunos a realizarem operações, compreenderem os significados dos números e registrarem essas operações de forma adequada. Nos anos iniciais do ensino fundamental, a BNCC busca garantir que os estudantes adquiram uma compreensão sólida dessas habilidades matemáticas fundamentais.

habilidades resolvendo problemas com números naturais e racionais direcionando operações consideráveis ao cotidiano, havendo argumentos e justificativas para o que é aprendido e demonstrado, considerando os cálculos, é mostrado ao estudante que compreendam e desenvolvam caminhos e estratégias para a finalidade da solução e compreensão, ou seja, atribuindo valor relevante ao cálculo mental e algoritmos.

Segundo a BNCC (2018), para os alunos dos anos finais o desejo é que tenham compreensão e resolvam problemas envolvendo números naturais, inteiros e racionais, lógico que envolvendo as quatros operações fundamentais, compreendendo o significado e processo envolvido, utilizando estratégias para solução do problema, logo serão compreendidas noções de números e processos geométricos, para conhecimento geométrico será necessário o aprendizado dos números irracionais. Os estudantes dos anos finais devem ter conhecimento de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimo, com isso aprenderão um conjunto novo, conjunto dos números reais, logo saberão o que é uma reta numérica, percebe-se que outros conteúdos como exemplos: álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatísticas só serão possíveis com o entendimento de frações e suas operações fundamentais, ou seja, a temática é de extrema importância na educação básica. Para o 6º ano do Ensino Fundamental, a BNCC estabelece a unidade temática Números e seu objeto de conhecimento, presentes na Tabela 1:

Tabela 1 - Unidade Temática Números - 6º ano (BNCC)

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO
Números	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018, p.300).

Podemos observar na tabela 1, que o conteúdo de frações está previsto como objeto de conhecimento para o 6º ano do ensino fundamental. Na tabela 2, podemos encontrar as habilidades que devem ser desenvolvidas para este objeto de conhecimento.

Tabela 2 - Habilidades para frações - 6º ano (BNCC)

HABILIDADES
(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.
(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018, p.301).

Assim, tendo como base os conhecimentos e habilidades presentes nestas tabelas, vamos apresentar uma tarefa de modo que os alunos possam trabalhar tais habilidades em conjunto e individual de tal forma que o conhecimento possa ser transmitido ao conjunto de forma simples e dinâmica.

Vale ressaltar a importância de conceitos e procedimentos ligando outras áreas de conhecimentos, logo mostrando exemplos do cotidiano do antigo Egito, levando em consideração a história da matemática, abstraídos contextos, aprendendo relações e significados para que possa contextualizar no seu dia a dia. Tanto na fase inicial como na final do ensino fundamental é relevante a princípio iniciar com os estudantes na compreensão, análise e avaliação de argumentos matemáticos, para isso uma boa leitura de textos matemáticos, desenvolvendo assim o senso crítico em relação aos textos utilizados.

3. METODOLOGIA

A pesquisa apresentada busca elaborar uma sequência didática com uma abordagem qualitativa, a partir de uma revisão bibliográfica de livros e artigos, para ser aplicada e desenvolvida com estudantes do 6º ano do ensino fundamental.

Para Creswell (2010), /

A coleta de informações estabelece diretrizes fundamentais para o estudo, incluindo a observação, entrevistas não estruturadas ou semiestruturadas, além da coleta de documentos e materiais visuais. Também é necessário estabelecer um protocolo para o registro das informações coletadas.

Os passos gerais em uma investigação específica incluem a organização e o preparo dos dados, a leitura das informações iniciais, o desenvolvimento de códigos e descrições relacionados ao tema sugerido, além do uso de gráficos e da análise dos resultados dos dados. Em resumo, os passos importantes para uma pesquisa incluem a menção das estratégias, o planejamento adequado e a coleta de dados ou informações que possam validar com precisão os resultados apresentados (Creswell, 2010).

Portanto, a revisão feita possibilitou a elaboração de uma sequência didática para o ensino de frações utilizando o tangram, visando contribuir para o desenvolvimento dos estudantes do 6º ano. Com essa abordagem, tanto professores quanto alunos terão a oportunidade de avaliar seus desempenhos no processo de ensino e aprendizagem de frações.

4. PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE FRAÇÕES COM O TANGRAM

As atividades que serão apresentadas foram planejadas para o ensino de frações, incorporando formas geométricas que atraem a atenção dos alunos. Além disso, essas atividades trabalham a cognição e o desenvolvimento de habilidades. Os alunos terão a oportunidade de aplicar seus conhecimentos sobre frações e suas operações. Da mesma forma, o professor poderá avaliar o aprendizado e as dificuldades apresentadas pelos estudantes, ajudando a melhorar suas compreensões, competências e raciocínio.

A elaboração das atividades segue as propostas da BNCC para o 6º ano do ensino fundamental, abordando as seguintes habilidades: parte/todo, quociente, equivalência, comparação, adição, subtração e cálculo da fração de um número natural. Com isso, o estudante começa a compreender, comparar e ordenar frações, associar as ideias de parte de um inteiro, resolver e elaborar problemas que envolvam adição e subtração de frações.

Na escola, passamos por processos de aprendizagem para que, através de experiências e ensino, desenvolvamos a capacidade de interpretar, aplicar, avaliar e criar caminhos para o aprendizado. Por isso, a pesquisa traz o tangram como uma fonte de aprendizado. O tangram não é apenas um quebra-cabeça para brincadeiras, mas uma ferramenta libertadora do ensino tradicional, tornando o ensino de frações mais acessível e prazeroso.

Atividade 1: Contextualizando as frações.

Duração da aula: 45 minutos.

Local: sala de aula.

Organização dos alunos: Atividade em dupla, ocorrendo diálogos com as duplas.

Recurso e materiais necessários: Lousa, giz, caderno.

Comece a aula com a seguinte pergunta: “Se eu quiser dividir 6 sacos de sal entre 20 trabalhadores, é possível fazer a divisão em partes iguais?” Explique um pouco sobre como o sal era valioso na antiguidade e que a palavra “salário” deriva de “sal”. Em seguida, pergunte: “Como seria possível dividir 7 sacos de sal para 10 trabalhadores?” Conte uma breve história sobre a divisão de recursos no antigo Egito, por exemplo: “Quero dividir 7 sacos de feijão entre meus 10 empregados. Percebam que não posso dar um saco a cada um, pois três deles ficariam sem.”

