



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA (PPGECIM)**

EWELLYN AMÂNCIO ARAÚJO BARBOSA

**A ARGUMENTAÇÃO NAS AULAS SOBRE PROBABILIDADE DO 5º
ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DE
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA**

**Maceió - AL
2023**

EWELLYN AMÂNCIO ARAÚJO BARBOSA

**A ARGUMENTAÇÃO NAS AULAS SOBRE PROBABILIDADE DO 5º
ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DE
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Concentração “Saberes e Práticas Docentes”, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Orientadora: Profa. Dra Cláudia de Oliveira Lozada

**Maceió - AL
2023**

FOLHA DE CATALOGAÇÃO DA BIBLIOTECA

Catálogo na Fonte Universidade Federal de Alagoas Biblioteca Central Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

B238a Barbosa, Ewellyn Amâncio Araújo.

A argumentação nas aulas sobre probabilidade do 5º ano do ensino fundamental : uma proposta de investigação matemática / Ewellyn Amâncio Araújo Barbosa. – 2023.

421 f. : il. color. + material adicional (113 f.)

Orientadora: Claudia de Oliveira Lozada.

Dissertação (Mestrado em ensino de ciências e da matemática) –
Universidade Federal de Alagoas. Centro de Educação. Maceió, 2023.

Produto educacional: Sequência didática: Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental e a Argumentação Matemática.

Bibliografia: f. 329-339.

Apêndices: f. 340-401.

Anexos: f. 402-421.

1. Argumentação. 2. Probabilidade - Estudo e ensino. 3. Padrões discursivos.
4. Investigação matemática. 5. Ensino fundamental - 1ª a 4ª. I. Título.

CDU: 372.851.92

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por ter me ajudado em todos os momentos, sendo meu alicerce e me abençoando com sabedoria e infinita bondade durante todo este período.

Aos meus pais, por terem me ensinado valores e princípios que guardarei por toda vida. Mainha, para sempre guardarei sua dedicação e amor entrega por mim e minhas irmãs. Painho, sempre guardarei seus ensinamentos e cuidado para comigo.

Agradeço a minha vólus, por transbordar tanto amor e zelo para que eu pudesse estudar ao longo desses anos.

A toda minha família, por estarem comigo sempre que precisei, às minhas irmãs Mili e Bequinha, Wesley, Jane, Titia, Glorinha, Jailton, RJ. Gratidão a todos!

Ao meu avô Agapito, que não está mais nessa vida terrena, mas que estaria feliz por essa conquista e fazendo mil perguntas, como sempre gostou. Te amarei eternamente, meu avô.

Aos meus amigos que sempre estiveram presentes, acreditando em mim e me trazendo alegria nos momentos mais difíceis. Em especial, gostaria de agradecer a Hadassa e Magão, vocês fazem parte da minha vida e eu amo vocês.

Agradeço as "migles" que sempre me deram apoio e me encorajaram a prosseguir com mais calma. Aos meus amigos que o trabalho me proporcionou, por todas as gargalhadas e leveza que me trouxeram em diversos momentos.

Quero agradecer aos meus companheiros de mestrado. Ao Sidney, por ser meu amigo desde a graduação, compartilhando alegrias e superações ao longo desse caminho. Ao Felipe, por sempre se manter presente, mesmo de longe. A Jaciara, pela parceria ao longo desse percurso.

À minha orientadora Prof^a Dr^a Claudia de Oliveira Lozada, que não mede esforços para fazer com qualidade o ensino, a pesquisa e a extensão. Obrigada por todos os ensinamentos e conselhos que em muitos momentos se tornaram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho. Gratidão!

À banca examinadora que se dispôs a trazer contribuições nesse momento ímpar e que auxiliarão para o crescimento e melhoria dessa dissertação. Gratidão aos professores Elton Casado Fireman (UFAL- Universidade Federal de Alagoas) e Márcio Pironel (IFSP) por fazerem parte desta etapa importante de minha vida.

Agradeço ao Professor Karl W. Kosko, docente associado de Educação Matemática na Kent State University, que disponibilizou seus artigos acerca do processo argumentativo em Matemática, contribuindo significativamente para a construção desta dissertação.

Ao meu esposo, Fernando Marinho, que sempre me apoiou e acreditou em mim, me incentivando e compartilhando respeito, amor e carinho em nosso relacionamento. Eu te amo e sou grata a Deus por sua vida!

Por fim, obrigada a todos que participaram diretamente ou indiretamente para a realização desse trabalho!

"A vida se faz com essas horas, pequenas maravilhas na voz do coração, mundos se vão, mas essas horas, breves horas, ficarão".

RESUMO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) considera a argumentação essencial no processo de aprendizagem, colocando-a como uma das competências gerais a ser desenvolvida ao longo da Educação Básica. Nesse sentido, a presente pesquisa tem como objetivo analisar quais as contribuições que o processo argumentativo nas aulas de Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental poderá trazer para o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Para tanto, realizamos uma pesquisa qualitativa caracterizada por uma intervenção, na qual foi elaborada uma trilha de aprendizagem com tarefas e jogos, numa perspectiva de investigação matemática (PONTE, 2003), envolvendo conceitos de probabilidade, sendo aplicada para a turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada de Maceió (AL). Fundamentando-se nos padrões discursivos I-R-F (Iniciação-Resposta-Feedback) e I-R-A (Iniciação-Resposta-Avaliação) e nos modelos de argumentação propostos por Toulmin (1958) e Kosko (2018), pudemos analisar as interações discursivas dos alunos durante a realização das tarefas. Os resultados demonstraram que o grupo pesquisado não possui o hábito de argumentar nas aulas de Matemática, visto que o ensino é centrado na resolução de exercícios e problemas com a finalidade de obter uma resposta numérica sem discuti-la, o que priva os alunos da possibilidade de argumentação e exposição do pensamento probabilístico, seja de modo oral ou escrito. Porém, foi constatado que ao utilizar as estratégias de investigação matemática para a aprendizagem dos conceitos de probabilidade, com questionamentos que possibilitam a argumentação e a quebra da tríade: Iniciação-Resposta-Feedback e Iniciação-Resposta-Avaliação, os alunos conseguiram fundamentar e organizar ideias que outrora não eram capazes de expor. Ademais, o grupo pesquisado apresentou resistência para o desenvolvimento da argumentação escrita, certamente decorrente da ausência da produção de textos nas aulas de Matemática, bem como da preponderância dada pelas mídias sociais aos aspectos visuais e orais, nos quais, frases curtas com palavras abreviadas tornam o vocabulário dos alunos mais reduzido, o que não permite a construção de conjecturas e estruturas de justificação mais robustas. Por fim, também identificamos padrões discursivos que fogem da interação triádica, proporcionando que sejam desencadeadas argumentações mais consistentes, que vão além da pura opinião, mas que são pautadas na criticidade, defesa, refutação, hipóteses e garantia do que está sendo dito ou escrito, sendo que ficou demonstrado que o grupo pesquisado conseguiu evoluir em relação ao domínio dos conceitos de probabilidade, concluindo-se que a trilha de aprendizagem contribuiu significativamente nesse processo, recomendando-se que os professores estimulem as interações discursivas durante as aulas de Matemática para que a argumentação passe a integrar o processo ensino-aprendizagem.

Palavras-Chave: Argumentação; Ensino de Probabilidade; Padrões Discursivos; Investigação Matemática; Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The National Common Curricular Base (BNCC) considers argumentation essential in the learning process, placing it as one of the general skills to be developed throughout Basic Education. In this sense, this research aims to analyze what contributions the argumentative process in Probability classes in the 5th grade of Elementary School can bring to the development of probabilistic thinking. To this end, we conducted a qualitative research characterized by an intervention, in which a learning path with tasks and games was developed, from a perspective of mathematical investigation (PONTE, 2003), involving concepts of probability, and was applied to the 5th grade class of Elementary School in a private school in Maceió (AL). Based on the I-R-F (Initiation-Response-Feedback) and I-R-A (Initiation-Response-Evaluation) discursive patterns and the argumentation models proposed by Toulmin (1958) and Kosko (2018), we were able to analyze the students' discursive interactions while performing the tasks. The results showed that the group studied does not have the habit of arguing in Mathematics classes, since teaching is centered on solving exercises and problems with the purpose of obtaining a numerical answer without discussing it, which deprives students of the possibility of argumentation and exposition of probabilistic thinking, whether orally or in writing. However, it was found that by using mathematical research strategies to learn the concepts of probability, with questions that enable argumentation and the breaking of the triad: Initiation-Response-Feedback and Initiation-Response-Evaluation, students were able to substantiate and organize ideas that they were previously unable to express. Furthermore, the group studied showed resistance to developing written arguments, certainly due to the lack of text production in Mathematics classes, as well as the predominance given by social media to visual and oral aspects, in which short sentences with abbreviated words reduce students' vocabulary, which does not allow for the construction of conjectures and more robust justification structures. Finally, we also identified discursive patterns that deviate from triadic interaction, allowing more consistent arguments to be triggered, which go beyond pure opinion, but are based on criticality, defense, refutation, hypotheses and guarantee of what is being said or written, and it was demonstrated that the group studied managed to evolve in relation to the mastery of probability concepts, concluding that the learning path contributed significantly to this process, recommending that teachers encourage discursive interactions during Mathematics classes so that argumentation becomes part of the teaching-learning process.

Keywords: Argumentation; Teaching Probability; Discourse Patterns; Mathematical Investigation; Early Years of Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Modelo de Pensamento Probabilístico proposto por Hokor (2023)	38
Figura 2: Elementos de conhecimento de letramento probabilístico	44
Figura 3: Dados antigos utilizados em jogos de azar	47
Figura 4: Coleção dos livros de Matemática analisados	56
Figura 5: Exemplo de atividade para a escrita argumentativa	97
Figura 6: Estrutura da argumentação proposta por Toulmin I	102
Figura 7: Estrutura da argumentação proposta por Toulmin II	104
Figura 8: Estrutura da argumentação proposta por Toulmin III	105
Figura 9: Exemplificando um questionamento	110
Figura 10: Versão traduzida do diagrama proposto por Kosko	112
Figura 11: Esquema da autonomia, tempo e discussão	113
Figura 12: Estrutura da argumentação	123
Figura 13: Aluno 1 e o pôster com a resolução	135
Figura 14: Aluno 2 e o pôster com a resolução	135
Figura 15: Trilha de aprendizagem	146
Figura 16: The Vile Vendor	151
Figura 17: Folha para escrever a explicação do jogo de modo argumentativo	153
Figura 18: Materiais e exemplo prático	155
Figura 19: Cenários desenvolvidos	157
Figura 20: Moldes dos elementos adesivos	158
Figura 21: Quadros com alguns dos elementos	158
Figura 22: Moldes dos tabuleiros e personagens	162
Figura 23: Tabuleiro impresso e personagens já construídos	163
Figura 24: Molde quebra-cabeça	168
Figura 25: Vídeo tutorial do quebra-cabeça	171
Figura 26: Atividade dos quadrinhos	172
Figura 27: Atividade cartolina	174
Figura 28: Moldes probabilidade	175
Figura 29: Desafio mapa do tesouro	181
Figura 30: Questionário a priori impressos	188
Figura 31: Gráfico da pergunta 1 do questionário a priori- Parte A	189

Figura 32: Gráfico da pergunta 2 do questionário a priori- Parte A	190
Figura 33: Gráfico da pergunta 3 do questionário a priori- Parte A	191
Figura 34: Gráfico da pergunta 4 do questionário a priori- Parte A	191
Figura 35: Gráfico da pergunta 5 do questionário a priori- Parte A	192
Figura 36: Pergunta 7 (a) do questionário a priori – Parte A	192
Figura 37: Trecho de resposta de aluno referente à pergunta 7 (b) do questionário a priori- Parte A	194
Figura 38: Pergunta 8 do questionário a priori – Parte A	195
Figura 39: Gráfico da pergunta 1 do questionário a priori- Parte B	198
Figura 40: Trecho da resposta de aluno referente à pergunta 2 do questionário a priori- Parte B	199
Figura 41: Gráfico da pergunta 3 do questionário a priori- Parte B	200
Figura 42: Tirinha da pergunta 5 do questionário a priori- Parte B	202
Figura 43: Gráfico da pergunta 6 do questionário a priori- Parte B	203
Figura 44: Gráfico da pergunta 7 do questionário a priori- Parte B	204
Figura 45: Gráfico da pergunta 8 do questionário a priori- Parte B	205
Figura 46: Trecho de resposta de aluno referente à perguntas 10 (a) do questionário a priori- Parte B	208
Figura 47: Trecho de resposta de aluno referente à perguntas 10 (b) e (c) do questionário a priori- Parte B	211
Figura 48: Cadernos individuais impressos para os alunos	212
Figura 49 - Respostas dos alunos A7 e A9 da atividade do jogo The Vile Vendor	
Figura 50 - Respostas dos alunos A2 e A10 da atividade do jogo The Vile Vendor	
Figura 51: Algumas participantes do jogo tampesca	216
Figura 52: Participante do tampesca de preparando para a sua pescaria	216
Figura 53: Ambiente da atividade “quadrateatórios”	221
Figura 54: Gráfico da pergunta 1 da atividade 1 do encontro 1	225
Figura 55: Gráfico da pergunta 2 da atividade 1 do encontro 1	226
Figura 56: Números para serem circulados da pergunta 3	226
Figura 57: Gráfico da pergunta 3 da atividade 1 do encontro 1	227
Figura 58: Gráfico da pergunta 4 da atividade 1 do encontro 1	227
Figura 59: Frutas do enunciado da pergunta 5 (encontro 1)	228
Figura 60: Gráfico da pergunta 5 da atividade 1 do encontro 1	229
Figura 61: Gráfico da pergunta 6 da atividade 1 do encontro 1	230

Figura 62: Gráfico da pergunta 8 da atividade 1 do encontro 1	231
Figura 63: Gráfico da roleta da questão 9 (Encontro 1)	231
Figura 64: Gráfico da pergunta 10 (a) da atividade 1 do encontro 1	233
Figura 65: Gráfico da pergunta 10 (b) da atividade 1 do encontro 1	233
Figura 66: Gráfico da pergunta 10 (c) da atividade 1 do encontro 1	234
Figura 67: Palavra embaralhada da pergunta 11	235
Figura 68: Gráfico da pergunta 11 (a) da atividade 1 do encontro 1	235
Figura 69: Gráfico da pergunta 11 (b) da atividade 1 do encontro 1	236
Figura 70: Gráfico da pergunta 11 (c) da atividade 1 do encontro 1	237
Figura 71: Gráfico da pergunta 11 (d) da atividade 1 do encontro 1	238
Figura 72: Gráfico da pergunta 11 (e) da atividade 1 do encontro 1	239
Figura 73: vidro com as bolinhas da questão 12	239
Figura 74: Roleta do enunciado da questão 13	241
Figura 75: Gráfico da pergunta 13 (a) da atividade 1 do encontro 1	241
Figura 76: Gráfico da pergunta 13 (b) da atividade 1 do encontro 1	242
Figura 77: Gráfico da pergunta 13 (c) da atividade 1 do encontro 1	243
Figura 78: Gráfico da pergunta 13 (d) da atividade 1 do encontro 1	243
Figura 79: Gráfico da pergunta 13 (e) da atividade 1 do encontro 1	244
Figura 80: Gráfico da pergunta 15 (a) da atividade 1 do encontro 1	246
Figura 81: Gráfico da pergunta 15 (b) da atividade 1 do encontro 1	246
Figura 82: Saquinho de bolas da questão 16 do encontro 1	247
Figura 83: Gráfico da pergunta 16 (a) da atividade 1 do encontro 1	248
Figura 84: Gráfico da pergunta 16 (b) da atividade 1 do encontro 1	248
Figura 85: Gráfico da pergunta 16 (c) da atividade 1 do encontro 1	249
Figura 86: Gráfico da pergunta 2 da atividade 2 do encontro 1	250
Figura 87: Gráfico da pergunta 3 da atividade 2 do encontro 1	250
Figura 88: Gráfico da pergunta 4 da atividade 2 do encontro 1	251
Figura 89: Resposta de um aluno para a atividade 2 do encontro 1	251
Figura 90: Gráfico da pergunta 2 da autoavaliação do encontro 1	252
Figura 91: Gráfico da pergunta 9 da autoavaliação do encontro 1	256
Figura 92: Aplicação do jogo correndo ao acaso	259
Figura 93: Gráfico do tópico 2 da atividade 2 (em grupo) do encontro 2	265
Figura 94: Gráfico do tópico 3 da atividade 2 (em grupo) do encontro 2	265

Figura 95: Gráfico do tópico 4 da atividade 2 (em grupo) do encontro 2	266
Figura 96: Gráfico do tópico 5 da atividade 2 (em grupo) do encontro 2	266
Figura 97: Gráfico do tópico 6 da atividade 2 (em grupo) do encontro 2	267
Figura 98: Gráfico do tópico 2 da atividade final do encontro 2	268
Figura 99: Gráfico do tópico 3 da atividade final do encontro 2	269
Figura 100: Gráfico do tópico sobre conclusão da atividade final do encontro 2	269
Figura 101: Resposta escrita de um aluno referente às perguntas da atividade final do encontro 2	270
Figura 102: Gráfico da pergunta 2 da autoavaliação do encontro 2	271
Figura 103: Gráfico da pergunta 3 da autoavaliação do encontro 2	272
Figura 104: Gráfico da pergunta 6 da autoavaliação do encontro 2	274
Figura 105: Gráfico da pergunta 7 da autoavaliação do encontro 2	275
Figura 106: Resposta de aluno referente às perguntas da atividade 1 do encontro 3 – Aluno 1	278
Figura 107: trecho de resposta de aluno referente às perguntas da atividade 1 do encontro 3 – Aluno 1	278
Figura 108: Gráfico do item 1 da atividade (individual) 1 do encontro 3	279
Figura 109: Gráfico do item 2 da atividade (individual) 1 do encontro 3	280
Figura 110: Gráfico do item 3 da atividade (individual) 1 do encontro 3	281
Figura 111: Gráfico do item 4 da atividade (individual) 1 do encontro 3	281
Figura 112: Gráfico do item 5 da atividade (individual) 1 do encontro 3	282
Figura 113: Jogo do quebra-cabeça impresso	282
Figura 114: História em quadrinhos	286
Figura 115: Um dos grupos das respostas com Probabilidade na história	287
Figura 116: Trecho de resposta de aluno referente às perguntas da atividade 1 do encontro 4 – Grupo 1	297
Figura 117: Gráfico de nível argumentativo obtido no item 1 da atividade (grupo) 1 do encontro 4	297
Figura 118: Gráfico do item 2 da atividade (grupo) 1 do encontro 4	298
Figura 119: Gráfico do Item 3 da atividade (grupo) 1 do encontro 4	299
Figura 120: Gráfico do Item 4 da atividade (grupo) 1 do encontro 4	300
Figura 121: Gráfico do Item 5 da atividade (grupo) 1 do encontro 4	300
Figura 122: Gráfico da pergunta 2 da atividade (grupo) 2 do encontro 4	301
Figura 123: Gráfico da pergunta 2 da atividade (grupo) 2 do encontro 4	302

Figura 124: Desafio da estação 5	305
Figura 125: Resposta desafio	306
Figura 126: Gráfico da pergunta 5 do questionário a posteriori- parte A	310
Figura 127: Gráfico da pergunta 1 do questionário a posteriori- parte B	311
Figura 128: Gráfico da pergunta 3 do questionário a posteriori- parte B	312
Figura 129: Gráfico da pergunta 6 do questionário a posteriori- parte B	313
Figura 130: Gráfico da pergunta 8 do questionário a posteriori- parte B	314
Figura 131: Pergunta 9 (a) questionário a posteriori	315
Figura 132: Gráfico da pergunta 9 (b) do questionário a posteriori – Parte B	316
Figura 133: Gráfico da pergunta 10 do questionário a posteriori – Parte B	317
Figura 134: Gráfico da pergunta 11 do questionário a posteriori – Parte B	318
Figura 135: Gráfico da pergunta 1 do questionário a posteriori – Parte C	319
Figura 136: Gráfico da pergunta 1 do questionário a posteriori – Parte C	320
Figura 137: Saquinho de bolinhas da pergunta 4- Parte C	321
Figura 138: Gráfico da pergunta 5 do questionário a posteriori – Parte C	323

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Significados de Probabilidade	31
Quadro 2: Exigência cognitiva	33
Quadro 3: Habilidades relacionadas à probabilidade previstas pelos Standards do NCTM	36
Quadro 4: Categorias de pensamento probabilístico segundo Borovcnik (2016)	39
Quadro 5: Estruturação do pensamento probabilístico segundo Borovcnik (2016)	40
Quadro 6: Letramento probabilístico	41
Quadro 7: Probabilidade do 1º ao 5º ano do EF na BNCC	53
Quadro 8: Conteúdo de Probabilidade no 1º e 2º ciclo do EF (PCNs)	57
Quadro 9: Probabilidade no Referencial Curricular de Alagoas (ReCAL)	60
Quadro 10: Momentos que ocorrem durante a realização de uma investigação	71
Quadro 11: Exemplos de tarefas matemáticas	73
Quadro 12: Abordagens comunicativas	76
Quadro 13: Sintetização dos Descritores de Engajamento (DE)	81
Quadro 14: Exemplificação de um questionamento	100
Quadro 15: Exemplificação de um questionamento	108
Quadro 16: Regras para a criação de tarefas	109
Quadro 17: Abordagens comunicativas propostas por Mortimer e Scott	127
Quadro 18: Competências referentes à argumentação e RP no Ensino Fundamental	129
Quadro 19: Resolução e elaboração de problemas nos anos iniciais segundo a BNCC	130
Quadro 20: Organização geral para a aplicação do PE	147
Quadro 21: Organização prevista para discussão do The vile vendor na aula 1	152
Quadro 22: Organização prevista para discussão do Tampesca na aula 1	155
Quadro 23: Organização prevista para discussão dos “Quadraleatórios” na aula 1	159
Quadro 24: Quadro proposto para o fim da aula 1	160
Quadro 25: Tabela de pontos dos personagens	163

Quadro 26: Organização prevista para discussão do jogo “correndo ao acaso” na aula 2	164
Quadro 27: Quadro proposto para o fim da aula 2	166
Quadro 28: Organização prevista para discussão do jogo do quebra-cabeça na aula 3	169
Quadro 29: Organização prevista para discussão do jogo dos quadrinhos na aula 3	172
Quadro 30: Organização prevista para discussão da “probabilinha” na aula 4	176
Quadro 31: Quadro proposto para o fim da aula 4	179
Quadro 32: Quadro de categorização para a análise de resultados	183
Quadro 33: Modelo dos níveis argumentativos a serem classificados	185
Quadro 34: Modelo de transcrição dos turnos de fala	187
Quadro 35: Pergunta 7 (b) do questionário a priori – Parte A	193
Quadro 36: Pergunta 8 do questionário a priori – Parte A	195
Quadro 37: Pergunta 9 do questionário a priori – Parte A	196
Quadro 38: Pergunta 2 do questionário a priori – Parte B	198
Quadro 39: Pergunta 4 do questionário a priori – Parte B	200
Quadro 40: Pergunta 5 do questionário a priori – Parte B	202
Quadro 41: Pergunta 9 do questionário a priori – Parte B	206
Quadro 42: Pergunta 10 (a) do questionário a priori – Parte B	207
Quadro 43: Pergunta 10 (b) do questionário a priori – Parte B	208
Quadro 44: Pergunta 10 (c) do questionário a priori – Parte B	210
Quadro 45: Trecho de fala de uma situação ocorrida durante o jogo	211
Quadro 46 - Pergunta da atividade escrita do The Vile Vendor	212
Quadro 47: Trecho 1 do episódio Tampesca (Encontro 1)	216
Quadro 48: Trecho 2 do tampesca (Encontro 1)	218
Quadro 49: Trecho 1 da atividade “quadraleatórios”	221
Quadro 50: Pergunta 9 da atividade 1 do encontro 1	232
Quadro 51: Pergunta 12 da atividade 1 do encontro 1	240
Quadro 52: Pergunta 14 da atividade 1 do encontro 1	244
Quadro 53: Pergunta 4 da autoavaliação do encontro 1	253
Quadro 54: Pergunta 5 da autoavaliação do encontro 1	254
Quadro 55: Pergunta 6 da autoavaliação do encontro 1	254
Quadro 56: Pergunta 10 da autoavaliação do encontro 1	256

Quadro 57: Pergunta 12 da autoavaliação do encontro 1	256
Quadro 58: Trecho do jogo correndo ao acaso (Encontro 2)	259
Quadro 59: Trecho 1 da atividade escrita 1 do encontro	272
Quadro 60: Pergunta 4 da autoavaliação do encontro 2	273
Quadro 61: Pergunta 5 da autoavaliação do encontro 2	282
Quadro 62: Trecho 1 Atividade quebra-cabeça do encontro 3	286
Quadro 63: Trecho história em quadrinhos encontro 3	289
Quadro 64: Trecho de momentos de apresentação do grupo rosa	294
Quadro 65: Pergunta 8 do questionário a posteriori – Parte B	313
Quadro 66: Pergunta 9 (a) do questionário a posteriori – Parte B	314
Quadro 67: Pergunta 3 do questionário a posteriori – Parte C	319
Quadro 68: Pergunta 4 do questionário a posteriori – Parte C	321

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	19
CAPÍTULO I	26
O ENSINO DE PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS: ASPECTOS COGNITIVOS E CURRICULARES	26
1.1 Os estudos de Fischbein, Piaget e outros teóricos sobre a aprendizagem de conceitos de probabilidade, os significados de probabilidade e as exigências cognitivas	26
1.2 Uma visão geral sobre o pensamento probabilístico	40
1.3 A importância da inserção da probabilidade no currículo dos anos iniciais	48
1.4. O ensino de probabilidade nos anos iniciais nos documentos curriculares brasileiros: uma análise dos PCNs, BNCC, RecAL e PNAIC	55
1.5. O ensino de Probabilidade nos livros do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)	64
CAPÍTULO II	71
ARGUMENTAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA E INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA.....	71
2.1 A Investigação matemática segundo a concepção de Ponte.....	71
2.2 As interações discursivas em sala de aula.....	76
2.2.1 O engajamento dos alunos	78
2.3 O processo de argumentação nas aulas de Matemática: uma análise dos documentos curriculares	83
2.4 A argumentação nas aulas de Matemática, o discurso matemático e as linguagens matemáticas: fundamentos teóricos.....	91
2.4.1 A argumentação presente na oralidade e a escrita nas aulas de Matemática.....	96
2.5 A argumentação, a prova e a demonstração.....	99
2.5.1 O modelo de Toulmin: as contribuições para a análise da estrutura de argumentação	103
2.5.2 A argumentação nas aulas de Matemática segundo Kosko e colaboradores.....	107
2.5.3 O padrão I-R-F ou I-R-A: contribuições e desvantagens para o processo de argumentação e para as interações discursivas	115
2.5.3.1 O uso da argumentação nas aulas de Matemática durante as atividades de Resolução de Problemas (RP): uma análise da contribuição das interações discursivas visando o desenvolvimento de conceitos de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	118
2.5.3.2 Estruturando as ações docentes para o trabalho com a argumentação nas aulas de Matemática	122
2.5.3.3 Argumentação durante as atividades de Resolução de Problemas.....	129
2.5.3.4 Um estudo sobre o desenvolvimento da argumentação na Resolução de Problemas	133
2.5.3.5 O papel do professor na promoção da argumentação nas aulas de	

probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	139
CAPÍTULO III	141
A PROPOSTA METODOLÓGICA, APLICAÇÃO E RESULTADOS	141
3.1 Caracterização da pesquisa e dos sujeitos de pesquisa: procedimentos e abordagem da pesquisa	141
3.2 A estrutura da proposta da trilha de aprendizagem na perspectiva da Investigação Matemática para desenvolver a argumentação nas aulas de Probabilidade	144
3.3 Aplicação da proposta, análise e discussão dos resultados: as categorias de análise derivadas do ciclo argumentativo dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental	175
3.3.1 Análise do questionário a priori	180
3.3.2 Análise das atividades da trilha de aprendizagem.....	208
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	321
5 REFERÊNCIAS	329
6 APÊNDICES.....	340
7 ANEXOS	402

INTRODUÇÃO

As discussões sobre o ensino de probabilidade na Educação Básica têm sido recorrentes nas últimas décadas (LOPES, 2008; TSAKIRIDOU; VAVYLA, 2015), salientando a importância deste conteúdo para a formação do pensamento probabilístico desde os primeiros anos de escolaridade, uma vez que as crianças se deparam com diversas situações no dia a dia que envolvem conceitos de probabilidade (FISCHBEIN, 1984).

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) coloca que os conteúdos de probabilidade devem ser ensinados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com a finalidade de que os alunos sejam capazes de compreender que nem todos os fenômenos são determinísticos, analisando situações que envolvam o acaso e a aleatoriedade. Desta forma, passam a desenvolver noções que serão aprofundadas nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, etapa escolar em que se estrutura o formalismo dos conceitos probabilísticos por meio de modelos matemáticos (conhecidos como “fórmulas”) para efetuar os cálculos.

Por outro lado, nos anos iniciais com o desenvolvimento das noções de probabilidade, as crianças vão se familiarizando com o vocabulário e a linguagem probabilística e a forma adequada com que são utilizados para comunicar o acaso e a incerteza, como explicam Vasquez e Alsina (2017).

Assim, Tsakiridou e Vavyla (2015) explicam que ao lidar com os conteúdos de probabilidade as crianças aprendem a aceitar o fato de que algumas situações não são possíveis de serem previstas com precisão e, então, terão que interpretar criticamente todas as possibilidades e escolher aquela que é mais provável de acontecer. Deste modo, as crianças reúnem experiências para situações da vida real, nas quais é necessário decidir sobre a melhor opção entre muitas diariamente e ao mesmo tempo, como pontuam os autores, as crianças têm de aceitar o fato de que alguns eventos são impossíveis de acontecer.

Gal (2005), Franklin et al (2005) e Jones (2005) citados por Tsakiridou e Vavyla (2015) afirmam que as razões para incluir a probabilidade nas escolas estão relacionadas com a utilidade da probabilidade para a vida diária como pontuado por outros autores anteriormente, assim como o seu papel instrumental em outras disciplinas, a necessidade

de um conhecimento estocástico em muitas profissões e o papel do raciocínio probabilístico na tomada de decisão.

Por sua vez, Batanero (2001) recomenda que o ensino de probabilidade contemple experimentações nas quais os alunos tenham a oportunidade de vivenciar os fenômenos para compreender os conceitos, assim, a utilização de material concreto, como dados, moedas, spinners, são essenciais nas atividades práticas, além de serem de fácil acesso. Além do mais, Vasquez et al. (2019) explicam que atividades práticas para o ensino de probabilidade possibilitam a contextualização dos conceitos, além de Gelman e Glickman (2000) constatarem que experiências concretas no processo ensino-aprendizagem de probabilidade nas quais os alunos participam ativamente auxiliam na compreensão de conceitos que são considerados mais difíceis.

Ainda sobre o uso de material concreto, Lozada et al. (2021), Lozada, Barbosa e Santos (2021), Barbosa, Viana e Lozada (2021) e Barbosa e Lozada (2021) sugerem que jogos (tanto de tabuleiro quanto digital) sejam utilizados para ensinar probabilidade no Ensino Fundamental, pois o caráter lúdico cria um ambiente de aprendizagem mais atrativo que constitui um estímulo para despertar o interesse dos alunos para aprender os conceitos.

Outrossim, a recomendação do uso de material concreto no processo ensino-aprendizagem de probabilidade, como mencionado por meio de experimentação e jogos, pode favorecer a argumentação, uma vez que os alunos interagem entre si, interagem com o professor, podendo manifestar oralmente as suas ideias acerca dos conceitos de probabilidade, justificando, levantando hipóteses, elaborando conjecturas, ou seja, expondo o seu raciocínio probabilístico. Assim, as aulas de probabilidade devem ser ministradas de forma a oportunizar aos alunos interações discursivas que possibilitem explicar a forma com que compreendem os conceitos, bem como momentos para que desenvolvam a competência escritora que promove também a argumentação escrita.

É relevante pontuar que na maioria das escolas brasileiras, os alunos não têm oportunidade de manifestar oralmente suas ideias matemáticas, discuti-las, debatê-las, nem sequer nas aulas de Matemática se trabalha a produção escrita. Assim, os alunos se limitam a descrever procedimentos matemáticos e indicar o resultado numérico, sem argumentar sobre as relações conceituais e procedimentais existente acerca do

conhecimento matemático e nem tampouco sobre suas aplicações no cotidiano, o que torna as aulas de Matemática centradas em mecanização de procedimentos (LOZADA, 2007).

Deste modo, a construção e compreensão dos conceitos de probabilidade nas aulas de Matemática pode partir de situações de argumentação no processo ensino-aprendizagem numa dinâmica dialógica e discursiva. O processo argumentativo está relacionado à diversos fatores que ocorrem em sala de aula, no planejamento da aula e na ação docente, como nas interações e padrões discursivos, que se originam de padrões como o I-R-F (Iniciação-Resposta- Feedback) e o I-R-A (Iniciação- Resposta- Avaliação), no engajamento dos alunos e atividades correlacionadas à exploração e investigação matemática, como o que foi constatado nos estudos de Ponte (2003, 2006), Ponte et al (1999), Kosko e Guilford (2018), Freeman (2006), Leitão (2007), Mortimer e Scott (2002), Scriven e Paul (1987), Sasseron e Carvalho (2011), Toulmin (1958 apud ABERDEIN, 2005) entre outros. Estes referenciais dão suporte para a compreensão de como se desenvolvem os processos argumentativos e como o professor pode agir para inserir e estimular a argumentação em sala de aula de modo eficaz. Além do mais, a argumentação é colocada como uma das competências gerais pela Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) a ser desenvolvida por todos os componentes curriculares ao longo da Educação Básica.

Tendo em vista a importância do ensino de probabilidade aliado ao processo argumentativo para a construção dos conceitos e desenvolvimento do pensamento probabilístico, é que propusemos o presente estudo, partindo da seguinte **questão de pesquisa**: *“Quais as contribuições que o processo argumentativo pode trazer para a formação de conceitos de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental e como esse processo argumentativo se caracteriza em situações de aprendizagem de uma sequência didática baseada em atividades investigativas?”*

Em virtude do problema de pesquisa levantado, elegemos a seguinte **hipótese**: as contribuições do processo argumentativo (seja oral ou escrito) para a formação dos conceitos de probabilidade, dizem respeito ao desenvolvimento de múltiplas habilidades e competências, pois possibilitam que os alunos levantem hipóteses, justifiquem, apresentem diferentes pontos de vista e discutam sobre eles, estabeleçam conjecturas,

se familiarizem com o vocabulário e a linguagem específica de probabilidade, desenvolvendo o pensamento probabilístico; assim, uma sequência didática estruturada com atividades investigativas podem favorecer um processo argumentativo dialógico e colaborativo envolvendo afirmações, evidências, avaliação do raciocínio do outro, dando sentido aos conceitos de probabilidade.

Deste modo, esta pesquisa tem como **objetivo geral** analisar quais as contribuições que o processo argumentativo nas aulas de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental pode trazer para a formação dos conceitos e para o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Para alcançarmos o objetivo geral, traçamos um percurso ancorado pelos **objetivos específicos** que são estes:

- Realizar um levantamento bibliográfico e documental, para verificar os fundamentos teóricos acerca da argumentação nas aulas de Matemática e sua relação com as atividades matemáticas investigativas, bem como a relevância da inserção dos conteúdos de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental e as recomendações curriculares;
- Elaborar e aplicar uma sequência didática que possibilite ao professor do 5º ano do Ensino Fundamental ensinar probabilidade de modo que as argumentações dos alunos possam auxiliar na construção dos conceitos probabilísticos;
- Analisar o processo argumentativo dos alunos no desenvolvimento do conteúdo de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental, identificando suas características em um ambiente com atividades matemáticas investigativas;
- Analisar os padrões de interação que podem predominar em sala de aula - o IRF (Iniciação- Resposta- Feedback) ou IRA (Iniciação- Resposta- Avaliação) – durante a aplicação da sequência didática para o desenvolvimento dos conteúdos de probabilidade do 5º ano do Ensino Fundamental.

Assim, esta **pesquisa é relevante e se justifica** pelo fato de que as aulas de Matemática na maioria das escolas brasileiras são focadas em um modelo tradicional em que predominam exercícios para fixação de procedimentos mecânicos do que discussões orais sobre o conteúdo que está sendo desenvolvido. O professor deveria incentivar os alunos a discutir, argumentar e dialogar sobre o que estão aprendendo, visto que maioria das vezes pelo modelo de ensino das escolas o aluno não é levado a

pensar nem questionar, como observado por Nasser e Tinoco (2003) e Aguilár Júnior e Nasser (2012).

Ademais, segundo Magalhães e Martinho (2010, p.156) a “Matemática não pode ser mais vista como uma atividade puramente individual, mas sim como uma atividade social”, e fazer uso da argumentação nas aulas poderá fazer com que os alunos tenham uma interação maior e construam o conhecimento de modo coletivo e colaborativo, além de aprenderem a manifestar as suas ideias, explicar o seu raciocínio, compartilhar o conhecimento e respeitar o posicionamento dos colegas. Além disso, Sasseron e Carvalho (2011) enfatizam que a argumentação em sala de aula é útil no processo de aprendizagem.

Como foi dito anteriormente a BNCC coloca a argumentação como uma competência geral, pontuando que os alunos devem “argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis” (BRASIL, 2018, p. 9), portanto, sendo uma competência deverá ser desenvolvida ao longo da Educação Básica e os diferentes conteúdos de Matemática oportunizam o desenvolvimento do processo argumentativo, pois os alunos tem a possibilidade de apoiar o raciocínio com evidências, dando sentido aos argumentos dos seus pares e fazendo conjecturas sobre relações matemáticas.

Sriraman e Umland (2014) afirmam que no contexto de uma aula de Matemática, um “argumento matemático” é como uma linha de raciocínio que pretende mostrar ou explicar porque é que um resultado matemático é verdadeiro. Conforme explicam os autores, o resultado matemático pode ser uma afirmação geral sobre alguma classe de objetos matemáticos ou pode simplesmente ser a solução para um problema matemático que foi colocado. Tomado neste sentido, Sriraman e Umland (2014) explicam que um argumento matemático pode ser uma prova formal ou informal, uma explicação de como o aluno chegou a fazer uma conjectura específica, como o aluno raciocinou.

Para analisar o processo de argumentação é necessário utilizar métodos que sejam adequados para verificar como a argumentação está sendo desenvolvida pelos alunos e de como auxilia no pensamento probabilístico, e para tanto, podemos ter como referência as contribuições provenientes dos estudos de Mortimer e Scott (2002) como ferramentas de análise dos padrões discursivos com os quais se pode constatar como

os alunos constroem os significados relativos aos conceitos. Assim, o professor como mediador do conhecimento, promovendo a argumentação em sala de aula, possibilitará a construção dos conceitos de probabilidade de uma forma dialógica fazendo com que os alunos possam desenvolver seu raciocínio lógico-dedutivo e para que este raciocínio se desenvolva “é importante que o professor compreenda e aceite diversos níveis de argumentação e justificação que os alunos possam vir a apresentar para provar um dado resultado” (AGUILAR JÚNIOR; NASSER, 2012, p.134).

Deste modo, esta pesquisa é **pertinente**, pois valoriza a construção dos conceitos de probabilidade em sala de aula a qual é mediada pela linguagem, visto que as interações discursivas revelam como a aprendizagem está ocorrendo e redirecionam para práticas docentes inovadoras, além do uso de recursos didáticos variados, podendo assim demonstrar a importância da probabilidade no cotidiano e de como a Matemática se faz presente nos diferentes contextos, como coloca D’Ambrósio (2013).

Por sua vez, o conteúdo de probabilidade é considerado essencial nos currículos escolares e discussões sobre sua relevância ocorreram ao longo das últimas décadas mostrando que a probabilidade deve ser ensinada a fim de que os indivíduos possam compreender situações que ocorrem na sociedade (LOPES, 2008). Nesse sentido, a BNCC (BRASIL, 2018, p. 274) destaca que a probabilidade presente anos iniciais do Ensino Fundamental deve “promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos”, sendo necessário desenvolver a noção de acaso e aleatoriedade, para que o aluno possa compreender a existência de eventos prováveis, certos e incertos, ancorando o aprofundamento dos conhecimentos probabilísticos que serão desenvolvidos nos anos finais e no Ensino Médio.

Notamos que a argumentação ultrapassa o sentido de ser apenas uma recomendação, mas se torna essencial para que os alunos desenvolvam outras competências e habilidades nas aulas de Matemática e reconhecendo a importância da argumentação e buscando sua inserção em sala de aula, é necessário que se entenda como ocorre o processo argumentativo e suas principais características, como será relatado nesta dissertação.

Para tanto, a presente pesquisa está dividida em três capítulos: o Capítulo I que trata da primeira parte do referencial teórico, abordando a importância do ensino de

probabilidade nos anos iniciais e seus aspectos cognitivos, além de apresentar como o conteúdo é abordado pelos principais documentos curriculares; na segunda parte, o Capítulo II trata da argumentação, como se estrutura o processo argumentativo e os modelos de interação discursiva entre outros aspectos; o Capítulo III traz a pesquisa qualitativa, caracterizando os sujeitos de pesquisa, apresentando a estrutura da sequência didática e os resultados obtidos seguidos da análise e discussão, finalizando com as considerações finais em que se destacam os principais achados da pesquisa e suas contribuições e se retoma o problema de pesquisa pontuando a respeito de sua elucidação.

CAPÍTULO I

O ENSINO DE PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS: ASPECTOS COGNITIVOS E CURRICULARES

Neste capítulo, trazemos um levantamento bibliográfico, no qual apresentamos estudos realizados por Fischbein, Piaget e outros pesquisadores acerca do pensamento probabilístico, fundamental para a compreensão de como os alunos assimilam os conceitos de probabilidade. Em seguida, destacamos a inserção da probabilidade nos anos iniciais, expondo o levantamento documental que se caracteriza pela análise de documentos curriculares que abordam o ensino de probabilidade no Brasil, pontuando seus aspectos, assim como identificamos quais são as habilidades e competências necessárias para o seu desenvolvimento.

1.1 Os estudos de Fischbein, Piaget e outros teóricos sobre a aprendizagem de conceitos de probabilidade, os significados de probabilidade e as exigências cognitivas

Nikiforidou (2018) coloca que Piaget e Fischbein tiveram um papel de destaque em relação aos estudos acerca do pensamento probabilístico, principalmente estudos realizados com crianças. O autor afirma que a concepção piagetiana de que as crianças durante o período pré-operatório acham difícil diferenciar certeza e incerteza vem sendo substituída pelas concepções oriundas de pesquisas que sustentam a capacidade das crianças de se envolver com noções de probabilidade. Estes resultados são derivados de pesquisas recentes que abordam intuições e experiência, conhecimento matemático informal, alfabetização em probabilidade, desenvolvimento de currículo e design de tarefas que desempenham um papel significativo na formação e aprimoramento do pensamento probabilístico inclusive de alunos da pré-escola, estendendo-se para fases subsequentes do Ensino Fundamental e Médio.

Assim, para falarmos sobre pensamento probabilístico, é necessário revisitar os estudos de Efraim Fischbein, que se dedicou a pesquisar este tipo de pensamento, em particular o seu desenvolvimento em crianças. Fischbein nasceu em Bucareste (Romênia) em 1920, formou-se em Psicologia e junto com Freudenthal e Skemp fundou

o Psychology of Mathematics Education (PME), voltado para estudos sobre a psicologia da aprendizagem da Matemática. Ele afirmava que a aprendizagem não se resume a absorver informações, mas implica num processo de reconstrução ativo para a elaboração de estruturas mentais e, para isso, o ensino deve pautar-se nos conceitos fundamentais, ideias centrais, que possibilitam a organização das estruturais cognitivas que darão suporte ao domínio de conhecimentos (FISCHBEIN, 1969).

Fischbein faleceu em 1998 e deixou um legado acerca de estudos realizados sobre o pensamento probabilístico, com destaque para as seguintes obras: “The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children” de 1975, “Intuitions primaires et intuitions secondaires dans l’initiation aux probabilités” publicado em 1971 em parceria com Barbat e Minzat, “Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions?” escrito com Gazit e publicado em 1984, “The evolution with age of probabilistic intuitively based misconceptions” publicado em 1997 com Schnarch.

Fischbein em seu livro “The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children” publicado em 1975, explica que não se pode ignorar as noções intuitivas sobre a probabilidade que as crianças manifestam, enfatizando que o raciocínio de toda criança é constituído por heurísticas e por intuição. Assim, estes aspectos têm grande importância para o pensamento probabilístico, considerando que o substrato intuitivo primário está disponível num domínio relativamente inconsistente e ambíguo, daí as crianças construírem inicialmente noções equivocadas sobre conceitos de probabilidade. Fischbein (1975) recomenda que o currículo seja organizado para que esse substrato intuitivo primário seja melhorado com o auxílio de metodologias que ajudem as crianças a construírem novas intuições que sejam compatíveis com o conhecimento de probabilidade. Para ele, a intuição probabilística é de caráter subjetivo e autoevidente.

Fischbein (1975) esclarece que as intuições têm funções análogas na relação entre ação e operações intelectuais. As intuições podem ocorrer antes das operações cognitivas ou durante, facilitando a continuidade e a fluência. Elas também podem ocorrer depois de operações analíticas, sintetizando os resultados de análises numa visão global de significância unitária e dar assistência na transferência de decisão para o nível de ação. Para Fischbein (1975), as intuições não são confinadas, elas são

intrínsecas para raciocinar. Para tanto, explica que ações autônomas internalizadas na forma de operações intelectuais adquirem o caráter de intuição, vão se estabilizando e tornam-se mais ágeis e com fluência dado o passar do tempo.

O autor pontua que a intuição se divide em três categorias: pré-operacional, operacional e pós-operacional. A intuição pré-operacional é derivada de experiências prévias que são relevantes para a ação presente e implicam em domínio, agilidade, adaptabilidade e eficiência na ação apropriada e perduram além do período pré-operacional que foi definido por Piaget. A intuição operacional está envolvida com o raciocínio, fazendo com que a conclusão seja tomada como verdadeira quando é dada como premissa e em geral, como aponta Fischbein, a intuição é expressa por regras formais de lógica e podem ser consideradas intuições operacionais básicas. Por outro lado, Fischbein fala em intuições operacionais específicas derivadas, que são aquelas que antecipam solução em atividades de resolução de problemas, também chamadas de esquemas antecipados. A intuição pós-operacional é um tipo de intuição sintetizada por experiências prévias em estruturas operacionais automatizadas que permitem soluções rápidas em problemas práticos atuais.

Fischbein também classifica a intuição em primária e secundária. A intuição primária é formada antes e independente de instrução sistemática, ou seja, de uma instrução estruturada como é dada na escola. As intuições espaciais, por exemplo, fazem parte desta categoria, que engloba as intuições operacionais fundamentais que regulam o pensamento lógico. As intuições secundárias são aquelas que são formadas depois de um processo sistemático de instrução e elas permitem que o indivíduo transcenda as aquisições cognitivas primárias. Elas transmitem os produtos da experiência social na forma, principalmente, de verdades científicas e as intuições matemáticas ou aquelas dos cientistas se enquadram nessa categoria, sendo denominada de intuição refinada por Félix Klein e segundo grau de intuição por Severi.

Assim, Fischbein acredita que as crianças são capazes de perceber conceitos de probabilidade desde cedo, pois são baseados em intuições, ou seja, desenvolvem ideias intuitivas acerca dos conceitos. E muitas dessas ideias intuitivas podem ser derivadas da probabilidade informal que está firmemente estabelecida na cultura comum, fora do ambiente escolar, como explica Sharma (2012). O autor coloca que

muitas explicações dos alunos nem sempre são baseadas em princípios probabilísticos, mas são baseadas nas crenças e nas experiências cotidianas, ou seja, os alunos baseiam seu raciocínio e estimativas em suas crenças sobre o mundo e eventos culturais.

Assim, para Sharma (2012) aspectos cognitivos, afetivos e contextuais estão inter-relacionados quando os alunos interpretam tarefas de probabilidade e que muitas vezes os alunos argumentam com base em conhecimento cultural e não com base em dados numéricos. O autor pontua inclusive que a probabilidade pode ser entendida como um tipo de conhecimento cultural que todas as culturas criam, mas que pode não necessariamente parecer o mesmo de um ambiente cultural para outro e com um grande número de grupos étnicos em salas de aula regulares em todo o mundo com programas de probabilidades gerais, é importante ouvir os alunos para compreender o que pode ou não ser pertinente para esses alunos em termos de pensamento probabilístico e como as ideias culturais que eles possuem e as diversidades culturais que se manifestam na sala de aula, podem impactar na aprendizagem dos conceitos. Deste modo, identificando e compreendendo esses aspectos, os professores e os responsáveis pela elaboração do currículo podem trabalhar juntos para encontrar maneiras de ajudar os alunos a desenvolver da melhor forma o pensamento probabilístico.

Comumente é perceptível os equívocos de base intuitiva que os alunos cometem em relação à compreensão dos conceitos de probabilidade. Fischbein e Schnarch (1997) constataram por meio de uma pesquisa realizada com alunos da 5ª, 7ª, 9ª e 11ª séries que alguns equívocos se fortaleceram com a idade, enquanto outros se enfraqueceram e esses equívocos fazem parte do processo de aprendizagem.

Retornando ao trabalho de Fischbein publicado em 1994 e que abrange o ensino de Matemática, sem apontar uma unidade temática específica, o autor coloca que há 3 componentes básicos da Matemática como atividade humana: componente formal, algorítmico e intuitivo. Novamente, o autor traz a ideia de intuição para o seu trabalho, desta vez, caracterizando a atividade matemática em geral. Sobre o componente formal, Fischbein (1994) explica que ele se refere à axiomas, definições, teoremas e provas, que são como componentes ativos no processo de raciocínio. O autor enfatiza

que eles têm que ser inventados ou aprendidos, organizados, verificados e usados ativamente pelo aluno. Fischbein (1994) esclarece que a compreensão do que significa rigor numa construção hipotético-dedutiva, a coerência e a consistência, a capacidade de pensar proposicionalmente, não são aquisições espontâneas do adolescente, porque surgem de acordo com o estágio de desenvolvimento, no caso, o estágio operatório formal, que deve ocorrer a partir dos 12 anos e que são potencialidades que apenas um processo instrucional adequado será capaz de moldar e transformar em realidades mentais ativas. Ou seja, há necessidade do processo de ensino ser bem planejado para que possa levar ao desenvolvimento desses aspectos na estrutura cognitiva do aluno.

Já o componente algorítmico engloba técnicas de resolução e estratégias padrão, ou seja, a capacidade de manipular objetos matemáticos, mas acima de tudo é preciso compreender a base formal (definições e teoremas) que justifica um algoritmo. O autor pontua que é um equívoco acreditar que conhecendo um sistema de conceitos, axiomas, teoremas, provas e definições tal como são expostos formalmente nos livros didáticos, o aluno tornará capaz de resolver problemas matemáticos. Para Fischbein (1994), as capacidades matemáticas também são armazenadas na forma de procedimentos de resolução, teoricamente justificados, que devem primeiramente compreendidos, treinados ativamente para que a sua manipulação seja realizada de modo correto, mas sobretudo, o aluno deverá desenvolver competências para identificar como, quando, em que situação os procedimentos são aplicados, para que são aplicados e qual o significado da aplicação.

Ele prossegue, enfatizando que o raciocínio matemático não pode ser reduzido a um sistema de procedimentos de resolução, como comumente se vê, ou seja, é esta ideia que a maioria das pessoas, inclusive os professores têm sobre o raciocínio matemático. É preciso que ao aluno aprenda a justificar formalmente os procedimentos matemáticos, compreender a razão disso, porque se os procedimentos de resolução não são apoiados por uma justificação formal e explícita, eles serão esquecidos com passar do tempo, ou seja, houve apenas uma mecanização de procedimentos sem significado. Daí, quando os alunos têm que lidar com situações-problema fora do padrão com que estão acostumados, o sistema mais complexo de habilidades mentais

permanece congelado e inativo porque não foi desenvolvido, apenas houve mecanização de procedimentos aplicáveis às situações conhecidas, como se fosse um adestramento. Fischbein (1994) recomenda que os alunos, por exemplo, ao aprenderem as operações aritméticas básicas, aprendam, não apenas os algoritmos em si, mas também o porquê que são utilizados determinados procedimentos, compreendendo o que estão fazendo e não apenas mecanizando os procedimentos. O autor esclarece que o aprendizado cego dos algoritmos leva a tipos de uso indevido e que a ausência de uma compreensão clara da estrutura formal e da justificação, a semelhança superficial dos problemas propostos pelo professor pode levar às generalizações erradas. Ele afirma que esta profunda simbiose entre significado e competências é uma condição básica para um raciocínio matemático produtivo e eficiente.

Quanto à componente intuição, este pode ser denominado de cognição intuitiva, compreensão intuitiva, solução intuitiva é refere-se ao grau de aceitação subjetiva e direta por um indivíduo de uma noção, teorema ou solução. Fischbein (1994) explica que a cognição intuitiva é um tipo de cognição que é aceita diretamente, sem a sensação de que seja necessário qualquer tipo de justificativa, sendo caracterizada, em primeiro lugar, pela (aparente) autoevidência. Portanto, a intuição é um componente da aprendizagem matemática, não se restringindo apenas ao conteúdo probabilístico, mas em relação a este apresenta algumas especificidades como citamos.

Fischbein (1994) destaca a importância da interação entre os componentes intuitivo, formal e algorítmico no momento em que se realiza uma atividade matemática, mas esclarece, que no caso do processo de compreensão e resolução de problemas, podem surgir interações conflitantes, porque às vezes, um esquema de resolução é aplicado inadequadamente devido a semelhanças superficiais, desconsiderando as restrições formais. E às vezes, um esquema de resolução, profundamente enraizado na mente do aluno, é aplicado erroneamente, apesar de uma compreensão intuitiva e potencialmente correta.

Ele ressalta que normalmente, é a interpretação intuitiva baseada numa experiência individual primitiva, limitada, mas fortemente enraizada, que aniquila o controle formal ou os requisitos da solução algorítmica, e assim distorce ou mesmo

bloqueia uma relação matemática correta. Daí, ser importante o professor observar as respostas dos alunos e direcioná-los para compreenderem o equívoco cometido e manifestar a resposta correta. Para tanto, o professor precisa conhecer sobre esses 3 componentes, entender como interagem, para poder identificar os conflitos entre esses componentes manifestados pelos alunos em uma atividade matemática e também identificar quais são as fontes das ações equivocadas na resolução da atividade.

Por sua vez, Batanero (2005) apud Vásquez (2019) explica que para melhorar o processo ensino-aprendizagem de probabilidade, os professores devem conhecer os diferentes significados de probabilidade para compreender as dificuldades que os alunos enfrentam na construção dos conceitos. Deste modo, Batanero (2005) classifica os significados da seguinte forma:

- **Significado intuitivo:** se caracteriza pela utilização de frases e expressões coloquiais para quantificar eventos incertos expressando o grau de crença em relação a eles. Batanero (2005) coloca que as primeiras ideias sobre probabilidade, que surgem ligadas às apostas, esperança, vitória em um jogo e ao conceito de jogo justo, não tinham sido definidas até que foram feitas tentativas para atribuir números aos graus de crença para comparar a probabilidade de diferentes eventos, como o uso da técnica de enumeração.

- **Significado laplaciano ou clássico:** este significado é concebido por Laplace que afirma que a probabilidade de um evento que pode ocorrer apenas em um número finito de modos é dada como uma fração cujo numerador é o número de casos favoráveis e cujo denominador é o número de todos os casos possíveis”, havendo a necessidade de se reduzir eventos de um determinado tipo a um determinado número de casos igualmente possíveis. Batanero (2005) pontua que essa definição é restrita e se aplica ao cálculo de probabilidades de eventos simples, não podendo ser aplicada a experimentos com um número infinito de possibilidades ou àqueles casos em que o espaço amostral é finito e a condição de simetria não pode ser aceita. Vásquez (2019) coloca que **esse significado é predominante no contexto escolar por ser mais simples e ser aplicado em situações específicas** já citadas por Batanero (2005).

- **Significado frequencial:** este significado está relacionado com a concepção de Bernoulli que sugeriu que poderia atribuir probabilidades a eventos aleatórios que

aparecem em vários campos do conhecimento, a partir da frequência relativa observada em uma grande série de tentativas do experimento, mas, em geral, não se obtém valores exatos e apenas estimativas e alguns eventos não podem ser repetidos no experimento, o que inviabiliza a aplicação da teoria da probabilidade.

- **Significado subjetivo:** neste caso, considerando a regra de Bayes, as probabilidades a priori (antes de realizar um experimento) de várias causas, uma vez observadas suas consequências, podem se transformar em probabilidades a posteriori, perdendo o caráter objetivo que lhes é atribuído pela concepção de frequência. Na abordagem subjetiva não é necessário repetir o experimento nas mesmas condições para dar sentido à probabilidade, o que amplia o campo de aplicação, como no estudo das decisões em economia ou no diagnóstico médico, mas perdura a controvérsia sobre o status científico das probabilidades subjetivas.

- **Significado matemático ou axiomático:** decorre do desenvolvimento de uma teoria matemática formalizada da probabilidade e, desta forma, a probabilidade é vista como um modelo matemático que pode ser usado para descrever e interpretar a realidade dos fenômenos aleatórios, com utilidade em quase todos os campos da atividade humana, como a Ciência, Política e Gestão.

Batanero (2005) sistematiza em quadro os elementos que caracterizam os diferentes significados de probabilidade, como podemos ver a seguir:

Quadro 1 – Significados de Probabilidade

Significado da Probabilidade	Campos de Problemas	Algoritmos e Procedimentos	Unidades Linguísticas	Definições e Propriedades	Alguns Conceitos Relacionados
Intuitivo	- Sorteios - Adivinhação	Manipulação de geradores de sorte: dados, cartas.	Linguagem comum	Opinião imprevisível, crença	- Sorte - Destino
Laplaciano ou Clássico	Cálculo de esperanças ou riscos em jogos de azar	- Combinatória - Proporções - Análise prévia da estrutura do experimento	- Triângulo aritmético - Lista de eventos - Fórmulas combinatórias	- Proporção de casos favoráveis e possíveis - Equiprobabilidade de eventos simples	- Esperança - Equitatividade (ser justo) - Independência
Frequencial	Estimativas de parâmetros em população	- Registro de dados estatísticos a posteriori - Ajuste de curvas matemáticas - Análise matemática - Simulação	- Tabelas e gráficos estatísticos - Curvas de densidade - Tabelas numéricas aleatórias - Tabelas de distribuição	- Limite de frequências relativas - Caráter objetivo baseado em evidência empírica	- Frequência relativa - Universo - Variável aleatória - Distribuição de probabilidade
Subjetivo	Aprimoramento do conhecimento sobre eventos incertos, mesmo não repetível	- Teorema de Bayes - Atribuição de probabilidade subjetiva	Expressão de probabilidade condicional	- Caráter subjetivo - Passível de revisão com experiência	- Probabilidade condicional - Distribuição a priori e a posteriori
Matemático ou Axiomático	Quantificar a incerteza de resultados em experimentos aleatórios	- Teoria dos Conjuntos - Álgebra dos Conjuntos	Símbolos conjuntistas	Função mensurável	- Espaço amostral - Espaço de probabilidade - Conjuntos de Borel

	abstratos	• Teoria de Medidas			
--	-----------	---------------------	--	--	--

Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação com base nos estudos de Batanero (2005, p. 256)

Batanero (2005) explica que os professores devem abordar os diferentes significados de probabilidade nas aulas de Matemática, mas que devem ser inseridos progressivamente e distribuídos entre os diferentes anos escolares e níveis de ensino, a partir de ideias intuitivas sobre acaso e probabilidade, relacionando com os elementos que os compõem, de modo que os alunos consigam atingir um trânsito flexível entre os diferentes significados, pois isso só pode ser alcançado depois de um longo processo.

A autora ainda pontua que as simulações e experimentos são importantes no ensino de probabilidade, pois ajudam a esclarecer paradoxos, mas não são suficientes, pois é necessário o estudo da probabilidade apoiada na experiência estocástica.

Por sua vez, é importante citar os estudos realizados por Piaget e colaboradores sobre a aprendizagem de conceitos de probabilidade. Piaget e Inhelder publicaram nos anos 50 a obra “The origin of the idea of chance in children”, que foi uma das pioneiras na investigação sobre as origens da ideia de acaso e probabilidade em crianças e jovens. Os autores associaram a formação das ideias de acaso e probabilidade com os estágios de desenvolvimento que foi concebido por Piaget.

Piaget e Inhelder (1975) definiram os seguintes três estágios de desenvolvimento da cognição de probabilidade: No estágio 1 – estágio pré-operatório (antes dos 7 a 8 anos), as crianças não adquirem o conceito de probabilidade e não conseguem distinguir entre eventos aleatórios e casuais; estágio 2 – estágio das operações concretas (8 a 12 anos), as crianças começam a diferenciar entre certeza e incerteza e qualificam probabilidade em situações simples; no estágio 3 – operações lógico-formais (por volta dos 12 anos), as crianças podem fazer conexões entre lógica dedutiva e probabilidade e fazer cálculos de probabilidade, o que permite determinar o conjunto de casos possíveis e o acesso ao raciocínio proporcional. No entanto, há várias críticas ao que foi proposto por Piaget e Inhelder (1975) e que decorrem de estudos posteriores inclusive o que foi realizado por Fischbein e outros pesquisadores posteriormente nos anos 80, 90 e 2000, que apontaram que a instrução escolar tem papel fundamental na transformação das intuições primárias em conceito operativo de probabilidade (FISCHBEIN; GAZIT, 1984), além de que a faixa etária definida pelos estágios não

contém exatidão, pois em alguns países, pesquisas como a realizada por Carpenter (1981) apontaram que havia alunos que não manifestaram o que havia sido previsto por Piaget e Inhelder para os estágios em relação ao conhecimento de probabilidade.

Ao passo que Bryant e Nunes (2012) reconhecem a importância de se ensinar conceitos de probabilidade desde cedo e num documento intitulado de “Children’s understanding of probability” publicado em 2012, os autores trazem os aspectos basilares para a abordagem da probabilidade em idade precoce.

Os autores iniciam o documento colocando que há exigências cognitivas para a compreensão da probabilidade, ou seja, os alunos devem se basear na compreensão de quatro aspectos diferentes dos eventos e da sequência em que eles ocorrem, pois a probabilidade é um conceito complexo e estabelecem quatro exigências cognitivas:

Quadro 2 – Exigência cognitiva

Exigência cognitiva	Finalidade
Compreender a aleatoriedade	Para entender a natureza e as consequências da aleatoriedade e o uso da aleatoriedade em nossa vida cotidiana.
Trabalhando o espaço amostral	Reconhecer que o primeiro e o passo essencial na resolução de qualquer problema de probabilidade é descobrir todos os possíveis eventos e sequências de eventos que podem acontecer. O conjunto de todos os eventos possíveis é chamado de 'espaço amostral' e calcular o espaço amostral não é apenas uma parte necessária do cálculo das probabilidades de determinado evento, mas também um elemento essencial para entender a natureza da probabilidade.
Comparando e quantificando probabilidades	Probabilidades são quantidades baseadas em proporções, e é preciso calcular essas proporções para fazer a maioria (mas não todas) as comparações das probabilidades de dois ou mais eventos. Essas proporções podem ser expressas como decimais, como frações ou como proporções.
Compreender a correlação (ou relações entre eventos)	Um a associação entre dois tipos de eventos pode acontecer aleatoriamente ou, alternativamente, pode representar um relacionamento genuíno. Para descobrir se existe uma relação não aleatória ou não, temos que atentar para a relação entre evidências confirmadoras e não confirmadas e verificar se a frequência de casos confirmados pode ter acontecido por acaso. Isso significa que, para entender as correlações, precisamos entender todas as três ideias mencionadas acima.

Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação com base nos estudos de Bryant e Nunes (2012, p. 4, tradução nossa)

Após relacionar as quatro exigências cognitivas, Bryant e Nunes (2012) comentam sobre alguns aspectos importantes sobre a aprendizagem de probabilidade, que enumeramos abaixo:

- **Sobre aleatoriedade:** os autores apontam que as crianças têm mais dificuldade que os adultos em compreender o conceito de aleatoriedade. Apontam estudos recentes dos anos 2000 em que colocam que por volta dos dez anos de idade, muitas crianças percebem que existe uma associação entre aleatoriedade e imparcialidade e que um erro típico manifestado por crianças e adultos é desconsiderar a independência de eventos sucessivos em uma situação aleatória, ou seja, cometem o erro de julgar que, após uma sequência de um tipo de resultado, um resultado diferente é mais provável na próxima vez.

- **Sobre o espaço amostral:** apontam que o conceito de espaço amostral tem sido negligenciado nas pesquisas sobre as ideias das crianças acerca do acaso, que se concentram principalmente no entendimento das crianças sobre a aleatoriedade e em sua capacidade de quantificar e comparar probabilidades. Bryant e Nunes (2012) afirmam que em muitos problemas de probabilidade é necessário não apenas listar todas as possibilidades no espaço amostral, mas também classificá-las. Por exemplo, num lançamento de dois dados a forma como se registra o resultado pode trazer uma determinada implicação: os resultados poderão ser equiprováveis ou não; assim, os resultados individuais são equiprováveis, mas os resultados agregados (como soma de dois números) não. Ainda ressaltam que para trabalhar o espaço amostral, a criança deve imaginar o futuro de uma maneira particular e pensar em todos os eventos possíveis que podem ocorrer em um contexto particular, ou seja, demonstrar o espaço amostral como um espaço de amplas possibilidades.

- **Sobre quantificar probabilidades:** Bryant e Nunes (2012) explicam que a probabilidade é uma quantidade, ou seja, é uma quantidade baseada em proporções e geralmente é expressa como um número decimal, uma porcentagem ou uma razão. A solução para a maioria dos problemas de probabilidade repousa no cálculo de uma ou mais proporções, mas alguns podem ser resolvidos com base em relações simples como 'mais' ou 'maior'. Daí, apontam a questão do raciocínio proporcional sobre probabilidade que é difícil para crianças pequenas, como no caso de comparar duas ou mais probabilidades diferentes. Outra dificuldade das crianças seria em relação à probabilidade condicional, em que tem a possibilidade de calcular probabilidades condicionais corretamente se a informação básica for fornecida como números

absolutos do que como frações decimais. Deste modo, recomendam ensinar as crianças sobre probabilidades apresentando-as primeiro como razões, em vez de frações, que pode valer para probabilidades condicionais, bem como para probabilidades simples.

- **Sobre correlações:** os autores explicam que quando dois eventos acontecem juntos, sua coincidência pode ser uma ocorrência aleatória ou o resultado de um relacionamento genuíno e como a maioria dessas relações é imperfeita, temos que descobrir se a imperfeição da associação equivale à aleatoriedade ou a um acaso. Dessa forma, Bryant e Nunes (2012) enfatizam que pensamento correlacional também depende de as crianças perceberem que a maneira de descobrir se uma associação é aleatória ou não é considerar a quantidade relativa de evidências que confirmam e refutam, mas que para essa análise é necessária registros sistemáticos e sua quantificação. Os registros são importantes, pois quando as pessoas usam o raciocínio intuitivo simples, muitas vezes são vítimas de um viés de confirmação: elas prestam mais atenção à confirmação do que à evidência que não confirma. Estudos recentes publicados nos anos 70, 80 e 90 e apontado pelos autores evidenciam que apenas uma minoria aprende a considerar e relacionar os dois tipos de evidência (confirmadoras e não-confirmadoras).

Ao longo do documento, os autores pontuam que muitos estudos realizados por Piaget e colaboradores com bebês e crianças (no final da década de 50) são pouco conclusivos e demandam de novos testes para aferir aspectos sobre a aprendizagem da probabilidade e o desenvolvimento de noções, como o que foi apontado em diversos estudos posteriores, citando o estudo de Waismeyer, Meltzoff e Gopnik (2015) depois de observar a evidência probabilística, as crianças escolheram agir sobre o objeto com maior probabilidade de produzir o efeito. Os resultados desse estudo demonstraram que as crianças podem aprender sobre causa e efeito sem tentativa e erro ou instrução linguística na tarefa, simplesmente observando os padrões probabilísticos de evidências resultantes das ações imperfeitas de outros agentes sociais, ou seja, a compreensão intuitiva das estatísticas e a ponderação das probabilidades de um cenário de causa e efeito mostram que as crianças pequenas não precisam passar por

tentativa e erro para aprender, pois elas podem apenas observar o que as outras pessoas fazem.

Taylor (2011) explica que a compreensão acerca da teoria da probabilidade é essencial para entender áreas como a de política, relatórios sobre clima, genética, esportes e apólices de seguro, além de nos ajudar a tomar decisões ao longo da vida. A autora coloca que mudanças ocorreram ao longo do tempo nos currículos escolares com a finalidade de inserir a probabilidade na escola primária, citando que o NCTM (2000), um dos órgãos que se destaca mundialmente na elaboração de currículos, recomenda em seus *standards* que desde a pré-escola até a 12^a série, os alunos possam compreender e aplicar conceitos básicos de probabilidade.

Sobre as recomendações do NCTM (2000), Taylor (2011) esclarece que o documento argumenta que se os alunos forem entender a probabilidade em um nível mais profundo no Ensino Médio e na faculdade, então as habilidades necessárias para seu domínio deve começar nas séries elementares, assim o aprendizado da probabilidade nas séries iniciais fornecerá aos alunos uma base mais sólida para estudos posteriores. Além disso, segundo a autora, o documento elaborado pelo NCTM (2000) coloca que o tipo de raciocínio usado na probabilidade nem sempre é intuitivo e, portanto, pode não ser desenvolvido em crianças pequenas se não estiver incluído no currículo.

A autora ainda pontua que a inclusão de atividades que tratam de probabilidade experimental no Ensino Fundamental melhora as habilidades de resolução de problemas pelas crianças e oferece uma variedade de desafios para elas, além de que a experiência com probabilidade pode contribuir para o conhecimento conceitual dos alunos sobre como trabalhar com dados e acaso, devendo-se trabalhar além da probabilidade experimental, a probabilidade teórica, com o uso de gráficos, diagramas de árvore e procedimentos simples de contagem.

Sobre os *standards* publicados pelo NCTM em 2000 e que tratam do ensino de probabilidade desde os anos iniciais, cabe destacar que a probabilidade aparece em uma unidade intitulada “Análise de Dados e Probabilidade” com o objetivo de que os alunos aprendam “[...] métodos estatísticos apropriados para analisar dados, fazer inferências e previsões com base em dados, e entender e usar os conceitos básicos de

Probabilidade” (NCTM, 2000, p. 4). Abaixo, trazemos no quadro 3 sintetizadas as habilidades que devem ser desenvolvidas pelos alunos segundo o NCTM (2000):

Quadro 3 – Habilidades relacionadas à probabilidade previstas pelos Standards do NCTM

Série escolar	Habilidades
Do pré-K até a 2ª série	discutir eventos relacionados às experiências dos alunos como prováveis ou improváveis.
Na 3ª a 5ª séries	- descrever eventos como prováveis ou improváveis e discutir o grau de probabilidade usando palavras como certo, igualmente provável e impossível; - prever a probabilidade de resultados de experimentos simples e testar as previsões; - entenda que a medida da probabilidade de um evento pode ser representada por um número de 0 a 1.
Na 6ª a 8ª séries	- entender e usar a terminologia apropriada para descrever eventos complementares e mutuamente exclusivos; - usar proporcionalidade e um entendimento básico de probabilidade para fazer e testar conjecturas sobre os resultados de experimentos e simulações; - calcular probabilidades para eventos compostos simples, usando métodos como listas organizadas, diagramas de árvore e modelos de área.
Na 9ª a 12ª séries	- compreender os conceitos de espaço amostral e distribuição de probabilidade e construir espaços amostrais e distribuições em casos simples; - usar simulações para construir distribuições de probabilidade empíricas; - calcular e interpretar o valor esperado de variáveis aleatórias em casos simples; - compreender os conceitos de probabilidade condicional e eventos independentes; - entender como calcular a probabilidade de um evento composto.

Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022) com base no NCTM (2000)

O que está previsto nos *standards* do NCTM (2000) em relação às habilidades a serem desenvolvidas para os anos iniciais no que se refere ao conteúdo de probabilidade se assemelha com o que é proposto pela BNCC (BRASIL, 2018), diferenciando-se apenas em relação à Educação Infantil, que no caso do documento brasileiro não coloca a probabilidade como conteúdo a ser aprendido em nenhum de seus campos de experiência.

Oparnica, Sudžuković e Zobenica (2016) defendem a inserção da probabilidade na Educação Infantil constatando por meio de pesquisa realizada com alunos que estes

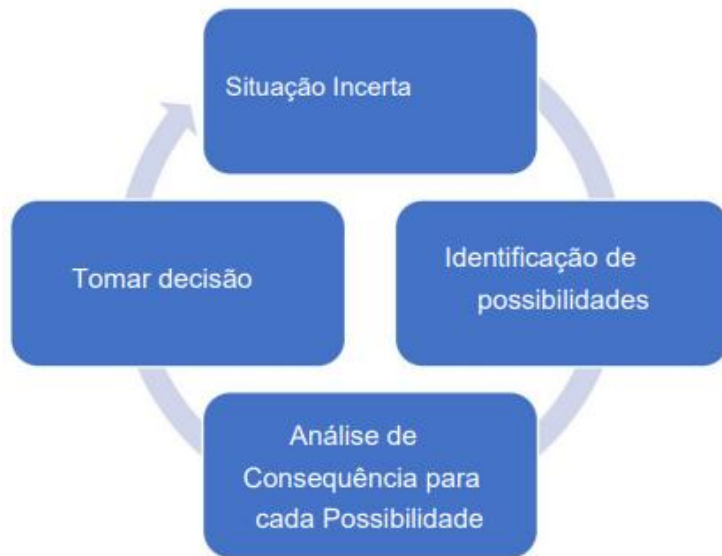
aprendem noções de probabilidade intuitivamente. Os autores afirmam que a probabilidade está ao nosso redor, por toda parte, em situações do cotidiano e que muitos alunos do Ensino Médio e do Ensino Superior têm dificuldades para entender probabilidade, mas se aprendessem sobre probabilidade desde cedo, eles entenderiam o conceito intuitivamente e poderia ser muito mais fácil para eles compreenderem a probabilidade.

Os autores colocam que os pesquisadores nas décadas de 70 e 80 começaram a explorar possibilidades de introduzir a probabilidade no currículo das escolas primárias, pontuando benefícios como: a experiência com probabilidade pode contribuir para o conhecimento conceitual dos alunos sobre como trabalhar com dados e acaso; aprender sobre problemas relativos à probabilidade contribui para o qualidade do raciocínio matemático, encoraja os alunos a pensar matematicamente sobre os problemas do dia-a-dia, estimula o interesse dos alunos em estudar Matemática e aumenta a atenção e concentração. Desta forma, muitos países introduziram a probabilidade na escola primária. Veremos nos próximos tópicos a importância da inserção da probabilidade no currículo dos anos iniciais, seguindo-se de uma análise dos principais referenciais curriculares e o que propõe para o ensino de probabilidade nesta etapa de escolaridade.

1.2 Uma visão geral sobre o pensamento probabilístico

Hokor (2023) coloca a necessidade de se promover a alfabetização probabilística uma vez que situações envolvendo probabilidade estão presentes no cotidiano e na profissão de muitas pessoas. O autor explica que uma pessoa alfabetizada probabilisticamente é capaz de interpretar, avaliar criticamente, analisar, julgar, decidir e comunicar sobre situações incertas e fazer escolhas e assumir as consequências dessas escolhas. Hokor (2023, p. 2) explica que essas habilidades decorrem do desenvolvimento de raciocínio probabilístico, que é a “maneira como as pessoas raciocinam sobre situações incertas e tomam decisões com base nos resultados prováveis”. Segundo Hokor (2023, p. 32) a “habilidade de identificar os resultados mais prováveis na incerteza constitui pensamento probabilístico”. O autor propõe o seguinte modelo para o pensamento probabilístico:

Figura 1 – Modelo de Pensamento Probabilístico proposto por Hokor (2023)



Fonte: Hokor (2023, p. 32)

Esse modelo de pensamento probabilístico envolve a identificação de todos os resultados possíveis, avaliando o grau de possibilidade de previsões de eventos futuros que tem elementos de dúvida, para então se tomar uma decisão.

Já Borovcnik (2016, p. 1500) coloca a “alfabetização probabilística como a capacidade de usar conceitos e métodos relevantes em contexto e problemas cotidianos.” Borovcnik (2011) propõe um primeiro modelo de pensamento probabilístico a partir de 5 categorias: a. probabilidade como índice de surpresa; b. o feedback de situações probabilísticas é indireto; c. a alternativa causal à aleatoriedade; d. o conflito entre ações e reflexões; e. critérios não probabilísticos para decisões. Este modelo é mais específico do que o de Hokor (2023) que se fundamenta na incerteza e tomada de decisão.

Borovcnik (2016) reordenou essas categorias de pensamento probabilístico intuitivo em forma de habilidades fazendo correspondência com as categorias anteriormente definidas, como vemos no quadro abaixo:

Quadro 4 – Categorias de pensamento probabilístico segundo Borovcnik (2016)

Categorias do pensamento probabilístico	Correspondência com o proposta de 2011
a capacidade de equilíbrio entre elementos psicológicos e formais	a. probabilidade como índice de surpresa; e. critérios não probabilísticos para decisões
o entendimento de que faltam critérios diretos para o sucesso	b. o feedback de situações probabilísticas é indireto
a capacidade de separar aleatoriedade e causalidade	c. a alternativa causal à aleatoriedade
a capacidade de separar refletir sobre um problema e tomar uma decisão	d. o conflito entre ações e reflexões

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação a partir do trabalho de Borovcnik (2016)

Borovcnik e Batanero (2016) determinam os componentes do pensamento probabilístico que são estes: a. influência do julgamento de probabilidade anterior, b. assimetria de probabilidades condicionais, c. caráter teórico da independência, d. o problema das pequenas probabilidades, e. correlação como dependência probabilística.

A partir desses componentes Borovcnik (2016) estabeleceu novas correspondências que são mostradas no quadro a seguir:

Quadro 5 – Estruturação do pensamento probabilístico segundo Borovcnik (2016)

Estruturação do pensamento probabilístico	Correspondência com as categorias do pensamento probabilístico	Estruturação do pensamento probabilístico considerando o aspecto risco
Caráter teórico da probabilidade	c. Caráter teórico da independência; d. O problema das pequenas probabilidades combinando TSP (Teoria subjetivista da probabilidade) , TAP (Teoria a priori da probabilidade) e TFP (Teoria frequentista da probabilidade)	Caráter teórico da probabilidade e independência
Probabilidade condicional	a. Influência do julgamento de probabilidade anterior; b. Assimetria de probabilidades condicionais; com base em sua dependência de julgamentos anteriores, como bem como a assimetria de probabilidades relativas à direção do condicionamento;	Probabilidade condicional
Conceitos baseados em evidências probabilísticas	e. Correlação como dependência probabilística; como dependência probabilística como conceituado pelo coeficiente de correlação ou chances relativas.	Conceitos como evidências probabilísticas de construção de correlação

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação a partir do trabalho de Borovcnik (2016)

Ainda que pesem as complementações feitas por Borovcnik (2016), podemos considerar este modelo como um parâmetro de como o pensamento probabilístico se configura, mas ainda há outros elementos que devem ser considerados para que se tenha um modelo mais completo e talvez definitivo sobre o pensamento probabilístico.

Tarr e Jones (1997) propuseram um modelo de pensamento probabilístico baseado em vários níveis de maturidade cognitiva e em vários conceitos probabilísticos, como espaço amostral, probabilidade de um evento, probabilidade condicional e independência. Como tal, as estruturas fornecem uma visão geral coerente dos tipos de raciocínio probabilístico que se espera que os alunos do Ensino Médio tragam para a sala de aula, mas tem como ponto de referência a independência, ou seja, quando o aluno se defronta com eventos dependentes e independentes em situações que envolvem probabilidade. É um modelo muito específico, não abrange outros conceitos de probabilidade, mas fornece uma visão geral do pensamento probabilístico dos alunos do Ensino Médio. Os níveis estabelecidos são estes: (1) Nível Subjetivo, (2) Nível Transitório, (3) Nível Informal Quantitativo e (4) Nível Numérico. No nível subjetivo, os alunos aplicam entendimentos incompletos da habilidade ou aplicam estratégias intuitivas para resolver problemas relacionados; no nível transitório, os alunos demonstram alguma compreensão da habilidade e usam estratégias às vezes eficazes para resolver problemas relacionados; no nível informal quantitativo, os alunos têm uma compreensão essencial da habilidade e começam a aplicar estratégias eficazes para resolver problemas relacionados; no nível numérico, os alunos dominam a habilidade e aplicam estratégias eficazes para resolver problemas relacionados com soluções numéricas precisas.

Ainda assim, com esta proposta de Tarr e Jones (1997), entendemos que seja necessário o estabelecimento de um novo modelo mais completo e que consiga abranger mais conceitos de probabilidade e situações.

Gal (2005) propôs um modelo de letramento probabilístico, bastante genérico, como podemos ver abaixo e que pode ser correlacionado com o pensamento probabilístico:

Quadro 6 – Letramento probabilístico

Elementos de conhecimento	1. Grandes ideias: Variação, Aleatoriedade, Independência, Previsibilidade/Incerteza. 2. Calculando probabilidades: Maneiras de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos. 3. Linguagem: Os termos e métodos usados para comunicar sobre o acaso. 4. Contexto: Compreender o papel e as implicações das questões probabilísticas e mensagens em vários contextos e no discurso pessoal e público. 5. Questões críticas: Questões para refletir ao lidar com probabilidades
Elementos de disposição	1. Postura crítica. 2. Crenças e atitudes. 3. Sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco (por exemplo, aversão ao risco).

Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação a partir do trabalho de Gal (2005, p. 51)

O modelo é inspirado numa proposta que Gal fez para o letramento estatístico, sendo menos específica. Gal (2005) esclarece que o que constitui um nível suficiente de conhecimento ou entendimento na área de probabilidade não pode ser definido em termos absolutos, pois há diferentes culturas e contextos de vida, assim, segundo o autor, a idade e o histórico dos alunos impactam em seu conhecimento de mundo, capacidade de lidar com conceitos abstratos ou capacidade e vontade de criticar seus próprios pensamentos ou os dos outros sobre probabilidade, chance e incerteza.

Para Gal (2005), como se vê no quadro 6, o letramento probabilístico é composto por cinco categorias de elementos de conhecimento, que são considerados fundamentais para o aluno desenvolver habilidades de interpretar e resolver situações probabilísticas do mundo real. Tais elementos de conhecimento são: cálculo de probabilidade, grandes ideias, linguagem, questões críticas e o contexto, devendo existir uma inter-relação no decorrer do processo de aprendizagem, sendo primordial uma articulação entre esses elementos para que um aprendizado efetivo possa ser alcançado.

No que se refere ao elemento “grandes ideias”, Gal (2004) destaca a relevância da aleatoriedade, independência e variação, visto que esses conceitos não são triviais e que é fundamental uma abordagem de forma conjunta para que os alunos percebam conexões entre esses conceitos. Nesse sentido, esses componentes são premissas para a compreensão das grandes ideias complementares que são a previsibilidade e a

incerteza, que se relacionam ao risco e à confiança, essenciais para o estudo de probabilidade. Gal (2005) explica que embora alguns aspectos dessas grandes ideias possam ser representados por símbolos matemáticos, a sua essência não pode captada por notações técnicas, de modo que os alunos devem compreender a natureza abstrata geral dessas ideias apenas de modo intuitivo. Além do mais, ressalta que essas três grandes ideias - aleatoriedade, independência e variação – são muito complexas e estão ligadas aos conceitos de regularidade, co-ocorrência e estabilidade, que não são discutidos quando se ensina probabilidade.

Partindo para o “cálculo de probabilidades”, Gal (2005) destaca que os alunos devem ter a habilidade de determinar a probabilidade de eventos para compreender processos probabilísticos e o autor enfatiza que em sala de aula é preciso que haja enfoque nos significados de probabilidade de modo completo, fazendo com que os alunos se familiarizem com os diferentes métodos para determinar a probabilidade de eventos aleatórios. Contudo, o planejamento das aulas demanda criatividade e estudos mais amplos para inserir a probabilidade de modo mais simples e direto, visto que em nosso cotidiano podemos analisar diversas situações nas quais a probabilidade não é destacada, nem ensinada.

Já no elemento de conhecimento denominado “linguagem”, Gal (2005) afirma que há a necessidade de implementar no âmbito educacional o vocabulário relacionado à probabilidade por meio de situações que promovam, mesmo que de modo gradual a linguagem probabilística, para se utilizar de modo consciente termos e frases relacionadas à aleatoriedade, à probabilidade e ao acaso. Braga, Ballejo e Viali (2022) salientam que a falta de convivência com os termos probabilísticos pode gerar consequências negativas, como as dificuldades no entendimento de situações cotidianas em que esse conhecimento se faz necessário.

Segundo Gal (2005), o “contexto” é um dos elementos principais para fazer com que os alunos consigam se envolver no estudo da probabilidade, já que está presente em diversas áreas da vida deles. Ao compreender o contexto o aluno observa melhor a relevância do acaso nas mais diversas situações, além de perceber em quais circunstâncias essas situações são mais presentes, como por exemplo, na previsão do tempo, nas decisões pessoais e mundiais.

No elemento de conhecimento que Gal (2005) denominou de “questões críticas” é destacada a importância do professor saber quais indagações que envolvem contextos probabilísticos devem ser feitas em sala de aula para promover reflexões pertinentes para os alunos desenvolverem melhor sua criticidade em suas respostas. Para o autor, é imprescindível a presença da postura crítica para se obter reflexões e questionamentos que validem e forneçam uma veracidade para determinada afirmação relacionada à probabilidade. Ademais, Gal (2005) sugere que existem cinco passos que podem auxiliar no processo crítico, que é a compreensão do contexto da informação, sua fonte, o caminho percorrido para a sua produção e comunicação, os significados que ela busca transmitir e a interpretação reflexiva sobre os elementos citados anteriormente. Uma estratégia que foi utilizada no produto educacional desta dissertação de Mestrado para que os alunos pudessem participar ativamente do processo de aprendizagem da probabilidade, foi inserir a argumentação em sala de aula, de modo que pudessem justificar, validar e compreender suas afirmações como colocam (AGUILAR JÚNIOR; NASSER, 2012). Esse elemento das questões críticas se relaciona diretamente com tal estratégia argumentativa e contribui para a consolidação do letramento probabilístico.

Braga, Ballejo e Viali (2022) baseados em Gal (2005) chamam de letramento probabilístico, a capacidade de “obter, empregar, interpretar e comunicar concepções referentes à Probabilidade, objetivando o gerenciamento de demandas oriundas do mundo real que envolve incertezas e riscos” (BRAGA; BALLEJO; VIALI, 2022, p. 5). Os estudos de Braga, Ballejo e Viali (2022) sintetizam o modelo de letramento que foi proposto por Gal (2005) e pode ser observado na figura 2 abaixo, em que são mostrados os elementos de conhecimentos que discutimos anteriormente e que são considerados fundamentais para a compreensão da probabilidade de modo integral:

Figura 2 - Elementos de conhecimento do letramento probabilístico proposto por Gal (2005)



Fonte: Braga, Ballejo e Viali (2022, p. 6)

Retornando ao pensamento probabilístico, Taram, Sukestiyarno e Rochmad (2021) explicam que pensamento probabilístico é um tipo de habilidade de pensamento que pertence às Habilidades de Pensamento de Ordem Superior e que os alunos precisam ter a capacidade de pensamento probabilístico para enfrentar a vida que é cheia de incertezas. Por meio de uma pesquisa qualitativa, os autores conseguiram estabelecer cinco etapas do processo de pensamento probabilístico. São elas: (1) entender o problema da incerteza que precisa ser resolvido; (2) identificar todas as possibilidades que ocorrerão a partir de um problema; (3) agrupar os resultados do evento identificado; (4) determinar a probabilidade dos eventos ocorridos; e (5) verificação dos resultados. Estes indicadores também são muito gerais havendo a necessidade de estabelecer componentes mais específicos para determinar como o pensamento probabilístico se configura nos diferentes níveis de ensino, para que os professores possam planejar as suas aulas e rubricas no sentido de avaliar se o pensamento probabilístico está se desenvolvendo.

Considerando o que foi exposto sobre pensamento probabilístico e letramento probabilístico, podemos dizer que o pensamento probabilístico integra o letramento probabilístico, uma vez que este aborda as grandes ideias, ou seja, visa promover a

compreensão dos conceitos que envolvem a probabilidade e ao objetivar o desenvolvimento do letramento probabilístico se está possibilitando também o desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Deste modo, procuramos traçar uma visão geral acerca do pensamento probabilístico e seus componentes relacionando-o com o letramento probabilístico. Passemos ao próximo tópico.

1.3 A importância da inserção da probabilidade no currículo dos anos iniciais

A teoria da Probabilidade estuda os experimentos aleatórios, mostrando a chance de ocorrência de eventos aleatórios relacionados aos espaços amostrais desses ensaios em várias áreas das “ciências físicas, biológicas e sociais, como por exemplo a química, a física, a biologia, a agricultura, a medicina, a genética, o setor de seguros, finanças e economia, astronomia, engenharia, meteorologia, pesquisa de opinião pública” e entre outros (ASSIS et al., 2023, p. 8). O ensino de probabilidade vem ganhando destaque, pois é importante e necessário para contribuir na formação integral de cidadãos, já que nos assuntos atrelados à probabilidade os estudantes podem desenvolver habilidades para tomar decisões adequadas e conscientes ao se deparar com fenômenos não determinísticos.

Desde a Antiguidade, percebemos que a probabilidade está envolvida na sociedade, tanto no modo formal através das descobertas matemáticas que foram surgindo ao longo dos tempos, quanto no modo implícito com as situações diárias em que o ser humano se depara. Percebe-se que o pensamento probabilístico está presente em situações como atravessar a rua, em jogos de azar, ao analisar o tempo e inferir a chance de fazer sol ou chuva, até mesmo na tentativa e erro de algum experimento que não segue um mesmo padrão de ocorrência, o ser humano é capaz de perceber que há chance ou possibilidade de algo ocorrer. O pensamento probabilístico se desenvolve em diferentes estágios ao longo da vida do aluno levando-o a refletir sobre os fenômenos não determinísticos, fazendo com que diversas formas de pensamento e intuições sejam formadas, como apontado por Fischbein (1984).

Segundo Silva (2016), a palavra “probabilidade” tem origem no Latim, que tem por significado “provar ou testar” (*probare*) e afirma que a Teoria das Probabilidades se

iniciou a partir do interesse da sociedade em estudar as possibilidades de algo ocorrer ou não ocorrer, tendo “início com os jogos de azar disseminados na Idade Média”, sendo que “esse tipo de jogo é comumente praticado através de apostas, na ocasião também era utilizado no intuito de antecipar o futuro” (SILVA, 2016, p.13). Como observado, a probabilidade se encontra na vida das pessoas há muitos séculos, desde sua noção mais intuitiva, até alcançar noções mais complexas e formuladas com o início dos estudos probabilísticos de modo científico.

Ademais, Coutinho (2007, p.51) explica que “a noção de acaso é bastante complexa e recebeu diversas interpretações ao longo da história das ciências e da filosofia, uma vez que se vincula a nossa própria interpretação de mundo.” Para a autora, os povos que habitavam na Mesopotâmia ou Egito antigo, relacionavam a ideia do acaso aos poderes divinos ou sobrenaturais e este tipo de percepção permaneceu no comportamento da humanidade por muito tempo e ainda é presente em determinadas culturas quando se observa o contexto histórico. Em continuidade, a autora pontua que mesmo os jogos de lazer que envolviam o uso de dados feitos com barro cozido, era associado a uma “dimensão mística ou psicológica do acaso” (COUTINHO, 2007, p. 52).

Quanto ao desenvolvimento do ramo probabilístico na Matemática, já era conhecido o cálculo de proporções e raciocínio que envolvia a combinação, porém Coutinho (2007, p. 52) esclarece que “é surpreendente observar que encontraremos os primeiros estudos de combinatória aplicada à análise destes jogos somente no séc. XVI, principalmente com G. Cardano e, no início do séc. XVII, com Galileu”. Um dos motivos apontados por Pichard (1997, p. 107, apud COUTINHO, 2007, p. 52) para este estudo tardio foi assim explicado:

Uma primeira razão é que um tratado científico sobre os jogos de azar não seria, provavelmente, sério, pois os jogos eram coisas fúteis aos olhos dos sábios. Uma outra razão, certamente mais importante, é que o resultado de um sorteio “ao acaso” é a expressão da vontade divina, e como tal, não deveria ser calculada, pois não devemos desafiar Deus (ou o Diabo).

Além disso, matemáticos como Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre Fermat (1601-1655) contribuíram sobre os estudos da probabilidade levantando hipóteses que envolviam a ideia de resultados que eram possíveis em situações que relacionavam

apostas em jogos de dados (ver figura 3), fazendo com que a Teoria das Probabilidades fosse sendo conduzida como parte da Ciência (SILVA, 2016). Ademais, o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade tem “sido estimulado pela variedade das suas aplicações e simultaneamente, cada avanço da teoria tem permitido o alargamento da sua esfera de influência” (ASSIS et al., 2023, p. 8).

