

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

JONATHAN HENRIQUE CORDEIRO NUNES

**ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS DE CISALHAMENTO PARA  
ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO COM SEÇÕES CIRCULARES CHEIAS E  
VAZADAS**

MACEIÓ

2024

JONATHAN HENRIQUE CORDEIRO NUNES

**ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS DE CISALHAMENTO PARA  
ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO COM SEÇÕES CIRCULARES CHEIAS E  
VAZADAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal de Alagoas, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil com área de concentração em Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Severino Pereira Cavalcanti  
Marques

MACEIÓ

2024

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**  
Bibliotecária: Girlaine da Silva Santos – CRB-4 – 1127

N972e Nunes, Jonathan Henrique Cordeiro.

Estudo comparativo de modelos de cisalhamento para elementos de concreto armado com seções circulares cheias e vazadas / Jonathan Henrique Cordeiro Nunes. – 2024.

178 f. : il.

Orientador: Severino Pereira Cavalcanti Marques.

Dissertação (em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Maceió, 2024.

Bibliografia: f. 132- 138.

Apêndices: f. 139-178.

1. Concreto armado. 2. Resistência ao cisalhamento. 3. Seção circular. I. Título.

CDU: 666.98

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, eu agradeço a Deus por me abençoar com saúde, por me proteger e me guiar durante toda a trajetória do mestrado.

Aos meus pais, Eliane e Joseilton, por terem me incentivado desde a infância a buscar o conhecimento e sempre ser a melhor versão de mim, servindo de inspiração e dando educação, amor, direcionamento na tomada de decisão e suporte psicológico para finalizar essa etapa tão importante.

A minha noiva, Andressa Bruna, por ter contribuído imensamente no meu crescimento pessoal e profissional, dando suporte emocional e sendo compreensiva nos momentos mais difíceis do mestrado.

A todos os meus familiares por terem dado apoio de forma direta ou indireta, facilitando o alcance dos meus objetivos.

Aos meus amigos por todo o afeto e lealdade ao longo desses anos, contribuindo para que essa importante etapa da minha vida fosse realizada de forma leve e proveitosa, propiciando momentos de alegria.

Aos meus amigos e colegas do mestrado, por terem compartilhado momentos de estresse, de descontração e, principalmente, de solidariedade durante toda essa jornada.

Ao meu orientador, Severino Pereira Cavalcanti Marques, por ter aceitado o desafio de ajudar na elaboração do presente trabalho, contribuindo com seu tempo, suas experiências e conhecimentos para o sucesso dos resultados obtidos.

Aos professores do PPGEC, pela paciência e pela transmissão dos seus conhecimentos, contribuindo para o aumento do meu arcabouço teórico.

À UFAL e à CAPES pelo apoio financeiro que possibilitou minha dedicação integral ao mestrado e à realização deste trabalho.

E a todos os servidores da UFAL, cuja dedicação e colaboração não apenas promovem o crescimento do estado de Alagoas, mas também desempenham um papel fundamental na formação de novos profissionais.

## RESUMO

NUNES, J. H. C. **Estudo comparativo de modelos de cisalhamento para elementos de concreto armado com seções circulares cheias e vazadas**. 2024. 178 f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas. Maceió-AL, 2024.

No projeto de estruturas de concreto armado, a análise da resistência ao cisalhamento é uma etapa essencial para assegurar a segurança e a durabilidade da estrutura. Embora a maioria das normas técnicas, como a NBR 6118 (2023), forneçam modelos para avaliação da resistência ao cisalhamento de seções transversais retangulares, diretrizes específicas para casos de seções transversais circulares, amplamente utilizadas em aplicações da engenharia, geralmente não são prescritas. Para superar essa lacuna, alguns códigos e normas internacionais utilizam métodos simplificados baseados nos desenvolvidos para seções transversais retangulares, introduzindo parâmetros de adequação para definir dimensões fictícias, como a altura útil  $d$  e a largura  $b_w$ . Diferentes aproximações teóricas e trabalhos experimentais estão disponíveis na literatura com o objetivo de avaliar as contribuições individuais do concreto e das armaduras transversais para a resistência ao cisalhamento de elementos com seções transversais circulares. No entanto, não existe um consenso sobre o melhor modelo para avaliar tais contribuições. Nesse contexto, o presente trabalho teve como objetivo analisar o desempenho de modelos existentes para prever a resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado com seções transversais circulares cheias e vazadas, solicitados por flexão simples e flexocompressão. Além disso, o desempenho de estribos circulares e helicoidais para tais seções transversais também foi avaliado. Para isso, foi realizada uma revisão bibliográfica dos modelos de predição existentes, seguida da construção de uma extensa base de dados com 291 espécimes provenientes de ensaios disponíveis na literatura, para realização de uma análise comparativa entre os valores teóricos e experimentais. Planilhas eletrônicas foram utilizadas para automatizar os cálculos dos modelos selecionados. Uma análise estatística descritiva foi conduzida, abrangendo medidas de tendência central, variabilidade e métricas de erro. Representações gráficas, como diagramas de caixa e gráficos de radar, foram empregadas para visualização dos resultados. Testes de normalidade e hipóteses foram aplicados para avaliar a significância estatística e a adequação dos modelos aos dados experimentais. Com base nas análises estatísticas, notou-se que, de maneira geral, os resultados teóricos exibiram uma discrepância razoável em relação aos correspondentes valores experimentais, embora as previsões de alguns modelos tenham mostrado boa aderência em relação aos resultados experimentais. Apesar da maioria dos modelos terem produzidos resultados conservadores, alguns deles forneceram valores de resistência ao cisalhamento inseguros. Em suma, há necessidade de realizar mais estudos de cunho teórico e experimental visando uma representação mais precisa do comportamento da resistência ao cisalhamento de seções circulares de concreto armado, melhorando as diretrizes de projeto para esses elementos estruturais e contribuindo para discussões científicas e práticas nesta área específica de conhecimento.

**Palavras-Chave:** Concreto armado; Seção circular cheia e vazada; Resistência ao cisalhamento; Modelos de projeto.

## ABSTRACT

NUNES, J. H. C. **Comparative study of shear models for reinforced concrete elements with solid and hollow circular cross sections.** 2024. 178 f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas. Maceió-AL, 2024.

In the design of reinforced concrete structures, the analysis of shear strength is an essential step to ensure the safety and durability of the structure. Although most of the technical standards, such as NBR 6118 (2023), provide models for evaluation of the shear strength of rectangular cross-sections, specific guidelines for the cases of circular cross-sections, widely used in engineering applications, in general, are not reported. To overcome this gap, some international codes and standards use simplified methods based on those developed for rectangular cross-sections, introducing adequacy parameters to define fictitious dimensions, such as, effective depth  $d$  and the width  $b_w$ . Different theoretical approaches and experimental works are available in the literature aiming to evaluate the individual contributions of concrete and transversal reinforcements to the shear strength of elements with circular cross-sections. However, a consensual conclusion on the best model for evaluating such contributions does not exist yet. In this context, the present work aimed to analyze the performance of existing models for predicting the shear strength of reinforced concrete elements with solid and hollow circular cross-sections, subjected to simple bending and flexo-compression. Additionally, the performance of both circular and spiral stirrups for such cross-sections was also assessed. For this end, a bibliographical review of existing prediction models was carried out, followed by the construction of a large database from 291 tested specimens available in the literature, for comparative analysis between theoretical and experimental values. Electronic spreadsheets were used to automate the calculations of the selected models. A descriptive statistical analysis was conducted, covering measures of central tendency, variability, and error metrics. Graphic representations, such as box plots and radar charts, were employed for result visualization. Normality and hypothesis tests were applied to evaluate the statistical significance and adequacy of the models to the experimental data. Based on the statistical analyses, it is observed that, in general, the theoretical results presented non-negligible discrepancies in relation to the experimental data, although the predictions of some models showed good adherence in relation to the experimental results. Also, it is worth noting that, even though most of the models exhibited conservative results, some of them provided unsafe shear strength values. In summary, there is a need to carry out more theoretical and experimental studies aiming at a more accurate representation of the shear strength behavior of circular reinforced concrete sections, improving the design guidelines for those structural elements and contributing to scientific and practical discussions in the corresponding field of knowledge.

**Keywords:** Reinforced concrete; Solid and hollow circular section; Shear strength; Design models.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> - Efeito arco remanescente no concreto.....	28
<b>Figura 2</b> - Padrão de fissuração de seções circulares cheias e vazadas.....	30
<b>Figura 3</b> - Padrão de fissuração do espécime SDU10 de seção circular cheia.....	30
<b>Figura 4</b> - Padrão de fissuração do espécime 55-16-150-825 de seção circular vazada. ....	30
<b>Figura 5</b> - Modelo para o engrenamento entre os agregados. ....	35
<b>Figura 6</b> - Efeito pino das armaduras longitudinais. ....	36
<b>Figura 7</b> - Orientação das tensões tangenciais na seção transversal circular. ....	39
<b>Figura 8</b> - Identificação dos ângulos $\alpha$ , $\beta$ e $\gamma$ para seções circulares cheias. ....	41
<b>Figura 9</b> - Representação dos elementos $E_1$ , $E_2$ , $E_3$ e $E_4$ .....	41
<b>Figura 10</b> - Campo de tensão atuante nos elementos $E_1$ , $E_2$ , $E_3$ e $E_4$ .....	42
<b>Figura 11</b> - Identificação dos ângulos $\alpha$ e $\eta$ para seções circulares vazadas. ....	44
<b>Figura 12</b> - Resumo das equações utilizadas no MCFT.....	49
<b>Figura 13</b> - Modificação da distribuição das tensões tangenciais após fissuração de seções circulares cheias.....	50
<b>Figura 14</b> - Modificação da distribuição das tensões tangenciais após fissuração de seções circulares vazadas. ....	51
<b>Figura 15</b> - Equivalência de área e momento de inércia entre seção circular vazada e uma em formato de I sólido.....	53
<b>Figura 16</b> - Fluxograma do algoritmo de programação de expressão genética.....	60
<b>Figura 17</b> - Ação da treliça e do efeito arco combinados.....	61
<b>Figura 18</b> - Ilustração dos termos $d_v$ e $d_e$ .....	68
<b>Figura 19</b> - Interpretação das estatísticas apresentadas em um diagrama de caixa.....	79
<b>Figura 20</b> - Histogramas do diâmetro ( $D$ ) e do espaçamento entre estribos ( $s$ ) dos elementos de seção circular cheia. ....	83
<b>Figura 21</b> - Histogramas da taxa de armadura longitudinal ( $\rho_l$ ) e da taxa de armadura transversal ( $\rho_t$ ) dos elementos de seção circular cheia.....	83

<b>Figura 22</b> - Histogramas da resistência média do concreto à compressão ( $f_{cm}$ ) e da razão entre o vão de cisalhamento e a altura útil ( $a/d$ ) dos elementos de seção circular cheia. ....	84
<b>Figura 23</b> - Histogramas do esforço axial ( $P$ ) e da força cortante experimental ( $V_{exp}$ ) dos elementos de seção circular cheia. ....	84
<b>Figura 24</b> - Histogramas do diâmetro externo ( $D$ ) e do diâmetro interno ( $D_o$ ) dos elementos de seção vazada.....	85
<b>Figura 25</b> - Histogramas da taxa de armadura longitudinal ( $\rho_l$ ) e da taxa de armadura transversal ( $\rho_t$ ) dos elementos de seção circular vazada. ....	85
<b>Figura 26</b> - Histogramas da resistência média do concreto à compressão ( $f_{cm}$ ) e da razão entre o vão de cisalhamento e a altura útil ( $a/d$ ) dos elementos de seção circular vazada.....	86
<b>Figura 27</b> - Histogramas do esforço axial ( $P$ ) e da força cortante experimental ( $V_{exp}$ ) dos elementos de seção circular vazada.....	86
<b>Figura 28</b> - Desempenho dos modelos teóricos baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples. ....	88
<b>Figura 29</b> - Desempenho dos modelos teóricos baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.....	88
<b>Figura 30</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples. ....	95
<b>Figura 31</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão. ....	95
<b>Figura 32</b> - Desempenho dos modelos teóricos baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.....	96
<b>Figura 33</b> - Desempenho dos modelos teóricos baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.....	97
<b>Figura 34</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.....	102
<b>Figura 35</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.....	102
<b>Figura 36</b> - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples. ....	104

<b>Figura 37</b> - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.....	104
<b>Figura 38</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples. ....	109
<b>Figura 39</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão. ....	110
<b>Figura 40</b> - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.....	111
<b>Figura 41</b> - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.....	112
<b>Figura 42</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.....	117
<b>Figura 43</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.....	117
<b>Figura 44</b> - Desempenho dos modelos teórico baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular cheia dotados de estribos circulares. ....	119
<b>Figura 45</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular cheia dotados de estribos circulares. ....	119
<b>Figura 46</b> - Desempenho dos modelos teórico baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular vazada dotados de estribos circulares.....	120
<b>Figura 47</b> - Desempenho dos modelos teórico baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular vazada dotados de estribos em espiral.....	121
<b>Figura 48</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular vazada dotados de estribos circulares. ....	122
<b>Figura 49</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular vazada dotados de estribos em espiral. ....	122
<b>Figura 50</b> - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular cheia dotados de estribos circulares. ....	123
<b>Figura 51</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular cheia dotados de estribos circulares. ....	124

<b>Figura 52</b> - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular vazada dotados de estribos circulares.....	125
<b>Figura 53</b> - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão $V_{exp}/V_{pred}$ para os espécimes com seção circular vazada dotados de estribos em espiral.....	125
<b>Figura 54</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular vazada dotados de estribos circulares. ....	126
<b>Figura 55</b> - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular vazada dotados de estribos em espiral. ....	127

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Passo e eficiência dos estribos em espiral.....	38
<b>Tabela 2</b> - Dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.....	89
<b>Tabela 3</b> - Dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.....	89
<b>Tabela 4</b> - Outros dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.....	90
<b>Tabela 5</b> - Outros dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.....	91
<b>Tabela 6</b> - Testes de hipótese dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.....	93
<b>Tabela 7</b> - Testes de hipótese dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.....	94
<b>Tabela 8</b> - Dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.....	97
<b>Tabela 9</b> - Dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.....	98
<b>Tabela 10</b> - Outros dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.....	98
<b>Tabela 11</b> - Outros dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.....	99
<b>Tabela 12</b> - Testes de hipótese dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.....	101
<b>Tabela 13</b> - Testes de hipótese dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.....	101
<b>Tabela 14</b> - Dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.....	105
<b>Tabela 15</b> - Dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.....	105

<b>Tabela 16</b> - Outros dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples. ....	106
<b>Tabela 17</b> - Outros dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.....	106
<b>Tabela 18</b> - Testes de hipótese dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.....	108
<b>Tabela 19</b> - Testes de hipótese dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.....	108
<b>Tabela 20</b> - Dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.....	112
<b>Tabela 21</b> - Dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.....	113
<b>Tabela 22</b> - Outros dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.....	113
<b>Tabela 23</b> - Outros dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão. ....	114
<b>Tabela 24</b> - Testes de hipótese dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.....	115
<b>Tabela 25</b> - Testes de hipótese dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.....	116

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> - Resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão $V_{exp}/V_{pred}$ .....	139
<b>Quadro 2</b> - Resultados dos métodos de normas e códigos para a razão $V_{exp}/V_{pred}$ .....	151
<b>Quadro 3</b> - Banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura. ....	163
<b>Quadro 4</b> – Rotina de cálculo dos valores teóricos do modelo de Al-Bayati (2023) com os dados experimentais de Jensen et al. (2010).....	177
<b>Quadro 5</b> – Rotina de cálculo dos valores teóricos do modelo I da NBR 6118 (2023) com os dados experimentais de Jensen et al. (2010).....	178

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i> (Instituto Americano de Concreto)
AASHTO	<i>American Association of State Highway and Transportation Officials</i> (Associação Americana de Autoridades de Transporte Estaduais e de Rodovias)
BCA	<i>British Cement Association</i> (Associação Britânica de Cimento)
CEB	<i>Comité Européen du Béton</i> (Comitê Europeu do Concreto)
CEN	<i>European Committee for Standardization</i> (Comitê Europeu de Normatização)
CFT	<i>Compression Field Theory</i> (Teoria do Campo de Compressão)
COV	Coefficiente de Variação
CSA	<i>Canadian Standards Association</i> (Associação Canadense de Normas)
CSTM	<i>Compatibility Strut-and-Tie Method</i> (Método das Bielas e Tirantes com Compatibilidade)
DCFT	<i>Diagonal Compression Field Theory</i> (Teoria do Campo de Compressão Diagonal)
DSFM	<i>Disturbed Stress Field Model</i> (Modelo do Campo de Tensão Perturbado)
ELU	Estado Limite Último
EPR	<i>Evolutionary Polynomial Regression</i> (Regressão Polinomial Evolutiva)
FIB	<i>Fédération Internationale du Béton</i> (Federação Internacional do Concreto)
GEP	<i>Gene Expression Programming</i> (Programação de Expressão Genética)
LRFD	<i>Load and Resistance Factor Design</i> (Fator de Projeto para Carga e Resistência)
MAPE	<i>Mean Absolute Percentage Error</i> (Erro Percentual Absoluto Médio)
MCFT	<i>Modified Compression Field Theory</i> (Teoria do Campo de Compressão Modificado)
MCTM	<i>Mohr Compatibility Truss Model</i> (Modelo de Treliça de Compatibilidade de Mohr)
MOGA	<i>Multiobjective Genetic Algorithms</i> (Algoritmos Genéticos Multiobjetivos)
NBR	Norma Brasileira
RMSE	<i>Root Mean Square Error</i> (Raiz do Erro Quadrático Médio)
STM	<i>Softened Truss Model</i> (Modelo de Treliça Flexibilizado)
TAMU	<i>Truss Arch Model Unified</i> (Modelo Unificado de Arco e Treliça)

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	vão de cisalhamento
$a_g$	tamanho máximo do agregado
$A_c$	área da seção transversal
$A_{ps}$	área da armadura ativa na região de tração devido à flexão
$A_s$	área efetiva de armadura tracionada
$A_{sw}$	área da armadura transversal
$b_w$	largura da seção transversal
$b_v$	largura efetiva da alma
$d$	altura útil da seção transversal
$d'$	distância entre o centroide das armaduras de compressão e a fibra mais comprimida da seção
$D$	diâmetro da seção circular
$D_r$	diâmetro do círculo passando através dos centros da armadura longitudinal
$D'$	diâmetro do estribo circular ou em espiral
$d_{agg}$	diâmetro do agregado
$d_v$	profundidade de cisalhamento efetiva
$e^\uparrow$	componente vertical do vetor unitário tangente ao ponto de intersecção entre a fissura analisada e a armadura helicoidal
$E_c$	módulo de elasticidade secante do concreto
$E_p$	módulo de elasticidade da armadura ativa
$E_s$	módulo de elasticidade do aço
$f_c'$	resistência característica do concreto à compressão
$f_{cd}$	resistência de cálculo do concreto
$f_{ck}$	resistência característica do concreto à compressão
$f_{cm}$	resistência média do concreto à compressão
$f_{ctd}$	resistência de cálculo do concreto à tração direta
$f_{ps}$	tensão média atuante na armadura ativa quando a barra é solicitada à sua resistência nominal
$f_{yd}$	tensão de escoamento de cálculo do aço
$f_{yl}$	resistência ao escoamento da armadura longitudinal
$f_{yw}$	resistência ao escoamento da armadura transversal

$f_{ywd}$	tensão na armadura transversal
$f_{yk}$	resistência do aço característica de escoamento à tração
$h$	altura da seção transversal
$I$	momento de inércia da seção transversal
$L_V$	comprimento do elemento
$M_0$	valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção
$M_d$	momento fletor de cálculo
$M_{d,máx}$	momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise
$M_n$	resistência à flexão nominal sem levar em conta os efeitos do carregamento axial
$M_u$	momento fletor solicitante
$n$	razão modular entre o aço e o concreto
$N_d$	esforço normal de cálculo
$N_p$	esforço normal de protensão
$N_u$	esforço normal solicitante
$p$	passo da espira
$Q$	momento de primeira ordem ou momento estático em relação à linha neutra
$R'$	raio do estribo circular ou em espiral
$R$	raio da seção circular vazada
$r_s$	raio da linha média das armaduras longitudinais
$s$	espaçamento entre os estribos
$s_x$	parâmetro de espaçamento entre fissuras
$t$	espessura da parede da seção transversal circular vazada
$V$	força cortante atuante na seção transversal
$V_d$	força cortante de cálculo
$V_p$	componente na direção da força cortante devido à protensão
$V_u$	força cortante solicitante
$V_C$	parcela da força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao da treliça
$V_{C0}$	resistência à força cortante de uma viga sem estribos
$V_{exp}$	força cortante de ruptura do experimento
$V_{pred}$	força cortante predita pelo modelo
$V_{Rd}$	força cortante resistente de cálculo

$V_{Rd2}$	força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto
$V_{Rd3}$	força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal
$V_{Sd}$	força cortante solicitante de cálculo
$V_{Sw}$	parcela da força cortante resistida pela armadura transversal
$w$	abertura da fissura
$y_{Gc2}$	coordenada y do centroide do concreto da zona $F_2$
$y_{Gl1}$	coordenada y do centroide da armadura longitudinal da zona $F_1$
$z_0$	distância do centroide da força de tração ao centro de massa
$z$	braço de alavanca
$\theta$	ângulo de inclinação da biela comprimida
$\phi'$	ângulo de inclinação da biela (efeito arco tipo I)
$\phi''$	ângulo de inclinação da biela (efeito arco tipo II)
$\varphi$	ângulo formado em relação ao eixo vertical
$\psi_{arch}$	coeficiente de flexibilidade para o deslocamento da diagonal comprimida
$\psi_{truss}$	coeficiente de flexibilidade para o deslocamento da treliça
$\alpha$	ângulo de inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal
$\alpha_1$	inclinação do plano de fissura
$\alpha_{cw}$	coeficiente de deterioração da resistência ao cisalhamento devido às tensões de compressão elevadas
$\alpha_{V2}$	coeficiente que representa o índice de fragilidade do concreto
$\varepsilon_1$	deformação principal longitudinal
$\varepsilon_2$	deformação principal transversal
$\varepsilon_x$	deformação específica devido à tensão de tração atuante no centroide da armadura longitudinal
$\varepsilon_s$	deformação específica devido à tensão de tração atuante no centroide da armadura longitudinal
$\tau$	tensão de cisalhamento
$\zeta$	coeficiente de abrandamento ou amolecimento do concreto
$\chi$	fator de eficiência da inclinação da espiral em relação ao eixo transversal
$\nu$	fator de redução da resistência do concreto fissurado
$\nu_1$	fator de redução da resistência ao concreto fissurado

$\beta$	fator que indica a capacidade das fissuras inclinadas de transmitir os esforços de tração
$\beta_1$	profundidade equivalente à zona de compressão com tensão uniforme
$\delta$	fator de correção do diâmetro da armadura ativa
$\delta_{arch}$	deslocamento na diagonal comprimida causado por uma carga unitária
$\delta_{truss}$	deslocamento da treliça causado por uma carga unitária
$\lambda$	fator de eficiência da inclinação da espiral em relação ao eixo longitudinal
$\lambda_{duct}$	fator de redução da resistência ao cisalhamento devido à presença de armaduras ativas na seção transversal
$\lambda_s$	fator de redução relacionado à altura do elemento estrutural
$\phi_{duct}$	diâmetro da armadura ativa
$k$	coeficiente da zona de compressão elástica
$k_c$	fator de redução da resistência do concreto
$k_v$	coeficiente da capacidade das fissuras inclinadas em transmitir esforços de tração atuantes no concreto
$\rho_l$	taxa de armadura longitudinal
$\rho_l'$	taxa de armadura longitudinal comprimida
$\rho_t$	taxa de armadura transversal
$\eta_s$	fator que leva em consideração a ação composta entre a armadura e o concreto
$\sigma'_{c2}$	tensão de compressão vertical da zona $F_2$
$\sigma_{cp}$	tensão axial atuante na seção transversal devido ao carregamento ou protensão
$\sigma_{s3}$	tensão normal na armadura transversal da zona $F_3$

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	20
<b>1.1. Considerações iniciais</b> .....	20
<b>1.2. Objetivos</b> .....	22
<b>1.3. Justificativa</b> .....	22
<b>1.4. Metodologia</b> .....	23
<b>1.5. Delimitações do Trabalho</b> .....	25
<b>1.6. Organização do Texto</b> .....	25
<b>2. CISALHAMENTO EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO</b> .....	27
<b>2.1. Breve revisão histórica sobre o estudo do cisalhamento</b> .....	27
<b>2.2. Fundamentos sobre o cisalhamento em seções de concreto armado</b> .....	33
<b>2.3. Mecanismos de resistência ao cisalhamento</b> .....	34
<b>2.4. Comportamento ao cisalhamento de elementos de seções circulares cheias e vazadas.</b> 37	
<b>3. MODELOS DE PREVISÃO DE RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO</b> .....	47
<b>3.1. Teoria do Campo de Compressão Modificado</b> .....	47
<b>3.2. Modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)</b> .....	49
<b>3.3. Modelo de Völgyi e Windisch (2014)</b> .....	52
<b>3.4. Método de Queiroz (2014)</b> .....	54
<b>3.5. Modelo de Fiore et al. (2014)</b> .....	56
<b>3.6. Modelo de Bentz e Collins (2017)</b> .....	57
<b>3.7. Modelo de Al-Bayati (2023)</b> .....	59
<b>3.8. Modelo de Lee e Mander (2023)</b> .....	61
<b>4. PRESCRIÇÕES DE NORMAS E CÓDIGOS</b> .....	64
<b>4.1. Prescrições da NBR 6118:2023</b> .....	64
4.1.1. Modelo de cálculo I.....	65
4.1.2. Modelo de cálculo II .....	66
<b>4.2. Prescrições de normas e códigos internacionais</b> .....	67
4.2.1. AASHTO LRFD 2020 .....	67
4.2.2. CSA A23.3:2019 .....	71

4.2.3.	ACI 318:2019.....	72
4.2.4.	FIB Model Code 2010.....	74
4.2.5.	EN 1992-1-2:2004 - EUROCODE 2.....	76
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>79</b>
<b>5.1.</b>	<b>Dados experimentais disponíveis na literatura.....</b>	<b>80</b>
5.1.1.	Análise dos dados experimentais .....	82
<b>5.2.</b>	<b>Estudo comparativo entre os modelos teóricos.....</b>	<b>87</b>
5.2.1.	Análise dos elementos com seção transversal circular cheia .....	87
5.2.2.	Análise dos elementos com seção transversal circular vazada.....	96
<b>5.3.</b>	<b>Estudo comparativo entre os modelos de projeto prescritos por códigos e normas....</b>	<b>103</b>
5.3.1.	Análise dos elementos com seção transversal circular cheia .....	103
5.3.2.	Análise dos elementos com seção transversal circular vazada.....	111
<b>5.4.</b>	<b>Estudo do desempenho do uso de estribos circulares e em espiral .....</b>	<b>118</b>
5.4.1.	Análise dos modelos teóricos .....	118
5.4.2.	Análise dos modelos de projeto prescritos por códigos e normas.....	123
<b>6.</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>128</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>132</b>
	<b>APÊNDICE A – Resumo dos resultados dos modelos da literatura para a razão <math>V_{exp}/V_{pred}</math>..</b>	<b>139</b>
	<b>APÊNDICE B – Resumo dos resultados dos modelos prescritos por códigos e normas de projeto para a razão <math>V_{exp}/V_{pred}</math>.....</b>	<b>151</b>
	<b>APÊNDICE C – Dados experimentais provenientes da literatura .....</b>	<b>163</b>
	<b>APÊNDICE D – Medidas de tendência central, de dispersão e métricas de erro .....</b>	<b>175</b>
	<b>APÊNDICE E – Exemplos de cálculo da resistência ao cisalhamento .....</b>	<b>177</b>

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Considerações iniciais

Os elementos de concreto armado com seção circular desempenham um papel crucial na indústria da construção civil, sendo amplamente empregados em diversas aplicações, como estacas pré-fabricadas, tubulações, pilares de pontes, silos, chaminés, entre outros. A variedade de usos se deve às inúmeras vantagens proporcionadas por essa geometria, culminando em uma eficiência estrutural aprimorada para resistir a cargas circunferenciais e longitudinais. A simetria inerente ao formato circular contribui para uma distribuição homogênea das tensões ao longo da estrutura, especialmente em relação aos esforços de torção.

Apesar dessas vantagens, o dimensionamento de elementos de concreto armado com seção circular, seja ela cheia ou vazada, é abordado de forma limitada nos principais códigos e normas de concreto armado ao redor do mundo. Em comparação com a quantidade de estudos dedicados a elementos de seção retangular, a literatura apresenta uma escassez de trabalhos focados na avaliação do cisalhamento para seções transversais circulares. No contexto do dimensionamento para esforços cortantes, as normas e códigos internacionais muitas vezes recorrem a parâmetros de equivalência entre seções circulares e retangulares, como altura útil ( $d$ ) e largura ( $b_w$ ).

Essa abordagem é seguida pelo código americano de concreto armado ACI 318 (2019) e pela norma canadense CSA A23.3 (2019). Por outro lado, as especificações para projeto de pontes AASHTO LRFD (2020) estabelece um procedimento distinto para o dimensionamento de seções circulares. Em contraste, a norma brasileira de concreto armado NBR 6118 (2023) o código europeu de dimensionamento estrutural, EUROCODE 2 (2004), e o código de referência da Federação Internacional do Concreto, FIB Model Code (2010), não incluem diretrizes específicas para o dimensionamento de elementos de concreto armado com seções circulares.

No que diz respeito aos estudos sobre cisalhamento na literatura, um dos trabalhos pioneiros foi conduzido por Capon e De Cossio (1966). Esse estudo foi motivado pelos terremotos ocorridos na Cidade do México, em 1957, e no município de Jáltipan, em 1959, nos quais diversos pilares circulares falharam por cisalhamento. Os autores realizaram ensaios de cisalhamento em 21 espécimes com diâmetros variando entre 150 mm e 250 mm, buscando avaliar o uso de expressões destinadas a seções retangulares em projetos de seção circular. Com objetivos semelhantes, Khalifa e Collins (1981) realizaram ensaios em 5 espécimes com 455 mm de diâmetro, submetendo-os a um carregamento axial de 1000 kN, equivalente a uma

tensão normal de 6,4 MPa, resultando em falha por cisalhamento. Clarke e Birjandi (1993), junto com a *British Cement Association* (BCA), conduziram testes em 50 espécimes com 3 diâmetros diferentes (152 mm, 300 mm e 500 mm) com o intuito de gerar uma base robusta de dados experimentais.

No contexto brasileiro, Nunes (1981) conduziu uma pesquisa experimental focalizando a ruptura por esforço cortante em elementos de concreto armado de seção transversal circular, realizando ensaios em oito vigas com diâmetro de 400 mm. Em seu estudo, Regis (1990) apresentou uma investigação experimental abrangendo quatro elementos de concreto armado vazados, com o propósito de avaliar sua resistência aos esforços cortantes. A literatura também abriga diversos outros estudos sobre o tema, como os desenvolvidos por Ghee, Priestley e Paulay (1989), Ruiz (2004), Jensen et al. (2010), Jensen e Hoang (2010), Völgyi, Windisch e Farkas (2014), Balakrishnan, Hussain e Menon (2016), entre outros.

No contexto dos modelos para resistência ao cisalhamento de elementos de seção circular, destaca-se o modelo proposto por Ghee, Priestley e Paulay (1989) para carregamentos cíclicos, que foi refinado posteriormente por Priestley, Verma e Xiao (1994) e Kowalsky e Priestley (2000). Além disso, outros trabalhos na literatura abordam o tema, como o de Merta (2007), que apresenta um modelo baseado na analogia de treliça, incorporando uma contribuição das armaduras transversais à resistência ao cisalhamento. Turmo, Ramos e Aparicio (2009) desenvolveram expressões para seções circulares cheias e vazadas, incluindo estribos circulares ou em espiral. Völgyi e Windisch (2014) propuseram uma abordagem específica para seções circulares vazadas.

Uma abordagem nova para o problema foi apresentada por Fiore et al. (2014), que empregou uma regressão polinomial evolutiva (EPR) no desenvolvimento de modelos para a resistência ao cisalhamento de elementos circulares em concreto armado. Al-Bayati (2023) adotou a técnica de programação de expressão genética (*Gene Expression Programming – GEP*) em dados experimentais da literatura, resultando em dois modelos preditivos para calcular a resistência ao cisalhamento de colunas circulares e retangulares de concreto armado sujeitas a cargas sísmicas. Na literatura brasileira, dois estudos recentes se destacam por ajustarem as expressões da NBR 6118 (2014) para verificar a resistência ao cisalhamento em vigas de seção circular cheia (Teixeira, Maffei e Guazzelli, 2012) e vazada (Queiroz, 2014).

Por fim, destaca-se o modelo mecânico proposto por Vecchio e Collins (1986), denominado de *Modified Compression Field Theory* (MCFT), ou Teoria do Campo de Compressão Modificado. Esse modelo leva em consideração o equilíbrio, a compatibilidade das deformações e as relações tensão-deformação dos materiais, apresentando usualmente

resultados próximos aos valores experimentais, sendo avaliada a sua aplicação no problema proposto pelo presente trabalho. Portanto, considerando as informações apresentadas, torna-se claro que o dimensionamento de seções transversais circulares necessita de aprimoramentos, demandando a aplicação de métodos adequados para conceber soluções confiáveis e economicamente viáveis.

## **1.2. Objetivos**

O presente trabalho teve como objetivo realizar uma análise do desempenho de modelos existentes para previsão da resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado com seção transversal circular cheia e vazada, solicitados por flexão simples e flexocompressão, através de comparações com resultados experimentais. Em complemento, foi necessário alcançar os seguintes objetivos específicos:

- analisar o desempenho dos modelos para os casos de estribos circulares e em espiral em elementos de concreto armado com seção transversal circular cheia e vazada.

