

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

CENTRO DE TECNOLOGIA

CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

MÁRCIO FARIAS ITALIANO DE ARAÚJO

**ANÁLISE DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM FUNDAÇÃO DO TIPO
RADIER PELO EMPREGO DE ANALOGIA DE GRELHA.**

MACEIÓ - AL

NOVEMBRO/2024

MÁRCIO FARIAS ITALIANO DE ARAÚJO

**ANÁLISE DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM FUNDAÇÃO DO TIPO
RADIER PELO EMPREGO DE ANALOGIA DE GRELHA.**

Trabalho de Conclusão de Curso,
apresentado ao Colegiado de Engenharia
Civil do Centro de Tecnologia da
Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Cordeiro
Barbirato.

Coorientador: Eng. Christian Carneiro de
Oliveira

MACEIÓ - AL

NOVEMBRO/2024

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária: SâmelaRouse de Brito Silva – CRB-4 – 6023

A663q Araújo, Márcio Farias Italiano de.
Análise da interação solo-estrutura em fundação do tipo radier pelo
emprego de analogia de grelha / Márcio Farias Italiano de Araújo. – 2024.
90 f. : il. color.

Orientador: João Carlos Cordeiro Barbirato.
Coordenador: Christian Carneiro de Oliveira.
Monografia (Trabalho de conclusão de curso em Engenharia Civil) –
Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2024.

Bibliografia: f. 84-89.

1. Interação solo estrutura. 2. Mecânica dos solos. 3. Concreto armado.
I. Título.

CDU: 624

Folha de Aprovação

AUTOR: MÁRCIO FARIAS ITALIANO DE ARAÚJO

ANÁLISE DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM FUNDAÇÃO DO TIPO RADIÉR PELO EMPREGO DE ANALOGIA DE GRELHA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Colegiado do Curso de Engenharia Civil do
Centro de Tecnologia da Universidade Federal de
Alagoas (CTEC/UFAL) como requisito parcial
para obtenção do título de Engenheiro Civil e
aprovado em 03 de dezembro de 2024.

Documento assinado digitalmente
 JOAO CARLOS CORDEIRO BARBIRATO
Data: 05/12/2024 15:04:39-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Orientador - Prof. Dr. João Carlos Cordeiro Barbirato

Documento assinado digitalmente
 CHRISTIAN CARNEIRO DE OLIVEIRA
Data: 06/12/2024 09:43:11-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Coorientador - Eng. Christian Carneiro de Oliveira

Banca Avaliadora:

Documento assinado digitalmente
 JULIANE ANDREIA MARQUES HOSS
Data: 05/12/2024 15:33:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Dra. Juliane Andreia Figueiredo Marques

Documento assinado digitalmente
 EDUARDO TOLEDO DE LIMA JUNIOR
Data: 05/12/2024 22:09:11-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Eduardo Toledo de Lima Junior

AGRADECIMENTOS

Eu tenho muito a agradecer. Em primeiro lugar, agradeço à minha família, e em especial à minha mãe. Não importa quais sejam as circunstâncias, já provamos que, no final, teremos um ao outro. Eu faria tudo de novo mil vezes por você.

Ao meu pai, por sempre nos ter apoiado e ter feito o que ninguém mais faria.

A Murilo e Monique, ele por ter sido meu parceirinho original e ela por ser a minha Cinderela, por ter me ensinado desde a tabuada do nove até o amor incondicional.

À minha alma gêmea, titia Lilly, por ter segurado as pontas do protagonismo antes de eu chegar e ter sido aquela que me entendeu, me ouviu, me enxergou e me abraçou de verdade pela primeira vez. Ninguém nunca acreditou tanto em mim quanto você.

À minha avó Vera, por ser a mais amorosa e mais abençoada pessoa que eu conheço, me entender, me apoiar, me sustentar. Vovó, eu te amo.

À Márcia, Cicinho, Priscila e Clarinha por terem me recebido tão bem em suas vidas. Muito obrigado por tudo, pelo que fizeram.

A todos os amigos que fizeram minha jornada ser tão alegre, em especial Bianca, minha amiga mais antiga, muito obrigado por ter feito questão de estar sempre aqui. Ingrid, por ser a minha gêmea, recarregar minhas energias, ter o cérebro conectado com o meu, me entender como ninguém e ser um grande apoio. Mariah, por tempos adoráveis e felizes. Vinicius, por ser o Mate do meu McQueen, por todos os brigadeiros, conselhos, por ser meu melhor amigo e irmão. Carlos, o meu padrinho literário que me mostrou um mundo de onde eu nunca mais saí.

Meus amigos Débora, Luan e Wellington, sem os quais minha graduação não seria a mesma. Wislayne, por tanto, mas especialmente por ser a primeira a me incentivar a tomar uma das melhores decisões da minha vida. Alícia, minha diva, por ter sido minha motivação, exemplo, segurança e por significar tanto amor. Marcelo por ter me ensinado a amizade de um jeito deveras único e verdadeiro. Evelylyn, minha outra irmã a quem eu amo, por ser a minha melhor dupla de tudo e companhia de sempre, Manu por ser meu “mano” de um jeito tão único e especial, Marília, a princesinha que me traz tanto amor e tanta felicidade diária e Samira, por quem meu carinho e admiração não cabem em mim. Amo todos vocês.

À minha maior joia, o PET Engenharia Civil UFAL, por ter sido meu maior motivo de orgulho, minha principal casa e uma parte (hoje intrínseca) de mim. A todos

os meus parceiros que fizeram e fazem parte da minha família, em especial o PET SIX: Evyllyn, Chayanne, Ágda, Mayara e Yelli, por serem diferenciadas junto a mim. Samira, agora num contexto de ser quase minha irmã (mais velha) de geração, e todos aqueles que têm seus nomes em meu coração: Christian, Mariana, Mateus, Rayanne, Diana, Gabriela, Fernanda, João Rosa, Pedro, Maria Clara, Juan, Jean, Neto, Ariana, Thiago, Nielton, Emily, De Luca, Letícia, André, Maju, Pedro, Jany e Lorena. Ao PET UFAL, ao MobilizaPET UFAL e ao PAESPE, por todas as incríveis oportunidades.

Às minhas queridíssimas tutoras Karoline e Adriana por terem sido apoio quando eu sequer sabia que precisava tanto e por terem me ensinado tanto além do institucional e me acolhido.

Ao professor João Barbirato, por me conceder imensurável felicidade ao aceitar exercer o papel de orientador não só deste trabalho, mas também, de certa forma, na minha trajetória em momentos realmente complexos. Muito obrigado por toda a compreensão, por todos os ensinamentos e toda a cordialidade.

Ao meu incrível co-orientador Christian Carneiro, por além de aceitar a missão de me co-orientar, ser o melhor parceiro que alguém poderia querer no mundo todinho, por seus inúmeros ensinamentos, orientações, (muita) compreensão e por todo o companheirismo.

Ao meu amigo Matheus Chaves por ter contribuído fortemente para a definição do tema deste trabalho, eu agradeço e digo: eu nunca vou esquecer esse momento!

À Universidade Federal de Alagoas e a todo o corpo docente de Engenharia Civil que generosamente contribuiu para minha formação, manifesto minha profunda admiração pela rica história que os envolve.

A todos os livros e a todos os autores que eu li. A literatura já me salvou e continua me salvando, abrigando e amparando diariamente.

Agradeço também a Mimi, por estar presente diariamente na minha caminhada, por me acompanhar, por produzir arte a partir de momentos difíceis e - principalmente - por acreditar, e me incentivar a fazê-lo.

E a Deus.

No final, é sobre fé.

*There can be miracles
When you believe
Though hope is frail, it's hard to kill
Who knows what miracles you can achieve?
When you believe, somehow you will*

Mariah Carey e Whitney Houston, 1998.

RESUMO

Antecipar o comportamento dos elementos estruturais a serem projetados é uma necessidade inerente à Engenharia Civil. No âmbito das estruturas de fundação, essa necessidade não é exceção. Nesse contexto, é pertinente afirmar que os softwares de análise estrutural representam um avanço significativo nessa área. Sua utilização permite a obtenção de resultados precisos e muitas vezes complexos por meio de uma variedade de métodos de análise. Consequentemente, o método da Analogia de Grelha, por meio de sua aplicação numérica, oferece uma abordagem simplificada e eficaz para a análise de elementos de placa bidimensionais, tratando-os como elementos de grelha. Este estudo concentra-se na análise da interação solo-estrutura em fundações do tipo radier, utilizando uma abordagem baseada no Método da Analogia de Grelha. Isso é realizado por meio de uma adaptação do software LAGI, desenvolvido em Python, voltado para a análise estrutural de lajes, que agora inclui suporte para a análise de radiers apoiados no solo, servindo como uma base flexível para a estrutura. A Analogia de Grelha é empregada como uma técnica que facilita a modelagem para análise da interação solo-estrutura, fornecendo resultados relativamente precisos e permitindo uma compreensão mais aprofundada do comportamento do radier sob diferentes condições de carregamento e características do solo. Aplicações práticas são utilizadas para validar a implementação da modelagem, juntamente com a comparação de resultados obtidos de outros softwares de análise estrutural. Esses resultados, que incluem diagramas de esforços internos enfatizando momentos fletores máximos e deslocamentos com seus respectivos valores, destacam a eficácia da abordagem adotada e apresentam uma alternativa inovadora para a análise de uma área crucial dentro da Engenharia Estrutural.

ABSTRACT

Anticipating the behavior of structural elements to be designed is an inherent necessity in Civil Engineering. Within the realm of foundation structures, this need is no exception. In this context, it is pertinent to state that structural analysis softwares represents a significant advancement in this field. Its utilization enables the attainment of precise and often complex results through a variety of analysis methods. Consequently, the Grid Analogy method, through its numerical application, offers a simplified and effective approach to analyzing two-dimensional plate elements by treating them as grid elements. This study focuses on analyzing the soil-structure interaction in raft foundations, using an approach based on the Grid Analogy Method. This is achieved through an adaptation of the LAGI software, developed in Python, aimed at the structural analysis of slab floors, which now includes support for analyzing rafts supported on soil, serving as a flexible base for the structure. The Grid Analogy is employed as a technique that facilitates modeling for soil-structure interaction analysis, providing relatively accurate results and enabling a deeper understanding of raft behavior under different loading conditions and soil characteristics. Practical applications are utilized to validate the implementation of the modeling, along with comparison of results obtained from other structural analysis software. These results, which include internal force diagrams emphasizing maximum bending moments and displacements with their values, underscore the effectiveness of the adopted approach and present an innovative alternative for analyzing a crucial area within Structural Engineering.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Fundações superficiais.....	17
Figura 2: Radier Liso.....	19
Figura 3: Radier com pedestais/cogumelos.....	20
Figura 4: Radier nervurado.....	20
Figura 5: Radier em caixão.....	21
Figura 6: Sistema de interação solo-estrutura.....	23
Figura 7: Representação do modelo proposto por Winkler.....	25
Figura 8: Representação do modelo proposto por Winkler.....	27
Figura 9: Representação gráfica da curva do k_s	28
Figura 10: Correlação entre o coeficiente de reação vertical k_s e o SPT.....	31
Figura 11: Correlação entre o SPT e k_s	32
Figura 12: Correlação entre o SPT e k_s	33
Figura 13: Método da viga sobre a base elástica.....	41
Figura 14: Laje maciça (a) e grelha equivalente (b).....	42
Figura 15: Aplicação de cargas sobre a grelha equivalente.....	46
Figura 16: Esforços atuantes na barra (coordenadas locais devidamente adaptadas).....	46
Figura 17: Graus de liberdade de uma barra de grelha.....	49
Figura 18: Interface inicial do LAGI.....	51
Figura 19: Janela de edição de apoios.....	53
Figura 20: Janela de edição de forças distribuídas.....	53
Figura 21: Janela de edição de parâmetros físicos e geométricos.....	54
Figura 22: Grelha genérica gerada no pré-processador.....	54
Figura 23: Perspectiva tridimensional da grelha gerada no pré-processador.....	55
Figura 24: Interface inicial do LAGI-Radier: inclusão de mola no menu.....	56
Figura 25: Interface para a criação de elementos de mola.....	57
Figura 26: Representação do Estudo de caso 01.....	60
Figura 27: Aba de dados iniciais do Estudo de caso 01 (CALCO).....	61
Figura 28: Aba de lançamento de pilares do Estudo de caso 01 (CALCO).....	62
Figura 29: Aba de lançamento de laje do Estudo de caso 01 (CALCO);.....	62
Figura 30: Aba de cálculos e malha no Estudo de caso 01 (CALCO).....	63
Figura 31: Renderização no CALCO do Estudo de caso 01.....	63
Figura 33: Diagrama de esforço cortante na linha central obtido pelo CALCO do Estudo de caso 01.....	64
Figura 34: Diagrama de deformação na linha central obtido pelo CALCO do Estudo de caso 01.....	64
Figura 35: Construção da malha 0,5 no LAGI-Radier.....	65
Figura 36: Criação e aplicação de apoio elástico no LAGI-Radier.....	66
Figura 37: Criação e aplicação de força pontual no LAGI-Radier.....	66

Figura 38: Criação e aplicação de seções e materiais no LAGI-Radier.....	67
Figura 39: Deslocamentos obtidos no LAGI-Radier.....	67
Figura 40: Diagrama de momento fletor ao longo de toda a laje obtido no LAGI-Radier..	68
Figura 41: Diagrama de esforço cortante ao longo de toda a laje obtido no LAGI-Radier.	68
Figura 42: Diagrama de momento fletor a partir da seleção exclusiva da linha central na direção x do elemento estrutural obtido no LAGI-Radier.....	69
Figura 43: Diagrama de esforço cortante a partir da seleção exclusiva da linha central na direção x do elemento estrutural obtido no LAGI-Radier.....	69
Figura 44: Configuração da placa do Estudo de caso 02.....	70
Figura 45: Superfície média deformada do radier.....	71
Figura 46: Momentos máximos positivos e negativos.....	71
Figura 47: Momento fletor da grelha no Eberick.....	72
Figura 48: – Deslocamentos da grelha no Eberick.....	72
Figura 49: – Modelagem da laje.....	73
Figura 50: – Deslocamentos dados em cm.....	74
Figura 51: – Momentos fletores em kNm/m.....	75
Figura 52: – Momentos torsores em kNm/m.....	76
Figura 53: – Esforços cortantes em kN.....	76
Figura 54: Representação do diagrama tridimensional de esforços cortantes.....	78
Figura 55: Isovalores para os momentos fletores na direção X.....	79
Figura 56: Isovalores para os momentos fletores na direção Y.....	79
Figura 57: Valores de força submetidos no LAGI-Radier.....	80
Figura 58: Valor de coeficiente de reação vertical submetido no LAGI-Radier.....	81
Figura 59: Valores de seção e material submetidos no LAGI-Radier.....	81
Figura 60: Visualização tridimensional da laje no LAGI-Radier.....	82
Figura 61: Visualização tridimensional com destaque nos carregamentos distribuídos da laje no LAGI-Radier.....	82
Figura 62: Diagrama de deslocamentos ao longo da placa-radier (isovalores).....	83
Figura 63: Diagrama de momentos fletores ao longo da placa (superfície).....	83

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto.	22
Quadro 2: Valores de k_s [kN/m ³], de acordo com Terzaghi (1955).....	28
Quadro 3: Coeficiente de Reação Vertical.....	30
Quadro 4: Valores de k_s para solos não coesivos.....	32
Quadro 5: Valores do coeficiente de reação vertical do solo correlacionados com o SPT – N70.....	34
Quadro 6: Valores do coeficiente de reação vertical do solo correlacionados com o método das tensões admissíveis.....	35
Quadro 7: Valores do coeficiente de reação vertical do solo.....	36
Quadro 8: Valores do coeficiente de reação vertical do solo de referência para areias em tf/ft ³	37
Quadro 9: Valores do coeficiente de reação vertical do solo de referência para argilas em tf/ft ³	37
Quadro 10: Características da laje sobre a base elástica.....	59
Quadro 11: Resultados obtidos em cada software.....	70
Quadro 12: Características da laje sobre a base elástica.....	71
Quadro 13: Comparativo de momentos e deslocamentos para o procedimento de cálculo no CALCO em relação ao Eberick.....	72
Quadro 14: Resultados obtidos em cada software.....	77

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	11
1.1. Comentários iniciais.....	11
1.2. Revisão de Literatura.....	13
1.3. Objetivo geral.....	15
1.4. Objetivos específicos.....	15
1.5. Justificativa.....	15
2. FUNDAÇÕES DO TIPO RADIER.....	17
2.1. Classificação de fundações.....	17
2.2. Definição da fundação do tipo radier.....	18
2.3. Classificação, materiais e recomendações construtivas para fundações do tipo radier.....	19
2.3.1. Classificação.....	19
2.3.1.1. Classificação quanto à geometria.....	19
2.3.1.2. Classificação quanto à rigidez à flexão.....	21
2.3.1.3. Classificação quanto à tecnologia.....	21
3. INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA.....	23
3.1. Sistema Estrutural.....	24
3.1.1. Solo.....	24
3.1.2. Superestrutura e Infraestrutura.....	24
3.2. A hipótese de Winkler.....	25
3.3. Coeficiente de reação vertical do solo (k_s).....	26
3.3.1. Determinação do k_s a partir do ensaio de placa.....	27
3.3.2. Determinação do k_s a partir de correlações com propriedades elásticas do maciço do solo.....	29
3.3.3. Determinação do k_s a partir de correlações com o Standard Penetration Test (SPT).....	30
3.3.4. Determinação do k_s a partir de correlações com a tensão admissível do solo.....	34
3.3.5. Determinação do k_s a partir de valores propostos por normativas.....	35
3.3.6. Determinação do k_s a partir de correlações com métodos de variados pesquisadores.....	36
3.4. Pressões de contato.....	39
4. MODELOS DE CÁLCULO.....	40
4.1. Método da viga sobre base elástica.....	40
4.2. Método do American Concrete Institute (ACI).....	41
4.3. Método da Analogia de Grelha.....	42
4.3.1. Composição da grelha.....	43
4.3.2. Propriedades físicas e geométricas das grelhas.....	44
4.3.3. Carregamentos nas barras.....	45

4.4. Método da Rigidez.....	47
5. DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL.....	51
5.1. Apresentação do LAGI.....	51
5.2. Pré-processamento.....	52
5.3. Processamento.....	55
5.4. Pós-processamento.....	55
5.5. LAGI - Radier.....	56
6. APLICAÇÕES.....	59
6.1. Estudo de caso 01.....	59
6.1.1. Cálculo utilizando o programa CALCO.....	60
6.1.2. Cálculo utilizando o programa LAGI-Radier.....	65
6.1.3. Interpretação dos resultados.....	69
6.2. Estudo de caso 02.....	70
6.2.1. Comparativo entre os resultados.....	71
6.2.2. Interpretação dos resultados.....	77
6.3. Estudo de caso 03.....	77
6.3.1. Comparativo entre os resultados.....	78
6.3.2. Interpretação dos resultados.....	82
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	85
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	86

1. INTRODUÇÃO

1.1. Comentários iniciais

A Fundação João Pinheiro - FJP (2023), traz em suas mais recentes publicações que ainda há elevados números de carência habitacional qualitativa das famílias de baixa renda no Brasil. Alguns parâmetros levados em consideração no desenvolvimento deste estudo são, por exemplo, condições de acesso à energia elétrica, canalização de água, escoamento sanitário, dentre outros.

Neste contexto, destaca-se a importância do papel da Engenharia Civil para a sociedade, sendo capaz de atuar na produção de meios dignos para habitação e moradia, aperfeiçoando cada vez mais a Construção Civil com novas tecnologias, com qualidade e também custos mais acessíveis. O desenvolvimento de técnicas e processos para construção de edificações em alvenaria estrutural, com fundações de mais rápida execução e menor custo, com a garantia de melhor qualidade e durabilidade, tem movimentado o mercado da Construção Civil.

Neste contexto, afirma-se que fundações bem projetadas e executadas podem vir a corresponder de 3% a 10% do custo total de uma edificação, ao passo que a má concepção desses elementos estruturais pode acarretar em um gasto de cinco a dez vezes maior que a execução ideal devido à necessidade de correção (Ortega e Pedreiro, 2023). Vale ressaltar, ainda, que a fundação desempenha um papel importantíssimo na construção de toda a edificação, sendo sua execução de suma importância para o bom funcionamento da estrutura.

Diante desse cenário, a Engenharia Civil desempenha um papel essencial ao utilizar suas tecnologias e técnicas para contribuir com a garantia do direito à moradia digna para a população. Nesse contexto, é notável a aplicação de fundações do tipo radier em programas voltados ao bem-estar social.

Segundo Oliveira e Júnior (2021), no Brasil, programas do Governo Federal, a exemplo de Companhia de Habitação Popular (COHAB), Programa de Arrendamento Residencial (PAR) e Minha casa, Minha Vida (MCMV), utilizam a fundação do tipo radier justamente devido a suas vantagens de praticidade, rapidez e eficiência, vindo a ser uma grande aliada à economia da Construção Civil.

Segundo a NBR 6122:2019, pode-se definir o radier como uma fundação superficial que suporta todos os carregamentos distribuídos ou provenientes de pilares de uma obra. Baseando-se na NBR 6118:2023, o radier pode ser classificado como uma placa, isto é, uma peça estrutural que duas de suas dimensões se sobressaem em relação à terceira e que recebe o carregamento de forma perpendicular à sua maior superfície. Enquanto peça estrutural de fundação, o radier busca distribuir no solo os esforços provenientes das lajes, vigas e pilares da superestrutura.

Tal equivalência entre o radier e uma placa estrutural destaca a relevância de métodos numéricos para a análise de seu comportamento. O entendimento da distribuição de esforços e deformações exige abordagens que representem adequadamente as propriedades geométricas e físicas envolvidas, garantindo segurança e eficiência na concepção da fundação. Nesse contexto, técnicas como a Analogia de Grelha se mostram pertinentes por serem capazes de simplificar o modelo estrutural e continuar fornecendo resultados satisfatórios.

A Analogia de Grelha, técnica desenvolvida, *apud* Timoshenko (1959), por Marcus em 1932, vem a analisar a laje substituindo-a por uma grelha equivalente, sendo essa uma composição de vigas onde os carregamentos distribuídos e concentrados são dispostos sobre os nós ou barras.

Assim, pode-se afirmar que a implementação computacional, após a constatação de inúmeras análises comparativas entre os resultados provenientes da aplicação do método da Analogia de Grelha e pela teoria da elasticidade de placas, como mostrado por Oliveira (2022), possibilita, de maneira satisfatória, que se realize a representação das propriedades mecânicas de diversos tipos de lajes. Nesse contexto, o *software* LAGI (Oliveira, 2022), aparece como uma ferramenta relevante, oferecendo uma interface gráfica intuitiva que permite modelar configurações complexas de grelha de forma ágil e confiável. Esse recurso simplifica e enriquece a aplicação do método, tornando-o mais acessível e eficiente.

Dória (2007), aponta uma determinada falta na bibliografia referente ao dimensionamento de fundações do tipo radier propriamente dito, que persiste até a atualidade. Assim, ainda é comum o ato de analisar a peça estrutural tal qual uma laje apoiada no solo atuando de modo invertido: apoiadas nas paredes e solicitadas pelas reações do solo. Ainda se explicita que é possível, pela aplicação de programas que

utilizam do princípio do Método dos Elementos Finitos, considerar a laje correspondente à fundação apoiada sobre a base elástica que seria definida a partir das características do solo.

No entanto, partindo de um princípio semelhante ao do Método dos Elementos Finitos, é possível utilizar a Analogia de Grelha para obter resultados satisfatórios na análise da fundação. Pode-se considerar o radier sendo uma malha de vigas apoiada sobre uma base elástica com as características determinadas a partir das propriedades do solo em análise.

Contudo, como traz Hambly (1976), é de suma importância ressaltar o fato de que a Analogia de Grelha, apesar de seu interessante potencial de aplicação prático, não apresenta um resultado completamente condizente com a prática, uma vez que não é possível afirmar que um elemento de grelha possua o comportamento idêntico ao de uma placa. Ressalta-se que há, naturalmente, uma busca por aproximar os resultados obtidos pela Análise de Grelha, e as considerações que são levantadas com este afimco são importantes para a análise estrutural. Nesse sentido, Oliveira (2022) traz como considerações acerca da adoção do método de Analogia de Grelha:

- Cálculo da influência das rigidezes à flexão dos pilares sobre o sistema horizontal analisado (segundo a NBR 6118:2023, deve haver uma minoração através de coeficientes em caso de não realização do cálculo em vigas e lajes);
- Consideração de encontro entre vigas e pilares como “trechos rígidos”, a fim de reduzir o vão teórico das vigas que estão diretamente associadas, assim obtendo resultados mais aproximados à realidade por meio da Analogia de Grelha.

1.2. Revisão de Literatura

A interação solo-estrutura e a utilização do radier como solução de fundação têm sido progressivamente estudadas na literatura. Velloso e Lopes (2004) destacam a classificação das fundações em rasas e profundas, enfatizando que o radier se enquadra na categoria de fundações superficiais devido à sua capacidade de distribuir cargas de maneira uniforme sobre o solo. Essa distribuição é especialmente relevante em regiões de

solos com baixa capacidade de suporte ou onde há necessidade de controle de recalques diferenciais.

Dória (2007) aponta que, apesar da crescente adoção do radier na construção civil, ainda existem lacunas na literatura técnica sobre seu dimensionamento, o que levou à necessidade de desenvolver métodos numéricos e computacionais para melhorar a precisão das análises estruturais. Nesse contexto, a analogia de grelha se apresenta como uma ferramenta viável para modelagem, pois permite uma simplificação do modelo estrutural sem comprometer significativamente a precisão dos resultados (Hambly, 1976).