Figura 3 - Dados antigos utilizados em jogos de azar



Fonte: Roberto¹ (2016)

Diante disto, quando analisamos que o conteúdo probabilístico está presente como essencial no contexto escolar, devemos entender sua importância no contexto histórico e matemático, para assim proporcionar uma abordagem adequada do conteúdo, que leve o aluno à compreensão do que está sendo ensinado, observando-se as origens dos conceitos. Ademais, para Lopes (1998) a utilidade do ensino de Probabilidade e Estatística se dá pela necessidade do ser humano em dominar tais conhecimentos para atuarem na sociedade, de modo que possam lidar com situações do cotidiano e conseqüentemente compreender melhor o mundo ao seu redor.

É possível perceber que a probabilidade teve seu desenvolvimento através de contribuições de matemáticos brilhantes, formando e consolidando a Teoria das Probabilidades que hoje é tão essencial para o mundo em diversos aspectos. Ademais, vale ressaltar que cada aluno irá trazer consigo suas experiências extraescolares relacionadas ao conteúdo de probabilidade e estes alunos não necessariamente saberão formalizar seus conhecimentos prévios, mas poderão associar ao conteúdo probabilístico. O professor deverá valorizar as experiências prévias dos alunos, como

¹ ROBERTO, Vagner. *História e representações brinquedos*. Disponível em: <https://www.slideshare.net/ProfVagner/histria-e-representaes-brinquedos>. Acesso em: 10 abr. 2022.

previsto pelas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) para a Educação Básica, aliando o conteúdo ao que acontece na realidade e no contexto em que os alunos estão inseridos.

Lopes (2008, p. 60) aponta que “faz-se necessário que a escola proporcione ao estudante, desde os primeiros anos da escola básica, a formação de conceitos que o auxiliem no exercício de sua cidadania”. Com isto, surge a reflexão de como o conteúdo de probabilidade deve ser inserido ao longo do percurso escolar dos alunos, em que os conceitos probabilísticos e estatísticos devem:

Ser trabalhados desde os anos iniciais da educação básica para não privar o estudante de um entendimento mais amplo dos problemas ocorrentes em sua realidade social. Não é possível esperarmos que nosso aluno chegue ao ensino médio para iniciarmos conteúdos essenciais para o desenvolvimento de sua visão de mundo (LOPES, 2008, p. 61).

Um dos documentos importantes que norteiam a Educação Básica é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que apresenta competências e habilidades que os alunos devem desenvolver ao longo de sua trajetória escolar. A BNCC (BRASIL, 2018) considera que o conteúdo de probabilidade é essencial, não apenas quando os alunos estão mais maduros durante o Ensino Médio, mas afirma que a probabilidade deve estar presente desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com o intuito de que os alunos compreendam que nem todos os eventos serão determinísticos, pois trazem uma visão cristalizada da certeza oriunda da Educação Infantil.

A BNCC (BRASIL, 2018) apresenta objetos de conhecimento que recomendam ao professor o ensino de noções do acaso, análise da ideia da aleatoriedade em acontecimentos do cotidiano, chegando até mesmo ao próprio cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis, mostrando que a probabilidade é um conteúdo essencial e relevante desde o início da formação dos alunos. Antes da BNCC (BRASIL, 2018) é possível notar que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) não detalhavam tão bem como se daria o ensino de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, podendo ser vista uma notória mudança com o surgimento da BNCC. Lopes em pesquisa realizada em 2008, anterior à BNCC, já destacava que o estudo de conceitos probabilísticos desde os anos iniciais seria essencial para a formação da criança.

Samá e Goulart (2019) e Samá e Silva (2020) destacam a relevância do ensino de probabilidade na perspectiva escolar, visto que:

O estudo da Probabilidade e Estatística se concentrava apenas no Ensino Superior. No entanto, devido à demanda social por compreender e interpretar uma série de informações que fazem parte do nosso dia a dia tornou-se imprescindível a inclusão do ensino dessa área do conhecimento na Educação Básica (SAMÁ; SILVA, 2020, p. 4).

Nesse sentido, Lopes (2003) destaca a importância de ensinar e aprender probabilidade desde os anos iniciais da Educação Básica por meio da problematização de temas reais que tenham significado para o aluno, “para não privar o estudante de um entendimento mais amplo dos problemas ocorrentes em sua realidade social” (LOPES, 2003, p. 4).

Destacamos que o papel do professor é essencial no processo de aprendizagem do aluno para este alcance um bom domínio do conteúdo probabilístico e da argumentação. Deste modo, surge o questionamento sobre como os professores, principalmente dos anos iniciais lidam com o conteúdo de probabilidade, visto que muitos ainda não possuem domínio nos tópicos previstos pela BNCC, sendo um dos fatores que influenciam para que a probabilidade não seja ensinada de modo adequado, ou seja, muitas vezes é negligenciada nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Observando as práticas docentes, nota-se que na disciplina de Matemática, muitos conteúdos são ministrados de modo limitado (POZO; CRESPO, 2009), não abrangendo toda a amplitude que podem alcançar, mesmo na Educação Básica. Sabe-se que uma das formas de orientação para os docentes é através do bom conhecimento acerca dos documentos norteadores da Educação Básica (EB) para que possam desenvolver adequadamente os conteúdos previstos para todos os anos e séries, visando o pleno desenvolvimento do estudante, como sugere a Lei de Diretrizes e Bases (LDB).

Além disso, o professor não pode simplesmente incluir ou excluir determinados conteúdos do currículo sem ao menos analisar as consequências dessa ação, pois ao fazer isso os docentes estão exercendo um posicionamento em que legitimam algumas crenças e deslegitimam outras (LOPES, 1998). Este é o caso, do conteúdo de probabilidade que muitas vezes acaba sendo ensinado de modo limitado no Ensino Fundamental (EF) e no Ensino Médio (EM) mesmo sendo essenciais durante o

processo escolar do aluno, com abordagens restritas às fórmulas matemáticas, desprovidas de experimentação e contextualização.

Em complemento, Lopes (2008) explica que o desenvolvimento de Probabilidade e Estatística na Educação Básica tem sido fruto de pesquisas em diversas partes do mundo, buscando justificar sua relevância através das publicações de trabalhos de pesquisa, ressaltando a importância do aluno desenvolver as competências e habilidades referentes ao conteúdo de probabilidade, possibilitando uma base sólida para compreenderem estudos em áreas científicas como na Biologia e analisar as mudanças do mundo em que vivemos, agilizando as tomadas de decisões e previsões.

A finalidade do estudo de probabilidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental segundo a BNCC (BRASIL, 2018) como já mencionamos é de fazer com que o aluno compreenda que nem todos os fenômenos são determinísticos. A BNCC (BRASIL, 2018) frisa do 1º ao 5º ano a importância da utilização do cotidiano para promover e introduzir o conceito de probabilidade, possibilitando ao aluno perceber a Matemática na prática, reconhecendo que nem todos os fenômenos irão fornecer os mesmos resultados, embora partindo de um mesmo contexto ou circunstância.

As noções que envolvem fenômenos determinísticos e não determinísticos podem ser observadas em momentos simples da vida dos alunos, proporcionando períodos em que o aluno participe do processo de construção do conhecimento com suas vivências e justificativas. Por exemplo, é sabido que se colocarmos a água em um bule sobre o fogo, com o tempo ela irá ferver. Sabemos também que se colocarmos a água em um recipiente no congelador, ela irá congelar, correto? Tais fenômenos são previsíveis e dentro das mesmas circunstâncias irão fornecer resultados idênticos. Por outro lado, se analisarmos uma urna com 10 bolinhas, sendo 5 azuis e 5 vermelhas, notamos que se pegarmos uma bolinha ao acaso, mesmo nas mesmas circunstâncias não poderemos afirmar com certeza qual será a bolinha que foi pega, mostrando que em certos casos, temos que lidar com a incerteza, prevendo e estimando as chances de algo ocorrer. Percebe-se que o contexto em que o aluno está inserido, bem como suas vivências devem ser valorizadas no planejamento das aulas pelo professor, visando sempre a aprendizagem, com a finalidade de lhe assegurar uma formação sólida para estudos posteriores (BRASIL, 1996).

Além disso, reafirma-se a notoriedade do uso do cotidiano no ensino de probabilidade, mesmo sob à luz dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), documento anterior à BNCC, deixando nítido que o tema já vem sendo discutido há um longo tempo, porém na prática são vistos poucos resultados no que se refere ao ensino eficaz dos conceitos que envolvem a probabilidade.

Através dos PCNs ficou explicitado que a ideia de estar alfabetizado “supõe saber ler, interpretar e concluir à luz de um conjunto de dados, bem como compreender a natureza aleatória de uma série de fenômenos que ocorrem no dia a dia”, portanto, se reitera a importância da abordagem dos conceitos de probabilidade tendo em vista sua presença no cotidiano dos alunos em diversas situações.

Ao analisarmos a proposta da BNCC (BRASIL, 2018) para os anos iniciais do Ensino Fundamental, notamos que os conteúdos previstos para o 5º ano se relacionam à compreensão do espaço amostral, bem como o cálculo de eventos equiprováveis, almejando que os alunos possam desenvolver habilidades para apresentar todos os resultados possíveis de um experimento aleatório e até mesmo determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possuem as mesmas chances de acontecer. Tais conceitos não aparecem de modo abrupto no 5º ano, mas a BNCC (BRASIL, 2018) apresenta tópicos probabilísticos desde o 1º ano do Ensino Fundamental e recomenda aos professores desenvolverem do 1º ao 4º ano as noções de acaso, a análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano, espaço amostral e a análise de chances de eventos aleatórios, mostrando que o conteúdo de probabilidade deve ser ensinado de modo coerente e nítido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com o intuito do aluno entender que nem todas as situações que ocorrem são determinísticas, contemplando a finalidade do estudo de probabilidade que é desenvolver noções que serão aprofundadas nos anos finais e Ensino Médio.

Nesse sentido, é importante que sejam inseridas metodologias de ensino e ferramentas pedagógicas durante o planejamento das aulas pelo professor, contemplando um ensino de probabilidade que proporcione a experimentação, como sugere Batanero (2010) e os jogos, como já mencionamos na introdução desta

dissertação. Vejamos a seguir como os documentos curriculares propõem o ensino de probabilidade.

1.4 O ensino de probabilidade nos anos iniciais nos documentos curriculares brasileiros: uma análise dos PCNs, BNCC, RecAL e PNAIC

O ensino de probabilidade no Brasil foi inserido em 1997, através dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), documentos que orientavam a estruturação do currículo escolar, porém, a ideia era de um ensino explorado por meio de situações-problema simples e o aluno teria o contato com a probabilidade a partir do segundo ciclo das escolas, por volta dos seus onze anos de idade (BRAGA; BALLEJO; VIALI, 2022).

Ademais, ao observar as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs), em seu art. 13, é dito que o currículo “configura-se como o conjunto de valores e práticas que proporcionam a produção, a socialização de significados no espaço social e contribuem intensamente para a construção de identidades socioculturais dos educandos” (BRASIL, 2013, p. 66). Nota-se, então que esta visão é pós-crítica, visto que o currículo vai além de conteúdo ou disciplinas, focando também na valorização das experiências dos educandos. Em continuidade, ao falar de currículo, sabemos que o documento atual que norteia a Educação Básica é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), constituída por:

Conhecimentos, saberes e valores produzidos culturalmente, expressos nas políticas públicas e gerados nas instituições produtoras do conhecimento científico e tecnológico; no mundo do trabalho; no desenvolvimento das linguagens; nas atividades desportivas e corporais; na produção artística; nas formas diversas de exercício da cidadania; e nos movimentos sociais. (BRASIL, 2013, p. 67)

No que se refere às disciplinas escolares, a **BNCC (BRASIL, 2018)** apresenta as competências e habilidades previstas para todos os anos e séries da Educação Básica. A seguir, no quadro 7, serão apresentadas as competências e habilidades previstas para a disciplina de Matemática acerca do conteúdo de Probabilidade do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, em que poderemos analisar que as noções probabilísticas

estão presentes desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, colaborando para uma aprendizagem integral do estudante:

Quadro 7 – Probabilidade do 1º ao 5º ano do EF na BNCC

BNCC (BRASIL, 2018)		
FINALIDADE	Promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos	
1º ANO	Objetos de conhecimento	Noções de acaso
	Habilidades	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º ANO	Objetos de conhecimento	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano
	Habilidades	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º ANO	Objetos de conhecimento	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral
	Habilidades	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º ANO	Objetos de conhecimento	Análise de chances de eventos aleatórios
	Habilidades	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º ANO	Objetos de conhecimento	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios
		Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis
	Habilidades	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não. (EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer

		(equiprováveis).
--	--	------------------

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação com base na BNCC.

De acordo com o quadro acima notamos que a finalidade do ensino de probabilidade para esta etapa do Ensino Fundamental é fazer com que os alunos entendam que nem todos os fenômenos são determinísticos. É importante observar que no 1º ano a abordagem do conteúdo se inicia de modo bastante natural, propondo que o aluno classifique determinados eventos do cotidiano com a noção de algo que “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” ou “é impossível acontecer”.

Deste modo, pretende-se que os alunos iniciem intuitivamente o processo de aprendizagem dos conceitos. É essencial que o aluno tenha em mente a ideia de que muitos acontecimentos não ocorrem da mesma forma, praticando a mesma ação. Sabemos que se colocarmos água no congelador, ela irá congelar, se colocarmos a água na panela sob o fogo, ela irá ferver, visto que são eventos determinísticos. Agora se experimentarmos lançar um dado não viciado sob uma mesma circunstância por duas vezes, não podemos garantir com 100% de certeza qual o número que estará na face após o lançamento, ou seja, dentro de uma mesma circunstância o lançamento do dado não é algo que ocorre de modo determinado, mas sim aleatório. O professor pode introduzir esta noção tendo como parâmetro o cotidiano, utilizando as vivências de seus alunos para contribuir no processo de aprendizagem do conteúdo de probabilidade para que desenvolvam as suas primeiras noções.

No 2º ano a ideia de aleatoriedade já pode ser abordada de modo um pouco mais robusto, utilizando termos como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis” ao analisar eventos aleatórios do cotidiano. Ao chegar no 3º ano, é previsto que os alunos já lidem com a ideia de acaso relacionando o espaço amostral, podendo identificar e estimar o conjunto de resultados possíveis, que possuem menores ou maiores chances de ocorrer em eventos aleatórios. Prosseguindo para o 4º ano, nota-se que o foco é a análise de chances de eventos aleatórios, porém sem utilizar frações, podendo o aluno reconhecer características de resultados que são mais prováveis ou não.

Finalmente, no 5º ano é previsto que os alunos tenham o conhecimento acerca do espaço amostral e do cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis, fazendo

com que o aluno apresente todos os possíveis resultados de experimentos aleatórios e determine a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos que são aleatórios e tem a mesma probabilidade de ocorrer.

Pudemos observar que o conteúdo de probabilidade não deve surgir apenas no 5º ano do Ensino Fundamental ou apenas no Ensino Médio, mas sim desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, de maneira coerente e despertando a curiosidade do aluno para aquilo que será visto no futuro de modo mais formal, relacionando o seu cotidiano com a Matemática na prática, ultrapassando os muros de um ensino que foca puramente no mecanicismo. Deste modo, o ensino de probabilidade do 1º ao 5º ano inicia-se de maneira intuitiva e progride para a aquisição das primeiras noções, mas sem o emprego de fórmulas para efetuar cálculos.

Ademais, notamos que as orientações descritas na BNCC (BRASIL, 2018) acerca do ensino de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental podem gerar um certo desconforto para professores que não estão acostumados a inserir este conteúdo de modo adequado em suas aulas. Muitas vezes esse desconforto é resultado da falta de domínio do conteúdo durante a sua formação inicial docente, ressaltando a importância de formações continuadas que possam encorajar e fornecer conhecimento e ferramentas didáticas que podem ser úteis no processo do ensino probabilístico.

Finalizando a análise sobre a BNCC (BRASIL, 2018) acerca do nosso tema, observamos a relevância do cotidiano durante o ensino de probabilidade, já que a BNCC do 1º ao 5º ano no conteúdo de probabilidade cita a palavra “cotidiano”, enfatizando a necessidade de se trabalhar nessa vertente durante o processo de ensino e aprendizagem, fazendo com que as crianças já saibam que suas experiências podem ser valorizadas também à luz do currículo.

Em complemento, abordaremos como era exposto o ensino de probabilidade do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental nos **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNs)**, sendo que no final dos anos 80, período da publicação do documento, a estrutura curricular era nomeada de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental. Os PCNs foi um documento anterior à BNCC, que também considerava o ensino de Probabilidade e Estatística como importante desde os primeiros ciclos, “devendo o

professor abordar elementos da estatística, da combinatória e da probabilidade, desde os ciclos iniciais” (BRASIL, 1997, p. 84).

Os PCNs (BRASIL, 1997, p. 40), colocam o ensino de probabilidade, no bloco do “Tratamento da Informação”, pontuando que:

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).

Nestse trecho, os PCNs (BRASIL, 1997) deixam claro a ênfase na observação dos fenômenos e realização de experimentos para o ensino de probabilidade, recomendação encontrada em diversas pesquisas sobre ensino de probabilidade.

Notamos que o ponto principal dos PCNs (BRASIL, 1997) é que os alunos reconheçam que os acontecimentos do cotidiano são em maioria de natureza aleatória (como jogar dados, lançar moedas, tirar carta de baralho, etc) ao passo que a BNCC (BRASIL, 2018) tem como ponto principal que os alunos reconheçam que nem todos os fenômenos são determinísticos. Assim, os documentos partem de nomenclaturas diferentes para dar ênfase à aspectos que possuem a mesma finalidade.

É importante destacar que na época dos PCNs (BRASIL, 1997), o Ensino Fundamental era dividido em ciclos, sendo o 1º ciclo correspondente às antigas 1ª e 2ª séries e o 2º ciclo correspondia às antigas 3ª e 4ª séries. Organizamos o quadro 8 com os principais pontos acerca da probabilidade presentes nos primeiros ciclos do Ensino Fundamental:

Quadro 8- Conteúdo de Probabilidade no 1º e 2º ciclo do Ensino Fundamental (PCNs)

PCNs		
TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	OBJETIVOS DO EF	Aprender noções de estatística, de probabilidade e de combinatória.
		Compreender que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados

		desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis).
	OBJETIVOS 1º CICLO	não identificado
	CONTEÚDOS CONCEITUAIS E PROCEDIMENTAIS 1º CICLO	não identificado
	OBJETIVOS 2º CICLO	Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos.
	CONTEÚDOS CONCEITUAIS E PROCEDIMENTAIS 2º CICLO	Exploração da ideia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”. Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação com base nos PCNs (1997)

Os PCNs (BRASIL, 1997) colocam a probabilidade no bloco de Tratamento da Informação junto com as noções de estatística e combinatória, englobando as análises das informações de natureza diferentes oriundas de acontecimentos do cotidiano, como dados de pesquisas estatísticas, diversas combinações que podem ser feitas com dois objetos por exemplo, procurando entrelaçar conceitos de probabilidade com ideias estatísticas e de combinações. Na BNCC (BRASIL, 2018), os conteúdos de probabilidade estão concentrados na unidade temática “Probabilidade e Estatística”, sendo que a combinatória é abordada com ênfase em problemas de contagem e diagrama de árvore.

Ao observar os objetivos do primeiro ciclo, notamos que não há algo concreto que relacione diretamente o conteúdo de probabilidade, embora implicitamente possamos adaptar o conteúdo de probabilidade aos termos usados nos PCNs como

“justificativa e espírito de investigação” (BRASIL, 1997, p. 49), porém de modo geral, o primeiro ciclo está nitidamente mais voltado para o conteúdo de Estatística que o de Probabilidade.

Além disso, ao longo dos PCNs o conteúdo de probabilidade somente é evidenciado no 2º ciclo, em que é esperado que o aluno possa identificar características de acontecimentos aleatórios ou previsíveis a partir de situações-problema, podendo utilizar recursos estatísticos e probabilísticos também. No que se refere aos conteúdos conceituais e procedimentais do 2º ciclo, fica explícito que o professor deverá promover a exploração da ideia de probabilidade e a utilização de informações dadas para avaliar probabilidades, tendo presente a utilização de situações-problema simples.

Apesar dos PCNs destacarem teoricamente a importância da probabilidade desde os primeiros ciclos não fica evidente as orientações para o ensino de probabilidade no primeiro ciclo. Além disso, podemos fazer uma comparação com a BNCC e notar que a Base detalha mais acerca de seus objetivos, competências, habilidades e objetos de conhecimentos (conteúdos) a serem desenvolvidos com o conteúdo de probabilidade. Ao analisarmos a probabilidade presente no 2º ciclo dos PCNs, notamos que poderia ser algo mais aprofundado, já que contempla duas séries.

Por fim da análise dos PCNs, notamos que mesmo resumidamente, os Parâmetros Curriculares Nacionais já tinham a concepção de que a probabilidade era um tema que merecia destaque, além disso, vale ressaltar que os PCNs indicavam que o cotidiano também deve ser envolvido durante o processo de ensino deste tema, levantando mais uma vez a necessidade de se trabalhar com as experiências extraescolares dos estudantes para contribuir com a aprendizagem.

Em prosseguimento, analisaremos o **Referencial Curricular de Alagoas (ReCAL)**, que é um “documento para todo território alagoano, construído democraticamente, com participação dos alagoanos, mas principalmente, professores e instituições de ensino de Alagoas” (ALAGOAS, 2019, p.13). Além disso, sabemos que cada país difere segundo sua cultura, língua materna e entre outros, daí, quando voltamos nosso olhar para o âmbito educacional sabemos que cada estado possui necessidades, costumes e contextos específicos, por isso é relevante também analisar

o que Referencial Curricular de Alagoas apresenta em seu documento, visto que as aplicações realizadas nessa pesquisa foram realizadas em Maceió, Alagoas.

Partindo dessas ideias, elencamos o que o Referencial Curricular de Alagoas apresenta acerca do ensino de Probabilidade, sabendo que o Referencial irá consultar a Base Nacional Comum Curricular para nortear suas ideias, bem como analisar as orientações obrigatórias para assim conduzir aquilo que o Estado de Alagoas pode implementar, respeitando a autonomia que existe em cada Estado de unir aquilo essencial no momento de elaboração do currículo. A seguir, no Quadro 9, temos a relação das principais características do ensino de Probabilidade no ReCAL:

Quadro 9- Probabilidade no Referencial Curricular de Alagoas (ReCAL)

PROBABILIDADE	
É muito comum que pessoas julguem impossíveis eventos que nunca viram acontecer. Nessa fase, é importante que os estudantes verbalizem , em eventos que envolvem o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu, iniciando a construção do espaço amostral. p. 484.	Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. p.487-488
Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. p. 487	Faz-se necessário recorrer à contagem de um conjunto discreto de elementos. Para resolver tais problemas, além de outros, de modelagem discreta, os conteúdos de combinatória ganham crescente importância na formação matemática.p. 484
BNCC (EF- ANOS INICIAIS)	
Promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Para isso, o início da proposta de trabalho com probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os estudantes compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. p. 484	

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

O documento em questão possui um quadro organizador curricular, que apresenta os objetos de conhecimento, habilidades e Desdobramentos Didáticos Pedagógicos (DesDP) do que é previsto para cada ano escolar, que é idêntico ao que a BNCC propõe, como apresentado no Quadro 7. Diante disto, buscamos apresentar

aquilo que ainda não foi exposto neste trabalho, retirando as intersecções presentes entre a BNCC e o Referencial Curricular de Alagoas que já foram discutidas anteriormente.

Percebe-se na primeira linha do Quadro 9 que é destacada a importância de se trabalhar as ideias de acaso e aleatoriedade em sala de aula, mostrando o que se pretende com o ensino de probabilidade, informando que muitos alunos podem julgar erroneamente eventos que nunca viram acontecer, destacando também a importância da ação cooperativa com outros alunos, bem como a essencialidade da verbalização como meio dos alunos apresentarem seus conhecimentos e socializarem com seus pares aquilo que pensam, promovendo discussões e argumentações que propiciem uma melhor compreensão do conteúdo probabilístico.

Em continuidade, o Referencial Curricular de Alagoas enfatiza a necessidade dos alunos compreenderem as relações entre conceitos e procedimentos de diversos campos da Matemática, incluindo a Probabilidade, bem como outras áreas de conhecimento, fazendo com que o aluno possua segurança em construir e aplicar aprendizados da disciplina de Matemática, promovendo assim a autoestima e perseverança do estudante na busca de soluções (ALAGOAS, 2019).

Ao final da análise do Referencial, notamos que acerca do ensino de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o intuito é bastante semelhante ao que a BNCC propõe, de promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos, mesmo sob circunstâncias ou condições iguais, centrando a proposta do ensino de probabilidade no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo a possibilitar que os alunos compreendam a existência de eventos certos, prováveis ou impossíveis.

Ademais, através das análises realizadas nos documentos referentes à BNCC, PCNs e Referencial Curricular de Alagoas constatamos que o ensino de probabilidade é considerado importante em todos eles, sendo de fato necessário à sua inserção efetivamente desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Também enaltecemos a contribuição do ensino de probabilidade para o aprendizado e desenvolvimento dos alunos como cidadãos capazes de relacionar o que aprendem com suas experiências no cotidiano e mundo em que vivem.

Constatamos que apesar dos PCNs destacarem a necessidade do ensino probabilístico desde os primeiros ciclos, não há um aprofundamento específico sobre o que é previsto durante esse processo. Em contrapartida, na BNCC podemos notar que existem mais detalhes e objetivos quanto ao ensino de probabilidade, orientando professores de modo mais nítido sobre aquilo que deve ser ensinado ao longo da Educação Básica.

Com isso, o Referencial Curricular de Alagoas tem como fundamento as orientações da BNCC e acrescenta algumas considerações que não estão presentes na BNCC, fazendo com que o currículo estadual respeite sua autonomia, seguindo aquilo que já é previsto no documento nacional e agregue às suas condições, contribuições extras, visando sempre os melhores caminhos para o aprendizado do aluno.

Outro documento relevante que enaltece o ensino de probabilidade durante os anos iniciais do Ensino Fundamental é o **PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa)**, que é um programa do governo brasileiro lançado em 2012 com o objetivo de promover a alfabetização das crianças até os oito anos de idade (até o final do 3º ano do Ensino Fundamental). O PNAIC buscava assegurar que todas as crianças brasileiras desenvolvessem habilidades de leitura, escrita e Matemática nos primeiros anos escolares, visando garantir uma base sólida para a aprendizagem ao longo de suas vidas. O PNAIC era uma política pública e foi um esforço significativo para lidar com os desafios educacionais do país e melhorar os indicadores de aprendizado das crianças brasileiras nos primeiros anos de escola.

O PNAIC foi executado de 2013 a 2017 em 5 edições numa cooperação entre Estados, municípios, Distrito Federal e a União. Promoveu a formação docente continuada para que os professores melhorassem as práticas pedagógicas e consequentemente os índices de alfabetização. Para a formação docente foram confeccionados materiais didáticos, denominados de Cadernos.

O Caderno 7, publicado em 2014, aborda a temática da Educação Estatística e inclui a importância do estudo da Probabilidade nos anos iniciais da Educação Básica no ensino de Matemática. Destaca-se a necessidade de relacionar os conceitos matemáticos da probabilidade com as situações cotidianas vividas pelos alunos, de

maneira a fazer com que eles tenham contato com o tema em diversos momentos, extrapolando o ambiente da sala de aula. Desta forma, o professor possibilitará aos alunos um aprendizado mais sólido e significativo, uma vez que há identificação dos alunos com os contextos e situações.

O Caderno sugere que os conceitos de resultado aleatório, evento provável e improvável, evento certo e impossível, espaço amostral, dentre outros, podem ser introduzidos através da apresentação de jogos como dados, par ou ímpar e bingo. O documento do PNAIC faz diversas sugestões de problemas e situações que um professor pode trazer à tona em sala de aula e esses recursos educativos se mostram eficazes no ensino da probabilidade, pois incentivam o pensamento crítico dos alunos, levando-os a desenvolver o raciocínio, no que antes se fazia apenas com princípios intuitivos. Na rotina das crianças em sala de aula podem ser inseridos conceitos de probabilidade, como por exemplo, num sorteio para definir um aluno auxiliador do professor por um dia, sorteio para definir um aluno auxiliador/monitor para suas aulas, ou de no dia do aniversário do aluno (a) colocar dois ou mais papeis com o seu nome dentro de um recipiente e assim, perguntar se ele tem a mesma chance de ser sorteado em relação aos demais. (BRASIL, 2014). Desta forma, as crianças devem ser capazes de concluir que em determinada situação, uma criança pode ter mais chances que outras ou podem ter chances iguais. O importante é que elas consigam, através da vivência, assimilar os diferentes cenários e o que isso implica no sentido probabilístico.

Diante disso, entende-se o quão importante é desenvolver, pouco a pouco, o estudo da probabilidade desde os anos iniciais, relacionando o meio em que as crianças estão inseridas. Além disso, ao unir as orientações dos documentos analisados neste tópico é possível notar a recomendação acerca de diferentes abordagens do conteúdo de probabilidade que podem ser usadas pelo professor para estimular o interesse dos alunos de uma forma prática e lúdica. Passemos ao apontamento sobre a análise de livros didáticos e como abordam os conteúdos de probabilidades nos anos iniciais.

1.5 O ensino de Probabilidade nos livros do Programa Nacional do Livro do Material Didático (PNLD)

A fim de realizar a análise dos livros didáticos de Matemática dos anos iniciais no contexto da Probabilidade, selecionamos duas coleções de livros do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para verificar como a Probabilidade vem sendo abordada nesses materiais e quais aspectos são enfatizados para que o pensamento probabilístico seja desenvolvido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. As obras analisadas fazem parte de duas coleções do PNLD, uma é intitulada como coleção “Desafio Matemática” que foi lançada em 2021, na sua primeira edição e tem como autor Ênio Silveira. Já a outra coleção é intitulada como “Buriti Mais Matemática”, lançada em 2021 em sua segunda edição, tendo Maria Regina como autora. Para cada coleção foram analisados cinco livros (do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental), buscando destacar se a Probabilidade é inserida seguindo o que recomenda a BNCC, se relaciona o ensino de probabilidade com as competências e habilidades previstas e se é dada a ênfase necessária para o desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Vejamos os livros selecionados:

Figura 4 – Coleção dos livros de Matemática analisados



Fonte: Editora Moderna (2021)

O livro do primeiro ano da coleção Desafio Matemática inicialmente informa que a obra tem como princípios norteadores a BNCC e a Política Nacional de Alfabetização (PNA), além de expor as competências e habilidades previstas pela BNCC que os estudantes deveriam desenvolver nessa etapa da Educação Básica. Estas

características estão presentes nos outros quatro livros dessa coleção que podem ser vistos no decorrer deste trabalho. Além disso, é importante destacar que para o primeiro ano do Ensino Fundamental é recomendado que na temática de Probabilidade o aluno compreenda as noções de acaso e que possa classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano (BRASIL, 2018).

Neste primeiro livro analisado da coleção Desafio Matemática, percebemos que o conteúdo probabilístico é apresentado apenas na unidade 7 com duas situações-problema envolvendo a aleatoriedade e o acaso através do uso da roleta e do lançamento de dados. Apesar da temática de probabilidade ser colocada neste material, percebe-se que há apenas uma página que se destina ao ensino do acaso dentro de todo o livro, fazendo com que na temática de Probabilidade e Estatística, a parte envolvendo a Estatística tenha sido mais explorada do que os aspectos que envolvem a Probabilidade.

Já no livro do primeiro ano da coleção Buriti Mais Matemática, temos que a apresentação inicial da obra aponta os aspectos metodológicos que serão abordados e que a BNCC pauta as atividades e conteúdos expostos no livro; todas as obras dessa coleção que foram abordadas nesse trabalho seguem essa mesma estrutura inicial, alterando o necessário nos objetos do conhecimento. As noções de acaso aparecem nas unidades 1 (Os números) e 3 (Figuras geométricas) através de situações-problema contextualizadas com o jogo de tabuleiro, lançamento de dados, nos quais os estudantes trabalham a ideia de certeza e incerteza.

Em continuidade, para o segundo ano do Ensino Fundamental a BNCC orienta que o aluno deve analisar a ideia de aleatório em situações do cotidiano, classificando se os eventos são “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”. A partir disto, analisamos o segundo livro da coleção Desafio Matemática que surge com a probabilidade de modo explícito na unidade 9 (Localização e movimento) com a atividade intitulada como “Investigando a chance” em um problema que relaciona as possibilidades de se escolher ao acaso algumas meias dentro de uma gaveta com cores diferentes. Como observado no livro do primeiro ano desta mesma coleção a Probabilidade aparece, mas não é colocada como destaque e é pouco explorada.

Partindo para a análise do segundo livro da coleção Buriti Mais Matemática é notado que os conceitos probabilísticos se iniciam na unidade 1 (Localização e movimento), com uma situação-problema que envolve a classificação de eventos prováveis ou impossíveis. Ademais, na unidade 5 (Multiplicação) é apresentada uma situação-problema utilizando dois dados de 6 faces em que são feitos questionamentos sobre as diversas possibilidades de se obter valores numéricos com a soma das duas faces voltadas para cima. Com isso, notamos que a coleção Buriti Mais Matemática apresentou mais atividades que a coleção Desafio Matemática nos livros do 2º ano no que se refere aos tópicos probabilísticos.

Em prosseguimento, ao explorar os livros do 3º ano direcionamos nosso olhar para as atividades que relacionavam a análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral, verificando se há como identificar em eventos aleatórios todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência (BRASIL, 2018).

Em princípio, expomos a análise do livro do 3º ano da coleção Desafio Matemática, em que a obra apresenta a ideia da aleatoriedade na unidade 6 (Medidas de comprimento e tempo) na seção “Investigando a chance”, onde existem duas situações-problema envolvendo diversos questionamentos sobre o acaso que auxiliam na construção do conhecimento do estudante através do lançamento de dados e moedas. Já na obra do 3º ano da coleção Buriti Mais Matemática a temática de Probabilidade aparece na unidade 4 (Localização e movimentação), no tópico “Entender a ideia de chance”, onde há três situações-problema contextualizando a Probabilidade através da escolha aleatória de números/cores para estimar os eventos que tem maiores ou menores chances de ocorrência. Ademais, o conteúdo probabilístico neste livro teve mais ênfase do que nas obras anteriores dessa mesma coleção, sendo também inserido na unidade 7 (Mais grandezas e medidas), contendo mais três situações-problema robustas e contextualizadas através do lançamento de dados e moedas.

Em prosseguimento será apresentada a análise dos livros do 4º ano das coleções selecionadas, em que a BNCC propõe que nesta etapa o aluno deve aprender sobre a análise de chances de eventos aleatórios, identificando entre eventos aleatórios

cotidianos aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações (BRASIL, 2018).

Iniciamos a análise do livro do 4º ano da coleção Desafio Matemática, onde a Probabilidade surge com situações-problema na unidade 6 (Mais multiplicações e divisões) e na unidade 7 (Ângulos e medidas de tempo), utilizando a ideia de Probabilidade contextualizada através do sorteio de bolas em uma urna, do sorteio de camisas e lançamento de moedas. Já no livro do 4º ano da coleção Buriti Mais Matemática, a Probabilidade é exposta com situações-problema na unidade 2 (Adição e subtração) e na unidade 4 (Multiplicação e divisão) e na seção já intitulada como Probabilidade, que tem por objetivo identificar, entre eventos aleatórios, aqueles em que há maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis. Nesta parte do livro são apresentadas quatro situações-problema envolvendo o sorteio de cores através de uma roleta, além dos problemas relacionando o sorteio de bolas em urnas para fazer a análise das cores que podem ser sorteadas com maior ou menor chance.

Por fim, apresentaremos a análise dos livros das duas coleções do 5º ano do Ensino Fundamental, sabendo que agora o foco para esta etapa segundo a BNCC é de que os estudantes compreendam sobre o espaço amostral e sobre o cálculo de Probabilidade de eventos equiprováveis (quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer). No livro do 5º ano da coleção Desafio Matemática a Probabilidade é apresentada na unidade 4 (Multiplicação) e na unidade 7 (Mais Geometria), apresentando situações-problema que envolvem o lançamento de duas moedas e um sorteio, trabalhando a ideia de espaço amostral e dos resultados igualmente prováveis. O diferencial deste livro é que também são apresentados problemas sobre a Probabilidade nas unidades 8 (Números na forma de fração) e 9 (Números na forma decimal), pois nas obras anteriores dessa coleção a Probabilidade era colocada de modo mais superficial, tendo uma evolução considerável no livro do 5º ano, com mais situações-problema que trabalham diretamente os objetivos propostos pela BNCC.

Já no último livro analisado do 5º ano da coleção Buriti Mais Matemática a Probabilidade aparece na Unidade 1 (Números naturais) e na unidade 5 (Frações) onde

são apresentadas situações-problema que envolvem o espaço amostral, noções de acaso e representação da Probabilidade por meio de fração, em que é esperado que o estudante perceba a relação entre os números e frações com a Probabilidade, analisando o conjunto formado por todos os resultados possíveis, fazendo com que o aluno possa determinar a probabilidade de ocorrência de um evento em um experimento aleatório em que cada resultado possível tem a mesma chance de ocorrer através dos conceitos aprendidos. Observa-se que a Probabilidade nessa obra seguiu o mesmo padrão que as já analisadas anteriormente nessa coleção, mas a Probabilidade poderia ser colocada de modo mais enfático, já que os objetos do conhecimento e habilidades previstas para o 5º ano são um pouco mais abrangentes que nos anos anteriores.

Diante de tudo que foi discutido anteriormente, constatamos que o conteúdo de Probabilidade vem sendo colocado nos livros didáticos das coleções analisadas, porém ainda não há um destaque para a Probabilidade, visto que maioria dos livros destinam poucas situações-problema ao longo das unidades, havendo mais ênfase desta temática na Coleção Buriti Mais Matemática do que na coleção Desafio Matemática. Ademais, destacamos que todas as obras forneciam instruções sobre a BNCC, bem como problemas e atividades direcionadas aos objetivos propostos acerca da Probabilidade, mesmo que de modo reduzido.

Concluimos que nas duas coleções abordadas foi dado mais destaque ao conteúdo de Probabilidade a partir dos livros do 4º e 5º ano de cada coleção, sendo os livros do 1º, 2º e 3º ano menos abrangentes no que se refere à quantidade de situações-problema e desafios relacionados a Probabilidade. Por fim, é válido destacar que ainda é preciso que os livros didáticos deem mais ênfase aos conceitos probabilísticos, de modo que o professor compreenda a essencialidade de se ensinar e aprender a Probabilidade desde os anos iniciais, para que o pensamento probabilístico seja formado de maneira consistente na estrutura cognitiva dos alunos e não de modo fragmentado e superficial.

CAPÍTULO II

ARGUMENTAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA E INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Este capítulo abordará aspectos da investigação matemática em sala de aula, ressaltando sua relevância e sua relação com a argumentação, sendo pontuado vários aspectos acerca do processo argumentativo e as interações discursivas, além do modelo de Toulmin e suas contribuições para a análise da estrutura de argumentação e a análise das características do padrão I-R-F e I-R-A. Por fim, destacaremos a importância do papel do professor na promoção da argumentação nas aulas de Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, relacionando as ideias que foram mencionadas anteriormente sobre o processo argumentativo no contexto escolar.

2.1 A investigação matemática segundo a concepção de Ponte

Ao falar sobre investigação em sala de aula, podem surgir muitas definições e interpretações de cada professor, segundo suas experiências e contato com o tema. Nos estudos de Ponte (2003) afirma-se que essa variedade de contextos para o termo “investigação” solicita que façamos uma definição de modo mais assertivo para que não haja interpretações equivocadas. A ideia de investigação adotada nesta dissertação é a proposta por Ponte (2003, p. 4), que “envolve atividades de complexidade variável, realizadas tanto por profissionais – os “investigadores” – como pelas pessoas em geral, na sua vida de todos os dias”, além de conter a argumentação como um dos momentos do processo de investigação matemática.

O trabalho investigativo durante as aulas de Matemática possibilita que os alunos construam e/ou fortaleçam a sua “compreensão de conceitos, procedimentos, representações e ideias matemáticas” (PONTE et. al. 2015, p. 114). Ademais, os alunos são convidados a desempenhar um protagonismo na interpretação das questões propostas, representação e concepção de estratégias de resolução, sendo capazes de justificar e apresentar para os demais envolvidos em sala de aula, como o

professor e os colegas de turma (PONTE et. al. 2015). Os autores prosseguem informando que na investigação matemática os alunos são chamados para:

Desempenhar um papel ativo na interpretação das questões propostas, na representação da informação apresentada e na conceção e concretização de estratégias de resolução, que devem ser capazes de apresentar e justificar aos seus colegas e ao professor (PONTE et. al. 2015, p. 114).

Ao fazer uso da investigação matemática o aluno é estimulado a levantar hipóteses, criar conjecturas, analisar padrões e generalizações que outrora não seriam possíveis, como discutido por Ponte (2003), o que auxilia no desenvolvimento, por exemplo, do pensamento probabilístico. Em continuidade, a investigação matemática possibilita que o aluno tenha protagonismo e que pense de modo mais crítico diante das situações-problema que são apresentadas, indo de encontro com o que é proposto pelos principais documentos que norteiam a Educação Básica, como a BNCC, LDB e DCN's, que destacam a importância e necessidade de os estudantes desenvolverem sua criticidade e protagonismo diante do mundo que o cerca.

Dessarte, a investigação faz com que os alunos utilizem conhecimentos prévios para resolver um problema que não é solucionado de modo imediato, fazendo uso dos seus próprios métodos e valorizando o desenvolvimento do raciocínio do aluno com tarefas caracterizadas como abertas ou mais desafiantes (PONTE, 2015).

Dado esse contexto acerca da investigação, é importante que entendamos como se dá o funcionamento de uma investigação matemática na prática. Ponte et al. (1999) informam que **durante a realização de uma investigação, quatro momentos principais são relacionados**: um que envolve o conhecimento da situação, onde há uma investigação inicial, outro momento é o do processo de formulação de conjecturas, o penúltimo é o de inclusão da realização de testes/ conjecturas e o último momento se refere à **argumentação**, demonstração e avaliação do trabalho que foi realizado (PONTE, 2003). O autor também destaca que cada momento pode abranger diversas atividades e que não necessariamente elas ocorrem nessa sequência, podendo seguir um modo desordenado. Por exemplo, a conjectura inicial pode aparecer em simultâneo com a formulação das questões e o teste de uma conjectura pode levar à novas formulações (PONTE, 2003). Os momentos durante a realização de uma investigação podem ser mais bem observados logo abaixo, no quadro 10:

Quadro 10- Momentos que ocorrem durante a realização de uma investigação

MOMENTOS DE UMA INVESTIGAÇÃO	ATIVIDADES
• Exploração e formulação de questões	• Reconhecer uma situação-problema • Explorar a situação-problema • Formular questões
• Formulação de conjecturas	• Organizar dados • Formular conjecturas
• Teste e reformulação de conjecturas	• Realizar testes • Refinar uma conjectura
• Justificação e Avaliação	• Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação, adaptado de Ponte (2003)

Notemos que é de extrema relevância que o professor tenha cuidado com o tipo de problema que apresentará aos alunos para conduzir uma investigação, visto que um problema é diferente do exercício, comumente ainda realizados em maior parte das aulas de Matemática. Segundo Polya (1945) um problema se trata de um questionamento no qual o aluno não possui uma resolução de modo imediato, enquanto um exercício é resolvido com algum algoritmo ou método já conhecido. Em complemento, Ponte (2003) destaca que há pontos em comum entre exercícios e problemas no que se refere à clareza sobre o que é dado e o que é solicitado, e em ambos os contextos o enunciado trará essas indicações, mas numa investigação há o ponto de partida que seria uma:

Situação aberta, ou seja, a questão não está completamente definida, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua concretização. Sendo possível concretizar de vários modos os pontos de partida, os pontos de chegada, naturalmente são também diferentes. Ao requerer a participação ativa do aluno na própria formulação das questões a estudar, favorecemos o seu envolvimento na aprendizagem (PONTE, 2003, p. 9).

Salientamos que independente dos conceitos que discutimos acerca de exercícios, problema e investigação sempre teremos tais convenções relativas aos sujeitos que estão inseridos nesses ambientes de aprendizagem, visto que uma tarefa planejada para ser um problema pode causar um nível de complexidade enorme para

determinado aluno e ser algo trivial para outro aluno que tem mais afinidade ou prática com o mesmo tipo de problema.

Ademais, Ponte (2003, p. 9) vai afirmar que “para uma dada pessoa, uma certa tarefa pode ser o ponto de partida para uma investigação ou uma situação evocativa de investigações e aprendizagens já realizadas”. Ao elaborar uma tarefa de investigação o docente deverá buscar mecanismos para possibilitar que o aluno possa agir como um “matemático”, no sentido de formular questões e refutações, **apresentando seus resultados através da argumentação e discussão** com o professor e a sua turma (PONTE, 2003). Nessa perspectiva, conseguimos compreender que é necessário entender as tarefas matemáticas como dinâmicas de acordo com os sujeitos para os quais estão sendo apresentadas e que elas devem ser previamente planejadas para que se alcance aquilo que está sendo buscado pedagogicamente pelo professor. A seguir, no quadro 11 podemos ver uma exposição com diferentes tarefas matemáticas caracterizadas como exercício, problema ou investigação, contendo exemplos para cada categoria e indicação do público-alvo para suas respectivas intencionalidades educacionais:

Quadro 11- Exemplos de tarefas matemáticas

Tarefas matemáticas	Exemplos	Sujeitos
Exercício	Resolva a equação: $2x+23= -3+7x$	Alunos do 8º ano
Problema	Calcular a diagonal de um paralelepípedo retângulo do qual são conhecidos o comprimento, a largura e a altura (Pólya, 1945).	Alunos do 8º ano
Investigação	Escreva em coluna os 20 primeiros múltiplos de 5. Observe nos algarismos das unidades e das dezenas. O que você observa? E o que acontece com os múltiplos de 4 e de 6? E com os múltiplos de outros números?	Alunos do 5º ano

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022), adaptado de Ponte (2003)

Ao observar o quadro 11, nota-se que a ideia investigativa exige mais questionamentos, mais exploração por parte dos alunos, protagonismo e discussões para que determinado objetivo seja alcançado, enquanto no exercício o aluno faz o

uso de procedimentos já conhecidos e mais previsíveis para se obter a solução da equação. Em paralelo, entendemos que durante o ensino de Matemática, muitas práticas docentes arcaicas prevalecem em sala de aula, conservando uma visão de uma Matemática que é predominantemente procedimental. Por outro lado, muito se discute sobre metodologias de ensino que valorizem e possibilitem o protagonismo do aluno durante a construção do conhecimento, porém na prática e na observação docente percebemos que o ensino de Matemática pautado puramente em exercícios é comum, fazendo com que ideias como as apresentadas sobre investigação matemática ainda sejam consideradas de difícil implementação em sala de aula.

Além disso, para que a investigação seja inserida no contexto escolar é preciso existir um processo de compreensão e planejamento, tendo em vista que o professor deverá compreender os principais conceitos para que durante uma aula, haja de fato o ensino investigativo. É importante salientar que não estamos condenando ou buscando abolir as tarefas caracterizadas como exercícios, mas apresentamos um leque de possibilidades que não se limitam apenas aos processos mecânicos que são demasiadamente utilizados.

Diante de tudo que foi dito anteriormente acerca dos tópicos investigativos em sala de aula, consideramos que a investigação matemática, principalmente pela perspectiva de Ponte (2003), se torna essencial em nossa pesquisa, tendo em vista que o ensino de probabilidade aliado aos aspectos investigativos nas aulas desencadeará habilidades e competências que se relacionam ao processo argumentativo, como a realização de testes e conjecturas, avaliação do raciocínio, formulação de questões e refinamento de uma conjectura. Além disso, o aluno conseguirá assimilar melhor os conceitos probabilísticos e a realidade que está inserido, pois a Matemática permeia nossa vida e cotidiano, como enfatizado por Ponte e Quaresma (2012), fazendo com que o uso da investigação matemática no processo de aprendizagem do conteúdo de probabilidade contribua positivamente para o processo argumentativo que buscamos alcançar, como o proposto no objetivo geral desta pesquisa.

2.2 As interações discursivas em sala de aula

No tópico anterior, falamos sobre a investigação matemática e observamos que alguns pontos dos momentos investigativos se encaixavam com aspectos argumentativos que posteriormente serão mais bem detalhados. Quando discutimos acerca da argumentação, compreendemos que existem diversas formas que ela pode ser expressa, seja por meio da escrita, das interações discursivas em sala de aula, nas justificativas, entre outros. Tais formas de expressão ocorrem principalmente quando planejada e orientada pelo professor, porém sabemos que há discursos em sala de aula que ocorrem normalmente, que podem ou não se caracterizar em uma argumentação, mesmo mediada e possibilitada. Além disso, quando o docente ministra um determinado conteúdo, geralmente a fala predominante é a do professor e os estudantes não são engajados nem convidados a participar da aula ativamente, corroborando para a construção de um dos padrões discursivos mais recorrentes no meio escolar que veremos nesse tópico.

Ademais, Carvalho e Giordan (2017) apontam sobre a importância dos questionamentos nas interações discursivas para a elaboração de significados e baseados em Mortimer e Scott (2002) eles discutem que as diversas formas que os professores interagem em sala de aula ao abordar determinados conteúdos se torna marcante, podendo proporcionar um ambiente em sala de aula cuja interação seja predominante, realizando perguntas que motivam os alunos a pensarem e articularem ideias de acordo com os seus pontos de vista. Além disso, o professor pode propor tarefas em que a discussão tenha momentos de maior liderança por parte dele, quando o planejamento exige, porém é imprescindível que os alunos também possuam seus momentos de discussões, principalmente com um direcionamento adequado do professor, que seria o de possibilitar falas em que os alunos através do estudo investigativo tenham auxílio, compreensão e justificativas durante a realização de determinada tarefa ou questionamento que fora solicitado (CARVALHO; GIORDAN, 2017). Em complemento, Giordian (2008, *apud* CARVALHO; GIORDIAN 2017, p. 2) afirma que a sala de aula é “como um espaço socialmente organizado, o universo de interlocução dos alunos não pode ser reduzido a uma única voz, seja ela a voz do professor ou do autor do livro didático, de um cientista, evocada por qualquer mídia.”

Entendendo a necessidade de inserir as interações e padrões discursivos em sala de aula para contribuir no processo argumentativo, principalmente no que se refere à oralidade, precisamos conhecer quais são esses tipos de interações e padrões discursivos que ocorrem no meio escolar, especificamente na sala de aula.

Nesse sentido, ao analisar diversos estudos sobre a abordagem das interações e padrões discursivos, percebemos a importância de se entender a ocorrência de determinados comportamentos do professor e aluno. Veremos que há um padrão que mais ocorre em sala de aula, independente do componente curricular trabalhado, o chamado I-R-A (Iniciação- Resposta- Avaliação do professor) ou o I-R-F (Iniciação- Resposta- Feedback do professor), que será abordado na penúltima seção deste capítulo sobre a argumentação, além de verificar sua utilidade e/ou propostas de intervenção para alteração desses padrões triádicos em sala de aula.

Ademais, Mortimer e Scott (2002) pontuam que a abordagem comunicativa é o centro da ferramenta de análise para o professor trabalhar suas intenções e conteúdo de ensino, por intermédio das diferentes intervenções que promovem padrões de interações distintos. Essas abordagens discutidas por Mortimer e Scott (2002) e Carvalho e Giordian (2017) são classificadas em quatro classes comunicativas, que foram reconhecidas a partir do discurso entre professor e alunos ou entre alunos e alunos. De modo geral, essas abordagens têm como base dois grandes aspectos, que são o discurso de diálogo ou de autoridade e o discurso interativo ou não interativo, isto é: a abordagem interativa/ dialógica, interativa/ de autoridade, não-interativa/ dialógica e não-interativa/ de autoridade. No trabalho de Mortimer e Scott (2022, p. 288) todas as abordagens são descritas como sendo:

Interativo/dialógico: professor e estudantes exploram ideias, formularam perguntas autênticas e oferecem, consideram e trabalham diferentes pontos de vista. **(b) Não-interativo/dialógico:** professor reconsidera, na sua fala, vários pontos de vista, destacando similaridades e diferenças. **(c) Interativo/de autoridade:** professor geralmente conduz os estudantes por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico. **(d) Não-interativo/ de autoridade:** professor apresenta um ponto de vista específico.

A partir dessas descrições, sintetizamos as informações principais no quadro 12, destacando as quatro classes sobre as abordagens comunicativas:

Quadro 12- Abordagens comunicativas

	Interativo	Não- Interativo
Dialógico	(a) Interativo/ Dialógico	(b) Não-Interativo/ Dialógico
De autoridade	(c) Interativo/ de autoridade	(d) Não-Interativo/ de Autoridade

Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022) com base nos estudos de Mortimer e Scott (2002)

Dentro das quatro classes acima, percebemos através dos artigos já discutidos nesta dissertação (acerca de práticas docentes com o conteúdo de probabilidade), que a abordagem comunicativa mais recorrente em sala de aula são as: não- interativo/ de autoridade (d), podendo em determinados casos ocorrer a não- interativa/ dialógico (b) e a interativo/ de autoridade (c). Tais classes apresentadas podem ser aplicadas pelo papel do professor na condução do discurso em sala, podendo considerar as interações que também ocorrem entre os alunos (CARVALHO; GIORDIAN, 2017). Além disso, as abordagens de comunicação e os padrões discursivos podem ser unidos ao que discutimos acerca da investigação matemática, visto que a depender da classe e padrão que está sendo promovido o aluno desenvolve habilidades e processos presentes nos momentos investigativos que discutimos no início deste capítulo.

Ao inserir as ideias presentes na investigação matemática, nas abordagens comunicativas e interações discursivas, acreditamos que o aluno tem mais ferramentas e possibilidades de expor os seus pontos de vista, podendo participar de ambientes argumentativos, tendo um melhor engajamento durante as aulas de Matemática, já que suas falas e opiniões serão valorizadas no processo de aprendizagem de probabilidade, desenvolvendo sua criticidade e protagonismo.

2.2.1 O engajamento dos alunos

Para um professor fazer com que sua turma tenha atenção e foco naquilo que está sendo ministrado é essencial para a construção do conhecimento que o aluno esteja engajado e comprometido durante o processo de aprendizagem. Contudo, no

componente curricular de Matemática os desafios vão para além de planejar o conteúdo teórico e suas tarefas, visto que muitos alunos possuem aversão e até mesmo medo ao se falar da Matemática. Um dos caminhos que muitos docentes encontram para fazer com que o aluno tenha mais engajamento em sala de aula é tornando a abordagem do conteúdo mais atrativa através do uso de diferentes metodologias de ensino, fazendo o uso de materiais digitais, tecnológicos e manipuláveis a fim de se promover uma melhor compreensão daquilo que está sendo dito. Além disso, segundo os estudos de Araújo e Mazur (2013, p. 372):

O ponto principal para promover o engajamento dos estudantes durante a aula é que haja mudança nas atividades que realizam. As exposições orais devem ser curtas e intercaladas com outras atividades individuais ou colaborativas, tais como discussões em aula, exercícios de fixação ou trabalhos do tipo “mão na massa” como os realizados em laboratórios (ARAÚJO; MAZUR, 2013, p. 372).

Com esta estratégia de ensino o aluno renovará sua atenção a cada mudança de atividades e fará uso dos novos conceitos estudados, aprimorando a habilidade de armazenamento e retenção de informações trabalhadas (ARAUJO; MAZUR, 2013). Ademais, sabemos que elaborar uma aula que contenha diversos tipos de tarefas e práticas, se torna cansativo e muitas vezes utópico dependendo da realidade de cada professor, principalmente se o docente possuir uma grande carga horária semanal. Entretanto, existem mecanismos que podem ser utilizados para promover o engajamento em sala de aula, que é o de inserir a discussão e falas por parte dos alunos no processo de ensino-aprendizagem de qualquer que seja o conteúdo (ARAUJO; MAZUR, 2013). A oralidade e discussões para a sala de aula trazem conhecimentos que jamais seriam observados se o professor agisse em todos os momentos com a abordagem comunicativa não-interativo/de autoridade (d) e utilizasse apenas questionamentos que se limitassem ao padrão I-R-F ou I-R-A. Para Barcellos e Coelho (2019) aprender envolve investigação e exploração em relação ao modo com que os alunos enxergam o mundo, mas para que isso possa acontecer, eles precisam se engajar em um “processo pessoal de construção e de atribuição de significados” (BARCELOS; COELHO, 2019, p. 184).

O engajamento em sala de aula pode trazer soluções positivas no que se refere ao desempenho acadêmico, ao interesse pelas aulas e diminuição de evasão escolar, tendo em vista que um aluno engajado terá motivos para considerar a sua vida escolar como prioridade em detrimento de tantos fatores dificultosos que seriam considerados se o aluno não estivesse motivado, como sugerem Sasseron e Souza (2019). Os autores baseados em outras pesquisas elencam três principais modos de engajamento:

O **engajamento comportamental**, relacionado à participação dos alunos em atividades escolares, sejam estas curriculares ou não; o **engajamento emocional** identificado pelas reações positivas e negativas na relação com colegas, professores, escola e atividades; e o **engajamento cognitivo**, que se caracteriza pelo compromisso e vontade no exercício das atividades. (SASSERON; SOUZA, 2019, p. 141).

Ao observar essas características percebemos algo positivo acerca do engajamento: a sua multidimensionalidade, já que há olhares diferentes e dinâmicos, possibilitando relações mais holísticas em suas conceituações (SASSERON; SOUZA, 2019). Além disso, é válido destacar que o engajamento considera as interações em sala de aula como relevantes para o surgimento e manutenção do engajamento, ou seja, as abordagens comunicativas e padrões discursivos que são adotados podem ser aliadas para que haja a promoção do engajamento nas aulas de Matemática.

Dentro dessas três dimensões de engajamento, existem os Descritores de Engajamento (DE) caracterizando aspectos que possibilitam as avaliações em sala de aula em relação ao engajamento que parece existir nos aspectos das dimensões do engajamento comportamental, emocional e cognitivo. Souza (2015) esclarece que os DE se encaixam em três grupos, que são eles: o Engajamento (E), o Engajamento Disciplinar (ED) e o Engajamento Disciplinar Produtivo (EDP). Podemos evidenciar o Engajamento (E) através das interações discursivas dos alunos com os alunos e dos alunos com o professor em sala de aula. Já o Engajamento Disciplinar (ED) se relaciona à “força da situação de ensino”. Sasseron e Souza (2019, p. 142) explicam que “o Engajamento Disciplinar não ocorre porque os estudantes envolvem-se com a temática em questão, mas porque, estando em situações de ensino, é esperado que assim se comportem”. Em continuidade, o Engajamento Disciplinar Produtivo (EDP) representa o progresso intelectual realizado pelos alunos, expressando a construção

de entendimento sobre os conceitos e práticas, relacionando as tarefas e tópicos da disciplina que está sendo trabalhada, neste caso, a de Matemática.

Tanto na modalidade de Engajamento (E), do Engajamento Disciplinar (ED) e do Engajamento Disciplinar Produtivo (EDP) há três ramificações que cada uma possui e baseamos as explicações de tais ramificações através dos apontamentos de Sasseron e Souza (2019) (op. cit.):

- Na modalidade de **Engajamento (E)**, teremos os subtópicos E1, E2 e E3. O **E1 (Engajamento 1)** estará relacionado às manifestações para a construção de um plano de trabalho para resolução de um problema apresentado e pode ser detectado nas falas e ações dos alunos que manifestem uma tentativa de resolver a situação não apoiada em qualquer ideia anterior.
- O **E2 (Engajamento 2)** está vinculado ao trabalho colaborativo e se caracteriza pelo trabalho em grupo.
- O **E3 (Engajamento 3)** se caracteriza pelas manifestações de envolvimento emocional dos alunos com a(s) tarefa(s), evidências de interesse e desinteresse analisando a proposta trazida pelo docente.
- Na modalidade **Engajamento Disciplinar (ED)**, teremos os subtópicos (ED1, ED2 e ED3). O **ED1 (Engajamento Disciplinar 1)** está relacionado à manifestação de ideias e hipóteses que auxiliem na construção de estratégias para a resolução do problema. Tais ações podem ocorrer de modo individual ou coletivo e para concretizar essas ideias existem as evidências de **ED2 (Engajamento Disciplinar 2)**. Se nesse processo de estratégias e ações para a resolução de um problema houver manifestações que possuam envolvimento emocional por parte dos alunos (como desânimo e/ou êxito), encontramos indicativos de **ED3 (Engajamento Disciplinar 3)**. Diante das descrições apresentadas para as ED, podemos dizer que ele está relacionado à realização da resolução de um problema e possui traços marcantes do trabalho e envolvimento dos discentes com a atividade proposta.

Já na modalidade de **Engajamento Disciplinar Produtivo (EDP)**, há os subtópicos (EDP1, EDP2 e EDP3) que iremos detalhar logo abaixo. Mas antes disso, é importante salientar que esta modalidade deve apresentar características que evidenciem o trabalho para além de uma perspectiva didática.

Deste modo, “o interesse ganha contornos de apropriação pelo indivíduo, que passa a agir não apenas porque a ele foi solicitada a execução de uma tarefa, mas porque deseja construir ideias sobre o fenômeno ou a situação em questão” (SASSERON; SOUZA 2019, p. 143). A seguir, faremos as identificações dos (EDP1, EDP2 e EDP3):

- Para reconhecer o **EDP1 (Engajamento Disciplinar Produtivo 1)** é necessário detectar manifestação de relações explicativas através do teste de ideias e refinamento dessas construções.
- Já quando existem manifestações de que tais construções explicativas, junto aos contextos de aplicação e validade ocorreram de modo colaborativo, identificamos o **EDP2 (Engajamento Disciplinar Produtivo 2)**
- A partir do momento em que há uma manifestação de apropriação de ideias em discussões para a análise de outras vertentes, que vão além de uma tarefa em sala de aula, conseguimos identificar o **EDP3 (Engajamento Disciplinar Produtivo 3)**.

Com o intuito de sintetizar essas informações, podemos analisar o quadro 13 elaborado por Souza (2015) com esses Descritores de Engajamento:

Quadro 13- Sintetização dos Descritores de Engajamento (DE)

Engajamento	Engajamento Disciplinar	Engajamento Disciplinar Produtivo
E1: Discussão sobre o tema colocado em questão pelo problema	ED1: Discussão sobre ideias e hipóteses para a construção de um plano de trabalho para a resolução do problema	EDP1: Discussão sobre sofisticação de ideias e construção de relações explicativas
E2: Presença de trabalho colaborativo	ED2: Presença de trabalho colaborativo para concretização de ações, proposições e/ ou análises de ideias	EDP2: Presença de trabalho colaborativo na construção da explicação e reconhecimento de limites nas suas aplicações
E3: Presença de características emocionais	ED3: Presença de características emocionais relacionadas às ações para a resolução do problema	EDP3: Presença do uso de ideias em outros contextos, revelando a apropriação do conhecimento

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022) com base nos estudos de Souza (2015)

Com isso, as ideias apresentadas sobre o engajamento são úteis nessa pesquisa, visto que a maioria dos estudos que envolvem o engajamento fazem o uso das interações discursivas, que se torna essencial para o processo argumentativo.

Ademais, os Descritores de Engajamento farão com que a análise da existência de engajamento em sala de aula ocorra mais precisamente, contribuindo para constatações mais sólidas e consistentes no que se refere ao engajamento dos estudantes durante o ensino de probabilidade nos anos iniciais na disciplina de Matemática. Para ancorar essas ideias ao processo argumentativo, precisamos informar ao leitor quais as perspectivas, conceitos e abordagens que utilizamos para analisar através de um bom referencial teórico, a argumentação nas aulas de Matemática, seja de modo escrito ou oralizado. Os próximos tópicos terão como foco expor de modo mais profundo aquilo que entendemos como argumentação, bem como seus processos e modelos que serão adotados a fim de se obter uma melhor compreensão sobre o processo argumentativo em sala de aula.

2.3 O processo de argumentação nas aulas de Matemática: uma análise dos documentos curriculares

Uma das formas de contribuir para que o aluno adquira uma postura ativa e seja protagonista de seu processo de aprendizagem é promover aulas de Matemática nas quais a argumentação seja um elemento presente para a construção e discussão dos conceitos matemáticos e suas aplicações no dia a dia, manifestando sua capacidade de explicar, justificar, conjecturar, levantar hipóteses, demonstrar, refutar, defender e reavaliar suas ideias, heurísticas, estratégias e raciocínio, num ambiente dialógico, aproximando-o mais do universo matemático e levando-o a perceber que a Matemática é uma construção humana, acessível e que não precisa ser temida. Assim, o aluno desenvolve também a capacidade de convencer, persuadir, posicionar-se, além de desenvolver o pensamento crítico e analítico.

Aulas de Matemática nas quais se promova a argumentação diante de conceitos que estão sendo construídos ou problemas que são propostos para resolução, são praticamente raras. Notamos que o professor desconhece como se trabalha a argumentação nas aulas de Matemática, uma vez que precisa estar relacionada a uma tarefa matemática bem estruturada e mediada adequadamente para que os alunos manifestem o processo argumentativo. Kosko, Rougee e Herbst (2014) colocam que um

componente essencial para os professores desenvolverem a argumentação nas aulas de Matemática é o uso de estratégias de questionamento pelo professor, de modo com que os alunos expliquem e justifiquem as resoluções matemáticas e a forma com que compreendem determinado conceito.

A argumentação nas aulas de Matemática é prevista nos documentos curriculares brasileiros. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) direcionados ao 1º e 2º ciclos (1ª à 4ª série, atualmente correspondendo do 1º ao 5º ano), ou seja, os anos iniciais do Ensino Fundamental, logo no início da caracterização da área de Matemática, colocam que “a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática” (BRASIL, 1997, p. 19), o que pressupõe a importância do processo argumentativo nas aulas de Matemática. Mais adiante, alia a capacidade de argumentar ao desenvolvimento da cidadania, que deve ser um dos preceitos do ensino de Matemática, afirmando que:

(...) para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente, etc. (...) Para tanto, o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. É importante destacar que a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação. (BRASIL, 1997, p. 25-26)

Para que haja um ambiente em que a argumentação seja favorecida é necessário que o professor faça a mediação adequada e, para tanto, os PCNs (BRASIL, 1997, p. 31) orientam que os professores promovam “o debate sobre resultados e métodos”, além de “proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias”, ou seja, estimule o aluno a manifestar suas ideias e explicá-las.

Os PCNs (BRASIL, 1997, p. 37) ainda colocam a argumentação num contexto de comunicação dentro das finalidades a serem atingidas pelo ensino de Matemática ao preceituar que no Ensino Fundamental se deve levar o aluno a:

Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e **argumentar sobre suas conjecturas**, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas (grifo nosso).

Os PCNs (BRASIL, 1998, p. 56) voltados para os anos finais do Ensino Fundamental, anteriormente denominado de 3º e 4º ciclos (5ª a 8ª série – atualmente denominado de 6º a 9º ano do Ensino Fundamental) repetem os preceitos básicos em relação à argumentação nos ciclos iniciais, colocando como um dos princípios norteadores que:

O ensino de Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, **comunicação (diferentes linguagens)**, **argumentação** e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa (grifo nosso).

O documento situa a argumentação dentro de um contexto de aprendizagem centrada na construção de significados, bem como reflexiva no sentido de ajudar os alunos a resolverem problemas do cotidiano, compreenderem a lógica das resoluções matemáticas que elaboram e a forma com que comunicam essas ideias e tomam decisões:

O estímulo à capacidade de ouvir, discutir, escrever, ler ideias matemáticas, interpretar significados, pensar de forma criativa, desenvolver o pensamento indutivo/dedutivo, é o caminho que vai possibilitar a ampliação da capacidade para abstrair elementos comuns a várias situações, para fazer conjecturas, generalizações e deduções simples como também para o aprimoramento das representações, ao mesmo tempo que permitirá aos alunos irem se conscientizando da importância de comunicar suas ideias com concisão. (BRASIL, 1998, p. 63).

Deste modo, nota-se que os PCNs (BRASIL, 1997, 1998) recomendam que as aulas de Matemática viabilizem as interações discursivas para que os alunos aprendam a se comunicar matematicamente seja oralmente ou por escrito e utilizem as diferentes formas de representação do conhecimento matemático e de sua linguagem.

Os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio - PCNEM (BRASIL, 2000, p. 40) por sua vez assinalam que num mundo com uma diversidade social, cultural e profissional, todas as áreas de alguma forma requerem alguma competência matemática “e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária [...] para tirar conclusões e fazer argumentações [...]”. O documento prossegue colocando que “a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático”

(BRASIL, 2000, p. 41) e a resolução de problemas é um caminho para isso, e nesse cenário é essencial desenvolver a capacidade de comunicação, expressão, representação e utilização da linguagem matemática, considerando processos fundamentais como conjecturar, buscar regularidades e generalizações:

Esse domínio passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o desenvolvimento de habilidades essenciais à leitura e interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 2000, p. 41-42)

Os PCNEM (BRASIL, 2000) finalizam citando novamente a argumentação tendo como referência o mundo que cerca o aluno e trazem entre o rol de competências e habilidades elencadas no subdomínio “Investigação e compreensão”, o preceito de “discutir ideias e produzir argumentos convincentes:

Dentre esses valores e atitudes, podemos destacar que ter iniciativa na busca de informações, demonstrar responsabilidade, ter confiança em suas formas de pensar, fundamentar suas ideias e argumentações são essenciais para que o aluno possa aprender, se comunicar, perceber o valor da Matemática como bem cultural de leitura e interpretação da realidade e possa estar melhor preparado para sua inserção no mundo do conhecimento e do trabalho. (BRASIL, 2000, p. 45-46).

Sobre a linguagem matemática que integra o processo de argumentação, Morgan et al. (2014) explicam que ela fornece um meio de descrever as maneiras pelas quais os alunos estão se engajando em uma atividade matemática. Os autores chamam a atenção para as novas tecnologias que mudaram as formas de se comunicar trazendo novos recursos semióticos, mais dinâmicos, manipuláveis e com representações multiplamente ligadas e novas formas de interação humana, como as formas assíncronas (muito utilizada durante a pandemia pelas escolas), criando novos repertórios matemáticos linguísticos em contextos que agora são multilíngues, pois há a possibilidade de conexão com pessoas de diferentes lugares para a construção do conhecimento, o que amplia a variedade de registros quando se considera a Matemática como uma atividade discursiva e rica culturalmente.

Morgan et al. (2014) pontuam que as aulas de Matemática devem oportunizar o desenvolvimento da competência matemática linguística dos alunos, que além de estar

ligada ao desenvolvimento da cognição matemática é importante ressaltar como a linguagem molda e é moldada por toda a experiência humana. Os autores afirmam que mesmo que haja essa força modeladora das escolhas de linguagem, é preciso vislumbrar possibilidades de mudança, a partir da compreensão dos contextos de aprendizagem matemática e como a linguagem opera nestes contextos, no sentido de mudar as dinâmicas linguísticas e romper as relações de poder que privilegiam certos discursos, ampliando o espaço para que os alunos se manifestem e expressem suas ideias, favorecendo a argumentação e o aprendizado da Matemática.

Retornando à questão curricular, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p. 9) coloca a argumentação como uma das competências da Educação Básica, que garanta aos alunos mais do que comunicar-se, mas defender suas ideias e posicionar-se, postulando que devem:

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Além do mais, já na Educação Infantil estabelece que desde cedo se deve estimular situações comunicativas para que os alunos interajam, ampliem e enriqueçam o vocabulário, adquiram diferentes recursos de expressão, compreensão e apropriação da língua materna. As habilidades relativas ao desenvolvimento da linguagem e da comunicação são explicitadas no campo de experiências “Escuta, fala, pensamento e imaginação”, colocando que um dos objetivos é levar os alunos a “argumentar e relatar fatos oralmente, em seqüência temporal e causal, organizando e adequando sua fala ao contexto em que é produzida” (BRASIL, 2018, p.55). Para o campo de experiência “Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações” que trata do desenvolvimento das noções matemáticas, a BNCC (BRASIL, 2018) recomenda que os alunos sejam estimulados a indagar.

Para a etapa do Ensino Fundamental, a BNCC (BRASIL, 2018, p. 58) preconiza o estabelecimento do desenvolvimento do pensamento com a comunicação, preceituando que:

O estímulo ao pensamento criativo, lógico e crítico, por meio da construção e do fortalecimento da **capacidade de fazer perguntas** e de avaliar respostas, **de argumentar**, de interagir com diversas produções culturais, de fazer uso de tecnologias de informação e comunicação, possibilita aos alunos ampliar sua

compreensão de si mesmos, do mundo natural e social, das relações dos seres humanos entre si e com a natureza (grifo nosso).

Mais adiante, ao tratar da área de Matemática no Ensino Fundamental, a BNCC (BRASIL, 2018, p. 266) coloca a argumentação como uma das competências contidas no letramento matemático:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e **argumentar matematicamente**, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (grifo nosso).

Por conseguinte, dentre as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, a BNCC (BRASIL, 2018, p. 267) traz novamente a argumentação e recomenda que o processo ensino-aprendizagem deverá “desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo”.

Nos anos finais coloca que “é importante iniciar os alunos, gradativamente, na compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática; isso envolve a leitura de textos matemáticos e o desenvolvimento do senso crítico em relação à argumentação neles utilizada” (BRASIL, 2018, p. 299), ou seja, a habilidade de argumentar deve estar ligada à leitura, que contribui para o desenvolvimento de um aporte linguístico.

O que se nota na análise das habilidades relacionadas a cada objeto de conhecimento (conteúdos matemáticos) é que não há referência à argumentação, pois já está inclusa num contexto mais amplo das competências específicas de Matemática. Considerando-se como as práticas docentes costumam se desenvolver, seria importante sinalizar nas competências dos objetos de conhecimentos, a habilidade de argumentar, para que o professor elabore atividades mais focadas e esse direcionamento pode ser feito pelas secretarias municipais e estaduais de Educação nos seus referenciais curriculares que são pautados pela Base Nacional Comum Curricular, bem como trazer orientações de como o professor pode desenvolver o processo argumentativo nas aulas de Matemática, pois muitos professores desconhecem esse processo.

Já para o Ensino Médio, a argumentação é colocada como uma competência, diferentemente do Ensino Fundamental, em que ora é colocada como uma competência da Educação Básica ora é colocada como capacidade ou habilidade ao longo do texto orientativo da BNCC (BRASIL, 2018) como citamos anteriormente. Essa dualidade mostra o espectro e as facetas da argumentação que é composta com o conhecer e o saber fazer, ou seja, o aluno tem que desenvolver a capacidade de mobilizar recursos cognitivos e colocá-los em prática quando estiver em uma situação em que tenha que argumentar.

Vejamos o que a BNCC (BRASIL, 2018, p. 530-531) coloca então de modo amplo e na competência específica 3 para a argumentação nas aulas de Matemática no Ensino Médio, destacando a formação das conjecturas e justificativas:

Com relação à **competência de argumentar**, seu desenvolvimento pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativas, além dos aspectos já citados anteriormente em relação às competências de raciocinar e representar. 3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir **argumentação consistente (grifo nosso)**.

Na competência específica 3, ainda deixa claro que na resolução de problemas deve existir o momento em que os alunos irão justificar as resoluções e expô-las, apresentando a argumentação, inclusive utilizando ferramentas tecnológicas:

Para resolver problemas, os estudantes podem, no início, identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários ou os que possam ser utilizados na chamada formulação matemática do problema. Depois disso, eles precisam aplicar esses conceitos, executar procedimentos e, ao final, compatibilizar os resultados com o problema original, **comunicando a solução aos colegas por meio de argumentação consistente e linguagem adequada. (...) Cabe ainda destacar que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes** alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e **construir argumentações** (BRASIL, 2018, p. 535-536, grifo nosso).

A argumentação ainda aparece nas competências específicas 4 e 5. Na competência 4, se referindo à representação matemática, novamente a argumentação matemática é citada, pois argumentar engloba também os diferentes registros de representação semiótica:

Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de

forma significativa sua capacidade de resolver problemas, comunicar e **argumentar**; enfim, ampliam sua capacidade de pensar matematicamente (BRASIL, 2018, p. 538, grifo nosso).

Na competência 5, a argumentação retorna, pois, o destaque é para a formulação de explicações e argumentos e validação das conjecturas:

Ao formular conjecturas com base em suas investigações, os estudantes devem buscar contraexemplos para refutá-las e, quando necessário, procurar argumentos para validá-las. Essa validação não pode ser feita apenas com argumentos empíricos, mas deve trazer também argumentos mais “formais”, incluindo a demonstração de algumas proposições. (BRASIL, 2018, p. 540).

Esse posicionamento relaciona à argumentação ao desenvolvimento do raciocínio hipotético-dedutivo. No Ensino Médio, a BNCC (BRASIL, 2018) ao contrário do se constatamos em relação ao Ensino Fundamental, coloca uma habilidade específica para a unidade temática “Números e Álgebra” citando a argumentação, pois nesta unidade temática ficam evidentes outras habilidades a serem desenvolvidas como reconhecer padrões, generalizar, deduzir, conjecturar e que estão ligadas diretamente à argumentação:

(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos. (BRASIL, 2018, p. 543)

Não se encontra em outras unidades temáticas do Ensino Médio explicitamente menção à argumentação, mas consideramos um ponto positivo em termos curriculares porque direciona o trabalho do professor para uma prática docente mais assertiva. Mas, como podemos definir a argumentação no processo educativo? Para Leitão (2007, p. 75) a argumentação é “uma atividade discursiva que se caracteriza pela defesa de pontos de vista e consideração de perspectivas contrárias”. Além disso, a necessidade de defender determinado ponto de vista e responder a estas perspectivas contrárias, gera um processo de negociação no discurso, onde as concepções podem ser formuladas, transformadas e revistas (LEITÃO, 2007).

Em complemento, Ferraz e Sasseron, (2017) entendem que a argumentação além de um ato discursivo plural, vai buscar tornar nítida determinada situação, objeto ou fenômeno através de alegações, que são respaldadas por justificativas e outros elementos que vão garantir a validade desta, considerando três níveis hierárquicos no discurso argumentativo, que são: os objetos de sentido, articulação e persuasão, em

que os objetos de sentido se referem ao desenvolvimento da compreensão pessoal dos fenômenos sob investigação, a articulação está ligada ao engajamento mais profundo e crítico com as evidências que são apresentadas e a persuasão que é basicamente uma explicação mais robusta dos fenômenos estudados, como colocam Berland e Reiser (2009 apud FIELDING-WELLS, 2013).

Por outro lado, para uma argumentação ser válida, deve envolver elementos como a justificativa e defesa, além de outros elementos que compõem o processo argumentativo como a afirmação (postura e posição assumida), o fundamento (o suporte ou evidência que é necessário para permitir que a reivindicação seja aceita) e o mandato (TOULMIN, RIEKE, JANIK, 1984 apud FIELDING- WELLS, 2013).

Com isso, nota-se que a inserção da argumentação em sala de aula não implica apenas na possibilidade da fala e discurso dos alunos durante as aulas, mas há uma análise que avalia a consistência dos discursos que os caracterizam ou não como um bom argumento em seus diversos níveis, como exposto anteriormente. O professor que deseja inserir a argumentação nas aulas de Matemática devendo se atentar ao bom planejamento, avaliação adequada e bom preparo para a condução e mediação durante o processo de ensino e aprendizagem, com o objetivo de fazer com que os alunos possam aprender e construir conhecimentos através de seus próprios argumentos e reflexões e com criticidade e coerência.

2.4 A argumentação nas aulas de Matemática, o discurso matemático e as linguagens matemáticas: fundamentos teóricos

Considerando a importância da argumentação em sala de aula e as possibilidades de associação entre essa perspectiva e o ensino de probabilidade nas aulas de Matemática, apresentaremos a relevância e necessidade da inserção do processo argumentativo no meio escolar sob o olhar de diversos estudiosos que pesquisaram sobre o tema e observando o que os principais currículos que norteiam a Educação Básica nos informam e sugerem.

Nessa perspectiva, percebemos que o uso da argumentação é tido como essencial na BNCC (BRASIL, 2018), que coloca a argumentação como sendo a sétima competência geral a ser desenvolvida pelos alunos ao longo da Educação Básica, ou

seja, é algo que deve ser perpassado em todos os níveis e etapas, bem como em todas as áreas de conhecimento. Além disso, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), principal entidade que trata dos currículos norte-americanos da Educação Básica e com influência mundial, recomenda que a prática docente em Matemática deve possibilitar aos alunos a construção de argumentos viáveis para que analisem e critiquem o raciocínio de outros. Essas ideias se intensificam quando analisamos a realidade da Educação Brasileira, que apesar dos avanços e estudos que ampliam a visão do ensino e da aprendizagem ainda precisa evoluir em diversos aspectos, como por exemplo, o de fazer com que a Matemática seja uma disciplina em que se utilize argumentos, interpretações, sentido e conexões para que a solução de determinado problema possa trazer significados e aprendizado efetivo.

Nesse sentido, vemos que a Matemática ainda é tida por muitos como a Ciência que foca puramente em cálculos e ações prioritariamente procedimentais, fazendo com o que a fala de Pozo e Crespo (2009, p. 23) de que a “aprendizagem escolar tende a exigir dos alunos aquilo para o que eles estão menos dotados: repetir ou reproduzir as coisas com exatidão” seja algo ainda presente atualmente. Devido a esta forma errônea de perceber a Matemática, surge a necessidade de enxergá-la como uma Ciência que produz sentido e lógica em toda e qualquer ação.

Para tanto, acreditamos que inserir a argumentação no meio escolar, principalmente na disciplina de Matemática não é uma tarefa simples e feita de modo simplório, pois exige que o professor tenha conhecimento do que se quer alcançar com essa argumentação e do que ela irá representar durante sua prática pedagógica, além de conhecer como o processo deve ser desenvolvido. Muitos docentes, ainda na formação inicial na Licenciatura em Matemática sequer ouviram falar sobre argumentação matemática e nem este aspecto é contemplado em disciplinas pedagógicas, como a de Ensino de Matemática ou Didática da Matemática. O pouco que os licenciandos veem são as formas de se fazer demonstrações e provas – desenvolvimento de procedimentos matemáticos – que também estão relacionados à argumentação, mas a forma de expressar oralmente ou por escrito, dissertando com o uso da língua portuguesa para explicar, expor o raciocínio, defender ideias, não são enfocados durante a formação inicial. Assim, os futuros professores não sabem como

trabalhar a argumentação nas aulas de Matemática e as raras oportunidades que os alunos têm para falar dizem respeito a recitar as respostas numéricas das atividades propostas, sem explicá-las ou sequer questioná-las.

Por outro lado, para Colonnese et al. (2015) a argumentação no ensino de Matemática é potencialmente positiva, produz benefícios e envolvimento em práticas de aprendizagem, além de trabalhar com os processos cognitivos. Ademais, Simon e Richardson (2009 apud FIELDING-WELLS, 2013, p. 290) afirmam que “o potencial para introduzir os alunos em práticas e discursos específicos de um assunto é um dos principais benefícios para a introdução de explicação e argumentação em sala de aula”.

A argumentação, assim como a investigação matemática citada no início deste capítulo pode produzir um sentido amplo, fazendo com que seja necessário que definamos e delimitemos o conceito para a expressão argumentativa em nosso trabalho. Muitos pensam que argumentar é apenas expor opiniões ou responder um questionamento com a resposta que se quer ouvir. Porém, argumentar envolve a defesa de ideias, exposição de suas opiniões com bases fundamentadas, levantamento de hipóteses, conclusão, premissas e entre outros aspectos que são considerados essenciais em um processo argumentativo como será mostrado mais adiante.

A argumentação quando abordada no contexto educacional é exposta de modo mais genérico em alguns estudos, englobam ideias argumentativas aristotélicas, que se baseiam num argumento com premissas (razões) e conclusões (opinião). Em contrapartida, a estrutura argumentativa de Toulmin (1958), que será mais bem detalhada nos tópicos posteriores aponta para além da visão aristotélica de que argumentar seria “apresentar um conjunto de razões ou provas que fundamentam uma conclusão” (WESTON, 2009, p. 5). Tal definição para a argumentação não está posta de modo errôneo, mas observamos que há outros fatores que podem ser complementados para que a definição fique mais robusta e adequada para o objetivo desta dissertação. Além disso, nos estudos de Sasseron e Carvalho (2011) a argumentação também pode ser entendida como:

Todo e qualquer discurso em que aluno e professor apresentam suas opiniões em aula, descrevendo ideias, apresentando hipóteses e evidências, justificando ações ou conclusões a que tenham chegado, explicando resultados alcançados. Neste sentido, tomando-a em sentido tão amplo, acreditamos haver dois vieses que precisam ser igualmente considerados durante o trabalho

em sala de aula: um destes vieses diz respeito à estrutura do argumento e o outro trata de sua qualidade (SASSERON; CARVALHO, 2011).

Notamos que o processo argumentativo engloba dois fatores importantes, o primeiro se relaciona à estrutura que o argumento está sendo construído e a partir da argumentação obtida podemos entrar no segundo fator, que relaciona à qualidade desse argumento que foi feito. O fato de o aluno argumentar não significa que o processo foi finalizado, mas que sua fala/escrita se encaixou nos padrões argumentativos e que agora o professor pode avaliar a qualidade desses argumentos.

Segundo Leitão (2012) a argumentação seria uma atividade cognitivo-discursiva realizada quando um ou mais sujeitos se empenham para solucionar uma divergência de opinião, formulando hipóteses que defendam os seus pontos de vista, fazendo o uso da criticidade para que se analise a plausibilidade das perspectivas contrárias. Ademais, Leitão (2012, p. 26) prossegue informando:

Mesmo que em sua forma mais óbvia, a argumentação ocorra entre dois ou mais indivíduos, é o exame sistemático dos fundamentos e limites de argumentos divergentes (...) a característica básica que, em última instância, define a argumentação.

A ideia de Sasseron e Carvalho (2011) se interliga ao que Leitão (2007, p. 75) apresenta acerca da argumentação, ao falar que ela é “uma atividade discursiva que se caracteriza pela defesa de pontos de vista e consideração de perspectivas contrárias”.

Com essas informações, nos perguntamos como seria validar um argumento de crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? A ideia é que os conceitos argumentativos permaneçam, porém, devemos ter a ideia de que as declarações dessas crianças não serão tão robustas quanto as declarações de alunos do Ensino Médio por exemplo, tendo em vista sua fase cognitiva e etapa escolar. Quando a criança inicia suas declarações no processo argumentativo há uma conexão das informações fornecidas e com a alegação, que podem ser chamadas de mandados, proposições e entre outros. Para Kosko e Guilford (2018), essas declarações:

Servem a papéis mais simples de passar de um ponto em um argumento para outro, enquanto outras fazem um pouco mais (ou seja, justificam por que algumas declarações são apropriadas). Para complicar ainda mais as coisas, as declarações de algumas crianças são menos precisas do que outras e incluem algumas, mas não todas, partes de uma explicação completa (KOSKO; GUILFORD, 2018, p. 46)

Em continuidade, notamos que a argumentação pode ocorrer de modo oral e de modo escrito, porém no mundo digital que vivemos, fica cada vez mais difícil fazer com que as crianças brasileiras queiram ou se engajem para realizar uma argumentação escrita, visto que elas acreditam ser mais “rápido” falar do que escrever, focando mais nas justificativas que podem fazer de modo oral do que escrito.

Aprender a se engajar na justificação matemática é um processo difícil para os alunos, mas também é um aspecto essencial da aprendizagem (KOSKO; GUILFORD, 2018). Ademais, Kosko e Wilkins (2015) mostram que mesmo com o desejo do professor de implementar a discussão e argumentação nas aulas de Matemática, há um caminho a se percorrer para que haja o envolvimento efetivo dos alunos. Os autores falam que este processo não ocorre de modo rápido e que se caracteriza como “uma transição lenta que exige que os alunos ajam de forma cada vez mais autônoma, pois o professor continua a facilitar a discussão e as interações de várias maneiras” (p. 369). Isso significa que mesmo sendo um processo de difícil inserção nas aulas, ao longo do tempo, os alunos começam a desenvolver disposições matemáticas mais autônomas e se engajam durante as ações discursivas para que sejam mais efetivas. Ou seja, à medida que os professores possibilitam a autonomia dos alunos, eles começam a se envolver de modo mais autônomo, o que contribui significativamente para o processo argumentativo em sala de aula (KOSKO; WILKINS, 2015).

Ainda nessa perspectiva argumentativa, Macagno e Walton (2010) falam sobre o processo argumentativo e sobre a força de palavras persuasivas e emotivas como meio de gerar discussões e argumentos mais completos. Os autores afirmam que:

As palavras têm sido consideradas argumentativas por causa de sua “conotação”, ou significado emotivo oculto, ou por causa de um sistema de valores de alguma forma implícito pela palavra. No entanto, analisar o poder argumentativo das palavras em termos de conteúdos ocultos levanta a questão de determinar como e por que as palavras emotivas podem ser instrumentos argumentativos tão poderosos e quais são as relações entre palavras, argumentação e definições. Além disso, uma análise da estrutura da argumentação por palavras argumentativas é necessária para fornecer um método para distinguir entre usos falaciosos e razoáveis de palavras emotivas. Se as palavras emotivas estão intimamente relacionadas aos valores, não fica claro como os valores e as palavras estão ligados e como os valores implícitos podem mudar simplesmente modificando a definição de uma palavra (MACAGNO; WALTON, 2010, p. 2000).

Essas concepções são relevantes, pois faz com que o professor perceba que até o modo que uma mesma palavra é colocada numa frase pode causar um efeito argumentativo diferente. Por exemplo, a frase “George e Betina têm a mesma altura” é retoricamente diferente de “George é tão alto quanto Betina” (MACAGNO; WALTON, 2010). Todos esses detalhes devem ser observados para que a promoção da argumentação possa ocorrer de modo satisfatório, mesmo sabendo que o planejamento é dinâmico, o professor pode nortear suas aulas com ideias de questionamentos específicos a fim de gerar discussões e argumentações pertinentes durante a aula de Matemática.

2.4.1 A argumentação presente na oralidade e a escrita nas aulas de Matemática

A partir das concepções apresentadas acerca da argumentação, podemos perceber que ela possui características próprias que vão além de expor opiniões, visto que é preciso ter fundamentação, levantamento de hipóteses, conclusões, refutações e entre outros aspectos que defendam a ideia apresentada. De acordo com tais concepções, observamos que não podemos limitar a argumentação apenas de modo oral, pois ela também ocorre de modo escrito.

Além disso, não podemos considerar que a argumentação e escrita se desenvolvem na mesma velocidade ou processo, visto que muitos alunos conseguem verbalizar muito bem suas ideias e não conseguem expor de modo escrito tais ideias de modo coerente, como percebido por Kosko e Wilkins (2015) e por Kosko e Guilford (2018) ao analisar a autonomia dos estudantes no contexto argumentativo. Nesse sentido, Kosko e Guilford (2018) ainda pontuam que o discurso matemático geralmente envolve os alunos fornecendo algum procedimento para justificar suas interpretações quando os alunos são apresentados a uma Matemática que vai além do contar e mostrar, são motivados a justificar suas descobertas, desenvolvendo aspectos essenciais no processo argumentativo.

Ademais, “um meio de desenvolver as habilidades de justificação das crianças é incentivar o uso de vários tipos de exemplos e a generalização desses exemplos por parte dos alunos” (KOSKO; GUILFORD, 2018, p. 48). Em prosseguimento, Fielding-

Wells (2013) realizou um estudo de investigação matemática com base em evidências argumentativas e foi constatado que as práticas de argumentação apoiam a visibilidade dos processos cognitivos, permitindo aos professores identificar e aprimorar a compreensão dos alunos nesse quesito.

No que se refere à argumentação de modo oral, nos apoiaremos nas ideias das interações discursivas e das abordagens comunicativas apresentadas no início desse capítulo através dos estudos de Mortimer e Scott (2002), Carvalho e Giordian (2017), Chiaro e Leitão (2005) e Nunes-Macedo, Mortimer e Green (2004). Todas essas ideias serão relacionadas à perspectiva da investigação matemática proposta por Ponte et. al. (2015), Ponte e Quaresma (2012) e por Ponte (2003; 2006) e do engajamento nas aulas de Matemática, já que essas concepções são importantes para desenvolver habilidades presentes no processo argumentativo.

Em paralelo, para dar suporte à argumentação escrita, nos baseamos no trabalho de Colonnese et al. (2015) que discorre sobre a importância da análise da escrita durante o uso da argumentação em sala de aula e oferece exemplos de como ela pode ser obtida. Para esses autores, é importante que o aluno exponha dados, afirmações, garantias e conclusões para dar suporte aos seus argumentos orais e escritos e eles elencaram uma estrutura com critérios específicos, nos quais o aluno pode saber exatamente onde expor cada tópico argumentativo, como mostra a figura 5 abaixo:

Figura 5- Exemplo de atividade para a escrita argumentativa

Even/Odd Argument

Turner says that an odd number is always any number(n) +1. Do you agree or disagree with Turner?

Claim (I agree) (I disagree)	I Agree
Evidence • Draw a picture. • Make an equation. • Use a number line. • Use place value blocks.	$\begin{array}{r} 4 + 1 = 5 \\ \hline 1 + 10 = 11 \\ \hline 2 + 1 = 3 \\ \hline 1,000,000 + 1 = 1,000,001 \end{array}$
Warrant (Connects the evidence to the claim.)	I agree because I showed it with a picture or a calculation.