Desenhe os 7 sacos na lousa e, em seguida, divida-os ao meio, formando 14 metades. Distribua 10 metades, uma para cada empregado, e veja que sobram 4 metades para serem divididas. Dividindo essas 4 metades por 3, teremos 12 partes, e essas serão distribuídas aos empregados. Ainda sobrando 2 partes, divida cada uma delas por 5, o que resultará em 10 partes que, distribuídas aos trabalhadores, permitirão uma divisão justa.

Por fim, desafie os alunos a serem justos e a dividir os 6 sacos de sal em partes iguais para que todos os 20 trabalhadores saiam satisfeitos.

Essa atividade foi adaptada de Sampaio (2018).

Atividade 2: Construindo o Tangram.

Duração da aula: 45 minutos.

Local: sala de aula.

Organização dos alunos: Atividade individual, pois será necessária a aprendizagem da construção do Tangram.

Recurso e materiais necessários: Lousa, giz, uma folha A4 branca, régua, tesoura sem ponta, lápis de cor nas cores: vermelha, amarela, rosa, verde, azul, preta e roxo.

A princípio, apresente o tangram à turma, perguntando se já ouviram falar ou se conhecem o tangram. Pergunte também se já tiveram contato com esse material antes. Em seguida, conte um pouco da história do tangram, começando por sua origem na China.

Compartilhe com os alunos uma das lendas mais famosas: a história de um mensageiro que transportava uma pedra de jade quadrada para ser entregue ao imperador chinês. Enquanto você narra a história, use um tangram para ilustrar o que está acontecendo.

Conte que, durante o caminho, o mensageiro acidentalmente deixou a pedra cair, quebrando-a em sete pedaços. Neste momento, derrube o tangram, mostrando como a pedra de jade se fragmentou em sete partes.

Explique que, na tentativa de unir os pedaços novamente, o mensageiro formou várias figuras diferentes. Monte algumas figuras usando o tangram e mostre-as aos alunos para ilustrar as formas que o mensageiro criou enquanto tentava restaurar a pedra. Finalmente, demonstre como ele conseguiu retornar à forma original do quadrado, completando a história. (Adaptado de Sampaio (2018)).

Figura 16: As sete peças do tangram, o cavalo e o gato.

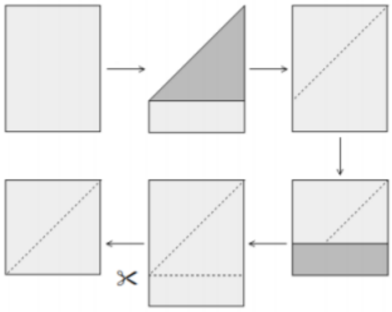
Fonte: autoria própria.

Após mostrar as figuras, apresente cada peça aos alunos. Pergunte o nome de cada polígono e, em seguida, escreva no quadro o nome e as principais características, como a quantidade de vértices, lados, ângulos internos e externos.

Agora, cada aluno poderá construir seu próprio tangram. Entregue uma folha de papel A4 a cada um e, em seguida, conduza a confecção do tangram, mostrando o passo a passo descrito abaixo.

Passo 1: Com uma folha de papel A4, vamos obter um quadrado, através das seguintes dobragens e recorte:

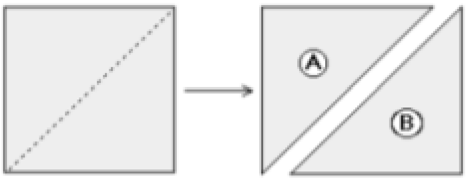
Figura 17: Construindo o Tangram.



Fonte:TRABALHO_COMPLETO_EV185_MD1_ID12663_TB1911_19112023213139.pdf

Passo 2: Dobre o quadrado ao meio e recorte-o, obtendo dois triângulos retângulos isósceles.

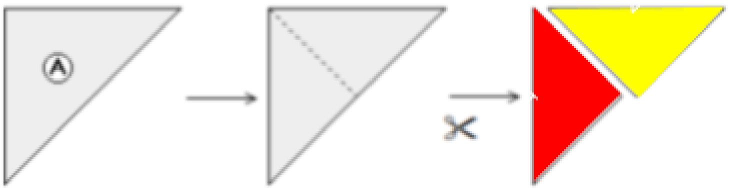
Figura 18: Construindo o Tangram.



Fonte:TRABALHO_COMPLETO_EV185_MD1_ID12663_TB1911_19112023213139.pdf

Passo 3: Dobre o triângulo A ao meio para obter dois triângulos retângulos isósceles menores, pinte o triângulo 1 de vermelho e o 2 de amarelo.

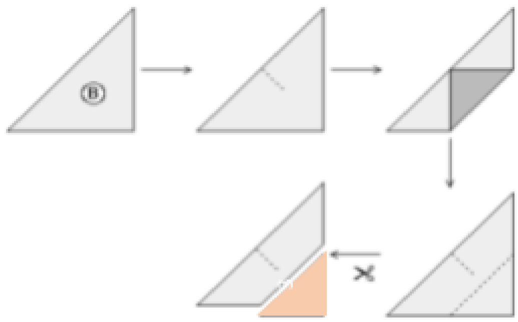
Figura 19: Construindo os dois triângulos maiores..



Fonte:TRABALHO_COMPLETO_EV185_MD1_ID12663_TB1911_19112023213139.pdf

Passo 4: No triângulo B, marcamos o meio (fig. 2), dobramos o vértice oposto e recortamos para obter o triângulo 3, pinte-o de rosa.

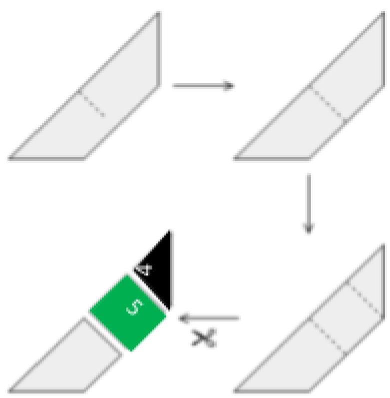
Figura 20: Construindo o triângulo médio.



Fonte:TRABALHO_COMPLETO_EV185_MD1_ID12663_TB1911_19112023213139.pdf

Passo 5: Dobre o trapézio ao meio, dobre novamente uma das partes, recortando de modo a obter o triângulo 4, pinte-o de preto e o quadrado 5, pinte-o de verde.