A hipótese de Winkler (1867), segundo Antoniazzi (2011), é um dos primeiros modelos matemáticos desenvolvidos para representar a interação solo-estrutura. Esse modelo trata o solo como um meio elástico constituído por molas independentes, cada uma respondendo proporcionalmente à pressão aplicada. No entanto, essa abordagem simplificada pode gerar imprecisões, especialmente quando se considera a interação entre elementos estruturais adjacentes. Alternativamente, o coeficiente de reação vertical do solo (k_s) é frequentemente utilizado para estimar o comportamento do solo sob o radier. Terzaghi (1955) propõe diferentes métodos para sua determinação, incluindo ensaios de placa e correlações com o SPT.

Stramandinoli (2003) reforça a importância da analogia de grelha como uma alternativa eficaz para a modelagem de radiers, pois permite representar a rigidez da estrutura e sua interação com o solo de forma simplificada. Essa metodologia tem sido aprimorada ao longo dos anos com a implementação de ferramentas computacionais que tornam as análises mais acessíveis e detalhadas (Oliveira, 2022).

Diversos estudos indicam que o radier tem sido amplamente adotado em projetos de interesse social no Brasil, devido à sua eficiência e rapidez de execução (Oliveira & Júnior, 2021). Programas habitacionais como o Minha Casa, Minha Vida utilizam essa solução para garantir maior economia e segurança estrutural nas construções populares.

Por fim, a evolução dos métodos computacionais, como o desenvolvimento do software LAGI (Oliveira, 2022), tem possibilitado análises mais precisas e confiáveis, permitindo a otimização do dimensionamento das fundações tipo radier. Esses avanços técnicos reforçam a importância da pesquisa contínua para o aperfeiçoamento das técnicas de projeto e execução dessas fundações.

1.3. Objetivo geral

Este trabalho almeja analisar a interação solo-estrutura de fundações diretas do tipo radier, em variados tipos de solo, por meio do emprego da metodologia de analogia de grelha e enriquecer a análise por meio da adaptação de um programa computacional já existente, o LAGI.

1.4. Objetivos específicos

- Adaptar o *software* LAGI para a aplicação em fundações do tipo radier, considerando-as lajes apoiadas sobre bases flexíveis;
- Desenvolver habilidades de interpretação acerca das interações solo-estrutura;
- Visualizar graficamente os esforços atuantes na fundação em interação com o solo;

1.5. Justificativa

Diante da necessidade de constante inovação e avanço inerente à Engenharia Civil, é notável o papel da busca por resultados de forma que venham a se aproximar ao máximo possível da realidade. Dessa maneira, o desenvolvimento de programas computacionais aplicados a considerações em projetos estruturais pode ser tido como um grande aliado ao progresso, tanto por uma visão econômica quanto por uma ótica sustentável.

O uso de analogia de grelha se explica, além da intenção de trazer o programa computacional LAGI a um nível mais específico (agora também para análise de radier), por meio de novas implementações, também um promissor caminho em direção à continuidade de pesquisas desta natureza. O uso da analogia de grelha, faz-se interessante considerando que Stramandinoli (2003) explicita que há uma necessidade de maior aprofundamento no método de cálculo e suas particularidades.

Neste sentido, o presente trabalho contempla diversas áreas de interesse da graduação do autor e uma contribuição ao setor da Construção Civil. A simultaneidade do início produção desse e o curso das disciplinas de Fundações 2 e Estruturas de Concreto Protendido, faz-se interessante por estas se encontrarem alinhadas ao estudo das

estruturas de fundação do tipo radier. Além disso, a motivação para a produção do trabalho se reafirma a partir da participação do autor em visitas técnicas a obras que exercem o uso de fundações do tipo radier em concreto protendido, aproximando-o da execução na prática do objeto de estudo.

Em síntese, o emprego da fundação de tipo radier, seja em concreto armado ou protendido, está recebendo um crescente interesse no Brasil, especialmente em obras de cunho social, o que traz o tema para interesse da ciência atual. No entanto, em contrapartida à ascensão do uso dos radiers e das vantagens que esses trazem consigo, é imprescindível que uma análise criteriosa seja realizada em torno do assunto, a fim de garantir a contemplação dos princípios da Engenharia Civil, garantindo segurança, economia e busca por melhoramento da vida útil das estruturas. Neste contexto, o desenvolvimento de programas computacionais entra de modo a apresentar um alto potencial de agregar positivamente. É importante buscar meios eficientes e satisfatórios para prever e analisar o comportamento de estruturas diante das possíveis solicitações.

2. FUNDAÇÕES DO TIPO RADIER

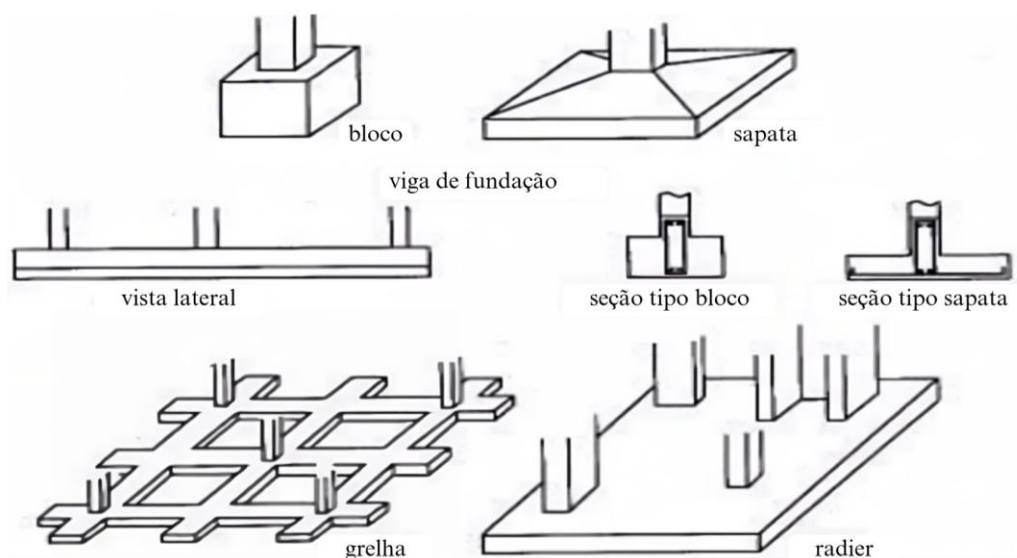
2.1. Classificação de fundações

Tendo como base Velloso e Lopes (2004), pode-se separar as fundações em dois tipos, primordialmente: fundações rasas (ou diretas ou superficiais) e fundações profundas.

A norma NBR 6122:2019 define fundações profundas da seguinte maneira: “Elemento de fundação que transmite a carga ao terreno ou pela base (resistência de ponta) ou por sua superfície lateral (resistência de fuste) ou por uma combinação das duas, sendo sua ponta ou base apoiada em uma profundidade superior a oito vezes a sua menor dimensão em planta e no mínimo 3,0 m; quando não for atingido o limite de oito vezes, a denominação é justificada. Neste tipo de fundação incluem-se as estacas e os tubulões”. (ABNT, NBR 6122:2019, pp5).

Fundação superficial (ou rasa ou direta): “Elemento de fundação cuja base está assentada em profundidade inferior a duas vezes a menor dimensão da fundação, recebendo aí as tensões distribuídas que equilibram a carga aplicada; para esta definição adota-se a menor profundidade, caso esta não seja constante em todo o perímetro da fundação.” (ABNT, NBR 6122:2019, pp5). Alguns exemplos são mostrados na Figura 1.

Figura 1: Fundações superficiais.



Fonte: Velloso e Lopes (2004).

Ainda, baseando-se na NBR 6122:2019, pode-se ter as seguintes definições para alguns tipos de fundação direta:

Sapata: “Elemento de fundação rasa, de concreto armado, dimensionado de modo que as tensões de tração nele resultantes sejam resistidas pelo emprego de armadura especialmente disposta para esse fim.” (ABNT, NBR 6122:2019, pp8)

Sapata corrida: “Sapata sujeita à ação de uma carga distribuída linearmente ou de três ou mais pilares ao longo de um mesmo alinhamento, desde que representem menos de 70 % das cargas da estrutura.” (ABNT, NBR 6122:2019, pp8).

Bloco: “Elemento de fundação rasa de concreto ou outros materiais tais como alvenaria ou pedras, dimensionado de modo que as tensões de tração nele resultantes sejam resistidas pelo material, sem necessidade de armadura.” (ABNT, NBR 6122:2019, pp3).

Sapata associada: “Sapata comum a dois pilares; a denominação se aplica também a sapata comum a mais do que dois pilares, quando não alinhados e desde que representem menos de 70 % das cargas da estrutura.” (ABNT, NBR 6122:2019, pp8).

Radier: “elemento de fundação rasa dotado de rigidez para receber e distribuir mais do que 70 % das cargas da estrutura” (ABNT, NBR 6122:2019, pp7).

2.2. Definição da fundação do tipo radier

Segundo Dória (2007), pode-se dizer que o radier consiste em uma estrutura de fundação do tipo superficial ou rasa, que pode ser executada em concreto armado ou protendido, cujas cargas recebidas são todas provenientes de pilares e/ou alvenarias da edificação, sendo aquelas distribuídas de forma uniforme ao solo. Ainda, explicita que o uso do deste tipo de fundação é comumente adotado em ocorrência de solos que apresentam baixa capacidade de carga ou necessidade de uniformização de recalques, bem como em casos em que as áreas das fundações do tipo sapata estejam mais próximas umas das outras que o recomendado, ou ainda, quando a área destas constituir em mais que a metade da área de construção.

Velloso e Lopes (2010) definem o radier como um tipo de fundação superficial onde a carga a que a edificação está submetida será transferida para uma laje de concreto.

2.3. Classificação, materiais e recomendações construtivas para fundações do tipo radier

2.3.1. Classificação

Para classificar as fundações do tipo radier pode-se levar em conta os seguintes parâmetros:

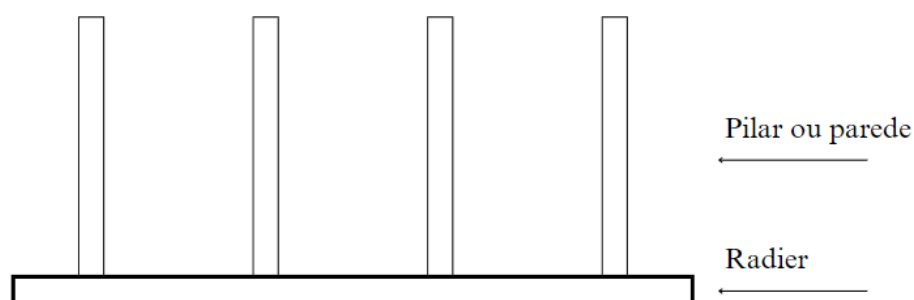
- Quanto à geometria;
- Quanto à rigidez à flexão; e
- Quanto à tecnologia.

2.3.1.1. Classificação quanto à geometria

De acordo com a geometria, os radiers podem ser classificados em lisos, com pedestais/cogumelos, nervurados ou caixão (em ordem crescente de rigidez):

- Radier liso - apresenta como vantagem a facilidade de execução. Aponta-se que a fundação desse tipo é a mais utilizada nas edificações de até quatro pavimentos, características do Programa de Arrendamento Residencial na cidade de Alagoas (Figura 2);

Figura 2: Radier Liso.

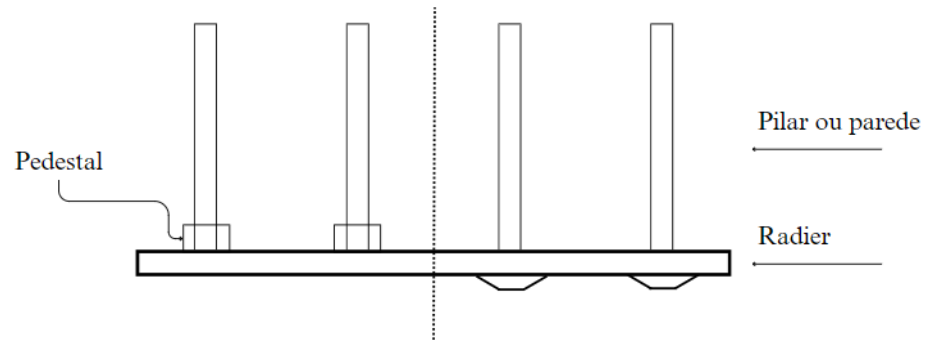


Fonte: Autor (2024).

- Radier com pedestais ou cogumelos (Figura 3) - é semelhante ao radier liso, porém, há na superfície sob os pilares, um aumento na espessura a fim de aumentar a característica de resistência à flexão e ao esforço cortante (efeito de punção na placa). Há a possibilidade de ter os pedestais

em posição superior ou inferior em relação à laje do radier. Os pedestais inferiores podem ser executados na escavação, de modo a deixar a superfície do plano lisa.

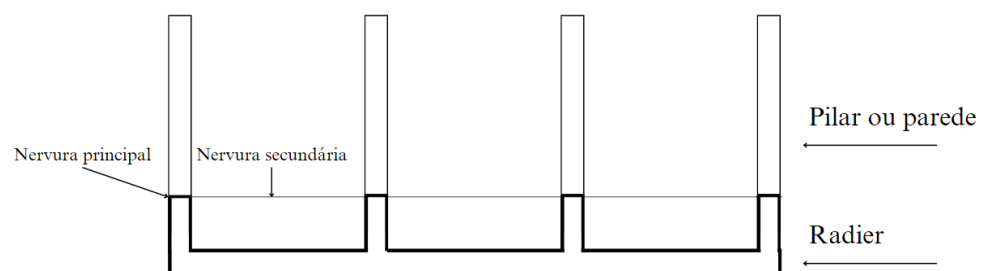
Figura 3: Radier com pedestais/cogumelos.



Fonte: Autor (2024).

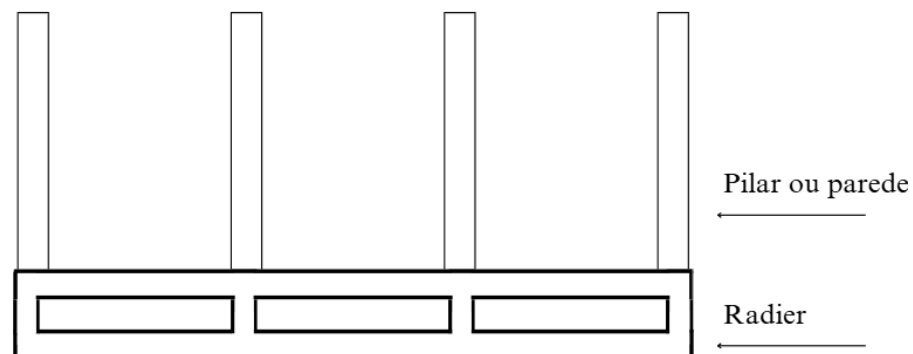
- Radier nervurado (Figura 4) - Há a execução de nervuras principais e secundárias, superiores ou inferiores, ambos os tipos sendo postos sob os pilares. As nervuras inferiores são executadas sobre a escavação. Já no caso de nervuras superiores, faz-se necessária a aplicação de agregados com o objetivo de deixar a superfície do piso plana.

Figura 4: Radier nervurado.



Fonte: Autor (2024).

- Radier em caixão - São radiers em que os pilares não são postos simplesmente sobre uma laje (Figura 5), mas sobre estruturas do tipo caixão. São utilizadas quando existe a necessidade de uma elevada rigidez. Sua execução pode ocorrer com variados pisos.

Figura 5: Radier em caixão.

Fonte: Autor (2024).

2.3.1.2. Classificação quanto à rigidez à flexão

A rigidez à compressão permite que os radiers sejam classificados em rígidos ou elásticos. Radiers rígidos apresentam grande rigidez à flexão, sendo assim, tratado como um corpo rígido; ao passo que os radiers elásticos com menor rigidez e os deslocamentos relativos da laje não são desprezíveis.

2.3.1.3. Classificação quanto à tecnologia

A classificação quanto à tecnologia abrange dois tipos de radier: em concreto armado e em concreto protendido.

- Radier em concreto armado - O radier em concreto armado tem sua espessura determinada, dentre outros aspectos, pela resistência do concreto à compressão. Geralmente, nota-se que esse tipo de material leva a lajes de maior espessura, uma vez que é necessário uma maior quantidade de concreto (maior “braço de momento”) para a resistência aos esforços solicitantes na peça estrutural;
- Radier em concreto protendido - O radier em concreto protendido deve ter sua determinação de espessura na fase inicial de cálculo. Cauduru (2000) pontua que é desejável que a altura de um elemento em concreto

protendido esteja compreendida na ordem de 70% da altura do mesmo elemento se em concreto armado.

O concreto utilizado para a produção do radier deve ser escolhido a partir da durabilidade, resistência e fatores econômicos. A NBR 6118:2023 apresenta o Quadro 1 com características do concreto, abordando os tipos e os diversos níveis de agressividade do ambiente.

Quadro 1: Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto.

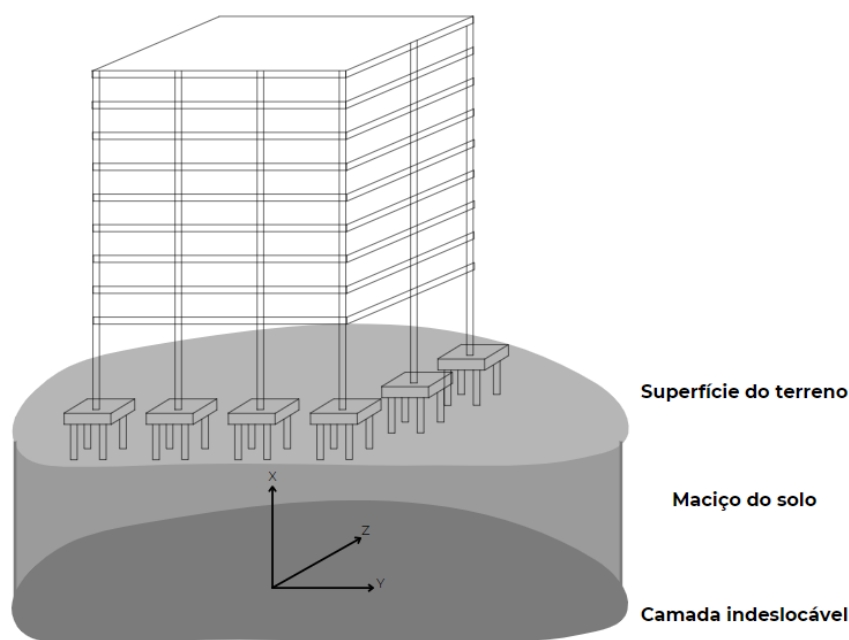
Concreto ^a	Tipo ^{b, c}	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	$\leq 0,65$	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,45$
	CP	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,50$	$\leq 0,45$
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	$\geq C20$	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C40$
	CP	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C35$	$\geq C40$
^a O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655. ^b CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado. ^c CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.					

Fonte: NBR 6118:2023.

3. INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

A interação solo-estrutura, cujos estudos foram iniciados por Meyerhof em 1953 e Chamecki, em 1954, é realizada com o afimco de analisar os deslocamentos e os esforços internos solicitantes da estrutura em contato com o solo. Este trabalho pode ser feito com base nas pressões de contato do solo com a estrutura e na determinação de parâmetros a partir de ensaios. Na Figura 6, explicita-se o sistema de superestrutura apoiada na infraestrutura, compreendida por elementos de fundação apoiados no maciço do solo. Nesta seção será analisado o sistema de interação do solo com a estrutura bem como alguns métodos para obter valores representativos para as propriedades do solo.

Figura 6: Sistema de interação solo-estrutura.



Fonte: Adaptado de Antoniazzi (2011).

3.1. Sistema Estrutural

Como supracitado, é comum que se divida a estrutura em superestrutura e infraestrutura, assim, o presente tópico há de discorrer sobre cada parte bem como o solo em si.

3.1.1. Solo

O solo desempenha um papel essencial para a Engenharia Civil, porquanto está diretamente relacionado à segurança e ao sucesso de projetos de construção. Destarte, a compreensão de suas propriedades é crucial para a adoção de fundações, sistemas de drenagem, estabilidade de taludes, minimização do impacto ambiental, dentre outras aplicações.

Pinto (2021) traz, sob o olhar da Engenharia Civil, o solo como a base da sustentação das obras. E dada sua importância enquanto sustentação, pontua-se a complexidade e a variabilidade do material, tornando-o de certa forma um elemento relativamente desconhecido. Tal fato ressalta a importância da adoção de elevados valores relativos aos fatores de segurança durante os cálculos de fundações.

A norma NBR 6122:2019 traz como fator de segurança global (FS_g) para fundações rasas, por meio de métodos analíticos, um valor de 3,0. Já para fundações profundas, adota-se um fator 2,0.

3.1.2. Superestrutura e Infraestrutura

A superestrutura é a parte que, em termos simplificados, encontra-se acima do solo. O cálculo envolvido em sua análise considera ações permanentes, variáveis e excepcionais, bem como a interação solo-estrutura.

A infraestrutura compreende na porção estrutural disposta no solo, tendo contato direto com o maciço que virá a suportar o carregamento proveniente da superestrutura. Seu cálculo deve contemplar as combinações de estados limites últimos e de serviço derivados da superestrutura bem como as ações resultantes do maciço do solo.

Velloso e Lopes (2012) trazem que é apropriado representar o efeito do solo na estrutura por meio de vínculos elásticos (as molas), com base na teoria de Winkler.

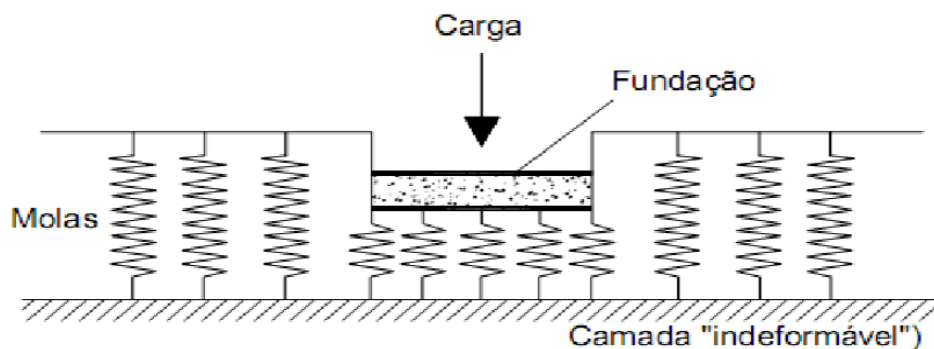
3.2. A hipótese de Winkler

O método proposto por Winkler, capaz de proporcionar uma resposta razoavelmente rápida e satisfatória à análise do comportamento de fundações elásticas no solo, é um dos mais antigos e populares para a análise da interação solo-estrutura.

Conforme destacado nos estudos de Junior (2016), Winkler (1867) propôs o tratamento do solo como um meio elástico, com o objetivo de calcular as tensões nos dormentes de vias férreas. Essa abordagem, com o tempo, foi expandida, possibilitando sua aplicação também em pavimentos de concreto.

A hipótese de Winkler traz o solo como um conjunto de molas independentes entre si de resposta linear. No modelo proposto o coeficiente de reação vertical tem o mesmo valor para todos os pontos onde há contato de base, considerando-se apenas as deformações que ocorrem exatamente na região da fundação, como exposto na Figura 7.

Figura 7: Representação do modelo proposto por Winkler.



Fonte: Antoniazzi (2011).

No entanto é importante ressaltar que o fato de desconsiderar as molas adjacentes às imediatamente em contato com a fundação é uma simplificação que naturalmente acarreta em erros, como ressaltado por Dória (2007). Além disso, é interessante destacar que a não homogeneidade do solo implica também em uma determinada imprecisão nas respostas e resultados. Além disso, a heterogeneidade do material pode implicar em dificuldades para a determinação do coeficiente de reação vertical do solo.

3.3. Coeficiente de reação vertical do solo (k_s)

Terzaghi (1955) traz que a determinação da reação vertical do solo implica na pressão por unidade de área da superfície de contato da estrutura com o solo em que ela se apoia, transferindo os carregamentos a ela impostos. Dessa maneira, o coeficiente de reação do solo, denotado por k_s , é correspondente à razão entre esta pressão em um determinado ponto e o recalque resultante de tal ação. Assim, é possível encontrar:

$$k_s = \frac{p}{y}, \quad (1)$$

em que:

k_s corresponde ao coeficiente de reação do solo;

p corresponde à pressão no ponto; e

y corresponde ao recalque no ponto.

É delicado determinar o valor de k_s para uma fundação dado que a determinação do coeficiente depende de muitos fatores. Souza (2017) traz em seu estudo, que devido à existência de variados modelos propostos para a determinação do k_s , é perceptível que nas variadas abordagens há a influência de fatores efetivos, tais quais a geometria da fundação, considerações simplificadas, elasticidade do solo, rigidez da fundação, homogeneidade do solo, entre outros. Contudo, ressalta-se que é possível obter o valor referente ao coeficiente de reação vertical do solo de maneira simples e direta, por meio de ensaios de campo, correlações, aproximações propostas por pesquisadores e normas internacionais.