Nome:	Data: / /
Argumento: Aqui é colocado algum tipo de argumento para ser julgado pelo aluno (a)	
Afirmação (Concorda ou discorda)	
Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.	
Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação	

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação, adaptado de Colonnese et al. (2015, p. 11)

A ideia da atividade acima é fazer com que o aluno exponha de modo escrito o seu argumento, tendo uma espécie de passo a passo para que ela seja realizada. Inicialmente, há um argumento curto, em que o aluno deve analisar se concorda ou discorda e depois terá que criar estratégias para defender sua afirmação inicial. A atividade prossegue com o passo seguinte, que se caracteriza como evidências/fundamentos, em que o aluno deve fundamentar a sua resposta anterior, podendo ser através de um desenho, de um modelo representativo e utilizando ideias matemáticas. Ao finalizar essa etapa, o aluno parte para a garantia que seria a conexão que existe entre a etapa de evidências/fundamentos e a de afirmação e tais etapas fazem com que o aluno acabe construindo aspectos argumentativos importantes que outrora não iria expor se não tivesse a atividade direcionada dessa forma, visto que os alunos não têm o costume de escrever para explicar suas soluções nas aulas, e quando se fala dessa escrita na perspectiva argumentativa na disciplina de Matemática, o número de alunos que a fazem se torna bem menor.

Com base nessas discussões podemos fazer variações dessas atividades escritas, englobando aspectos como o levantamento de hipóteses, conclusão, precisão, refutação e entre outros que podem ser inseridos de acordo com a necessidade do planejamento da aula. Vale ressaltar que a oralidade e a escrita estão presentes no contexto escolar desde os primórdios, mesmo que com outras intencionalidades, porém fazer com que essas características sejam potencializadas para se enquadrarem como parte de um processo argumentativo é um desafio que deve ser vencido, visto que todo aluno inserido na Educação Básica precisa aprender a argumentar e tornar natural ao longo de seu desenvolvimento o uso de argumentos e discussões em todos os componentes curriculares, incluindo a Matemática, que nada mais é do que conectar ideias.

Como sugestão para estimular a argumentação de modo oral e escrita, Barbosa e Lozada (2022) propõe o uso de recursos tecnológicos. Para tanto, as autoras indicam a plataforma Quizizz, destacando três funcionalidades que podem auxiliar na promoção de argumentos orais e escritos que são: open-ended (permite que os alunos escrevam as respostas, explicando o raciocínio), áudio-response (gravação das falas explicando

as respostas) e vídeo-resposta (permite gravação, realizando a explicação por meio da oralidade conjugada com imagens), além das funções draw e slide que possibilitam explorar o caráter visual das simbologias e textos explicativos, podendo acrescentar um áudio ao slide. As autoras lembram que para que ocorra o processo argumentativo oral ou escrito é necessário que o professor interaja na plataforma e na sala de aula, estimulando as interações discursivas nas quais a argumentação pode ser desencadeada. A seguir, veremos as relações entre a argumentação, a prova e a demonstração.

2.5 A argumentação, a prova e a demonstração

É notório que os cursos de Licenciatura em Matemática e Bacharelado em Matemática tem como presença marcante em toda formação a prova e a demonstração. Os graduandos precisam rotineiramente nas aulas demonstrar teoremas, analisar proposições, provar que algo está coerente, provar que algo é um absurdo para se chegar em alguma conclusão, refutar afirmações e entre outros tipos de necessidades matemáticas que exijam essas habilidades.

Existem diversas formas de demonstrações e provas que são comuns de se usar para alcançar a certeza de que algo é correto, errado ou equivocado, caso a prova e demonstração apresentem convencimento de que alguma afirmação é verdadeira ou não, deveríamos dizer que elas devem ser incluídas como parte da argumentação escolar? A argumentação permeia a vida da nossa sociedade em diversos momentos, mesmo que a argumentação não seja possibilitada ao longo dos anos escolares como deveria, se tornando extremamente relevante ao longo do processo de ensino-aprendizagem. Acreditamos que os docentes deveriam ser motivados a estudarem mais a respeito da argumentação e fugirem da bolha superficial sobre o que seria argumentar em sala de aula.

Ao longo de nossa pesquisa fizemos um levantamento sobre estudos que falavam sobre argumentação nas aulas de Matemática e quais características eram mais recorrentes no processo argumentativo que era escolhido. Nesse levantamento bibliográfico, percebemos que alguns autores colocavam que o processo argumentativo

se limitava à realização de provas e demonstrações matemáticas rigorosas, fator que só é mais bem aprofundado fora da Educação Básica. Além disso, notamos que a prova aparecia muito mais caracterizada como algo ligado à argumentação do que as justificativas e conclusões, confirmando o que Cirillo et al. (2015) constataram, que há uma atenção muito mais específica à prova do que à justificação e argumentação em Matemática.

No trabalho de Cirillo et al. (2015) os autores afirmam que para diferenciar argumentação de prova/demonstração é um desafio, visto que na literatura, as classificações oferecidas diferem de acordo com a perspectiva do pesquisador, do foco da pesquisa e dos dados que estão sendo analisados. Ademais, os autores pontuam que “só recentemente começamos a ver educadores matemáticos oferecendo definições explícitas dessas construções em seu trabalho; isso é irônico, dada a importância das definições no campo da própria matemática” (CIRILLO et al., 2015, p. 3).

Deste modo, é interessante que apresentemos algumas diferenças para estas definições, dado o amplo sentido que estas palavras fornecem para a interpretação de cada um, pois ao analisarmos da perspectiva mais acadêmica, a prova e demonstração requer um rigor matemático utópico para o contexto escolar. Isso não significa que a demonstração e a prova numa análise mais rebuscada não possa ocorrer na Educação Básica, mas que é uma construção que para se tornar natural, deve ser implementada desde os anos iniciais da Educação Básica, como recomenda a BNCC (BRASIL, 2018), além de ter critérios avaliativos específicos para analisar a evolução do desenvolvimento dessa prova e demonstração no que se refere à justificação, levantamento de hipóteses e conclusões, que são características que já observamos serem essenciais durante o processo argumentativo.

Em complemento, o problema de considerar a argumentação apenas como provas e demonstrações matemáticas fazem com que o conceito de argumentação se restrinja ao componente curricular de Matemática ou áreas afins, fazendo com que a riqueza de elementos argumentativos seja reduzida a algo que de fato pode nem ser caracterizado como a argumentação que é prevista nos documentos oficiais de Educação Básica.

O processo de prova e demonstração pode aparecer durante a construção da argumentação, mas não significa que do contrário é válido, visto que um aluno pode levantar hipóteses, justificá-las e fazer conclusões que são válidas sem que haja necessariamente uma prova ou demonstração rigorosa (no sentido acadêmico). Um exemplo disso, seria expor ao aluno um questionamento que pode promover aspectos argumentativos sem que haja necessariamente uma demonstração ou prova rigorosa:

Quadro 14- Exemplificação de um questionamento

Dudu estava com um disco de vinil do cantor Bon Jovi cujo raio é igual a 5 cm, ao colocar em sua vitrola ele percebeu que o tamanho do seu disco era maior que o local destinado. Ele queria saber a área que corresponde o espaço que seu vinil ocuparia. Com isso, qual seria a ideia que deveria ser utilizada para calcular essa área? Como eu encontro a área que ele quer descobrir? Existe alguma outra informação necessária para concluir esse questionamento?

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2020)

Num questionamento como este, o aluno pode informar que a área do vinil corresponde à área de um círculo, cuja área pode ser expressa por $A = \pi r^2$, e como o raio é igual a 5 cm, temos que $A = \pi \cdot 5^2$. Isto é, a área do disco de vinil é igual a $25 \pi \text{ cm}^2$. Ao analisar isso, o aluno pode refletir sobre o número π e saber se pode fornecer outra forma de solução, caso o valor aproximado para π seja substituído. Com esse questionamento, o aluno pode expor suas justificativas de modo escrito e/ou oral, que pode ser uma espécie de prova para justificar sua solução, mas que não é necessário a prova e demonstração matemática de como se chegou na fórmula da área, por exemplo. Ou seja, é possível dar soluções com argumentações convincentes, sem que haja a prova rigorosa de tudo que foi utilizado.

No trabalho de Barbosa e Lozada (2021) as autoras partem do pressuposto de que a argumentação e a prova são um processo que vai do raciocínio pessoal ao arranjo de cadeias dedutivas de argumentos e que atividades investigativas em aulas de Matemática favorecem que os alunos expliquem, raciocinem, argumentem e provem.

Além do mais, as autoras deixam claro que sem direcionamentos adequados do professor, os alunos raramente se envolvem em explicações ou argumentações durante a aula. No caso da argumentação, pode promover a passagem do raciocínio como processo, ou seja, produção de argumentos, para expressão de argumentos, contribuindo para o desenvolvimento da competência argumentativa e avaliação de textos argumentativos. Por isso, solicitar que os alunos escrevam a resposta dissertando é também um meio de avaliar a produção de argumentos.

De modo geral, a argumentação, a prova e a demonstração de acordo com a literatura podem ser identificadas em dois grandes aspectos: o primeiro deles seria o de que elas seriam complementares e caracterizadas como tópicos importantes no processo argumentativo como um todo e o segundo seria a perspectiva de que a prova e a demonstração são elementos distintos que não precisam estar inseridos no processo argumentativo ou são analisados sob outros olhares, como mostram os trabalhos de Walton e Sarton (2013) e Cirillo et al. (2015).

Por conseguinte, acreditamos que a argumentação possui um sentido amplo, por isso a delimitamos nos tópicos anteriores, para melhor direcionar nossos objetivos. Do mesmo modo, como a prova e a demonstração geram demasiadas interpretações, definimos aqui a demonstração e a prova como um apoio que pode ser evidenciado ao longo de um processo argumentativo, mas que não temos o foco de estender tais definições com a rigorosa prova e demonstração matemática no sentido acadêmico. Entendemos que todo tipo de estratégia com o intuito de desenvolver dados, hipóteses, conclusões, refutações e defesas de ideias possuem características importantes para o processo argumentativo e a consideraremos válidas para a nossa pesquisa.

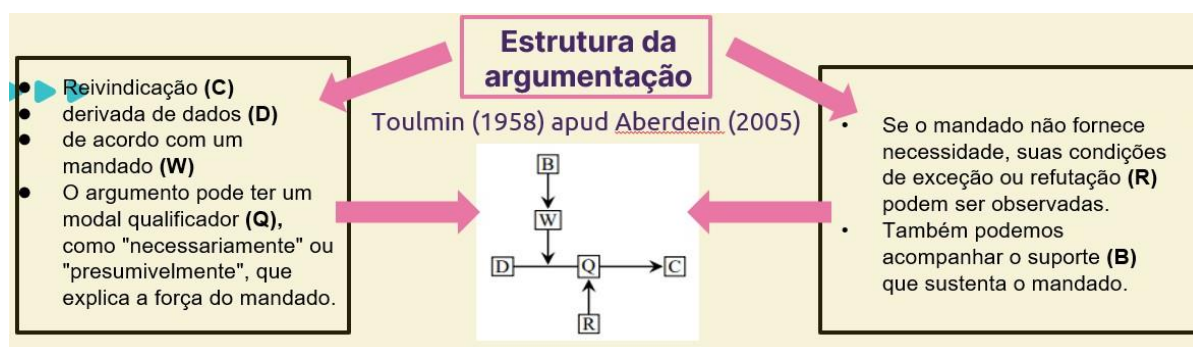
Nesse sentido, a ideia de demonstração e prova que mais nos contempla é a apresentada no trabalho de Walton e Sarton (2013) em que é apresentado que a prova e/ou demonstração serviria como um auxílio para alcançar a razão e/ou defesa numa discussão. Daí, a prova e demonstração atuaria como “um filtro de movimento em movimentos locais em uma troca de diálogo e como um critério de terminação que determina o resultado da prova ou não ao final do diálogo” (WALTON; SARTON, 2013, p. 126). Com isso, ficam expostas as ideias argumentativas, atreladas às noções de prova e demonstração que podem ocorrer ao longo do desenvolvimento argumentativo

e como tais características devem ser analisadas sob o olhar da nossa pesquisa. No tópico a seguir, trazemos a estrutura de argumentação proposta por Toulmin.

2.5.1 O modelo de Toulmin: as contribuições para a análise da estrutura de argumentação

Na observação do que já foi apresentado sobre a argumentação e suas principais características, percebemos que os conceitos como hipóteses, defesa, justificação, conclusão e entre outros são recorrentes e que as premissas e conclusões são importantes no processo argumentativo, porém Toulmin (1958) esclarece que a estrutura argumentativa é composta pela Reivindicação (C), Dados (D), Mandado/ Garantia (W), Qualificador (Q), Refutação (R) e o Suporte (B), abrangendo mais elementos que outrora foram falados na visão aristotélica. Logo abaixo, na figura 6, podemos observar um bom esquema visual para a estrutura argumentativa adaptada do trabalho de Toulmin (1958 apud ABERDEIN, 2005):

Figura 6- Estrutura da argumentação proposta por Toulmin I



Fonte: Toulmin (1958 apud ABERDEIN, 2005)

Como citado anteriormente e observado na figura acima, a estrutura de Toulmin (1958 apud ABERDEIN, 2005) propõe que um argumento é uma reivindicação (C) derivada de dados (D) de acordo com um mandado (W). Além disso, o argumento pode ter um modal qualificador (Q), como "necessariamente" ou "presumivelmente", que explica a força do mandado. Se o mandado não fornece necessidade, suas condições de exceção ou refutação (R) podem ser observadas. Também podemos acompanhar o suporte (B) que sustenta o mandado, como mostrado na Figura 6. Toda essa estrutura

de argumentação elaborada por Toulmin merece uma análise pormenorizada de como pode ser transposta para as aulas de Matemática, dada a sua complexidade.

Sobre a estrutura trazida por Toulmin (1958 apud ABERDEIN, 2005), os argumentos críticos matemáticos são argumentos sobre Matemática, não argumentos em Matemática, uma vez que eles estão apelando para o extra-matemático a fim de resolver uma disputa que não pode ser resolvida por meios puramente matemáticos, daí a importância de a argumentação matemática transcender cenários exclusivamente matemáticos, encontrando apoio em outras áreas do conhecimento para se perfazer.

O autor também ressalta que o conteúdo característico da Matemática é a prova matemática que consiste em argumentos regulares e, na maioria das vezes, constituem uma sequência de etapas, a partir de premissas, passando por um resultado intermediário após o outro até a conclusão eventual. Explica ainda que na maioria das provas matemáticas de várias etapas, o qualificador (e a refutação) será o mesmo em cada etapa, permitindo mesclar os layouts das etapas separadas em um, combinando determinados componentes dos dados, as garantias (e, se necessário, o apoio) de cada etapa para produzir um único layout para toda a prova. Em complemento, Aberdein (2005) esclarece que onde diferentes etapas têm qualificadores diferentes, o qualificador para toda a prova representaria o grau de certeza da etapa menos certa, além de que pode existir uma ambiguidade dialética quando um argumento carrega reconstrução de duas maneiras distintas, demonstrando que a prova pode estar mal formulada ou constituir uma falácia.

Nesse sentido, Toulmin (2006 apud COTTICA; SEIDE, 2013, p. 320) reflete sobre “quais são os critérios que levam o que uma pessoa diz ser avaliado como algo bom, acertado, que merece crédito e imagina uma situação na qual um homem tenha feito uma asserção e foi desafiado a defendê-la”. Deste modo, para ele o padrão de uma boa argumentação não seria baseado apenas na asserção, mas também envolve respostas às possíveis refutações que podem ser feitas, utilizando a justificativa para afirmar o seu ponto de vista, promovendo assim um raciocínio argumentativo. Um outro exemplo de representação da estrutura apresentada por Toulmin é a de compará-la com uma espécie de gangorra, como pode ser visto na figura 7:

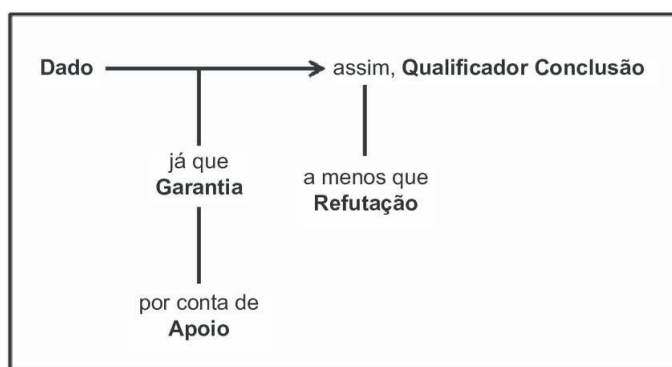
Figura 7- Estrutura da argumentação proposta por Toulmin II



Fonte: Adaptado pela autora (2022) a partir da concepção de Toulmin (1958)

A Figura 7 mostra que a estrutura de Toulmin se assemelha a uma “gangorra”, que mantém a reivindicação em equilíbrio quando dada uma boa garantia para tal. Com isso, entendemos que mesmo com a grande quantidade de informações e elementos que a estrutura proposta por Toulmin apresenta, o professor pode identificar e promover tais elementos argumentativos através de estratégias orais ou escritas. A seguir, apresentaremos uma última esquematização (figura 8) desses tópicos propostos por Toulmin (1958), com o intuito de fazer com que o leitor analise qual das representações lhe fornece um maior nível de compreensão, quanto à estrutura desse processo:

Figura 8- Estrutura de Toulmin (representação III)



Fonte: Adaptado pela autora (2022) a partir da concepção de Toulmin (1958)

Para esta dissertação, buscamos utilizar os elementos da estrutura de Toulmin (1958) principalmente ao planejar as atividades de modo oral. Tais elementos também aparecem ao longo das atividades escritas (não necessariamente todos os elementos), mas eles fazem parte do planejamento docente para ser atingido durante o processo argumentativo. Ao analisarmos um problema matemático, percebemos que os dados (D) se encaixam com as informações que são precisas e reais, isto é, dadas no problema. A garantia (W) irá fornecer uma justificativa, junto ao apoio (B), que pode servir como um complemento para essa justificativa baseada nos dados. Ao fazer esse processo, a refutação (R) irá agir como a negação das duas informações anteriores (W) e (B), para assim se chegar a um qualificador (Q), que provavelmente será a sua conclusão/ reivindicação (C).

Tais características argumentativas propostas por Toulmin (1958) foram encaixadas no planejamento das nossas atividades aqui propostas e poderão auxiliar professores a identificarem esses processos que muitas vezes são possibilitados ao longo da argumentação, mas que não é conhecido como parte de uma estrutura coesa e extremamente relevante no que se refere aos estudos relacionados à argumentação. Além disso, é natural que em uma situação-problema que vise a ambientação à argumentação haja a identificação dos dados, justificativas, refutações e conclusões, interligando as ideias já apresentadas acerca da argumentação em nosso referencial teórico.

Com isso, trouxemos a ideia proposta por Toulmin (1958) e como os seus elementos serão observados sob o olhar da pesquisa apresentada nesta dissertação, que é o de unir as definições aqui já adotadas e identificar suas possíveis relações com os elementos apresentados por Toulmin através das atividades focadas no desenvolvimento argumentativo por parte dos alunos do 5º ano nas aulas de Matemática.

2.5.2 A argumentação nas aulas de Matemática segundo Kosko e colaboradores

Estudos recentes de reforma na Educação Matemática encorajam o envolvimento dos alunos na argumentação e sugerem que isso pode melhorar sua compreensão da Matemática (NCTM, 2007). Através disso, os alunos devem ser possibilitados a construir argumentos viáveis e ter criticidade quanto ao raciocínio e afirmações que lhes são apresentadas (STAPLES et al. 2016). Neste tópico, abordaremos o modelo de argumentação matemática proposto por Kosko de modo mais aprofundado, que a define como sendo “um processo de validação de uma afirmação” (KOSKO; GUILFORD, 2018, p. 43).

Para Kosko e Singh (2016) o desenvolvimento do argumento matemático na Educação Básica é relativamente ignorado, embora várias descrições e modelos de como as crianças se envolvem em argumentação e/ou prova matemática mais sofisticada tenham sido propostas, a grande maioria das tais descrições se concentram apenas em argumentos generalizados. Eles prosseguem informando que esse viés para a generalização é compreensível, dada a necessidade de generalização no desenvolvimento desejado de processos de prova. No entanto, há a negligência dos aspectos da argumentação matemática infantil que podem preceder a inferência e a generalização.

Neste sentido, Kosko e Guilford (2018) afirmam que pelo fato de a argumentação ser um gênero que perpassa as múltiplas áreas de conhecimento é necessário que haja a distinção e nitidez entre a argumentação matemática e outras formas de argumentação, principalmente nos anos iniciais. Além disso, quando os alunos se envolvem em argumentação, eles estão transmitindo suas experiências matemáticas e a forma como os alunos transmitem essas experiências é significativamente importante (KOSKO; GUILFORD, 2018).

De acordo com a definição proposta por Kosko e Guilford (2018) entende-se que a argumentação é um processo e identificar onde os alunos dos anos iniciais estão envolvidos nesse processo pode ser uma tarefa difícil. Segundo Kosko e Wilkins (2015) o envolvimento efetivo do aluno durante uma atividade discursiva não ocorre

rapidamente após o professor implementar tais práticas em sala de aula, sendo uma transição lenta que exige que os alunos atuem com autonomia, visto que o professor tende a facilitar a discussão e interação em vários momentos do processo de aprendizagem. Ademais, Kosko e Wilkins (2015) sinalizam que a implementação da argumentação em sala de aula faz com que, ao longo do tempo, os alunos socializem soluções matemáticas autônomas e se envolvam em ações discursivas mais efetivas.

O processo argumentativo proposto por Kosko e Guilford (2018, p. 44) se assemelha ao que Toulmin (1958) também apresenta em seu trabalho, visto que para os autores:

Um argumento matemático envolve a construção de informações fornecidas em uma tarefa para propor declarações que suportem uma afirmação. Essas declarações que conectam as informações fornecidas com a reivindicação recebem muitos nomes (garantias, proposições e entre outros).

A partir disso, Kosko e Guilford (2018) defendem que algumas dessas declarações servem de funções que passam de um ponto a outro em um argumento, enquanto outras fazem um pouco mais (justificam por que algumas declarações são apropriadas). No sentido prático, as declarações de algumas crianças são menos precisas do que as de outras e incluem algumas, mas não todas, partes de uma explicação completa, tornando o processo argumentativo ainda mais complexo de se analisar.

Diante de tantas características apresentadas durante o processo argumentativo, Kosko e Guilford (2018) elaboraram **um esquema de classificação para a argumentação matemática, que inclui recontagens matemáticas, procedimentos, descrições e explicações**. Durante a **recontagem matemática** os alunos irão informar o que fizeram numa tarefa, mas não são consistentemente explícitas sobre a Matemática. Já na **parte procedimental** é esperado que os alunos transmitam ações matemáticas explícitas, mas as justificativas podem estar ausentes ou não explícitas (KOSKO; GUILFORD, 2018). No que se refere à **descrição matemática** é esperado que o aluno forneça uma justificação nítida e explícita, podendo fornecer também uma explicação matemática, incluindo uma justificativa que identifica nitidamente uma definição, propriedade ou regra matemática. Para Kosko e Guilford (2018) os alunos que apresentam apenas descrições matemáticas ao invés de explicações podem

precisar de um auxílio para serem mais explícitos a fim de promover a argumentação de modo holístico. Logo abaixo, no quadro 15, há uma sintetização do esquema argumentativo proposto por Kosko e Guilford (2018):

Quadro 15- Exemplificação de um questionamento

Tópicos do processo argumentativo	Descrição
Recontagem Matemática	Informar o que foi feito em uma tarefa, mas não há algo explícito matematicamente em sua explicação.
Procedimentos	Ações matemáticas explícitas e justificativas ausentes ou não explícitas
Descrições	Fornece uma justificção nítida e explícita
Explicações	Identifica nitidamente uma definição, propriedade ou regra matemática

Fonte Elaborado pela autora da dissertação, adaptado de Kosko e Guilford (2018)

É importante frisar que nem sempre as tarefas irão solicitar a argumentação por parte dos alunos, por isso é essencial que as tarefas sejam bem direcionadas para se cumprir o objetivo almejado pelo professor, pois em uma tarefa simplista, as soluções também tendem a ser simplistas (KOSKO; GUILFORD, 2018). Além disso, Kosko e Herbst (2012) apontam que o professor desempenha um papel de extrema relevância durante a promoção da argumentação, onde deve existir a formulação de perguntas que apresenta aos alunos o contexto das atividades didáticas. Segundo Kosko e Herbst (2012), quando o professor solicita a solução de problemas, descrição das estratégias utilizadas e explicação das respostas expostas através da argumentação, seja escrita ou oral, há um maior engajamento e ganho no desempenho da área de conhecimento que se está trabalhando. Outrossim, os autores enfatizam que a escolha de tarefas adequadas é uma habilidade crucial para os professores de Matemática, e que é importante que esses professores sejam capazes de refletir criticamente sobre suas escolhas e adaptá-las para atender às necessidades específicas de seus alunos (KOSKO; HERBST, 2012).

Através dessa reflexão Kosko e Guilford (2018) desenvolveram três regras práticas para a criação de tarefas que podem promover uma escrita mais detalhada. A primeira regra é a criação de uma tarefa que não seja simplista, pois os alunos não se aprofundarão para uma solução mais robusta da tarefa. A segunda regra se concentra na estrutura do número e na sentença de número, em que os alunos geralmente

escrevem com mais detalhes e precisão. Por exemplo, ao solicitar que o aluno resolva $32+25= 13 + ?$ sem adicionar o total em nenhum dos membros incentiva a composição e decomposição de números para relacionar a estrutura dos números em cada lado da equação para encontrar uma solução. Por fim, a terceira regra apresentada por Kosko e Guilford (2018) é a de fornecer exemplos de estratégias de solução já feitas por alguns alunos e pedir para que as crianças, no caso dos anos iniciais, expliquem ou critiquem aquilo que foi feito. A terceira regra é relevante porque faz com que os alunos sejam provocados a criticar e discutir entre seus pares as possíveis soluções e verificar se a solução apresentada é correta ou não. De modo geral, as três regras podem ser observadas no quadro 16 abaixo:

Quadro 16- Regras para a criação de tarefas

Regra	Descrição
1ª	Tarefa não simplista
2ª	Concentração na estrutura do número e na sentença do número
3ª	Apresentação de exemplos de estratégias de solução já feitas por alguns alunos e pedir para que os estudantes inseridos na atividade proposta, expliquem ou critiquem aquilo que foi feito.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação, adaptado de Kosko e Guilford (2018)

Unindo o esquema de classificação da argumentação e as regras para a criação das tarefas, a figura 9 mostra um exemplo adaptado do que pode ser apresentado ao aluno como meio de promover discussões e argumentações orais e/ ou escritas:

Figura 9- Exemplificação de um questionamento

	tarefa 1 exemplo	tarefa 2 exemplo
	aqui é para inserir uma solução de algum estudante para a tarefa 1	aqui é para inserir uma solução de algum estudante para a tarefa 2
recontagem		
procedimento	os alunos irão colocar nos quadros as suas opiniões e justificativas para	
descrição	informar se as soluções acima estão corretas ou incorretas	
explicação		

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação, adaptado de Kosko e Guilford (2018)

Note que ao fazer com que o aluno realize a recontagem matemática, procedimentos, descrição e explicação de suas justificativas, há uma ligação direta com as definições argumentativas propostas por Leitão (2012), visto que há uma defesa de ponto de vista, para que o aluno defenda se a solução estaria correta ou não. Além disso, as ideias propostas por Kosko e Guilford (2018) e Kosko e Wilkins (2015) se unem com as de Toulmin (1958) no que se refere às reivindicações, garantia e fundamentos em paralelo com as declarações que dão suporte a uma afirmação, propostas por (KOSKO, GUILFORD, 2018). As atividades e tarefas propostas nessa dissertação uniram as principais ideias da concepção de argumentação de autores que seguissem linhas complementares, como meio de buscar promover a argumentação em sala de aula.

Apesar da classificação do processo argumentativo e das instruções para a criação de uma tarefa matemática que promova a argumentação apresentadas por Kosko e Guilford (2018) sejam úteis para tornar a argumentação matemática dos alunos mais explícitas e precisa, não é garantido que todos os alunos falem ou escrevam de modo nítido e preciso. Além disso, quando um aluno fornece uma justificativa, tal justificativa estará correta se for considerada uma razão aceita para fazer algo. Segundo Kosko e Guilford (2018, p. 46):

As razões matemáticas aceitas estão relacionadas a alguma faceta da atividade generalizadora, como examinar relações, derivar uma regra ou definição matemática ou aplicar a matemática a um novo cenário. Assim, as justificativas que examinam as relações podem ser transmitidas tacitamente por meio da relação de objetos matemáticos ou explicitamente por meio da identificação da relação.

Com isso, entende-se que as justificativas que se concentram em uma regra ou definição matemática podem ser transmitidas de modo implícito por meio de uma descrição da pesquisa através de vários exemplos ou através da declaração de uma definição, propriedade ou regra matemática (KOSKO; GUILFORD, 2018). Os autores prosseguem esclarecendo que devido aos diferentes tipos de justificação (tácita ou explícita) é compreensível que muitas vezes essas diferenças passem despercebidas pelos professores ao analisar a escrita de seus alunos, diante da profundidade de conhecimento que se tenha acerca dos processos argumentativos e da justificação.

Outro fator que Kosko e seus colaboradores destacam durante a inserção da argumentação nas aulas de Matemática, que se relaciona com o que abordamos anteriormente, é a dúvida presente entre o que seria prova, justificação e argumentação. No estudo de Cirillo et al. (2015) é exposto que apesar de haver um consenso sobre a importância desses conceitos para a aprendizagem da Matemática, há uma falta de clareza em relação às suas definições e aplicações. Segundo Cirillo et al. (2015) a argumentação, justificativa e prova são conceituadas de várias maneiras na literatura de Educação Matemática existente. Por vezes, as descrições desses objetos e processos são compatíveis ou complementares; outras vezes, são inconsistentes e até contraditórios. As inconsistências nas definições e uso dos termos argumentação, justificação e prova destacam a necessidade de mais trabalhos acadêmicos abordando essas e outras construções relacionadas (CIRILLO et al. 2015).

Através dessas problemáticas, Cirillo et al. (2015) concluem que argumentação, justificação e prova são conceitos inter-relacionados, mas distintos. Enquanto a argumentação é um processo que envolve a apresentação de razões para uma determinada afirmação, a justificação é a apresentação de evidências que apoiem essas razões, e a prova é a confirmação da validade dessas evidências. Partindo dessa ideia de se analisar a argumentação, justificação e prova de modo inter-relacionado, Kosko (apud STAPLES et al, 2016) criou um diagrama que pode ser observado na figura 10:

Figura 10- Versão traduzida do diagrama proposto por Kosko



Fonte: Diagrama proposto por Kosko (2016, p. 38) em um trabalho desenvolvido com Staples et al. (2016)

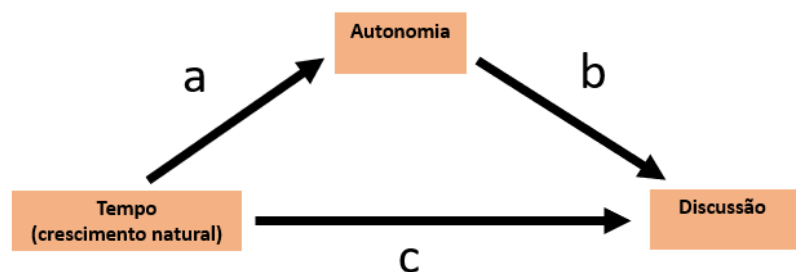
No diagrama acima, Kosko (apud STAPLES et al, 2016) mostra que a prova seria um subconjunto do argumento e uma prova, no entanto, poderia servir como uma justificação (um exemplo simplista é um teorema que foi comprovado servindo como justificativa em outra prova). Da mesma forma, Kosko (op. cit) afirma que um argumento poderia servir como justificação (embora não necessariamente no contexto da prova). É válido ressaltar que tantos conhecimentos sobre argumentação, justificativa e prova devem ser estudados pelo docente antes da inserção da argumentação em sala de

aula, com o intuito de saber os conceitos básicos que envolvem a argumentação e suas demais vertentes.

Fazer com que os alunos se engajem na justificação e argumentação matemática é um processo difícil para eles e também para os professores, no que se refere a interpretar se um aluno está fornecendo uma justificativa matematicamente suficiente ou não (KOSKO; GUILFORD, 2018). Ainda nessa perspectiva, Kosko e Wilkins (2015) verificaram em seus estudos que embora a implementação da argumentação seja gradual, ao longo do tempo dessa implementação há um maior encorajamento por parte do docente na realização de perguntas investigativas (por exemplo, por que, explique como). À medida que se faz perguntas mais investigativas, é solicitada as descrições dos alunos, mas a maioria das explicações significativas ainda podem partir do professor. No entanto, quando se trabalha mais a promoção da autonomia, os alunos podem começar a fornecer descrições matemáticas mais completas e a responder às declarações uns dos outros, promovendo a argumentação através de explicações e justificativas.

Kosko e Wilkins (2015) argumentam que a autonomia é fundamental para o sucesso dos alunos em Matemática e que os professores desempenham um papel importante na promoção dessa autonomia. Em essência, deve-se permitir aos alunos um certo grau de autonomia antes de se envolverem na qualidade da argumentação matemática que inclui justificativas, explicações e ouvir as contribuições dos outros (KOSKO; WILKINS, 2015). Além disso, os autores apresentam um esquema que relaciona a autonomia (Figura 11), discussão/ argumentação e o tempo:

Figura 11- Esquema da autonomia, tempo e discussão



Fonte: Kosko e Wilkins (2015)

Neste esquema foi feito um modelo de crescimento simples de argumentação no qual foi permitido relacionar o tempo que influencia na autonomia e discussão em sala de aula e nele é possível perceber que para a promoção da argumentação/ discussão, é necessário um certo período para a implementação da autonomia e consequentemente da argumentação/discussão.

Percebemos que as ideias de autonomia, engajamento e atividades investigativas surgem inevitavelmente durante o processo argumentativo e vão ao encontro do que já foi discutido acerca desses temas por meio dos estudos de Ponte (2003), Sasseron e Souza (2019) e Araújo e Mazur (2013), enaltecendo a relevância da argumentação matemática no meio escolar, mostrando os benefícios que podem ser obtidos mesmo após um período gradual de implementação da argumentação nas aulas de Matemática.

No próximo tópico, serão abordados os padrões de interações discursivas nos quais a argumentação pode emergir.

2.5.3 O padrão I-R-F ou I-R-A: contribuições e desvantagens para o processo de argumentação e para as interações discursivas

Enaltecemos anteriormente a importância das interações discursivas em sala de aula, desde o contexto do professor ao contexto que o aluno está inserido e foi percebido que em uma sala de aula há interações verbais que são bastante previsíveis na relação entre professor e aluno, gerando uma espécie de padrão discursivo que ocorre durante o processo de ensino e aprendizagem.

Muitas vezes, no contexto escolar ainda predomina a visão hierárquica entre professor e aluno, em que o professor é o único detentor do conhecimento e faz com que os alunos não atuem como protagonistas da construção de seu conhecimento. Além disso, as relações presentes na abordagem comunicativa entre professor-aluno e aluno-aluno levanta o questionamento de como se dá esse padrão discursivo “previsível” em sala de aula e como ele pode ser benéfico ou maléfico para a aprendizagem de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental.

Para Aguilár Júnior e Nasser (2012), o modelo de ensino que geralmente é ofertado não estimula o aluno a ser participante do processo de aprendizagem, mas sim um mero espectador que recebe inúmeras informações sem significado ou sentido para ele. Eles ainda complementam que os professores possuem uma certa dificuldade em analisar a justificativa feita por seus alunos, considerando muitas vezes somente o cálculo numérico como ideal de solução, reproduzindo o rigor que outrora era exigido no meio acadêmico, sem conseguir fazer a separação entre a academia e a realidade do contexto escolar (AGUILAR JÚNIOR; NASSER, 2012).

Chiaro e Leitão (2005) afirmam que a relação assimétrica ainda presente entre professor e aluno, junto com a previsibilidade dos resultados presentes nas discussões em sala de aula fazem com que este ambiente se torne um local pouco propício para a argumentação. As autoras ainda asseguram que as ações discursivas e a mediação do professor se tornam essenciais na implementação da argumentação em sala de aula.

No trabalho de Solino e Sasserón (2019, p. 579) as interações discursivas ou a linguagem que são propiciadas em sala de aula vão ser “cruciais na transformação do pensamento cotidiano para o pensamento conceitual ou científico e é, por esta razão, que se torna fundamental que a professora crie um ambiente dialógico entre os alunos para que haja desenvolvimento cognitivo”.

Além disso, como a argumentação se relaciona às interações verbais em sala de aula, observamos na pesquisa de Mortimer e Scott (2002) a constatação de que há padrões de interação em sala de aula entre professor e aluno que podem favorecer um melhor aprendizado e consequentemente argumentações mais sólidas e válidas. Com isso, entendemos que a argumentação tem relações diretas com as interações verbais, que podem ser desenvolvidas ao longo do ensino de probabilidade, utilizando os conceitos de acaso, eventos aleatórios, espaço amostral e outros conceitos que fazem parte do cotidiano dos alunos, promovendo discussões válidas que favoreçam uma boa argumentação e contribuindo para o cumprimento dos objetivos do nosso trabalho.

Um dos padrões mais recorrentes no ensino brasileiro é o I- R-A (Iniciação- Resposta- Avaliação do professor) ou o I-R-F (Iniciação- Resposta- Feedback do professor), em que o professor inicia o processo dialógico, realizando algum questionamento ao aluno, obtém uma resposta simplista como “sim” ou “não” e finaliza

este turno com uma avaliação ou fornecendo um feedback se o que foi respondido pelo aluno foi correto ou não. Contudo, não deveria existir uma limitação ao questionamento do aluno e resposta do professor, visto que concentrar a aula na mera pergunta do professor, resposta do aluno e feedback do professor em determinado questionamento não produzirá justificáveis, nem desenvolverá conceitos que se aproximem de uma argumentação convincente.

Neste sentido, ao explorar um dos estudos de Carvalho e Giordian (2017) que teve o objetivo de analisar as interações e padrões em sala de aula com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental relacionando o ensino de Ciências com essas interações, houve a confirmação de que há uma tendência de controle excessivo por parte dos professores nas discussões que são feitas por meio dos questionamentos durante o magistério. Os autores prosseguem colocando que quando o aluno procura romper com essas estruturas triádicas, cria-se um conflito, visto que há uma modificação da dinâmica das interações em sala de aula que de certo modo “foge” do controle do professor (a) e por isso é evitado ou reprimido em maioria dos métodos práticos de ensino, visto que o professor (a) pode analisar essa quebra de tríade como algo negativo, fazendo com que a tríade I-R-A ou I-R-F prevaleça no sentido estrutural e temático.

Ademais, Nunes-Macedo, Mortimer e Green (2004, p. 28) concluíram em sua aplicação nessa vertente discursiva que existiram poucos questionamentos dos alunos para com a professora, “o que significa que o discurso na sala de aula tem funções diferentes para os participantes; alunos e professora assumem papéis sociais que marcam uma assimetria ou hierarquia na relação de ensino”.

Diante disto, se faz necessário que em nossa pesquisa, haja uma preocupação em fazer com que esses padrões triádicos e papéis puramente assimétricos ocorram com menor frequência, a fim de promover um ambiente argumentativo, no qual o professor possa estimular um padrão dialógico não triádico como destacam Mortimer e Scott (2002):

Em algumas interações o professor apenas sustenta a elaboração de um enunciado pelo aluno, por meio de intervenções curtas que muitas vezes repetem parte do que o aluno acabou de falar, ou fornecem um feedback para que os estudantes elaborem um pouco essa fala. Essas interações geram cadeias de turnos não triádicas do tipo I-R-P-R-P... ou I-RF-R-F.... onde P

significa uma ação discursiva de permitir o prosseguimento da fala do aluno e F um feedback para que o aluno elabore um pouco mais sua fala (MORTIMER; SCOTT, 2002, p. 288).

Diante disso, percebemos que o padrão que contempla a tríade I-R-A ou I-R-F é o mais comum em sala de aula, porém entendemos que limitar a sala de aula apenas à essa tríade não possibilita que o aluno desenvolva elementos argumentativos suficientes, visto que não haveria espaço para uma discussão. Ainda que seja difícil promover ambientes argumentativos nas aulas de Matemática é importante que o professor, mesmo consumindo um certo tempo em uma aula exploratória e discursiva, possa fazer com que suas interações discursivas fujam da tríade, como proposto por Mortimer e Scott (2002).

Para isso, é preciso que o docente tenha em mente que os questionamentos que devem ser feitos a fim de fugir do padrão I-R-F ou I-R-A devem ser bem mais intencionados, visto que a sala de aula pode aderir ou não a esta tentativa de inserção do processo argumentativo que prevê uma discussão mais longa que a habitual. Além disso, fazer com que as aulas possuam padrões diferentes dos já mencionados faz com que o docente crie estratégias de como engajar os alunos a participarem das aulas com mais convicção, propriedade e criticidade em relação ao tema proposto, em nosso caso, a probabilidade. No tópico seguinte, apresentamos uma forma de promover a argumentação na sala de aula verificando o tipo de interação discursiva predominante.

2.5.3.1 O uso da argumentação nas aulas de Matemática durante as atividades de Resolução de Problemas (RP): uma análise da contribuição das interações discursivas visando o desenvolvimento de conceitos de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental

O atual cenário da Educação sinaliza que os professores precisam inovar ainda mais seus métodos de ensino e se reinventar a cada dia, visto que com a pandemia do Covid 19 em 2020 e a adoção do ensino remoto, ficou evidente o descompasso entre o sistema de ensino e a transformação digital. No que diz respeito à rede pública, esta foi veementemente afetada, trazendo à tona novamente questões como evasão escolar e analfabetismo, que pareciam ter sido mitigadas, provocadas desta vez, pela

inviabilidade de acesso às aulas em virtude da falta de recurso tecnológico. Contudo, cabe ressaltar que documentos curriculares como Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados no final dos anos 90, e a Base Nacional Comum Curricular publicada em 2018, já mencionavam a importância da inserção das tecnologias digitais de informação e comunicação no contexto educativo, no entanto, não foram plenamente implantadas pelas políticas públicas.

Antes do ensino híbrido e remoto, adotados no período pandêmico de 2020/2021, diversos alunos já tinham aversão pela disciplina de Matemática e com a nova dinâmica de aulas através das plataformas de webconferência, percebe-se que muitos alunos têm mais dificuldade no aprendizado de Matemática e de outras disciplinas do que no modo presencial, pois há vários fatores que contribuem, como problemas com a conexão e/ou falta de pacote de dados para o acesso, falta de equipamentos tecnológicos, falta de auxílio familiar com as atividades escolares, o professor pode não ter domínio da tecnologia e dos recursos que estão sendo utilizados e/ou não possui equipamentos adequados, entre outros.

Outro aspecto observado no ensino remoto é a baixa e/ou nenhuma participação dos alunos durante as aulas, em que na maior parte do tempo os alunos ficam com o microfone e câmeras desligados, e quando o professor faz um questionamento acerca do conteúdo, o silêncio é mantido.

Por outro lado, não é novidade que a disciplina de Matemática é considerada um terror para muitos alunos (SANTOS, 2008), não sendo um problema atual, mas um problema comum. Isso faz com que as pessoas acreditem em uma Matemática distante, complexa e que é compreendida apenas por pessoas com altas habilidades ou as consideradas inteligentes. Esses estereótipos são criados por um discurso historicamente construído e endossado pela mídia como coloca Silveira (2011).

Com o tempo, essas visões se cristalizam e “passam adiante sedimentando uma rede de impressões, juízos e desconfianças relativos à Matemática que se antecipa a qualquer esforço mais sistemático de aprendizagem e alimenta um círculo vicioso” (SANTOS, 2008, p. 32). Assim, muitos alunos chegam à escola com uma ideia pré-concebida sobre a Matemática, causando-lhe resistências internas à aprendizagem e aversão à Matemática, o que pode se arrastar por toda a sua trajetória escolar,

impedindo o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias para lidar com a Matemática em seu cotidiano. Essa visão traz outra consequência que é a forma com que o aluno internaliza a dinâmica da aprendizagem de Matemática como reprodução, sem conexão com seu cotidiano, porque na maior parte das vezes, o ensino de Matemática se resume à aprendizagem procedimental, manipulação de algoritmos e quase nenhuma aplicação do conhecimento.

Pozo e Crespo (2009, p. 23) afirmam que “a aprendizagem escolar tende a exigir dos alunos aquilo para o que eles estão menos dotados: repetir ou reproduzir as coisas com exatidão”. Os autores prosseguem afirmando que a aprendizagem não é reproduzir ou fazer fotocópias daquilo que está sendo ensinado, destacando também que ensinar não se baseia em fazer um envio rápido que vai diretamente para a mente do aluno, esperando que o aluno reproduza exatamente aquilo no dia da prova (POZO; CRESPO, 2009)

Diante disso, qual o papel do professor de Matemática mediante esse cenário? Quais metodologias ou recursos pedagógicos poderiam ser utilizados para que os alunos possam melhor entender a Matemática e expor suas opiniões, justificativas, certezas e dúvidas?

Acreditamos que um dos caminhos que o professor de Matemática pode buscar inserir em suas aulas, independente da modalidade de ensino (remoto, presencial ou híbrido), é o uso da oralidade e argumentação, visto que a argumentação é considerada uma das competências gerais da BNCC (BRASIL, 2018, p. 9), podendo contribuir para o aprendizado, criticidade e maior participação dos alunos:

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Além disso, é válido destacar que o professor deve analisar as interações discursivas que ocorrem nas aulas de Matemática, verificando como os alunos se comunicam, estruturam e manifestam suas ideias matemáticas, no que diz respeito à construção dos conceitos matemáticos, justificação das estratégias de resolução de problemas, levantamento de hipóteses e como confirmam ou refutam as hipóteses, como fazem conjecturas, como questionam as respostas dos colegas.

Por outro lado, o papel do professor para a promoção das interações discursivas é de suma relevância, pois em geral articula estratégias enunciativas (MORTIMER et al., 2007) que ocorrem a partir de sua ação comunicativa para iniciar um conteúdo, colocar uma problematização, indagar acerca de resultados de uma tarefa matemática e, deste modo, as interações discursivas podem surgir e a argumentação se manifestar. Kosko, Rougee e Hersbt (2014) inclusive apontam que o uso de estratégias de questionamento pelo professor é um componente-chave da argumentação matemática, e para ser eficaz, o professor deve pedir aos alunos que expliquem e justifiquem as suas resoluções para as tarefas matemáticas e compreensões acerca do conteúdo. Os autores afirmam que a argumentação dos alunos deve servir como base para o professor investigar como o aluno compreende os conceitos matemáticos e desenvolve seu raciocínio.

Rojo (2001, p. 104) pontua acerca da importância das interações discursivas nas aulas, afirmando que devem implicar em “uma análise que pretenda iluminar a construção do discurso e do conhecimento a partir de trocas linguísticas em sala de aula, não pode senão ter como base o próprio fluxo de discurso na interação”. Entendemos que a sala de aula, seja ela virtual ou presencial, é um espaço de relações sociais em que a linguagem é um elemento essencial para a construção do conhecimento e formação dos alunos, como seres situados em contextos históricos e culturais (NUNES-MACEDO; MORTIMER; GREEN, 2004), amplamente ricos que estão na escola e além dela.

Por sua vez, a metodologia de resolução de problemas quando aplicada adequadamente pode estimular as interações discursivas e o processo argumentativo nas aulas de Matemática. Cabe frisar que o PISA 2021 (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), que tem como foco a alfabetização matemática, estabelece a relação entre argumentação e resolução de problemas ao tratar do raciocínio matemático e pontuar que na resolução de problemas, os alunos devem construir e comunicar explicações, justificativas e argumentos sobre as estratégias utilizadas para se chegar à solução.

Hershkowitz, Tabach e Dreyfus (2017) corroboram com o que o PISA 21 coloca, afirmando que a argumentação está relacionada ao processo de raciocínio, uma vez

que a argumentação implica em fazer análise de informações de resultados de processo de raciocínio sobre procedimentos e estratégias para encontrar uma solução, os resultados da análise serão comunicados e que na argumentação se busca justificativa para as crenças, atitudes e valores para influenciar a outra parte.

Desta forma e, centrando na problemática aqui exposta, apresentamos uma análise da aplicação de uma tarefa para promover a argumentação por meio da resolução de problemas.

Em complemento, à questão de pesquisa central desta dissertação, levantamos a seguinte questão norteadora, enunciando desta forma: *Qual a contribuição da argumentação durante a Resolução de Problemas para a aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental?*

Buscaremos apresentar pontos pertinentes sobre o tema, a fim de se fazer conclusões e obter respostas para a questão de norteadora, trazendo perspectivas para reflexões e mudanças a respeito da dinâmica das aulas de Matemática com vistas à promoção de interações discursivas com maior frequência para a construção do conhecimento probabilístico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

2.5.3.2 Estruturando as ações docentes para o trabalho com a argumentação nas aulas de Matemática

Um dos caminhos que visam uma melhor compreensão acerca dos conteúdos de Matemática pelos alunos, fornecendo-lhes mais segurança e articulação coerente e consistente das ideias matemáticas, seria o uso da argumentação nas aulas. Juntando-se à argumentação, a análise das interações que ocorrem durante a prática docente, serve para que professor possa refletir e observar aquilo que está sendo feito em sala de aula, se está restringindo e limitando o aluno em suas ações orais, ou valorizando apenas suas contribuições escritas e/ou reproduções exatas do conteúdo exemplificado durante o processo de aprendizagem, ou seja, uma aula em que problematizações não figuram nas situações didáticas propostas. Ademais, Nacarato (2012, p. 25) pontua que:

A postura indagadora e problematizadora do professor, como mediador do processo, é fundamental. Ele precisa aprender a dar tempo para os alunos se

colocarem, expressarem suas ideias, evitando dar respostas prontas, mas sempre instigando o grupo com novas questões. Um professor questionador promove o desenvolvimento de alunos também questionadores e autônomos intelectualmente.

Na observação das práticas docentes, nota-se que apesar de todos os avanços ao longo da história envolvendo os métodos de ensino, muitas vezes o aluno vai à escola e assume o papel de mero espectador, em que simplesmente assiste o que está sendo supostamente ensinado pelo professor. Sabe-se também que há uma dificuldade em motivar o aluno e fazê-lo participar das aulas, para assim construir de forma ativa o novo conhecimento. Com isto, surge a reflexão em como inserir métodos de ensino e recursos pedagógicos que possam fazer com que o aluno seja protagonista e tenha a possibilidade de se tornar crítico e reflexivo quanto ao mundo em que vive.

O uso da argumentação em sala de aula pode ser um dos caminhos para os alunos participarem das aulas com mais frequência, principalmente quando o professor propicia esses momentos de modo adequado, visando a promoção do aprendizado. Leitão (2007) concebe a argumentação como sendo uma atividade discursiva que pode ser caracterizada através da defesa de pontos de vista, além de considerar perspectivas contrárias. Nesse mesmo trabalho, a autora afirma que a “necessidade comunicativa de defender um ponto de vista e responder à oposição cria, no discurso, um processo de negociação no qual concepções sobre o mundo (conhecimento) são formuladas, revistas e transformadas” (LEITÃO, 2007, p. 75).

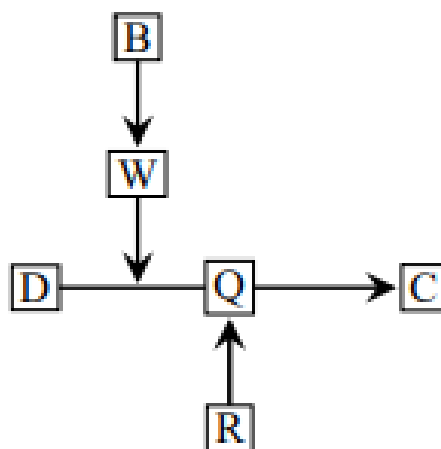
Ademais, como já mencionamos, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) - que prevê competências e habilidades a serem desenvolvidas durante a Educação Básica - pontua que a argumentação é considerada essencial, devendo ser utilizada no contexto escolar, podendo contribuir para o aprendizado. O NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), principal entidade que trata dos currículos norte-americanos da Educação Básica e com influência mundial, recomenda que a prática docente em Matemática deve possibilitar aos alunos a construção de argumentos viáveis para que analisem e critiquem o raciocínio de outros. O documento coloca que é importante que o aluno desenvolva conjecturas, explore-as e verifique a veracidade delas, e corroborando com o PISA 21 relaciona a argumentação ao processo de raciocínio.

Hahn e Oaksford (2012) explicam que as habilidades de argumentação não são desenvolvidas facilmente e que atividades realizadas conjuntamente em sala de aula podem contribuir para desenvolver a competência argumentativa, pois consideram a argumentação como uma prática social que ocorre em diferentes contextos.

A argumentação vai além de uma resposta dada pelo aluno; ela tem que ser respaldada em uma boa justificativa, defesa, persuasão, reivindicação, dentre outros aspectos, como observado no trabalho de Fielding-Wells (2013). Em complemento, Leitão (2013, p. 87) constata que a argumentação é “uma atividade discursiva privilegiada em relação ao processo de construção do conhecimento porque nela o argumentador é confrontado com perspectivas alternativas (dúvidas, críticas, argumentos contrários) às quais precisa responder”.

Toulmin (1958) apud Aberdein (2005) traz uma estrutura da argumentação. Ele começa com o pensamento de que um argumento é uma reivindicação (C) derivada de dados (D) de acordo com um mandato (W). O argumento pode ter um modal qualificador (Q), como "necessariamente" ou "presumivelmente", que explica a força do mandato. Se o mandato não fornece necessidade, suas condições de exceção ou refutação (R) podem ser observadas. Também podemos acompanhar o suporte (B) que sustenta o mandato. A estrutura da argumentação está representada graficamente na Figura 12:

Figura 12- Estrutura da argumentação



Fonte: Aberdein (2005)

Sobre a estrutura trazida por Toulmin (1958), Aberdein (2005) explica que os argumentos críticos matemáticos são argumentos sobre Matemática, não argumentos em Matemática, uma vez que eles estão apelando para o extra-matemático a fim de resolver uma disputa que não pode ser resolvida por meios puramente matemáticos, daí a importância da argumentação matemática transcender cenários exclusivamente matemáticos, encontrando apoio em outras áreas do conhecimento para se perfazer.

O autor também ressalta que o conteúdo característico da Matemática é a prova matemática que consiste em argumentos regulares e, na maioria das vezes, constituem uma sequência de etapas, a partir de premissas, passando por um resultado intermediário após o outro até a conclusão eventual. Explica ainda que na maioria das provas matemáticas de várias etapas, o qualificador (e a refutação) será o mesmo em cada etapa, permitindo mesclar os layouts das etapas separadas em um, combinando determinados componentes dos dados, as garantias (e, se necessário, o apoio) de cada etapa para produzir um único layout para toda a prova.

Aberdein (2005) esclarece que onde diferentes etapas têm qualificadores diferentes, o qualificador para toda a prova representaria o grau de certeza da etapa menos certa, além de que pode existir uma ambiguidade dialética quando um argumento carrega reconstrução de duas maneiras distintas, demonstrando que a prova pode estar mal formulada ou constituir uma falácia.

Toulmin (2006 *apud* COTTICA; SEIDE, 2013, p. 320) reflete sobre “quais são os critérios que levam o que uma pessoa diz ser avaliado como algo bom, acertado, que merece crédito e imagina uma situação na qual um homem tenha feito uma asserção e foi desafiado a defendê-la”. Deste modo, para Toulmin (2006 *apud* COTTICA; SEIDE, 2013) o padrão para uma boa argumentação não seria baseado apenas na asserção, mas também envolve respostas às possíveis refutações que podem ser feitas, utilizando a justificativa para afirmar o seu ponto de vista, promovendo assim um raciocínio argumentativo (COTTICA; SEIDE, 2013).

Toda essa estrutura de argumentação elaborada por Toulmin mereceu uma análise pormenorizada de como pode ser transposta para as aulas de Matemática, dada a sua complexidade em um tópico anterior da dissertação.

Albano e Iacono (2019) partem da ideia de que a argumentação e a prova são um processo que vai do raciocínio pessoal ao arranjo de cadeias dedutivas de argumentos e que atividades investigativas em aulas de Matemática favorecem que os alunos expliquem, raciocinem, argumentem e provem. Além do mais, os autores deixam claro que sem direcionamentos adequados do professor, os alunos raramente se envolvem em explicações ou argumentações durante a aula.

Para tanto, sugerem a utilização de um aplicativo interativo digital que consiste em disponibilizar uma questão aberta para que os alunos construam a resposta escolhendo, arrastando e justapondo alguns dos blocos para elaborar várias frases, sendo que algumas delas podem ser aceitáveis como respostas corretas à questão colocada, outras talvez apenas parcialmente aceitáveis e, finalmente, outras não aceitáveis por se tratar de respostas incorretas. Esse aplicativo é utilizado como um andaime para converter o pensamento do aluno em uma frase comunicável, sob algumas regras pré-fixadas que podem ser sócio-matemáticas e linguísticas. No caso da argumentação, pode promover a passagem do raciocínio como processo, ou seja, produção de argumentos, para expressão de argumentos, contribuindo para o desenvolvimento da competência argumentativa e avaliação de textos argumentativos. Por isso, solicitar que os alunos escrevem a resposta dissertando é também um meio de avaliar a produção de argumentos.

Esclarecem ainda que o fato do aplicativo mostrar blocos de linguagem de acordo com alguns critérios permite colocar a atenção do aluno em alguns pontos-chave e orientar de alguma forma o pensamento, como o foco na necessidade de justificar (conjunções causais) o que não é natural, mesmo diante da demanda explícita “justifique sua resposta”, ou em algum conceito matemático envolvido ou necessário para a prova, como critérios de divisibilidade.

Percebemos assim, que a argumentação não é um processo simples e que a fala, a linguagem e a oralidade estão muito interligadas ao processo argumentativo, e também observamos que durante uma aula existem interações verbais diversas por parte do professor e do aluno, surgindo então um questionamento: será que existe um padrão predominante entre as interações verbais presentes em sala de aula? Como essas interações podem interferir no processo de aprendizagem dos alunos?

O estudo acerca das interações em sala de aula vem sendo realizado nos últimos anos com uma produção significativa na área de Ensino de Ciências e Matemática, como mostramos em tópicos anteriores. Destacamos os estudos de Mortimer e Scott (2002) que abordam sobre as interações discursivas presentes nas aulas e sua dinâmica. Além disso, Socha e Marin (2015) colocam que em cada sala de aula serão encontrados diferentes tipos de interação entre professor e aluno, tendo salas de aula em que a interação do tipo verbal ocorre com frequência, em que o professor dialoga com os alunos, propiciando um bom ambiente de aprendizagem, fazendo com que através dessas interações sejam trocadas ideias, opiniões e construção de sentidos sobre os conteúdos que são explorados. Porém, as autoras afirmam que há salas de aula em que o professor não possibilita e não valoriza as falas dos alunos, limitando as mesmas, havendo no máximo o momento entre pergunta feita pelo professor e resposta por parte dos alunos, sem que tenham acesso ao feedback de suas respostas, (SOCHA; MARIN, 2015).

Amaral, Scott e Mortimer (2003) falam sobre a estrutura analítica que se baseia em um exame do tipo de discurso que é produzido em sala de aula, informando que existem cinco principais aspectos, sendo eles: as intenções do professor, conteúdo, abordagem comunicativa, padrões de interação e intervenção do professor.

Além disso, as autoras abordam sobre alguns padrões de interação, tais como IRA (Iniciação- Resposta- Avaliação) “onde o maior interesse do professor é o de avaliar o aluno, simplesmente” (SOCHA; MARIN, 2015, p. 202) e o IRF (Iniciação- Resposta-Feedback). Socha e Marin (2015) explicam que o padrão IRF é um dos mais presentes em sala de aula e pode não estimular os alunos durante o processo de aprendizado, visto que muitos professores ainda possuem um discurso autoritário, fazendo que quando ocorra a interação verbal, ela se apresente como sendo (pergunta do professor, resposta do aluno e feedback feito pelo professor) informando se a resposta está correta ou não.

Em contrapartida as autoras ressaltam que “em alguns momentos ou devido ao assunto abordado durante a aula o professor fica impossibilitado de dar voz ao aluno, sendo necessário atuar como única voz; com isso não podemos afirmar que o aluno não esteja aprendendo” (SOCHA; MARIN, 2015, p. 206).

Há também o caso em que ocorrem interações mais frequentes, devido ao melhor planejamento do professor em propiciar momentos de falas para seus alunos, permitindo que possam melhor organizar suas colocações e falas. Mortimer e Scott (2002 p. 288) identificaram que esse padrão é do tipo “I-R-P-R-F (Iniciação pelo professor, resposta do aluno, P significa que o professor permitiu que o aluno prosseguisse em sua fala, R é a nova resposta/fala do aluno e F um feedback dado pelo professor)”.

Mortimer e Scott (2002) também colocam que o modo como o professor trabalha suas intenções e conteúdos através das diferentes intervenções pedagógicas irá proporcionar diferentes padrões de interações e os autores chamam este processo de abordagem comunicativa. Ademais, tais abordagens podem ser definidas por classes, que tem como base duas dimensões que analisam a caracterização do discurso presente entre os alunos e entre professor e aluno, desta maneira tem-se o discurso dialógico ou de autoridade e o discurso interativo ou não-interativo (MORTIMER; SCOTT, 2002), como vemos no quadro 17 a seguir que já foi citado em outro tópico desta dissertação:

Quadro 17- Abordagens comunicativas propostas por Mortimer e Scott

	Interativo	Não-Interativo
Dialógico	(a) Interativo/ Dialógico	(b) Não-Interativo/Dialógico
De autoridade	(c) Interativo/ de autoridade	(d) Não-Interativo/ de autoridade

Fonte: Adaptado de Mortimer e Scott (2002)

Os autores detalham em seu trabalho o que cada abordagem irá contemplar, sendo respectivamente:

(a) Interativo/dialógico: professor e estudantes exploram ideias, formularam perguntas autênticas e oferecem, consideram e trabalham diferentes pontos de vista. **(b) Não-interativo/dialógico:** professor reconsidera, na sua fala, vários pontos de vista, destacando similaridades e diferenças. **(c) Interativo/de autoridade:** professor geralmente conduz os estudantes por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico. **(d) Não-interativo/ de autoridade:** professor apresenta um ponto de vista específico. (MORTIMER; SCOTT, 2002, p. 288).

Não podemos esquecer que as ações comunicativas do professor têm um papel de extrema importância para que na manifestação da argumentação, o aluno possa levantar hipóteses, justificativas, reivindicações, entre outros, sendo essencial a

intervenção do professor para o desenvolvimento da sua proposta de aula, de modo a facilitar a aprendizagem dos alunos através dos instrumentos que utiliza (SOCHA, MARIN, 2015). Considerando o que foi exposto, passemos ao tópico sobre o uso da argumentação durante as atividades de Resolução de Problemas, que constituem o prosseguimento deste tema.

2.5.3.3 Argumentação durante as atividades de Resolução de Problemas

Para relacionarmos a argumentação às atividades de RP, é preciso entender o que é um problema. Para isto, Polya (1978 *apud* ROMANATTO, 2012 p. 301) explica que “ter um problema significa buscar conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível”. Deste modo, um problema matemático pode ser considerado uma situação que necessita da realização de uma série de ações para se obter uma solução que não está explícita desde o início, mas que é construída (ROMANATTO, 2012).

Romanatto (2012) ao comentar sobre a expressão “resolução de problemas” cita que George Polya foi o primeiro grande incentivador da resolução de problemas como estratégia metodológica na prática docente, tendo como proposta tornar os alunos de Matemática “bons resolvidores de problemas” (ROMANATTO, 2012, p. 301).

Com isto, Romanatto (2012) conclui que a resolução de problemas está ligada ao envolvimento em uma atividade ou tarefa em que a sua solução ou seu método de resolução não é explícito de imediato. Além disso, o autor prossegue informando que os alunos devem aplicar seus conhecimentos matemáticos, para assim fazer com que a resolução de problemas não se concentre apenas em aprender Matemática, mas também fazê-la.

Quando os alunos estão inseridos em contextos que se tem a oportunidade de se resolver problemas, em que podem utilizar diferentes tipos de estratégias, formulando problemas e, conseqüentemente vai permitir que os alunos aumentem a sua motivação, sejam encorajados a tomar decisões, procurar padrões, comunicar, discutir ideias e estabelecer conexões (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015).

Romanatto (2012, p. 302) reitera a importância acerca de se criar espaço para que os alunos se integrem com formulação e resolução de problemas:

Os estudantes deveriam ter oportunidades frequentes para formular, tentar e solucionar problemas desafiadores que requerem uma quantidade significativa de esforço e deveriam, então, ser encorajados a refletir sobre seus conhecimentos.

Nota-se então que com o uso da Resolução de Problemas de modo adequado são esperadas algumas consequências positivas por parte dos alunos, dentre elas, destacamos a de se comunicar, discutir ideias, tomar decisões, buscar padrões, formular e tentar resolver problemas. Esses aspectos citados estão associados aos processos argumentativos e as interações verbais que ocorrem em sala de aula, visto que com a comunicação e discussão de ideias os alunos podem argumentar, expor suas ideias, bem como defendê-las.

Trabalhos como o de Stock (2015) irão considerar as argumentações e justificativas dos alunos durante uma resolução de problema, analisando suas ideias e ações para desenvolver a solução do problema proposto, bem como investigar como a argumentação pode contribuir no processo de aprendizagem da Matemática. Em contrapartida, Stock (2015) salienta, que muitos alunos não conseguem verbalizar ou descrever o que fazem, porém enfatizam que isso não implica totalmente na não compreensão do problema, pois existem outros fatores envolvidos nas interações sociais. Analisando as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental apresentadas no quadro 18, fica evidente a importância da argumentação (ligada ao desenvolvimento do raciocínio) e da resolução de problemas:

Quadro 18- Competências referentes à argumentação e RP no Ensino Fundamental

Competências referentes à argumentação	Competências referentes à resolução de problemas
Competência 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes , recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.	Competência 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos , sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
Competência 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes .	Competência 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos , incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação com base na BNCC (BRASIL, 2018)

Por sua vez, ao longo das unidades temáticas de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, podemos identificar no quadro 19 as habilidades que se referem à elaboração e resolução de problemas:

**Quadro 19- Resolução e elaboração de problemas nos anos iniciais
segundo a BNCC**

Ano Escolar	Unidade Temática	Habilidade
1º ano	Números	(EF01MA08) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
2º ano	Números	(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais. (EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável. (EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.
3º ano	Números	(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito, inclusive os convencionais, para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais. (EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental. (EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros. (EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais.
	Grandezas e Medidas	(EF03MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situações de compra, venda e troca.
	Probabilidade e Estatística	(EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, s de barras ou de colunas.
4º ano	Números	(EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado. (EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo. Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e

		medida (EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (EF04MA08) Resolver , com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais
	Grandezas e Medidas	(EF04MA25) Resolver e elaborar problemas que envolvam situações de compra e venda e formas de pagamento, utilizando termos como troco e desconto, enfatizando o consumo ético, consciente e responsável.
5º ano	Números	(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.
	Álgebra	(EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. (EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.
	Grandezas e medidas	(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação com base na BNCC (BRASIL, 2018)

Nota-se que há uma predominância da elaboração e resolução de problemas na unidade temática “Números” que trata de Aritmética e pouca referência para a unidade temática “Probabilidade e Estatística”. É importante frisar que não basta elaborar ou

resolver problemas, é fundamental que os alunos justifiquem e discutam sobre as estratégias de resolução, manifestem seus argumentos, além do professor propor problemas que estejam relacionados ao cotidiano dos alunos, o que estimula o interesse dos alunos e auxilia no desenvolvimento da competência crítica acerca do papel da Matemática na sociedade, bem como o professor deve planejar ações comunicativas que favoreçam a argumentação durante a resolução de problemas. Cabe dizer que a trilha de aprendizagem que integra o produto educacional desta dissertação, apresenta a resolução de problemas nas atividades investigativas propostas, daí este tópico ter sido inserido na dissertação. Com as considerações feitas até aqui, no próximo tópico trataremos da metodologia e da análise de uma tarefa para promover a argumentação por meio da resolução de problemas no 4º ano do Ensino Fundamental.

2.5.3.4 Um estudo sobre o desenvolvimento da argumentação na Resolução de Problemas

Com vistas a ilustrar a propositura do trabalho com argumentação durante atividades que envolvem a Resolução de Problemas, faremos a análise de uma experiência realizada no 4º ano do Ensino Fundamental (4th Grade – Elementary School - 4ª série nos Estados Unidos, onde foi realizada a experiência aqui relatada) sobre argumentação nas aulas de Matemática com RP.

A experiência tomada para a análise englobou os estudos preliminares da pesquisa de Mestrado como resultado da fundamentação teórica, sendo que posteriormente atividades que focam a argumentação foram aplicadas em turmas dos anos iniciais de uma escola da rede particular de ensino de Maceió, assim que as aulas retornaram presencialmente. Deste modo, analisamos uma experiência já realizada e que integra os estudos realizados pelo Projeto Inside Mathematics da University of Texas at Austin. O projeto tem como objetivo fornecer ferramentas e recursos de ensino e aprendizagem de Matemática para apoiar as práticas docentes e disseminar as experiências de sala de aula formando uma comunidade de aprendizagem profissional onde se discute sobre processo de aprendizagem de Matemática. Deste modo, analisamos um vídeo sobre a prática em sala de aula disponibilizados na página do

projeto. Os vídeos são organizados por série escolar e por tópicos dos padrões curriculares estabelecidos pelo NCTM.

O padrão analisado foi o “Padrão 3: Construir argumentos viáveis e criticar o raciocínio dos outros” e os vídeos retratam trechos das práticas em sala de aula que envolviam atividades voltadas para o desenvolvimento da argumentação matemática, em que os professores engajam os alunos na formulação, crítica e defesa de argumentos do raciocínio matemático.

Sobre o papel do professor para a promoção da argumentação, o projeto coloca que os professores devem possibilitar o desenvolvimento da capacidade dos alunos de construir argumentos viáveis e criticar o raciocínio dos outros, de modo que se envolvam em um discurso matemático ativo. Isso pode fazer com que os alunos expliquem e discutam seus processos de raciocínio em voz alta ou sinalizem a concordância/discordância com um sinal de mão. Assim, o professor tem várias alternativas de iniciar um tipo de ação comunicativa, seja dialógica ou autoridade (interativos ou não interativos) para estimular a argumentação, como o professor da Educação Infantil que pode trazer várias abordagens para um problema e pedir aos alunos que identifiquem razões plausíveis para cada abordagem, bem como identificar erros matemáticos nas abordagens. O professor dos anos finais do Ensino Fundamental, pode trazer um gráfico mostrando uma comparação de análise de custo de vários planos de plataforma de streaming de vídeos e pedir aos seus alunos para formular e defender uma maneira de mostrar quando cada plano se torna mais econômico, assim como um professor do Ensino Médio pode envolver ativamente seus alunos em conjecturas estendidas sobre as condições de prova na construção de quadriláteros, testando suas suposições e questionando suas abordagens.

Sobre o padrão 3, o projeto coloca que alunos com proficiência matemática entendem e usam suposições, definições e resultados previamente estabelecidos na construção de argumentos. Esses alunos fazem conjecturas e constroem uma progressão lógica de declarações para explorar a verdade de suas conjecturas, assim como são capazes de analisar situações dividindo-as em casos e podem reconhecer e usar contraexemplos, assim como justificam suas conclusões, as comunicam aos outros e respondem aos argumentos dos outros. Também raciocinam indutivamente

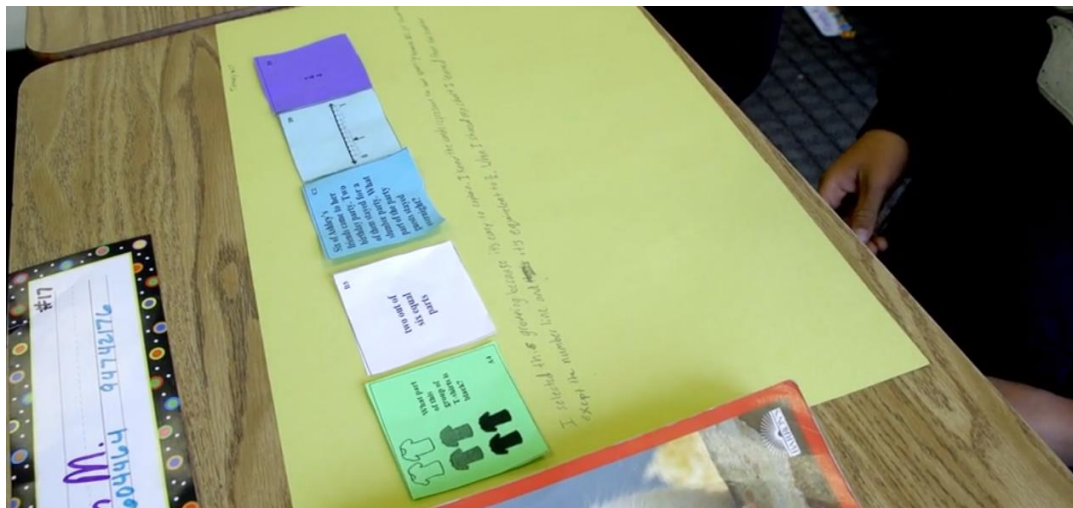
sobre os dados, apresentando argumentos plausíveis que levam em consideração o contexto do qual os dados surgiram. Alunos com proficiência matemática também são capazes de comparar a eficácia de dois argumentos plausíveis, distinguir lógica ou raciocínio correto do que é falho e - se houver uma falha em um argumento - explicar o que é. Recomendamos que os alunos do Ensino Fundamental possam construir argumentos usando referentes concretos, como objetos, desenhos, diagramas e ações. Esses argumentos podem fazer sentido e estar corretos, embora não sejam generalizados ou formalizados até os anos escolares posteriores. Mais tarde, os alunos aprendem a determinar os domínios aos quais um argumento se aplica. Os alunos de todos os anos escolares podem ouvir ou ler os argumentos dos outros, decidir se fazem sentido e fazer perguntas úteis para esclarecer ou melhorar os argumentos.

Escolhemos uma turma dos anos iniciais para apresentar a forma como a professora conduziu as atividades de resolução de problemas guiadas por um contexto que privilegiasse a argumentação. O vídeo é de uma turma da 4ª série da Elementary School (equivalente ao 4º ano do Ensino Fundamental brasileiro), sendo voltado para uma atividade envolvendo frações. Os alunos são organizados em duplas. A professora inicia a ação comunicativa com um discurso de autoridade interativo, recordando sobre as formas de representação de fração e explicando sobre a atividade. Distribui o material e os alunos terão que montar um pôster com cartolina, no qual podem mudar, modificar e explicar as escolhas que fizeram, considerando os problemas que estão nos cartões que ela distribuiu e as questões norteadoras acerca da atividade proposta (que foram projetadas na lousa por meio de Datashow), que são estas: explicar o porquê escolheram o agrupamento de respostas, como sabem que todos os cartões representam a mesma quantidade, ao compartilhar com o colega a sua resposta o que aprendeu com a discussão, enfatizando para os alunos que eles tem que mostrar o raciocínio deles nas respostas. Após dar um tempo para os alunos resolverem as questões, ela passa de dupla em dupla, solicitando que expliquem as respostas.

A seguir destacamos as explicações de dois alunos, juntamente com o pôster (figura 13) que elaboraram: A1: *Eu selecionei este grupo porque é fácil de explicar. Eu sei que os cartões representam a mesma quantidade porque todos eles são iguais a dois...igual a dois sextos, exceto o da reta numérica, e é equivalente a dois sextos.*

Quando eu compartilhei meu pôster eu aprendi que a reta numérica não tem que ser dois sextos. Pode ser, pode ser algo mais, contanto que seja equivalente a dois sextos.

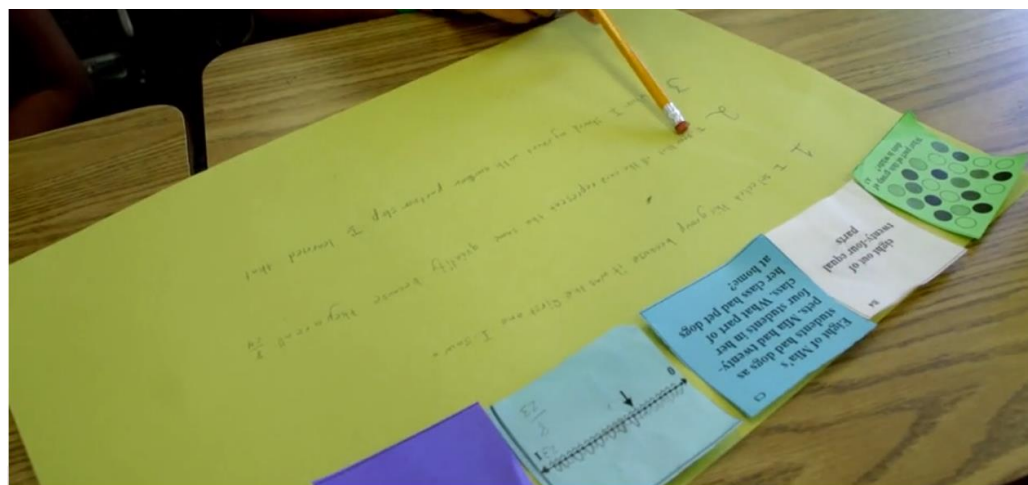
Figura 13- Aluno 1 e o pôster com a resolução



Fonte: Acervo do Projeto Inside Mathematics (2021)

Este aluno procura colocar mais elementos em sua explicação, embora faltem mais evidências de que está estruturando uma argumentação para justificar sua resposta. Esta postura deve ser decorrente do fato de que os alunos não estão acostumados com atividades que envolvem argumentação. A seguir (figura 14) a fala do Aluno 2: A2: *Eu sei que todos os cartões representam a mesma quantidade porque eles são iguais a 28 quartos. E quando eu compartilhei o meu pôster com outro colega eu aprendi que nem todas as respostas eram as mesmas.*

Figura 14- Aluno 2 e o pôster com a resolução



Fonte: Acervo da autora da Dissertação (2022)

Neste caso, o aluno consegue reconhecer a diversidade de representações da quantidade 28 quartos nos cartões e identificar que dizem respeito à mesma quantidade. Nesse sentido, consegue ainda que intuitivamente, diferenciar a conversão dos registros semióticos presentes nos cartões. Também percebeu que os cartões distribuídos pela professora não eram iguais, o que gerou respostas diferentes. Mas, ainda oralmente não expressa com mais detalhes a justificativa, assim como o aluno A1 também não o fez, não estruturando argumentos, mas apenas explicações simplificadas mais ligadas aos procedimentos e relações matemáticas.

O vídeo não focou nas justificativas escritas que estavam no pôster, mas sim na oralidade dos alunos, em como a fala deles poderia refletir (ou não) argumentos mais robustos. Na fala dos alunos apresentados no vídeo não foram identificadas provas e demonstrações como integrantes de um processo de argumentação ou relato detalhado de raciocínio. As crianças deram explicações simplificadas, o que demonstra que o trabalho realizado consiste numa iniciação à argumentação, com exploração das ideias principais dos alunos e um discurso de autoridade interativo que remete a posicionar a professora como principal agente do direcionamento da dinâmica da atividade de resolução de problemas, colocando o aluno na centralidade no momento em solicita que manifestem oralmente suas ideias.

Após a aplicação da atividade com os cartões com problemas, a professora deu o relato dela acerca da atividade e colocou que os alunos usaram a linguagem matemática correta nas explicações, que geralmente eram curtas, mas esperava que eles avançassem na produção de argumentos. Salientou que a atividade possibilitou que ficassem mais focados e interagissem com os colegas compartilhando as respostas. Ela colocou que para estimular a argumentação criou juntamente com os alunos, os diários de Matemática, nos quais documentam o raciocínio matemático e regularmente os diários serão resgatados para ver se houve avanço no desenvolvimento das ideias matemáticas e o que precisar ser feito para desenvolver as habilidades que ainda não foram desenvolvidas.

O vídeo demonstrou que a professora utilizou recursos didáticos auxiliares (confeção de um pôster e cartões) na atividade de RP e argumentação, evidenciando que as atividades de argumentação podem utilizar materiais variados. Por outro lado, o

vídeo também demonstrou que promover a argumentação nas aulas de Matemática dos anos iniciais pode não ser uma tarefa fácil (como apontado por Hahn e Oaksford, 2012), além de requerer planejamento, exige que o professor observe as características de seus alunos, conceba pré-atividades para que os alunos vão se acostumando com a dinâmica da atividade de resolução de problemas e argumentação, selecione problemas que estimulem a argumentação, além de se atentar para a forma de condução da atividade (estratégias enunciativas do professor), pois senão os alunos podem dispersar e até mesmo gerar indisciplina.

Com o tempo, e com maior frequência de atividades que favoreçam a argumentação por meio de RP, os alunos dos anos iniciais vão se habituando e construindo argumentos mais elaborados, sendo possível fazer conjecturas, provas e demonstrações, apresentar justificativas coerentes e as interações discursivas se integram de modo natural às aulas de Matemática, deixando de ser pontuais ou somente quando são iniciadas, ou solicitadas pelo professor. Observamos pela pesquisa bibliográfica que existe um padrão que mais se repete em sala de aula, o IRF, que é aquele em que o professor fala sobre o conteúdo em sala de aula, faz alguma pergunta relacionada ao tema para o aluno e o responde com certo ou errado na maioria das vezes, não criando a possibilidade de se estabelecer uma interação verbal oral mais aprofundada, de modo que o aluno reflita sobre ou encontre meios para resolver o questionamento, argumentando e justificando de modo plausível. No vídeo, foi observado esse tipo de padrão, sendo essencial que o professor modifique o seu padrão dando mais espaço para os alunos nas interações, propiciando momentos em que os alunos tenham a oportunidade de argumentar, valorizando as falas dos alunos e encontrando meios de potencializá-las, para que raciocinem de modo mais consistente, sem ignorar aquilo que apresentaram com seus conhecimentos prévios ou já formados sobre determinado conteúdo.

A atividade aqui relatada inspirou a elaboração da atividade com a cartolina que integra a trilha de aprendizagem trazendo a argumentação com foco no ensino de probabilidade nos anos iniciais e que é parte do produto educacional desta dissertação.

Por fim, procuramos apresentar as potencialidades da argumentação e interações verbais por meio da metodologia de RP durante o processo ensino-

aprendizagem de Matemática nos anos iniciais, abrindo-se caminhos para que defendam, justifiquem, mudem ou reivindiquem suas afirmações e, isso faz com que se tornem mais críticos, analisem melhor suas colocações e o raciocínio dos outros, reflitam mais sobre suas respostas e participam ativamente da construção do conhecimento.

2.5.3.5 O papel do professor na promoção da argumentação nas aulas de probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Francisco (2022) pontua que promover a argumentação nas aulas é um desafio para os professores de todos os níveis de ensino. Ele explica que para o professor trabalhar com argumentação em sala de aula, ele deve conhecer o processo argumentativo e para tanto é necessário analisar o conhecimento matemático para o ensino que é oriundo da formação inicial do professor. Um dos aspectos que o autor chama atenção é para que o professor também aprenda a compreender a forma com que os alunos raciocinam e argumentam, para que possa apoiar a prática da argumentação em sala de aula de maneira eficaz. Daí, ser fundamental que os cursos de Licenciatura em Matemática tenham disciplinas específicas que instrumentalizem os professores para que saibam implantar a argumentação em sala de aula.

Rumsey e Langral (2016) apresentam estratégias para que o professor possa promover o uso da argumentação pelos alunos: fornecer suporte linguístico (suporte de comunicação através da introdução de estruturas de linguagem e demonstrar seu uso durante as discussões), discutir conteúdos familiares (perguntar aos alunos sobre o que sabem acerca de determinado conteúdo, ou seja, quais conhecimentos prévios possuem), especificar condições (explicar as estruturas da argumentação e seus elementos), manipular conteúdo familiar para ser desconhecido (este tipo de atividade pode ajudar a preparar os alunos para enfrentarem com confiança a exploração de situações matemáticas desconhecidas em etapas futuras da escolarização).

Bersch (2019) coloca que um dos problemas enfrentados para a promoção da argumentação em sala de aula é a dificuldade que os alunos têm com a linguagem quando escrevem suas justificações, daí a importância de se dar suporte linguístico aos

alunos para desenvolver a competência escritora e também que os professores escolham material didático adequado para desenvolver competências argumentativas. Passemos ao Capítulo III da dissertação que aborda a estrutura e aplicação da trilha de aprendizagem visando promover a argumentação tendo como conteúdo norteador os conceitos de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental.

CAPÍTULO III

A PROPOSTA METODOLÓGICA, APLICAÇÃO E RESULTADOS

Neste capítulo, descrevemos o procedimento metodológico traçado para elucidação do problema de pesquisa, detalhando sobre os instrumentos de coleta e análise de dados, bem como caracterizando os sujeitos e o lócus da pesquisa e aplicação da trilha de aprendizagem.

3.1 Caracterização da pesquisa e dos sujeitos de pesquisa: procedimentos e abordagem da pesquisa

O estudo apresentado nesta dissertação possui natureza qualitativa, a qual Creswell, (2007, p. 184) destaca que:

A investigação qualitativa emprega diferentes alegações de conhecimento, estratégias de investigação e métodos de coleta e análise de dados, têm passos únicos na análise de dados e usam estratégias diversas de investigação.

Minayo et al (2001, p. 14) ainda colocam que “a pesquisa qualitativa envolve o trabalho com muitos significados, motivos e atitudes”, portanto, o pesquisador observa o processo e seu significado, visando interpretar o objeto de estudo.

É válido ressaltar que numa pesquisa qualitativa é comum o pesquisador permanecer envolvido numa experiência com os participantes, além disso, um dos papéis do pesquisador é discutir, comentar, incluir e observar os fenômenos sociais de modo holístico (CRESWELL, 2007). Entender o papel do pesquisador em uma pesquisa qualitativa fornecerá suporte para a discussão sobre a coleta de dados, na qual será compreendida quais passos devem ser feitos para que se recolham informações através de meios como a entrevista, observações diretas, documentos, materiais, além de estabelecer procedimentos para registrar informações conforme explica Creswell (2007).

Creswell (2007) coloca que numa coleta de dados é importante que sejam identificados os locais ou os indivíduos que serão selecionados para o estudo, além de

indicar os tipos de dados que serão coletados. O autor afirma que os pesquisadores coletam várias formas de dados e investem seu tempo unindo informações no ambiente pesquisado e alguns procedimentos de coleta ganham notoriedade, como entrevista e os materiais de áudio e visual.

Deste modo, cabe salientar que a abordagem da pesquisa ocorreu por meio de um estudo de caso, com o qual se buscou explorar em profundidade o fenômeno que estava sendo estudado, analisando suas peculiaridades pormenorizadamente. (CRESWELL, 2007). Esta abordagem foi útil, visto que um dos intuitos da pesquisa é fazer uma exploração dos argumentos que serão externados por alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental durante a aplicação de uma trilha de aprendizagem. Para tanto, também, foi utilizada a observação participante (ANGROSINO, 2009) para compreender os sujeitos em ação, havendo a participação da pesquisadora na aplicação da trilha de aprendizagem, essencial para a analisar e compreender o comportamento dos sujeitos pesquisados através de suas argumentações acerca de probabilidade e seus respectivos processos de fala. Essas argumentações dos alunos do 5º ano foram constatadas e observadas através das aulas ministradas que foram gravadas. Além disso, as falas foram transcritas para se obter uma melhor análise do processo argumentativo dos alunos ao longo do desenvolvimento das atividades propostas na trilha de aprendizagem.

A presente pesquisa ocorreu de forma presencial com alunos pertencentes à uma escola privada de Educação Básica, que se localiza em Maceió (Alagoas), no bairro de Graciliano Ramos. A seleção da escola foi realizada considerando o critério de disponibilidade para a aplicação do Produto Educacional, bem como a escola possuir o ano escolar para o qual é voltada a pesquisa, no caso, o 5º ano do Ensino Fundamental.

Os sujeitos da pesquisa são alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, que tiveram o contato com o conteúdo de probabilidade somente durante o período de aplicação do Produto Educacional, ou seja, o conteúdo de probabilidade não foi abordado nos anos anteriores conforme previsto pela BNCC (BRASIL, 2018).

A metodologia de análise, utilizou aspectos da análise de discurso, em que o “processo de análise discursiva tem a pretensão de interrogar os sentidos estabelecidos

em diversas formas de produção, que podem ser verbais e não verbais, bastando que sua materialidade produza sentidos para interpretação” (CAREGNATO; MUTTI, 2006, p. 680). Além disso, com o intuito de analisar os dados obtidos com maior clareza e organização utilizamos também a análise do conteúdo proposta por Bardin (1977), que sugere a elaboração de categorias para que possamos analisar os dados seguindo uma estrutura coerente para melhor apresentar os resultados obtidos.

Nesse sentido, analisamos a predominância entre dois padrões presentes nas interações discursivas que envolvem o discurso em sala de aula, constatando o padrão IRF (Iniciação – Resposta - Feedback) e o padrão IRA (Iniciação – Resposta - Avaliação), padrões que podem ser observados em alguns trabalhos, como por exemplo no de Amaral, Scott e Mortimer (2003), no qual são apresentadas algumas relações entre o conteúdo e a forma do discurso em aulas.

Aplicamos esta proposta metodológica em seis momentos, com o uso de uma sequência didática em forma de trilha de aprendizagem. Segundo Zabala (1998, p. 18) a trilha de aprendizagem na perspectiva da sequência didática seria um “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores como pelos alunos”. Diante disto, a sequência didática visa auxiliar o professor no processo de ensino e aprendizagem de seus alunos, além de pretender através da sua aplicação, a análise das argumentações dos alunos, de modo que estas análises possam causar uma reflexão e mudanças nas práticas docentes a fim de possibilitar caminhos para um melhor aprendizado dos conteúdos de probabilidade.

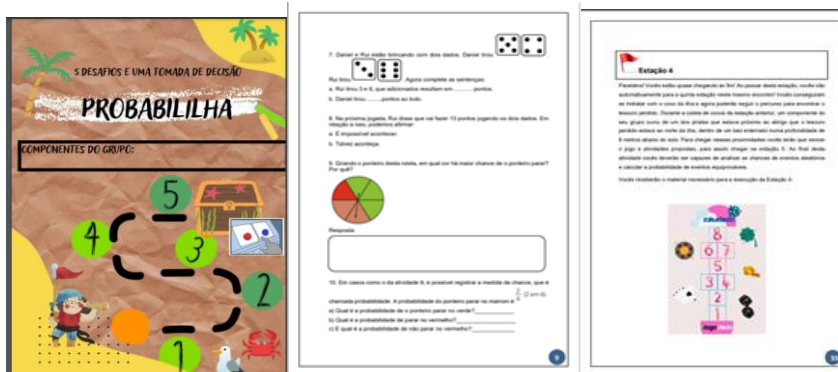
Os seis encontros citados englobam a apresentação do conteúdo, a utilização de recursos didáticos que influenciam nas interações discursivas, juntamente com atividades e jogos para que promovam a argumentação. As aulas sempre que necessário foram gravadas, para serem analisadas posteriormente com os critérios já apresentados acerca dos padrões das interações discursivas. Estas análises foram feitas após a transcrição das falas dos alunos, para deste modo se chegar às conclusões pertinentes para a pesquisa, com o propósito de se validar a hipótese colocada.

3.2 A estrutura da proposta da trilha de aprendizagem na perspectiva da Investigação Matemática para desenvolver a argumentação nas aulas de Probabilidade

A proposta das atividades e aulas descritas nesse tópico serão orientadas para uma execução de 4 encontros, com mais dois momentos para a aplicação do questionário a priori e a posteriori, totalizando seis momentos. Propomos como Produto Educacional uma trilha de aprendizagem para promover a investigação matemática. A trilha de aprendizagem elaborada é baseada em 5 estações, que representam os quatro momentos propostos para a aplicação do Produto Educacional. O último encontro foi dividido em estação 4 e estação 5, com atividades e jogos que foram realizados durante os encontros. Tais estações são orientadas por planos de aula específicos, informando os objetivos, atividades, conteúdos e jogos que deverão ser utilizados nos encontros previstos e que constam detalhados no Produto Educacional publicado separado no repositório do Programa de Mestrado.

Pensando numa participação ativa dos estudantes neste processo, colocamos as 5 estações (atividades e jogos) da trilha num contexto relacionado a uma espécie de “ilha do tesouro”, onde o aluno deverá passar pelas 5 estações para se chegar no objetivo final que é encontrar o tesouro perdido. A trilha de aprendizagem foi intitulada como “Probabililha” e o aluno deve realizar todas as atividades das cinco estações, buscando chegar ao tesouro perdido no último encontro, utilizando os diversos conhecimentos probabilísticos e argumentativos que possuem e aqueles que serão desenvolvidos ao longo da trilha. A seguir, na Figura 15, podemos ver a trilha de aprendizagem:

Figura 15– Trilha de Aprendizagem



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

O material da trilha elaborada “Probabililha” será disponibilizado para o aluno com um *layout* específico para impressão com as atividades e jogos destinados para cada estação, sendo assim denominado de caderno do aluno. A organização do presente material está com as orientações para cada estação, visando alcançar o objetivo desta pesquisa de Mestrado, que é o de **“analisar quais as contribuições que o processo argumentativo nas aulas de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental traz para o desenvolvimento do pensamento probabilístico”**.

A trilha de aprendizagem é flexível e o professor poderá adaptar, implementar e/ou reduzir alguma das atividades dependendo de sua necessidade em sala de aula. Lembrando que o foco de nossa pesquisa é o 5º ano do Ensino Fundamental, e por isso, buscamos desenvolver atividades que englobassem as ideias que deveriam ter sido vistas também nos anos anteriores ao 5º ano, com o intuito de analisar o conhecimento e aprendizagem dos estudantes acerca dos conteúdos propostos pela BNCC (BRASIL, 2018).

