

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
MATEMÁTICA LICENCIATURA

SARAH RAFAELY DOS SANTOS

**JOGO MOINHO – TRILHA: TRABALHANDO MATEMÁTICA COM JOGOS DE
ALINHAMENTO**

Maceió-AL

2025

SARAH RAFAELY DOS SANTOS

**JOGO MOINHO – TRILHA: TRABALHANDO MATEMÁTICA COM JOGOS DE
ALINHAMENTO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
banca examinadora do curso de Matemática
Licenciatura, da Universidade Federal de Alagoas,
como requisito para obtenção do grau de
Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Viviane de Oliveira Santos

Maceió-AL

2025

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária: Helena Cristina Pimentel do Vale CRB-4/661

S237j Santos, Sarah Rafaely dos.
Jogo moinho : trilha: trabalhando matemática com jogos de alinhamento / Sarah
Rafaely dos Santos. – 2024.
78 f. : il.

. Orientadora: Viviane de Oliveira Santos.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática : Licenciatura) –
Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Matemática. Maceió, 2024.

Bibliografia: f. 74-76.
Anexos: f. 77-78.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Material didático. 3. Jogos no ensino de
matemática. 4. Extensão universitária. 5. Projeto de extensão. I. Título.

CDU: 51-8:378

Folha de Aprovação

SARAH RAFAELY DOS SANTOS

JOGO MOINHO – TRILHA: TRABALHANDO MATEMÁTICA COM JOGOS DE ALINHAMENTO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora do curso de Matemática Licenciatura, da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciada em Matemática e apresentado em 17 de setembro de 2024.

Banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
 VIVIANE DE OLIVEIRA SANTOS
Data: 22/10/2024 17:07:11-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^a. Dra. Viviane de Oliveira Santos (Orientadora)

Universidade Federal de Alagoas

Documento assinado digitalmente
 JULIANA ROBERTA THEODORO DE LIMA
Data: 07/10/2024 20:43:30-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^a. Dra. Juliana Roberta Theodoro de Lima

Universidade Federal Alagoas

Documento assinado digitalmente
 THAYS RAYANA SANTOS DE CARVALHO
Data: 07/10/2024 08:43:48-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^a. Dra. Thays Rayana Santos de Carvalho

Universidade Federal de Alagoas

AGRADECIMENTOS

Gostaria de começar agradecendo a Deus por estar sempre comigo, providenciando tudo e me mostrando que sou capaz. Sem Ele, nada disso seria possível.

Quero agradecer a uma pessoa que não está mais aqui, mas que sempre me apoiou e incentivou. Um dia antes de falecer, ele não deixou de acreditar em mim, e suas últimas palavras foram: “Você pode tudo que você quiser”. Pai, não poderia deixar de agradecer ao Senhor Sérgio Santos, meu maior exemplo e melhor amigo. Obrigada por tudo!

Também quero agradecer à única mulher que nunca desiste de mim, que me motiva e faz o impossível para que eu realize meus sonhos: minha mãe, Rosiete Santos. Obrigada por tudo. Sem a senhora, nada disso teria acontecido.

Agradeço à minha irmã, Mileanne Santos, que sempre esteve comigo, torcendo por mim, e à minha família (minha avó, tias, tios e primos) por serem meus maiores incentivadores.

Sempre achei que não seria possível fazer amizades tão sinceras na faculdade, mas fiz muitas. Embora pudesse citar nome a nome, quero apenas agradecer a todos que me incentivaram e acreditaram em mim, especialmente neste finalzinho.

Há duas pessoas em especial que quero agradecer. A primeira, além de ser minha professora e orientadora, tornou-se minha amiga. Tenho um carinho e admiração enormes por ela, um exemplo de força e coragem. Obrigada, Profa. Dra. Viviane Oliveira, por sempre pegar no meu pé e me dizer que eu conseguiria.

Também não poderia deixar de agradecer a um amigo que conheço desde a escola. Tivemos a oportunidade de frequentar a mesma faculdade, compartilhamos muitos momentos e fizemos inúmeros trabalhos juntos. Nickson Correia, obrigada por sempre me apoiar, ler meus trabalhos e ajudar a melhorá-los.

Agradeço ao projeto “Sem mais nem menos” e a todos os membros desse grupo. Esse projeto mudou minha perspectiva sobre dar aulas e minha visão da vida

dentro da sala de aula. Sou muito grata por fazer parte desse projeto. Obrigada a cada membro por todos os momentos de aprendizagem e descontração ao longo desses anos.

Quero agradecer a cada professor(a) que contribuiu com a minha formação.

Quero expressar minha gratidão à Andressa Santos, que tem sido um verdadeiro apoio e inspiração para mim. Ela me incentivou e motivou, especialmente agora, quando estou terminando. Agradeço por ter lido meu trabalho e por toda ajuda que me proporcionou, muito obrigada!

Por fim, quero agradecer a uma amiga que leu e releu meu trabalho inúmeras vezes, que me incentiva e torce por mim todos os dias, e que sempre esteve ao meu lado, Daniele Bianca. Obrigada por sempre me motivar. Sabe que pode contar sempre comigo.

Há um verso bíblico que gosto muito e não poderia deixar de citar aqui:
“Tudo posso naquele que me fortalece”.

Obrigada!

RESUMO

Este estudo tem como propósito apresentar um material didático o *Jogo Moinho – Trilha: trabalhando matemática com jogos de alinhamento, desenvolvido pelo projeto “Sem mais nem menos”, vinculado à Universidade Federal de Alagoas (Ufal)*, onde o projeto demonstra como jogos lúdicos e interativos podem transformar a percepção da Matemática em sala de aula. O material foi planejado para desenvolver habilidades fundamentais, como raciocínio lógico, pensamento crítico e resolução criativa de problemas, por meio de um jogo que explora conceitos aritméticos e geométricos, incluindo sequência, quadrados perfeitos, pontos, vértices, lados, centro e estratégias de alinhamento baseadas em planejamento e lógica. A execução do projeto ocorreu em dois formatos. Na versão virtual, que envolveu 147 estudantes e 15 professores de diferentes estados do Brasil, uma live no *Instagram* demonstrou as regras e a construção do jogo, acompanhada de um questionário para avaliação. Os feedbacks recebidos contribuíram para ajustes e melhorias no material. Na versão presencial, adaptada para estudantes do Ensino Fundamental e Médio da rede pública de Alagoas, a atividade contou com a participação de 72 alunos, permitindo uma observação direta das interações e aprendizagens. Os resultados obtidos em ambas as versões destacaram o sucesso da proposta em atingir seus objetivos pedagógicos, evidenciando que a Matemática pode ser ensinada de forma criativa e contextualizada. Professores e estudantes relataram que o jogo facilitou a compreensão de conceitos matemáticos e promoveu maior interesse pela disciplina. Esse estudo inspira a criação de metodologias ativas que integram a Matemática ao cotidiano dos estudantes, promovendo uma abordagem mais significativa e atrativa. A iniciativa reforça a importância de combinar inovação, ludicidade e colaboração para enriquecer o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Palavra – chave: Ensino de Matemática; Jogo; Material didático; Projeto de extensão.

ABSTRACT

This study aims to present a teaching material, the Moinho Game – Trilha: working mathematics with alignment games, developed by the project “Sem mais nem menos”, linked to the Federal University of Alagoas (Ufal), where the project demonstrates how playful and interactive games can transform the perception of Mathematics in the classroom. The material was designed to develop fundamental skills, such as logical reasoning, critical thinking and creative problem-solving, through a game that explores arithmetic and geometric concepts, including sequence, perfect squares, points, vertices, sides, center and alignment strategies based on planning and logic. The project was executed in two formats. In the virtual version, which involved 147 students and 15 teachers from different states of Brazil, a live on Instagram demonstrated the rules and construction of the game, accompanied by a questionnaire for evaluation. The feedback received contributed to adjustments and improvements in the material. In the in-person version, adapted for elementary and high school students from the public school system in Alagoas, the activity was attended by 72 students, allowing direct observation of interactions and learning. The results obtained in both versions highlighted the success of the proposal in achieving its pedagogical objectives, showing that Mathematics can be taught in a creative and contextualized way. Teachers and students reported that the game facilitated the understanding of mathematical concepts and promoted greater interest in the subject. This study inspires the creation of active methodologies that integrate Mathematics into the daily lives of students, promoting a more meaningful and attractive approach. The initiative reinforces the importance of combining innovation, playfulness and collaboration to enrich the teaching and learning of Mathematics.

Keyword: Teaching Mathematics; Game; Courseware; Extension project.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Tabuleiro gravado no patamar da entrada da igreja Nossa senhora da Graça.....	24
FIGURA 2 – Jogo moinho–Trilha nas paredes da caverna.....	25
FIGURA 3 – <i>Jogo Moinho – Trilha</i>	26
FIGURA 4 – Tabuleiros para o <i>Jogo Moinho – Trilha</i> com, 5, 7 e 11 peça.....	26
FIGURA 5 – Representação dos tabuleiros do <i>Jogo Moinho – Trilha</i>	27
FIGURA 6 – Representação de tabuleiros.....	27
FIGURA 7 – Materiais alternativos	33
FIGURA 8 – Molde quadrangular, quadrado em folha A4 e peças do jogo.....	35
FIGURA 9 – Atividade “ <i>Jogo Moinho – Trilha</i> : trabalhando Matemática com jogos de alinhamento adaptada.....	36
FIGURA 10 – Construção da malha para o tabuleiro do <i>Jogo Moinho – Trilha</i>	40
FIGURA 11 – Prints da <i>live Jogo Moinho - Trilha</i>	41
FIGURA 12 – Construção dos tabuleiros realizados pelos estudantes.....	43
FIGURA 13 – Construção do tabuleiro do <i>Jogo Moinho - Trilha</i>	43
FIGURA 14 – Questionário para responder pós – <i>live</i>	44
FIGURA 15 – Construção dos tabuleiros.....	49
FIGURA 16 – Construção dos tabuleiros realizados pelos estudantes.....	50
FIGURA 17 – Minicurso realizado na Universidade de Santa Maria, RS.....	56
FIGURA 18 – Aplicação da atividade <i>Jogo Moinho – Trilha</i>	57
FIGURA 19 - Construção do Tabuleiro do <i>Jogo Moinho – Trilha</i>	58
FIGURA 20 - Construção do Tabuleiro do <i>Jogo Moinho – Trilha</i>	59

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Trabalhos encontrados no catálogo do <i>Google Acadêmico</i>	20-21
QUADRO 2 – Questionamentos das versões virtual e presencial.....	37-38
QUADRO 3 – Respostas dos estudantes do questionamento (3).....	54
QUADRO 4 – Respostas dos estudantes do questionamento (4).....	54
QUADRO 5 – Respostas dos estudantes do questionamento (3).....	62
QUADRO 6 – Respostas do Questionamento 1 sobre a atividade “ <i>Jogo Moinho - Trilha</i> : trabalhando matemática com jogos de alinhamento.....	64-65
QUADRO 7 – Respostas do Questionamento 2 sobre a atividade “ <i>Jogo Moinho - Trilha</i> : trabalhando matemática com jogos de alinhamento”.....	65
QUADRO 8 – Respostas do Questionamento 3 sobre a atividade “ <i>Jogo Moinho - Trilha</i> : trabalhando matemática com jogos de alinhamento”.....	66-67
QUADRO 9 – Respostas do Questionamento 4 sobre a atividade “ <i>Jogo Moinho - Trilha</i> : trabalhando matemática com jogos de alinhamento”.....	67-68
QUADRO 10 – Respostas do Questionamento 5 sobre a atividade “ <i>Jogo Moinho - Trilha</i> : trabalhando matemática com jogos de alinhamento”.....	69

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – Respostas dos estudantes quanto ao questionamento (1) e (2).....	51
GRÁFICO 2 – Comparaçāo dos questionamentos (3) e (2) da aplicāo virtual e presencial.....	53
GRÁFICO 3 – Respostas dos participantes do evento quanto ao questionamento (1).....	60
GRÁFICO 4 – Respostas dos participantes do evento quanto ao questionamento (3).....	61
GRÁFICO 5 – Respostas dos participantes do evento quanto ao questionamento (2).....	66
GRÁFICO 6 – Respostas mais citadas no questionamento (5).....	70

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
3. CONTEXTO HISTÓRICO	24
4. ATIVIDADE	29
4.1 Elaboração da atividade	29
4.2 Execução da atividade no formato virtual	39
4.3 Execução da atividade no presencial	45
5. RESULTADOS DA EXECUÇÃO DA ATIVIDADE.....	48
6. MINICURSO	57
6.1 ROTEIRO	63
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
8. REFERÊNCIAS	73
ANEXO A	76
ANEXO B	77

1. INTRODUÇÃO

Há muitos anos foi amplamente empregada a metodologia de ensino tradicional, “[...] que é baseada na transmissão de conhecimentos por parte dos professores e passiva recepção por partes dos alunos” (Albergaria, 2010 *apud* Azevedo; Marcelino, 2018, p. 03). Esta metodologia de ensino transmite conhecimentos que foram adquiridos durante os anos, em que “[...] o professor entra em aula para transmitir aos estudantes informações e experiências consolidadas para ele por meio de seus estudos e atividades profissionais [...]” (Masetto, 2003 *apud* Rodrigues; Moura; Testa, 2011, p. 01).

Este aspecto repetitivo faz com que o professor se concentre mais nos conteúdos que devem ser ministrados do que em problemas individuais e nas necessidades específicas de cada estudante. Isso pode limitar a experiência de aprendizado dos estudantes, pois não há uma personalização para atender as diferentes habilidades. Rodrigues, Moura e Testa (2011) afirmam que:

[...] a tarefa do professor era bastante simplificada. O conteúdo tinha que ser transmitido aos alunos. Se estes apresentavam dificuldades, eram escoltados a “estudar mais”. E caso as dificuldades permanecessem, não haveria outra solução além da reprovação ou da dependência (Rodrigues; Moura; Testa, 2011, p. 04).

Apesar de ter algumas eficácia, essa abordagem não conseguia atingir todos os estudantes de maneira efetiva, resultando na negligência de parte deles. Com o passar dos anos, surgiram preocupações adicionais em que a importância do aprender predominou sobre o ensinar e as mudanças na sociedade demandaram atualizações nas práticas educacionais. (Rodrigues; Moura; Testa, 2011, p. 04-06)

Atualmente, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) reconhece a importância de desenvolver não apenas habilidades intelectuais, mas também incluir experiências práticas significativas no processo de aprendizagem.

Segundo Klippel (2014), a utilização de diferentes métodos de ensino na busca de uma aula mais atrativa e abrangente está diretamente ligada à questão da melhoria nas aulas assistidas pelos estudantes. Diante disso, este estudo tem como

propósito apresentar um material didático onde o mesmo apresenta um conjunto de orientações e recursos físicos ou digitais que permitem a construção do *jogo Moinho - Trilha*, um jogo tradicional que incentiva os jogadores a formar alinhamentos estratégicos de peças em um tabuleiro. Este material foi projetado para facilitar o aprendizado e tornar o ensino da matemática mais dinâmico e engajador. Além disso, promove a interação entre os estudantes e estimular a aprendizagem colaborativa.

O projeto de extensão “Sem mais nem menos”¹ da Universidade Federal de Alagoas do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas (Ufal) vem há oito anos desenvolvendo atividades, com o intuito de proporcionar aos estudantes um meio descontraído e atrativo para aprender Matemática.

As ações realizadas pelo projeto consistem em ir até escolas de Educação Básica da Rede Pública para realizar aplicações de atividades que abordam a Matemática em situações do cotidiano. De acordo com o site oficial do projeto:

O projeto de extensão *Sem mais nem menos*, da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), vem realizando há oito anos um conjunto de ações que possibilitam a interação e participação de estudantes e professores da rede pública com os discentes e docentes da Ufal, desenvolvendo materiais didáticos que auxiliam a compreensão de conteúdos curriculares, o desenvolvimento de diferentes habilidades, como o trabalho colaborativo, o raciocínio lógico, a criatividade e a percepção da existência da Matemática no dia a dia (Sem mais nem menos, 2024).

Em decorrência da situação atípica a qual vivenciamos nos anos de 2019-2022, devido à pandemia da Covid-19 e a impossibilidade das aulas presenciais, o projeto passou a elaborar atividades de uma forma remota, estendendo para o formato virtual nomeado como “Sem mais nem menos *on-line*”. Ambos os formatos do projeto, presencial e virtual, possuem como objetivos aproximar os estudantes do Ensino Fundamental – Anos Finais e Ensino Médio da Matemática, associando ao cotidiano deles, desmistificando a Matemática como algo distante e sem sentido

¹ Mais informações sobre o projeto de extensão “Sem mais nem menos” e a versão “Sem mais nem menos *on-line*” estão disponíveis no site oficial do projeto: <https://sem-mais-nem-menos.webnode.page/>

e possibilitando novas ideias aos professores, mostrando que é possível associar algo do cotidiano com a Matemática, tornando algo mais prazeroso.

Com isso, a conexão entre os conteúdos e a vida cotidiana dos estudantes pode representar uma abordagem eficaz, promovendo um aprendizado significativo e preparando para os desafios do futuro. A escolha de abordar temas presentes no cotidiano dos estudantes é tão importante, que mediante: Correia, Santos e Silva (2021, p. 408) “[...] durante esse momento de descontração e relacionado ao cotidiano que pode-se perceber a aproximação dos estudantes entre si e com o professor, desenvolvendo no estudante interesse, concentração, autoconfiança, autoestima e demais habilidades”. Além disso, para Boaler (2018), quando o professor ensina matemática com aulas atrativas e em conexão com o mundo real, os estudantes ficam contentes, empolgados e engajados. Com base nessa perspectiva, consideramos que é durante esses momentos de descontração e interação cotidiana que se manifesta a aproximação entre os estudantes, bem como a relação com o professor. Essa dinâmica contribui para o desenvolvimento do interesse, autoestima, autoconfiança, concentração e outras habilidades nos estudantes.

Em 2021, no formato virtual, o “Sem mais nem menos *on-line*” consistiu em quatro etapas, com um total de 20 transmissões ao vivo realizadas no *Instagram* do projeto, as quais foram posteriormente disponibilizadas no *YouTube*. Para cada *live*, foi elaborado um material didático com objetivo de demonstrar aos estudantes que a Matemática está presente no cotidiano deles, inclusive em um jogo de alinhamento popularmente conhecido, além de ensinar vários conteúdos matemáticos.

O material didático é fundamental na Educação, especialmente no ensino de Matemática. De acordo com Lorenzato (2006), trata-se de qualquer recurso pedagógico que facilite a compreensão de conteúdos matemáticos. Isso inclui jogos, atividades práticas, materiais manipuláveis e representações gráficas. Esses recursos tornam o aprendizado mais dinâmico e acessível, permitindo que os estudantes visualizem e manipulem conceitos matemáticos. Além disso, promovem

uma aprendizagem ativa, incentivando a experimentação e a descoberta, o que favorece uma compreensão mais profunda e duradoura dos conteúdos.

Durante a 4^a etapa, foi desenvolvida a atividade *Jogo Moinho – Trilha: trabalhando Matemática com jogos de alinhamento*. Por meio desse jogo e de seu processo de construção, buscou-se abordar conceitos básicos da geometria (noções sobre ponto, ponto médio, vértices, segmentos de reta e polígonos concêntricos), noções aritméticas (número quadrados perfeitos) e promover o raciocínio lógico (regras e estratégias no jogo).