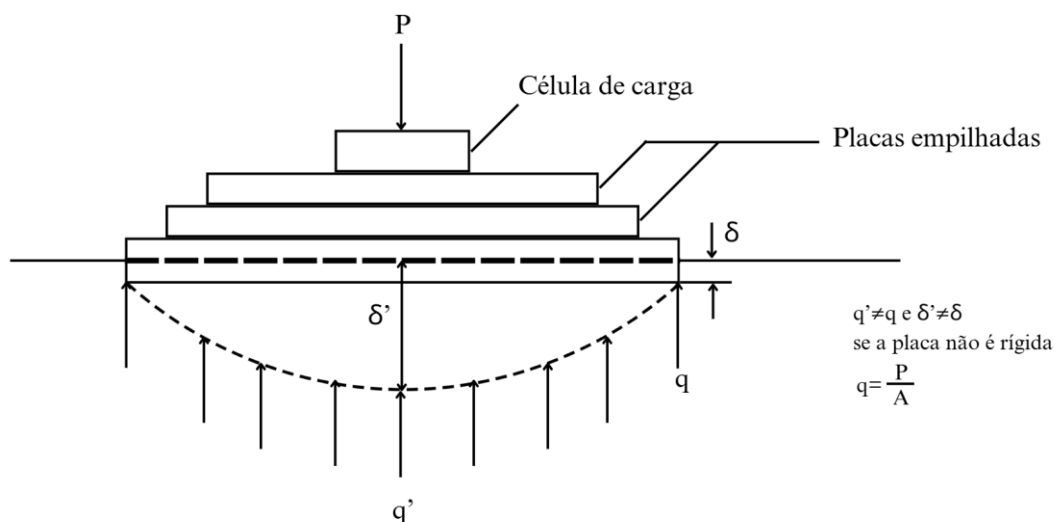
Na prática, é possível obter a determinação do coeficiente de reação do solo a partir da realização do ensaio de placa, que obedece à NBR 6489:2020, referente à prova de carga estática em fundação direta. Podem ser realizadas algumas correlações com SPT, tensões admissíveis, ensaio de CBR, valores propostos por normativas, resistência à compressão não confinada e métodos propostos por variados pesquisadores. Nas seguintes seções do presente capítulo, analisar-se-á alguns dos métodos que são usualmente utilizados para a determinação do coeficiente de reação vertical.

3.3.1. Determinação do k_s a partir do ensaio de placa

É possível que se obtenha o valor do coeficiente de reação vertical a partir da realização do ensaio de placa, que foi presenciado pelo autor durante visitas técnicas durante o desenvolvimento deste trabalho. A NBR 6484:2020 padroniza a realização do ensaio de placa de modo que sua execução possibilita obter o traçado da curva qualitativa de pressão por deformação no solo. No entanto, o ensaio apresenta a limitação de necessitar que sejam utilizadas placas de pequena dimensão, dado que há determinada dificuldade em mensurar deformações devido à flexibilidade do solo, e em maiores proporções, esta dificuldade tende a aumentar.

Para atenuar este problema, adota-se a estratégia de empilhar placas de menor dimensão de maneira concêntrica a placas maiores, fornecendo mais rigidez ao sistema. A Figura 8 representa a disposição das placas.

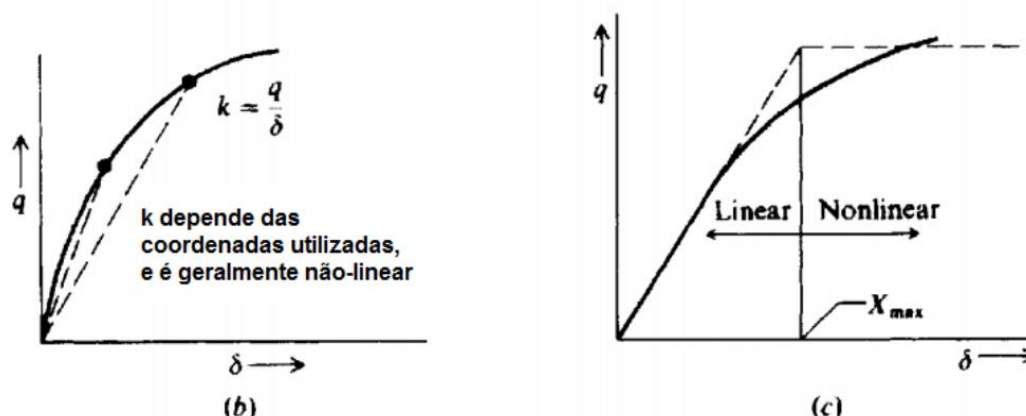
Figura 8: Representação do modelo proposto por Winkler.



Fonte: Adaptado de Bowles, 1996.

O diagrama é derivado da pressão p exercida e da deformação média. Na Figura 9, é apresentada a ilustração do k_s empregado pelo autor, no qual o k_s é considerado constante até alcançar a deflexão máxima X_{max} .

Figura 9: Representação gráfica da curva do k_s .



Fonte: Adaptado de Bowles, 1996.

Abaixo desse ponto, a pressão do solo permanece constante, conforme definido pela equação (2).

$$q_{cons} = k_s(X_{max}). \quad (2)$$

Terzaghi (1955) diz que é possível obter, para vigas longas e sapatas corridas apoiadas sobre o solo, os valores do coeficiente de reação vertical por meio de expressões. Contudo, Terzaghi traz, ainda, uma tabela para uso em caso de impossibilidade de realização do ensaio de placa a partir da realização de um ensaio realizado utilizando uma placa quadrada com 30 cm de lado. Os valores são representados no Quadro 2.

Quadro 2: Valores de k_s [kN/m³], de acordo com Terzaghi (1955).

Argilas	Rija	Muito rija	Dura
$\sigma_{adm}(MPa)$	0,1 a 0,2	0,2 a 0,4	> 0,4
Faixa de valores	16.000 a 32.000	32.000 a 64.000	> 64.000
Valor proposto	24.000	48.000	96.000
Areias	Fofas	Medianamente compacta	Compacta
Faixa de valores	6.000 a 19.000	19.000 a 96.000	96.000 a 320.000
Areia acima N.A.	13.000	42.000	160.000
Areia submersa	8.000	26.000	96.000

Fonte: adaptado de Terzaghi (1955).

Dados os valores expostos, faz-se necessário o ajuste destes por meio das equações a seguir.

Para solos argilosos:

$$k_s = k_{si} \frac{B_1}{B}, \quad (3)$$

para solos arenosos:

$$k_s = k_{si} \left(\frac{B+B_1}{2B} \right)^2, \quad (4)$$

para solos arenosos:

$$k_s = k_{si} \frac{m+0,5}{1,5m}, \quad (5)$$

em que:

k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical da fundação;

k_{si} corresponde ao coeficiente de reação vertical obtido através do ensaio de placa com dimensões de 30cm x 30cm;

B corresponde à menor dimensão da fundação;

B_1 corresponde à dimensão da placa usada para o ensaio (geralmente correspondente a 30 cm);

m é a razão de L por B ($m=L/B$).

3.3.2. Determinação do k_s a partir de correlações com propriedades elásticas do maciço do solo

Também é possível que se determine o coeficiente de reação vertical a partir da correlação deste com as propriedades elásticas do maciço do solo. Mas, para isso, tendo como base Souza e Reis (2008), é necessário que sejam levados em conta vários fatores, a exemplo da profundidade do assentamento, as dimensões do elemento de fundação e o recalque imediato médio do solo sob a fundação.

Scarlat (1993) traz que por meio da análise elástica de variados solos, notou-se que os valores de k_s que se mostram entre 20000 e 30000 kN/m³ correspondem a módulos de elasticidade (E_s) entre 40000 e 60000 kN/m² já valores de k_s compreendidos entre 80000 a 100000 kN/m³ estão relacionados a valores de E_s aproximadamente correspondentes a 200000 kN/m². Assim, constata-se que não é trivialmente conclusiva a definição da correlação entre k_s e E_s , dada a diferença entre as respostas dos modelos em função das propriedades do terreno e das características de rigidez da fundação.

Assim, o coeficiente k_s pode ser determinado a partir da expressão (6).

$$k_s = \frac{1}{B' E_s' m I_S I_F}, \quad (6)$$

na qual

$$E_s' = \frac{1-\mu^2}{E_s}, \quad (7)$$

e

m correspondendo ao número de placas adjacentes; e

μ correspondendo ao coeficiente de Poisson.

Bowles (1996) traz, como registrado no Quadro 3, valores para serem usados para a comparação a respeito do k_s a partir da consideração de vários materiais componentes do solo.

Quadro 3: Coeficiente de Reação Vertical.

Solo	K_{si} [kN/m³]
Areia fofa	4800 - 16.000
Areia medianamente compacta	9.600 - 80.000
Areia compacta	64.000 - 128.000
Areia argilosa medianamente compacta	32.000 - 80.000
Areia siltosa medianamente compacta	24.000 - 48.000
Argilas:	
$\sigma_{adm} \leq 200$ kPa	12.000 - 24.000
$200 \leq \sigma_{adm} \leq 800$ kPa	24.000 - 48.000
$\sigma_{adm} > 800$ kPa	> 48.000

Fonte: adaptado de Bowles (1996).

3.3.3. Determinação do k_s a partir de correlações com o *Standard Penetration Test* (SPT)

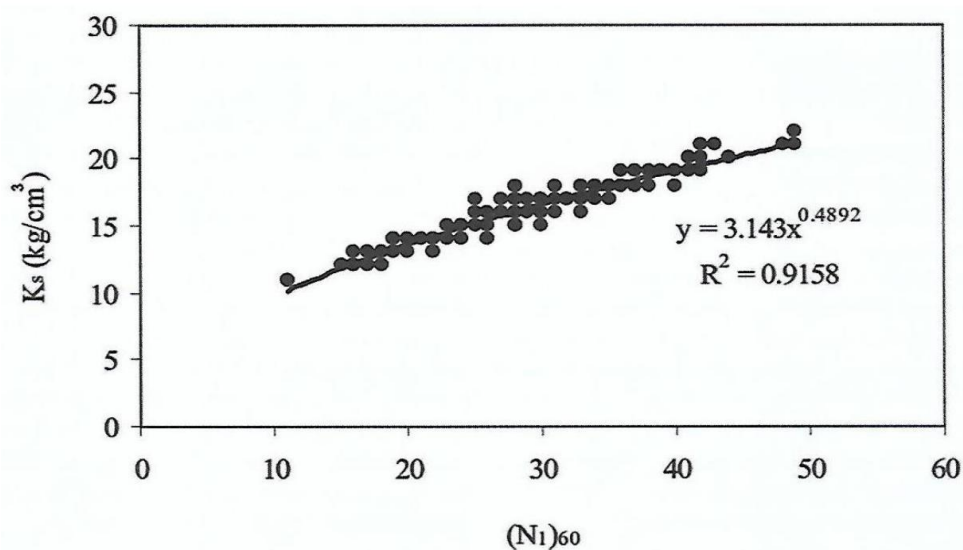
A sondagem a percussão com SPT é um importante método de investigação do solo, principalmente em projetos de fundações. No Brasil, o teste segue à norma NBR 6484:2020, que define o *Standard Penetration Test* como “ensaio para determinação do índice de resistência à penetração N ”, e N , por sua vez como “índice de resistência à penetração determinado pelo número de golpes correspondente à cravação de 30 cm do amostrador-padrão, após a cravação inicial de 15 cm, utilizando-se martelo de 65 kg de massa”.

No estudo de Souza (2017), explicita-se que é possível obter uma determinação do valor referente ao coeficiente k_s a partir de métodos indiretos, utilizando-se de estimativas iniciais.

Por exemplo, cita-se o trabalho dos pesquisadores Moayed e Naeini (2006) que apresentaram dados de modo a correlacionar o coeficiente de reação vertical do solo com o SPT a partir da análise de solos granulares. Além disso, os pesquisadores ainda realizaram um ensaio de placa de 30 cm, encontrando também um valor para k_s , a efeito de comparação.

A partir do que foi abordado até aqui, tem-se a relação entre o SPT e coeficiente de reação exibida tal qual na Figura 10 e pela Expressão (8).

Figura 10: Correlação entre o coeficiente de reação vertical k_s e o SPT.



Fonte: Moayed e Naeini (2006).

$$k_s = 3.143 \cdot (N_1)_{60}^{0.489}, \quad (8)$$

em que:

$(N_1)_{60}$ corresponde ao valor de SPT levando em conta uma energia de 60%; e k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo em kgf/cm^3 .

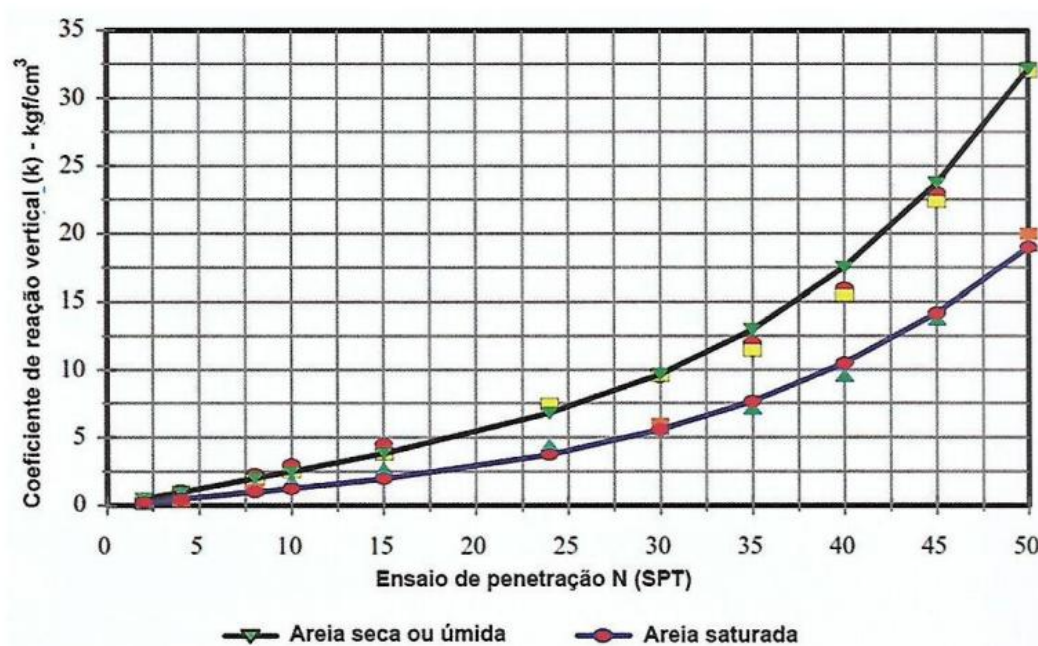
Souza (2017) segue citando a normativa IS:2950 (1981) por esta apresentar uma correlação entre algumas características do solo, e dentre elas, o SPT e o k_s , levando em conta os solos não coesivos. Neste íterim, ressalta-se que os valores que a referida norma traz também equivalem para uma placa quadrada de 30 cm de lado, bem como, que a normativa traz valores tanto para o solo no estado seco, úmido ou na condição saturada. O Quadro 4 reproduz os valores que a normativa apresenta.

Quadro 4: Valores de k_s para solos não coesivos.

Característica do solo	Coeficiente de reação vertical do solo (kgf/cm ³)	
	Estado Seco ou Úmido	Estado Saturado
Standard Penetration Test (N)		
<10	1,5	0,9
10 a 30	1,50 a 4,70	0,90 a 2,90
>30	4,70 a 18,0	2,90 a 10,80

Fonte: adaptado de IS:2950 (1981).

Leoni (2016) demonstra equações e gráficos que estabelecem a relação entre o Índice de Resistência SPT e o coeficiente de reação vertical do solo para areias, em diferentes condições de umidade, incluindo seca, úmida e saturada. As Equações 9 e 10 estão descritas a seguir, juntamente com a Figura 11, que ilustra os valores de forma gráfica.

Figura 11: Correlação entre o SPT e k_s .

Fonte: Adaptado de Leoni (2016).

$$k_s = (N \cdot 0,04)^{4,3} + (N \cdot 0,25), \quad (9)$$

em que:

N corresponde ao valor de SPT; e

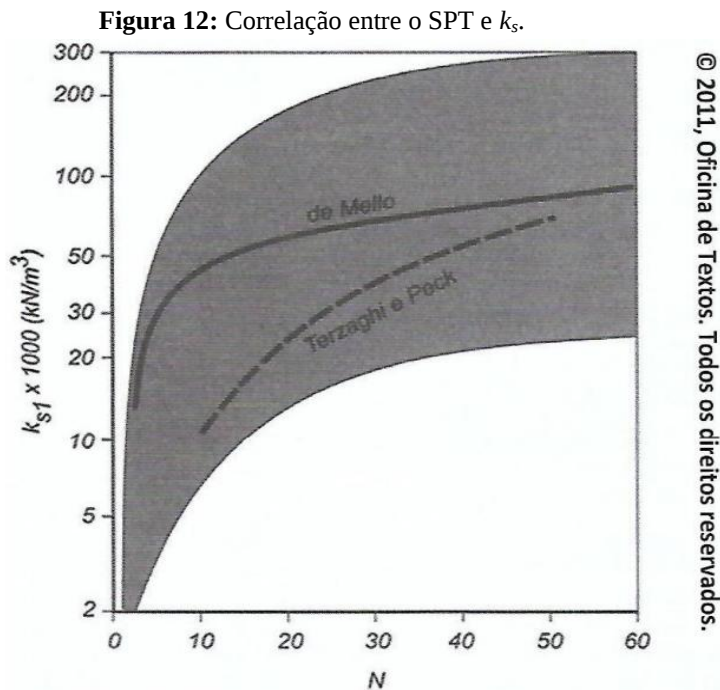
k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo em kgf/cm³ em sua condição seca e úmida.

$$k_s = (N \cdot 0,04)^{4,3} + (N \cdot 0,12), \quad (10)$$

em que:

k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo em kgf/cm^3 em sua condição saturada.

De Mello (1971) também estudou a correlação entre o SPT e o parâmetro k_s . Em seu estudo, indicou uma faixa que situa valores encontrados na literatura provenientes de trabalhos prévios. A Figura 12 exibe o gráfico com essa correlação.



Fonte: Adaptado de Velloso e Lopes (2011).

Scott (1981) propôs uma equação empírica para determinar o coeficiente de reação vertical do solo (k) com base nos valores de SPT para solos arenosos. A Equação 11 destaca essa proposta.

$$k_s = 1,8 \cdot N, \quad (10)$$

na qual:

N corresponde ao valor de SPT;

k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo em MN/m^3 .

Naeini *et. al.* (2014) traz, também, em seu estudo, a relação entre SPT e o coeficiente de reação vertical, mas com uma maior exploração em relação a solos argilosos de baixa plasticidade, tendo como objeto de estudo o solo no sul de Qazvin, no Irã. Assim, Naeini *et.al.* (2014) apresenta a correlação a partir da Equação 11.

$$k_s = 0,96 \cdot (N_1)_{60}, \quad (11)$$

na qual:

$(N_1)_{60}$ corresponde ao valor de SPT levando em conta uma energia de 60%;

k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo em MN/m³.

Naeini *et al.* (2014) utilizou a equação de Vesic (1961), referenciando diversos pesquisadores, com o objetivo de estabelecer correlações entre o SPT e o coeficiente de reação vertical do solo (k). Os valores propostos estão listados no Quadro 5, considerando que o SPT se refere ao N_{70} . Além disso, é importante ressaltar que os valores também podem ser assumidos para uma placa com lado de 30 cm.

Quadro 5: Valores do coeficiente de reação vertical do solo correlacionados com o SPT – N_{70} .

Referência	Tipo de solo	Coeficiente de reação vertical do solo (MN/m ³)
BOWLES (1996)	Argila arenosa	$k=1,17(N_{70})+17,6$
WEBB (1969)	Argila arenosa	$k=1,2(N_{70})+6,07$
BOWLES (1996)	Silte, areia siltosa ou argila siltosa	$k=1,1(N_{70})+6,6$
BEHPOOR e GHARAMANI (1989)	Argila baixa plasticidade e silte de baixa plasticidade	$k=0.622$

Fonte: adaptado de Naeini *et al.* (2014).

Se for preciso converter os resultados baseados em N_{60} , ou seja, utilizar 60% da energia nominal, é possível empregar a Equação 12 para realizar essa conversão.

$$k_s = \frac{(N_1)_{70}}{6/7}, \quad (12)$$

em que:

$(N_1)_{60}$ corresponde ao valor de SPT levando em conta uma energia de 60%;

$(N_1)_{70}$ corresponde ao valor de SPT levando em conta uma energia de 70%.

3.3.4. Determinação do k_s a partir de correlações com a tensão admissível do solo

A análise da tensão admissível de um solo, conforme estabelecido pela norma NBR 6122:2019, pode ser definida como a máxima tensão que a fundação suporta enquanto ainda atende aos requisitos dos estados limites últimos e de serviço, levando em conta os devidos fatores de segurança.

À luz dessas considerações, realça-se que também é possível estabelecer correlações entre os valores de tensão admissível do solo com o coeficiente de reação

vertical. Alguns autores trazem valores tabelados para relacionar as duas grandezas, a exemplo de Morrison (1993), como pode ser observado no Quadro 06.

Quadro 6: Valores do coeficiente de reação vertical do solo correlacionados com o método das tensões admissíveis.

Tensão admissível (kgf/cm²)	Coeficiente de Reação Vertical do Solo (kgf/cm³)
0,25	0,65
0,50	1,30
0,70	1,66
1,00	2,20
1,50	3,10
2,00	4,00
2,50	5,00
3,00	6,00
3,50	7,00
4,00	8,00

Fonte: adaptado de Morrison (1993).

Já Bowles (1996) traz a correlação entre as duas grandezas na forma de expressão matemática, como mostrado na Equação 13.

$$k_s = 40 \cdot (SF) \cdot (q_a), \quad (13)$$

em que:

(*SF*) corresponde ao coeficiente de segurança;

(*q_a*) corresponde à tensão admissível do solo;

k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical em KN/m³.

3.3.5. Determinação do *k_s* a partir de valores propostos por normativas

A norma TM 5-809-1:987 ressalta a relevância das condições do solo e sua relação com parâmetros como tensão admissível, uniformidade, umidade e risco de congelamento, destacando como esses elementos podem influenciar de maneira significativa suas características. Nesse contexto, a normativa apresenta valores

específicos para o coeficiente de reação vertical do solo, variando de acordo com o teor de umidade. Esses valores são detalhadamente fornecidos no Quadro 7.

Quadro 7: Valores do coeficiente de reação vertical do solo.

Tipos de materiais	Coeficiente de reação vertical do solo (lbs/in ³) de acordo com o teor de umidade						
	1-4%	5-8%	9-12%	13-16%	17-20%	21-24%	25-18%
Siltos e argilas com limite de liquidez maior que 50	-	175	150	125	100	75	50
Siltos e argilas com limite de liquidez menor que 50	-	200	175	150	125	100	75
Areias Siltosas/ Argilosas	300	250	225	200	150	-	-
Areias com argila e silte	300	300	250	-	-	-	-
Silte e pedregulho com argila	300	300	300	250	-	-	-

Fonte: adaptado de TMS - 809-1 (1987).

3.3.6. Determinação do k_s a partir de correlações com métodos de variados pesquisadores

Ao longo dos anos, o estudo do solo se depara com o contexto da complexidade do comportamento do material. Souza (2017) reitera em seu estudo, que a determinação do coeficiente de reação vertical do solo é de certa maneira afetada por tal dificuldade em analisar o solo. Assim, compilam-se alguns estudos, trazidos por pesquisadores, relativos à determinação do coeficiente de reação vertical do solo.

Biot (1937) considera, para a determinação de k_s , a adoção de uma viga infinita disposta num solo elástico contínuo de três dimensões submetida a uma carga concentrada. Sua proposta empírica está expressa na Equação 14.

$$k_s = 1,23 \cdot \left[\frac{1}{c \cdot (1-v^2)} \cdot \frac{E_s \cdot b^4}{E_b \cdot l} \right]^{0,11} \cdot \frac{E_s}{c \cdot (1-v^2)}, \quad (14)$$

em que:

E_s corresponde ao módulo de elasticidade do solo em lbs/in^2 ;

b corresponde à metade da largura da viga em in ;

E_b corresponde ao módulo de elasticidade da viga em lbs/in^2 ;

I corresponde ao momento de inércia da viga em in^4 ;
 c corresponde ao comprimento da viga em in ;
 ν corresponde ao coeficiente de Poisson do solo.

Terzaghi (1955) propõe duas equações, levando em conta solos coesivos e não coesivos a partir de valores de referência, chamados de k_{s1} , que é o valor base para o coeficiente de reação vertical do solo para uma área quadrada com largura de 1 ft. Os Quadros 8 e 9 trazem os valores de referência para areias e argilas respectivamente.

Quadro 8: Valores do coeficiente de reação vertical do solo de referência para areias em tf/ft^3 .

Areia	Compacidade		
	Fofa	Medianamente compacta	Compacta
Seca ou umida - Valores Limites	20-60	60-300	300-1000
Seca ou umida - Valores propostos	40	130	500
Saturada - Valores propostos	25	80	300

Fonte: adaptado de Terzaghi (1955).

Quadro 9: Valores do coeficiente de reação vertical do solo de referência para argilas em tf/ft^3 .

Argila	Consistencia		
	Rija	Muito Rija	Dura
Valores Limites	50-100	100-200	>200
Valores Propostos	75	150	300

Fonte: adaptado de Terzaghi (1955).

A partir dos valores de k_{s1} , Terzaghi (1955) traz as Expressões 15 e 16 para possibilitar a determinação do coeficiente de reação vertical para argilas e areias, respectivamente.

$$k_s = k_{s1} \cdot \frac{B_1}{B}, \quad (15)$$

$$k_s = k_{s1} \cdot \left(\frac{B+B_1}{2B}\right)^2, \quad (16)$$

nas quais:

- k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo em tf/ft^3 ;
- B_1 corresponde à largura da placa de referência (1 ft);
- k_{s1} corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo de referência em tf/ft^3 ;
- B corresponde à largura da fundação real em ft.

Contudo, é importante ressaltar que Terzaghi (1955) reforça que as Equações 15 e 16 são aplicáveis para pressões de contato menores que 50% da tensão última do solo. Em caso de fundações retangulares em argila rija, propôs-se a Equação 17.

$$k_s = k_{s1} \cdot \left(\frac{l+0,5}{1,5 \cdot l}\right), \quad (17)$$

na qual:

k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo em tf/ft³;

k_{s1} corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo de referência em tf/ft³;

l corresponde à relação entre comprimento e largura da área da fundação (B/L , com B e L em ft).