No decorrer do detalhamento da aplicação, elaboramos/adaptamos o **Quadro 33** que informa alguns níveis argumentativos que podem ser conferidos para guiar o leitor ao longo da dissertação, visto que adaptamos três níveis argumentativos que pretendem ser alcançados no processo.

O Quadro 20 mostra de modo geral o que pretendemos fazer ao longo da aplicação do Produto Educacional (PE), considerando as estações da trilha de aprendizagem. Cabe dizer que ao final de cada estação, os alunos responderão a uma autoavaliação com o objetivo de averiguar se os conceitos de probabilidade foram construídos e assimilados pelos alunos. Vejamos o quadro com a descrição das estações da trilha de aprendizagem:

Quadro 20- Organização geral para a aplicação do PE

Encontro	Estação	duração	Atividade	Objetivo Probabilístico	Objetivo argumentativo/ comunicativo
Pré-aula 1	-	2h/ aula	Aplicação do questionário a priori+ sugestão de atividade para casa com o jogo das	Sondar os conhecimentos probabilísticos prévios	Analisar o que os estudantes entendem por argumentação e suas estruturas.

			bebidas (The Vile Vendor)		
Aula 1	1	2h/ aula	Tampesca/ Quadrileatórios/ Atividade sobre o jogo The Vile Vendor + atividades escritas+ autoavaliação	Noções de acaso e a análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	Utilizar um padrão discursivo não-triádico e trabalhar a estrutura proposta por Toulmin, podendo focar no mínimo nos dados, fundamentos e garantias, para um primeiro momento (aqui, a argumentação aristotélica pode prevalecer, por ser um momento inicial)
Aula 2	2	2h/ aula	Correndo ao Acaso+ atividades escritas+ autoavaliação	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	Utilizar um padrão discursivo não-triádico (Mortimer e Scott) e trabalhar a estrutura proposta por Toulmin, incluindo no mínimo os dados, garantias e fundamentos
Aula 3	3	3h/ aula	Quebra – cabeça/ Quadrinho com balões/ Apresentação cartolina + atividades escritas+ autoavaliação	Análise de chances de eventos aleatórios	Utilizar um padrão discursivo não-triádico (Mortimer e Scott) e trabalhar a estrutura proposta por Toulmin (podendo não ter refutação, mas discutindo sobre)
Aula 4	4 e 5	2h/ aula	Probabilinha+ atividades escritas+ autoavaliação+ finalização da trilha de aprendizagem	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios e cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	Utilizar um padrão discursivo não-triádico (Mortimer e Scott) e trabalhar a estrutura proposta por Toulmin (aqui a ideia é que toda a estrutura apareça nas atividades orais e/ ou escritas)
Pós- aula 4	-	1h/ aula	Aplicação do questionário a posteriori	Analisar os conhecimentos probabilísticos construídos após a aplicação	Analisar se a compreensão argumentativa foi inalterada/ alterada/criada e observar se a estrutura de Toulmin foi apresentada

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

A **pré-aula** com duração de 2 horas/aula consiste numa apresentação à trilha de aprendizagem e foi composta pelo questionário a priori, junto com uma atividade digital (Jogo “The Vile Vendor- O Vil Vendedor”) para que os alunos tivessem algum contato com a probabilidade antes da aula 1, uma vez que não foram trabalhados conteúdos de probabilidade nos anos anteriores.

O **questionário a priori** é composto por duas partes: parte A com 9 questões para averiguar sobre a argumentação nas aulas de Matemática e a parte B com 10 questões para verificar os conhecimentos sobre probabilidade. Este questionário deve ser aplicado com o auxílio devido, caso os alunos sintam alguma dificuldade em relação ao que está sendo solicitado e serão instruídos para o acesso ao jogo *The vile vendor*, sugerido para casa, com o intuito de levantar discussões acerca do tema na aula posterior.

No Apêndice B podemos visualizar o questionário a priori que foi elaborado com o intuito de sondar os conhecimentos probabilísticos prévios e analisar o que os estudantes entendem por argumentação. O questionário pode ser implementado de modo físico (impresso em papel) ou digital (Com o *Google Forms*) caso a escola possua os instrumentos necessários para tal, no caso desta pesquisa, o questionário inicial foi aplicado de modo impresso. Já o questionário a posteriori pode ser observado no Apêndice C e foi aplicado de modo presencial, porém utilizando plataforma digital com formulário online, no caso, o *Google Forms*.

Após a aplicação do questionário a priori, o professor deve orientar os alunos a acessarem um jogo digital como atividade para casa. O jogo proposto é o *The Vile Vendor (O Vil Vendedor)*². O jogo é basicamente uma máquina de bebidas em que o aluno terá que analisar as chances de se obter determinada bebida ou não. Nesse jogo são trabalhados os conceitos sobre acontecimentos que podem ser classificados como impossível, improvável, igual (chances iguais), provável e certo, que deveriam ter sido vistos ao longo dos anos anteriores para que no 5º ano eles conseguissem solucionar tais desafios com mais facilidade e convicção.

² O jogo pode ser acessado por meio do link a seguir e deve ser disponibilizado para os alunos:
<http://www.scootle.edu.au/ec/viewing/L118/index.html#>

Além disso, elaboramos um vídeo tutorial³ ensinando como o jogo pode ser utilizado e quais são suas principais características e objetivos. Vejamos a interface do jogo:

Figura 16 - The Vile Vendor



Fonte: Site Scootle (2022)

O intuito do contato com o jogo é que os alunos possam ter ideias para discutir sobre a probabilidade no decorrer da primeira aula, para participarem da construção dos conceitos probabilísticos que se almeja desde o início do processo.

Para iniciar a aula, o professor deve fazer algumas perguntas referentes ao jogo *The Vile Vendor*, proposto para que os alunos executassem em casa. É importante lembrar, que em princípio, os alunos poderão desenvolver suas falas com argumentações aristotélicas e que devem ser valorizadas para que se alcance os tópicos sugeridos por Toulmin posteriormente. Como pode ser visto no quadro 21, propomos uma sugestão de ações que o professor pode fazer ao longo da aula, lembrando que as abordagens comunicativas e os padrões discursivos foram expostos nesta dissertação e podem ser revistos caso haja o esquecimento das siglas e indicações presentes no quadro.

A seguir, trazemos o quadro 21 que expõe a organização da aula 1, com as perguntas a serem feitas pelo professor, o nível argumentativo, a abordagem comunicativa e o padrão discursivo:

³ Vídeo tutorial: THE VILE VENDOR - <https://youtu.be/lphTN8mGmgl>

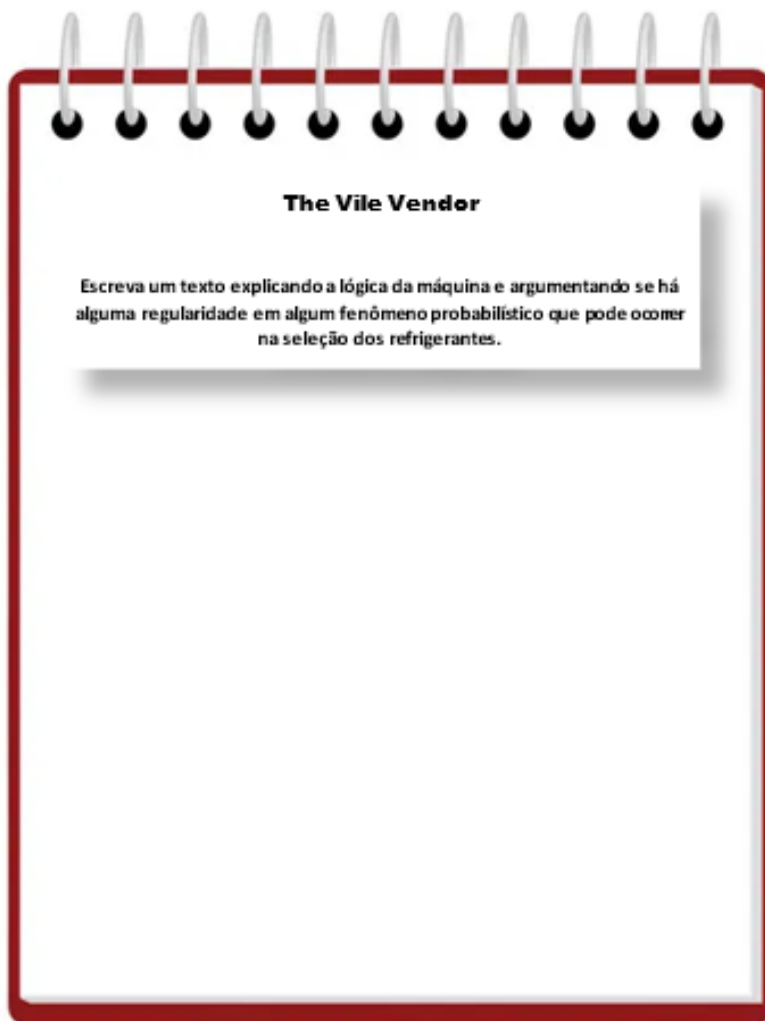
Quadro 21- Organização prevista para discussão do The Vile Vendor na Aula 1

ATIVIDADE ENVIADA PARA CASA	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA (VER QUADRO 3, p. 79 e 80)	PADRÃO DISCURSIVO
THE VILE VENDOR	Quais elementos sobre probabilidade vocês conseguiram observar ao longo do jogo?	Respostas com justificativas	(a)	I-R-A
	Vocês se surpreenderam com algum resultado no jogo? Podem dar exemplos?	Justificativa a partir de suas respostas	(a)	I-R-P-R-F
	De acordo com o que vocês analisaram, quando um acontecimento é certo e quando é impossível?	Justificativa e conclusão	(a) / (b)	I-R-P-R-A

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

A aula prossegue a partir dessa motivação para revisar alguns conceitos de probabilidade envolvendo as ideias do acaso e de como se pode classificá-las (impossível, improvável, igual, provável ou certo), como inclusive propõe o jogo que foi discutido logo acima. Os alunos deverão explicar como a máquina funciona e determina a classificação do evento, argumentando por escrito numa folha impressa que será fornecida como mostramos a seguir:

Figura 17 – Folha para escrever a explicação sobre o jogo de modo argumentativo



The Vile Vendor

Escreva um texto explicando a lógica da máquina e argumentando se há alguma regularidade em algum fenômeno probabilístico que pode ocorrer na seleção dos refrigerantes.

Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Após esta etapa inicial de revisão, o professor deve se atentar aos tópicos argumentativos que deverão ser construídos com base no que Toulmin (1958) propôs em seus trabalhos que abrangem as hipóteses, justificativas e conclusões, como já exposto anteriormente.

Com esta atividade, inicia-se a **investigação matemática** com os alunos questionando-os acerca de como a máquina seleciona as bebidas determinando o tipo

de evento e se há alguma regularidade nisso, ou seja, conforme explicam Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), os alunos percorrem quatro momentos, que neste caso deve se desenvolver desta forma: os alunos começam explorar a situação observando o funcionamento da máquina, em seguida formulam questões sobre como ela funciona e determina o tipo de bebida a ser selecionada, seguindo-se da formulação de conjecturas acerca da combinação de tipos de bebidas para determinar o tipo de evento probabilístico, a realização de testes para verificar as combinações relacionadas aos tipos de eventos, o refinamento das conjecturas e finalmente a **argumentação** demonstrando como os eventos ocorrem a partir das bebidas selecionadas, avaliando o percurso que foi realizado para se chegar à conclusão final.

Então, se **chega à Probabililha**, com as instruções iniciais e passa-se à **Estação 1**. Esta estação tem uma duração de 2 horas/aula para realização de atividades. As duas atividades da Estação 1 em forma de jogo de tabuleiro foram elaboradas e detalhadas passo a passo em um vídeo que mais adiante será exposto através de um link para acesso colocado em nota de rodapé nesta dissertação.

A **Estação 1** se inicia com a “**Atividade 1 - Atividades de Ambientação à Argumentação 1**” com um conjunto de 16 questões extraídas e adaptadas de dois livros didáticos que visam resgatar conceitos sobre probabilidade aprendidos em anos anteriores – pontuamos que a turma na qual a pesquisa foi realizada não teve contato com conteúdos de probabilidade, portanto, seria a primeira vez e pudemos averiguar se conseguiram resolver utilizando seus recursos cognitivos, habilidades de leitura e interpretação e bases matemáticas. Considerando o que Fischbein (1975) coloca acerca da intuição sobre probabilidade, ou seja, dos sujeitos construírem noções intuitivas é que essas questões foram propostas.

. As questões envolviam o conceito de acaso, classificação de eventos, probabilidade envolvendo frações, situações com dados, *spinners* e recipientes com objetos para serem retirados como sacos e potes de vidro. Os resultados relativos às questões serão demonstrados na análise, mais adiante. Passemos aos jogos.

Os **jogos de tabuleiro** são “Tampesca” e “Quadraleatórios” e tem por objetivo desenvolver/revisar as noções de acaso e a análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano. O **Tampesca** é um jogo que pode ser aplicado desde o 1º ano do Ensino

Fundamental e tem como inspiração uma atividade montessoriana que também desenvolve aspectos motores dos alunos. O jogo é composto por: um recipiente (de preferência transparente) para colocar água, tampinhas de garrafa PET coloridas, prendedores de roupa ou palitos de picolé e máscara para os olhos.

Como o nome do jogo já sugere, o aluno será vendado e deverá, com o auxílio de seu grupo ou dupla, **pescar as tampinhas** que estão boiando no recipiente. Qual o intuito? Os estudantes ao final da pescaria de tampinhas irão responder questionamentos acerca das cores de tampinhas que foram pescadas e analisar se há uma probabilidade maior ou menor de se pescar uma tampinha de determinada cor, mesmo que vendado (a). Dessa forma, se trabalham as ideias probabilísticas que envolvem o acaso e reflexões sobre ter maior ou menor chance de algum evento ocorrer. A seguir, vemos fotos com os materiais utilizados no jogo e como se executa o jogo:

Figura 18 - Materiais e exemplo prático



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Como pode ser visto na figura acima, os materiais utilizados são de fácil acesso e de baixo custo e o professor pode inclusive pedir o auxílio dos alunos para a obtenção das tampinhas, ou seja, os alunos podem trazer as tampinhas de garrafa PET. Em nota de rodapé, eestá o link do vídeo tutorial do Tampesca⁴.

⁴ O tutorial que explica esta atividade com um exemplo prático pode ser acessado através do link abaixo: <https://youtu.be/htvJ5YprVw>

No Quadro 22 podem ser observadas as sugestões de questionamentos, níveis argumentativos, abordagem comunicativa e padrões discursivos esperados durante a realização do Tampesca:

Quadro 22- Organização prevista para discussão do Tampesca na Aula 1

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
TAMPESCA	Quais as cores de tampinhas que você pescou? Você acha que houve uma maior chance de ter pego essa cor?	Respostas com justificativas, dados, fundamentos e garantias nível 2	(a)	I-R-A-P-R-F
	Qual a tampinha mais difícil de ser pescada, estando vendendo(a)? E porquê?	Justificativa a partir de suas respostas, dados, fundamentos e garantias nível 2	(a)/ (b)	I-R-P-R-F
	Faça uma análise das tampinhas no recipiente e discuta sobre quais tampinhas tem mais chances de serem pegadas e por qual motivo. Ou você acha que todas têm a mesma chance de ser pescadas?	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3	(a) / (b) / (c)	P-R-A-P-R-F

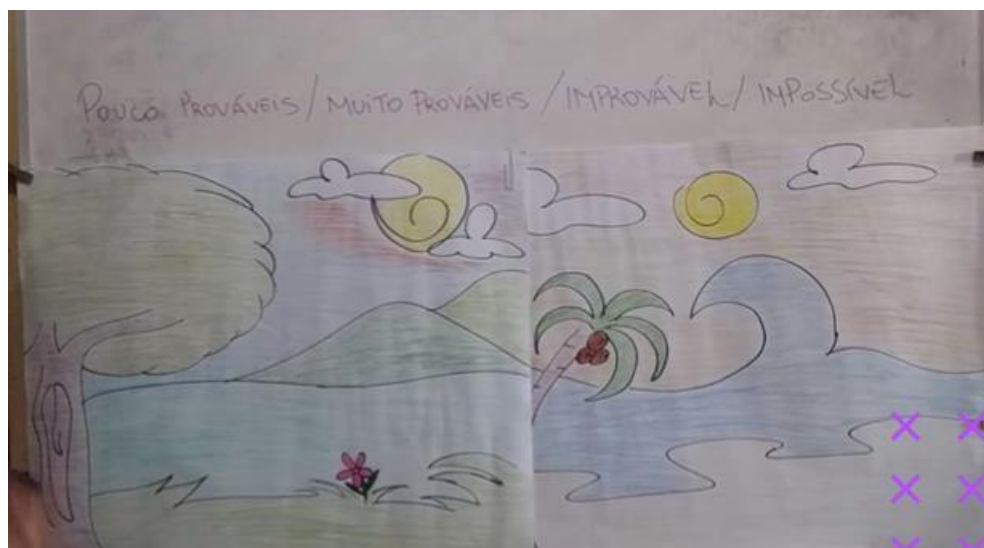
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Observamos que aqui os tópicos propostos por Toulmin começam a aparecer, porém o nível 3 (**Quadro 33**) pode demorar um pouco para ser alcançado por vários fatores, como a não compreensão do aluno, dificuldades em expressar suas justificativas e demais tópicos que pretendemos desenvolver. Além disso, pode não ser possível prosseguir um diálogo que se caracterize como uma argumentação ao longo das falas e o professor deve se adaptar para buscar retomar o foco e objetivo que se propôs a alcançar, mesmo sabendo que alguns aspectos planejados podem não ocorrer e outros podem se desenvolver com mais facilidade do que o esperado, por exemplo.

A próxima atividade desenvolvida foi o jogo **“Quadraleatórios”⁵**, que pode ser aplicado do 2º ano em diante, pois tem o objetivo de trabalhar os conteúdos referentes à análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano, além de fazer com que o aluno classifique resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”, como propõe a BNCC (BRASIL, 2018). O jogo possui dois quadros que foram criados com dois cenários (um cenário de floresta, outro cenário de uma praia); esses cenários são os quadros que receberão elementos que se encaixam em: **“pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”**. Tais elementos foram criados na plataforma do Canva e impressos em formato de adesivos.

A ideia é que os alunos analisem os elementos e classifiquem se tais elementos fazem parte de algum cenário exposto nos cartazes e como podem ser descritos. O professor deve instigar os alunos para que eles também trabalhem com criticidade, a fim de se obter uma boa argumentação por meio do diálogo e discussão com seus pares e o professor. Abaixo, na Figura 19, temos um dos cenários do jogo:

Figura 19- Cenários desenvolvidos

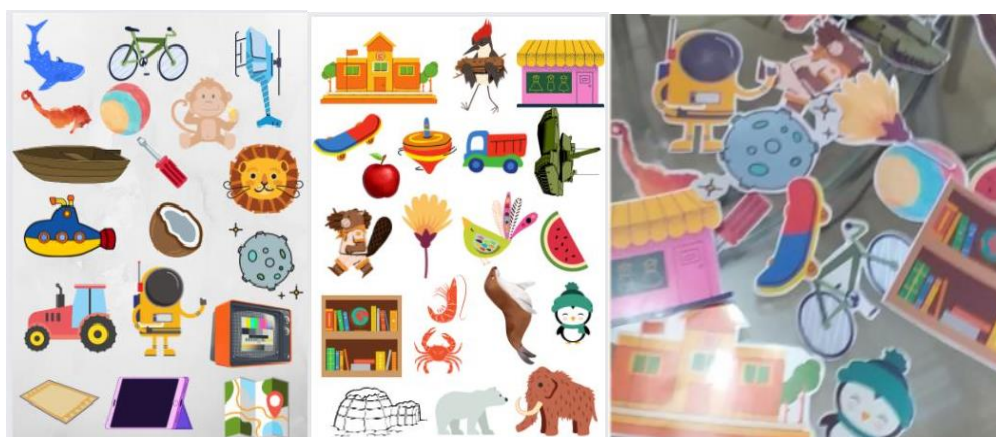


Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

⁵ O jogo desenvolvido pode ser melhor entendido através do vídeo elaborado que pode ser acessado nesse link: <https://youtu.be/A3myAsw3IJw>

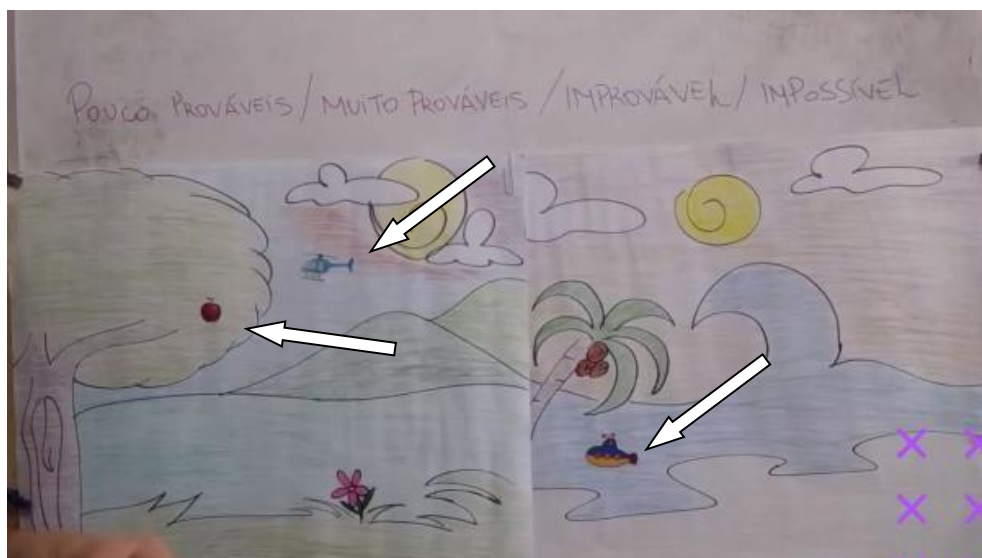
Os quadros foram feitos à mão, mas podem ser elaborados de modo digital e impresso com o cenário que o professor desejar. O exemplo dos quadros aqui expostos são sugestões que podem ser seguidas ou adaptadas. Ademais, para a criação deste jogo utilizamos: 02 papéis 40, lápis de cor, papel adesivo (para imprimir os elementos), arte com os elementos necessários que foram feitos com o Canva. Nas figuras 20 e 21, apresentamos alguns dos elementos já inseridos, após os questionamentos e mediação do professor:

Figura 20- Moldes dos elementos adesivos



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Figura 21- Quadros com alguns dos elementos



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

As sugestões, dentre as muitas que podem ser feitas nessa atividade com o Quadraleatórios pode ser vista no quadro 23:

Quadro 23- Organização prevista para discussão dos “Quadraleatórios” na Aula 1

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
QUADRALEATÓRIOS	O elemento “x” pertence a algum dos cenários aqui? Porquê?	Respostas com justificativas, dados, fundamentos e garantias nível 2	(a)	I-R-A-P-R-F
	Escolha dois elementos e cole nos quadros. “Por que você classificou esses elementos nessas categorias? Eles poderiam ficar nos dois cenários? Por qual motivo?”	Justificativas e conclusões. Dados, Fundamentos e garantias nível 2	(a)/ (b)	I-R-P-R-F e I-R-A
	Dentre os adesivos, você consegue dizer se há algum elemento impossível de se encontrar nos cenários propostos? Por qual motivo?	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3	(a) / (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F
	As ideias que você utilizou envolve a probabilidade? Os elementos que você classificou são com base em que conhecimentos? Você consegue observar alguma dessas escolhas em seu cotidiano?	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3	(a) / (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F

Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022)

Obviamente a aula trará mais oportunidades para questionamentos e mediações que deverão ser feitas pelo professor e as sugestões aqui feitas servem para facilitar o caminho para se chegar ao objetivo final da atividade. Ao final da aula 1, para encerrar a **Estação 1**, o professor irá propor uma atividade para ser feita e entregue na aula posterior. A atividade irá trabalhar a argumentação dos alunos de modo escrito, como pode ser visto no quadro 24:

Quadro 24- Quadro proposto para o fim da Aula 1

Nome:		Data: / /
Argumento: Peter Parker disse que as tampinhas vermelhas no Tampesca sempre terão mais chances de serem pegas, você concorda ou discorda de Peter?		
Afirmação (Concorda ou discorda)		
Dados/Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.		
Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.		
Conclusão Apresente a resposta final interligando todas as ideias.		

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

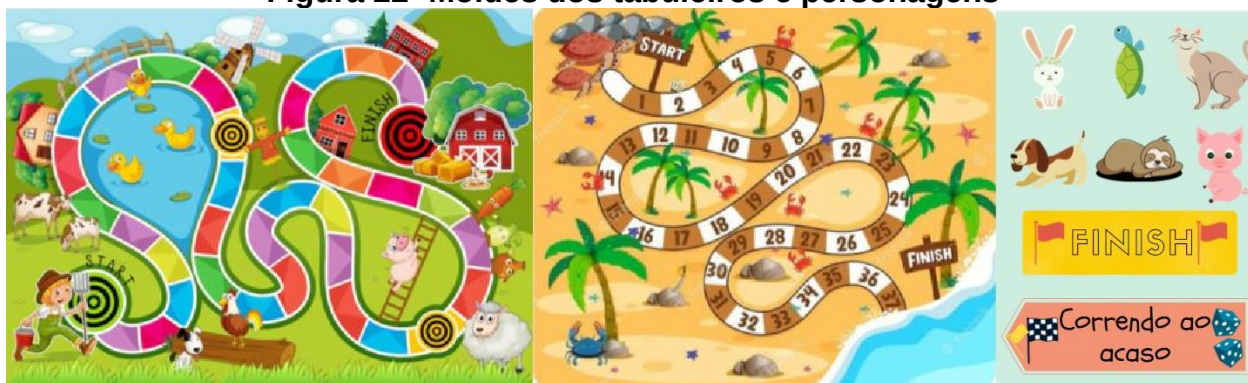
Ao fim do **Encontro 1 que abrangeu a Estação 1**, o aluno deverá responder uma **autoavaliação** constituída por 12 questões como forma de refletir e analisar os pontos mais compreendidos e menos compreendidos ao longo da aplicação da pré-aula e da Estação 1, abrangendo o conceito de acaso que foi abordado, aspectos da argumentação presentes na atividade e nos jogos de tabuleiro (Tampesca e

Quadrateatórios) e o jogo digital “The Vile Vendor” abordado na pré-aula. A autoavaliação consta do Apêndice A no caderno do aluno.

Em prosseguimento, a **aula 2** aborda a **Estação 2**, teve um tempo de 2 horas/aula para ser realizada e se inicia com o jogo intitulado “Correndo ao Acaso”. Uma **atividade de investigação** será aplicada antes do jogo a fim de que se verifique conhecimentos que se espera já terem sido assimilados sobre a Probabilidade integrando com o processo argumentativo, em que se solicita aos alunos que resolvam a situação-problema e, em seguida, descrevam por escrito os aspectos constituintes da investigação matemática citados por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). A situação-problema denominada de “**Atividades de Ambientação à Argumentação 2**” envolve o lançamento de uma moeda e o conceito de espaço amostral.

Após concluída a atividade de investigação para a **ambientação à argumentação na Estação 2**, o jogo de tabuleiro “**Correndo ao Acaso**” deve ser aplicado. Com o jogo o aluno deverá compreender a ideia de acaso em situações do cotidiano, além de identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência. Os materiais utilizados para a criação desse jogo foram moldes⁶ para o tabuleiro, dados de 4 faces e 6 faces, personagens (moldes) e tesoura e cola (para cortar e finalizar a construção dos personagens). Abaixo, estão os moldes dos tabuleiros e personagens:

Figura 22- Moldes dos tabuleiros e personagens



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

⁶ Os moldes de tabuleiro estão disponíveis no link abaixo, estes não foram desenvolvidos pela autora da dissertação:

Molde tabuleiro ilha: <https://www.alamy.com/cute-cartoon-maze-game-template-illustration-image418792912.html>

Molde tabuleiro fazenda: https://br.freepik.com/vetores-gratis/jogo-de-tabuleiro-1546317.htm#query=tabuleiro&position=0&from_view=search
Personagens (moldes desenvolvidos pela autora da dissertação): foram feitos utilizando o Canva.

Figura 23 - Tabuleiro impresso e personagens já construídos



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

A seguir, no quadro 25, há a tabela com os pontos correspondentes aos personagens:

Quadro 25- Tabela de pontos dos personagens

CORRENDO AO ACASO	
GATO	NO MÁXIMO 10 PONTOS
TARTARUGA	NO MÁXIMO 4 PONTOS
COELHO	NO MÁXIMO 6 PONTOS
PREGUIÇA	NO MÁXIMO 4 PONTOS
PORQUINHO	NO MÁXIMO 6 PONTOS

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

O jogo funciona da seguinte forma:

- 1- O estudante escolherá um personagem para avançar as casas no jogo.
- 2- Cada jogador deverá utilizar os dados disponíveis e seguir a regra apresentada no quadro acima.

3- Vence o jogador que primeiro chegar ao final da trilha no tabuleiro.

Em que momento a Probabilidade aparece nesse jogo? Na maioria dos momentos! Percebemos que o fato de saber qual personagem o aluno ficou, já introduz a ideia da aleatoriedade, pois querendo ou não ele vai analisar a pontuação máxima que seu personagem pode avançar a cada rodada. O interessante desse jogo é que nem sempre o personagem que pode “correr mais” conseguirá ser o vencedor, pois o avanço de cada personagem depende da aleatoriedade presente nos dados. Além disso, é possível analisar o que mais teria chances de ocorrência ou não e trabalhar a ideia do espaço amostral durante o lançamento dos dados.

Diante disso, o professor irá solicitar que os alunos anotem suas jogadas até o fim do jogo, para assim iniciar as discussões e questionamentos pertinentes sobre o “Correndo ao Acaso”, estimulando o processo de argumentação. Seguem as sugestões em relação as ações do professor para essa atividade (Quadro 26):

Quadro 26- Organização prevista para discussão do jogo “Correndo ao Acaso” na Aula 2

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
CORRENDO AO ACASO	Com o seu personagem, as chances totais de se observar um número par no lançamento do dado (ou dados) é grande? Por qual motivo? Qual o número de chances totais?	Respostas com justificativas, dados, fundamentos e garantias nível 2	(a)/ (b)	I-R-A-P-R-F
	Em quais dos personagens você apostaria que iria vencer a corrida? Por quê?	Justificativas e conclusões. Dados, Fundamentos e garantias nível 2	(a)/ (b)	I-R-F e I-R-P-R-F
	Você se surpreendeu com o vencedor da	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3	(a)/ (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F

	partida? O personagem era o mais rápido? Explique por que você acha que o personagem que venceu a partida conseguiu a vitória			
	Qual a pontuação máxima que eu posso obter em um lançamento de um dado de 4 faces? E de 6 faces? Você achou o jogo justo? Por quê?	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3	a) / (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Ao fim da aula, o professor aplicará uma atividade - **Atividade 2 do Encontro 2** - para estimular o processo argumentativo de modo escrito, solicitando aos alunos a análise do argumento e descrição dos componentes, como se vê no quadro 27:

Quadro 27- Quadro proposto para o fim da aula 2

Nome:		Data: / /	
Argumento: Maria Fifi estava falando com seu amigo Pedro que no jogo “Correndo ao acaso” o personagem que tem a maior probabilidade de vencer é a tartaruga.			
Afirmação (Concorda ou discorda)			
Dados/Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.			

Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.	
Conclusão Apresente a resposta final interligando todas as ideias.	

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Por fim, **encerrando o 2º Encontro**, é aplicada uma **autoavaliação** composta por 7 perguntas para verificar se os alunos compreenderam as ideias de acaso, espaço amostral e evento aleatório e sobre as dificuldades que tiveram em relação ao processo argumentativo e seus elementos. A autoavaliação consta do Apêndice A desta dissertação.

Já para a **3ª aula** que aborda a **Estação 3**, as atividades previstas envolvem um jogo de **quebra-cabeça** e uma atividade que envolve alguns **quadrinhos** e o tempo estimado de aplicação é de 3 horas/aula. O foco destas atividades se concentra em desenvolver o conhecimento acerca da análise de chances de eventos aleatórios e identificação entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.

A atividade que será aplicada antes da execução desses jogos pode ser encontrada no Apêndice A (no documento do Produto Educacional), intitulada como **“Atividade (Individual) 1 do Encontro 3”**. Esta atividade tem como objetivo desenvolver a análise de chances para eventos aleatórios e trabalha a perspectiva **investigativa matemática**. Composta por uma situação-problema envolvendo *spinners*, solicita que os alunos dissertem sobre a resposta, detalhando os elementos que compõem a argumentação, como hipóteses, justificativa e conclusão.

Ao início da aula o professor retomará os conceitos desenvolvidos na atividade da aula anterior e irá iniciar o conteúdo de probabilidade lembrando que ao saber todas as possibilidades de determinado experimento, estamos na verdade definindo o

seu espaço amostral. Além disso, nesta aula é importante que o professor introduza a ideia da refutação (isso se ainda não tiver feito), para prosseguir com os tópicos previstos nos estudos de Toulmin. O jogo do quebra-cabeça tem o intuito de fazer com que os alunos respondam questionamentos com respostas legítimas para que assim possam obter uma peça (ou mais) do quebra-cabeça.

A cada resposta correta os estudantes adquirem uma peça (o número de peças que o estudante irá ganhar por resposta correta pode ser adaptado de acordo com o tempo que o professor possui em sala de aula e entre outros), e caso erre alguma resposta não haverá punição, continuará com o número de peças que possui. O jogo se encerra quando o aluno/grupo, montar o quebra-cabeça por completo.

É recomendada que esta atividade seja executada em grupo para que os alunos dialoguem entre si e informem apenas um resultado para as perguntas (as perguntas devem ser relacionadas ao conteúdo destacado no plano de aula). Sugerimos 5 questionamentos, em que o primeiro questionamento vale uma peça e os quatro últimos questionamentos valem 2 peças cada. Para o planejamento desse jogo também utilizamos alguns materiais para elaborar os questionamentos, como baralho, tampinhas, moedas e dados. Os materiais utilizados para o jogo do quebra-cabeça foram molde⁷ para o quebra-cabeça, tampinhas, moedas e dados. Abaixo, vemos na Figura 24 o molde do quebra-cabeça:

Figura 24- Molde quebra-cabeça



Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022)

⁷ Molde do quebra-cabeça foi elaborado com o Canva pela autora da dissertação.

São inúmeros os questionamentos que podem ser feitos a partir desse material, aqui no quadro 28 fazemos a sugestão de 5 questionamentos que podem ser feitos para que os alunos obtenham as peças do quebra-cabeça ao longo da aplicação:

Quadro 28- Organização prevista para discussão do jogo do Quebra-Cabeça na Aula 3

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
QUEBRA-CABEÇA	No lançamento de uma moeda, existe alguma vantagem em um apostador que escolhe cara ou coroa? Por qual motivo? Qual a probabilidade de se obter uma cara no lançamento de uma moeda? (vale 1 peça)	Justificativas e conclusões. Dados, Fundamentos e garantias, precisão nível 2	(a)/ (b)	I-R-A-P-R-F
	Ao lançar um dado, qual a probabilidade de eu obter um número ímpar? Você apostaria 100 reais que acertaria um número ímpar no lançamento de um dado? (vale 2 peças)	Respostas com justificativas, dados, precisão fundamentos, garantias, precisão e refutação nível 2	(a)	I-R-F e I-R-P-R-F
	Análise as cartas do baralho e informe qual o espaço amostral = {naipes de ouros} (vale 2 peças)	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 2	(a)/ (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F
	Caso você tenha um recipiente com tampinhas (analisar a quantidade de tampinhas)	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 2	a) / (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F

	existentes), qual a probabilidade de se obter a cor preta? Caso você ganhasse um iphone se obtivesse aleatoriamente uma tampinha preta, acha que ganharia? Explique sua resposta (vale 2 peças)			
	A palavra Maceió foi escrita em um papel e recortou-se as letras separadamente. Caso o Peter Parker tente pegar uma dessas letras ao acaso, qual seria a probabilidade de se obter a letra M? Há alguma letra que possua mais chances de ser pega? (vale 2 peças)	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 2	(a)/ (b)/ (c)	I-R-P-R-A-P-R-F e I-R-A

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Além disso, foi produzido um vídeo tutorial⁸ para explicar como se executa o jogo do **quebra-cabeça**:

⁸ Vídeo tutorial do quebra-cabeça: <https://youtu.be/R-KY4KoDeb0>

Figura 25 – Vídeo tutorial do Quebra-Cabeça



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Após a aplicação do quebra-cabeça, será proposta uma segunda atividade em sala de aula que envolverá uma espécie de **história em quadrinhos**. O mesmo grupo que jogou durante o quebra-cabeça será mantido para este momento. A atividade apresenta uma arte com quadrinhos e balões em branco para serem preenchidos pelos alunos com contextos probabilísticos. Para a elaboração desta atividade, será preciso da arte dos quadrinhos⁹, lápis/caneta para escrever nos balõezinhos. Abaixo, na figura 26, vemos a arte dos quadrinhos:

Figura 26 - Atividade dos quadrinhos



Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022)

⁹ Arte dos quadrinhos foi feito com o Canva.

O ideal nesse momento é que os alunos trabalhem em equipe e devem finalizar a historinha dos quadrinhos no tempo determinado pelo professor. Consideramos 10 a 15 minutos um tempo bom para preencher os quatro quadrinhos, principalmente porque os estudantes trabalharão em grupo, o que facilita o andamento da atividade. Seguem abaixo as sugestões para o andamento da aplicação no que se refere à ação do professor:

Quadro 29- Organização prevista para discussão do jogo dos quadrinhos na Aula 3

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
QUADRINHOS	A partir de qual quadrinho você conseguiu inserir algo probabilístico? Qual elemento você quis utilizar e porquê?	Justificativas e conclusões. Dados, Fundamentos e garantias, precisão nível 2	(a)/ (b)	I-R-A-P-R-F
	Você teve dificuldades para fazer a atividade? Conseguiria me informar quais objetos presentes nos quadrinhos poderiam ser utilizados no contexto da probabilidade? Explica pra mim?	Respostas com justificativas, dados, precisão fundamentos, garantias, precisão e refutação nível 2	(a)/ (b)	I-R-F e I-R-P-R-F

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Ao final da aplicação dessas atividades descritas acima, propomos uma atividade final com o uso de **cartolina** denominada de “**Mural da Argumentação – Fala Aí - Argumentação escrita e oral por meio de investigação matemática**”, com o intuito de identificar se o aluno conseguiu desenvolver elementos essenciais do processo argumentativo. A atividade propõe a formação de grupos com 3 a 4 alunos e apresenta uma **situação-problema investigativa** relacionada ao conteúdo para eles buscarem expor suas resoluções e identificar aspectos como hipóteses levantadas,

justificativa, argumentação e conclusão. Após preencher a cartolina, os grupos devem responder 4 questões para avaliar se compreenderam os conceitos de probabilidade envolvidos na situação-problema, se tiveram dificuldade em resolvê-la, se tiveram dificuldade em redigir o texto argumentando a resposta e em qual etapa da investigação matemática tiveram mais dificuldade. Cada grupo recebe uma situação-problema diferente e irá preencher a cartolina, como podemos ver o modelo na Figura 27:

Figura 27: Atividade Cartolina

SITUAÇÃO-PROBLEMA INVESTIGATIVA

Resolução matemática
Efetuar as operações matemáticas, podendo também acrescentar desenhos que complementem a resolução como gráficos e esquemas.

Avaliação

1. Conseguiu identificar e compreender os conceitos de probabilidade envolvidos no problema?
a. Sim
b. Não
2. Teve dificuldades em resolver a situação-problema?
a. Sim
b. Não
c. Mais ou menos
3. Teve dificuldade de explicar o seu raciocínio, argumentando, escrevendo o texto da resposta?
a. Sim
b. Não
c. Mais ou menos
4. Das etapas de investigação matemática para resolver a situação-problema qual você considerou a mais difícil?
a. Explorar a situação-problema e formular questão
b. Organizar os dados e formular ideias (conjecturas)
c. Realizar testes e reformular ideias
d. Justificar uma ideia, avaliar o raciocínio e provar matematicamente sua validade.

Hipóteses levantadas para resolver o problema (apresente suposições, ou seja, ideias provisórias para resolver a situação-problema):

Justificativa (porque a resolução usou determinada estratégia ou procedimento matemático):

Argumentação (porque a situação-problema teve que ser resolvida de determinada forma, defenda a forma que vocês resolveram, apresente razões pelas quais o raciocínio de vocês foi desenvolvido de certa forma):

Conclusão (Apresente a resposta final interligando todas as ideias):

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Com esta atividade, esperamos que os alunos consigam compreender os conceitos de probabilidade, preencham os dados corretamente e relacionem a situação-problema proposta com a argumentação escrita. É importante que após a

atividade o professor faça uma exposição das cartolinas para os alunos observarem suas construções e valorizarem seu processo de aprendizagem. Também o professor deverá sistematizar os conhecimentos construídos através das discussões para que os alunos possam relembrar o que estão aprendendo, como meio de revisar e fixar o conteúdo.

A **autoavaliação do terceiro encontro é composta por 12 questões** que visam avaliar se os alunos aprenderam o conceito de eventos aleatórios e de chances de ocorrência, bem como avaliar aspectos relacionados à investigação matemática e à argumentação. A autoavaliação está no Apêndice A desta dissertação.

O **quarto encontro** envolve o desenvolvimento de duas estações: a **Estação 4** e a **Estação 5** e o tempo utilizado para a sua realização foi 2 horas/aula. Esse encontro inicia-se com a Estação 4 que envolve a aplicação do jogo chamado **“Probabilinha”** e a **fase final da trilha de aprendizagem “Probabilinha”** que integra a Estação 5 que será melhor explicada posteriormente.

A **Estação 4** começa com uma **atividade de ambientação à argumentação**, retomando os conceitos de espaço amostral, análise de chances de eventos aleatórios e cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis, por meio de uma situação-problema investigativa, que solicita que o aluno argumente em sua resposta preenchendo os campos da atividade relacionados à resolução matemática, hipóteses, justificativa, conclusão, enfatizando o ponto da argumentação acerca de convencer de que a sua resposta está correta. Em seguida, o jogo ‘probabilinha’ é iniciado. A “probabilinha” é um jogo que apresenta a ideia de uma amarelinha envolvendo probabilidade em suas perguntas. Foi elaborado um vídeo explicativo do jogo cujo link de acesso está em nota de rodapé¹⁰.

O jogo funciona da seguinte forma:

- 1- O estudante irá ser questionado e deverá responder à pergunta que foi feita, caso a resposta esteja correta, ele avança 2 casas;
- 2- Caso a resposta esteja incorreta, ele volta uma casa;

¹⁰ Vídeo tutorial do Jogo Probabilinha: <https://youtu.be/F70LrShQEGY>

3- O estudante finaliza o jogo quando chega ao “céudado”.

Uma das vantagens de se utilizar a Probabilinha é que é um jogo dinâmico, pois pode ser executado de modo virtual (via plataformas *online*), de modo presencial, com o molde que pode ser impresso ou até mesmo construindo uma amarelinha com E.V.A para que os alunos joguem de modo literal uma amarelinha para se alcançar o “céudado”. A seguir, na Figura 28, apresentamos o molde da Probabilinha:

Figura 28- Molde probabilinha



Fonte: Acervo da autora da Dissertação (2022)

Assim, como esses jogos que apresentamos na trilha, o professor pode utilizar diversos recursos didáticos concretos como sugere Batanero (2010) que possibilitem questionamentos pertinentes acerca da Probabilidade. Os materiais utilizados no jogo probabilinha são estes: molde para impressão da amarelinha¹¹, tampinha de plástico (para marcar as casas da amarelinha), moedas, dados e cubo mágico.

¹¹ Molde da probabilinha: foi feito com o Canva.

Sugerimos alguns questionamentos que podem ser feitos ao longo da aplicação do jogo, além de apontarmos quais níveis argumentativos são esperados nessa fase:

Quadro 30- Organização prevista para discussão da “Probabilinha” na Aula 4

ATIVIDADE	AÇÃO DO PROFESSOR E POSSÍVEIS PERGUNTAS	NÍVEL ARGUMENTATIVO ESPERADO	ABORDAGEM COMUNICATIVA	PADRÃO DISCURSIVO
PROBABILINHA	Quantas perguntas você precisaria acertar consecutivamente, partindo do início para chegar ao céudado? Se Você possui um dado de 4 faces, qual a probabilidade de em um lançamento se obter o número 5?	Justificativas e conclusões. Dados, Fundamentos, garantias e precisão nível 3	(a)/ (b)	I-R-A-P-R-F
	Se o cubo mágico está com todos os lados montados. Qual a Probabilidade de se lançar o cubo mágico e obter a face da cor azul? Você consegue me informar o resultado em forma de porcentagem? Os eventos desse experimento são equiprováveis? Consegue me explicar o porquê?	Respostas com justificativas, dados, precisão fundamentos, garantias, precisão e refutação nível 3	(a)/ (b)/ (c)	I-R-F e I-R-P-R-F
	Se eu lançar duas moedas ao mesmo tempo, as chances de obter uma cara aumenta ou diminui em relação ao lançamento de uma única moeda? Porque? Existe alguma possibilidade de no lançamento de uma moeda eu	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 3	(a)/ (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F

	saber o resultado (com toda certeza)?			
	Em um bingo escolar, você está quase ganhando o prêmio. Mas falta um número de sua cartela ser sorteado. Sabendo que a urna ainda possui 10 números, qual a probabilidade de se obter o número que falta na sua cartela? Caso o bingo possua 100 bolas inicialmente, podemos dizer que as chances de se sortear um número dentre elas possuem a mesma chance?	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 3	(a)/ (b) / (c)	I-R-P-R-A-P-R-F
	Os participantes do probabilidade são tampinhas plásticas coloridas. Imagine que você tem um recipiente com 15 tampinhas, sendo 5 azuis, 7 vermelhas e 3 verdes. Qual das tampinhas possuem maior chance de serem pegadas ao acaso? E qual possui menos chance? Há uma chance igual para cada tampinha?	Justificativa e conclusão. Dados, fundamentos e garantias nível 3/ precisão + refutação nível 3	(a)/ (b) / (c)	I-R-A e I-R-P-R-A-P-R-F

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Ao final do jogo, deve ser aplicada a atividade descrita no quadro 31, que visa averiguar se o conceito de espaço amostral foi assimilado e verificar se aspectos que compõem o processo argumentativo foram manifestados:

Quadro 31: Quadro proposto para o fim da Aula 4

Nome:	Data: / /
Argumento: A capitã Marvel está jogando Probabilinha e afirmou que no lançamento de um dado comum, o espaço amostral é igual a seis. Sobre essa afirmação, você:	
Afirmação (Concorda ou discorda)	
Dados/Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.	
Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.	
Conclusão Apresente a resposta final interligando todas as ideias.	

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Após as atividades realizadas, deverá ser aplicada uma **autoavaliação** sobre a **Estação 4** que contém 7 questões, para avaliar se os alunos compreenderam os conceitos de espaço amostral, chances de ocorrência de eventos, eventos equiprováveis, sobre aspectos do processo argumentativo e sobre o jogo probabilinha. A autoavaliação está no Apêndice A da dissertação.

Após a realização das atividades da Estação 4, os alunos são direcionados às atividades da **Estação 5** que encerram a trilha de aprendizagem.

Nesta **quinta estação**, os alunos serão colocados num contexto de tomada de decisão na tentativa de conseguir a liberdade da ilha e o tesouro perdido. De modo geral, os alunos encontrarão o tesouro respondendo à questão abaixo que envolve a chance de sair determinada cor de chave, justificando a resposta, como vemos na Figura 29:

Figura 29 – Desafio do Mapa do tesouro

Você irá sortear uma chave de duas sacolas diferentes.

A sacola A contém 6 chaves roxas e 7 chaves verdes.

A sacola B contém 4 chaves roxas e 2 chaves verdes.

De qual sacola é mais provável sortear uma chave roxa e de qual é mais provável sortear uma chave verde?

Sacola A	Sacola B
Mais provável sortear uma roxa	Mais provável sortear uma verde

Justifique a sua resposta.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em seguida, é anunciado que os alunos chegaram à última estação da Probabililha, que estão nas proximidades do baú e precisam informar qual é a localização adequada para que cheguem no ponto em que o tesouro está enterrado.

Ao responder ao questionamento o grupo irá encontrar o baú com o tesouro perdido, porém ele estará trancado com um cadeado que só se abrirá com a tomada de decisão do grupo que deverá escolher dois botões para apertar: um azul e um vermelho. Um botão abre o tesouro e o outro faz com que haja uma explosão que destrói todas as riquezas desse baú. Qual botão o seu grupo irá escolher? Qual a probabilidade de se ter as riquezas?

A partir disto, o professor coloca em um envelope a resposta que seria a “correta”. O grupo que ganhar as “riquezas” irá também ganhar a liberdade da ilha. O grupo que ficar sem riquezas também ganhará um brinde de participação nas 5 estações, porém terão que passar mais um tempo na ilha como consequência do acaso (decisão errada). Diante disso, a trilha de aprendizagem é finalizada com uma **autoavaliação** composta por 9 questões com a finalidade de verificar se os alunos ao longo da trilha conseguiram compreender conceitos básicos de probabilidade como acaso, eventos aleatórios, eventos equiprováveis e espaço amostral, bem como o significado de probabilidade e sua generalização como a divisão do número de eventos pelo número de resultados possíveis, além avaliar o processo argumentativo e a experiência de ter realizado a trilha de aprendizagem.

Finalizada a parte da trilha de aprendizagem, na **aula 5** os alunos responderam ao **questionário a posteriori**, composto por 3 partes: na parte A com 5 questões relativas aos aspectos didáticos e metodológicos do produto educacional, a parte B com 13 questões relacionadas ao desenvolvimento da argumentação e dos conceitos de probabilidade e a parte C com 8 questões que abrangem os conhecimentos de probabilidade para verificar se foram desenvolvidos e assimilados.

Com isso, passemos ao próximo tópico para a descrição da aplicação da trilha de aprendizagem com a análise e discussão dos resultados.

3.3 Aplicação da proposta, análise e discussão dos resultados: as categorias de análise derivadas do ciclo argumentativo dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental

Neste tópico relataremos sobre a aplicação da proposta da trilha de aprendizagem e apresentaremos a análise e discussão dos resultados obtidos durante a aplicação das atividades da trilha e dos jogos baseados na argumentação aliada ao ensino de probabilidade.

Para a criação das categorias, que serão de grande auxílio na análise do conteúdo, elaboramos um quadro de categorização, onde há o critério adotado para a análise, a sigla da categoria, a categoria e a descrição da categoria. No local destinado aos critérios, elencamos dois, um referente às respostas corretas e outro referente às

respostas erradas. Para as categorias, elencamos aquilo que mais foi recorrente em relação aos critérios estabelecidos.

Para o **critério das respostas corretas**, elaboramos quatro categorias, que receberam as siglas acompanhadas da letra C (referente à correta) antes das suas iniciais. Nesse critério das respostas corretas, estabelecemos as categorias: Argumentação Matemática (C- AM), Domínio Conceitual (C- DC), Argumentação Intuitiva (C- AI) e Ausência da argumentação (C- AA). Já para o **critério das respostas erradas**, estabelecemos as cinco categorias: Erro conceitual (E- EC), Erro Argumentativo (E- EA), Erro Interpretativo (E- EI), Erro Matemático (E- EM) e o Erro por Desconexão Lógica (E- DL). Todas as categorias foram descritas e expostas no quadro 32, quadro este que foi utilizado para analisar grande parte das questões propostas nas atividades, além de fornecer uma análise mais precisa quanto às respostas e devolutivas dos alunos:

Quadro 32- Quadro de categorização para a análise de resultados

Critério	Sigla da categoria	Categoria	Descrição da categoria
Resposta correta	C-AM	Argumentação Matemática	Resposta correta, baseada em dados, justificativas, conclusões e garantias respaldadas matematicamente pelo processo argumentativo (escrito ou oral).
	C-DC	Domínio Conceitual	Resposta correta, derivada dos conceitos probabilísticos aprendidos, porém sem argumentação matemática.
	C-AI	Argumentação Intuitiva	Resposta correta, porém, baseada em ideias empíricas do ambiente no qual o aluno está inserido
	C-AA	Ausência de Argumentação	Resposta correta, porém, com total ausência de elementos que justifiquem sua resolução, não apresentando o procedimento matemático ou justificativo raciocínio que utilizou para chegar na resposta.
	E-EC	Erro Conceitual	Resposta errada por falta de compreensão acerca da probabilidade.
	E-EA	Erro Argumentativo	Resposta errada por ausência das características essenciais ao processo argumentativo.

Resposta errada	E-EI	Erro Interpretativo	Resposta errada por interpretação equivocada do problema proposto.
	E-EM	Erro Matemático	Resposta errada por falha em procedimentos de cálculos e estratégias matemáticas.
	E-DL	Erro por Desconexão Lógica	Resposta errada sem qualquer relação com probabilidade ou argumentação, impossibilitando a análise. Neste caso, o aluno coloca qualquer tipo de resposta, sem conexão lógica com o conteúdo envolvido na questão.
Ausência de resposta	AR - EB	Em branco	O aluno deixa de responder, entregando a espaço de resposta em branco.
	AR - NS	Manifestação escrita de não saber a resposta/não saber responder	O aluno manifesta por escrito que não sabe a resposta, não sabe responder. Geralmente expressa-se por: “Não sei.”

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Estabelecidos esses critérios e entendendo que um dos objetos de análise que é a argumentação possui diversos elementos a serem analisados para que seja constatado se houve ou não um processo argumentativo, percebemos que haveria a necessidade de também se organizar algo que classificasse um determinado argumento. Ao analisar todas as perspectivas argumentativas e os principais elementos que as caracterizam, criamos o quadro 33 baseado nos principais teóricos abordados, que identifica o nível argumentativo do aluno de acordo com as características e elementos que forem fornecidos por eles. Ou seja, o quadro 33 se caracteriza como um auxiliar de modelo argumentativo que buscou ser desenvolvido para a aplicação. Vejamos o quadro:

Quadro 33- Modelo dos níveis argumentativos a serem classificados

Grupo ou estudante			
NÍVEIS ARGUMENTATIVOS	3	2	1
REINVINDICAÇÃO/ AFIRMAÇÃO A reivindicação é o que deve ser mostrado como verdadeiro ou não verdadeiro.	A afirmação é correta e nitidamente declarada	A afirmação é precisa, mas pode ser obscura ou confusa.	A afirmação não é precisa ou não incluído no argumento.

EVIDÊNCIA A “matemática”. Pode levar a forma de equações, tabelas, gráficos, diagramas, palavras, símbolos, etc.	As evidências suportam a afirmação. É precisa e completa.	As evidências suportam a reivindicação, mas pode estar incompleta ou algo impreciso.	A evidência não suporta a reivindicação. está incompleto e/ou impreciso.
GARANTIA Explique como são as provas relevantes para a afirmação.	A garantia explica como as evidências suportam a alegação/ afirmação. Isto refere-se a uma determinada regra que torna a evidência verdadeira.	A garantia explica como o evidências suportam a alegação/ afirmação, mas pode estar incompleto ou nítido.	A garantia não suporta a evidência, ou não está lá.
PRECISÃO A linguagem utilizada deve ser precisa o suficiente para comunicar as ideias com nitidez suficiente.	O argumento é preciso. Vocabulário Matemático é usado e a linguagem comunica as ideias com nitidez.	O argumento é pouco preciso. Pouco do vocabulário matemático é usado. A linguagem usada comunica as ideias, mas pode não estar nítido ou confuso.	O argumento não é preciso. O vocabulário matemático não é usado, e a linguagem não é nítida (confusa).
REFUTAÇÃO Exceções que podem ser explicitadas para comprovar sua afirmação e garantia	A refutação é adequada, fazendo com que a afirmação e garantia permaneçam ideais	A refutação é pouco adequada, fazendo com que a afirmação e garantia possam ser enfraquecidas	A refutação não é adequada, fazendo com que a afirmação e garantia não permaneça sendo ideal
EXPECTATIVA AO FIM DE TODO O PROCESSO	Argumentação esperada	Argumentação pouco esperada	Argumentação não esperada
COMPONENTES Matemática válida e os argumentos têm uma reivindicação, evidência e garantia.	O argumento matemático tem todos os três componentes: alegação, evidência e garantia.	O argumento matemático tem dois componentes.	O argumento matemático tem um ou nenhum componente.

Fonte: Adaptado de Leitão (2007), Sasseron e Carvalho (2011), Toulmin (1958) pela autora da dissertação (2022)

Notemos que o quadro acima contempla as ideias argumentativas propostas por Leitão (2007), Sasseron e Carvalho (2011), Toulmin (1958 *apud* ABERDEIN, 2005), que vão ao encontro dos objetivos propostos na pesquisa realizada nesta dissertação de Mestrado. Outro aspecto essencial da análise é a transcrição de falas de determinados períodos da aplicação.

Para tanto, elaboramos o quadro 34 que serviu como modelo para a realização dessas transcrições. O referido quadro é constituído por cinco aspectos gerais: o turno, a transcrição da fala e os indicadores de engajamento, os padrões discursivos e a abordagem comunicativa. Aqui, caracterizamos um turno como sendo um período de fala de uma pessoa que falou (manifestação oral) e a finalizou com uma pausa. A transcrição da fala foi realizada em momentos que foram observadas características importantes para a análise e colocamos também os indicadores de engajamento que transpareceram ao longo desses turnos de fala, de acordo com o quadro de indicadores de engajamento apresentado anteriormente. A seguir, temos um exemplo, de como seria feito o preenchimento desse quadro de transcrição de fala:

Quadro 34- Modelo de transcrição dos turnos de fala

Turnos de fala relevantes de determinada atividade/ jogo					
Turno	Transcrição da fala	Indicadores de engajamento	Padrões discursivos	Abordagem comunicativa	Nível argumentativo
1	P: Quais elementos da Probabilidade você observa aqui?	Exemplos: E1, ED1	I-R-P-R	(b)	2
2	A1: As porcentagens				
3	P: Só isso? E por qual motivo a porcentagem faria parte da Probabilidade?				
4	A1: Pelo motivo de a probabilidade de algo ocorrer variar entre 0% e 100%				

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Notemos que para preservar a identidade do aluno, caracterizamos cada aluno um com a sigla A, seguida de numerações distintas para representar alunos diferentes. Exemplo: A1 significa “Aluno 1”, que é diferente do A2 “aluno 2”. Ao longo dos encontros a identificação dos alunos pode mudar, isto é, o A1 do primeiro encontro não necessariamente será o A1 do segundo encontro, visto que a frequência física em sala de aula e frequência discursiva não ocorrem de forma linear. Ademais, consideramos a letra P, para identificar a professora (autora desta pesquisa), no quadro de transcrição

de falas. A partir desses quadros elaborados para a análise, conseguiremos avançar para as discussões e resultados da aplicação do Produto Educacional (PE).

Durante a construção da trilha de aprendizagem e elaboração dos jogos e atividades, já havia o planejamento de se aplicar um questionário a priori antes do primeiro dia de aplicação do PE com o intuito de fazer uma avaliação diagnóstica sobre o que os estudantes sabiam a respeito da probabilidade e da argumentação de modo prévio. Ao fazer com que os alunos exponham seus conhecimentos prévios, o professor pode analisar os principais pontos que devem ser potencializados para que os objetivos pedagógicos sejam mais bem alcançados, visto que ao analisar antes da aplicação o que os alunos apresentam, há a possibilidade de o professor fazer alguma mudança necessária, se for preciso, antes da aplicação da trilha de aprendizagem.

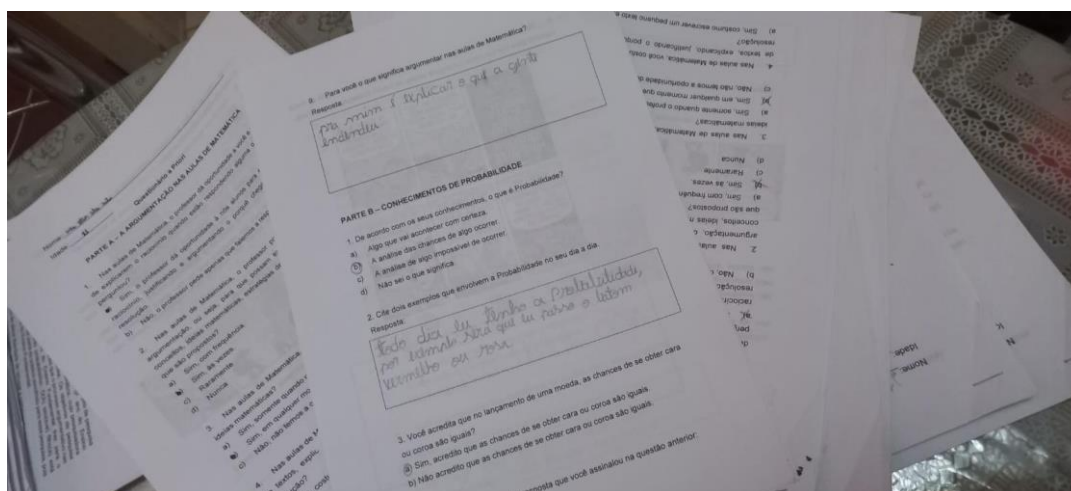
Diante disso, foi estabelecido com a direção da escola os dias de aplicação da trilha de aprendizagem e separamos um dia de uma semana anterior à aplicação do primeiro encontro da trilha para realizar as partes burocráticas da pesquisa, que foi o de levar as documentações de consentimento dos pais e estudantes para participação na pesquisa e a aplicação do questionário a priori. Esse processo de recolhimento das documentações necessárias que deveria preencher o período de dois dias (para que os pais assinassem e os alunos trouxessem no dia posterior), acabou durando quatro dias para que todos trouxessem as documentações e assim conseguirmos iniciar a aplicação, prorrogando para a semana posterior o planejamento que havia sido feito para o primeiro encontro. A aplicação da trilha e questionários ocorreu no final do setembro e início do mês de outubro de 2022, sendo que a realização dos encontros para a aplicação da trilha de aprendizagem foi em dois dias de cada semana entre setembro e outubro e houve momento de remanejamento do Encontro 3 em virtude do calendário da escola. Passemos agora à análise do questionário a priori.

3.3.1 Análise do questionário a priori

Ao aplicar o questionário a priori, percebemos que houve uma certa resistência dos alunos para respondê-lo, alegando que o questionário tinha muitos questionamentos e conteúdos que não tinham sido estudados ainda. A professora que estava dando suporte na sala informou que eles não possuem o costume de executar

atividades mais longas e interpretativas, sendo esse um dos motivos pelo qual eles estavam se queixando. Os alunos utilizaram cerca de duas horas para concluir o questionário e informaram que não haviam estudado probabilidade ainda, pelo menos não até o mês de setembro de 2022, o que dificultou a resolução de alguns itens presentes no questionário. É válido ressaltar que o questionário a priori foi feito pelos alunos na modalidade impressa e depois acoplado ao formulário online para melhor visualização das respostas obtidas:

Figura 30- Questionários a Priori impressos



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Durante a aplicação do questionário a priori, obteve-se um total de 15 respostas dos alunos que se encontravam presentes no local. O questionário era composto por duas partes, A e B e iniciamos a análise das respostas para as questões da parte A que contém 9 perguntas. Este questionário pode ser encontrado no Apêndice A desta dissertação. Iniciamos a análise com a parte A do questionário. A **questão 1** perguntava se nas aulas de Matemática, o professor dá oportunidade para explicarem o raciocínio quando estão respondendo alguma questão que ele perguntou e o resultado foi este apresentado na Figura 31:

Figura 31: Gráfico da pergunta 1 do questionário a priori – Parte A

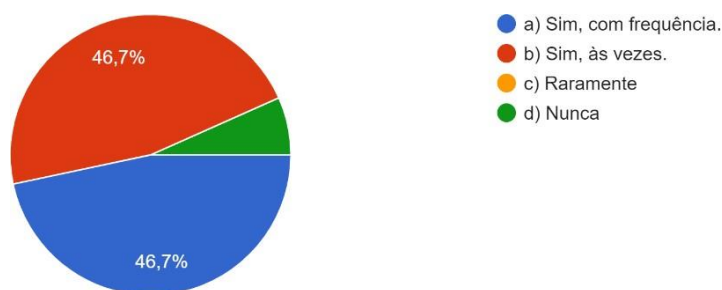


Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Notamos que todos os alunos responderam à questão 1 unanimemente na primeira opção, o que mostra, aparentemente que há espaço no ambiente de sala de aula, disponibilizado pelo professor, para exposição de argumentos e raciocínios dos alunos, possibilitando debates e troca de ideias entre eles.

Na **questão 2**, perguntou-se aos alunos se o professor propõe momentos para que haja argumentação, ou seja, para que possam explicar pontos de vista acerca de conceitos, ideias matemáticas, estratégias de resolução de questões e problemas que são propostos, e os resultados estão expostos no gráfico da Figura 32 a seguir:

Figura 32: Gráfico da pergunta 2 do questionário a priori – Parte A

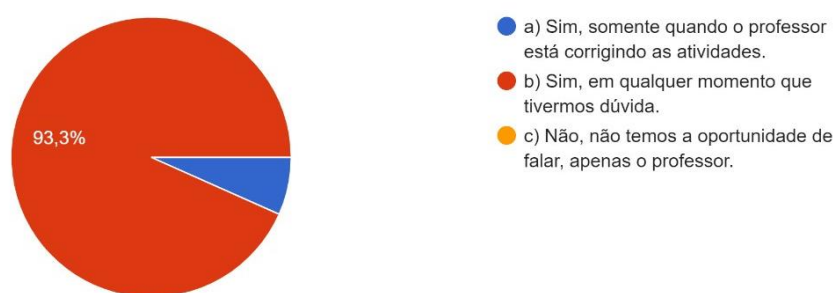


Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Predominaram as opções (a) e (b), totalizando juntas 93,4% dos alunos. Essas opções remetem às respostas afirmativas sobre o questionamento realizado na questão anterior, o que indica a existência de mecanismos incentivadores de momentos de argumentação dentro da sala de aula, embora uma parte tenha afirmado

“às vezes”, o que indica que a análise que fizemos afirmando que aparentemente há abertura para a fala dos alunos, se confirmou. A opção (d) foi marcada por 6,6% do total de alunos, o que corresponde a um aluno somente, isso mostra que ainda pode existir algum percentual mínimo de alunos que não se sentem incentivados a participar com contribuições de raciocínio e ideias nas aulas. Na **questão 3**, perguntou-se se nas aulas de Matemática, eles têm oportunidade de falar, expressar suas ideias matemáticas e as respostas foram estas da Figura 33:

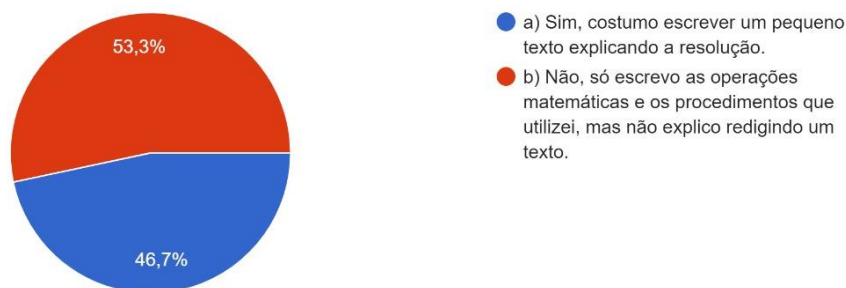
Figura 33- Gráfico da pergunta 3 do questionário a priori – Parte A



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Notamos que o padrão da resposta anterior se repete, onde a maioria (93,3%) marcou a opção (b) afirmando que há oportunidade durante as aulas de expressar as ideias matemáticas e dúvidas em qualquer momento que necessitarem. A **questão 4** questionava se nas aulas de Matemática os alunos costumam escrever as suas respostas por meio de textos, explicando, justificando o porquê utilizaram determinada estratégia de resolução e os resultados foram estes:

Figura 34- Gráfico da pergunta 4 do questionário a priori – Parte A

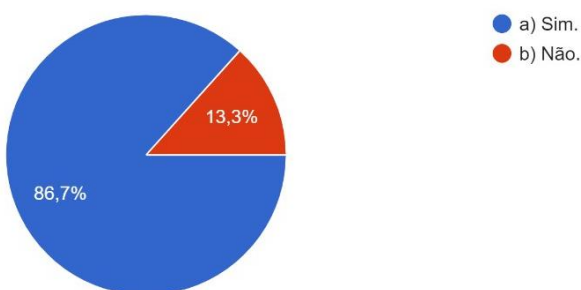


Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Um percentual de 53,3% de alunos respondeu que opta em escrever suas respostas através de operações matemáticas, enquanto 46,7% dos alunos responderam que costuma escrever pequenos textos em suas resoluções de questões de Matemática, o que sinaliza que o foco ainda é nos procedimentos e aspectos numéricos, embora um quantitativo considerado apontou que disserta as respostas, mas isso só poderá ser confirmado com a aplicação da trilha de aprendizagem.

Na **questão 5**, foi perguntado se os alunos já tiveram a oportunidade de argumentar nas aulas de Matemática e este foi o resultado (Figura 35):

Figura 35- Gráfico da pergunta 5 do questionário a priori – Parte A



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Notamos que a maioria dos alunos (86,7%) respondeu que já teve oportunidade de argumentar nas aulas de Matemática, enquanto 13,3% responderam de maneira contrária a essa afirmação, o que é positivo para o que se espera em relação às atividades da trilha de aprendizagem.

Para a **pergunta 6**, foi questionado aos alunos se eles acreditam que é possível argumentar nas aulas de Matemática e obteve-se unanimidade nas respostas, em que todos os alunos concordaram que é possível argumentar nas aulas de Matemática, expondo o raciocínio matemático e os pontos de vista desde que haja a oportunidade para tanto seja oralmente ou por escrito. Na **questão 7** foi apresentada uma tirinha e dois questionamentos acerca dos argumentos da personagem Mafalda:

Figura 36- Pergunta 7 (a) do questionário a priori – Parte A



Fonte: Quino¹² (2003, p. 127, tira 2)

Quanto ao **item a** da questão 7, há unanimidade na resposta, em que todos responderam que identificaram um argumento exposto por parte da personagem da tirinha. Quanto ao **item b**, que solicitou que identificassem qual era o argumento da Mafalda no último quadrinho, estas foram as respostas dos alunos, mostradas na quadro 35, que foram transcritas:

Quadro 35- Pergunta 7 (b) do questionário a priori – Parte A

Respostas dos alunos ao item b da questão 7

- A1: Não sei.
 A2: Não entendi.
 A3: Ela disse que ele já comeu o animal.
 A4: Ela disse que ele comeu um animal e ficou pensativo.
 A5: Pro menino o argumento de Mafalda não é bom.
 A6: Foi o último quadrinho.
 A7: As pessoas nos julgam se matamos algum animal inocente, mas se alimentam com derivados de animais mortos.
 A8: E se você não concorda, porque então você come frango, peixe, carne...?
 A9: Ela argumentou se porque não devemos matar formigas e sim outros animais.
 A10: Não sei.
 A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU
 A12: É triste, mas alguns bichos a gente tem que matar e se vocês não concordam por que come alguns animais e para comê-los tem que matá-los?
 A13: Ele não gostou
 A14: Ele perguntou por que ela matou a formiga, mas ela disse a ele que ele come alguns animais e para comê-los tem que matá-los.
 A15: Não entendi

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Dos 15 alunos que responderam à questão aberta, **5** expressaram não saber respondê-la ou deixaram em branco (A1, A2, A10, A11, A15), sendo identificados como

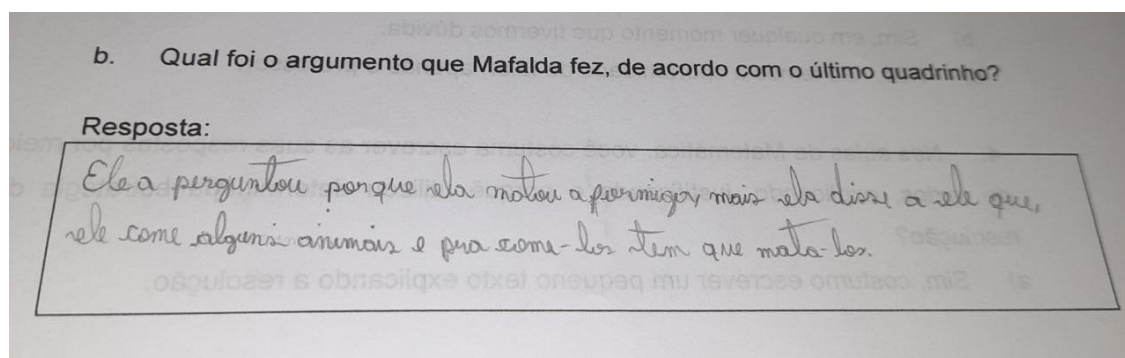
¹² Extraído do livro: QUINO, J. L. Toda Mafalda. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

categoria AR (EB/NS) do quadro de categorização para análise de resultados; **5 alunos** cometeram erros de interpretação em suas respostas (A3, A4, A5, A6, A13), encaixando-se na **categoria E-EI** e, por fim, os outros **5 alunos** responderam adequadamente à questão, enquadrando-se na **categoria C-AI**.

Para isso, a resposta considerada correta foi aquela que o aluno caracterizou, mesmo que de modo parcial, a argumentação feita por Mafalda através do questionamento para o outro personagem sobre ele condenar a sua ação a respeito da formiguinha, mas fazendo o “mesmo” em seu cotidiano, o que leva os alunos a refletirem sobre uma pauta presente na atualidade e que é amplamente divulgada pelas mídias digitais as quais eles têm acesso.

Além disso, o costume dos alunos não justificarem suas respostas em sala de aula faz com que eles não desenvolvam a argumentação oral e escrita, principalmente na parte escrita, sendo um dos motivos para alguns não prosseguirem de modo mais aprofundado em suas soluções, mostrando a essencialidade da implementação da argumentação em sala de aula para que os alunos se habituem a se manifestar fornecendo soluções mais autônomas e se envolvendo efetivamente em ações discursivas oralmente e escritas, como visto nos estudos de Kosko e Wilkins (2015). A seguir, na Figura 37, notamos que um dos alunos identificou o argumento de Mafalda na tirinha e apesar de colocar a resposta semelhante ao texto presente na própria tirinha, conseguiu constatar a ideia da argumentação feita por Mafalda:

Figura 37- Trecho de resposta de aluno referente à pergunta 7 (b) do questionário a priori – Parte A



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Já na questão 8, foi colocada uma outra tirinha perguntado se o personagem conseguiu argumentar matematicamente de forma coerente para explicar como conseguirá vender livros, diante do contexto mostrado abaixo:

Figura 38- Pergunta 8 do questionário a priori – Parte A



Fonte: Will Tirando (2022)¹³

Para este item, vários alunos apresentaram respostas incompletas ou justificaram que não compreenderam, como pode ser observado no quadro 36:

Quadro 36- Pergunta 8 do questionário a priori – Parte A

Repostas dos alunos à questão 8: Na tirinha, o menino conseguiu argumentar matematicamente de forma coerente para explicar como conseguirá vender os livros? Explique a sua resposta.
A1: Não sei. A2: Não entendi. A3: Não sei. A4: Não sei. A5: Não entendi. A6: Ele vendeu. A7: Não entendi. A8: Ele vendeu. A9: Não consigo explicar. A10: Não entendi. A11: Não entendi. A12: Não entendi. A13: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU

¹³ Disponível no site: <http://www.willtirando.com.br/>

A14: Não entendi. A15: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Constatamos que dos 15 alunos presentes, não houve explicações satisfatórias para o questionamento da pergunta 8, onde 13 enquadram-se na **categoria AR (EB/NS), pois os alunos deixaram em branco ou responderam que não sabiam** e 2 respostas (A6, A8) foram categorizadas como **E-EA pois houve ausência de características essenciais ao processo argumentativo**, mostrando de maneira rasa aquilo que consideraram se enquadrar com a resposta correta para o questionamento. Essas respostas curtas, sem justificativa, são recorrentes nas aulas na atualidade e sinalizam que a argumentação precisa ser implementada com urgência na Educação Básica, pois senão as interações tornam-se vazias e até mesmo monossilábicas, que já é uma característica desta geração, impulsionada pelo vocabulário reduzido de crianças e adolescentes que não têm o hábito de leitura e também pela linguagem utilizada nas redes sociais com palavras abreviadas cujo significado muitas vezes exprime o que se gostaria de dizer uma frase com pelos 10 palavras.

Para a **pergunta 9** foi solicitado aos alunos que explicassem o significado de argumentar nas aulas de Matemática segundo as suas percepções. Nessa pergunta os alunos conseguiram expor melhor as suas ideias, como mostra o quadro 37:

Quadro 37- Pergunta 9 do questionário a priori – Parte A

Repostas dos alunos à questão 9: Para você o que significa argumentar nas aulas de Matemática?
A1: Não sei. A2: Dialogar nas aulas. A3: Dialogar nas aulas. A4: Diálogo. A5: Expor uma opinião sobre o assunto. A6: Para mim, é explicar o que a gente entendeu. A7: Mostrar nossas ideias e tirar dúvidas. A8: Para tirar dúvida. A9: Falar do meu conhecimento sobre aquele assunto, ou falar sobre dificuldades que eu possuo. A10: Falar o que eu entendo, ou tenho dificuldade. A11: Argumentar sobre as respostas, alguns alunos dão outras respostas e outros certas. A12: Dar o argumento na aula. A13: Para o professor/professora saber se aprendemos certo. A14: Falar a respeito para o professor tirar uma dúvida. A15: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Das 15 respostas obtidas, apenas 2 (A1 e A15) se enquadraram na categoria **categoria AR (EB/NS)** pelo fato de o aluno não saber responder ou deixar em branco, as 13 respostas restantes foram classificadas como **C-AI**, pois os alunos utilizaram de recursos intuitivos para elaboração da argumentação, mesmo que parcialmente, já que muitas respostas foram finalizadas de modo curto e direto.

Ao analisarmos **a parte A do questionário a priori** percebemos que os **alunos não possuíam a prática argumentativa**, ainda que alguns afirmassem já ter tido o contato com a justificação em suas soluções. Verificamos que quando foi solicitada a explicação nos itens do questionário, os alunos não escreveram de modo totalmente satisfatório, mostrando a necessidade da inserção efetiva da argumentação para esse público. Além disso, **foi percebido que as características do processo argumentativo proposto por Kosko e Wilkins (2015) e Toulmin (1958) não aparecem com propriedade nas escritas**, necessitando de um bom planejamento pedagógico para buscar a promoção da argumentação e engajamento através das aulas investigativas para o 5º ano sobre o conteúdo de Probabilidade, como observamos nos estudos de Mazur (2013) e Ponte (2003).

Passemos para a **Parte B do questionário a priori**, acerca dos conhecimentos probabilísticos. A Parte B era composta por 10 perguntas, sendo que em 5 delas, as respostas deveriam ser dissertativas e as outras 5, eram objetivas. Esta parte apresentava 5 questões envolvendo questões de probabilidade em que os alunos deveriam efetuar cálculos justificando matematicamente e de modo dissertativo a resposta (a partir da pergunta 5) e 4 questões que visavam coletar as percepções dos alunos sobre conceitos de probabilidade.

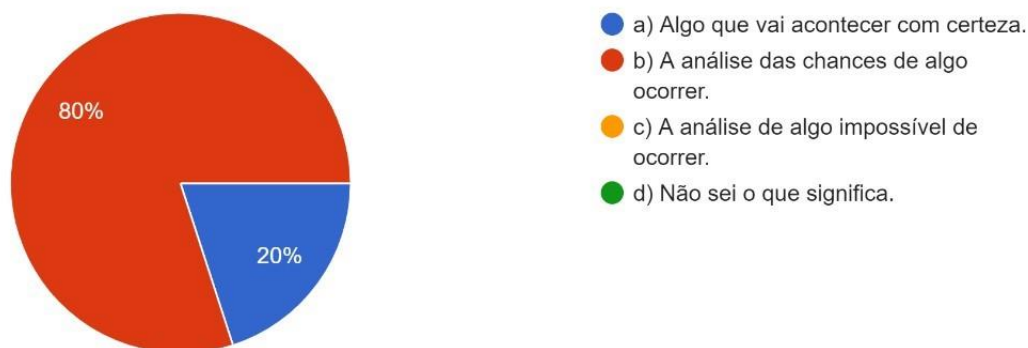
Na **pergunta 1** (Figura 39) foi questionado aos alunos sobre o que seria Probabilidade:

PARTE B- CONHECIMENTOS DE PROBABILIDADE

Figura 39- Gráfico da pergunta 1 do questionário a priori – Parte B

1. De acordo com os seus conhecimentos, o que é Probabilidade?

15 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Como sabido, a resposta correta para essa pergunta é a alternativa (b), em que a Probabilidade se encaixa com a análise das chances de algo ocorrer. As respostas foram estas: 80% dos alunos responderam corretamente que a probabilidade seria a análise de chances de algo ocorrer, correspondente a opção (b), enquanto 20% optaram pela alternativa (a), que indica que probabilidade seria a definição de algo que vai acontecer com certeza. Nesta pergunta, as respostas demonstraram que a maioria dos alunos tem uma concepção correta do que significa probabilidade, mesmo que ainda seja intuitiva, daí a importância de se valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, suas vivências e a contextualização dos conteúdos.

Na **pergunta 2** foi solicitado aos alunos que citassem dois exemplos que envolvem a Probabilidade no dia a dia deles e as respostas foram estas:

Quadro 38- Pergunta 2 do questionário a priori – Parte B

Repostas dos alunos à questão 2: Cite dois exemplos que envolvem a Probabilidade no seu dia a dia
A1: Não sei. A2: Não entendi. A3: Não entendi. A4: Não entendi, desculpa. A5: Todo dia eu tenho a probabilidade, por exemplo: será que eu passo o batom vermelho ou rosa.

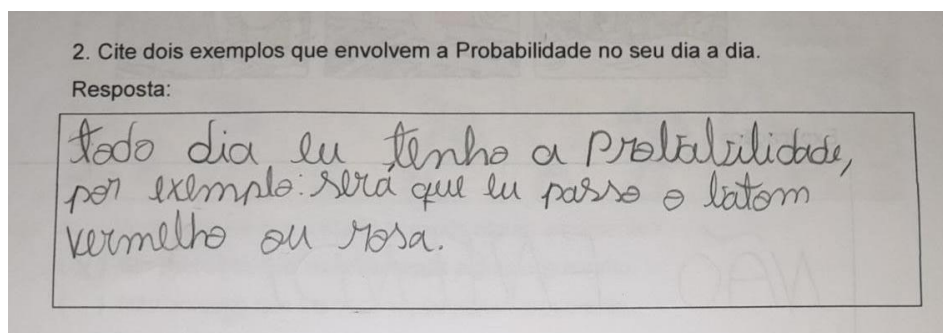
A6: Se vai ter pão torrado. No computador e na chuva.
 A7: Bicicleta e forno.
 A8: Eu posso me atrasar, pois meu irmão dorme muito. Só isso.
 A9: Não sei.
 A10: Acordar seis horas ir dormir as nove horas.
 A11: Qual a probabilidade de eu ir com o tênis preto para a escola?
 A12: Eu não levar lanche e eu não ir para a escola.
 A13: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.
 A14: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.
 A15: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Dos 15 alunos que responderam à questão aberta 2, 8 disseram não saber responder ou deixaram em branco, encaixando-se na **categoria AR (EB/NS)** e 7 alunos expuseram respostas que se enquadravam na ideia de probabilidade que eles observavam em seu cotidiano, sendo caracterizadas na **categoria C-AI**, já que as ideias apresentadas são baseadas em ideias empíricas do ambiente no qual o aluno está inserido. Vale ressaltar que muitos alunos expressam uma palavra/frase curta para definir toda uma linha de raciocínio, visto que quando o aluno responde que na chuva há probabilidade, está se referindo à previsão do tempo, quando fala de atraso é em relação à recorrência de atrasos que observa durante os dias da semana e busca prever quais dias seriam propícios para o atraso, entre outros.

Vejamos na Figura 40, que há a ideia probabilística apresentada através de uma tomada de decisão em relação à cor do batom que pode ser utilizado, analisando o total de cores disponíveis:

Figura 40- Trecho de resposta de aluno referente à pergunta 2 do questionário a priori – Parte B



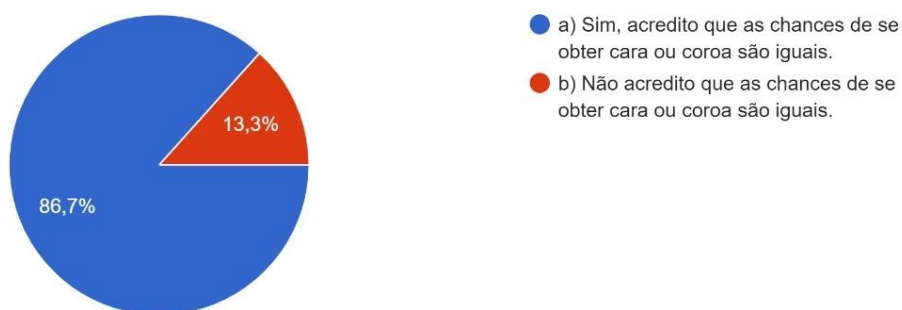
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em continuidade, na **pergunta 3** é questionado aos alunos se eles acreditavam que no lançamento de uma moeda, as chances de se obter cara ou coroa seriam iguais, em que a resposta correta seria a opção (a) e abaixo temos o quantitativo:

Figura 41- Gráfico da pergunta 3 do questionário a priori – Parte B

3. Você acredita que no lançamento de uma moeda, as chances de se obter cara ou coroa são iguais?

15 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para o questionamento feito, responderam corretamente 86,7% dos alunos ao afirmarem que as chances para obtenção de cara ou coroa são iguais, demonstrando que alguns alunos possuíam domínio conceitual, se enquadrando na **categoria C-DC**. Em contrapartida, 13,3% responderam equivocadamente que as chances de obtenção de resultados no lançamento da moeda são diferentes, sendo categorizados **no erro conceitual (E-EC)**, por falta de compreensão acerca da Probabilidade. De um modo geral, se cruzarmos estas respostas da pergunta 2 com a respostas da pergunta 1, vemos que há coerência nas percepções dos alunos, ou seja, nas ideias que eles têm sobre probabilidade e seus conceitos, o que ficou demonstrado pela maioria dos alunos que acertou a resposta em ambas as questões. Observemos o quadro 39, referente à **pergunta 4**, que apresenta a explicação da resposta que foi dada na pergunta 3:

Quadro 39- Pergunta 4 do questionário a priori – Parte B

Repostas dos alunos à questão 4: Explique o motivo da sua resposta que você assinalou na questão anterior:
A1: Não entendi. A2: Porque é muito provável os dois. A3: Não sei. A4: Porque as chances são possíveis. A5: Acho que tem chances iguais. A6: Pode ter chance de a moeda cair em cara ou coroa. A7: Só se a pessoa calculasse todos os movimentos da moeda para cair cara ou coroa. A8: Calculando os movimentos da moeda. A9: Sim, por que as chances são de 50% e 50%. A10: É uma questão de sorte. A11: Pode ser que caia 2 vezes em cara e 1 vez em coroa. A12: Tem 50% de chance. A13: Não sei. A14: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A15: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para essa questão, era esperado que o aluno que respondeu o questionamento 3 corretamente soubesse explicar o motivo de sua escolha, mostrando que pelo fato de a moeda possuir duas faces, as chances de que em um lançamento “cair” com a face voltada para cima em cara ou coroa há a mesma chance de ocorrência, já que para cara ou coroa existe uma chance em um total de duas possibilidades, isto é, (uma chance em duas possibilidades= $1/2 = 0,50 = 50\%$).

Com isso, dentre os 15 alunos que responderam à pergunta, 5 deles (A1, A3, A13, A14, A15) não sabiam ou não opinaram sobre o motivo de suas respostas, sendo categorizados como **AR (EB/NS)**, já que não apresentaram qualquer relação sobre a Probabilidade em sua resposta. Além disso, 6 deram respostas com erros argumentativos (A2, A4, A5, A8, A10, A11), contemplando aspectos das **categorias E-EA e E-EC**, pois não apresentavam características essenciais ao processo argumentativo e nem compreensão acerca da probabilidade. Por fim, 4 estudantes (A6, A7, A9, A12) forneceram respostas satisfatórias com argumentação intuitiva coerente para esse momento inicial, sendo assim **categorizados como C-AI**.

Para a **pergunta 5** do questionário a priori (parte B) foi apresentada uma tirinha sobre probabilidade que pode ser vista na Figura 42:

Figura 42- Tirinha da pergunta 5 do questionário a priori (Parte B)



Fonte: Blog Santo Angelo (2022)¹⁴

A partir da figura acima, foi feito o seguinte questionamento aos alunos: se eles conseguiriam observar algo relacionado ao conteúdo de probabilidade com a tirinha do Garfield e obtivemos as respostas que estão apresentadas no quadro 40:

Quadro 40- Pergunta 5 do questionário a priori – Parte B

Repostas dos alunos à questão 5: Na tirinha, você consegue enxergar algo relacionado ao conteúdo de Probabilidade? Explique sua resposta:

- A1: Não sei.
- A2: Não entendi.
- A3: Sim, pois no rádio disse que não tinha sinal de chuva, mesmo assim choveu.
- A4: Sim, porque no rádio disse que não tinha sinal de chuva, mas teve chuva.
- A5: Por conta do céu claro as chances de chover eram poucas.
- A6: A probabilidade de chover é pouca.
- A7: Sim, porque tinha chance de chover lá, mas não na periferia.
- A8: Ele deveria ter ouvido a notícia inteira.
- A9: Não sei.
- A10: Qual a probabilidade de chover de dia.
- A11: Poderia não chover.
- A12: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.
- A13: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.
- A14: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.
- A15: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para a pergunta 5, esperava-se que os alunos observassem de alguma forma a probabilidade presente na previsão do tempo, daí as respostas que identificaram a probabilidade com alguma explicação lógica foram consideradas coerentes para o que foi solicitado: 7 alunos (A1, A2, A9, A12, A13, A14, A15) foram **categorizados em AR (EB/NS)**, pois responderam que não sabiam explicar ou deixaram em branco, não apresentando relação com a probabilidade nem com a argumentação. Ademais, 6

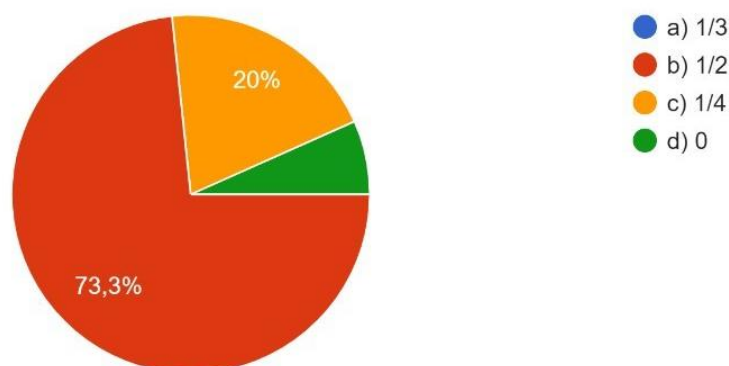
¹⁴ Extraído do Blog Santo Angelo: <https://blog.santoangelo.com.br/escolhendo-caminhos-musicais-com-henrique-paganini/>

alunos (A3, A4, A5, A7, A8, A11) apresentaram onde encontravam a probabilidade na tirinha de modo lógico, se enquadrando na categoria **C-AI**. Já os alunos A6 e A10 forneceram informações equivocadas e mostraram aspectos da **E-EC** e **E-EI**, pois houve falta de interpretação e compreensão acerca da probabilidade.

Em prosseguimento, na Figura 43 podemos observar o gráfico que representa as respostas obtidas na **pergunta 6** elaborada desta forma: “se lançarmos uma moeda, qual a probabilidade de a face *cara* ficar voltada para cima?”. Para essa questão, os alunos deveriam apresentar suas respostas através de frações, tendo como correta a opção (b). Vejamos as respostas:

Figura 43- Gráfico da pergunta 6 do questionário a priori – Parte B

15 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

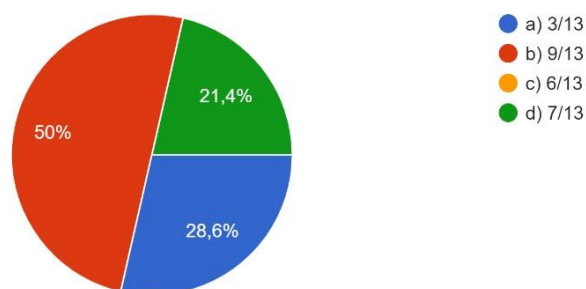
Obtivemos 73,3% das respostas corretas na alternativa (b), categorizados como **C-DC**. Já 20% dos alunos optaram pela alternativa (c) o que pode significar falha na aprendizagem de conceitos básicos da probabilidade, enquadrando-se na categoria **E-EC** e 6,7% marcaram a alternativa (d) que pode implicar em interpretação equivocada da questão, como mostrado na categoria **E-EI**. Novamente se cruzarmos estas respostas com as respostas das perguntas 1 e 2, fica nítido que a maioria possui uma percepção coerente do que venha a ser probabilidade e os conceitos que ela envolve e essa percepção é intuitiva. Daí, reiteramos um ponto acerca da probabilidade que foi defendido por Fischbein (1984), que é a intuição, já apresentada em um dos tópicos desta dissertação e que é um componente que é autoevidente para os alunos.