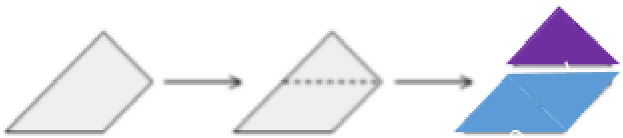
Figura 21: Construindo o quadrado e o triângulo pequeno..



Fonte:TRABALHO_COMPLETO_EV185_MD1_ID12663_TB1911_19112023213139.pdf

Passo 6: Dobre o trapézio e recorte-o para obter o paralelogramo 6, pinte-o de azul e o triângulo 7, pinte-o de roxo.

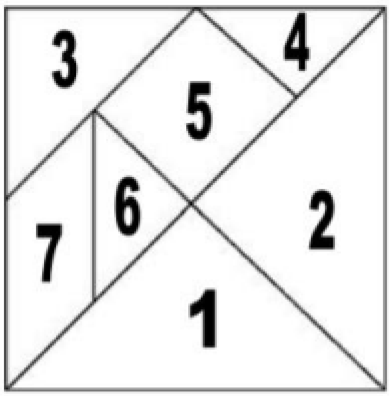
Figura 22: Construindo o paralelogramo e o triângulo pequeno..



Fonte:TRABALHO_COMPLETO_EV185_MD1_ID12663_TB1911_19112023213139.pdf

Passo 7: Junte todas as peças normalmente e forme o quadrado.

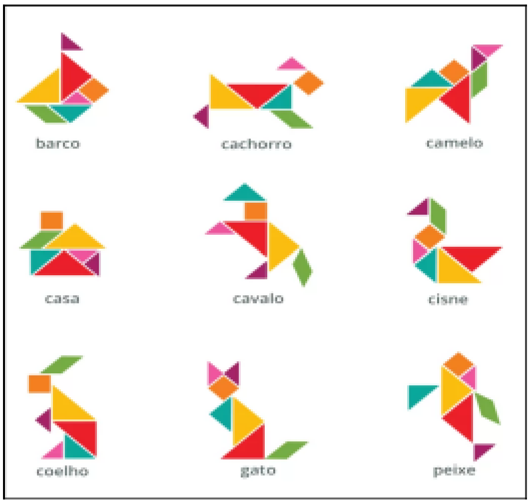
Figura 23: Tangram construído.



Fonte:TRABALHO_COMPLETO_EV185_MD1_ID12663_TB1911_19112023213139.pdf

Se os alunos terminarem antes do tempo, ensine-os a criar figuras. Em seguida, peça que guardem o tangram para atividades futuras. Abaixo, há exemplos de figuras que eles podem explorar. (Adaptado de 19_TRL_MAT_6ANO_3BIM_Sequencia didatica 2 TRTART.pdf)

Figura 24: Figuras formadas com o tangram.



Fonte: https://www.educacaoetransformacao.com.br/tangram-para-imprimir/

Atividade 3: Relação parte-todo no tangram.

Duração da aula: 45 minutos.

Local: sala de aula.

Organização dos alunos: os alunos estarão sentados virados para a lousa, formando duplas, para agilizar a dupla formada será o vizinho ao lado.

Recurso e materiais necessários: Lousa, giz, lápis, borracha, o tangram da aula passada e o caderno.

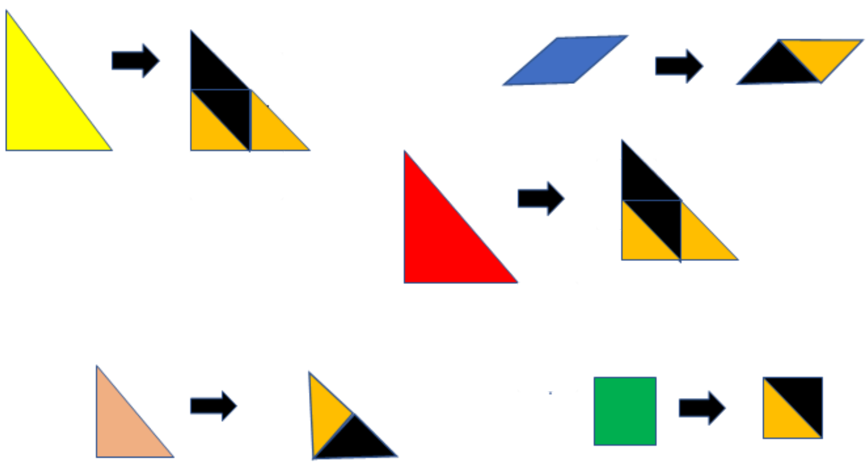
Peça que os alunos tragam o tangram construído na aula passada e faça a seguinte pergunta: "Há peças iguais no tangram?". Com essa pergunta, eles começarão a comparar as peças. Em seguida, pergunte: "Vocês percebem alguma relação entre as peças?". Passe de dupla em dupla, escolha peças diferentes e pergunte: "Esta é uma parte do tangram todo, certo?". Com a confirmação dos alunos, questione: "Que parte do todo a peça escolhida representa?". Se necessário, exemplifique comparando cada peça a uma fatia de pizza ou a um pedaço de uma barra de chocolate.

Incentive a exploração, pedindo aos alunos que façam combinações para encontrar outras peças dentro do tangram. Pergunte: “Quantas peças desse tipo caberiam no tangram montado, naquele quadrado original que vocês recortaram?”. Essa pergunta servirá como uma orientação sutil para os alunos, sem fornecer dicas diretas, permitindo que sua imaginação trabalhe livremente.

Conforme o tempo passa e os alunos progridem, peça que eles encontrem outras relações entre as peças e registrem essas descobertas em uma tabela, indicando a fração que cada uma delas representa.
(Adaptado de 19_TRL_MAT_6ANO_3BIM_Sequencia_didatica_2_TRTART.pdf)

O objetivo é que eles cheguem às seguintes conclusões:

Figura 25: Todas as peças a partir dos dois triângulos menores.



Fonte: autoria própria.

Percebe-se que o quadrado que forma a unidade é composto por 16 triângulos pequenos.

Tabela 3 - Fração correspondente a cada peça do tangram.