Por fim, Terzaghi (1955) ainda pontua que para fundações de grandes dimensões em argila rija, sugere-se a Equação 18.

$$k_s = k_{s1} \cdot \frac{1}{1,5 \cdot B}, \quad (18)$$

em que:

k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo em tf/ft³;

k_{s1} corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo de referência em tf/ft³;

B corresponde à largura da fundação real em ft.

Há diversos estudos para a determinação do k_s , dentre eles, cita-se o método de Rausch e Cestelli, segundo Moraes (1981), adotado no *software* TQS(2011), que leva em conta a área da fundação. É possível observar o método através da Equação 19.

$$k_s = \frac{E_0}{f \cdot \sqrt{F}}, \quad (19)$$

em que:

k_s corresponde ao coeficiente de reação vertical do solo em tf/m³;

E_0 corresponde ao Módulo Edométrico do solo em tf/m²

f corresponde ao Coeficiente Adimensional que depende da área da fundação, de valor admitido constante igual a 0,4;

F corresponde à área da fundação em m².

3.4. Pressões de contato

Neste item serão analisados os meios de análise da interação do solo com a estrutura a partir das pressões de contato, e com base em alguns ensaios explicitados nos estudos de Silva (2019).

Gerscovich (2008) define pressões de contato como pressões normais que são transmitidas à superfície do solo, porém, não correspondendo necessariamente às tensões verticais que a fundação instaura. O estudo das pressões de contato é relevante pois possibilita a análise de deslocamentos, ainda que de maneira indireta.

É sabido que diversos fatores podem influenciar o comportamento das pressões de contato da estrutura com o solo. Dois fatores de suma importância para a análise das pressões de contato são as características da carga aplicada na estrutura e a rigidez relativa entre o radier e o solo.

Pode-se notar uma relação proporcional entre o aumento de carga e a pressão de contato na parede central da estrutura, ao passo que as pressões de contato na borda tendem a se manter constantes.

A rigidez relativa apresenta uma relação também diretamente proporcional entre a flexibilidade e o efeito do carregamento sobre a estrutura. Meyerhof (1953) traz a rigidez relativa sendo calculada pela Equação (20)

$$R_r = \frac{E_c I}{E \cdot B^3}, \quad (20)$$

em que:

R_r corresponde à rigidez relativa;

E_c corresponde ao Módulo de Young do material da laje;

I corresponde ao momento de inércia da seção transversal da placa;

E corresponde ao Módulo de Young do solo.

Já Schultze (1966) traz uma outra forma de determinação da rigidez relativa (Equação 21):

$$R_r = \frac{E_c \cdot \frac{t^3}{12}}{E \cdot L^3}, \quad (21)$$

na qual:

t corresponde à espessura da laje;

L corresponde ao comprimento da placa.

4. MODELOS DE CÁLCULO

Para a análise das solicitações no radier há alguns métodos que podem ser utilizados, embora neste trabalho adota-se a Analogia de Grelha. Ribeiro (2010) lista os seguintes métodos:

- Método da viga sobre base elástica;
- Método do American Concrete Institute (ACI);
- Método das Diferenças Finitas (MDF);
- Método dos Elementos Finitos (MEF);
- Método da Analogia de Grelha.

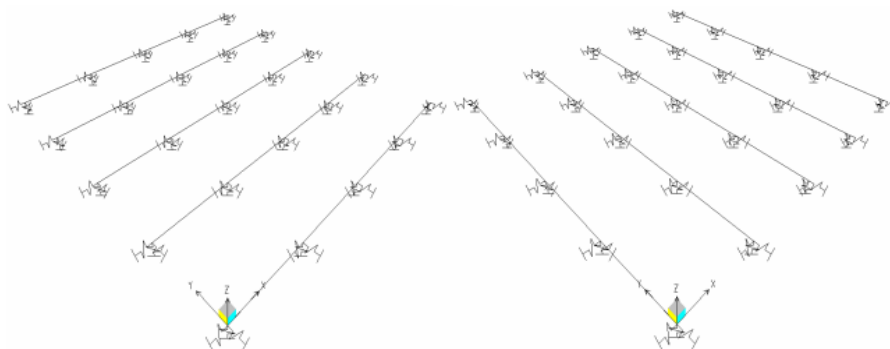
Neste item, os métodos de vigas sobre base elástica, ACI e Analogia de grelha serão melhor desenvolvidos.

4.1. Método da viga sobre base elástica

Basicamente, o método da viga sobre a base elástica consiste em substituir a laje referente ao radier por várias vigas independentes entre si em um sentido sendo apoiadas em molas (Figura 13), que possuem comportamento o mais similar possível com a superfície do solo em questão.

Entretanto, apesar de bastante simples, o modelo não é muito preciso por não considerar a interação da rigidez entre as faixas, que de fato, ocorre na realidade.

Figura 13: Método da viga sobre a base elástica.



Fonte: Ribeiro (2010).

4.2. Método do American Concrete Institute (ACI)

O método do ACI é adotado na análise de placas apoiadas sobre uma base elástica, sendo amplamente empregado no dimensionamento de pavimentos e, com as devidas adaptações, em elementos estruturais. Seu estudo inicial foi desenvolvido para o cálculo de pavimentos rodoviários, mas é possível aplicar seus princípios para avaliar outros tipos de estruturas submetidas a condições semelhantes.

O método baseia-se na solução de Westergaard, que aborda o problema da interação solo-estrutura utilizando a Teoria da Elasticidade. Em sua abordagem, o solo é representado como uma série de membranas horizontais que resistem às deformações laterais. Essa representação simplificada permite considerar os efeitos de fatores como a rigidez do solo e o coeficiente de reação elástica, que influenciam diretamente no comportamento da estrutura apoiada.

Entre os parâmetros adotados pelo método estão a rigidez da placa, espessura do pavimento ou elemento estrutural, tipo de carregamento e condições de apoio. A solução analítica desenvolvida por Westergaard também considera a presença de tensões tangenciais no solo, que são importantes para prever recalques diferenciais e deformações.

Adicionalmente, o método do ACI prevê o uso de tabelas e gráficos empíricos para facilitar o dimensionamento, permitindo que engenheiros identifiquem soluções práticas em função dos dados do solo e da estrutura. Isso torna o método uma ferramenta robusta e flexível, adequada para diversas aplicações em projetos estruturais e geotécnicos.

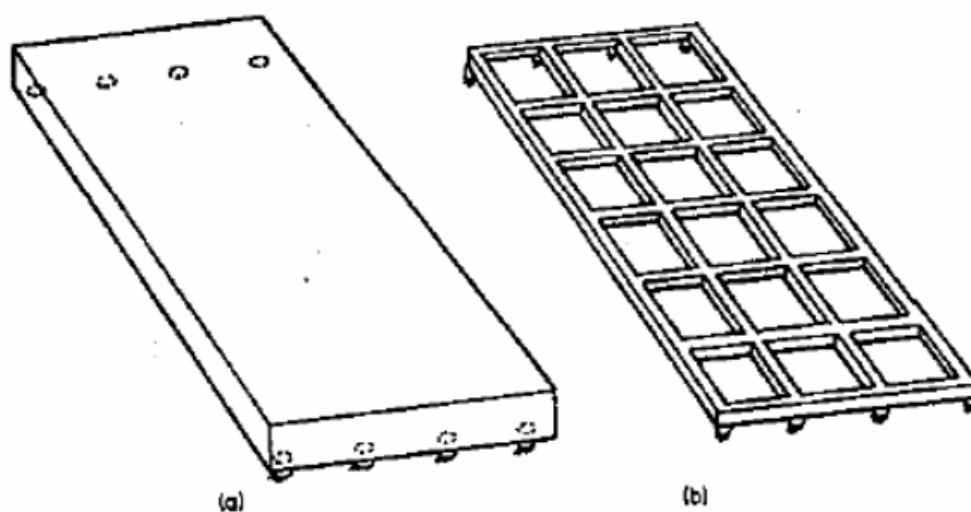
É importante destacar, ainda, que o uso do método requer uma calibração adequada para as condições específicas de cada projeto, incluindo a verificação da capacidade de suporte do solo e a avaliação de parâmetros geométricos e materiais que influenciam no comportamento da estrutura.

4.3. Método da Analogia de Grelha

O método da analogia de grelha apresenta crescente utilização na análise de placas por sua eficiência e facilidade de compreensão, mostrando resultados satisfatórios mesmo em estruturas com grande número de pavimentos, como exposto por Stramandinoli (2003).

Conforme apresentado em Dória (2007), o método consiste em dividir um elemento estrutural classificado como placa em uma grelha equivalente composta por peças estruturais do tipo barra, de forma que cada uma dessas barras venha a representar uma faixa da laje, inclusive em seus eixos centrais (em relação ao centro de gravidade de suas seções transversais). Pode-se conferir a substituição da laje maciça pela grelha equivalente na Figura 14.

Figura 14: Laje maciça (a) e grelha equivalente (b).



Fonte: Hambly (1976).

Barboza (1992) atenta que para a representação de uma laje maciça a partir de uma grelha equivalente, deve-se ter parcimônia em relação às rigidezes das barras que compõem essa grelha a fim de garantir resultados satisfatoriamente aproximados com o que a laje, na prática, representa. Pois, como afirmado por Hambly (1976), neste processo os resultados não chegam a ser idênticos, mas satisfazem à análise de maneira apenas

aproximada, devido à diferença de comportamento dos diferentes tipos de elementos estruturais.

Um aspecto relevante na análise de grelhas equivalentes é a presença de rigidez à torção nos nós, que exerce influência significativa nos esforços internos solicitantes. A rigidez à torção contribui para a redistribuição de momentos e forças cortantes entre as barras, resultando numa relativa diferença do comportamento real da laje onde são dispostos os nós da grelha. No entanto, esta interferência não prejudica a visualização dos comportamentos dos esforços na estrutura.

Além disso, nota-se que a partir da criação de uma grelha equivalente, há uma quantidade significativa de nós, barras e principalmente de graus de hiperestaticidade, devido à formação de diversas células fechadas ao longo da laje. Esta consequência inerente ao método da Analogia de Grelha justifica o uso de métodos computacionais em sua análise (Oliveira, 2022).

4.3.1. Composição da grelha

Naturalmente, pode-se pensar que quanto menores os espaçamentos entre as barras constituintes da grelha, mais aproximado da realidade será o resultado da analogia. No entanto, como apontado por Hambly (1976), não há como definir uma malha ideal para todos os tipos de placas, mas além de possível, é necessário que alguns critérios sejam adotados ao decidir que malha adotar no projeto para cada radier.

Dória (2007) cita os seguintes critérios para a discretização da laje para a obtenção de esforços especificamente no radier:

- Quanto maior a discretização da malha, melhor tende a ser o resultado da analogia; no entanto, os resultados deixam de ser satisfatórios a partir do momento que a largura das barras é menor que a espessura do radier em duas ou três vezes;
- Em regiões de muitos esforços concentrados, adota-se uma malha com barras que não sejam maiores que três vezes a espessura da laje;
- Não é interessante que os espaçamentos em cada direção sejam muito divergentes, a fim de preservar a uniformidade na distribuição dos carregamentos ao longo da grelha equivalente;

- Especificamente no contorno do radier, faz-se necessária a disposição de uma linha de barras, de modo a diminuir a largura para o cálculo do momento de inércia à torção de 30% da altura da laje, por tratar-se do ponto onde está passando a força resultante das tensões de cisalhamento provenientes da torção ao longo da grelha;

4.3.2. Propriedades físicas e geométricas das grelhas

As barras que compõem a grelha equivalente têm uma importante influência nos resultados da analogia. Suas propriedades são fundamentais pois cada faixa da grelha vem a representar uma parte da laje maciça, assim, é importante que suas propriedades e seu comportamento meio à solicitação de carregamentos sejam representativos geométrica e fisicamente.

Fisicamente, o material da barra influencia nas propriedades. Tomando por base a análise de Dória (2007) sobre radiers em concreto armado, pode-se ter o módulo de deformação longitudinal sendo o módulo secante do concreto E_{cs} (Equação 22), com base na NBR 6118:2014:

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} , \quad (22)$$

na qual E_{ci} corresponde ao módulo tangente (Equação 23), que é definido por:

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} , \quad (23)$$

sendo f_{ck} o valor característico da resistência à compressão do concreto, dado em MPa.

Quanto ao módulo de deformação ao cisalhamento (G), adota-se a Equação (24):

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} , \quad (24)$$

na qual adota-se, para materiais isotrópicos em estado plano de tensões:

E - Módulo de deformação longitudinal;

ν - Coeficiente de Poisson.

Quanto à geometria dos elementos de grelha, em uma faixa de largura b e espessura h , pode-se calcular os momentos de inércia à flexão (I) e torção (J) por meio das seguintes Expressões (25 e 26):

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}, \quad (25)$$

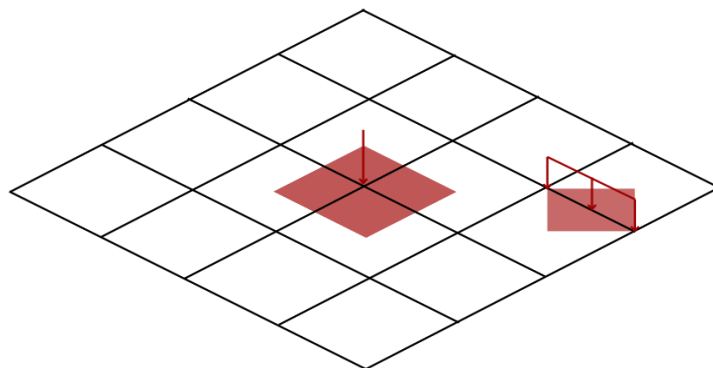
$$J = \frac{3 \cdot b^3 \cdot h^3}{10 \cdot (b^2 + h^2)}. \quad (26)$$

Ressalta-se que a NBR 6118:2023 recomenda que o momento de inércia à torção seja reduzido a 10% da rigidez elástica determinada.

4.3.3. Carregamentos nas barras

Oliveira (2022) afirma que o método da Analogia de Grelha possibilita considerar as cargas distribuídas sobre toda a laje ou sobre partes desta a partir da transformação dos esforços em cargas lineares atuantes sobre as barras ou cargas pontuais atuando sobre nós. Porém, vale ressaltar que é imprescindível que sejam respeitadas as áreas de influência de cada elemento, como explicitado na Figura 15.

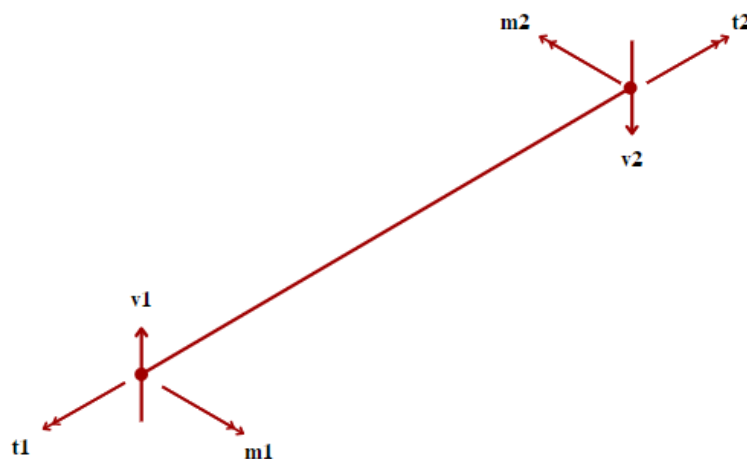
Figura 15: Aplicação de cargas sobre a grelha equivalente.



Fonte: Autor (2024).

Os carregamentos postos sobre as barras e os nós, provocam rotações e deslocamentos horizontais e esforços nos nós. Os esforços nodais que surgem nas barras são três; Dória (2007) os explicita conforme a Figura 16.

Figura 16: Esforços atuantes na barra (coordenadas locais devidamente adaptadas).



Fonte: Autor (2024).

na qual, tem-se:

m_1 e m_2 sendo os momentos fletores no sentido do eixo da barra;

v_1 e v_2 sendo os esforços cortantes no sentido do eixo z ;

t_1 e t_2 sendo os momentos torsores no sentido transversal ao eixo da barra.

4.4. Método da Rigidez

O Método da Rigidez, também conhecido como Método dos Deslocamentos, consiste essencialmente em isolar cada deslocamento da estrutura em um sistema básico distinto, que satisfaz as condições de compatibilidade da estrutura original, mas não as condições de equilíbrio, uma vez que novas forças são geradas para anular os deslocamentos associados, permitindo que apenas um deslocamento específico se manifeste em cada sistema básico. A condição original de equilíbrio é então restabelecida por meio da Expressão (27):

$$[K] = [\delta][F], \quad (27)$$

na qual:

K é a matriz de rigidez da estrutura;

δ é o vetor coluna dos deslocamentos;

F é o vetor coluna das forças externas aplicadas.

O Método da Rigidez é amplamente utilizado devido à sua versatilidade, permitindo a análise de diversos tipos de estruturas compostas por barras, tanto isostáticas quanto hiperestáticas. A abordagem é bem estabelecida por sua formulação matricial, o que a torna particularmente eficaz para implementações computacionais, sendo frequentemente referida como o Método da Rigidez Direta.

Loriggio (2000), *apud* Stramandinoli (2003), descreve o processo do método em várias etapas, que incluem

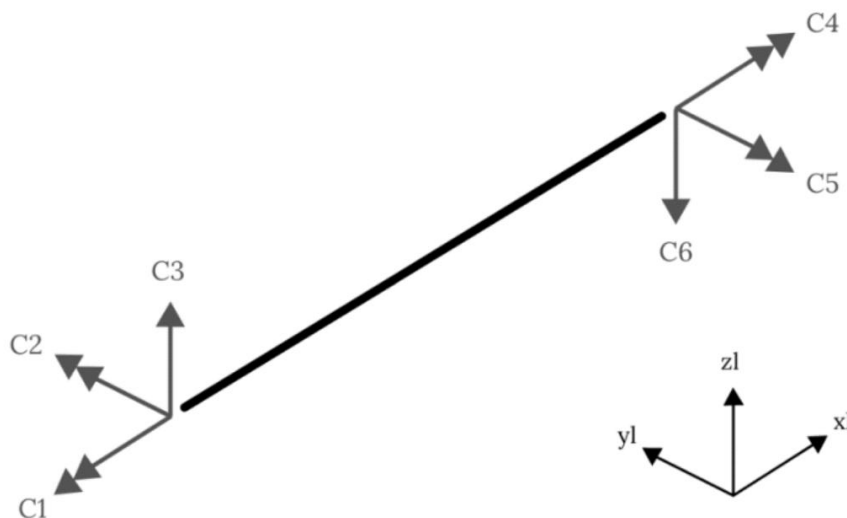
1. Modelagem da estrutura: seleção do sistema estrutural resistente, análise do comportamento dos componentes, definição das vinculações, propriedades dos materiais, dimensões, geometria dos elementos, aplicação dos carregamentos e suas combinações.
 2. Definição e numeração dos nós e barras.
 3. Cálculo da matriz de rigidez para cada barra, tanto no sistema local $[r]$ quanto no global $[R] = [T]^t[r] \cdot [T]$, utilizando a matriz de transformação $[T]$ para converter as coordenadas locais para globais.
 4. Montagem da matriz global $[K]$
 5. Determinação dos esforços de imobilização dos nós, no vetor $\{S_o\}$
 6. Determinação do vetor de esforços de imobilização dos nós de cada barra no sistema global $\{S_o\} = [T]^t \cdot \{S_o\}$.
 7. Montagem do vetor de esforços de imobilização dos nós da estrutura $\{F_o\}$.
 8. Formulação do sistema de equações estruturais $[K] \cdot \{\delta\} = \{F\} - \{F_o\}$, levando em consideração os graus de liberdade originais, o vetor $\{\delta\}$ (deslocamentos) e o vetor $\{F\}$ (ações nodais).
 9. Reordenação do sistema de equações deixando as direções restringidas para o final.
 10. Resolução do sistema $[K_{LL}] \cdot \{\delta_L\} = \{F_L\}$.
 11. Com o sistema de equações reorganizado, resolve-se para os deslocamentos nas direções livres, separando posteriormente os deslocamentos de cada barra $\{d\}$.
 12. Cálculo das reações de apoio nas direções restritas.
 13. Cálculo dos esforços solicitantes nas extremidades das barras no sistema global $\{S\} = [r] \cdot \{d\}$, transformando-os para o sistema local conforme necessário.
- O processo é concluído com a obtenção dos valores dos esforços nodais para cada

barra do sistema analisado. Para a análise de grelhas, é necessário construir uma matriz de rigidez apropriada, levando em conta os deslocamentos causados pelos esforços internos presentes na estrutura. Vale ressaltar que para as grelhas, os esforços internos considerados são: esforço cortante, momento fletor e momento torsor.

O sistema global é geralmente orientado nas direções x , y e z , onde os eixos x e y formam o plano no qual a estrutura está disposta, e o eixo z é ortogonal a esse plano, representando a direção das cargas aplicadas à estrutura.

Ao analisar um elemento de barra isoladamente, é necessário definir um sistema de coordenadas local. Como ilustrado na Figura 17, a direção x_l é alinhada com a barra, indo do nó i em direção ao nó j . A direção z_l é perpendicular ao plano da grelha, apontando para cima, enquanto a direção y_l é determinada seguindo a regra da mão direita.

Figura 17: Graus de liberdade de uma barra de grelha.



Fonte: Oliveira (2022).

A Figura 17 também ilustra as possíveis movimentações da barra no sistema local. Observa-se que existem três graus de liberdade em cada nó: dois para rotação e um para translação, totalizando, portanto, seis possibilidades de movimentação para a barra, ou seja, seis coordenadas representadas pelos vetores C_i , onde i é o índice correspondente a cada coordenada.

É importante destacar que, para simplificar o processo, os sentidos das coordenadas foram definidos conforme a convenção padrão para os esforços internos solicitantes. Com isso, é possível montar a matriz de rigidez local $[r]$ de cada barra do

sistema, a partir das equações de equilíbrio de forças nos nós, formuladas para cada uma das coordenadas adotadas,

$$[r] = \begin{bmatrix} GJ/L & 0 & 0 & GJ/L & 0 & 0 \\ 0 & 4EI/L & -6EI/L^2 & 0 & -2EI/L & -6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & 0 & 6EI/L^2 & 12EI/L^3 \\ GJ/L & 0 & 0 & GJ/L & 0 & 0 \\ 0 & -2EI/L & 6EI/L^2 & 0 & 4EI/L & 6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & 0 & 6EI/L^2 & 12EI/L^3 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

na qual:

I corresponde ao momento de inércia à flexão;

J corresponde ao momento de inércia à torção;

E corresponde ao módulo de elasticidade longitudinal;

G corresponde ao módulo de elasticidade transversal;

L corresponde ao comprimento da barra.

Em seguida, é necessário transferir a matriz $[r]$ do sistema local para o sistema global, o que é feito com o auxílio da matriz de rotação (ou matriz de transformação do eixo local para o eixo global) $[T]$, dada por:

$$[T] = \begin{bmatrix} -\cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\gamma) & -\cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

então, segue-se o processo descrito acima para finalização da análise matricial de um elemento de grelha.

5. DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL

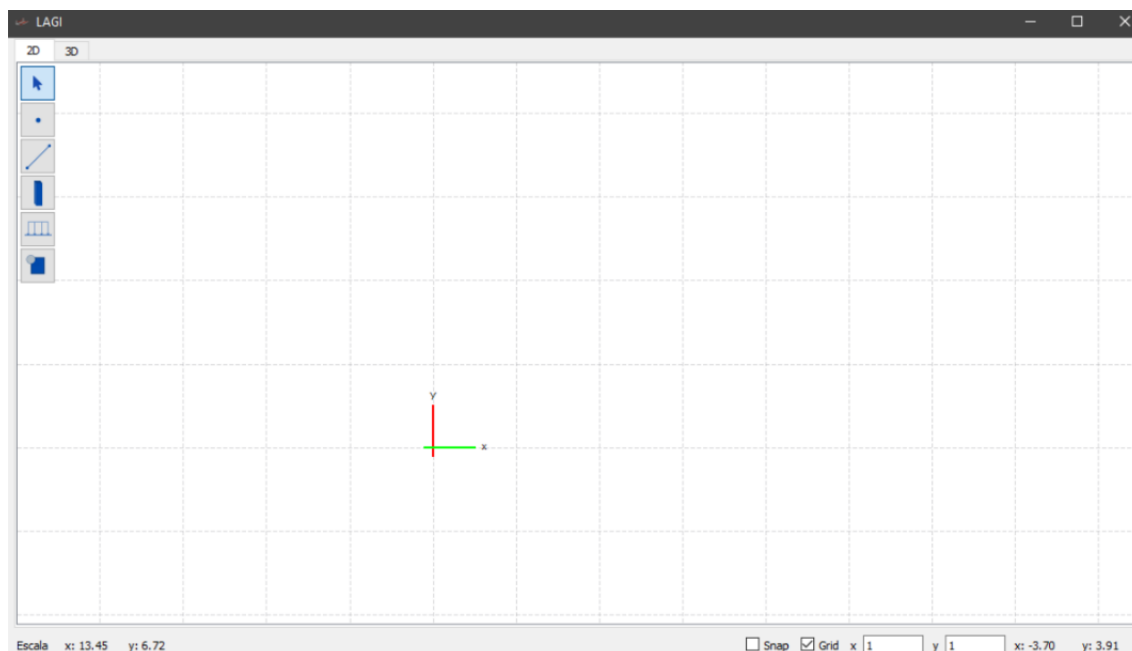
Neste capítulo, serão apresentados os aspectos do desenvolvimento computacional que sustentam esta pesquisa. Será abordado o processo de implementação do software LAGI-Radier, destacando as etapas de pré-processamento, processamento e pós-processamento, fundamentais para a análise estrutural de lajes apoiadas no solo.