Para a **pergunta 7** (Figura 44) foi solicitado que os alunos respondessem a seguinte situação-problema: “Um restaurante está com 13 pessoas: 9 clientes e 4 garçons. Se escolhermos uma pessoa do local, aleatoriamente, qual a probabilidade de ser um cliente?”. As respostas obtidas podem ser observadas logo abaixo:

Figura 44- Gráfico da pergunta 7 do questionário a priori – Parte B

7. Um restaurante está com 13 pessoas: 9 clientes e 4 garçons. Se escolhermos uma pessoa do local, aleatoriamente, qual a probabilidade de ser um cliente?

14 respostas



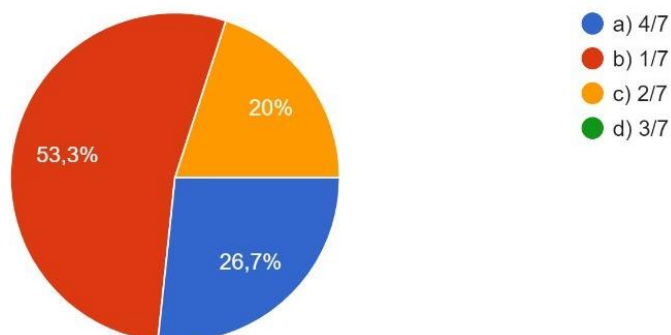
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Notemos que a resposta correta é a letra (b), pois na questão há 13 pessoas e 9 são clientes, então as chances de se escolher um cliente é de 9 em um total de 13 pessoas, ou seja, 9/13. Diante disso, metade da turma respondeu à questão corretamente ao marcar a opção 9/13, enquanto a outra metade dividiu-se entre 21,4% na opção (d) e 28,6% na alternativa (a), podendo implicar em falha de interpretação da questão ou até falta de compreensão de elementos conceituais, mostrando aspectos nas **categorias E-EC e E-EI**. Também fica claro que os alunos que erraram a questão não compreenderam o conceito de espaço amostral e de evento, justificado pelo fato de não terem tido contato com a probabilidade nos anos anteriores e também falhas no estabelecimento de relações entre os componentes intuitivo, algorítmico e formal, uma vez que não estão presentes ou aparecem parcialmente ou de modo equivocado na estrutura cognitiva.

Em continuidade, na **pergunta 8** foi questionado aos alunos se “escolhendo aleatoriamente um dia da semana, qual a probabilidade de escolher uma segunda-feira ou uma sexta-feira?”. As respostas obtidas podem ser observadas na Figura 45:

Figura 45- Gráfico da pergunta 8 do questionário a priori – Parte B

15 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Percebemos que para calcular a probabilidade de escolher uma segunda-feira ou uma sexta-feira ao selecionar aleatoriamente um dia da semana, precisamos primeiro determinar quantos dias da semana existem e quantos deles são segundas-feiras ou sextas-feiras. Há um total de 7 dias na semana (segunda-feira a domingo). Desses, temos 1 segunda-feira e 1 sexta-feira. A probabilidade de escolher uma segunda-feira ou uma sexta-feira é a soma das probabilidades de escolher cada um desses dias, daí, a probabilidade de se escolher uma segunda-feira é igual a $1/7$ e a Probabilidade de se escolher uma sexta-feira é igual a $1/7$, com isso, a probabilidade de se escolher uma segunda ou uma sexta-feira é igual a união desses dois resultados, $1/7 + 1/7 = 2/7$. Novamente os conceitos de espaço amostral e evento não estão consolidados ou não existem na estrutura cognitiva dos alunos, além de falhas em relação ao cálculo da probabilidade, que está ligado ao componente do algoritmo, demonstrando que não conseguiram relacionar o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis.

Portanto, a probabilidade de escolher uma segunda-feira ou uma sexta-feira ao acaso é de $2/7$, fazendo com que a resposta esperada do aluno seja a opção (c). Contudo, notamos que 53,3% dos alunos se equivocaram ao escolher a alternativa (b) e 26,7% a alternativa (a), demonstrando falha na interpretação da questão além de entendimento parcial do enunciado da questão, enquadrando-se nas categorias **E-EM, de erro matemático e na E-EI por conta da interpretação equivocada**. Neste caso, o menor grupo, 20% dos alunos, acertou a questão marcando a alternativa (c), podendo

mostrar aspectos da categoria C-DC, já que demonstra um certo domínio conceitual para solucionar corretamente o questionamento.

No que se refere à **pergunta 9** foi questionado se no lançamento de um dado de 6 faces, qual seria a probabilidade de a face superior cair no número 1 e as respostas estão apresentadas no quadro 41:

Quadro 41- Pergunta 9 do questionário a priori – Parte B

Repostas dos alunos à questão 9: No lançamento de um dado de 6 faces, qual a chance de a face superior cair no número 1?
A1: Não sei. A2: 2% A3: Nenhuma. A4: 1/6. A5: Não entendi. A6: Não entendi. A7: 34%. A8: Muito pouca. A9: 1 chance. A10: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A12: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A13: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A14: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A15: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Das 15 respostas na pergunta 9, apenas um aluno (A4) respondeu corretamente, já que em um dado de seis faces, a Probabilidade de em um lançamento cair uma face com o número 1 voltada para cima é de uma em seis, isto é, $1/6$. Portanto, a resposta fornecida pelo Aluno 4 foi categorizada como **C-AA** pela ausência de argumentação, elementos justificativos ou procedimentos matemáticos que embasassem sua resposta. Além disso, 9 alunos alegaram não entender a pergunta ou deixaram em branco (A1, A5, A6, A10, A11, A12, A13, A14, A15), tendo as repostas categorizadas como **AR (EB/NS)** e 5 alunos (A2, A3, A7, A8, A9) responderam equivocadamente à pergunta, enquadrando-se na **categoria E-EC** por demonstração de falha nos conceitos de probabilidade. Ficou notório que há alunos que não compreenderam o conceito de evento aleatório e lançar um dado caracteriza esse tipo de evento. Num experimento aleatório, que realizado várias vezes sob as mesmas condições, o resultado ainda assim, será imprevisível, ainda que se possa calcular a chance de ocorrência de um dos resultados como no lançamento do dado em que se deseja calcular as chances de ocorrência da face 1, por exemplo.

Já no **questionamento 10 (a)** foi feita a seguinte pergunta: “Ao lançar um dado, qual a probabilidade de sair um número maior que 4?”, como pode ser observado no quadro 42:

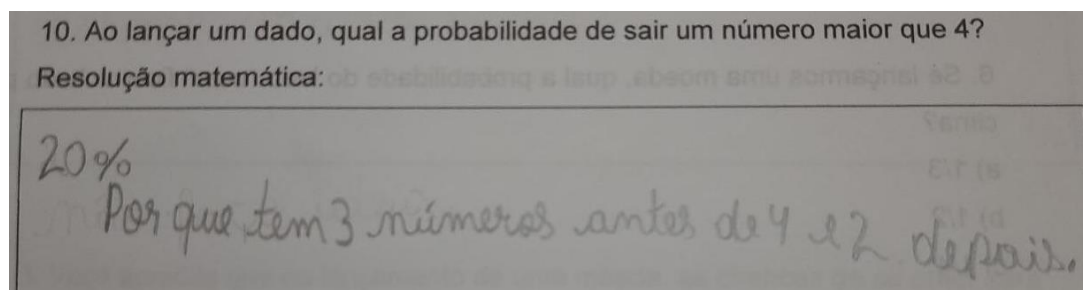
Quadro 42- Pergunta 10 (a) do questionário a priori – Parte B

Repostas dos alunos ao item a da questão 10: Ao lançar um dado, qual a Probabilidade de sair um número maior que 4?
A1: Não sei. A2: 6%. A3: 6% de sair um número maior que 4. A4: 4/6. A5: Não entendi. A6: 20% porque tem 3 números antes de 4 e 2 depois. A7: 20%. A8: Não entendi. A9: Muito pouca. A10: 2 chances. A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A12: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A13: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A14: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A15: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para a **pergunta 10 (a)**, um total de 9 alunos (A1, A5, A8, A11, A12, A13, A14, A15) informaram não saber responder ou deixaram a resposta em branco, sendo categorizadas como **AR (EB/NS)** e **E-DL (A9)**, pela ausência de relação com a probabilidade ou argumentação. Ademais, 4 alunos (A2, A3, A6 e A7) apresentaram erros por falta de compreensão sobre a probabilidade, se encaixando com a categoria **E-EC**. Por conseguinte, o aluno A4 teve a resposta errada por erro interpretativo, se enquadrando na categoria **E-EI** e por fim, o Aluno A10 foi o que chegou mais perto da resposta esperada, já que colocou que existiam “duas chances”, porém esqueceu de especificar que seriam duas chances num total de seis, isto é, $2/6$ ou $1/3$ ou 33,3%. Com isso, o aluno apresentou aspectos da categoria **E-EM**, pois houve falha no procedimento e estratégia matemática. Logo abaixo, na Figura 46 podemos observar uma das respostas dada pelo aluno A6 de modo equivocado:

Figura 46- Trecho de resposta de aluno referente à pergunta 10 (a) do questionário a priori – Parte B



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Pelo quantitativo de erros e de respostas em branco, ficou evidente que os alunos não compreenderam o conceito de evento aleatório e como calcular a probabilidade, ou seja, a relação entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Nesse caso, realizar atividades práticas levando dados para os alunos realizarem a experimentação, como recomendado por Batanero (2010) é uma estratégia pedagógica para que os alunos possam compreender o que é um evento aleatório. Ademais, na **pergunta 10 (b)** a ideia foi relacionar a argumentação com a resposta probabilística fornecida no item anterior, como se vê no quadro 43:

Quadro 43- Pergunta 10 (b) do questionário a priori – Parte B

Repostas dos alunos ao item b da questão 10: Como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta? (Redija um pequeno texto com a argumentação):
A1: Não sei. A2: Não entendi. A3: Você precisa ter uma argumentação boa e trazer um argumento que a pessoa sinta bem. A4: Você precisa ter uma argumentação boa e trazer um argumento que a pessoa se sinta encurralada. A5: Não entendi. A6: Dando meu argumento se eu estiver certa, terei muitos motivos para convencê-la. A7: Fazendo perguntas sobre a questão e vou dar motivos para convencê-la de que estou certo. A8: Não sei. A9: Eu insisto até a pessoa acreditar. A10: Conversando muito. A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A12: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A13: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A14: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A15: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Das respostas obtidas na **pergunta 10 (b)**, houve 9 respostas (A1, A2, A5, A8, A11, A12, A13, A14, A15) categorizadas como **AR (EB/NS)**, pelo motivo do aluno não saber responder ou ter deixado em branco. Em complemento, 4 alunos conseguiram explicar seu ponto de vista argumentativo de acordo com suas intuições (A3, A4, A6, A7), apresentando aspectos da categoria **C-AI** pela evidência do uso de argumentos inatos do aluno e de ideias empíricas para elaboração da argumentação. Já os alunos A9 e A10 informaram suas respostas com ausência das características essenciais ao processo argumentativo (**E-EA**). Constatamos que mesmo havendo apenas uma resposta que chegou mais próxima da correta no item passado (item 10 (a)), alguns alunos conseguiram apresentar, mesmo que de modo limitado, suas perspectivas de convencimento de uma afirmação ou justificativa. Ainda assim, a estrutura argumentativa dos alunos foi insuficiente não se aproximando do modelo proposto por Toulmin e nem do modelo proposto por Kosko, o que certamente é fruto do pouco ou nenhum contato com o processo argumentativo em sala de aula. Por fim, o **item (c) da pergunta 10** solicitou aos alunos que fornecessem uma conclusão, interligando as ideias dos itens (a) e (b), como mostra o quadro 44:

Quadro 44- Pergunta 10 (c) do questionário a priori – Parte B

Repostas dos alunos ao item c da questão 10: Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias- redija um pequeno texto):
A1: Não entendi. A2: Não sei. A3: Uma pessoa que quer defender uma ideia, tem que mostrar um argumento bom para convencer os outros. A4: Não entendi (desculpa). A5: Não entendi nada!!! A6: Não sei! A7: Temos que argumentar com algo que faça sentido. A8: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A9: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A10: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A12: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A13: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A14: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A15: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022)

Das respostas obtidas na **pergunta 10 (c)**, houve 13 respostas categorizadas como **AR (EB/NS)**, pelo motivo do aluno não saber responder ou deixar em branco e 2

(A3, A7) como **E-EA** pela falta de características essenciais ao processo argumentativo. Observemos o trecho de resposta do aluno A6 referente à pergunta 10 (b) e 10 (c) na Figura 47:

Figura 47- Trecho de resposta de aluno referente à pergunta 10 (b) e (c) do questionário a priori – Parte B

The image shows a handwritten response on a form. The form has two main sections with instructions in Portuguese. The first section is titled 'Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta - redija um pequeno texto com a argumentação):'. The student has written in cursive: 'Dando meu argumento se eu estiver certa terei muitos motivos para a convencer-la'. The second section is titled 'Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias - redija um pequeno texto):'. The student has written: 'não entendi nada!!'.

Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

O aluno A6 tentou redigir uma resposta tentando justificar no item b, mas afirmou que não entendeu o que o item c pedia. Encadear justificativa e conclusão de modo coerente para os alunos em geral é uma etapa bastante desafiadora, visto que não estão acostumados a demonstrar o raciocínio e nem discutir nas aulas de Matemática, pois não lhes é proporcionado este tipo de dinâmica.

Percebemos também que no item (c) foi elevada a quantidade de alunos que não souberam responder ou deixaram em branco, isso mostra que muitos alunos nem sequer fizeram a tentativa responder para saber se acertariam ou errariam o que foi solicitado, evidenciando a dificuldade da geração atual em manter o foco em atividades mais longas e que exigem mais tempo para suas soluções.

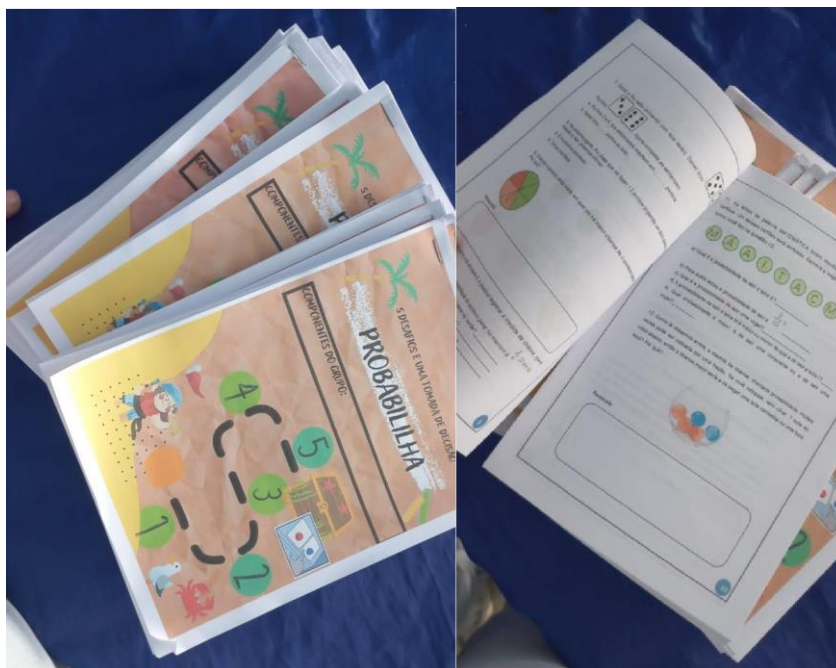
Diante da **análise da parte B do questionário a priori**, podemos perceber que as noções intuitivas sobre a probabilidade já são apresentadas pelas crianças, mesmo que de modo informal, menos estruturado ou até mesmo equivocado e não podem ser

ignoradas, como visto nos estudos de Fischbein (1975). Ademais, o desenvolvimento do pensamento probabilístico deve ser potencializado desde os anos iniciais, já que as ideias culturais que os alunos possuem se manifestam em sala de aula e podem impactar na aprendizagem dos conceitos acerca da Probabilidade (SHARMA, 2012). Em complemento, percebe-se nitidamente a falta de interligação entre conhecimentos prévios e matemáticos durante as soluções das questões, mostrando que talvez o conteúdo de probabilidade em sala de aula até o quinto ano ainda não seja colocado em destaque ou evidenciado de maneira adequada. Por outro lado, a **falta de inter-relação entre os componentes intuitivo, algorítmico e formal, também ficou bastante evidente**, havendo a necessidade de se trabalhar com esses componentes durante o processo de aprendizagem dos conceitos de probabilidade.

3.3.2 Análise das atividades da trilha de aprendizagem: 1º encontro

Como já apresentado, a **trilha de aprendizagem** contou com o planejamento de cinco estações em 4 encontros, além dos dias em que foram aplicados os questionários a priori e a posteriori. Antes da realização do primeiro encontro, fizemos a impressão completa do caderno do aluno (Figura 48) com as atividades da trilha de aprendizagem. Os cadernos impressos foram entregues aos alunos e recolhidos a cada encontro, com o intuito de que não fosse danificado ou esquecido nos encontros posteriores. Além disso, é válido ressaltar que mesmo havendo as atividades realizadas em grupo, cada aluno teve seu caderninho e nas atividades em grupo escolhiam o caderno de apenas um integrante para se realizar a resolução, o que fez com que o tempo fosse otimizado:

Figura 48- Cadernos individuais impressos para os alunos



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Em prosseguimento, no **primeiro encontro (ver plano de aula 1 no Produto Educacional Separado)**, como os alunos alegaram não saber sobre o conteúdo de probabilidade e apresentaram diversas dificuldades na exposição das respostas argumentativas, foi reservado cerca de 40 minutos de aula para apresentar a ideia de probabilidade no que se refere às noções de acaso e análise da ideia do aleatório em situações do cotidiano, além de apresentar a ideia básica do que seria argumentação a partir de ideias investigativas. A turma no primeiro encontro contou com a presença de 11 alunos, quantitativo menor em relação ao dia em que foi aplicado o questionário a priori.

Durante a aula de apresentação dos conceitos probabilísticos, **utilizamos o jogo The Vile Vendor** como auxílio para a construção desses conceitos. Foi uma **ambientação à trilha de aprendizagem e às atividades investigativas**. Ao iniciar a aula fizemos a gravação em áudio e fizemos as análises desse primeiro encontro de acordo com os quadros elaborados para a análise dos níveis argumentativos, da categorização e das transcrições de fala. Além disso, todas as atividades escritas

foram coletadas dos caderninhos e transpostas para um formulário *online* com as mesmas tarefas, via *Google Forms*. Essa escolha foi feita por acreditar que os dados seriam mais bem visualizados de modo agrupado do que analisando corriqueiramente os cadernos a cada questão de modo manual. Neste caso, cada atividade foi colocada no *Google Forms* e preenchida exatamente como o aluno a respondeu, preservando a escrita original do que foi posto pelo aluno, independente dos erros gramaticais e abreviações inadequadas que ora ou outra apareciam.

Ao introduzir o jogo *The Vile Vendor* na aula, estávamos com a perspectiva das aulas investigativas, utilizando questionamentos e motivando a fala dos alunos durante a aula. Foram utilizados os quadros com a organização prevista para a discussão das atividades e que contêm a ação do professor e as perguntas possíveis a serem feitas para estimular a argumentação, o nível argumentativo esperado, a abordagem comunicativa e o padrão discursivo. As interações discursivas transcritas em turnos demonstram como ocorreu a dinâmica com as ações comunicativas do professor e as respostas dos alunos, demonstrando como o processo argumentativo se desenvolveu, quais elementos desse processo foram manifestados pelos alunos, com comentários inter-relacionando com aspectos do referencial teórico utilizado nesta dissertação.

Observemos o quadro 45, com um **trecho do episódio do encontro 1 com a atividade *The Vile Vendor***:

Quadro 45- Trecho de fala de uma situação ocorrida durante o jogo

Trecho episódio The Vile Vendor (Encontro 1)					
Turno	Transcrição da fala	Indicadores de engajamen	Padrões discursivos	Abordagem Comunicativa	Nível argumentativo
1	P: Pessoal, vamos lá? Quais elementos sobre probabilidade vocês conseguem observar no The Vile Vendor?	E1, E2, ED1	I-R-P-R-P-R-P-R-P-R-F	(a)	2
2	Vozes de Alunos que estavam levantando a mão para responder)				
3	P: Pode falar A1. Pessoal, um de cada vez, ok?				
4	A1: Eu acho que não tem a certeza pra saber as latinhas				
5	A2: Às vezes tem sim				
6	P: A1, você concorda com a fala de A2?				
7	A1: Eu acho que não, tia				
8	P: Por qual motivo?				
9	A1: Porque a senhora falou que não tinha como ter certeza na Probabilidade				
10	P: Em nenhum caso tem como se ter certeza?				
11	A1: Hmm, acho que tem.				
12	A2: Quando ele perguntou da latinha de peixe, todas dentro da "maquininha era peixe"				
13	A1: Ahhhhhhhhhhhh! Agora eu entendi.				
14	P: Entendeu o quê?				
15	A1: Que ia sair a latinha de peixe, se todas "as latinhas são igual"				
16	A2: Mas podia ter certeza com outro cheiro também				
17	A1: Sim, eu já entendi!!!				
18	P: Vocês concordam com A1 e A2, pessoal?				
19	Resposta unânime dos alunos: simm!				
20	P: Boa, galerinha! A ideia é que a gente saiba que na Probabilidade, existe a possibilidade de se ter um evento certo, como vocês viram agorinha no jogo!				

Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022)

Notemos que neste momento da aula, ao receber o questionamento da professora os alunos começaram a se engajar, relacionando dados e possíveis justificativas que fornecessem garantia para suas afirmações. Observemos que nos turnos 9 e 12 os alunos já começam a justificar suas ideias de modo mais coerente e apresentam elementos argumentativos, mesmo que de modo ainda tímido e não sofisticado. Além disso, caracterizamos a abordagem comunicativa da professora como do tipo (a), visto que foram exploradas ideias e formuladas perguntas autênticas. O padrão discursivo que apareceu nesse turno foi o I-R-P-R-F-R-P-R-P-R-A, onde P é a ação discursiva para que seja permitido o prosseguimento da fala do aluno, F é um feedback para que o aluno elabore um pouco mais a sua fala e A é a avaliação do que foi dito por eles, superando o padrão triádico apresentado por Mortimer e Scott (2016). Ademais, o episódio foi enquadrado no segundo nível argumentativo, que mesmo apresentando elementos argumentativos ainda confusos e imprecisos, o argumento forneceu dois componentes, que seria a afirmação e uma espécie de evidência atrelada à garantia para tentar sustentar sua afirmação inicial.

Durante a exposição desse jogo, acreditamos que esse turno foi o que mais teve destaque, considerando que as demais falas após esse primeiro momento sustentaram ideias que não foram caracterizadas como argumentativas, baseadas no conhecimento intuitivo que não deu suporte para as afirmações fornecidas. Já esperávamos que o padrão triádico, pelo menos inicialmente iria ocorrer com mais frequência, visto que a proposta das atividades e práticas pedagógicas ainda estavam sendo compreendidas pelos alunos nesse primeiro encontro, sobretudo, porque tratava-se de atividades investigativas com as quais nunca tiveram contato e estavam se familiarizando. É válido destacar que iniciamos a contagem dos turnos a partir desse trecho escolhido, mas que outras falas já haviam sido feitas durante a aula do encontro um.

No turno 4, o A1 manifestou indícios de compreensão acerca de situações que envolvem acaso, citando a expressão “não tem certeza”, ou seja, não havia a certeza de que a máquina selecionasse determinada latinha, o que deveria levar o aluno a manifestar a classificação dos eventos aleatórios, expressando “muito provável, pouco provável, impossível, certo”. Isso indica que ainda, no início da trilha, não havia um vocabulário probabilístico constituído, mas podendo se formar se houver um trabalho

em relação à compreensão dos conceitos e familiarização com os termos probabilísticos. Em seguida, por meio da ação comunicativa docente, procurou-se instigar os alunos a compreender o que é um evento certo, que é possível desse tipo de evento ocorrer, lembrando os tipos de latinhas que saíram da máquina. Essa passagem da interação discursiva remete aos **primeiros momentos da investigação matemática propostos por Ponte e que são exploração e formulação de questões e formulação de conjecturas**, pois a professora faz perguntas aos alunos, eles começam a indagar-se, ela retorna com outras perguntas para direcionar para a formação de conjecturas. Ao lembrar as combinações dos tipos de latinhas que apareceram na máquina, objetivou-se **refinar as conjecturas no sentido de justificá-la, avaliando o resultado** – que é a conclusão que a professora coloca para os alunos, correspondendo às duas últimas etapas da investigação matemática.

Notamos que ainda não há uma estruturação do processo argumentativo conforme colocam Toulmin e Kosko, mas alguns elementos como a **refutação** no turno 11, quando A1 diz que há situações em que se pode ter certeza contrapondo-se a si mesmo quando no turno 4, afirmava que não. A refutação também aparece na fala de A2 no turno 5 quando contrapõe-se a A1 que havia falado que não tinha certeza. Partindo-se de **dados**, que são o primeiro elemento da estrutura da argumentação de Toulmin e que no caso correspondiam as diferentes combinações de latinhas dispostas pela máquina, não se cogitou a garantia de modo estruturado, mas a professora procurou fazer uma indagação no turno 6 para que os alunos comesçassem a refletir e surgisse a refutação, embora também não tivesse completa. O **qualificador** não apareceu na interação discursiva, mas a professora conseguiu sistematizar os conhecimentos levando a uma **conclusão**, que é o último componente do modelo de Toulmin.

Ainda na perspectiva do jogo The Vile Vendor, a parte da atividade escrita solicitava que os alunos escrevessem um texto explicando a lógica da máquina e argumentassem se há alguma regularidade em algum fenômeno probabilístico que pode ocorrer na seleção dos refrigerantes. Para essa atividade, obtivemos mais respostas orais do que escritas, em que alguns alunos argumentaram que não sabiam

expor o seu pensamento por escrito sobre a atividade. Observemos o quadro 46 com as respostas escritas obtidas:

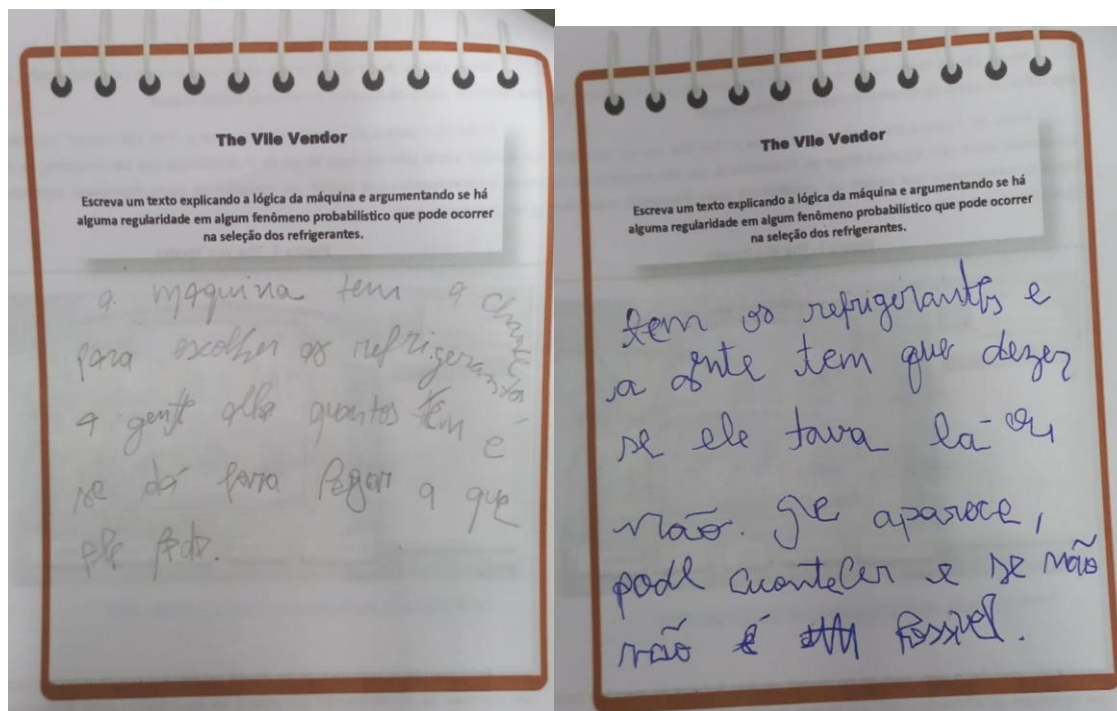
Quadro 46 - Pergunta da atividade escrita do The Vile Vendor

Repostas dos alunos à atividade do the vile vendor: Escreva um texto explicando a lógica a máquina e argumentando se há alguma regularidade em algum fenômeno probabilístico que pode ocorrer na seleção dos refrigerantes.
A1: Não sei explicar, tia. A2: Não consigo, só falei pessoalmente. A3: Não sei. A4: Só sei explicar falando. A5: EM BRANCO. A6: Toda a hora fala de possibilidades. A7: Tem os refrigerantes e a gente tem que dizer se ele estava lá ou não. Se aparece, pode acontecer e se não, não é possível. A8: Tem a probabilidade em tudo. A9: A máquina tem a chance para escolher os refrigerantes, a gente olha quantos têm e se dá para pegar a que ele pede. A10: Aperta o botão e escolhe o refrigerante, tendo a probabilidade A11: EM BRANCO.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Notemos que os alunos (A1, A2, A3, A4) são categorizados como **AR-NS**, pois os alunos manifestaram por escrito que de algum modo não saberiam responder o que foi pedido. Além disso, os alunos (A5 e A11) deixaram a resposta em branco, sendo categorizados em **AR-EB**, já que não apresentaram resposta nenhuma para o que foi solicitado. Ademais, os alunos (A6, A8 e A10) expuseram que havia sim a probabilidade durante o jogo, porém não conseguiram organizar suas ideias e por isso se caracterizaram como **C-AA**, já que conseguiram observar que haveria algo probabilístico no jogo, porém com total ausência de elementos que justificam suas resoluções. Por fim, os alunos A7 e A9 apresentaram respostas mais robustas, mostrando que os alunos conseguiram expor melhor suas ideias e compreenderam que a probabilidade estaria presente no decorrer das partidas, além de saber informar o funcionamento do jogo proposto. Observemos o trecho das respostas de A7 e A9 na figura 49 abaixo:

Figura 49 - Respostas dos alunos A7 e A9 da atividade do jogo The Vile Vendor



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

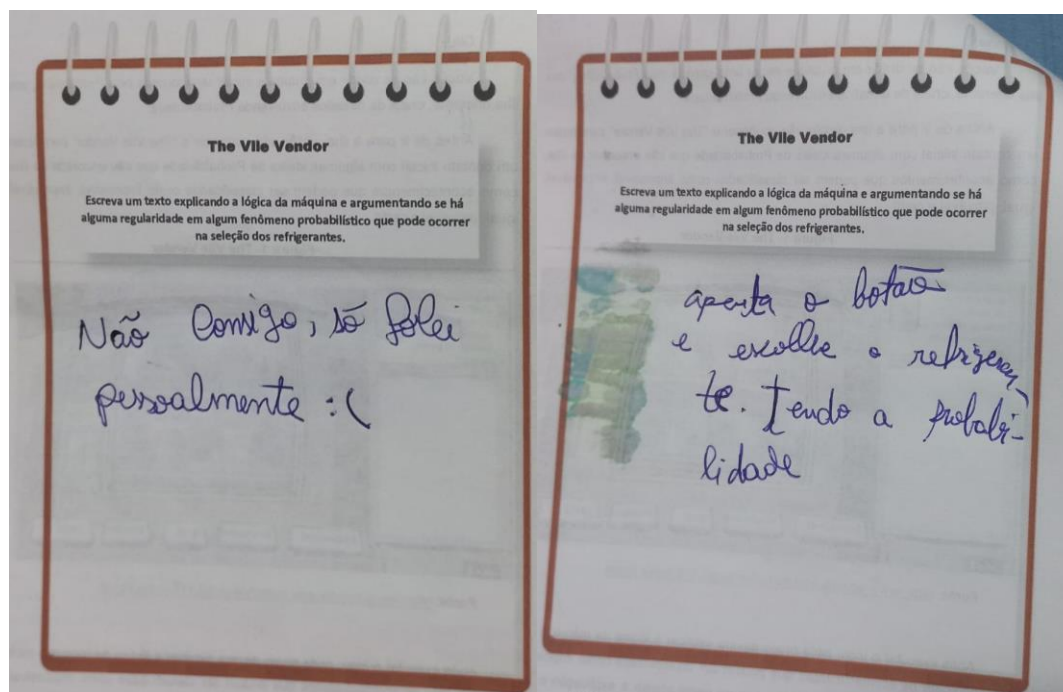
Tais respostas se enquadraram na categoria **C-AI**, pois os alunos apresentaram a resposta correta, baseada em ideias empíricas do ambiente no qual estão inseridos.

É importante frisar que os alunos ainda apresentaram muita dificuldade em escrever aquilo que pensavam, dificultando a elaboração de argumentos escritos, já que não possuíam o costume de argumentar em sala de aula de forma oral ou escrita. Notemos que o aluno A2 diz conseguir expor suas ideias apenas oralmente, nos mostrando que a escrita argumentativa ainda está bastante fragilizada, corroborando com o que Nasser e Tinoco (2003) discutem sobre o processo argumentativo em sala de aula não ser promovido com seriedade ao longo da Educação Básica.

Ademais, o aluno A10 fala de modo simplista que basta "apertar o botão e escolher o refrigerante, tendo a probabilidade" como resposta do que é pedido, nos mostrando uma incompletude em sua resposta, mesmo podendo haver intenções positivas no que poderia ser exposto. Percebemos que ele poderia analisar que ao apertar o botão da máquina e analisar as possíveis escolhas, estaria intuitivamente analisando a probabilidade de se escolher um refrigerante específico em relação ao

total disponível, utilizando assim a probabilidade durante a execução do jogo. Vejamos as respostas dos alunos na figura abaixo:

Figura 50 - Respostas dos alunos A2 e A10 da atividade do jogo The Vile Vendor



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Após a apresentação inicial com a proposta do jogo **The Vile Vendor** utilizado para fazer o resgate ou construção dos conhecimentos almejados, iniciamos a aplicação do jogo **“Tampesca”**, como proposto no **plano de aula 1**. Com este jogo, o aluno **inicia a trilha de aprendizagem que tem uma proposta baseada em atividades investigativas**. Este jogo proporcionou uma participação unânime da sala, em que ficou perceptível a interação e engajamento para atuarem ativamente nesta proposta. Esse episódio também foi gravado e mostraremos os principais destaques em momento oportuno. Inicialmente, os materiais foram separados e os alunos foram orientados acerca do funcionamento da Tampesca, sendo informados que ao irem para a “pesca” das tampinhas, deveriam ir em dupla, para que um auxiliasse o outro nesse processo, como explicado na descrição do jogo Tampesca. Os alunos foram vendados e iam sendo guiados pelos seus parceiros, a fim de pegar uma tampinha. Ao final desse processo o aluno vendado informava qual cor de tampinha achava que tinha pescado e aí se iniciavam as discussões sobre o conteúdo de probabilidade que

estava previsto. A seguir, na Figura 51 e 52, podemos observar alguns participantes do jogo Tampesca:

Figura 51- Algumas participantes do Jogo Tampesca



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Figura 52- Participante do Tampesca se preparando para a sua “pescaria”



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Observamos que os alunos fizeram torcidas e se empolgavam a cada rodada do jogo, auxiliando os jogadores para que eles alcançassem o objetivo com mais rapidez e agilidade. Deste modo, foi possível estabelecer conexões com a quantidade de tampinhas presentes no recipiente e a que foi “pescada”, sendo feitos questionamentos

sobre quais cores teriam mais ou menos chances de serem pegas ao **acaso**. Ademais, ao iniciar essa atividade, seguimos as propostas da ação do professor para o Tampesca, que pode ser verificada na parte da organização prevista para discussão do Tampesca na aula 1, descrita neste capítulo.

Ao decorrer do jogo, foram feitas considerações pelos alunos, que ficaram perceptíveis na gravação e que poderiam ser ponto de partida para discussões pertinentes. Com isso, fica a sugestão de que o professor se atente às falas que são ditas entre conversas e discussões entre aluno-aluno, pois podem surgir espaços para que a inserção da argumentação ocorra de modo mais natural. A seguir, no quadro 47 será mostrado dois trechos de interações discursivas que ocorreram nesta aplicação que consideramos mais relevantes para serem destacadas:

Quadro 47- Trecho 1 do episódio Tampesca (Encontro 1)

Trecho 1 episódio Tampesca (Encontro 1)					
Turno	Transcrição da fala	Indicadores de engajamento	Padrões discursivos	Abordagem Comunicativa	Nível argumentativo Alcançado
158	P: Quais as cores de tampinhas que você pescou?	E1, E2, ED1	I-R-P-R-P-R-P-F	(a), (b), (c)	2
159	A3: Eu peguei a cor vermelha				
160	P: Você acha que houve uma maior chance de ter pego essa cor?				
161	A3: Sim, porque tem mais tampinha vermelha do que o resto				
162	P: Qual a tampinha mais difícil de ser pescada, estando vendado(a)? E porquê?				
163	Neste momento, quatro pessoas da turma levantam a mão informando que sabem a resposta: Eu sei, eu sei, tia!				
164	P: Vamos auxiliar a A3 a responder esse questionamento!				
165	A3: A tampinha que tem menos chances de ser "pegada" é a preta já que tem só uma				

166	A4: Ah, era isso que eu ia falar!				
167	A5: Eu também, adiantada!				
168	P: Vocês concordam, pessoal?				
169	Turma em uníssono: Sim!				
170	P: Beleza, gente! Até agora estão indo bem. Agora analisando todas as tampinhas no recipiente, quais tampinhas tem mais chances de serem pegas e por qual motivo?				

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Neste momento do Tampesca, utilizamos as perguntas sugeridas para esse bloco descritos nos processos metodológicos. Notemos que no trecho um, nos turnos 161, 163 e 165 há a presença de características argumentativas, onde identificamos a argumentação do nível 2. A abordagem comunicativa da professora foram as identificadas como (a), (b) e (c), já explicitadas, que são: a) Interativo/dialógico: professor e estudantes exploram ideias, formularam perguntas autênticas e oferecem, consideram e trabalham diferentes pontos de vista. (b) Não-interativo/dialógico: professor reconsidera, na sua fala, vários pontos de vista, destacando similaridades e diferenças. (c) Interativo/de autoridade: professor geralmente conduz os estudantes por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista.

Com isso, percebemos que as modalidades de engajamento desenvolvidos foram o E1, E2 e ED1. Observemos que a **tríade nesse caso foi quebrada** mais uma vez e contribuiu para o desenvolvimento do processo argumentativo durante a aplicação do Tampesca. Ademais, durante esse jogo, houve muita participação com empolgação, que indiretamente fez com que os alunos tivessem mais motivação para solucionar os questionamentos, utilizando justificativas de modo mais robusto que no jogo anterior. No trecho do quadro 48, é notório que as justificativas apresentadas foram mais robustas e expostas com mais convicção, como as constatadas nos turnos 173, 180 e 182. Notamos que os alunos conseguiram entender a noção probabilística por trás do jogo, visualizando o material concreto e relacionado com o questionamento feito.

Percebemos que as abordagens comunicativas permaneceram como sendo as mesmas expostas no trecho anterior e que o **padrão discursivo foi alterado para um mais prolongado** (I-R-P-R-R-F-P-R-R-F-A), onde existiu mais participações dos alunos e da turma de modo geral, mostrando mais uma vez que questionamentos que fazem com que o aluno investigue a situação para assim apresentar a solução possibilitam que a sua resposta não se limite a “sim” ou “não”, mas que apresente uma solução que abra portas para vestígios e possibilidades argumentativas, durante o ensino de probabilidade.

Embora, ainda a argumentação dos alunos não apresentasse a estrutura proposta por Toulmin, havendo apenas a evidenciação do elemento **dados** nos turnos 158 e 159, que iniciam o processo de argumentação, no turno 160 aparece a **garantia de inferência** na pergunta feita professora, mas não aparece o apoio, nem o qualificador e nem a refutação. As conclusões aparecem no turno 161 e 165 quando os alunos percebem qual tampinha tem a maior chance de ser tirada e qual tem a menor chance. Ou seja, são conclusões intermediárias que surgem em virtude das indagações que são feitas pela professora para estimular o processo de argumentação.

O modelo de Kosko não aparece de modo integral, observamos alguns elementos de argumentação presentes na resposta ao **questionamento** como o elemento **recontagem matemática** citado por Kosko que consiste em informar o que foi feito em uma tarefa, mas não há algo explícito matematicamente em sua explicação, como na fala do A3: “A tampinha que tem menos chances de ser “pegada” é a preta já que tem só uma”. Aqui segundo a concepção de Kosko, a informação matemática seria tácita uma vez que não é explicado o procedimento matemático para apontar as chances de ocorrência, apenas cita-se um elemento numérico, mas pode se inferir a justificativa a partir da fala do aluno, ou seja, quando ele afirma que há apenas uma tampinha de cor preta. Voltemos ao quadro com as interações discursivas:

Quadro 48- Trecho 2 do Tampesca (Encontro 1)

Turno	Transcrição da fala	Indicadores de engajamento	Padrões discursivos	Abordagem Comunicativa	Nível argumentativo alcançado
170	P: Beleza, gente! Até agora estão indo bem. Agora analisando todas as tampinhas no recipiente, quais tampinhas tem mais chances de serem pegas e por qual motivo?	E1, E2, ED1	I-R-P-R-R-F-P-R-R-F-A	(a), (b), (c)	2 e 3
171	A5:Eu, eu, eu!				
172	P: Pode falar, A5!				
173	A5: É.. Todas as cores "de" tampinhas podem ser"pegadas", mas a vermelha e a azul tem mais "pobabilidade" de se pegar, já que tem mais vermelha e azul.				
174	P: Alguém discorda?				
175	A4:Eu acho que o branco também tem mais chance, tia				
176	A5: Eu não enxerguei que tava com duas brancastambém, então a maior chance vai para a tampinha vermelha, azul e branca. Eu falei quase tudo certo, só esqueci dessa!				
177	P: Muito bom! Pra finalizar essas ideias, a gente pode dizer que todas as tampinhas tem as mesmas chances de serem pegas?				
178	Turma: Nãooo				
179	P: Por qual motivo?				
180	A6:Porque a gente viu que tinha "mais tampinha igual" de uma cor do que da outra, aí é como se fosse um sorteio do instagram, se eu tenho maiscomentários eu ganho mais chances, se eu comentei uma vez no sorteio, tenho menos chance"				
181	A5: Sorteio do instagram, repara "risos pela sala"				
182	A4: Mas ele tá certo, porque se eu tenho mais tampinhas da mesma cor, eu vou ter mais"possibilidade de pegar"				

183	P: Então, pessoal! A ideia é que vocês vejam que quanto mais tampinhas de uma mesma cor, maior a chance de essa tampinha ser "pescada" em nosso tampeca! Obrigada pelas contribuições. Alguém mais quer falar ?			
184	A5, A4: Não, professora!			
185	Turma: Nãaaao!			

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

No turno 170, a professora coloca os **dados**, que é o primeiro elemento do modelo de Toulmin e no turno 173, o aluno traz a **garantia de inferência** justificando porque determinada tampinha tem mais chance de ser retirada. No turno 180, o aluno traz o **qualificador** – maior quantidade de bolas de uma determinada – para se chegar a **conclusão** – que quem tem maior chance de ser retirada é a cor de tampinha que aparece em maior quantidade, que foi corroborada pela professora no turno 183. Embora faltem elementos, como o apoio e a refutação, a interação discursiva trouxe elementos do modelo de Toulmin.

Aqui no turno 173 o aluno A5 consegue expressar o elemento **recontagem matemática** citado por Kosko: “A5: É.. Todas as cores “de” tampinhas podem ser “pegadas”, mas a vermelha e a azul tem mais “pobabilidade” de se pegar, já que tem mais vermelha e azul.” A fala não expressa uma justificativa explícita, uma explicação matemática, como o cálculo da probabilidade de cada cor de tampinha, mas tacitamente infere-se que se o cálculo fosse feito confirmaria a afirmação do aluno. No turno 175, o A4 observa que as tampinhas brancas são em maior quantidade, no que o A5 no turno 176 complementa a resposta dada no turno 173: “A5: Eu não enxerguei que tava com duas brancas também, então a maior chance vai para a tampinha vermelha, azul e branca. Eu falei quase tudo certo, só esqueci dessa!”. Aqui novamente a recontagem matemática aparece, só que dessa vez, com complemento, um acréscimo à ideia anteriormente apresentada, mas que ainda carece de explicação matemática expressa. Então, podemos enunciar que a **recontagem matemática apresentada por Kosko e Guilford, em alguns casos pode apresentar o fator complementação**, aspecto que os autores não tinham identificado.

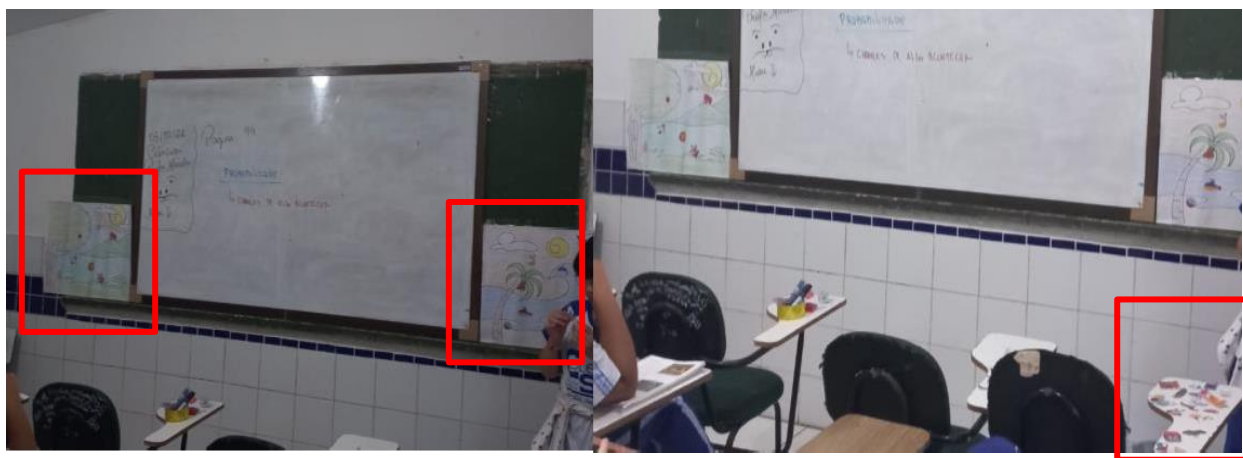
No turno 180, o A6 respondeu ao questionamento sobre as tampinhas terem a mesma chance de serem retiradas da seguinte forma: “A6: Porque a gente viu que tinha "mais tampinha igual" de uma cor do que da outra, aí é como se fosse um sorteio do instagram, se eu tenho mais comentários eu ganho mais chances, se eu comentei uma vez no sorteio, tenho menos chance". Novamente, temos uma **recontagem matemática com complementação utilizando uma analogia**. Nos turnos **182 e 183**, a professora sistematiza o conhecimento, dando fechamento à noção probabilística desenvolvida (aleatoriedade) de modo que os alunos percebessem uma característica importante que é sobre a quantidade de tampinhas de determinada cor: quanto a maior a quantidade de tampinhas de determinada cor, haverá mais chances de ser retirada.

Na atividade do Tampesca, os alunos conseguiram passar **pelos quatro momentos da investigação proposto por Ponte, que puderam ser observados nitidamente nos comentários anteriores**.

Após a realização do jogo Tampesca, colocamos em prática a aplicação do jogo **“QuadrAleatórios”** seguindo as sugestões já propostas nesse capítulo. Levamos para a escola os cartazes com dois cenários, um de floresta e um de mar, junto aos adesivos que seriam necessários para o procedimento deste jogo. Como a atividade envolve muitos questionamentos, também a gravamos com o intuito de analisar a existência argumentativa nas respostas fornecidas pelos alunos.

Logo abaixo, podemos ver o material exposto em sala de aula, junto com alguns adesivos que foram colocados pelos alunos durante seu desenvolvimento. A atividade ocorreu com a participação de todos os alunos presentes, em que eles deveriam escolher um adesivo e analisar em qual cenário iriam realizar a colagem, considerando a probabilidade de encaixe do que foi pego em sua escolha. Exemplo: Se a criança escolheu um adesivo com um peixe, é mais provável que ele esteja no mar ou na floresta? Provavelmente o aluno irá escolher o cenário que tem o mar e irá fornecer as suas justificativas para tal escolha. Observemos um o ambiente realizado da atividade QuadrAleatórios na Figura 53:

Figura 53- Ambiente da atividade “quadraleatórios”



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Na figura acima, os quadraleatórios foram colocados no quadro negro e os adesivos ficaram espalhados em uma banca para uma melhor visualização. A partir daí, o aluno ia fazendo sua escolha e quando necessário, respondendo alguns questionamentos da professora. É válido lembrar que os alunos deveriam informar se os elementos a serem colocados nos cenários se caracterizavam como: “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” ou “impossíveis” de estarem ali, ou seja, **classificar os eventos e também se familiarizar com o vocabulário probabilístico.**

A partir disso, separamos um trecho que consideramos o de mais destaque nessa atividade, que pode ser visualizado no quadro 49:

Quadro 49- Trecho 1 da atividade “quadraleatórios”

Trecho 1 episódio Quadraleatórios (Encontro 1)					
Turno	Transcrição da fala	Indicadores de engajamento	Padrões discursivos	Abordagem Comunicativa	Nível argumentativo alcançado
235	P: Galerinha, prosseguindo! Tenham foco! Me falem o seguinte, o pica-pau pertence a algum cenário daqui? Conseguem explicar o por quê?				
236	A1: Sim, professora!				
237	P: Por qual motivo, A1?				
238	A1: Eu nunca vi pica-pau na praia, mas já vi o pica-pau numa floresta quando assisti um desenho				
	A3: Eu também acho que ele tá na floresta,				

239	porque ele vive nas "árvore" normal e não no coqueiro, tia	E1, ED1	I-R-R-P-R-F/I-R-R-P-R-P-R-P-R-A	(a), (b), (c)	2
240	P: Então o pica-pau se encaixa em "pouco provável", "muito provável", "improvável" ou "impossível" de está na floresta?				
241	A turma em uníssono: Muito provável!!!				
242	P: Muito bem, pessoaa! Dentre os adesivos que estão nessa banca, vocês conseguem ver algum elemento impossível de se encontrar nos cenários propostos? Por qual motivo? shhh, silêncio pessoal, prestem atenção!				
243	A6: Eu acho que esse tanque e o astronauta "é" os adesivos que são impossíveis de estarem na praia ou floresta				
244	A3: é muito difícil que eles existam aí				
245	P: Vocês estão fazendo essa classificação utilizando o quê?				
246	Maioria dos estudantes: A probabilidade				
247	P: Belezaa! Então vocês acham que utilizaram a probabilidade para responder essas perguntas?				
248	A3: Eu acho que sim, porque tem as chances do "negoço" que a senhora disse acontecer				
249	P: hm, que negócio é esse? Acontecer aonde?				
250	A3: Os adesivos, tia! A gente vê as chances deles "tarem" nos quadros				
251	P: Agora sim eu entendi! Ficou mais adequado desse jeito				

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

A professora inicia apresentando os **dados** no turno 235. Em seguida, nos turnos 238 e 239, os alunos aparecem com a **garantia**, evidenciando os locais em que o pica-pau pode ser encontrado. A partir daí, a professora faz novamente uma indagação, para levar os alunos a classificarem o evento no turno 240 e no 241 eles chegam à **conclusão** de qual tipo é o evento. Ainda, que não muito estruturado e robusto, aparecem alguns elementos do modelo de Toulmin de argumentação e faltam

outros como qualificador, apoio e refutação. No turno 242, a professora reinicia a interação discursiva, trazendo os dados – adesivos sobre a mesa – e pedindo para os alunos analisarem se há algum que se classifique em impossível. Nos turnos 243 e 244, os alunos afirmam que o tanque e o astronauta se enquadram no tipo de evento impossível, pois os ambientes que praia e floresta não são lugares em que eles estariam. Nos turnos seguintes, segue a indagação da professora para sistematizar o conhecimento, evidenciando a questão da probabilidade e as chances de ocorrência, o que é **explicado** pelo aluno A3. As falas dos alunos evidenciam a **recontagem matemática** (239, 240, 248 e 250, em que trazem a informação, mas não há dados matemáticos nas explicações), **descrição matemática** (238, 239 e 243, em que apresentam justificativas) e **explicações** (turno 248, 250, em que o aluno começa a reconhecer e compreender o que é probabilidade e a classificação dos eventos), elementos que estão presentes no modelo de Kosko.

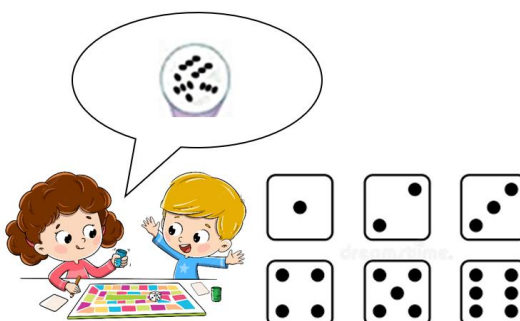
Observamos que em **relação às etapas da atividade investigativa, os alunos puderam vivenciar as quatro etapas**, desde a exploração e formulação de questões, passando pela elaboração de conjecturas, justificação e avaliação.

O trecho acima do quadro 49 apresenta turnos de falas pertinentes e que parecem ter uma defesa mais firme do que as apresentadas durante o Tampesca. Notamos que os turnos 238, 239, 243 e 250 apresentam respostas assertivas diante do que está sendo perguntado. Ademais, elas são respaldadas em justificativas pertinentes, melhorando um pouco a relevância do que estava sendo dito. As características da abordagem comunicativa e padrões discursivos contemplaram aquilo que estava sendo objetivado, já o engajamento dos alunos não ocorreu tanto de modo colaborativo, porém fez com que eles relacionassem os dados as suas justificativas e tivessem uma maior atenção pelo conteúdo abordado. Até esta fase do primeiro encontro, foi percebido que os alunos se empenharam e deram um feedback bastante positivo sobre os jogos trabalhados. Porém, quando iniciamos a aplicação das atividades escritas, os alunos começaram a alegar um desconforto e cansaço, mesmo eles tendo feito considerações valiosas em momentos antes da aplicação da atividade escrita.

Deste modo, iremos apresentar as atividades escritas do primeiro encontro e as respostas dos estudantes no que se refere à probabilidade e ao processo argumentativo. Já de antemão, foi notório desde a aplicação da atividade escrita que o engajamento dos alunos não era satisfatório e que muitos estavam respondendo os questionamentos sem se esforçarem e aparentemente sem compromisso com as atividades propostas de modo escrito.

a) Atividade 1 e 2 do encontro 1 - Atividades de ambientação à Argumentação 1

Durante a aplicação da atividade 1 do encontro 1, obteve-se um total de 11 respostas dos alunos que se encontravam presentes no local. Para a visualização das questões de maneira holística, o leitor poderá retornar aos processos metodológicos e consultá-las em sua integralidade, de modo que a análise a seguir mostra um breve resumo da questão e seus respectivos resultados. A **primeira questão** da atividade 1 do encontro 1 apresentou o seguinte contexto aos alunos: “Os dados são muito usados em jogos de tabuleiro. Cada uma das 6 faces de um dado como mostrado a seguir tem pontinhos que representam números de 1 a 6. Observe o lançamento de dado que Ana fez”:

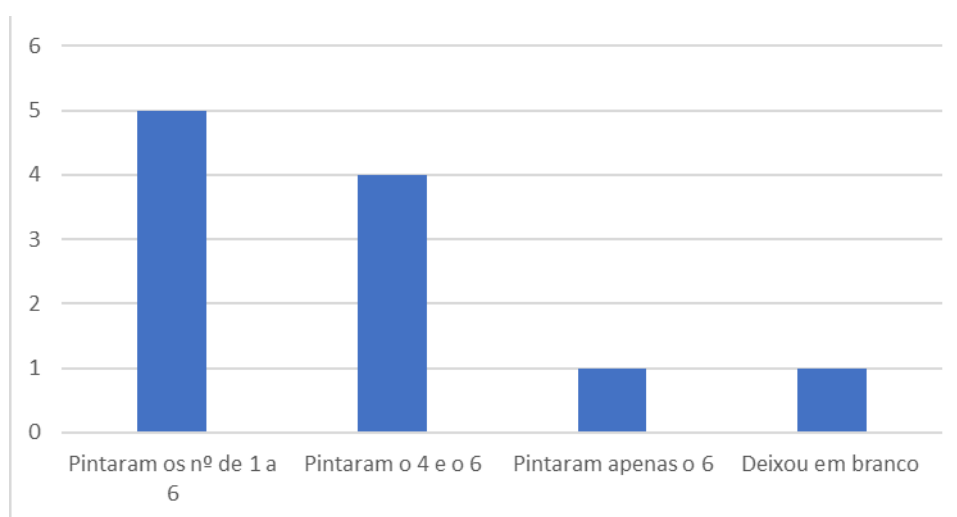


Após essa contextualização é pedido para o aluno pintar os quadrinhos (enumerados de 1 a 6) do jogo com a quantidade de casas que ela deveria andar:



A resposta esperada era que os alunos pintassem todos os números, para representar a movimentação no jogo de tabuleiro em relação ao número obtido no lançamento do dado. Evidenciamos nas respostas obtidas na Figura 54 que apenas cinco alunos responderam corretamente ao questionamento, pintando todas as opções (1 a 6); 4 alunos pintaram apenas o quadradinho número 6, evidenciando a falta de compreensão de analisar que as outras casinhas também seriam contempladas; um aluno pintou os quadradinhos (4) e (6) de maneira equivocada e um aluno deixou a questão em branco. Abaixo, temos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 54- Gráfico da pergunta 1 da atividade 1 do encontro 1



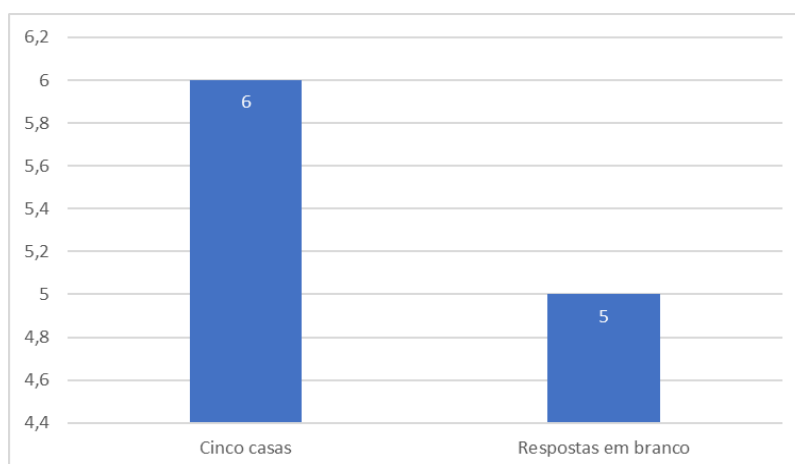
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Percebemos que maioria da turma teve dificuldade na interpretação do problema, apesar de demonstrar entender o conceito de probabilidade, enquadrando as respostas “pintaram o 4 e o 6” e “pintaram apenas o 6” como **E-EI**. Além disso, 5 alunos compreenderam o enunciado e acertaram a questão, mostrando aspectos da categoria **C-DC**. Por fim, um aluno demonstrou falha no aprendizado do conteúdo em estudo ou não quis responder ao questionamento, enquadrando-se na categoria **E-DL**.

Já na **pergunta 2** desta mesma atividade o personagem Lucas joga o dado e a face voltada para cima é o número 5, daí é questionado ao aluno quantas casas do jogo de tabuleiro Lucas deveria andar ao observar a face desse dado após o lançamento. Como resposta para esse questionamento esperava-se que o aluno compreendesse que Lucas andaria cinco casas no tabuleiro. Nesse sentido, obtivemos

6 respostas corretas e 5 respostas em branco, em que as corretas se enquadraram na categoria **C-DC** e as em branco na categoria **AR - EB**, pois não houve resposta (ver Figura 55):

Figura 55- Pergunta 2 da atividade 1 do encontro 1



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em continuidade, na **pergunta 3**, é feito o seguinte questionamento “dos números abaixo (Figura 54), circule aqueles que são impossíveis de sair quando jogamos um dado de seis faces:”

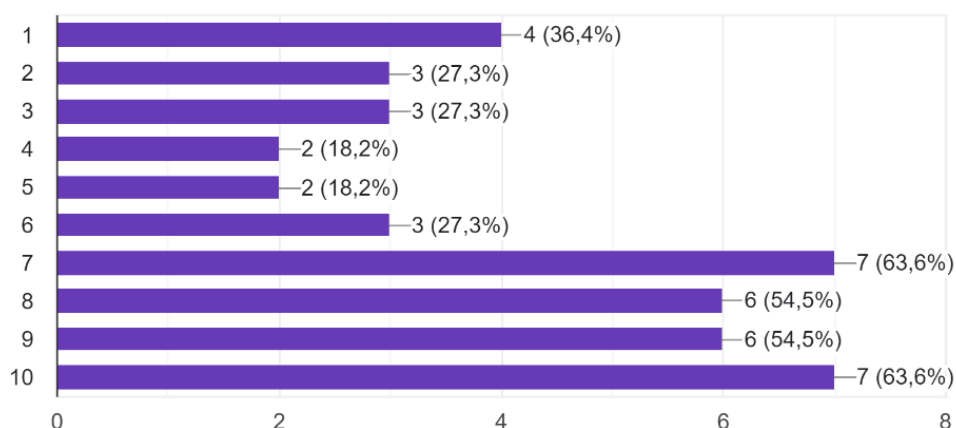
Figura 56- números para serem circulados da pergunta 3

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para essa resposta era esperado que os alunos circulassem os números 7, 8, 9 e 10, já que em um dado de seis faces há apenas números de um a seis. As respostas obtidas podem ser observadas na Figura 57:

Figura 57- Gráfico da pergunta 3 da atividade 1 do encontro 1

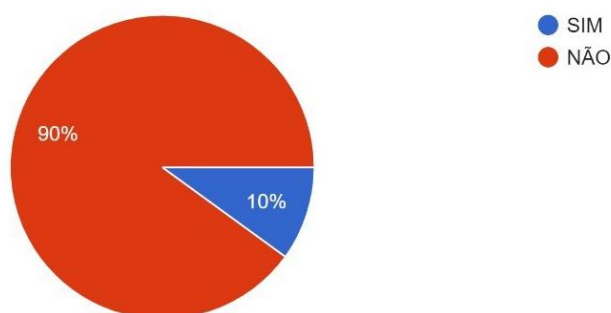


Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

É válido salientar que cada aluno poderia circular mais de um número, por isso a quantidade de cada número circulado pode variar. Com isso, constatamos pela análise do gráfico gerado que mais da metade dos alunos compreenderam o que se pede na questão e circularam corretamente as opções de (7) a (10) como impossíveis de se obter ao jogar um dado, sendo categorizados na resposta correta por Domínio Conceitual **(C-DC)**. Em contrapartida, pode-se notar que alguns alunos marcaram números de (1) a (6) como sendo impossíveis de se obter num lançamento de um dado de seis faces, errando o questionamento. Além disso, percebemos que alguns alunos marcaram os números de 1 a 6 por não ter interpretado corretamente o que foi pedido, podendo ter pensado que seriam os números que teriam possibilidade sair no lançamento desse dado e nesses casos apresentam aspectos da categoria **E-EC e E-EI**.

Já na **pergunta 4** é questionado aos alunos se a personagem Ana vai tirar 6 no dado **com certeza** na próxima rodada e obtivemos as respostas apresentadas na Figura 58:

Figura 58- Gráfico da pergunta 4 da atividade 1 do encontro 1

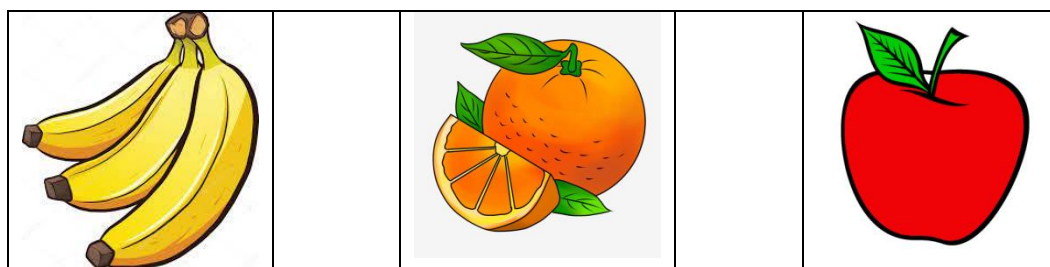


Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para a pergunta 4, dos onze alunos presentes, um deixou em branco e dez responderam à pergunta. Destes, 9 alunos responderam corretamente o questionamento, informando que não tinha como ter certeza de Ana conseguir o número 6 no lançamento do dado e apenas um aluno respondeu o questionamento de forma incorreta. Assim, nove alunos demonstraram entendimento do conteúdo, se categorizando como **C-DC**, um demonstrou falha na interpretação da questão ou entendimento da probabilidade, enquadrando-se como **E-EI** e um deixou em branco (**AR – EB**).

Em prosseguimento, na **pergunta 5** há a seguinte indagação “Ana fez uma vitamina de frutas com maçãs e laranjas. Marque com um X as frutas que Ana com certeza colocou na vitamina de frutas (ver Figura 59)”.

Figura 59- frutas do enunciado da pergunta 5 (encontro 1)



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

A resposta esperada para essa pergunta era a marcação do “X” na maçã e na laranja, já que banana não foi citada no enunciado. Com isso, observamos na Figura 60 que dos 11 alunos que responderam à questão, 10 acertaram, marcando as opções da maçã e laranja, enquanto somente 1 aluno errou, marcando a opção da banana

como única fruta utilizada na vitamina, enquanto seria a única fruta não utilizada na vitamina dentre as três frutas da imagem. Isso mostra que os alunos já estão começando a entender melhor as ideias de certeza e acaso, fortalecendo o domínio conceitual acerca da probabilidade. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 60- Gráfico da pergunta 5 da atividade 1 do encontro 1

5. Ana fez uma vitamina de frutas com maçãs e laranjas. Marque com um X as frutas que Ana com certeza colocou na vitamina de frutas:

11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

A **pergunta 6** da atividade 1 do encontro 1 foi uma questão de múltipla escolha com o seguinte enunciado: “Carla preparou três taças de sorvete: uma com sorvete de creme, uma com sorvete de chocolate e outra com sorvete de morango. A filha dela pegou uma das taças , ao acaso, sem ver o sabor do sorvete.” Após essa contextualização a questão solicita que os alunos marquem com um X a frase correta sobre o sorvete da taça que a filha de Carla pegou, que seria:

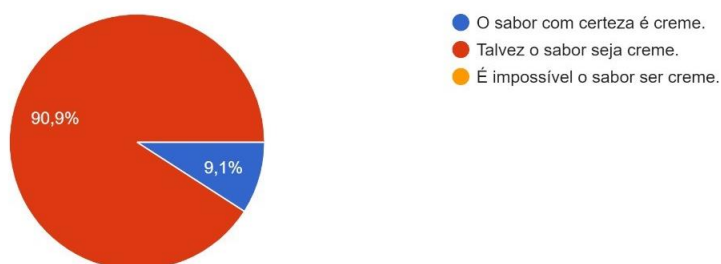
- () O sabor com certeza é creme.
- () Talvez o sabor seja creme.
- () É impossível o sabor ser creme.

Na Figura 61, conseguimos notar que se obteve 90,9% de acertos e 9,1% de erros, isto é, 10 alunos acertaram e 1 errou o questionamento. Com essas respostas podemos observar que mesmo existindo alunos que ainda apresentam dificuldades em reconhecer algum evento certo, aleatório ou impossível, há a presença da construção de conceitos mais concretos ao longo das perguntas. Neste caso, as respostas corretas

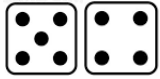
se enquadraram nas categorias **C-AI** e **C-DC**, enquanto a resposta incorreta foi caracterizada como **E-EC**. O gráfico está logo abaixo:

Figura 61- Gráfico da pergunta 6 da atividade 1 do encontro 1

11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Por conseguinte, **a pergunta 7** contém dois itens (a) e (b) com o enunciado da seguinte forma: “Daniel e Rui estão brincando com dois dados. Daniel tirou . Rui tirou .

 Logo após essa contextualização, é pedido para que o estudante complete duas sentenças:

- Rui tirou 3 e 6, que adicionados resultam em pontos.
- Daniel tiroupontos ao todo.

A resposta esperada para o item (a) seria 9 pontos, já que $3+6=9$ e a resposta esperada para o item (b) seria 9 pontos também, já que $5+4=9$. Para essa pergunta obtivemos unanimidade de respostas corretas, em que todos os 11 alunos responderam o que era esperado para os itens (a) e (b), enquadrando-se na categoria **C-DC**.

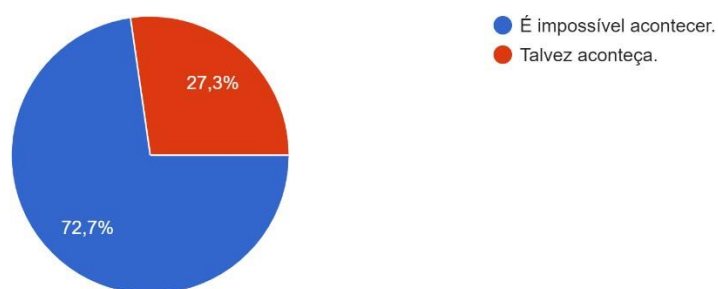
Para a pergunta 8 temos uma questão objetiva, em que os alunos deveriam escolher a alternativa (a) ou (b) para responder o enunciado a seguir: “na próxima jogada, Rui disse que vai fazer 13 pontos jogando os dois dados. Em relação a isso, podemos afirmar que” a) É impossível acontecer b) Talvez aconteça.

A resposta esperada para essa pergunta é a alternativa (a), visto que Rui está utilizando dois dados de seis faces e a maior soma que pode ser obtida ao lançar os dois dados seria $6+6=12$. Observemos as respostas obtidas na Figura 62:

Figura 62- Gráfico da pergunta 8 da atividade 1 do encontro 1

8. Na próxima jogada, Rui disse que vai fazer 13 pontos jogando os dois dados. Em relação a isso, podemos afirmar:

11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Podemos notar que 72,7% dos alunos acertaram a questão ao interpretar que é impossível afirmar que a soma das faces de dois dados poderá resultar em 13 pontos **(C-DC)**, enquanto 27,3% não conseguiram chegar a essa conclusão e erraram a questão **(E-EM)**.

Já na **questão 9** é apresentada uma roleta (Figura 63) dividida em 6 partes iguais com 3 cores diferentes com o seguinte enunciado: “Girando o ponteiro desta roleta, em qual cor há maior chance de o ponteiro parar? Por quê?”

Figura 63- Gráfico da Roleta da questão 9 (Encontro 1)



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para essa questão é esperado que o aluno perceba que há mais setores na cor verde no que as demais cores, havendo assim uma possibilidade maior de o ponteiro

parar em um setor da cor verde. No quadro 50 podemos observar algumas respostas escritas pelos alunos:

Quadro 50 - Pergunta 9 da atividade 1 do encontro 1

Repostas dos alunos à questão 9: Girando o ponteiro desta roleta, em qual cor há maior chance de o ponteiro parar? Por quê?
A1: Verde, porque tem mais. A2: Verde, pois se está girando, ele talvez pare no verde. A3: Porque tem mais verde. O verde. A4: Verde, porque tem mais verdes. A5: Verde porque tem mais. A6: Verde. A7: Verde porque está em maior quantidade. A8: Porque tem mais verdes, o verde. A9: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A10: Verde, porque tem mais dele e as chances são maiores. A11: Verde, porque é a maior.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

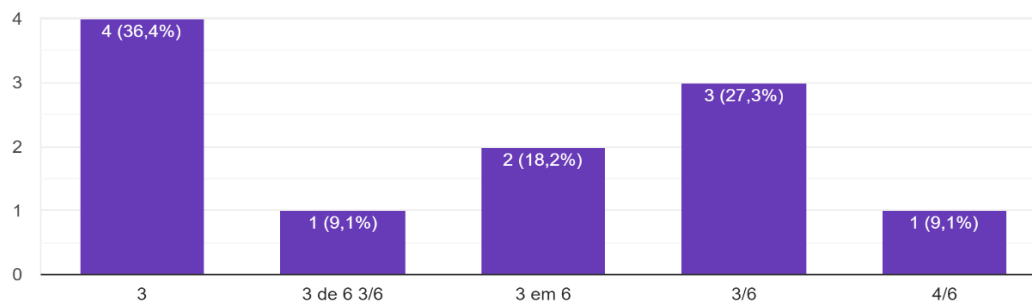
Para a pergunta 9, obteve-se 10 repostas consideradas corretas, porém com diferenças nas classificações de categorias, sendo: uma resposta categorizada como **C-AA** por estar correta, porém com total ausência de argumentação (A6), uma resposta categorizada como **AR - EB** (A9) e 9 respostas (A1, A2, A3, A4, A5, A7, A8, A10, A11) classificadas nas categorias **C-DC** e **C-AI**, pois houve constatação de domínio conceitual na argumentação intuitiva.

Em prosseguimento, temos a seguinte contextualização para a **questão 10**: “Em casos como o da atividade 9, é possível registrar a medida da chance, que é chamada probabilidade. A probabilidade de o ponteiro parar no marrom é 2 em 6, isto é, $2/6$ ”. Após essa contextualização, são apresentados 3 itens, o item (a) questiona qual é a Probabilidade de o ponteiro parar no verde, o item (b) pergunta qual é a Probabilidade de parar no vermelho e o item (c) pergunta ao estudante qual é a Probabilidade de não parar no vermelho. Para o item (a), a resposta esperada seria $3/6$ ou 3 cores verdes em um total de seis setores e obtivemos as respostas apresentadas na Figura 64:

Figura 64- Gráfico da pergunta 10 (a) da atividade 1 do encontro 1

a) Qual é a probabilidade de o ponteiro parar no verde? _____

11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

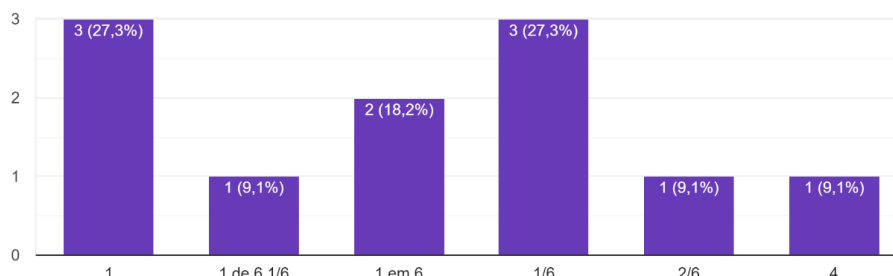
Pode-se notar que, como a questão é aberta, há uma variação natural da forma de se escrever a resposta, porém, consideram-se corretas 6 das 11 respostas, totalizando 54,6%, categorizando-se como **C-AA**; 4 respostas, que representam 36,4% foram categorizadas como **E-EC** pois apresentaram falha no conceito da questão, faltando compreender que existem 3 possibilidades de um total de 6.

Além disso, um aluno (9,1%) colocou que seriam 4 chances em 6, tendo a resposta categorizada como **E-EM** por haver uma demonstração de compreensão do espaço amostral, porém falha em procedimento matemático para obtenção da resposta correta. Em continuidade, para o item (b) é esperado que o aluno observe que há apenas 1 cor vermelha em um total de 6 setores disponíveis, portanto, $1/6$. A Figura 65 apresenta as respostas obtidas:

Figura 65- Gráfico da pergunta 10 (b) da atividade 1 do encontro 1

b) Qual é a probabilidade de parar no vermelho? _____

11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

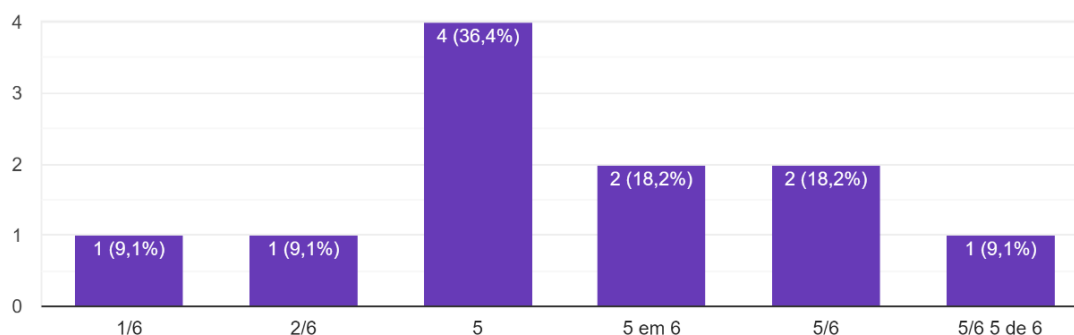
Notemos que há a mesma variação natural na forma de se escrever a solução, porém, das 11 respostas, apenas 6 foram corretas totalizando 54,6%, categorizando-se como **C-AA**; 1 aluno respondeu que seria $2/6$, apresentando um **E-EM**. Um outro aluno informou que a resposta seria 4, categorizando com **E-EC**, já que ele aparentemente não compreendeu o que estava realizando para solucionar o questionamento. Por fim, 3 estudantes informaram que a resposta correta seria “1”, apresentando aspectos da categoria **E-EM** por haver uma demonstração de compreensão do espaço amostral, porém falha em procedimento matemático para obtenção da resposta correta.

Para o item (c), esperava-se que o aluno respondesse que existiam 5 possibilidades de cores que não eram vermelhas de um total de 6 repartições. A Figura 66 mostra que 5 das 11 respostas foram consideradas corretas, totalizando 45,5%, enquadrando-se como **C-AA**; 4 respostas, que representam 36,4% foram categorizadas como **E-EC** pois apresentaram falha no conceito da questão, apesar de ter tido a percepção de que seriam 5 cores que contemplariam o que foi pedido e 2 respostas foram categorizadas como **E-EM** por haver uma demonstração de compreensão do espaço amostral, porém falha em procedimento matemático para obtenção da resposta correta. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 66- Gráfico da pergunta 10 (c) da atividade 1 do encontro 1

c) E qual é a probabilidade de não parar no vermelho? _____

11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Ademais, na **pergunta 11** é pedido o seguinte: “As letras da palavra MATEMÁTICA foram escritas separadamente em 10 cartões. Um desses cartões será sorteado. Escreva a resposta em forma de fração como você fez na questão 10”.

Figura 67- Palavra embaralhada da pergunta 11



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

A pergunta 11 possui 5 itens, onde o item (a) questiona sobre qual é a probabilidade de sair a letra E, o item (b) questiona para quais letras a Probabilidade de sair é $2/10$, já no item (c) é perguntado qual é a Probabilidade de sair uma vogal, o item (d) pergunta se a Probabilidade de sair a letra **M** é maior ou menor do que a de sair a letra **I** e por fim, o item (e) pergunta qual probabilidade é maior: a de sair uma consoante ou a de sair uma vogal. Dado esse pano de fundo, iniciemos a análise da décima primeira pergunta, observando que no item (a) a resposta esperada seria uma (letra E) em um total de 10 letras, isto é, $1/10$.

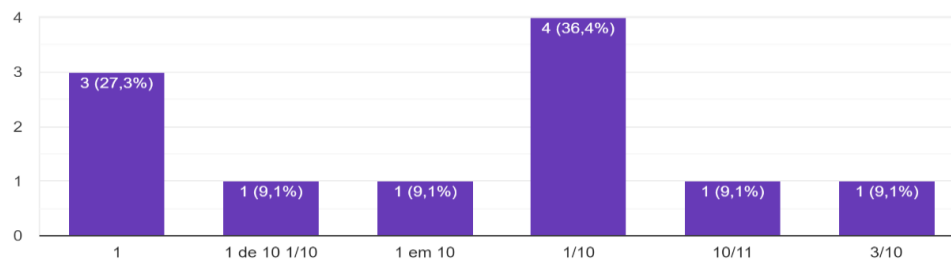
Com isso, a Figura 68 mostra que 6 repostas foram corretas e enquadram-se na categoria **C-AA**, representando 54,6% da turma, além disso, 4 respostas (alunos que responderam $10/11$ e $3/10$), que representam 36,4% foram categorizadas como **E-EC**, pois apresentaram falha no conceito da questão. Por fim, uma resposta, que representou 9,1%, foi categorizada como **E-EM** por haver uma demonstração de compreensão do espaço amostral, porém falha em procedimento matemático para obtenção da resposta correta. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 68- Gráfico da pergunta 11 (a) da atividade 1 do encontro 1

11. As letras da palavra MATEMÁTICA foram escritas separadamente em 10 cartões. Um desses cartões será sorteado. Escreva a resposta em forma de fração como você fez na questão 10.

a) Qual é a probabilidade de sair a letra E?

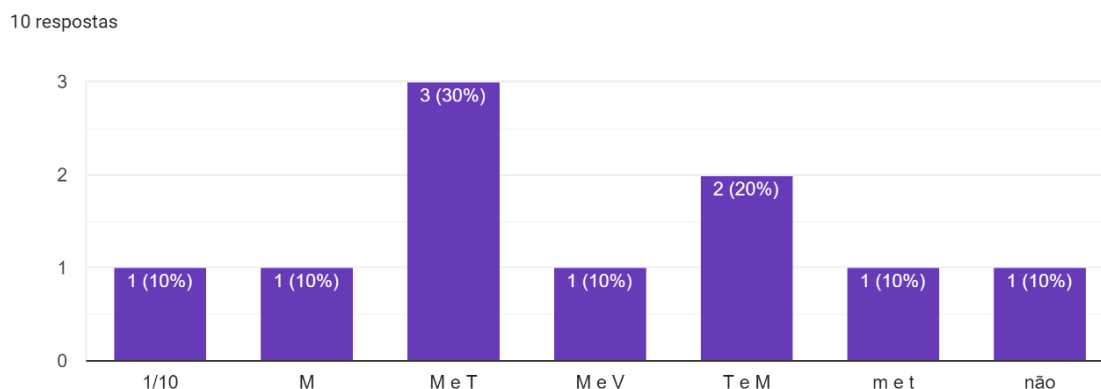
11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em prosseguimento, o item (b) da questão 11 tem como resposta as letras M e T, já que são as únicas que aparecem duas vezes em um total de 10 letras. Observemos as respostas obtidas na Figura 69:

Figura 69- Gráfico da pergunta 11 (b) da atividade 1 do encontro 1



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

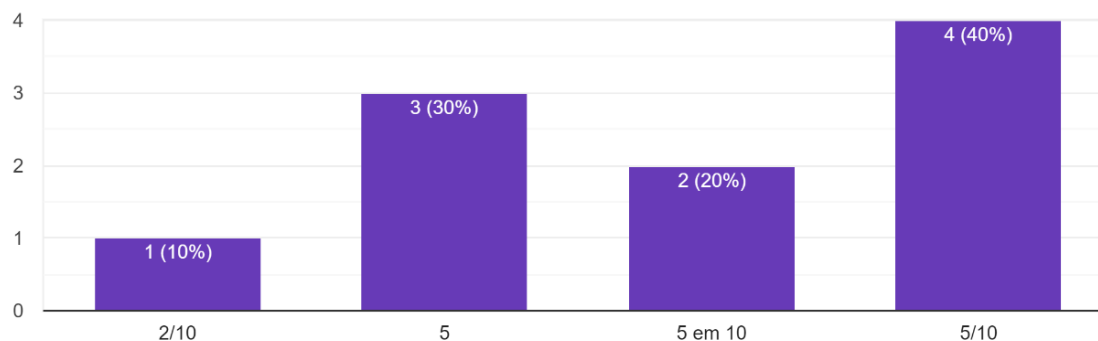
Constatamos que dos onze alunos, 10 responderam à pergunta e um deixou em branco. Além disso, 6 respostas foram corretas e enquadram-se na categoria **C-AA** representando 60% dos que responderam da turma; 2 respostas que representam 20% foram categorizadas como **E-EC** (os alunos que responderam: **M e V/ apenas M**), pois apresentaram falha no conceito da questão. Ademais, um aluno respondeu que seria **(1/10)** a solução do que foi pedido, sendo categorizado como **E-EM** por haver uma demonstração de compreensão do espaço amostral, porém falha em procedimento matemático para obtenção da resposta correta. Por fim, duas respostas foram enquadradas como **AR (EB/NS)**, já que houve resposta deixada em branco ou respondida com um “não”.

Para o item (c) da pergunta 11, temos que a resposta correta seria 5/10 ou 5 em 10, já que a palavra MATEMÁTICA possui 5 vogais, mesmo que repetidas alguma delas. Com isso, a Figura 70 mostra as respostas obtidas para o item (c):

Figura 70 - Gráfico da pergunta 11 (c) da atividade 1 do encontro 1

c) Qual é a probabilidade de sair uma vogal? _____

10 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

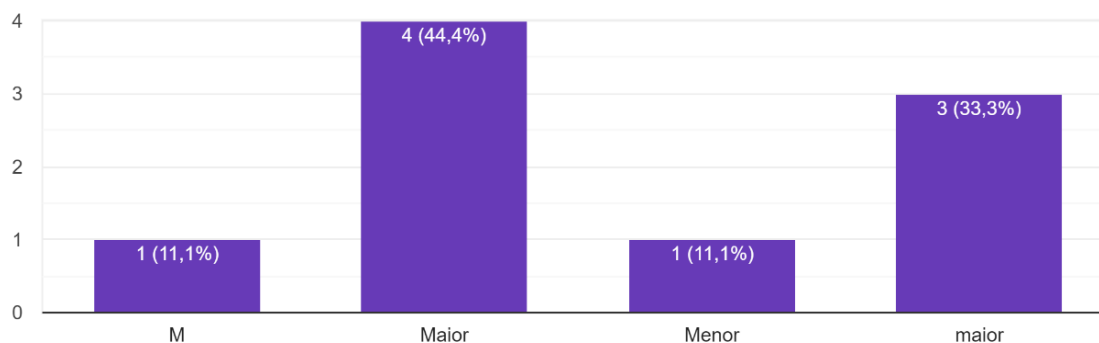
Notamos que um aluno deixou o item em branco **AR (EB)** e 10 responderam a questão, onde 6 repostas foram corretas e enquadraram-se na categoria **C-AA** representando 60% dos que responderam da turma. Além disso, 3 respostas foram categorizadas como **E-EC** pois apresentaram falha no conceito da questão (as que responderam “5”) e uma resposta “2/10” foi categorizada como **E-EM** por haver uma demonstração de compreensão do espaço amostral, porém falha em procedimento matemático para obtenção da resposta correta.

Em continuidade, no item (d), é perguntado se a chance de sair a letra **M** é maior ou menor do que sair a letra **I**, ao observarmos a palavra MATEMÁTICA, percebemos que a letra M aparece duas vezes e a letra I aparece apenas uma vez. Logo, há mais chances de sair a letra M, pois para ela a Probabilidade é de (2/10 ou duas chances em dez), enquanto a letra I é de (1/10 ou uma chance em dez). Passemos para a análise das respostas obtidas apresentadas na Figura 71:

Figura 71- Gráfico da pergunta 11 (d) da atividade 1 do encontro 1

d) A probabilidade de sair a letra M é maior ou menor do que a de sair a letra I? _____

9 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

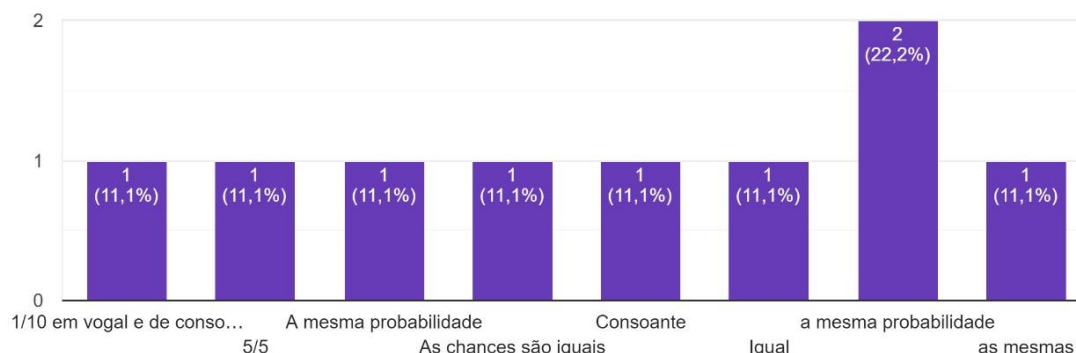
Obteve-se para a pergunta 11 (d), um total de 9 respostas com alguma solução, enquanto 2 respostas estavam em branco. A partir disso, notamos que um total de 7 respostas estavam corretas, representando 77,7% e sendo categorizadas como **C-AA** por não haver argumentação. Ademais, uma resposta foi encaixada na categoria **E-EC** por ser constatado erro no conceito (o aluno que respondeu “menor”) e três respostas foram categorizadas como **E-DL** por não fornecer relação com probabilidade ou argumentação, além de duas dessas três terem ficado em branco sendo categorizada como **AR (EB)**.

Já no último item da pergunta 11 foi questionado qual a probabilidade seria maior, de sair uma consoante ou a de sair uma vogal na palavra MATEMÁTICA. Neste caso, como há 5 consoantes e 5 vogais, a probabilidade de sair uma vogal ou uma consoante é a mesma. Dessa forma, observemos as respostas da pergunta 11 na Figura 72:

Figura 72- Gráfico da pergunta 11 (e) da atividade 1 do encontro 1

e) Qual probabilidade é maior: a de sair uma consoante ou a de sair uma vogal? _____

9 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para a pergunta 11 (e) obtivemos um total de 9 respostas preenchidas e 2 em branco categorizadas por **AR (EB)**, onde 6 respostas foram corretas, representando 66,6% dos que responderam a pergunta e sendo categorizadas como **C- AA** por não haver argumentação. Além disso, 3 respostas foram enquadradas na categoria **E- EC** por ser constatado erro conceitual, representando um total de 33,3% dos alunos que responderam à questão.

Em continuidade, a **pergunta 12** tem o seguinte enunciado: “Como já dissemos antes, a medida da chance, chamada probabilidade, muitas vezes pode ser indicada por uma fração. Se você retirasse, sem olhar, 1 bola do vidro abaixo, então a chance maior seria a de pegar uma bola vermelha ou uma bola azul? Por quê?”

Figura 73 - Vidro com as bolinhas da questão 12



Fonte: https://www.turbosquid.com/pt_br/3d-models/3d-model-vase-sweets-1264886

Observamos que as bolinhas vermelhas estão em maior quantidade e por isso é mais provável que se pegue uma bolinha vermelha ao acaso. Com isso, o quadro 51 mostra as respostas fornecidas pelos alunos participantes:

Quadro 51 - Pergunta 12 da atividade 1 do encontro 1

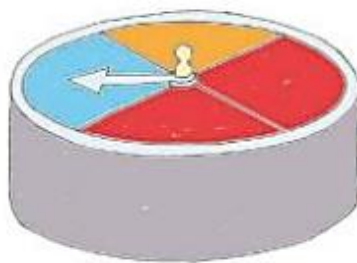
Respostas dos alunos à questão 12: Como já dissemos antes, a medida da chance, chamada probabilidade, muitas vezes pode ser indicada por uma fração. Se você retirasse, sem olhar, 1 bola do vidro abaixo, então a chance maior seria a de pegar uma bola vermelha ou uma bola azul? Por quê?
A1: Vermelho. A2: Vermelha, porque tem mais. A3: A bola azul, pois a azul está mais em cima do que a vermelha. A4: Vermelha, porque tem mais. A5: Vermelho, porque a quantidade é maior. 3/5. A6: Vermelha, porque tem mais. A7: Vermelho. A8: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A9: Vermelho, pois tem 3/5 de chance. A10: Maior probabilidade de ser vermelha porque está em maior quantidade. Já as azuis estão em minoria. A11: Vermelho, porque tem mais dela e a probabilidade é maior.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Das 11 respostas obtidas, 9 estudantes responderam à questão corretamente. Dentre eles, os alunos (A1, A7) não apresentaram vestígios de argumentação, sendo classificadas na categoria **C-AA**, já os outros 7 alunos dos 9 que acertaram o questionamento (A2, A4, A5, A6, A9, A10, A11) se enquadraram nas categorias **C-DC** e **C-AI**. Além disso, o aluno A3 apresentou uma falta de compreensão acerca da probabilidade, encaixando sua resposta na categoria **E-EC**. Por fim, o aluno A8 apresentou sua resposta em branco se enquadrando na categoria **A (EB)**. Ao final da pergunta 12 é solicitado que o aluno indique com uma fração a probabilidade de retirar 1 bola azul do vidro da Figura 71, onde a resposta correta é 2 em 5 ou $2/5$, já que existem 2 bolas azuis em um total de 5 bolas dentro do vidro. Nessa pergunta, 2 alunos deixaram em branco (**A - EB**) e 9 alunos responderam corretamente à questão, se enquadrando na categoria **C-AA**, mostrando que mesmo sem a argumentação tão presente os alunos vêm desenvolvendo de modo mais consciente alguns conceitos probabilísticos.

Já a **pergunta 13** contém 5 itens, onde é apresentada uma roleta repartida em 4 setores iguais (Figura 74), sendo 2 deles vermelhos, um azul e um laranja.