## **1.3. Justificativa**

Como discutido anteriormente, elementos de concreto armado com seção circular oferecem diversas vantagens em comparação com seções retangulares, especialmente em termos de suporte a cargas circunferenciais e longitudinais. Essa geometria é amplamente empregada na engenharia civil, tornando o dimensionamento desses elementos um assunto de interesse para profissionais da área. No entanto, há uma escassez de estudos sobre o comportamento de seções circulares, cheia ou vazada, em comparação com as seções retangulares, resultando em poucos dados experimentais e modelos preditivos para resistência ao cisalhamento. No âmbito de normas e códigos, alguns documentos sugerem a aplicação de parâmetros adaptados em expressões destinadas a seções retangulares. No entanto, a norma brasileira de concreto armado não aborda explicitamente o dimensionamento ao esforço cortante em elementos de seção circular, limitando a disseminação do conhecimento sobre o assunto no país. Isso impõe aos profissionais da engenharia civil a utilização de metodologias internacionais para o dimensionamento desses elementos. Essa lacuna na compreensão aprofundada do comportamento dessas seções, aliada à falta de prescrições normativas e de códigos, representa um desafio para o desenvolvimento de projetos de elementos com seção circular cheia e vazada na construção civil.

Os modelos de projeto recomendados por códigos e normas internacionais, assim como os modelos teóricos da literatura, mostram capacidade para avaliar a resistência ao cisalhamento de elementos com seção circular em concreto armado. No entanto, é essencial identificar os cenários nos quais esses modelos oferecem os melhores resultados, visando garantir um dimensionamento seguro e econômico para esse tipo específico de seção.

Com o intuito de aprofundar a compreensão do comportamento de elementos de concreto armado com as seções transversais em questão, foram explorados modelos de resistência ao cisalhamento presentes na literatura. Isso abrangeu abordagens fundamentadas na Teoria do Campo de Compressão Modificado, além de modelos derivados de análise limite utilizando analogia de treliça. Adicionalmente, foram realizadas análises das expressões contidas em códigos e normas internacionais, incluindo a NBR 6118 (2023), para avaliar sua aplicabilidade aos objetos de estudo da dissertação. Buscou-se, assim, estabelecer um procedimento apropriado para o dimensionamento de elementos de concreto armado, considerando seções circulares cheias ou vazadas, bem como armaduras transversais circulares ou em espiral. Essa abordagem visa fomentar discussões mais aprofundadas sobre o tema, proporcionando ferramentas úteis para os profissionais da área.

#### **1.4. Metodologia**

A metodologia da dissertação baseia-se no estudo da resistência ao cisalhamento em elementos de concreto armado com seção transversal circular cheia ou vazada, submetidos a flexão simples ou flexocompressão, dotados de armaduras transversais circulares ou helicoidais.

Para isso, foi realizado um estudo bibliográfico sobre o histórico das pesquisas relacionadas ao comportamento de elementos de concreto armado com as seções transversais mencionadas, conforme pode ser visto no Capítulo 2. Esse estudo abrangeu os principais modelos de predição de resistência ao cisalhamento encontrados na literatura e nos principais códigos e normas, como detalhado nos Capítulos 3 e 4.

Em seguida, construiu-se uma base de dados contendo ensaios experimentais de elementos de concreto armado com as seções transversais mencionadas, solicitados por flexão simples ou flexocompressão, podendo esses elementos possuir ou não armaduras transversais circulares ou em espiral. Para visualizar esses dados de forma abrangente, foram utilizados histogramas para representar os principais parâmetros, como a resistência média do concreto à compressão ( $f_{cm}$ ), o diâmetro da seção circular ( $D$ ), o esforço cortante de ruptura do

experimento ( $V_{exp}$ ), as taxas de armadura longitudinal ( $\rho_l$ ) e transversal ( $\rho_t$ ), dentre outras variáveis.

A coleta desses dados teve por finalidade a realização de uma análise do desempenho dos modelos de predição levantados na etapa de estudo bibliográfico, por meio da comparação entre as predições fornecidas pelos modelos de cisalhamento com os resultados experimentais contidos na base de dados. Para isso, foram elaboradas rotinas de cálculo automatizadas por meio do software de planilhas eletrônicas Microsoft Office Excel®, de modo a implementar os modelos teóricos e de projeto selecionados para a determinação da parcela resistida pelo concreto e pelas armaduras transversais na resistência ao cisalhamento.

Com o objetivo de categorizar cenários para avaliar o desempenho dos modelos, foram estabelecidos quatro cenários distintos para os modelos derivados de estudos da literatura e para os modelos de projeto preconizados pelos códigos e normas. Esses cenários abrangem: elementos com seção circular cheia submetidos à flexão simples; elementos com seção circular cheia sujeitos à flexocompressão; elementos com seção circular vazada sob flexão simples; e elementos com seção circular vazada submetidos à flexocompressão. Da mesma forma, buscou-se avaliar o desempenho dos modelos de acordo com o tipo de estribo adotado, seja circular ou helicoidal, nos elementos com seção circular cheia e vazada. Para isso, foram considerados os seguintes cenários: elementos com seção circular cheia e dotados de estribos circulares; elementos com seção circular vazada contendo estribos circulares; e elementos com seção circular vazada providos de estribos helicoidais.

Para uma melhor interpretação do grande conjunto de valores avaliados, conduziu-se uma análise estatística utilizando estatística descritiva e representações gráficas. Essa abordagem comparou os resultados entre os diferentes modelos de predição, calculando medidas de tendência central (média e mediana), variabilidade (desvio padrão, coeficiente de variação, amplitude interquartilica, valor máximo e mínimo) e métricas de erro (coeficiente de determinação ( $R^2$ ), erro percentual absoluto médio (MAPE) e raiz do erro quadrático médio (RMSE)). A mesma estratégia foi utilizada para a avaliação do desempenho dos modelos de acordo com o tipo de estribo adotado, seja circular ou helicoidal, nos elementos com seção circular cheia e vazada contidos no banco de dados.

Com base nesses dados estatísticos, foram elaboradas representações gráficas dos resultados de  $V_{exp}/V_{pred}$  por meio de diagramas de caixa (*box plot*) e gráficos de radar, com o intuito de avaliar o desempenho de cada modelo selecionado. Para reforçar as análises, foram conduzidos testes de normalidade e testes de hipóteses para determinar a significância

estatística das diferenças entre valores teóricos e experimentais, fornecendo uma base objetiva para a seleção do melhor modelo e a análise das incertezas associadas às previsões. Adicionalmente, aplicou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) para avaliar a distribuição de probabilidades dos resultados de cada modelo, identificando aqueles com maior afinidade aos ensaios experimentais.

Dessa forma, buscou-se avaliar a adequação dos modelos para o dimensionamento de elementos de seção circular cheia, com ou sem armaduras transversais circulares, assim como para o dimensionamento de seções circulares vazadas, dotadas ou não com estribos circulares ou helicoidais.

### **1.5. Delimitações do Trabalho**

No âmbito deste estudo, foram empregados modelos de projeto oriundos de normas e códigos nacionais e internacionais, assim como modelos teóricos retirados da literatura, com o objetivo de avaliar a resistência ao cisalhamento em elementos de concreto armado com seção circular cheia e vazada. Adicionalmente, na análise, foram incorporados espécimes de ensaios experimentais presentes na literatura, abrangendo elementos sem armadura transversal, com estribos circulares ou em espiral, solicitados por flexão simples ou flexocompressão. A escolha desses cenários específicos visa uma compreensão mais aprofundada do comportamento dos elementos analisados, buscando avaliar o desempenho dos modelos teóricos e normativos na predição da resistência ao cisalhamento em elementos com as seções mencionadas, utilizando os resultados dos experimentos selecionados para as análises desta dissertação. Tais delimitações têm como propósito contribuir significativamente para o aprimoramento das diretrizes de projeto e avaliação de elementos estruturais de concreto armado com seção circular cheia ou vazada sujeitos a esforços de cisalhamento. Ressalta-se que elementos com reforços poliméricos, solicitados por cargas cíclicas ou sujeitos a flexão composta estão fora do escopo desta dissertação.

### **1.6. Organização do Texto**

No primeiro capítulo da dissertação, foram discutidos os conceitos iniciais relacionados ao cisalhamento em elementos estruturais. A motivação por trás deste trabalho, juntamente com seus objetivos, a metodologia empregada para alcançar os resultados desejados e as limitações associadas à problemática proposta foram apresentadas.

O segundo capítulo aborda, inicialmente, o embasamento teórico utilizado para uma compreensão mais aprofundada da temática discutida no trabalho. É realizado um breve histórico da evolução dos estudos sobre os efeitos dos esforços cortantes em elementos de concreto armado, discutindo os principais fundamentos e mecanismos de resistência ao cisalhamento. Além disso, é apresentada uma breve análise do comportamento ao cisalhamento em elementos de concreto armado com seção circular cheia ou vazada.

No terceiro capítulo são apresentados os conceitos e formulações relacionados à Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT), além do detalhamento dos modelos de predição de resistência ao cisalhamento que foram selecionados e implementados para realização do estudo comparativo.

No quarto capítulo foram detalhados os modelos de projeto e diretrizes dos códigos e normas aplicáveis a estruturas de concreto, sendo analisado o seu desempenho na predição da resistência ao cisalhamento para elementos com seção transversal circular cheia e vazada.

No capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos por meio da implementação tanto dos modelos de projeto como dos modelos teóricos provenientes da literatura. São analisados e discutidos os métodos que apresentaram melhor aderência aos resultados experimentais, incluindo um resumo do estudo estatístico utilizado para uma descrição mais aprofundada dos resultados.

O capítulo 6 exhibe as principais conclusões provenientes da análise do capítulo anterior, discutindo as contribuições do trabalho para a temática abordada e as recomendações para trabalhos futuros relacionados ao tema. Na sequência deste capítulo, são disponibilizadas as referências bibliográficas utilizadas na elaboração do trabalho, juntamente com os apêndices que fornecem detalhes adicionais sobre os resultados e sobre o estudo estatístico conduzido.

## 2. CISALHAMENTO EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

Neste capítulo, inicialmente, é apresentado um resumo do desenvolvimento histórico dos estudos sobre cisalhamento em elementos de concreto armado, destacando seus fundamentos básicos e abordando os principais mecanismos de transferência de cisalhamento. Adicionalmente, são apresentados fatores essenciais para compreender o comportamento de elementos com seção circular, seja ela cheia ou vazada, quando submetidos ao esforço cortante. Por fim, são discutidos os principais modelos encontrados na literatura para prever a resistência ao cisalhamento nesse tipo específico de seção transversal.

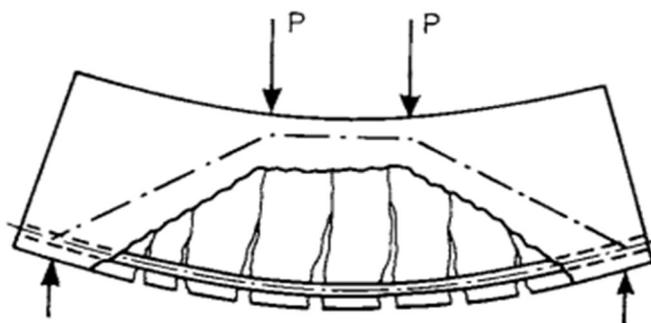
### 2.1. Breve revisão histórica sobre o estudo do cisalhamento

Estudos sobre o comportamento das peças de concreto armado submetidas a tensões de cisalhamento remontam do século XIX. No início do século XX, tanto Ritter (1899) como Mörsch (1908) propuseram, de forma independente, um modelo para modelagem do fluxo de cisalhamento por meio de uma analogia com uma treliça. Essa é a abordagem conhecida como analogia da treliça clássica de Ritter e Mörsch. Ela sugere que, após a fissuração de uma viga, seu comportamento pode ser representado por uma treliça. O banzo superior comprimido representa a zona comprimida do concreto, enquanto o banzo inferior tracionado corresponde à armadura longitudinal tracionada. As diagonais comprimidas descrevem as bielas de concreto entre as fissuras, com um ângulo de inclinação fixo de  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da viga. As diagonais tracionadas correspondem às armaduras transversais, com o ângulo de inclinação podendo variar entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$  em relação ao eixo longitudinal. Por meio do equilíbrio dessa treliça, são definidas as expressões para o dimensionamento ao esforço cortante. Posteriormente, Rausch (1929) estendeu o modelo de treliça plana para a análise de elementos submetidos à torção, por meio da idealização de uma treliça espacial composta por um conjunto de treliças planas. Entretanto, pesquisadores da época como, por exemplo, Withey (1907) e Talbot (1909), observaram que utilizar um ângulo fixo da biela comprimida em  $45^\circ$  subestima de modo considerável a resistência ao cisalhamento da viga, ocasionando um superdimensionamento da armadura transversal. Em um trabalho posterior, Kupfer (1962) demonstrou que a resistência ao cisalhamento é subestimada em cerca de 25% ao usar um ângulo de  $45^\circ$ , propondo uma redução desse ângulo para o limite de  $0.25 \leq \tan \theta \leq 1.0$ .

Com o objetivo de abordar o problema de flexão de maneira mais realista, Kani (1964) comparou o concreto entre as fissuras de flexão com os dentes de um pente, conforme pode ser

visto na Figura 1. Por meio dessa analogia, o autor evidenciou dois mecanismos de resistência bastante diferentes. Enquanto a capacidade resistente dos dentes de concreto não for ultrapassada, o elemento mantém um comportamento semelhante ao de uma viga. Contudo, ao exceder esse limite, o elemento passa a resistir apenas por meio de um efeito de arco no concreto.

**Figura 1 - Efeito arco remanescente no concreto.**



**Fonte: Kani (1964)**

Embora o modelo tenha sido amplamente adotado em suas primeiras décadas, apresenta limitações e simplificações em relação ao comportamento real do cisalhamento em elementos de concreto armado, não considerando a maioria dos mecanismos de falha. Destaca-se, assim, a relevância do trabalho de Kani (1964) como um impulso para estudos subsequentes na busca por abordagens mais racionais.

Com isso, novos estudos foram conduzidos com base no método de Kani (1964), destacando-se trabalhos como o de Fenwick e Paulay (1968), que ressaltaram a relevância da fricção entre as fissuras para a transferência do cisalhamento. Taylor (1974), ao utilizar o modelo de Kani (1964), identificou a contribuição de outros mecanismos para a resistência ao cisalhamento, incluindo o engrenamento dos agregados (*aggregate interlock*), efeito pino (*dowel effect*) e o cisalhamento na zona de compressão.

Leonhardt (1964) identificou um limite superior de resistência ao cisalhamento na alma de vigas associado ao esmagamento por compressão. Em estudos subsequentes, Leonhardt, Koch e Rostásy (1973) demonstraram experimentalmente que, além da contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento, a aplicação de protensão no elemento estrutural resulta em um aumento dessa resistência. Contudo, Thurlimann et al. (1978) observaram experimentalmente que esse acréscimo de capacidade depende do nível de protensão ou de esforço normal aplicado. O efeito da protensão na resistência ao cisalhamento de vigas também foi estudado Walraven e Mercks (1983) nos anos seguintes.

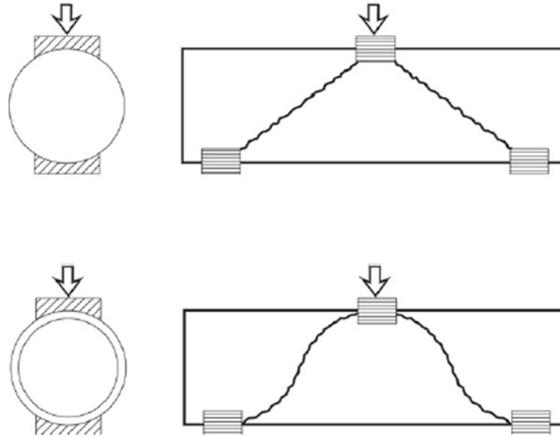
Além disso, Collins e Kuchma (1999) destacaram que a resistência ao cisalhamento não aumentava proporcionalmente com o aumento da altura das vigas, contrariando as normas vigentes na época. Esses resultados e outros fatores instigaram a realização de novos ensaios experimentais em diversas partes do mundo, visando a compreensão dos mecanismos de resistência ao cisalhamento em elementos de concreto armado. Entre esses estudos, merecem destaque os programas experimentais resumidamente apresentados por Reineck et al. (2013, 2014).

Após a identificação de limitações no modelo de treliça clássica proposto por Ritter e Morsch, diversos pesquisadores buscaram aprimoramentos na metodologia. Destacam-se os modelos fundamentados na Teoria da Plasticidade, conhecidos como *Plasticity Truss Models*, desenvolvidos por Nielsen (1967), Thurlimann e Lampert (1968, 1969) e Elfgren (1972). A introdução dos modelos de Elementos Finitos trouxe uma nova perspectiva ao problema, conforme evidenciado nos estudos de Darwin e Pecknold (1977) e, posteriormente, na pesquisa de Vecchio e Collins (1986). Estes últimos formularam um modelo com base na mecânica do contínuo, considerando o concreto como um material ortotrópico. Essa formulação, denominada Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT), contribuiu para uma melhor correlação entre a resistência ao cisalhamento calculada e os resultados experimentais, além de permitir o cálculo do ângulo de inclinação das diagonais comprimidas. Diversos modelos para a generalização da treliça clássica foram propostos, destacando-se o *Mohr Compatibility Truss Model* (MCTM), o Modelo de Treliça Flexibilizado (*Softened Truss Model* - STM) proposto por Hsu (1993), o *Disturbed Stress Field Model* (DSFM) proposto por Vecchio (2001), juntamente com variações do Método de Bielas e Tirantes (*Strut-and-Tie Method* - STM), popularizado por Schlaich, Schafer e Jennewein (1987).

No que diz respeito ao escopo da dissertação, Turmo, Ramos e Aparicio (2009) previram um padrão de fissuração de seções circulares cheias, em que as fissuras estão contidas em um plano que forma um ângulo com o eixo horizontal, sendo esse ângulo dependente do nível de tensão de compressão aplicado no elemento. No contexto de seções circulares vazadas, foram previstas fissuras fora desse plano, sendo desenvolvida uma fissura em formato helicoidal de passo constante ao longo da superfície do cilindro, conforme pode ser visto na Figura 2. Tais padrões já tinham sido observados por ensaios experimentais conduzidos pelo EUROCODE 2 (2004), além de pesquisas experimentais contidas na literatura, como os resultados de Jensen et al. (2010) para seções circulares cheias (Figura 3) e o estudo de Völgyi, Windisch e Farkas (2014) para seções vazadas (Figura 4), que reforçam esses padrões previstos.

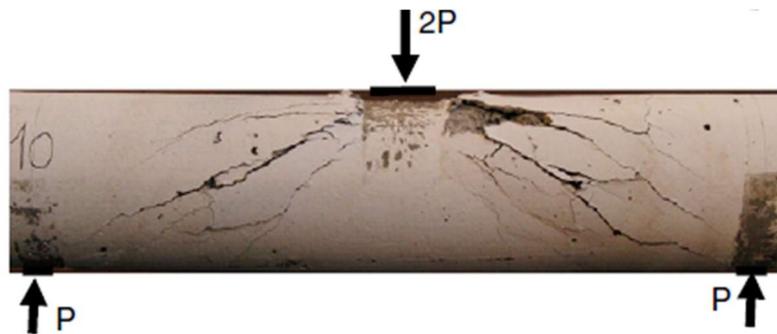
Adicionalmente, Turmo, Ramos e Aparicio (2009) constataram que estribos circulares e em espiral são mais eficazes em seções circulares vazadas do que em seções cheias. Observou-se que a eficiência da armadura em espiral aumenta à medida que a razão entre o passo da espira e o diâmetro do estribo em espiral ( $p/D'$ ) diminui.

**Figura 2 - Padrão de fissuração de seções circulares cheias e vazadas.**



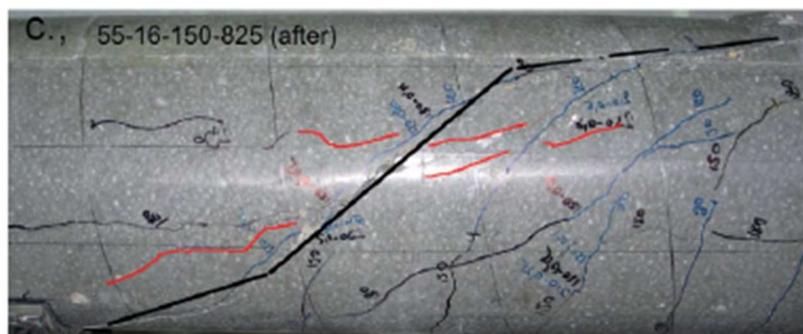
**Fonte: Turmo, Ramos e Aparicio (2009)**

**Figura 3 - Padrão de fissuração do espécime SDU10 de seção circular cheia.**



**Fonte: Jensen et al. (2010)**

**Figura 4 - Padrão de fissuração do espécime 55-16-150-825 de seção circular vazada.**



**Fonte: Völgyi, Windisch e Farkas (2014)**

No artigo de Völgyi, Windisch e Farkas (2014), são apresentados os resultados experimentais para peças de concreto armado com seções circulares vazadas. Nesse programa, os elementos foram submetidos a esforços cortantes e momentos fletores, com alguns casos de compressão por meio da protensão. A partir desses dados, Völgyi e Windisch (2014) desenvolveram e validaram um novo modelo de cálculo que leva em consideração a contribuição da zona comprimida de concreto, das armaduras transversais e longitudinais, bem como o vão de cisalhamento e o formato da seção transversal para a determinação da resistência ao cisalhamento. Adotando uma abordagem distinta, Fiore et al. (2014) empregaram a técnica de Regressão Polinomial Evolutiva (*Evolutionary Polynomial Regression – EPR*), tendo como propósito a formulação de modelos preditivos para a resistência ao cisalhamento em elementos de seção circular cheia.

Em seu artigo, Balakrishnan, Hussain e Menon (2016) propõem o uso de um fator de correção de  $2/\pi$  para a estimativa da resistência ao cisalhamento dos estribos circulares, com o intuito de aproximar o grau de conservadorismo presente nas formulações para seções retangulares. Por outro lado, Cladera et al. (2016) introduz um modelo mecânico simplificado chamado *Compression Chord Capacity Model*. Este modelo é destinado ao cálculo da resistência ao cisalhamento em elementos de concreto armado ou protendido, abrangendo seções I, T ou retangulares, com ou sem armadura transversal. O modelo incorpora contribuições do concreto comprimido, alma fissurada, armadura de cisalhamento e efeito pino proveniente da armadura transversal. Adicionalmente, Bentz e Collins (2017) apresentam duas versões, uma simplificada e outra detalhada, de expressões fundamentadas na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT). O objetivo era atualizar as recomendações da norma americana ACI 318 para o dimensionamento ao cisalhamento.

Park e Choi (2017) propuseram um modelo de resistência ao cisalhamento baseado no mecanismo de ruptura da zona de compressão do concreto, colaborando com uma equação unificada para a contribuição do concreto para a resistência ao cisalhamento. Li, Hsu e Hwang (2017) contribuíram com o desenvolvimento de um modelo que inclui a ação de arco do concreto e o efeito de tamanho, podendo ser aplicado em vigas de concreto armado e protendido. Frosch et al. (2017) apresentaram uma formulação simples e unificada para o cálculo da resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado ou protendido, com armaduras de aço ou barras poliméricas reforçadas com fibra. Na proposta é utilizada uma simplificação da distribuição de tensão de cisalhamento da zona de flexocompressão, sendo incluso um fator que leva em conta o efeito de tamanho proposto por Bažant et al. (2007). Recentemente, Al-Bayati (2023) utilizou um algoritmo genético denominado *Gene Expression*

*Programming* (GEP), para ajustar uma expressão baseada nos dados de resistência ao cisalhamento de pilares retangulares e circulares, indicando outra possibilidade de abordagem do problema.

No que concerne à avaliação da contribuição dos estribos em espiral para a resistência ao cisalhamento, Jaafar (2021) propôs uma formulação específica para essa mensuração, concentrando-se em seções transversais retangulares. De maneira abrangente, o autor concluiu que o método discreto é mais apropriado para calcular a contribuição ao cisalhamento dos estribos em espiral, em comparação com o método de integração média.

Na literatura brasileira, destaca-se o trabalho pioneiro de Nunes (1981), que conduziu ensaios em oito vigas com diâmetro de 400 mm, com ênfase na análise da ruptura por esforço cortante em elementos de concreto armado de seção transversal circular. Posteriormente, Regis (1990) conduziu um estudo experimental com quatro peças de concreto armado vazadas, com o intuito de avaliar a resistência ao cisalhamento para esse tipo de geometria. Por sua vez, Teixeira, Maffei e Guazzelli (2012) propuseram adaptações nas expressões da NBR 6118 (2014) relacionadas à verificação da resistência à força cortante de vigas de concreto armado, levando em consideração a seção transversal circular. Para isso, foi utilizado o conceito de área efetiva e a adoção de  $b_w = D$  e  $d = 0,72 \cdot D$  no cálculo das expressões de  $V_{Rd2}$ ,  $V_c$  e  $V_{sw}$ . De forma geral, foram obtidos valores conservadores para a resistência ao cisalhamento, sendo que o uso da área efetiva proporcionou valores mais distantes de resistência ao cisalhamento.

Recentemente, Queiroz (2014), em sua dissertação de mestrado, conduziu uma avaliação comparativa entre os resultados de ensaios experimentais em peças de concreto armado de seção transversal circular vazada e os valores de resistência ao cisalhamento calculados conforme a norma canadense CSA A23.3 (2004), fundamentada na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT), além de um procedimento por ele proposto para avaliação da NBR 6118 (2014). Em termos gerais, o autor constatou um aumento na resistência ao cisalhamento à medida que a tensão normal e a espessura da parede das peças aumentavam, ou conforme o vão de cisalhamento diminuía. Contudo, enfatizou-se a importância de uma análise cuidadosa do nível de aplicação de tensões axiais de compressão, incorporando nas expressões um coeficiente que leva em consideração o efeito de deterioração da resistência ao cisalhamento devido às elevadas tensões de compressão.

## 2.2. Fundamentos sobre o cisalhamento em seções de concreto armado

Segundo Leonhardt e Mönning (2008), a ocorrência de falhas por cisalhamento pode ser influenciada por diversos fatores. Entre eles, destacam-se o tipo de carregamento e a posição de aplicação da carga, as dimensões e a geometria da seção transversal do elemento estrutural, as propriedades físicas dos materiais utilizados e a taxa de armadura longitudinal e transversal, entre outros. Essa falha é caracterizada pelo surgimento de fissuras inclinadas, resultantes da interação entre momento fletor, forças cortantes e, em alguns casos, forças axiais.

As tensões tangenciais surgem a partir da variação do momento fletor longitudinalmente, e na flexão não pura, são acompanhadas por tensões normais de flexão que resultam em um estado biaxial. Esse fenômeno cria um problema complexo com mecanismos de resistência tridimensionais (Carvalho e Figueiredo, 2021). Ao realizar ensaios em painéis de concreto armado sujeitos a esforços de compressão em uma direção, Robinson e Demorieux (1972) identificaram uma perda de resistência devido às tensões de tração na direção perpendicular. Esse efeito foi posteriormente denominado *softening* ou abrandamento do concreto por Vecchio e Collins (1986), que incorporaram esse efeito nas relações constitutivas apresentadas em seu trabalho.

De acordo com a teoria tradicional de Resistência dos Materiais, considerando a viga como sendo homogênea, sem apresentar fissuras (Estádio I) e com material elástico, a tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) atuante na seção transversal pode ser calculada por meio da equação de Jouráviski:

$$\tau(y) = \frac{V \cdot Q(y)}{I \cdot b_w} \quad (2.1)$$

nas quais:

$V$  – força cortante atuante na seção transversal;

$b_w$  – largura da seção transversal;

$I$  – momento de inércia;

$Q(y)$  – momento de primeira ordem ou momento estático em relação à linha neutra.

Na situação mencionada, as tensões principais inclinadas de tração e compressão atuam entre os banzos, onde os esforços de tração correspondentes à tensão principal de tração são suportados pelas armaduras transversais após o surgimento das primeiras fissuras, ou seja, quando a estrutura está no Estádio II (Leonhardt e Mönning, 2008). Nesse cenário, o comportamento da estrutura assemelha-se ao de uma treliça. Assim, a segurança do elemento

estrutural é garantida ao verificar a integridade do concreto comprimido entre as fissuras (bielas comprimidas) e assegurar que as tensões de tração sejam resistidas pelas armaduras transversais (armaduras de cisalhamento), promovendo a redistribuição dos esforços internos. Essas armaduras, juntamente com as armaduras longitudinais, desempenham um papel crucial no controle da abertura das fissuras dentro de limites admissíveis.

Quando a tensão de tração ultrapassa a resistência à tração do concreto, marcando a transição do Estádio I para o Estádio II, surgem as primeiras fissuras, orientadas perpendicularmente às direções principais de tração. Nesse cenário, o elemento estrutural pode estar suscetível a diversas formas de falha, como a ruptura por esmagamento do concreto comprimido, falha na ancoragem das armaduras, flexão na armadura longitudinal, escoamento do aço presente na armadura transversal, além da ruptura por força cortante-flexão.

### **2.3. Mecanismos de resistência ao cisalhamento**

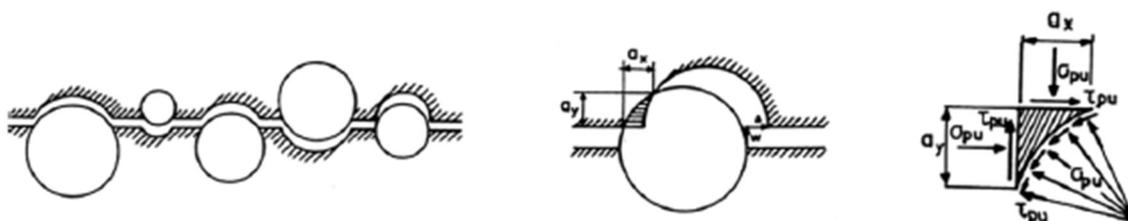
O comportamento de elementos de concreto armado submetidos a ações unidirecionais de cisalhamento pode ser equiparado ao de uma viga. Em linhas gerais, a resistência ao cisalhamento de uma viga de concreto armado é resultante de duas partes distintas. A primeira delas é derivada da armadura transversal, enquanto a segunda está associada ao concreto, envolvendo a combinação de diversos mecanismos complementares, tais como o efeito pino (*dowel action*), o engrenamento dos agregados (*aggregate interlock*), o efeito arco (*arch action*) e o efeito de tamanho (*size effect*). Esses mecanismos são potencializados após o início da fissuração do elemento.

Como discutido anteriormente, Kani (1964) utilizou uma analogia entre o concreto situado entre duas fissuras de flexão e os dentes de um pente. Nessa comparação, uma vez que a capacidade resistente dos dentes de concreto é ultrapassada, o elemento começa a resistir por meio de um efeito de arco na região comprimida. Vale ressaltar que as fissuras de flexão não conduzem tensões de cisalhamento.

De acordo com Taylor (1970), uma parte significativa da capacidade resistente ao cisalhamento do concreto origina-se do engrenamento entre os agregados, representando aproximadamente 33% a 50% da resistência ao cisalhamento da seção não fissurada. Esse mecanismo adicional envolve a transferência das tensões de cisalhamento por meio das fissuras, sendo influenciado pelo diâmetro máximo do agregado graúdo, pela rugosidade da superfície de contato, pelo deslocamento relativo entre as interfaces e pela ondulação, mudança de direção e abertura das fissuras. Posteriormente, Walraven (1981) demonstrou que essa capacidade é

reduzida na zona de tração à medida que a abertura das fissuras aumenta, formulando expressões para o cálculo das tensões entre fissuras pelo atrito entre agregados por meio do modelo apresentado na Figura 5. Recentemente, Ruiz (2021) apresentou um novo modelo para o cálculo dessas tensões, utilizando análise limite e considerando o dano do material na descrição da transferência de forças entre fissuras. A contribuição do engrenamento dos agregados se torna nula quando a abertura da fissura impede a interação entre as duas superfícies internas da fissura. Conforme observado nos resultados de Queiroz (2014), os elementos com seção transversal circular vazada apresentam um incremento em sua resistência ao cisalhamento com o aumento de sua espessura ( $t$ ), sendo esse acréscimo resultado do aumento da contribuição do engrenamento dos agregados do concreto.

**Figura 5 - Modelo para o engrenamento entre os agregados.**

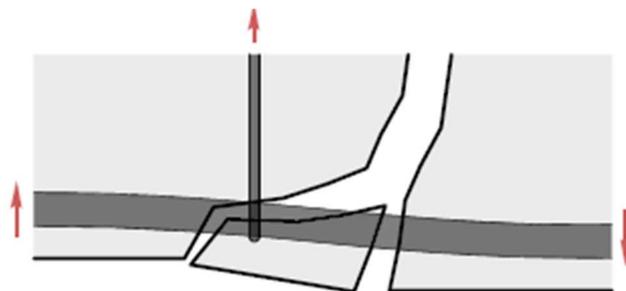


**Fonte: Walraven (1981)**

As armaduras transversais passam a ser solicitadas quando surgem as primeiras fissuras, assegurando a utilização total da capacidade de flexão da viga. Desempenhando um papel crucial no aumento da resistência ao cisalhamento, essas armaduras proporcionam o confinamento do concreto, aprimoram a capacidade de rotação da seção e impedem a ruptura ao longo da armadura longitudinal. Em termos de contribuição, Kowalsky e Priestley (2000) observaram que as fissuras dentro da zona comprimida do concreto são fechadas, resultando em uma transferência de cisalhamento nula devido à deformação nos estribos dessa região. Assim, a armadura transversal contribui efetivamente apenas com uma fração de sua capacidade total.