Peça(s)	Relação com o todo
Triângulos menores	$\frac{1}{16}$
Triângulo médio	$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$
Triângulos grandes	$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$
Paralelogramo	$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$
Quadrado	$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$
Tangram completo	$\frac{16}{16}=1$

Fonte: 19-TRL_MAT_6ANO_3BIM_sequencia_didatica_2_TRTART.pdf

Para chegarem a essas conclusões, é necessário escolher uma ordem de comparação. Através dessa comparação, os alunos poderão determinar os valores mencionados. Dessa forma, os estudantes trabalharão com a equivalência de frações e a compreensão das partes de um todo de maneira divertida.

No final da aula, pergunte aos alunos como chegaram aos valores obtidos e incentive-os a compartilhar suas descobertas. Explique que as frações encontradas não indicam a área do tangram, mas representam uma pequena parte do todo. É possível que fiquem curiosos sobre a área da figura; informe que, embora as frações relacionadas a cada peça não mudem, se atribuirmos valores de área ao tangram, podemos ter diferentes variações nas áreas de cada peça.

Atividade 4: Contextualizando as frações.

Duração: Cerca de 45 min.

Local: Sala de aula.

Organização: Duplas ou trios.

Recursos ou materiais necessários: Tangram montado na aula anterior, giz, lousa, lápis, calculadora e caderno.

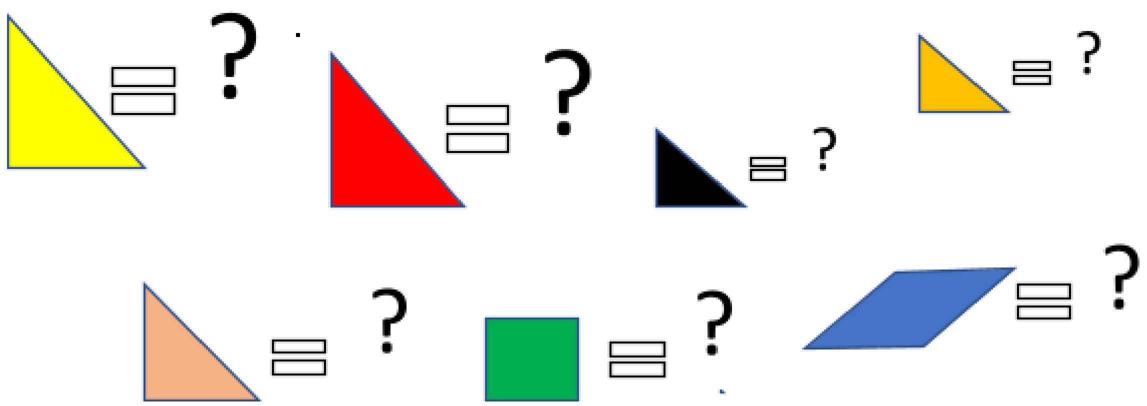
Inicie a aula com o seguinte problema: Se o Tangram de vocês fosse atribuído um valor, como, por exemplo, uma área de 64 cm² — de forma hipotética, já que poderíamos atribuir outros valores —, como vocês fariam para encontrar a área de cada uma das sete peças? Incentive-os a pensar em estratégias de cálculo. Uma boa pergunta seria: As fórmulas matemáticas para calcular as áreas do triângulo, quadrado, trapézio e paralelogramo podem ajudar nessa descoberta? Continue provocando com perguntas como: Qual outra maneira podemos usar para encontrar os valores de área de cada peça do tangram?

Peça que reflitam sobre o problema e discutam em grupo ou dupla. Circule pela sala, observando as discussões. É possível que os alunos façam perguntas relacionadas às fórmulas ou sobre como iniciar os cálculos. Nesse momento, sugira a ideia de formar o quadrado completo com o tangram, como ponto de partida para os cálculos.

Após identificar as principais dificuldades dos alunos, caso ocorram, apresente o seguinte argumento: pegue o triângulo amarelo e pergunte: 'Como posso encontrar o valor da área desse triângulo amarelo?' Em seguida, questione: 'Através da descoberta da área do triângulo amarelo, posso encontrar os valores das demais peças?' Durante esse processo de descoberta, sua interação deve ser intensa, para garantir que os alunos consigam relacionar a fração de cada peça com a área total. Explique que cada peça tem sua fração correspondente e, consequentemente, sua área. Incentive-os a perceber essa relação.

Para encerrar, peça a cada grupo que apresente no quadro a área das suas peças. É importante que cada grupo tenha valores de áreas distintas, com o objetivo de mostrar que a soma das áreas das sete peças deve resultar na área total escolhida por cada grupo.
(Adaptado de 19_TRL_MAT_6ANO_3BIM_Sequencia_didatica_2_TRTART.pdf)

Figura 26: Qual o valor de cada peça?



Fonte: autoria própria

Atividade 5: Trabalhando a noção de proporção e área.

Duração: 45 min

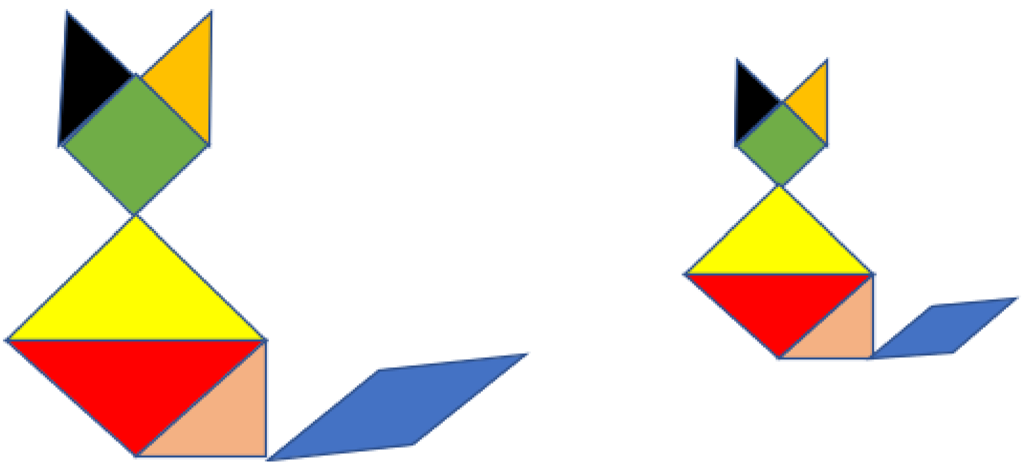
Local: sala de aula.

Organização: os alunos formarão duplas.

Recurso e materiais necessários: Lousa, giz, lápis, borracha, o tangram da aula anterior e o caderno.

