



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

JOSÉ DOUGLAS CAVALCANTE ARAÚJO

**DIVERSIDADE DE METODOLOGIAS: ALTERNATIVA PARA OS PROBLEMAS
DO ENSINO-APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO**

Maceió
2024

JOSÉ DOUGLAS CAVALCANTE ARAÚJO

**DIVERSIDADE DE METODOLOGIAS: ALTERNATIVA PARA OS PROBLEMAS
DO ENSINO-APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado ao Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática (IM) da Universidade Federal de Alagoas como requisito parcial para obtenção do título de Licenciatura plena em Matemática.

Orientador: Prof. Vanio Fragoso de Melo

Maceió
2024

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária: Helena Cristina Pimentel do Vale – CRB-4/661

A663d Araújo, José Douglas Cavalcante.

Diversidade de metodologias: alternativa para os problemas do ensino-aprendizagem da trigonometria no Ensino médio / José Douglas Cavalcante Araújo. – 2024.

36 f. : il.

Orientador: Vanio Fragoso de Melo.

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática: Licenciatura) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática Maceió, 2024.

Bibliografia: f. 36.

1. Trigonometria – Estudo e ensino. 2. Aprendizagem (Dificuldades). 3. Metodologias ativas. 4. Ensino fundamental. I. Título.

CDU: 514.116

Folha de Avaliação

JOSÉ DOUGLAS CAVALCANTE ARAÚJO

DIVERSIDADE DE METODOLOGIAS: ALTERNATIVA PARA OS PROBLEMAS DO ENSINO-APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de conclusão de curso apresentado à banca examinadora do curso Licenciatura plena em Matemática da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **VANIO FRAGOSO DE MELO**
Data: 08/12/2024 19:56:34-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Vanio Fragoso de Melo (Orientador)
Universidade Federal de Alagoas

Documento assinado digitalmente
 **ISNALDO ISAAC BARBOSA**
Data: 09/12/2024 22:29:11-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa
Universidade Federal de Alagoas

Documento assinado digitalmente
 **JULIANA ROBERTA THEODORO DE LIMA**
Data: 09/12/2024 22:25:26-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Juliana Roberta Theodoro de Lima
Universidade Federal de Alagoas

RESUMO

Este artigo realiza um estudo bibliográfico sobre as dificuldades no ensino aprendizagem da trigonometria, identificando suas possíveis causas e propondo estratégias para sua superação por meio da diversificação metodológica, que inclui o uso de softwares, história da matemática, recursos lúdicos e atividades práticas dentro e fora da sala de aula. Essas metodologias são abordadas e postas em prática por diversos estudiosos, as quais serão analisadas nesse trabalho, a fim de justificar suas importâncias para a diminuição dos problemas sobre o ensino e aprendizagem da Trigonometria.

Palavras-chave: Dificuldades; Trigonometria; Metodologia.

ABSTRACT

This article conducts a bibliographic study on the difficulties in teaching and learning trigonometry, identifying possible causes and proposing strategies for overcoming these issues through methodological diversification. This includes the use of software, the history of mathematics, playful resources, and practical activities both inside and outside the classroom. These methodologies are discussed and implemented by various scholars, and will be analyzed in this article to justify their importance in reducing issues related to the teaching and learning of trigonometry.

Keywords: Issues; Trigonometry; Methodologies.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
CAPÍTULO 1 ENTENDENDO OS PROBLEMAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA	10
1.1 problemas no ensino-aprendizagem da trigonometria.....	10
1.2 por que surgem os problemas no ensino da trigonometria?	12
1.3 estratégias para o ensino da trigonometria no ensino médio	14
CAPÍTULO 2 METODOLOGIAS PARA O ENSINO DA TRIGONOMETRIA	16
2.1 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	16
2.1.1 O uso da história da Trigonometria no ensino.....	17
2.1.2 Ensino da Trigonometria numa abordagem histórica: um produto educacional	19
2.2 SOFTWARE	20
2.2.1 A transição das razões para as funções trigonométricas.....	21
2.2.2 Sequência didática para o ensino de Trigonometria usando o software Geogebra	22
2.2.3 Ludicidade no ensino da matemática com a utilização do software Geogebra	23
2.3 ATIVIDADES PRÁTICAS	26
2.3.1 Lendo e escrevendo o mundo com matemática: estudando trigonometria com alunos do 9º ano do ensino fundamental	27
2.3.2 O ensino das razões trigonométricas por meio do teodolito caseiro	28

2.3.3 Trigonometria na prática, inovando o modo de ser professor	29
2.4 ATIVIDADES LÚDICAS	29
2.4.1 Trigonometria no ensino médio: jogo como recurso didático	31
2.4.2 Do experimento à experimentação: metodologia ativa no ensino de trigonometria	33
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	35
REFERÊNCIAS	36

INTRODUÇÃO

Ter o domínio da trigonometria é essencial para compreender a Matemática, pois ela é base de muitos assuntos matemáticos usados durante o Ensino Médio como, Função e Geometria em sua totalidade, e não é diferente no Ensino Superior, na área de exatas. Além de ser um tema que gera bastante curiosidade, devido à sua magnitude, tem bastante relevância com as suas aplicações na construção civil e arquitetura, na área da física, por meio de vetores e várias outras aplicações. No entanto, observa-se que os estudantes apresentam muitas dificuldades nessa área. No Ensino Médio, etapa na qual se concentra a maior quantidade de conteúdos ligados a trigonometria, deve-se ter um cuidado maior em relação à abordagem dos assuntos matemáticos, pois, caso sejam repassados de uma forma complexa, os estudantes sentirão o impacto nos anos seguintes, e dificultará ainda mais a compreensão dos alunos, acarretando a perda de interesse.

O interesse dos estudantes em determinados conteúdos da Matemática se dá também pelo fato de perceberem, naquele assunto, uma aplicação na realidade. Quando isso não ocorre, gera desinteresse por parte do alunado, fazendo com que dificulte a compreensão: “essa falta de compreensão pode ser devida a diversos fatores, dentre eles a dificuldade que os estudantes têm de conceitualizar os objetos matemáticos, que se apresentam de forma muito abstrata.” (DIONIZIO, 2011, p.2).

O professor também possui o papel de estimular os seus estudantes, mesmo que eles estejam desmotivados devido à abstração da Trigonometria. Ele deve coordenar a sala de aula de modo a incentivar os estudantes a manterem o foco no conteúdo. Esse incentivo deve ser feito de maneira correta, com uso de metodologias diversas, didáticas chamativas e exemplos que façam parte do cotidiano dos estudantes, pois segundo (ALMEIDA, 2006 apud SANTOS, 2016, p.3) “sua postura e atitudes podem, de um lado, auxiliar o aluno em seus objetivos ou, de outro, prejudicá-lo ainda mais.”

Um dos motivos de toda dificuldade em relação ao ensino aprendizagem da trigonometria se dá pela má formação dos professores, com a falta da absorção de novas metodologias, da junção entre o tradicional e o tecnológico. A falta de uma maior integração entre a teoria e prática faz com que os graduandos em Licenciatura em Matemática não estejam preparados para enfrentar uma realidade de sala de aula, pois “a formação do professor de Matemática deveria se desenvolver de maneira mais associada à realidade da sala de aula.” (SANTOS, 2016, p.4).

Tendo em vista os argumentos apresentados, a pesquisa em questão se trata de um estudo bibliográfico que reúne informações sobre as dificuldades do ensino-aprendizado da Trigonometria, trazendo estratégias focadas na diversidade de metodologias.

CAPÍTULO 1. ENTENDENDO OS PROBLEMAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA

1.1 PROBLEMAS NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA

As dificuldades dos estudantes na compreensão dos assuntos matemáticos, especificamente em Trigonometria, são bastante notórias. Dificuldades essas que começam nos anos finais do Ensino Fundamental e se estendem até todo o percurso no Ensino Médio. Diversos são os fatores contribuintes para o surgimento de tais dificuldades por parte dos estudantes, podendo ser tanto na parte do ensino, estando diretamente ligada à forma como o professor aborda o conteúdo, ou por parte da captação dos estudantes, ambas estando interligadas.

Fátima Queiroz Dionízio (2011) e Célia Fink Brandt (2011) no artigo “Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Médio em Trigonometria”, vem com a proposta de pesquisar e analisar quais são as naturezas dessas dificuldades apresentadas pelos estudantes no conteúdo matemático de Trigonometria. Para isso, o artigo foi dividido em duas partes, onde na primeira foram analisadas as ideias de Raymond Duval (2004, 2009), na sua famosa obra sobre a teoria dos Registros de Representação Semiótica, tendo um enfoque de suma importância na questão das diferentes representações matemáticas para um mesmo conceito. A outra parte do artigo é a prática em si, na qual serão feitos os procedimentos de coleta, organização dos dados e também a análise dos resultados obtidos.