O efeito pino pode ser caracterizado como a habilidade da armadura longitudinal em transmitir forças que atuam perpendicularmente ao seu eixo, sendo gerado pela resistência dessa armadura ao deslizamento relativo entre as superfícies da fissura. Para elementos estruturais sem armadura de cisalhamento, esse efeito depende da resistência à tração do concreto. Uma ilustração desse mecanismo pode ser observada na Figura 6. De forma direta, as armaduras transversais amplificam a influência do efeito pino, enquanto as longitudinais aumentam a contribuição do engrenamento dos agregados ao reduzirem a abertura das fissuras.

**Figura 6 - Efeito pino das armaduras longitudinais.**



**Fonte: Monney, Ruiz e Muttoni (2022)**

Por outro lado, o efeito de tamanho é um fenômeno no qual a resistência ao cisalhamento diminui à medida que se aumenta a altura dos elementos estruturais. Conforme observado no estudo de Queiroz (2014), o aumento da altura da peça resulta na redução da razão entre o vão de cisalhamento e altura útil ( $a/d$ ), gerando, conseqüentemente, uma diminuição da resistência ao cisalhamento. No entanto, de acordo com Bažant, Ožbolt e Eligehausen (1994), esse efeito ocorre devido à dissipação de energia com o crescimento da fissuração do elemento.

No estudo de Queiroz (2014), observou-se um aumento na resistência ao cisalhamento com a aplicação de um esforço normal de compressão. Esse acréscimo na resistência é atribuído à redução da deformação longitudinal da peça, resultando na diminuição da abertura das fissuras. No entanto, conforme indicado por Jensen e Hoang (2010), a aplicação de uma tensão de compressão excessivamente alta em uma peça de concreto armado pode levar à deterioração de sua resistência ao cisalhamento. Em termos quantitativos, Gupta e Collins (2001) demonstraram que tensões de compressão superiores a 17 MPa podem, em alguns casos, resultar na redução da resistência ao cisalhamento.

Além dos mecanismos mencionados, quando a relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva ( $a/d$ ) é inferior a 2,5, observa-se uma modificação nos caminhos de carga do elemento estrutural, conhecida como efeito arco (Fisker e Hagsten, 2016). Essa alteração resulta em um aumento da capacidade da viga, uma vez que o banzo comprimido da teoria de treliça generalizada inclina-se em direção aos apoios, transmitindo diretamente os carregamentos para essa região. Adicionalmente, algumas porções de concreto fissurado contribuem com uma resistência residual à tração, proporcionando um incremento na capacidade resistente da viga.

Portanto, observa-se que vários fatores podem influenciar de maneira positiva ou negativa na capacidade de suportar tensões cisalhantes em elementos de concreto armado. O estudo desses mecanismos é extremamente complexo, demandando uma quantidade significativa de experimentos para uma avaliação tanto qualitativa quanto quantitativa.

## 2.4. Comportamento ao cisalhamento de elementos de seções circulares cheias e vazadas

Conforme observado anteriormente, apesar da frequente utilização de elementos de concreto armado com seção circular, há uma notável carência de estudos na literatura que investiguem o comportamento específico desse tipo de estrutura. Além disso, a quantidade limitada de resultados experimentais disponíveis para seções circulares contrasta com a abundância de dados referentes a seções retangulares. Na prática, o dimensionamento ao esforço cortante de peças circulares muitas vezes recorre a adaptações dos modelos originalmente concebidos para seções retangulares, mesmo entendendo que essas seções exibem comportamentos distintos quando submetidas ao cisalhamento (Jensen et al., 2010).

Segundo Clarke e Birjandi (1993), a determinação da resistência ao cisalhamento em elementos de concreto com seção circular pode ser realizada mediante o uso de expressões desenvolvidas para seções retangulares, desde que sejam realizadas adaptações específicas. Essas adaptações compreendem a consideração exclusiva da área das armaduras longitudinais abaixo da linha média do elemento, o cálculo da altura útil ( $d$ ) como a distância da fibra mais comprimida até o centro de gravidade da armadura longitudinal tracionada, a substituição do termo  $b \cdot d$  pela área efetiva da seção transversal no cálculo da resistência ao cisalhamento proveniente do concreto, e, no caso de armaduras transversais em espiral, a adoção de uma redução na eficiência dos estribos.

No que diz respeito à determinação da altura útil, Feltham (2004) sugeriu o uso de um valor de  $2 \cdot r_s / \pi$  para representar a distância entre o centro da seção transversal e o centro de gravidade da armadura longitudinal tracionada, sendo  $r_s$  o raio da linha média das armaduras longitudinais. Essa aproximação é também mencionada na AASHTO LRFD (2020), que preconiza a adoção do valor de  $0,9 \cdot d_e$  como altura útil, onde  $d_e$  é definida em função diâmetro externo da seção circular ( $D$ ) e diâmetro do círculo que passa pelos centros da armadura longitudinal ( $D_r$ ):

$$d_e = \frac{D}{2} + \frac{D_r}{\pi} \quad (2.2)$$

No que se refere aos estribos em espiral, Clarke e Birjandi (1993) consideram esse tipo de armadura de cisalhamento como casos especiais de estribos circulares inclinados, resultando em um fator de eficiência equivalente aos estribos verticais, dependendo do passo da espira adotado. Esse fator é derivado das diferentes inclinações dos ramos do estribo em espiral em

relação ao plano das fissuras, onde um ramo apresenta capacidade de carga superior ao outro. De maneira semelhante, Turmo, Ramos e Aparicio (2009) propuseram um coeficiente para armaduras transversais em espiral, conforme abordado na subseção 3.2 deste trabalho. Os valores dos fatores de eficiência em relação à razão entre o passo da espira e a altura útil ( $p/d$ ), definidos por Clarke e Birjandi (1993), estão resumidos na tabela a seguir:

**Tabela 1 - Passo e eficiência dos estribos em espiral.**

<b>Passo (<math>p/d</math>)</b>	<b>Eficiência (%)</b>
0,20	100
0,40	98
0,60	96
0,80	93
1,00	89

**Fonte: Adaptada de Clarke e Birjandi (1993)**

A fim de prevenir o efeito de torção no elemento estrutural, a recomendação é adotar como resistência dos estribos o valor correspondente à menor capacidade de carga calculada entre os ramos, multiplicada pela quantidade de ramos que atravessam o plano de fissura (Feltham, 2006). A parcela resistida pelo ramo do estribo em espiral ( $V_s$ ) é calculada conforme a equação a seguir:

$$V_s = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{2 \cdot \pi \cdot r_s}\right)^2}} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot r}{p} \cdot \left[ \left(\frac{\pi}{2} + \beta + \sin \beta \cdot \cos \beta\right) \frac{1 + \sin \alpha_1}{1 + \sin \beta} - \frac{p \cdot (1 + \sin \beta)}{\pi \cdot r} \right] \quad (2.3)$$

em que:

$f_{yw}$  – resistência de projeto da armadura transversal;

$A_{sw}$  – área de aço de um ramo do estribo;

$\alpha_1$  – inclinação do plano de fissura, sendo  $\sin \alpha_1 = 2 \cdot r_s / \pi \cdot r$ ;

$\beta$  – inclinação da armadura transversal;

$p$  – passo da espira;

$r$  – raio da seção transversal;

$r_s$  – raio do círculo passando através dos centros da armadura longitudinal.

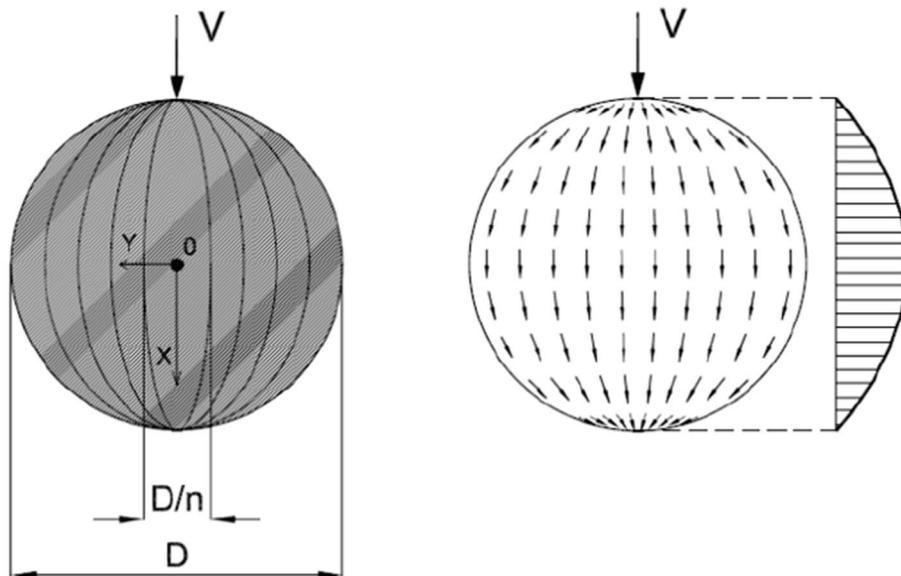
Adicionalmente, segundo as conclusões detalhadas na pesquisa conduzida por Ambrose e Tripeny (2007), é recomendável empregar armaduras transversais em espiral em seções cujos diâmetros excedam 300 milímetros, garantindo uma maior eficiência do uso do aço.

Na abordagem da determinação de uma área efetiva para a seção transversal circular, a tendência entre a maioria dos autores e códigos é estabelecer uma equivalência a uma seção

retangular. Esse enfoque é observado nos trabalhos de Capon e De Cossio (1966), na pesquisa conduzida por Khalifa e Collins (1981), no modelo proposto por Merta (2007), nas diretrizes da ACI 318 (2019) e em outras contribuições acadêmicas e normas internacionais. Recentemente, Orr et al. (2010) desenvolveram uma extensão do modelo proposto pelo EUROCODE 2 (2004) para seções retangulares, utilizando dados experimentais e teóricos com o intuito de ampliar o modelo de treliça com ângulo variável do código europeu para elementos com seção transversal circular.

A distribuição das tensões de cisalhamento geradas pelas forças cortantes pode ser descrita por meio da aplicação da equação de *Jouráviski* (Equação 2.1). A orientação das tensões tangenciais em seções transversais circulares torna-se visível por meio de um processo de simplificação da equação, derivado da Teoria da Elasticidade. Esse método requer a subdivisão da seção transversal em elipses, com o eixo maior alinhado à direção da força cortante, distribuindo a força cortante em cada uma dessas elipses (Teixeira, Maffei e Guazzelli, 2012). A representação gráfica dessa distribuição é apresentada na Figura 7.

**Figura 7 - Orientação das tensões tangenciais na seção transversal circular.**



**Fonte: Adaptado de Teixeira, Maffei e Guazzelli (2012)**

Adotando um coeficiente de *Poisson* ( $\nu$ ) igual 0,2 para o concreto, a tensão de cisalhamento máxima atuante na seção transversal circular cheia será de  $\tau_{m\acute{a}x} = 1,42V/A$ . No contexto das seções circulares vazadas, Turmo, Ramos e Aparicio (2009) previram uma distribuição de tensões de cisalhamento ( $\tau$ ) com padrão circular, podendo o valor ser calculado por meio da seguinte equação:

$$\tau(y) = \frac{V_y \cdot \sin \varphi}{\pi \cdot R \cdot t} \quad (2.4)$$

nas quais:

$V_y$  – força cortante atuante na seção transversal;

$R$  – raio da seção circular vazada;

$t$  – espessura da parede;

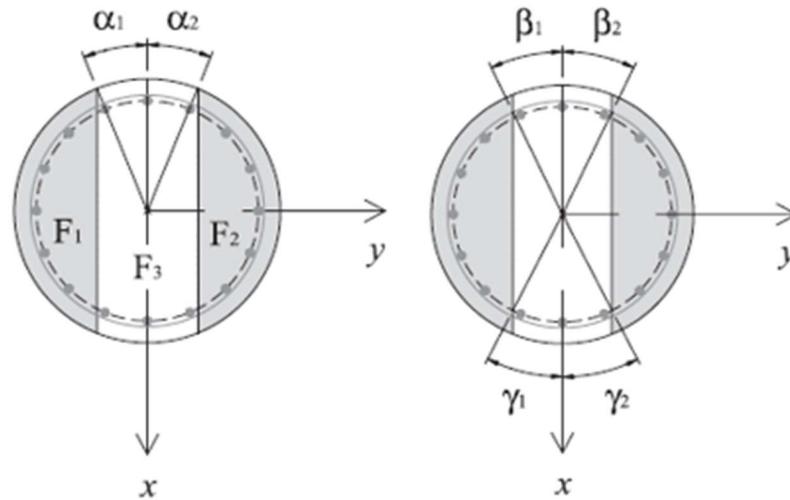
$\varphi$  – ângulo formado em relação ao eixo vertical.

A tensão de cisalhamento máxima na seção transversal vazada ocorre no centro de massa do elemento, sendo seu valor estimado aproximadamente por  $\tau_{m\acute{a}x} = V/\pi R t$ .

Com o propósito de avaliar a resistência última de elementos de concreto armado com seção circular submetidos à esforços axiais, a força cortante e momento fletor, Rossi e Recupero (2013) descreveram um modelo analítico fundamentado na aplicação do teorema estático da análise limite, incorporando tanto o efeito arco do concreto quanto os efeitos provenientes da analogia de treliça para obtenção dos resultados.

A aplicação do teorema estático resulta em um problema não linear, sendo solucionado por meio de equações de equilíbrio e restrições de parâmetros geométricos e mecânicos. Para simplificar o problema, a seção transversal é dividida em três partes ( $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ ), conforme ilustrado na Figura 8. Essas zonas são delimitadas pelos ângulos  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , que representam os ângulos formados entre o centroide da seção transversal e as fronteiras das zonas. Para cada uma dessas partes, o comportamento dos materiais (aço e concreto) é definido por meio de campos de tensões simplificados. Assume-se que os materiais possuem uma relação constitutiva rígida e um comportamento perfeitamente plástico, sem deformações elásticas. Nesse modelo, o aço resiste tanto a esforços de tração como de compressão, enquanto o concreto suporta apenas esforços de compressão. Além disso, o modelo considera estribos circulares verticais com espaçamento e propriedades mecânicas do aço constantes ao longo do comprimento do elemento. Entre as principais restrições, é necessário assegurar que não haja sobreposição entre as zonas  $F_1$  e  $F_2$ .

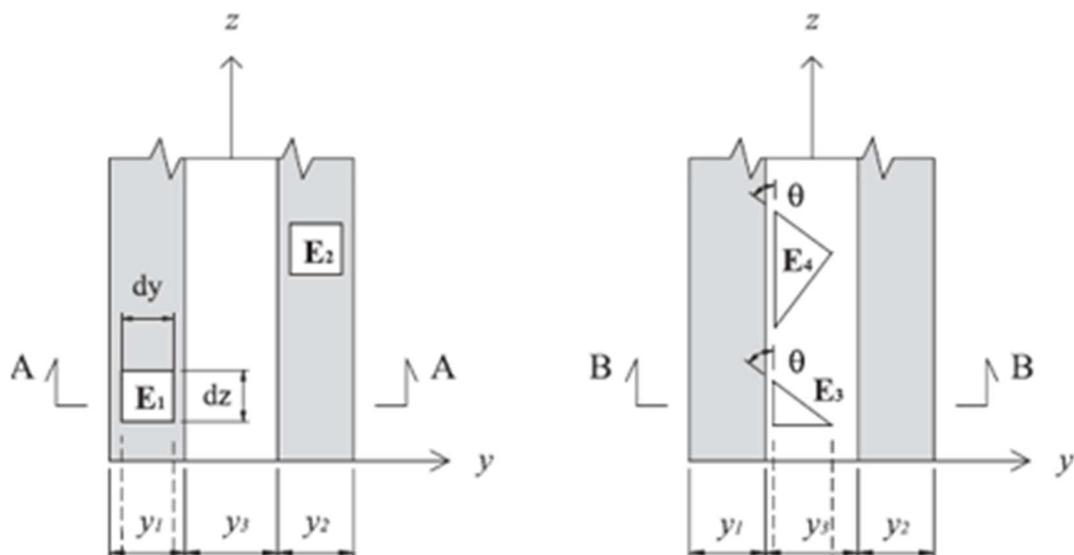
**Figura 8 - Identificação dos ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  para seções circulares cheias.**



**Fonte: Adaptado de Rossi e Recupero (2013)**

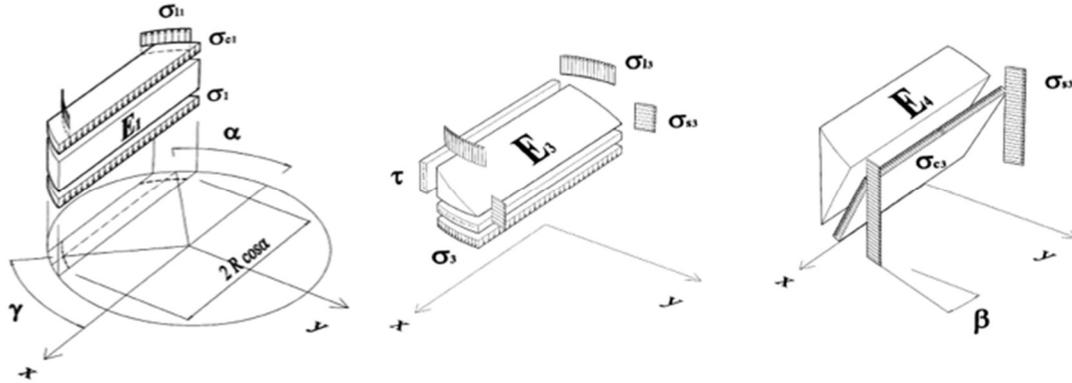
Para o desenvolvimento do equacionamento do problema, os autores empregaram elementos infinitesimais ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  e  $E_4$ ) localizados em cada uma das zonas predeterminadas, com o objetivo de estabelecer as condições de equilíbrio da seção. Esses elementos podem ser visualizados na Figura 9, com seus respectivos campos de tensões atuantes demonstrados na Figura 10.

**Figura 9 - Representação dos elementos  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  e  $E_4$ .**



**Fonte: Adaptado de Rossi e Recupero (2013)**

Figura 10 - Campo de tensão atuante nos elementos  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  e  $E_4$ .



Fonte: Adaptado de Rossi e Recupero (2013)

O efeito arco do concreto pode se manifestar de duas maneiras distintas. A primeira, chamada de tipo I, ocorre na presença de forças axiais externas atuando no elemento estrutural, transmitindo o cisalhamento diretamente entre o ponto de aplicação da carga e os apoios. Por outro lado, o tipo II representa o efeito arco gerado na ausência de cargas axiais, onde o cisalhamento é transferido diretamente para os apoios por meio de uma biela comprimida, desde que o elemento contenha armaduras longitudinais capazes de resistir à componente vertical do esforço de compressão diagonal.

Em relação ao tipo II de efeito arco, a biela comprimida pode ser formada por uma força cortante aplicada na superfície lateral do elemento, como no centroide da seção transversal. A força total de cisalhamento é obtida ao maximizar a função objetivo do problema, que é representada pela soma da força de cisalhamento resistida pela treliça ( $V$ ), pelo efeito arco do tipo I ( $V'$ ) e do tipo II ( $V''$ ):

$$V + V' + V'' \quad (2.5)$$

nas quais:

$$V = \frac{1}{2} \sigma_{s3} \frac{A_{sw}}{s} R_s \cot \theta [\beta_1 + \sin \beta_1 \cos \beta_1 - \beta_2 - \sin \beta_2 \cos \beta_2] \quad (2.6)$$

$$V' = - \int_{A_2} \sigma'_{c2} \cot \phi' dA_c = -\sigma'_{c2} 2R^2 \cot \phi' \int_{-\pi/2}^{\alpha_2} \cos^2 \alpha d\alpha \quad (2.7)$$

$$V'' = \int_{A_2} \sigma''_{c2} \cot \phi'' dA_c = -\sigma''_{c2} 2R^2 \cot \phi'' \int_{-\pi/2}^{\alpha_2} \cos^2 \alpha d\alpha \quad (2.8)$$

sendo:

$$\phi' = \tan^{-1} \left( \frac{y_{Gc2}}{L_V} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{R \int_{-\pi/2}^{\alpha_2} \cos^2 \alpha \sin \alpha d\alpha}{L_V \int_{-\pi/2}^{\alpha_2} \cos^2 \alpha d\alpha} \right) \quad (2.9)$$

$$\phi'' = \tan^{-1} \left( \frac{y_{G_{c2}} - y_{G_{l1}}}{L_V} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{R \int_{-\pi/2}^{\alpha_2} \cos^2 \alpha \sin \alpha d\alpha - \int_{\alpha_1^*}^{\alpha_l^{lim}} \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\sqrt{1 - r_l^2 \sin^2 \alpha}} d\alpha}{L_V \int_{-\pi/2}^{\alpha_2} \cos^2 \alpha d\alpha - \int_{\alpha_1^*}^{\alpha_l^{lim}} \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - r_l^2 \sin^2 \alpha}} d\alpha} \right) \quad (2.10)$$

$$\phi'' = \tan^{-1} \left( \frac{y_{G_{c2}}}{L_V} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{R \int_{-\pi/2}^{\alpha_2} \cos^2 \alpha \sin \alpha d\alpha}{L_V \int_{-\pi/2}^{\alpha_2} \cos^2 \alpha d\alpha} \right) \quad (2.11)$$

nas quais:

$\sigma_{s3}$  – tensão normal na armadura transversal da zona  $F_3$ ;

$\sigma'_{c2}$  – tensão de compressão vertical da zona  $F_2$  (efeito arco do tipo I e tipo II);

$A_{sw}$  – área da armadura transversal por camada;

$A_c$  – área bruta da seção transversal;

$A_2$  – área da zona  $F_2$ ;

$s$  – espaçamento entre estribos;

$R$  – raio da seção transversal;

$R_s$  – raio da armadura transversal;

$\theta$  – ângulo da biela comprimida;

$\phi'$  – ângulo de inclinação da biela (efeito arco tipo I);

$\phi''$  – ângulo de inclinação da biela (efeito arco tipo II – Equação 2.10 para carga aplicada na superfície do elemento e Equação 2.11 para carga aplicada no centroide);

$y_{G_{c2}}$  – coordenada  $y$  do centroide do concreto da zona  $F_2$ ;

$y_{G_{l1}}$  – coordenada  $y$  do centroide da armadura longitudinal da zona  $F_1$ ;

$L_V$  – comprimento do elemento;

$\alpha_l^{lim}$  – ângulo  $\alpha$  entre linha de separação que passa pela barra de aço longitudinal e a menor coordenada  $y$ ;

$\alpha_1^*$  – menor valor entre  $\alpha_1$  e  $\alpha_l^{lim}$ ;

$r_l$  – igual a  $R/(R - c)$ , sendo  $c$  o cobrimento do concreto.

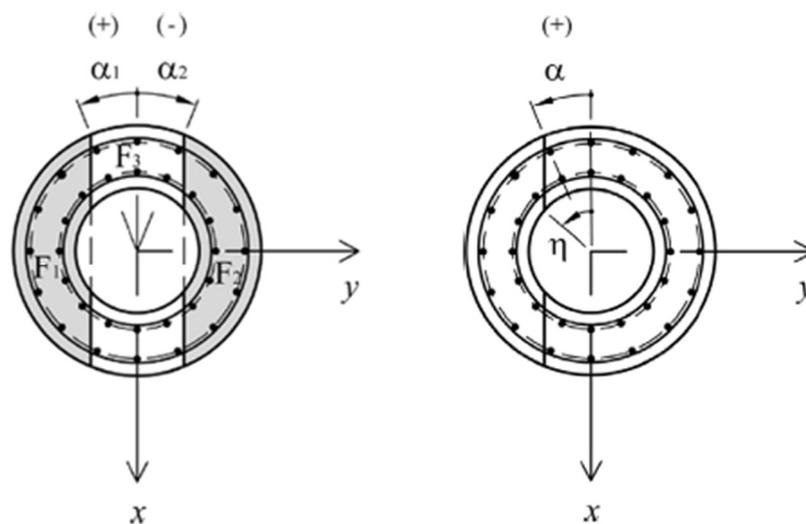
Por fim, o cálculo da força cortante última total atuante na seção transversal circular é obtido por meio de um processo iterativo de otimização. Para validar o modelo proposto, Rossi e Recupero (2013) utilizaram dados experimentais disponíveis na literatura, comparando os resultados obtidos com outros modelos teóricos de previsão da resistência ao cisalhamento em seções circulares cheias. A menor razão entre os valores experimentais e os valores previstos foi de 0,99, enquanto o maior foi de 1,38, com um desvio padrão de 0,086. Com base nesses resultados, os autores concluíram que o modelo apresentou estimativas consistentes e

conservadoras, considerando a influência tanto do efeito arco do concreto quanto da resistência das armaduras por meio da analogia de treliça.

É importante destacar que o modelo apresentado por Rossi e Recupero (2013) é impraticável para ser aplicado em projetos devido à sua complexidade. Além disso, a sua adaptação para seções vazadas tornaria o problema ainda mais complexo. Diante desse desafio, Rossi e Spinella (2023) apresentaram uma ferramenta analítica para avaliação da resistência ao cisalhamento em elementos de concreto armado com seção circular, tanto cheia quanto vazada, dotadas de armaduras transversais, submetidas à esforço axial, força cortante e momento fletor.

Esse modelo consiste em uma simplificação do modelo proposto por Rossi e Recupero (2013), tornando-o menos complexo e iterativo, possibilitando a implementação em softwares de análise estrutural. Rossi e Spinella (2023) utilizam a mesma metodologia de divisão da seção transversal em três zonas, no qual para casos com seção circular vazada ocorre uma mudança com relação aos ângulos de delimitação das zonas, conforme ilustrado na figura a seguir.

**Figura 11 - Identificação dos ângulos  $\alpha$  e  $\eta$  para seções circulares vazadas.**



**Fonte: Adaptado de Rossi e Spinella (2023)**

Para calcular a resistência última ao cisalhamento da seção transversal, utiliza-se a curva de interação entre a força axial, momento fletor e força cortante (N-M-V). Para isso, gera-se uma curva de interação M-V correspondente à força axial avaliada. A construção dessa curva de interação M-V é fundamentada em cinco pontos básicos designados como  $P_V$ ,  $P_M$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ . A curva de interação final é refinada através de pontos intermediários entre esses pontos básicos. Esses pontos intermediários são derivados iterativamente a partir das variáveis de estado dos pontos básicos, garantindo o equilíbrio translacional do elemento.

Os pontos  $P_V$  e  $P_M$  correspondem às posições na curva de interação com momento fletor nulo e força cortante nula, respectivamente. O ponto  $P_2$  corresponde à máxima resistência ao cisalhamento. Se houver múltiplos pontos na curva de interação com a mesma resistência máxima ao cisalhamento, o ponto  $P_2$  representará o ponto com o maior momento fletor, enquanto o ponto  $P_3$  será o de menor momento fletor. Por fim, o ponto  $P_1$  identifica uma mudança na resposta da seção transversal.

O processo de elaboração do diagrama de interação entre o momento fletor e a força cortante compreende cinco etapas fundamentais:

1. Determinação dos valores mínimos e máximos aceitáveis para  $\cot \theta$ ;
2. Atribuição de um valor para  $\theta$  dentro do intervalo estabelecido na etapa anterior, seguida pela determinação dos valores de  $\sigma_{s3}$  e  $\sigma_{c3}^0$ ;
3. Cálculo das variáveis de estado  $\alpha_1, \alpha_2, \sigma_{l1}, \sigma_{l2}, \sigma_{l3}, \sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$  correspondentes ao ponto básico analisado;
4. Avaliação de diferentes valores de  $\theta$ , atribuindo ao ponto básico os maiores valores encontrados para os parâmetros específicos (por exemplo, força cortante);
5. Determinação dos pontos intermediários por meio de um processo iterativo, utilizando os valores das variáveis de estado nos pontos básicos.

A determinação das variáveis de estado ( $\alpha_1, \alpha_2, \sigma_{l1}, \sigma_{l2}, \sigma_{l3}, \sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$ ) correspondente ao ponto básico em análise é feita comparando o valor da força axial atribuída ao elemento ( $N$ ) com a força axial calculada através de  $n$  combinações de valores tabelados para as variáveis de estado ( $N_R^{(1...n)}$ ). Se a força axial atribuída estiver dentro do intervalo entre  $N_R^{(1)}$  e  $N_R^{(n)}$ , identificam-se as forças axiais  $N_R^{(1...n)}$  imediatamente inferiores e superiores à força axial atribuída. Em seguida, a partir das combinações das variáveis de estado correspondentes a essas forças axiais inferiores e superiores, obtêm-se as variáveis de estado correspondentes à força axial atribuída por meio de relações simples.

O esforço cortante resistido pelo elemento é determinado somando-se as contribuições das armaduras transversais externas e internas, conforme expresso na seguinte equação:

$$V = \frac{1}{2} \sigma_{s3} \cot \theta \sum \left[ \frac{A_{sw}}{s} R_s (\beta_1 + \sin \beta_1 \cos \beta_1 - \beta_2 - \sin \beta_2 \cos \beta_2) \right] \quad (2.12)$$

Os valores de  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são determinados em função dos ângulos  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .

O procedimento mencionado é consideravelmente mais simples do que o modelo proposto por Rossi e Recupero (2013), tornando sua implementação mais prática para as rotinas de cálculo estrutural. Além disso, o método apresentou resultados satisfatórios tanto para

espécimes com seção circular cheia como vazada, principalmente aqueles  $a/d$  maior do que 2,5 e com taxa de armadura transversal maior do que 0,3%.

Em síntese, foram observadas diversas abordagens para lidar com o problema do cisalhamento em elementos de concreto armado com seção circular, desde métodos empíricos até ferramentas analíticas mais complexas. No entanto, evidencia-se a necessidade de realizar mais pesquisas para aprofundar a compreensão do comportamento desses elementos estruturais, visando aprimorar a eficácia dos projetos tanto em termos estruturais quanto econômicos.

### 3. MODELOS DE PREVISÃO DE RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO

O capítulo tem como objetivo oferecer uma síntese dos principais modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em elementos com seção transversal circular, tanto cheia quanto vazada, presentes na literatura. Inicialmente, realiza-se uma breve apresentação dos conceitos e formulações relacionados à Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT). Por meio da revisão de literatura, optou-se por analisar a eficácia do modelo proposto por Turmo, Ramos e Aparicio (2009) para calcular a resistência ao cisalhamento proveniente da armadura transversal em ambas as configurações de seções, incluindo estribos circulares e em espiral. No contexto das seções vazadas, foram selecionados o modelo proposto por Völgyi e Windisch (2014) e a adaptação das expressões da NBR 6118 (2014) recomendada por Queiroz (2014). Para explorar diferentes abordagens do problema, foram examinados os modelos propostos por Fiore et al. (2014) para a avaliação da resistência ao cisalhamento em elementos com seção circular cheia, bem como o modelo desenvolvido por Al-Bayati (2023) usando programação de expressão genética e o modelo denominado *Truss-Arch Model Unified* (TAMU), proposto por Lee e Mander (2023) especificamente para vigas de concreto armado com reforço transversal. Por fim, para efeito de comparação com os resultados experimentais, foi incluído o modelo proposto por Bentz e Collins (2017), que se fundamenta na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT).

#### 3.1. Teoria do Campo de Compressão Modificado

O desenvolvimento de novas teorias proporcionou uma melhoria da previsão do comportamento de elementos de concreto armado submetidos ao cisalhamento. Dentre as diversas teorias abordadas na literatura, destaca-se o *Modified Compression Field Theory* (MCFT), ou Teoria do Campo de Compressão Modificado. Essa teoria foi inicialmente proposta por Vecchio e Collins (1982), com base em experimentos conduzidos em 30 elementos de concreto armado sujeitos a estados uniformes de deformação. Sua versão definitiva foi apresentada por Vecchio e Collins (1986), sofrendo ajustes incrementais ao longo do tempo.

A Teoria do Campo de Compressão Modificado foi desenvolvida com base na Teoria do Campo de Compressão Diagonal (*Diagonal Compression Field Theory* – DCFT), proposta por Mitchell e Collins (1974), e na alteração da teoria original do campo de compressão (*Compression Field Theory* - CFT), proposta por Collins (1978).

O CFT foi desenvolvido por meio do uso do modelo de treliça com ângulo variável, sendo utilizada uma analogia entre o comportamento das vigas de concreto armado e das vigas metálicas de seção esbelta sujeitas a forças de cisalhamento. Wagner (1929) analisou o comportamento dessas vigas metálicas, constatando que após a flambagem da alma devido à compressão diagonal provocada pelo cisalhamento, as tensões de compressão deixam de ser resistidas pela alma, sendo o cisalhamento absorvido por um campo diagonal de tração. Para descrever esse comportamento do aço, foi formulada a chamada *Tension Field Theory*. De forma análoga, observou-se que, após a formação de fissuras diagonais no concreto, uma parte do cisalhamento deixa de ser resistida pela tração diagonal. Nesse caso, o cisalhamento passa a ser resistido por um campo diagonal de compressão.

Embora o CFT seja um método mais preciso para determinação da resistência à força cortante de vigas de concreto armado, ela superestima as deformações devido a descon sideração das tensões de tração no concreto fissurado, ocasionando valores de resistência ao cisalhamento muito conservadores. Em virtude disso, a modificação da Teoria do Campo de Compressão, proposta por Vecchio e Collins (1986), mostrou-se crucial, uma vez que incorpora a contribuição das tensões de tração entre as fissuras. Isso resulta em cálculos de deformação menores, proporcionando resultados mais precisos de resistência ao cisalhamento em relação aos valores experimentais.