Em 2022, o projeto retornou às escolas, para as atividades serem realizadas presencialmente, sendo uma delas o *Jogo Moinho*.

O objetivo do projeto de extensão “Sem mais nem menos” é “[...] proporcionar, por meio de atividades lúdicas, momentos descontraídos e atrativos para estudantes da Educação Básica aprenderem Matemática” (Santos; Correia; Albuquerque, 2022, p. 02). Kishimoto (1996, p. 24) esclarece que, por meio do lúdico, o estudante desperta o desejo do saber, a vontade de participar e a alegria da conquista.

Pensando nisso, equipe do “Sem mais nem menos” desenvolveu esta atividade focada em um jogo conhecido popularmente como *Jogo Moinho* ou *Jogo Trilha*, pois acreditamos que a introdução de jogos pode proporcionar aprendizado, motivação e ainda contribuir para o conhecimento cultural. Ortiz (2005, p. 09) afirma que “[...] é possível afirmar que a identidade de um povo está intimamente ligada ao desenvolvimento do jogo, que, por sua vez, é gerador de cultura”.

Entendemos que os jogos podem ser facilitadores no aprendizado da Matemática, pois tornam o conteúdo mais visual, despertando a atenção e a curiosidade dos estudantes, o que os motiva a participar. Isso torna a interação deles com o professor necessária para o desenvolvimento da atividade, possibilitando aos estudantes desenvolver suas capacidades.

Além disso, Borin (1996) enfatiza que “[...] o uso de jogos nas aulas de Matemática é um importante fator que contribui para diminuir os bloqueios

apresentados por muitos estudantes que temem a Matemática e sentem-se incapazes de aprendê-la”.

Com isso, no primeiro momento deste trabalho, realizamos uma revisão bibliográfica embasada em trabalhos relevantes a esta pesquisa, com o objetivo de selecionar estudos que abordem o *Jogo Moinho – Trilha* e suas contribuições para o Ensino da Matemática.

Em um segundo momento, pesquisamos e abordamos o contexto histórico do jogo, buscando informações essenciais sobre a sua origem, as regras originais, entre outros aspectos.

No terceiro momento, descrevemos como elaboramos e executamos a atividade proposta para o formato virtual, incluindo quais adaptações foram realizadas para o formato presencial.

Nas seções seguintes, investigaremos o processo de aplicação da pesquisa e descreveremos os resultados obtidos.

Na penúltima seção deste trabalho, iremos discorrer sobre o minicurso intitulado “O uso de dobraduras em papel na confecção de jogos de alinhamento: *Jogo Shisima* e *Jogo Moinho – Trilha*”, o qual foi apresentado durante o V Simpósio Nacional da Formação de Professores de Matemática, ocorrido na Universidade de Santa Maria, Rio Grande do Sul, entre os dias 4 e 6 de novembro de 2022.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com o propósito de embasar nossa pesquisa, conduzimos uma revisão bibliográfica, que envolve a análise e a síntese de diversas fontes bibliográficas. Esta revisão se deu por meio da plataforma acadêmica *Google Acadêmico*, durante o período de 06 de junho a 22 de outubro de 2023.

A plataforma *Google Acadêmico* abrange uma variedade de recursos, tais como Trabalhos de Conclusão de Curso, resumos expandidos, artigos e teses. Inicialmente, conduzimos uma busca utilizando o termo “*Jogo Moinho – Trilha*”, o que resultou em aproximadamente 23.900 resultados². Em seguida, refinamos nossa pesquisa delimitando o período como forma de possuir pesquisas mais recentes. Iniciamos a pesquisa com 13 anos, 2010 a 2023 que reduziu o número para aproximadamente 16.300 resultados. Posteriormente, realizamos uma busca com o termo “*Jogo trilha*”, obtendo aproximadamente 114.000 resultados. Para aprimorar a precisão da pesquisa, aplicamos filtros, restringindo o período específico e categorizando os resultados apenas para artigos, resultando em 506 ocorrências.

É importante salientar que a plataforma considera todas as palavras presentes nas pesquisas de todos os trabalhos disponíveis. Após verificar diversas pesquisas, observamos que a maioria dos trabalhos acadêmicos disponíveis trata de jogos de trilhas educativos relacionados a diversas disciplinas, enquanto outros apenas mencionam o tema sem o aprofundamento necessário.

Em seguida, investigamos a relação entre o “*Jogo Trilha e Matemática*”, aplicando um filtro para um período de 19 anos, entre 2004 e 2023. Utilizamos diferentes critérios de refinamento, como restringir a busca a artigos, Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC) e livros, selecionando apenas os materiais que se alinhavam ao tema da pesquisa. Após essa triagem, identificamos

² É importante salientar que a plataforma considera todas as palavras presentes nas pesquisas de todos os trabalhos disponíveis, considerando um número aproximado.

aproximadamente 221 resultados. A análise inicial desses resultados foi realizada de maneira superficial, buscando identificar os trabalhos mais relevantes para o desenvolvimento da pesquisa, percebemos que grande parte dos trabalhos falavam de outros tipos de jogos com o nome trilha, acreditamos que isso se deu pelo fato do nome trilha ser bastante utilizado em diversos jogos.

Posteriormente, voltamos a investigar “Jogo Moinho – Trilha e Matemática”, obtendo cerca de aproximadamente 8.740 resultados. Novamente, ao estabelecer o período entre 2004 e 2023, reduzimos os resultados para aproximadamente 8.190, uma diferença pequena. Esse resultado é um número aproximado, retomando que esse número é quantidade de palavras que é utilizada em todo o trabalho.

No entanto, após verificarmos e observarmos brevemente muitos resumos e introduções dos trabalhos encontrados, percebemos que muitas dessas pesquisas estavam relacionadas a moinhos de vento, redemoinhos e outros jogos que não correspondiam ao *Jogo Moinho - Trilha*. Algumas apenas mencionavam o *Jogo Moinho – Trilha* de maneira superficial, não aprofundando seu potencial educativo.

Em seguida, identificamos 11 estudos relevantes sobre o *Jogo Moinho* e/ou *Jogo Trilha*. Esses 11 trabalhos foram escolhidos, pois alguns deles falavam da origem do jogo, outros a forma que ele foi aplicado em sala de aula, e até mesmo como ele foi abordado em uma parte de um estudo na área da medicina. No entanto, 3 destes foram excluídos devido à superficialidade, pois apenas mencionavam os jogos sem contribuir de forma substancial para a nossa pesquisa.

Dos 11 estudos inicialmente identificados, restaram 8 que abordam a história do jogo, fornecendo uma visão geral de seus objetivos, regras e outros aspectos. Estas pesquisas selecionadas serão detalhadas no quadro a seguir. O quadro abaixo possui quatro colunas:

- (1) Título: apresenta o título dos trabalhos relevantes para o tema abordado.
- (2) Autores/Ano: indica os autores e o ano de publicação dos trabalhos.
- (3) Síntese: fornece uma breve descrição concisa de cada trabalho, resumindo suas principais ideias.

- (4) Categoria: classifica cada trabalho de acordo com sua relevância e abordagem temática.

Quadro 1 – Trabalhos encontrados no catálogo do Google Acadêmico

Título	Autores/Ano	Síntese	Categoria
UMA IDA AO CASSINO	Viana (2004).	Este material tem uma breve explicação do Jogo <i>Moinho - Trilha</i> , contendo objetivos e as regras do jogo.	Artigo
MOINHO, UM JOGO DE ALINHAMENTO	Reis (2004).	Nesse material contém a história do Jogo <i>Moinho - Trilha</i> surgimentos e variações do tema.	Artigo
A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DOS JOGOS	Quintas (2009).	O presente trabalho aborda a importância dos jogos matemáticos como recurso pedagógico para a aquisição de competências matemáticas essenciais para a vida cotidiana. A utilização de jogos estimula os estudantes a desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de concentração e a criatividade na resolução de problemas matemáticos.	Dissertação
APRENDENDO MATEMÁTICA COM JOGOS	Machado (2010).	O propósito deste estudo é demonstrar, por meio da utilização de jogos, que estes podem contribuir para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, aprimorando as habilidades de estratégia, cálculo mental, noção espacial e raciocínio lógico, além de influenciar a formação do caráter do estudante em relação à honestidade, companheirismo, respeito às regras e aceitação do resultado do jogo (saber lidar com a derrota)	Trabalho de Conclusão de Curso

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Continuação do Quadro 1 – Trabalhos encontrados no catálogo do Google Acadêmico

Título	Autores/Ano	Síntese	Categoria
O TABULEIRO DE JOGOS DE ALQUERQUE DOS NOVE NO TEMPLO ROMANO DE ÉVORA	Fernandes; Silva (2012).	O presente trabalho pretende divulgar a existência de um tabuleiro de jogo gravado numa pedra que se encontra no <i>podum</i> do templo romano na cidade de Évora, no Sul de Portugal.	Livro
JOGOS LÓGICO DE TABULEIROS	Ribas; Giordani (2015).	Neste projeto, é proposta uma sequência de jogos lógicos de tabuleiro em ordem crescente de complexidade, onde a cada etapa procura-se acrescentar um novo conceito de raciocínio lógico por vez.	Programa de extensão descrito
MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL: POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA	Foletto (2016)	Este trabalho apresenta uma pesquisa de levantamento sobre a Matemática na Educação Infantil, dando ênfase à geometria, aos jogos e à literatura infantil.	Trabalho de Conclusão de Curso
ADAPTAÇÃO DO JOGO TRILHA NO DESEMPENHO DAS HABILIDADES MANIPULATIVAS DE UMA ESTUDANTE COM PARALISIA CEREBRAL	Santos; Junior; Rodrigues (2020).	O presente estudo teve por objetivo analisar os efeitos do <i>Jogo Trilha</i> , adaptado de acordo com o desempenho de habilidades manipulativas de uma estudante de 14 anos com paralisia cerebral, além de descrever as etapas do processo de adaptação.	Artigo

Fonte: Quadro elaborado pela autora (2024).

Em relação aos trabalhos de Viana (2004) e Reis (2004) apresentado em uma revista de Educação Matemática, Viana (2004) aborda uma introdução ao jogo, fornecendo imagens e as regras associadas a ele e Reis (2004) discute a história do *Jogo Moinho - Trilha*, um jogo de alinhamento, descrevendo sua origem e como a partir dele surgiram outros modelos com a mesma finalidade.

Quintas (2009, p. 04) evidencia em sua pesquisa que “[...] os jogos matemáticos podem ser um recurso pedagógico importante para a aquisição das competências matemáticas nucleares e fundamentais para a vida quotidiana”. Em

determinado momento de seu trabalho, ele aborda o *Jogo Moinho – Trilha* e fornece contexto histórico sobre ele.

Por sua vez, Machado (2010) relata em seu Trabalho de Conclusão de Curso a aplicação do jogo em sala de aula. Ele disponibilizou um tabuleiro em cartolina, uma folha contendo as regras do jogo, e os estudantes jogaram e registraram os resultados de três partidas consecutivas. Na seção de resultados, a estratégia dos estudantes foi analisada.

Fernandes e Silva (2012) descrevem a existência de um tabuleiro de jogo esculpido em uma pedra situada no pódio do templo romano na cidade de Évora, no Sul de Portugal. Eles oferecem um trabalho abrangente que aborda a história do jogo de forma completa e de como surgiu tal jogo.

Ribas e Giordani (2015) apresentam os jogos de forma sequencial, demonstrando que a ordem em que são introduzidos promove e reforça um raciocínio lógico mais elaborado. “O foco do projeto desenvolvido por eles está na sequência sugerida para a prática dos jogos indicados, e não nos jogos em si” (Ribas; Giordani, 2015, p. 3). Os pesquisadores conseguiram abordar uma sequência de jogos de alinhamento, incluindo o *Jogo Moinho - Trilha*, e diversos modelos diferentes, com nomes distintos, mas com o mesmo objetivo.

Já Folleto (2016) relata em seu trabalho diversos jogos que podem ser utilizados em sala de aula, com o objetivo de explorar as formas geométricas presentes nos jogos. Este trabalho foi direcionado para a Educação infantil.

Por último, o artigo de Santos, Junior e Rodrigues (2020, p. 1) “[...] tem como objetivo analisar os efeitos do *Jogo Trilha*, adaptado de acordo com o desempenho de habilidades manipulativas de uma estudante de 14 anos com paralisia cerebral, além de descrever as etapas do processo de adaptação”. Este artigo apresenta uma adaptação do jogo, e os autores explica que participante demonstrou melhorias significativas nas variáveis relacionadas às habilidades manipulativas. Embora não esteja diretamente relacionado à Matemática, o jogo se relaciona com o raciocínio lógico da paciente, o que consideramos de bom proveito.

Apesar de algumas dessas pesquisas abordarem o *Jogo Moinho – Trilha*, elas não estão diretamente relacionadas ao tema que será tratado em nossa investigação. Nosso objetivo é explorar os conhecimentos matemáticos e as noções lógicas de forma criativa, enfatizando a construção do tabuleiro do *Jogo Moinho – Trilha* por meio de dobraduras de papel. A proposta busca demonstrar como a Matemática está presente no cotidiano dos estudantes, utilizando o jogo como uma ferramenta prática e lúdica para a aprendizagem.

Portanto, este estudo tem como propósito ir além, utilizar o *Jogo Moinho – Trilha* como uma ferramenta didática e lúdica, permitindo que os estudantes assimilem e apliquem os conceitos matemáticos de maneira envolvente e significativa. O objetivo central é promover o desenvolvimento do raciocínio lógico, da concentração, da resolução de problemas e da compreensão do papel da matemática na sociedade, de uma forma didática e associando ao cotidiano dos estudantes.

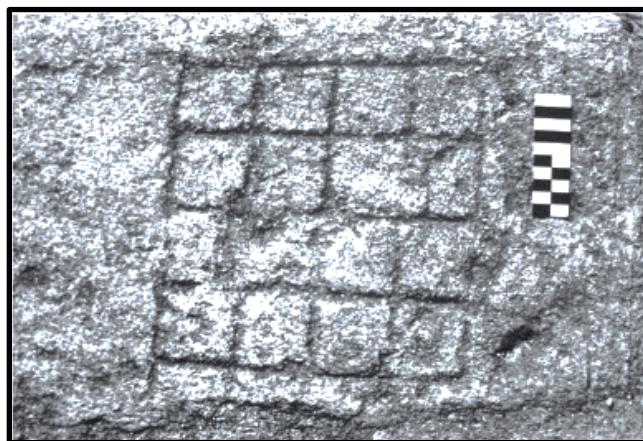
3. CONTEXTO HISTÓRICO

O *Jogo Moinho* também conhecido como *Jogo Trilha*, é uma atividade histórica e antiga, de origem desconhecida. Este jogo está espalhado pelo mundo, apresentando diversas variações e denominações, tais como o jogo do Alquerque dos Nove e o jogo do Alquerque dos Doze. (Fernandes; Silva, 2012)

Em uma pesquisa conduzida por Fernandes e Silva (2012), foi revelada a descoberta de uma imagem de um tabuleiro gravado no patamar de entrada de uma antiga igreja dedicada à Nossa Senhora da Graça. Esta representação corresponde ao jogo do Alquerque dos Doze, e eles afirmam que:

[...] o jogo existente nessa igreja fica localizado na escadaria frontal e trata-se de um quadrado gravado no solo, que identificamos como sendo o tabuleiro do alquerque dos doze, correspondente a um quadrado. É composto por seis linhas no seu interior que se cruzam perpendicularmente, três a três (Fernandes; Silva, 2012, p. 04-05). Ver Figura 1.

Figura 1 – Tabuleiro gravado no patamar da entrada da igreja Nossa senhora da Graça



Fonte: Fernandes e Silva (2012, p. 04).

Fernandes e Silva (2012) afirmam que “Quanto à sua cronologia, é impossível determinar quando este desenho ou esta base do jogo foi realizada [...]”, o que evidencia a origem incerta do jogo conhecido atualmente como *Jogo Moinho* ou *Jogo Trilha*. Embora existam especulações, há referências a registros desse tipo de

tabuleiro no Egito, no Templo de Kurna; em Atenas, na Acrópole; em Troia; na Irlanda, em um sepulcro da Idade do Bronze; e em cavernas na Áustria e França. Ver Figura 2.

Figura 2 – Jogo Moinho - Trilha nas paredes de cavernas



Fonte: Reis (2004, p. 44).

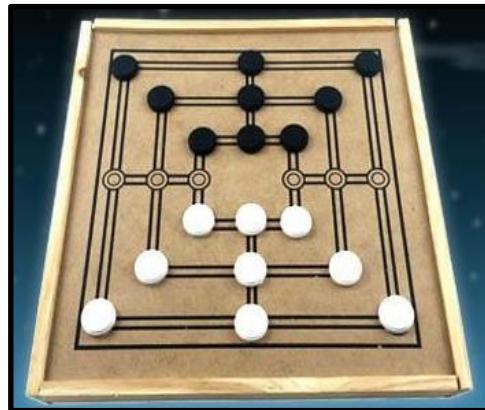
O *Jogo Moinho – Trilha*, ver Figura 3, é frequentemente incluído por fabricantes brasileiros atrás de outros jogos de tabuleiro e é considerado um jogo de alinhamento³. O jogo é composto por três quadrados interligados entre si e cada jogador dispõem de 9 (nove) peças de cores distintas.

De acordo com Santos, Correia, Albuquerque (2022, p. 03),

O objetivo do jogo é colocar três peças em uma reta. Seu tabuleiro consiste em três quadrados conectados entre si e sua partida é realizada com 2 jogadores. Cada jogador dispõe de nove peças e escolhe a cor para jogar. Quando um jogador forma uma reta com três peças, temos um moinho e pode eliminar uma peça do adversário (só não pode ser de um moinho feito). Vence aquele que eliminar as peças do adversário até que reste apenas duas (Fernandes; Silva, 2012; Megajogos, 2012).

³ “Ação ou efeito de alinhar(-se); alinho. Fila de pessoas ou coisas em linha reta; fileira.” (Dicionário on-line oxfordLanguages. Acesso em 21 de junho de 2024.)

Figura 3 – Jogo Moinho - Trilha



Fonte: MegaJogos (2012).

No *Jogo Moinho - Trilha*, conhecido no Brasil, o formato mais comum é composto por 9 peças. No entanto, de acordo com Reis (2004, p. 44), “[...] existem outras versões que consistem em 5, 7 e 11 peças, diferenciando-se pela quantidade e tamanho dos polígonos que se entrelaçam nos tabuleiros”. Ver Figura 4.

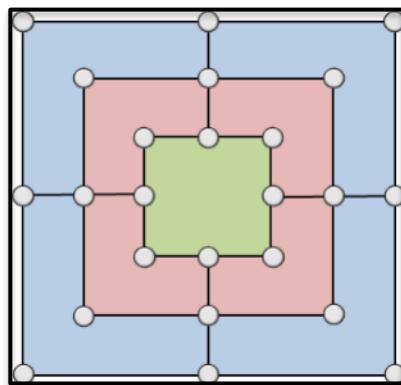
Figura 4 – Tabuleiros para o Jogo Moinho – Trilha com, 5, 7 e 11 peças.



Fonte: Reis (2004, p. 44).

Com base na tradição, cada configuração de tabuleiro é entrelaçada por meio do encaixe de polígonos, sendo que no *Jogo do Moinho* de nove peças, o encaixe ocorre com três quadrados interligados entre si. Ver Figura 5.