Muitos objetos matemáticos não possuem um aspecto fisicamente observável, segundo Duval (2004, 2009), por isso existem tantas dificuldades na sua compreensão. Também, as diferentes representações contribuem para tal, visto que, de acordo com determinada representação de um mesmo objetivo, alguns estudantes podem compreender de forma mais fácil ou mais difícil, pois “para um aluno pode ser fácil reconhecer o número 2 em $14/7$, e ser difícil em 5^0+1 , apesar de estarem no mesmo sistema semiótico de representação” (DIONIZIO, 2011, p.3). Pelos pensamentos de Duval, a compreensão da Matemática se dá pela disposição de mais de uma representação para o mesmo objeto. (DIONIZIO, 2011).

A segunda parte do artigo foi feito com turmas da 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública de Ponta Grossa, com assuntos relacionados à área da Trigonometria. Foram dadas duas atividades aos estudantes, uma com questão-problema utilizando a linguagem natural e figural, e outra atividade apenas com a linguagem natural, sem a ajuda de imagens ou desenhos predispostos no enunciado. Foi constatado que a grande maioria dos estudantes não soube fazer a leitura figural da atividade dois. Já na primeira atividade, que possuía uma linguagem natural e também a figural, a maioria dos alunos errou devido à errada utilização da relação trigonométrica.

No presente artigo, tem-se que, de fato, as diferentes representações são um problema para os estudantes, pois não estão acostumados a fazer uso dos mesmos, ficando ligados a apenas uma das representações para o mesmo objeto. Então, essas articulações devem ser feitas de forma constante e continuada. Também se vê necessário o ensinamento da conceitualização dos objetos matemáticos, “pois os alunos não fazem relação da forma de representação com o objeto matemático que está sendo representado”. (DIONIZIO, 2011, p.13).

Outro problema que vem sendo encontrado com bastante frequência nos ensinamentos da Matemática é o excesso de formalização dos conteúdos. Em específico, a Trigonometria possui termos formais que podem dificultar ainda mais na compreensão dos estudantes ao estudá-la. Essa formalidade é posta por Oliveira (2006) como um dos pontos a serem combatidos no que se refere ao ensino da Matemática. Oliveira (2006) tem seu artigo denominado “Dificuldades no processo Ensino aprendizagem de Trigonometria por meio de atividades”, baseado na fundamentação teórica de Brito e Morey (2004):

As pesquisadoras realizaram um estudo das dificuldades em que muitos professores sentem ao lidar com os conceitos trigonométricos. Ao final, elas relacionaram, historicamente, as dificuldades dos professores com as características do ensino de matemática dominante, na época em que esses mesmos professores estudaram e se formaram. (OLIVEIRA, 2006, p.11).

Observa-se que as dificuldades se dão devido à formação tradicional dos professores em questão, tendo em vista que essa forma de ensinar Matemática se torna um ciclo, no qual professores ensinam da maneira formal e tradicional, e os estudantes replicam tal maneira quando exercem a profissão docente.

Ao decorrer dos seus estudos sobre as dificuldades da Trigonometria, Oliveira (2006) elaborou planos de aulas a serem seguidos por professores, no qual todos teriam a mesma estrutura, com uma metodologia denominada Engenharia Didática, no qual a atividade é dividida em aulas preestabelecidas por uma série de seqüências didáticas. Nessas aulas, os estudantes se separaram em duplas, e a ideia central era que fizessem a medição da altura e da

sombra de seu colega, e ao final discutisse as relações encontradas nesse feito. Os estudantes tiveram dificuldades na realização da atividade, muitas delas devido à falta de motivação e interesse, visto que grande parte vinha de insucessos na escola, pois “Verificamos que muitos alunos vêm de insucesso em seus estudos. Em consequência disso, eles têm pouca vontade e coragem pra enfrentar as atividades de Matemática.” (OLIVEIRA, 2006, p.46).

Por fim, Oliveira (2006) discute os resultados da sua pesquisa dando enfoque na importância de se trabalhar a Trigonometria com atividades. Logo, apesar das dificuldades encontradas, os resultados obtidos foram bastante positivos quando comparados a outras salas de aula, com outras sequências didáticas que não fizeram uso de atividades no ensino da Trigonometria. Segundo o autor, vários estudantes, após o término das atividades elaboradas, conseguiram assimilar com mais facilidade as definições trabalhadas na Trigonometria como, por exemplo, as definições de seno e cosseno. Segundo Oliveira (2006), as aulas posteriores as atividades feitas foram muito proveitosas, pois, os alunos faziam as tarefas com rapidez e engajamento, tornando as aulas mais motivadoras.

1.2 POR QUE SURGEM OS PROBLEMAS NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA?

Os problemas em relação às dificuldades na Trigonometria se dão tanto pela parte do ensino, quanto pela parte do aprendizado, visto que os dois estão interligados, e, portanto, um depende do outro.

De acordo com Feijó (2018, p.20, apud FI, 2003, p.213), os estudantes “têm compreensão mal desenvolvida em áreas como: medida de ângulos em radianos, funções trigonométricas inversas, funções recíprocas, periodicidade e cofunções” (tradução para o português). Portanto, grande parte das dificuldades em Trigonometria, advinda dos estudantes que encontramos ao decorrer da Educação Básica, se dá pela falta de pré-requisitos nessa área da Matemática em questão. Essa problemática, isto é, a falta de pré-requisitos dos estudantes, ocorre devido à subjetividade dos professores na hora de ministrar os conteúdos de suas aulas. Conteúdos que seriam importantes para os estudantes, mas que, por motivos diversos, os professores não costumam adaptar o conteúdo ou não tem afinidade com ele, acarretando em uma necessidade futura que não foi sanada no momento adequado. Ponto que se diz respeito à formação de professores, colocando em evidência a necessidade de uma reformulação, ou até

mesmo a uma maior ampliação de acesso a cursos e especificações para os professores nas diversas áreas do conhecimento matemático.

Entretanto, Feijó (2018, p.20) cita que May e Courtney (2016, p.25) afirmam que nem todos os problemas envolvendo essas dificuldades no Ensino da Trigonometria se dão por conta dos professores em si, mas também devido a divisão na qual é feita a grade curricular:

Em vez de desenvolver um significado de medida de ângulo que suporte uma única trigonometria, que engloba tanto a semelhança do triângulo como o comportamento periódico, os currículos típicos os desenvolvem separadamente e de forma independente. Especificamente, os livros escolares de ensino fundamental e médio desenvolvem duas abordagens não relacionadas da trigonometria: trigonometria de triângulos e trigonometria de funções periódicas. (MAY e COURTNEY, 2016, p.25; tradução nossa).

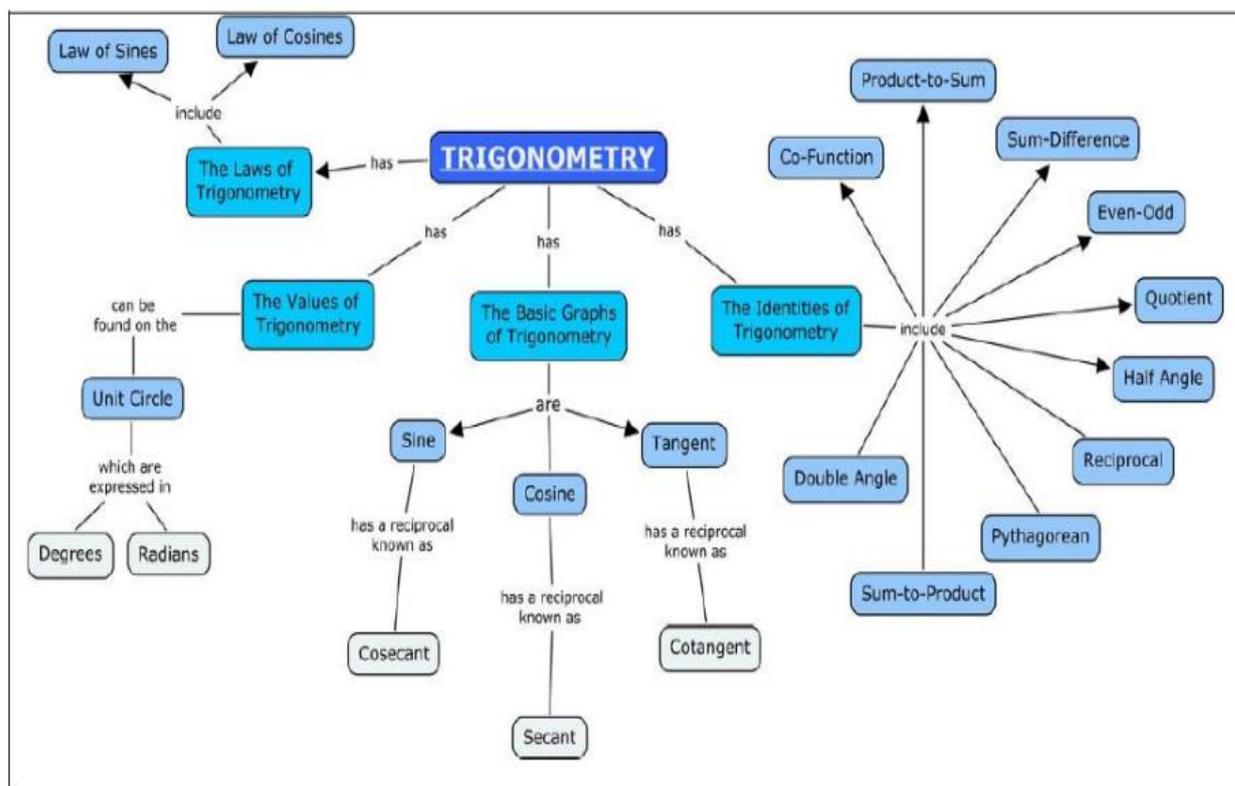
Então, na visão de May e Courtney (2016), a ordem com que os livros didáticos colocam os conteúdos, e também a forma como os relacionam, são os fatores que influenciam na construção de problemas envolvendo a aprendizagem do alunado. Além disso, os conteúdos programados na grade curricular e nos livros didáticos, influenciam diretamente o aprendizado pela forma como é exposta na sala de aula, visto que esses estão diretamente ligados:

A maior parte das informações adquiridas pelos alunos, tanto dentro como fora da escola, é apresentada verbalmente e, sob o ponto de vista psicológico, a aprendizagem receptiva verbal é mais complexa, visto que exige um amadurecimento intelectual. (GALVAO et al, 2016, p.1131)

Galvão (2016) ressalta a importância das representações táteis e palpáveis da matemática, visto que apenas o repasse da informação de forma verbal não é suficiente, pois torna mais complexa a recepção da informação. Na Trigonometria, isso é notório pelo fato de se ter um ensino no qual os estudantes não são ativos, não possuem uma participação engajada na sala de aula. O professor, além de conduzir a aula, participa sozinho e a aula que deveria ser um diálogo e uma construção de saberes, torna-se um monólogo. Essa falta de diálogo, de comunicação entre o professor e os estudantes, faz com que haja um distanciamento cada vez maior da apreciação da Matemática, continuando, assim, a manutenção do estereótipo criado em volta da disciplina de ser uma área assustadora, de difícil compreensão, abstrata e sem aplicação na vida cotidiana. Portanto, esse modo de ensino não é eficaz, pois como afirma Orhum (2004) “sabe-se que esta aprendizagem geralmente é efetiva em um curto prazo e é difícil transferir o princípio aprendido para novas situações. Os principais motivos dos erros dos alunos são decorrentes do método de ensino”. (ORHUM, 2004, p.210)

Segundo Feijó (2018, apud CHIGONGA, 2016), a Trigonometria precisa ser estudada de forma conexa e com relações entre as suas diversas ramificações, e não de forma fragmentada que são independentes um do outro.

Figura 1 - Mapa conceitual de Trigonometria



Fonte: CHIGONGA (2016)

Fonte: Chiconga (2016)

Como mostrado na figura 1, a Trigonometria possui uma gama de ramificações e conteúdos que estão interligados, portanto, deve-se ter coerência em seu ensino, pois, com a forma adequada ao método, é possível diminuir os erros pedagógicos no momento de compreender e repassar esse conteúdo. Os estudantes também não costumam revisar ou reler o conteúdo dado em sala em suas casas, porque em sua maioria não possuem o auxílio da família no momento de revisão. Logo, em sala de aula é que devem ser resolvidos os problemas e sanada todas as dúvidas.

1.3 ESTRATÉGIAS PARA O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

Visto os problemas do Ensino da Trigonometria, se faz presente uma necessidade de utilizar estratégias para contornar essa situação, ou até mesmo preveni-la. E na área da Trigonometria, um dos problemas que é bastante comum, e que se estende por toda a matemática, é o pensamento dos estudantes sobre a aplicação do conteúdo programático. Em

sua maioria, eles não conseguem ver a necessidade dos conteúdos matemáticos ou de que forma eles teriam uma aplicabilidade efetiva no seu cotidiano:

Acredita-se que, para que o ensino contribua efetivamente para a construção do conhecimento do estudante, é necessária a aplicação prática da trigonometria, relacionando-a com assuntos pertinentes a realidade do contexto social do mesmo, possibilitando-o participar ativamente do processo. (PASCHOAL, 2018, p.15)

Para Paschoal (2018), essa relação do conteúdo de Trigonometria com o cotidiano dos estudantes, se dará através da resolução de problemas, oferecendo, assim, aos estudantes a capacidade de enxergar a aplicabilidade do assunto que está sendo trabalhado, e isso dará um sentido a Matemática. Portanto, esse conceito se alinha com a habilidade específica prevista pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), isto é, aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos em variados contextos.

Estamos inseridos em um contexto no qual não há espaço para o ensino da Matemática de forma exclusivamente tradicional. Os estudantes estão cada vez mais necessitados de uma Matemática que construa sentidos, e a resolução de problemas é um diferencial nesse quesito. Segundo Polya (1995) resolver problemas matemáticos quer dizer encontrar um caminho que é desconhecido. Tendo isso em vista, a resolução de problemas faz com que os estudantes se sintam estimulados, nesse caso “o procedimento mecânico de memorização deve ser substituído por métodos criativos e de raciocínio lógico, de tal forma que o aluno esteja motivado e pronto para desenvolver seus conhecimentos e saberes.” (PONTES, 2019, p.4).

A Matemática é uma área da ciência que é bastante antiga. Há relatos de que antes mesmo do conceito “Matemática” existir, ela já estava sendo posta em prática, porém o mundo está sempre em constante mudança. A tecnologia evolui cada vez mais e está sendo implementada nas tarefas cotidianas da nossa sociedade, a ponto de se tornar algo, considerado por muitos, essencial no nosso contexto atual. Tendo isso em vista, o ensino da Matemática torna-se mais atraente para os estudantes caso seja aplicada aos modelos tecnológicos atuais, ou seja, com auxílio de tecnologias digitais (softwares):

Uso de softwares na área da educação, especialmente na área da Matemática, pode tornar a tarefa de ensinar mais fácil, podendo ser utilizados de diferentes maneiras pelo professor. Além disso, atraem a atenção dos estudantes, por serem mais atrativos e dinâmicos que atividades que envolvem apenas o lápis e o papel. (BORBA, 2010, apud WEIMER, 2017).

Pedroso (2012) elaborou um estudo sobre a utilização do software *GeoGebra* no ensino da Trigonometria. Segundo o autor, a ideia era que o *GeoGebra* facilitasse a compreensão dos estudantes sobre os conceitos de Trigonometria através do dinamismo que o programa de computador proporciona. E os resultados da pesquisa do autor foram positivos: “Observei que os alunos relacionavam as situações propostas com conceitos-em-ação construídos por eles anteriormente e que consideravam pertinentes a essas situações.” (PEDROSO, 2012, p.226).

O software *GeoGebra* se mostrou bastante efetivo na aprendizagem dos alunos em Trigonometria, pois ele auxilia tanto na parte da semiótica, quanto na parte de aplicabilidade da Matemática. Os estudantes conseguem visualizar as modificações feitas por eles mesmos diretamente na figura, seja através da Geometria ou Álgebra.

Tendo em vista os pontos citados em relação às problemáticas do ensino da Matemática, é notório que se faz necessário uma mudança na prática docente, visto que é imprescindível a adequação dos professores aos avanços da tecnologia e à chegada da modernidade, como a própria BNCC aponta em suas competências previstas para o ensino, assim como também diversificar as metodologias e práticas aplicadas no ensino da Matemática.

CAPÍTULO 2. METODOLOGIAS PARA O ENSINO DA TRIGONOMETRIA

2.1 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Ensinar matemática incorporando a sua história pode ser uma abordagem extremamente benéfica para a melhor compreensão dos alunos. A utilização da história no ensino de matemática oferece uma série de vantagens que podem transformar a experiência educacional de diversas maneiras.

Primeiramente, a História da Matemática contextualiza o desenvolvimento dos conceitos matemáticos. Quando os alunos aprendem sobre a origem e a evolução de certos conceitos, como as funções seno e cosseno na trigonometria, eles entendem que a matemática não é uma coleção de regras e fórmulas sem fundamentação, mas sim uma disciplina dinâmica que evoluiu ao longo do tempo para resolver problemas reais.

Além disso, conhecer a História da Matemática ajuda os alunos a compreenderem que a disciplina é uma construção humana, ou seja, ao aprender sobre os matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento da disciplina e os desafios que enfrentaram, os estudantes podem perceber que a matemática é acessível a todos, e também como eles podem contribuir

para o seu desenvolvimento dela. Essa percepção pode ser particularmente inspiradora e aumenta a confiança dos alunos em suas próprias habilidades, servindo como uma ferramenta para ilustrar a aplicação prática dos conceitos matemáticos.