Figura 74- Roleta do enunciado da questão 13



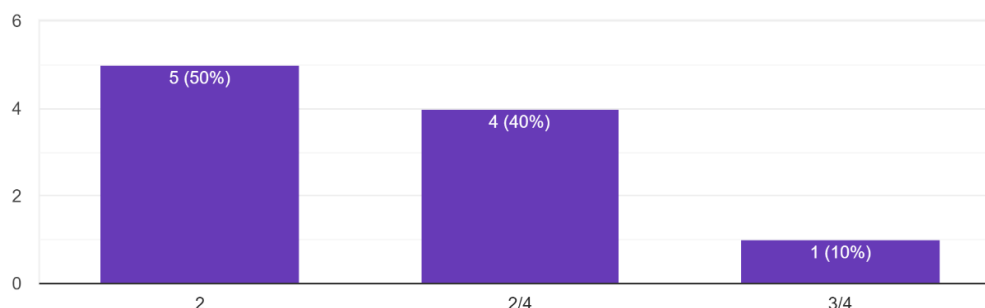
Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022)

A partir desse contexto, é pedido que o aluno responda o seguinte questionamento utilizando fração: “girando bem forte a seta da roleta, qual é a probabilidade de a roleta parar na cor” (a) vermelha, (b) laranja, (c) azul, (d) verde e (e) “qual a Probabilidade de a seta NÃO parar no azul”? Para o item (a) a resposta esperada seria $2/4$ ou $1/2$, já que temos duas cores vermelhas no total de 4 setores disponíveis. Já no item (b) a resposta esperada seria $1/4$. Para o item (c) a resposta correta seria $1/4$, pois temos apenas uma cor azul no total de quatro repartições. No item (d) a resposta esperada seria $0/4$ ou 0, já que é impossível nessa roleta obtermos a cor verde. Quanto ao item (e) a resposta seria $3/4$, já que temos 3 cores sem ser a azul dentro de quatro possibilidades. Além disso, na Figura 73 podemos analisar as respostas obtidas:

Figura 75- Gráfico da pergunta 13 (a) da atividade 1 do encontro

a) Vermelha:____

10 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

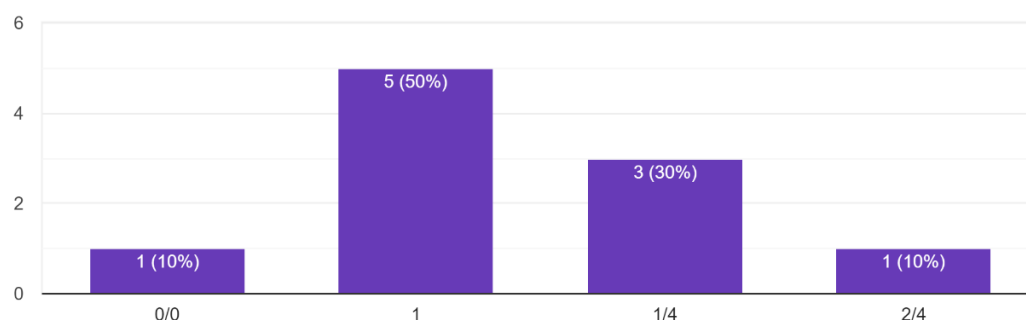
Para o item (a), obtivemos 10 respostas preenchidas e uma resposta em branco, onde 4 estão corretas e foram classificadas como categoria **C-DC**, representando 40% do total que foi respondido. Além disso, 6 respostas estão incorretas, sendo 5 delas

classificadas como **E-EC** por demonstrar erro conceitual e 1 delas classificada como **E-EM** por demonstrar erro nos processos matemáticos. Por fim, a resposta em branco é classificada como **A - EB**.

Em prosseguimento, no item 13 (b) percebemos na Figura 76 que 10 alunos responderam à pergunta e um deixou em branco. Com isso, das 10 respostas preenchidas, 3 estão corretas e foram classificadas como categoria **C-DC**, representando 30% do total preenchido; 7 estão incorretas, sendo 5 delas classificadas como **E-EC** por demonstrar erro conceitual (os que responderam “1”) e 2 delas classificadas como **E-EM** por demonstrar erro nos processos matemáticos (os que responderam $2/4$ e $0/0$). Por fim, a resposta em branco foi classificada como **A - EB** por não apresentar nenhuma relação com a probabilidade e a argumentação. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 76 - Gráfico da pergunta 13 (b) da atividade 1 do encontro 1

b) Laranja:____
10 respostas

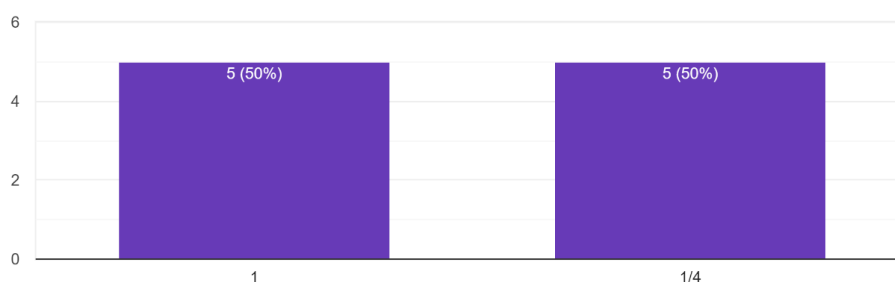


Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Já na pergunta 13 (c) também obtivemos 10 respostas preenchidas e uma em branco (**A-EB**). Com isso, observamos na Figura 75 que das 10 respostas preenchidas, 5 estão corretas e foram classificadas como categoria **C-DC**, representando 50% do total respondido e 5 estão incorretas, sendo classificadas como **E-EC** por demonstrar erro conceitual, representando 50% do total das respostas. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 77- Gráfico da pergunta 13 (c) da atividade 1 do encontro 1

c) Azul: _____
10 respostas

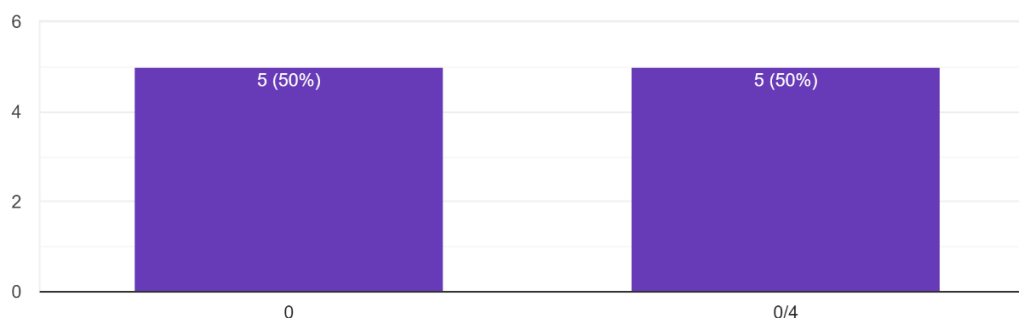


Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em continuidade, a Figura 77 mostra as respostas da questão 13 (d), onde observamos que todas as respostas dadas foram consideradas corretas e classificadas como **C- DC**, pois foi demonstrado o domínio do conceito probabilístico:

Figura 78- Gráfico da pergunta 13 (d) da atividade 1 do encontro 1

d) Verde: _____
10 respostas



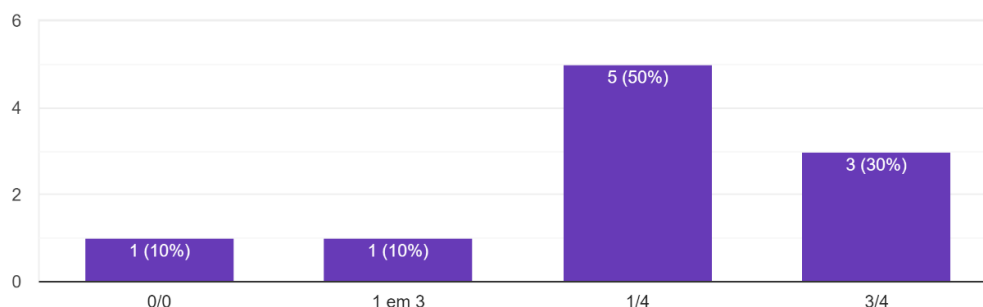
Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022)

O último item da pergunta 13 (d) pode ser observado na Figura 78 abaixo, onde das 10 respostas dadas, 3 estão corretas e foram classificadas como categoria **C-DC**, representando 30% do total e 7 estão incorretas, sendo 2 delas classificadas como **E-EC** por demonstrar erro conceitual (os que responderam 0/0 e 1/3) e 5 delas classificadas como **E-EM** por demonstrar erro nos processos matemáticos (os que responderam 1/4). Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 79- Gráfico da pergunta 13 (e) da atividade 1 do encontro 1

e) Qual é a probabilidade de a seta NÃO parar no azul?_____

10 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em continuidade, a **pergunta 14** exige a escrita do aluno para responder a seguinte indagação: “Um jogo muito conhecido é o “par ou ímpar”. Para jogar, é preciso 2 jogadores, que indicam com os dedos de 1 mão, ao mesmo tempo, números que serão somados. O vencedor é aquele que acertar, antecipadamente, se a soma será par ou ímpar. Nesse jogo, quem tem maior probabilidade de ganhar: quem escolheu par ou quem escolheu ímpar? Explique a sua resposta.” Observemos o quadro 52:

Quadro 52- Pergunta 14 da atividade 1 do encontro 1

Respostas dos alunos à questão 14: Um jogo muito conhecido é o “par ou ímpar”. Para jogar, é preciso 2 jogadores, que indicam com os dedos de 1 mão, ao mesmo tempo, números que serão somados. O vencedor é aquele que acertar, antecipadamente, se a soma será par ou ímpar. Nesse jogo, quem tem maior probabilidade de ganhar: quem escolheu par ou quem escolheu ímpar? Explique a sua resposta.

A1: Tem a mesma probabilidade.
 A2: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.
 A3: O par, porque o par tem mais números do que o ímpar.
 A4: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.
 A5: Par.
 A6: Ímpar.
 A7: Mesma probabilidade.
 A8: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.
 A9: Tem a mesma probabilidade.
 A10: As chances são iguais.
 A11: Ímpar

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Neste caso, a escolha entre “par” ou “ímpar” não afeta diretamente a probabilidade de ganhar, uma vez que a soma final dos números escolhidos é a única que determina se o resultado é par ou ímpar. A escolha entre “par” ou “ímpar” não influencia as chances de vitória em si. A probabilidade de um número ser par ou ímpar

é 50/50, o que significa que, em teoria, ambos os jogadores têm a mesma probabilidade de ganhar, independentemente da escolha entre "par" ou "ímpar".

Isso ocorre porque a distribuição de números pares e ímpares é equilibrada, e não há nenhuma estratégia que possa ser empregada para influenciar as chances de vitória. Portanto, a resposta correta é que ambos os jogadores têm a mesma probabilidade de ganhar, independentemente de escolherem "par" ou "ímpar", pois essa escolha não afeta a probabilidade final do resultado ser par ou ímpar.

Com isso, observamos no quadro 51 que os três alunos (A2, A4, A8) deixaram em branco, enquadrando-se na categoria **A - EB**. Além disso, 4 alunos (A1, A7, A9, A10) responderam corretamente e foram classificadas como categoria **C- DC** por demonstrar domínio conceitual. Por fim, 4 respostas (A3, A5, A6, A11) estão incorretas, sendo classificadas como **E-EC e E-EI** por demonstrar erro conceitual e interpretativo.

Já a **pergunta 15** teve o seguinte enunciado: “os dados surgiram há muitos anos. Atualmente, o dado mais comum tem a forma de um cubo e tem, em cada face, um dos números: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6”. Nesse sentido, o aluno deveria responder os itens (a) e (b):

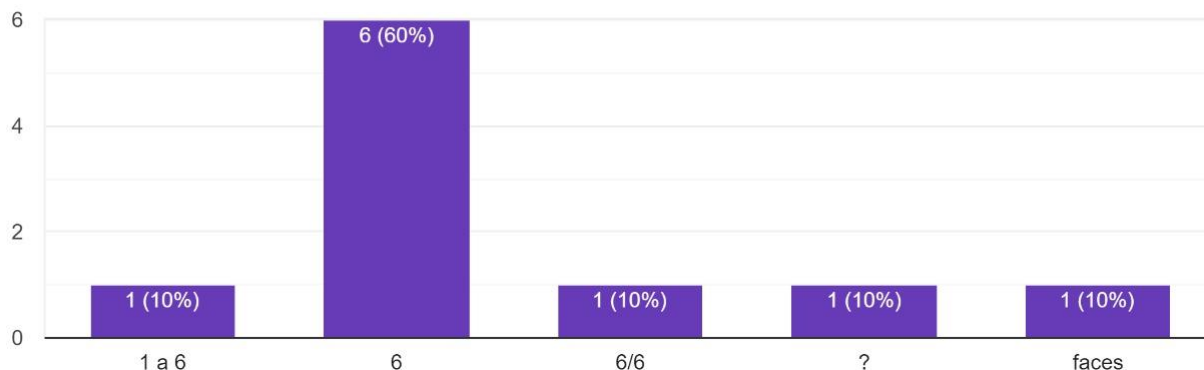
- a) Qual é o espaço amostral desse evento? _____
- b) Qual é a probabilidade de obter o número 5 na face voltada para cima (escreva a resposta em forma de fração)? _____

É válido ressaltar que a resposta correta para o item (a) seria o espaço amostral igual a: $\{1,2,3,4,5,6\}$ e para o item (b) seria $1/6$ ou uma em 6. Passemos à análise das respostas obtidas (ver Figura 80):

Figura 80 - Gráfico da pergunta 15 (a) da atividade 1 do encontro 1

a) Qual é o espaço amostral desse evento? _____

10 respostas



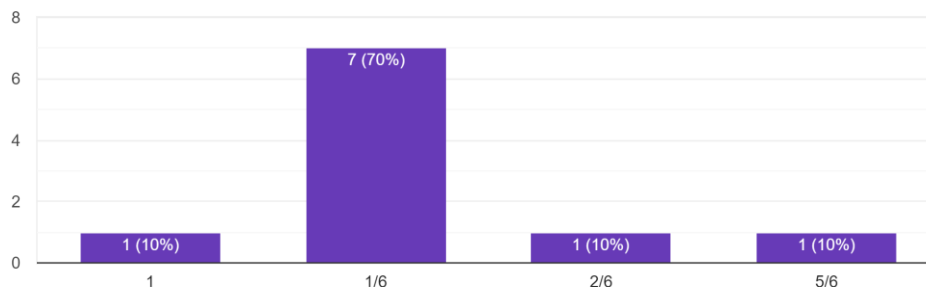
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Dos 11 participantes, um deixou em branco (**A - EB**) e os outros 10 responderam ao questionamento. Com isso, obtivemos 6 respostas corretas que foram classificadas na categoria **C-DC** por demonstrar domínio conceitual, representando 60% do total do que foi respondido e 4 estão incorretas, sendo 2 delas classificadas como **E-EC** por demonstrar erro conceitual e as outras 2 classificadas como **A - EB** por não apresentar resposta. Em continuidade, para o item (b) obtivemos as respostas apresentadas na Figura 81:

Figura 81- Gráfico 15 (b) da atividade 1 do encontro 1

b) Qual é a probabilidade de obter o número 5 na face voltada para cima (escreva a resposta em forma de fração)? _____

10 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Das respostas fornecidas pelos alunos, uma estava em branco (**A - EB**) e 10 foram preenchidas. Destas respondidas, 7 estão corretas e foram classificadas na

categoria **C-DC** por demonstrar domínio conceitual, representando 70% do total respondido. Além disso, 3 estão incorretas (os que responderam “1”, “2/6” e “5/6”), sendo classificadas como **E-EC** por demonstrar erro conceitual.

Em prosseguimento, a **questão 16** da atividade 1 do encontro 1 é subdividida em 3 itens que surgiram a partir do seguinte questionamento: “Observe o saquinho com bolas idênticas, apenas de cores diferentes. Considere que será retirada 1 bola desse saquinho, sem olhar”. A partir desse contexto o item (a) pergunta qual é a cor mais provável de ser sorteada, o item (b) pergunta qual é a cor menos provável de ser sorteada e o item (c) questiona qual cor seria impossível de ser sorteada:

Figura 82 - Saquinho de bolas da questão 16 do encontro 1



Fonte: <https://scrap-bits.com/collections/favor-treat-bags>

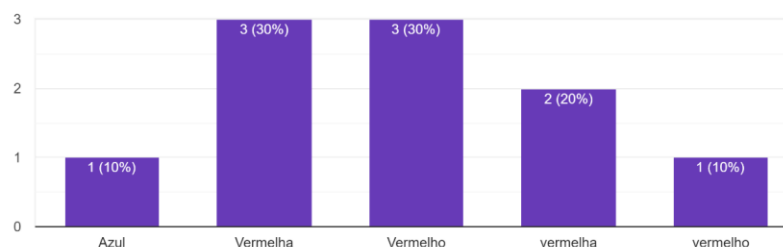
É importante frisar que a resposta correta para o item (a) seria a bolinha vermelha, já que existem mais bolinhas vermelhas do que verdes ou azuis. Já no item (b) a resposta seria a bolinha verde, pois há menos bolinhas vermelhas do que vermelhas ou azuis. Por fim, a resposta para o item (c) seria qualquer cor diferente de azul, vermelho ou verde. Veja as respostas obtidas no item 16 (a) na Figura 83:

Figura 83- Gráfico da pergunta 16 (a) da atividade 1 do encontro 1

16. Observe o saquinho com bolas idênticas, apenas de cores diferentes. Considere que será retirada 1 bola desse saquinho, sem olhar.

a) Qual é a cor mais provável de ser sorteada? _____

10 respostas



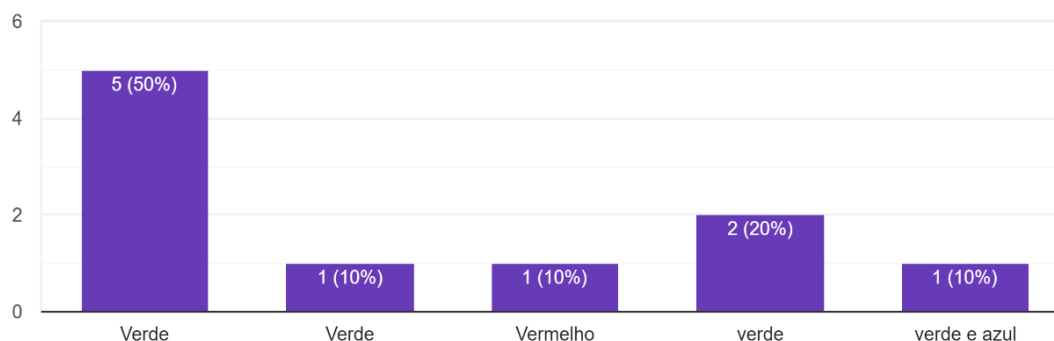
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Analisando o gráfico, percebemos que 10 perguntas foram preenchidas e uma foi deixada em branco (**A - EB**). Das dez respondidas, 9 estão corretas e foram classificadas como categoria **C-DC** por demonstrar domínio conceitual, representando 90% do total de respostas e 1 está incorreta, sendo classificada como **E-EC** por demonstrar erro conceitual. Já para o item (b), observamos na Figura 84 as seguintes respostas:

Figura 84 - Gráfico da pergunta 16 (b) da atividade 1 do encontro 1

b) Qual é a cor menos provável de ser sorteada? _____

10 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

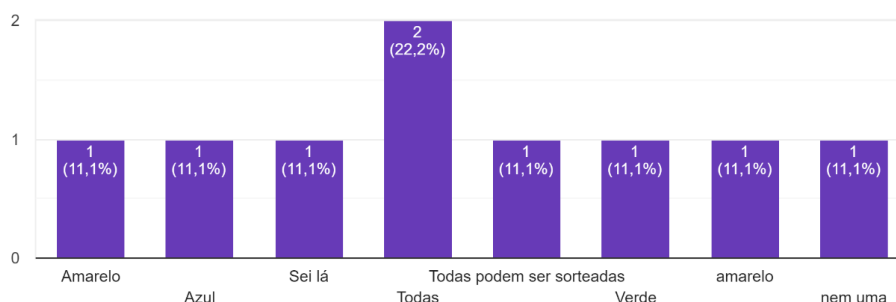
Observemos que 8 respostas estão corretas e foram classificadas como categoria **C-DC** por demonstrar domínio conceitual. A resposta “vermelho” está incorreta, sendo classificada como **E-EC** por apresentar erro conceitual. Já a resposta “verde e azul” mostra que o aluno não interpretou a situação corretamente, pois é

solicitada apenas a cor menos provável e não “as cores” no plural, em que classificamos como **E-EI**. Por fim, uma resposta estava em branco, sendo enquadrada como **A - EB**.

Além disso, no item (c) 9 alunos preencheram as respostas e 2 estavam em branco (**A - EB**). Das 9 respostas preenchidas, 2 estão corretas (amarelo) e foram classificadas na categoria **C-DC** por demonstrar domínio conceitual, 7 estão incorretas, sendo 6 delas classificadas como **E-EC** (os que preencheram: “azul, todas, todas podem ser sorteadas, verde e nenhuma”) por demonstrar erro conceitual. Já a resposta “sei lá” foi classificada como E-DL por não apresentar resposta. Observemos a Figura 83:

Figura 85 - Gráfico da 16 (c) da atividade 1 do encontro 1

c) Qual cor é impossível de ser sorteada? _____
9 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

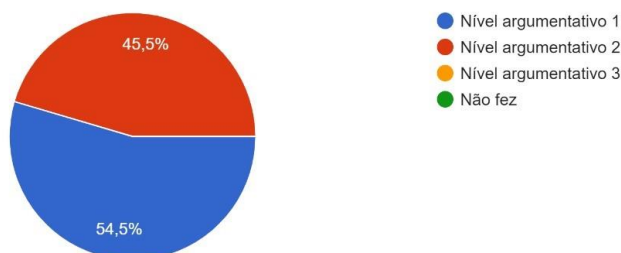
Deste modo, finalizamos a atividade 1 do encontro 1. No que se refere à **atividade 2 do encontro 1**, a análise foi feita através do cadastro em *Google Forms* da classificação dos níveis argumentativos atribuídos às repostas dos alunos. Essa estratégia foi utilizada para melhor visualização dos resultados obtidos, já que as respostas foram analisadas e enquadradas de acordo com o nível argumentativo apresentado para análise. A **pergunta 1** da atividade 2 diz o seguinte: “Peter Parker disse que as tampinhas vermelhas no *tampesca* sempre terão mais chances de serem pegadas, você concorda ou discorda de Peter?” Nessa atividade para a parte da afirmação “você concorda ou discorda” todos os alunos concordaram unanimemente. Este resultado mostra que os alunos participaram ativamente do jogo e constataram na prática que existiam mais tampinhas vermelhas do que as demais, fazendo com que

entendessem que haveria mais chances de que as tampinhas vermelhas fossem pegas. Na segunda parte da atividade que solicitava dados/ evidência e fundamentos, nota-se na Figura 86 que 54,5% dos alunos, aproximadamente a metade, obteve nível argumentativo 1 no quesito “dados/evidência/fundamentos”, enquanto 45,5% tiveram suas respostas classificadas como nível argumentativo 2. Esse fato indica que há uma tendência de transição da turma para o nível argumentativo 2, incrementando elementos argumentativos às suas respostas:

Figura 86- Gráfico da pergunta 2 da atividade 2 do encontro 1

Dados/Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.

11 respostas



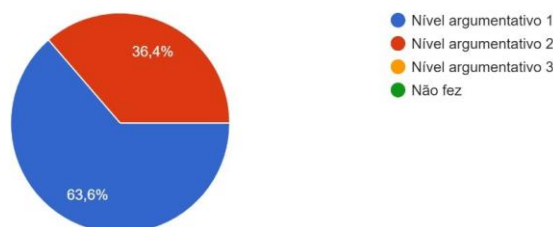
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Além disso, percebemos na Figura 85 que 63,6% dos alunos obtiveram nível argumentativo 1 no quesito “garantia”, enquanto 36,4% tiveram suas respostas classificadas como nível argumentativo 2. Diferentemente do item anterior, percebe-se que será necessária uma melhor evolução dos recursos de argumentação para que se possa aperfeiçoar o raciocínio que embasa uma boa garantia para o argumento fornecido. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 87- Gráfico da pergunta 3 da atividade 2 do encontro 1

Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.

11 respostas

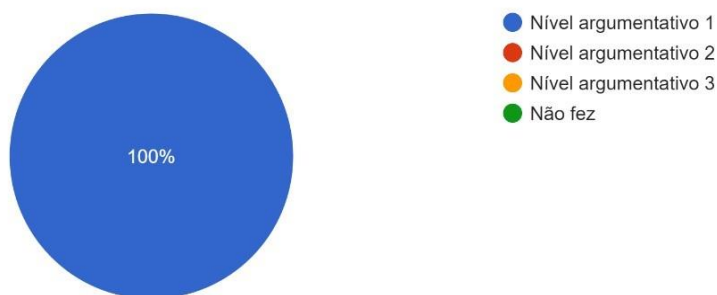


Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Além do mais, nota-se que no quesito conclusão, todos os alunos foram enquadrados no nível argumentativo 1, o que implica que a característica argumentativa no critério “conclusão” se mostra insatisfatória. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 88- Gráfico da pergunta 4 da atividade 2 do encontro 1

Conclusão Apresente a resposta final interligando todas as ideias.
11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

A seguir, na Figura 89, destacamos uma das respostas presentes nos cadernos impressos dos alunos que foram analisadas nessa etapa de classificação argumentativa:

Figura 89- Resposta de um aluno para a atividade 2 do encontro 1

Atividade 2 do Encontro 1:	
Nome: [nome redigido]	Data: 03/10/2022
Argumento: Peter Parker disse que as tampinhas vermelhas no <i>Tampesca</i> sempre terão mais chances de serem pegas, você concorda ou discorda de Peter?	
Afirmação (Concorda ou discorda)	Concorda
Dados/Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.	9 tampinhas vermelhas
Garantia Conecte a evidência/fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.	tem 9 tampinhas vermelhas.
Conclusão Apresente a resposta final interligando todas as ideias.	porque tá tudo certo!

Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Percebemos que para o primeiro encontro, as respostas probabilísticas e argumentativas oscilaram de acordo com o que era solicitado. Algumas já foram evoluindo positivamente ao longo da estação 1 e outras ainda precisam ser bem mais trabalhadas para alcançar o nível argumentativo e probabilístico desejado para a turma em questão. Esses resultados quando cruzados com as interações discursivas que foram transcritas em turnos, mostram-se bastante coerentes no que diz aos elementos da argumentação presentes no modelo de Toulmin, sendo que houve indícios de melhoria em relação à alguns elementos e em outros foram insatisfatórios, daí a classificação do nível argumentativo oscilar. Nas falas dos alunos nos turnos, ora os elementos apareciam, embora em trechos com estrutura simples, ora não apareciam encaminhando-se para a conclusão, e muitas dessas situações decorreram da dinâmica na ação comunicativa docente e da falta de familiarização dos alunos com a argumentação, uma vez que não tinham tido contato com este tipo de processo em anos escolares anteriores. Por fim da análise do encontro 1, iremos apresentar os resultados obtidos na autoavaliação desse primeiro momento com o intuito de verificar como o estudante encarou as primeiras atividades desenvolvidas na trilha de aprendizagem.

a.1) Autoavaliação do Encontro 1

A **primeira pergunta** teve o enunciado a seguir: “de acordo com a atividade desenvolvida hoje, você consegue classificar eventos envolvendo o acaso?”. Dos 11 alunos presentes, 9 alunos responderam que conseguem classificar eventos envolvendo o acaso, demonstrando ter construído algum nível de conhecimento no que se refere ao desenvolvimento da probabilidade e 2 alunos deixaram a questão em branco. Nesse caso, para essa pergunta, todos os que responderam afirmaram conseguir classificar eventos envolvendo o acaso.

Logo após, a **pergunta 2** questiona-se se o aluno identificou corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução das situações- problema propostas e obtivemos as respostas apresentadas na Figura 90:

Figura 90- Gráfico da pergunta 2 da autoavaliação do encontro 1

2) Você identificou corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução das situações-problema propostas?

8 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Nota-se que um percentual de alunos de 62,5% respondeu que identificam mais ou menos as ideias para aplicação em algumas atividades, opção letra (b), não tendo plena segurança da utilização do raciocínio correto para cada caso. Esse percentual representa a maior parte da turma, demonstrando ainda ser necessária uma evolução no quesito aplicação de resoluções para os problemas propostos.

Já na **pergunta 3** é questionado se o aluno compreendeu as ideias de acaso propostas nos jogos e atividades. Com isso, dos 11 alunos presentes, 8 alunos responderam que compreenderam as ideias de acaso propostas, demonstrando ter construído algum nível de conhecimento no que se refere ao desenvolvimento da probabilidade e 3 alunos deixaram a questão em branco, o que pode ser considerado como falta de compreensão das ideias apresentadas.

Em continuidade, na **pergunta 4**, os alunos deveriam explicar como eles classificariam um evento aleatório, em que dos 11 alunos presentes, somente 3 responderam o questionamento, e ainda assim as 3 respostas obtidas (ver quadro 53) não se mostraram satisfatórias para a constatação de que há compreensão do conteúdo por parte dos alunos. Esse fato se mostra contraditório às questões anteriores (pergunta 1 e 3) nas quais a maioria dos alunos afirmam compreender e classificar os conceitos de acaso. Um dos motivos para essas respostas em branco seria o costume de o aluno não ter prática com atividades que exijam a argumentação ou justificação escrita. Vejamos o quadro com as respostas:

Quadro 53- Pergunta 4 da autoavaliação do encontro 1

Repostas dos alunos à questão 4: Explique como você pode classificar um evento aleatório:
A1: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A2: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A3: Prestando muita atenção A4: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A5: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A6: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A7: Classificando. A8: Isso não acontece todo o dia. A9: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A10: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Já para a **quinta pergunta** (ver quadro 54), os resultados são semelhantes ao da questão 4, pois apenas dois alunos preencheram a resposta e de modo incorreto. Isso mostra o não interesse dos demais alunos para sequer tentarem responder a pergunta, como observado a seguir:

Quadro 54- Pergunta 5 da autoavaliação do encontro 1

Repostas dos alunos à questão 5: O que você entende por acaso?
A1: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A2: Entendi o que significa probabilidade. A3: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A4: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A5: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A6: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A7: Mais ou menos. A8: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A9: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A10: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Já na **pergunta 6**, não houve respostas registradas, não sendo possível estabelecer uma análise para ela, como observado no quadro 55:

Quadro 55- Pergunta 6 da autoavaliação do encontro 1

Repostas dos alunos à questão 6: Qual atividade (ou quais atividades) da lista da Atividade 1 do Encontro 1 você teve mais dificuldades de resolver? (Assinale mais de uma alternativa se julgar necessário):
A1 ao A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em continuidade, na pergunta 7 da autoavaliação foi questionado se o aluno conseguiu compreender a representação da probabilidade por meio de frações, em que obteve-se somente 3 respostas para a pergunta em análise, sendo marcada a alternativa (a) que afirma compreender a representação de probabilidade por meio de fração, esse número representa 27,27% do total de alunos presentes, demonstrando uma baixa adesão da questão por parte da turma.

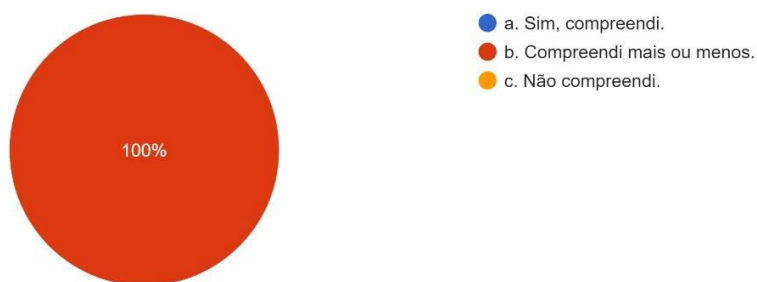
Além disso, a **pergunta 8** questiona em qual etapa da atividade 2 do encontro 1 o aluno teria tido mais dificuldades, isto é, na “afirmação, dados, garantia ou conclusão”. Para essa pergunta, dos 11 discentes, 10 deixaram em branco e apenas um respondeu que sua maior dificuldade foi a parte da conclusão. Notamos que na autoavaliação, os alunos não ficaram tão engajados, talvez pela extensão das atividades propostas, já que a metodologia de buscar promover a argumentação oral e escrita muitas vezes pode se tornar cansativa para um aluno que não possui o costume de justificar suas respostas em sala de aula.

Além disso, na **pergunta 9** (Figura 91), sobre o jogo The Vile Vendor, obteve-se somente 1 resposta para a pergunta em análise, sendo marcada a alternativa (b), representando uma baixa adesão ou saturação de informação retida por parte da turma. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 91- Gráfico da pergunta 9 da autoavaliação do encontro 1

9) No jogo “The Vile Vendor” você compreendeu a lógica da máquina de refrigerantes em relação às chances de selecionar determinado refrigerante?

1 resposta



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em continuidade, não houve respostas registradas para a **questão 10**, não sendo possível estabelecer uma análise para ela, como mostra o quadro 56.

Quadro 56- Pergunta 10 da autoavaliação do encontro 1

Repostas dos alunos à questão 10: Com base nas atividades que você desenvolveu no Encontro 1, escreva nas caixinhas onde estaria localizado o evento impossível, evento improvável/provável e evento certo. (0; 0,5; 1)
A1 ao A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para a **pergunta 11** houve somente uma resposta para a pergunta “sobre o jogo tampesca, você conseguiu compreender o conceito probabilístico envolvido no jogo?”, em que o estudante afirmou ter entendido totalmente sobre o jogo Tampesca. De todo modo, a resposta obtida mostra uma baixa adesão ou saturação de informação retida por parte da turma.

Em continuidade, sobre o jogo Quadraleatórios, na **pergunta 12** é questionado se o aluno conseguiu compreender o conceito probabilístico envolvido no jogo, porém, não houve respostas registradas para a questão, não sendo possível estabelecer uma análise para ela, como pode ser visto no quadro 57:

Quadro 57- Pergunta 12 da autoavaliação do encontro 1

Repostas dos alunos à questão 12: Sobre o jogo QUADRALEATÓRIOS, você conseguiu compreender o conceito probabilístico envolvido no jogo?
A1 ao A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Ao analisar os jogos e atividades aplicadas, percebemos que ao longo do encontro, os alunos conseguiram realizar mais verbalizações em relação ao início da aula com o jogo The Vile Vendor. Ademais, conseguimos ver a presença de padrões discursivos não triádicos e abordagem comunicativa dialógica na maioria do tempo por parte da professora, fazendo com que o ambiente de aprendizagem possibilitasse a exposição dos pensamentos dos alunos de modo real e prático. Também foi perceptível o declínio de engajamento dos alunos quando comparamos as atividades em formato de jogos e as atividades escritas, **mostrando que preferem a oralidade do que a escrita**, confirmando o que foi colocado em nosso referencial teórico, que os estudantes brasileiros **não possuem o costume de explicar suas soluções, principalmente quando é exigido o modo escrito**. A partir dessas considerações para o primeiro encontro, constatamos que a evolução argumentativa no quesito oral, trouxe contribuições relevantes que enaltecem a importância de bons questionamentos

como meio de promoção à argumentação, que ultrapassam o padrão triádico, como observados no trabalho de Sasseron e Carvalho (2011) e Mortimer e Scott (2002).

Depois da aplicação desses jogos e atividades propostas, o primeiro encontro foi finalizado e a primeira estação da trilha de aprendizagem foi cumprida, fazendo com que os alunos avançassem para a segunda estação no encontro 2 que será discutido logo abaixo.

3.3.3 Análise das atividades da trilha de aprendizagem: 2º encontro

Em continuidade, o encontro 2 ocorreu no dia posterior ao encontro 1 e contou com a participação de 12 crianças. Notamos que a frequência dessa turma oscilou bastante, de acordo com algumas considerações feitas por uma professora da turma em questão. Para a realização desse encontro, é necessário que o docente verifique o plano de aula 2, presente no produto educacional, onde é informado toda a proposta metodológica da aula, bem como suas atividades planejadas para este dia. O tópico probabilístico que se desejou trabalhar nesse encontro foi o da análise da ideia de acaso em situações do cotidiano, na perspectiva do espaço amostral. Para tanto, a aula teve seu início com uma breve apresentação do que seria o espaço amostral e exemplos de situações do cotidiano em que a Probabilidade está presente.

A partir disso, utilizamos o jogo “correndo ao acaso”, descrito no tópico que constam as atividades, com todas as instruções e informações necessárias para a sua aplicação. Os alunos foram divididos em grupos e fizeram as escolhas de seus pinos (personagens) para jogar no tabuleiro. Foram formados quatro grupos, onde os alunos iam fazendo os lançamentos dos dados, avançando de acordo com o quadro estabelecido para cada animal, até chegar ao final do percurso. O interessante desse jogo é que o fato de cada animal possuir um número máximo de casas que irá avançar a cada lançamento de dado, faz com que o aluno veja na prática a ideia do acaso, visto que um animal que tenha um limite de avanço de casas menor que outro, ainda pode vencer a corrida de acordo com a “sorte” obtida no lançamento dos dados. Vejamos as fotos do tabuleiro e da aplicação do jogo:

Figura 92- Aplicação do jogo correndo ao acaso



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Ressaltamos que cada grupo abriu seu caderninho da trilha na página com as informações das pontuações que poderiam ser atingidas com seus respectivos personagens. Esta atividade também foi gravada e selecionamos alguns trechos que consideramos melhor se enquadrar nas características argumentativas buscadas em nosso trabalho. Como este encontro é diferente do encontro 1, os turnos de fala foram reiniciados de acordo com a fala selecionada, onde reiniciamos a partir do turno 1. Observemos através do quadro 58 um trecho do jogo Correndo ao Acaso:

Quadro 58- Trecho do jogo correndo ao acaso (Encontro 2)

Trecho 1 episódio Correndo ao acaso (Encontro 2)					
Turno	Transcrição da fala	Indicador esde engajam en to	Padrões discursiv os	Abordagem Comunicativ a	Nível argumenta ti vo alcançado
1	P: Galerinha, se liga! Com o personagem que você escolheu, você acredita que ele tem chances de vencer a corrida?				
2	A7: Sim, professora! Porque o meu é o gato, que anda mais que os outros.				
3	P: Se o seu personagem anda no máximo 10 pontos, você de certeza irá andar as 10 casas em todas as jogadas? Por qual motivo?				
4	A7: Deveria ser, mas vai depender da sorte dos dados.				
5	P: Para que o gato ande 10 casas é preciso que ao lançar os dados ocorra o quê?				
	A5: Que a pessoa tenha sorte pra cair um número alto, pra formar 10 pontos!				

6				
7	P: Quando eu observo essas coisas, eu estou trabalhando com que conteúdo matemático? Porque?			
8	Turma: Probabilidadeeee!			
9	P: Isso mesmo. Parabéns! Shhh, menos barulho, pessoal vamos lá!			
8	P: Agora que todos os grupos finalizaram o jogo, algum de vocês se surpreendeu com o resultado? Por qual motivo você acha que esse personagem venceu?			
59	4 alunos levantaram a mão neste momento.	E1, E2, E3, ED1, EDP1	I-R-P-R- P-R- P-R- A/ I-R- R-P-R-F- R	(a), (b)
0	A4: No meu grupo, a preguiça venceu, sendo que todo mundo pensou que ia ser o gato ou o coelho. Não gostei do resultado, quero jogar de novo.			2 E 3
61	A5: ihhh, não sabe perder!			
62	P: Gente, se a preguiça ganhou, foi por qual motivo? Já que A4 não gostou do resultado?			
63	A2: Tia, a preguiça ganhou no grupo dele porque teve mais sorte na probabilidade do dado			
64	P: Que probabilidade é essa que você falou?			
65	A2: A preguiça só anda até quatro casinhas, mas o gato pode ter tirado menos que 4 e por isso pode ter perdido, porque foi azarado			
66	P: Muito bem, gostei do seu raciocínio, A2.			
67	P: Mais alguém quer fazer alguma consideração sobre a preguiça ter vencido?			
68	A5: Não tia, senão o A4 vai ficar chorando (tom sarcástico)			
69	Sala: Risos aparentes			

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Sobre os turnos, **observando o modelo de Toulmin, não há presença dos elementos da argumentação**, sendo apenas respostas dos alunos em relação às perguntas da professora sem apontar o porquê determinado personagem (representado por animais) venceu ou perdeu. No turno 4, o aluno A7 menciona o termo “sorte” para os dados, no turno 6 o aluno A5 também menciona sorte, assim como no turno 63 o faz o A2. O termo “azarado” é mencionado no turno 63. Esses termos demonstram as crenças que os alunos têm acerca de azar e sorte quando se aborda probabilidade. Também **não houve manifestação dos elementos concebidos por Kosko**, nem neste jogo os alunos puderam vivenciar as etapas da investigação

matemática pelo posicionamento deles em relação à argumentação que mostrou-se mais como um diálogo em que se preferências foram demonstradas, embora puderam experienciar o momento lúdico propiciado pelo jogo.

Percebemos que neste episódio, como os alunos estavam em grupos, a fala deles foram representações do que o grupo como um todo pensava e repassavam para seu/ sua porta-voz (alunos que falaram no episódio apresentado acima). Neste jogo, os alunos participaram coletivamente a fim de responder aos questionamentos que eram feitos e gostaram bastante da disputa da corrida, para ver quem chegaria primeiro. Algo a ser destacado é que esse jogo surpreendeu muitos alunos, porque a maioria fez suas apostas de qual animal venceria, focando nos animais de maior pontuação e ao final, teve um grupo que teve o vencedor como sendo a preguiça e outro teve a tartaruga campeã, trazendo reflexões e discussões em sala de aula naturalmente pelos próprios alunos.

Notemos que o quadro acima, mostra que os alunos, mesmo que de modo ainda geral, apresentaram com mais convicção nas falas, como podemos observar nos turnos: 2, 4, 6, 58, 63 e 65. Ademais, durante as atividades práticas que desenvolvem a argumentação oral, percebemos que os alunos participam ativamente e se engajam durante a aula, diferente das atividades escritas que produzem uma certa aversão neles que não possuem o costume de ter tantas atividades orientadas nesse formato. Notamos que houve o elemento EDP1 no engajamento dos alunos, visto que ocorreu uma discussão sobre as ideias apresentadas e a construção de relações explicativas. Além disso, as abordagens comunicativas que predominaram nesse momento do encontro foi a (a) e (b), que serviram de auxílio para a construção de questionamentos que quebram a tríade I-R-F e I-R-A.

Para ancorar os conhecimentos sobre o tema desse encontro, elaboramos duas atividades escritas e a autoavaliação (que está presente ao final de todos os encontros). Como já dito, as atividades escritas fazem com que os alunos repliquem falas sobre exaustão e cansaço para tentar não realizá-las. Ao conversar com os professores da turma, foi possível perceber que os alunos não possuem muito o contato com problemas focados no ensino investigativo e com atividades fora daquelas propostas pelo livro escolar, dificultando assim a compreensão de tarefas que exijam

dedicação da escrita e raciocínios não imediatos, como eles têm por cultura na disciplina de Matemática, de analisar a pergunta e resolvê-la de modo rápido e prático.

Quando o aluno observa uma situação- problema em que exige uma reflexão a mais e solicita que seja exposto raciocínio que o levou a resposta, é levantada uma associação de que tal situação- problema é complexa e que não é compreensível (ao analisar o discurso deles). Contudo, ao relacionar os dados obtidos nas atividades escritas, percebemos que muitos não fizeram esforço para solucionar e/ ou responder algumas perguntas das atividades propostas para este método escrito.

A **primeira atividade** escrita proposta para o encontro 2 foi a atividade do Pica-Pau, realizada em grupo. A sala foi dividida em quatro grupos e foram destinados cerca de 30 a 40 minutos para que os alunos pudessem resolver a atividade 1 do encontro 2. Esse momento foi gravado para analisar as discussões e respostas que surgiram ao longo dessa aplicação através dos questionamentos levantados. A análise argumentativa dessa atividade será bem mais detalhada posteriormente, após a apresentação de um trecho significativo desse episódio no quadro 59:

Quadro 59- Trecho 1 da atividade escrita 1 do encontro 2

Turno	Transcrição da fala	Indicadores de engajamento	Padrões discursivos	Abordagem Comunicativa	Nível argumentativo alcançado
5	P: Gente, quais estratégias vocês vão utilizar para responder essa atividade?				
6	A2: Tia, eu não queria escrever				
7	P: Vamos lá, pessoal! Vamos fazer um esforço!				
8	A3: Meu grupo acha que a resposta é uma chance em duas, tia				
9	A2: Isso eu sei, só não consigo colocar nessas Perguntas				
10	P: Tentem lembrar do que já falamos sobre hipóteses, justificativas, conclusões e argumentação. Vocês conseguem!				
01	P: Em que local vocês colocariam a resposta que A3 falou?				
02	A5 e A4: No primeiro quadrado? Acho que é no 1				

03	P: Isso mesmo. Teria outra representação de resposta para esse problema?	E2, ED1, ED2, EDP1, EDP2	I-R-P-R-R-P- P-R-F/ I-R-P-R-P-R- R- R-R-F	(a), (b)	2 E 3
04	A1: Sim, tia! A do nosso grupo deu 50%, mas não sabemos o resto.				
05	P: Como vocês chegaram à esta conclusão?				
06	A7: A gente pegou uma chance e dividiu por duas, dando o resultado de 0,50, que é o mesmo que a metade, que é os 50 por cento.				
30	P: Na parte da argumentação, como vocês do grupo 3 fariam?				
31	A4: A gente "pegaria" a pessoa e mostrava que a moeda tem dois "lados", ai pra cair na que ele quer, precisa ver que só tem um pedaço certo do total de dois				
32	P: Hm, como a gente chamaria esse "total de dois"?				
33	A4: Total de dois é a cara e coroa, professora!				
34	A1: Que é aquele negócio, é.. Me ajuda, gente				
35	A8: O espaço amostral?				
36	A1: Esse mesmo, professora!				
37	P: Então tentem escrever o que vocês estão pensando. Se tiverem dúvida me perguntem, ok?				
38	Turma: ok!				

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Observando os turnos, percebemos que **houve manifestação de elementos do modelo de Toulmin em algumas falas**. No turno 6, o A7 explica o porquê chegou à conclusão, apresentando a garantia. O mesmo se observa no turno 31 em que A4 também apresenta a garantia e o qualificador que é demonstrar com a moeda. Não se identificou refutação.

Sobre os **elementos propostos por Kosko**, nos turnos 4 (recontagem matemática, em que apresenta uma resposta, mas não explica como obteve matematicamente), 6 (descrição matemática e procedimentos, em que fornece uma explicação e expressa as ações matemáticas explicitamente), 31 (procedimentos), 33 (explicação, pois identificou o que seria a cara e coroa), (35 (explicação, em que identifica um conceito matemático) foram observados alguns deles.

Por ser uma atividade bem delineada, contando com boxes nos quais os alunos tinham que identificar os elementos da argumentação, oportunizou-se que vivenciassem as etapas da **investigação matemática propostas por Ponte**.

O trecho acima do quadro 59 mostra que os alunos, mesmo se queixando da atividade proposta, ainda apresentaram elementos argumentativos ao serem questionados sobre quais estratégias iriam utilizar para preencher as lacunas das perguntas da atividade do Pica- Pau. Além disso, os turnos de fala (98, 104, 106, 131) fornecem características argumentativas que vão de acordo com as definições estudadas em nosso referencial teórico, além de apresentar o conhecimento dos alunos envolvidos sobre o tema probabilístico ministrado. Outro aspecto importante foi o identificado dos turnos 133 ao 135, onde se teve um trabalho colaborativo em prol da solução do questionamento feito pela professora no turno 132. Podemos verificar que nesse caso, os indicadores de engajamento com aspectos colaborativos apareceram com mais força e que os padrões discursivos apresentaram mais sequências seguidas de respostas por parte dos alunos, ainda superando o padrão I-R-F e I-R-A. Verificaremos nas atividades escritas, que **tais argumentos explícitos de forma oral não são postos ou expressados com qualidade, em sua maioria, nas tarefas propostas de modo escrita**. Ademais, muitos alunos optam por simplesmente não responder à questão, mesmo tendo contribuído de alguma forma durante a discussão oral.

Agora iremos apresentar a análise argumentativa que foi interpretada através dos resultados obtidos nessa atividade e em seguida, apresentaremos os resultados da atividade 2 e da autoavaliação proposta para esse segundo encontro. Vejamos as respostas dos alunos à questão “1: O Pica-Pau e o Zeca Urubu estão brincando de lançar uma moeda ao ar. Pica-Pau desafiou o Zeca a lançar a moeda ao ar de modo

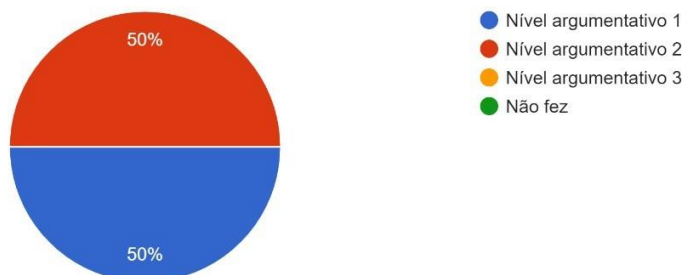
que a face “COROA” ficasse voltada para cima. Se Zeca Urubu aceitar o desafio e lançar ao ar 1 moeda de R\$ 0,05, qual é a probabilidade de ela cair com a face (coroa) voltada para cima? Qual o espaço amostral desse evento?”. Para essa atividade o G1 respondeu: 1 de 2. O G2 respondeu que seria 50% e o espaço amostral seria 2. Já o G3 respondeu que seria: “1/2, espaço cara ou coroa”. Por fim, o quarto grupo respondeu que não havia entendido e pediu desculpas.

Nota-se que os 4 grupos deram respostas distintas, sendo elas identificadas nas categorias seguintes: Grupo 1 forneceu uma resposta correta, porém incompleta, sendo categorizada como **C-AA** e podemos inferir que houve falta de atenção por não responder tudo que a questão pede; os grupos 2 e 3 responderam corretamente, tendo a resposta categorizada como **C-DC** pelo domínio do conceito e o grupo 4 não apresentou resposta satisfatória, tendo categorização definida por **E-DL**.

Ademais, a questão possui outros tópicos e no segundo tópico é solicitada a resolução matemática apresentando provas matemáticas, onde 50% dos grupos obtiveram nível argumentativo 1 no quesito “resolução matemática”, enquanto a outra metade dos grupos tiveram suas respostas classificados como nível argumentativo 2. Esse fato indica que há uma tendência de transição da turma para o nível argumentativo 2, incrementando elementos argumentativos com resoluções matemáticas às suas respostas. Vejamos o gráfico abaixo:

Figura 93- Gráfico do Tópico 2 da atividade 2 (em grupo) do encontro 2

Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:
4 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

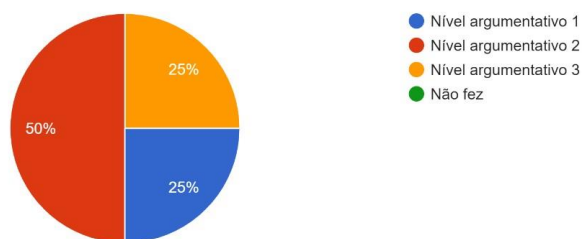
Já o terceiro tópico solicitava que o aluno informasse as hipóteses levantadas para resolver a situação-problema. Ao analisar as respostas obtidas (Figura 94)

percebemos que um percentual de 25%, ou seja, um dos grupos, obteve nível argumentativo 1 no quesito “hipóteses levantadas para resolver a situação-problema”, enquanto outros 25% tiveram suas respostas classificados como nível argumentativo 3, esses apresentaram boas hipóteses para a resolução da situação-problema. Os 50% restantes, atingiram o nível argumentativo 2 com as respostas apresentadas, demonstrando hipóteses mais bem elaboradas, porém ainda com espaço para aperfeiçoamento. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 94- Gráfico do Tópico 3 da atividade 2 (em grupo) do encontro 2

Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):

4 respostas



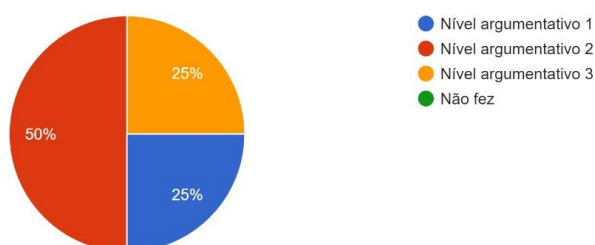
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Ademais, na Figura 95 pode-se notar que para o tópico 4 um dos grupos, obteve nível argumentativo 1 no quesito “argumentação”, enquanto outros 25% tiveram suas respostas classificadas como nível argumentativo 3, esses apresentaram bons argumentos para a resolução da situação-problema. Os 50% restantes, atingiram o nível argumentativo 2 com as respostas apresentadas, demonstrando meios argumentativos mais bem elaborados que os de nível 1. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 95- Gráfico do Tópico 4 da atividade 2 (em grupo) do encontro 2

Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):

4 respostas



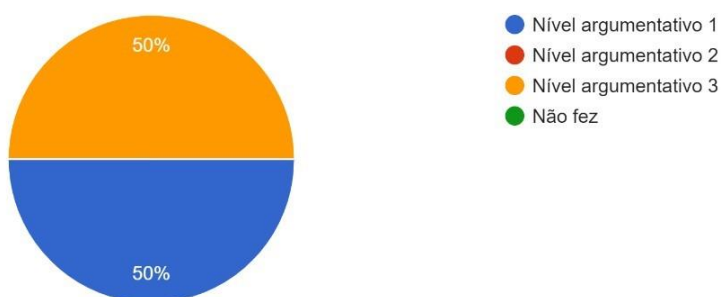
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em prosseguimento, na apresentação da Figura 96 podemos observar as respostas obtidas para o tópico 5, acerca da justificativa:

Figura 96- Gráfico do Tópico 5 da atividade 2 (em grupo) do encontro 2

Justificativa (apresente argumentos que demonstram (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):

4 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

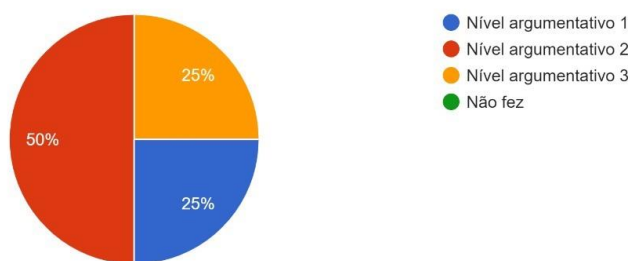
Notamos, neste caso, que existem dois extremos identificados na turma, 50% dos grupos, obtiveram nível argumentativo 1 para o quesito “justificativa”, enquanto a outra metade dos grupos tiveram suas respostas classificadas como nível argumentativo 3. Esse fato indica que há uma discrepância de aprendizado neste quesito, sendo necessária uma maior demanda de atenção para os grupos com dificuldade para que haja assim um melhor alinhamento de ideias na turma, melhorando os debates e enriquecendo as trocas de conhecimento.

Já no tópico 6 da atividade 2 acerca da conclusão, pode-se notar na Figura 97 que um percentual de 25%, ou seja, um dos grupos, obteve nível argumentativo 1 no quesito “conclusão”, enquanto outros 25% tiveram suas respostas classificados como nível argumentativo 3, esses apresentaram bons argumentos para a conclusão da situação-problema. Os 50% restantes, atingiram o nível argumentativo 2 com as respostas apresentadas, demonstrando conclusões mais bem elaboradas que os de nível 1, porém ainda com espaço para aperfeiçoamento. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 97- Gráfico do Tópico 6 da atividade 2 (em grupo) do encontro 2

Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias - redija um pequeno texto):

4 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

A seguir, serão apresentados os resultados da atividade proposta para o final do encontro 2, que foi analisada através do *Google Forms* por meio da classificação dos níveis argumentativos atribuídos às repostas dos alunos. Essa estratégia foi utilizada para melhor visualização dos resultados obtidos. A atividade final do encontro 2 apresenta um argumento para que os alunos forneçam as respostas para 3 solicitações que são pedidas.

O argumento inicial dessa atividade é o seguinte: “Maria Fifi estava falando com seu amigo Pedro que no jogo correndo ao acaso o personagem que tem a maior probabilidade de vencer é a tartaruga.” No primeiro tópico dessa atividade é perguntado se os alunos concordavam ou discordavam com essa informação. Diante disso, o resultado mostra 91,7% dos alunos discordando da afirmativa, mostrando que os alunos participaram ativamente do jogo e constataram na prática que o personagem com maior probabilidade de vencer não é a tartaruga. Ademais, 8,3% dos alunos ainda responderam que concordam com a afirmativa, tornando sua resposta errada. Por ter

observado a participação ativa dos alunos durante o jogo pode-se inferir que houve equívoco do aluno na interpretação da pergunta.

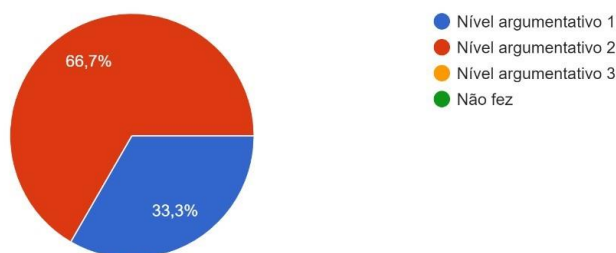
No tópico 2 da atividade final do encontro 2 é solicitado dados/ evidências e fundamentos para basear as respostas dos alunos. Com isso, na Figura 98 podemos observar os níveis argumentativos:

Figura 98- Gráfico do Tópico 2 da atividade final do encontro 2

Dados/Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. •

Utilize ideias matemáticas.

12 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

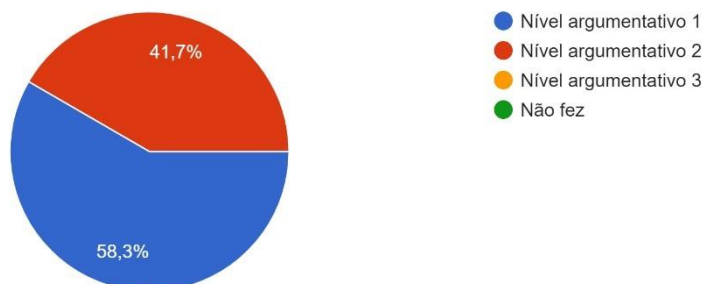
Observamos que 33,3% dos alunos, número inferior ao constatado no encontro anterior, obteve nível argumentativo 1 no quesito “dados/evidência/fundamentos”, enquanto 66,7% tiveram suas respostas classificados como nível argumentativo 2. Esse fato indica que a tendência de transição da turma para o nível argumentativo 2, sugerido na análise do encontro anterior está se consolidando ao se constatar que a porcentagem de respostas classificadas como nível argumentativo 2 está superior às respostas classificadas como nível argumentativo 1, o que demonstra que os alunos melhoraram a elaboração de suas respostas utilizando mais elementos argumentativos.

Já o tópico 3 da última atividade do encontro dois é solicitada a “garantia” da resposta informada e podemos analisar os níveis argumentativos através da Figura 99:

Figura 99- Gráfico do tópico 3 da atividade final do encontro 2

Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.

12 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

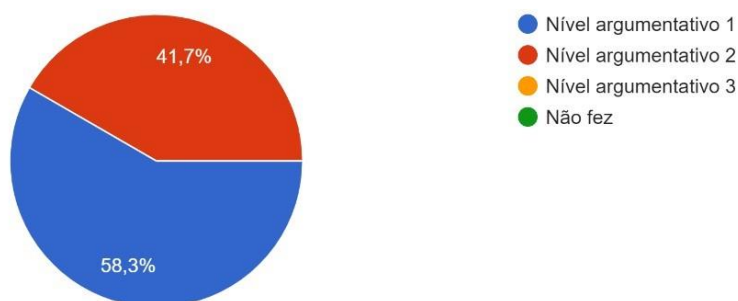
Com isso, pode-se notar que 58,3% dos alunos obtiveram nível argumentativo 1 no quesito “garantia”, enquanto 41,7% tiveram suas respostas classificadas como nível argumentativo 2. Diferentemente do item anterior, percebe-se que o nível argumentativo dois ainda não superou a quantidade de respostas classificadas como nível argumentativo. Contudo, é importante ressaltar que, em relação aos resultados do encontro anterior, houve um aumento na porcentagem de respostas nível 2, demonstrando uma evolução dos recursos de argumentação, aperfeiçoando o raciocínio que embasa uma boa garantia para o argumento fornecido.

Por fim, foi solicitada a conclusão dos estudantes, relacionando todas as ideias anteriores, onde podemos observar os níveis argumentativos na Figura 100:

Figura 100- Gráfico do tópico sobre conclusão da atividade final do encontro 2

Conclusão Apresente a resposta final interligando todas as ideias.

12 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Constatamos que no quesito conclusão, dos 12 alunos que responderam, sete foram enquadrados no nível argumentativo 1, o que corresponde a 58,3%, enquanto 41,7% foram classificados como nível argumentativo 2. Este resultado demonstra uma evolução na característica argumentativa no critério “conclusão” em relação ao encontro anterior, porém ainda é necessário alcançar resultados mais positivos na estruturação dos argumentos conclusivos. A seguir, na Figura 101, apresentamos um registro feito dos cadernos físicos dos alunos com uma das respostas visualizadas de modo escrito:

Figura 101- Resposta escrita de aluno referente às perguntas da atividade final do encontro 2

Atividade 2 do Encontro 2	
Nome: [redacted]	Data: / /
Argumento: Maria estava falando com seu amigo Pedro que no jogo "Correndo ao acaso" o personagem que tem a maior probabilidade de vencer é a tartaruga.	
Afirmação (Concorda ou discorda)	discordo
Dados/Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.	o gato corre mais rápido
Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.	a tartaruga tem menos pontos
Conclusão Apresente a resposta final interligando todas as ideias.	Eu discordo porque tem animal com mais pontos que a tartaruga

Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022).

Observemos que nessa imagem o aluno colocou que a tartaruga tinha menos chances de vencer a corrida e deu algumas justificativas para sustentar a sua afirmação, de acordo com as regras do jogo correndo ao acaso. Seguindo a estrutura adotada por Toulmin, acreditamos que o aluno conseguiu justificar em partes a sua afirmação, que mesmo incompleta, deu garantia para que a sua resposta fosse

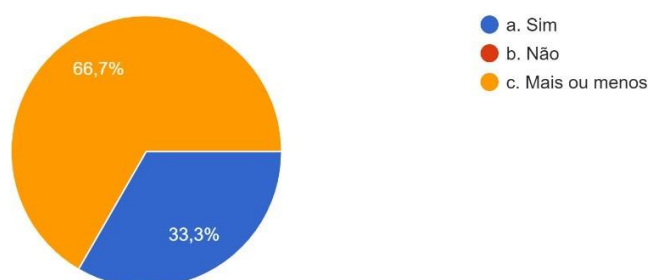
considerada válida. Ao fim do encontro foi solicitado que os alunos realizassem a autoavaliação, que iremos melhor detalhar os resultados obtidos a seguir:

A **autoavaliação do encontro dois** teve a **pergunta 1** com o seguinte enunciado: “de acordo com as atividades desenvolvidas hoje, você consegue analisar a ideia de acaso em situações do cotidiano?”. O aluno deveria escolher entre a opção (a): “Sim, consigo analisar a ideia de acaso em situações do cotidiano” ou a opção (b): Não consigo analisar a ideia de acaso em situações do cotidiano. Para essa pergunta, todos os 12 alunos presentes responderam que conseguem analisar a ideia de acaso em situações cotidianas, demonstrando ter construído algum nível de conhecimento no que se refere ao desenvolvimento dos conceitos abordados.

Já na **pergunta 2** da autoavaliação (Figura 102) observamos que um percentual de alunos de 66,7% respondeu que identificam mais ou menos as ideias para aplicação na resolução da situação-problema, alternativa (b), não tendo plena segurança da utilização do raciocínio correto para cada caso. Esse percentual representa a maior parte da turma, demonstrando ainda ser necessária uma evolução no quesito aplicação de resoluções para os problemas propostos, enquanto 33,3% da turma respondeu que identifica corretamente as ideias de aplicação. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 102- Gráfico da pergunta 2 da autoavaliação do encontro 2

2) Você identificou corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução da situação-problema envolvendo o Pica Pau e o Zeca Urubu com o lançamento de uma moeda?
12 respostas



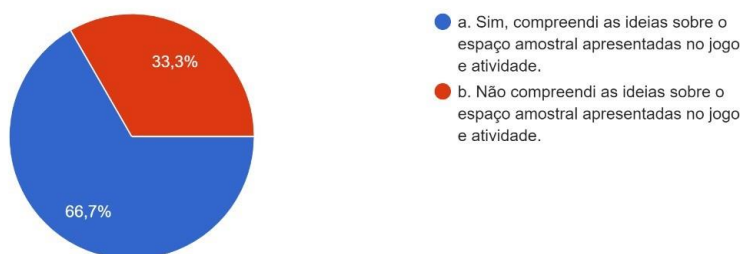
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em continuidade, a **pergunta 3** questiona se o aluno compreendeu as ideias sobre o espaço amostral apresentadas no jogo e atividade aplicada no encontro 2. Ao observarmos a Figura 103, dos 12 alunos presentes, 8 alunos responderam que

compreenderam as ideias de acaso propostas, demonstrando ter construído algum nível de conhecimento no que se refere ao desenvolvimento da probabilidade e 4 alunos responderam que não compreenderam, esse dado demonstra que os alunos responderam com mais sinceridade a autoavaliação do encontro 2 se relacionarmos à autoavaliação do encontro anterior. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 103- Gráfico da pergunta 3 da autoavaliação do encontro 2

3) Compreendeu as ideias sobre o espaço amostral apresentadas no jogo e atividade?
12 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Já na **pergunta 4** é solicitado que o aluno explique como ele poderia determinar o espaço amostral de um evento aleatório, daí o quadro 60 mostra algumas respostas obtidas:

Quadro 60- Pergunta 4 da autoavaliação do encontro 2

Repostas dos alunos à questão 4: Explique como você pode determinar o espaço amostral de um evento aleatório:
A1: Usando argumentação. A2: Com bons argumentos. A3: Contando quantas opções tem. A4: Total de opções que temos. A5: Contando todas as opções. A6: Não sei, desculpa. A7: Contando todas as chances. A8: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A9: Pelo número de possibilidades totais. A10: Não sei. A11: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A12: Com a probabilidade.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Dos 12 alunos presentes, 10 responderam o questionamento e 2 deixaram em branco (**AR-EB**). Embora não tenha se obtido todas as respostas da pergunta 4, pode-se notar uma evolução em contraste com a autoavaliação do encontro anterior onde

somente 3 alunos haviam respondido. Contudo, a maior adesão no número de respostas não implica diretamente em respostas corretas. Constatamos que 5 respostas foram consideradas corretas (A3, A4, A5, A7, A9), sendo categorizadas como **C-AA e C-DC** e 5 respostas (A1, A2, A6, A10, A12) foram consideradas não satisfatórias enquadrando-se nas categorias **E-EC e E-DL** por apresentar respectivamente, erros de conceito e respostas inconclusivas.

Em prosseguimento, na **pergunta 5** (quadro 61) da autoavaliação é perguntado o que seria evento aleatório, onde obtivemos as seguintes respostas:

Quadro 61- Pergunta 5 da autoavaliação do encontro 2

Respostas dos alunos à questão 4: Defina o que é um evento aleatório:
A1: Evento que não existe. A2: Evento que pode acontecer qualquer coisa. A3: É quando não sabe o que vai acontecer. A4: É o evento que pode acontecer qualquer coisa. A5: Não sei. A6: Não sei, desculpa. A7: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A8: Evento que tem certeza. A9: Evento que não sabe a resposta. A10: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A11: Evento sem previsão. A12: Evento errado.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

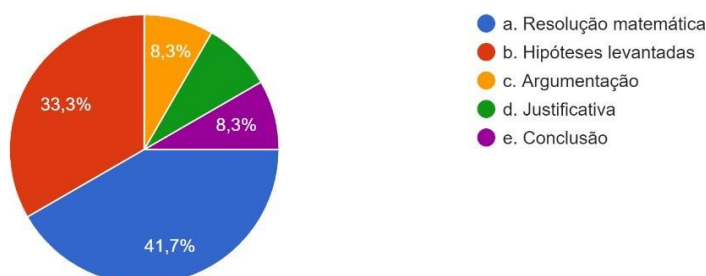
Dos 12 alunos presentes, 10 responderam o questionamento e 2 deixaram em branco (**AR - EB**). Além disso, constataram-se 4 respostas que foram consideradas corretas, mesmo precisando de maiores explicações, que foram categorizadas como **C-AA e C- DC** pois demonstraram ausência de argumentação, porém com certo domínio do conteúdo. Ademais, 5 respostas foram consideradas não satisfatórias enquadrando-se nas categorias **E-EC e E-DL** por apresentar respectivamente, erros de conceito e respostas inconclusivas.

Já na **pergunta 6** da autoavaliação é perguntado qual das partes da atividade envolvendo o Pica Pau e o Zeca Urubu com o lançamento de uma moeda tiveram mais dificuldade em responder, dentre resolução matemática, hipóteses levantadas, argumentação, justificativa e conclusão, como observado na Figura 104:

Figura 104- Gráfico da pergunta 6 da autoavaliação do encontro 2

6) Na atividade envolvendo o Pica Pau e o Zeca Urubu com o lançamento de uma moeda, qual destas partes você teve mais dificuldade em responder:

12 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

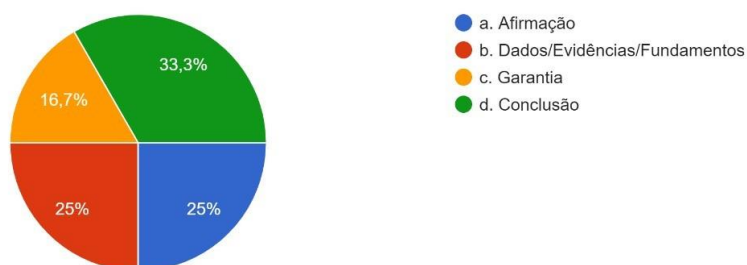
Percebemos que o item de resolução matemática representou uma maior porcentagem (41,7%) no que se refere à dificuldade encontrada para responder à questão, seguido da etapa “hipóteses levantadas” que totalizou 33,3% das respostas. Para as demais alternativas, distribuíram-se 8,3% para cada uma delas, mostrando que as principais dificuldades se concentram nos dois primeiros itens, o que consequentemente interfere nos itens (c), (d) e (e), fazendo com que o processo argumentativo não ocorra completamente.

Em continuidade, a última pergunta da autoavaliação do encontro 2 realiza um questionamento sobre o jogo correndo ao acaso, em que os alunos apresentam a etapa que mais tiveram dificuldades. Observamos na Figura 105 que em nível de dificuldade no jogo “Correndo ao acaso” a etapa de “Conclusão” possui a maior porcentagem, totalizando 33,3% das respostas; seguido das etapas de “Afirmação” e “Dados/evidência/fundamentos”, ambas com 25% das respostas e, com 16,7% a etapa “Garantia”, demonstrando ter sido a de menor dificuldade, evidenciando que durante o processo argumentativo os alunos ainda não conseguem interligar as informações anteriores para concluir o seu argumento. Vejamos o gráfico com o quantitativo das respostas:

Figura 105- Gráfico da pergunta 7 da autoavaliação do encontro 2

Na atividade 2 que abordava um argumento sobre o jogo “Correndo ao acaso”, qual das partes você teve mais dificuldade de responder:

12 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Mesmo com todas as dificuldades apresentadas no quesito argumentativo e probabilístico, os resultados apresentados no segundo encontro sob o olhar da análise proposta forneceram uma melhora na argumentação e discurso dos alunos em relação ao início do primeiro encontro. As atividades escritas continuaram com um nível menor que o presente na oratória, porém os alunos reagiram com menos resistência do que o ocorrido no dia 1. Isso não significa que os discentes não reclamaram da quantidade de questões para se realizar, mas que eles, por terem construído um melhor entendimento sobre o tema probabilístico conseguiram atribuir um maior significado durante a resolução do problema.

Esse encontro apresentou características mais sólidas, contemplando elementos argumentativos como os propostos por Kosko e Guilford (2018); Leitão (2007); Mortimer e Scott (2002). Ademais, o aprendizado dos conceitos probabilísticos previstos para esse encontro também foram alcançados em grande parte, ao analisar as atividades escritas e as atividades desenvolvidas em sala de aula, contribuindo para o entendimento das ideias de Probabilidade desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental ressaltando a importância da inserção desse conteúdo, que é essencial e faz parte do cotidiano de todos, como visto por Amaral (2004); Coutinho (1994); Eugênio (2019); Silva (2016); Samá e Silva (2020); Moura e Samá (2016); Samá e Goulart (2019) e entre outros que trouxeram contribuições significativas para a

compreensão do ensino e conteúdo de Probabilidade. Ao finalizarem essa etapa, os alunos foram direcionados para a terceira estação da trilha de aprendizagem.

3.3.4 Análise das atividades da trilha de aprendizagem: 3º encontro

Em continuidade, o terceiro encontro não ocorreu na semana planejada, visto que em um dos dias que iria ocorrer a aplicação, a escola estava em período de provas e na outra semana só foi possível ter uma hora de aula com a turma, pois a escola havia programado uma “semana da criança”, onde os alunos não teriam suas aulas normalmente. Isto dificultou um pouco o nosso planejamento, pois tivemos que adequar uma nova data para o encontro. Contudo, na referida semana da criança a equipe pedagógica da escola conseguiu disponibilizar uma hora/ aula para aplicação da trilha, esta hora/ aula foi utilizada para reforçar conceitos probabilísticos e sanar dúvidas sobre os elementos argumentativos por parte dos alunos. Com isso, o terceiro encontro foi realizado uma semana após a prevista, o que atrasou a coleta e análise de dados desse dia.

Tendo em vista os aspectos mencionados anteriormente, na semana seguinte foi iniciada a aplicação das atividades propostas para o encontro 3, lembrando que o plano de aula e sugestões de inserção das atividades elaboradas se encontram no tópico presente nesse mesmo capítulo. Além disso, a primeira atividade proposta para este encontro foi a atividade de ambientação a argumentação e logo após, a sugestão é que se apliquem os jogos envolvendo o quebra-cabeça e os quadrinhos com balões. Em seguida, foi realizada a atividade da cartolina, junto com a atividade final e autoavaliação.

É válido lembrar que para este encontro, o tópico a ser resgatado/ aprendido será o da análise de chances de eventos aleatórios. Através disso, discutiremos sobre a atividade de ambientação à argumentação para assim apresentar os resultados das atividades escritas. Além disso, é válido ressaltar que o encontro contou com a presença de 11 alunos.

Deste modo, a **pergunta 1** do encontro 3 (Figura 106 e 107) tem o seguinte enunciado: “Naruto foi em um parque e encontrou uma loja que premiava ursinhos de pelúcia para quem conseguisse parar o ponteiro na cor verde. Se Naruto parou nessa

loja, e girou a roleta B, qual é a probabilidade de ele parar no verde? Você acredita que há uma roleta que possui mais chances de parar o ponteiro na cor verde?”. A partir desse enunciado, os alunos responderam os itens solicitados e classificamos os níveis argumentativos de acordo com nosso quadro de análise. Observemos uma das respostas obtidas de dois alunos referente à essa atividade, cujos itens da questão solicitam que o aluno apresente a resolução matemática, hipóteses levantadas, argumentação, justificativa e conclusão:

Figura 106- Resposta de aluno referente às perguntas da atividade 1 do encontro 3 – Aluno 1

Atividade (Individual) 1 do Encontro 3

Atividade: Análise de chances de eventos aleatórios

Naruto foi em um parque e encontrou uma loja que premiava ursinhos de pelúcia para quem conseguisse parar o ponteiro na cor verde. Se Naruto parou nessa loja, e girou a roleta B, qual é a probabilidade de ele parar no verde? Você acredita que há uma roleta que possui mais chances de parar o ponteiro na cor verde?



Fonte: Adaptado de Darte (2017)

Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:

Roleta Verde = 1 em 6

Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):

Tem uma verde no total de 6

Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):

mostro que a roleta tem um pedaço verde do total de 6 cores

Justificativa (apresente argumentos que demonstram (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):

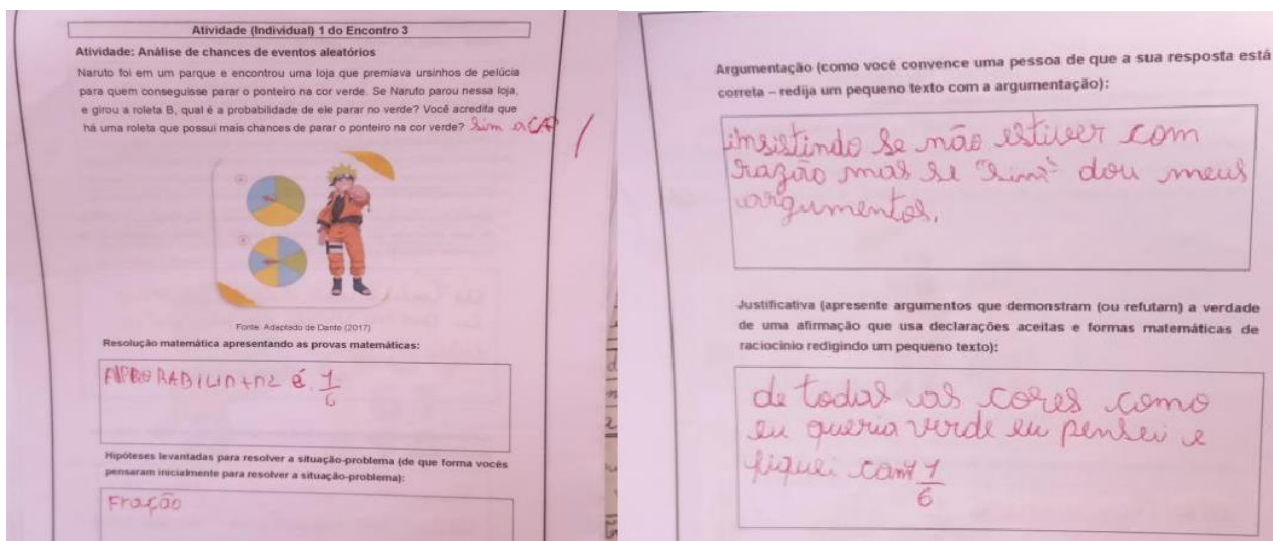
A probabilidade de parar a verde é de 1 em 6 ou $\frac{1}{6} \rightarrow$ parte verde
 $\frac{1}{6} \rightarrow$ Todos chances

Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias - redija um pequeno texto):

A chance de cair no verde é de $\frac{1}{6}$ porque é uma chance de 6

Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Figura 107-Trecho de resposta de aluno referente às perguntas da atividade 1 do encontro 3 – Aluno 2



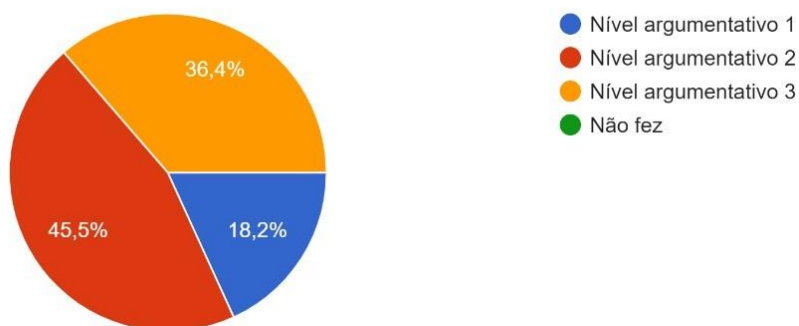
Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Ao organizarmos todas as respostas, classificamos os níveis argumentativos adquiridos na atividade do Naruto. Observemos o tópico de resolução matemática apresentado pelos alunos na Figura 108:

Figura 108- Gráfico do Item 1 da atividade (individual) 1 do encontro 3

Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:

11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

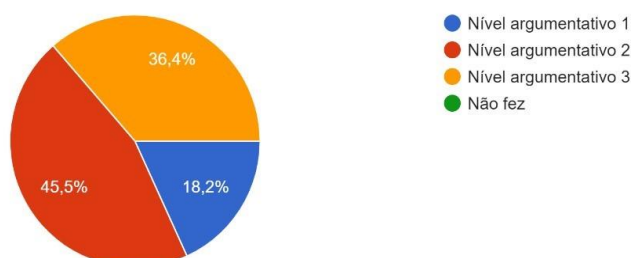
Para o item 1 da atividade 1 do encontro 3 nota-se que 45,5% dos alunos obtiveram nível argumentativo 2 no quesito “resolução matemática”; enquanto 36,4% das respostas foram classificadas como nível argumentativo 3; por fim, um percentual de 18,2% permaneceu com nível argumentativo 1. Há evidências, portanto, para o

entendimento que no terceiro encontro, os alunos melhoraram seus níveis argumentativos nas resoluções matemáticas dos problemas propostos, porém uma percentagem, mesmo que pequena, permanece com dificuldades de argumentação matemática, apresentando falhas identificadas ainda no primeiro encontro. Através disso, é necessário compreender que a construção do conhecimento evolui de forma gradativa e em ritmos diferentes para cada aluno, sendo importante observar as pequenas evoluções ao longo das atividades aplicadas. Ademais, no item 2 da atividade 1 do encontro 3, podemos observar a classificação das hipóteses levantadas pelos alunos na Figura 109:

Figura 109- Gráfico do Item 2 da atividade (individual) 1 do encontro 3

Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):

11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Podemos constatar que 45,5% dos alunos, obtiveram nível argumentativo 2 no quesito “hipóteses levantadas”; enquanto 36,4% das respostas foram classificadas como nível argumentativo 3. Ademais, um percentual de 18,2% permaneceu com nível argumentativo 1. Com isso, há evidências para o entendimento que no terceiro encontro, os alunos melhoraram seus níveis argumentativos nas hipóteses levantadas para resolver a situação-problema proposta. Contudo, uma percentagem, mesmo que pequena, permanece com dificuldades de criação de hipóteses, sendo importante a análise dos próximos encontros para constatação de evolução ou estagnação.

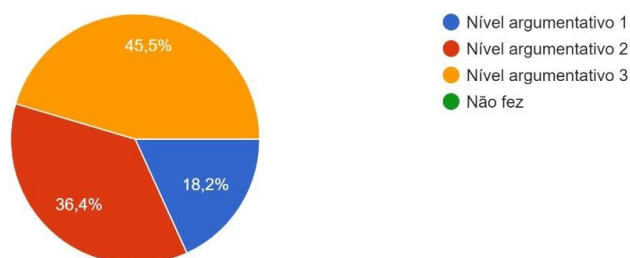
Em prosseguimento, no quesito argumentação pode-se constatar através da Figura 110 que um percentual de 45,5% atingiu, na avaliação, um nível argumentativo 3, sendo o primeiro item a ter o nível 3 como predominante. Classificados como nível argumentativo 2, tem-se uma porcentagem de 36,4% e de nível de argumentação 1,

um percentual de 18,2%. Analisando os níveis obtidos no encontro anterior e comparando-os, pode-se inferir que houve um início de transição de nível argumentativo 2 para nível argumentativo 3 durante o andamento do encontro 3. Vejamos o gráfico:

Figura 110- Gráfico do Item 3 da atividade (individual) 1 do encontro 3

Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):

11 respostas



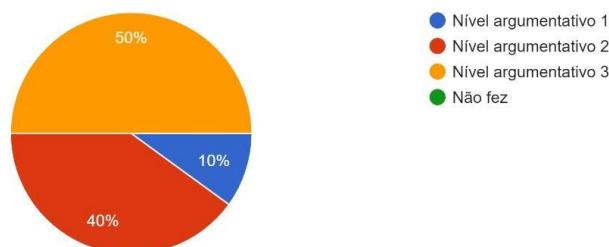
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Já no item 4, no quesito acerca da justificativa pode-se constatar na Figura 111 a predominância de respostas com níveis argumentativos 3, tendo dessa vez, uma parcela de 50% das respostas. Já no nível argumentativo 2, classificaram-se 40% das respostas e por fim, 10% dos resultados para o nível argumentativo 1. Neste caso, houve uma evolução significativa nos itens 3 e 4, visto que o nível três apareceu em destaque, o que não vinha ocorrendo com frequência nas atividades anteriores. Abaixo está o gráfico:

Figura 111- Gráfico do Item 4 da atividade (individual) 1 do encontro 3

Justificativa (apresente argumentos que demonstram (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):

10 respostas

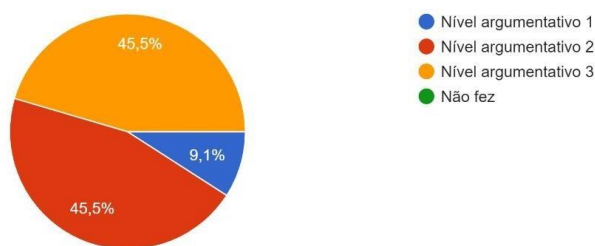


Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para o cenário de análise do item “conclusão”, pode-se notar na Figura 112 a semelhança com o item da “argumentação”, diferenciando o fato de que a porcentagem de respostas nível 1 reduziu, atingindo o percentual de 9,1%. Tais dados demonstram uma evolução dos alunos nas conclusões elaboradas, ocasionando numa melhora no conceito de níveis argumentativos. Para os demais níveis, tem-se: 45,5% de respostas classificadas para ambos os níveis argumentativos 2 e 3. As evoluções notadas ao longo das atividades e encontros vão ao encontro do que Kosko e Wilkins (2015) sinalizam, sobre a implementação da argumentação em sala de aula ser gradativa, exigindo paciência e planejamento do corpo docente. Vejamos o gráfico a seguir:

Figura 112- Gráfico do Item 5 da atividade (individual) 1 do encontro 3

Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias - redija um pequeno texto):
11 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em continuidade, discutiremos sobre o **jogo do quebra-cabeça**, em que os moldes foram impressos em papel cartão e levados para o local de aplicação já cortados (Figura 113), a fim de otimizar o tempo disponível. Esta atividade foi desenvolvida em grupo e realizamos as perguntas que foram colocadas como sugestões no tópico referente às atividades desenvolvidas para aplicação. Segue uma imagem do quebra-cabeça:

Figura 113- Jogo do quebra-cabeça impresso



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Ao longo da aplicação do jogo de quebra-cabeça pudemos observar no quadro 62 várias falas dos alunos que consideramos relevantes para serem destacadas. A seguir, apresentaremos um trecho da gravação das interações discursivas durante essa atividade:

Quadro 62- Trecho 1 Atividade quebra-cabeça do encontro 3

Trecho 1 atividade quebra-cabeça (Encontro 3)					
Turno	Transcrição da fala	Indicadores de engajamento	Padrões discursivos	Abordagem Comunicativa	Nível argumentativo alcançado
1	P: Garotinhos e garotinhas, no lançamento de uma moeda, existe alguma vantagem em um apostador que escolhe cara ou coroa? Por qual motivo?				
2	A1: Não tem vantagem porque as chances são as mesmas, já que só tem uma cara e uma coroa				
3					
4	P: Correto! Agora me falem qual a probabilidade de se obter uma cara no lançamento de uma moeda?				

5	A3: Achamos que é de metade, tia	E1, E2, ED2, EDP1	I-R-F-P- R-P- P-R- P-R-A	(a), (b),(c)	2 E 3
6	P: Quanto vale metade?				
7	A3 e A1: 0,50 ?				
8	A5: Eu acho que é 50%				
9	A6: É a mesma coisa, "burro".				
10	P: Bora lá, pessoal, foco! A6, por qual motivo 0,50 e 50% seria a mesma coisa?				
11	A6: Porque a senhora disse que a Probabilidade ficava "rodando" entre o 0% e o 100%, como a gente encontrou metade das chances, metade de 100% é 50%.				
12	P: Beleza então! O seu grupo acaba de ganhar mais uma peça do quebra-cabeça				
13	comemoração do grupo (com gritos e risadas)				
14	P: Gente, próxima pergunta é a seguinte: Ao lançar um dado, qual a probabilidade de eu obter um número ímpar?				
15	A1: Essa é fácil: três em seis.				
16	P: Por qual motivo, A1? Todos concordam?				
17	A1: É porque nesse dado eu tenho o 1, 3 e 5 que é ímpar dentro do total de seis números normais				
18	P: Todos concordam?				
19	Turma: Simm!				
20	A2: Mas essa resposta também pode ser metade de novo, né tia? Que é 50%? Pelo que A6 falou, isso aqui também é a metade.				
21	P: Muito bem, A2. Vocês me falaram duas representações diferentes para uma mesma resposta. Todos os grupos ganharão mais uma peça do quebra-cabeça.				
22	Turma: Barulhos comemorativos.				

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Sobre os elementos do **modelo de argumentação de Toulmin**, observamos: no turno 2, garantia e conclusão; no turno 11, qualificador, garantia e conclusão; no turno 17 e 20, a garantia e a conclusão.

Sobre os **elementos presentes no trabalho de Kosko e colaboradores**, identificamos estes presentes nos seguintes turnos: turno 2 (descrição matemática – explica o porquê não há vantagem), turno 11 (descrição matemática e explicação – cita a faixa de ocorrência em percentual da probabilidade e explicação a operação matemática para obter 50%), turno 15 seguido do 17 (procedimento e descrição matemática – explica o porquê de três em seis, observando a quantidade de faces ímpares dos dados) e turno 20 (descrição matemática – explica o porquê de 50%). A atividade proposta propiciou aos alunos vivenciar as quatro etapas de **investigação matemática proposta por Ponte**, uma vez que a professora foi problematizando por meio dos questionamentos, explorando as questões, formulando conjecturas, refinando-as, justificando e avaliando.

Assim, observamos que nesse trecho os alunos já conseguem relacionar melhor as suas justificativas com o cálculo matemático e estabelecem relações com os elementos argumentativos mais comuns (dados, garantia e conclusão). Num pequeno trecho também identificamos muito mais turnos com características argumentativas do que quando iniciamos a aplicação dessa trilha.

Notemos que os turnos 2, 11, 15, 17 e 20 possuem construções de/ou argumentos convincentes para respaldar as ideias dos alunos e fazer com que o professor crie mais perguntas que prolonguem esse tipo de comportamento. Como os alunos se organizaram em grupo, foi identificado um engajamento cooperativo, além do engajamento relacionado à discussão sobre a sofisticação de ideias e construção de relações explicativas. Além disso, no padrão discursivo é notado que houve bastante interação entre aluno e professor. Um dos motivos para isso foi que os alunos no formato coletivo lançaram muitas ideias para aqueles que falavam em nome do seu grupo, fortalecendo a concepção de que a discussão em sala de aula é rica, quando bem direcionada e pode promover a argumentação. Quanto às abordagens comunicativas, foi possível manter as que possuíam aspectos dialógicos e interativos, de modo que os alunos conseguiram desenvolver elementos argumentativos caracterizados nos níveis 2 e 3, que é um avanço bastante significativo para este trabalho.

Em continuidade, também tivemos a atividade da **história em quadrinhos** (Figura 114), atividade desenvolvida em grupo, que visava a criação de uma breve “história em quadrinhos” que envolvesse o tema de Probabilidade. Esta atividade também foi gravada, porém grande parte das falas presentes na construção dessa atividade não foi caracterizada como elementos argumentativos, só ao final das construções que foi possível obter uma participação mais efetiva, porém muitos alunos alegaram não ter criatividade para a construção da história ou confundiram a proposta do tema e realizaram a história com um contexto diferente do original. Como esta atividade foi em grupo, dividimos a sala em quatro equipes e os alunos tentaram desenvolver a história proposta com base no tema de Probabilidade.