Inicie a aula fazendo a seguinte explanação: “imaginem o tangram que vocês construíram, na forma de um quadrado, se diminuíssemos os lados de cada peça, a metade de sua área também seria reduzida à metade?”. Dê exemplos de figuras, pegue o triângulo maior, questione a possível área do triângulo reduzido, cite como hipótese que o lado do triângulo amarelo seja 8 cm e que se reduzíssemos para 4 cm, qual será sua nova área? Questione se ao invés de reduzir eu ampliasse o lado, dobrando o lado, no caso 16 cm, o que aconteceria com a nova área? teremos o mesmo raciocínio anterior? O professor pode mostrar a figura abaixo, mostre a redução das figuras, acompanhe as dúvidas das duplas, a cada dúvida compartilhe com a turma, crie debates para chegarem a uma conclusão, no finalzinho da aula, questione se a redução fosse 1/3 dos lados, qual seria a redução da área dessa nova figura?
(Adaptado de 19_TRL_MAT_6ANO_3BIM_Sequencia_didatica_2_TRTART.pdf)

Figura 27: Gato maior e menor.



Fonte: autoria própria

Atividade 6: Somando frações combinando peças do tangram.

Duração: 45 min.

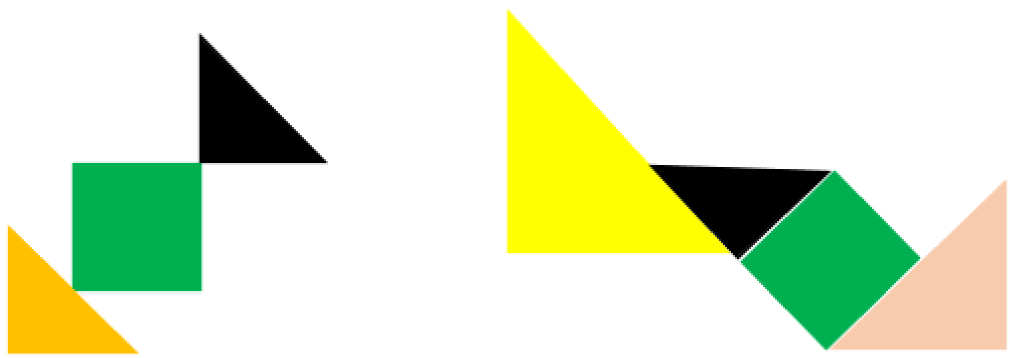
Local: Sala de aula.

Organização: Os alunos formarão duplas.

Recurso e materiais necessários: Lousa, giz, lápis, borracha, o tangram da aula passada e o caderno.

No princípio da aula pergunte: “podemos combinar peças do tangram?” por exemplo, combinar o quadrado verde com o triângulo amarelo? Logo após as perguntas, o professor mostrará a figura formada pelo quadrado verde e o triângulo amarelo, figura abaixo, pois bem sabendo que cada figura do tangram tem sua própria fração e que somando as frações obteremos a soma da combinação das peças correspondentes, oriente os alunos que façam todas as combinações possíveis, podendo ser com duas, três, quatro, cinco e até seis peças, a forma das combinações pode ser aleatória, ou seja, não precisa formar um objeto ou um animal, pode ser algo abstrato, o importante dessa atividade é que seja trabalhada a adição de frações, Por fim, pergunte: “Qual a soma das sete peças do tangram?
(Adaptado de 19_TRL_MAT_6ANO_3BIM_Sequencia_didatica_2_TRTART.pdf)

Figura 28: Somando as figuras aleatórias.

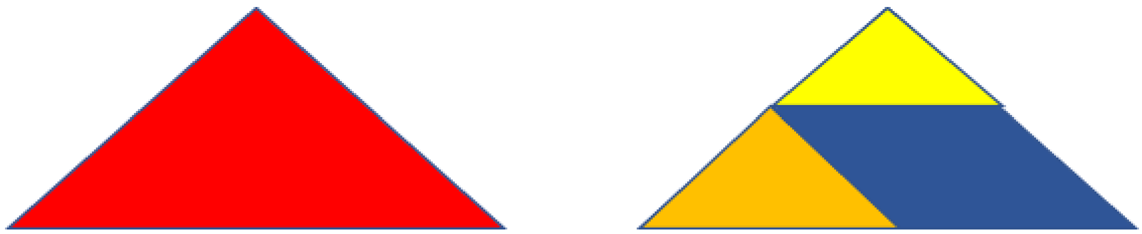


1/8 + 1/16 +1/16 =?   1/4 + 1/16 +1/8 + 1/8=?

Fonte: autoria própria

Utilizando as frações correspondentes às peças do tangram, solicite a comparação de algumas figuras. Orientação: com o auxílio do tangram, realize somas equivalentes, isto é, junte peças de modo a formar figuras semelhantes. Use a figura abaixo como exemplo:

Figura 29: Comparação de figuras.

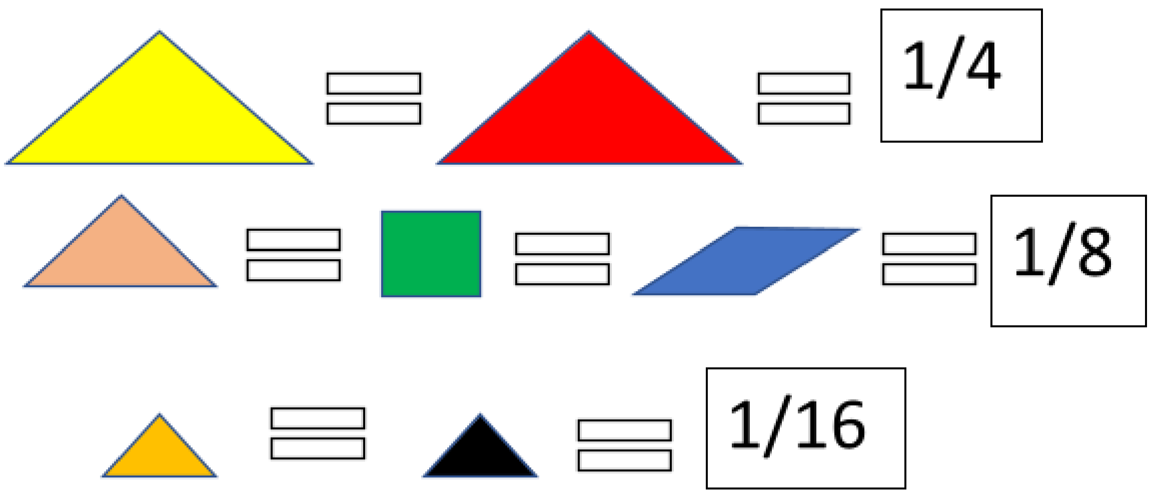


Fonte: autoria própria

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$$

Sabendo que as peças abaixo têm os seguintes valores:

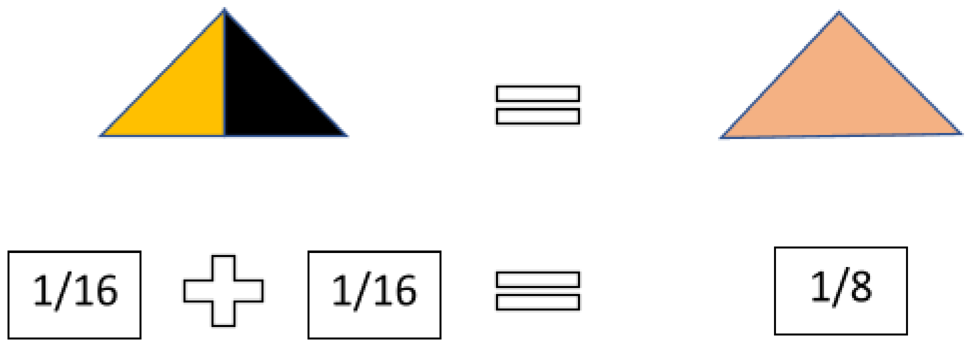
Figura 30: Valor corresponde a peças do tangram.



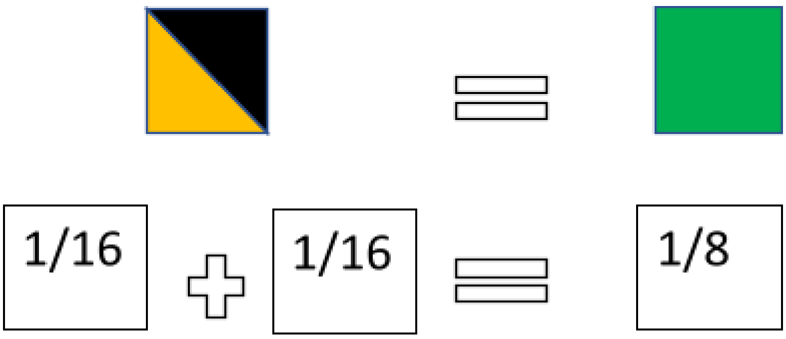
Fonte: autoria própria

Faça o mesmo com outras possibilidades:

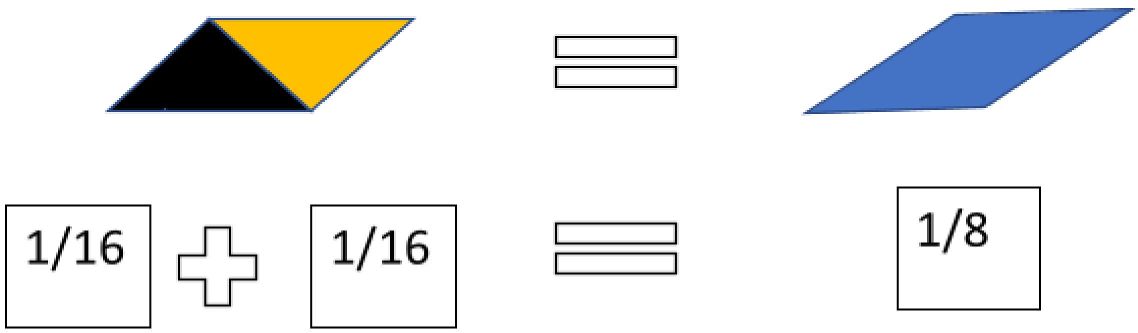
Figura 31: Figuras formadas pelos triângulos menores.



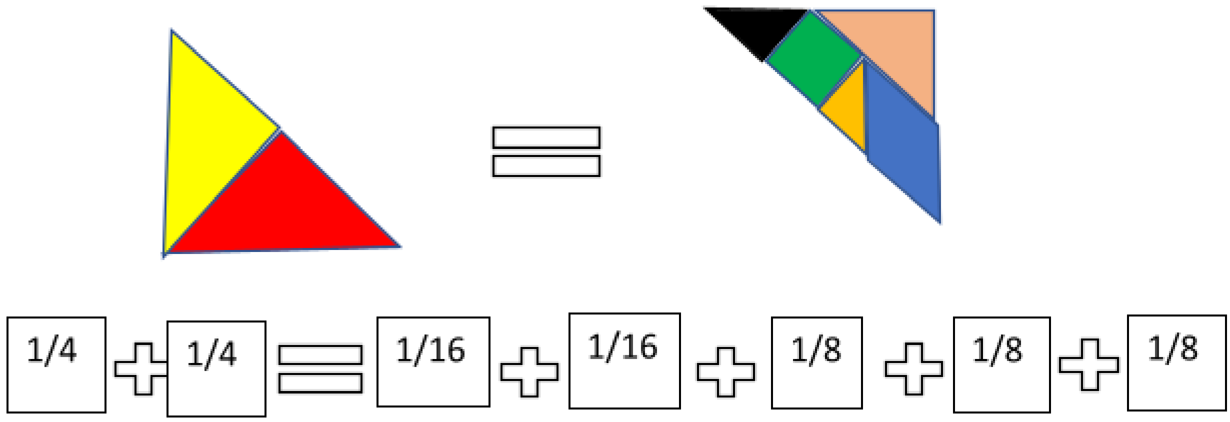
Fonte: autoria própria



Fonte: autoria própria



Fonte: autoria própria



Fonte: autoria própria

Atividade 7: Trabalhando equivalência de frações com o uso da régua fracionária.

Duração: 45 min.

Local: Sala de aula.

Organização: Os alunos formaram trios.

Recurso e materiais necessários: Lousa, giz, lápis, borracha, o tangram da aula passada, lápis de cor, caderno e cópias das réguas fracionárias para distribuir entre os trios.