Figura 5 – Representação dos tabuleiros do Jogo Moinho - Trilha

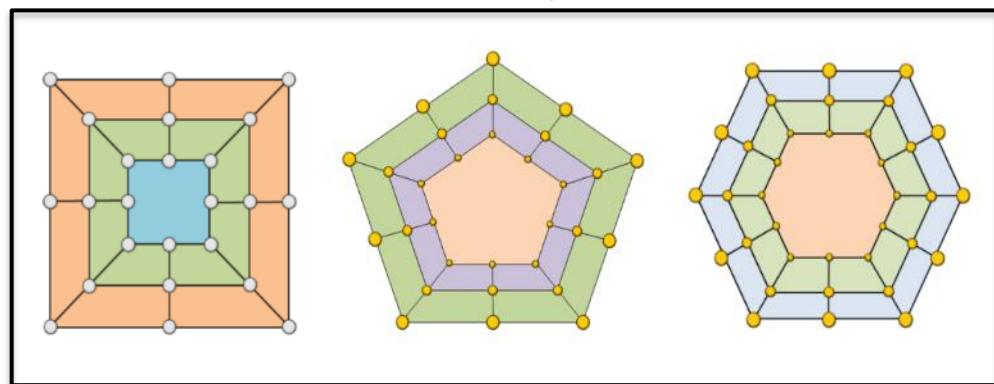


Fonte: Giordani e Ribas (2014, p. 17).

Giordani e Ribas (2014) mostram que, apesar de haver tabuleiros distintos, o objetivo do jogo não é perdido. No entanto, é necessário adequar-se a cada tabuleiro, pois isso influencia a quantidade de peças, as posições em que elas se encontram e se movem, e, consequentemente, a formação dos moinhos.

Observa-se a existência de diferentes formatos do tabuleiro do jogo, resultando em diversas figuras geométricas, e recebendo diferentes denominações em várias regiões do mundo, embora todos tenham o mesmo objetivo, como ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – Representação de tabuleiros



Fonte: Giordani e Ribas (2014, p. 18-19).

No entanto, tabuleiros com formas mais complexas, como hexágonos, octógonos e outros, podem introduzir desafios adicionais devido ao maior número de interseções e possíveis linhas de peças, exigindo que os jogadores aprendam

diversas estratégias diferentes. Isso amplia a variedade de habilidades necessárias para obter sucesso no jogo. (Giordani; Ribas, 2014)

Em resumo, a variação nos formatos do tabuleiro do *Jogo Moinho - Trilha* pode adicionar profundidade, desafio e diversidade à experiência do jogo, influenciando a estratégia, a dinâmica e a estética do jogo.

Com o intuito de perceber a importância de abordar a matemática no *Jogo Moinho - Trilha*, é possível observar que ele abrange diversas áreas, como o raciocínio lógico, que envolve planejamento estratégico, análise de padrões e antecipação dos movimentos do oponente. Além disso, a geometria é explorada, já que o tabuleiro do jogo consiste em uma grade de interseções, permitindo a abordagem de diversos conceitos geométricos, como coordenadas, linhas, formas, entre outros. O jogo também envolve a contagem, a probabilidade e as estatísticas, pois requer a contagem de peças, o cálculo de probabilidades de movimentos e o desenvolvimento de habilidades básicas, como adição, subtração, multiplicação e divisão, além de promover a interdisciplinaridade.

Portanto, ao abordar a matemática no *Jogo Moinho - Trilha*, não apenas fortalecemos as habilidades matemáticas dos estudantes, mas também promovemos o desenvolvimento cognitivo, o pensamento crítico e a resolução de problemas de forma interativa e estimulante

Após a conclusão do contexto histórico, procedemos à elaboração da atividade. As próximas seções deste estudo acadêmico se dedicarão à discussão da elaboração da atividade, o desenvolvimento da atividade, à sua implementação nas escolas e aos resultados obtidos.

4. ATIVIDADE

Nesta seção, abordaremos sobre a atividade, criada e elaborada pela equipe do projeto de extensão “Sem mais nem menos”, sua execução e resultados.

4.1 Elaboração da atividade

A atividade *Jogo Moinho – Trilha: trabalhando Matemática com jogos de alinhamento*⁴ foi desenvolvida em uma etapa do projeto de extensão “Sem mais nem menos on-line” ocorreu de outubro a dezembro de 2021, com um grupo de estudantes e professores da Educação Básica, totalizando quatro *lives* e seis *webconferências*⁵.

Após diversas reuniões e estratégias elaboradas e organizadas pela equipe do projeto de extensão para essa etapa vigente, deu-se início as inscrições para os professores de Matemática da Educação Básica. A divulgação das inscrições foi realizada por meio do *Instagram*, do *sítie* oficial da Ufal, do *sítie* do projeto “Sem mais nem menos”, emissora de TV e demais parceiros. Os professores escolheram em que modalidade desejavam participar, foi disponibilizada duas modalidades (I) - *Professores acompanhante de estudantes e participante de webconferências* ou (II) - *Participante de webconferências*.

Em (I), os professores tinham a responsabilidade de organizar os estudantes, colocá-los para assistir as *lives*, discutir com eles os questionamentos e coletar os materiais solicitados, além de apresentar nas *webconferências* os resultados e possíveis situações que viessem a surgir, e para efetuar a inscrição em (I), o professor deveria preencher seus dados pessoais e profissionais e montar um grupo de seus estudantes, independente das turmas e séries que pertenciam, anexando o termo de autorização da escola sobre os estudantes. Em (II), os professores tinham a responsabilidade apenas de assistir as *lives*, responder os questionamentos e participar das discussões nas *webconferências* e para a inscrição em (II), preencher seus dados pessoais e profissionais (Correia; Santos; Silva, 2021, p. 169).

⁴ Atividade disponível em: <https://sem-mais-nem-menos.webnode.page/atividades/>

⁵ *Webconferências* aconteciam pelo *Google meet* e eram realizadas com todos os professores inscritos na etapa vigente. Elas tratavam de *feedback* dos professores em relação à *live*, eram abordados pontos positivos e negativos, e comentários relevantes sobre a atividade.

Essa etapa teve 15 (quinze) professores, contando com 10 (dez) que participaram da modalidade (I) e 5 (cinco) que participaram da modalidade (II) e um total de 147 (cento e quarenta e sete) estudantes. Os estudantes participantes foram do Ensino Fundamental – Anos finais e do Ensino Médio de vários lugares do Brasil sendo eles de: Alagoas, Bahia, Pernambuco e São Paulo. (Santos; Correia; Albuquerque, 2022, p. 05)

No ato da inscrição, foi disponibilizado um questionário com questões objetivas para os professores, em que eles responderam ao seguinte questionamento: “Cada *live* apresentada no projeto envolve uma temática do cotidiano. Qual(is) temática(s) envolvendo o cotidiano dos estudantes você sugere que o projeto aborde nas *lives*?”. As respostas mais citadas foram: jogos, séries e filmes, esportes, danças, músicas, dobraduras no papel, entre outros. Tendo isso como base, era preciso saber dos estudantes qual a melhor forma de diversão para eles, então, os professores repassaram o questionário para seus estudantes e em seguida os professores enviaram tais informações para a equipe do projeto. Quando o material chegou, a equipe do projeto verificou e separou as categorias mais escolhidas pelos estudantes, que foram: jogar, ficar na internet, usar o celular, assistir, ouvir músicas, ficar com a família e com os amigos.

Com base nessas informações, decidimos optar e mesclar as categorias mais citadas que foram “Jogar” e “ficar com a família e os amigos”, com a temática sugerida pelos professores “dobraduras no papel”. Existem diversos trabalhos que abordam a arte de dobrar papel. Rick Beech (1982, p. 10) afirma que “[...] a dobradura de papel surgiu na China em torno do 1º ou 2º século a.C., e alcançou o Japão no 6º século [...], com o passar dos anos a famosa dobradura de papel foi tendo outros nomes como *origami*”. Rafael (2011, p. 17) complementa que

A palavra japonesa «Origami» é composta por dois caracteres, o primeiro, «Ori», deriva do desenho de uma mão e significa dobrar. O segundo, «Kami», deriva do desenho da seda e significa papel, espírito e Deus. A junção das duas palavras fez cair o sugerido origami (Rafael, 2011, p.17).

Com isso, entendemos que *origami* é uma técnica de dobrar papel. Contudo, Buske (2007, p. 28) define que “A construção de um origami, na sua forma mais

tradicional, não envolve o uso de cortes nem colagem, partindo, na maioria das vezes, de um pedaço de papel quadrado com uma de suas faces colorida". Trabalhar com dobraduras de papel traz diversos benefícios para os estudantes. Rêgo, Rêgo e Gaudêncio (2003) afirmam que:

O origami pode representar para o processo de ensino/aprendizagem de matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que o cercam. Com uma atividade manual que integra, dentre outros campos do conhecimento, Geometria e Artes (Rêgo; Rêgo; Gaudêncio, 2003, p. 18).

Correia, Santos e Silva (2021) destacam em seu trabalho comentários de professores sobre a importância da utilização da dobradura de papel:

O trabalho manual das dobraduras estimula também as habilidades motoras com uma ênfase no desenvolvimento da organização, na elaboração e sequências de atividades, na memorização de passos e coordenação motora fina do aluno."; "A arte do origami ajuda a melhorar não apenas a aprendizagem em Matemática, mas também a destreza manual, a redução do estresse, faz bem a visão pela beleza da arte e cultiva a paciência (Correia; Santos; Silva, 2021, p. 421-422).

Embora muitos estudantes tenham pouco contato com atividades de dobradura de papel, esta atividade foi criada para oferecer uma ampla gama de benefícios, como a compreensão de conceitos, a visualização de figuras geométricas de forma prática, a melhora da coordenação motora fina⁶, além de estimular o pensamento lógico e criativo.

O Jogo Moinho, também conhecido como Jogo Trilha, é considerado um jogo de alinhamento no qual "[...] o objetivo é alinhar três ou mais peças, e os jogos de transferência, denominados mancala. Existe uma grande variação de jogos de alinhamento e mais de duzentas variações para os jogos de mancala." (Brauner; Zimmer; Timm; 2019, p. 03)

⁶ "A coordenação motora fina é a capacidade de fazer movimentos intencionais com os músculos menores do corpo". (Ninho do Brasil, 2022. Disponível em: <https://www.ninhosdabrasil.com.br/coordenacao-motora-fina>)

Daqui em diante, a equipe do projeto decidiu elaborar uma atividade que seria apresentada em uma *live* com o tema *Jogo Moinho - Trilha: trabalhando Matemática com jogos de alinhamento*. Com o tema decidido, deu-se início a elaboração da *live*.

Escolher abordar *Jogo Moinho - Trilha* vai de encontro com a inserção de jogos, que é um elemento do cotidiano dos estudantes, como aspectos culturais, abrangendo conceitos e construção. O *Jogo Moinho - Trilha* tornou-se uma atividade lúdica que reveste-se de extrema importância, dada a influência significativa que exercem sobre os estudantes. Quando os estudantes se envolvem emocionalmente nessas atividades, o processo de ensino e aprendizagem se torna mais dinâmico e acessível. Smole *et al.* (2008, p. 10) afirmam que:

Todo jogo por natureza desafia, encanta, traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis. Essa dimensão não pode ser perdida apenas porque os jogos envolvem conceitos de Matemática. Ao contrário, ela é determinante para que os estudantes sintam-se chamados a participar das atividades com interesse (Smole *et al.*, 2008, p. 10).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) (Brasil, 1998), em relação à inserção de jogos no ensino de Matemática, pontuam que:

[...] constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução de problemas e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações [...] (Brasil, 1998, p. 46).

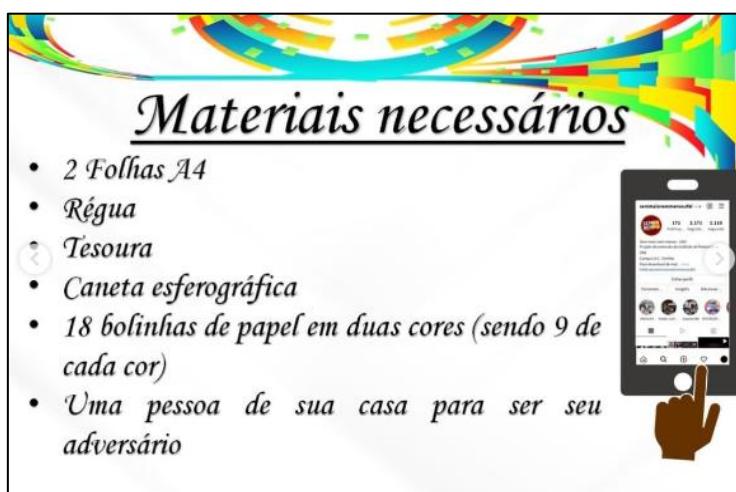
Em seguida, complementa “O jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos. É uma atividade na qual não há obrigação e por ser representado por um desafio, desperta interesse e prazer.” (Brasil, 1998, p. 46)

O jogo pode ser transformado em um instrumento importantíssimo para aplicações em sala de aula, podendo despertar nos professores de Matemática ideias, enriquecendo seu modo de planejar as aulas, usando o jogo como mediador de conhecimento, entre o professor e o estudante.

Após diversas reuniões, a atividade foi desenvolvida e apresentada em uma *live*⁷ no *Instagram*. Em seguida disponibilizada no canal do *YouTube*. Nesta *live* foi abordada a explicação do contexto histórico e da existência do jogo, a construção da malha para o tabuleiro e a finalização do tabuleiro do jogo e as regras do jogo. No final da *live*, cada estudante era convidado a jogar uma partida do jogo, chamando alguém que estava em sua residência, foi um momento muito importante principalmente porque estávamos em época pandêmica.

No que se refere à construção do tabuleiro, os estudantes precisavam utilizar alguns materiais, essa lista de materiais foi disponibilizada no *Instagram* do projeto e enviada para o(a) professor(a) da turma uma semana antes da *live* acontecer para que eles conseguissem providenciá-los. Os materiais foram: 2 folhas A4; régua; tesoura; caneta esferográfica; 18 bolinhas de papel em duas cores distintas. Em seguida o apresentador pediu para convidar uma pessoa de sua casa para ser seu adversário. Considerando que nem todos os estudantes possuíam os materiais necessários disponíveis, propomos alguns materiais alternativos, como mostra a Figura 7.

Figura 7 – Materiais alternativos



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos on-line” (2021).

⁷Para assistir a *live* acesse https://www.youtube.com/watch?v=0S_vWOXFy-0&t=1455s

A atividade *Jogo Moinho - Trilha: trabalhando Matemática com jogos de alinhamento* foi desenvolvida inicialmente para ser aplicada no formato virtual em uma das etapas do projeto “Sem mais nem menos”.

Após a pandemia, com os estudantes voltando para as salas de aula, a equipe do projeto viu a necessidade de adaptar algumas atividades, entre elas *Jogo Moinho – Trilha: trabalhando Matemática com jogos de alinhamento*. Adaptamos a atividade e ela foi aplicada em três escolas públicas localizadas em bairros de Maceió – Alagoas. Além das aplicações, esta atividade também foi tema de um minicurso no *V Simpósio Nacional da formação de professor de Matemática*, ocorreu de 4 a 6 de novembro de 2022, em Santa Maria, Rio Grande do Sul.

Durante a transição para o modelo presencial, a equipe enfrentou o desafio de adaptar e entregar a atividade impressa, que costumeiramente contém informações detalhadas, como texto, contexto, história, construção, regras e questionários, de forma a garantir o entendimento dos estudantes. Nesse sentido, foi necessário ajustar toda a dinâmica da atividade para este novo formato.

Para lidar com essa demanda, foram realizadas reuniões, debates, análises de material e consolidação de ideias, visando aprimorar a abordagem e traduzi-la para o papel. Esse processo envolveu a necessidade de tornar a atividade acessível para os estudantes, o que representa um desafio significativo.

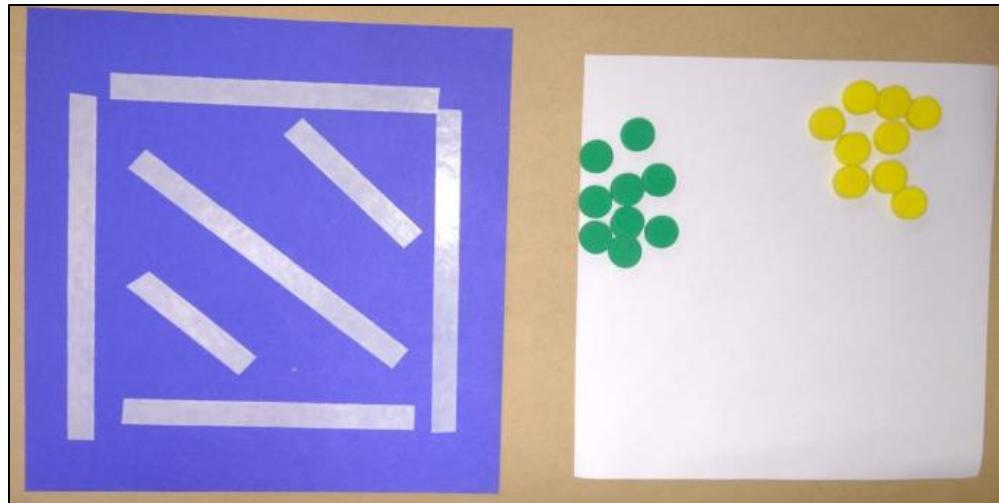
Para que nada abordado na *live* fosse perdido, a adaptação incluiu assistir a *live* para coletar informações relevantes, como contexto histórico, exemplos, regras, aplicações e questionamentos, a fim de aprimorar e complementar o material. Posteriormente, a atividade passou por uma série de testes, nos quais os membros do projeto realizaram experimentações e forneceram observações, com o objetivo de entregar a versão otimizada da atividade.

No modelo presencial, o material necessário para a realização da atividade foi fornecido aos estudantes, incluindo um quadrado azul feito de cartolina guache⁸,

⁸ Um tipo de papel utilizado para escrever, desenhar, pintar, colar, recortar, entre outras atividades manuais.

para que o tabuleiro ficasse mais firme. Os estudantes construíam o tabuleiro a partir de uma folha A4, em seguida colavam no quadrado azul de cartolina guache formando assim o tabuleiro do jogo (ver Figura 8). Além disso, as peças prontas foram disponibilizadas aos estudantes, garantindo que todos utilizassem peças padronizadas.

Figura 8 – Molde quadrangular, quadrado em folha A4 e peças do jogo



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2022).

Após a realização de diversos testes, a versão final da atividade foi elaborada em duas páginas (ver Figura 9).

Figura 9 – Atividade “Jogo Moinho – Trilha: trabalhando Matemática com jogos de alinhamento adaptada

SEMPRE PROX
Pró-estudo da Extensão

Nomes: _____ Série/Turma: _____ Data: / /

JOGO MOINHO Trabalhando matemática com jogo de alinhamento

O Jogo Moinho, também conhecido como Jogo Trilha, é um jogo do alinhamento. Os jogos de alinhamento são universais e são considerados os mais antigos do mundo.

Existem provas arqueológicas que o Moinho é jogado desde a antiguidade egípcia, uma vez que na Europa foram encontrados vestígios em barcos funerários Vikings (barcos cerimoniais usados em enterros), abadias (locais que abrigam comunidade religiosa), catedrais, castelos, igrejas e aldeias medievais. Até Shakespeare mencionou esse jogo em sua obra "Sonho de uma Noite de Verão" em 1595.