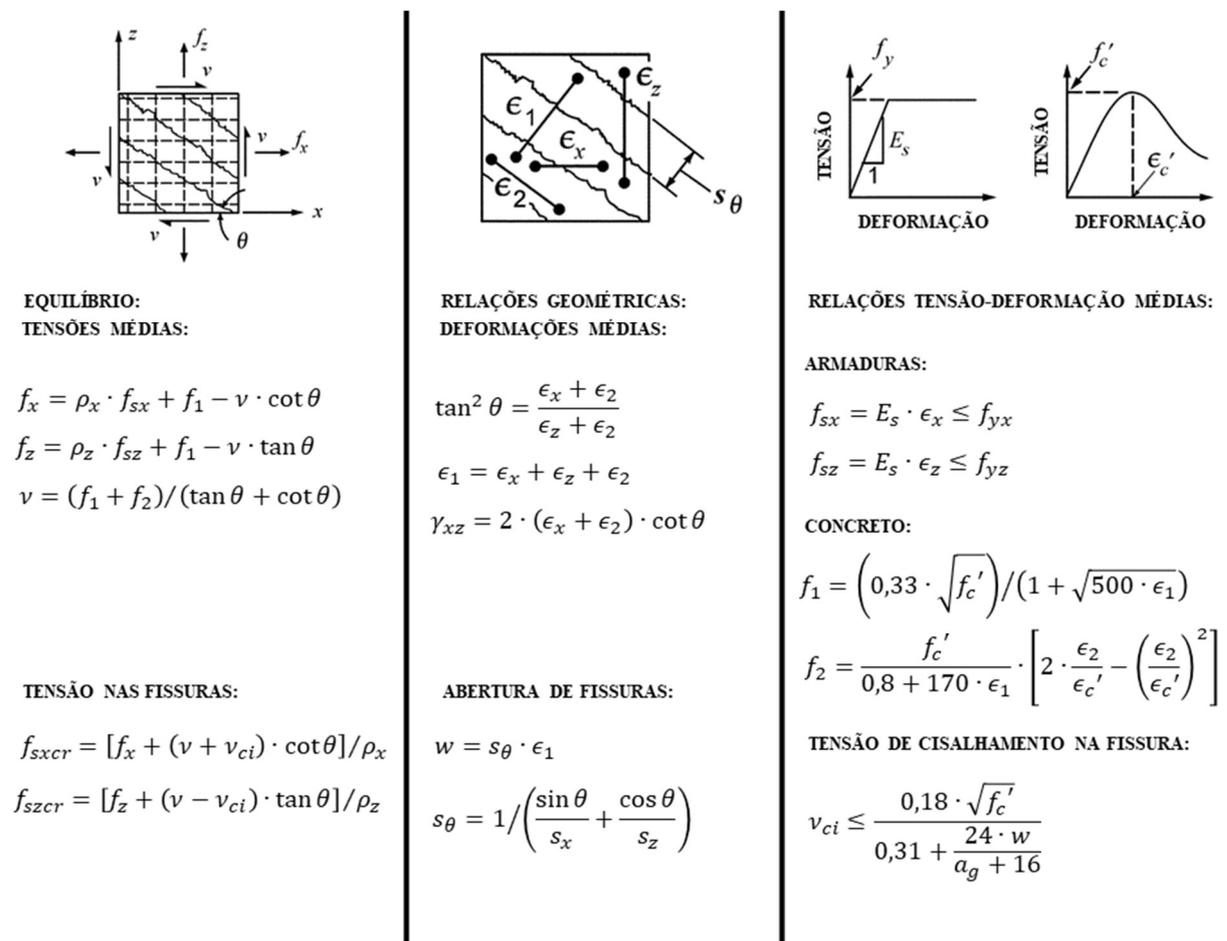
A partir dessa nova abordagem, o concreto fissurado passa a ser tratado como um novo material, atuando em conjunto com a armadura em um regime elastoplástico perfeito, sendo as equações de equilíbrio, de compatibilidade e as relações tensão-deformação estabelecidas em termos de tensões médias e deformações médias. Para que essas tensões e deformações sejam consideradas adequadas, a medição desse comportamento médio deve ser realizada em distâncias que englobem poucas fissuras. Com isso, o MCFT é fundamentado em algumas hipóteses:

- a) assume-se que a direção das tensões e deformações principais são coincidentes;
- b) considera-se uma aderência perfeita entre o concreto e as armaduras, eliminando a possibilidade de ruptura por escorregamento de armadura;
- c) as relações tensão-deformação médias para o concreto e para as armaduras são assumidas como independentes;
- d) a tensão axial na armadura é assumida como dependente apenas da deformação axial;
- e) há transmissão apenas de tensões de cisalhamento e de compressão ao longo da fissura, enquanto no concreto entre fissuras é possível existir tensões de tração;
- f) para cada estado de deformação há um único estado de tensão equivalente;

g) tensões e deformações de compressão são assumidas como negativas, ao passo que tensões e deformações de tração são definidas como positivas.

O emprego dessas hipóteses confere uma das principais vantagens ao MCFT, que é a dispensa da necessidade de calcular explicitamente os efeitos complementares, tais como as tensões de cisalhamento nas fissuras, o efeito pino e as tensões de aderência. Adicionalmente, por meio do modelo proposto, é possível descrever o comportamento do elemento desde o início do carregamento até sua ruptura. Assim, as relações utilizadas no MCFT são resumidamente apresentadas na figura abaixo.

Figura 12 - Resumo das equações utilizadas no MCFT.



Fonte: Adaptado de Bentz et al. (2006)

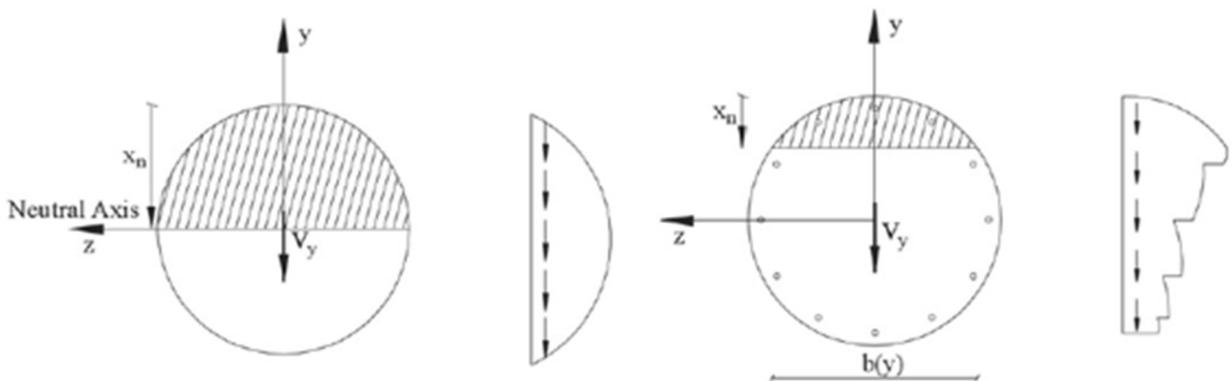
### 3.2. Modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)

No estudo conduzido por Turmo, Ramos e Aparicio (2009), é apresentada uma formulação teórica que segue a abordagem preconizada pelo EUROCODE 2 (2004). Essa formulação tem o propósito de quantificar a contribuição da armadura transversal para a

resistência ao cisalhamento de elementos de concreto, seja com seção circular cheia ou vazada, sendo avaliado o uso de estribos circulares ou em espiral. O método de cálculo apresentado pelos autores trata-se de uma evolução das expressões desenvolvidas por Ghee, Priestley e Paulay (1989) e aprimoradas por Kowalsky e Priestley (2000), onde foi estabelecida uma aproximação generalizada que leva em consideração a efetividade dos estribos sobre uma altura variável  $x$ .

Ao analisar uma seção circular sólida não fissurada, observa-se que as tensões de cisalhamento máxima ocorrem no centro de massa do elemento, sendo igual a  $\tau_{m\acute{a}x} = 4V/3\pi R^2$ . Após a fissuração da região, ocorre uma mudança na distribuição dessas tensões, conforme pode ser visto na Figura 13 considerando o concreto e o aço como materiais lineares. Essa modificação na distribuição das tensões altera o padrão das fissuras, as quais se encontram agora em um plano inclinado em relação ao eixo horizontal.

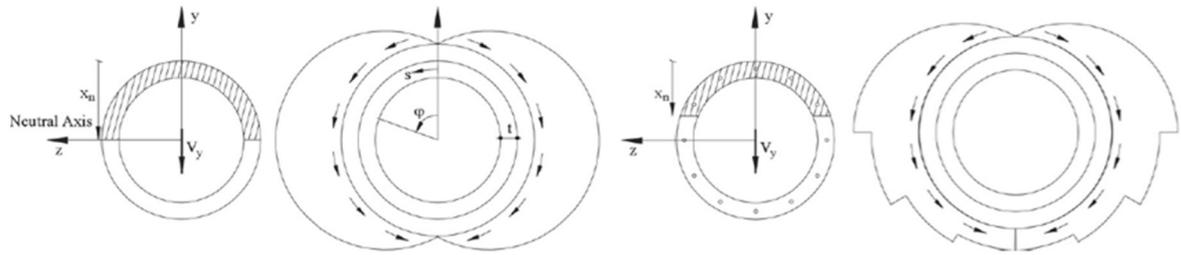
**Figura 13 - Modificação da distribuição das tensões tangenciais após fissuração de seções circulares cheias.**



**Fonte: Adaptado de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)**

Com relação as seções vazadas, Turmo, Ramos e Aparicio (2009) elaboraram suposições para quantificação das tensões de cisalhamento, sendo elas distribuídas uniformemente ao longo da espessura da seção e atuando paralelo às bordas. Seu valor máximo ocorre no centro de massa do elemento, sendo igual a  $\tau_{m\acute{a}x} = V/\pi Rt$ . A distribuição das tensões de cisalhamento é alterada com o surgimento de fissuras, como ilustrado na Figura 14, resultando na formação de fissuras fora do plano que corta o eixo horizontal. Isso leva ao desenvolvimento de uma fissura em formato helicoidal, com um passo constante ao longo da superfície da parede.

**Figura 14 - Modificação da distribuição das tensões tangenciais após fissuração de seções circulares vazadas.**



**Fonte: Adaptado de Turmo, Ramos e Aparicio (2009)**

Os autores definiram dois fatores de eficiência para avaliação da resistência ao cisalhamento da seção transversal. O primeiro deles leva em consideração a inclinação média dos estribos que atravessam as fissuras ( $\chi$ ), sendo ele dependente da razão entre o braço de alavanca ( $z$ ) e raio da armadura transversal ( $R'$ ), bem como da razão entre a distância do centroide das forças de tração até o centro de massa da seção ( $z_0$ ) com o referido raio, dado por  $z/R'$  e  $z_0/R'$ , respectivamente. Sendo assim, o fator de eficiência  $\chi$  não depende do ângulo da biela comprimida ( $\theta$ ). Ghee, Priestley e Paulay (1989) adotaram um fator  $\chi = 0,785$ , levando em consideração uma eficiência total dos estribos ao longo de toda a seção transversal. Todavia, segundo Kowalsky e Priestley (2000), a eficácia dos estribos se limitava à altura até a qual eram solicitados pelas fissuras. O segundo fator de eficiência leva em consideração a inclinação do reforço de geometria espiral em relação ao eixo longitudinal ( $\lambda$ ). Este fator depende da razão entre o passo da espira ( $p$ ) e do diâmetro do estribo circular ou em espiral ( $D'$ ), dado por  $p/D'$ , sendo essa proposta pioneira na literatura no que diz respeito à quantificação da contribuição das armaduras em espirais na resistência à força cortante.

Portanto, o modelo de cálculo para avaliação da contribuição da armadura transversal de seções circulares cheias ou vazadas ( $V_{Rd,s}$ ) e com o uso de estribos circulares ou helicoidais é dada pela equação a seguir:

$$V_{Rd,s} = z \cdot \cot \theta \cdot A_{st} \cdot f_{ywd} \cdot \lambda \cdot \chi \quad (3.1)$$

em que:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{p}{2 \cdot \pi \cdot R'}\right)^2 + 1}} \quad (3.2)$$

$$\chi = \int_0^1 \sqrt{1 - \left(\frac{z_0 - z \cdot X}{R'}\right)^2} dX \quad (3.3)$$

$$A_{st} = \begin{cases} \frac{2 \cdot A_{sw}}{s} & \rightarrow \text{estribo circular} \\ \frac{2 \cdot A_{sw}}{p} & \rightarrow \text{estribo em espiral} \end{cases} \quad (3.4)$$

em que:

$f_{ywd}$  – resistência de projeto da armadura transversal;

$A_{sw}$  – área de aço de um ramo do estribo;

$s$  – espaçamento entre os estribos circulares.

Por fim, ressalta-se que o trabalho não inclui considerações para o cálculo do esforço resistido por mecanismos complementares ( $V_c$ ). Com o intuito de compará-lo com os demais modelos, optou-se pela adoção da Equação 3.16 do modelo proposto por Bentz e Collins (2017) para mensuração da parcela resistida pelo concreto, de modo a complementar o equacionamento.

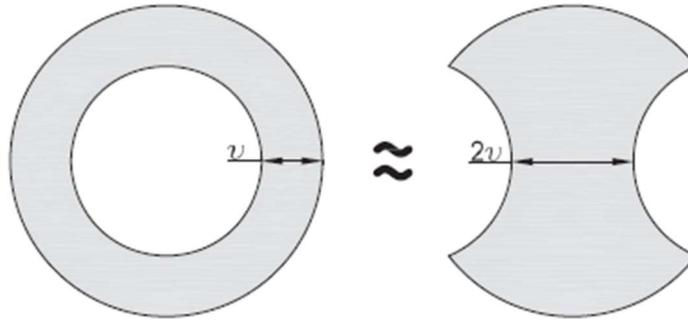
### 3.3. Modelo de Völgyi e Windisch (2014)

O modelo proposto por Völgyi e Windisch (2014) foi formulado com base nos resultados experimentais apresentados por Völgyi, Windisch e Farkas (2014), no qual foi analisado o comportamento de 45 espécimes de concreto armado com seções circulares vazadas e paredes espessas, submetidas a esforços cortantes e momentos fletores, sendo que em algumas peças foi submetido esforço normal por meio da protensão. As armaduras transversais foram dispostas próximas a parte externa da parede dos espécimes. Os principais objetivos do programa experimental foram a análise da resistência ao cisalhamento última e do padrão de propagação das fissuras para a geometria avaliada, além da verificação da forma da seção de ruptura em função espessura da parede, da quantidade de armadura longitudinal e transversal, do vão de cisalhamento e da força axial aplicada.

A partir da análise dos resultados obtidos, Völgyi, Windisch e Farkas (2014) concluiu que a resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado com seção circular vazada aumenta com o aumento da espessura da parede, do nível de protensão aplicada, da quantidade de armadura transversal e longitudinal e com a redução do vão de cisalhamento ( $a/d < \sim 3.25$ ). No que diz respeito à extensão da zona de compressão, os resultados dos testes revelaram uma profundidade reduzida nos espécimes sujeitos à combinação de flexão e cisalhamento, em comparação com uma seção transversal sob o mesmo momento fletor, mas sem ação de cisalhamento.

O cálculo da resistência ao cisalhamento de elementos de seção circular vazada apresentado no artigo é baseado em uma seção transversal equivalente em formato “I”, com mesma área e inércia, além de uma largura de alma variável ao longo da seção transversal, conforme ilustrado na figura abaixo.

**Figura 15 - Equivalência de área e momento de inércia entre seção circular vazada e uma em formato de I sólido.**



**Fonte: Völgyi e Windisch (2014).**

Com base nisso, a proposta apresentada por Völgyi e Windisch (2014) consiste na inclusão da contribuição do efeito pino dos reforços longitudinais na parcela resistida pelo concreto em sua zona comprimida ( $V_c^*$ ), conforme pode ser visto na Equação 3.6, junto com a quantificação da contribuição dos estribos que atravessam a fissura de cisalhamento ( $V_w$ ).

Na análise da resistência ao cisalhamento proveniente de mecanismos complementares, assume-se que a distribuição das tensões de cisalhamento na zona de compressão do concreto é proporcional ao módulo de elasticidade dos reforços longitudinais, tendo em conta o efeito pino na quantificação da resistência. O cálculo da segunda parcela é obtido através do equilíbrio de forças ao longo da seção de falha (*polyline*), levando em consideração a média das resistências calculadas associadas a diferentes posições longitudinais do reforço helicoidal. Sendo assim, o valor total da resistência ao cisalhamento é avaliado utilizando a Equação 3.5.

$$V_R = V_c^* + V_w \quad (3.5)$$

nas quais:

$$V_c^* = V_c \cdot \left( 1 + \rho_l \cdot \eta_s \cdot \frac{E_s}{E_c} \right) \quad (3.6)$$

$$V_w = \sum_{l_t} A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot e^{\dagger} \quad (3.7)$$

sendo:

$V_c$  – componente da resistência ao cisalhamento devido ao concreto;

$E_s$  – módulo de elasticidade do aço;

$E_c$  – módulo de elasticidade secante do concreto;

$A_{sw}$  – área da armadura transversal;

$f_{yw}$  – resistência ao escoamento da armadura transversal;

$e^\uparrow$  - componente vertical do vetor unitário tangente ao ponto de intersecção entre a fissura analisada e a armadura helicoidal;

$\rho_l$  – taxa de armadura longitudinal;

$R$  – raio da seção circular vazada;

$t$  – espessura da parede;

$\eta_s$  – fator que leva em consideração a ação composta entre a armadura e o concreto, definido pela expressão:  $\eta_s = 1 - 0,3 \cdot \frac{R-t}{R}$ .

### 3.4. Método de Queiroz (2014)

O estudo conduzido por Queiroz (2014) teve como objetivo realizar uma avaliação comparativa entre os resultados experimentais de resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado ou protendido, com seção circular vazada, e os valores calculados conforme a norma canadense CSA A23.3 (2004) e o modelo I de cálculo da NBR 6118 (2014). Após a análise dos resultados, o autor constatou que, em peças com a razão  $t/D$  variando entre 0,125 e 0,330, a adoção de  $b_w = 2 \cdot t$  e  $d = 0,8 \cdot D$  resulta em valores de resistência ao cisalhamento favoráveis à segurança, tanto pela NBR 6118 (2014) quanto pela CSA A23.3 (2004). Dessa forma, Queiroz (2014) chegou à conclusão de que a aplicação da Teoria do Campo de Compressão Modificado se mostrou apropriada para abordar a problemática de elementos com seção circular vazada.

Com base nos resultados obtidos pelo autor, foram estabelecidos parâmetros de adequação para a avaliação da resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado com seção circular maciça e vazada, utilizando as formulações preconizadas pela NBR 6118 (2014). Para isso, foram empregadas a largura da seção transversal ( $b_w$ ) e a altura útil ( $d$ ), conforme mencionado anteriormente. Nos casos de seção cheia, a largura foi adotada como igual ao diâmetro da seção. Adicionalmente, introduziu-se um coeficiente ( $\alpha_{cw}$ ) para considerar o efeito de degradação da resistência devido a tensões elevadas na formulação da força cortante resistente de cálculo associada ao colapso das diagonais comprimidas de concreto ( $V_{Rd2}$ ):

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (3.8)$$

nas quais:

$\alpha_{cw}$  – coeficiente que leva em conta o efeito de deterioração da resistência ao cisalhamento devido às tensões de compressão elevadas, dado por:

$$\alpha_{cw} = \begin{cases} 1,00 & \rightarrow 0 \leq \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \leq 0,6 \\ 2,5 \cdot \left(1 - \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}\right) & \rightarrow 0,6 \leq \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \leq 1 \end{cases} \quad (3.9)$$

$\alpha_{V2}$  – coeficiente adimensional, que representa o índice de fragilidade do concreto, sendo:

$\alpha_{V2} = (1 - f_{ck}/250)$ , com o  $f_{ck}$  expresso em megapascal (MPa);

$A_c$  – área da seção transversal;

$N_d$  – esforço normal atuante na seção transversal;

$f_{ck}$  – resistência característica do concreto à compressão;

$f_{cd}$  – resistência à compressão de cálculo do concreto, dado por:  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ , sendo  $\gamma_c$  o coeficiente de minoração da resistência do concreto;

$b_w$  – menor largura da seção transversal;

$d$  – altura útil da seção transversal;

Com relação à parcela da força cortante resistida pela armadura transversal, seu valor é mensurado pela expressão abaixo:

$$V_{SW} = \frac{A_{SW}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (3.10)$$

em que:

$A_{SW}$  – área da armadura transversal;

$s$  – espaçamento entre os estribos;

$\alpha$  – inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal;

$f_{ywd}$  – tensão na armadura transversal, onde essa tensão deve ser limitada a  $f_{yd}$  no caso de estribos e a 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se considerando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa.

A parcela da força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao de treliça ( $V_C$ ) depende do tipo de esforço ao qual o elemento está sendo solicitado:

- $V_C = 0$  para elementos tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção.
- $V_C = V_{C0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$  para elementos submetidos à flexão simples e flexo-tração com linha neutra cortando a seção.
- $V_C = V_{C0} \cdot \left(1 + \frac{M_0}{M_{d,máx}}\right) \leq 2 \cdot V_{C0}$  para os elementos submetidos à flexocompressão.

É importante ressaltar que não houve alterações nas diretrizes estabelecidas pela NBR 6118 (2023) no que diz respeito ao dimensionamento para cisalhamento em comparação com sua versão anterior. Nesse contexto, a metodologia proposta por Queiroz (2014) para seções circulares vazadas foi aplicada na avaliação do desempenho dos modelos I e II da NBR 6118 (2023) da presente dissertação. Para isso, foi adotada uma largura da seção transversal igual  $b_w = 2 \cdot t$  e a altura útil  $d = 0,8 \cdot D$ . Nos casos de seção cheia, foi adotada uma largura igual ao diâmetro da seção. Para uma compreensão mais aprofundada do equacionamento do modelo II de cálculo da NBR 6118 (2023), recomenda-se consultar a seção 4.1.2 deste estudo.

### 3.5. Modelo de Fiore et al. (2014)

Na formulação do seu modelo, Fiore et al. (2014) optaram por utilizar o método de Regressão Polinomial Evolutiva (*Evolutionary Polynomial Regression – EPR*), uma abordagem híbrida desenvolvida por Giustolisi e Savic (2009). Este método combina as vantagens da regressão numérica tradicional com as estratégias da programação genética, buscando identificar um modelo matemático que se ajuste de maneira otimizada a um conjunto de dados.

O propósito central do trabalho consistiu na elaboração de formulações inovadoras para avaliação da resistência ao cisalhamento em colunas circulares de concreto armado, fazendo uso de dados experimentais disponíveis na literatura. Para alcançar esse objetivo, foi empregada uma versão aprimorada do método EPR, conhecida como EPR MOGA (*Multiobjective Genetic Algorithms*). Essa abordagem de otimização avançada busca os melhores modelos por meio de Algoritmos Genéticos Multiobjetivos. Para isso, os autores utilizaram um suplemento do Microsoft Office Excel®, denominado de EPR MOGA-XL v.1, em um conjunto de dados composto por 61 colunas de seção transversal circular. Esses dados foram obtidos nos ensaios experimentais descritos nas obras de Capon e De Cossio (1966), Khalifa e Collins (1981), Clarke e Birjandi (1993) e Merta (2007).

Como resultado de seu estudo, Fiore et al. (2014) propuseram cinco formulações distintas para a previsão da resistência ao cisalhamento de elementos com seção circular, sendo elas apresentadas nas equações abaixo:

$$V_{Rd}^1 = 4,1525d\rho_t f_{yw} + 0,14552A_c \sqrt{f_{cm}} \sqrt{\rho_l}, \quad (3.11)$$

$$V_{Rd}^2 = 7,121 \sqrt{A_c f_{yw}} + 0,043393 \rho_t A_c \sqrt{f_{yw} f_{cm}} + 0,013495 \rho_l A_c \sqrt{D}, \quad (3.12)$$

$$V_{Rd}^3 = 1,0737d \frac{A_{sw}}{S} f_{yw} + 0,25274Dd \sqrt{f_{cm}}, \quad (3.13)$$

$$V_{Rd}^4 = 0,98243d \frac{A_{sw}}{s} f_{yw} + 0,086185Dd\sqrt{f_{cm}} \left(1 + 56,2 \frac{A_s}{Dd}\right), \quad (3.14)$$

$$V_{Rd}^5 = 1,0072d \frac{A_{sw}}{s} f_{yw} + 2,3931Dd \left(\frac{A_s}{A_c}\right) f_{cm}^{2/3} + 0,098766Dd\sqrt{f_{cm}}, \quad (3.15)$$

nas quais:

$f_{cm}$  – resistência média do concreto à compressão;

$A_c$  – área da seção transversal;

$A_s$  – área da armadura longitudinal;

$A_{sw}$  – área da armadura transversal;

$\rho_l$  – taxa de armadura longitudinal -  $\left(\frac{A_s}{b_w \cdot d}\right) \cdot 100$ ;

$\rho_t$  – taxa de armadura transversal -  $\left(\frac{A_{sw}}{s \cdot D}\right) \cdot 100$ ;

$D$  – diâmetro da seção circular;

$d$  – altura útil da seção transversal;

$f_{yw}$  – resistência ao escoamento da armadura transversal;

$s$  – passo da espiral ou o espaçamento entre os estribos.

Após a aplicação das equações, observou-se uma melhor concordância das Equações 3.13 e 3.15 com os dados dos elementos de seção transversal circular contidos no banco de dados desenvolvido para esta dissertação. Essas equações serão detalhadamente analisadas nos resultados apresentados nos próximos capítulos.

### 3.6. Modelo de Bentz e Collins (2017)

O modelo desenvolvido por Bentz e Collins (2017) fundamenta-se na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT) e é oferecido em duas variantes para aplicação: uma versão simplificada e outra mais detalhada. Neste contexto, optou-se pela utilização do método detalhado nos resultados da dissertação.

O método detalhado considera tanto a contribuição do concreto quanto das armaduras para o cálculo da resistência ao cisalhamento. Sua aplicabilidade estende-se a elementos de concreto de alta resistência, com ou sem armaduras transversais, e submetidos a diversos tipos de carga. Assim, a porção da resistência ao cisalhamento atribuída ao concreto é determinada pela seguinte expressão:

$$V_c = \sqrt{f_c'} \cdot \frac{0,4}{(1 + 1500 \cdot \varepsilon_x)} \cdot \frac{1300}{(1000 + s_x)} \cdot b_w \cdot d \quad (3.16)$$

nas quais:

$f_c'$  – resistência característica do concreto à compressão;

$s_x$  – parâmetro de espaçamento entre fissuras, dado por:

$$s_x = \begin{cases} 300 \text{ mm} & \rightarrow A_s \geq A_{s,min} \\ \frac{1,25 \cdot d}{0,65 + d_{agg}} & \rightarrow A_s < A_{s,min} \text{ e } d_{agg} < 2,5 \text{ mm} \\ 0,75 \cdot d & \rightarrow A_s < A_{s,min} \text{ e } d_{agg} \geq 2,5 \text{ mm} \end{cases} \quad (3.17)$$

$d_{agg}$  – diâmetro do agregado, considerado nulo caso  $f_{ck} > 62$  MPa;

$\varepsilon_x$  - deformação específica devido à tensão de tração atuante no centroide da armadura longitudinal, definida pela expressão:

$$\varepsilon_x = \frac{\left( \frac{M_u}{0,9 \cdot d} + 0,5 \cdot N_u + V_u \right)}{2 \cdot E_s \cdot A_s} \geq -0,2 \cdot 10^{-3} \quad (3.18)$$

$M_u$  – momento fletor solicitante na seção transversal;

$N_u$  – esforço axial solicitante na seção transversal (positivo para compressão e negativo para tração);

$V_u$  – esforço cortante solicitante na seção transversal;

$E_s$  – módulo de elasticidade da armadura passiva;

$A_s$  – área da armadura passiva;

O ângulo da biela comprimida ( $\theta$ ) é derivado da seguinte equação:

$$\theta = 29^\circ + 7000 \cdot \varepsilon_x \quad (3.19)$$

Já a parcela da resistência ao cisalhamento resistida pela armadura transversal ( $V_S$ ) é calculada utilizando a equação abaixo:

$$V_S = \frac{A_s \cdot f_{yw} \cdot 0,9 \cdot d \cdot \cot \theta}{s} \quad (3.20)$$

$f_{yw}$  – resistência ao escoamento da armadura transversal;

$s$  – passo da espiral ou o espaçamento entre os estribos.

Por fim, salienta-se que esse método é iterativo, requerendo inicialmente a adoção de um valor razoável para  $\varepsilon_x$ . Em seguida, calcula-se o valor da resistência ao cisalhamento do elemento e atualiza-se o valor de  $\varepsilon_x$  até que ocorra convergência entre os valores das deformações.

### 3.7. Modelo de Al-Bayati (2023)

Al-Bayati (2023) propõem em sua pesquisa dois modelos para estimar a resistência ao cisalhamento, um destinado a colunas circulares e outro a retangulares. Para desenvolver esses modelos, o autor utilizou a técnica de programação de expressão genética (Gene Expression Programming - GEP), empregando um conjunto de dados experimentais provenientes da literatura. O algoritmo é treinado e testado com um total de 151 amostras circulares e 313 retangulares, e os resultados são comparados com os modelos de projeto de códigos internacionais.

A programação de expressão genética (PEG) foi introduzida por Ferreira (2002) como uma versão aprimorada dos algoritmos genéticos e da programação genética. Na PEG, os indivíduos são codificados em cadeias lineares de tamanho fixo (cromossomo), os quais são posteriormente representados de forma não linear em árvores de expressão. Os cromossomos normalmente são compostos por um ou mais genes, cada um representando uma expressão matemática. Cada cromossomo é dividido em duas partes distintas: a cabeça e a cauda. A cabeça engloba funções, operadores matemáticos, variáveis e constantes, enquanto a cauda incorpora constantes e variáveis. Os genes se conectam entre si por meio de operadores matemáticos, como adição, subtração, multiplicação e divisão (Al-Bayati, 2023). Na Figura 16 é apresentado o fluxograma de um algoritmo de programação de expressão genética. Para determinar os modelos que melhor se ajustam aos resultados experimentais coletados, os autores utilizaram o software GeneXproTools®, gerando a árvore de expressão específica para o modelo das colunas circulares.

Ao concluir suas investigações, Al-Bayati (2023) formularam o seguinte modelo para a avaliação da resistência ao cisalhamento em colunas circulares, possuindo algumas variáveis já apresentadas nesta presente dissertação:

$$V_{n-circular} = 0,92[R_1 + R_2 + R_3]0,8A_c \quad (3.21)$$

nas quais:

$$R_1 = \frac{\sqrt{\left(\frac{\rho_l f_{yl} a}{f_{cm} d}\right) \left(\frac{f_{cm}}{0,82}\right) + \sqrt{\left(\frac{N}{A_c f_{cm}}\right)}}}{\frac{a}{d}}, \quad (3.22)$$

$$R_2 = \frac{\rho_t f_{yw}}{f_{cm}} \left( \left( 0,67 f_{cm}^4 \sqrt{\frac{N}{A_c f_{cm}}} \right) \left( \frac{\rho_l f_{yl}}{f_{cm}} \frac{\rho_t f_{yw}}{f_{cm}} \right)^2 \right), \quad (3.23)$$

$$R_3 = \frac{\rho_l f_{yl}}{f_{cm}} \left( \left( 31,9 \frac{\rho_l f_{yl}}{f_{cm}} + 4,78 \right) \left( \frac{\rho_t f_{yw}}{f_{cm}} \right)^2 \right), \quad (3.24)$$

sendo:

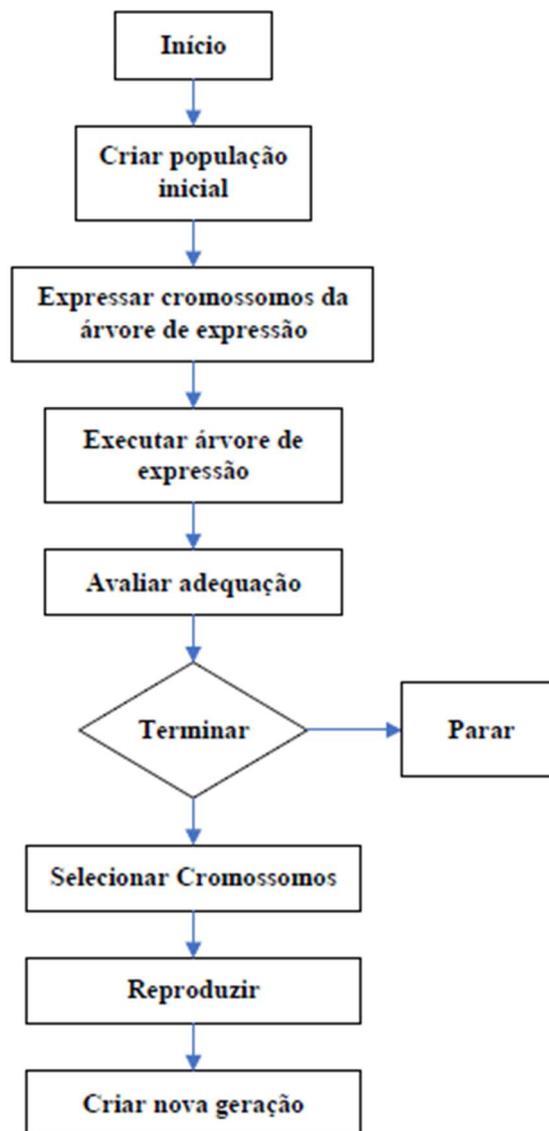
$f_{yl}$  – resistência ao escoamento da armadura longitudinal;

$f_{cm}$  – resistência média do concreto à compressão;

$N$  – esforço normal solicitante na seção transversal;

$a$  – vão de cisalhamento.