Serão descritas as funcionalidades do programa, os métodos empregados nos cálculos estruturais e as formas de visualização dos resultados.

5.1. Apresentação do LAGI

A implementação computacional desempenhou um papel fundamental na realização da pesquisa conduzida neste trabalho. Colaborando estreitamente com o desenvolvedor inicial, foram realizadas diversas adaptações no *software* LAGI (Oliveira, 2022). O LAGI é um programa projetado para facilitar a análise estrutural de lajes por meio do Método da Analogia de Grelha e Método da Rigidez. O *software* conta com uma interface gráfica, exibida a seguir, na Figura 18, que oferece ao usuário a capacidade de modelar diferentes configurações de grelha de forma intuitiva e rápida.

Figura 18: Interface inicial do LAGI.



Fonte: Oliveira (2022).

O *software*, direcionado à análise estrutural de pavimentos de concreto armado, apresenta ferramentas úteis que se alinham com o objetivo da análise de estruturas do tipo radier, assim, sua adaptação e o acréscimo de funcionalidades possibilitam uma análise abrangente da interação solo-estrutura para fundações do tipo.

5.2. Pré-processamento

Na etapa de pré-processamento, o usuário pode modelar configurações de grelha de maneira intuitiva e rápida, com uma malha auxiliar cujos controles de visibilidade e espaçamento são ajustáveis no canto inferior direito. Há funcionalidades de zoom e translação via comandos de mouse. Informações sobre o comprimento, altura da área visível e a posição do cursor são exibidas no canto inferior. No canto superior esquerdo, estão os botões para os processos de modelagem, incluindo:

Seleção de elementos gráficos: Permite selecionar elementos por clique direto ou por área.

Inserção de nós: Insere nós na área desenhável via mouse.

Inserção de barras: Insere barras na área desenhável, com nós automaticamente atribuídos aos pontos iniciais e finais, além de um sistema para detectar interseções e seccionar barras nesses pontos.

Criação, inserção e edição de apoios e pilares.

Criação, inserção e edição de forças distribuídas.

As Figuras 19 a 23 explicitam algumas funcionalidades do programa.

Figura 19: Janela de edição de apoios.

Novo pilar

Nomenclatura: (-) Fck: (MPa) Cor: ■

x: (cm) y: (cm) z: (cm)

Restrição: ☐ Rx ☐ Ry Rigidez: ☐ Atribuir

Lista de pilares

	Nome	Cor	Fck	X	Y	Z	Rx
1	Pilar 1	■	30.0	40.0	45.0	310.0	☐
2	Pilar 2	■	20.0	25.0	25.0	310.0	☒

Aplicar Remover

Fonte: Oliveira (2022).

Figura 20: Janela de edição de forças distribuídas.

Nova Fd

Intensidade: (kN/m) Cor: ■ Criar

Lista de forças

	Intensidade	Cor
1	-10.0	■
2	-5.0	■

Aplicar Remover

Fonte: Oliveira (2022).

Figura 21: Janela de edição de parâmetros físicos e geométricos.

Seção e Material

Nova seção

Diagrama da seção T: b_1 , h_1 , b_2 , h_2

☐ Retangular ☒ T

Criar

Nomendatura: (-) Fck: (MPa) Tipo: viga Cor: ■

b1: (cm) h1: (cm)

b2: (cm) h2: (cm)

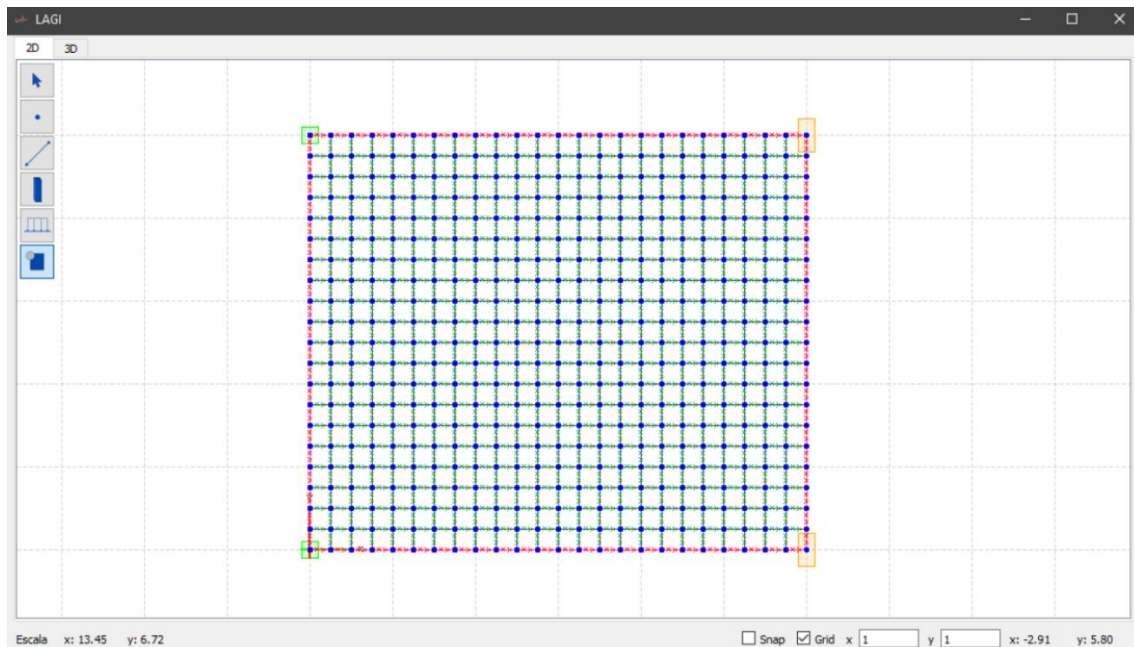
Lista de seções

	Nome	Cor	Fck	Tipo	X1	Y1	X2	Y2
1	Viga1	■	30.0	viga	20.0	45.0		
2	Grelha1	■	25.0	grelha	38.0	5.0	8.0	12.0

Aplicar **Remover**

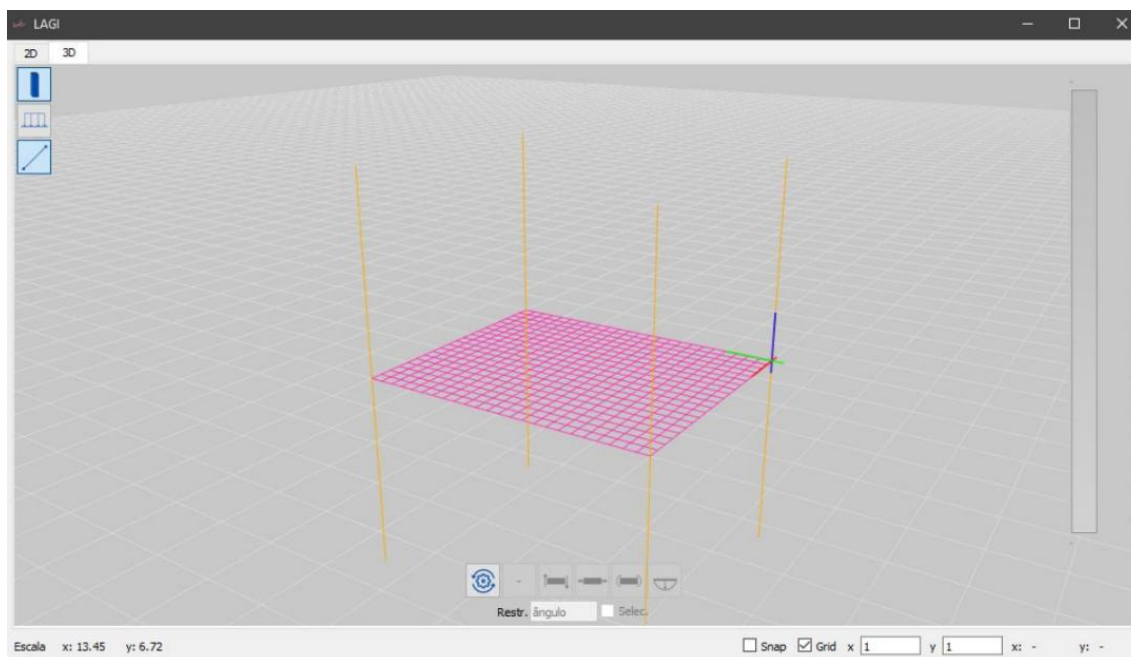
Fonte: Oliveira (2022).

Figura 22: Grelha genérica gerada no pré-processador.



Fonte: Oliveira (2022).

Figura 23: Perspectiva tridimensional da grelha gerada no pré-processador.



Fonte: Oliveira (2022).

5.3. Processamento

O processamento é realizado por meio do Método da Rigidez Direta, utilizando as Matrizes de Rigidez Global e de Incidência, conforme descrito nas expressões 16 e 17. Esse método permite calcular os deslocamentos e esforços internos da estrutura de forma eficiente e precisa.

Na versão original do programa, há também a funcionalidade para adicionar a rigidez de pilares, o que é útil para estruturas convencionais. No entanto, para a análise de fundações do tipo radier, essa consideração não se faz necessária, uma vez que, nesse tipo de fundação, os pilares são frequentemente incorporados de forma simplificada na modelagem, não impactando diretamente os resultados da análise.

5.4. Pós-processamento

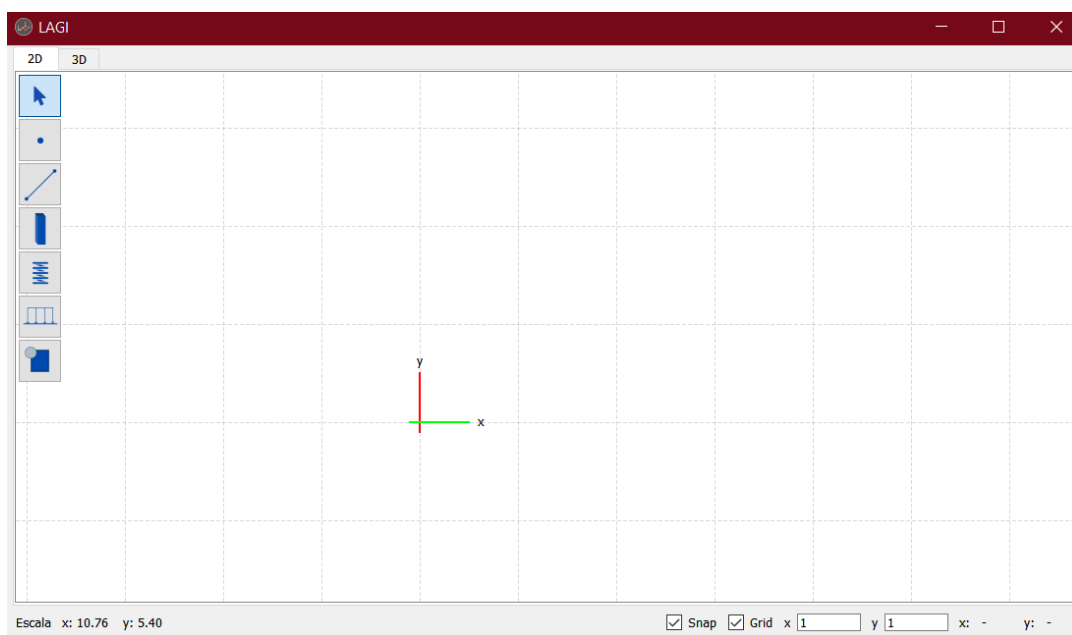
Esta seção apresenta ao usuário as informações geradas pelo processamento, como os diagramas de momento torsor, momento fletor, esforço cortante e deslocamento vertical. Todos os diagramas são exibidos sobre as barras da grelha no módulo 3D da interface gráfica. Eles utilizam um sistema de gradiente de cores com legenda para

facilitar a interpretação dos resultados, além de contar com um controle deslizante para ajustar a escala dos gráficos. Além disso, é possível selecionar as barras a serem representadas nos diagramas, permitindo, por exemplo, a análise direta das barras mais solicitadas. Aplicações e exemplos dos diagramas resultantes serão exibidos nos itens seguintes.

5.5. LAGI - Radier

As adaptações realizadas no programa já existente visam aprimorar a funcionalidade e eficiência do *software*, especialmente no contexto de acrescentar a análise de lajes apoiadas diretamente no solo. Para diferenciar o acréscimo de funcionalidade do LAGI, passa-se a considerá-lo LAGI-Radier, facilitando o entendimento. A Figura 24 traz a tela de interface inicial do programa, já com a inclusão da mola no menu de opções de apoio, com dispositivo de estender essa aplicação a todos os pontos (nós geométricos/funcionais) da discretização da grelha.

Figura 24: Interface inicial do LAGI-Radier: inclusão de mola no menu.



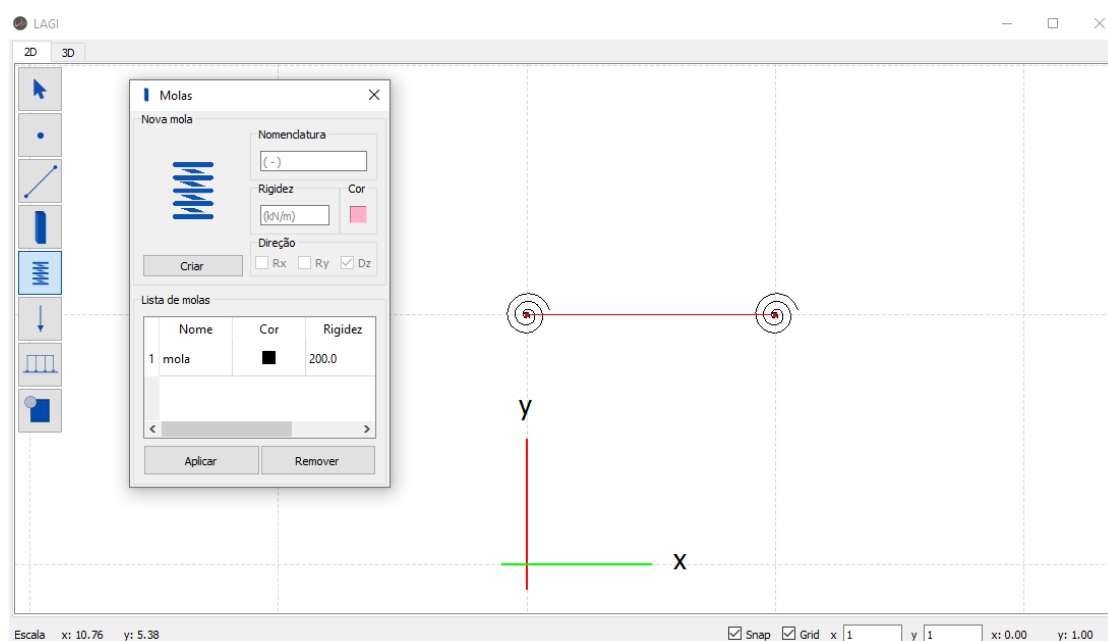
Fonte: Autor (2024).

Os acréscimos de funcionalidades foram fundamentais para garantir que o LAGI atendesse adequadamente aos objetivos propostos, permitindo uma análise precisa e confiável de elementos de fundação do tipo radier tratados como lajes tradicionais. A

colaboração próxima entre os pesquisadores e a dedicação ao refinamento do programa foram essenciais para o sucesso dessa etapa do trabalho.

Dado objetivo de analisar a fundação do tipo radier tal qual uma laje apoiada no solo, faz-se essencial a implementação da possibilidade de adição de elementos de mola em cada nó da peça estrutural representada. Esta inserção dá-se por meio da seleção dos nós desejados na interface 2D e na inserção de um valor para o coeficiente de rigidez elástica na direção vertical, z (kN/m), formulação e conceitos vistos nos itens anteriores. Ademais, pode-se ajustar o parâmetro de cor do elemento a fim de promover uma melhor visualização. Esta funcionalidade pode ser bastante útil para uso de mais de um tipo de mola presente em um mesmo arranjo estrutural.

Figura 25: Interface para a criação de elementos de mola.



Fonte: Autor (2024).

No contexto da análise de lajes, especialmente aquelas apoiadas sobre o solo, é fundamental considerar a interação entre a estrutura e o terreno. Para representar a rigidez do solo, foi implementado um modelo de mola no programa utilizado. Esse modelo de mola tem como objetivo simular a resistência oferecida pelo solo ao deslocamento da laje, considerando que o solo.

No tocante ao processamento, a implementação da contribuição das molas é incorporada após a montagem da matriz de rigidez global. Este procedimento é realizado

por meio da adição direta dessa parcela específica sobre os nós correspondentes, com uma atenção particular voltada à coordenada que se refere ao deslocamento vertical.

Além disso, foi implementada a rotina computacional relativa à funcionalidade de adição de forças concentradas nos nós da malha.

6. APLICAÇÕES

Este capítulo promove uma análise baseada em aplicações, voltando-se à validação dos resultados obtidos mediante a adaptação do *software* LAGI abordada ao longo deste estudo. Destarte, serão apresentados exemplos que atestam a eficácia das modificações implementadas, além de uma comparação com os resultados previamente documentados na literatura.

Para a realização da análise foram utilizados casos diretamente aplicados no *software*, bem como foi realizada a comparação com resultados obtidos pela aplicação no programa CALCO, desenvolvido por CASS (2015).

Ademais, a comparação dos resultados obtidos com os registros em questão se mostra como um recurso crucial para situar a contribuição deste estudo em relação ao estado da arte. Tal abordagem permite identificar convergências e divergências, contribuindo para o aprimoramento contínuo das práticas e teorias envolvidas.

6.1. Estudo de caso 01

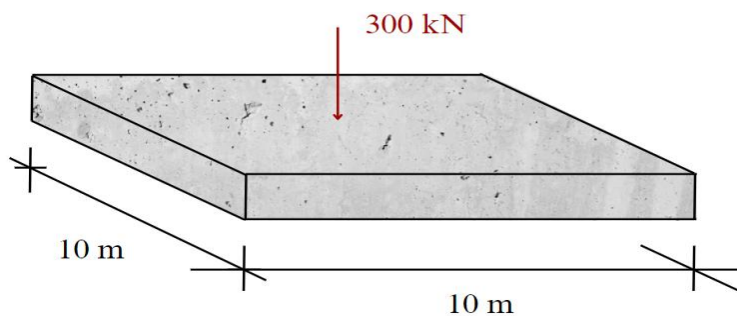
O primeiro caso trabalha com uma placa quadrada simples apoiada no solo, de 10 metros de lado e com uma espessura de 15 centímetros submetida a uma carga pontual de 300 kN no centro. A discretização foi realizada por meio de uma malha de 0,5 m. Por conseguinte, o solo foi representado por um coeficiente de reação vertical de $k = 1000$ kN/m. As dimensões e constantes encontram-se registradas no Quadro 10.

Quadro 10: Características da laje sobre a base elástica.

Dimensões	b	10 m
	L	10 m
	h	0,15 m
fck do concreto		20 MPa
Módulo de elasticidade do concreto - E		21287367,15 kN/m²
Coeficiente de reação vertical - k		1000 kN/m

Fonte: Autor (2024).

Figura 26: Representação do Estudo de caso 01.



Fonte: Autor (2024).

6.1.1. Cálculo utilizando o programa CALCO

Para inicialmente comparar os resultados obtidos por meio das adaptações no *software* LAGI, foi utilizado o programa CALCO, disponibilizado gratuitamente pela UFSCar na *web*. O programa dispõe de funções que possibilitam a análise de lajes apoiadas em bases flexíveis. No entanto, devido ao caráter de solução de pavimentos de edificações do programa, faz-se necessária a adoção de um roteiro de adaptações que será descrito nesta seção.

1. Na aba “Dados iniciais” são determinados o f_{ck} , o peso específico do concreto e os valores de E_c e G_i , que podem ser automaticamente calculados pelo programa ou determinados manualmente. Além disso, a aba traz a guia de composição de cargas, onde é possível majorar ou inserir coeficientes em cada carga;

Figura 27: Aba de dados iniciais do Estudo de caso 01 (CALCO).

Dados Iniciais:

Def. Fck e Cargas:

fck do Concreto (MPa):
20

Peso Específico do Concreto (kN/m3):
25

Peso Específico das lajes (kN/m3):
25

Peso Específico das paredes (kN/m3):
13

Ec (kN/m²):
fck->Ec 21287367.145798

Definição de Gc (kN/m²):
Gc := Ec*0.4
Gc: 8514946.8583192

Composição de Cargas:
0*pp+0*ca+0*cp+cl

1) Dados Iniciais

2) Linhas de Construção

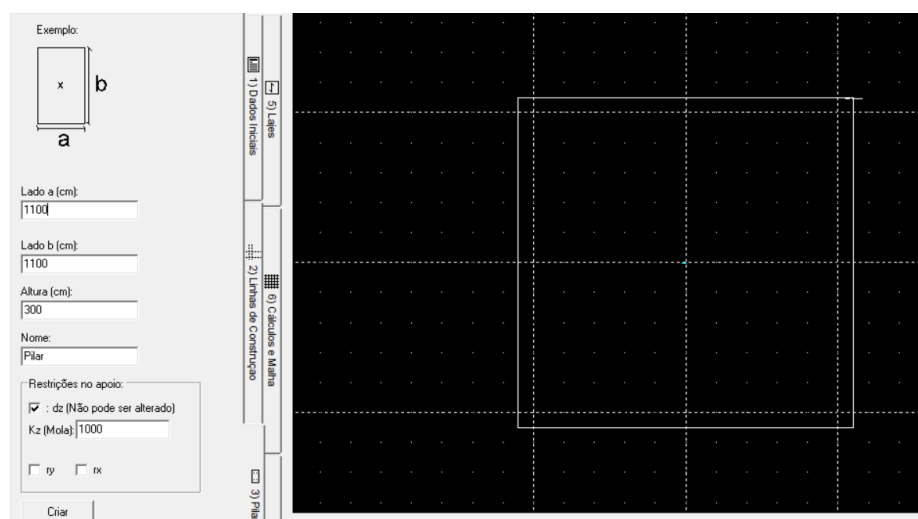
5) Lajes

6) Cálculos e Malha

Fonte: Autor (2024).

2. A aba de criação de linhas auxiliares serve para possibilitar a criação de linhas infinitas cujo único intuito é servir de base para a construção de elementos e proporcionar exatidão nas medidas das peças estruturais;
3. O programa possibilita, após essa etapa, o lançamento de pilares e vigas que são bastante pertinentes quando se está analisando pavimentos. Para o estudo em questão, é necessário que seja determinada uma base elástica para a laje. Isso é possível a partir da criação de um pilar com dimensões maiores que a laje que será construída, que apresente uma constante de elasticidade, funcionando assim como um apoio de mola em cada ponto da estrutura;

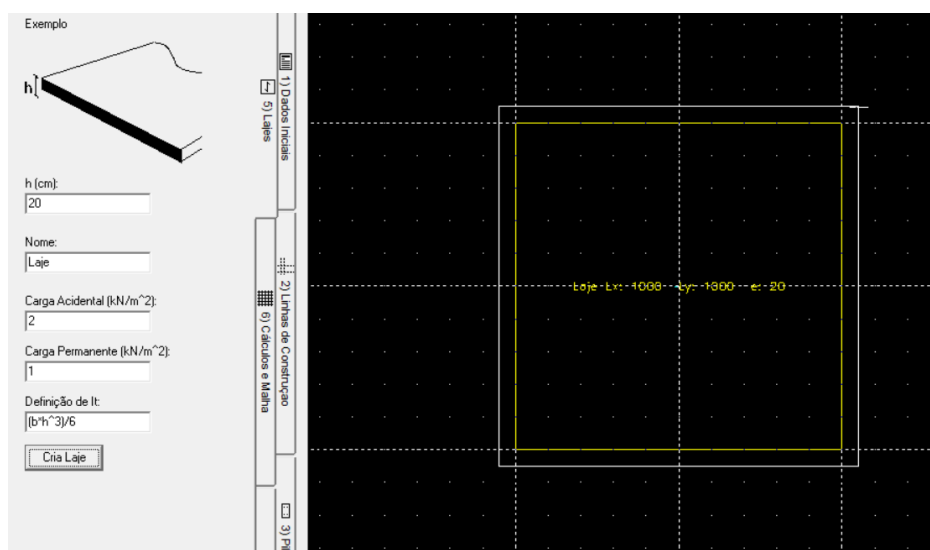
Figura 28: Aba de lançamento de pilares do Estudo de caso 01 (CALCO).



Fonte: Autor (2024).

4. Assim, é possível lançar a laje com a espessura e dimensões desejadas. No Estudo de caso 01 foi adotada uma espessura de 20 cm.

Figura 29: Aba de lançamento de laje do Estudo de caso 01 (CALCO);

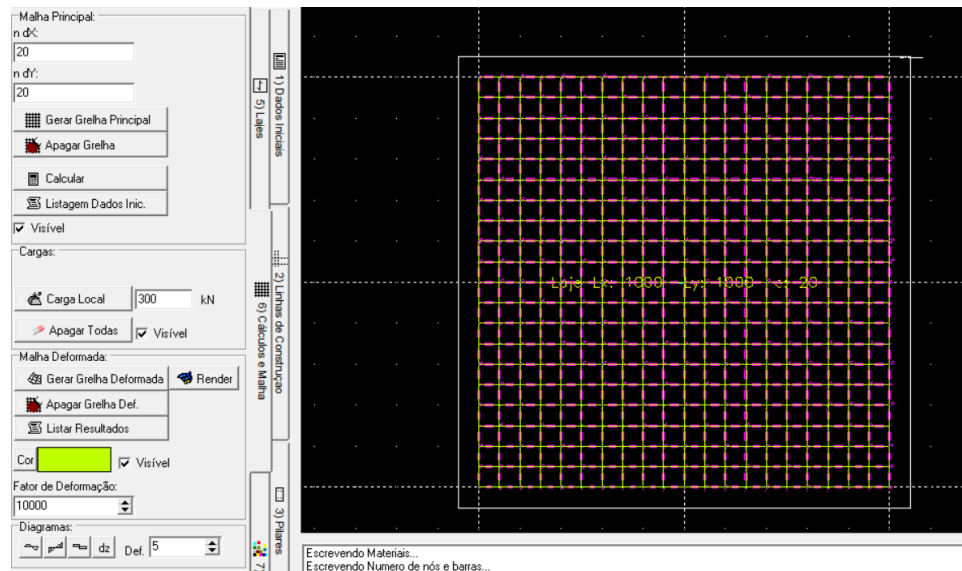


Fonte: Autor (2024).