Geralmente encontramos esse jogo atrás dos tabuleiros do Jogo Dama.

O objetivo do jogo é remover as peças do adversário até que restem duas peças do inimigo.

Agora que vocês conhecem o Jogo Moinho, que tal construirem o tabuleiro e se divertirem? Vocês precisarão de caneta, um quadrado em folha de papel A4, régua e 18 peças, sendo 9 de uma cor e 9 de outra cor. Sigam as instruções de construção que estão no verso dessa folha.

Após construir, retornem para esta página, vejam as regras do jogo, joguem uma partida e depois respondam os questionamentos ao lado.

REGRAS DO JOGO

Agora que vocês construiram o tabuleiro, que tal aproveitarem e jogarem uma partida de Jogo Moinho? Fiquem atentos(as) às regras do jogo descritas abaixo e boa diversão! Esta partida será em dupla. Use as peças distribuídas pelo projeto.

- Cada jogador possuirá nove peças de uma cor, diferente da cor do outro jogador.
- Cada vez que um jogador alinhar três de suas peças consecutivas, forma-se um moinho e tem o direito de escolher uma peça adversária para remover, desde que essa peça não faça parte de um moinho adversário.
- O jogo se inicia com o tabuleiro vazio e é dividido em 3 etapas:

 - Os jogadores deverão colocar as 9 peças alternadamente nas casas jogáveis.
 - Um jogador de cada vez deverá movimentar as peças no tabuleiro para casas adjacentes, podendo ir e vir.
 - Quando um dos jogadores ficar com 3 peças, poderá saltar para qualquer casa.

- Considerarem vitória por Trancamento quando um jogador não conseguir andar para as casas adjacentes.
- Se cada jogador ficar com 3 peças, é autorizado realizar mais 10 tentativas pulando as casas. Caso não resulte em uma vitória, considerem empate.
- Os jogadores deverão realizar um “par ou ímpar” para decidir quem iniciará o jogo.

CONSTRUÇÃO DO TABULEIRO

PASSO 1
Considerem um lado frente e o outro verso, como indicado na figura abaixo.

PASSO 2

- Peguem o quadrado na folha A4.
- Dobrem a folha ao meio na vertical, marquem bem a dobradura e abram, conforme a figura abaixo.

PASSO 3

- Dobrem a folha ao meio na horizontal, marquem bem a dobradura e abram, conforme a figura abaixo.

PASSO 4

- Levem o lado esquerdo do quadrado até a linha vertical marcada no centro. Repita o processo com o lado direito.
- Marquem bem essas dobraduras.

PASSO 5

- Com o quadrado ainda dobrado, repitam o processo, isto é, levem o novo lado esquerdo até a linha vertical marcada no centro e, em seguida, levem o novo lado direito até a linha vertical marcada no centro.

PASSO 6

- Após o Passo 5, abram o quadrado. O resultado deve ser semelhante ao indicado na figura a seguir.

PASSO 7

- Levem o lado superior do quadrado até a linha horizontal marcada no centro. Repitam o processo com o lado inferior.
- Marquem bem essas dobraduras.

PASSO 8

- Com o quadrado ainda dobrado, repitam o processo, isto é, levem o novo lado superior até a linha horizontal marcada no centro e, em seguida, levem o novo lado inferior até a linha horizontal marcada no centro.

PASSO 9

- Após o Passo 8, abram o quadrado. O resultado deve ser semelhante ao indicado na figura a seguir.

PASSO 10

- Agora, com a malha quadruplicada, deixem uma fileira de quadrinhos de cada lado e marquem com a caneta quatro pontos nas extremidades internas formando um quadrado dentro dessas fileiras, conforme mostra a figura.

PASSO 11

- Repitam o passo 10, utilizando agora os quadrados interiores, conforme indicados nas figuras.

PASSO 12

- Repitam o passo 11, utilizando agora os quadrados interiores, conforme indicados nas figuras.

PASSO 13

- Marquem com a caneta os pontos médios de todos os lados dos três quadrados.

PASSO 14

- Usem a régua e a caneta para traçarem segmentos de retas ligando os pontos médios consecutivos dos três quadrados, conforme indicado na figura.

PASSO 15

- Peguem o molde de formato quadrado entregue pela equipe do projeto.
- Calem o quadrado construído por vocês no centro do molde, conforme indicado na figura.

PARA RESPONDER APÓS UMA PARTIDA DO JOGO

- Observem um lado do maior quadrado desenhado por vocês. Qual o tamanho do segmento que vai do ponto médio desse lado até um dos vértices do quadrado pertencente a esse mesmo lado? Justifiquem.
- Durante a construção do tabuleiro, a malha quadruplicada ficou totalmente preenchida por quadrinhos de mesmo tamanho. O número total de quadrinhos dessa malha representa um **número quadrado perfeito**, ou seja, é resultado da multiplicação de um número inteiro por ele mesmo.
- O tabuleiro do jogo construído por vocês, há 8 quadrinhos em cada lado da malha. Multiplicando o número de quadrinhos de cada lado por ele mesmo resultará em $8 \times 8 = 64$. Neste caso, 64 é o número quadrado perfeito que representa o número total de quadrinhos desse tabuleiro.
- Agora, se a malha quadruplicada usada no tabuleiro fosse composta por 5 quadrinhos em cada lado, qual seria o número quadrado perfeito que representaria o número total de quadrinhos desse tabuleiro? Justifiquem.
- Vocês sentiram dificuldades em construir o tabuleiro do Jogo Moinho? Se sim, qual(is)?
- Quais estratégias vocês utilizaram para tentar ganhar o jogo?

Bibliotecas

RIO, L. Moinho, um jogo de alinhamento. Revista Educação e Matemática. 2004.

TRILHA (Jogo) - Wikipédia, A Encyclopédia Livre. [S. l.]. 2 set. 2015. Disponível em: <https://www.zetabooks.com/documentos/278247421/Trilha-jogo-Wikip%C3%A9dia-A-Encyclop%C3%A9dia-Livre>. Acesso em: 2 set. 2022.

A primeira página apresenta um breve contexto histórico, abordando a origem do jogo e destacando a aplicação da Matemática no mesmo. Em seguida,

as regras do jogo são apresentadas aos participantes, proporcionando uma compreensão objetiva de sua dinâmica. Após a conclusão da atividade, os estudantes são incentivados a responder a quatro questionamentos, que têm como objetivo estimular a reflexão sobre os conceitos matemáticos explorados durante o jogo e a relação deles com a prática realizada.

É importante ressaltar que, durante a adaptação, a equipe do projeto achou necessário alterar/substituir alguns questionamentos presentes na versão virtual. O primeiro item “Escreva seu nome, o nome da escola, o nome do(a) seu(sua) professor(a) e a sua série no tabuleiro do *Jogo Moinho - Trilha*. Em seguida, envie uma foto do tabuleiro.”, tornou-se dispensável no presencial, uma vez que todo o material necessário foi fornecido aos estudantes. O questionamento (2) do formato virtual foi substituído por “Observem um lado do maior quadrado desenhado por vocês. Qual o tamanho do segmento que vai do ponto médio desse lado até um dos vértices do quadrado pertencente a esse mesmo lado? Justifiquem.”, esse questionamento foi inserido pois vimos a necessidade de trabalhar alguns conceitos como ponto médio, vértices, entre outros. Mantemos o questionamento (3), contudo foi adicionado uma explicação no modelo presencial e alterado o valor. Do questionamento (4), foi dispensando as alternativas (a) e (b) visto que no presencial essa atividade foi feita em dupla, com os colegas de turmas, mantendo assim apenas a alternativa (c), por fim, o questionamento (5) foi mantido. No Quadro 2, comparamos os questionamentos das versões virtual e do presencial.

Quadro 2 – Questionamentos das versões virtual e presencial

Versão virtual	Versão presencial
1. Escreva seu nome, o nome da escola, o nome do(a) seu(sua) professor(a) e a sua série no tabuleiro do <i>Jogo Moinho - Trilha</i> . Em seguida, envie uma foto do tabuleiro.”	1. Observem um lado do maior quadrado desenhado por vocês. Qual o tamanho do segmento que vai do ponto médio desse lado até um dos vértices do quadrado pertencente a esse mesmo lado? Justifique.”,

Fonte: Quadro elaborada pela autora (2024).

Continuação do Quadro 2 – Questionamentos das versões virtual e presencial

<p>2. Como observamos, o tabuleiro do Jogo <i>Moinho (Trilha)</i> é formado por 3 quadrados concêntricos. Explique por que chamamos esses quadrados de concêntricos.</p>	<p>2. Durante a construção do tabuleiro, a malha quadriculada ficou totalmente preenchida por quadradinhos de mesmo tamanho. O número total de quadradinhos dessa malha representa um número perfeito, ou seja, é resultado da multiplicação de um número inteiro por ele mesmo.</p> <p>No tabuleiro do jogo construído por vocês, há 8 quadradinhos de cada lado por ele resultará em $8 \times 8 = 64$. Neste caso, 64 é o número quadrado perfeito que representa o número total de quadradinhos desse tabuleiro. Agora, se a malha quadriculada usada no tabuleiro fosse composta por 5 quadradinhos em cada lado, qual seria o número quadrado perfeito que representaria o número total de quadradinhos desse tabuleiro? Justifiquem.</p>
<p>3. Vimos que o papel em que construímos o tabuleiro é um quadrado cujos lados medem 8 quadradinhos. Se este papel tivesse os lados medindo 9 quadradinhos, qual seria o maior número quadrado perfeito desse novo tabuleiro? Justifique sua resposta.</p>	<p>3. Vocês sentiram dificuldades em construir o tabuleiro do Jogo <i>Moinho</i>? Se sim, qual(is)?</p>
<p>4. Sobre o jogo, responda:</p> <ol style="list-style-type: none"> Quem foi seu(sua) adversário(a)? Quantas partidas foram realizadas? Qual(is) estratégia(s) você utilizou para tentar vencer a(s) partida(s)? 	<p>4. Quais estratégias vocês utilizaram para tentar ganhar o jogo?</p>
<p>5. Comente sobre o que você achou da atividade. (Você pode comentar se gostou, se sentiu dificuldades, se já conhecia o jogo, se ficou surpreso, entre outras opções. Lembre-se de justificar sua resposta).</p>	

Fonte: Quadro elaborada pela autora (2024).

É importante destacar que, na parte dos questionamentos, examinamos a parte do conhecimento matemático abordado durante a explicação da atividade. Apesar das atividades virtual e presencial terem o mesmo objetivo, percebemos a necessidade de modificar alguns questionamentos, uma vez que as interações

virtuais e presenciais apresentam diferenças significativas em termos de dinâmica, recursos disponíveis e formato de comunicação.

A atividade teve como conteúdo principal a geometria, abordando diversos conceitos desta área do conhecimento e a construção do tabuleiro, que envolveu princípios geométricos fundamentais. A segunda página da atividade (ver Figura 9) consistiu na orientação para a construção do tabuleiro do jogo. Neste contexto, procuramos incluir imagens geradas no software *GeoGebra*, visando tornar o processo mais acessível aos estudantes. Considerando a possibilidade de ocorrerem erros durante a etapa de dobraduras, optamos por incluir imagens ilustrativas, o que contribuiu significativamente para minimizar equívocos na construção do tabuleiro.

Nas subseções 4.2 e 4.3, iremos descrever a execução da atividade no formato virtual e presencial.

4.2 Execução da atividade no formato virtual

Inicialmente foi realizada um *live* pelo *Instagram* do projeto, a qual foi posteriormente disponibilizada no *YouTube*, em que uma integrante do projeto “Sem mais nem menos” explicou sobre a história do jogo de uma forma leve para que os estudantes pudessem entender.

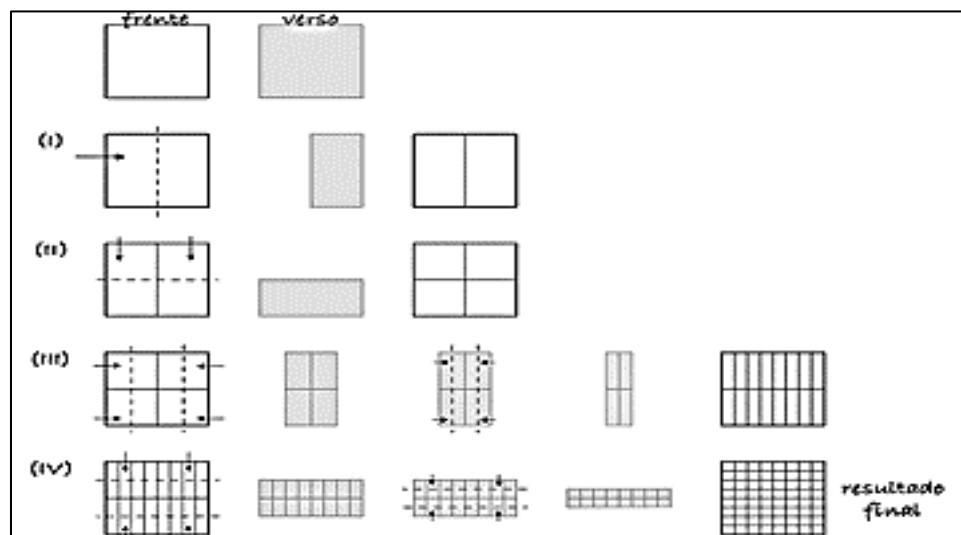
Em seguida, foi construída uma malha quadriculada, ver Figura 10, a apresentadora juntamente com os estudantes foram realizando os passos na *live* de uma forma que os estudantes conseguissem acompanhar. A apresentadora da *live* foi ditando e construindo junto com os estudantes. Os materiais que seriam utilizados já estavam separados e a apresentadora da *live* foi construindo juntamente com os telespectadores da *live*.

Primeiramente, os estudantes foram orientados a pegar uma folha A4 e seguir uma série de etapas para criar o tabuleiro do *Jogo Moinho – Trilha*. No **Passo I**, com a folha na posição horizontal, os estudantes dobraram a folha ao meio e, em seguida, desdobraram-na de volta à posição inicial, garantindo que as dobraduras ficassem bem visíveis. No **Passo II**, a folha foi dobrada ao meio na direção vertical,

como mostrado na Figura 10. Após essa dobradura, os estudantes desdobraram a folha de volta ao formato original. No **Passo III**, com a folha novamente na posição horizontal, os estudantes dobraram a folha em $\frac{1}{4}$ levando as pontas ao centro. Com a folha ainda dobrada, repetiram o processo, levando as pontas ao centro mais uma vez, resultando em uma folha dobrada em $\frac{1}{8}$. Depois de desdobrar a folha de volta ao seu estado inicial, os estudantes passaram para o **Passo IV**, que consistia em repetir o **Passo III**, mas agora com a folha na posição vertical, conforme ilustrado na Figura 10.

Esses passos foram realizados simultaneamente pelos estudantes e pela apresentadora, como mostrado na Figura 10, até que a malha estivesse pronta. Essa malha dobrada se transformou no tabuleiro do *Jogo Moinho – Trilha*. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) enfatiza a importância de recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Figura 10 – Construção da malha para o tabuleiro do *Jogo Moinho – Trilha*



Fonte: Santos; Correia e Albuquerque (2022, p. 04).

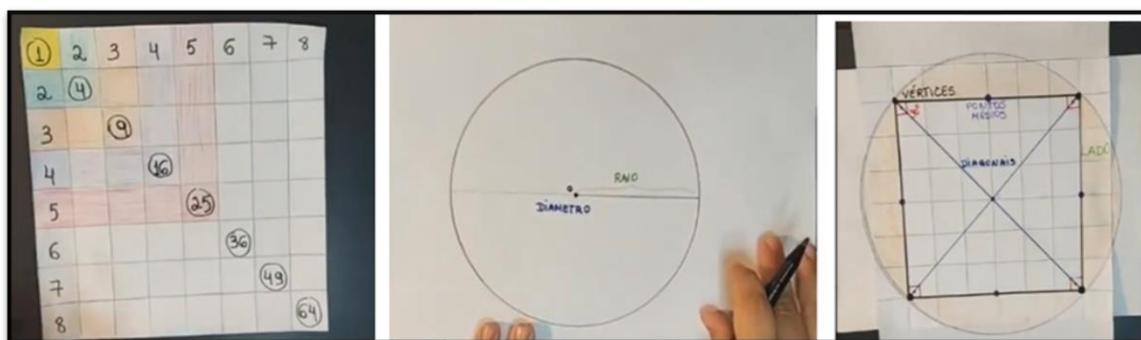
Durante a *live*, foi abordado o conceito de número quadrado perfeito, que é um número natural cuja raiz quadrada resulta em um número inteiro. Para tornar o entendimento mais fácil, foram apresentados exemplos que destacaram os padrões dos quadrados perfeitos, permitindo que os estudantes visualizassem de forma simples como esses números se formam.

Freitas Neto (2013, p. 60) afirma que “Quadrado perfeito é a designação atribuída aos quadrados de números inteiros, na tabuada da multiplicação são os elementos da diagonal principal”.

Durante a *live*, foi explicado o conceito de circunferência que, de acordo com Freitas Neto (2013, p. 40), “[...] é uma linha curva fechada cujos pontos são equidistantes a um ponto fixo denominado centro”. Também foi explicado o conceito de raio e de diâmetro, sendo raio “[...] um elemento da circunferência que tem origem no centro e extremidade na curva” e diâmetro “[...] um segmento de reta que liga dois pontos de uma circunferência passando pelo centro” (Freitas Neto, 2013, p. 42).

Assim, na *live*, utilizamos uma imagem que auxiliou os estudantes na compreensão visual dos conceitos apresentados, ver Figura 11. A terceira imagem da Figura 11 foi abordado o tema de um quadrado inscrito na circunferência, em que a visualização do quadrado inscrito permitiu aos estudantes compreender como os vértices do quadrado tocam a circunferência enquanto o lado do quadrado permanece contido nela, solidificando a ideia de um quadrado inscrito na circunferência. Ver Figura 11.

Figura 11 – Prints da *live* Jogo Moinho - Trilha



Fonte: Sem mais nem menos (2021).

De acordo com Possete (2016, p. 05),

[...] o emprego de imagens como recursos didáticos e pedagógicos em sala de aula é importante não apenas para ilustrar ou facilitar a aprendizagem dos alunos, mas também visa a possibilitar uma melhor exploração de conceitos, ideias e fundamentos essenciais na disciplina de Ciências (Possete, 2016, p. 05).

Compreendemos que a utilização de imagens proporciona estímulos visuais que ajudam a captar a atenção dos estudantes e a manter o interesse durante a aula. Além disso, as imagens têm o poder de simplificar conceitos complexos e abstratos, tornando-os mais acessíveis e compreensíveis. Em suma, o uso de imagens em sala de aula é uma ferramenta poderosa para tornar o ensino envolvente, compreensível e memorável, beneficiando os estudantes. (Possete, 2016)

Além disso, foram explicados alguns termos matemáticos, como ponto médio, definido por Freitas Neto (2013, p. 93) como “[...] um ponto sobre um segmento de reta que dividi em duas partes iguais”; área que “[...] é a medida de uma superfície”; perímetro que corresponde “[...] a medida da linha que contorna uma figura”; simetria que se refere ao “[...] conjunto de proporções equilibradas”, centro “[...] é um ponto que goza de uma ou mais condições ou propriedades geométricas”; vértices “que no ângulo ele está na origem de duas semirretas” e raciocínio lógico.