**Figura 16 - Fluxograma do algoritmo de programação de expressão genética.**



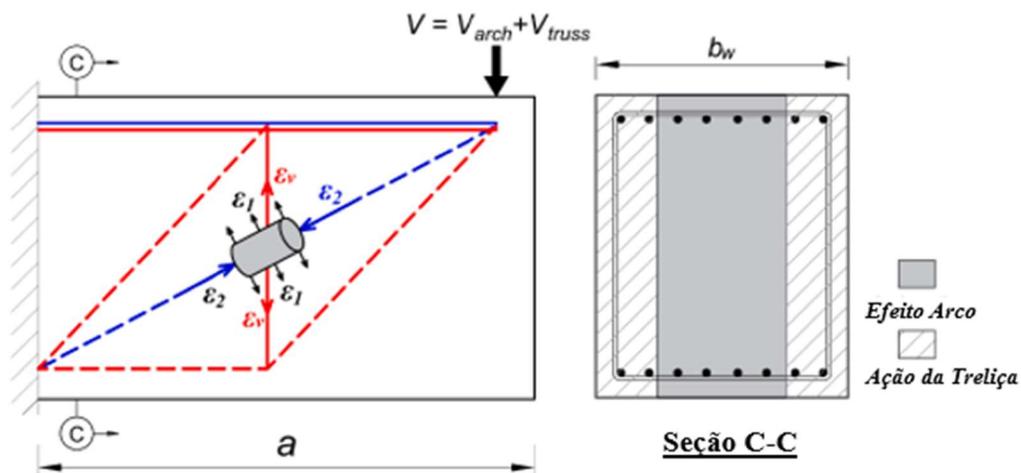
**Fonte: Adaptado de Al-Bayati (2023)**

### 3.8. Modelo de Lee e Mander (2023)

No trabalho de Lee e Mander (2023) é introduzido um modelo denominado *Truss-Arch Model Unified* (TAMU), desenvolvido para vigas de concreto armado com reforço transversal. O TAMU é uma derivação do Método de Bielas e Tirantes com Compatibilidade (*Compatibility Strut-and-Tie Method - C-STM*), um modelo não linear que incorpora equilíbrio, compatibilidade de deslocamentos e relações constitutivas dos materiais, proporcionando uma simulação do comportamento de vigas de concreto armado sujeitas a condições críticas de cisalhamento. O TAMU é apresentado como uma simplificação do C-STM, tornando a análise de vigas-parede mais prática com o uso de expressões analíticas, sendo incorporado ao modelo a redução da capacidade de carga do concreto devido à tensão principal transversal (*softening*).

A abordagem TAMU estabelece relações entre o efeito arco e pela analogia da treliça derivada das armaduras transversais e longitudinais. O efeito arco constitui um mecanismo de transferência de cisalhamento que resulta na formação de um padrão de forças arqueadas, atuando ao longo de um caminho de carga de compressão direta entre a carga aplicada e o ponto de apoio da estrutura. Como mencionado anteriormente, o modelo TAMU incorpora o efeito de amolecimento do concreto (*softening*) devido à deformação principal de tração, formulando uma solução explícita para o coeficiente de amolecimento do concreto. Ao determinar a resistência ao cisalhamento, a abordagem TAMU realiza uma análise limite, assumindo que a capacidade máxima do elemento é alcançada quando a biela comprimida atinge sua resistência máxima após o amolecimento do concreto. A Figura 17 ilustra esquematicamente a abordagem TAMU em uma viga em balanço.

Figura 17 - Ação da treliça e do efeito arco combinados.



Fonte: Adaptado de Lee e Mander (2023)

Com o intuito de simplificar a implementação do modelo TAMU, Lee e Mander (2023) elaboraram um algoritmo fornecendo os procedimentos essenciais para avaliação da resistência última ao cisalhamento.

Primeiramente, determina-se as forças de cisalhamento máximas resistidas pelo efeito arco ( $V_{arch}$ ) e pela treliça isostática idealizada ( $V_{truss}$ ), com o cálculo subsequente do parâmetro  $\eta$ :

$$V_{arch} = f_{yl}A_L \tan \alpha = \rho_l f_{yl} b_w d \tan \alpha, \quad (3.25)$$

$$V_{truss} = f_{yw} A_v \frac{a}{S} = \rho_t f_{yw} b_w d \cot \alpha, \quad (3.26)$$

$$\eta = \frac{V_{arch}}{V_{arch} + V_{truss}} = \frac{\rho_l f_{yl}}{\rho_l f_{yl} + \rho_t f_{yw} \cot^2 \alpha}, \quad (3.27)$$

nas quais:

$\alpha$  – ângulo diagonal formado entre o apoio e o ponto de aplicação da carga, onde  $\cot \alpha = a/d$ ;

$A_L$  – área das armaduras longitudinais;

$A_v$  – área de um tramo do estribo.

Em seguida, realiza-se o cálculo do fator de distribuição de força ( $\mu$ ) da seguinte maneira:

$$\mu = \frac{\delta_{truss}}{\delta_{arch} + \delta_{truss}} = \frac{\psi_{truss}}{\psi_{arch} + \psi_{truss}}, \quad (3.28)$$

$$\psi_{arch} = \frac{\cot^2 \alpha}{\rho_l n} + \frac{8}{3 \sin^2 \alpha} \left( 1 + \cot^2 \alpha \frac{\rho_t f_{yw}}{\rho_l f_{yl}} \right), \quad (3.29)$$

$$\psi_{truss} = \cot^2 \alpha \left( \frac{5k + \rho_l n}{8k \rho_l n} \right) + \frac{\tan^2 \alpha}{\rho_t n} + \frac{\sqrt{8 + 16 \tan^2 \beta}}{\sin^3 \beta \cot \alpha} \left( \frac{\rho_l f_{yl}}{\rho_t f_{yw}} \tan^2 \alpha + 1 \right), \quad (3.30)$$

$$k = \sqrt{(\rho_l + \rho_l')^2 n^2 + 2 \left( \rho_l + \left( \frac{d'}{d} \right) \rho_l' \right) n - (\rho_l + \rho_l') n}, \quad (3.31)$$

onde:

$\delta_{truss}$  – deslocamento da treliça causado por uma carga unitária;

$\delta_{arc}$  – deslocamento na diagonal comprimida causado por uma carga unitária;

$\psi_{truss}$  – coeficiente de flexibilidade para o deslocamento da treliça;

$\psi_{arch}$  – coeficiente de flexibilidade para o deslocamento da diagonal comprimida;

$n$  – razão modular entre o aço e o concreto;

$k$  – coeficiente da zona de compressão elástica;

$\rho_l'$  – taxa de armadura longitudinal comprimida;

$d'$  – distância entre o centroide das armaduras de compressão e a fibra mais comprimida da seção.

Posteriormente, calcula-se a razão entre a deformação principal longitudinal e transversal ( $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ ):

$$\left[ \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right] = \tan^2 \alpha \left( 1 + (\sec^2 \alpha) \left( \frac{\rho_l f_{yl}}{\rho_l f_{yl} + \rho_t f_{yw} \cot^2 \alpha} \right) \left( \frac{\psi_{arch}}{\psi_{truss}} \right) \left( \frac{0,375}{\rho_t n} \right) \right), \quad (3.32)$$

Após isso, determina-se o coeficiente de amolecimento do concreto ( $\zeta$ ):

$$\zeta = \frac{1}{1 + 0,25|\varepsilon_1/\varepsilon_2|}, \quad (3.33)$$

Finalmente, é determinada a capacidade máxima da biela comprimida do elemento em análise ( $V_n^{arch}$ ), considerando o amolecimento do concreto:

$$V_n^{arch} = \frac{3}{8} \frac{\zeta \beta_1 f_c' b_w d}{\left( 1 + \frac{\rho_t f_{yw}}{\rho_l f_{yl}} \cot^2 \alpha \right)} \tan \alpha \left( 1 + \frac{\psi_{arch}}{\psi_{truss}} \right), \quad (3.34)$$

sendo:

$f_c'$  – resistência característica do concreto à compressão;

$\beta_1$  – profundidade equivalente à zona de compressão com tensão uniforme.

Seguindo os passos mencionados acima, calcula-se a capacidade máxima de carga suportada pela biela comprimida do elemento. É importante destacar que a análise limite empregada pela abordagem TAMU possibilita uma avaliação eficaz de vigas que falham por cisalhamento antes que as armaduras atinjam o processo de escoamento.

## 4. PRESCRIÇÕES DE NORMAS E CÓDIGOS

Neste capítulo, serão apresentadas as expressões e diretrizes dos principais códigos e normas aplicáveis a estruturas de concreto, com foco no dimensionamento de elementos sujeitos a tensões de cisalhamento. Além disso, serão detalhados os métodos e diretrizes adotados por essas referências técnicas para a análise e verificação de elementos com seção transversal circular, seja ela cheia ou vazada, utilizando estribos circulares ou em espiral.

### 4.1. Prescrições da NBR 6118:2023

A NBR 6118 (2023) abrange diversos aspectos do dimensionamento estrutural. No entanto, o dimensionamento de elementos com seção circular cheia ou vazada para cisalhamento não é abordado em seu escopo, exigindo a consulta a outras normas e referências técnicas para esse tipo de seção. A norma utiliza dois modelos de cálculo para estimar a resistência ao cisalhamento unidirecional de elementos de concreto armado, denominados Modelos de Cálculo I e II, ambos baseados na analogia de treliça com banzos paralelos. O Modelo de Cálculo I adota a treliça clássica de Ritter-Mörsch, com um ângulo de biela de compressão ( $\theta$ ) constante e igual a 45°. Já o Modelo de Cálculo II considera a treliça generalizada, permitindo ao projetista escolher um ângulo entre 30° e 45°. Além disso, ambos os modelos possibilitam a adoção de um ângulo entre 45° e 90° para a inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal ( $\alpha$ ).

Ainda de acordo com a NBR 6118 (2023), para uma determinada seção transversal, os elementos estruturais devem ser dimensionados de modo a garantir que a força cortante resistente de cálculo ( $V_{Rd}$ ) seja maior ou igual à força cortante solicitante de cálculo. Nesse sentido, é necessário verificar simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (4.1)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_C + V_{SW} \quad (4.2)$$

nas quais:

$V_{Sd}$  – força cortante solicitante de cálculo, na seção;

$V_{Rd2}$  – força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{Rd3}$  – força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal;

$V_C$  – parcela da força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao da treliça;

$V_{SW}$  – parcela da força cortante resistida pela armadura transversal.

#### 4.1.1. Modelo de cálculo I

Como citado anteriormente, a NBR 6118 (2023) adota uma abordagem simplificada para a estimativa da resistência ao cisalhamento, fixando o ângulo da biela de compressão ( $\theta$ ) em  $45^\circ$ . O modelo é aplicado para vigas com seções transversais retangulares, onde a relação entre a altura e a largura da seção é maior ou igual a 2. Adicionalmente, o modelo pressupõe que a parcela complementar  $V_C$  possui um valor constante, independente da força cortante solicitante  $V_{Sd}$ .

No que se refere ao Modelo de Cálculo I, a resistência da peça é assegurada pela verificação da compressão diagonal no concreto, através da expressão:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{V2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) \quad (4.3)$$

nas quais:

$\alpha_{V2}$  – coeficiente adimensional, que representa o índice de fragilidade do concreto, sendo:

$\alpha_{V2} = (1 - f_{ck}/250)$ , com o  $f_{ck}$  expresso em megapascal (MPa);

$f_{ck}$  – resistência característica do concreto à compressão;

$f_{cd}$  – resistência à compressão de cálculo do concreto, dado por:  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ , sendo  $\gamma_c$  o coeficiente de minoração da resistência do concreto;

$b_w$  – menor largura da seção transversal;

$d$  – altura útil da seção transversal;

$\alpha$  – inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal.

Considerando a inclinação dos estribos igual a  $90^\circ$ , a Equação 3.3 fica:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{V2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (4.4)$$

A determinação da área das barras da armadura transversal é deduzida a partir do modelo clássico de treliça. A parcela da força cortante resistida pela armadura transversal é dada por:

$$V_{SW} = \frac{A_{SW}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (4.5)$$

em que:

$A_{SW}$  – área da armadura transversal;

$s$  – espaçamento entre os estribos;

$f_{ywd}$  – tensão na armadura transversal, onde essa tensão deve ser limitada a  $f_{yd}$  no caso de estribos e a 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se considerando, para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa.

Com relação à parcela da força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao de treliça ( $V_C$ ), seu valor depende do tipo de esforço que o elemento está solicitado:

- d)  $V_C = 0$  para elementos tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção.
- e)  $V_C = V_{C0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$  para elementos submetidos à flexão simples e flexo-tração com linha neutra cortando a seção.
- f)  $V_C = V_{C0} \cdot \left(1 + \frac{M_0}{M_{d,máx}}\right) \leq 2 \cdot V_{C0}$  para os elementos submetidos à flexocompressão.

nas quais:

$f_{ctd}$  – resistência de cálculo do concreto à tração direta, dada por:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} = \frac{0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} \quad (4.6)$$

$V_{C0}$  – resistência à força cortante de uma viga sem estribos;

$M_0$  – valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por  $M_{d,máx}$ ), provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com  $V_{Sd}$ , sendo essa tensão calculada com os valores  $\gamma_f$  e  $\gamma_p$  iguais a 1,0 e 0,9, respectivamente. Os momentos correspondentes a essas forças normais não devem ser considerados no cálculo dessa tensão, pois já são considerados em  $M_{Sd}$ . Devem ser considerados apenas momentos isostáticos de protensão;

$M_{d,máx}$  – momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise.

#### 4.1.2. Modelo de cálculo II

Este modelo de cálculo considera diagonais de compressão com inclinação arbitrada livremente no intervalo entre 30° e 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento e que a parcela de contribuição  $V_C$  é variável, dependendo do valor de  $V_{Sd}$ . Em outras palavras,  $V_C$  diminui à medida que  $V_{Sd}$  aumenta. Para valores de  $\theta$  inferiores a 45°, é adotada a chamada treliça generalizada.

No Modelo de Cálculo II, a resistência da peça é assegurada pela verificação da compressão diagonal no concreto, por meio da expressão:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{V2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin^2 \theta \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \quad (4.7)$$

Neste modelo, a força resistente ao cisalhamento proveniente das armaduras transversais é dada por:

$$V_{SW} = \frac{A_{SW}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (4.8)$$

Por conseguinte, a parcela  $V_C$  referente à parte da força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao de treliça é definida como:

- a)  $V_C = 0$  para elementos tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção.
- b)  $V_C = V_{C1}$  para elementos submetidos à flexão simples e flexo-tração com linha neutra cortando a seção.
- c)  $V_C = V_{C1} \cdot \left(1 + \frac{M_0}{M_{d,máx}}\right) \leq 2 \cdot V_{C1}$  para os elementos submetidos à flexocompressão.

Para determinação de  $V_C$  em função de  $V_{C1}$  é utilizada a seguinte lei de variação:

$$V_{C1} = \begin{cases} V_{C0} & \rightarrow V_{Sd} \leq V_{C0} \\ 0 & \rightarrow V_{Sd} = V_{Rd2} \end{cases} \quad (4.9)$$

Interpola-se linearmente quando  $V_{Sd}$  for maior que  $V_{C0}$ :

$$V_{C1} = V_{C0} \cdot \frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{C0}} \quad (4.10)$$

## 4.2. Prescrições de normas e códigos internacionais

### 4.2.1. AASHTO LRFD 2020

O AASHTO LRFD (2020) é um conjunto de diretrizes para projetos de pontes e viadutos utilizado nos Estados Unidos e em outros países, adotando uma abordagem probabilística para a determinação das cargas e condições externas. Em sua formulação, o AASHTO LRFD (2020) emprega um modelo simplificado da Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT) para o cisalhamento, eliminando a necessidade de um processo iterativo para a determinação dos parâmetros  $\beta$  e  $\theta$ , através de equações algébricas. A norma aborda o procedimento para o dimensionamento de seções circulares em seu conteúdo, o qual será detalhado a seguir.

Inicialmente, para a determinação da resistência ao cisalhamento nominal ( $V_n$ ), deve-se escolher o menor valor entre a Equação 4.11 e a Equação 4.12:

$$V_n = V_c + V_s + V_p \quad (4.11)$$

$$V_n = 0,25 \cdot f_c' \cdot b_v \cdot d_v + V_p \quad (4.12)$$

em que:

$f_c'$  – resistência característica do concreto à compressão;

$b_v$  – largura efetiva da alma, sendo considerado igual ao diâmetro para seções circulares;

$V_p$  – componente na direção da força cortante devido à protensão, definido como:

$$V_p = N_p \cdot \sin \alpha \quad (4.13)$$

$d_v$  – profundidade de cisalhamento efetiva (distância entre a força de compressão e de tração), podendo ser definida como o maior valor entre  $0,9 \cdot d_e$  e  $0,72 \cdot h$  em seções retangulares. Para seções circulares, o valor de  $d_v$  pode ser definido por meio da Equação 4.14 ou como igual a  $0,9 \cdot d_e$ , sendo  $d_e$  definido pela Equação 4.15:

$$d_v = \frac{M_n}{A_v \cdot f_y + A_{ps} \cdot f_{ps}} \quad (4.14)$$

$$d_e = \frac{D}{2} + \frac{D_r}{\pi} \quad (4.15)$$

nas quais:

$M_n$  – resistência à flexão nominal sem levar em conta os efeitos do carregamento axial;

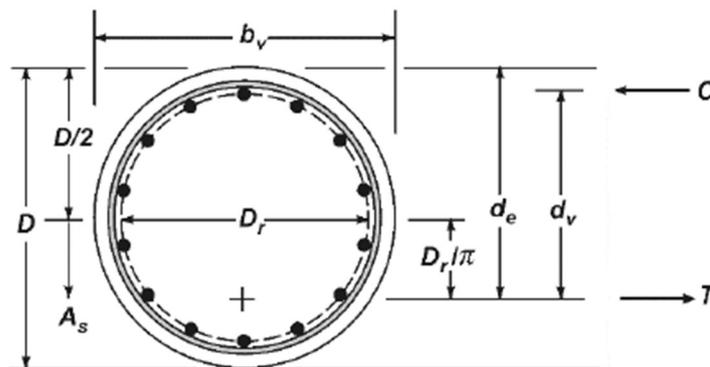
$A_{ps}$  – área da armadura ativa na região de tração devido à flexão (caso presente);

$f_{ps}$  – tensão média atuante na armadura ativa no momento em que a barra é solicitada à sua resistência nominal;

$D$  – diâmetro externo da seção circular;

$D_r$  – diâmetro do círculo passando através dos centros da armadura longitudinal.

**Figura 18 - Ilustração dos termos  $b_v$ ,  $d_v$  e  $d_e$ .**



**Fonte: AASHTO LRFD (2020)**

A parcela da resistência ao cisalhamento resistida pelo concreto é definida de acordo com a expressão:

$$V_c = 0,0316 \cdot \beta \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot d_v \quad (4.16)$$

sendo:

$\beta$  – fator que indica a capacidade das fissuras inclinadas de transmitir os esforços de tração;

$\lambda$  – fator de modificação da densidade do concreto, sendo  $\lambda = 1$  para concretos convencionais;

Por conseguinte, a parcela da resistência ao cisalhamento referente à armadura transversal ( $V_s$ ) é dada pela equação a seguir:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yw} \cdot d_v \cdot \cot \theta}{s} \cdot \lambda_{duct} \quad (4.17)$$

$\lambda_{duct}$  – fator de redução da resistência ao cisalhamento devido à presença de armaduras ativas na seção transversal, definido pela expressão:

$$\lambda_{duct} = 1 - \delta \cdot \left( \frac{\phi_{duct}}{b_w} \right)^2 \quad (4.18)$$

nas quais:

$\delta$  – fator de correção do diâmetro da armadura ativa;

$\phi_{duct}$  – diâmetro da armadura ativa.

Para determinação dos parâmetros de resistência  $\beta$  e  $\theta$ , a norma AASHTO LRFD (2020) estabelece dois métodos. O primeiro método é direcionado para seções sem protensão, sendo uma abordagem mais simplificada. Já o segundo método é mais abrangente, sendo aplicável a casos gerais, como membros com ou sem armadura transversal, protendidos ou não, além de elementos com ou sem carregamento axial.

Portanto, na dissertação, será empregada a segunda metodologia, na qual o ângulo da biela comprimida é determinado pela Equação 4.19 e o fator  $\beta$  varia conforme a quantidade de armadura transversal.

$$\theta = 29 + 3500 \cdot \varepsilon_s \quad (4.19)$$

sendo:

$\varepsilon_s$  – deformação específica devido à tensão de tração atuante no centroide da armadura longitudinal, definido pela expressão:

$$\varepsilon_s = \frac{\left( \frac{|M_u|}{d_v} + 0,5 \cdot N_u + |V_u - V_p| - A_{ps} \cdot f_{p0} \right)}{E_s \cdot A_s + E_p \cdot A_{ps}} \quad (4.20)$$

onde:

$|M_u|$  – valor absoluto do momento fletor solicitante na seção transversal, devendo ser maior que  $|V_u - V_p| \cdot d_v$ ;

$N_u$  – esforço axial solicitante na seção transversal (positivo para compressão e negativo para tração);

$V_u$  – esforço cortante solicitante na seção transversal;

$f_{p0}$  – parâmetro de valor igual a  $0,7 \cdot f_{pu}$  para níveis de protensão usuais, sendo  $f_{pu}$  a resistência à tração da armadura ativa;

$E_p$  – módulo de elasticidade da armadura ativa (caso presente).

Para elementos que possuem pelo menos a armadura transversal mínima estabelecida pela norma (Equação 4.24), o fator  $\beta$  é definido conforme a Equação 4.21:

$$\beta = \frac{4,8}{(1 + 750 \cdot \varepsilon_s)} \quad (4.21)$$

No entanto, para elementos com uma quantidade de armadura transversal menor que a armadura mínima, a norma determina a adoção da Equação 4.22 para o cálculo do fator  $\beta$ :

$$\beta = \frac{4,8}{(1 + 750 \cdot \varepsilon_s)} \cdot \frac{51}{(39 + s_{xe})} \quad (4.22)$$

em que:

$s_{xe}$  – parâmetro para o espaçamento entre fissuras que depende do tamanho do agregado ( $304,8mm \leq s_{xe} \leq 2032mm$ ), definido por:

$$s_{xe} = s_x \cdot \frac{1,38}{(a_g + 0,63)} \quad (4.23)$$

onde:

$a_g$  – tamanho máximo do agregado;

$s_x$  – parâmetro de espaçamento entre fissuras, sendo ele menor do que  $d_v$  ou a maior distância entre camadas de armação longitudinal para controle de fissuras (onde a área de aço em cada camada não é menor do que  $0,003 \cdot b_v \cdot s_x$ ).

Por fim, o valor mínimo da armadura transversal para elementos sem protensão é estabelecido através da expressão:

$$A_{sw,min} \geq 0,0316 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_v \cdot s}{f_y} \quad (4.24)$$

#### 4.2.2. CSA A23.3:2019

A CSA A23.3 (2019) é a norma canadense que orienta o desenvolvimento de projetos e a construção de estruturas de concreto. No capítulo 11 da norma, são delineados os procedimentos para o dimensionamento de elementos de concreto armado, abrangendo tanto o esforço de cisalhamento quanto o de torção. Similar ao AASHTO LRFD (2020), a norma canadense emprega um modelo simplificado da Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT) para o dimensionamento ao cisalhamento. No contexto de elementos com seção transversal circular, o tópico 11.2.10.3 recomenda a adoção de  $b_w = D$ .

Para a determinação da resistência ao cisalhamento de cálculo ( $V_d$ ), é necessário utilizar o menor valor calculado entre as expressões abaixo:

$$V_d = V_c + V_s + V_p \quad (4.25)$$

$$V_{d,máx} = 0,25 \cdot f_c' \cdot b_w \cdot d_v + V_p \quad (4.26)$$

onde:

$V_p$  – componente na direção da força cortante devido à protensão, definido como:

$$V_p = N_p \cdot \sin \alpha \quad (4.27)$$

$f_c'$  – resistência característica do concreto à compressão;

$d_v$  – altura efetiva de cisalhamento, sendo o maior valor entre  $0,9 \cdot d$  e  $0,72 \cdot h$ .

O valor da parcela da resistência ao cisalhamento resistida pelo concreto é determinado de acordo com a equação a seguir:

$$V_c = \beta \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c' \cdot b_w \cdot d_v} \quad (4.28)$$

sendo:

$\lambda$  é um fator de modificação da densidade do concreto, sendo  $\lambda = 1$  para concretos convencionais.

Já a parcela da resistência ao cisalhamento referente à armadura transversal ( $V_s$ ) é dada pela equação:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yw} \cdot d_v \cdot \cot \theta}{s} \quad (4.29)$$

Além disso, a norma define o valor mínimo da armadura transversal por meio da seguinte expressão:

$$A_{sw,min} \geq 0,06 \cdot \sqrt{f_c'} \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_{yw}} \quad (4.30)$$

No que diz respeito à determinação dos parâmetros de resistência  $\beta$  e  $\theta$ , a norma CSA A23.3 (2019) apresenta duas metodologias: uma simplificada e outra mais abrangente. Contudo, na dissertação, optou-se pelo método geral devido à sua aplicabilidade em casos mais genéricos. Nesse método, o fator  $\beta$  é definido pela Equação 4.33 e o ângulo da biela comprimida ( $\theta$ ) é determinado pela expressão abaixo:

$$\theta = 29 + 7000 \cdot \varepsilon_x \quad (4.31)$$

sendo:

$\varepsilon_x$  - deformação específica devido à tensão de tração atuante no centroide da armadura longitudinal ( $0 \leq \varepsilon_x \leq 3 \cdot 10^{-3}$ ), definida pela expressão:

$$\varepsilon_x = \frac{\left(\frac{M_u}{d_v} + 0,5 \cdot N_u + V_u - V_p - A_{ps} \cdot f_{p0}\right)}{2 \cdot (E_s \cdot A_s + E_p \cdot A_{ps})} \quad (4.32)$$

Para o método geral, o cálculo do fator  $\beta$  é estabelecido conforme a equação a seguir:

$$\beta = \frac{0,4}{(1 + 1500 \cdot \varepsilon_x)} \cdot \frac{1300}{(1000 + s_{ze})} \quad (4.33)$$

em que:

$s_{ze}$  - parâmetro para o espaçamento entre fissuras que depende do tamanho do agregado, definido por:

$$s_{ze} = \begin{cases} 300 \text{ mm} & \rightarrow A_s \geq A_{s,min} \\ \frac{35 \cdot S_x}{15 + a_g} & \rightarrow \text{outros casos} \end{cases} \quad (4.34)$$

onde:

$a_g$  - tamanho máximo do agregado;

$S_x$  - parâmetro de espaçamento entre fissuras.

#### 4.2.3. ACI 318:2019

A norma técnica utilizada nos Estados Unidos para o dimensionamento de concreto armado é a ACI 318 (2019), publicada pelo *American Concrete Institute*. No tópico 22.5, são apresentadas as diretrizes para o dimensionamento de elementos estruturais submetidos a

esforços cortantes. Entre as alterações propostas pela nova norma em relação ao dimensionamento para cisalhamento, destaca-se a inclusão dos efeitos relacionados à taxa de armadura longitudinal e ao tamanho da viga (*size effect*) nas expressões para esforços cortantes. O modelo de cálculo adotado pela norma americana é fundamentado na analogia da treliça clássica, com um ângulo fixo de 45° para as bielas comprimidas.

No que diz respeito ao dimensionamento de seções circulares, a ACI 318 (2019) prescreve a utilização da altura útil ( $d$ ) igual  $0,8 \cdot D$ . Outra recomendação normativa é a consideração da menor largura da seção transversal como igual ao diâmetro da seção circular ( $b_w = D$ ). Além disso, a norma estabelece que, para seções circulares vazadas, pode ser adotada a largura da seção transversal como duas vezes a espessura da peça ( $b_w = 2 \cdot t$ ).

No cálculo da resistência ao cisalhamento unidirecional, a ACI 318 (2019) estipula que a capacidade de resistência do elemento estrutural é expressa pela equação:

$$V_n = V_C + V_S \quad (4.35)$$

nas quais:

$V_C$  – parcela da resistência ao cisalhamento resistida pelo concreto;

$V_S$  – parcela da resistência ao cisalhamento resistida pela armadura transversal.

Para elementos estruturais não protendidos, a norma americana apresenta as seguintes equações:

$$V_C = \text{Qualquer uma} \begin{cases} \left[ 0,17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} + \frac{N_u}{6 \cdot A_g} \right] \cdot b_w \cdot d \\ \left[ 0,66 \cdot \lambda \cdot (\rho_w)^{1/3} \cdot \sqrt{f_c'} + \frac{N_u}{6 \cdot A_g} \right] \cdot b_w \cdot d \end{cases} \quad (4.36)$$

$$V_C = \left[ 0,66 \cdot \lambda_S \cdot \lambda \cdot (\rho_w)^{1/3} \cdot \sqrt{f_c'} + \frac{N_u}{6 \cdot A_g} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (4.37)$$

em que:

$f_c'$  – resistência característica do concreto à compressão;

$\lambda$  – fator de redução para concretos leves, cujo valor é unitário para concretos normais;

$\lambda_S$  – fator de redução relacionado à altura do elemento estrutural, dado por:

$$\lambda_S = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot d}} \leq 1 \quad (4.38)$$

$A_g$  – área bruta da seção transversal de concreto;

$\rho_w$  – taxa de armadura da seção longitudinal -  $\frac{A_s}{b_w \cdot d}$ ;

$N_u$  – esforço axial atuante na seção transversal (positivo para compressão e negativo para tração).

Caso a área de armadura transversal seja maior ou igual à área mínima ( $A_s \geq A_{s,min}$ ), as opções da Equação 4.36 podem ser aplicadas; no entanto, caso contrário, a Equação 4.37 deve ser utilizada. Segundo a norma, o valor de  $\sqrt{f_c'}$  não deve exceder 8,3 MPa. Além disso, a ACI 318 (2019) estabelece um intervalo de  $0 \leq V_c \leq 0,42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot d$  para os valores da parcela da resistência ao cisalhamento resistida pelo concreto.

Ademais, no item 22.5.5.1.2 a norma estabelece que  $N_u/6 \cdot A_g$  não deve ser maior do que  $0,05 \cdot \sqrt{f_c'}$ .

A contribuição da resistência ao cisalhamento fornecida pela armadura transversal ( $V_s$ ) é calculada utilizando o modelo de treliça clássica, conforme expresso na Equação 4.39:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yw} \cdot d}{s} \quad (4.39)$$

nas quais:

$s$  – passo da espiral ou o espaçamento entre os estribos;

$A_v$  – área de armadura transversal;

$f_{yw}$  – resistência ao escoamento da armadura transversal.

Por fim, a armadura transversal mínima adotada pela ACI 318 (2019) é dada pela equação:

$$\frac{A_{v,min}}{s} = \text{Maior entre} \begin{cases} 0,062 \cdot \sqrt{f_c'} \cdot \frac{b_w}{f_{yw}} \\ 0,35 \cdot \frac{b_w}{f_{yw}} \end{cases} \quad (4.40)$$

#### 4.2.4. FIB Model Code 2010

O FIB Model Code (2010), elaborado pela Federação Internacional do Concreto, é um código de referência que fornece diretrizes para o projeto, construção e manutenção de estruturas de concreto. No contexto do dimensionamento para cisalhamento, o código estabelece quatro níveis de aproximação para determinar a parcela resistente atribuída ao concreto ( $V_{Rd,c}$ ) e à armadura transversal ( $V_{Rd,s}$ ). Esses níveis variam em complexidade e

precisão dos resultados. Para atender aos objetivos deste trabalho, optou-se pelo nível de aproximação III, que utiliza a Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT) nas equações para o esforço cortante.

A resistência ao esforço cortante está sujeita a um valor máximo, conforme estabelecido pela Equação 4.41. Essa restrição é imposta para evitar a falha do concreto devido ao esmagamento da biela comprimida. Conforme preconizado pelo código, o braço de alavanca pode ser considerado como  $0,9d$ .

$$V_{Rd,max}(\theta_{min}) = k_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (4.41)$$

na qual:

$f_{ck}$  – resistência característica do concreto à compressão;

$k_c$  – fator de redução da resistência do concreto, dado por:

$$k_c = k_\varepsilon \cdot \eta_{fc} \quad (4.42)$$

em que:

$$k_\varepsilon = \frac{1}{1,2 + 55 \cdot \varepsilon_1} \leq 0,65 \quad (4.43)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x + 0,002) \cdot \cot^2 \theta \quad (4.44)$$

$$\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} \quad (4.45)$$

A deformação específica na metade da altura útil ( $\varepsilon_x$ ) é calculada conforme a Equação 4.46, sendo estabelecido um intervalo de  $0 \leq \varepsilon_x \leq 0,003$  para essa deformação:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2 \cdot E_s \cdot A_s} \cdot \left( \frac{M_{Sd}}{z} + V_{Sd} + N_{Sd} \cdot \left( \frac{1}{2} \mp \frac{\Delta e}{z} \right) \right) \quad (4.46)$$

sendo:

$M_{Sd}$  – momento fletor solicitante de cálculo;

$V_{Sd}$  – esforço cortante solicitante de cálculo;

$N_{Sd}$  – esforço normal solicitante de cálculo;

$E_s$  – módulo de elasticidade da armadura passiva;

O ângulo mínimo da biela comprimida ( $\theta_{min}$ ) é obtido por meio da equação:

$$\theta_{min} = 20^\circ + 10000 \cdot \varepsilon_x \quad (4.47)$$

As contribuições específicas para a resistência ao cisalhamento, provenientes do concreto e da armadura transversal, são determinadas pelas Equações 4.49 e 4.48, respectivamente.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (4.48)$$

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \quad (4.49)$$

O coeficiente  $k_v$  refere-se à capacidade das fissuras inclinadas em transmitir esforços de tração atuantes no concreto, definido por meio da equação abaixo:

$$k_v = \frac{0,4}{1 + 1500 \cdot \varepsilon_x} \cdot \left( 1 - \frac{V_{Sd}}{V_{Rd,max}(\theta_{min})} \right) \geq 0 \quad (4.50)$$

#### 4.2.5. EN 1992-1-2:2004 - EUROCODE 2

O EUROCODE 2 (2004) representa o código unificado para o dimensionamento estrutural na União Europeia. O modelo de cálculo apresentado no documento fundamenta-se na analogia da treliça generalizada, caracterizada pela variabilidade do ângulo de inclinação da biela comprimida ( $\theta$ ). As formulações da norma incorporam considerações sobre o efeito degradante das elevadas tensões de compressão presentes nas peças estruturais na avaliação da resistência ao cisalhamento, introduzindo o coeficiente  $\alpha_{cw}$ .