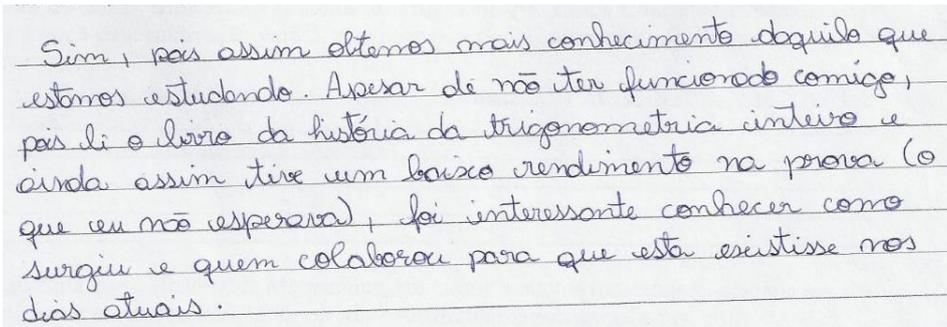
Por exemplo, ao ensinar trigonometria, os professores podem explicar como as funções seno e cosseno foram inicialmente desenvolvidas para resolver problemas na astronomia e na navegação. Esse tipo de aplicação prática mostra aos alunos que a matemática é relevante e útil no mundo real, o que pode ampliar o interesse pela matéria, deixando de lado a ideia de que a disciplina é somente memorização e repetição. Nesse sentido, “A História da Matemática no ensino pode ser usada como uma ferramenta motivadora nas aulas de matemática, objetivando proporcionar uma aprendizagem significativa daquilo que se almeja.” (Viana e Silva, 2007, p.7).

2.1.1 O uso da história da Trigonometria no ensino

No artigo O uso da história da Trigonometria no ensino, de autoria de Jurema Rosa Lopes, Eline das Flores Victor e Carlos Antônio de Souza, foi feita uma análise de como a incorporação da História da Matemática, especificamente da Trigonometria, pode facilitar a aprendizagem das funções seno e cosseno por alunos do ensino médio.

Baseado na obra de Moreira (2011) e Freire (1996), o estudo teve como objetivo investigar se o uso da história dessas funções matemáticas pode tornar o processo de ensino mais eficaz e significativo para os alunos, e teve seu desenvolvimento a partir da pergunta “Você considera importante conhecer a história da matemática, paralelamente ao estudo de trigonometria, para facilitar a aprendizagem dos conteúdos de trigonometria? Por quê?”, que foi feita a 21 alunos do primeiro ano do ensino médio, de uma escola pública federal do estado do Rio de Janeiro, e as respostas foram relatadas:

Figura 2 - Resposta de um aluno x

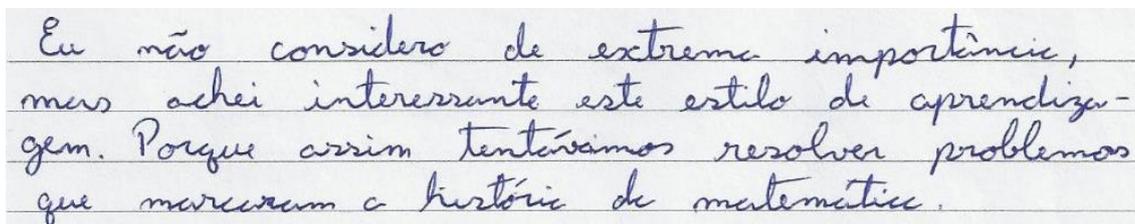


Sim, pois assim obtenho mais conhecimento daquilo que estamos estudando. Apesar de não ter funcionado comigo, pois li o livro da história da trigonometria inteiro e ainda assim tive um baixo rendimento na prova (o que eu não esperava), foi interessante conhecer como surgiu e quem colaborou para que esta existisse nos dias atuais.

Fonte: Artigo “O uso da história da trigonometria no ensino”.

O autor relata que na experiência desse aluno, ele acredita não ter tido uma aprendizagem significativa, pois leu um livro sobre a História da Trigonometria e mesmo assim teve um baixo desempenho na prova. No entanto, ele demonstra interesse e predisposição para aprender, visto que achou interessante entender a origem e os colaboradores da trigonometria. Isso reflete a visão de Baroni, Teixeira e Nobre (2005), expondo que a História da Matemática mostra a matemática como uma construção humana desenvolvida ao longo do tempo, permitindo compreender a origem das ideias, os aspectos humanos de seu desenvolvimento e as circunstâncias em que surgiram. E o fato de o aluno afirmar que desenvolveu conhecimento e mesmo assim foi mal na prova, pode trazer à tona uma reflexão sobre como o instrumento avaliativo não condiz com o aprendizado do aluno.

Figura 3 - Resposta de um aluno y

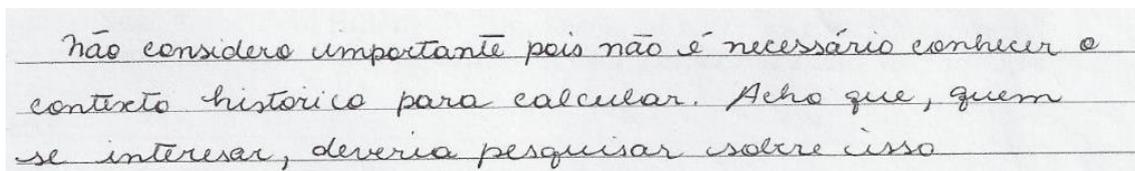


Eu não considero de extrema importância, mas achei interessante este estilo de aprendizagem. Porque assim tentávamos resolver problemas que marcaram a história de matemática.

Fonte: Artigo “O uso da história da trigonometria no ensino”.

A resposta do aluno em questão indica uma certa semelhança com o anterior, no sentido de que ambos acham essa abordagem interessante, indicando uma aproximação em aprender sobre a história da matemática. Entretanto, não considera esse tipo de abordagem tão importante, talvez por não estar familiarizado, ou não conseguir atingir os resultados diretamente eficazes (boas notas), como citou o aluno X. O estudante Y não considera esse estudo essencial, mas acha interessante como a história pode ser relacionada com os eventos que levaram ao desenvolvimento do conhecimento trigonométrico, ajudando-o a resolver problemas semelhantes. A resposta desse aluno mostra que ele tem uma certa disposição para aprender, embora possa precisar de suporte ou de uma metodologia pedagógica variada. Isso sugere que ele está aberto ao aprendizado, isto é, entender a matemática no seu contexto histórico, podendo aumentar a motivação e facilitar a compreensão das condições em que o conhecimento foi produzido.

Figura 4 - Resposta de um aluno Z



Não considero importante pois não é necessário conhecer o contexto histórico para calcular. Acho que, quem se interessar, deveria pesquisar sobre isso.

Fonte: Artigo “O uso da história da trigonometria no ensino”.

Na resposta do aluno, fica claro o que ele compreende como importante na matemática é apenas a resolução de cálculos, afirmando que “não é necessário conhecer o contexto histórico para calcular”. Em resumo, a estratégia de incluir a história no ensino de trigonometria pode melhorar a predisposição dos alunos para aprender e ajudar na retenção do conteúdo, embora haja uma necessidade de equilibrar a resolução de problemas com a compreensão dos conceitos fundamentais.

2.1.2 Ensino da Trigonometria numa abordagem histórica: um produto educacional

O trabalho de autoria de Severino Carlos Gomes, *Ensino da Trigonometria numa abordagem histórica: um produto educacional*, descreve a criação de um caderno de atividades para o ensino de trigonometria, destacando a integração entre a abordagem histórica e o mestrado profissional em matemática. São discutidos aspectos teóricos relevantes para a elaboração do produto educacional, seguidos por uma análise detalhada de sua estrutura, considerações sobre sua aplicação e os principais resultados obtidos.

O artigo combina atividades com argumentos históricos essenciais para entender a trigonometria como parte fundamental da matemática contemporânea. Em sua concepção ele considera a importância da clareza nos textos, a variedade de recursos visuais e a estrutura das atividades para facilitar a compreensão dos professores. Além disso, o caderno contém cinco atividades sequenciais que abordam conceitos geométricos, algébricos e trigonométricos. As atividades priorizam o enfoque geométrico e estão baseadas na geometria euclidiana, destacando sua importância na transição para a trigonometria moderna. Para melhor ilustrar, se faz necessário apresentar um pouco de cada atividade.

A primeira atividade combina o estudo da circunferência com questões históricas e geográficas, abordando conceitos geométricos sobre arcos de circunferência, cordas e polígonos regulares inscritos. O objetivo é entender como o comprimento de uma corda varia de acordo com o arco correspondente.

A segunda atividade explora o cálculo do comprimento das cordas correspondentes a diferentes arcos, incentivando o leitor a resolver desafios relacionados a isso, incluindo o uso de polígonos regulares inscritos. A terceira atividade investiga a transição do uso das cordas gregas para o seno moderno, explorando a história e as implicações desse desenvolvimento. A quarta atividade destaca a necessidade do radiano como unidade de medida angular na trigonometria moderna, relacionando-o ao conceito de grau.