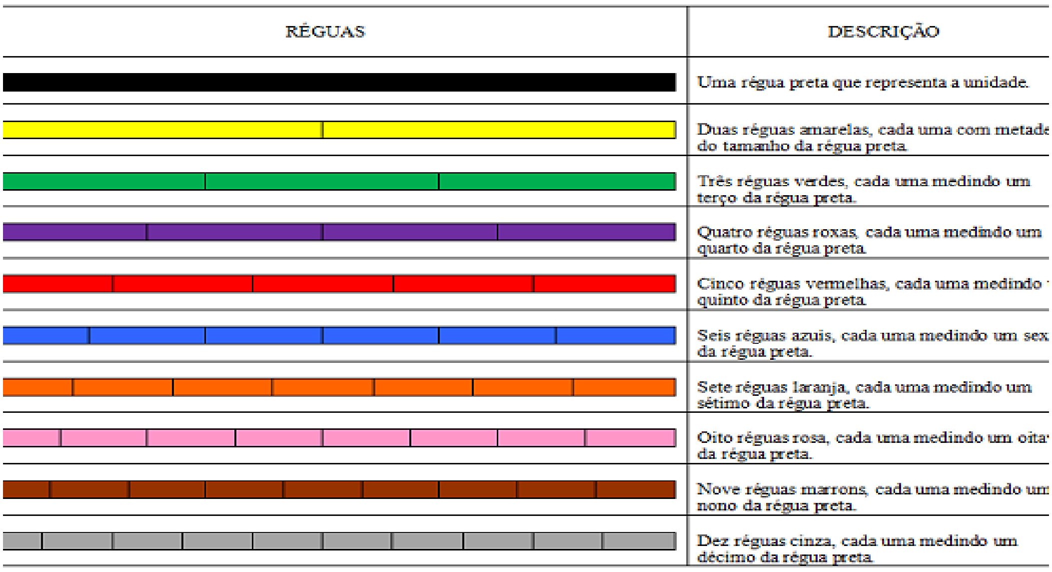
Orientação aos alunos:

Para essa atividade será necessário que o lado do quadrado formado pelo tangram seja idêntico ao das tiras da régua fracionária, ou seja, o tangram feito na atividade 2 tem lados medindo 21cm, logo as tiras da régua terão 21cm de comprimento, com isso oriente os trios sobre esse detalhe.

Comece a aula mostrando a régua fracionária, ou se preferir desenhe na lousa, formalize pergunta do tipo: “o que a régua fracionária irá medir?”. “Qual o significado das medias da régua? “De alguns exemplos pegando uma peça do tangram, com a régua faça medidas semelhantes, como: $\frac{1}{2} \cong \frac{2}{4} \cong \frac{3}{6} \cong \frac{4}{8} \cong \frac{5}{10}$, usando a régua e a peça do tangram mostre o que é semelhança de frações, pergunte: “O que vocês entendem de semelhança de frações?”. Por fim, peça para que eles façam algumas semelhanças, passe por todos os trios observando o que foi feito, questione se dá para fazer outras semelhanças e por fim qual a conclusão eles tiraram dessa atividade?

(Adaptado de 19_TRL_MAT_6ANO_3BIM_Sequencia_didatica_2_TRTART.pdf)

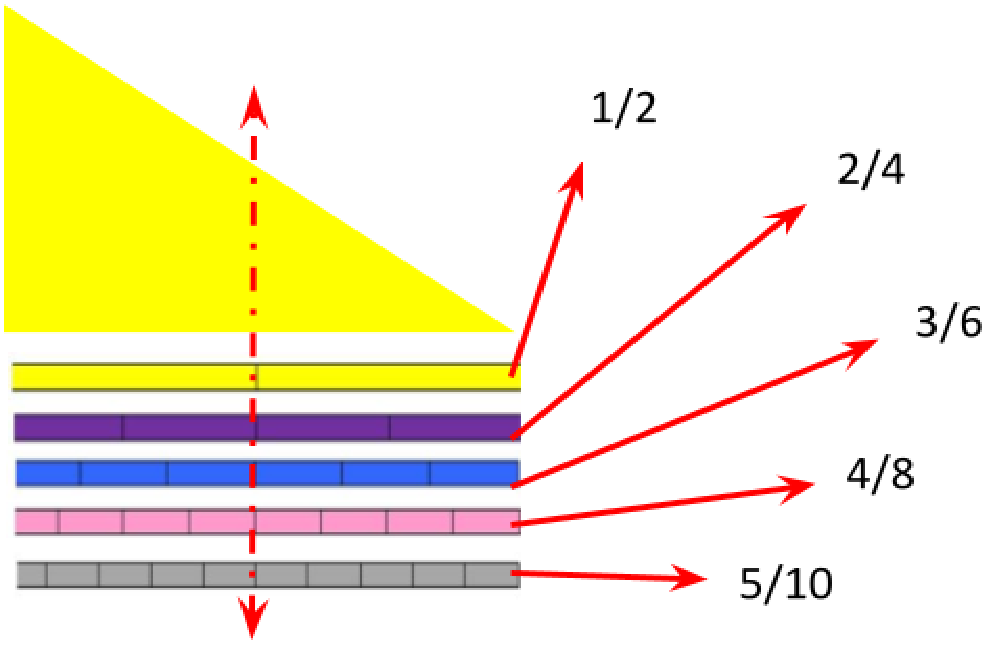
Figura 32: Régua fracionária.



RÉGUAS	DESCRIÇÃO
	Uma régua preta que representa a unidade.
	Duas réguas amarelas, cada uma com metade do tamanho da régua preta.
	Três réguas verdes, cada uma medindo um terço da régua preta.
	Quatro réguas roxas, cada uma medindo um quarto da régua preta.
	Cinco réguas vermelhas, cada uma medindo quinto da régua preta.
	Seis réguas azuis, cada uma medindo um sex da régua preta.
	Sete réguas laranja, cada uma medindo um sétimo da régua preta.
	Oito réguas rosa, cada uma medindo um oita da régua preta.
	Nove réguas marrons, cada uma medindo um nono da régua preta.
	Dez réguas cinza, cada uma medindo um décimo da régua preta.

Fonte: Laboratório de Ensino de Matemática - Régua de Fração (google.com)

Figura 33: Proporção usando régua fracionária e uma peça do tamgram.