Apesar da norma técnica europeia não fornecer orientações específicas para o dimensionamento ao cisalhamento de seções circulares cheias ou vazadas, sua formulação será discutida devido à sua importância prática. No EUROCODE 2 (2004), o método de dimensionamento para o esforço cortante é apresentado no capítulo 6.2, contendo os seguintes critérios:

- a) Caso o esforço cortante solicitante seja menor ou igual à resistência ao cisalhamento sem armadura transversal ( $V_{Sd} \leq V_{Rd,c}$ ), não é necessário o cálculo da armadura transversal;
- b) Caso o esforço cortante solicitante seja maior que resistência ao cisalhamento sem armadura transversal ( $V_{Sd} > V_{Rd,c}$ ), deve ser calculada uma armadura transversal tal que  $V_{Sd} \leq V_{Rd}$ .

Para os elementos sem a necessidade de armadura transversal, a resistência ao cisalhamento  $V_{Rd,c}$  é obtida pelo maior valor entre as equações a seguir:

$$V_{Rd,c} = \left[ \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (4.51)$$

e

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (4.52)$$

sendo:

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (4.53)$$

$k$  – fator de escala igual à:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \text{ com } d \text{ em mm} \quad (4.54)$$

$\rho_l$  – taxa de armadura longitudinal:

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (4.55)$$

$\sigma_{cp}$  – tensão axial atuante na seção transversal devido ao carregamento ou protensão:

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} \leq 0,2 \cdot f_{cd} \quad (4.56)$$

$A_{sl}$  – área da armadura de tração que se prolonga, no mínimo, o comprimento de ancoragem ( $l_{bd}$ ) mais a altura útil ( $d$ ) além da seção considerada.

Além disso, deve ser atendida a seguinte condição para esforço cortante solicitante de elementos sem armadura transversal:

$$V_{sd} \leq 0,5 \cdot b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd} \quad (4.57)$$

na qual:

$$v \text{ – fator de redução da resistência do concreto fissurado: } v = 0,6 \cdot \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

Para elementos com armadura transversal, a norma desconsidera a contribuição do concreto para a resistência ao cisalhamento, igualando-a à resistência da armadura transversal. Além disso, o EUROCODE 2 (2004) considera usual utilizar um braço de alavanca  $z = 0,9 \cdot d$  para elementos sem esforço normal. O ângulo da biela comprimida ( $\theta$ ) é limitado no intervalo:  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$ . Portanto, para estribos verticais, a resistência ao cisalhamento  $V_{Rd}$  é determinada pelo menor valor entre as equações abaixo:

$$V_{Rd} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (4.58)$$

e

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(\cot \theta + \tan \theta)} \quad (4.59)$$

nas quais:

$v_1$  – fator de redução da resistência ao concreto fissurado, igual à 0,6 para  $f_{ck} \leq 60$  MPa e  $v_1 = 0,9 - \frac{f_{ck}}{200} > 0,5$  para  $f_{ck} > 60$  MPa;

$\alpha_{cw}$  – coeficiente que leva em consideração o estado de tensão no banzo comprimido, igual a 1 para elementos não comprimidos ou:

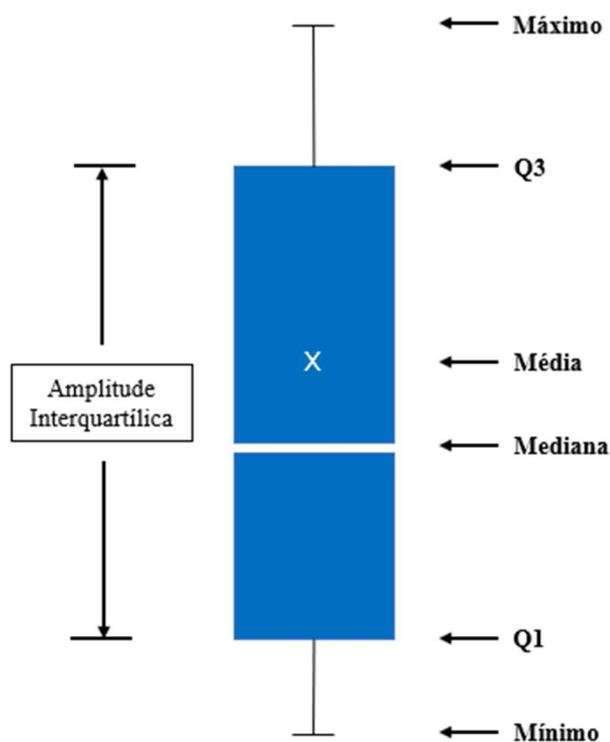
$$\alpha_{cw} = \begin{cases} \left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) & \rightarrow 0 \leq \sigma_{cd} \leq 0,25 \cdot f_{cd} \\ 1,25 & \rightarrow 0,25 \cdot f_{cd} \leq \sigma_{cd} \leq 0,5 \cdot f_{cd} \\ 2,5 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) & \rightarrow 0,5 \cdot f_{cd} \leq \sigma_{cd} \leq f_{cd} \end{cases} \quad (4.60)$$

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O capítulo em questão visa expor e analisar os resultados derivados do estudo comparativo entre modelos de projeto e teóricos selecionados para a avaliação da resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado com seção circular, tanto maciça quanto vazada. Inicialmente, são conduzidas análises dos dados experimentais obtidos a partir de estudos da literatura, com uma síntese das principais variáveis envolvidas no problema de cisalhamento. Posteriormente, os resultados são apresentados em termos da relação entre a força cortante experimental e a força cortante calculada pelos modelos ( $V_{exp}/V_{pred}$ ), utilizando diagrama de caixa e gráficos de radar, além de medidas estatísticas para determinar os resultados mais satisfatórios. Esta apresentação é segmentada entre os resultados provenientes de modelos de projeto e teóricos, além de uma distinção entre seções cheias e vazadas.

A partir de um diagrama de caixa é possível visualizar o primeiro (Q1) e o terceiro quartil (Q3) de uma amostra de dados ordenada, além de sua mediana (segundo quartil), a média da amostra, os seus *outliers* (dados que se diferenciam drasticamente dos outros) e os valores máximos e mínimos do conjunto. Um resumo dessa representação pode ser visualizado na figura a seguir.

**Figura 19 - Interpretação das estatísticas apresentadas em um diagrama de caixa.**



Fonte: Autor (2024)

## 5.1. Dados experimentais disponíveis na literatura

Para a condução das análises de desempenho dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento, realizou-se uma busca nos trabalhos disponíveis na literatura. O objetivo foi coletar uma quantidade significativa de dados experimentais relacionados à resistência aos esforços cortantes em elementos com seções transversais circulares cheias e vazadas. Esses elementos foram submetidos a esforços de flexão simples ou flexocompressão, sendo providos, ou não, de armaduras transversais circulares ou em espiral. A justificativa para essa busca reside na complexidade inerente à realização desses ensaios, sendo a condução de testes experimentais para obtenção de dados fora do escopo do presente trabalho.

Assim, procedeu-se uma extensa revisão bibliográfica de trabalhos que apresentam resultados experimentais envolvendo as características mencionadas. Observou-se uma escassez de dados em comparação com o vasto número de ensaios de cisalhamento realizados em elementos de seção retangular. Não obstante, foi viável reunir uma quantidade significativa de resultados experimentais, culminando na construção de um abrangente banco de dados composto por 291 elementos, fundamentado nos estudos conduzidos por Capon e De Cossio (1966), Nunes (1981), Arakawa et al. (1987), Ghee, Priestley e Paulay (1989), Regis (1990), Clarke e Birjandi (1993), Nelson (2000), Ruiz, Turmo e Ramos (2005), Jensen et al. (2010), Jensen e Hoang (2010), Völgyi, Windisch e Farkas (2014), Balakrishnan, Hussain e Menon (2016). No Apêndice C são disponibilizados os valores das variáveis principais dos ensaios correspondentes, servindo como *benchmark* para a avaliação do desempenho dos modelos.

No estudo conduzido por Capon e De Cossio (1966), foram selecionados sete espécimes com diâmetros variando entre 246 mm e 252 mm, todos submetidos à flexão simples e apresentando seção transversal cheia. Com relação aos experimentos da dissertação de Nunes (1981), foram escolhidos 8 espécimes, todos com seção circular cheia de diâmetro igual a 400 mm, submetidos à flexão simples e com estribos circulares. No trabalho de Arakawa et al. (1987), os dados selecionados incluíam 17 experimentos, todos com diâmetro de 275 mm, seção circular cheia e estribos circulares, sendo 15 submetidos a esforços de flexocompressão e 2 à flexão simples. No estudo de Ghee, Priestley e Paulay (1989), foram escolhidos todos os resultados do artigo, totalizando 25 elementos submetidos tanto à flexão simples quanto à flexocompressão, com seção circular cheia de 400 mm.

Da dissertação de Regis (1990) foram selecionados os resultados de quatro peças de concreto armado com seção circular vazada, diâmetro externo de 300 mm e diâmetro interno de 180 mm, solicitadas por esforços de flexão simples ou flexocompressão. Clarke e Birjandi

(1993) realizaram testes em 50 espécimes com três diâmetros diferentes (152 mm, 300 mm e 500 mm), todos solicitados por esforços de flexão simples ou flexocompressão, apresentando seção circular cheia.

No estudo de Nelson (2000), os quatro espécimes selecionados foram solicitados por flexocompressão, apresentando diâmetro igual a 508 mm. Os elementos de concreto ensaiados por Ruiz, Turmo e Ramos (2005) foram todos de seção circular vazada, submetidos à flexão simples, com diâmetro externo de 600 mm e interno de 400 mm. Todos os espécimes do trabalho de Jensen et al. (2010), de seção circular cheia e diâmetro de 250 mm, foram utilizados para a composição do banco de dados, sendo solicitados por flexão simples.

Quanto aos dados de Jensen e Hoang (2010), foram selecionados 52 espécimes submetidos a esforços de flexocompressão, com seção circular vazada, diâmetro externo de 300 mm e quatro diâmetros internos diferentes (180 mm, 210 mm, 220 mm e 225 mm). Völgyi, Windisch e Farkas (2014) conduziram ensaios em 45 espécimes submetidos à flexão simples ou flexocompressão, apresentando seções transversais vazadas, com diâmetro externo de 300 mm e diâmetro interno variando entre 120 mm e 190 mm. Neste estudo, estribos em espiral foram utilizados nos elementos de concreto armado. Por fim, os 30 espécimes ensaiados por Balakrishnan, Hussain e Menon (2016), todos solicitados por flexão simples, apresentavam seção circular cheia de 230 mm.

Para avaliar os modelos de resistência ao cisalhamento, os valores experimentais das resistências à compressão do concreto foram corrigidos. Em todos os casos, os autores utilizaram corpos de prova cilíndricos para obter a resistência média à compressão do concreto produzido para os ensaios. Sendo assim, foram utilizadas as equações abaixo para determinar o valor característico da resistência à compressão do concreto:

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,645 \cdot \sigma_c \quad (5.1)$$

$$f'_c = f_{cm} - 1,34 \cdot \sigma_c \quad (5.2)$$

nas quais:

$f_{ck}$  – resistência característica do concreto à compressão;

$f'_c$  – resistência característica do concreto à compressão;

$f_{cm}$  – resistência média do concreto à compressão;

$\sigma_c$  – desvio padrão da resistência do concreto à compressão.

Por se tratar de concretos produzidos em laboratório, adotou-se um desvio padrão ( $\sigma_c$ ) de 4 MPa, caracterizando uma condição A de preparo do concreto, conforme especificado no tópico 5.6.3 da NBR 12655 (2022).

### 5.1.1. Análise dos dados experimentais

Com o objetivo de simplificar a visualização dos dados experimentais, optou-se por representá-los graficamente através de histogramas, destacando os principais parâmetros relacionados aos elementos ensaiados. Foram desenvolvidos histogramas para o diâmetro externo da seção circular ( $D$ ), o diâmetro interno dos elementos vazados ( $D_o$ ), o espaçamento entre os estribos ( $s$ ), a resistência média do concreto à compressão ( $f_{cm}$ ), o esforço cortante de ruptura do experimento ( $V_{teste}$ ), a taxa de armadura longitudinal ( $\rho_l$ ) e a taxa de armadura transversal ( $\rho_t$ ), para a razão entre o vão de cisalhamento e a altura útil ( $a/d$ ) e o esforço axial ( $P$ ).

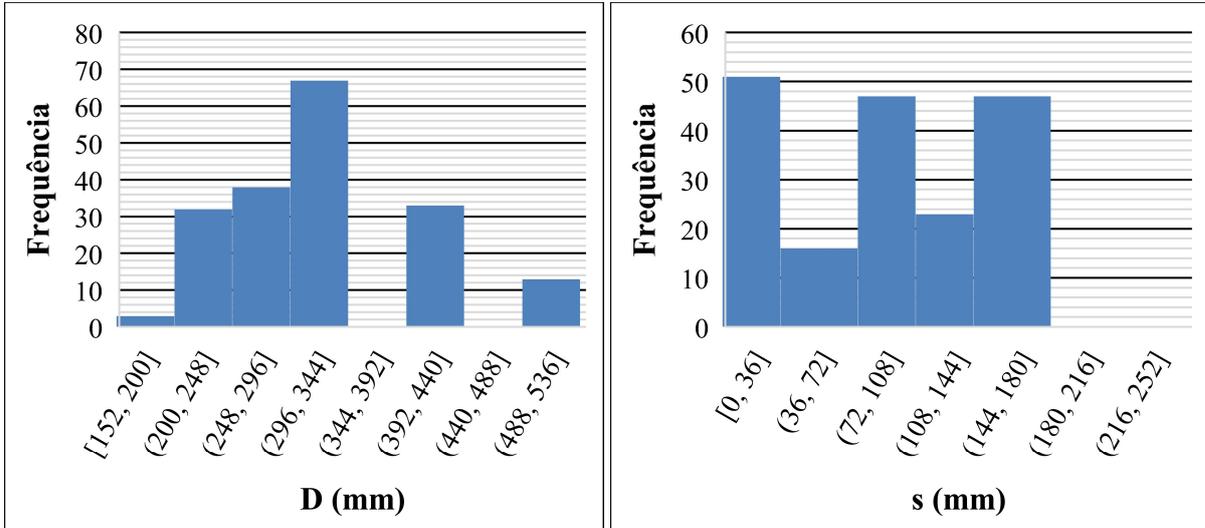
Para uma caracterização mais precisa dos dados, foram elaborados histogramas separados para os elementos com seção transversal circular cheia e vazada. A análise dos histogramas na Figura 20 revela que a maioria dos elementos de seção circular cheia contidos no banco de dados possui diâmetros entre 297 mm e 344 mm, representando dimensões em conformidade com os padrões usuais em estruturas de concreto armado. Em relação ao espaçamento entre os estribos, observa-se que grande parte dos ensaios foi conduzida sem armadura transversal, visando avaliar a contribuição do concreto para a resistência ao cisalhamento. Nos ensaios com armaduras transversais, predominaram espaçamentos entre 73 mm e 108 mm, ou entre 145 mm e 180 mm, valores comumente encontrados em estruturas de concreto armado.

Ainda sobre os elementos com seção circular cheia, constata-se, na Figura 21, que a maioria dos ensaios apresentou uma taxa de armadura longitudinal situada no intervalo entre 2,6% e 3,44%, além de uma baixa taxa de armadura transversal, entre 0% e 0,42%, uma vez que alguns estudos tinham o propósito de avaliar a contribuição do concreto para a resistência ao cisalhamento.

Ao analisar a Figura 22, observa-se que, na maior parte dos espécimes, foi utilizado concreto com resistência média à compressão convencional, variando entre 22,8 MPa e 37,1 MPa. Além disso, os espécimes apresentaram uma razão entre o vão de cisalhamento e a altura útil ( $a/d$ ) situada entre 0,96 e 5,26, caracterizando elementos com dimensões usuais.

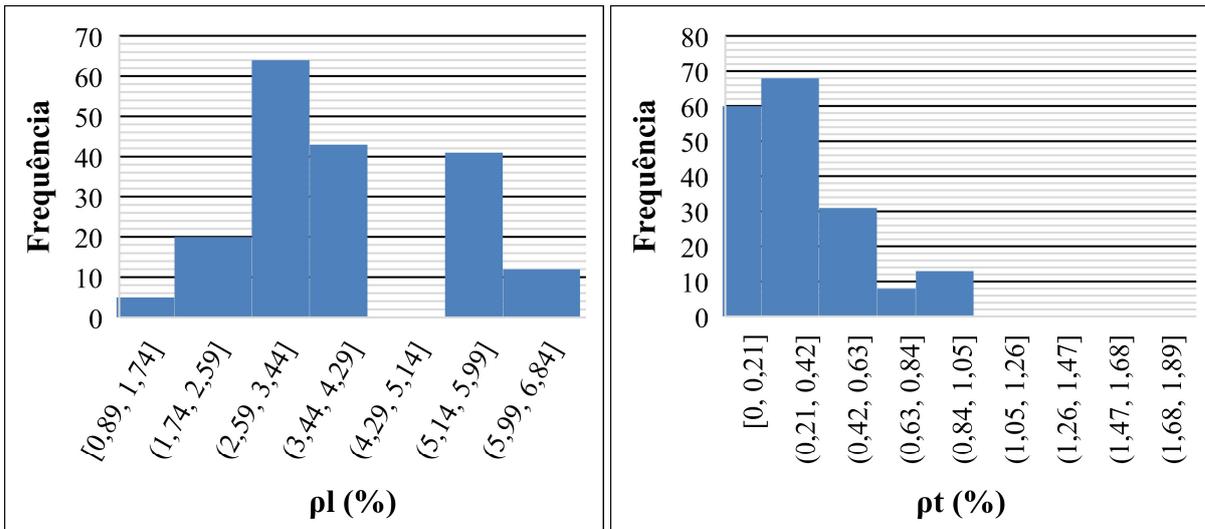
Finalmente, ao examinar a Figura 23, constata-se que a maioria dos elementos de seção circular cheia foi submetida a esforços axiais de baixa magnitude, embora alguns espécimes tenham sido solicitados por altas cargas de compressão. No que diz respeito às forças cortantes de ruptura dos ensaios, é possível constatar resultados dispersos no histograma, variando entre 38 kN e 566 kN, com a maioria dos valores concentrados no intervalo entre 104 kN e 236 kN.

**Figura 20 - Histogramas do diâmetro ( $D$ ) e do espaçamento entre estribos ( $s$ ) dos elementos de seção circular cheia.**



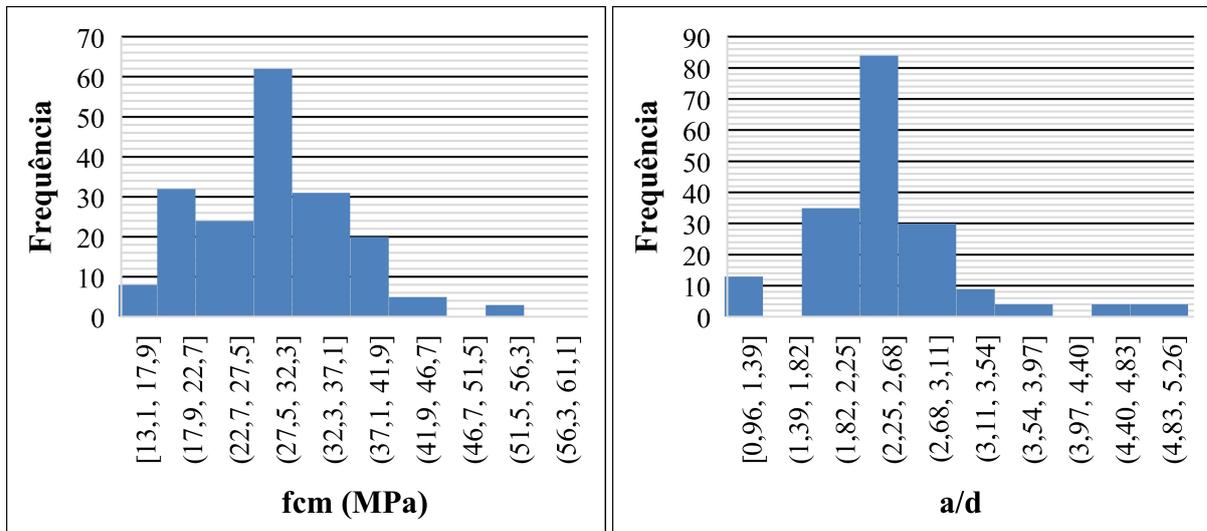
Fonte: Autor (2024)

**Figura 21 - Histogramas da taxa de armadura longitudinal ( $\rho_l$ ) e da taxa de armadura transversal ( $\rho_t$ ) dos elementos de seção circular cheia.**



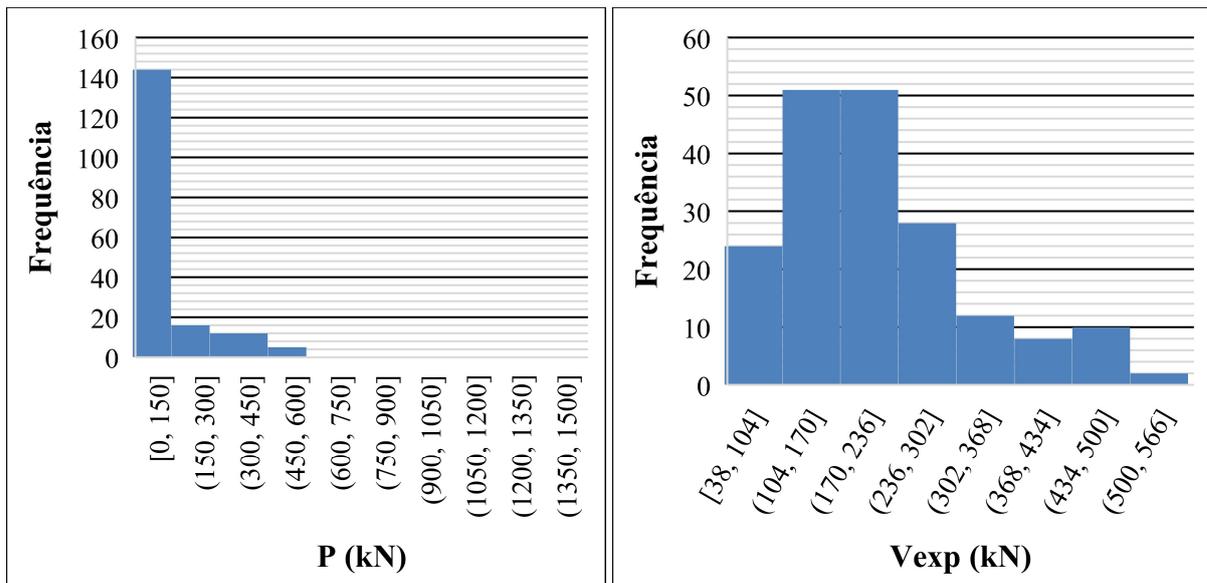
Fonte: Autor (2024)

**Figura 22 - Histogramas da resistência média do concreto à compressão ( $f_{cm}$ ) e da razão entre o vão de cisalhamento e a altura útil ( $a/d$ ) dos elementos de seção circular cheia.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 23 - Histogramas do esforço axial ( $P$ ) e da força cortante experimental ( $V_{exp}$ ) dos elementos de seção circular cheia.**

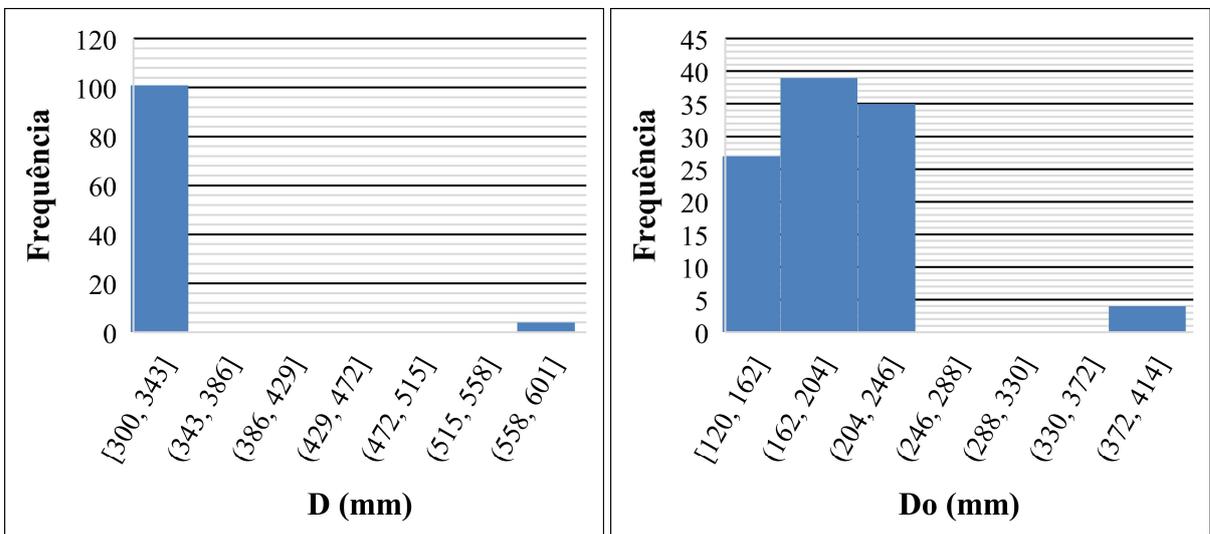


Fonte: Autor (2024)

Ao examinar os histogramas dos espécimes com seção circular vazada na Figura 24, nota-se a preferência por diâmetros externos de 300 mm, com exceção dos autores Ruiz, Turmo e Ramos (2005), que optaram por um diâmetro externo de 600 mm. Além disso, foram utilizados diâmetros internos no intervalo entre 120 mm e 246 mm em grande parte dos ensaios. A análise dos histogramas na Figura 25 revela considerável variabilidade tanto na taxa de armadura longitudinal quanto na transversal, concentrando-se os valores entre 1,1% e 3,3% para o primeiro caso e entre 0,1% e 0,28% para o segundo caso.

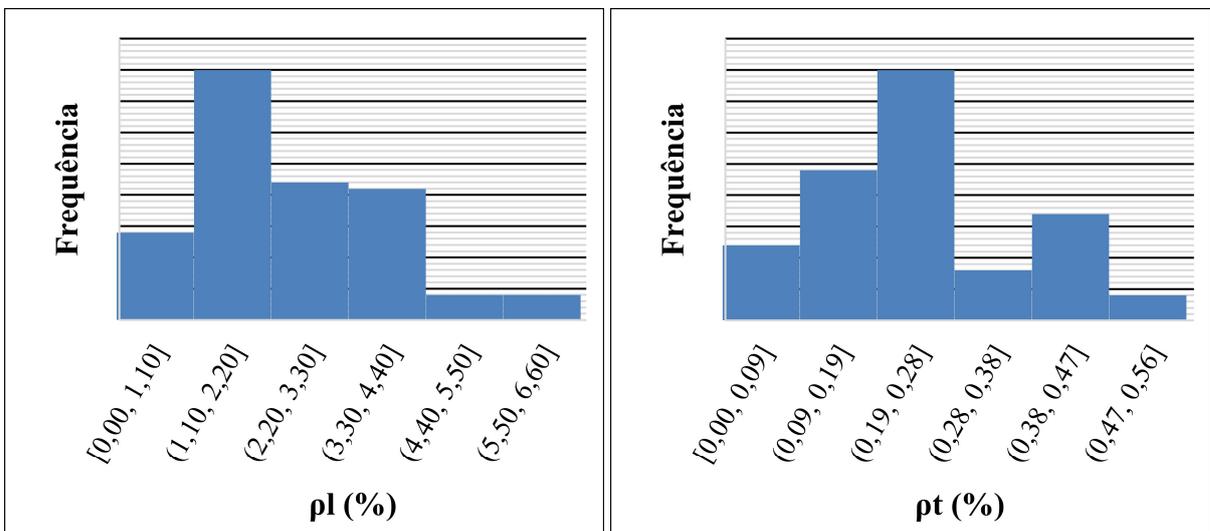
Ao contrário do cenário observado para os elementos de seção circular cheia, nos espécimes com seção vazada foram empregados concretos de elevada resistência à compressão, com a maioria dos resultados situados em um intervalo entre 52,7 MPa e 94,7 MPa. No que diz respeito à razão entre o vão de cisalhamento e a altura útil ( $a/d$ ), foram adotados intervalos diversos nos ensaios, com uma concentração maior de valores entre 1,87 e 3,73. Por fim, na Figura 27, observa-se um maior número de ensaios em elementos submetidos à flexão simples ou com esforços axiais baixos, enquanto os valores da força cortante de ruptura dos testes variaram entre 55 kN e 335 kN, com prevalência de resultados entre 135 kN e 255 kN.

**Figura 24 - Histogramas do diâmetro externo ( $D$ ) e do diâmetro interno ( $D_o$ ) dos elementos de seção vazada.**



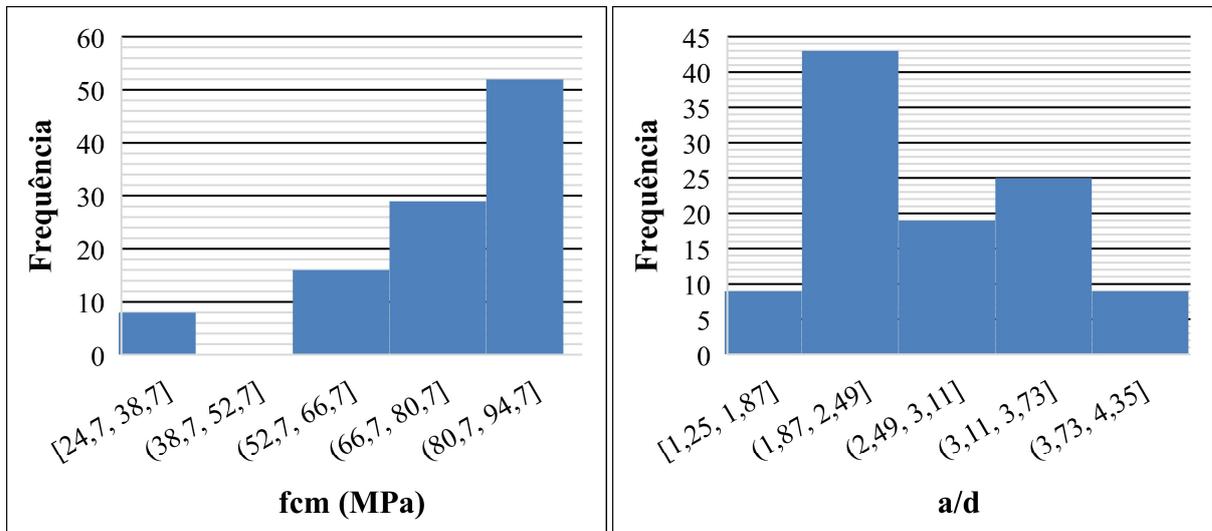
Fonte: Autor (2024)

**Figura 25 - Histogramas da taxa de armadura longitudinal ( $\rho_l$ ) e da taxa de armadura transversal ( $\rho_t$ ) dos elementos de seção circular vazada.**



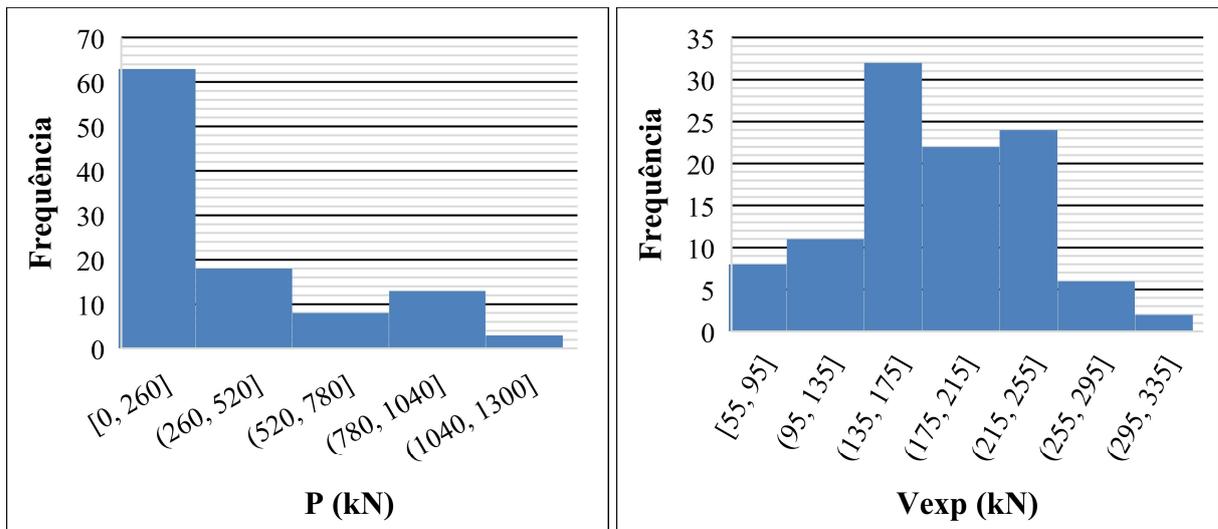
Fonte: Autor (2024)

**Figura 26 - Histogramas da resistência média do concreto à compressão ( $f_{cm}$ ) e da razão entre o vão de cisalhamento e a altura útil ( $a/d$ ) dos elementos de seção circular vazada.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 27 - Histogramas do esforço axial ( $P$ ) e da força cortante experimental ( $V_{exp}$ ) dos elementos de seção circular vazada.**



Fonte: Autor (2024)

Após a análise geral do banco de dados elaborado, constata-se uma boa variedade de cenários para avaliação do desempenho dos modelos de previsão da resistência aos esforços cortantes, ampliando a compreensão do comportamento dos elementos de concreto armado com seção circular cheia e vazada no que diz respeito ao cisalhamento.