A última atividade explora a uniformização da trigonometria na Idade Moderna, incluindo o estudo da circunferência de raio unitário, a conceituação do seno como ordenada de um ponto e a criação da função seno e seus gráficos. Cada atividade combina texto histórico com questões e discussões que visam promover a compreensão dos conceitos trigonométricos e sua evolução ao longo da história.

O produto foi aplicado em um curso de trinta horas para quinze professores de matemática, com o método de oficina pedagógica, em que os participantes realizavam atividades em grupos. O curso abordou desde a familiarização com instrumentos geométricos até a transposição de conhecimentos geométricos para conceitos algébricos, fundamentais para o ensino de trigonometria.

Diversas dificuldades foram encontradas pelos participantes, como a falta de familiaridade com instrumentos geométricos, conhecimentos geométricos insuficientes e domínio insuficiente de técnicas algébricas. Para que o produto seja utilizado efetivamente em sala de aula, é necessário que os professores tenham domínio desses conhecimentos matemáticos.

O uso de ferramentas educacionais informatizadas, como o software *GeoGebra*, foi sugerido para auxiliar na construção de figuras geométricas e gráficos de funções durante a resolução das atividades. Caso não seja possível usar tais softwares, a construção geométrica com régua e compasso foi recomendada para as atividades iniciais da sequência.

2.2 SOFTWARE

O uso de software na matemática tem se tornado cada vez mais indispensável, especialmente na área da trigonometria, ao permitir a visualização gráfica de funções trigonométricas, facilitando a compreensão de conceitos abstratos. Diversas ferramentas interativas permitem a manipulação de figuras e gráficos em tempo real, que podem auxiliar no entendimento das variações de ângulos e medidas em diversas áreas da matemática, inclusive no ensino. Além disso, o cálculo exato de valores trigonométricos, muitas vezes complexo manualmente, é realizado de forma rápida e precisa. Com essas ferramentas, alunos e professores podem explorar diferentes cenários e hipóteses de maneira dinâmica, promovendo uma aprendizagem mais aprofundada e intuitiva.

Vários softwares são amplamente utilizados para estudar e aplicar trigonometria. Alguns dos mais populares incluem *MATLAB*, usado para uma ampla gama de cálculos

matemáticos, com ferramentas de visualização e um ambiente de programação robusto; *Wolfram Mathematic*, que oferece recursos avançados de cálculo simbólico e numérico, além de capacidades gráficas impressionantes; *Cabri Géomètre II*, que possui como principal vantagem a capacidade de manipular figuras geometricamente de forma dinâmica, pois, ao mover um ponto ou alterar uma dimensão, todas as outras partes da figura se ajustam automaticamente, mantendo suas propriedades geométricas; e *GeoGebra*, uma ferramenta gratuita e amplamente acessível que combina geometria, álgebra e cálculo. Este último é especialmente popular no ensino devido à sua interface amigável e recursos abrangentes.

Entre esses, o *GeoGebra* se destaca como uma das ferramentas mais comuns e acessíveis, especialmente no contexto educacional. Durante navegação na internet, foi constatado que o *GeoGebra* é amplamente utilizado por professores e estudantes devido a sua facilidade de uso e recursos interativos. Ele permite a criação de construções geométricas dinâmicas, a exploração de funções trigonométricas e a visualização de conceitos de maneira intuitiva e envolvente. Além disso, sua disponibilidade gratuita torna-o uma escolha prática para escolas e instituições de ensino ao redor do mundo. Em suma, o uso de software na matemática, como considera Kenski (2009), não só facilita o ensino e o aprendizado, mas também amplia as possibilidades de exploração e aplicação dos conceitos matemáticos e interferem na forma de visualizar o mundo, de pensar e de adquirir conhecimento.

2.2.1 A transição das razões para as funções trigonométricas

Este estudo, produzido por Maria Elisa Esteves Lopes Galvão, Vera Helena Giusti de Souza e Paulo Masanobo Miashiro, foi motivado pelas dificuldades encontradas na compreensão de conceitos como o ciclo trigonométrico e a medida de ângulos em radianos. O objetivo foi investigar como o uso de construções com geometria dinâmica e materiais concretos poderia contribuir para o aprendizado. Baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa, foram escolhidos conceitos-chave relacionados à função seno, aplicando uma intervenção baseada no método *Design Based Research*, em quatro sessões com nove alunos de Licenciatura em Matemática. As atividades consideraram o desenvolvimento histórico da Trigonometria e as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

O artigo em questão usa a teoria de aprendizagem significativa de Ausubel, que consiste, resumidamente, em uma interação entre o novo conceito aprendido com algum conceito presente na estrutura cognitiva do aprendiz.

O trabalho foi dividido em quatro intervenções, nas quais consistiam em explorar as razões trigonométricas usando um material concreto, criado com material EVA e pedaços de madeiras construindo um ciclo trigonométrico. Além disso, foi utilizado o software *Cabri-GéomètreII*, para comparar os gráficos das funções feitas no papel com o digital, e também atividades com questões de funções trigonométricas, para que fossem resolvidas aplicando os materiais. O estudo constatou que a aplicação de uma estratégia de ensino combinando contexto experimental e computacional, com alunos usando o software *Cabri Géomètre II* para construir figuras dinâmicas, contribuiu para a aprendizagem significativa de conceitos trigonométricos, como medidas de ângulos em radianos, construção de tabelas trigonométricas e gráficos de funções periódicas. Esta abordagem, com a avaliação constante das estratégias, permitiu explorar aspectos essenciais para a construção de uma função trigonométrica, atingindo parcialmente os objetivos e respondendo à questão de pesquisa.

A presença irregular dos alunos e suas dificuldades em fundamentos de Matemática da Educação Básica, identificadas em um teste diagnóstico, afetaram os resultados. Dos seis alunos que participaram da última atividade, todos montaram uma tabela correta de valores da função seno, quatro esboçaram um gráfico de função periódica (não correspondente à tabela), e apenas uma dupla fez um esboço correto da função seno.

2.2.2 Sequência didática para o ensino de Trigonometria usando o software Geogebra

Este artigo produzido por Maria Maroni Lopes apresenta um caderno de atividades para o ensino fundamental e médio, fundamentado em uma dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. O estudo analisa as potencialidades e limitações do software *GeoGebra* no ensino de trigonometria, utilizando conceitos da Didática da Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação. O produto educacional começa com uma rápida apresentação do software *GeoGebra*, mostrando sua interface e principais ferramentas para auxiliar os professores a se familiarizarem. Em seguida, oferece uma sequência de seis atividades de trigonometria usando o *GeoGebra*, todas desenvolvidas com uma abordagem investigativa inspirada nas ideias de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005).

As seis atividades foram aplicadas a alunos do segundo ano do ensino médio, e divididas em dois blocos, no qual o primeiro bloco os alunos foram apresentados ao software *GeoGebra*,

e em seguida, fizeram atividades sobre conteúdos de geometria para identificação das suas dificuldades. As atividades do segundo bloco foram em relação à trigonometria e funções trigonométricas. Essas atividades consistiram em construções de figuras geométricas, como circunferências e triângulos com características específicas.

Os resultados da pesquisa indicam que o software *GeoGebra* possui potencialidades significativas no ensino e aprendizagem da trigonometria, destacando-se a construção, dinamismo, investigação, visualização e argumentação. No entanto, foram identificadas limitações estruturais, como a disponibilidade limitada de computadores e a falta de familiaridade dos professores com o sistema operacional das escolas.

2.2.3 Ludicidade no ensino da matemática com a utilização do software Geogebra

A obra *Ludicidade no ensino da matemática com a utilização do software Geogebra*, de autoria de Cleia Alves Nogueira e Maria Dalvirene Braga, aborda o uso da ludicidade no ensino da trigonometria, explorando a resolução de problemas com o auxílio do software *Geogebra*. A pesquisa, de abordagem qualitativa e participativa, foi realizada com 36 alunos do ensino médio em uma escola pública de Brasília. O objetivo principal foi incentivar uma mudança de atitude dos alunos em relação ao aprendizado de matemática, despertando o interesse por métodos diversificados de resolução de problemas. A pesquisa foi conduzida por meio de entrevistas, observações, diários de campo e análise das produções dos alunos.

A pesquisa foi conduzida em duas etapas: inicialmente, foi realizado um estudo bibliográfico para compreender os conceitos e tendências relevantes. Na segunda etapa, a pesquisa de campo foi desenvolvida com uma abordagem qualitativa, que visa entender o fenômeno social em questão, considerando a interação dos indivíduos com a cultura em que estão inseridos.