Após a exposição desses temas e definições, ocorreu a finalização da construção do tabuleiro (ver Figura 12), seguindo os passos detalhados apresentados durante a *live*, conforme a Figura 13.

Inicialmente, foi demonstrado o passo a passo,

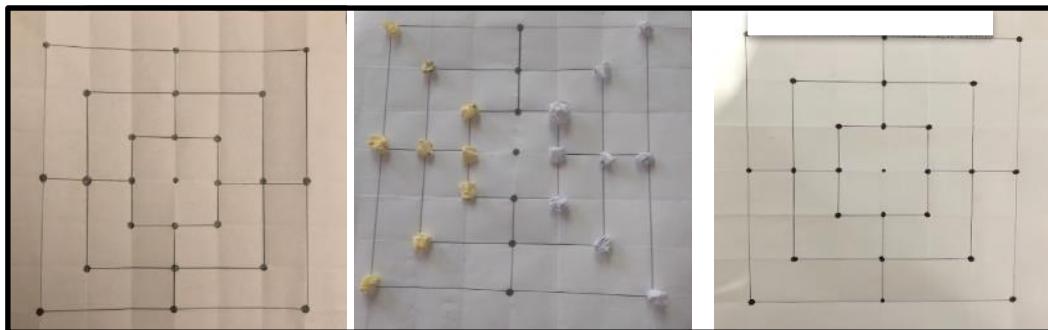
Passo I: Consistiu em marcar os quatro vértices na malha quadriculada e, em seguida, conectar os vértices por meio de segmentos de reta, formando assim um quadrado.

Passo II: Consistiu em marcar mais quatro vértices, desta vez dentro do primeiro quadrado já formado, e, posteriormente, conectar esses vértices também por segmentos de reta.

Passo III: Prosseguiu-se com a marcação de mais quatro vértices e a conexão desses vértices por meio de segmentos de reta, resultando em três quadrados interligados entre si. Ver imagem 13.

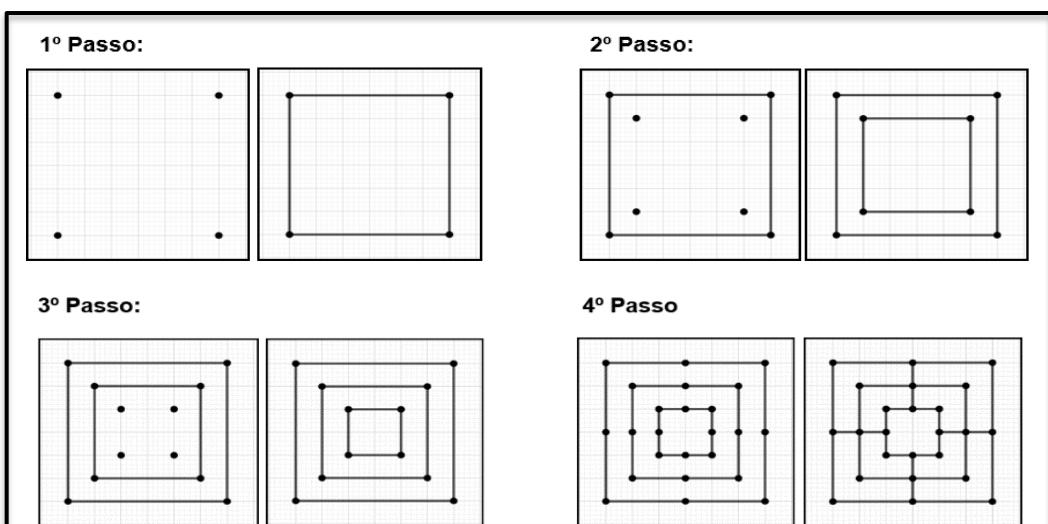
Passo IV: Consistiu na identificação dos pontos médios dos segmentos de reta dos quadrados, os quais foram conectados para finalizar a construção do tabuleiro do *Jogo Moinho – Trilha*.

Figura 12 – Construção dos tabuleiros realizados pelos estudantes



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos on-line” (2021).

Figura 13 – Construção do tabuleiro do *Jogo Moinho - Trilha*



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Durante o processo, foram explicadas as regras do jogo,

O jogo inicia com o tabuleiro vazio. Os jogadores se alternam colocando peças sobre posições vagas do tabuleiro. Depois que todas as dezoito peças tenham sido colocadas, os jogadores movem peças por turnos. Um movimento consiste em deslizar uma peça ao longo de uma das linhas do tabuleiro para uma outra intersecção adjacente. Se uma das fases de jogo forma um moinho (três peças colineares da mesma cor), então pode-se remover qualquer peça da cor adversária (desde que não faça parte de outro moinho e ainda haja outras peças da cor adversária no tabuleiro). Se não houver peças adversárias a não ser em moinhos, pode-se remover uma peça de moinho. Quando um jogador estiver reduzido a três peças, essas peças podem voar de qualquer intersecção para qualquer outra (Megajogos, 2012).

Em seguida, os estudantes deveriam colocar seus conhecimentos adquiridos em prática e jogar uma partida. Então cada estudante convidou o pai, a mãe, irmão, tios, tias, primos, pessoas que faziam parte do seu convívio familiar, já que estávamos em meio a uma pandemia, para jogar com ele.

No final da *live*, foi apresentado aos estudantes um questionário relacionado à atividade aplicada. (ver Figura 14)

Figura 14 – Questionário para responder pós – live

 PROEX Pró-reitoria de Extensão <small>UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS</small>	 Universidade Federal de Alagoas Pró-reitoria de Extensão Ufal Conectada SEM NEM <small>SEM MAIS NEM MENOS</small>	 UFAL Conectada@ <small>UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS</small>
Sem mais nem menos on-line		
Nome: _____ Professor (a): _____ Escola: _____ Série: _____		
<p style="color: blue; font-style: italic;">Agora que você construiu o seu Jogo Moinho (Trilha), precisamos de algumas informações. Vamos lá?</p>		
<ol style="list-style-type: none"> 1) Escreva seu nome, o nome da escola, o nome do(da) seu(sua) professor(a) e a sua série no tabuleiro do Jogo Moinho (Trilha). Em seguida, envie uma foto do tabuleiro com as peças. 2) Como observamos, o tabuleiro do Jogo Moinho (Trilha) é formado por 3 quadrados concêntricos. Explique por que chamamos esses quadrados de concêntricos. 3) Vimos que o papel em que construímos o tabuleiro é um quadrado cujos lados medem 8 quadrinhos. Se este papel tivesse os lados medindo 9 quadrinhos, qual seria o maior número quadrado perfeito desse novo tabuleiro? Justifique sua resposta. 4) Sobre o jogo, responda: A) Quem foi seu(sua) adversário(a)? B) Quantas partidas foram realizadas? C) Qual(is) estratégia(s) você utilizou para tentar vencer a(s) partida(s)? 5) Comente sobre o que você achou da atividade. (Você pode comentar se gostou, se sentiu dificuldades, se já conhecia o jogo, se ficou surpreso, entre outras opções. Lembre-se de justificar sua resposta). 		

Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos on-line” (2021).

Alguns desses questionamentos são subjetivos e outros precisavam de mais atenção aos detalhes que foram explicados na *live*. Para responder o questionário, o estudante precisava ter assistido à *live* solicitada. Caso tivesse perdido alguma parte, a gravação estava disponível tanto no *Instagram* quanto no *YouTube*, permitindo que os estudantes pudessem assistir novamente, caso restassem dúvidas.

Após responderem o questionário, eles enviaram para os professores responsáveis, juntamente com a foto do tabuleiro construído por eles.

Os professores receberam todo o material de seus estudantes, organizaram e, em seguida, esses professores encaminharam para a equipe do projeto. Mesmo deixando um questionário, os professores tinham liberdade de acrescentar algo caso desejasse, e achasse pertinente de ser trabalhados em sala de aula.

É interessante ressaltar que os professores inscritos na modalidade II, ou seja, apenas participantes da *webconferências*, assistiam à *live*, respondiam à atividade, faziam suas observações e guardavam seus comentários para serem expostos nas *webconferências* sobre a atividade relacionada.

Os resultados⁹ desta atividade *on-line* foram publicados nos anais do XIV Encontro Nacional de Educação Matemática (Enem) no ano de 2022, pelos autores Santos; Correia e Albuquerque. No entanto, alguns serão discutidos junto com os da etapa presencial.

Na próxima subseção, iremos descrever o processo de execução da atividade adaptada para o presencial.

4.3 Execução da atividade no presencial

No modelo presencial, após entregar a atividade desenvolvida juntamente com os materiais necessários, a equipe do projeto explicou como a atividade iria funcionar e os assuntos que seriam abordados. Em seguida, os estudantes foram separados em duplas para a realização da atividade, eles construíram em conjunto o tabuleiro do jogo e jogaram aplicando as regras do jogo durante a partida. Após a conclusão do jogo, os estudantes respondem aos quatro questionamentos propostos. Essa versão adaptada da atividade preserva o objetivo original da versão virtual, promovendo a presença da Matemática no cotidiano dos estudantes e mantendo a utilização das mesmas habilidades presentes no formato virtual.

No primeiro questionamento, o objetivo era que os estudantes utilizassem uma régua para efetuar a medição e compreendessem as unidades de medida, que podem ser expressas em diferentes unidades, como metros, centímetros, entre outros. Além disso, visava promover a precisão e a exatidão na medição.

Como já mencionado anteriormente, a segunda questão foi mantida igual a da atividade virtual e nela foi possível aplicar a questão do quadrado perfeito, que foi explicado durante a atividade. A terceira questão foi exclusiva para o formato

⁹ Anais XIV ENEM: https://drive.google.com/file/d/1SqLirsMEbQzIUi_tCA6ZopThwbzEnbd/view

presencial, com o propósito de identificar as dificuldades encontradas pelos estudantes na construção do tabuleiro do *Jogo Moinho - Trilha*. A quarta questão foi incluída em ambas as versões, tanto virtual quanto presencial, com o intuito de compreender que tipo de estratégias os estudantes utilizaram e como aplicaram o raciocínio lógico nesta atividade. Assim, compreendemos que a adaptação dos questionamentos para diferentes ambientes de aprendizagem permitiu otimizar a experiência educacional.

Na primeira parte da atividade, os estudantes são desafiados a observar o maior quadrado desenhado por eles. Este questionamento proporciona aos estudantes a oportunidade de desenvolver parte das habilidades, (EF03MA21) “Comparar visualmente ou por sobreposição as áreas [...]”, (EF06MA18) “[...] considerando lados, vértices e ângulos. (Brasil, 2018, p. 299)

Em seguida, os estudantes são solicitados a descobrir o tamanho do segmento que vai do ponto médio até um dos vértices do quadrado do mesmo lado e justificar sua opinião, possibilitando assim que desenvolvam parte da habilidade (EF03MA15) “Classificar e comparar figuras planas em relação a seus lados e vértices” (Brasil, 2018, p. 301).

Com relação aos questionamentos (3) e (4), os estudantes são solicitados a descrever e justificar as dificuldades da construção do tabuleiro do *Jogo Moinho – Trilha* e as estratégias para tentar ganhar o jogo. Isso fortalece a habilidade dos estudantes de:

[...] fundamentar e explicar suas respostas, argumentações ou posicionamentos de forma coerente e fundamentada em evidências, promovendo a capacidade de raciocínio crítico, avaliação de informações, consideração de diferentes pontos de vista e apresentação de argumentos consistentes para apoiar conclusões. A justificativa é uma habilidade essencial para o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de argumentação dos alunos em diversas áreas do conhecimento (Brasil, 2018, p. 18).

Além disso, a realização desta atividade permite abordar outras habilidades, tais como a EM13MAT201 “[...] envolvendo medições e cálculos de área, [...]” (Brasil, 2018, p. 534). No questionamento (2), o Referencial Curricular de Alagoas (ReCAL) para o Ensino Médio (Alagoas, 2021) apresenta um Desdobramento

Didático Pedagógico (DesDP) que sugere que os estudantes “[...] compreendam diferentes maneiras de obter o perímetro de um espaço e apliquem composição e decomposição de figuras geométricas para determinar a área (Alagoas, 2021, p. 209)”. A habilidade EM13MAT307 também é contemplada, pois os estudantes são incentivados a “Empregar diferentes métodos para obter a medida da área [...]” (Brasil, 2018, p. 536), por exemplo, ensina a calcular o quadrado perfeito para que os estudantes entendam que essa multiplicação resulta no valor da área do tabuleiro. (Alagoas, 2021, p. 210)

A proposição desses questionamentos permite que os estudantes desenvolvam tais habilidades e aprimorem o conhecimento adquirido associado a elementos de seu cotidiano.

A seção seguinte descreve sobre os resultados verificados da aplicação presencial.

5. RESULTADOS DA EXECUÇÃO DA ATIVIDADE

A aplicação virtual foi realizada com estudantes do Ensino Fundamental – Anos finais (EF) e Ensino Médio (EM), totalizando 101 estudantes de 09 escolas da rede pública e 46 estudantes de 02 escolas da rede particular de Ensino. Por ser uma modalidade virtual, tivemos participantes de diversos estados do Brasil, como Alagoas, Bahia, Pernambuco e São Paulo. (Santos; Correia; Albuquerque, 2022)

Seguiremos com os resultados do presencial, fazendo a relação com o virtual sempre que necessário.

A adaptação da atividade *Jogo Moinho – Trilha: trabalhando Matemática com jogos de alinhamento* foi aplicada em três escolas da rede pública de Alagoas, a estudantes do EF e EM, sendo 50 estudantes do EF e 22 estudantes do EM.

Dos 72 estudantes da rede pública, 26 deles são do 7º ano, 24 do 9º ano, 22 estudantes da 1ª série do EM. As aplicações do 7º e do 9º ano do EF ocorreu cada uma em sua determinada escola, sendo que a aplicação da 1ª série do EM ocorreu no Laboratório de Ensino de Matemática do Instituto de Matemática da Ufal.

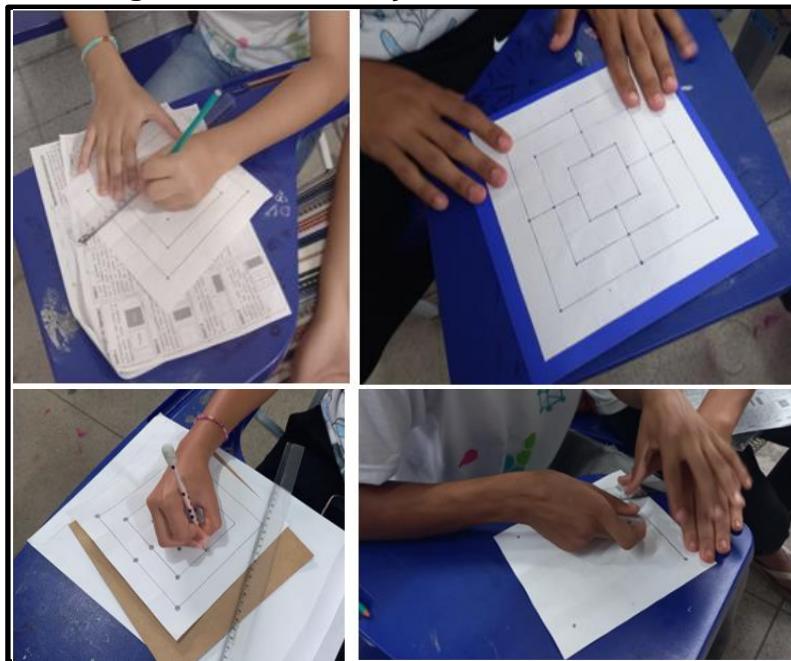
Baseado nos dados coletados, discutiremos os resultados dessa aplicação. Queremos evidenciar que essa atividade foi realizada em dupla e analisaremos em duplas, totalizando 36 duplas, sendo 13 duplas do 7º ano, 12 duplas do 9º ano, 11 duplas da 1ª série do EM.

Na primeira parte da atividade, verificamos os tabuleiros que eles construíram (ver Figura 16). Das 36 duplas, 24 (66,67%) duplas construíram o tabuleiro corretamente e as 12 (33,33%) duplas construíram de forma errônea. Alguns tabuleiros estavam desalinhados, deformados e/ou incompletos, isso se deu pelo fato de os estudantes não utilizarem os materiais manipuláveis como a régua.

José Carlos Putnoki, autor de livros didáticos, em entrevista a Zuin (2001, 177), ressalta que “[...] não há Geometria sem Régua e Compasso”. De acordo com a BNCC (Brasil, 2018, p. 279), essa primeira parte permite que os estudantes desenvolvam as habilidades: (EF01MA14) “Identificar e nomear figuras planas, como círculo, quadrado, retângulo e triângulo [...]”, no caso da construção do

tabuleiro. Além disso, a habilidade (EF03MA15) “Classificar figuras de acordo com seus lados e vértices” pode ser aplicada no primeiro exercício, onde os alunos devem conectar os segmentos de reta para formar os lados de um quadrado. Depois, eles devem medir os lados e marcar os vértices, demonstrando assim essa habilidade. Ver Figura 15.

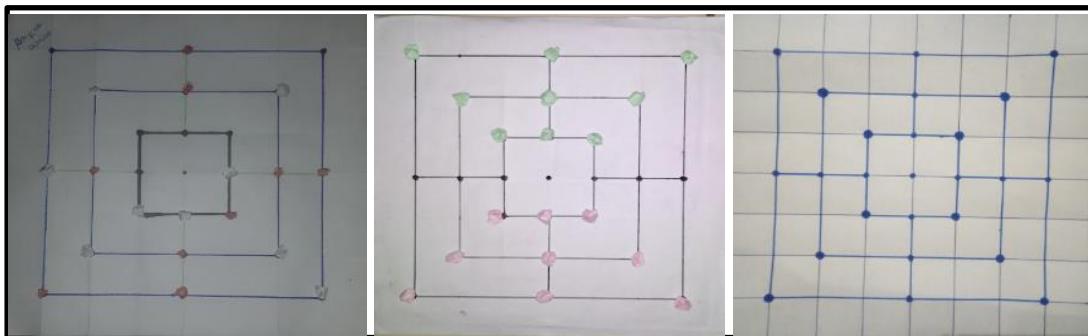
Figura 15 – Construção dos tabuleiros



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2022).

No formato virtual, os próprios estudantes construíram todo seus tabuleiros e suas peças, seguindo as orientações da *live*. Dos 101 estudantes da escola pública, 73 (72,28%) construíram o tabuleiro corretamente e 28 (27,72%) erraram na construção. Dos 46 estudantes da rede particular, 25 estudantes (54,35%) construíram o tabuleiro correto e 19 (41,30%) erraram e 02 (4,35%) não enviaram a imagem. Acreditamos que tais erros ocorreram devido às principais falhas nas dobraduras que resultaram em erros na elaboração da malha e consequentemente no tabuleiro. (Santos; Correia; Albuquerque, 2022, p. 5) Ver Figura 16.

Figura 16 – Construção dos tabuleiros realizados pelos estudantes



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2021).