5. Feito isso, pode-se gerar a malha a partir da laje com o espaçamento desejado. Como adotou-se uma malha de 50 centímetros, entra-se com o número de divisões nas direções x e y. No caso, é necessário que sejam realizadas 20 divisões em cada direção. Além disso, essa aba permite que sejam adicionadas forças nos nós desejados. Neste caso, foi necessário

criar uma força de 300 kN para baixo no centro da grelha. Finalmente, pode-se gerar a grelha deformada a partir disto;

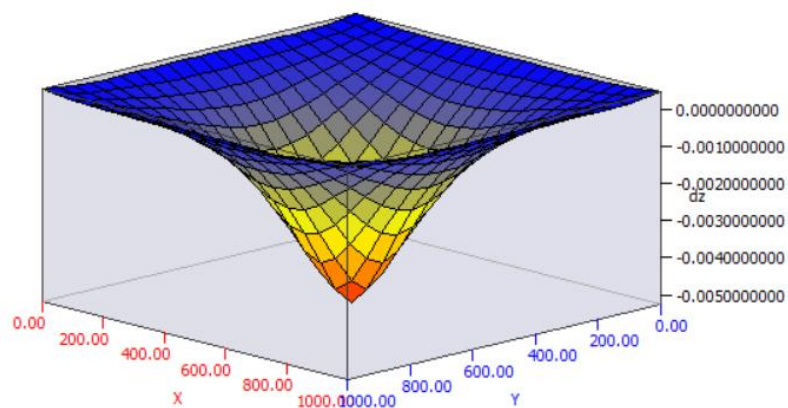
Figura 30: Aba de cálculos e malha no Estudo de caso 01 (CALCO).



Fonte: Autor (2024).

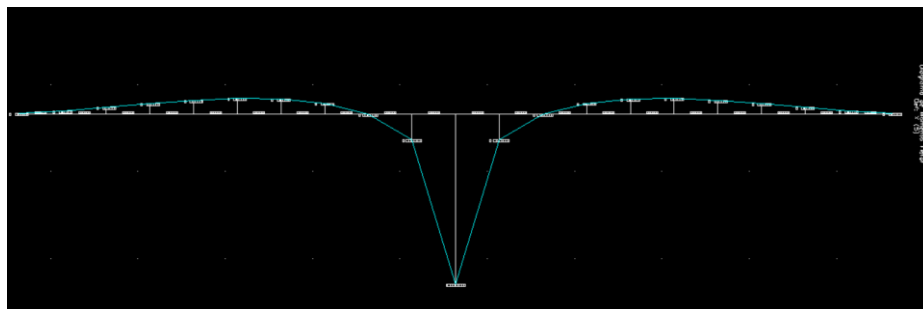
6. Destarte, é possível obter os resultados de maneira renderizada e os diagramas de esforços a partir das áreas selecionadas.

Figura 31: Renderização no CALCO do Estudo de caso 01.



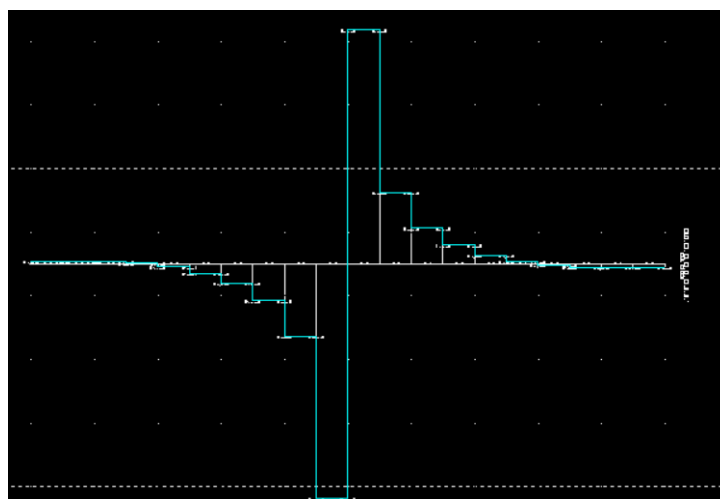
Fonte: Autor (2024).

Figura 32: Diagrama de momento fletor na linha central obtido pelo CALCO do Estudo de caso 01.



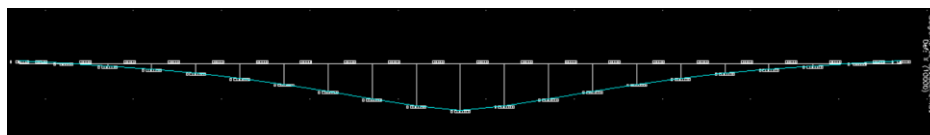
Fonte: Autor (2024).

Figura 33: Diagrama de esforço cortante na linha central obtido pelo CALCO do Estudo de caso 01.



Fonte: Autor (2024).

Figura 34: Diagrama de deformação na linha central obtido pelo CALCO do Estudo de caso 01.



Fonte: Autor (2024).

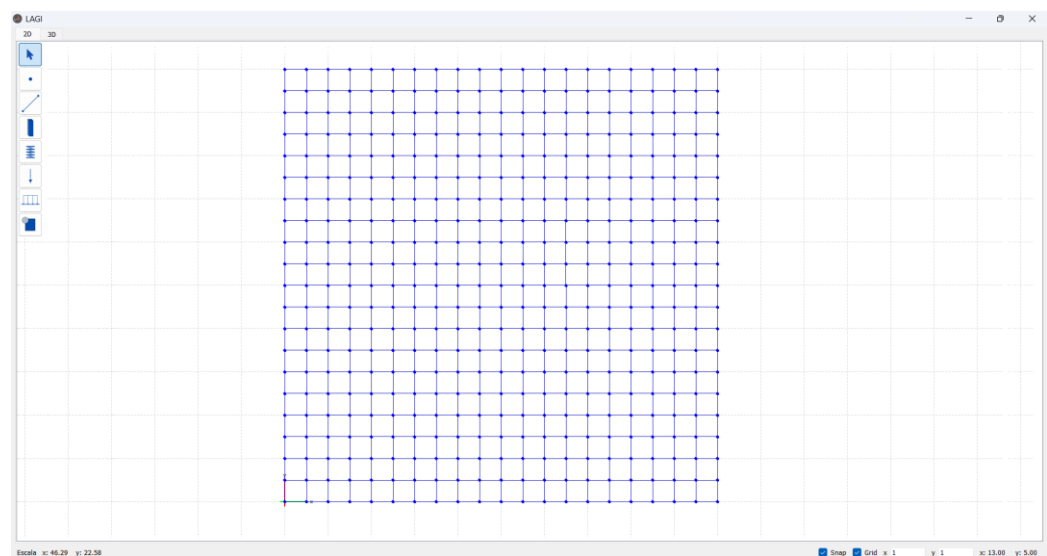
6.1.2. Cálculo utilizando o programa LAGI-Radier

No LAGI-Radier, é possível realizar um processo análogo. No entanto, é válido ressaltar que o programa dispõe de algumas ferramentas que possibilitam análises mais sofisticadas que os *softwares* analisados ao longo do estudo. A exemplo disso, cita-se a possibilidade de montar estruturas de formatos variados, a diferenciação do tipo de mola ao longo dos nós, a aplicação de forças concentradas e distribuídas ao longo das barras, visualizações 3D dos esforços ao longo de toda a estrutura ou de regiões selecionadas, dentre outras funcionalidades.

A seguir, pode-se conferir o processo de modelagem e resultados obtidos para o Estudo de caso 01 utilizando o LAGI-Radier:

1. Inicialmente, cria-se a malha a partir da ativação da função *snap* no canto inferior direito da tela, e a criação de barras, como mostrado na Figura 35;

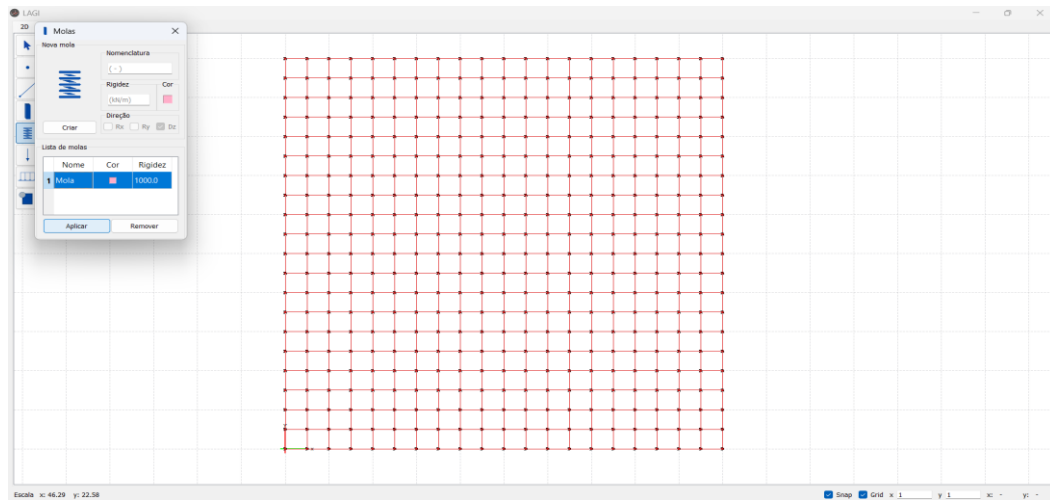
Figura 35: Construção da malha 0,5 no LAGI-Radier.



Fonte: Autor (2024).

2. Feita a disposição de barras na configuração de malha desejada, pode-se adicionar as molas a partir da seleção dos pontos em que se deseja inserir elementos de apoio elástico e criar o apoio elástico, seguindo o menu exposto na Figura 36;

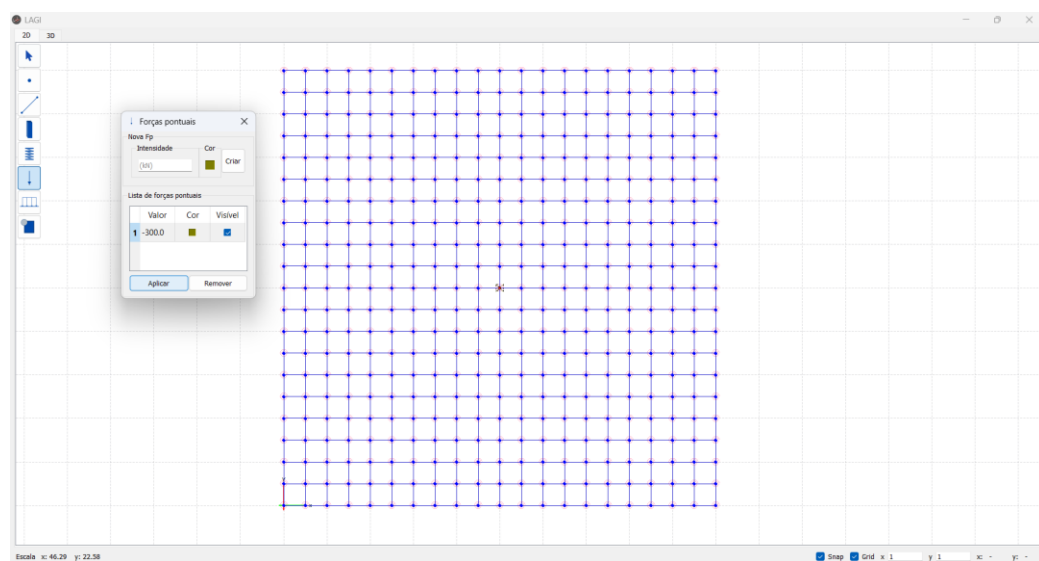
Figura 36: Criação e aplicação de apoio elástico no LAGI-Radier.



Fonte: Autor (2024).

3. Após isto, pode-se criar a força pontual que atuará no centro da placa para o Estudo de caso 01, como exposto na Figura 37;

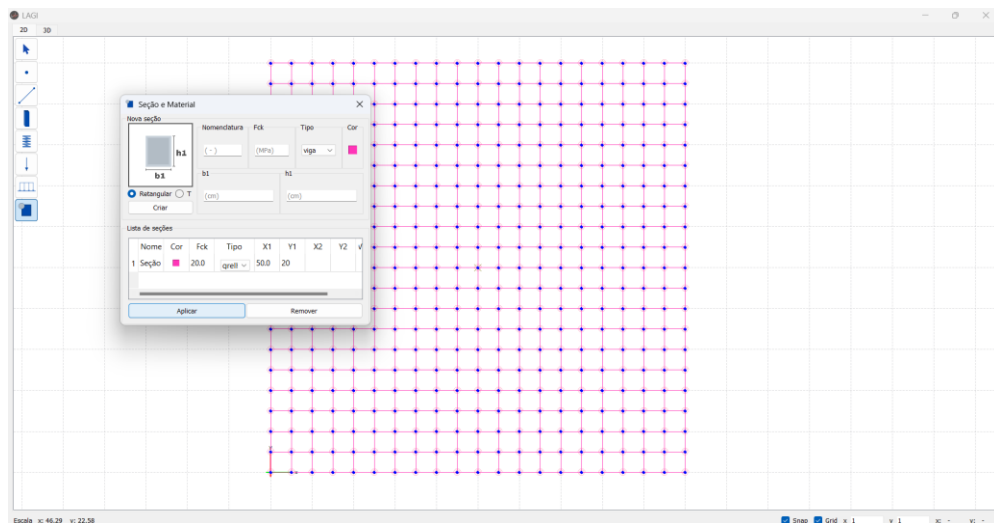
Figura 37: Criação e aplicação de força pontual no LAGI-Radier.



Fonte: Autor (2024).

4. Realizada esta etapa, foram determinados os materiais e seções envolvidas no Estudo de caso 01. A Figura 38 ilustra o menu e as opções;

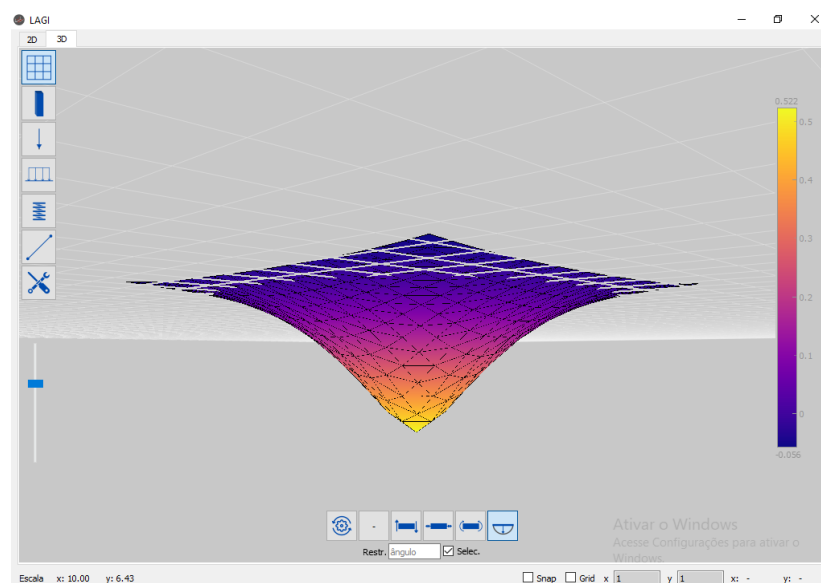
Figura 38: Criação e aplicação de seções e materiais no LAGI-Radier.



Fonte: Autor (2024).

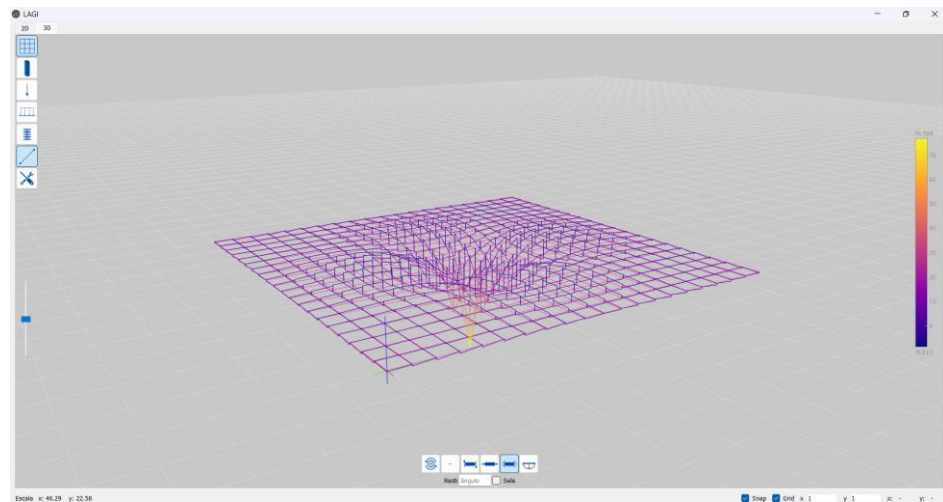
5. Feito isto, é possível, na aba 3D, processar os dados e visualizar os resultados. O *software* ainda dispõe de algumas outras funcionalidades que podem ser exploradas em outros casos. No Estudo de caso 01, faz-se interessante frisar a possibilidade de analisar os esforços ao longo de toda a grelha ou apenas da área selecionada. As Figuras de 39 a 43 mostram os resultados;

Figura 39: Deslocamentos obtidos no LAGI-Radier.



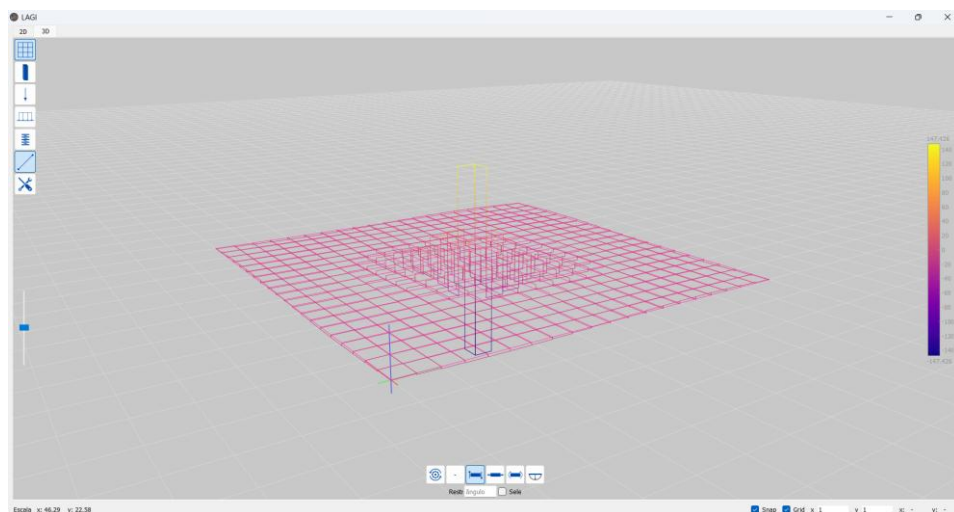
Fonte: Autor (2024).

Figura 40: Diagrama de momento fletor ao longo de toda a laje obtido no LAGI-Radier.



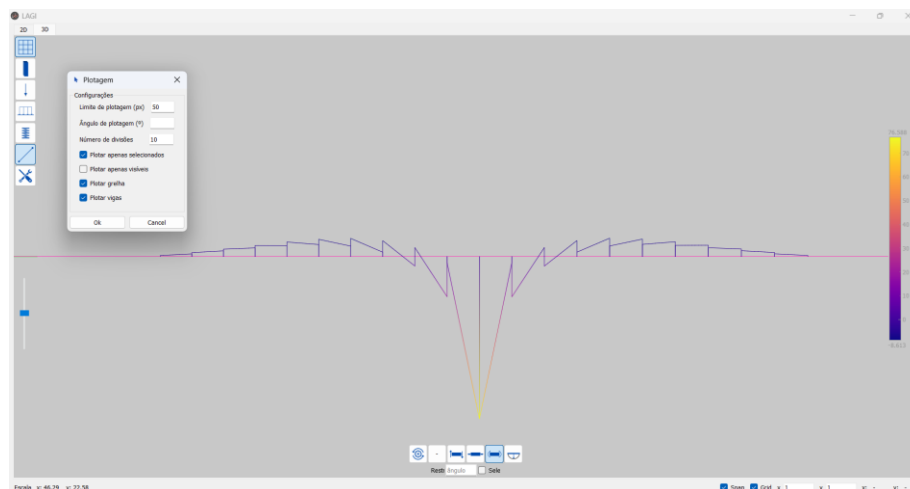
Fonte: Autor (2024).

Figura 41: Diagrama de esforço cortante ao longo de toda a laje obtido no LAGI-Radier.



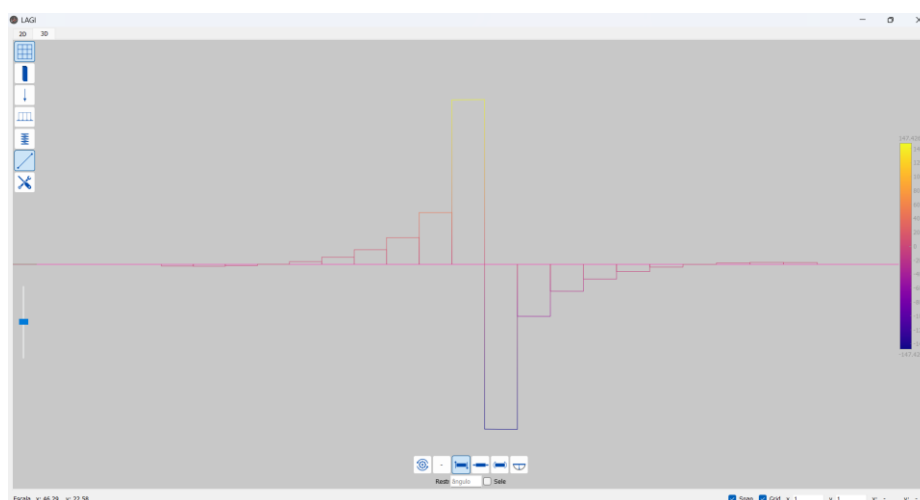
Fonte: Autor (2024).

Figura 42: Diagrama de momento fletor a partir da seleção exclusiva da linha central na direção x do elemento estrutural obtido no LAGI-Radier.



Fonte: Autor (2024).

Figura 43: Diagrama de esforço cortante a partir da seleção exclusiva da linha central na direção x do elemento estrutural obtido no LAGI-Radier.



Fonte: Autor (2024).

6.1.3. Interpretação dos resultados

Ante o exposto, os resultados obtidos por meio de ambos os programas são dispostos e podem ser comparados no Quadro 11.

Quadro 11: Resultados obtidos em cada *software*.

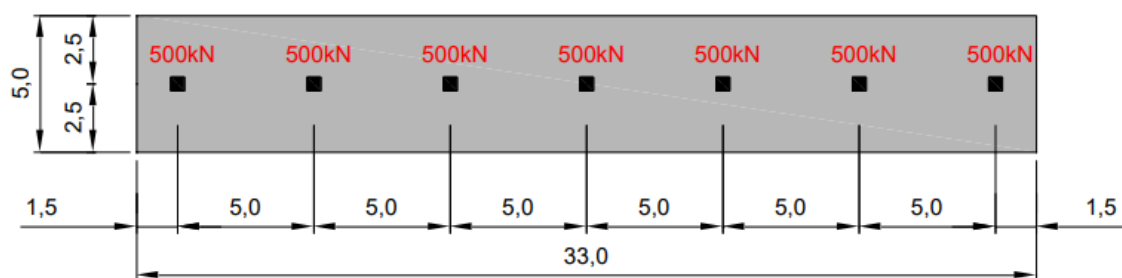
	M_{máx} (kNm/m)	Dif. %	v_{máx} (cm)	Dif. %
LAGI	76,588	2,0336	0,515	2,8302
CALCO	78,1778		0,53	

Fonte: Autor (2024).

Dados os resultados, considera-se que a diferença percentual entre os resultados obtidos é aceitável e as adaptações realizadas no LAGI-Radier são consideradas satisfatórias em relação a esse caso.

6.2. Estudo de caso 02

O segundo caso tem como base um exemplo trazido por Souza (2017) e também analisado por Braga (2019). O caso consiste em uma placa de concreto de f_{ck} de 30 MPa, horizontal com dimensões 33m x 5m, de 0,3 m de espessura, discretizada em uma malha de 0,5 cm x 0,5 cm; e com sete forças pontuais, de 500kN cada, dispostas como explicitado na Figura 44 Além disso, foi adotado um coeficiente de reação vertical equivalente a 1500 tf/m². As características da laje se encontram registradas no Quadro 12.

Figura 44: Configuração da placa do Estudo de caso 02.

Fonte: Braga, 2019.

Quadro 12: Características da laje sobre a base elástica.