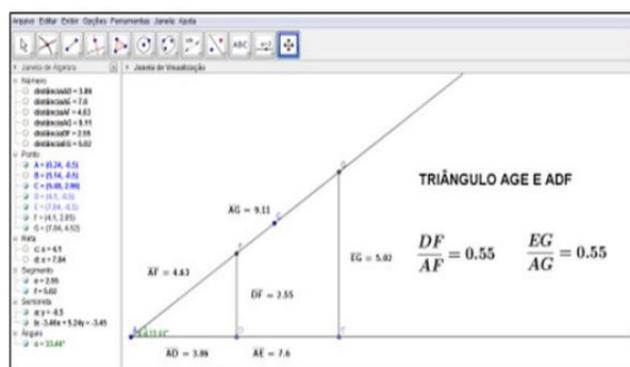
Para a coleta de dados, foram utilizados os seguintes instrumentos: observação participante, registro de campo, entrevista semiestruturada e análise das produções dos alunos (protocolos). A escolha dessa abordagem qualitativa permitiu uma compreensão mais profunda das experiências e percepções dos alunos em relação ao processo de aprendizagem da matemática.

Primeiramente, os alunos foram apresentados às principais ferramentas e comandos do *Geogebra* para que se familiarizassem com o programa. A atividade, realizada em dois horários de 50 minutos (um de matemática e outro cedido pela professora de inglês), contou com a

participação dos alunos, da professora pesquisadora e da professora responsável pelo laboratório.

Os alunos trabalharam inicialmente em duplas e, depois, em grupos de quatro. Cada grupo recebeu uma apostila com informações sobre o *Geogebra* e a proposta de atividade. A atividade foi desenvolvida em três etapas: No primeiro momento, os alunos construíram dois triângulos e demonstraram a razão seno. Cada grupo foi dividido em duplas, com cada dupla utilizando um computador. A professora colaboradora explicou o uso do *Geogebra* e os comandos necessários, enquanto os alunos, com o auxílio do software, realizaram a construção do triângulo e interpretaram os dados gerados, focando na razão seno. Essa abordagem proporcionou uma forma interativa de aprendizado, integrando tecnologia e colaboração entre os alunos.

Figura 5 – Alunos fazendo construções no *GeoGebra*



Fonte: Artigo “Ludicidade no ensino da matemática com a utilização do software Geogebra”.

No segundo momento da atividade, foi introduzida a linguagem *LaTeX*, que permitiu aos alunos visualizar a razão seno de forma dinâmica, facilitando a demonstração dos dois triângulos. O *LaTeX* é uma linguagem de processamento de documentos que produz saídas com alta qualidade tipográfica, sendo amplamente utilizada para trabalhos científicos em ciências exatas, mas também aplicável em outros tipos de publicações, como teses e livros. Durante essa fase, os alunos foram instruídos a registrar suas conclusões e realizar uma avaliação da experiência vivida nas duas horas de atividade.

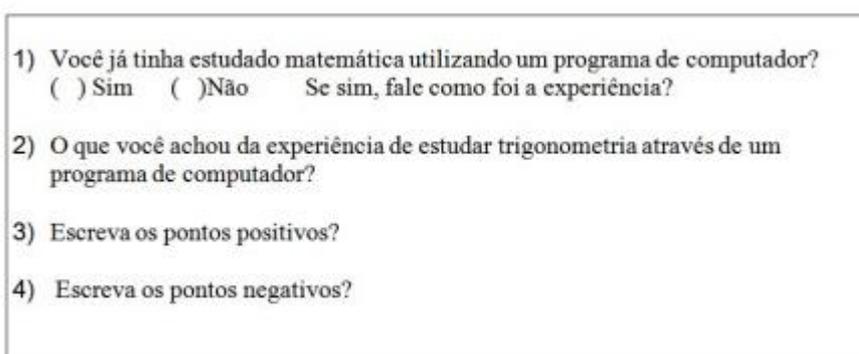
No terceiro momento, os grupos foram desafiados a demonstrar as razões cosseno e tangente. O objetivo era que, no próximo encontro, os alunos compartilhassem o que haviam aprendido e discutissem as soluções encontradas para as demonstrações propostas.

A continuidade se deu no dia seguinte, com o auxílio da professora Cleia, especialista no programa *Geogebra* e no laboratório de informática. Foram utilizadas duas aulas: uma de matemática e outra cedida pela professora de português. A aula começou com uma conversa sobre a tarefa de casa, onde a maioria dos alunos relatou não tê-la feito por falta de tempo ou acesso à internet, enquanto outros tiveram dificuldades com o uso das ferramentas. Alguns conseguiram concluir a tarefa e relataram suas experiências.

Na sequência, os alunos foram orientados a continuar o trabalho com a apostila recebida na aula anterior, aplicando os conhecimentos sobre a razão seno em uma nova tarefa. A tarefa foi proposta como um desafio, mas inicialmente os alunos não conseguiram avançar, pois esqueceram as ferramentas ensinadas previamente. Depois de alguns minutos de dificuldades, começaram a surgir soluções. Muitos alunos se organizaram para construir um triângulo retângulo, traçar linhas e medir ângulos e segmentos. Houve uma troca intensa de ideias, com alguns estudantes fazendo perguntas como "Posso fazer uma regra de três?" e "Meu computador travou." Alguns alunos chegaram à solução com a ajuda da professora, evidenciando o processo de aprendizagem colaborativa e prática.

Por fim, a atividade foi finalizada com um questionário no google drive.

Figura 6 – Questionário para os alunos



1) Você já tinha estudado matemática utilizando um programa de computador?
() Sim () Não Se sim, fale como foi a experiência?

2) O que você achou da experiência de estudar trigonometria através de um programa de computador?

3) Escreva os pontos positivos?

4) Escreva os pontos negativos?

Fonte: Artigo "Ludicidade no ensino da matemática com a utilização do software Geogebra".

A análise das estratégias de resolução dos alunos revelou algumas dificuldades comuns, como a utilização de registros convencionais e a falta de domínio de conceitos básicos de matemática, como equações e grandezas. Embora os alunos tivessem dificuldades com alguns conceitos fundamentais para resolver problemas de trigonometria, eles se empenharam na busca por soluções, utilizando diferentes formas de registro, como desenho, linguagem oral e escrita.

Isso refletiu um esforço para expressar seu pensamento e seus conhecimentos de forma mais completa.

Observou-se que os alunos enfrentaram desafios na conceituação de trigonometria e na interpretação de situações-problema, o que destacou a importância da comunicação no processo de aprendizagem. O diálogo com os colegas e com a professora ajudou a esclarecer dúvidas e contribuiu significativamente para o processo de ensino e aprendizagem. O trabalho em grupo foi crucial, pois facilitou o aprendizado e incentivou os alunos a se tornarem mais ativos na construção do conhecimento, saindo da postura passiva.

Além disso, a aplicação de atividades lúdicas e resolução de problemas tornou a experiência de aprendizagem mais envolvente e prazerosa, como confirmado pelos depoimentos dos alunos após a atividade. Muitos expressaram um maior entendimento e prazer ao participar das aulas práticas, destacando a importância da interação e criatividade no aprendizado da matemática. No entanto, também houve resistência por parte de alguns alunos, que acharam a metodologia desnecessária ou difícil, o que indica que a implementação de atividades lúdicas e resolução de problemas, embora eficaz para muitos, não é uma solução única para os desafios do ensino da matemática.

A pesquisa demonstrou que a abordagem lúdica pode ser aplicada nos três momentos de uma sequência didática: introdução, desenvolvimento e aplicação. Para que a resolução de problemas seja eficaz, é necessário que os alunos tenham a oportunidade de aprender dessa forma, o que requer uma mudança nos paradigmas do ensino de matemática, especialmente por parte dos professores. O objetivo deve ser despertar nos alunos o potencial matemático que já possuem, proporcionando uma aprendizagem mais significativa e dinâmica.

2.3 ATIVIDADES PRÁTICAS

A Matemática é uma disciplina que, para muitos alunos, pode parecer abstrata e distante da realidade cotidiana. A trigonometria, em particular, é frequentemente percebida como uma coleção de fórmulas e teoremas sem aplicação prática visível. No entanto, a integração de atividades práticas, dentro e fora da sala de aula, pode transformar a percepção e a compreensão dos alunos, proporcionando uma conexão mais forte entre a teoria e o cotidiano.

Uma das principais vantagens das atividades práticas é a possibilidade de demonstrar como a trigonometria é aplicada em diversos contextos do dia a dia. Por exemplo, ao levar os

alunos a um parque ou a uma área urbana, pode-se pedir que calculem a altura de árvores, prédios ou outros objetos altos utilizando o teorema de Pitágoras e funções trigonométricas. Isso não só solidifica a compreensão dos conceitos, mas também mostra sua relevância prática, tornando o aprendizado mais significativo.

Atividades práticas fora da sala de aula desafiam os alunos a aplicarem seus conhecimentos de maneira criativa e adaptativa. Ao enfrentar problemas do mundo real, como a determinação de ângulos e distâncias em terrenos irregulares, os alunos são incentivados a pensar criticamente e a desenvolver habilidades de resolução de problemas, que segundo Paschoal (2018), é uma forma de a matemática fazer sentido para o indivíduo.