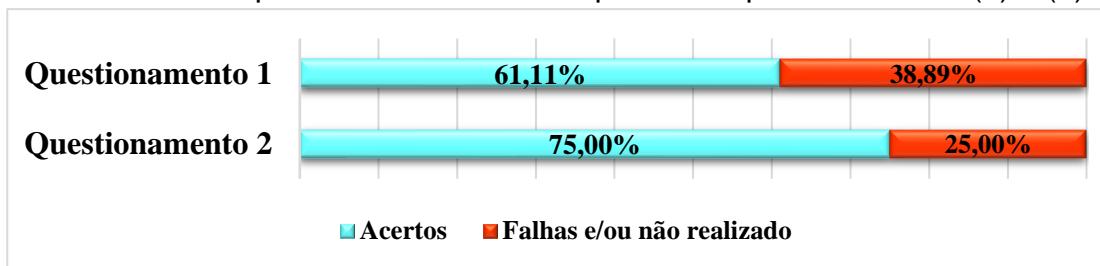
Agora, veremos os resultados dos questionamentos. No questionamento (1) “Observem um lado do maior quadrado desenhado por vocês. Qual o tamanho do segmento que vai do ponto médio desse lado até um dos vértices do quadrado pertencente a esse mesmo lado? Justifiquem.”, das 36 duplas, 22 (61,11%) duplas responderam conforme o esperado que é 7,5 cm. Algumas justificativas foram que obtiveram essa resposta utilizando a régua, medindo o lado e dividindo por 02, mediram de um vértice até o ponto médio, obtendo assim 7,5 ou aproximadamente isso. As 14 (38,89%) duplas que não obtiveram a resposta esperada, fizeram o tabuleiro de forma incorreta, não utilizaram o instrumento disponível, a régua, ou deixaram em branco.

Após a explicação sobre quadrado perfeito, que tanto estava na atividade como foi explicado em sala de aula pela equipe do projeto, os estudantes deveriam responder o questionamento (2), que era relevante a este assunto. O questionamento (2)

Durante a construção do tabuleiro, a malha quadriculada ficou totalmente preenchida por quadradinhos de mesmo tamanho. O número total de quadradinhos dessa malha representa um número quadrado perfeito, ou seja, é resultado da multiplicação de um número inteiro por ele mesmo. No tabuleiro do jogo construído por vocês, há 8 quadradinhos em cada lado da malha. Multiplicando o número de quadradinhos de cada lado por ele mesmo resultará em $8 \times 8 = 64$. Neste caso, 64 é o número quadrado perfeito que representa o número total de quadradinhos desse tabuleiro. Agora, se a malha quadriculada usada no tabuleiro fosse composta por 5 quadradinhos em cada lado, qual seria o número quadrado perfeito que representaria o número total de quadradinhos desse tabuleiro? Justifiquem (Sem mais nem menos, 2021, p. 01).

Nesse questionamento, a resposta esperada era $5 \times 5 = 25$ ou $5^2 = 25$. Das 36 duplas, 27 (75,00%) duplas responderam conforme o esperado e as 9 (25,00%) duplas restantes responderam de forma incorreta. A maior quantidade de erros foi na turma do 7º ano do EF, e os estudantes não justificaram como eles encontraram a resposta. Acreditamos que os que responderam de forma incorreta não compreenderam ou não prestaram atenção na explicação do assunto quadrado perfeito que foi realizada em sala de aula, mas queremos relatar também que a turma era muito barulhenta e não se atentava aos detalhes e desviava a atenção muito fácil. Ver Gráfico 1.

Gráfico 1 – Respostas dos estudantes quanto ao questionamento (1) e (2).



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Note que ao observar o Gráfico 1, os estudantes sentiram mais dificuldades no questionamento (1), esse fato se deu pois muitos deles arredondaram o valor e não colocaram o que realmente tinham medido quando utilizaram a régua, alguns estudantes não assimilaram completamente as definições de vértices e ponto médio, o que ocasionou a maior dificuldade. Concordando com Titon, Pereira e May, (2022, p. 143), “[...] a falta de domínio dos estudantes no uso dos instrumentos, exemplificando uma situação típica: ao iniciarem a medição com fita métrica ou régua, usam como referência de contagem o ‘1’ e não o ‘zero’ (0)”. No entanto, vale salientar que uma dupla utilizou uma unidade de medida diferente, eles informaram que a resposta era “5 quadrinhos”, contudo essa resposta foi considerada incorreta,

pois não eram 5 quadrinhos e isso deve ter se dado pelo fato de algum erro na construção.

Com relação à aplicação na modalidade virtual, Santos, Correia e Albuquerque (2022, p. 06) comentaram o resultado do questionamento (3):

Dos 101 estudantes da rede pública, 44 (43,56%) acertaram, 52 (51,49%) erraram, 1 (0,99%) respondeu de forma incompreensível e 4 (3,96%) deixaram em branco. Dos 46 estudantes da rede particular, 30 (65,22%) acertaram, 13 (28,26%) erraram, 1 (2,17%) respondeu de forma incompreensível e 2 (4,35%) deixaram em branco (Santos; Correia; Albuquerque, 2022, p. 06).

Eles ainda complementam:

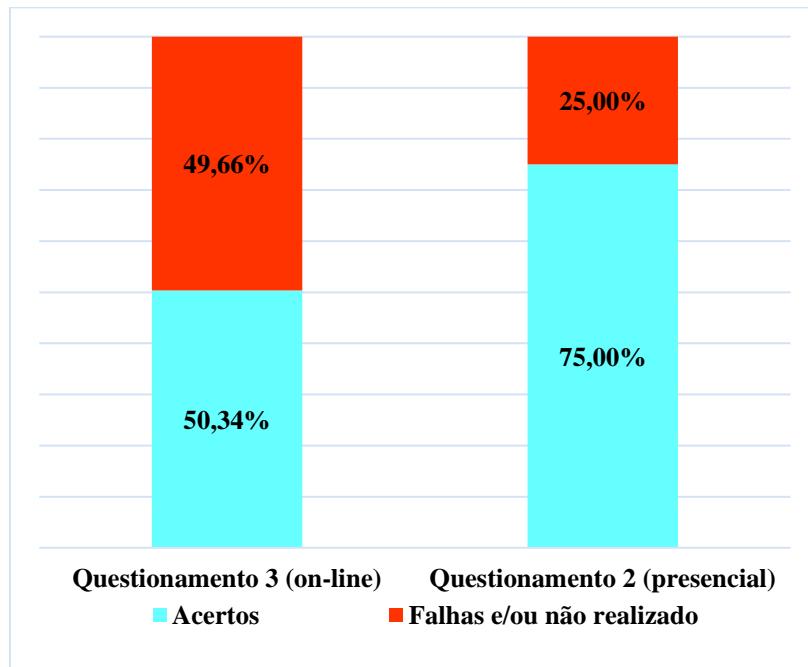
Neste questionamento, os estudantes aplicaram conhecimentos aritméticos para a solução. Isso vai ao encontro da BNCC (BRASIL, 2018, p. 267) que informa que o estudante deve adquirir a competência de “Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática [...], sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, [...] na busca de soluções” (Santos; Correia; Albuquerque, 2022, p. 06).

Com base nos resultados, o Gráfico 2 mostra o questionamento (3) da aplicação virtual e o questionamento (2) da aplicação presencial, ambos focados no mesmo conteúdo, quadrado perfeito, ver Gráfico 2. Quando verificamos o gráfico percebermos que na aplicação presencial o número de acertos foi drasticamente maior e acreditamos que isso se deu ao fato que no presencial os estudantes estão em uma sala de aula, onde eles se sentem mais à vontade para tirar dúvidas, comparando com a aplicação virtual. Junior *et al.* (2023, p. 326) comentam que,

[...] um ambiente de aprendizagem positivo é caracterizado por um clima emocional acolhedor, relações interpessoais positivas, estímulo à autonomia e responsabilidade dos alunos, valorização da diversidade e inclusão, e promoção da interação e colaboração entre os estudantes. Essas características são fundamentais para criar um ambiente propício ao desenvolvimento integral dos alunos, estimulando seu engajamento, promovendo o respeito mútuo e facilitando o processo de aprendizagem (Junior *et al.* 2023, p. 326).

Percebemos que o ambiente presencial oferece um suporte mais direto e imediato, permitindo uma interação mais rica e efetiva entre os estudantes e professores.

Gráfico 2 – Comparação dos questionamentos (3) e (2) da aplicação virtual e presencial.



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

No questionamento (3) “Vocês sentiram dificuldades em construir o tabuleiro do Jogo Moinho – Trilha? Se sim, qual(is)?”, do total de 36 duplas da rede pública, 26 (72,22%) duplas responderam que não tiveram dificuldades, 04 (11,11%) duplas responderam que sentiram dificuldades, principalmente na hora da construção do tabuleiro na parte das dobraduras, uma das duplas inclusive afirmou que precisou fazer pela segunda vez para poder ficar correto, 06 (16,67%) duplas deixaram a questão em branco.

No Quadro 3, descrevemos todas as respostas dos estudantes. Correia, Santos e Silva (2021) evidenciam que estudantes não têm muito contato com a técnica de dobrar papel por falta de atividades com esse propósito, mas que professores já percebem que é possível obter bons resultados ao investir em atividades com dobraduras.

Quadro 3 – Respostas dos estudantes do questionamento (3).

Não foi facil	Não, em nenhum momento.	Não
Não foi facil	Não, somos muito bom.	Não, nenhuma.
Não	Não, super fácil e simples divertido.	Não
Para a dobradura	Não	Não
Não, pois nós achamos fácil	Não	Não, nem uma dificuldades em fazer esse tabuleiro.
Não	Não	Não
Não	Não tivemos dificuldades	Não
Um pouco, pois tivemos que fazer pela segunda vez para que desse certo.	Sim, em dobrar.	Não
Não	Não	Não, nenhuma.

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Quanto às respostas do último questionamento (4) “Quais estratégias vocês utilizaram para tentar ganhar o jogo?”, do total de 36 duplas, 25 duplas responderam que “encurralar, bloquear o adversário”, “aproveitar a falta de atenção do adversário” e “deixar o outro jogador sem saída”. Todas as respostas estão listadas no Quadro 4 e as outras 11 duplas afirmaram que não usaram estratégia ou deixaram em branco.

Quadro 4 – Respostas dos estudantes do questionamento (4).

Colocando as peças entre a fileira que o adversário iria fazer um moinho.	Olha o jogo um do outro	Observei o jogo adversário
Deixar o outro jogador sem opção de colocar as peças	Não colocar todas as peças no canto	Foquei na parte lateral do jogo
A estratégia que uso no jogo da velha pra montar uma linha reta	Dispertar o oponente do real objetivo	Não deixar o adversário formar três linhas retas
Pensamos que era o jogo da velha	A estratégia de formar 3 casas para pegar a peça	Aproveitar a falta de atenção do oponente
Jogando pelos cantinhos	Coloca as bolas pro mesmo lugar	Pulando de casa em casa

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Continuação do Quadro 4 – Respostas dos estudantes do questionamento (4).

Prende seu adversário	Formar 3 pecinhas juntas de uma cor só	Não coloco muito bola separado
Bloqueando o adversário e tentando fazer o moinho.	Ficar movendo as peças pros lados externos	Colocando as peças na horizontal
Fazer os moinhos	Encurralar o inimigo	Roubo, pois não sabíamos.
Olhar para um ponto que não vou colocar a peça para confundir o adversário.		

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Os comentários demostram que os estudantes utilizaram diversas estratégias para vencer o jogo. Boaler (2018, p. 74-75) afirma que “Argumentar também garante aos estudantes acesso à compreensão”. Com esse intuito, a equipe do projeto sempre pede justificativa em seus questionamentos, para que os estudantes coloquem a sua opinião e estruture uma justificativa, colocando em prática o pensamento de Boaler e possibilitando aos estudantes uma construção de argumentos.

Com base nos resultados das aplicações presencial, podemos perceber que a atividade teve um êxito positivo, assim como a aplicação *virtual*. Consideramos essa aplicação muito proveitosa. Pontes (2018, p. 05) afirma que: “[...] atores do processo, educador e educando, no contexto escolar, devem ultrapassar os limites de sala de aula, possibilitando uma perfeita harmonia no ato de ensinar e no ato aprender Matemática [...]”.

Ultrapassar os limites da sala de aula permite que a educação se torne mais integrativa e contextualizada, ajudando os estudantes a enxergarem a Matemática em situações cotidianas. Essa abordagem facilita a compreensão de conceitos abstratos, tornando-os mais concretos e aplicáveis.

Acreditamos que esta atividade proporcionou aos estudantes um conhecimento que estava relacionado à sua realidade, apresentando aos

estudantes um conteúdo de uma forma leve, criativa e ligada a sua realidade. (ver Figura 17).

Figura 17 – Estudantes jogando o “Jogo Moinho - Trilha: trabalhando Matemática com jogos de alinhamento



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2022).

A seção seguinte, irá descrever sobre a aplicação e apresentação da atividade em um Minicurso que ocorreu V Simpósio Nacional da Formação de Professores de Matemática, realizado na Universidade de Santa Maria, Rio Grande do Sul, de 4 a 6 de novembro de 2022.

6. MINICURSO

O projeto de extensão “Sem mais nem menos” também inclui atividades realizadas em eventos, como a aplicação do *Jogos Moinho – Trilha* e *Jogo Shisima*, que foram abordados no minicurso intitulado “O uso de dobraduras em papel na confecção de jogos de alinhamento: *Jogo Shisima* e *Jogo Moinho - Trilha*”. Esse minicurso foi apresentado durante o *V Simpósio Nacional da Formação de Professores de Matemática*, realizado na Universidade de Santa Maria, no Rio Grande do Sul, de 4 a 6 de novembro de 2022 (ver Figura 18). Os participantes do minicurso consentiram, por escrito, a utilização dos dados associados a este estudo.

Como mencionado anteriormente, o projeto de extensão “Sem mais nem menos” costuma elaborar materiais didáticos com o intuito de promover a inclusão educacional e facilitar a compreensão de conteúdos complexos. Esses materiais são planejados para serem acessíveis e eficazes, atendendo às necessidades de diversos perfis de estudantes.

Santos et al. (2023) mencionam os objetivos dos materiais didáticos no qual foi desenvolvido e apresentado no minicurso:

O material didático *Shisima: o jogo africano e a geometria* tem como objetivo construir o tabuleiro do *Jogo Shisima* e trabalhar a matemática presente no jogo, abordando noções básicas de geometria plana como figuras geométricas e seus elementos, tratando alguns aspectos da cultura africana que permeiam a história do jogo e trabalhando o raciocínio lógico durante o desenvolvimento das estratégias e execução do jogo. O material didático *Jogo Moinho – Trilha: trabalhando matemática com jogo de alinhamento* tem como objetivo trabalhar conceitos básicos da geometria, da aritmética e raciocínio lógico por meio da construção do tabuleiro e execução do *Jogo Moinho - Trilha* (Santos et al., 2023, p. 06).

Figura 18 – Minicurso realizado na Universidade de Santa Maria, RS.



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2022).

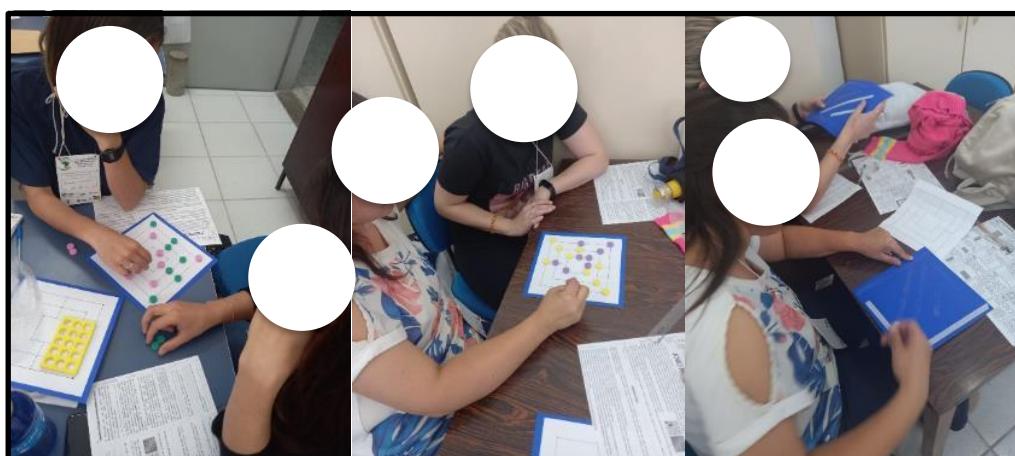
Santos et al. (2023) complementam descrevendo a forma que iniciamos o minicurso:

[...] apresentando o projeto de extensão “Sem mais nem menos”, bem como todos os materiais didáticos desenvolvidos e aplicados pelo projeto, nas modalidades presencial e *on-line*. Depois exploramos as duas atividades escolhidas para o minicurso. Foram elas: *Shisima: o jogo africano e a geometria* e *Jogo Moinho - Trilha: trabalhando Matemática com jogos de alinhamento*. Nesse momento, tratamos de informações específicas sobre a história, origem, tabuleiros, regras, entre outros (Santos et al. 2023, p. 05).

Após a apresentação sobre o projeto de extensão e a história dos jogos, no terceiro momento do minicurso, os participantes puderam realizar a parte prática. Nesta etapa, envolveu a construção dos tabuleiros do *Jogo Shisima* e do *Jogo Moinho*, bem como respostas a questionamentos e discussões sobre a atividade. Além disso, jogaram uma partida de cada jogo em duplas, vivenciando a experiência que seus futuros estudantes poderão ter.

Logo após a execução dessas atividades, foi promovida uma sessão de discussão na qual foram verificados diversos pontos, como os conteúdos possíveis de abordagem, o nível de dificuldade das atividades propostas, as séries para as quais podem ser aplicadas, e outros aspectos relevantes da atividade. Ver Figura 19.

Figura 19 – Aplicação da atividade Jogo Moinho - Trilha



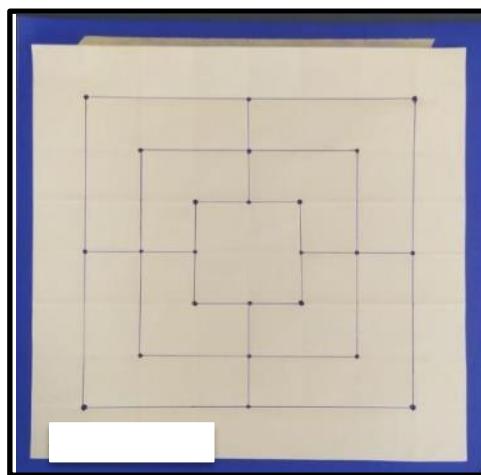
Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2022).

Durante o minicurso, cada participante recebeu uma folha impressa contendo a atividade e os materiais necessários para as construções dos tabuleiros. Santos *et al.* (2023) descrevem todos os materiais:

Para esse momento, foram entregues a cada participante: a atividade impressa; o molde em cartolina guache no formato quadrangular (22 cm de lado), 1 (um) quadrado em folha de papel A4, caneta, régua e 18 (dezotto) peças circulares feitas com EVA, sendo 9 (nove) de uma cor e 9 (nove) de outra cor (Santos *et al.*, 2023, p. 09).

O objetivo principal desta atividade consistiu na construção do tabuleiro, ver Figura 20, com o propósito de promover a prática da coordenação motora dos estudantes e abordar conceitos iniciais fundamentais, tais como simetria, vértices, ponto médio, entre outros.