## 5.2. Estudo comparativo entre os modelos teóricos

Nesta seção, são apresentados os resultados da avaliação do desempenho dos modelos selecionados na literatura para prever a resistência ao cisalhamento. Todos os espécimes do banco de dados são considerados, abrangendo solicitações de flexão simples e flexocompressão, podendo conter ou não armaduras transversais, que podem ser circulares ou em espiral, além de englobar diversos diâmetros, resistências médias do concreto à compressão, razão vão de cisalhamento e altura útil, dentre outros parâmetros.

No capítulo 3 da dissertação, foi apresentada uma síntese dos modelos teóricos escolhidos para o estudo comparativo. Estes incluem o modelo proposto por Turmo, Ramos e Aparicio (2009), o modelo de Völgyi E Windisch (2014), a proposta de Fiore et al. (2014) para a avaliação da resistência ao cisalhamento em elementos com seção circular cheia, bem como o modelo desenvolvido por Al-Bayati (2023) usando programação de expressão genética e o modelo denominado *Truss-Arch Model Unified* (TAMU), proposto por Lee e Mander (2023) para vigas de concreto armado com reforço transversal, além do modelo proposto por Bentz e Collins (2017), que se fundamenta na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT).

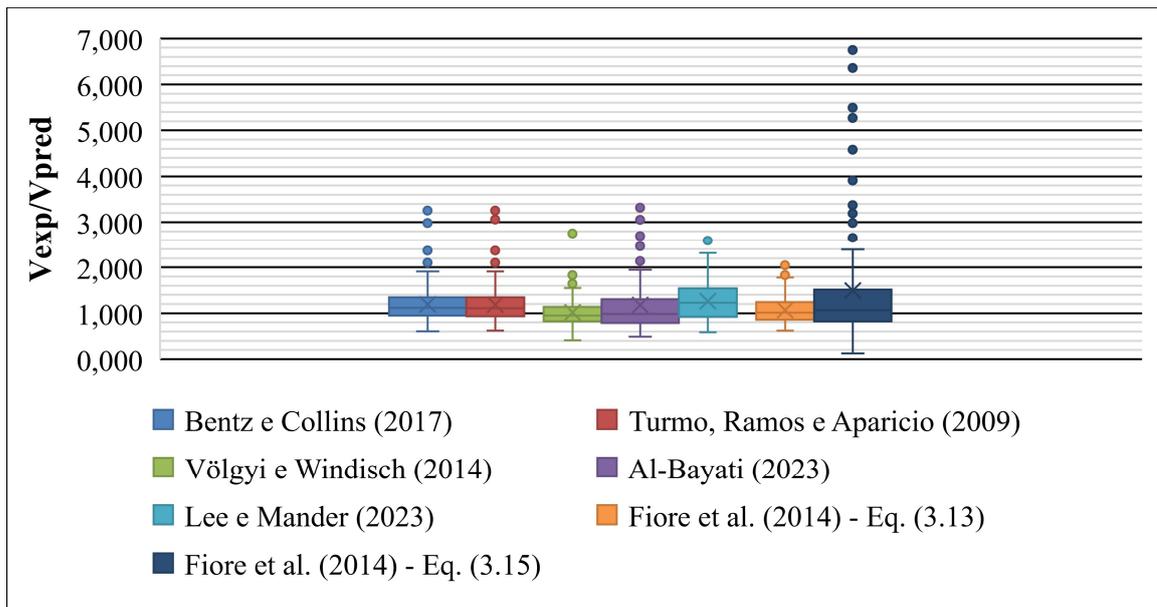
Por fim, foram utilizados quatro cenários distintos para avaliar o desempenho dos modelos. Esses cenários abrangem: elementos com seção circular cheia submetidos à flexão simples; elementos com seção circular cheia sujeitos à flexocompressão; elementos com seção circular vazada sob flexão simples; e elementos com seção circular vazada submetidos à flexocompressão. Dentre os 291 espécimes do banco de dados, 186 possuem seção circular cheia (42 submetidos à flexocompressão e 144 à flexão simples) e 105 possuem seção transversal vazada (72 solicitados por flexão simples e 33 por flexocompressão). No Quadro 4 do Apêndice E é apresentado um exemplo da rotina de cálculo para obtenção dos valores teóricos do modelo de Al-Bayati (2023) com os dados experimentais de Jensen et al. (2010).

### 5.2.1. Análise dos elementos com seção transversal circular cheia

Primeiramente, é importante destacar que as Equações 3.13 e 3.15 foram empregadas na avaliação do modelo proposto por Fiore et al. (2014), devido à sua melhor aderência aos dados dos elementos de seção transversal circular presentes no banco de dados, sendo aplicado apenas nos espécimes solicitados por flexão simples. Quanto ao método de Lee e Mander (2023), optou-se por utilizar apenas os espécimes que possuem armaduras transversais, visando uma melhor eficiência na aplicação do modelo. Nas Figuras 28 e 29, apresentam-se os

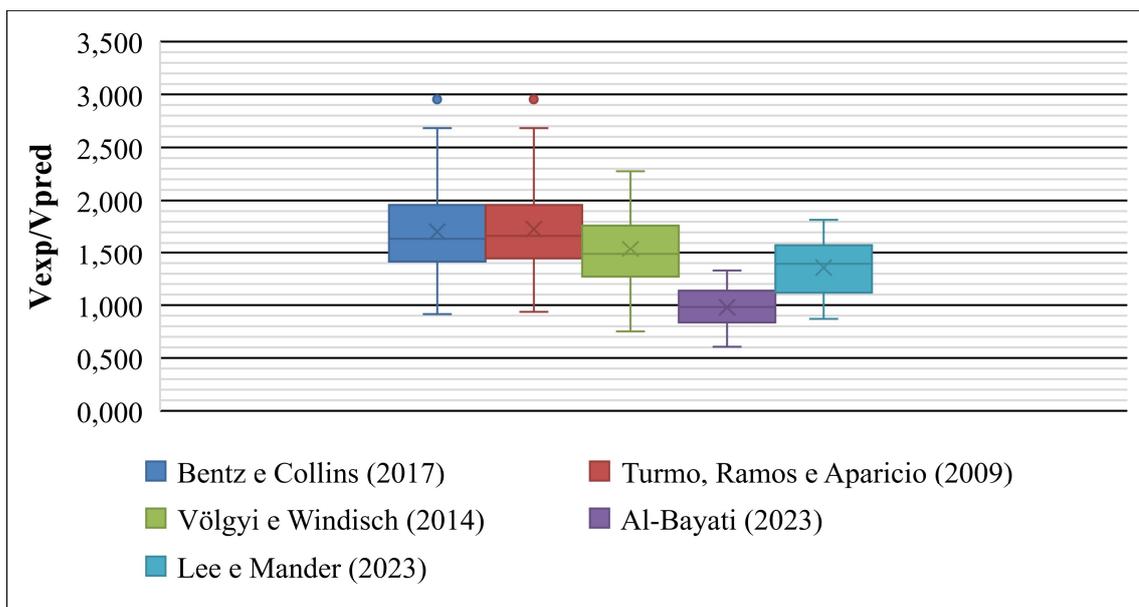
resultados da razão entre a força cortante experimental e a força cortante calculada pelos modelos selecionados na literatura ( $V_{exp}/V_{pred}$ ) para os elementos submetidos à flexão simples e flexocompressão, respectivamente, por meio de diagramas de caixa. Para mais detalhes sobre esses valores, recomenda-se consultar o Apêndice A deste documento, onde todos os resultados estão apresentados em forma de tabela.

**Figura 28 - Desempenho dos modelos teóricos baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**



**Fonte: Autor (2024)**

**Figura 29 - Desempenho dos modelos teóricos baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**



**Fonte: Autor (2024)**

Embora os diagramas de caixa ilustrados nas Figuras 28 e 29 proporcionem uma análise visual abrangente do desempenho dos métodos, é essencial realizar uma avaliação quantitativa dos resultados. Nesse sentido, foram elaboradas as Tabelas 2 e 3, contendo os valores dos principais parâmetros derivados dos referidos diagramas de caixa.

**Tabela 2 - Dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**

<b>Método Teórico</b>	<b>Q1</b>	<b>Q2 (Mediana)</b>	<b>Q3</b>	<b>Média</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Amplitude Interquartílica</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	0,99	1,18	1,43	1,26	0,641	3,492	0,44
Völgyi e Windisch (2014)	0,88	1,01	1,24	1,09	0,417	2,991	0,36
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.13)	0,86	1,01	1,24	1,07	0,618	2,044	0,38
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.15)	0,82	1,07	1,51	1,49	0,124	6,751	0,69
Bentz e Collins (2017)	1,02	1,21	1,45	1,29	0,623	3,492	0,43
Al-Bayati (2023)	0,79	0,98	1,31	1,18	0,491	3,318	0,52
Lee e Mander (2023)	0,92	1,23	1,54	1,26	0,586	2,592	0,62

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 3 - Dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**

<b>Método Teórico</b>	<b>Q1</b>	<b>Q2 (Mediana)</b>	<b>Q3</b>	<b>Média</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Amplitude Interquartílica</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	1,48	1,74	2,18	1,85	0,960	3,59	0,70
Völgyi e Windisch (2014)	1,35	1,59	1,89	1,65	0,768	2,76	0,54
Bentz e Collins (2017)	1,45	1,71	2,18	1,82	0,937	3,59	0,73

**Tabela 3 – Continuação dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**

<b>Método Teórico</b>	<b>Q1</b>	<b>Q2 (Mediana)</b>	<b>Q3</b>	<b>Média</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Amplitude Interquartílica</b>
Al-Bayati (2023)	0,84	0,98	1,14	0,98	0,608	1,33	0,30
Lee e Mander (2023)	1,24	1,46	1,80	1,53	0,99	2,45	0,56

**Fonte: Autor (2024)**

Além dos dados previamente mencionados, foram obtidos outros parâmetros estatísticos a partir dos resultados. Entre eles estão a média da amostra, que representa o valor central dos dados, e o desvio padrão, que quantifica a dispersão dos dados em relação à média. O coeficiente de variação (COV) também foi calculado, oferecendo uma medida da variabilidade relativa dos dados em relação à média, expressa como a razão percentual entre o desvio padrão e a média. Outro indicador importante para avaliação dos modelos é a porcentagem de resultados que foram contra a segurança, ou seja, a resistência calculada foi maior que o valor experimental obtido, sendo apresentado na última coluna das Tabelas 4 e 5. Por meio desse indicador, avalia-se o nível de conservadorismo dos modelos.

Por fim, foram utilizadas algumas das principais métricas para avaliação dos modelos, sendo elas o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) cujo os valores variam entre 0 e 1, indicando uma medida de proximidade entre os valores previstos e os valores teóricos, o erro percentual absoluto médio (MAPE) que mostra a porcentagem de erro entre o valor teórico calculado pelo modelo e o valor experimental, além da raiz do erro quadrático médio (RMSE) que calcula a raiz da média de diferença entre o valor predito e o valor experimental, possuindo unidade igual à da amostra de dados em análise, ou seja, em quilonewton. Para mais detalhes sobre o cálculo dessas métricas, recomenda-se a leitura do Apêndice D.

**Tabela 4 - Outros dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**

<b>Método Teórico</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>COV (%)</b>	<b><math>R^2</math></b>	<b>MAPE (%)</b>	<b>RMSE (kN)</b>	<b><math>V_{exp}/V_{pred} &lt; 1</math> (%)</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	1,26	0,43	34,3	0,757	23,1	59,68	27,1
Völgyi e Windisch (2014)	1,09	0,39	35,8	0,680	24,0	67,61	46,5

**Tabela 4 – Continuação outros dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**

<b>Método Teórico</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>COV (%)</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>MAPE (%)</b>	<b>RMSE (kN)</b>	<b>V<sub>exp</sub>/V<sub>pred</sub> &lt; 1 (%)</b>
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.13)	1,07	0,27	25,5	0,798	18,5	49,71	47,2
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.15)	1,49	1,24	82,7	0,049	47,5	158,42	38,2
Bentz e Collins (2017)	1,29	0,42	32,4	0,754	23,4	61,94	22,9
Al-Bayati (2023)	1,18	0,61	52,1	0,590	29,9	73,45	50,7
Lee e Mander (2023)	1,26	0,42	33,6	0,482	33,7	95,64	29,9

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 5 - Outros dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**

<b>Método Teórico</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>COV (%)</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>MAPE (%)</b>	<b>RMSE (kN)</b>	<b>V<sub>exp</sub>/V<sub>pred</sub> &lt; 1 (%)</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	1,85	0,54	29,3	0,718	42,1	127,23	2,4
Völgyi e Windisch (2014)	1,65	0,44	26,8	0,64	36,2	111,92	2,4
Bentz e Collins (2017)	1,83	0,55	30,0	0,714	41,3	118,39	2,4
Al-Bayati (2023)	0,98	0,21	21,6	0,849	20,3	59,46	54,8
Lee e Mander (2023)	1,53	0,37	23,9	0,879	33,1	96,95	2,4

**Fonte: Autor (2024)**

Ao analisar a aplicação dos modelos teóricos em espécimes de seção circular cheia sujeitos à flexão simples, observou-se que o modelo de Völgyi e Windisch (2014) destacou-se por ter a menor amplitude interquartílica (0,36). No entanto, este modelo também registrou a maior incidência de resultados contra a segurança, com um total de 67 casos desfavoráveis ( $V_{exp}/V_{pred} < 1$ ), correspondendo a 46,5% dos espécimes analisados. Por outro lado, a abordagem proposta por Lee e Mander (2023) demonstrou resultados mais conservadores, com

apenas 32 casos contra a segurança, equivalendo a 29,9% dos espécimes, com uma média de 1,26 para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$ .

A Equação 3.13, proposta por Fiore et al. (2014), demonstrou a melhor adequação entre os valores teóricos calculados e os valores experimentais. Isso se reflete em um coeficiente de variação (COV) de 25,5%, um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,80 e um erro percentual absoluto médio (MAPE) de 18,5%, com uma raiz do erro quadrático médio (RMSE) de 49,71 kN. Por outro lado, a Equação 3.15, também de Fiore et al. (2014), apresentou valores mais elevados para os parâmetros COV (82,7%), MAPE (47,5%) e RMSE (158,42 kN), além do menor valor para o coeficiente de determinação (0,05). Os demais modelos exibiram valores razoáveis para as métricas mencionadas.

Na avaliação dos modelos teóricos aplicados aos espécimes de seção circular cheia submetidos à flexocompressão, observou-se que o modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) produziu resultados mais conservadores, apresentando apenas um cenário contra a segurança (2,4%), com uma média de 1,728 para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$ . Em contraste, o modelo proposto por Al-Bayati (2023) foi o que apresentou a maior quantidade de cenário contra a segurança (23), abrangendo 54,8% dos espécimes avaliados. Apesar disso, este modelo proporcionou resultados com menor erro entre os valores teóricos e experimentais, com um COV de 21,6%, um  $R^2$  de 0,85, além de um MAPE igual a 20,3% e uma RMSE de 59,46 kN.

De um modo geral, a abordagem de Lee e Mander (2023) demonstrou resultados mais adequados entre os valores teóricos e experimentais, combinando um grau de conservadorismo satisfatório, com uma média de 1,53 para a razão de  $V_{exp}/V_{pred}$  e com apenas um cenário contra a segurança. Além disso, apresentou o maior coeficiente de determinação (0,88) e a segunda menor dispersão dos resultados, com um COV de 23,9%.

Com o intuito de aprimorar a validação dos modelos, foram aplicados testes de hipótese para verificação da adequação entre os valores teóricos e experimentais. Esses testes permitem determinar se as diferenças entre os valores previstos pelo modelo e os valores observados são estatisticamente significativas, melhorando a interpretação da precisão e confiabilidade na previsão dos valores da resistência ao cisalhamento. O primeiro deles foi teste de normalidade Shapiro-Wilk, que é uma ferramenta estatística utilizada para verificar se uma amostra de dados segue uma distribuição normal. A hipótese nula do teste é que a amostra de dados é proveniente de uma população que segue uma distribuição normal. Se o P-valor associado for superior ao nível de significância pré-definido, a hipótese nula de normalidade não é rejeitada, indicando há evidências de que os dados possuem uma distribuição normal.

O teste de normalidade foi aplicado para determinar o teste de hipótese mais apropriado na comparação entre os valores teóricos e experimentais. Como a maioria dos resultados não exibiu normalidade, recorreu-se ao teste de Mann-Whitney, uma ferramenta estatística não paramétrica que avalia diferenças nas distribuições de duas amostras independentes, independentemente de sua forma. Útil para amostras pequenas ou dados não normalmente distribuídos, o teste de Mann-Whitney permite concluir que não há evidências suficientes para afirmar diferenças nas medianas das duas populações, caso a hipótese nula não seja rejeitada.

Por último, procurou-se determinar qual distribuição de probabilidade melhor se ajustava aos dados teóricos obtidos. Para isso, recorreu-se ao teste de Kolmogorov-Smirnov (KS), uma técnica estatística que investiga se uma amostra segue uma distribuição específica. Sua hipótese nula postula que a distribuição dos dados na amostra é idêntica à distribuição de referência. O teste compara a função de distribuição acumulada (CDF) dos dados com a função de distribuição acumulada teórica. Se a diferença entre essas duas funções for significativa, a hipótese nula é rejeitada, indicando que a distribuição dos dados difere da distribuição de referência. Os resultados obtidos são resumidos na Tabelas 6 e 7 abaixo. Em todas as análises foi utilizado um nível de significância de 5% para os testes de hipótese. Para mais detalhes sobre os testes de hipóteses e normalidade, vide Montgomery e Runger (2020).

**Tabela 6 - Testes de hipótese dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**

<b>Método Teórico</b>	<b>TESTE DE NORMALIDADE (Shapiro-Wilk)</b>	<b>TESTE DE MANN-WHITNEY</b>	<b>TESTE KS (distribuição)</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Não (P-valor = 3.46E-10)	Não Rejeita (P-valor = 0.074)	Dist. Gumbel_r (P-Valor = 0.59)
Völgyi e Windisch (2014)	Não (P-valor = 1.66E-07)	Não Rejeita (P-valor = 0.43)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.67)
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.13)	Não (P-valor = 1.91E-09)	Não Rejeita (P-valor = 0.51)	Dist. Gumbel_r (P-Valor = 0.42)
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.15)	Não (P-valor = 2.03E-13)	Rejeita (P-valor = 0.02)	Dist. Wald (P-Valor = 0.55)
Bentz e Collins (2017)	Não (P-valor = 7.43E-05)	Não Rejeita (P-valor = 0.083)	Dist. Weibull_min (P-Valor = 0.55)
Al-Bayati (2023)	Não (P-valor = 9.99E-10)	Não Rejeita (P-valor = 0.35)	Dist. Weibull_min (P-Valor = 0.15)
Lee e Mander (2023)	Não (P-valor = 1.33E-09)	Rejeita (P-valor = 0.0011)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.06)

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 7 - Testes de hipótese dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**

<b>Método Teórico</b>	<b>TESTE DE NORMALIDADE (Shapiro-Wilk)</b>	<b>TESTE DE MANN-WHITNEY</b>	<b>TESTE KS (distribuição)</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Não (P-valor = 0.011)	Rejeita (P-valor = 1.17E-06)	Dist. Rayleigh (P-Valor = 0.91)
Völgyi e Windisch (2014)	Não (P-valor = 0.00015)	Rejeita (P-valor = 1.65E-04)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.63)
Bentz e Collins (2017)	Não (P-valor = 0.01)	Rejeita (P-valor = 2.63E-06)	Dist. Rayleigh (P-Valor = 0.9)
Al-Bayati (2023)	Não (P-valor = 0.0027)	Não Rejeita (P-valor = 0.29)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.84)
Lee e Mander (2023)	Não (P-valor = 0.00025)	Rejeita (P-valor = 0.008)	Dist. Wald (P-Valor = 0.39)

**Fonte: Autor (2024)**

Após analisar as informações da Tabela 6, confirma-se a consistência com os dados das tabelas anteriores. Nos cenários envolvendo espécimes de seção transversal circular cheia e sujeitos à flexão simples, o Teste de Mann-Whitney rejeitou os modelos de Lee e Mander (2023), além da Equação 3.15 proposta por Fiore et al. (2014). Dessa forma, o teste evidencia diferenças entre as medianas dos valores teóricos e experimentais de resistência ao cisalhamento, destacando o conservadorismo do modelo de Lee e Mander (2023) e o alto grau de erro associado à Equação 3.15 de Fiore et al. (2014).

Com relação aos resultados apresentados na Tabela 7, somente o método proposto por Al-Bayati (2023) não ocasionou rejeição no Teste de Mann-Whitney, corroborando com os valores demonstrados na Tabela 5. Sendo assim, foi o método que teve maior proximidade entre os valores teóricos e experimentais, apesar de oferecer o menor grau de conservadorismo para elementos com seção cheia e submetidos à flexocompressão.

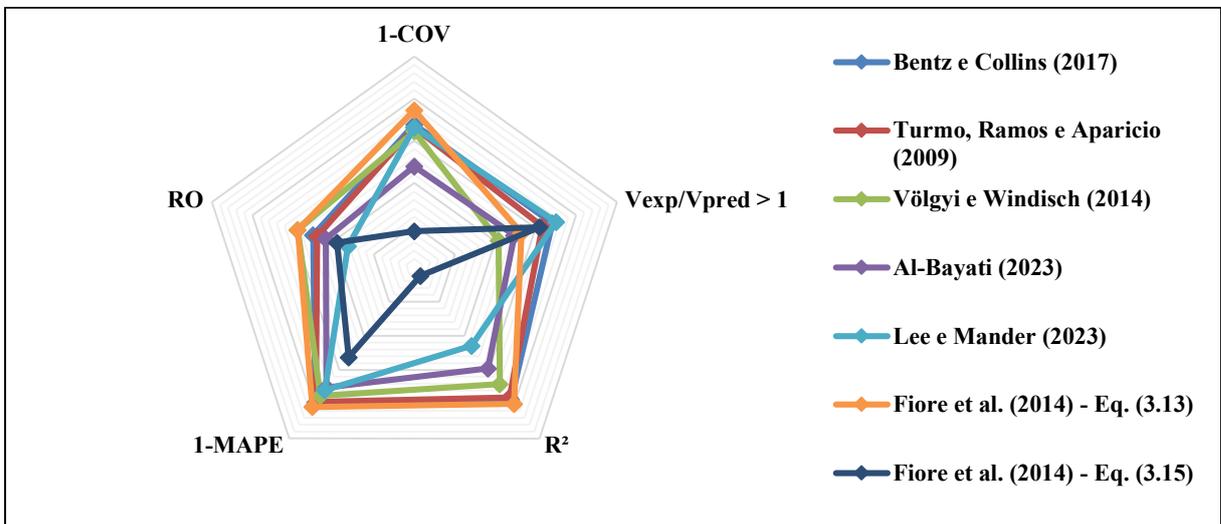
Com o objetivo de apresentar de forma visual alguns dos principais parâmetros de desempenho calculados, foram criados gráficos de radar. Nesses gráficos, cada parâmetro é representado por um eixo, com todos os resultados plotados na mesma escala. Cada eixo é ajustado de forma que valores mais elevados indiquem um melhor desempenho. O pentágono mais interno reflete os valores mínimos (piores), enquanto o pentágono externo representa os valores máximos (melhores). Portanto, para cada modelo, é traçado um polígono, e quanto maior ele for, melhor será o desempenho.

Adicionalmente, foi incluído um parâmetro chamado "Resultados ótimos" (RO), que indica a porcentagem de resultados próximos à razão unitária de  $V_{exp}/V_{pred}$ , com uma margem de mais ou menos 20%. Seja  $n_{total}$  o número total de resultados e  $n_{ótimos}$  o número de resultados que estão dentro da margem de mais ou menos 20% da razão unitária. A fórmula para calcular RO pode ser expressa como:

$$RO = \frac{n_{ótimos}}{n_{total}} \cdot 100\% \quad (5.1)$$

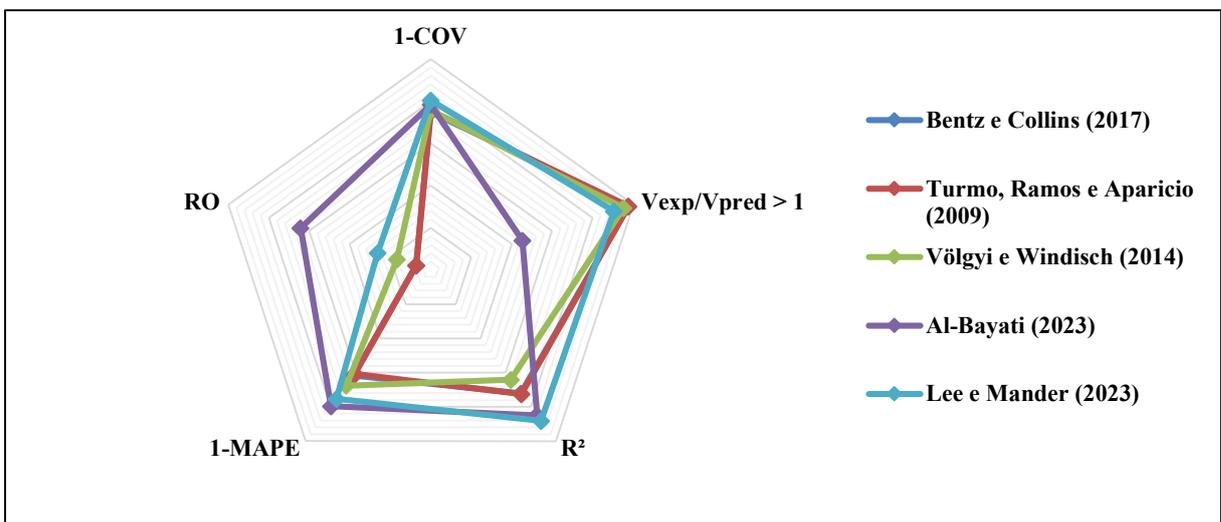
Essa fórmula irá fornecer a porcentagem de resultados ótimos em relação ao total de resultados analisados.

**Figura 30 - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 31 - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**



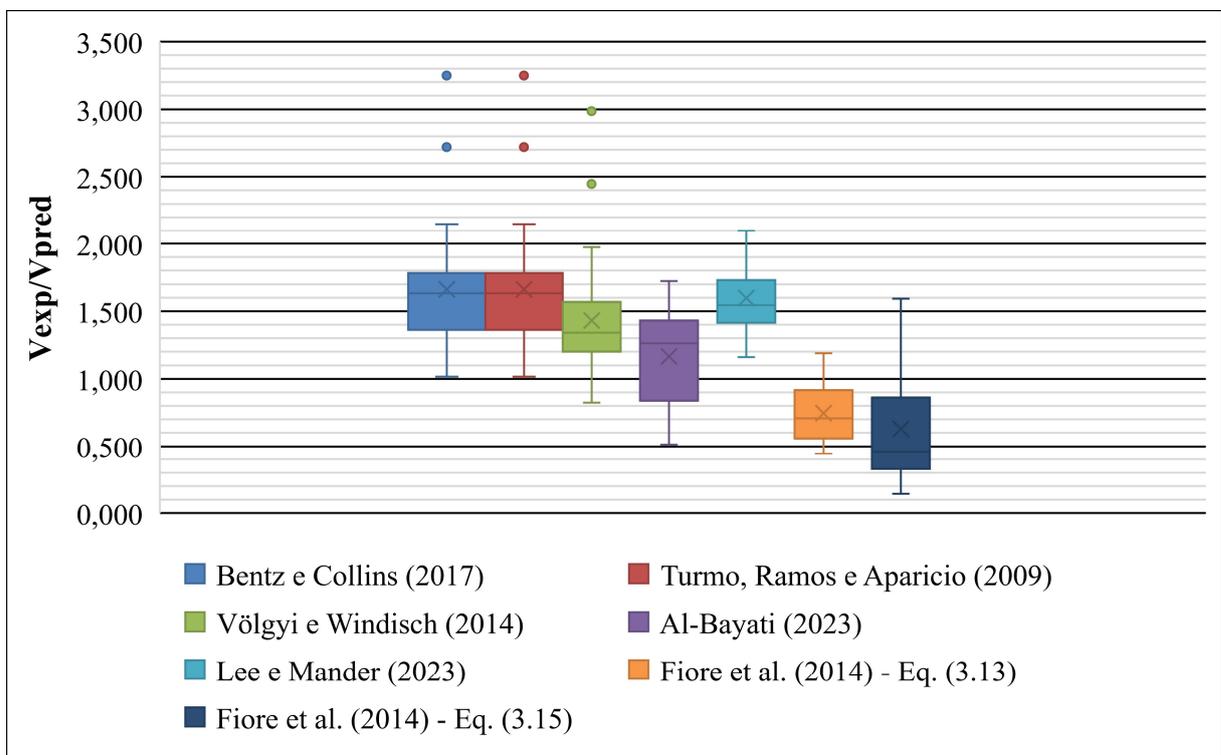
Fonte: Autor (2024)

Finalizando as análises, verifica-se por meio da Figura 30 que os modelos de Bentz e Collins (2017) e a Equação 3.13 de Fiore et al. (2014) foram os que apresentaram um melhor desempenho para os parâmetros avaliados no cenário de elementos de concreto armado com seção circular cheia e submetidos à flexão simples. Já para os elementos com mesma geometria e solicitados por flexocompressão (Figura 31), os modelos propostos por Al-Bayati (2023) e por Lee e Mander (2023) foram que apresentaram um melhor desempenho geral, apesar do primeiro apresentar uma maior quantidade de cenários contra a segurança e do segundo ter uma baixa quantidade de resultados ótimos.

### 5.2.2. Análise dos elementos com seção transversal circular vazada

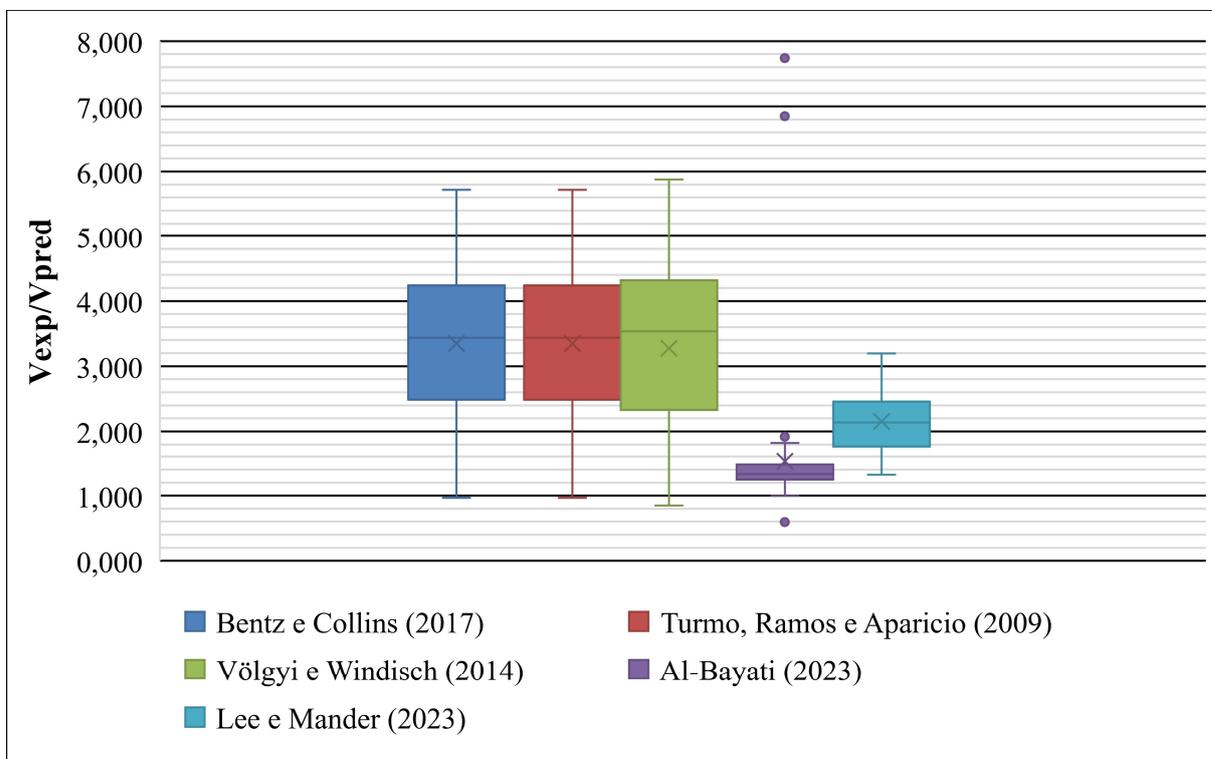
Nas Figuras 32 e 33 são apresentados os resultados da razão  $V_{exp}/V_{pred}$ , por meio de diagramas de caixa, para os elementos de seção circular vazada, submetidos à flexão simples e flexocompressão, respectivamente.

**Figura 32 - Desempenho dos modelos teóricos baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 33 - Desempenho dos modelos teóricos baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.**



**Fonte: Autor (2024)**

Da mesma forma que foi feito no tópico 5.2.1, os principais parâmetros apresentados nos diagramas de caixa foram extraídos com o objetivo de realizar uma avaliação quantitativa do desempenho dos métodos. Desta maneira, esses parâmetros estão detalhadamente expostos nas Tabelas 8 e 9. Parâmetros estatísticos adicionais são apresentados nas Tabelas 10 e 11, com o intuito de aprimorar a análise do desempenho dos modelos.