2.3.1 Lendo e escrevendo o mundo com matemática: estudando trigonometria com alunos do 9º ano do ensino fundamental

O artigo explora como o ensino de Matemática pode contribuir para a justiça social, usando o conceito de leitura e escrita do mundo com a Matemática. O estudo focou na aplicação de conceitos de trigonometria em situações relacionadas à acessibilidade para pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida. Os participantes foram alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular em São Paulo. Os resultados, obtidos por meio de diários dos alunos, questionários reflexivos e registros do autor, mostraram que o ensino de Matemática, de acordo com o método aplicado, pode melhorar o desempenho acadêmico, mudar percepções sobre a disciplina e promover ação social entre os participantes. O artigo é baseado, principalmente, nas obras de Gutstein (2003, 2006, 2009, 2012) e Skovsmose (2007, 2013, 2014) que abordam a Educação matemática crítica, e sua aplicação aconteceu na divisão de 6 encontros.

No primeiro encontro, foi exposto o projeto e discutido o contexto da situação a ser estudada, despertando a curiosidade dos alunos sobre o potencial da Matemática em resolver problemas complexos da vida real. Surgiram também inseguranças e medos em relação ao projeto. No segundo encontro, foram feitas as medições e cálculos para compreender a situação da rampa de acesso à sala de aula. Os alunos aplicaram conceitos matemáticos para determinar a inclinação da rampa, revelando surpresa com os resultados.

No terceiro encontro, os alunos enfrentaram dificuldades na ausência do professor e tentaram determinar a inclinação do chão, mas se sentiram perdidos e desanimados. No quarto encontro, munidos de conhecimento sobre o uso do fio de prumo, os alunos conseguiram

determinar a inclinação do chão. Foi improvisado um fio de prumo e os cálculos foram realizados com sucesso.

Nos quinto e sexto encontros, os alunos elaboraram o desenho da adequação da rampa em escala e escreveram uma carta à diretora da escola, demonstrando autonomia e competência na resolução do problema. Os resultados indicaram que a atividade foi eficaz em atingir os objetivos pedagógicos da justiça social e da Matemática, apesar das limitações, como o número reduzido de participantes, o tempo limitado e a falta de envolvimento de alguns alunos. No entanto, a experiência foi enriquecedora tanto para os alunos quanto para o professor, proporcionando uma mudança na percepção da Matemática e estimulando o interesse dos alunos em atuar sobre problemas socialmente relevantes.

2.3.2 O ensino das razões trigonométricas por meio do teodolito caseiro

Esta pesquisa explorou os conceitos e aplicações das razões trigonométricas no contexto do teodolito caseiro, um instrumento utilizado para medir ângulos em aplicações topográficas e geodésicas. Realizada no campus Macapá do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá, foi aplicada a turma do 2º ano do ensino médio, matriculada no curso técnico integrado em Edificações. A metodologia incluiu a explicação das definições do seno, cosseno e tangente, em termos dos lados de um triângulo retângulo e seus ângulos internos, bem como diversas aplicações práticas dessas razões, como cálculo de inclinação de terrenos, medição de distâncias entre pontos e determinação de azimutes. Destacou-se a importância do entendimento desses conceitos e suas aplicações para o uso correto do teodolito caseiro, visando resultados precisos em medições e cálculos topográficos. O objetivo principal foi verificar a validade do conhecimento das razões trigonométricas para o embasamento teórico e sua aplicação prática em diversas áreas.

O Artigo traz pensamentos de Sadovsky (2007) e Alves e Oliveira (2016) para abordar o baixo desempenho dos alunos em Matemática, e também explicar o uso de estratégias diferentes para engajar os alunos nas aulas de matemática, justificando o problema de pesquisa.

No desenvolvimento da pesquisa, foram construídos teodolitos caseiros, com o objetivo de medir ângulos nos ambientes da sala de aula, para que posteriormente analisassem os resultados e discutissem as limitações e possibilidades do uso de teodolitos caseiros, assim como a sua precisão. A utilização do teodolito caseiro revelou-se eficaz para promover a aprendizagem das razões trigonométricas, contribuindo para o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos e despertando o interesse pela disciplina. Os resultados indicam a

viabilidade e relevância desse recurso como estratégia pedagógica, recomendando-se sua continuidade e ampliação no ensino das razões trigonométricas.

Conclui-se que este estudo contribui significativamente para o aprimoramento das práticas de ensino em Matemática, ao propor uma abordagem inovadora e motivadora para o ensino das razões trigonométricas, podendo servir de inspiração para educadores interessados em promover uma educação matemática mais dinâmica e significativa.

2.3.3 Trigonometria na prática, inovando o modo de ser professor

O estudo sobre Estratégias Ativas de Aprendizagem na Trigonometria visa inovar o ensino desta disciplina, reconfigurando o papel do professor. Os objetivos incluem explorar novos métodos de ensino/aprendizagem, aplicar teorias trigonométricas na prática com professores da Educação Básica e desenvolver ferramentas que facilitam a compreensão dos conceitos matemáticos. Fundamentado em autores como Chevallard, Larrosa e Launay, o estudo utilizou ferramentas como um transferidor de raio, construções práticas para o Teorema de Pitágoras, e aparelhos de topografia para exercícios de seno, cosseno e tangente.

Para o desenvolvimento das atividades, foram confeccionados alguns materiais, como um compasso de madeira e pregos, que elabora círculos com um metro de raio. A construção de um esquadro de madeira para fazer quinas de parede, com angulação de noventa graus. E também um aparelho de topografia, usando um esquadro, um pedaço de madeira e laser. Os envolvidos nas atividades produziram e utilizaram os materiais, observando com clareza as suas funcionalidades.

Figura 7 - Demarcando o terreno com as técnicas trigonométricas dos egípcios



Fonte: I Jornada nacional de inovação em educação, v.1, 201

Figura 8 - Parede feita com tijolos alinhados com o esquadro grande



Fonte: I Jornada nacional de inovação em educação, v.1, 2019

Figura 9 - Aparelho de topografia a partir de materiais reaproveitados para a prática dos senos, cossenos e tangentes dos ângulos



Fonte: I Jornada nacional de inovação em educação, v.1, 2019

Os autores destacam a diferença entre trabalhar fora da sala de aula com atividades práticas e lúdicas, e também deixam uma reflexão sobre o papel do professor, juntamente aos resultados positivos na aplicação da prática envolvendo conteúdos de trigonometria.

2.4 ATIVIDADES LÚDICAS

Atividades lúdicas em sala de aula promovem a aprendizagem colaborativa e o trabalho em equipe. Jogos e desafios frequentemente exigem que os alunos trabalhem juntos, discutam estratégias e compartilhem conhecimentos. Essa colaboração não só fortalece a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também desenvolve habilidades sociais importantes, como a comunicação, a cooperação e a empatia. A aprendizagem colaborativa cria um ambiente de sala de aula mais inclusivo e solidário, onde todos os alunos se sentem valorizados e apoiados.

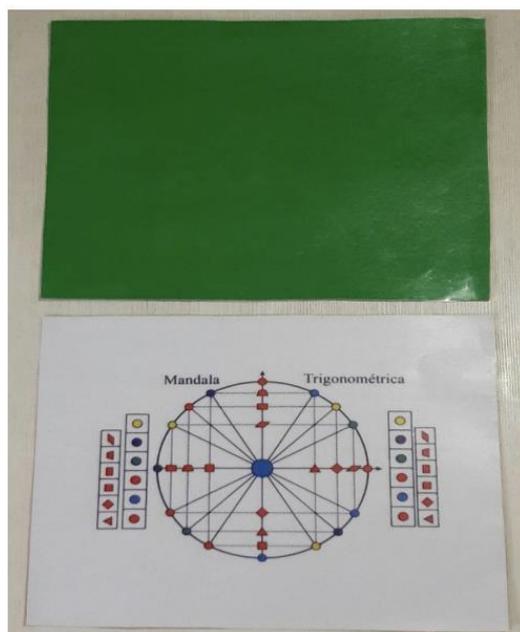
Há uma gama de atividades interessantes para aplicação em sala de aula de forma lúdica. Os jogos, por exemplo, são um exemplo disso e trazem consigo uma ótima aprovação dos alunos. Segundo Piaget (1945), o jogo é uma atividade fundamental para o desenvolvimento das habilidades cognitivas, permitindo que as crianças experimentem e descubram conceitos de maneira intuitiva e prática.