Figura 20 – Construção do Tabuleiro do *Jogo Moinho - Trilha*



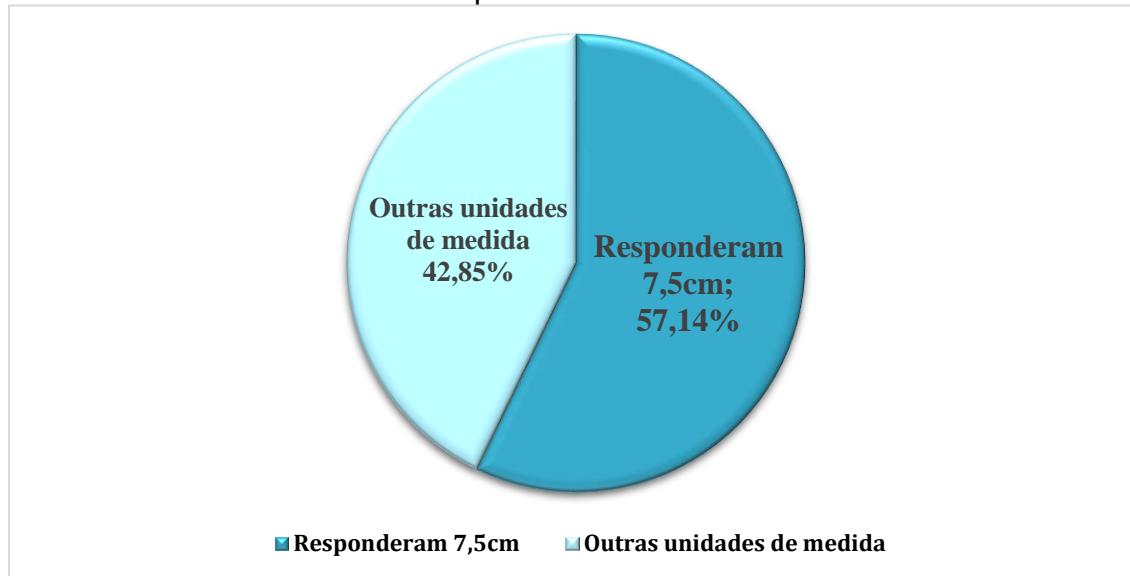
Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2022).

Os participantes foram instruídos a utilizar os materiais disponíveis e seguir os passos da atividade para construir os tabuleiros. Em seguida responder aos questionamentos. Após a conclusão da atividade, os participantes responderam aos questionamentos, e os dados relacionados ao *Jogo Moinho - Trilha* foram verificados para contribuir com a pesquisa. O minicurso contou com a participação de 14 professores de Matemática e estudantes da licenciatura.

No que diz respeito à construção do tabuleiro, todos os 14 participantes do minicurso (100%) completaram a tarefa conforme as instruções. É importante

salientar que, mesmo que tenham jogado em duplas, cada participante construiu e respondeu individualmente ao material. No questionamento (1), dos 14 participantes, 8 (57,14%) responderam com a medida esperada de 7,5 cm, enquanto 6 (42,85%) optaram por responder com 3/8 ou 3 unidades de medida, baseando-se nas dobras do quadrado. Ver Gráfico 3.

Gráfico 3 – Respostas dos participantes do evento quanto ao questionamento



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Durante a avaliação, foi observado que os participantes não enfrentaram dificuldades, pois indicaram nos questionamentos subsequentes que a questão estava suficientemente explicada, permitindo-lhes chegar à resposta correta de diferentes maneiras. Ficou evidente que alguns utilizaram uma régua e realizaram cálculos, enquanto outros basearam-se nas dobraduras realizadas. Autores como Leite e Teles (2016), Taconi e Gois (2013) e Plaza e Belmonte (2004) “[...] sinalizam a falta de domínio dos estudantes no uso dos instrumentos [...]” (Titon; Pereira; May, 2022, p. 143). Turras e Novais (2013, p. 02) complementa que:

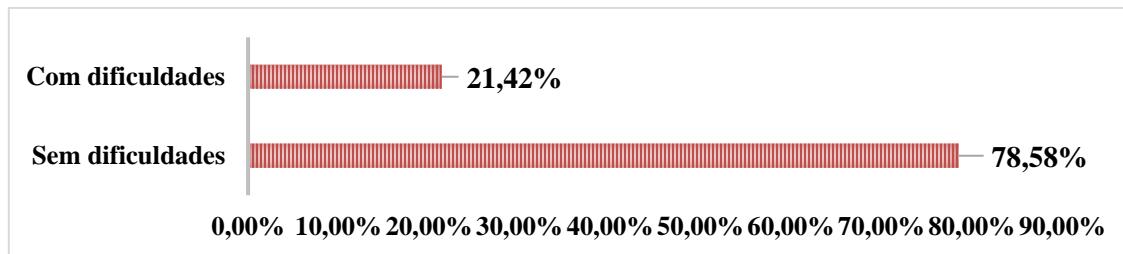
[...] os professores de matemática não estão utilizando instrumentos adequados em sala de aula para ensinar a disciplina. Em relação a Geometria, parece que falta um uso adequado da régua, compasso e

transferidor nas aulas de matemática ou até mesmo uma falta de uso por parte dos professores.

Embora não seja incorreto a utilização das outras medidas utilizadas pelos participantes, acreditamos que essa abordagem teria sido adotada por um número limitado de estudantes. Durante uma aplicação presencial, como citado anteriormente, uma dupla de estudantes empregou um raciocínio semelhante ao de alguns professores no minicurso, respondendo com “5 quadradinhos”. No entanto, essa resposta foi considerada incorreta, pois não eram cinco. Acreditamos que isso possa ter sido resultado de uma possível imprecisão na construção do tabuleiro, mas o raciocínio empregado pela dupla foi similar ao dos professores no minicurso.

No questionamento (2), todos os 14 (100%) participantes responderam corretamente. Quanto ao questionamento (3), dos 14 participantes que realizaram a atividade, 11 (78,58%) afirmaram que não encontraram dificuldades na construção, destacando que as instruções fornecidas são objetivas. Os 3 participantes restantes (21,42%) mencionaram que tiveram dificuldades ao visualizar as dobrilhas, possivelmente devido à falta de marcação com a força necessária. No entanto, eles enfatizaram que a abordagem da atividade era facilmente compreensível. Ver Gráfico 4.

Gráfico 4 – Respostas dos participantes do evento quanto ao questionamento (3)



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Relacionamos as justificativas dos participantes abaixo (ver Quadro 5):

Quadro 5 – Respostas dos estudantes do questionamento (3).

Não, pois o passo a passo estava muito bem explicado	Não senti dificuldades	Sim devido o cuidado em fazer as dobraduras corretamente.
Não! Bem tranquilo	Não. Gostei muito da construção do tabuleiro.	Sim, para vislumbrar as linhas feitas pelas dobraduras.
Não tive dificuldades	Não	Não
Não	Não	Não, tranquilo de construir seguindo os passos.
Não. É muito fácil de construir.	Branco	

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Como mencionado anteriormente, as dificuldades se deram pelas dobraduras de papel. Contudo, segundo Rêgo e Gaudêncio (2003), atividades que integram geometria e arte, o uso de materiais manipuláveis, como por exemplo as dobraduras de papel, pode representar um importante recurso metodológico para a Educação Matemática.

É igualmente significativo mencionar que não é simplesmente o fato de usarmos materiais manipuláveis, como as dobraduras, nas aulas de Matemática que será o gatilho transformador para que os estudantes consigam se desenvolver cognitivamente a respeito do assunto, mas [...]a interação entre professor-aluno e aluno-aluno, a manipulação no papel, a construção das figuras geométricas [...] (Ribeiro, 2021, p. 67).

Com isso, entendemos que a interação direta do professor com os estudantes, o acompanhamento individualizado e a contextualização das atividades são fundamentais para promover um aprendizado significativo. A construção das figuras geométricas a partir de dobradura de papel não apenas facilita a compreensão de conceitos matemáticos, mas também estimula a criatividade e o pensamento crítico dos estudantes. Portanto, é crucial que o professor desempenhe um papel ativo, orientando e incentivando os estudantes durante todo o processo para que possam realmente assimilar os conceitos, e que os estudantes dobrarem corretamente, de forma que as dobraduras fiquem visíveis e o resultado esperado seja alcançado.

No último questionamento (4), os participantes comentaram suas estratégias “*Tentei impedir que a colega fizesse um moinho.*”, “*Sempre tentando bloquear o colega e pensando nas possibilidades que teria nas próximas jogadas*”, “*Formar mais de uma dupla de peças alinhadas simultaneamente*”, “*Formar duplas de peças alinhadas.*”, “*Impedir que o adversário movesse as peças*”, “*Impedindo que o outro jogador movesse as peças*”, “*Trancar o oponente e desmanchar o moinho para montar de novo*”, “*Trancar oponente para não completar um moinho*”, “*Articular as peças de forma a ter várias possibilidades de fazer 3 peças em linhas.*”, “*Aliar o movimento atual ao próximo.*”, “*Tentar formar a linha completa*”, “*O jogo não acabou...*” e “*Não criei uma estratégia no jogo*”.

Comentar as estratégias é uma forma de argumentar, e isso é importante para os estudantes desenvolver habilidades. Scarpa (2015, p.18) comenta que:

Argumentar é expressar razões sobre o que pensamos ou fazemos. Assim, compreender a argumentação é importante tanto para formularmos boas razões para as afirmações proferidas, quanto para avaliarmos as razões fornecidas por outros sobre suas ideias e ações (Scarpa, 2015, p.18).

Além disso, ao discutir suas estratégias, os estudantes podem aprender com as perspectivas dos outros e melhorar seu próprio entendimento e abordagem no jogo.

6.1 Roteiro

Com o objetivo de orientar a discussão final entre os participantes, nós, os palestrantes entregamos um roteiro que continha cinco perguntas para que pudessem ser respondidas por escrito (para registro de conteúdo) e para facilitar a exposição de diferentes pontos de vista durante a discussão. No e-book do V Simpósio Nacional da Formação de Professores de Matemática, Santos *et al.* (2023) apresentam as respostas dos questionamentos, (2) e (4) as quais serão citadas no decorrer desse texto, mas não relacionaram os outros três questionamentos que iremos comentar agora.

Santos *et al.* (2023) explicam sobre o que continha no roteiro:

O roteiro continha as seguintes perguntas: “1) O que você viu de mais interessante nessa atividade? Mudaria algo?”; “2) Com relação aos seus estudantes, qual é o grau de dificuldade dessa atividade para determinada série do Ensino Fundamental - Anos finais e Ensino Médio?”; “3) Qual a importância de atividades como essa?”; e “4) Quais as dificuldades que você aponta para realizar essa atividade e de que forma sanaria?”. Os participantes do minicurso responderam individualmente a esses questionamentos para cada atividade separadamente e, no final, realizamos uma discussão oral coletivamente (Santos et al., 2023, p. 17).

Além disso, não houve menção ao questionamento (5) “Além dos conteúdos abordados na atividade, quais outros vocês entendem ser possíveis de abordar?” Neste sentido, buscamos explorar uma outra perspectiva, com o intuito de identificar se a atividade poderia abarcar diversos conteúdos que não tivessem sido considerados previamente, bem como se poderia ser adaptada para outras séries.

O questionamento (1) **“O que vocês viram de mais interessante nessa atividade? Mudaria algo?”** Os participantes relataram o que acharam como mostra o Quadro 6 abaixo:

Quadro 6: Respostas do Questionamento 1 sobre a atividade “*Jogo Moinho - Trilha: trabalhando matemática com jogos de alinhamento*”

O que vocês viram de mais interessante nessa atividade?	Mudaria algo?
O interessante é usar dobraduras para entender proporcionalidade	Mudaria apenas as cartelas pelas mais grossas seriam melhor
Acho interessante o aluno montar o seu próprio material, pois instiga o próximo passo que no caso é o jogar.	Não mudaria nada.
É um jogo muito legal e envolvente. A construção e os raciocínios utilizados fazem os alunos pensarem em estratégias diversas.	A construção, pois envolve alunos e professores e o pensar dos alunos em estratégias para ganhar.
Poder construir o tabuleiro a partir das dobraduras.	Utilizar reciclagem para as peças (tampas de garrafas)
O procedimento de construção através das dobraduras para construir o jogo.	Poderia adaptar novas regras.
Usar dobradura para criação do próprio tabuleiro tornando mais lúdico o jogo.	Não mudaria nada.

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Continuação do Quadro 6: Respostas do Questionamento 1 sobre a atividade “Jogo Moinho - Trilha: trabalhando matemática com jogos de alinhamento”

O processo de montagem do jogo, além de propiciar ao aluno o desenvolvimento do raciocínio para vencer	
O envolvimento na atividade, atividade muito bem explicada, o fato de ter as imagens no passo a passo fez diferença.	A atividade favorece acrescentar outros conteúdos como área e perímetro.
O processo de montagem do jogo.	
Gostei da montagem da sequência para construção do tabuleiro.	
Poder usar dobradura para construir o jogo.	Não mudaria nada.
A construção e a estratégia para jogar.	

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Podemos perceber no Quadro 6 que, dos 14 participantes, 12 responderam à primeira pergunta. Na visão dos professores e dos estudantes de licenciatura presentes, a atividade, tal como concebida e executada, foi capaz de engajar a todos. Além disso, a utilização de dobraduras para criar o próprio tabuleiro conferiu ao jogo um caráter mais lúdico. Rancan (2011) ressalta que atividades envolvendo dobraduras de papel promovem momentos de descoberta, conceituação, manipulação construtiva, visualização e representação geométrica. Considerando isso, acredita-se que a arte de dobrar papel pode ser uma ferramenta eficaz para o ensino da Matemática, tornando as aulas mais didáticas e interessantes.

Sobre a pergunta se mudaria algo na atividade, 8 participantes responderam. Percebemos que a maioria inseriu dicas sobre as regras do Jogo e alguns materiais que utilizariam. Um participante em específico mencionou que usaria materiais recicláveis para as peças, além de várias outras sugestões sobre o conteúdo que podem ser adaptadas conforme a realidade de cada escola.

Santos et al. (2023 p. 19) citaram as respostas do questionamento (2) “Com relação aos seus estudantes, qual é o grau de dificuldade dessa atividade para determinada série do Ensino Fundamental - Anos finais e Ensino Médio?”, as respostas podem ser observadas no Quadro 7.

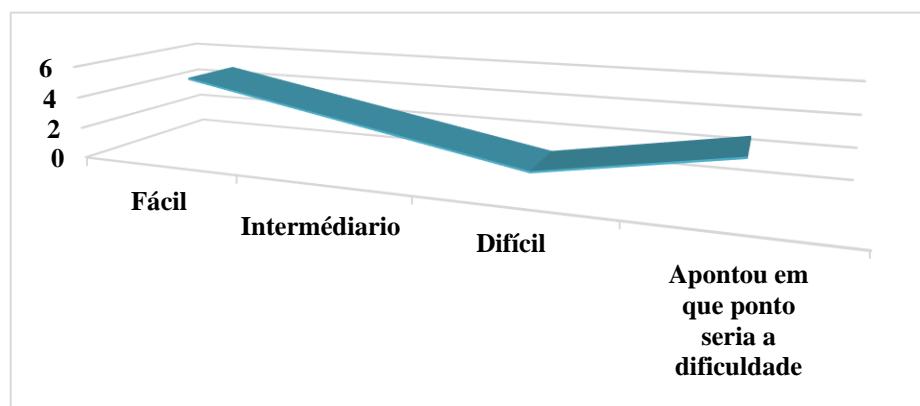
Quadro 7 – Respostas do Questionamento 2 sobre a atividade “Jogo Moinho - Trilha: trabalhando matemática com jogos de alinhamento”

Não sinto que seja difícil para os alunos do EF.	Fazer a leitura e seguir a sequência
Nível fácil, pois a parte mais “difícil” é entender as regras.	Razoavelmente difícil.
3º ano do Ensino Médio – pouquíssima dificuldade	Disposição para entender a sequência, disposição para execução... Mas vou aplicar com o 1º ano do Ensino Médio.
Creio não haver problemas	Grau baixo.
Possui um grau de dificuldade mediano, pois envolve números racionais.	Possui um grau de dificuldade mediano, pois envolve números racionais.
Uma dificuldade média.	Em algumas noções de geometria.

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Os participantes do Minicurso, composto por professores e estudantes da licenciatura, avaliaram o nível da atividade da seguinte forma: 5 (35,71%) classificaram como nível fácil, 3 (21,43%) nível intermediário, 1 (7,14%) nível difícil, 3 (21,43%) descreveram os pontos da dificuldade (Ver Gráfico 5). O passo a passo da atividade foi planejado de forma a possibilitar que os estudantes a realizassem de maneira autônoma, apesar de abordar conceitos de geometria e sequência. Acredita-se que o nível de complexidade pode ser ajustado de acordo com a abordagem desejada pelo professor.

Gráfico 5 – Respostas dos participantes do evento quanto ao questionamento (2)



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos” (2024).

O questionamento (3) “Qual a importância de atividades como essa?”, os

participantes descreveram as seguintes opiniões. Ver Quadro 8.

Quadro 8 – Respostas do Questionamento 3 sobre a atividade “Jogo Moinho - Trilha: trabalhando matemática com jogos de alinhamento”

Trabalhar a matemática de forma lúdica.	Desenvolver através do jogo conteúdos matemáticos aplicados na prática.
Trabalhar de forma lúdica, estimular o pensamento estratégico.	Trabalha a concentração, interpretação das informações na leitura, coordenação e atenção nas regras.
Integrar a matemática com um jogo de forma lúdica, permitindo que o aluno manipule a dobradura e perceba “conceitos” de matemática de forma intuitiva.	E na atividade destaca-se no âmbito da interdisciplinar uma vez que pode ser explorado aspectos culturais e sociais juntamente a Matemática.
É muito válida pois é possível na construção do tabuleiro retomar conceitos de fração, perímetro, área, números quadrados perfeitos e porcentagem.	A manipulação dos materiais para a construção do jogo chama a atenção dos alunos, pois eles participam ativamente do processo envolvido.
A atividade interativa é muito benéfica para os alunos	Apresentar o raciocínio matemático em diferentes contextos.
Pensamentos lógicos de estratégias	Pensamento lógico, estratégias e estimula a coordenação motora fina.
Fazer o aluno se interessar mais por matemática pois é algo mais dinâmico, e não engessado, ou seja, ele aprende brincando.	

Fonte: Quadro elaborado pela autora (2024).

Como mostrado no Quadro 8 acima, os participantes do Minicurso descreveram a importância de atividades como essa. Podemos perceber que grande parte dos participantes mencionou que atividades lúdicas estimulam o pensamento estratégico, trabalham a concentração e motivam os estudantes. Dinello (2004) argumenta que é por meio de atividades lúdicas que as crianças manifestam uma aprendizagem de habilidades, transformam sua agressividade em outras relações criativas, desenvolve a imaginação e a socialização, melhoram o vocabulário e se tornam independentes.

Santos *et al.* (2023) citaram as respostas do questionamento (4), “Quais dificuldades que vocês apontam para realizar essa atividade e de que forma sanariam?” e obtivemos as seguintes respostas: Ver Quadro 9.