Fonte: autoria própria

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ensinar frações pode, na maioria das vezes, resultar em longas discussões sobre aprendizagem, ensino e seus conceitos. Por isso, é essencial adotar uma postura ativa, ter senso crítico, capacidade de questionar, e argumentos para refutar quaisquer afirmações. É fundamental pensar e avaliar notícias cotidianas, pois estamos formando futuros cidadãos, e não apenas pessoas que replicam ideias sem compreendê-las como verdades. Portanto, nós, educadores, somos facilitadores para que os estudantes internalizem conceitos e aprendizagens que levarão para toda a vida. A matemática serve como uma ferramenta de ligação, ensinando os alunos a raciocinarem, pensar e distinguir o certo do duvidoso. Um dos tópicos que contribui significativamente para desenvolver essas habilidades são as frações.

Vale lembrar que cada aluno tem seu próprio tempo e metodologia para aprender, pois o aprendizado é individual. Nesse caso, o professor é uma peça fundamental nesse processo. Com paciência e experiência, o professor promoverá os meios necessários, sem medir esforços, qualificando suas aulas e dedicando-se ao máximo para transmitir o conhecimento de forma clara, compreensível e acolhedora, promovendo um desenvolvimento aprimorado do estudante. Muitas vezes, o professor é uma fonte de inspiração por amenizar as dificuldades diárias dos alunos, especialmente nos conteúdos fundamentais. Ele tem o poder de mudar opiniões desfavoráveis à matemática.

Usar métodos que possam facilitar a aprendizagem, como os materiais manipuláveis, torna as aulas menos cansativas. Em vez de se basear apenas em fórmulas e resoluções de atividades, métodos tradicionais e muitas vezes exaustivos, os materiais manipuláveis oferecem uma alternativa para criar aulas dinâmicas e divertidas que prendem a atenção dos estudantes. Seguindo essa abordagem, os materiais manipuláveis são uma excelente escolha como ferramenta de ensino para contribuir com o ensino e a aprendizagem de frações.

O tangram como método de ensino, disponibiliza uma ferramenta para o aperfeiçoamento do ensino e aprendizado, com isso, a aproximação de professor e aluno é mais nítida, sem levar em conta a aproximação entre estudantes, com a proposta do tangram podemos dar significado as frações, sendo que os estudantes podem descobrir seus pontos fracos, trabalhando-os para que sejam minimizados, ao mesmo tempo que os pontos fortes tendem a ser maximizados.

A sequência didática apresentada foi construída com o objetivo de oferecer um conhecimento acolhedor, atraindo os estudantes para o tema de frações. O conhecimento prévio dos estudantes ajudará no decorrer das aulas, uma vez que tudo o que foi aprendido em aulas anteriores será necessário para o seu desenvolvimento. Do professor, espera-se que ele faça o planejamento das atividades, elaborando momentos adequados para a implementação de seus ensinamentos e ideias, aproveitando os conhecimentos prévios dos estudantes. Dessa forma, o ensino de frações não será tão monótono como muitos relatam.

O professor poderá observar seu trabalho com o tangram, considerando as dificuldades apresentadas pelos estudantes, bem como os pontos fortes de ter trabalhado com esse recurso.

6. REFERÊNCIAS

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL - MEC. Base Nacional Comum Curricular-BNCC. 2018. 280–297 p. Disponível em:.http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_ EF_110518_versaofinal_site.pdf

B.Boyer, Carl História da matemática / Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach; [tradução de Helena Castro]. São Paulo: Blucher, 2012. Título original: A history of mathematics. 3. ed. norte-americana. Bibliografia ISBN 978-85-212-0641-5-1. Matemática – História I. Boyer, Carl. B. II. Título.

CAMACHO, Mariana Sofia Fernandes Pereira. Materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem da matemática: aprender explorando e construindo. Relatório de Estágio de Mestrado. Universidade da Madeira. Funchal: Portugal. 2012. Disponível em: https://digituma.uma.pt/bitstream/10400.13/373/1/MestradoMarianaCamacho.pdf. Acesso em 20/09/2021.

CAVALIERI, L. O Ensino das Frações. (Monografia da especialização em Ensino de Matemática). Umuarama – PR, Universidade Paranaense, 2005.

CRESWELL, J. W. Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Porto Alegre: Artmed, 3. ed.

CUNHA, D. Dividir e brincar com papel: a dobradura no ensino de frações.

GAVANSKI, D.; LIMA, R. V. de. Materiais concretos no ensino e na aprendizagem da matemática: reflexões e proposições. In: BURAK, D.; PACHECO, E. R; KLÜBER, T. E. Educação matemática: Reflexões e ações. 1 ed. Curitiba-PR: Editora CRV, 2010

JESUS, A. B. M. de. Uma proposta de ensino de frações voltada para a construção do conhecimento. 2013. 71 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Lavras, UFLA, Lavras (MG), 2013.

KORMANN, J. L.;GOMES, A.P.S.; FIGUEIREDO, E. B. de. Tangram: da construção ao uso em sala de aula. in: Conedu, IX Congresso Nacional de Educação, 2023, João Pessoa . Anais…João Pessoa-PB, 2023, p. 1-11. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2023/TRABALHO_COMPLETO_EV185-MD1-ID12663-TB1911-19112023213139.pdf. Acesso em;15 de out. de 2024.

LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. V. Fracciones: la relacion parte-todo. Madrid: Sintesis, 1988.

LORENZATO, Sergio. (org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

LORENZATO, S. Para aprender matemática. 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

MONTEIRO, A. B.; GROENWALD, C. L. O. Dificuldades na aprendizagem de frações: reflexões a partir de uma experiência utilizando testes adaptativos. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 7, n. 2, p. 103-135, 2014. Disponível em https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/download/38217/29121

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PERLIN, P.; FRAGA, L. P.; POZEBON, S; LOPES, A. R. L. V.. O conteúdo de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental: alguns apontamentos a partir dos documentos oficiais brasileiros. In: CIAEM-IACME, Conferência Iberoamericana de Educação Matemática. Anais... 14., Chiapas/México, 2015. Disponível em: http://xiv.ciaemredumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/470/579. Acesso em: 25 de outubro de 2017.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recurso didático na formação de professores. In: LORENZATO, S. (ED) O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. São Paulo: Autores Associados, p. 77-92, 2006.

ROQUE, T. História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 1. ed. Rio de Janeiro-RJ: ZAHAR, 2012.

SAMPAIO, Fausto Arnaud. Trilhas da matemática, 6º ano. São Paulo: Saraiva, 2018.

SILVA, M. J. F.; ALMOULOUD, S. As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, n. 31, p. 55-78, 2008. Disponível em https://www.redalyc.org/html/2912/291221883005.

WALLE, J. A. V. Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.