Figura 114- História em quadrinhos

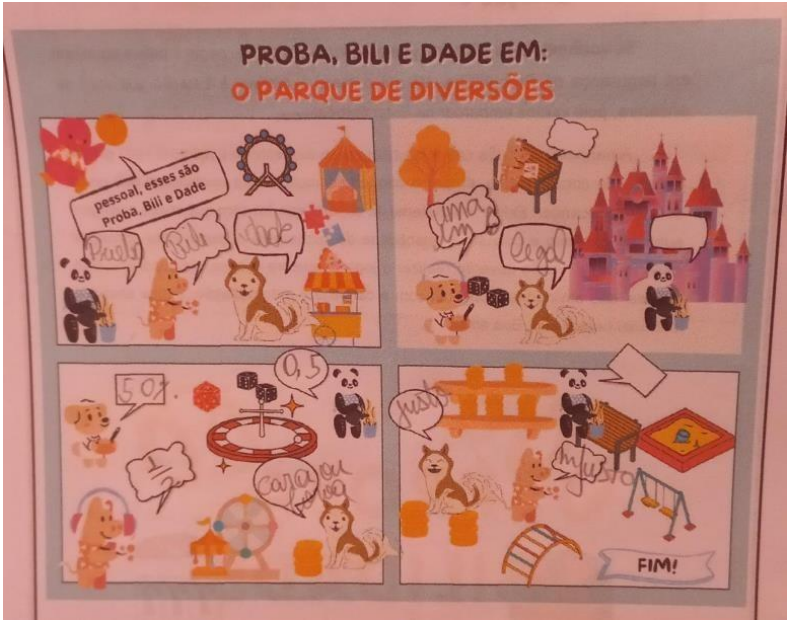


Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Para essa atividade, apenas dois grupos conseguiram apresentar respostas que se aproximaram da proposta apresentada, os outros dois grupos colocaram falas aleatórias nos balões, fazendo com que o tema de Probabilidade não fosse o foco. Já os grupos que fizeram algo no sentido probabilístico só conseguiram expor sua história de modo satisfatório de forma oral, visto que nos balões foram colocadas poucas informações. Daí, percebemos que para essa atividade, a proposta pedagógica

não ficou nítida para os alunos e que a interpretação das duas respostas que entraram no viés probabilístico só pôde ser mais bem compreendida quando eles explicaram a “história” que elaboraram. Vejamos uma das respostas desta atividade:

Figura 115- Um dos grupos das respostas com Probabilidade na história



Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Com isso, separamos alguns trechos da gravação em que os alunos de um desses dois grupos explicaram suas ideias e possíveis características argumentativas em suas falas:

Quadro 63- Trecho história em quadrinhos encontro 3

Trecho 1 atividade quadrinhos (Encontro 3)					
Tturn	Transcrição da fala	Indicador esde engajame n to	Padrões discursiv os	Abordagem Comunicativ a	Nível argumentativo Alcançado
53	P: Vocês do grupo 1, me expliquem a história de vocês!				
4	A4: A nossa história tem três amigos que ficam falando sobre a probabilidade que eles estão vendo. No quadrinho do castelo a chance de uma em 6 é o que o cachorro tá vendo no dado.				
	A3: No quadro da roleta os animais tão vendo as chances de cair cara na moeda. Aí todo mundo				

55	falou uma resposta diferente mas que é igual, né A4?	E2, ED2, EDP2	I-R-R-R-F-R-R-P-P-R-R-R-A-R	(a)	2 E 3
56	A4: E no último a gente só colocou essas palavras de jogo injusto ou justo pra acabar a atividade.				
57	P: Vocês perceberam que o que vocês falaram não tem escrito em nenhum local?				
58	A3: É porque não dava, tia				
59	A5: E porque ia ser muita coisa pra escrever				
60	P: Perceba que quem for ler essa história não vai interpretar isso que vocês falaram. Tenham mais atenção e empenho na realização das atividades.				
61	P: Mas beleza! Como vocês justificariam as 3 respostas diferentes que vocês comentaram para as chances de se cair cara na moeda?				
62	A5: É porque tem uma cara de um total de duas, tia.				
63	A3: Aí, aí tipo, se eu tenho uma em duas, eu sei que é 1 sobre 2 (1/2) e se eu dividir um real "pra duas pessoas fica" 0,50 centavos, por isso "botamo" 0,50				
64	A3: Fala você agora, A4, é sua vez.				
65	A4: É... aí eles já falaram do 0,50 e do 1 sobre 2. Vou falar do 50% então. Botamos 50 % porque como os dois lados da moeda são 100%, um lado seria 50%				
66	P: Hmm, entendi! Gostei das explicações, porém vocês não escreveram isso tudo que falaram. Lembrem que eu falo "faces de uma moeda" e não os lados dela, beleza?.				
67	Grupo: Beleza!				

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Sobre os elementos de **argumentação de Toulmin**, foi constatado nos turnos: 4 (garantia e conclusão), 55 (garantia), 63 (garantia, qualificador, conclusão), 65 (garantia e conclusão). No turno 56, aparece o termo justo e injusto, outro tipo de termo equivocado que surge no início quando os alunos se deparam com as primeiras ideias sobre probabilidade. Sobre os **elementos de Kosko**, o turno 55 traz recontagem matemática e os turnos 66 e 65 apresentam descrições matemáticas, explicações, e procedimentos matemáticos. A atividade possibilitou aos alunos vivenciar as etapas da

investigação matemática, embora algumas etapas não foram desenvolvidas plenamente.

Notemos que nesse trecho acima os alunos apresentaram domínio sobre o que estavam falando e sobre a profundidade do que pensaram ao escrever palavras soltas nos quadrinhos. Assim, mostrando mais uma vez que a argumentação escrita é algo que para ser executada como natural exige muito mais tempo de prática e tentativas de inserção em sala de aula do que a argumentação verbal, em que os alunos conseguem responder de modo imediato, fazendo com que o modo oral seja mais ágil e rápido na perspectiva do aluno, gerando um engajamento maior para as atividades que podem ser solucionadas com a verbalização.

Logo após finalizar essas atividades, direcionamos e instruímos os alunos para a realização da **atividade da cartolina**, descrita no plano de aula 3. A atividade foi realizada por dois grupos, que tiveram 30 minutos para preencher o que era solicitado e assim iriam apresentar as suas resoluções para os demais. Os dois grupos conseguiram atingir a resposta matemática correta, mas apenas uma equipe preencheu os elementos de hipótese, justificativa, argumentação e conclusão que foi solicitada. O grupo recebeu o nome pela cor da cartolina, onde tivemos o grupo rosa e o grupo amarelo com duas problemáticas diferentes. Os problemas elaborados para os grupos foram os seguintes:

Grupo Rosa: João e Maria possuem uma urna com 6 bolas rosas, 2 verdes e 2 vermelhas. Retirando-se uma bola ao acaso, qual seria a probabilidade de se retirar uma bola vermelha ao acaso?

Aqui a solução matemática pode ser representada por: 2 em 10, $\frac{2}{10}$, 0,20 ou 20%.

Grupo Amarelo: Em um programa de TV há uma roleta com 4 cores, uma preta, e 3 azuis. Rafa foi para esse programa e ao girar a roleta obteve no giro a cor preta. Qual é a Probabilidade de se obter a cor que Rafa conseguiu ao girar essa roleta?

Para essa questão a solução matemática pode ser representada por: 1 em 4, $\frac{1}{4}$, 0,25 ou 25%.

Ao passar o tempo previsto para que os alunos respondessem ao problema proposto, iniciamos as apresentações. Como só houve a exposição completa de apenas um grupo, já que o outro só apresentou a situação matemática, resolução matemática e avaliação, selecionamos os trechos da apresentação do grupo rosa, já que nela havia a presença de um possível levantamento de hipóteses, justificativa e conclusão. Antes disso, sobre os questionamentos presentes na parte de avaliação da cartolina para a primeira questão, os dois grupos alegaram ter identificado os conceitos de probabilidade no problema. Na segunda questão o grupo rosa alegou ter tido um pouco de dificuldade e o amarelo informou que não havia tido problemas para resolver o problema proposto. Já no item 3, sobre terem apresentado dificuldades para explicar o texto da resposta, os dois grupos alegaram não ter tido dificuldades, porém percebemos que um dos grupos não a fez, invalidando uma dessas respostas obtidas nesse item.

No último item avaliativo desta atividade, novamente há um dado contraditório, pois é perguntado qual das etapas da investigativas o grupo teve mais dificuldade em realizar e o grupo amarelo colocou que não teve dificuldades, porém não realizaram o que foi pedido. Já o grupo rosa considerou o aspecto de explorar a situação-problema e formular questões como sendo um tópico que apresentou dificuldades durante as etapas de investigação, mostrando que muitas vezes os alunos apresentam um desempenho não esperado por não conseguir explorar com nitidez a situação-problema apresentada. A seguir, apresentaremos um trecho da apresentação do grupo rosa sobre como solucionaram o problema:

Quadro 64 - Trecho de momentos de apresentação do grupo rosa

Trecho 1 atividade cartolina (Encontro 3)					
Turno	Transcrição da fala	Indicadores de engajamento	Padrões discursivos	Abordagem Comunicativa	Nível argumentativo alcançado
315	P: Eai, galera do grupo rosa! Me falem como vocês encaixaram as suas soluções nas etapas investigativas.	E2, ED2, EDP2	I-R-R-R-R-R-F	(a)	2 E 3
316	A6: Primeiro a gente não sabia de nada, depois a gente foi lendo e entendendo				
317	Turma: som de risos				
318	A3: Aí depois a gente pegou a resposta que era 2 sobre 10 (2/10) e começou a escrever como fez ela. A gente botou assim: é só ver que tem 2 vermelhas e ver que tem 10 no total				
319	A5: Aí, tia, a gente foi pra parte da justificativa, que a gente botou: "Porque a gente viu que pegava o que queria e botava em cima do total, ficando com a resposta que a gente botou "2/10" ".				
320	A6: Na parte da argumentação a gente colocou a mesma coisa, só que mostrando que tinha 10 bolinhas na urna. Que a gente desenhou aqui em cima. Pra convencer o pessoal que quiser ver, mas a gente não "tava com lápis de cor" pra ficar melhor. Vai tu agora A1.				
321	A1: É... No final a gente colocou na, naa., conclusão, isso, colocamos assim: "As chances de pegar uma vermelha é de duas em 10 = 2/10".				
322	P: Palmas pra esse grupo pessoal!				
323	Sons turma: Palmas e gritos				
324	P: Pessoal, parabéns! Vocês apresentaram muito bem, mesmo fazendo a leitura do que escreveram. Só precisamos ajustar algumas coisas durante as etapas da investigação, vamos láa!				

Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022)

Sobre os **elementos de Toulmin**, foram observados: turno 318, 319 (garantia e conclusão), turno 320 (garantia, qualificador, conclusão), turno 321 (conclusão). Para os **elementos de Kosko**, foram observados: turno 318, 319, 310, 321 (descrição matemática). Nessa fase da apresentação da história em quadrinhos, os alunos

puderam evidenciar algumas **etapas da investigação matemática** que não tinham ficado claras como a formulação de conjecturas, justificação e avaliação.

Percebemos que nesses trechos o foco realmente foi de apresentação da produção do referido grupo, sendo exposto ao longo dessa apresentação os elementos argumentativos de hipóteses, justificativas e conclusão de modo escrito. De todas as atividades escritas propostas, acreditamos que esta foi a que mais fez com que os alunos refletissem sobre como iriam encaixar suas soluções matemáticas em contextos argumentativos como estes. Percebemos que os turnos: 316, 318, 319, 320, 321 são bastante relevantes, visto que eles deixam nítido que o grupo buscou entender cada um dos elementos que estavam propostos, fazendo com que a argumentação escrita nesse caso deixasse de ser superficial para que fosse mais robusta e abrangendo elementos que outrora não estavam sendo atingidos.

Partindo para a **autoavaliação do encontro 3**, analisamos as respostas dos 11 alunos presentes, onde a **primeira pergunta** questiona se os alunos conseguiram analisar as chances de ocorrências de eventos aleatórios com as atividades desenvolvidas nesse encontro e para essa pergunta todos preencheram o caderninho, mostrando que 9 deles afirmaram saber analisar e 2 afirmaram não conseguir analisar as chances dos eventos aleatórios; isso representa que mais da metade estão conseguindo desenvolver melhor suas habilidades relacionadas aos objetos de conhecimento acerca da Probabilidade, embora uma parte desses alunos ainda tenham dificuldades de realizar essa análise e grande parte já se consideram mais experientes nesse tópico específico.

Já a **segunda pergunta** questiona se os alunos identificaram corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução da situação-problema envolvendo o Naruto, em que apenas 8 alunos responderam ao questionamento e 3 deixaram a resposta em branco. Com isso, dos 8 alunos que responderam, 5 afirmaram ter identificado corretamente as ideias e 3 afirmaram ter identificado “mais ou menos” as ideias da atividade do Naruto. Notamos que não há a necessidade deles deixarem algumas respostas em branco, porém mesmo assim alguns ainda apresentam resistência em finalizar as atividades de modo completo.

Partindo para a **terceira pergunta**, foi pedido que o aluno informe se as ideias sobre as “chances de um evento aleatório ocorrer” que foram apresentadas nos jogos e atividades foram compreendidas, no que 10 alunos afirmaram ter compreendido tais ideias e apenas 1 informou não ter compreendido. Para essa pergunta, percebemos que os alunos continuam construindo seu **letramento probabilístico** ao longo dos encontros, reforçando aquilo que está sendo ensinado acerca da Probabilidade.

Em continuidade, a **quarta pergunta** solicita que o aluno explique como ele pode determinar as chances para que um evento aleatório ocorra. Essa questão é aberta e obtivemos apenas 4 respostas preenchidas com alguma sequência lógica e 7 em branco. A primeira resposta preenchida informava o seguinte: “Eu sei que analiso a quantidade total e o que eu quero”. Já na segunda resposta observada, o aluno afirmou que: “Eu determino olhando o que eu quero e o espaço amostral da pergunta”. Em sequência, na terceira resposta preenchida o aluno responde: “Eu sei porque eu conto o que a pergunta quer e o que tem em tudo”. Por fim, na quarta resposta observada o estudante escreve: “Não sei explicar direito, mas eu vejo as chances que a questão pede em relação ao total”. Notamos que dos alunos que responderam, todos conseguiram expor, mesmo que de modo sintetizado, o que realizam na prática para obter a resposta esperada. Já os 7 que deixaram em branco, provavelmente nem tentaram resolver a questão, pulando para a próxima pergunta. Além disso, podemos inferir que os 7 alunos que não responderam podem até saber explicar o que foi pedido, mas apresentaram resistência, pois informaram presencialmente que estavam “cansados” e a atividade estava longa.

Na **quinta pergunta** é solicitado que o aluno informe quais das etapas teve mais dificuldade em ser respondida na atividade do Naruto, onde 6 alunos responderam que a parte das conclusões seria a mais difícil e 5 alunos responderam que era a parte da justificativa. Esse dado nos mostra que os alunos ainda apresentam dificuldades em dissociar a justificativa da conclusão, em que muitos acreditam que durante a justificativa já é realizada a conclusão por completo.

Na **sexta pergunta** é questionado qual das partes da atividade do “mural” se teve mais dificuldades, em que novamente 6 alunos responderam que seria na conclusão e 5 responderam ser na justificativa.

Já na **sétima pergunta** o aluno deveria informar se conseguiu compreender o raciocínio apresentado pelos demais grupos durante a resolução da situação-problema da atividade do mural. Para essa pergunta, 5 alunos afirmaram ter compreendido totalmente o que o outro grupo falou e 6 alunos afirmaram ter compreendido parcialmente, já que um dos grupos não apresentou a resolução na frente da turma, não sendo possível que fosse entendido completamente o que esse grupo que não apresentou realizou na cartolina.

Em prosseguimento, na **pergunta 8** foi questionado se os alunos conseguiram desenvolver a investigação matemática para resolver a situação-problema apresentada na atividade do mural e todos afirmaram ter conseguido seguir todas as etapas, mas tiveram dificuldades em algumas etapas. Partindo para a **nona pergunta**, os alunos deveriam responder se conseguiram desenvolver a atividade com o quebra-cabeça e novamente obtemos unanimidade das respostas em que os alunos afirmaram que “sim”.

Para a **décima pergunta** foi questionado se os alunos conseguiram elaborar a estória em quadrinhos usando os conceitos de probabilidade: 9 alunos afirmaram ter conseguido elaborar com facilidade e dois alunos falaram que conseguiram, mas com certa facilidade.

Em relação ao **questionamento 11** os alunos deveriam informar qual tipo de argumentação é considerada mais fácil e obtivemos unanimidade para a argumentação oral, em que conseguem se expressar oralmente sem dificuldade para expor o raciocínio. Esse dado apresenta um pouco de equívoco por parte de alguns alunos, já que uma pequena parte deles possuem dificuldades para realizar os dois tipos de argumentação.

Por fim, na **última pergunta** é solicitado que o aluno avalie o seu nível de argumentação nas atividades escritas e orais e 8 alunos afirmaram estar no item b): “ótimo, consigo articular satisfatoriamente as ideias encadeando hipóteses, justificativa e conclusão”. Além disso, 3 afirmaram estar no item c): Bom, consigo articular razoavelmente as ideias encadeando hipóteses, justificativa e conclusão”.

Ao analisar as atividades propostas até o terceiro encontro, percebemos que os alunos desenvolveram melhor suas habilidades probabilísticas e argumentativas, visto

que muitos já conseguiram elaborar afirmações com mais elementos essenciais à argumentação, bem como aos objetos de conhecimento de Probabilidade. Além disso, notamos que o cálculo de Probabilidade, a linguagem, o contexto, questões críticas e grandes ideias são recorrentes no decorrer das atividades e jogos, o que contribui para a construção do letramento probabilístico, como proposto por Braga, Ballejo e Viali (2022).

Após a finalização desse encontro os alunos receberam o convite para participar do quarto encontro da trilha de aprendizagem que ocorreria no próximo encontro, juntamente com a estação cinco, que seria o que os alunos provavelmente sairiam da ilha que estavam presos (contexto da trilha de aprendizagem).

3.3.5 Análise das atividades da trilha de aprendizagem: 4º encontro

O professor que deseje aplicar esse encontro em sua aula deverá analisar o plano de aula 4 e verificar o planejamento necessário para a pré-finalização da trilha de aprendizagem. As estações 4 e 5 tem como objetivo ensinar e fixar os objetos de conhecimento relacionados ao espaço amostral e o cálculo de Probabilidade de eventos equiprováveis (aqueles que possuem a mesma chance de algo ocorrer). A primeira atividade do encontro 4 é o **jogo Probabilinha**, para o qual os alunos responderam algumas questões probabilísticas a fim de chegar ao final da “amarelinha”. Nesta atividade formaram grupos em sala de aula e foram distribuídos os moldes do jogo probabilinha, dados e pinos (tampinha de refrigerante) para cada equipe. Ao utilizar uma das perguntas que foram colocadas como sugestão para esse jogo (na seção que descreve o Probabilinha), percebemos que houve uma interação que fugiu novamente da tríade e que promoveu momentos de argumentação com características e estruturas que são almejadas em nosso trabalho, com isso, selecionamos um trecho desse episódio (quadro 65) a fim de compartilhar tais características que ocorreram durante uma das perguntas da Probabilinha:

Quadro 65- Trecho atividade probabililha (Encontro 4)

Trecho da atividade Probabililha (Encontro 4)					
Turno	Transcrição da fala	Indicadores de engajamento	Padrões discursivos	Abordagem Comunicativa	Nível argumentativo Alcançado
1	P: Gente, atenção aqui! Se um cubo mágico está com todos os lados montados (com as cores iguais agrupadas). Qual a Probabilidade de se lançar o cubo mágico e obter a face da cor azul?	E1, ED2, EDP2	I-R-P-R-F-R-P-R-P-R-R-R-P-R-P-R	(a)	2 E 3
2	A1: uma de quatro, tia!				
3	P: Uma o quê??				
4	A1: Uma chance num total de 4 cores que o cubo tem?				
5	P: Melhorou! Como que a gente pode definir isso em forma de fração? Outra pessoa agora.				
6	A2: Eu acho que pode ser como um sobre quatro? (1/4) que é metade da metade, né?				
7	P: Como assim, metade da metade? Você consegue me dizer quanto ficaria esse resultado em porcentagem?				
8	A2: É... Como que faz mesmo? Se a metade é 50%, então metade da metade ia ser 25%				
9	P: Vocês concordam, pessoal?				
10	A3: Eu não entendi bem isso da metade da metade, tia				
11	A2: É porque como duas cores são 50%, porque é metade de 4 cores, então 1 cor seria metade dessa metade que era 2 e virou 1				
12	A3: Que arrodeio, mas eu entendi agora!				
13	P: Entendeu mesmo?				
14	A3: Sim, tia				
15	P: Então qual seria a probabilidade que eu perguntei no início em formato de porcentagem, gente?				
16	Maioria da turma: vinte e cinco por cento				

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Acerca dos **elementos da argumentação do modelo de Toulmin**, podemos constatar: turno 6 e 8 (garantia e conclusão), turno 11 (garantia, qualificador e conclusão), turno 16 (conclusão). Sobre os **elementos de Kosko**, os turnos 6,8,11

apresentam procedimentos e explicações. Além disso, as atividades propostas proporcionaram o contato com **etapas da investigação matemática** de forma lúdica.

Ao observar os turnos acima, percebemos que os alunos expuseram a resolução do que foi perguntado de forma adequada, tendo em vista que as respostas foram coerentes e houve a existência de fundamentos que sustentassem a justificativa apresentada. Durante a atividade, os alunos ficaram muito empolgados com o jogo e com a disputa para se chegar até o “céudado” que é a última casa do jogo. Além disso, percebemos ao longo desses encontros que as atividades com o caráter mais lúdico chamam a atenção do aluno de modo muito mais profundo do que uma aula pautada no ensino focado apenas no piloto e quadro. Porém, destacamos a importância de que essas ferramentas lúdicas sejam pedagogicamente intencionadas e que tenham objetivos para além da brincadeira, tendo como foco a aprendizagem dos alunos. Os indicadores de engajamento, padrão discursivo, níveis argumentativos atingidos e abordagem comunicativa predominante da professora nesse encontro pode ser visualizada no trecho acima. Ademais, já conseguimos observar que os conceitos matemáticos estão mais refinados a cada encontro, pelo menos os expressados verbalmente, constatação importante para a nossa pesquisa.

Após o jogo Probabilinha, os alunos realizaram a **atividade 1 do encontro 4**, uma situação-problema envolvendo os tópicos probabilísticos almejados para o aprendizado desse encontro. Para realização desta atividade, a turma se dividiu em 4 grupos, sendo que 12 alunos estavam presentes, formando grupos de 3 componentes cada.

A seguir, apresentaremos a análise de resultados dessa atividade que tem o seguinte enunciado: **“Agostinho Carrara estava trabalhando de Uber e resolveu fazer um sorteio de um brinde com os clientes de algum mês do ano de 2021. Para definir os clientes que seriam presenteados com o brinde, ele resolveu sortear 1 dos 12 meses do ano”**. Após essa contextualização é perguntado qual seria a Probabilidade de sair um mês que começa com a letra J? E quais as chances de se sortear um mês com a letra inicial J são iguais as chances de se sortear um mês com a letra inicial S?

Após os grupos responderem os questionamentos, organizamos os dados coletados para classificar adequadamente nos níveis argumentativos e probabilísticos. Note através da Figura 116 que a atividade possui cinco itens, como mostra uma das respostas dos grupos:

Figura 116- Trecho de resposta de aluno referente às perguntas da atividade 1 do encontro 4 – Grupo 1

Atividade 1 (Grupo) da Estação 4 - Atividades de Ambientação à Argumentação 4

Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios e cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis

Agostinho Carrara estava trabalhando de Uber e resolveu fazer um sorteio de um brinde com os clientes de algum mês do ano de 2021. Para definir os clientes que seriam apresentados com o brinde, ele resolveu sortear 1 dos 12 meses do ano.

- Qual a Probabilidade de sair um mês que começa com a letra J?
- As chances de se sortear um mês com a letra inicial J são iguais as chances de se sortear um mês com a letra inicial S?

Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:

mês com J (Janeiro, Junho e Julho)
 Probabilidade com J = $\frac{3}{12}$

Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):

mês com S (Setembro)
 as chances são diferentes.

Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta - redija um pequeno texto com a argumentação):

Sorte 3 meses com letra J de total de 12 meses.

Justificativa (apresente argumentos que demonstram (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):

Só tem 3 meses com a letra S

Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias - redija um pequeno texto):

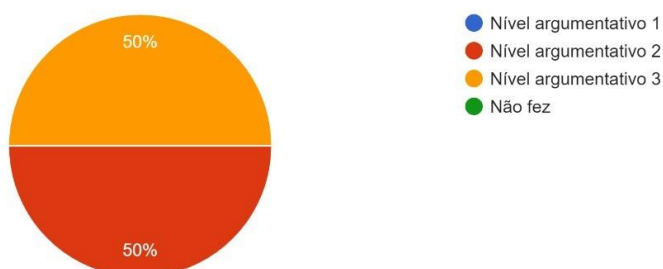
Para sortear meses com J as chances são de 3 em 12 e são maiores que as chances com meses em a letra S.

Fonte: Acervo da autora da dissertação (2022)

Percebemos que o primeiro item solicita a resolução matemática, apresentando provas matemáticas, em que a resposta correta seria $\frac{3}{12}$ para os meses que iniciam com a letra “J” e as chances de se sortear um mês com a letra inicial “J” não é a mesma de se sortear um mês com a letra inicial “S”, para isso, obtivemos os seguintes níveis argumentativos:

Figura 117- Gráfico de nível argumentativo obtido no item 1 da atividade (grupo) 1 do encontro 4

Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:
4 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

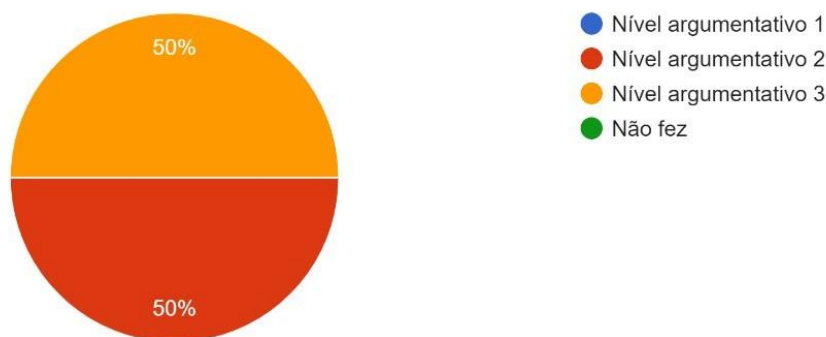
Verificamos na Figura 117 que 50% dos grupos, obtiveram nível argumentativo 2 no quesito “resolução matemática”; enquanto os outros 50% foram classificadas como nível argumentativo 3. Com isso, temos evidências de que o quarto encontro gerou mais um passo na construção do conhecimento dos alunos, pois não houve indicações de grupos com classificação de nível argumentativo 1, mostrando que houve, novamente, mais um degrau de crescimento no assunto da probabilidade. Apesar de que, ainda são encontradas falhas no processo como erros de argumentação e conceitos, falha em procedimentos matemáticos ou de construção de raciocínio, que pode ser considerado natural para o processo de solidificação do aprendizado.

Já no item 2, referente as hipóteses levantadas, percebemos na Figura 118 que as classificações ficaram meio a meio no quesito “hipóteses levantadas” com 50% classificados em nível argumentativo 2 e 50% como nível argumentativo 3. Novamente, há evidências para o entendimento que os alunos melhoraram seus níveis argumentativos nas hipóteses levantadas para resolver a situação-problema proposta, apesar de algumas constatações de erros de conceitos permanecerem, a ausência de classificações de níveis argumentativos 1, mostra um grau de evolução no processo:

Figura 118- Gráfico do item 2 da atividade (grupo) 1 do encontro 4

Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):

4 respostas



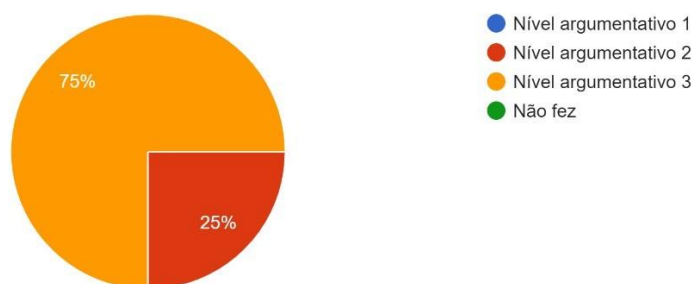
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em prosseguimento, no item 3 da atividade em questão no quesito argumentativo, constata-se através do gráfico da Figura 119 que um percentual de 75% atingiu, na avaliação, um nível argumentativo 3, sendo o primeiro item a ter o nível 3 como predominante nessa atividade. Ademais, tem-se uma porcentagem de 25% das respostas classificadas como nível argumentativo 2. Ao Analisarmos os níveis obtidos no encontro anterior e comparando-os, pode-se inferir que continua ocorrendo a transição de nível argumentativo 2 para nível argumentativo 3 e que a transição de nível argumentativo 1 para 2 foi realizada:

Figura 119- Gráfico do Item 3 da atividade (grupo) 1 do encontro 4

Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):

4 respostas

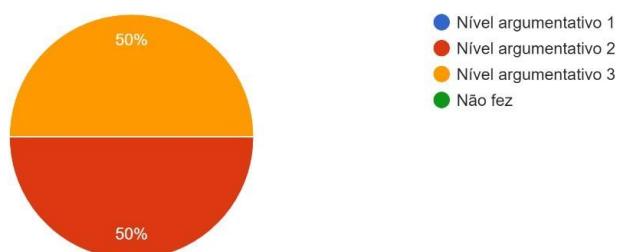


Fonte Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Ao analisarmos o quarto item dessa atividade em grupo (Figura 120), podemos constatar a igualdade de respostas com os níveis argumentativos 2 e 3 com a mesma porcentagem, tendo 50% para cada um deles. Isso nos mostra que o nível argumentativo 1 está cada vez mais sendo superado pelos níveis mais robustos e completos, enaltecendo a importância de problemas e promovam a escrita e oralidade argumentativa em sala de aula:

Figura 120- Gráfico do Item 4 da atividade (grupo) 1 do encontro 4

Justificativa (apresente argumentos que demonstrem (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):
4 respostas

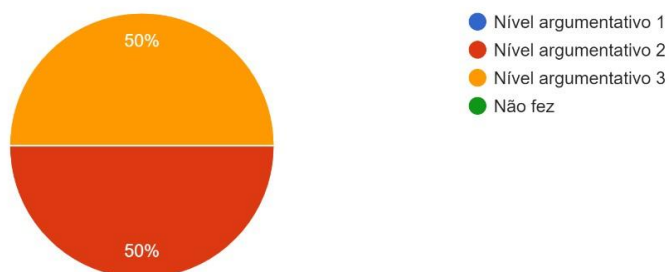


Fonte: Elaborado pela autora da Dissertação (2022)

Em prosseguimento, no quinto item envolvendo a conclusão de um argumento os quatro grupos responderam e podemos observar as respostas através da Figura 121 a seguir:

Figura 121- Gráfico do Item 5 da atividade (grupo) 1 do encontro 4

Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias – redija um pequeno texto):
4 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

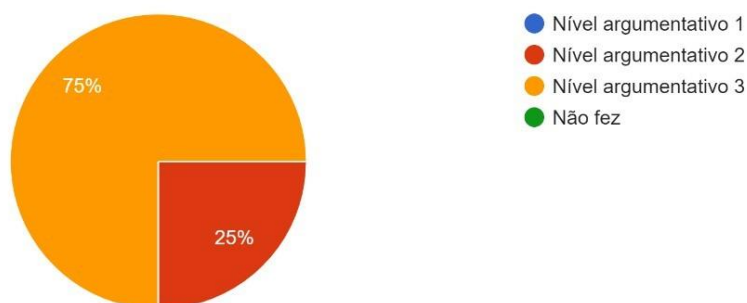
Para o cenário de análise do item “conclusão”, pode-se notar semelhança com os demais itens, onde não se vê classificações de nível argumentativo 1, concentrando-se somente nos níveis 2 e 3. Demonstrando uma evolução dos alunos nas conclusões elaboradas e fazendo-os subirem no conceito de níveis argumentativos.

Diante dessas considerações, partiremos para a análise da **atividade 2**, também realizada em grupo no encontro 4, na qual a turma se dividiu em 4 grupos, onde 12 alunos no total estavam presentes, formando grupos de 3 componentes cada. A atividade fornece um argumento e o estudante deve responder quatro itens, a afirmação, evidência e garantia.

O argumento da atividade foi o seguinte: “Argumento: A capitã Marvel está jogando probabilidade e afirmou que no lançamento de um dado comum, o espaço amostral é igual a seis”. Nessa primeira etapa, o aluno deveria informar se concordava ou não com essa afirmação. Com isso, ao analisar os dados obtidos podemos observar que todos os grupos concordaram unanimemente com a afirmativa a respeito do espaço amostral de um dado comum. Esse item reforça que os conceitos estudados estão bem consolidados no entendimento do aluno. Já a segunda etapa dessa atividade solicita que os alunos apresentem dados, evidência ou fundamentos para suas afirmações, observe a Figura 122:

Figura 122- Gráfico da pergunta 2 da atividade (grupo) 2 do encontro 4

Dados/Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.
4 respostas



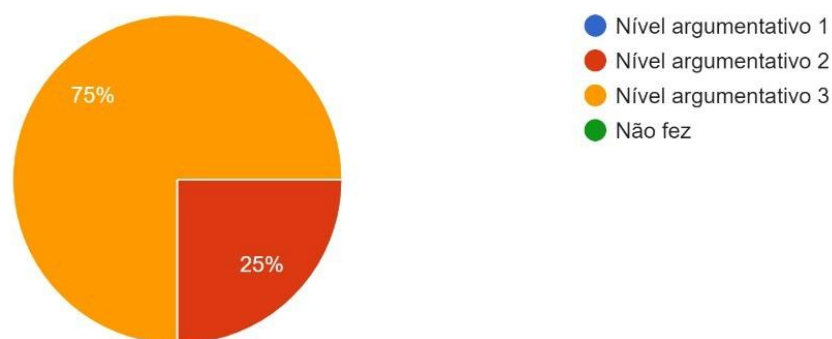
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Podemos constatar que os grupos tiveram um bom desempenho pelo fato de sua avaliação ter 75% das respostas classificadas no nível de argumentação 3. Para os 25% restantes a classificação das respostas foi de nível argumentativo 2, já demonstrando redução desse nível e uma possível transição para o nível 3. Em prosseguimento, na terceira etapa da atividade é pedido que os estudantes forneçam uma garantia, conectando a evidência e afirmação já feitas anteriormente, em que pudemos constatar novamente que os grupos tiveram um bom desempenho, tendo 75% das respostas classificadas no nível de argumentação 3 e 25% das respostas classificadas no nível argumentativo 2, como mostra a Figura 123:

Figura 123- Gráfico da pergunta 3 da atividade (grupo) 2 do encontro 4

Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.

4 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Nessa atividade é possível perceber que os alunos conseguiram apresentar argumentos mais fundamentados, já que as respostas se concentraram em níveis argumentativos 2 e 3. Ademais, os conceitos probabilísticos, bem como os objetos de conhecimento relacionados à Probabilidade foram compreendidos de modo satisfatório ao longo de nossas aplicações. Além disso, a quarta estação também contou com a autoavaliação referentes as atividades desenvolvidas e sua análise pode ser vista logo a seguir:

A **primeira pergunta da autoavaliação** indagava se o aluno havia conseguido compreender o conceito de espaço amostral e analisar as chances de ocorrência de eventos aleatórios, sendo que 100% afirmaram ter compreendido tais conceitos. Já a

segunda pergunta questionava se o aluno havia identificado corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução da situação-problema sobre Agostinho Carrara e o Uber e 75% dos alunos afirmaram ter identificado corretamente as ideias e 25% não conseguiram realizar a identificação, ressaltando a necessidade de um melhor aprofundamento na interpretação e reconhecimento das principais ideias do enunciado, de modo que o aluno desenvolva adequadamente o letramento probabilístico e os principais aspectos argumentativos.

Em continuidade, na **terceira pergunta** o aluno deveria responder se conseguiu compreender o significado de eventos equiprováveis, sendo que 50% dos alunos afirmaram compreender o significado e os outros 50% afirmaram compreender mais ou menos o significado de eventos equiprováveis. Um ponto a se destacar é que nenhum aluno assinalou a alternativa que correspondia a não compreender o que seriam eventos equiprováveis. Ademais, na **quarta questão** foi solicitado que o aluno informasse se conseguiu redigir a argumentação na atividade envolvendo a situação-problema sobre Agostinho Carrara e o Uber, em que 50% dos alunos afirmaram ter respondido sem dificuldades e os outros 50% afirmaram ter respondido com certa dificuldade, que foram os grupos que se enquadraram no nível argumentativo 2 da atividade anterior.

Já na **quinta questão** é perguntado qual das partes os alunos tiveram mais dificuldades na situação-problema sobre Agostinho Carrara e o Uber, sendo que 50% dos alunos informou que a maior dificuldade fora nas hipóteses, 25% das dificuldades enquadraram-se na argumentação e 25% na conclusão. Esses dados ainda mostram que os conceitos desses elementos argumentativos devem ficar mais evidentes para os estudantes, além de bem mais compreendidos, pois muitas vezes há uma confusão no significado desses elementos argumentativos, fazendo com que os alunos não forneçam uma argumentação completa por falta de compreensão durante o processo argumentativo.

Em continuidade, na **sexta questão** dessa autoavaliação é perguntado se os alunos conseguiram executar e relacionar a “Probabilinha” com os conceitos desenvolvidos ao longo das estações e obtivemos 100% para a alternativa “sim”. Tal resultado realmente apresenta conformidade com o que foi observado em sala de aula

de modo oral ao longo da aplicação, em que os alunos relacionaram de modo satisfatório os conceitos que foram trabalhados em Probabilidade no jogo em questão.

Por fim, no **último questionamento** da autoavaliação da quarta estação é perguntado sobre qual das partes da atividade da capitã Marvel eles tiveram mais dificuldades em responder: 75% dos alunos afirmaram ter tido mais dificuldade na conclusão e 25% afirmaram ter mais dificuldades na garantia. A partir disso, constatamos que, pela falta de costume dos alunos em realizar a escrita matemática, conforme as atividades possuíam um número maior de itens, era possível perceber uma pequena queda de engajamento, contribuindo para que as últimas solicitações da atividade da Capitã Marvel sobre “garantia e conclusão” apresentassem mais dificuldades, já que o aluno não estava mais tão disposto a finalizar o que foi pedido.

É válido ressaltar que as estações 4 e 5 ocorreram no mesmo dia, com o intuito de separar o momento final da trilha de aprendizagem do momento anterior (estação 4). A intitulada **estação 5** possui apenas um desafio para chegar ao “tesouro perdido” junto com a autoavaliação geral em relação a todas as aplicações anteriores, para entendermos a opinião dos alunos em relação às experiências dele ao ser submetido ao nosso planejamento pedagógico.

Neste desafio da **Estação 5** (que pode ser observado no caderno do aluno e nos procedimentos metodológicos), os alunos estavam divididos em 4 grupos e possuíam 20 minutos para solucionarem o desafio proposto, além de terem que realizar uma tomada de decisão final. O desafio da estação 5 é mostrado na Figura 124 e apresenta a seguinte contextualização: "A sacola **A** contém 6 chaves roxas e 7 chaves verdes e a sacola **B** contém 4 chaves roxas e 2 chaves verdes. De qual sacola é mais provável sortear uma chave roxas e de qual é mais provável sortear uma chave verde?". Note que a sacola **A** possui 13 chaves ao total, onde teríamos 6 chances em 13 de sortear uma chave roxa, isto é, $6/13=0,46=46\%$ de chance de uma chave roxa ser sorteada na sacola **A**. Em comparação ao sorteio da chave roxa na sacola **B**, podemos observar que existem 6 chaves na sacola B e 4 delas são roxas, onde teríamos 4 chances em 6, isto é, $4/6=0,66=66\%$. Com isso, na sacola **B** é mais provável que se sorteie uma chave roxa.

Já para o sorteio das chaves verdes, percebemos que a sacola **A** possui 7 chaves verdes em um total de 13 chaves, possuindo 7 chances em 13, isto é, $7/13=53,8\%$. Por outro lado, na sacola **B**, há 2 chaves verdes em um total de 6 chaves, ou seja, 2 chances em 6, isto é, $2/6=33,3\%$. Isso nos mostra que para o sorteio das chaves verdes, a melhor opção seria a sacola **A**, já que possui 53,8% de chances, enquanto a sacola **B** possui 33,3% de chances para se sortear uma chave verde:

Figura 124- Desafio da estação 5

Você irá sortear uma chave de duas sacolas diferentes.

A sacola A contém 6 chaves roxas e 7 chaves verdes.

A sacola B contém 4 chaves roxas e 2 chaves verdes.

De qual sacola é mais provável sortear uma chave roxa e de qual é mais provável sortear uma chave verde?

Sacola A	Sacola B
Mais provável sortear uma roxa	Mais provável sortear uma verde

Justifique a sua resposta.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Observemos na Figura 125 uma das respostas obtidas para o desafio da estação 5. Para este desafio, todos os alunos acertaram a resposta, porém apresentaram justificativas diferentes e algumas um tanto equivocadas. Em contrapartida, realizamos a consideração acerca do equívoco cometido por um dos grupos até que a turma compreendesse qual seria a justificativa correta para a resposta:

Figura 125- Resposta desafio

Estação 5

Parabéns por terem chegado na última estação da Probabililha!

Antes de finalizar a aventura pela ilha, vocês terão que responder uma última pergunta. Se acertarem, vocês pegarão a chave que abre a caixa onde está o mapa que leva até o baú do tesouro (grupo):

Você irá sortear uma chave de duas sacolas diferentes.
 A sacola A contém 6 chaves roxas e 7 chaves verdes.
 A sacola B contém 4 chaves roxas e 2 chaves verdes.
 De qual sacola é mais provável sortear uma chave roxa e de qual é mais provável sortear uma chave verde?

Sacola A	Sacola B
Mais provável sortear uma roxa	Mais provável sortear uma verde
Sacola B	Sacola A

Justifique a sua resposta.

Sim, pois que uma tem mais roxas que verde e outra mais verde que roxa.

que roxa

Fonte Adaptado de Mangahigh (2022)

Fonte: Acervo da autora da Dissertação (2022)

Ao responder ao questionamento o grupo precisou “encontrar” o baú com o tesouro perdido, porém em nossa contextualização ele estava “trancado” com um cadeado que só se abriria caso o estudante realizasse uma tomada de decisão. Tal tomada de decisão possuiu o seguinte enunciado: “Ao lado do tesouro há uma caixa secreta com dois botões, um azul e um vermelho. Um botão abre o tesouro e o outro faz com que haja uma explosão que destrói todas as riquezas desse baú. Qual botão o seu grupo irá escolher? Qual a probabilidade de se ter as riquezas?”. A partir disto, a professora pôde colocar em um envelope a resposta que seria a “correta”, que foi escolhida de modo aleatório, além de preparar alguns brindes como representação do tesouro escondido e o grupo que ganhou as “riquezas” também ganhou a liberdade da ilha! Logo após essas etapas, foi anunciado que todas as equipes poderiam compartilhar do tesouro perdido da Probabililha.

Antes de apresentar as análises do questionário a posteriori, vejamos a **autoavaliação da quinta estação**, composta por 9 questões. A primeira pergunta questionou se os alunos conseguiram compreender conceitos básicos de Probabilidade como acaso, eventos aleatórios, eventos equiprováveis e espaço amostral, onde 50% dos estudantes afirmaram ter compreendido totalmente esses conceitos e os outros 50% afirmaram ter conseguido compreender parcialmente esses conceitos, possuindo ainda algumas dúvidas sobre o tema.

Já no **segundo questionamento** foi perguntado se o aluno identificou corretamente as ideias sobre probabilidade a serem aplicadas na resolução da situação-problema proposta na estação 5 sobre as chaves roxa e verde e 100% dos alunos afirmaram ter identificado corretamente as ideias sobre a Probabilidade. Em continuidade, na **terceira pergunta** foi indagado se os alunos conseguiram compreender o que é uma tomada de decisão, sendo que 100% dos alunos afirmaram saber que a tomada de decisão envolve escolhas e riscos, mostrando uma evolução evidente em relação ao questionário a priori.

Ademais, na **quarta pergunta** foi questionado se o aluno compreendeu completamente o significado de Probabilidade e 100% confirmou ter compreendido o significado de Probabilidade, mostrando que o público-alvo começou a desenvolver seu letramento probabilístico através das atividades aplicadas na trilha de aprendizagem. Em prosseguimento, a **pergunta 5** questionou se os alunos conseguiram generalizar o conceito de probabilidade como a divisão do número de eventos pelo número de resultados possíveis e os eles afirmaram unanimemente ter percebido que o cálculo da Probabilidade é feito por essa divisão, conseguindo generalizar o conceito, mostrando assim evidências de desenvolvimento do letramento probabilístico, como discutido por Gal (2005).

Já na **questão 6** foi perguntado se ao longo da trilha de aprendizagem os alunos conseguiram melhorar a argumentação matemática, tendo também a unanimidade deles afirmando terem melhorado muito, tanto na escrita quanto na oralidade. Tais respostas coletadas são verídicas, visto que os alunos ao longo das atividades iam aprimorando suas falas e escrita matemática, apresentando elementos argumentativos

essenciais durante a argumentação, como proposto nos estudos de Kosko e Wilkins (2015), Sasseron e Carvalho (2011) e Mortimer e Scott (2002).

Além disso, a **sétima pergunta** pediu para que o aluno caracterize o seu nível argumentativo após a finalização das estações e 75% dos alunos afirmaram se enquadrar em um nível bom e 25% dos alunos presentes julgaram se enquadrar em um ótimo nível. Notemos que mesmo podendo haver informações equivocadas, os alunos desenvolveram também uma maior confiança na realização de uma argumentação em relação ao que observamos no início dessa trilha de aprendizagem.

Já a **penúltima pergunta** solicitou que os alunos informem em qual estação eles tiveram mais dificuldades em realizar as atividades propostas e obtivemos unanimidade das respostas para a “estação 1”, visto que eles apresentaram várias queixas por terem tido contato com atividades que precisavam justificar suas respostas, coisa que outrora não era solicitado em sala de aula. Finalmente, para a **questão 9** foi perguntado se os jogos auxiliaram os alunos na compreensão dos conceitos de probabilidade e 100% dos presentes informaram que sim, além de terem aprendido de uma forma mais atrativa.

Diante de todos os aspectos discutidos anteriormente, passaremos para a etapa final dessas análises, em que mostraremos as discussões acerca do **questionário a posteriori** que foi aplicado quatro dias após o final da aplicação da trilha de aprendizagem da Probabililha. Para realização desta atividade, 8 alunos da turma se fizeram presentes, o número alto de ausências se deu pelo fato de que, no dia da aplicação da atividade, houve a realização de um evento organizado pela escola e alguns deles tiveram que participar. Ainda assim, o número de alunos que responderam ao questionário a posteriori forneceu dados que possibilitaram a elaboração da análise e constatação dos resultados obtidos.

O **questionário a posteriori** foi composto por três partes principais: A, B e C. A parte **A** do questionário a posteriori está relacionada aos aspectos didáticos e metodológicos do PE. Com isso, a **primeira pergunta** desse questionário indagou se os alunos acreditam que os jogos auxiliaram na aprendizagem dos conceitos probabilísticos e obtivemos 100% das respostas caracterizadas como “sim”, em que os alunos puderam mostrar um melhor desempenho probabilístico e engajamento durante

a realização das atividades com jogos, contribuindo para um melhor desenvolvimento do letramento probabilístico em sala de aula, como visto por Gal (2015). Ademais, é válido ressaltar que os alunos foram desenvolvendo ideias intuitivas acerca dos conceitos probabilísticos, indo ao encontro do que Fischbein (1975) acreditava, que desde cedo elas já são capazes de perceber esses conceitos.

Já o **segundo questionamento** perguntou se os alunos acreditam que os jogos auxiliaram no desenvolvimento da argumentação e também obtivemos 100% das respostas informando que os jogos auxiliaram no desenvolvimento da argumentação em sala de aula, mostrando que os jogos podem sim ser utilizados como ferramentas pedagógicas capazes de contribuir para a construção do conhecimento. Do mesmo modo, na **terceira pergunta** foi solicitado que os alunos informem se consideraram as atividades escritas pertinentes para o desenvolvimento da argumentação escrita e todas as respostas obtidas consideraram as atividades escritas pertinentes para o desenvolvimento da argumentação escrita. Para essa pergunta é interessante frisar que apesar dos alunos terem considerado as atividades escritas pertinentes para o desenvolvimento do processo argumentativo escrito, não há um interesse geral deles para a realização dessas atividades.

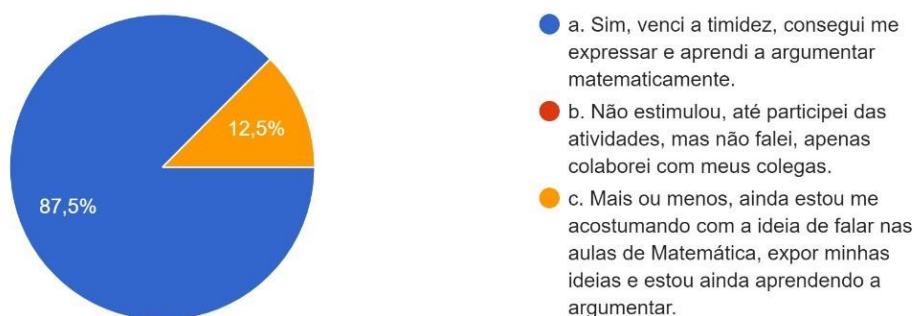
Em prosseguimento, na **quarta pergunta** foi questionado se os alunos gostaram do formato da trilha de aprendizagem por meio de uma ilha, analisando se houve estímulo de interesse ou engajamento para solucionar os problemas propostos e todos os alunos presentes responderam “sim, pois ficaram mais dinâmicas e atrativas”.

Por fim da parte A do questionário a posteriori é perguntado aos alunos se a dinâmica de aplicação das atividades estimulou eles a participarem e falarem expondo suas ideias matemáticas. Para essa pergunta, 87,5% dos presentes responderam “sim, venci a timidez, consegui me expressar e aprendi a argumentar matematicamente” e os outros 12,5% responderam “mais ou menos, ainda estou me acostumando com a ideia de falar nas aulas de Matemática, expor minhas ideias e estou ainda aprendendo a argumentar”, como mostra a Figura 126:

Figura 126- Gráfico da pergunta 5 do questionário a posteriori- parte A

5. A dinâmica de aplicação das atividades estimulou você a participar e falar expondo suas ideias matemáticas?

8 respostas



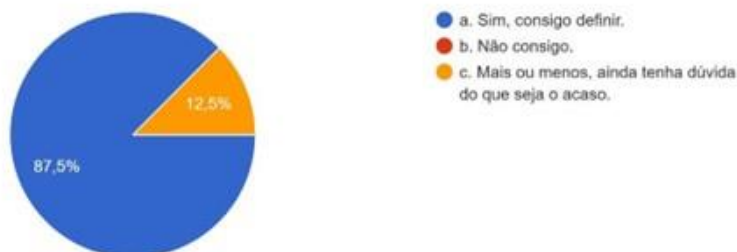
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Nesse quesito, observamos que dois pontos podem ser destacados: um é do aluno que conseguiu desenvolver a habilidade de se expressar e argumentar, já o outro é do aluno que muitas vezes possui dificuldade em expor suas ideias e é um pouco tímido quando se fala em apresentação “pública”, mostrando que muitas vezes o desenvolvimento da argumentação em sala de aula envolve aspectos esperados e inesperados. Através da **análise da parte A** notamos que todos os alunos presentes concordaram que os jogos auxiliaram na aprendizagem e no desenvolvimento da argumentação e Probabilidade. Além disso, as atividades escritas auxiliaram na argumentação escrita e a configuração das atividades em formato de aventura estimulou o engajamento e interesse dos alunos.

Já na **parte B** do questionário a posteriori (Figura 127), na **primeira pergunta**, 87,5% dos alunos relataram ter compreendido plenamente o significado de probabilidade. Enquanto uma minoria de 12,5% relatou ter certa dificuldade no entendimento probabilístico, mostrando que ao longo das aplicações é possível ver uma evolução nas respostas dos alunos, mesmo faltando o aprofundamento em alguns objetos de conhecimento referentes ao 4º e 5º ano do Ensino Fundamental:

Figura 127- Gráfico da pergunta 1 do questionário a posteriori – Parte B

3. Você consegue definir o que é acaso?
8 respostas



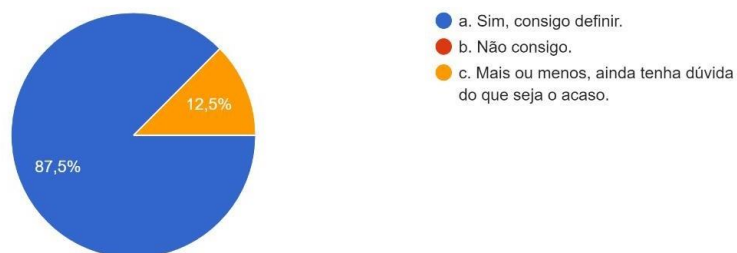
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Já na **pergunta 2** do questionário a posteriori, houve unanimidade nas respostas a respeito da definição de um evento aleatório e todos os alunos presentes responderam que conseguem definir bem o que é um evento aleatório.

Em continuidade, na **pergunta 3** da parte B, 87,5% dos alunos relataram que conseguem definir o que é acaso através dos conceitos estudados durante os encontros em sala de aula, enquanto um total de 12,5% relatou ainda ter dúvidas sobre a definição indagada. Mesmo um grande percentual de alunos afirmarem saber definir bem o que é um evento aleatório, ainda é necessário que se sintam alfabetizados probabilisticamente, sendo capazes de interpretar, avaliar criticamente, analisar, julgar, decidir e comunicar sobre situações incertas, fazendo escolhas e assumindo as consequências dessas escolhas, como informado por Hokor (2023):

Figura 128- Gráfico da pergunta 3 do questionário a posteriori – Parte B

3. Você consegue definir o que é acaso?
8 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

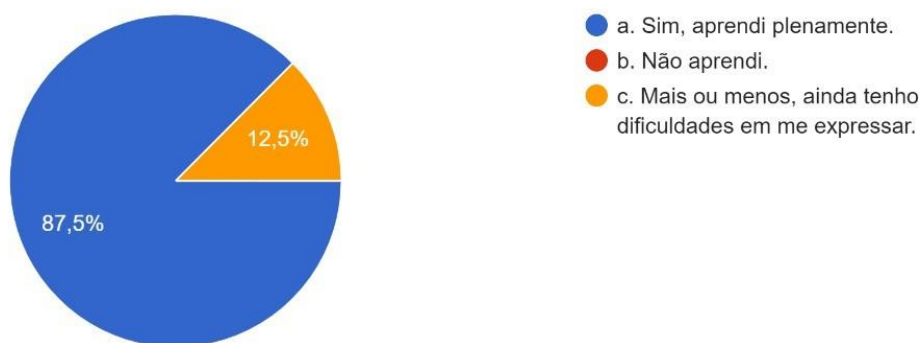
Já na **pergunta 4**, todos os 8 alunos presentes relataram conseguir conceituar um evento equiprovável, sendo assim, unânimes na compreensão do assunto. Além disso, para a pergunta 5, houve novamente unanimidade na indicação de compreensão de que a probabilidade está presente em nosso cotidiano, levando assim os alunos a refletirem sobre o seu dia a dia e no que isso pode se relacionar com a matemática probabilística. Tais resultados só comprovam aquilo que discutimos em nosso referencial teórico, sobre a Probabilidade fazer parte da vida dos alunos nos mais simples detalhes, sendo um ótimo conteúdo para ser introduzido através dos conhecimentos prévios dos alunos, como observamos nos estudos de Samá e Goulart (2019) e Samá e Silva (2020).

Em continuidade, na **pergunta 6** (Figura 129), uma maioria de 87,5% demonstrou ter tido um aprendizado no argumento matemático escrito ou oral, enquanto 12,5% relataram ter aprendido medianamente sobre o assunto e ainda ter dificuldade de se expressar da maneira que foi enfatizada em sala de aula. Além disso, os resultados apresentam a necessidade de buscar a implementação da argumentação de modo gradual e planejado, visto que mesmo após diversos momentos, os alunos ainda apresentaram dificuldades e muitas vezes o professor pode desistir dessa prática argumentativa em sala de aula por falta de frutos visíveis imediatos:

Figura 129- Gráfico da pergunta 6 do questionário a posteriori – Parte B

6. Você aprendeu a argumentar matematicamente por meio da escrita ou oralmente?

8 respostas



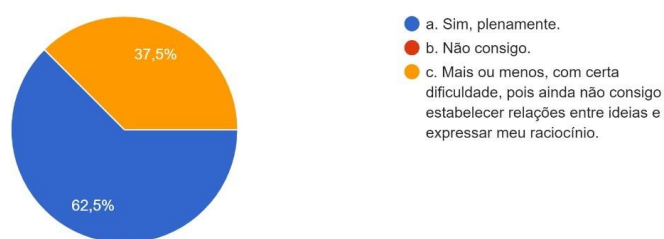
Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Para o bloco de perguntas conceituais relacionadas ao conteúdo da Probabilidade e argumentação matemática, pôde-se notar que nas questões de 1 a 6 houve respostas satisfatórias a respeito da ciência dos conceitos abordados como: Probabilidade, evento aleatório, acaso e evento equiprovável, demonstrando assim uma boa adesão dos conceitos estudados. Além disso, as atividades aplicadas fizeram com que os processos discursivos e probabilísticos fossem bem mais aprofundados, contribuindo para a formação de estruturas argumentativas, como de Toulmin (1958) e Kosko e Guilford (2018).

Em prosseguimento, a **pergunta 7** do questionário a posteriori teve o seguinte enunciado: “você consegue estruturar o seu raciocínio para expressá-lo em uma interação discursiva na qual terá que argumentar em uma aula de Matemática?”. Para essa pergunta, 37,5% dos alunos afirmaram saber argumentar parcialmente, não conseguindo estabelecer relações entre ideias e nem expressar o raciocínio utilizado, como observamos na Figura 130:

Figura 130- Gráfico da pergunta 7 do questionário a posteriori – Parte B

7. Você consegue estruturar o seu raciocínio para expressá-lo em uma interação discursiva na qual terá que argumentar em uma aula de Matemática?
8 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

A pergunta 8, solicitava que o aluno elaborasse um argumento para apoiar uma ideia, o que relacionava com a ideia de ocorrência de um evento. Vejamos abaixo as respostas dos alunos:

Quadro 66- Pergunta 8 do questionário a posteriori – Parte B

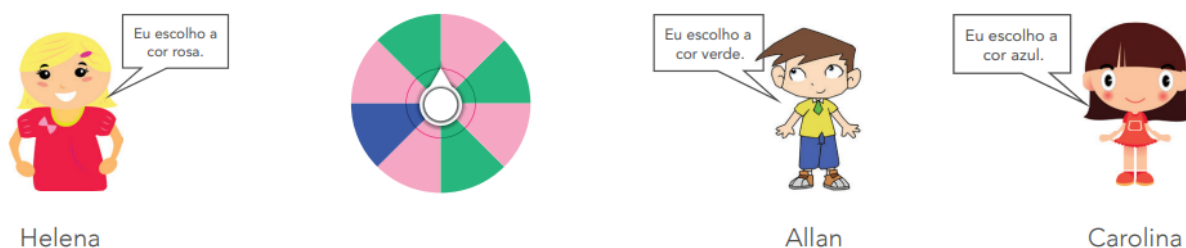
Respostas dos alunos à questão 8: Desenvolva a frase apresentada a seguir colocando 1 argumento que apoie a ideia expressa: UMA ESCOLA QUER MONTAR UMA COMISSÃO PARA DEBATER O PROBLEMA DO LIXO NO RECREIO. VEJA A TABELA COM O NÚMERO DE ESTUDANTES EM CADA ANO. Se um estudante for sorteado ao acaso, há mais chances dele ser o 3º ano, porque:
A1: Tem mais chances de ser do 3º ano pois ele possui mais alunos. A2: O terceiro ano tem 120 chances e os outros 102 e 85, portanto tem mais chances. A3: Ele tem maior número de estudantes, 120. A4: Porque o 3º ano tem mais estudantes. A5: Terceiro ano tem 120, que é maior que os outros. A6: Terceiro ano tem mais estudantes. A7: 3º ano tem número de estudantes maior. A8: 3º ano tem mais.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Todos os alunos acertaram a questão, observado que a chance será do 3º ano pois é uma turma que possui mais alunos, sendo categorizada como **C – AM**.

Já a **pergunta 9 (a)** possui o enunciado a seguir: “Helena encontrou seus amigos Allan e Carolina na barraca das roletas. Eles iam apostar para ver quem ganhava uma bola. Para ganhar o prêmio, era preciso escolher uma cor e girar a roleta, que deve parar na cor escolhida. Analise o que cada um escolheu e responda à questão, argumentando: Quem tem mais chance de ganhar é Helena, porque:_____”

Figura 131- Pergunta 9 (a) questionário a posteriori



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Observemos que Helena tem mais chances de ganhar pois a cor rosa que ela escolheu possui 4 setores em um total de 8, enquanto a cor verde possui 3 setores em um total de 8 e a cor azul possui um setor em um total de 8. Portanto, a resposta

esperada seria algo relacionado a “quem tem mais chance de ganhar é Helena, porque a cor rosa possui 4 chances em um total de 8, isto é, $4/8=1/2=0,50=50\%$ ”. Com isso, obtivemos as respostas apresentadas no quadro 67:

Quadro 67- Pergunta 9 (a) do questionário a posteriori – Parte B

Repostas dos alunos à questão 9: Helena encontrou seus amigos Allan e Carolina na barraca das roletas. Eles iam apostar para ver quem ganhava uma bola. Para ganhar o prêmio, era preciso escolher uma cor e girar a roleta, que deve parar na cor escolhida. Analise o que cada um escolheu e responda à questão, argumentando: Quem tem mais chance de ganhar é Helena, porque:
A1: 4/8. A2: Helena tem 4 de 8. A3: Helena tem mais chances porque os rosas são 4/8. A4: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A5: 4/8. A6: Porque ela tem 4 chances em 8. A7: Helena tem mais chance sendo 4/8. A8: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Notemos que 6 alunos (A1, A2, A3, A5, A6, A7) apresentaram uma resposta correta para o que foi pedido, sendo categorizadas como C-DC e dois alunos (A4, A8) deixaram a questão em branco, sendo caracterizados como **AR - EB**. Esses dados mostram que os alunos que responderam à pergunta obtiveram êxito total, enquanto os que deixaram em branco podem não ter tido engajamento suficiente para tentar responder, trazendo aspectos do costume de não se ter atividades com enfoque na escrita ou apresentação da solução ao longo de sua jornada escolar.

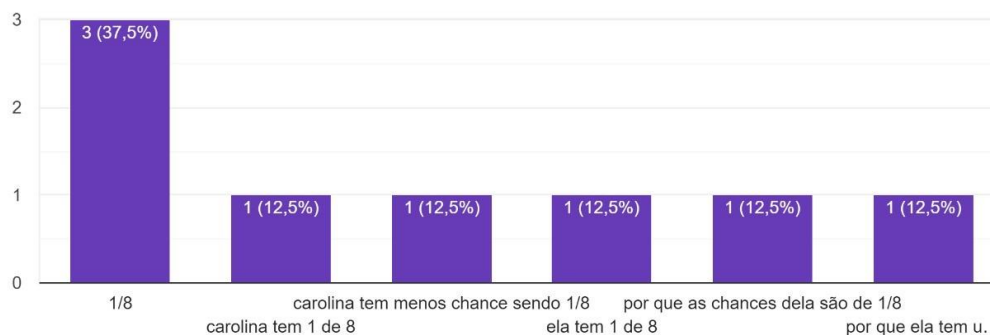
Em continuidade, a **pergunta 9 (b)** solicitou que os alunos informem o motivo pelo qual Carolina teria menos chance de ganhar (Figura 132), em que eles deveriam responder que seria porque a cor escolhida possui apenas uma chance em um total de 8, sendo a menor das possibilidades quando relacionada às demais cores. Vejamos os resultados abaixo:

Figura 132 Gráfico da pergunta 9 (b) do questionário a posteriori – Parte B

Quem tem menos chance de ganhar é Carolina

porque_____

8 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

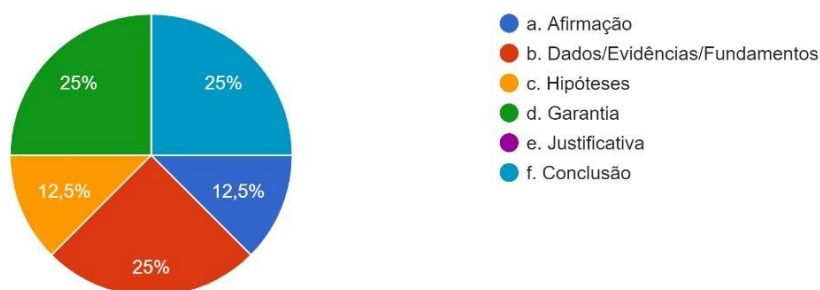
Ao analisar as respostas obtidas, percebemos que todos os alunos responderam corretamente que o cálculo de a roleta parar na cor azul seria de 1 chance em 8, porém os alunos poderiam ter melhorado o aspecto argumentativo ao fornecer a resposta numérica para o que foi solicitado. Das respostas acima, todas se enquadraram em **C-DC**, onde 5 delas (os que responderam 1/8 sem explicação) se caracterizaram em **C-AA**.

Já na figura 133, referente à **décima pergunta** é pedido que o aluno informe qual componente durante o processo argumentativo ele teve maior dificuldade de elaborar e/ ou identificar ao longo das atividades:

Figura 133- Gráfico da pergunta 10 do questionário a posteriori – Parte B

10. Durante a resolução das atividades, qual desses componentes do processo de argumentação você teve mais dificuldade de elaborar e/ou identificar:

8 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

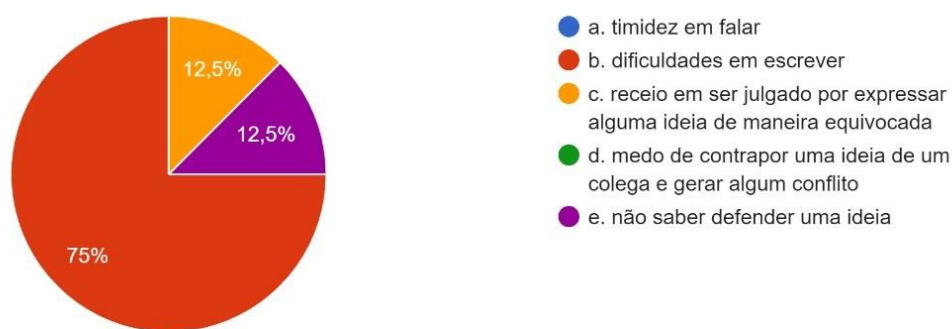
Ao analisar o gráfico acima percebemos que os componentes: Dados, Garantia e Conclusão foram indicados como sendo as maiores dificuldades, enquanto as hipóteses e afirmação obtiveram uma menor porcentagem em relação aos demais componentes. Como já dito, todo componente argumentativo que exige do aluno um certo tempo a mais para a resolução de um questionamento, faz com que muitos alunos não finalizem ou sintam maiores dificuldades para finalizá-los, já que estão acostumados a fornecerem respostas imediatas e simplistas.

Em continuidade, na Figura 134, correspondente à **pergunta 11**, é possível constatar que a predominância de dificuldade dos alunos de fatores que podem prejudicar a argumentação nas aulas, seria a dificuldade em escrever, tendo 75% das respostas, seguido de 12,5% de receio de julgamentos e 12,5% de não saber defender uma ideia. Tais dados ressaltam a necessidade de se promover ambientes que possibilitem a argumentação e a escrita matemática no quesito probabilístico, já que a escrita faz parte da construção do aprendizado do aluno, assim como o desenvolvimento da criticidade para se tomar decisões com mais confiança e sensatez.

Figura 134- Gráfico da pergunta 11 do questionário a posteriori – Parte B

11. Dos fatores abaixo que podem prejudicar a argumentação nas aulas de Matemática, assinale aquele que você considera o mais marcante:

8 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Já na **pergunta 12** do questionário a posteriori (parte B), foi questionado se o aluno concorda que o princípio da argumentação é respeitar a ideia do outro e aprender com uma ideia que seja diferente da deles e todos os alunos concordaram unanimemente a respeito do princípio da argumentação, sendo ele respeitar a ideia do

outro, aprendendo com ideias distintas. É sabido que a argumentação trabalha diretamente com a defesa de pontos de vistas diferentes, como falado por Sasseron e Carvalho (2011), além de que é importante para o aluno saber analisar os diferentes tipos de defesas que podem surgir para assim avaliar a argumentação mais adequada de modo crítico e eficaz.

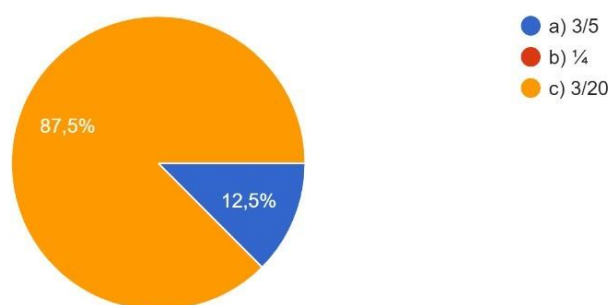
Por fim, na **pergunta 13** do questionário a posteriori (parte B) foi indagado se o processo argumentativo consiste em gerar conflito e “ganhar o debate por meio de uma discussão”. Para essa questão, 25% dos alunos responderam que sim e 75% responderam que não, onde percebemos que para maioria a argumentação não consiste em gerar conflitos, mesmo podendo ganhar um debate por meio de discussão.

Em continuidade, prosseguiremos para as **perguntas da parte C** do questionário a posteriori, onde a **primeira pergunta** tem o seguinte enunciado: “Em uma urna há 12 bolas vermelhas, 5 bolas azuis e 3 bolas verdes. Sorteando uma bola ao acaso, qual a probabilidade de ser uma bola ser verde?”. A resposta esperada para essa pergunta seria 3 chances em um total de 20 bolas, isto é, $3/20$. Com isso, a Figura 135 mostra que 87,5% dos alunos responderam corretamente o que foi pedido (**C-DC**), enquanto 12,5% responderam que a resposta correta seria $3/5$, cometendo um equívoco matemático, se enquadrando na categoria **E-EM**:

Figura 135- Gráfico da pergunta 1 do questionário a posteriori – Parte C

1. Em uma urna há 12 bolas vermelhas, 5 bolas azuis e 3 bolas verdes. Sorteando uma bola ao acaso, qual a probabilidade de ser uma bola ser verde?

8 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

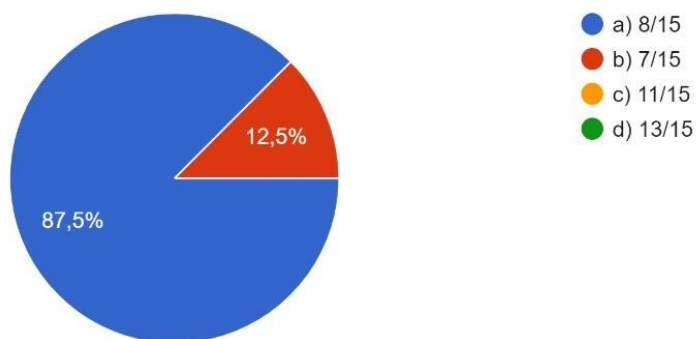
Além disso, na pergunta 12, os alunos deveriam responder ao seguinte questionamento: “Se em uma turma é formada por 8 alunas e 7 alunos e a professora

escolher aleatoriamente um estudante para ir ao quadro resolver um exercício, qual a probabilidade de ser selecionada uma aluna?”. A resposta correta para esse questionamento seria 8 chances em um total de 15 ($8/15$), visto que há um total de 15 alunos na turma, e destes, 8 são alunas. Os dados obtidos podem ser observados na Figura 136, onde 87,5% responderam corretamente à questão, apresentando bom domínio conceitual e matemático, enquanto 12,5% afirmaram ser $7/15$ a resposta correta.

Nesse sentido, percebemos que ocorreu um erro interpretativo por parte desses alunos (E-EI). Além disso, ao analisarmos essas duas perguntas iniciais já percebemos uma evolução quando comparamos com o questionário a priori e um melhor desenvolvimento no que se refere ao letramento e pensamento probabilístico:

Figura 136- Gráfico da pergunta 2 do questionário a posteriori – Parte C

2. Se em uma turma é formada por 8 alunas e 7 alunos e a professora escolher aleatoriamente um estudante para ir ao quadro resolver um exercício, qual a probabilidade de ser selecionada uma aluna?
8 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Em continuidade, na pergunta 3 é dado o seguinte enunciado: “Em uma urna existem bolas enumeradas de 1 a 15. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada. Determine a probabilidade de se retirar uma bola com número par”. Para essa pergunta os estudantes deveriam responder que a probabilidade de se retirar uma bola com número par seria de 7 em 15, isto é, $7/15$, já que existem 7 números pares no intervalo dado, sendo eles: (2,4,6,8,10,12,14) em um total de quinze bolas enumeradas. As respostas obtidas podem ser observadas no quadro 68:

Quadro 68- Pergunta 3 do questionário a posteriori – Parte C

Repostas dos alunos à questão 3: Em uma urna existem bolas enumeradas de 1 a 15. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada. Determine a probabilidade de se retirar uma bola com número par:
A1: 7/15. A2: Chance de 7 em 15. A3: 6/15. A4: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A5: 7/15. A6: A probabilidade é de 7/15. A7: 7 em 15. A8: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Notamos que os alunos (A1, A2, A5, A6 e A7) responderam à questão corretamente, se enquadrando na categoria **C-DC**, por apresentar domínio conceitual. Além disso, o aluno A3 respondeu à questão incorretamente por erro matemático, se caracterizando na categoria E-EM. Por fim, os alunos A4 e A8 deixaram a pergunta em branco, caracterizado como AR - EB. Já a **pergunta 4** apresentou o seguinte enunciado: “Em um saquinho há bolinhas com números pares e ímpares. Ao retirar uma bola do saquinho, qual tipo de número tem mais chances de sair: bola com número par ou bola com número ímpar? Por quê?”. Ao observar a Figura 137 percebemos que existem 4 números pares: 18, 22, 36 e 84. Além disso, existem 5 números ímpares no saquinho: 11, 49, 53, 77, 95. Com isso, a resposta esperada era que o estudante percebesse que há mais chances de se retirar números ímpares do que pares, já que a Probabilidade para se retirar números ímpares são de 5 chances em 9, enquanto a Probabilidade de se retirar números pares são de 4 chances em 9:

Figura 137- Saquinho de bolinhas da pergunta 4- Parte C



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

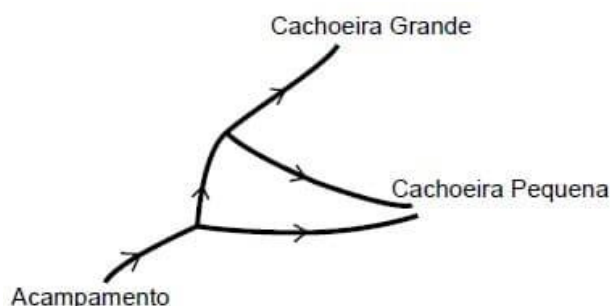
Diante dessa contextualização, podemos observar os dados obtidos através do quadro 69, em que os alunos (A2, A3, A5, A6 e A8) forneceram as respostas corretas, justificando de algum modo as suas soluções, sendo categorizadas como C-AI. Ademais, o aluno A1 respondeu corretamente a parte matemática, porém esqueceu de justificar a sua resposta, enquadrando-se em **C-AA**, já que não foi apresentado elementos que justificassem a sua resolução. Por fim, os alunos A4 e A7 deixaram a questão em branco, enquadrando-se na categoria **AR – EB**:

Quadro 69- Pergunta 4 do questionário a posteriori – Parte C

Respostas dos alunos à questão 4: Em um saquinho há bolinhas com números pares e ímpares. Ao retirar uma bola do saquinho, qual tipo de número tem mais chances de sair: bola com número par ou bola com número ímpar? Por quê?
A1: Ímpar. A2: Bola com número ímpar pois tem mais. A3: Número ímpar porque tem mais bolinhas. A4: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A5: Ímpar pois tem 5 bolinhas e o par tem 4 bolinhas. A6: Ímpar porque tem mais. A7: EM BRANCO – NÃO RESPONDEU. A8: Ímpar porque tem mais do que o par.

Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Partindo para **pergunta 5** temos o seguinte enunciado: “Dois jovens partiram, do acampamento em que estavam, em direção à Cachoeira Grande e à Cachoeira Pequena, localizadas na região, seguindo a trilha indicada neste esquema:

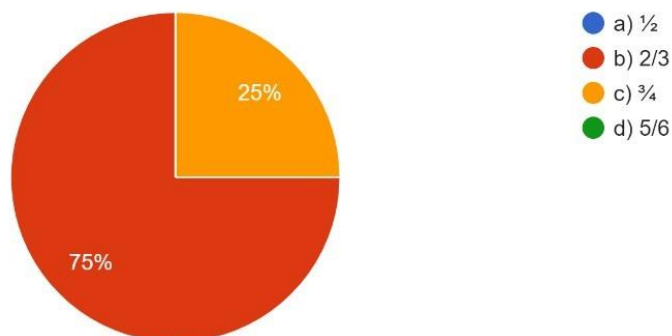


Em cada bifurcação encontrada na trilha, eles escolhiam, com igual probabilidade, qualquer um dos caminhos e seguiam adiante. Então, é CORRETO afirmar que a probabilidade de eles chegarem à Cachoeira Pequena é de: _____”. Dada essa contextualização, a resposta esperada para essa pergunta seria $\frac{3}{4}$, onde

obtivemos as respostas apresentadas na Figura 138:

Figura 138- Gráfico da pergunta 5 do questionário a posteriori – Parte C

5. Dois jovens partiram, do acampamento em que estavam, em direção à Cachoeira Grande e à Cachoeira Pequena, localizadas na região, seguindo a probabilidade de eles chegarem à Cachoeira Pequena é:
8 respostas



Fonte: Elaborado pela autora da dissertação (2022)

Notamos que nessa pergunta em análise, houve uma porcentagem um pouco maior de erros, podendo ter sido ocasionado por falta de compreensão de alguns conceitos probabilísticos e ou por falta de interpretação no que foi dito no enunciado. Ademais, para as 3 últimas questões teóricas propostas (7^a, 8^a e 9^a), obteve-se percentual de acerto de 100% onde todas foram respondidas por todos os alunos de maneira correta, demonstrando a compreensão do assunto de probabilidade e aplicação direta na resolução de problemas matemáticos.

Por conseguinte, é importante salientar que nossas aulas tiveram momentos em que o padrão I-R-F e I-R-A ocorreram e que nem sempre o engajamento dos estudantes foi dos melhores. Porém, analisando a aplicação de modo geral, entendemos que diversas habilidades foram desenvolvidas e que argumentações que eram quase nulas em sala de aula começaram a aparecer com mais frequência. Ademais, nas considerações finais iremos melhor detalhar as nossas constatações e importância desses resultados sob o olhar do referencial teórico utilizado.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante de tudo o que foi levantado com a pesquisa, constatamos a essencialidade das aulas com enfoque na investigação matemática para desencadear interações discursivas que auxiliem na promoção da argumentação em sala de aula. Desta forma, pudemos confirmar as ideias propostas por Ponte (2003; 2015), que ao utilizar aulas investigativas os alunos podem começar a levantar hipóteses, estabelecer relações com suas justificativas e realizar argumentos convincentes, fortalecendo a compreensão de conceitos e ideias matemáticas.

Nesse sentido, percebemos que ao longo da aplicação do produto educacional, houve uma melhora significativa em relação ao comportamento dos alunos no primeiro dia de aplicação e ao decorrer dos encontros posteriores no que se refere ao engajamento e interesse por parte deles durante as aulas de investigação matemática que foram propostas, confirmando aquilo proposto por Ponte et al. (2015) que os alunos numa aula investigativa são convidados a desempenharem um papel de protagonismo na interpretação dos problemas propostos e percepção de estratégias de resolução, podendo justificar e apresentar suas ideias para seus colegas e para o professor.

Além disso, foi detectado por meio do questionário a priori que os alunos, pelo menos na parte da argumentação escrita não possuíam a compreensão mínima sobre o significado e características argumentativas, mostrando aquilo que Sasseron e Carvalho (2011) e Kosko e Guilford (2018) discutiam em seus trabalhos, que os alunos não possuem o costume de explicar as resoluções, nem de argumentar em sala de aula e de participarem de aulas com caráter investigativo.

Os resultados demonstraram que o grupo pesquisado não possui o hábito de argumentar nas aulas de Matemática, visto que o ensino é centrado na resolução de exercícios e problemas com a finalidade de obter uma resposta numérica sem discuti-la, privando os alunos da possibilidade de argumentação e exposição do raciocínio, seja de modo oral ou escrito.

Outro fator importante a se destacar é que as propostas de atividades presentes na trilha de aprendizagem tinham a intenção de ser um ponto de partida para uma investigação, fazendo com que os estudantes pudessem agir de modo mais autônomo,

possibilitando a formação de questionamentos e refutações, onde foi possível observar em alguns momentos a exposição das soluções através da argumentação e discussão, reafirmando aquilo que Ponte (2003) trazia em seus estudos sobre a importância das tarefas matemáticas serem bem intencionadas para iniciar uma investigação ou gerar uma situação evocativa de investigações e aprendizagens.

Apesar da resistência encontrada com os alunos em relação às atividades escritas, percebemos que eles desenvolveram muito mais as suas habilidades nesse quesito. Mesmo que ainda apresentassem cansaço desde o início da atividade e realizassem a mesma sem muita motivação, engajamento ou simplesmente a ignorasse, muitos deles começaram a desenvolver melhor a sua escrita e a partir do terceiro encontro já começamos a detectar respostas escritas com mais elementos do que antes, mesmo que ainda incompletas. Uma das causas para essas respostas um pouco mais complementada se interliga ao fato do que discutimos através dos estudos de Ponte (2015) sobre o trabalho investigativo fazer com que utilizassem conhecimentos prévios e procedimentos próprios para solucionar um problema que não se tem a resposta de imediato, valorizando assim o raciocínio do aluno com tarefas caracterizadas como mais desafiadoras e que possibilitam uma melhor escrita em suas resoluções.

Um fator reflexivo é que os alunos afirmaram ainda não ter visto o conteúdo de Probabilidade ao longo da Educação Básica. Mesmo não podendo constatar a veracidade dessa afirmação feita pelos alunos, é um ponto que gera um alerta, tendo em vista que eles deveriam ter tido o contato com as ideias probabilísticas ao longo de todos os anos do Ensino Fundamental (Anos Iniciais).

Durante esta pesquisa, verificamos que grande parte dos livros do PNLD mais recentes incluem, mesmo que de modo parcial, a Probabilidade em seus materiais didáticos ao longo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Em contrapartida, apesar do conteúdo estar sendo inserido nos livros didáticos, ainda não há um destaque para a Probabilidade, visto que maioria dos livros destinam poucas situações-problema ao longo das unidades. Ademais, destacamos que todas as obras analisadas dos livros do PNLD forneciam instruções sobre a BNCC, bem como problemas e atividades direcionadas aos objetivos propostos acerca da Probabilidade, mesmo que de modo

reduzido. Ainda nesse sentido, concluímos que o conteúdo de Probabilidade tem mais destaque a partir dos livros do 4º e 5º ano, tendo nos anos anteriores uma abordagem menos abrangente no que se refere a quantidade de situações-problema e desafios relacionados a Probabilidade. A partir disso, é válido destacar que ainda é preciso que os livros didáticos deem mais ênfase aos conceitos probabilísticos, de modo que o professor compreenda a essencialidade de se ensinar e aprender a Probabilidade desde os anos iniciais, trazendo também sugestões de recursos didáticos para o ensino dos conceitos probabilísticos.

Em prosseguimento, mesmo com todas as dificuldades observadas no questionário a priori dos alunos para o reconhecimento de conceitos probabilísticos não desenvolvidos, evidenciamos uma melhora significativa, já que ao final da aplicação da trilha a maioria dos alunos puderam reconhecer e compreender os objetos de conhecimento previstos do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental. Consideramos que grande parte dos alunos conseguiram iniciar o desenvolvimento do letramento probabilístico, já que eles foram capazes de obter, empregar, interpretar e comunicar concepções referentes à Probabilidade com o objetivo de solucionar problemas do mundo real que envolve incertezas e riscos, como discutido por Braga, Ballejo e Viali (2022). Esperamos que com o passar pelos anos subsequentes de escolarização, o letramento probabilístico desse grupo de alunos pesquisado desenvolva-se plenamente.

Ademais, acreditamos que respondemos a pergunta de pesquisa intitulada como “Quais as contribuições que o processo argumentativo pode trazer para a formação de conceitos de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental e como esse processo argumentativo se caracteriza em situações de aprendizagem de uma sequência didática baseada em atividades investigativas?”, visto que foi possível promover o aprendizado de Probabilidade por meio da linguagem oral e escrita, auxiliando no desenvolvimento do pensamento probabilístico e do letramento probabilístico e fazendo com que o aluno mobilize sua estrutura cognitiva ao estabelecer as relações entre os conhecimentos novos e prévios.

Por sua vez, com os resultados foi possível observar que houve o compartilhamento de informações e engajamento, possibilitando o desenvolvimento do

raciocínio lógico, bem como o surgimento de questionamentos em sala de aula, fazendo assim a validação da hipótese de pesquisa levantada.

Ainda neste contexto probabilístico, constatamos que após a aplicação da trilha de aprendizagem os alunos aprenderam os tópicos propostos acerca da Probabilidade. Tais constatações puderam ser observadas verbalmente e/ou de modo escrito, percebendo a evolução do aluno e maior domínio ao decorrer das aplicações. Vale ressaltar que esse aprendizado não ocorreu de modo imediato, mas sim de modo gradativo, confirmando aquilo que Kosko e Wilkins (2015) afirmaram em seus estudos sobre o envolvimento efetivo do aluno durante uma atividade discursiva não ocorrer de modo imediato após o professor implementar tais práticas em sala de aula, sendo uma transição lenta que exige que os alunos atuem com autonomia. É importante mencionar, que durante a aplicação da trilha houve o intuito de promover a discussão e interação em vários momentos do processo de aprendizagem. Outro aspecto, diz respeito ao vocabulário probabilístico do grupo pesquisado, que mostrou-se ainda em estágio de familiarização, uma vez que o grupo de alunos não havia tido contato anteriormente com os conteúdos de probabilidade e ideias tais como sorte e azar se manifestaram e palavras como chance foi aparecendo com maior frequência nas falas analisadas.

Além disso, frisamos que a trilha de aprendizagem contribuiu para a construção do pensamento probabilístico, visto que o ensino foi pautado nos conceitos fundamentais e ideias centrais que possibilitaram a organização das estruturas cognitivas que deram suporte ao domínio de conhecimento, como visto nos estudos de Fischbein (1969), sobretudo, porque muitos dos conceitos, nas falas dos alunos, expressavam intuições acerca do conteúdo, ou seja, formavam-se noções intuitivas acerca da probabilidade.

Tais reflexões nos mostram que o objetivo geral desse trabalho foi cumprido, pois analisamos as contribuições que o processo argumentativo nas aulas de Matemática no 5º ano traz para a formação de conceitos e para o desenvolvimento do pensamento probabilístico, mostrando a riqueza e potencialidades do ensino probabilístico aliado ao processo argumentativo.

Em continuidade, percebemos que os resultados dessa pesquisa nos mostram que as ideias de autonomia, engajamento e atividades investigativas surgem inevitavelmente durante o processo argumentativo e vão ao encontro do que já foi discutido acerca desses temas por meio dos estudos de Ponte (2003), Sasseron e Souza (2019) e Mazur (2013), enaltecendo a relevância da argumentação matemática no meio escolar, mostrando os benefícios que podem ser obtidos mesmo após um período gradual de implementação da argumentação nas aulas de Matemática.

Ademais, constatamos através da análise dos resultados que ao utilizar as estratégias de investigação matemática em prol da aprendizagem dos conceitos de Probabilidade, com questionamentos que possibilitam a argumentação e a quebra da tríade I-R-F e I-R-A, os alunos conseguiram fundamentar e organizar ideias que outrora não eram capazes de expor. Além disso, ao longo da aplicação da trilha de aprendizagem proposta, percebemos que as exposições e argumentações verbalizadas foram sendo cada vez mais recorrentes, principalmente por utilizarmos questionamentos que buscaram fugir da tríade I-R-A e I-R-F, utilizando abordagens comunicativas dialógicas e interativas em maioria das situações como proposto por Mortimer e Scott (2002), fazendo com que o padrão discursivo adotado sempre fugisse dessa tríade, pois os questionamentos foram guiados com base nas aulas investigativas, visando o engajamento do estudante ao longo desse processo aliado ao ensino de Probabilidade.

Ao fazer com que a tríade I-R-A ou I-R-F fosse ultrapassada nas atividades desenvolvidas na trilha de aprendizagem percebemos que houve uma modificação na dinâmica das interações em sala de aula. Como já visto por Carvalho e Giordan (2017) essa modificação pode fazer com que muitos professores possam sentir receio ou repulsa de adotar as interações discursivas e a argumentação no meio escolar, considerando que os métodos de ensino antes priorizavam o professor como detentor do conhecimento de modo totalmente hierárquico e quando se tem uma quebra na estrutura triádica há um estranhamento e sensação de que o professor não está no controle do que pode surgir através das falas.

Outrossim, o grupo pesquisado apresentou resistência para o desenvolvimento da argumentação escrita, certamente decorrente da ausência da produção de textos

nas aulas de Matemática, bem como da preponderância dada pelas mídias sociais aos aspectos visuais e orais, nos quais, frases curtas com palavras abreviadas, tornam o vocabulário dos alunos mais reduzido, o que não permite a construção de conjecturas e estruturas de justificação mais completas. A resistência observada por parte dos alunos mesmo com a criação de tarefas matemáticas que possibilitem a argumentação não é algo inesperado, pois Kosko e Guilford (2018) já haviam constatado que apesar de se ter o conhecimento e direcionamento para a promoção de atividades que envolvam a argumentação seja um fator de extrema importância não é garantido que os alunos falem ou escrevam de modo nítido e preciso.

Também foi possível constatar que ao longo da aplicação da trilha de aprendizagem os alunos além de terem uma maior evolução no engajamento e soluções mais complementadas das tarefas, puderam apresentar elementos centrais do processo argumentativo propostos por Kosko e Guilford (2018) e por Toulmin (1958), pois expuseram de modo parcial, menos estruturado, a reivindicação, os dados, a garantia, a refutação e o suporte, abrangendo assim de modo mais holístico aquilo que foi discutido e apontado pelos autores do referencial teórico dessa pesquisa que estudam sobre a argumentação e seu processo. Ainda assim, mesmo que a estrutura de argumentação proposta por Toulmin e Kosko e colaboradores não fosse manifestada por completo pelo grupo pesquisado, foi possível observar vários elementos dessa estrutura em diversas atividades que foram realizadas pelos alunos como citamos. Este fato se deve obviamente ao não contato dos alunos do grupo pesquisado com práticas argumentativas nas aulas de Matemática, então foi um primeiro contato e consideramos os resultados satisfatórios.

Um outro destaque de nossa pesquisa foi a elaboração do modelo de níveis argumentativos a serem classificados de acordo com o que os alunos desenvolvem através da argumentação. Tal modelo foi baseado no que Toulmin (1958) e Kosko e Guilford (2018) consideram importantes durante o processo argumentativo e mostram o que cada nível deve conter para que haja uma classificação coerente daquilo que está sendo analisado. Além disso, verificamos que o modelo argumentativo foi essencial para o tratamento dos resultados obtidos durante a aplicação da trilha de aprendizagem, tendo em vista que o modelo dos níveis argumentativos otimiza o

tempo de análise e faz com que o professor tenha mais segurança ao identificar os aspectos desenvolvidos pelo aluno que o classifique no nível argumentativo mais adequado.

Ainda nesse aspecto, de acordo com os resultados obtidos percebemos que ao unir o conteúdo de Probabilidade com a argumentação houve uma melhor compreensão do que seria de fato a Probabilidade para além dos procedimentos feitos através dos cálculos. Durante o processo argumentativo muitas vezes os alunos eram capazes de explicar oralmente aquilo que deveria ser feito, tendo compreensão do que estavam falando, porém não conseguiram expressar suas justificativas por meio da escrita, por exemplo. Esses aspectos do grupo pesquisado foram melhor detectados através do modelo dos níveis argumentativos e das atividades que exigiam a argumentação escrita, sendo instrumentos essenciais para verificar as dificuldades daqueles alunos que precisavam fortalecer suas habilidades de modo escrito ou dos que precisavam melhorar a sua argumentação de modo verbalizado.

Diante disto, podemos afirmar que através da pesquisa desenvolvida foi possibilitado o desencadeamento de argumentos primários com um pouco mais de elementos, que vão além da pura opinião, mas que são pautados na criticidade, defesa, refutação, hipóteses e garantia do que está sendo dito ou escrito mesmo que não tivessem robustos, sendo que ficou demonstrado que o grupo pesquisado conseguiu evoluir em relação ao domínio dos conceitos de Probabilidade, concluindo-se que a trilha de aprendizagem contribuiu significativamente nesse processo, recomendando-se que os professores estimulem as interações discursivas durante as aulas de Matemática para que a argumentação passe a integrar o processo de ensino e de aprendizagem, neste caso, do conteúdo de Probabilidade.

Também é válido pontuar que no Brasil existem poucos trabalhos que falem sobre a argumentação matemática e seu processo de implementação em sala de aula, principalmente na Educação Básica, sendo esta pesquisa inovadora, pois apresenta uma trilha de aprendizagem que possibilita a inserção da argumentação com diversos recursos didáticos (concretos e digitais) com viés lúdico e que além de contribuir também para a inserção dos alunos na cultura digital integram a prática argumentativa

de modo atrativo nas aulas de Matemática, visando torná-la algo natural do ambiente de aprendizagem.

Por fim, salientamos que as atividades e jogos propostos nesse trabalho não se limitam aos Anos Iniciais e podem ser bem mais explorados e/ ou adaptados de acordo com a intencionalidade, planejamento pedagógico do professor e público que deseja iniciar o processo da implementação da argumentação nas aulas de Probabilidade em sala de aula, podendo ser utilizados também no 6º ano do Fundamental para revisar ou reforçar os conteúdos de probabilidade. Espera-se que essa dissertação auxilie para desencadear outros trabalhos que tenham a mesma vertente, trazendo contribuições importantes para o ensino e aprendizagem de Matemática, sobretudo, investigando outros aspectos que envolvem o processo argumentativo e a formação dos conceitos de probabilidade nos Anos Iniciais do Fundamental.