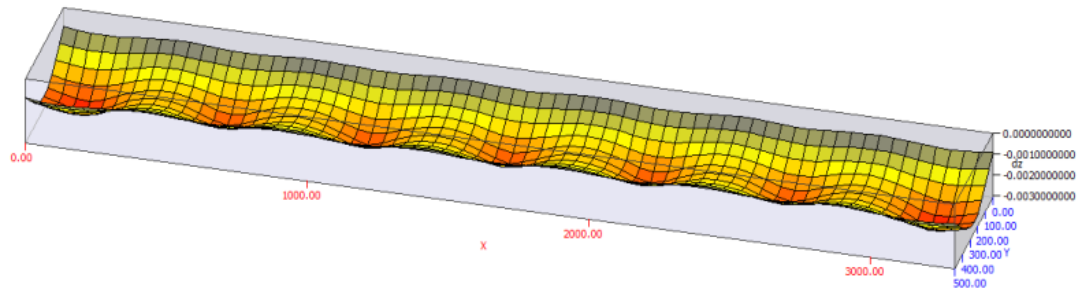
Dimensões	b	5 m
	L	33 m
	h	0,30 m
fck do concreto		30 MPa
Módulo de elasticidade do concreto - E		27 GPa
Coeficiente de reação vertical - k		15000 kN/m

Fonte: Autor (2024).

6.2.1. Comparativo entre os resultados

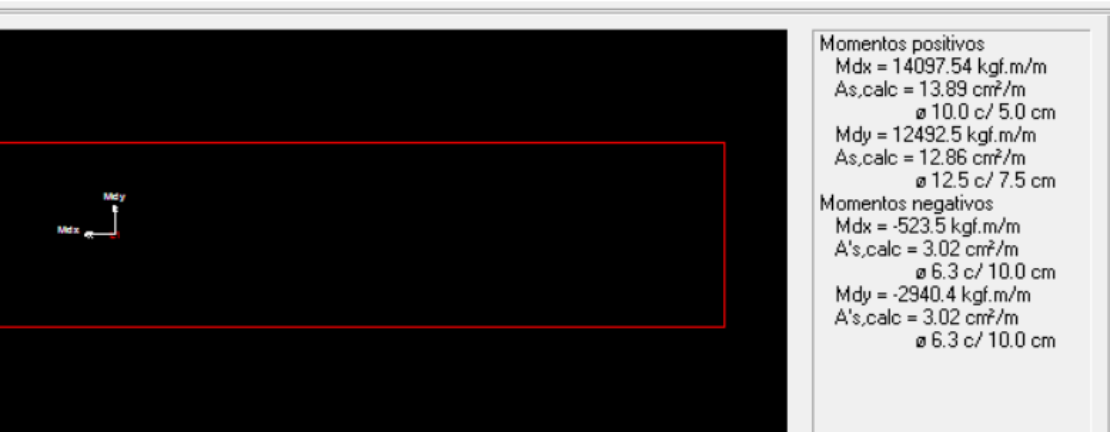
Desse modo, Braga (2019) disponibiliza os resultados obtidos que podem ser observados nas Figuras de 45 a 48 .

Figura 45: Superfície média deformada do radier.

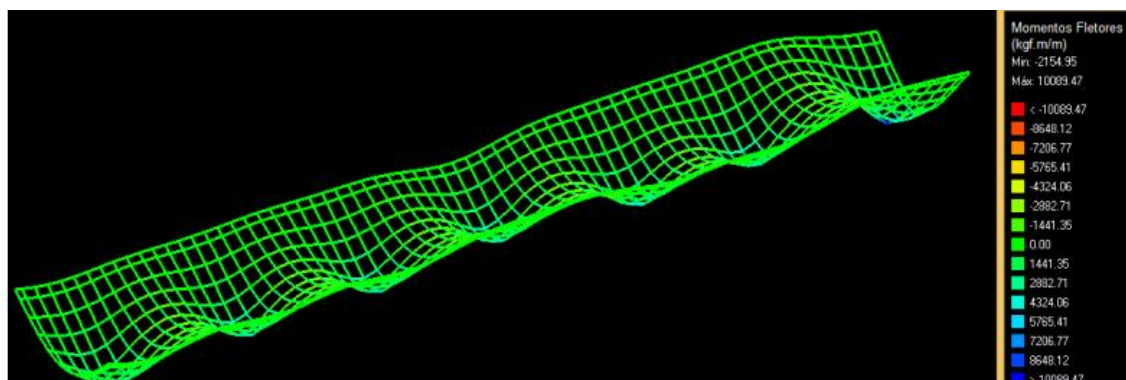


Fonte: Braga, 2019.

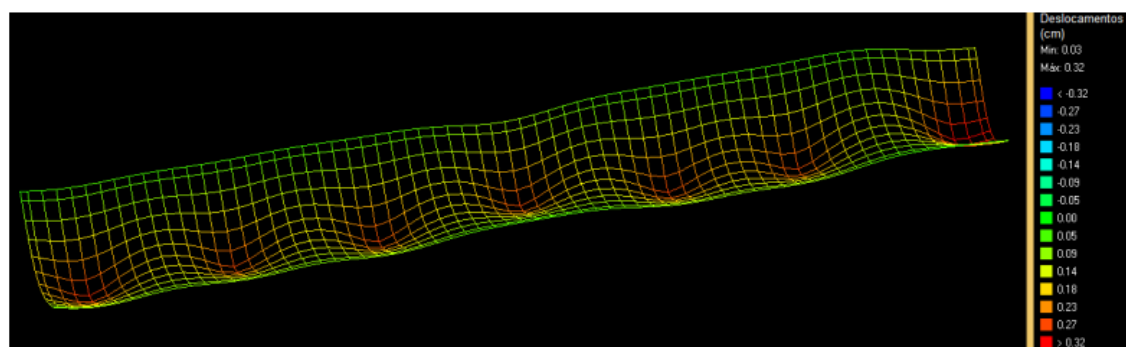
Figura 46: Momentos máximos positivos e negativos.



Fonte: Braga, 2019.

Figura 47: Momento fletor da grelha no Eberick.

Fonte: Braga, 2019.

Figura 48: – Deslocamentos da grelha no Eberick.

Fonte: Braga, 2019.

Quadro 13: Comparativo de momentos e deslocamentos para o procedimento de cálculo no CALCO em relação ao Eberick.

Software	Mmáx Positivo (kN.m)	Dif. %	Mmáx Negativo (kN.m)	Dif. %	ymáx (cm)	Dif. %
EBERICK	124,93	0,6	29,40	8,0	0,028	7,1
CALCO	124,15		27,06		0,030	

Fonte: Braga, 2019.

Para a aplicação do exemplo no LAGI-Radier foram realizados os seguintes cálculos respectivos às conversões de unidade:

- Determinação do coeficiente de reação vertical das molas internas:

$$k_s = 1500 \text{ tf/m}^2$$

$$k_s = 15000 \text{ kN/m}^3$$

$$k_s = 15000 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,5\text{m} \cdot 0,5\text{m}$$

$$k_s = 3750 \text{ kN/m}$$

- Determinação do coeficiente de reação vertical das molas das bordas:

$$k_s = 1500 \text{ tf/m}^2$$

$$k_s = 15000 \text{ kN/m}^3$$

$$k_s = 15000 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,25\text{m} \cdot 0,5\text{m}$$

$$k_s = 1875 \text{ kN/m}$$

- Determinação das forças:

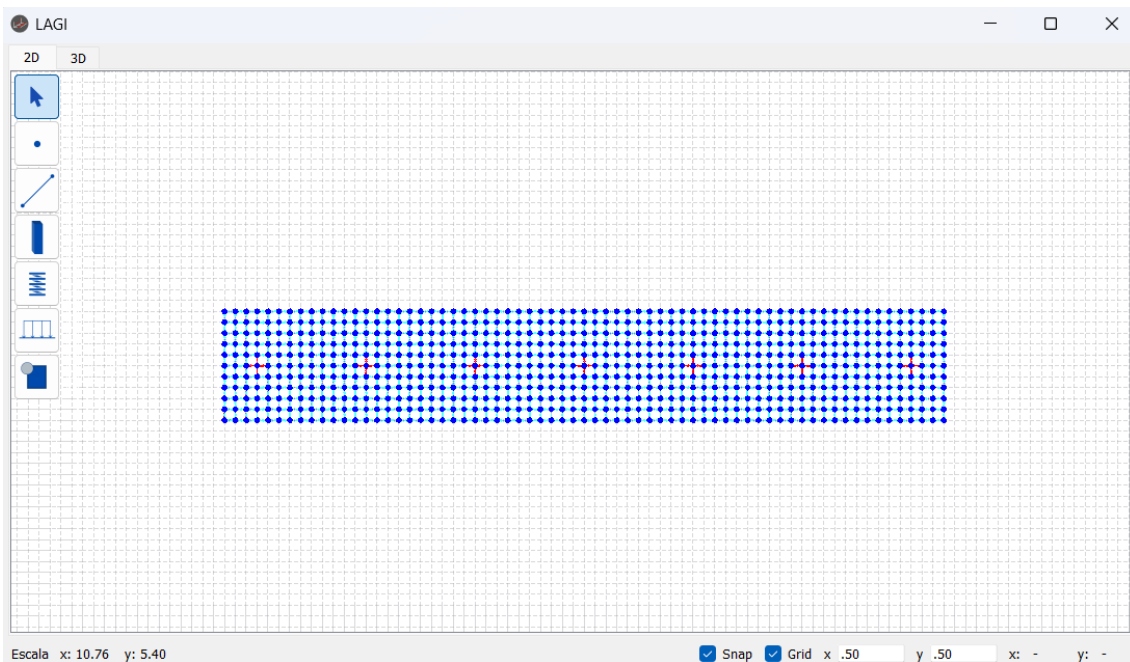
$$pp = 25 \text{ kN/m}^3$$

$$pp = \frac{25 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,2\text{m} \cdot 0,25}{2}$$

$$pp = 1,25 \text{ kN/m}$$

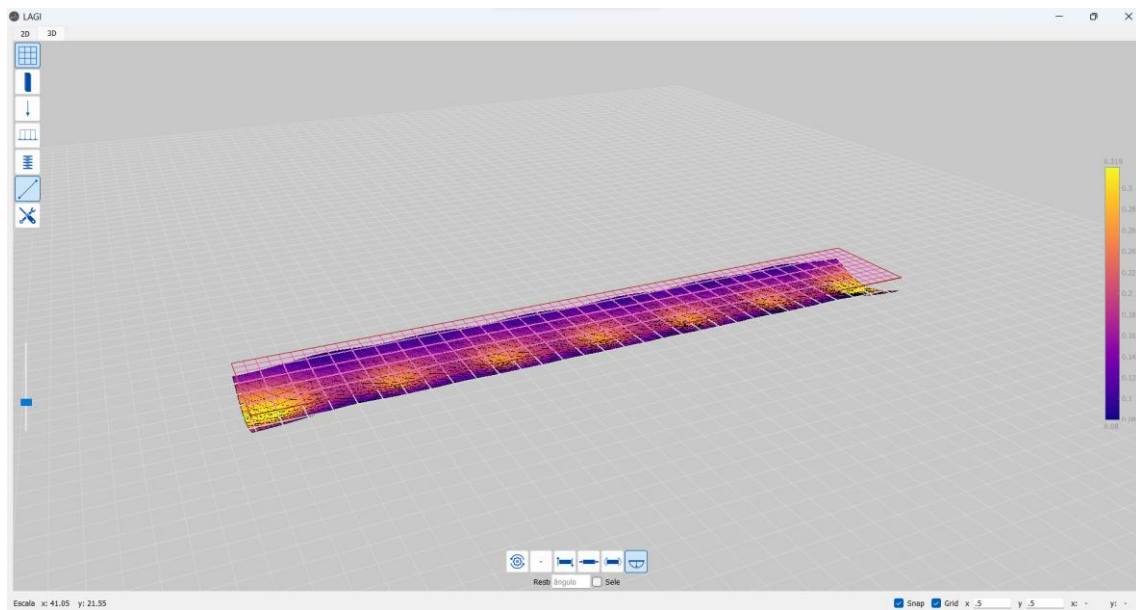
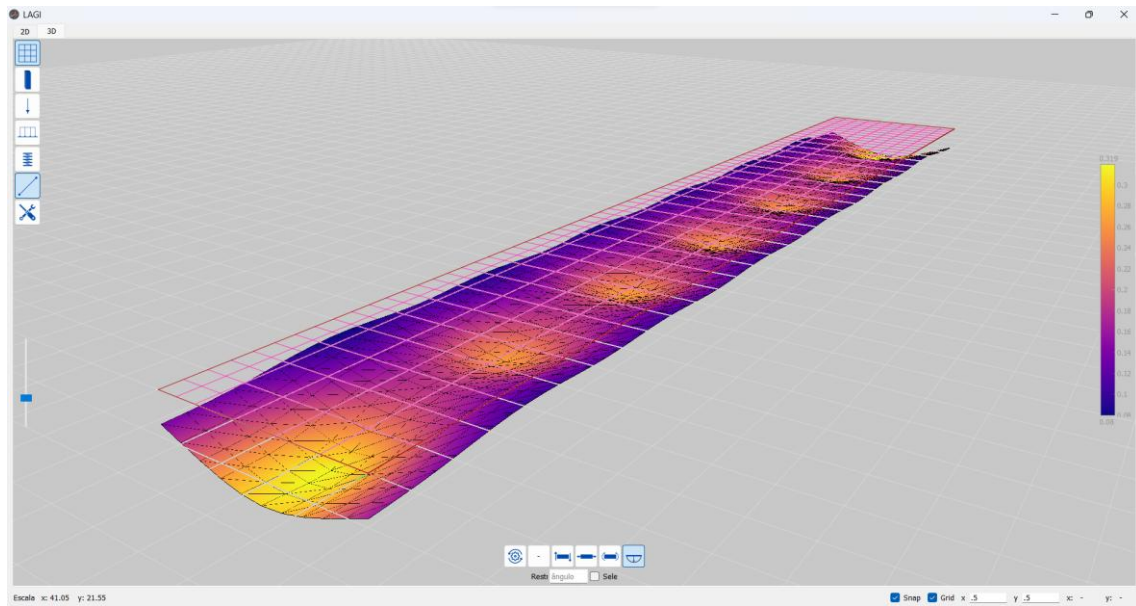
$$P = 500 \text{ kN}$$

Figura 49: – Modelagem da laje.



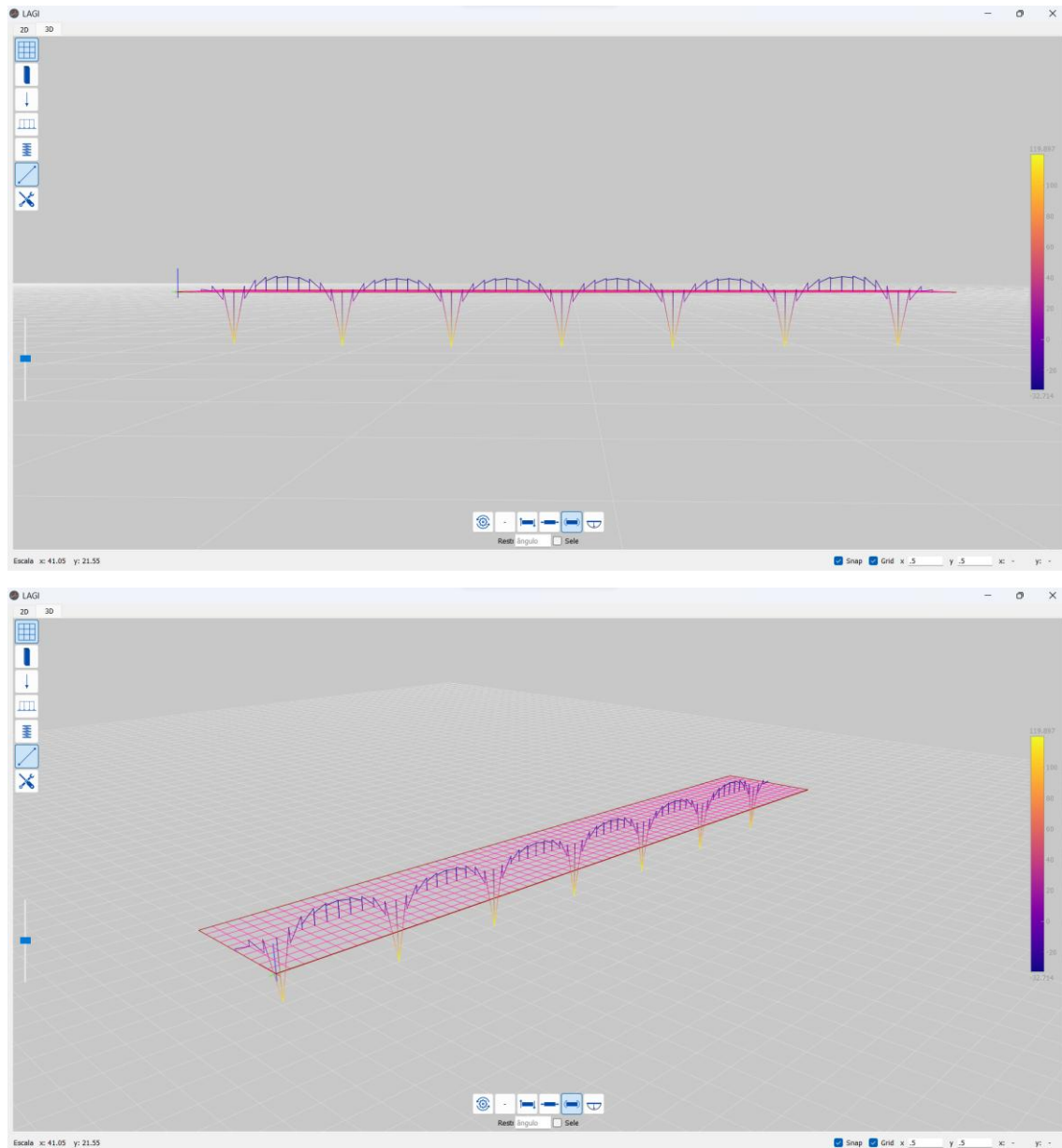
Fonte: Autor, 2024.

Figura 50: – Deslocamentos dados em cm.



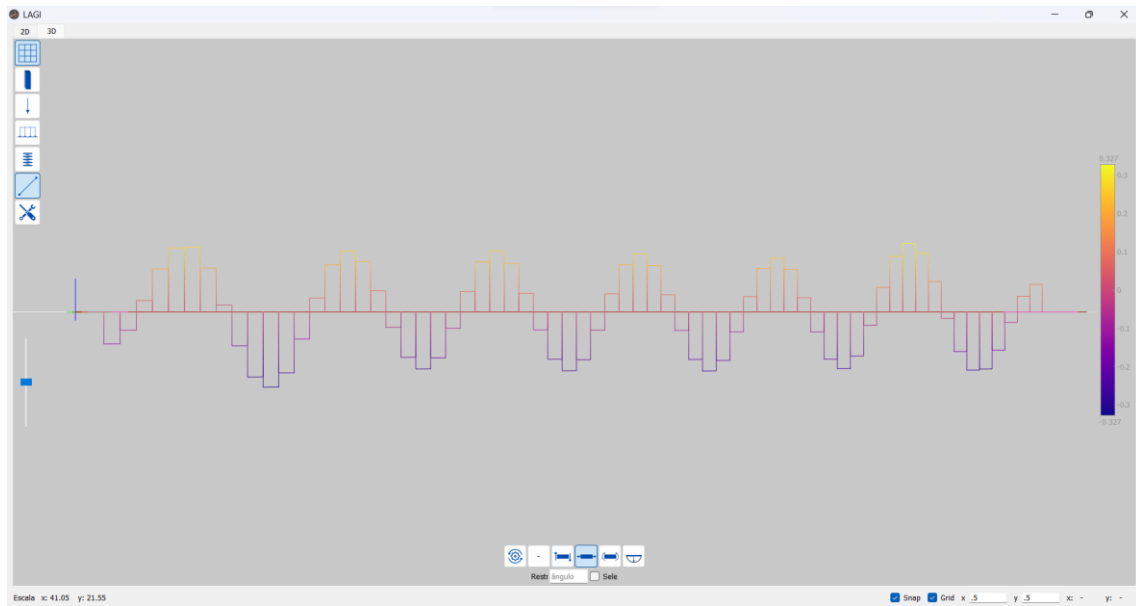
Fonte: Autor, 2024.

Figura 51: – Momentos fletores em kNm/m.



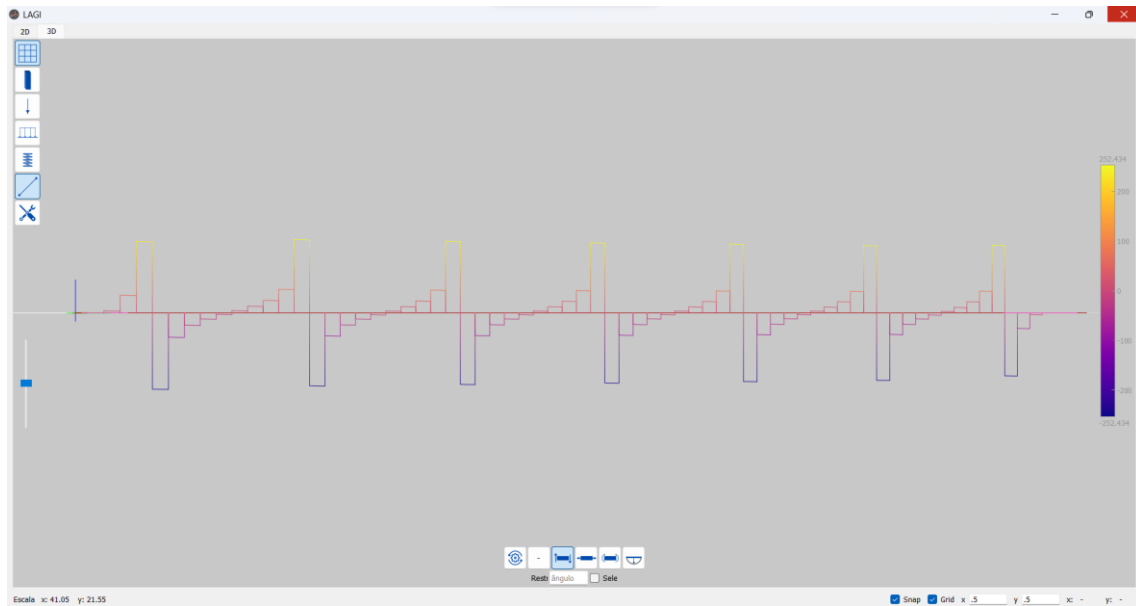
Fonte: Autor, 2024.

Figura 52: – Momentos torsores em kNm/m.



Fonte: Autor, 2024.

Figura 53: – Esforços cortantes em kN.



Fonte: Autor, 2024.

6.2.2. Interpretação dos resultados

Em relação aos deslocamentos e momentos fletores, também se observa uma concordância satisfatória entre os resultados obtidos e os resultados de Braga (2019). No que diz respeito aos deslocamentos verticais máximos, o valor calculado pelo LAGI-Radier foi de 0,319 cm, enquanto Braga (2019) reportou 0,32 cm. Quanto aos momentos fletores máximos, o LAGI-Radier registrou um valor positivo máximo de 119,897 kNm/m, comparado a 120,5 kNm/m mencionados por Braga (2019). O momento fletor máximo negativo calculado pelo LAGI-Radier foi de 32,714 kNm/m, em contrapartida aos 30,9 kNm/m indicados por Braga (2019). O Quadro 14 traz os resultados comparados.

Quadro 14: Resultados obtidos em cada *software*.

	Mmáx + (kNm/m)	Dif. %	Mmáx - (kNm/m)	Dif. %	vmáx (cm)	Dif. %
LAGI	119,897	0,5004	32,714	5,8706	0,319	0,3125
BRAGA (2019)	120,5		30,9		0,32	

Fonte: Autor (2024).

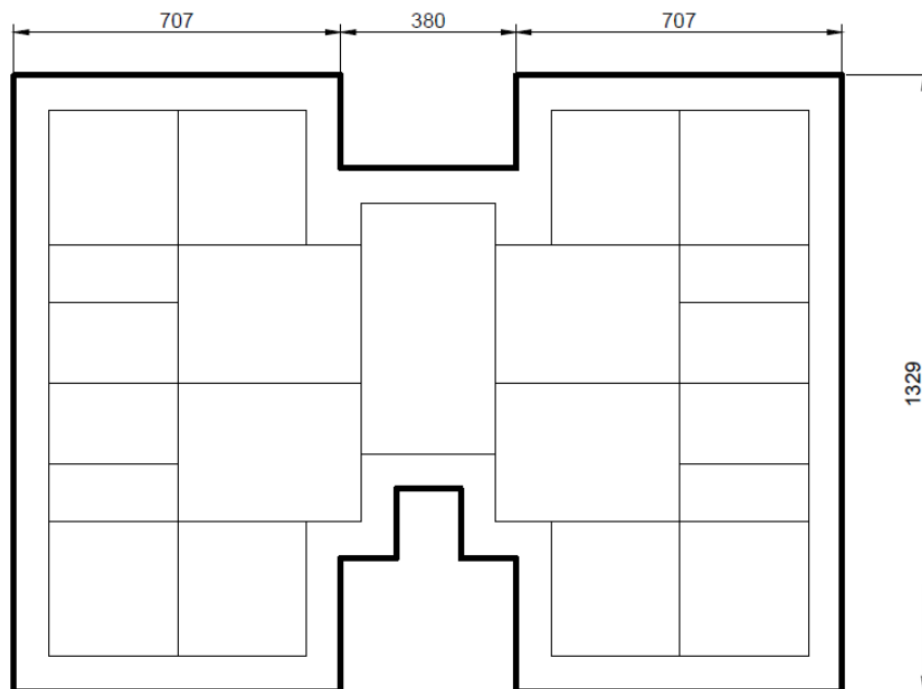
6.3. Estudo de caso 03

O terceiro estudo de caso propõe-se a analisar um caso estudado por Guedes e Burgos (2014), em que o objeto de estudo consiste também em uma placa sobre base elástica. No caso, a estrutura analisada é uma laje de geometria um pouco mais sofisticada, fitando uma abordagem mais aproximada do real.