2.4.1 Trigonometria no ensino médio: jogo como recurso didático

Este trabalho de Caroline Vanessa Wendland aborda aspectos históricos, pedagógicos e de aprendizagem da trigonometria, destacando sua presença no currículo do ensino médio e as dificuldades enfrentadas pelos alunos. Para melhorar a compreensão de conceitos como arcos, ângulos, seno, cosseno e tangente, foi proposta uma intervenção pedagógica utilizando uma metodologia ativa de aprendizagem através de um jogo chamado *Mandala Trigonométrica*. Este jogo educativo visa estimular o raciocínio e a compreensão matemática dos alunos. A atividade foi aplicada a uma turma do segundo ano do ensino médio em uma escola pública em Joinville, Santa Catarina.

O jogo *Mandala Trigonométrica* visa ajudar os alunos a identificar arcos e valores de seno e cosseno através de movimentações na circunferência trigonométrica ou seus eixos cartesianos, com o ponto central $(0,0)$ e pontos de interseção nos eixos $(1,0)$, $(-1,0)$, $(0,1)$ e $(0,-1)$.

Figura 10 - Jogo Mandala Trigonométrica (frente e verso).



Fonte: Artigo “Trigonometria no Ensino médio: jogo como recurso didático”

Joga-se em duplas, começando do ponto $(1,0)$ e movendo-se no sentido anti-horário. Ao lançar o dado, contam-se os círculos coloridos na circunferência e o peão é movido ao novo ponto, onde a dupla deve identificar o arco notável e seus valores de seno e cosseno, aceitos pela dupla adversária para marcar a cor correspondente. Na segunda fase, movem-se pelos eixos de senos e cossenos, lançando novamente o dado e informando os valores correspondentes, até que uma das duplas preencha totalmente sua coluna de ícones. O jogo inclui regras adicionais como a troca de eixo ao passar pelo ponto $(0,0)$ e a perda de vez se o peão parar em um ícone já preenchido.

Figura 11 - Aplicação do jogo em sala de aula.



Fonte: Artigo “Trigonometria no Ensino médio: jogo como recurso didático”

Após a aplicação do jogo Mandala Trigonométrica, os alunos realizaram uma prova de recuperação no dia 6 de novembro, que teve o mesmo peso e dificuldade da anterior. As notas melhoraram significativamente, com uma média geral de 6,4, o que é satisfatório, já que a média anual necessária para aprovação é 6. Os alunos ainda enfrentaram dificuldades com simplificações, mas mostraram habilidade em determinar reduções ao primeiro quadrante. A frequência de erros relacionados aos sinais de seno e cosseno diminuiu, refletindo também no cálculo da tangente. Muitos alunos relataram que não precisavam mais decorar as fórmulas de redução, preferindo desenhar seus próprios ciclos trigonométricos, indicando um desenvolvimento lógico-matemático e a eficácia de abordagens diferenciadas. Inicialmente, houve resistência por parte dos alunos em participar do jogo, mas todos acabaram se engajando ativamente, o que resultou em uma fixação real dos conceitos de forma motivadora.

2.4.2 Do experimento à experimentação: metodologia ativa no ensino de trigonometria

O estudo produzido por Guilherme de Lima Menezes, busca tornar o ensino de matemática mais interessante e eficaz, utilizando atividades práticas e experiências do cotidiano dos alunos. A ideia central é envolver os estudantes de forma ativa no processo de aprendizagem, integrando teoria e prática por meio de experimentos e discussões. A pesquisa foi realizada com uma turma do 9º ano do ensino fundamental, onde os alunos participaram de atividades em diferentes etapas, como introdução de conceitos, experimentação em laboratório e no mundo real, e análise de resultados. O estudo conclui que esse tipo de abordagem, que mistura teoria e prática, pode melhorar significativamente o aprendizado dos alunos, tornando a matemática mais acessível e envolvente.

O trabalho aborda tópicos como razões trigonométricas no triângulo retângulo, coleta e organização de dados, estatística básica e o conceito de média. Para isso, foram utilizados celulares com o aplicativo Geocam Free2 e trenas. Foi dividido em 5 etapas principais. Na **Etapa 1**, os alunos foram introduzidos aos conceitos de trigonometria, como o teorema de Pitágoras, seno, cosseno e tangente, com exercícios práticos para aplicar esses conceitos em triângulos retângulos. Na **Etapa 2**, os alunos participaram de uma experimentação laboratorial. Eles foram divididos em grupos, com cada grupo tendo pelo menos um aluno com celular e outro com trena. Os alunos utilizaram os celulares para medir ângulos em diferentes objetos da sala (como portas e janelas), aplicando o aplicativo para determinar os ângulos e praticar a coleta de dados. Nas etapas 3 e 4, os alunos fizeram, com duração de 3 aulas, um passeio ao

redor da escola para coletar dados sobre ângulos e distâncias, como alturas de prédios, para que pudessem fazer análise desses dados. Os dados foram analisados em sala de aula por meio de uma tabela na qual constava as médias das alturas dos prédios, das angulações de algumas estruturas, etc.

Figura 12 – Quadro feito pelos alunos com alturas dos objetos

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Altura medida	Média
Porta	2,07 m	2,15 m	2,10 m	2,12 m	2,11 m
Quadro	2,05 m	2,00 m	1,97 m	2,03 m	2,01 m
Mural	2,17 m	2,11 m	2,03 m	2,12 m	2,10 m
Janela	2,73 m	2,62 m	2,60 m	2,68 m	2,65 m

Fonte: Autores.

Fonte: Artigo “Do experimento à experimentação: metodologia ativa no ensino de trigonometria”

Por fim, na etapa 5, responderam um questionário com perguntas de trigonometria, para que eles respondessem quando é possível usar a lei dos senos, a dos cossenos, e quais dados são preciso para tal.

O trabalho conclui que é possível ensinar matemática de maneira eficaz por meio de atividades práticas e experiências lúdicas nos anos finais do ensino fundamental. Os resultados indicam que esse tipo de abordagem não só melhora o aprendizado dos alunos, mas também cria um ambiente mais interativo e estimulante, afastando-se do método tradicional de apenas copiar, ouvir explicações e resolver exercícios abstratos. Os alunos demonstraram maior interesse e compreensão ao verem como os conceitos se aplicam à realidade.

Além disso, os alunos mostraram capacidade de autoavaliação e autoconhecimento, sugerindo a necessidade de repensar métodos tradicionais de avaliação, como provas e testes. O professor, portanto, deve buscar alternativas que permitam aos alunos mostrar o que aprenderam de maneiras mais dinâmicas. A matemática, segundo os autores Fiorentini e Lorenzato (2012), deve ser usada para promover a formação intelectual dos alunos, não apenas para ensiná-los a resolver cálculos, mas também para torná-la uma ciência de experimentação e descoberta. Para isso, é fundamental que as atividades sejam bem planejadas e estruturadas, garantindo uma aprendizagem mais envolvente e significativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Trabalho em questão teve como prioridade entender os motivos que permeiam as dificuldades no ensino-aprendizado da Trigonometria, para que posteriormente fosse possível encontrar soluções para minimizá-los. Ademais, analisar essas dificuldades revela a complexidade desse tema e sua importância tanto na formação básica quanto no desenvolvimento acadêmico dos alunos. E é notório que as causas dessas dificuldades enfrentadas pelos estudantes são multifacetadas, abrangendo desde a abstração da matéria até a formação inadequada dos professores, que muitas vezes não se sentem preparados para adotar metodologias inovadoras, estas que foram propostas como parte da solução dessa problemática.

As estratégias propostas, que incluem o uso de softwares, recursos lúdicos, atividades práticas e a história da matemática, são essenciais para engajar os alunos e facilitar a compreensão dos conceitos trigonométricos. Ao diversificar as abordagens pedagógicas, é possível despertar o interesse dos estudantes e ajudá-los a visualizar as aplicações da trigonometria em situações reais, promovendo um aprendizado mais efetivo.

REFERÊNCIAS

DIONÍZIO, F. Q; BRANDT, C. F. **Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Médio em Trigonometria.** Curitiba, 2011.

FEIJÓ, R. S. A. A. **Dificuldades e obstáculos no aprendizado de Trigonometria: um estudo com alunos do Ensino Médio do Distrito Federal.** Brasília, 2018.

FI, C. D. **Preservice secondary school mathematics teachers' knowledge of trigonometry: subject matter content knowledge, pedagogical content knowledge and envisioned pedagogy.** University of Iowa, 2003.

OLIVEIRA, F. C. **Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades.** Rio Grande do Norte, 2006.

PASCHOAL, G. S. **O ensino de trigonometria no ensino médio: uma abordagem com a resolução de problemas.** Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria. Rio Grande do Sul, 2018.

PEDROSO, L. W. **Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software GeoGebra.** Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Rio Grande do Sul, 2012.

SANTOS, M. B, et al. **Ensinando e Aprendendo Trigonometria no Ensino Médio.** Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.

NOGUEIRA, C. A; BRAGA, M, D. **Ludicidade no ensino da matemática com a utilização do software Geogebra.** Brasília, 2017.

MENEZES, G. L; NUNES, D. G; ROCHA, J. M; BUGS, C. A. **Do experimento à experimentação: metodologia ativa no ensino de trigonometria.** Santa Maria, 2020.