5 REFERÊNCIAS

- ABERDEIN, A. The uses of argument in mathematics. **Argumentation**, v. 19, n. 3, p. 287–301, 2005.
- ALAGOAS. Secretaria de Estado da Educação e do Esporte. **Referencial Curricular da Educação Básica da rede estadual de ensino de Alagoas**: Matemática/Secretaria de Estado de Educação e Esportes. 1ª ed. Maceió, 2019.
- AGUILAR JÚNIOR, C. A.; NASSER, L. Analisando justificativas e argumentação matemática de alunos do ensino fundamental. **VIDYA**, v. 32, n. 2, p. 133-147, 2012.
- ALBANO, G., IACONO, U. D. A scaffolding toolkit to foster argumentation and proofs in mathematics: some case studies. **International Journal of Educational Technology in Higher Education**, v.16, 4, p. 1-12, 2019.
- AMARAL, E. M. R. **Perfil conceitual para a segunda lei da termodinâmica aplicada as transformações químicas**: a dinâmica discursiva em uma sala de aula de Química do Ensino Médio. 2004. 288 f. (Tese de doutorado) - Programa de Pós-graduação em Educação. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, MG, 2004.
- AMARAL, E. M. R.; SCOTT, P. H.; MORTIMER, E. F. **Analisando relações entre aspectos epistemológicos e discursivos na sala de aula de Química**. Disponível em: <http://abrapecnet.org.br/enpec/iv-enpec/painel/PNL054.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2021.
- ANGROSINO, M. **Etnografia e observação participante**. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- ARAUJO, I. S.; MAZUR, E. Instrução pelos colegas e ensino sob medida: uma proposta para o engajamento dos alunos no processo de ensino-aprendizagem de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. Florianópolis. v. 30, n. 2, p. 362-384, 2013.
- ASSIS, J. P. et al. **Elementos de probabilidade 1**. Nova Xavantina-MT: Pantanal, 2023.
- BARBOSA, E. A. A.; VIANA, S. L. S.; LOZADA, C. O. O ensino de probabilidade nos anos iniciais através do jogo tampesca. In: COLÓQUIO ALAGOANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS, 2., 2021. **Anais...**Maceió. UFAL: Maceió, 2021.
- BARBOSA, E. A. A.; LOZADA, C. O. Um jogo para o ensino de eventos equiprováveis nos anos iniciais do ensino fundamental. In: SEMANA ACADÊMICA DE MATEMÁTICA, 4., 2021. **Anais...**Chapecó. UFFS: Chapecó, 2021.

BARBOSA, E. A. A. ; LOZADA, C. O. Construindo a argumentação em aulas de matemática por meio da plataforma quizizz. In: SEMINÁRIO PPGEDUCIMAT, 6.,2022, Rio de Janeiro. **Anais....UFRRJ: PPGEDUCIMAT**, 2022.

BARCELLOS, L. S.; COELHO, G. R. Uma análise das interações discursivas em uma aula investigativa de ciências nos anos iniciais do ensino fundamental sobre medidas protetivas contra a exposição ao sol. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 24, n. 1, p. 179-199, 2019.

BARDIN. L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Editora Edições 70, 1977.

BATANERO, C. **Didáctica de la estadística**. Universidade de Granada: Espanha. 2001. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/255738320_Didactica_de_la_Estadistica. Acesso em: 06 out. 2021.

BATANERO, C., GODINO, J. D., ROA, R. Training teachers to teach probability. **Journal of Statistics Education**, v.12, n. 1, p. 1-15, 2004.

BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. **Revista Latinoamericana de Matemática Educativa – Relime**, v.08, n.3, p. 247-263, 2005.

BERSCH, S. **Teachers' perspectives on mathematical argumentation, reasoning and justifying in calculus classrooms**. In: Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Freudenthal Group. Freudenthal Institute; ERME, 2019.

BOROVCHNIK, M. Strengthening the role of probability within statistics curricula. In: C. BATANERO, G. BURRILL, C. READING, A. ROSSMAN (Eds.). **Statistics in School Mathematics: Challenges for Teaching and Teacher Education**, p. 71-84. New York: Springer, 2011.

BOROVCHNIK, M. Probabilistic thinking and probability literacy in the context of risk. **Educ.Matem. Pesq.**, São Paulo, v.18, n.3, 1491-1516, 2016.

BATANERO, C.; BOROVCHNIK, M. **Statistics and probability in high school**. Rotterdam: Sense Publishers, 2016.

BRASIL. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática – 5ª a 8ª série/** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretoria de Currículos e Educação Integral.** Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes curriculares nacionais para o ensino fundamental.** Brasília: MEC, SEB, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Educação Estatística.** Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRAGA, E. R.; BALLEJO, C. C.; VIALI, L. Atividades contextualizadas sobre a Covid-19: desenvolvimento do letramento probabilístico no 6º ano do Ensino Fundamental. **UNIÓN-REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA**, v. 18, n. 65, p. 1-19, 2022.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability: a literature review.** UK: Nuffield Foundation, 2012

CAREGNATO, R. C. A.; MUTTI, R. Pesquisa qualitativa: análise de discurso versus análise de conteúdo. **Texto & Contexto - Enfermagem**, v. 15, n. 4, p. 679-684, 2006.

CARVALHO, M. S. A.; GIORDAN, M. A importância da pergunta nas interações discursivas para a elaboração de significados. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISAS NO ENSINO DE CIÊNCIAS, 11., 2017, Florianópolis. **Anais...SBF:** Florianópolis, 2017.

CARPENTER T P. What are the chances of your students knowing probability? **The Mathematics Teacher**, v.74, p. 342-343, 1981.

CHIARO, S.; LEITÃO, S. O papel do professor na construção discursiva da argumentação em sala de aula. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, v. 18, n.3, p. 350-357, 2005.

CIRILLO, M. et al. **Conceptions and consequences of what we call argumentation, justification and proof.** 2015. Disponível em: <https://udspace.udel.edu/items/15c6535c-8920-406d-92a6-ee5ed47047f2>. Acesso em: 20 jun. 2022.

COLONNESE, M. et al. **What is mathematical argumentation?** 2015. Disponível em: <https://bridges.education.uconn.edu/wp-content/uploads/sites/753/2016/01/ATOMIC-2015-Handout-Argumentation.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2022.

COTTICA, A M.; SEIDE, M. S. **Gestos didáticos, retórica e ensino em salas de aula heterogêneas**. v. 2, n. 1, p. 315-335, 2013.

COUTINHO, C. Q. S. **Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão freqüentista**: estudo epistemológico e didático. 1994. 151 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.

COUTINHO, C. Q. S. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta?. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 2, n. 1, p. 50-67, 2007.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: ArtMed, 2007.

D'AMBRÓSIO, U. Por que e como ensinar história da matemática. **REMATEC**, Natal (RN), v. 8, n.12, p. 1 -15, 2013.

D'AMBRÓSIO, U. **Por que se ensina matemática**. S.d. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5793818/mod_resource/content/1/Ubiratan%20DAmbrosio%20-%20Por%20que%20se%20ensina%20matem%C3%A1tica.pdf. Acesso em: 29 abr. 2023.

EUGÊNIO, R. S. **Letramento probabilístico nos anos finais do ensino fundamental**: um processo de formação dialógica com professores de matemática. 2019. 232 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

FERRAZ, A. T; SASSERON, L. H. Propósitos epistêmicos para a promoção da argumentação em aulas investigativas. **Investigações em ensino de ciências**, v. 22, n. 1, p.42-60, 2017.

FIELDING-WELLS, J. **Inquiry-based argumentation in primary mathematics: reflecting on evidence**. 2013. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED572841.pdf>. Acesso em: 10 jun.. 2021.

FISCHBEIN, E. Enseignement mathématique et développement intellectuel. **Educational Studies in Mathematics**. v. 38, n. 11, p. 290-306, 1969.

FISCHBEIN, E., GAZIT, A. Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? **Educational Studies in Mathematics**, v. 7, p. 15-19, 1984.

FISCHBEIN, E., SCHNARCH, D. The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 28, n. 1, p. 96–105, 1997.

FISCHBEIN, E. The Interaction between the Formal, the Algorithmic, and the Intuitive Components in a Mathematical Activity. In: R. BIEHLER, R. W. SCHOLZ, R. STRABER, B. WINKELMANN (Eds.). **Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline**. Dordrecht: Kluwer Academic, 1994.

FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children**. Dordrecht: Reidel, 1975.

FREEMAN, J. B. Argument strength, the Toulmin model, and ampliative probability. **Informal Logic**, v. 26, n. 1, p. 25-40, 2006.

GAL, I. Towards probability literacy for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In: **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. Boston, MA: Springer US, 2005. p. 39-63.

GELMAN, A.; GLICKMAN, M. E. **Some class-participation demonstrations for introductory probability and statistics**. 2000. Disponível em: <http://www.stat.columbia.edu/~gelman/research/published/smiley12.pdf>. 11 maio 2021.

HAHN, U., OAKSFORD, M. Rational argument. In: Holyoak, K.J.; MORRISON, R. G. (Eds.). **The Oxford handbook of thinking and reasoning**. London: Oxford University Press. 2012. p. 277–298.

HERSHKOWITZ, R., TABACH, M., DREYFUS, T. Creative reasoning and shifts of knowledge in the mathematics classroom. **ZDM - Mathematics Education**, v. 49, n.1, p. 25–36, 2017.

HOKOR, E. K. Probabilistic thinking for life: the decision-making ability of professionals in uncertain situations. **International Journal of Studies in Education and Science (IJSES)**, v.4, n. 1, 31-54, 2023.

INSIDE MATHEMATICS. **Standard 3: construct viable arguments e critique the reasoning of others**. Disponível em: <https://www.insidemathematics.org/common-core-resources/mathematical-practice-standards/standard-3-construct-viable-arguments-critique-the-reasoning-of-others>. Acesso em: 11 maio 2021.

KOSKO, K. W.; WILKINS, J. L. M. Does time matter in improving mathematical discussions? The influence of mathematical autonomy. **The Journal of Experimental Education**, v. 83, n. 3, p. 368–385, 2015.

KOSKO, K. W., GUILFORD, E. Making students mathematical arguments explicit. **Ohio Journal of School Mathematics**, v. 80, n. 1, p. 43 – 80, 2018.

KOSKO, K. W., SINGH, R. **Children's linguistic and numeric unit coordination**. 2016. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED583771.pdf>. Acesso em: 11 maio 2021.

KOSKO, K. W.; HERBST, P. **Evaluating teachers' decisions in posing a proof problem**. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED583771.pdf>. Acesso em: 11 maio 2021.

KOSKO, K.W; ROUGEE, A.; HERBST, P. Que ações os professores imaginam quando solicitados a facilitar a argumentação matemática na sala de aula?. **Mathematics Education Research Journal**, v.26, p.459–476, 2014.

LEITÃO, S. Processos de construção do conhecimento: a argumentação em foco. **Proposições**, v. 18, n. 3, p. 75-92, 2007.

LEITÃO, S. O lugar da argumentação na construção do conhecimento em sala de aula. In: LEITÃO, S.; DAMIANOVIC, M. C. (Ed.). **Argumentação na escola: o conhecimento em construção**. Campinas: Pontes Editores, 2011.

LEITÃO, S. Uma perspectiva de análise do papel da argumentação em ambientes de ensino-aprendizagem. In: MOUTINHO, K.; VILLACHAN-LYRA, P.; SANTA-CLARA, A. **Novas tendências em psicologia do desenvolvimento: teoria, pesquisa e intervenção**. Recife: Editora UFPE, 2013.

LEITÃO, S. O trabalho com argumentação em ambientes de ensino-aprendizagem: um desafio persistente. **Uni-pluri/versidad**, v. 12, n. 3, p. 23 – 37, 2012.

LIMA, T. C. S.; MIOTO, R. C. T. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Revista Katálisis**, v. 10, n. SPE, p. 37-45, 2007.

LOPES, C. A. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedes**, v. 28, n.74, p.57-73, 2008.

LOPES, C.A.E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil** 2003. 281 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

LOPES, C. A. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular**. 1998. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

LOZADA, C. O.. Alternativas de modelagem matemática aplicada ao contexto do ensino de física: a relevância do trabalho interdisciplinar entre matemática e física. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte, **Anais...** Belo Horizonte: SBEM, 2007. p. 1 – 15.

LOZADA, C. O. et al. Recursos didáticos para a formação de conceitos de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental. **Diversitas Journal**. v. 6, n. 1, p. 1638-1647, 2021.

LOZADA, C. O.; BARBOSA, E. A. A.; SANTOS, J. A. **Jogos para o ensino de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental**. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE GRANDES DOURADOS, 2., 2021. Anais...Dourados. UFGD: Dourados, 2021.

MACAGNO, F.; WALTON, D. What we hide in words: emotive words and persuasive definitions. **Journal of Pragmatics**, v. 42, n. 7, p. 1997-2013, 2010.

MAGALHÃES, M. G.; MARTINHO, M. H. **A argumentação matemática na resolução de tarefas com a utilização da calculadora gráfica: experiência numa turma do 11.º ano**. 2010. Disponível em:

https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/26345/1/2010_ActasSIEM.pdf.

Acesso em: 20 jun. 2021.

MINAYO, M. C. S. et al. Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2001.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 3, p. 283-306, 2002.

MORTIMER, E. F. et al. Uma metodologia para caracterizar os gêneros de discurso como tipos de estratégias enunciativas nas aulas de Ciências. In: NARDI, R. **A pesquisa em ensino de ciências no Brasil: alguns recortes**. São Paulo: Escrituras, 2007. p. 53-94.

MORGAN, C. et al. Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field. **ZDM Mathematics Education**, v.46, p. 843–853, p. 2014.

NACARATO, A. M. A comunicação oral nas aulas de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 9-26, 2012.

NASSER, L.; TINOCO, L. A. A. **Argumentação e provas no ensino de Matemática**. 2 ed. Rio de Janeiro: UFRJ/Projeto Fundação, 2003.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Disponível em: https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_ExecutiveSummary.pdf. Acesso em: 20 mar. 2023.

NCTM. **Standards e positions: data analysis and probability.** Disponível em: <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Data-Analysis-and-Probability/>. Acesso em: 20 mar. 2023.

NIKIFORIDOU, Z. Probabilistic thinking and young children: theory and pedagogy. In: LEAVY, A., MELETIOU-MAVROTHERIS, M., PAPARISTODEMOU, E. (Eds). **Statistics in early childhood and primary education: early mathematics learning and development.** Springer: Singapore, 2018.

NUNES-MACEDO, M. S. A.; MORTIMER, E. F.; GREEN, J. **A constituição das interações em sala de aula e o uso do livro didático: análise de uma prática de letramento no primeiro ciclo.** 2003. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/qdrNrXQFTH47QyHHysxrBZp/>. Acesso em: 15 mar. 2022.

OPARNICA, L.; SUDŽUKOVIĆ, S.; ZOBENICA, M. **Probability in primary school.** 2016. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/312161777_Probability_in_primary_school. Acesso em: 29 jul. 2021.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **The origin of the idea of chance in children.** New York: Norton, 1975.

POLYA, G. **How to solve it: A new aspect of mathematical method.** Princeton: Princeton University Press, 1945.

PISA. **PISA 2021 Mathematics Framework Draft.** Disponível em: <https://pisa2021-maths.oecd.org/#Employ>. Acesso em: 11 maio 2021.

PONTE, J. P. **Explorar e investigar em matemática: desafio para alunos e professores.** 2006. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3971/1/06-Ponte-UFF-Explorar%20e%20Investigar.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.

PONTE, J. P. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, v. 2, p. 93 - 169, 2003.

PONTE, J. P. et al. Exercícios, problemas e explorações: perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015.

PONTE, J. P. et al. **A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas.** Lisboa: Projecto MPT e APM, 1999.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. O papel do contexto nas tarefas matemáticas. **Interacções**, v. 8, n. 22, p. 196 – 216, 2012.

POZO, J. I.; CRESPO, M. A. G. **A aprendizagem e o ensino de ciências: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 299-311, 2012.

ROJO, R. H.R. Enunciação e interação na ZDP: do nonsense à construção dos gêneros de discurso. In: MORTIMER, E. F.; SMOLKA, A. L. B. **Linguagem, cultura e cognição: reflexões para o ensino e a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

RUMSEY, C.; LANGRALL, C. W. **Promoting mathematical argumentation**. 2016. Disponível em: <https://www.nctm.org/Publications/Teaching-Children-Mathematics/2016/Vol22/Issue7/Promoting-Mathematical-Argumentation/>. Acesso em: 28 mar. 2021.

SAMÁ, S.; SILVA, R.C.S. Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da Base Nacional Comum Curricular. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.28, p.1-21, 2020.

SAMÁ, S.; GOULART, A. Estudando o repensar dos espaços e concepções sobre o ensinar e aprender estatística e probabilidade. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 9, n. 2, p. 1-8, 2019

SASSERON, L. H.; CARVALHO, A. M. P. Construindo argumentação na sala de aula: a presença do ciclo argumentativo, os indicadores de alfabetização científica e o padrão de Toulmin. **Ciência & Educação (Bauru)**, v.17, n.1, p.97-114, 2011.

SASSERON, L. H.; DE SOUZA, T. N. O engajamento dos estudantes em aula de física: apresentação e discussão de uma ferramenta de análise. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 24, n. 1, p. 139-153, 2019.

SANTOS, V. M. A Matemática Escolar, o aluno e o professor: paradoxos aparentes e polarizações em discussão. **Cad. Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74,p. 25-38, jan./abr. 2008.

SCRIVEN, M.; PAUL, R. **Defining critical thinking**. 1987. Disponível em: <https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>. Acesso em: 20 mar. 2022.

SILVEIRA, M. R. A. A dificuldade da Matemática no dizer do aluno: ressonâncias de sentido de um discurso. **Educação e Realidade**, Porto Alegre, v. 36, n. 3, p. 761-779, set./dez. 2011.

SILVA, A. L. B. **Probabilidade no ensino médio e suas aplicações no cotidiano**. 2016. 63 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2016.

SHARMA, S. Cultural influences in probabilistic thinking. **Journal of Mathematics Research**, v.4, p. 5, 63-77, 2012.

SOCHA, R. S.; MARIN, F. A. D. G. A construção do conhecimento científico através das interações verbais em sala de aula. **Nuances: estudos sobre Educação**, Presidente Prudente - SP, v. 26, n. 1, p. 198-218, jan. 2015.

SOLINO, A. P.; SASSERON, L. H. A significação do problema didático a partir de Potenciais Problemas Significadores: análise de uma aula investigativa. **Ciênc. Educ.**, Bauru, v. 25, n. 3, p. 569-587, 2019.

SOUZA, T. N. **Engajamento disciplinar produtivo e o ensino por investigação: estudo de caso em aulas de física no ensino médio**. 2015. 137 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências). Instituto de Física, Instituto de Química e Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2015.

SRIRAMAN, B.; UMLAND, K. Argumentation in mathematics education. In: LERMAN, S. (Eds) **Encyclopedia of Mathematics Education**. Springer: Dordrecht, 2014. p. 46 – 48.

STAPLES, M. et al. **Using artifacts to explore conceptions and consequences of argumentation, justification, and proof**. In: Psychology of Mathematics Education (PME-NA). 38th Annual Meeting at Arizona State University, Tuscon, AZ, November 3-6, 2016.

STOCK, B. S. **A argumentação na resolução de problemas de matemática: uma análise a partir da epistemologia genética**. 2015. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/117755>. Acesso em: 12 jun. 2021.

TARAM, A.; SUKESTIYARNO, ROCHMAD, I. J. **Probabilistic thinking ability of the students of mathematics education bachelor's degree in terms of their cognitive style**. 2021. Disponível em: <https://www.atlantis-pess.com/proceedings/iset-19/125941447>. Acesso em: 12 jun. 2021.

TARR, J.E.; JONES, G.A. A framework for assessing middle school students' thinking in conditional probability and independence. **Mathematics Education Research Journal**, v. 9, p. 39-59, 1997.

TAYLOR, F. M. **Why teach probability in the elementary classroom?** 2011. Disponível em: <https://lamath.org/journal/Vol2/taylor.pdf> . Acesso em: 29 jul. 2021.

TSAKIRIDOU, H.; VAVYLA, E. Probability Concepts in Primary School. **American Journal of Educational Research**, v. 3, n. 4, p. 535-540, 2015.

TOULMIN, S. **The uses of argument**. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1958.

VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A. Ensinar matemática com resolução de problemas. **Quadrante**, v. 24, n. 2, p. 39-60, 2015.

VÁSQUEZ, C.; ALSINA, A. Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 454 - 478, abr. 2017.

VÁSQUEZ, C. et al. **Una primera aproximación a la caracterización de un modelo para una enseñanza eficaz de la probabilidad a partir de las primeras edades**. 2019. Disponível em: https://www.ugr.es/~fgm126/civeest/vazquez_alsina.pdf. Acesso em: 29 jul. 2021.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

WAISMEYER, A., MELTZOFF, A.N, GOPNIK, A. Causal learning from probabilistic events in 24-month-olds: an action measure. **Developmental science**, v.18, n. 1, 175-182, 2015.

WALTON, D; SARTON, G. Teleological justification of argumentation schemes. **Argumentation**, v. 27, n. 2, p. 111-142, 2013.

WESTON, A. **A construção do argumento**. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2009.

6 APÊNDICES

APÊNDICE A- CADERNO DO ALUNO



APRESENTAÇÃO

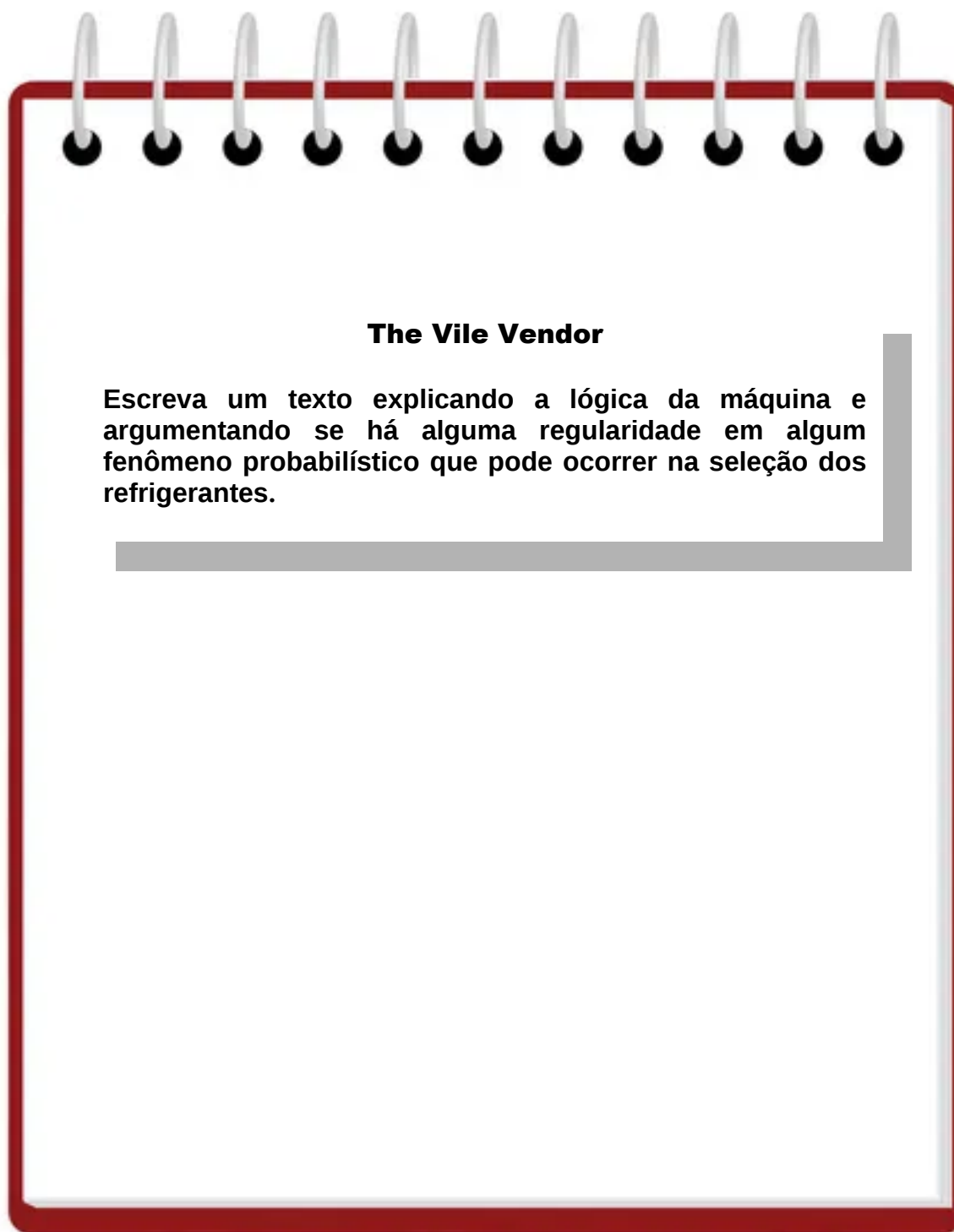
Olá!

Vocês irão se dividir em grupos e iniciar uma jornada pela Probabililha, uma ilha diferente, cheia de desafios envolvendo Probabilidade!

Antes de ir para a ilha, vocês vão conhecer o “The Vile Vendor” para terem um contato inicial com algumas ideias de Probabilidade que irão encontrar na ilha, como acontecimentos que podem ser classificados como impossível, improvável, igual, provável e certo.



Após executar o jogo, cada grupo deverá explicar a lógica da máquina para que apareçam os acontecimentos que podem ser classificados como impossível, improvável, igual, provável e certo. Anotem no papel abaixo a explicação e cada grupo exporá, na sua vez, as argumentações para explicar a lógica da máquina de refrigerantes:



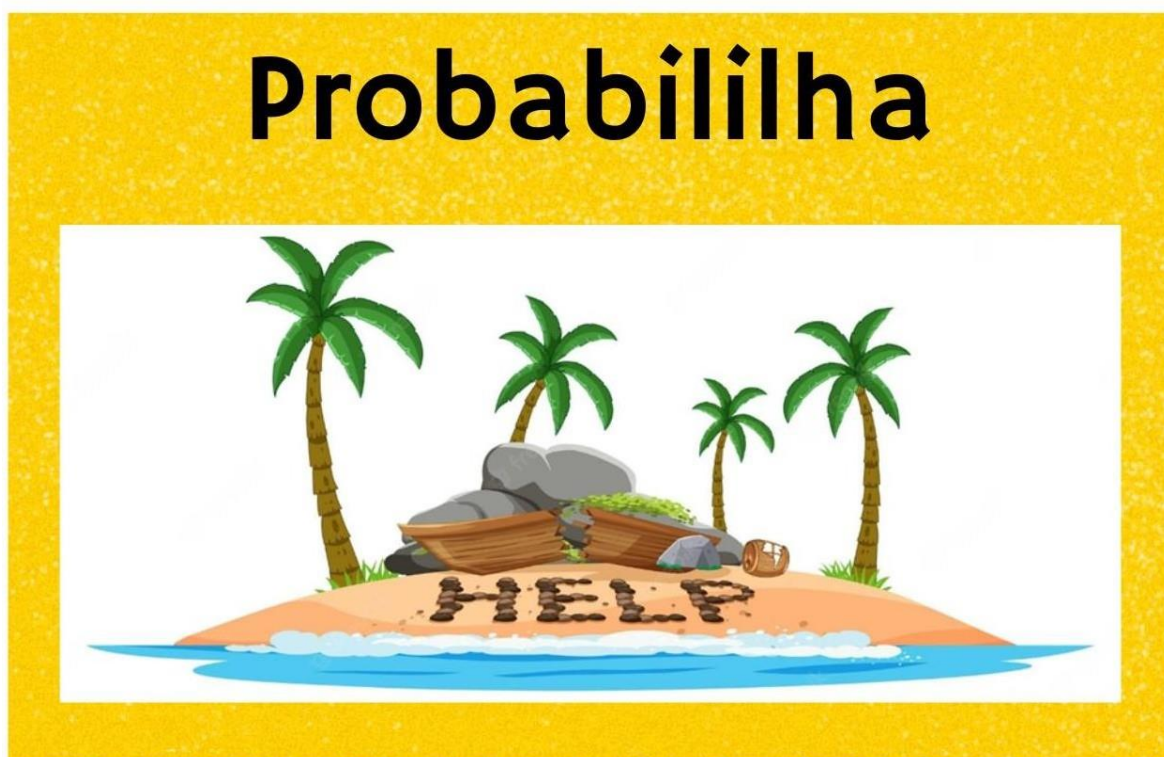
The Vile Vendor

Escreva um texto explicando a lógica da máquina e argumentando se há alguma regularidade em algum fenômeno probabilístico que pode ocorrer na seleção dos refrigerantes.

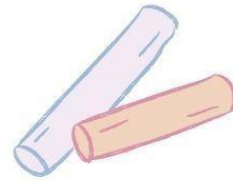
Agora os grupos estarão preparados para enfrentar os desafios da Probabililha!

CHEGANDO NA PROBABILILHA!

Vocês acabam de chegar na Probabililha! Para sair dela vocês terão que passar por algumas estações com desafios e jogos sobre Probabilidade! Reza a lenda que nesta ilha há um tesouro perdido com muitas riquezas e joias preciosas. Ao percorrer todas as 5 estações vocês irão se deparar com uma decisão muito importante que será essencial para saber se vocês sairão ou não da ilha com o tesouro perdido!



A seguir, vocês estarão coletando todas as pistas e desafios necessários para tentar sair desta ilha deserta, podendo ainda sair com o tesouro perdido! Fiquem atentos e tomem cuidado para não acabar morrendo na praia! Resolvam os desafios e jogos propostos em cada encontro, para registrar tudo e não se perder na ilha. Vamos lá?!



DESAFIO	JOGO/ ATIVIDADE
1	
2	
3	
4	
5	





Estação 1

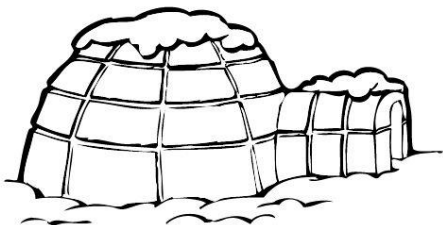
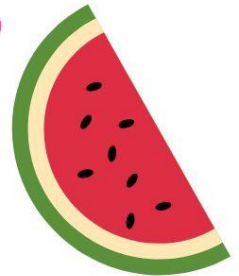
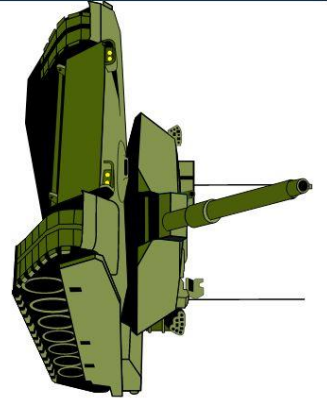
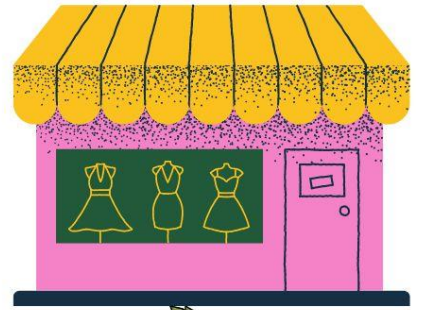
Vocês pararam na primeira estação da ilha! Olhem no mapa onde vocês estão! Por exemplo, na primeira estação vocês estarão localizados como mostra a imagem abaixo:



A partir disto, vocês deverão realizar as atividades seguintes para se livrar de um pirata que quer capturar vocês num navio caindo aos pedaços!

A primeira atividade deste encontro se chama TAMPESCA e a segunda se chama QUADRALEATÓRIOS. Para estas atividades, todos os materiais estarão disponíveis

em sala de aula para a realização das duas atividades desse encontro. Segue abaixo o material que vocês terão impressos e adesivados:





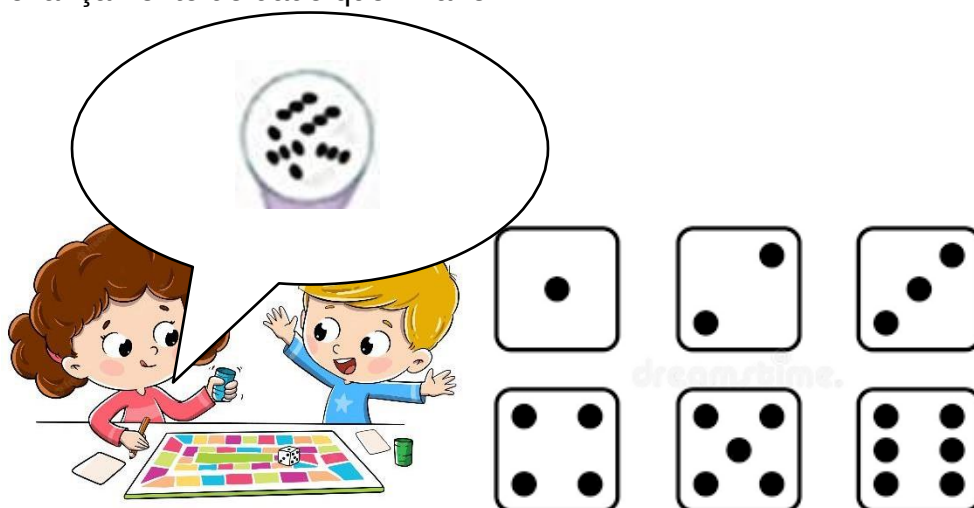
Com isto, esse primeiro encontro que vocês passaram pela Estação 1 traz duas atividades que trabalham diretamente com as noções de acaso e a análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano.

Mesmo tendo dificuldades ou avançado sem problemas na Probabililha, é necessário que **cada componente do grupo responda individualmente** as atividades a seguir e a autoavaliação dessa aula para poder escapar do pirata! Nos encontramos na segunda estação. Até lá!

Atividade 1- Atividades de ambientação à Argumentação 1

ATIVIDADE 1: Classificando eventos que envolvam o acaso

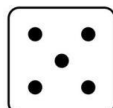
1. Os dados são muito usados em jogos de tabuleiro. Cada uma das 6 faces de um dado como mostrado a seguir tem pontinhos que representam números de 1 a 6. Observe o lançamento de dado que Ana fez



Agora pinte os quadrinhos com as quantidades que ela pode andar.



2. Lucas jogou o dado e a face



ficou para cima. Então, Lucas deve andar.....casas do tabuleiro.

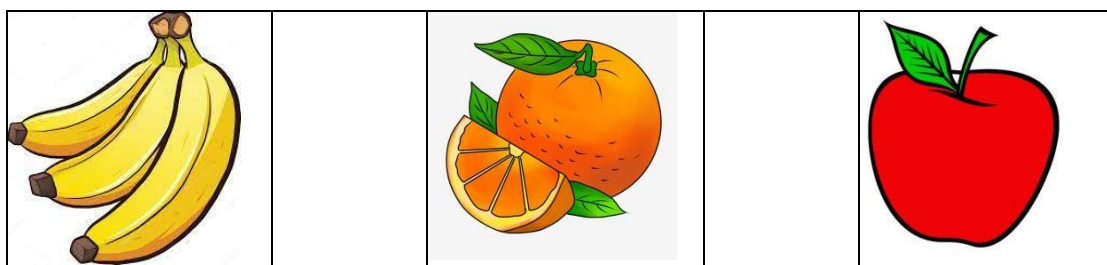
3. Dos números abaixo, circule aqueles que são impossíveis de sair quando jogamos um dado:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

4. Podemos dizer com certeza que Ana vai tirar 6 na próxima rodada?

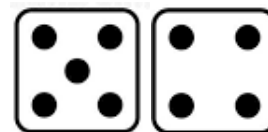


5. Ana fez uma vitamina de frutas com maçãs e laranjas. Marque com um X as frutas que Ana com certeza colocou na vitamina de frutas:



6. Carla preparou três taças de sorvete: uma com sorvete de creme, uma com sorvete de chocolate e outra com sorvete de morango. A filha dela pegou uma das taças, ao acaso, sem ver o sabor do sorvete. Marque com um X a frase correta sobre o sorvete da taça que a filha de Carla pegou:

- ☐ O sabor com certeza é creme.
☐ Talvez o sabor seja creme.
☐ É impossível o sabor ser creme.



7. Daniel e Rui estão brincando com dois dados. Daniel tirou



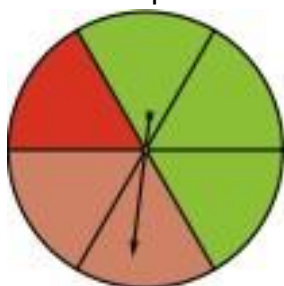
Rui tirou . Agora complete as sentenças:

- a. Rui tirou 3 e 6, que adicionados resultam empontos.
- b. Daniel tiroupontos ao todo.

8. Na próxima jogada, Rui disse que vai fazer 13 pontos jogando os dois dados. Em relação a isso, podemos afirmar:

- a. É impossível acontecer.
- b. Talvez aconteça.

9. Girando o ponteiro desta roleta, em qual cor há maior chance de o ponteiro parar? Por quê?

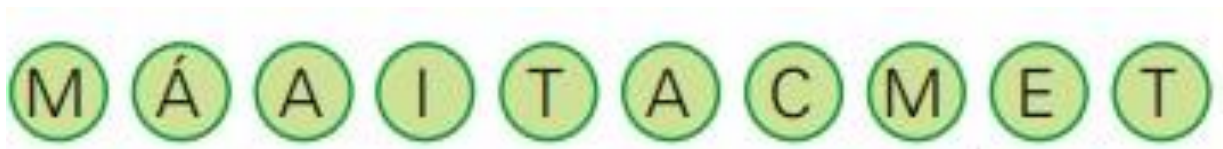


Resposta:

10. Em casos como o da atividade 9, é possível registrar a medida da chance, que é chamada probabilidade. A probabilidade do ponteiro parar no marrom é $\frac{2}{6}$ (2 em 6).

- a) Qual é a probabilidade de o ponteiro parar no verde? _____
- b) Qual é a probabilidade de parar no vermelho? _____
- c) E qual é a probabilidade de não parar no vermelho? _____

11. As letras da palavra MATEMÁTICA foram escritas separadamente em 10 cartões. Um desses cartões será sorteado. Escreva a resposta em forma de fração como você fez na questão 10.



- a) Qual é a probabilidade de sair a letra E? _____ $\frac{2}{10}$?
- b) Para quais letras a probabilidade de sair é _____
- c) Qual é a probabilidade de sair uma vogal? _____
- d) A probabilidade de sair a letra M é maior ou menor do que a de sair a letra I? _____
- e) Qual probabilidade é maior: a de sair uma consoante ou a de sair uma vogal? _____

12. Como já dissemos antes, a medida da chance, chamada probabilidade, muitas vezes pode ser indicada por uma fração. Se você retirasse, sem olhar, 1 bola do vidro abaixo, então a chance maior seria a de pegar uma bola vermelha ou uma bola azul? Por quê?



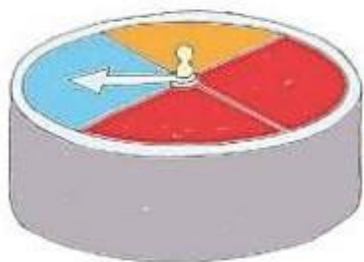
Resposta:

No vidro acima, como há um total de 5 bolas e 3 delas são vermelhas, a

probabilidade de retirar, sem olhar, 1 bola vermelha é $\frac{3}{5}$ ou $\frac{3}{5}$.

Indique com uma fração a probabilidade de retirar 1 bola azul: _____

13. A roleta abaixo tem 4 partes iguais, sendo 2 delas vermelhas. Responda utilizando fração.



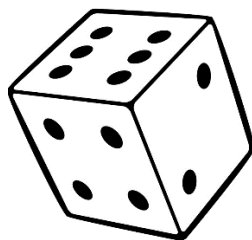
Girando bem forte a seta da roleta, qual é a probabilidade da roleta parar na cor:

- a) Vermelha: __
- b) Laranja: __
- c) Azul: _____
- d) Verde: _____
- e) Qual é a probabilidade de a seta NÃO parar no azul? _____

14. Um jogo muito conhecido é o “par ou ímpar”. Para jogar, é preciso 2 jogadores, que indicam com os dedos de 1 mão, ao mesmo tempo, números que serão somados. O vencedor é aquele que acertar, antecipadamente, se a soma será par ou ímpar. Nesse jogo, quem tem maior probabilidade de ganhar: quem escolheu par ou quem escolheu ímpar? Explique a sua resposta.

Resposta:

15. Os dados surgiram há muitos anos. Atualmente, o dado mais comum tem a forma de um cubo e tem, em cada face, um dos números: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.



- a) Qual é o espaço amostral desse evento? _____
- b) Qual é a probabilidade de obter o número 5 na face voltada para cima (escreva a resposta em forma de fração)? _____

16. Observe o saquinho com bolas idênticas, apenas de cores diferentes. Considere que será retirada 1 bola desse saquinho, sem olhar.



- a) Qual é a cor mais provável de ser sorteada? _____
- b) Qual é a cor menos provável de ser sorteada? _____
- c) Qual cor é impossível de ser sorteada? _____

Fonte: Adaptado Editora Moderna (2017) e Editora Ática (2019)

Atividade 2 do encontro 1	
Nome:	Data: / /
Argumento: Peter Parker disse que as tampinhas vermelhas no <i>tampesca</i> sempre terão mais chances de serem pegas, você concorda ou discorda de Peter?	
Afirmação (Concorda ou discorda)	
Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.	
Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação	
Conclusão Apresente a resposta final interligando todas as ideias.	

6) Qual atividade (ou quais atividades) da lista da Atividade 1 do Encontro 1 você teve mais dificuldades de resolver? (Assinale mais de uma alternativa se julgar necessário):

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4
- e. 5
- f. 6
- g. 7
- h. 8
- i. 9
- j. 10
- k. 11
- l. 12
- m. 13
- n. 14
- o. 15
- p. 16

7) Você conseguiu compreender a representação da probabilidade por meio de fração?

- a. Sim
- b. Não
- c. Mais ou menos.

8) Na atividade 2 do Encontro 1 você teve mais dificuldade em qual parte?

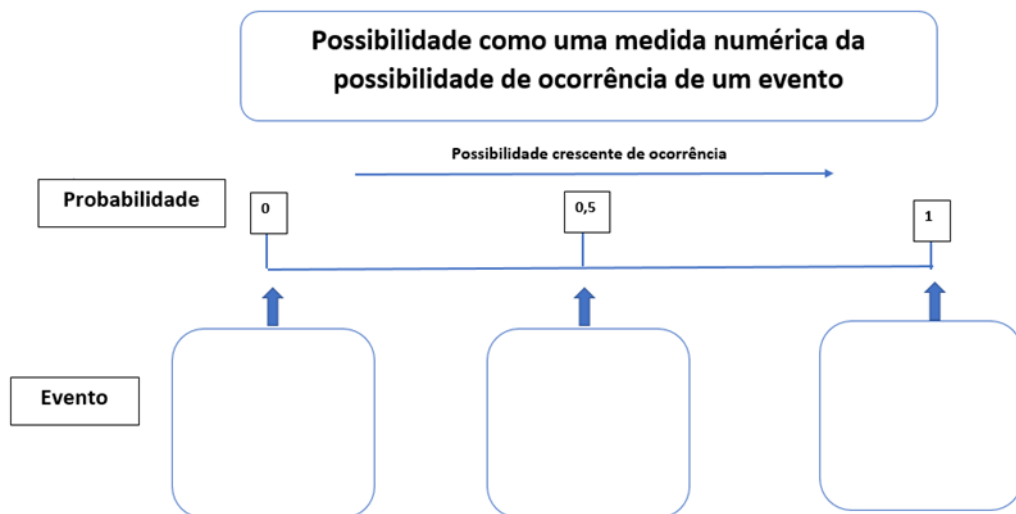
- a. Afirmação
- b. Dados/Evidências/Fundamentos
- c. Garantia
- d. Conclusão

9) No jogo “The Vile Vendor” você compreendeu a lógica da máquina de refrigerantes em relação às chances de selecionar determinado refrigerante?

- a. Sim, compreendi.
- b. Compreendi mais ou menos.

c. Não compreendi.

10) Com base nas atividades que você desenvolveu no Encontro 1, escreva nas caixinhas onde estaria localizado o evento impossível, evento improvável/provável e evento certo.



11) Sobre o jogo TAMPESCA, você conseguiu compreender o conceito probabilístico envolvido no jogo?

- a. Sim, totalmente.
- b. Não consegui.
- c. Mais ou menos, tenho dúvidas ainda.

12) Sobre o jogo QUADRALEATÓRIOS, você conseguiu compreender o conceito probabilístico envolvido no jogo?

- a. Sim, totalmente.
- b. Não consegui.
- c. Mais ou menos, tenho dúvidas ainda.



**Vocês venceram
os desafios da
Estação 1!!!**

Estação 2



Ufa, vocês conseguiram escapar do pirata e passaram para a Estação 2. Nesta estação, vocês estão em alto mar e precisam de um bote para chegar em um abrigo para dormirem esta noite! Para chegar nesse objetivo final, vocês precisarão realizar a atividade escrita e a autoavaliação desse momento. Além disso, vocês precisarão participar do jogo “Correndo ao acaso”, um jogo de tabuleiro. Segue abaixo, o material necessário para o jogo citado acima. Os materiais utilizados para a criação desse jogo foram:

- Moldes de tabuleiro disponíveis no link abaixo (estes não foram desenvolvidos pela autora).
- ✓ **Molde tabuleiro ilha**
- ✓ **Molde tabuleiro fazenda**
- Dados de 4 faces e 6 faces
- Personagens (moldes desenvolvidos pela autora)
- Tesoura e cola (para cortar e finalizar a construção dos personagens)

Ao finalizar esse encontro, você terá estudado acerca da análise da ideia de acaso em situações do cotidiano e compreendendo o espaço amostral.

Tabela com pontuações

CORRENDO AO ACASO	
GATO	NO MÁXIMO 10 PONTOS
TARTARUGA	NO MÁXIMO 4 PONTOS
COELHO	NO MÁXIMO 6 PONTOS
PREGUIÇA	NO MÁXIMO 4 PONTOS
PORQUINHO	NO MÁXIMO 6 PONTOS



Atividade 2 (Em grupo) - Atividades de ambientação à Argumentação 2**Nome do grupo:**

1. O Pica-Pau e o Zeca Urubu estão brincando de lançar uma moeda ao ar. Pica-Pau desafiou o Zeca a lançar a moeda ao ar de modo que a face “COROA” ficasse voltada para cima. Se Zeca Urubu aceitar o desafio e lançar ao ar 1 moeda de R\$ 0,05, qual é a



probabilidade de ela cair com a face

amostral desse evento?

voltada para cima? Qual o espaço

**Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:**

Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):

Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):

Justificativa (apresente argumentos que demonstram (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):

Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias - redija um pequeno texto):

Fonte: Adaptado Dante (2017)

Atividade 2 do Encontro 2	
Nome:	Data: / /
Argumento: Maria Fifi estava falando com seu amigo Pedro que no jogo “correndo ao acaso” o personagem que tem a maior probabilidade de vencer é a tartaruga.	
Afirmação (Concorda ou discorda)	
Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.	
Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação	
Conclusão Apresente a resposta final interligando todas as ideias.	

Autoavaliação do Encontro 2:	
Autoavaliação da Atividade desenvolvida no Segundo Encontro	
Nome:	Data: / /
1) De acordo com as atividades desenvolvidas hoje, você consegue analisar a ideia de acaso em situações do cotidiano? a. Sim, consigo analisar a ideia de acaso em situações do cotidiano. b. Não consigo analisar a ideia de acaso em situações do cotidiano.	
2) Você identificou corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução da situação-problema envolvendo o Pica Pau e o Zeca Urubu com o lançamento de uma moeda? a. Sim b. Não c. Mais ou menos	
3) Compreendeu as ideias sobre o espaço amostral apresentadas no jogo e atividade? a. Sim, compreendi as ideias sobre o espaço amostral apresentadas no jogo e atividade. b. Não compreendi as ideias sobre o espaço amostral apresentadas no jogo e atividade.	
4) Explique como você pode determinar o espaço amostral de um evento aleatório:	
5) Defina o que é um evento aleatório:	

6) Na atividade envolvendo o Pica Pau e o Zeca Urubu com o lançamento de uma moeda, qual destas partes você teve mais dificuldade em responder:

- a. Resolução matemática
- b. Hipóteses levantadas
- c. Argumentação
- d. Justificativa
- e. Conclusão

7) Na atividade 2 que abordava um argumento sobre o jogo “Correndo ao acaso”, qual das partes você teve mais dificuldade de responder:

- a. Afirmação
- b. Dados/Evidências/Fundamentos
- c. Garantia
- d. Conclusão



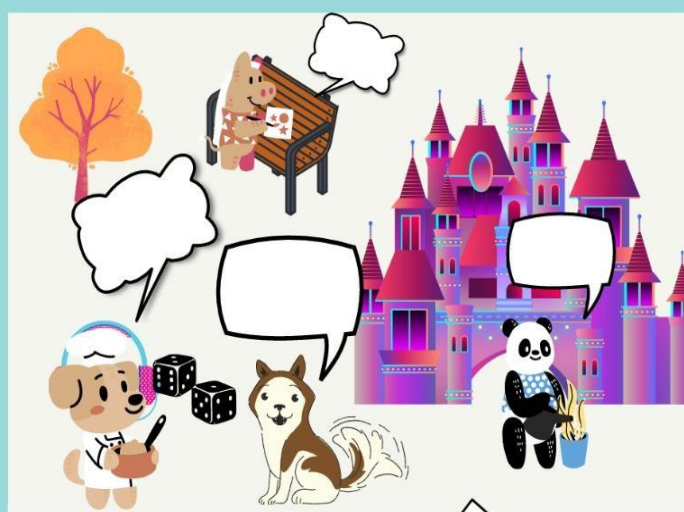
Estação 3

Se você está aqui, significa que seu grupo conseguiu pegar o bote e dormiram em segurança na Probabililha. Vá até o mapa e marque a Estação que você se encontra, pois vamos embarcar na Estação três!

Amanheceu! Vocês estão precisando se alimentar e avistaram uma grande quantidade de cocos verdes, porém o coqueiro é muito alto e nenhum do seu grupo consegue alcançar! Existe um material de suporte que faz com que vocês consigam subir no coqueiro e colem a quantidade de cocos para o grupo. Para conseguir esse material, vocês deverão realizar o jogo do quebra-cabeça, do quadrinho com balões, das atividades propostas com a cartolina e autoavaliação. Segue abaixo o material necessário. Boa sorte!



PROBA, BILI E DADE EM: O PARQUE DE DIVERSÕES



Atividade (Individual) 1 do Encontro 3

Atividade: Análise de chances de eventos aleatórios

Naruto foi em um parque e encontrou uma loja que premiava ursinhos de pelúcia para quem conseguisse parar o ponteiro na cor verde. Se Naruto parou nessa loja, e girou a roleta B, qual é a probabilidade de ele parar no verde? Você acredita que há uma roleta que possui mais chances de parar o ponteiro na cor verde?



Fonte: Adaptado de Dante (2017)

Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:

Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):

Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):

Justificativa (apresente argumentos que demonstram (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):

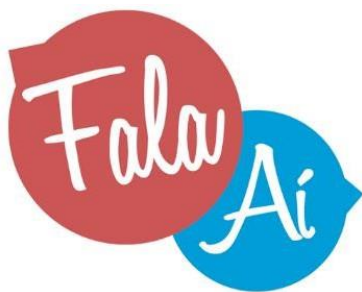
Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias - redija um pequeno texto):

Atividade 2 do Encontro 3
MURAL DA ARGUMENTAÇÃO “FALA AÍ”

Argumentação escrita e oral por meio de investigação matemática

Cada grupo receberá uma situação-problema. Colem a situação-problema no painel de cartolina e apresente a resolução seguindo as etapas solicitadas. Respondam escrevendo detalhadamente a sua resposta, explicando as ideias que tiveram e que levaram à resolução do problema e como o problema poderia ser resolvido de outra forma. Após o preenchimento do mural, cada grupo apresentará a sua resposta para a classe, explicando a resposta para os demais grupos e pedindo para que os outros grupos apresentem outras formas de resolver o problema, defendendo as suas ideias.





SITUAÇÃO-PROBLEMA INVESTIGATIVA

Resolução matemática
Efetuar as operações matemáticas, podendo também acrescentar desenhos que complementem a resolução como gráficos e esquemas.

Hipóteses levantadas para resolver o problema (apresente suposições, ou seja, ideias provisórias para resolver a situação-problema:

Justificativa (porque a resolução usou determinada estratégia ou procedimento matemático):

Argumentação (porque a situação-problema teve que ser resolvida de determinada forma, defenda a forma que vocês resolveram, apresente razões pelas quais o raciocínio de vocês foi desenvolvido de certa forma):

Conclusão (Apresente a resposta final interligando todas as ideias):

Avaliação

1. Conseguiu identificar e compreender os conceitos de probabilidade envolvidos no problema?

- a. Sim
- b. Não

2. Teve dificuldades em resolver a situação-problema?

- a. Sim
- b. Não
- c. Mais ou menos

3. Teve dificuldade de explicar o seu raciocínio, argumentando, escrevendo o texto da resposta?

- a. Sim
- b. Não
- c. Mais ou menos

4. Das etapas de investigação matemática para resolver a situação-problema qual você considerou a mais difícil?

- a. Explorar a situação-problema e formular questão
- b. Organizar os dados e formular ideias (conjecturas)
- c. Realizar testes e reformular ideias
- d. Justificar uma ideia, avaliar o raciocínio e provar matematicamente sua validade.

Autoavaliação do Encontro 3:	
Autoavaliação da Atividade desenvolvida no Terceiro Encontro	
Nome:	Data: / /
1) De acordo com a atividade desenvolvida hoje, você consegue analisar as chances de ocorrências de eventos aleatórios? a. Sim, acredito que consigo analisar as chances de eventos aleatórios. b. Não acredito que consigo analisar as chances de eventos aleatórios.	
2) Você identificou corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução da situação-problema envolvendo o Naruto? a. Sim b. Não c. Mais ou menos	
3) Compreendeu as ideias sobre as chances de um evento aleatório ocorrer apresentadas nos jogos e atividades? a. Sim, compreendi as ideias sobre as chances de um evento aleatório ocorrer apresentadas nos jogos e atividades. b. Não compreendi as ideias sobre as chances de um evento aleatório ocorrer apresentadas nos jogos e atividades.	
4) Explique como você pode determinar as chances para que um evento aleatório ocorra:	
5) Na atividade envolvendo o Naruto, qual das partes você teve mais dificuldade de responder: a. Resolução matemática b. Hipóteses levantadas c. Argumentação d. Justificativa e. Conclusão	

6) Na atividade do Mural, qual das partes você teve mais dificuldade? a. Resolução matemática b. Hipóteses c. Argumentação d. Justificativa e. Conclusão
7) Na atividade do Mural, você conseguiu compreender o raciocínio apresentado pelos demais grupos para a resolução da situação-problema? a. Sim totalmente, todos os demais grupos argumentaram claramente, apresentando objetivamente o raciocínio utilizado na resolução e consegui compreender. b. Sim parcialmente, alguns grupos conseguiram argumentar claramente e apresentaram de modo objetivo o raciocínio utilizado na resolução e conseguir compreender, mas houve grupos que não consegui compreender a explicação do raciocínio aplicado para resolução. c. Não consegui, pois os grupos não conseguiram explicar claramente o raciocínio que utilizaram na situação-problema.
8) Você conseguiu desenvolver a investigação matemática para resolver a situação-problema proposta na atividade do Mural? a. Sim e segui todas as etapas sem dificuldades: Explorar a situação-problema e formular questão; Organizar os dados e formular ideias (conjecturas); Realizar testes e reformular ideias; Justificar uma ideia, avaliar o raciocínio e provar matematicamente sua validade. b. Sim e segui todas as etapas, mas em algumas etapas tive dificuldades. c. Sim, mas não segui todas as etapas e resolvi sem dificuldades. d. Sim, mas não segui todas as etapas e em algumas tive dificuldades. e. Não consegui, tive muitas dificuldades.
9) Você conseguiu desenvolver a atividade com o quebra-cabeça? a. Sim b. Não

10) Sobre a atividade com a História em Quadrinhos, você e seu grupo conseguiram elaborar a estória usando conceitos de probabilidade?

- a. Sim, com facilidade.
- b. Sim, com certa dificuldade.
- c. Não conseguimos, tivemos muitas dificuldades de relembrar os conceitos e desenvolver uma estória coerente.

11) Qual tipo de argumentação você considera mais fácil?

- a. Argumentação oral, porque consigo me expressar oralmente sem dificuldade para expor meu raciocínio.
- b. Argumentação escrita, porque consigo redigir um texto claro e objetivo expondo meu raciocínio.
- c. Os dois tipos de argumentação são fáceis, consigo me expressar nas duas modalidades, sem dificuldades.
- d. Os dois tipos de argumentação são difíceis, tenho dificuldades de me expressar oralmente e por meio de escrita.

12) Até esse momento, na Estação 3, como você avalia o seu o nível de argumentação nas atividades escritas e orais:

- a. Excelente, consigo articular plenamente as ideias encadeando hipóteses, justificativa e conclusão.
- b. Ótimo, consigo articular satisfatoriamente as ideias encadeando hipóteses, justificativa e conclusão.
- c. Bom, consigo articular razoavelmente as ideias encadeando hipóteses, justificativa e conclusão.
- d. Regular, articulo com dificuldade as ideias envolvendo hipóteses, justificativa e conclusão.
- e. Ruim, não consigo articular as ideias, portanto, não consigo argumentar.



Estação 4

Parabéns! Vocês estão quase chegando ao fim! Ao passar desta estação, vocês irão automaticamente para a quinta estação neste mesmo encontro! Vocês conseguiram se hidratar com o coco da ilha e agora poderão seguir o percurso para encontrar o tesouro perdido. Durante a coleta de cocos da estação anterior, um componente do seu grupo ouviu de um dos piratas que estava próximo ao abrigo que o tesouro perdido estava ao norte da ilha, dentro de um baú enterrado numa profundidade de 8 metros abaixo do solo. Para chegar nessas proximidades vocês terão que vencer o jogo e atividades propostas, para assim chegar na estação 5. Ao final desta atividade vocês deverão ser capazes de analisar as chances de eventos aleatórios e calcular a probabilidade de eventos equiprováveis.

Vocês receberão o material necessário para a execução da Estação 4:



Atividade 1 (Grupo) da Estação 4 - Atividades de Ambientação à Argumentação 4

Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios e cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis

Agostinho Carrara estava trabalhando de Uber e resolveu fazer um sorteio de um brinde com os clientes de algum mês do ano de 2021. Para definir os clientes que seriam presenteados com o brinde, ele resolveu sortear 1 dos 12 meses do ano.

- Qual a Probabilidade de sair um mês que começa com a letra J?
- As chances de se sortear um mês com a letra inicial J são iguais as chances de se sortear um mês com a letra inicial S?



Resolução matemática apresentando as provas matemáticas:

Hipóteses levantadas para resolver a situação-problema (de que forma vocês pensaram inicialmente para resolver a situação-problema):

Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):

Justificativa (apresente argumentos que demonstram (ou refutam) a verdade de uma afirmação que usa declarações aceitas e formas matemáticas de raciocínio redigindo um pequeno texto):

Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias – redija um pequeno texto):

Atividade 2 do Encontro 4	
Nome:	Data: / /
Argumento: A capitã Marvel está jogando Probabilinha e afirmou que no lançamento de um dado comum, o espaço amostral é igual a seis. Sobre essa afirmação, você:	
Afirmação (Concorda ou discorda)	
Dados/Evidência/ Fundamentos • Desenhe uma imagem. • Faça um modelo representativo. • Utilize ideias matemáticas.	
Garantia Conecte a evidência/ fundamentos e a afirmação, ou seja, apresente a hipótese que liga os fatos à conclusão.	
Conclusão Apresente a resposta final interligando todas as ideias.	

Autoavaliação do Encontro 4:	
Autoavaliação da Atividade desenvolvida no Quarto Encontro	
Nome:	Data: / /
1) De acordo com a atividade desenvolvida hoje, você conseguiu compreender o conceito de espaço amostral e analisar as chances de ocorrência de eventos aleatórios? a. Sim, consegui compreender o conceito de espaço amostral e analisar as chances de ocorrências de eventos aleatórios. b. Não consegui compreender o conceito de espaço amostral e nem como analisar as chances de ocorrências de eventos aleatórios.	
2) Você identificou corretamente as ideias a serem aplicadas na resolução da situação-problema sobre Agostinho Carrara e o Uber? a. Sim b. Não	
3) Você conseguiu compreender o que são eventos equiprováveis? a. Sim, compreendo o significado de eventos equiprováveis. b. Compreendo mais ou menos o significado de eventos equiprováveis. c. Não compreendo o significado de eventos equiprováveis.	
4) Você conseguiu redigir a argumentação na atividade envolvendo a situação-problema sobre Agostinho Carrara e o Uber? a. Sim, sem dificuldades. b. Sim, com certa dificuldade. c. Não consegui.	
5) Na atividade da situação-problema sobre Agostinho Carrara e o Uber, qual das partes você teve mais dificuldade? a. Resolução matemática b. Hipóteses c. Argumentação d. Justificativa e. Conclusão	

6) Sobre o jogo “Probabilinha”, você conseguiu executá-lo e relacionar claramente com os conceitos desenvolvidos ao longo das estações pelas quais você passou?

- a. Sim.
- b. Não
- c. Mais ou menos

7) Sobre a atividade de argumento envolvendo a capitã Marvel, qual das partes você teve mais dificuldade de responder:

- a. Afirmção
- b. Dados/Evidências/Fundamentos
- c. Garantia
- d. Conclusão



Estação 5

Parabéns por terem chegado na última estação da Probabililha!

Antes de finalizar a aventura pela ilha, vocês terão que responder uma última pergunta. Se acertarem, vocês pegarão a chave que abre a caixa onde está o mapa que leva até o baú do tesouro (grupo):

Você irá sortear uma chave de duas sacolas diferentes. A sacola A contém 6 chaves roxas e 7 chaves verdes. A sacola B contém 4 chaves roxas e 2 chaves verdes. De qual sacola é mais provável sortear uma chave roxa e de qual é mais provável sortear uma chave verde?

Sacola A	Sacola B
Mais provável sortear uma roxa	Mais provável sortear uma verde

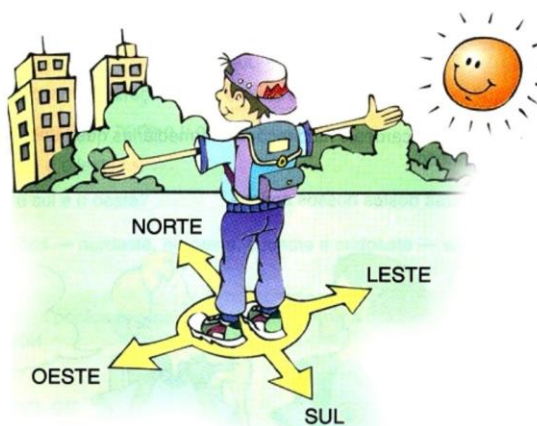
Justifique a sua resposta.

Fonte: Adaptado de Mangahigh (2022)

Acertaram a pergunta, abram a caixa, peguem o mapa e então avancem! Vocês estão agora nas proximidades do baú e precisam informar qual é a localização adequada para que cheguem no ponto em que o tesouro está enterrado. Qual é a localização que o baú está? **A localização é**_____.

probabalilha

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										



Respondeu corretamente? É isso aí! Seu grupo finalmente encontrará o baú com as riquezas. Ao desenterrarem o baú vocês verificaram que ele está trancado com um

cadeado que só abre com uma última decisão do grupo. Ao lado do tesouro há uma caixa secreta com dois botões, um azul e um vermelho. Um botão abre o tesouro e o outro faz com que haja uma explosão que destrói todas as riquezas desse baú. Qual botão o seu grupo irá escolher? Qual a probabilidade de se ter as riquezas?



A resposta correta está num envelope secreto que será aberto em instantes! O grupo que ganhar as “riquezas” irá também ganhar a liberdade da ilha! O grupo que ficar sem o tesouro também ganhará um brinde de participação nas 5 estações, porém terão que passar mais um tempo na ilha como consequência do acaso (decisão errada). Vamos descobrir quem são os vencedores dessa aventura na ilha? A informação será dada pessoalmente! Até mais, pessoal!

Fim da aventura na Probabililha! Obrigada por sua participação!

Autoavaliação do Encontro 5:	
Autoavaliação da Atividade desenvolvida no Quinto Encontro	
Nome:	Data: / /
1) De acordo com as atividades desenvolvidas ao longo das estações, você conseguiu compreender conceitos básicos de probabilidade como acaso, eventos aleatórios, eventos equiprováveis e espaço amostral? a. Sim, consegui compreender totalmente esses conceitos. b. Sim, consegui compreender parcialmente esses conceitos e ainda tenho algumas dúvidas. c. Não consegui compreender esses conceitos.	
2) Você identificou corretamente as ideias sobre probabilidade a serem aplicadas na resolução da situação-problema proposta na Estação 5 sobre as chaves roxa e verde? a. Sim b. Não	
3) Você conseguiu compreender o que é a tomada de decisão? a. Sim e sei que envolve escolha e riscos. b. Sim e relaciono com escolhas, mas não penso em riscos. c. Não consegui compreender o que é a tomada de decisão.	
4) Agora que chegamos ao final das estações, você conseguiu compreender completamente o significado de probabilidade? () Sim, compreendo o significado de probabilidade. () Não compreendo o significado de probabilidade.	
5) Você conseguiu generalizar o conceito de probabilidade como a divisão do número de eventos pelo número de resultados possíveis? a. Sim, consegui perceber que o cálculo da probabilidade é feita por essa divisão e daí consegui generalizar o conceito. b. Não consegui compreender o conceito, portanto, não generalizei a ideia de como calcular a probabilidade.	

6) Com o final do percurso pela Ilha e passando pelas estações, você conseguiu melhorar a sua argumentação matemática? a. Sim, melhorei muito, tanto na escrita quanto oralmente. b. Sim, melhorei pouco, tanto na escrita quanto oralmente. c. Não consegui melhorar, pois tenho dificuldades em escrever e expressar oralmente minhas ideias.
7) Sobre seu nível de argumentação matemática, após a realização das atividades nas estações, você considera que esteja: a. Excelente b. Ótimo c. Bom d. Regular e. Ruim
8) Em qual estação você teve mais dificuldades em realizar as atividades propostas? a. Estação 1 b. Estação 2 c. Estação 3 d. Estação 4 e. Estação 5
9) Os jogos auxiliaram você na compreensão dos conceitos de probabilidade? a. Sim, porque aprendi de uma forma mais atrativa. b. Não, mas me diverti executando os jogos. c. Mais ou menos, me confundi algumas vezes.

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO A PRIORI

PARTE A – A ARGUMENTAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

1- Nas aulas de Matemática, o professor dá oportunidade a você e seus colegas de explicarem o raciocínio quando estão respondendo alguma questão que ele perguntou?

- a) Sim, o professor dá oportunidade a nós alunos para explicarmos o nosso raciocínio, justificando e argumentando o porquê de chegarmos em determinada resolução.
- b) Não, o professor pede apenas que falemos a resposta final.

2- Nas aulas de Matemática, o professor propõe momentos para que haja argumentação, ou seja, para que possam explicar pontos de vista acerca de conceitos, ideias matemáticas, estratégias de resolução de questões e problemas que são propostos?

- a) Sim, com frequência.
- b) Sim, às vezes.
- c) Raramente
- d) Nunca

3- Nas aulas de Matemática, vocês têm oportunidade de falar, expressar suas ideias matemáticas?

- a) Sim, somente quando o professor está corrigindo as atividades.
- b) Sim, em qualquer momento que tivermos dúvida.
- c) Não, não temos a oportunidade de falar, apenas o professor.

4- Nas aulas de Matemática, você costuma escrever as suas respostas por meio de textos, explicando, justificando o porquê utilizou determinada estratégia de resolução?

- a) Sim, costumo escrever um pequeno texto explicando a resolução.

b) Não, só escrevo as operações matemáticas e os procedimentos que utilizei, mas não explico redigindo um texto.

5- Você já teve oportunidade de argumentar nas aulas de Matemática?

a) Sim.

b) Não.

6- Você acredita que é possível argumentar nas aulas de Matemática?

a) Sim, é possível argumentar nas aulas de Matemática, expondo o raciocínio matemático e os pontos de vista, desde que tenhamos oportunidade de nos expressar seja oralmente ou por escrito.

b) Não é possível argumentar nas aulas de Matemática, porque o professor não proporciona momentos para que possamos falar ou não aplica atividades com argumentação escrita ou porque não sabemos como argumentar porque não aprendemos.

7- Observe a tirinha e responda o que se pede:



a. Você acredita que a Mafalda expôs algum argumento?

() Sim, acredito que Mafalda expôs algum argumento.

() Não acredito que Mafalda expôs algum argumento.

b. Qual foi o argumento que Mafalda fez, de acordo com o último quadrinho?

Resposta:

8- Na tirinha abaixo, o menino conseguiu argumentar matematicamente de forma coerente para explicar como conseguirá vender os livros? Explique a sua resposta.



Explicação:

9- Para você o que significa argumentar nas aulas de Matemática?

Resposta:

PARTE B – CONHECIMENTOS DE PROBABILIDADE

1. De acordo com os seus conhecimentos, o que é Probabilidade?

- a) Algo que vai acontecer com certeza.
- b) A análise das chances de algo ocorrer.
- c) A análise de algo impossível de ocorrer.
- d) Não sei o que significa.

2. Cite dois exemplos que envolvem a Probabilidade no seu dia a dia.

Resposta:

3. Você acredita que no lançamento de uma moeda, as chances de se obter cara ou coroa são iguais?

- a) Sim, acredito que as chances de se obter cara ou coroa são iguais.
- b) Não acredito que as chances de se obter cara ou coroa são iguais.

4. Explique o motivo da sua resposta que você assinalou na questão anterior:

5. Na tirinha abaixo, você consegue enxergar algo relacionado ao conteúdo de Probabilidade? Explique sua resposta:



Explicação:

6. Se lançarmos uma moeda, qual a probabilidade do lado “cara” ficar voltado para cima?

- a) $1/3$
- b) $1/2$
- c) $1/4$
- d) 0

7. Um restaurante está com 13 pessoas: 9 clientes e 4 garçons. Se escolhermos uma pessoa do local, aleatoriamente, qual a probabilidade de ser um cliente?

- a) $3/13$
- b) $9/13$
- c) $6/13$

d) $7/13$

Resolução:

--

8. Escolhendo aleatoriamente um dia da semana, qual a probabilidade de escolher uma segunda ou uma sexta-feira?

a) $4/7$

b) $1/7$

c) $2/7$

d) $3/7$

9. No lançamento de um dado de 6 faces, qual a chance da face superior cair no número 1?



10. Ao lançar um dado, qual a probabilidade de sair um número maior que 4?

Resolução matemática:

--

Argumentação (como você convence uma pessoa de que a sua resposta está correta – redija um pequeno texto com a argumentação):

Conclusão (apresente a resposta final interligando todas as ideias – redija um pequeno texto):

APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO A POSTERIORI

PARTE A – ASPECTOS DIDÁTICOS E METODOLÓGICOS DO PRODUTO EDUCACIONAL

1. Sobre os jogos apresentados, você considera que eles auxiliaram na aprendizagem dos conceitos de probabilidade?

- a. Sim
- b. Não
- c. Mais ou menos

2. Sobre os jogos apresentados, você considera que eles auxiliaram no desenvolvimento da argumentação?

- a. Sim
- b. Não
- c. Mais ou menos

3. Sobre as atividades escritas propostas, você considerou que auxiliaram no desenvolvimento da argumentação escrita?

- a. Sim
- b. Não
- c. Mais ou menos

4. Sobre a configuração das atividades em formato de uma aventura em ilha com estações, você considerou que estimulou o interesse e engajamento para resolvê-las?

- a. Sim, pois ficaram mais dinâmicas e atrativas.
- b. Não, ficou muito confuso.
- c. Mais ou menos, pois algumas eram mais objetivas e dinâmicas e outras mais longas para resolver.

5. A dinâmica de aplicação das atividades estimulou você a participar e falar expondo

suas ideias matemáticas?

- a. Sim, venci a timidez, consegui me expressar e aprendi a argumentar matematicamente.
- b. Não estimulou, até participei das atividades, mas não falei, apenas colaborei com meus colegas.
- c. Mais ou menos, ainda estou me acostumando com a ideia de falar nas aulas de Matemática, expor minhas ideias e estou ainda aprendendo a argumentar.

PARTE B – DESENVOLVIMENTO DA ARGUMENTAÇÃO E DOS CONCEITOS DE PROBABILIDADE

1. Após a realização das atividades propostas, você conseguiu compreender o que significa probabilidade?

- a. Sim, compreendi plenamente.
- b. Não compreendi.
- c. Mais ou menos, ainda tenho certa dificuldade.

2. Você consegue definir o que é um evento aleatório?

- a. Sim, consigo definir.
- b. Não consigo.
- c. Mais ou menos, ainda tenho dúvida do que seja um evento aleatório.

3. Você consegue definir o que é acaso?

- a. Sim, consigo definir.
- b. Não consigo.
- c. Mais ou menos, ainda tenha dúvida do que seja o acaso.

4. Você consegue conceituar o que é um evento equiprovável?

- a. Sim, consigo conceituar.
- b. Não consigo.

c. Mais ou menos, pois tenho ainda dúvida sobre o que significa o evento equiprovável.

5. Você conseguiu compreender que a probabilidade está presente no cotidiano?

a. Sim.

b. Não.

6. Você aprendeu a argumentar matematicamente por meio da escrita ou oralmente?

a. Sim, aprendi plenamente.

b. Não aprendi.

c. Mais ou menos, ainda tenho dificuldades em me expressar.

7. Você consegue estruturar o seu raciocínio para expressá-lo em uma interação discursiva na qual terá que argumentar em uma aula de Matemática?

a. Sim, plenamente.

b. Não consigo.

c. Mais ou menos, com certa dificuldade, pois ainda não consigo estabelecer relações entre ideias e expressar meu raciocínio.

8. Desenvolva a frase apresentada a seguir colocando 1 argumento que apoie a ideia expressa:

UMA ESCOLA QUER MONTAR UMA COMISSÃO PARA DEBATER O PROBLEMA DO LIXO NO RECREIO. VEJA A TABELA COM O NÚMERO DE ESTUDANTES EM CADA ANO.

ANO	3º ANO	4º ANO	5º ANO
NÚMERO DE ESTUDANTES	120	102	85

Se um estudante for sorteado ao acaso, há mais chances dele ser do 3º ano, porque_____.

9. Helena encontrou seus amigos Allan e Carolina na barraca das roletas. Eles iam apostar para ver quem ganhava uma bola. Para ganhar o prêmio, era preciso escolher uma cor e girar a roleta, que deve parar na cor escolhida. Analise o que cada um escolheu e responda à questão, argumentando:



Helena



Allan



Carolina

Quem tem mais chance de ganhar é Helena, porque _____

_____.

Quem tem menos chance de ganhar é Carolina porque _____

_____.

10. Durante a resolução das atividades, qual desses componentes do processo de argumentação você teve mais dificuldade de elaborar e/ou identificar:

- a. Afirmação
- b. Dados/Evidências/Fundamentos
- c. Hipóteses
- d. Garantia
- e. Justificativa
- f. Conclusão

11. Dos fatores abaixo que podem prejudicar a argumentação nas aulas de Matemática, assinale aquele que você considera o mais marcante:

- a. timidez em falar
- b. dificuldades em escrever

- c. receio em ser julgado por expressar alguma ideia de maneira equivocada
- d. medo de contrapor uma ideia de um colega e gerar algum conflito
- e. não saber defender uma ideia

12. Você concorda que o princípio da argumentação é respeitar a ideia do outro e aprender com uma ideia que seja diferente da sua?

- a. Sim, concordo plenamente.
- b. Não concordo.
- c. Concordo parcialmente.

13. O processo de argumentação consiste em gerar conflito e “ganhar o debate por meio de uma discussão”?

- a. Sim.
- b. Não

PARTE C – CONHECIMENTOS DE PROBABILIDADE

1. Em uma urna há 12 bolas vermelhas, 5 bolas azuis e 3 bolas verdes. Sorteando uma bola ao acaso, qual a probabilidade de ser uma bola ser verde?

- a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{20}$

2. Se em uma turma é formada por 8 alunas e 7 alunos e a professora escolher aleatoriamente um estudante para ir ao quadro resolver um exercício, qual a probabilidade de ser selecionada uma aluna?

- a) $\frac{8}{15}$ b) $\frac{7}{15}$ c) $\frac{11}{15}$ d) $\frac{13}{15}$

3. Em uma urna existem bolas enumeradas de 1 a 15. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada. Determine a probabilidade de se retirar uma bola com número par:

Resposta:

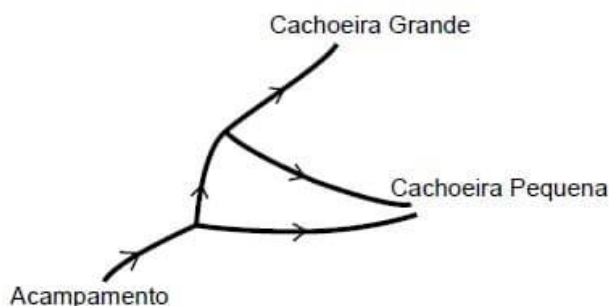
--

4. Em um saquinho há bolinhas com números pares e ímpares. Ao retirar uma bola do saquinho, qual tipo de número tem mais chances de sair: bola com número par ou bola com número ímpar? Por quê?



Resposta:

5. Dois jovens partiram, do acampamento em que estavam, em direção à Cachoeira Grande e à Cachoeira Pequena, localizadas na região, seguindo a trilha indicada neste esquema:



Em cada bifurcação encontrada na trilha, eles escolhiam, com igual probabilidade, qualquer um dos caminhos e seguiam adiante. Então, é CORRETO afirmar que a probabilidade de eles chegarem à Cachoeira Pequena é:

a) $\frac{1}{2}$

b) $2/3$

c) $3/4$

d) $5/6$

6. Sobre qual cor é menos provável que o ponteiro pare?



a) Branca

b) Verde

c) Nenhuma, pois branca e verde são igualmente prováveis.

7. Sobre qual cor é menos provável que o ponteiro pare?

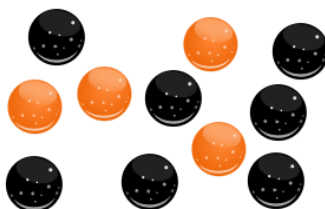


a) Branca

b) Azul

c) Nenhuma, pois branca e azul são igualmente prováveis.

8. Se você selecionasse uma bola sem olhar, qual bola seria a mais provável de ser selecionada?



a) Preta

b) Laranja

c) Nenhuma, pois ambas são igualmente prováveis.

ANEXO 8- PARECER

UNIVERSIDADE FEDERAL DE
ALAGOAS



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: A ARGUMENTAÇÃO NAS AULAS SOBRE PROBABILIDADE DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Pesquisador: EWELLYN AMANCIO ARAUJO BARBOSA

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 59058622.7.0000.5013

Instituição Proponente: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática -

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.515.303

Apresentação do Projeto:

"A presente pesquisa pretende analisar quais as contribuições que o processo argumentativo nas aulas de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental traz para o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Para isto, respaldamos como aporte teórico diversos estudos como os de Morgado (2014 apud Silva, 2016), Silva (2016), Batanero (2004), Cileda (1994), Lopes (2008) e entre outros nos apresentam reflexões genuínas quanto a importância do ensino de Probabilidade, bem como suas dificuldades e contribuições para um aprendizado holístico do estudante. Além disso, a escolha de se estudar a argumentação em nossa pesquisa se deu através das reflexões sobre os processos dialógicos e discursivos que ocorrem em sala de aula e sua importância no processo de aprendizado. Alguns referenciais teóricos que fundamentaram a ideia argumentativa e dialógica nessa pesquisa foram as ideias de Sasseron (2011), Leitão (2007), Weston (2009), Toulmin (1958 apud ABERDEIN, 2005), Mortimer e Scott (2002) e entre outros. Por fim, acreditamos que nossa pesquisa contribui para a solução do nosso problema de pesquisa levantado como "Quais as contribuições que o processo argumentativo nas aulas de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental traz para o desenvolvimento do pensamento probabilístico e como esse processo argumentativo se caracteriza?", podendo ser melhor compreendido com a seguinte hipótese: promovendo o aprendizado por meio da linguagem e trazendo informações que irão ajudar o aluno a desenvolver o pensamento probabilístico, fazendo com que a criança mobilize sua estrutura cognitiva ao estabelecer as relações entre os conhecimentos novos e

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL.
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **Email:** cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.515.303

prévios."

Objetivo da Pesquisa:

"Objetivo Primário:

A presente pesquisa tem como objetivo geral analisar quais as contribuições que o processo argumentativo nas aulas de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental traz para o desenvolvimento do pensamento probabilístico.

Objetivo Secundário:

- Analisar o processo argumentativo no desenvolvimento do conteúdo de probabilidade no 5o ano do Ensino Fundamental, identificando suas características.
- Identificar as competências e habilidades na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre a probabilidade e argumentação matemática no Ensino Fundamental.
- Elaborar uma sequência didática que possibilite ao professor do Ensino Fundamental, ensinar probabilidade de modo que as argumentações possam ser utilizadas como meio de aprendizado e contribuam para desenvolver o pensamento probabilístico.
- Analisar os padrões de interação que irão predominar em sala de aula, o IRF (Iniciação- Resposta- Feedback) ou IRA (Iniciação- Resposta- Avaliação), durante o desenvolvimento dos conteúdos de probabilidade do 5o ano do Ensino Fundamental."

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

extraído do PB_Informações Básicas.

"Riscos:

Acreditamos que o risco de nossa pesquisa pode ocorrer na etapa da coleta e análise de dados, podendo surgir resultados não esperados acerca do processo argumentativo e dificuldades extras durante a propiciação de interações discursivas. Contudo, tais riscos podem ser tratados dentro da fundamentação teórica estabelecida, podendo ser explicado e analisado de modo coerente e adequado.

Benefícios:

É naturalmente plausível fazer com que a compreensão da probabilidade ocorra desde os anos iniciais, visto que além de ser algo previsto pela BNCC, está presente ao longo da educação básica em ciclos posteriores e servirá como conhecimento básico para atuar na sociedade. O professor como mediador do conhecimento, poderá através da argumentação possibilitar a compreensão e um diálogo que faça sentido para os alunos através da argumentação, fazendo com que o estudante possa desenvolver seu raciocínio lógico-dedutivo e para que este raciocínio se desenvolva "é importante que o professor compreenda e aceite diversos níveis de argumentação e

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.515.303

justificação que os alunos possam vir a apresentar para provar um dado resultado", (JÚNIOR; NASSER, 2012, p.134).

Deste modo, esta pesquisa é pertinente e pode trazer diversos benefícios pois valoriza a construção dos conceitos de probabilidade em sala de aula na qual é mediada pela linguagem, visto que as interações discursivas revelam como a aprendizagem está ocorrendo e redirecionam para práticas docentes inovadoras, além do uso de recursos didáticos variados, podendo assim apresentar a importância da probabilidade no cotidiano e de como a Matemática se faz presente em tudo, dominando a vida das pessoas como coloca D'ambrósio (2013)."

Extraído do TCLE:

"Para isso, será utilizado celular/tablet com o sistema Android ou IOS, pois irá manusear o aplicativo e realizar atividades por meio dos aparelhos, também será feito o registro fotográfico de todas as etapas da pesquisa com alguns momentos que serão gravados, sendo que os riscos são baixos. Caso o (a) seu/sua filho(a), se sinta constrangido durante os registros fotográficos e gravações que serão realizados durante as atividades, ele/ela pode realizar a atividade quando achar melhor.

Assim, solicitamos explicitamente autorização para registro de imagem e de som do participante, por meio de registro fotográfico e de vídeo, garantindo a confidencialidade e a privacidade, a proteção da imagem e a não estigmatização dos participantes da pesquisa, garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades, inclusive em termos de autoestima, de prestígio e/ou de aspectos econômico-financeiros. A identidade de seu/sua filho (a) será mantido em sigilo.

Garantimos ao(à) Sr(a) a manutenção do sigilo e da privacidade da participação do (a) seu/sua filho(a) e de seus dados durante todas as fases da pesquisa e posteriormente na divulgação científica. Os resultados da pesquisa serão registrados numa dissertação e também será construído um produto educacional para os demais professores, com a finalidade de conhecerem como foram realizadas as atividades aplicadas. Os resultados finais da pesquisa serão publicados em formato de artigos científicos em revistas científicas, mas sem identificar seus dados pessoais do (a) seu/sua filho(a) e imagens.

As informações do (a) seu/sua filho(a) ficarão sob sigilo, ninguém saberá que você ele/ela está participando da pesquisa; não falaremos para outras pessoas, nem daremos a estranhos as

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.515.303

informações que ele/ela nos der. Há um risco de perda e exposição dos dados, entretanto, o pesquisador ficará responsável por manter todo o material em segredo e não divulgar.

"

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Projeto vinculado ao mestrado PPGEICIM

A presente pesquisa pretende analisar quais as contribuições que o processo argumentativo nas aulas de probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamenta (2o participantes) traz para o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Para isto, respaldamos como aporte teórico diversos estudos como os de Morgado (2014 apud Silva, 2016), Silva (2016), Batanero (2004), Cileda (1994), Lopes (2008) e entre outros nos apresentam reflexões genuínas quanto a importância do ensino de Probabilidade, bem como suas dificuldades e contribuições para um aprendizado holístico do estudante.

Metodologia

A presente pesquisa ocorrerá de forma presencial com alunos pertencentes à uma escola privada de ensino básico, que se localiza em Maceió, no bairro de Graciliano Ramos. Esta escolha ocorreu pelo fato de a autora desta pesquisa possuir a permissão e disponibilidade para a aplicação do Produto Educacional nessa escola privada que possui os sujeitos pretendidos, sendo um caminho que facilita a aplicação do produto educacional. Os sujeitos envolvidos serão alunos do 5o ano do Ensino Fundamental, que estudarão probabilidade como previsto nos documentos oficiais que norteiam a educação, os mesmos poderão fazer parte das análises que estão sendo propostas de modo que será possível observar a construção dos conceitos de probabilidade desde os anos iniciais. Sendo assim, a coleta de dados que se fará nessa pesquisa terá a pesquisadora como participante a fim de analisar e compreender o comportamento dos participantes da pesquisa através de suas argumentações acerca de probabilidade e seus respectivos processos de fala, essas argumentações dos alunos do 5o ano serão constatadas e observadas através das ministrações das aulas que serão gravadas. Além disso, as falas serão transcritas para se obter uma melhor análise e pretende-se propor atividades em que os alunos possam utilizar a fala argumentativa e crítica para defender determinados pontos de vista.

Metodologia de Análise de Dados:

A metodologia de análise, será a análise de discurso, o "processo de análise discursiva tem a pretensão de interrogar os sentidos estabelecidos em diversas formas de produção, que podem

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL

Bairro: Cidade Universitária

CEP: 57.072-900

UF: AL

Município: MACEIO

Telefone: (82)3214-1041

E-mail: cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.515.303

ser verbais e não verbais, bastando que sua materialidade produza sentidos para interpretação" Caregnato e Mutti (2006, p. 680). neste sentido, analisaremos a predominância entre dois padrões presentes nas interações discursivas que envolvem o discurso em sala de aula, será analisado o padrão IRF (Iniciação-Resposta- Feedback) .

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Os Seguintes Termos Foram Apresentados:

- 1- PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1946966.pdf;
- 2- EWELLYN_PUBLICIZACAO_assinado.pdf;
- 3- ALE_EA_2405.docx;
- 4- TLCE_EA2405.docx;
- 5- projeto_de_pesquisa_2405.doc;
- 6- DECLARACAO_DE_CONFLITOS_ASSINADO.pdf;
- 7- QUESTIONARIO_A_POSTERIORI_EA.docx;
- 8- QUESTIONARIO_A_PRIORI_EA.docx;
- 9- infraestrutura_Eok.pdf;
- 10- folha_de_rosto.pdf;

Recomendações:

pedimos que organize o texto de riscos e benefícios de forma mais agregada e uniforme em todos os documentos.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

O PRESENTE PROJETO POSSUI ÓBICES ÉTICOS CONFORME LISTA DE PENDÊNCIAS

*****Para uma maior agilidade de análise e de retorno em caso de Parecer Pendente, solicitamos responder as pendências apontadas por meio de CARTA RESPOSTA ao CEP, descrevendo a pendência e a resposta do pesquisador. Além disso, quando necessário alteração nos documentos anexados (projeto, TCLE e outros) solicita-se que seja sinalizado na CARTA RESPOSTA a página e localização da alteração no documento. As adequações podem ser realizadas na própria CARTA RESPOSTA, a não ser em caso que seja obrigatório a mudança nos documentos, tais como: alterações na Plataforma Brasil (Pesquisadores envolvidos, Orçamento, Tamanho da Amostra e Cronograma) e/ou na documentação anexa (Ex.: TCLE, declarações, instrumento de coleta de dados, etc).

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.515.303

Atentar-se aos casos de necessidade de REANEXAR documentos ausentes e/ou com solicitação de ajustes.

- Informamos que este CEP faz até 3 apreciações das pendências éticas. A partir do 4º retorno com pendências este projeto será retirado e novo projeto será exigido.*****

LISTA DE PENDÊNCIAS:

1- Na Declaração de Publicização

1.1 Incluir a informação de por quanto tempo (tempo mínimo) os dados ficarão em posse da equipe de pesquisa e o que será feito após esse tempo com os dados;

1.2 Incluir a informação de como se dará a devolutiva dos resultados da pesquisa aos participantes (sugere-se um modo acessível aos mesmos)

2- Informar os critérios de interrupção da pesquisa e declarar o compromisso em informar o CEP quaisquer interrupções o alterações na pesquisa.

3- No TCLE:

3.1 Incluir número de Página na forma n/N para manter a integridade dos documentos (ex 1/3,2/3...)

3.2 Incluir a informação de que os participantes da pesquisa serão indenizados por qualquer prejuízos (assim como fora feito no TALE)

3.3 Incluir texto resumido explicando o papel e importância do CEP

Considerações Finais a critério do CEP:

Prezado (a) Pesquisador (a), de acordo com as diretrizes para pesquisas definidas pela Res. CNS 466/12 e suas complementares, seu protocolo está PENDENTE e, para que este seja considerado aprovado, deverá resolver todos os questionamentos e sugestões constantes no item CONCLUSÕES OU PENDÊNCIAS E LISTA DE INADEQUAÇÕES deste Parecer Consubstanciado.

Somente após esta reavaliação e possível aprovação é que esta poderá ser iniciada. Além disso, destacamos que:

V.S^a. terá um trâmite conosco de ATÉ 30 DIAS, após a data de emissão deste Parecer Consubstanciado, para resolução de suas pendências, porém, após este prazo, seu protocolo será considerado retirado. No entanto, solicitamos que o envio dos documentos pendentes NÃO

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL

Bairro: Cidade Universitária

CEP: 57.072-900

UF: AL

Município: MACEIO

Telefone: (82)3214-1041

E-mail: cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.515.303

ULTRAPASSE PRAZOS MAIORES QUE 15 DIAS CONSECUTIVOS, a fim de que o processo de tramitação possa ser mais rapidamente resolutivo.

Para uma maior agilidade de análise e de retorno, solicitamos responder as pendências apontadas através de carta resposta, descrevendo a pendência e respondendo-a.

Lembramos que algumas adequações devem ser realizadas diretamente no projeto (Ex.: Orçamento e Cronograma) e outras apenas na carta resposta (procedimento, risco, benefício, critérios de interrupção, etc.) e/ou na documentação anexa (Ex.: TCLE, declarações, instrumento de coleta de dados, etc).

Atentar-se aos casos de necessidade de reanexar documentos ausentes e/ou com solicitação de ajustes.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1946966.pdf	25/05/2022 00:31:49		Aceito
Outros	EWELLYN_PUBLICIZACAO_assinado.pdf	25/05/2022 00:13:21	EWELLYN AMANCIO ARAUJO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE_EA_2405.docx	24/05/2022 23:49:50	EWELLYN AMANCIO ARAUJO BARBOSA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TLCE_EA2405.docx	24/05/2022 23:49:20	EWELLYN AMANCIO ARAUJO BARBOSA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projeto_de_pesquisa_2405.doc	24/05/2022 23:48:18	EWELLYN AMANCIO ARAUJO BARBOSA	Aceito
Outros	DECLARACAO_DE_CONFLITOS_ASSINADO.pdf	24/05/2022 23:47:41	EWELLYN AMANCIO ARAUJO	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_A_POSTERIORI_EA.docx	24/05/2022 23:46:08	EWELLYN AMANCIO ARAUJO	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_A_PRIORI_EA.docx	24/05/2022 23:45:37	EWELLYN AMANCIO ARAUJO	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	infraestrutura_Eok.pdf	24/05/2022 23:44:37	EWELLYN AMANCIO ARAUJO BARBOSA	Aceito
Folha de Rosto	folha_de_rosto.pdf	24/05/2022 19:35:41	EWELLYN AMANCIO ARAUJO	Aceito

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL

Bairro: Cidade Universitária

CEP: 57.072-900

UF: AL

Município: MACEIO

Telefone: (82)3214-1041

E-mail: cep@ufal.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE
ALAGOAS



Continuação do Parecer: 5.515.303

Situação do Parecer:

Pendente

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

MACEIO, 07 de Julho de 2022

Assinado por:

Carlos Arthur Cardoso Almeida
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Longitudinal UFAL 1, nº1444, térreo do prédio do Centro de Interesse Comunitário (CIC) entre o SINTUFAL
Bairro: Cidade Universitária **CEP:** 57.072-900
UF: AL **Município:** MACEIO
Telefone: (82)3214-1041 **E-mail:** cep@ufal.br