O Estudo de caso 03, por outro lado, adota uma abordagem mais qualitativa em relação ao uso do programa. Os objetivos deste caso incluem demonstrar a capacidade de modelar estruturas complexas, analisar detalhadamente o comportamento dessas estruturas no LAGI-Radier e avaliar a eficácia do programa em cenários que envolvem desafios de modelagem mais avançada ao passo que, também, busca-se explorar a aplicabilidade do *software* em contextos reais, onde a precisão na simulação de comportamentos estruturais é de suma importância.

Assim, tem-se a modelagem de uma placa de radier submetida a carregamentos provenientes da alvenaria estrutural de uma pequena edificação. A Figura 54 traz a representação da planta utilizada no estudo de caso.

Figura 54: Representação do diagrama tridimensional de esforços cortantes.



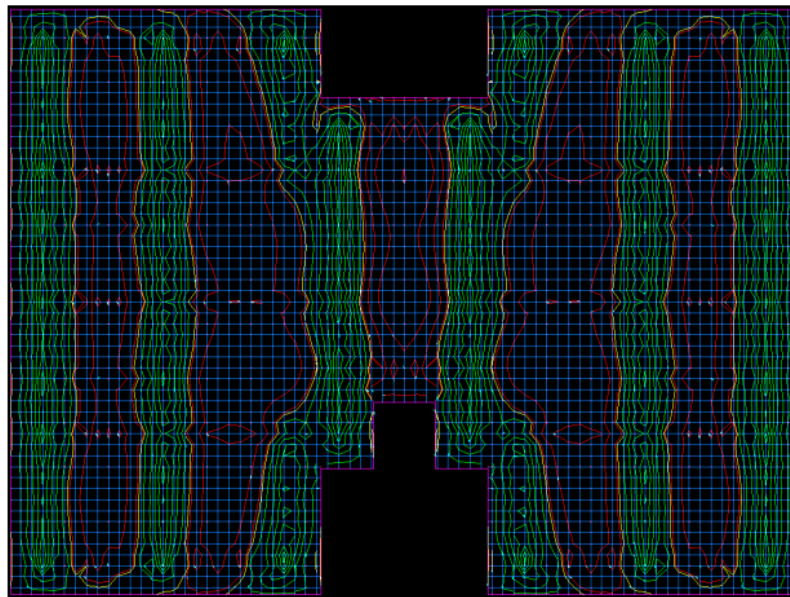
Fonte: Guedes e Burgos (2014).

Guedes e Burgos (2014) apresentam um carregamento relativo à alvenaria estrutural correspondente a 7 tf/m distribuído ao longo da extensão da edificação, juntamente com o peso próprio da estrutura e a carga accidental. O coeficiente de reação vertical do solo adotado neste caso foi de 9600 tf/m³, com uma espessura de placa de 20 cm e concreto armado com resistência característica de 25 MPa.

6.3.1. Comparativo entre os resultados

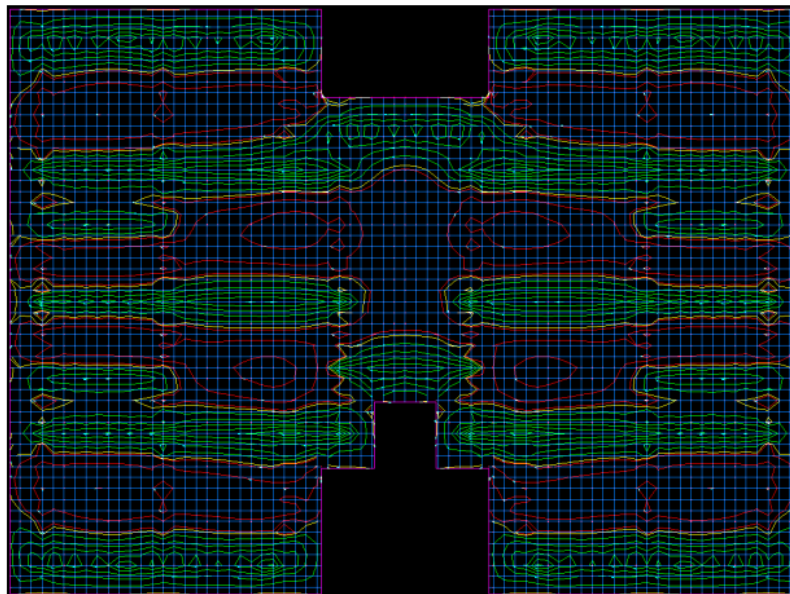
A partir disso, Guedes e Burgos (2014) trazem os resultados para a distribuição dos momentos fletores ao longo da estrutura, conforme apresentado nas Figuras 55 e 56, que possibilitam a visualização destes resultados em curvas de isovalores.

Figura 55: Isovalores para os momentos fletores na direção X.



Fonte: Guedes e Burgos (2014).

Figura 56: Isovalores para os momentos fletores na direção Y.



Fonte: Guedes e Burgos (2014).

Para a aplicação no LAGI-Radier, foi necessário realizar as seguintes conversões de valores para a inserção dos dados:

- Determinação do peso próprio:

Como o estudo de referência não fornece os valores relativos ao peso próprio do concreto utilizado, foi adotado um valor padrão de 25 kN/m^3 . Para aplicar esse peso em uma barra no programa, foi realizada a seguinte conversão.

$$pp = 25 \text{ kN/m}^3$$

$$pp = \frac{25 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,2\text{m} \cdot 0,25}{2}$$

$$pp = 1,25 \text{ kN/m}$$

- Carregamento proveniente da alvenaria:

$$q = 7 \text{ kN/m}$$

$$q = 7 \text{ kN/m} \cdot 10$$

$$q = 70 \text{ kN/m}$$

- Coeficiente de reação vertical do solo:

$$k = 9600 \text{ tf/m}^3$$

$$k = 96000 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,25\text{m} \cdot 0,25\text{m}$$

$$k = 6000 \text{ kN/m}$$

Figura 57: Valores de força submetidos no LAGI-Radier.

Forças

Nova Fd

Intensidade: (kN/m) Cor: ■ Criar

Lista de forças

	Valor	Cor	Visível
1	-71.25	■	☒
2	-1.25	■	☒

Aplicar Remover

Fonte: Autor (2024).

Figura 58: Valor de coeficiente de reação vertical submetido no LAGI-Radier.

Molas

Nova mola

Nomenclatura
(-)

Rigidez
(kN/m)

Cor
[Pink]

Direção
☐ Rx ☐ Ry ☒ Dz

Criar

Lista de molas

Nome	Cor	Rigidez
1 mola	[Pink]	6000.0

Aplicar Remover

Fonte: Autor (2024).

Figura 59: Valores de seção e material submetidos no LAGI-Radier.

Seção e Material

Nova seção

Diagrama da seção: [Retângulo] b1 h1

Retangular ☒ T ☐

Criar

Nomenclatura
(-)

Fck
(MPa)

Tipo
viga

Cor
[Pink]

b1
(cm)

h1
(cm)

Lista de seções

	Nome	Cor	Fck	Tipo	X1	Y1	X2	Y2	✓
1	seção	[Pink]	25.0	qrell	25.0	20.0			

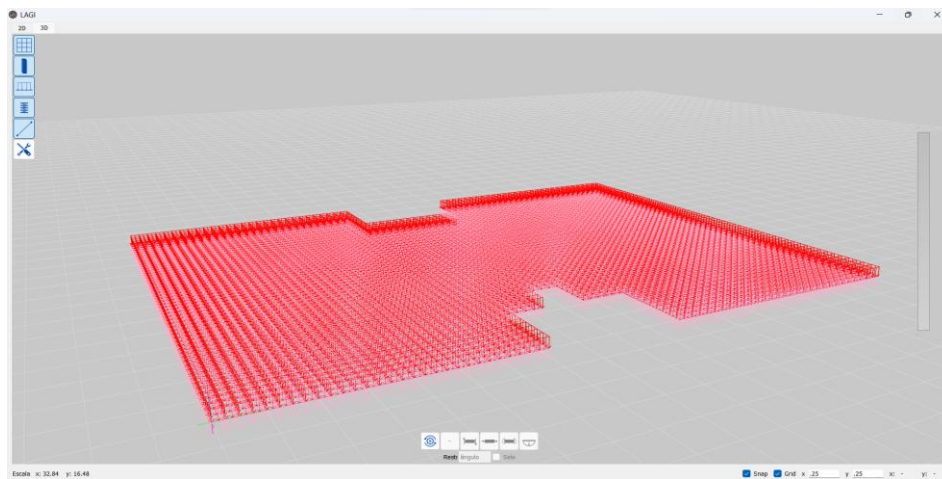
Aplicar Remover

Fonte: Autor (2024).

6.3.2. Interpretação dos resultados

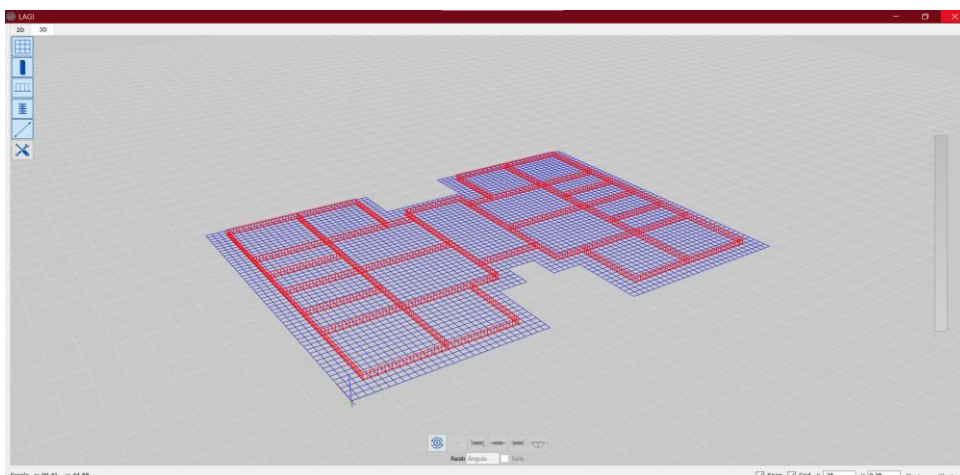
Com base no processamento dos dados mencionados, foram obtidos os resultados da aplicação do caso no LAGI-Radier, os quais são apresentados nas Figuras 60 e 61. As figuras ilustram os resultados gerados, permitindo uma análise detalhada do comportamento estrutural modelado: malha da grelha gerada, linhas de carregamentos das paredes, deslocamentos através da deformada da placa, e momentos fletores, todos eles apresentados em diagramas interativos em 3D.

Figura 60: Visualização tridimensional da laje no LAGI-Radier.



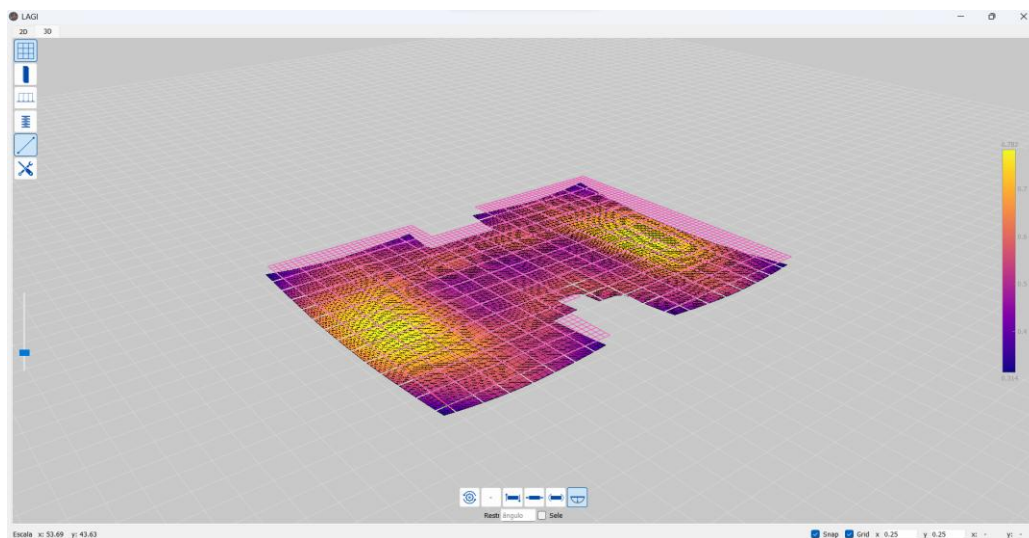
Fonte: Autor (2024).

Figura 61: Visualização tridimensional com destaque nos carregamentos distribuídos da laje no LAGI-Radier.



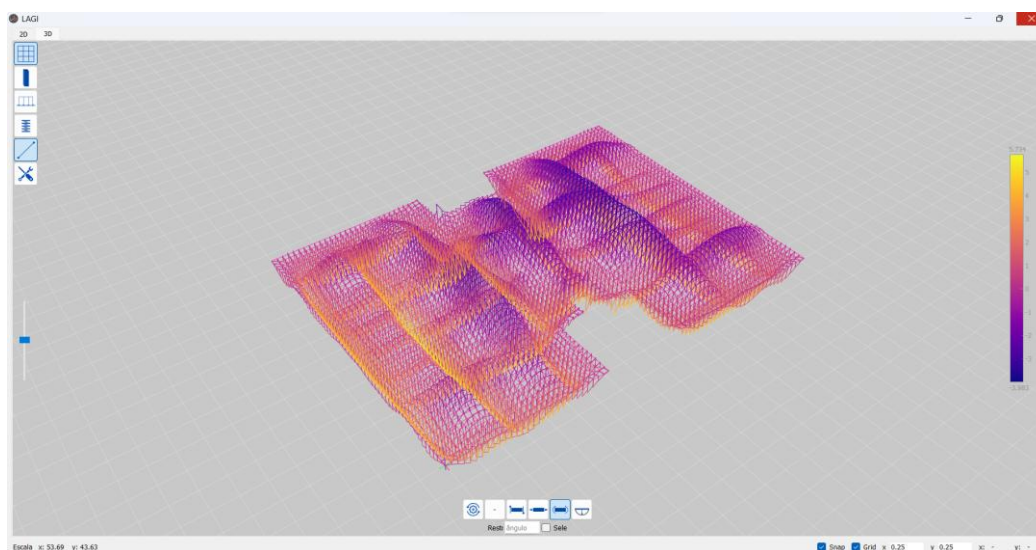
Fonte: Autor (2024).

Figura 62: Diagrama de deslocamentos ao longo da placa-radier (isovalores).



Fonte: Autor (2024).

Figura 63: Diagrama de momentos fletores ao longo da placa (superfície).



Fonte: Autor (2024).

Os resultados obtidos no Estudo de Caso 03 evidenciam a eficiência do programa no tratamento de estruturas com maior complexidade e em cenários mais próximos da realidade prática. O exemplo qualitativo evidencia a capacidade do programa de realizar modelagens eficazes, mesmo em condições onde a geometria e o comportamento estrutural são mais sofisticadas. A eficácia observada na modelagem de uma estrutura

realista comprova que o programa é uma ferramenta promissora para engenheiros que lidam com sistemas estruturais mais complexos.

Ainda que a complexidade da estrutura aumente o custo computacional, os ganhos em precisão e aderência à realidade compensam o investimento adicional. A necessidade de adaptação de algumas ações – uma vez que o programa atualmente permite a aplicação exclusiva em nós e barras – pode exigir um esforço manual adicional; entretanto, essa flexibilidade confere ao usuário a possibilidade de realizar aproximações adequadas sem comprometer a qualidade dos resultados. Esses pontos destacam a aplicabilidade e a funcionalidade do programa, tornando-o eficaz mesmo para cenários que exigem um alto nível de detalhamento e adaptação.

Além disso, o desenvolvimento do programa representa-se pertinente no campo da modelagem estrutural, oferecendo uma solução customizável. A flexibilidade demonstrada no Estudo de Caso 03 revela o potencial do programa de se adaptar a diferentes configurações e requisitos específicos, mesmo em estruturas complexas. Essa adaptabilidade, somada à precisão dos resultados, posiciona o programa como uma ferramenta confiável e eficaz.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dado o exposto, afirma-se que, atualmente, o engenheiro estrutural dispõe de diversas ferramentas para a solução de problemas que outrora já demandaram muito mais atenção e trabalho para sua resolução. Contudo, é importante ressaltar que é errônea a ideia de que o avanço da tecnologia pode vir a substituir o trabalho do engenheiro.

No presente trabalho foi possível analisar que o desenvolvimento de *softwares* de análise são fundamentais nos dias de hoje, mas é inegável que a análise minuciosa e o conhecimento aprofundado acerca dos assuntos e das ferramentas que estão sendo utilizadas.

A Analogia de Grelha se mostra um método apropriado para a análise da interação solo-estrutura. Ressalta-se que problemas de Engenharia costumam admitir mais que uma solução e é de vital importância a constatação da validação das soluções em questão.

O presente trabalho atingiu o objetivo de analisar a interação solo-estrutura por meio da analogia de grelha e pela implementação dos elementos de mola no *software* LAGI e as aplicações por meio dos estudos de caso possibilitaram a observação do comportamento das estruturas no programa.

Sugere-se e incentiva-se a realização de mais trabalhos na linha de análise de interação entre solo e estrutura, especialmente com o teor comparativo entre diferentes métodos e pela aplicação de ferramentas diversas. São exemplos de possíveis trabalhos a análise da influência da força de protensão em estruturas de fundação.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6122 - Projeto e execução de fundações**. Rio de Janeiro. 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro. 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6484 - Solo – Sondagem de Simples Reconhecimento com SPT – Método de Ensaio**. Rio de Janeiro. 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6489 - Prova de Carga Direta Sobre Terreno de Fundação**. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

ANTONIAZZI, J. P. **Interação solo-estrutura de edifícios com fundações superficiais**. 2011. 138 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.

BARBOZA, A.S.R. **Contribuição à Análise Estrutural de Sistemas Lajes-Vigas de Concreto Armado Mediante a Analogia de Grelha**, 1992. Dissertação de mestrado da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

BIOT, M. A. **Bending of na Infinite Beam on na Elastic Foundation**, Journal of Applied Mechanics, Vol. 4, 1937.

BOWLES, J. E. **Foundation analysis and design**. 5th ed. Peoria, Illinois: McGraw-Hill, 1996.

BRAGA, C. A. **Procedimento para análise de fundações de radier considerando grelha e apoios elásticos**. Dissertação (Mestrado). Programa de pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2019.

CASS, A. J. R. **Programa Gráfico Gratuito para Análise de Lajes de Concreto Armado Utilizando o Modelo de Grade Equivalente**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Estrutural, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2015.

CAUDURU, E. L. **Execução de Radiers Protendidos**. 2000. Trabalho apresentado no 42º Congresso Brasileiro do Concreto.

CLARKE, M.; OXMAN, A. D. (Ed.). **Cochrane Reviewers' Handbook 4.1**. In: Review Manager. Version 4.1. Oxford: The Cochrane Collaboration, 2000.

COOK, D. J.; MULROW, C. D. RAYNES, R. B. **Systematic reviews: synthesis of best evidence for clinical decisions**. Annals of Internal Medicine, Philadelphia, v. 126, n. 5, p. 376-380, Mar. 1997.

DE MELLO, V. F. B. **The Standard Penetration Test – State of the art report**. In: Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 4, Puerto Rico Proceedings. Puerto Rico: PCSMFE, 1971.

DÓRIA, L. E. S.; **Projeto de estrutura de fundação em concreto tipo radier**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2007.

EVANS, D.; PEARSON, A. **Systematic reviews: gatekeepers of nursing knowledge**. Journal of Clinical Nursing, Oxford, v. 10, n. 5, p. 593–599, Sep. 2001.

FUNDAÇÃO JOÃO PINHEIRO. **Carências habitacionais qualitativas das famílias de baixa renda no brasil: uma análise a partir dos dados do CadÚnico (2018-2020)**. Belo Horizonte, 2023.

GERSCOVICH, D. M. S. Apostila didática: **Estruturas de Contenção: Muros de Arrimo**, 2008.

GREENHALGH, T. **Papers that summarize other papers (systematic review and meta-analyses)**. British Medical Journal, London, v. 315, n. 7109, p. 672-675, Sep. 1997.

GUEDES, F. R.; BURGOS, R. G. **Análise estrutural de laje de fundação tipo radier em concreto armado**. Trabalho de Conclusão de Curso. 2014.

HAMBLY, E. C. **Bridge deck behavior**. London, Chapman and Hall, 1976.

INDIAN STANDARD. **IS: Code of Practice for Design and Construction of Raft Foundations – Part I – Design**, Bureau of Indian Standards, New Delhi, 1981.

JÚNIOR, O. L. C. **Estudo da modelagem de radier rígido em concreto armado na análise da interação solo-estrutura**. 2016. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco.

LEONI, A. J. **Apunte de Coeficiente de Balasto**. Laboratorio de Mecânica de Suelos, Facultad de Ingenieria, UNLP, 2016.

MENDES, K. D. S.; SILVEIRA, R. C. C. P.; GALVÃO, C. M. **Revisão integrativa: método de pesquisa para a incorporação de evidências na saúde e na enfermagem**. Texto Contexto Enfermagem, Florianópolis, v. 17, n. 4, p. 758-764, out./dez. 2008

MEYERHOF, G. G. **Some Recent Research on the Bearing Capacity of Foundations**. Canadian Geotechnical Journal, v. 1, n. 1, p. 16-26. 1953.

MOAYED, R. Z.; NAEINI, S. A. **Evaluation of Modulus of Subgrade Reaction (ks) in Gravely Soils Based on SPT Results**. IAEG 2006, Paper Number 505, 2006.

MORAES, M. C. **Estruturas de Fundações**. Mc Graww – Hill do Brasil, 3ª. Edição, 1981.

MORRISON, N., **Interacción suelo-estructuras: semi-espacio de Winkler**. Universidad Politécnica de Catalunya. Barcelona, Espanha, 1993.

NAEINI, S. A.; MOYAED, Z. R.; ALLAHYARI, F. **Subgrade Reaction Modulus (ks) of Clayey Soils Based on Field Test**. Journal of Engineering Geology, Vol. 8, Nº 1, Spring, 2014.

OLIVEIRA, C. C. **Contribuição à análise de laje nervurada de concreto: emprego da analogia de grelha e do pórtico equivalente**. Trabalho de Conclusão de Curso na Universidade Federal de Alagoas, 2022.

OLIVEIRA, P. K.; JÚNIOR, L. A. S. **Análise técnico-econômica de fundação superficial tipo radier para uma residência unifamiliar**. Research, Society and Development, v. 10, n. 2, e38610212368. <https://doi.org/10.33448/rsdv10i2.12368>. 2021.

ORTEGA, W. V.; PEDREIRO, M. R. M. **Tipos de estruturas para fundações de pequeno e médio porte: revisão de literatura**. Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação, v. 9, n. 9, p. 3696-3719, 2023.

PINTO, C. P. J. **Análise de estrutura com interação solo-estrutura e as molas de winkler**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa.

ROTHER, E. T. **Revisão sistemática x revisão narrativa**. Acta Paulista de Enfermagem, São Paulo, v. 20, n. 2, p. v-vi , jun. 2007.

RIBEIRO, M. A. A. **Análise comparativa de métodos utilizados no cálculo da interação solo-radier**. 2010. 101 p. Monografia – Departamento de Mecânica Aplicada

e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

SCARLAT, A. S. **Effect of Soil Deformability on Rigidity – Related Aspects of Multistory Buildings Analysis**. ACI Structural Journal, v.90, n.02, 1993.

SCHULTZE, E. Druckverteilung und Setzungen. Grundbau-Taschenbuch, Band I, 2. Auflage, W. Ernst and Sohn, Berlin. 1966.

SCOTT, R. F. **Foundation Analyses**. Englewood Cliffs, NJ. Prentice Hall, 1981.

SILVA, M. **Estudo comparativo entre o Método dos Pórticos Equivalentes e o Método dos Elementos Finitos para análise de lajes nervuradas**. Monografia, Curso de Graduação em Engenharia Civil. Universidade de Santa Cruz do Sul, UNISC. Santa Cruz do Sul, 2019.

SOUZA, F. A. **Radier simples, armado e protendido – Teoria e prática**; Brasil – Campinas, SP. 2017. 1ª Edição. Impresso no Brasil. 2017.

SOUZA, R. A.; REIS, J. H. C. **Interação solo-estrutura para edifícios sobre fundações rasas**. Acta Sci. Technol.; Maringá, v. 30, n. 2, p. 161-171, 2008.

STRAMANDINOLI, J. S. B. **Contribuições à análise de lajes nervuradas por analogia de grelha**. Dissertação, mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2003.

TERZAGHI, K. Evaluation of coefficients of subgrade reaction. **Evaluation of coefficients of subgrade reaction**. Géotechnique, Vol. 5, No 4, London, 1955.

TIMOSHENKO, S.P.; Woinowsky-Krieger, S. **Theory of Plates and Shells**. McGraw-Hill, New York, 1959.

TM 5-809-1. **Concrete Floor Slabs on Grade Subjected on Heavy Loads.** Technical Manual, Headquarters, Departments of the Army and the Air Force, Washington, D.C. 1987.

TQS, Sises – **Sistema de Interação Solo-Estrutura.** Manual Teórico, 2011

VELLOSO, D.; LOPES, F.P. **Fundações: Critérios de Projeto - Fundações Superficiais,** Nova Edição - São Paulo - 2004. Ed. Oficina de Textos.

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. **Fundações.** São Paulo: Oficina de Textos, 2012. 568 p.

VESIC, A. B. **Bending of Beams Resting on Isotropic Solids,** Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 87(EM2), 35-53, 1961.

WHITTEMORE, R. **Combining evidence in nursing research: methods and implications.** Nursing Research, Baltimore, v. 54, n. 1, p. 56-62, Jan./Feb. 2005.