Quadro 9 – Respostas do Questionamento 4 sobre a atividade “Jogo Moinho - Trilha: trabalhando matemática com jogos de alinhamento”

"Talvez uma dificuldade seja perceber em qual lado dobrar, mas a imagem auxilia bastante."	"Construção do jogo e criar estratégia para criar o jogo."
"Não encontrei nenhuma dificuldade. As regras estavam claras."	"O aluno seguir corretamente os passos da construção. Criar estratégia de vitória."
"Caso muitos alunos precisem de ajuda, fica complicado mediar sozinha."	"Noção de sentido e direção e utilização da régua. Propondo atividades práticas de coordenação motora."
"Não destaco dificuldades."	"A demora até entender todas as regras, mas isso só com as práticas para compreender bem."
"No momento da construção do jogo, mas especificamente no passo 3. Causou um pouco de confusão."	"Dificuldades que podem ser vislumbrando é a disposição dos materiais ao alunos, o qual pode ser solucionado com materiais alternativos. Além dos desafios para vislumbrar as linhas para traçar os segmentos."
"Insegurança do aluno - Leitura da informação e saber o que fazer sozinho. Para sanar essas dificuldades precisamos desenvolver a autonomia do aluno."	"Acredito que a habilidade de dobrar o papel e essa dobra ser simétrica."

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

De acordo com as observações dos participantes, a principal dificuldade está na etapa de construção, que envolve 14 passos e demanda atenção especial para evitar erros. Além disso, foi ressaltado que o acesso a determinados materiais didáticos nas escolas da rede pública pode representar um desafio significativo, refletindo as observações de Lemos e Fernandes (2022). Esses pesquisadores, ao realizarem um estudo comparativo entre escolas públicas e privadas, concluíram que as instituições de ensino público frequentemente enfrentam obstáculos consideráveis, sendo a escassez de recursos materiais um dos principais entraves. Essa limitação impacta diretamente a qualidade do ensino e a capacidade de implementar metodologias inovadoras e interativas, como as atividades lúdicas e os jogos educativos.

Apesar dessas dificuldades mencionadas pelos participantes do Minicurso, há uma convicção de que, mesmo em contextos de recursos limitados, os

estudantes são capazes de realizar diversas descobertas e adquirir novos conhecimentos. A introdução de atividades lúdicas como o *Jogo Moinho – Trilha* oferece aos estudantes oportunidades valiosas para aplicar conceitos previamente aprendidos e, simultaneamente, desenvolver novas habilidades e compreensões.

Esse cenário sugere que, embora o déficit de recursos materiais seja uma barreira real e significativa, ele não necessariamente impede o progresso educacional. Com criatividade e adaptação, os educadores podem encontrar maneiras de explorar o potencial pedagógico dos recursos disponíveis, promovendo um aprendizado efetivo. Em muitos casos, o simples ato de adaptar o ambiente de ensino para incluir elementos interativos e próximos do cotidiano dos estudantes já se traduz em ganhos educacionais significativos, ampliando o engajamento e a motivação dos estudantes.

No entanto, de maneira geral, a percepção é que os estudantes obtêm um aprendizado significativo, mesmo com essas dificuldades. “Aprendizagem significativa é aprendizagem com significado, com compreensão, com capacidades de explicar, descrever, aplicar, transferir conhecimentos, inclusive a situações novas” (Moreira, 2022, p. 410).

No último questionamento (5), os participantes foram convidados a discorrer sobre os possíveis conteúdos que poderiam ser abordados, além daqueles propostos inicialmente na atividade. (ver Quadro 10). O resultado foi bastante interessante, uma vez que, apesar de a equipe do projeto ter considerado alguns desses conteúdos, os professores e futuros professores adicionaram outras sugestões, evidenciando que, embora se trate de uma atividade lúdica, ela oferece a flexibilidade necessária para a inclusão e adaptação de diversos conteúdos em diferentes séries. Essa troca de conhecimento revelou-se extremamente enriquecedora.

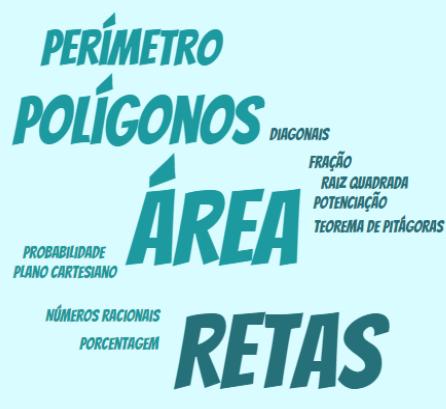
Quadro 10 – Respostas do Questionamento 5 sobre a atividade “Jogo Moinho - Trilha: trabalhando matemática com jogos de alinhamento”

“Diferença entre áreas, diferença entre diagonais, perímetro.”	“Área, probabilidade e figuras geométricas.”
“Saber competir”	
“Retas paralelas, números racionais, área e perímetro de figuras planas e probabilidade.” média. ”	“Geometria Plana (segmentos de retas, polígonos, tipos de retas, noção de ponto médio.”
“Pode-se trabalhar na área de Geometria Plana os assuntos: segmentos de reta, polígono, retas perpendiculares e paralelas. Além disso deve ser explorado os números racionais ao medir os segmentos”	“Área, perímetro, fração, porcentagem, raiz quadrada”
“Geometria Plana, segmentos de reta, retas perpendiculares e paralelas, polígonos.”	“Geometria plana (segmentos de reta, retas perpendiculares e paralelas, polígonos.)”
“Números racionais Conceito de área, potenciação e radiciação, posições da reta, plano cartesiano”.	“Conceito de área, posição da reta, teorema de pitágoras”

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

O Gráfico abaixo apresenta uma nuvem de palavras com os termos mais citados pelos participantes do Minicurso.

Gráfico 6 – Respostas mais citadas no questionamento (5)



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

No Gráfico 6, podemos perceber que a palavra mais citada foi “ÁREAS”, seguida por “RETAS”, “POLÍGONOS” e “PERÍMETROS”. Isso demonstra que podemos trabalhar diversos conteúdos em uma única atividade. Sobre isso, Santos *et al.* (2023) comentam que:

[...] conhecer bem o material didático que irá usar, ter os objetivos nítidos que se quer atingir, saber como irá mediar, quais perguntas devem ser feitas para conduzir os estudantes a uma aprendizagem significativa, e, ainda, quais movimentos (manipulações) esses mesmos estudantes precisam desenvolver de modo que sejam conduzidos a uma reflexão ou conjecturas que resultem em aprendizagem (Santos *et al.*, 2023, p. 20).

Por fim, durante as discussões com os professores e futuros professores que participaram da atividade, observou-se que eles ressaltaram a singularidade da aplicação e destacaram a possibilidade de abordar diversos conteúdos devido à natureza do jogo, o que facilita a sua introdução em sala de aula. Eles enfatizaram que os estudantes tendem a aceitar essa abordagem de forma mais receptiva, tornando o ensino mais dinâmico e demonstrando que a Matemática está intrinsecamente presente em seu cotidiano. Os professores expressaram sua satisfação e surpresa com a atividade desenvolvida, evidenciando que o *Jogo Moinho – Trilha* possibilitou a abordagem dos conteúdos de forma leve e criativa, promovendo o desenvolvimento de uma perspectiva matemática que se mostrou enriquecedora.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo apresentar a concepção, implementação e avaliação de uma atividade educativa centrada no *Jogo Moinho – Trilha*, com foco em explorar conceitos matemáticos por meio de um jogo de alinhamento. A pesquisa conduzida demonstrou que o *Jogo Moinho – Trilha* é uma ferramenta eficaz para a introdução e compreensão de diversos conceitos matemáticos, abrangendo desde noções aritméticas, como sequências e quadrados perfeitos, até conceitos geométricos, como ponto, vértice, lados e centro. Além disso, o jogo fomenta o desenvolvimento do raciocínio lógico, fundamental para a resolução de problemas matemáticos.

Durante a investigação, foi observado que a incorporação de temas ligados ao cotidiano dos estudantes aumenta significativamente o engajamento e a eficácia no processo de aprendizagem. Pelos *feedbacks* coletados de estudantes e professores, constatou-se que atividades lúdicas, quando bem contextualizadas, favorecem uma maior conexão com o conteúdo, facilitando o desenvolvimento cognitivo e o interesse dos estudantes. A abordagem lúdica do *Jogo Moinho – Trilha*, alinhada com experiências diárias dos estudantes, promove uma aprendizagem mais ativa e significativa.

Mesmo diante de alguns resultados que inicialmente poderiam ser interpretados como desfavoráveis, ficou explícito que tais situações não comprometem a abordagem pedagógica, mas sim oferecem oportunidades valiosas para ajustes e aprimoramento das estratégias de ensino. Essa perspectiva reflete um compromisso contínuo com a melhoria da qualidade da educação, onde cada desafio é visto como uma chance de inovação e refinamento didático.

Na seção inicial do trabalho, exploramos a origem e a história do *Jogo Moinho – Trilha*. Apesar de sua popularidade, há uma notável escassez de informações documentadas sobre sua origem, o que resulta em algumas incertezas. Ainda assim, a análise de estudos e trabalhos anteriores foi fundamental para o

desenvolvimento e fundamentação deste estudo, fornecendo uma base teórica e histórica necessária para a aplicação prática do jogo em contextos educacionais.

Nas seções seguintes, detalhamos minuciosamente o processo de elaboração de um material didático que utiliza o *Jogo Moinho – Trilha* como eixo central. Esse material foi cuidadosamente desenvolvido para se relacionar diretamente com a realidade cotidiana dos estudantes, garantindo uma aplicação prática e relevante dos conceitos matemáticos. A proposta didática foi estruturada para maximizar a interação e a participação dos estudantes, utilizando o jogo como uma ferramenta para solidificar conceitos abstratos de maneira tangível e visual.

Ao final do estudo, destacamos a importância do uso de materiais didáticos concretos no ensino da matemática. Esses materiais são essenciais para tornar o processo de aprendizagem mais acessível e comprehensível, permitindo que os estudantes manipulem e visualizem os conceitos matemáticos em ação. Por meio da manipulação desses materiais, os estudantes não apenas compreendem melhor os conceitos, mas também retêm o conhecimento por mais tempo. Além disso, o uso de jogos e atividades lúdicas contribui para um ambiente de aula mais dinâmico e interativo, aumentando o engajamento e a motivação dos estudantes.

Esperamos que este trabalho sirva como inspiração para professores de Matemática, incentivando-os a adotar uma abordagem pedagógica que integre elementos do cotidiano dos estudantes. Ao fazer isso, os educadores podem tornar o ensino da Matemática mais significativo, relevante e envolvente, contribuindo para uma formação mais sólida e duradoura dos estudantes.

8. REFERÊNCIAS

- AZEVEDO, L. do E. S.; MARCELINO, V. de S. Ensino tradicional ou por investigação: Percepção de professores acerca da sua prática. **Olhar de professor**, Ponta Grossa, v. 2, p. 01-18, 26 jul. 2018. Disponível em: <https://revistas.uepg.br/index.php/olhardoprofessor/article/view/13562/209209210948>. Acesso em: 21 jun. 2023.
- BEECH, R. **The practical illustrated encyclopedia of origami**: the complete guide to the art of paperfolding. London: Lorenz Books, 1982, 258p.
- BOALER, J. **Mentalidades Matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da Matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.
- BOTAS, D.; MOREIRA, D. A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1º Ciclo. **Revista Portuguesa de Educação**, [S. I.], p. 253-286, 26 jan. 2013. Disponível em: <https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/2742/1/Botas%2c%20D%20%26Moreira%2c%20D.%202013.pdf>. Acesso em: 21 jun. 2023.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília: MEC, 2018.
- BRAUNER, E. K.; ZIMMER, E. S.; TIMM, U. S. Conhecendo a cultura africana por meio de jogos de tabuleiros. **XXV Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul (EREMATSUL)**, [s. l.], 16 dez. 2019. Disponível em: <https://www2.faccat.br/portal/sites/default/files/11%20OF.pdf>. Acesso em: 24 jul. 2024.
- BUSKE, N. **Uma contribuição para o ensino de geometria utilizando origami e caleidoscópio**. 2007. 200 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91082>. Acesso em: 21 jun. 2023.
- CORREIA, N.; SANTOS, V.; SILVA, J. Enfeites Natalinos: Construções Matemáticas por meios de dobraduras. In: **BOCEHM**, v. 8, n. 23, p. 405-422, 2021.
- DINELLO, R. **Os jogos e as ludotecas**. Santa Maria: Pallotti, 2004.
- FERNANDES, L.; SILVA, J. **O Tabuleiro de Jogos do Alquerque dos Nove no Templo Romano de Évora**. Lisboa: Apenas Livros, 2012.
- FREITAS NETO, **Dicionário matemática experimental**, Curitiba: Base Editorial, 2013.

GIORDANI, L.; RIBAS, R. Jogos Lógicos de Tabuleiro. **Programa de extensão 2014/2015**, [s. I.], 18 dez. 2014. Disponível em: https://www.inf.ufrgs.br/lobogames/wp-content/uploads/2015/09/jogos_modulo1_texto.pdf. Acesso em: 21 jun. 2023.

MENESES, A. R.; PINTO, A. R. A. P.; SANTOS, L. S. R. dos; ZOCOLOTTO, A. A importância de um ambiente de aprendizagem positivo e eficaz para os alunos. **Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem**, [s. I.], ano 2023, v. 6, p. 324-341, 24 maio 2023. Disponível em: <file:///C:/Users/Usuario/Downloads/324-341+A+import%C3%A2ncia+de+um+ambiente+de+aprendizagem+positivo.pdf>. Acesso em: 24 jul. 2024.

KLIPPEL, R. **A busca de uma aula mais atrativa e abrangente: utilização de mídias ou novas ferramentas como estratégias de Ensino**. 2014. 38 p. Monografia (Especialista na Pós-Graduação em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino - Polo UAB do Município de Foz do Iguaçu) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, [S. I.], 2014. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/20846> Acesso em: 20 jul. 2023.

KRAKECKER, L.; CORTE, R.D.; TITON, F. P. Entendendo a matemática através das dobraduras. **Encontro Nacional de Educação Matemática - Educação Matemática: Retrospectivas e perspectivas**. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/2083_981_ID.pdf Acesso em: 26 jun. 2023.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.) **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38

MEGAJOGOS. (*on-line*). **Regras e origem do jogo Trilha ou também chamado de Moinho**. 2012. Disponível em: <https://blog.megajogos.com.br/regras-e-origem-do-jogo-trilha-ou-tambem-chamado-de-moinho/>. Acesso em: 10 mar. 2022.

ORTIZ, J. P. Aproximação Teórica à realidade do jogo. In: MURCIA, J. A. M. **Aprendizagem Através do Jogo**. Porto Alegre: Aramed, 2005, p.9-28.

RÊGO, R. G. do; RÊGO, R. M.; GAUDÊNCIO, S. J. A. **Geometria do origami**. João Pessoa, PA: Editora Universitária/UFPB, 2003.

REIS, L. Moinho, um jogo de alinhamento. **Revista Educação e Matemática**, [s. I.], 31 mar. 2004. Disponível em: [file:///C:/Users/Usuario/Desktop/pcarrapico,+43%20\(5\).pdf](file:///C:/Users/Usuario/Desktop/pcarrapico,+43%20(5).pdf). Acesso em: 21 jun. 2023.

RIBEIRO, C. H. M. **O uso de dobraduras como ferramenta de aprendizagem sobre quadriláteros notáveis na educação básica.** 2021. 74 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Matemática, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufba.br/bitstream/ri/34103/1/Disserta%c3%a7%c3%a3o_de_Mestrado_PROFMAT_DOBRADURAS_Celso_H_M_Ribeiro.pdf Acesso em: 23 jun. 2023.

RODRIGUES, L. P.; MOURA, L. S.; TESTA, E. O tradicional e o moderno quanto à didática no Ensino Superior. **Revista Científica do ITPAC**, Araguaiana, v. 4, ed. 3, p. 01-09, 16 fev. 2011. Disponível em: <https://assets.unitpac.com.br/arquivos/Revista/43/5.pdf>. Acesso em: 21 out. 2023.

SANTOS, S. R.; Correia, N. D. da S.; ALBUQUERQUE, E. S. da C. O uso do Jogo Moinho (Trilha) para trabalhar Matemática na Educação Básica de modo remoto. In: XIV Encontro Nacional de Educação Matemática, 14., 2022, Edição virtual. **Anais [...]**, [S. I.: s. n.], 2022. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1SqLirsMEbQzIUi_tCA6ZopThwbzEnbd/view. Acesso em: 24 jul. 2024.

SANTOS, V. de O.; ALBUQUERQUE, E. S. da C.; CORREIA, N. D. da S.; SANTOS, S. R.; SANTOS, T. E. **O uso de dobraduras em papel na confecção de jogos de Alinhamento Jogo Shisima e Jogo Moinho.** 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Pi, 2023. 01-55 p. Disponível em: https://anpmat.org.br/wp-content/uploads/2023/11/E_book_Shisima_e_Moinho-1.pdf. Acesso em: 23 nov. 2023.

SEM MAIS NEM MENOS. Jogo moinho: trabalhando matemática com jogo de alinhamento, 2021. Disponível em: <https://sem-mais-nem-menos.webnode.page/atividades>. Acesso em: 23 nov. 2023.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I; PESSOA, N.; ISHIHARA, C. **Cadernos do Mathema: jogos de Matemática-Ensino Médio.** Porto Alegre: Grupo A, 2008.

TITON, F. P.; REISDOEFER, P. D. N. R; MAY, L. Instrumentalização Matemática: uso da régua, do compasso, do esquadro e do transferidor nos anos finais do Ensino Fundamental. **Revista Signos**, [S. I.], v. 43, n. 2, 2022. DOI: 10.22410/issn.1983-0378.v43i2a2022.3234. Disponível em: <https://www.univates.br/revistas/index.php/signos/article/view/3234>. Acesso em: 25 jul. 2024.

ZUIN, E. de. S. L. **Da régua e do compasso: as contribuições como um saber escolar no Brasil.** 2001. 211 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1843/FAEC-85DGQB>. Acesso em: 21 jun. 2023.

ANEXO A

PROEX
Pró-reitoria de Extensão



Universidade Federal de Alagoas
Pró-Reitoria de Extensão
Sem mais nem menos



Debate sobre as atividades do minicurso
O USO DE DOBRADURAS EM PAPEL NA CONFECÇÃO DE JOGOS DE ALINHAMENTO:
JOGO SHISIMA E JOGO MOINHO

❖ **Jogo Moinho: trabalhando matemática com jogo de alinhamento**

1. O que vocês viram de mais interessante nessa atividade? Mudariam algo?

2. Com relação aos seus estudantes, qual é o grau de dificuldade dessa atividade para determinada série do Ensino Fundamental – Anos finais e Ensino Médio?

3. Qual a importância de atividades como essa?

4. Quais as dificuldades que vocês apontam para realizar essa atividade e de que forma sanariam?

5. Além dos conteúdos abordados na atividade, quais outros vocês entendem serem possíveis de abordar?

Coordenadora: Profa. Viviane Oliveira **E-mail:** semmaisnemmenos@im.ufal.br

ANEXO B

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Eu _____, autorizo a publicação dos resultados de participação do minicurso intitulado “O USO DE DOBRADURAS EM PAPEL NA CONFECÇÃO DE JOGOS DE ALINHAMENTO: JOGO SHISIMA E JOGO MOINHO”, o qual garante o anonimato e o sigilo referente a minha participação. Dessa forma, aceito que atividades, fotos e depoimentos sejam coletados e usados para fins acadêmico-científicos, sendo preservada a sua identificação. Por fim, eu DOU O MEU CONSENTIMENTO SEM QUE PARA ISSO EU TENHA SIDO FORÇADO(A) OU OBRIGADO(A).

Santa Maria, _____ de novembro de 2022.

Assinatura do participante legal

Coordenadora: Profa. Viviane Oliveira **E-mail:** semmaisnemmenos@im.ufal.br