**Tabela 8 - Dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**

Método Teórico	Q1	Q2 (Mediana)	Q3	Média	Valor Mínimo	Valor Máximo	Amplitude Interquartílica
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	1,44	1,67	1,83	1,72	1,04	3,38	0,39
Völgyi e Windisch (2014)	1,23	1,40	1,60	1,48	0,83	3,11	0,37
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.13)	0,56	0,71	0,92	0,75	0,44	1,19	0,36

**Tabela 8 – Continuação dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**

<b>Método Teórico</b>	<b>Q1</b>	<b>Q2 (Mediana)</b>	<b>Q3</b>	<b>Média</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Amplitude Interquartílica</b>
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.15)	0,33	0,46	0,86	0,63	0,14	1,59	0,53
Bentz e Collins (2017)	1,43	1,67	1,83	1,72	1,04	3,38	0,40
Al-Bayati (2023)	0,84	1,26	1,43	1,17	0,51	1,72	0,59
Lee e Mander (2023)	1,54	1,69	1,98	1,77	1,25	2,45	0,44

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 9 - Dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>Q1</b>	<b>Q2 (Mediana)</b>	<b>Q3</b>	<b>Média</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Amplitude Interquartílica</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	2,53	3,46	4,27	3,38	0,99	5,77	1,74
Völgyi e Windisch (2014)	2,36	3,56	4,36	3,31	0,86	5,95	2,00
Bentz e Collins (2017)	2,53	3,46	4,27	3,38	0,99	5,77	1,74
Al-Bayati (2023)	1,25	1,33	1,48	1,53	0,60	7,74	0,23
Lee e Mander (2023)	1,91	2,27	2,64	2,30	1,43	3,39	0,73

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 10 - Outros dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**

<b>Método Teórico</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>COV (%)</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>MAPE (%)</b>	<b>RMSE (kN)</b>	<b>V<sub>exp</sub>/V<sub>pred</sub> &lt; 1 (%)</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	1,72	0,47	27,2	0,72	38,2	66,02	0

**Tabela 10 – Continuação outros dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**

<b>Método Teórico</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>COV (%)</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>MAPE (%)</b>	<b>RMSE (kN)</b>	<b>Vexp/Vpred &lt; 1 (%)</b>
Völgyi e Windisch (2014)	1,48	0,47	31,6	0,60	29,3	54,76	12,1
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.13)	0,56	0,21	28,9	0,48	47,9	86,53	84,8
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.15)	0,63	0,41	65,6	0,02	151,9	305,31	84,8
Bentz e Collins (2017)	1,72	0,47	27,2	0,72	38,2	66,01	0
Al-Bayati (2023)	1,17	0,31	26,6	0,53	26,1	45,59	33,3
Lee e Mander (2023)	1,77	0,32	17,9	0,54	41,9	84,92	0

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 11 - Outros dados estatísticos dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.**

<b>Método Teórico</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>COV (%)</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>MAPE (%)</b>	<b>RMSE (kN)</b>	<b>Vexp/Vpred &lt; 1 (%)</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	3,38	1,15	34,1	0,03	65,6	143,06	1,4
Völgyi e Windisch (2014)	3,31	1,33	40,2	0,06	62,2	140,76	1,4
Bentz e Collins (2017)	3,38	1,15	34,1	0,03	65,6	143,06	1,4
Al-Bayati (2023)	1,53	1,01	65,8	0,51	28,3	63,174	2,8
Lee e Mander (2023)	2,30	0,49	21,3	0,17	54,4	118,41	0

**Fonte: Autor (2024)**

Analisando o desempenho da aplicação dos modelos teóricos para os espécimes submetidos à flexão simples, verificou-se que os resultados mais conservadores foram gerados pelos modelos de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) e Bentz e Collins (2017). Ambos os

métodos produziram resultados idênticos devido à semelhança das expressões para a contribuição das armaduras transversais quando aplicadas a seções circulares vazadas, desde que a relação entre o passo das espiras das armaduras e seu diâmetro não ultrapasse 0,5. Todas as amostras possuíam essas características e optou-se por utilizar a expressão de Bentz e Collins (2017) para a contribuição do concreto, já que o modelo de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) oferece apenas uma expressão para o cálculo da contribuição do aço. Dessa forma, ambos os modelos apresentaram uma média de 1,72 para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$ , além do maior valor para o coeficiente de determinação (0,72), uma baixa amplitude interquartílica (0,40), além de nenhum cenário contra a segurança.

As expressões de Fiore et al. (2014) apresentaram os piores resultados para os elementos com seção transversal circular vazada, destacando-se negativamente a aplicação da Equação 3.15, que obteve um erro percentual absoluto médio de 151,9%, uma RMSE de 305,31 kN e um  $R^2$  praticamente nulo. Por outro lado, o modelo proposto por Al-Bayati (2023) demonstrou uma maior proximidade entre os valores teóricos e experimentais, com um MAPE de 21,6%, uma RMSE de 45,59 kN e uma média de 1,116 para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$ , sendo a razão mínima calculada igual a 0,512 e a máxima 1,722. Entretanto, a proposta de Al-Bayati (2023) gerou 24 resultados contra a segurança, correspondendo a 33,3% dos cenários avaliados. Os demais modelos apresentaram resultados conservadores e boa previsibilidade em relação aos valores experimentais, com destaque para o modelo de Lee e Mander (2023), que exibiu o menor coeficiente de variação (17,9%), nenhum cenário desfavorável do ponto de vista da segurança e um ajuste razoável entre os valores previstos e os experimentais, com  $R^2$  igual a 0,54.

Analisando os resultados dos elementos sujeitos à flexocompressão, observa-se um elevado conservadorismo nos modelos teóricos, com exceção dos modelos de Al-Bayati (2023) e de Lee e Mander (2023). A proposta de Al-Bayati (2023) apresentou a menor amplitude interquartílica (0,23), com média de 1,529 para a razão entre  $V_{exp}/V_{pred}$ , o maior coeficiente de determinação (0,507) e apenas dois resultados contra a segurança, além do menor erro percentual absoluto médio (28,3%) e menor raiz do erro quadrático médio (63,17 kN). Os resultados gerados pela aplicação do método proposto por Lee e Mander (2023) gerou o menor coeficiente de variação (21,3%), com um valor mínimo de 1,43 e máximo de 3,39 para os resultados de  $V_{exp}/V_{pred}$ . Assim, esses dois modelos demonstraram o melhor desempenho para o cenário mencionado.

Para corroborar com as análises anteriores, foram executados testes de hipóteses com o objetivo de verificar a aderência entre os valores teóricos de cada modelo e as resistências ao cisalhamento experimentais.

**Tabela 12 - Testes de hipótese dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**

<b>Método Teórico</b>	<b>TESTE DE NORMALIDADE (Shapiro-Wilk)</b>	<b>TESTE DE MANN-WHITNEY</b>	<b>TESTE KS (distribuição)</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Sim (P-valor = 0.062)	Rejeita (P-valor = 6.85E-05)	Dist. Logistica (P-Valor = 0.76)
Völgyi e Windisch (2014)	Não (P-valor = 0.045)	Rejeita (P-valor = 0.0083)	Dist. Gumbel 1 (P-Valor = 0.69)
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.13)	Não (P-valor = 2.43E-07)	Rejeita (P-valor = 0.0036)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.1)
Fiore et al. (2014) - Eq. (3.15)	Não (P-valor = 0.0002)	Rejeita (P-valor = 1.82E-05)	Dist. Weibull_min (P-Valor = 0.53)
Bentz e Collins (2017)	Sim (P-valor = 0.062)	Rejeita (P-valor = 6.85E-05)	Dist. Logistica (P-Valor = 0.76)
Al-Bayati (2023)	Não (P-valor = 5.02E-07)	Não Rejeita (P-valor = 0.073)	Dist. Weibull_min (P-Valor = 0.53)
Lee e Mander (2023)	Sim (P-valor = 0.57)	Rejeita (P-valor = 9.18E-08)	Dist. Weibull_min (P-Valor = 0.99)

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 13 - Testes de hipótese dos modelos teóricos para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.**

<b>Método Teórico</b>	<b>TESTE DE NORMALIDADE (Shapiro-Wilk)</b>	<b>TESTE DE MANN-WHITNEY</b>	<b>TESTE KS (distribuição)</b>
Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Não (P-valor = 1.5E-09)	Rejeita (P-valor = 1.98E-37)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.01)
Völgyi e Windisch (2014)	Não (P-valor = 1.3E-09)	Rejeita (P-valor = 1.53E-33)	Dist. Wald (P-Valor = 0.01)
Bentz e Collins (2017)	Não (P-valor = 1.5E-09)	Rejeita (P-valor = 1.98E-37)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.01)
Al-Bayati (2023)	Não (P-valor = 0.007)	Rejeita (P-valor = 1.31E-12)	Dist. Normal (P-Valor = 0.5)
Lee e Mander (2023)	Não (P-valor = 0.0004)	Rejeita (P-valor = 5.67E-39)	Dist. Rayleigh (P-Valor = 0.45)

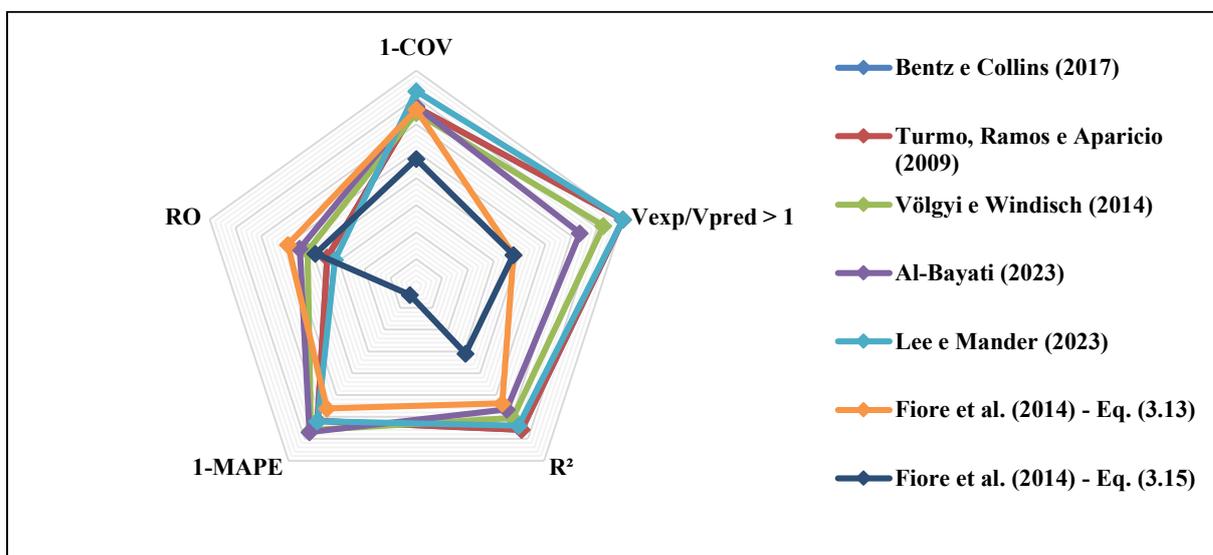
**Fonte: Autor (2024)**

Analisando as informações da Tabela 12, verifica-se que apenas o modelo de Al-Bayati (2023) não teve a hipótese nula rejeitada. Esse resultado demonstra que não há evidências suficientes para afirmar que há uma diferença estatisticamente significativa entre os valores

teóricos e experimentais, ou seja, as resistências previstas pelo modelo e obtidas nos ensaios podem ser considerados estatisticamente semelhantes. Os demais modelos tiveram a hipótese nula rejeitada, indicando haver diferenças estatística entre as variáveis analisadas.

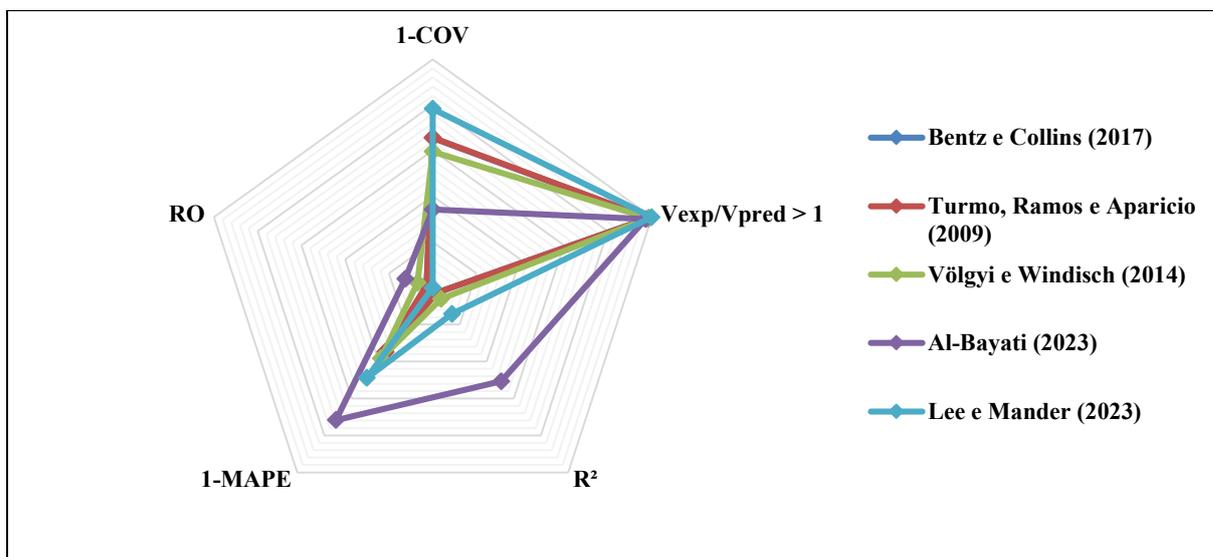
Ao analisar os resultados da Tabela 13, nota-se que todos os modelos tiveram a hipótese nula rejeitada, confirmando a conclusão anterior sobre o alto nível de conservadorismo dos modelos. Por fim, foram elaborados os gráficos de radar com os principais parâmetros para avaliação global do desempenho de cada modelo.

**Figura 34 - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 35 - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.**



Fonte: Autor (2024)

Para concluir, observa-se na Figura 34 que o modelo que obteve o pior desempenho global foi o proposto por Fiore et al. (2014), especialmente quando se aplica a Equação 3.15. Por outro lado, os demais métodos demonstraram resultados satisfatórios, com destaque para o modelo de Al-Bayati (2023), as propostas de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) e de Bentz e Collins (2017), especialmente no que se refere aos resultados ótimos. Ao observar a Figura 35, torna-se evidente o baixo desempenho dos modelos na previsão da resistência ao cisalhamento, tendo destaque positivo apenas o modelo proposto por Al-Bayati (2023), que apresentou o melhor desempenho global.

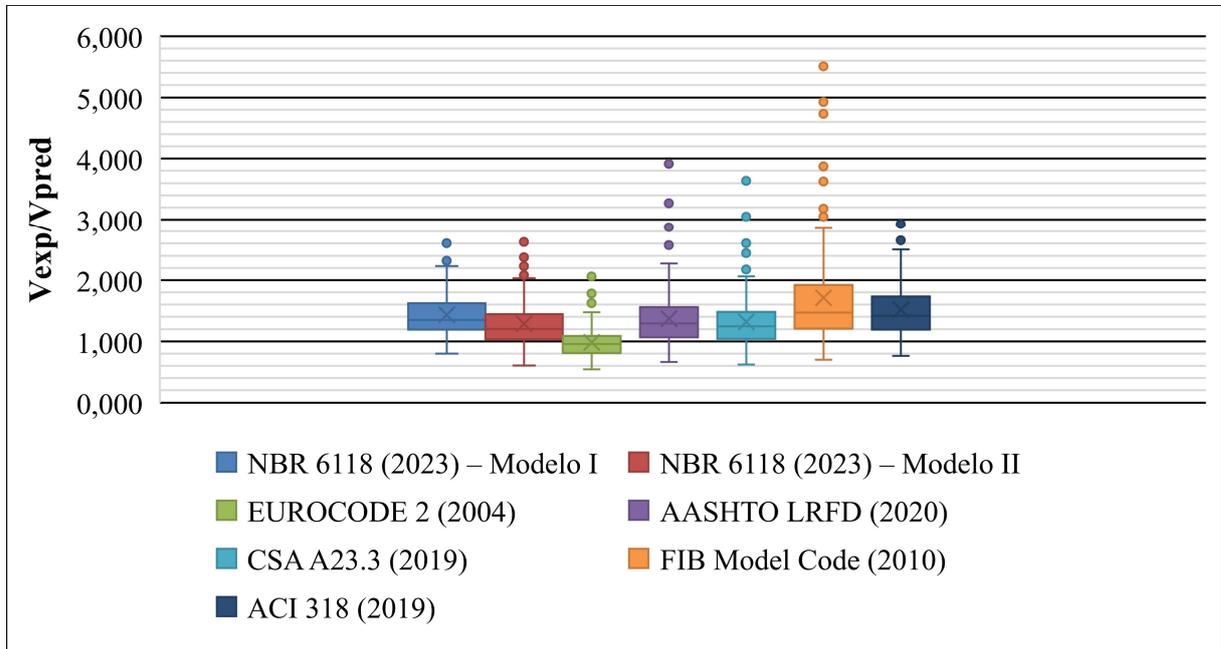
### 5.3. Estudo comparativo entre os modelos de projeto prescritos por códigos e normas

Nesta seção, apresentam-se os resultados da avaliação de desempenho dos modelos de projeto provenientes dos principais códigos e normas nacionais e internacionais para previsão da resistência ao cisalhamento. Todos os espécimes do banco de dados foram incluídos nas análises. Uma síntese dos modelos de projeto foi fornecida no quarto capítulo da dissertação, onde foram escolhidos para as análises os modelos I e II da NBR 6118 (2023), com as adaptações propostas por Queiroz (2014). Isso inclui a adoção de  $b_w = 2 \cdot t$  e  $d = 0,8 \cdot D$  nas expressões para seção retangular, além do uso do coeficiente ( $\alpha_{cw}$ ) para consideração do efeito de degradação da resistência devido a tensões elevadas. Também foram consideradas as recomendações de projeto de pontes AASHTO LRFD (2020), a norma americana de concreto ACI 318 (2019), a norma canadense CSA A23.3 (2019), o código de referência elaborado pela Federação Internacional do Concreto Model Code (2010) e o código europeu para dimensionamento estrutural EUROCODE 2 (2004). Além disso, foram utilizados os mesmos cenários da subseção anterior para avaliação dos modelos. Por fim, no Quadro 5 do Apêndice E é apresentado um exemplo da rotina de cálculo para obtenção dos valores teóricos do modelo I da NBR 6118 (2023) com os dados experimentais de Jensen et al. (2010)

#### 5.3.1. Análise dos elementos com seção transversal circular cheia

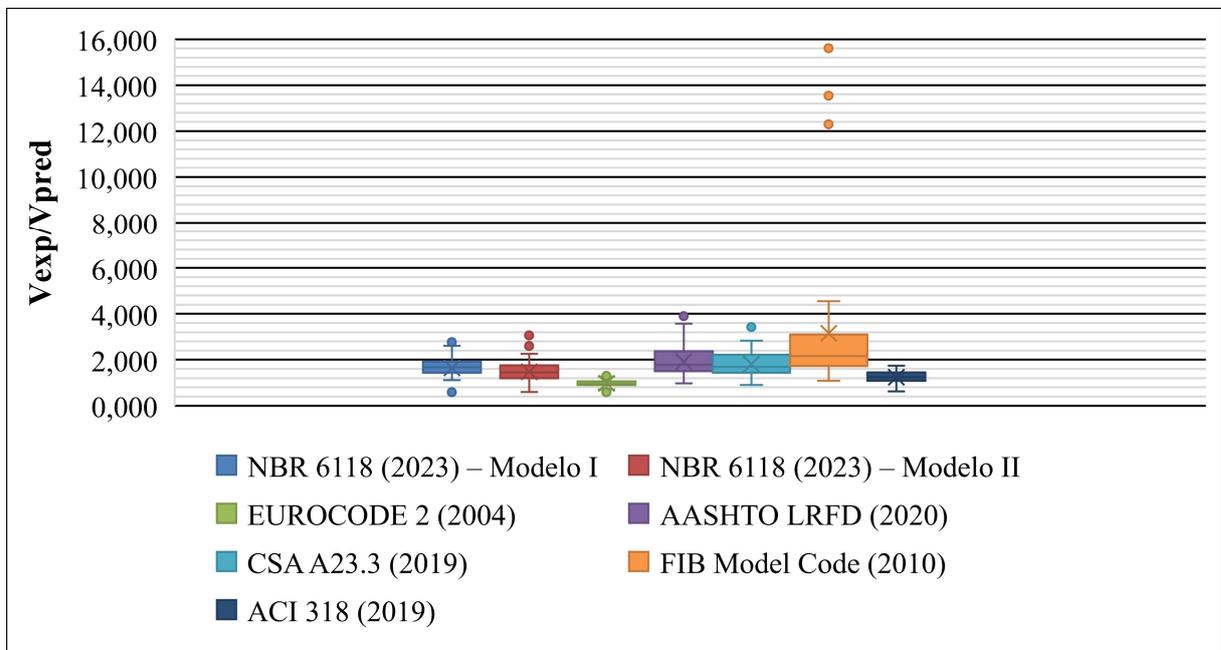
Nas Figuras 36 e 37 são apresentados os resultados da razão  $V_{exp}/V_{pred}$ , por meio de diagramas de caixa, para os elementos de seção circular cheia, submetidos à flexão simples e flexocompressão, respectivamente.

**Figura 36 - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 37 - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**



Fonte: Autor (2024)

Além da análise visual, foram extraídos os principais dados estatísticos dos resultados gerados pelos modelos de projeto para elementos com seção circular cheia, com o intuito de avaliá-los quantitativamente, sendo apresentados nas Tabelas 14 até 17.

**Tabela 14 - Dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>Q1</b>	<b>Q2 (Mediana)</b>	<b>Q3</b>	<b>Média</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Amplitude Interquartílica</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	1,19	1,35	1,62	1,43	0,80	2,70	0,43
NBR 6118 (2023) – Modelo II	1,03	1,20	1,44	1,29	0,61	2,70	0,41
AASHTO LRFD (2020)	1,07	1,29	1,56	1,37	0,66	3,92	0,49
CSA A23.3 (2019)	1,04	1,25	1,48	1,32	0,62	3,63	0,44
FIB Model Code (2010)	1,21	1,47	1,92	1,71	0,70	5,51	0,71
ACI 318 (2019)	1,19	1,42	1,73	1,51	0,76	3,01	0,54
EUROCODE 2 (2004)	0,81	0,96	1,09	0,98	0,54	2,06	0,28

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 15 - Dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>Q1</b>	<b>Q2 (Mediana)</b>	<b>Q3</b>	<b>Média</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Amplitude Interquartílica</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	1,43	1,68	1,92	1,64	0,59	3,06	0,49
NBR 6118 (2023) – Modelo II	1,19	1,44	1,75	1,47	0,59	3,06	0,56
AASHTO LRFD (2020)	1,50	1,78	2,36	1,92	0,98	3,90	0,86
CSA A23.3 (2019)	1,43	1,68	2,21	1,81	0,90	3,73	0,78
FIB Model Code (2010)	1,73	2,15	3,10	3,15	1,09	15,62	1,37
ACI 318 (2019)	1,09	1,23	1,44	1,23	0,62	1,74	0,35
EUROCODE 2 (2004)	0,90	0,95	1,05	0,97	0,58	1,41	0,15

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 16 - Outros dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>COV (%)</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>MAPE (%)</b>	<b>RMSE (kN)</b>	<b>Vexp/Vpred &lt; 1 (%)</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	1,43	0,38	26,7	0,81	27,5	70,62	9,0
NBR 6118 (2023) – Modelo II	1,29	0,40	31,3	0,76	23,3	60,34	20,1
AASHTO LRFD (2020)	1,37	0,47	34,1	0,76	25,2	61,99	16,0
CSA A23.3 (2019)	1,32	0,44	33,3	0,76	23,8	62,33	18,1
FIB Model Code (2010)	1,71	0,85	49,5	0,73	34,4	79,27	11,8
ACI 318 (2019)	1,51	0,48	31,9	0,74	30,8	72,98	11,8
EUROCODE 2 (2004)	0,98	0,24	24,5	0,82	18,8	42,54	58,3

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 17 - Outros dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>COV (%)</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>MAPE (%)</b>	<b>RMSE (kN)</b>	<b>Vexp/Vpred &lt; 1 (%)</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	1,64	0,51	31,2	0,45	42,4	121,95	9,5
NBR 6118 (2023) – Modelo II	1,47	0,53	36,3	0,52	35,0	104,07	14,3
AASHTO LRFD (2020)	1,92	0,61	31,7	0,72	43,7	130,1	2,4
CSA A23.3 (2019)	1,81	0,59	32,6	0,72	30,4	120,56	2,4
FIB Model Code (2010)	3,15	3,13	99,4	0,66	55,0	157,52	0
ACI 318 (2019)	1,23	0,29	23,3	0,58	25,4	88,08	14,3
EUROCODE 2 (2004)	0,97	0,20	20,3	0,68	17,1	74,61	64,3

**Fonte: Autor (2024)**

Ao analisar visualmente os resultados da Figura 36, percebe-se que a abordagem preconizada pelo EUROCODE 2 (2004) produziu valores de resistência ao cisalhamento menos conservadores para os elementos com seção circular cheia e sujeitos à flexão simples, ao passo que o modelo preconizado pelo FIB Model Code (2010) e pela ACI 318 (2019) mostraram-se os mais conservadores. Em termos quantitativos, os resultados da aplicação do EUROCODE 2

(2004) resultaram em uma média de 0,98 para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$ , com um coeficiente de variação de 24,5% e o maior coeficiente de determinação (0,825). No entanto, este modelo gerou a maior quantidade de cenários contra a segurança (84), totalizando 58,3% dos casos. Por outro lado, os resultados do FIB Model Code (2010) e da ACI 318 (2019) apresentaram baixas porcentagens de cenários desfavoráveis, com um total de 11,8% (17) para ambos os casos. Contudo, os resultados do FIB Model Code (2010) demonstraram uma maior dispersão, com uma amplitude interquartílica de 0,71 e um COV de 49,5%, indicando uma grande variabilidade nos valores preditos. Tanto o modelo I quanto o modelo II da NBR 6118 (2023) apresentaram resultados satisfatórios, sendo que o modelo I se destacou com o segundo menor COV das análises (26,7%) e apenas 13 casos contra a segurança (9%), além de um MAPE de 27,5% e uma RMSE de 70,62 kN. Assim, o uso da metodologia de Queiroz (2014) no modelo I da NBR 6118 (2023) proporcionou um bom desempenho na predição da resistência ao cisalhamento com um grau adequado de conservadorismo. No geral, todos os modelos tiveram um desempenho moderado na avaliação da resistência ao cisalhamento de elementos com seção transversal circular cheia e solicitados por flexão simples, sendo necessário o uso de outras ferramentas estatísticas para determinar os que obtiveram o melhor resultado global.

Na análise dos cenários de solicitação por flexocompressão, nota-se na Figura 37 que os modelos baseados no MCFT mostraram o maior conservadorismo nos resultados, enquanto os demais geraram uma quantidade maior de cenários desfavoráveis. O FIB Model Code (2010) destacou-se pela maior variabilidade dos resultados, com uma amplitude considerável entre os valores mínimo e máximo. Por outro lado, os resultados do EUROCODE 2 (2004) apresentaram menor variabilidade, embora com uma quantidade significativa de cenários contra a segurança. Os modelos da NBR 6118 (2023) mostraram amplitudes interquartílicas moderadas, indicando uma variabilidade mediana em torno da média. Em termos quantitativos, o FIB Model Code (2010) revelou-se o mais conservador para os casos com flexocompressão, com uma média de 3,15 para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$ , nenhum resultado contrário à segurança, além de uma elevada RMSE (157,52 kN) e o maior MAPE (55,0%). Por sua vez, o modelo do EUROCODE 2 (2004) teve o menor coeficiente de variação (20,3%), com o menor MAPE (17,1%) e a menor RMSE (74,61 kN), embora tenha gerado a maior quantidade de cenários contra a segurança (27). Os demais modelos apresentaram resultados razoáveis em termos de conservadorismo, com destaque para o modelo da ACI 318 (2019) pelas baixas métricas de erro e dispersão dos valores obtidos.

Com o objetivo de corroborar com o que foi dito anteriormente, foi utilizado como estratégia a aplicação de testes de hipóteses para avaliação dos modelos.

**Tabela 18 - Testes de hipótese dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>TESTE DE NORMALIDADE (Shapiro-Wilk)</b>	<b>TESTE DE MANN-WHITNEY</b>	<b>TESTE KS (distribuição)</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	Não (P-valor = 4.77E-06)	Rejeita (P-valor = 0.002)	Dist. Gumbel_r (P-Valor = 0.53)
NBR 6118 (2023) – Modelo II	Não (P-valor = 2.37E-10)	Não Rejeita (P-valor = 0.434)	Dist. Gumbel_r (P-Valor = 0.46)
AASHTO LRFD (2020)	Não (P-valor = 2.97E-10)	Rejeita (P-valor = 0.021)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.57)
CSA A23.3 (2019)	Não (P-valor = 3.52E-05)	Rejeita (P-valor = 0.042)	Dist. Weibull_min (P-Valor = 0.15)
FIB Model Code (2010)	Não (P-valor = 1.36E-07)	Rejeita (P-valor = 5.92E-05)	Dist. Weibull_min (P-Valor = 0.61)
ACI 318 (2019)	Não (P-valor = 3.31E-11)	Rejeita (P-valor = 8.04E-06)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.17)
EUROCODE 2 (2004)	Não (P-valor = 3.54E-06)	Não Rejeita (P-valor = 0.086)	Dist. Gumbel_r (P-Valor = 0.64)

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 19 - Testes de hipótese dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>TESTE DE NORMALIDADE (Shapiro-Wilk)</b>	<b>TESTE DE MANN-WHITNEY</b>	<b>TESTE KS (distribuição)</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	Não (P-valor = 0.00014)	Rejeita (P-valor = 0.0035)	Dist. Wald (P-Valor = 0.84)
NBR 6118 (2023) – Modelo II	Não (P-valor = 0.00115)	Não Rejeita (P-valor = 0.074)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.78)
AASHTO LRFD (2020)	Não (P-valor = 0.00675)	Rejeita (P-valor = 4.01E-07)	Dist. Weibull_min (P-Valor = 0.79)
CSA A23.3 (2019)	Não (P-valor = 0.013)	Rejeita (P-valor = 1.16E-05)	Dist. Weibull_min (P-Valor = 0.79)
FIB Model Code (2010)	Não (P-valor = 0.012)	Rejeita (P-valor = 2.62E-09)	Dist. Rayleigh (P-Valor = 0.76)
ACI 318 (2019)	Não (P-valor = 0.00015)	Não Rejeita (P-valor = 0.12)	Dist. Wald (P-Valor = 0.57)
EUROCODE 2 (2004)	Não (P-valor = 0.00218)	Não Rejeita (P-valor = 0.17)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.75)

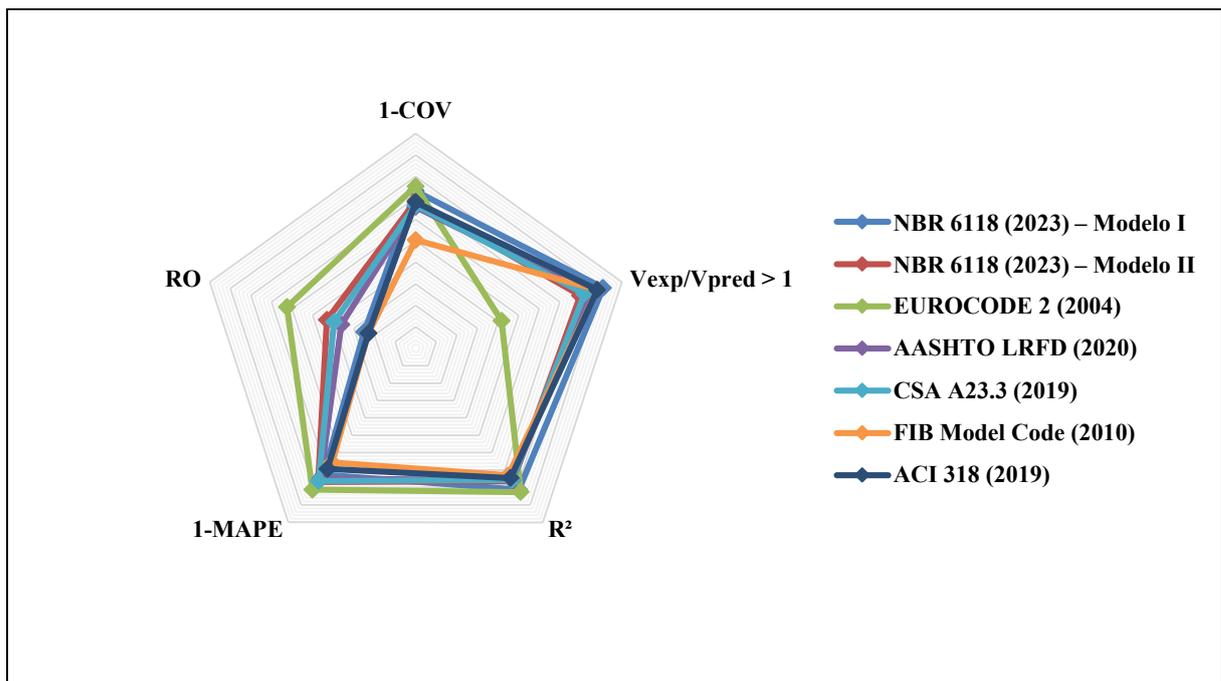
**Fonte: Autor (2024)**

Ao analisar os resultados da Tabela 18, observa-se que nenhum dos modelos produziu resultados de resistência ao cisalhamento com distribuição normal, o que é esperado devido às diversas variáveis que afetam o problema. O mesmo padrão foi observado na Tabela 19 para os

espécimes submetidos a flexocompressão. Entre os modelos examinados na Tabela 18, apenas o modelo II da NBR 6118 (2023) e a metodologia do EUROCODE 2 (2004) não tiveram a hipótese nula rejeitada, indicando falta de evidências estatisticamente significativas para afirmar uma diferença entre os valores teóricos e experimentais. Quanto aos resultados da Tabela 19, ambos os modelos também não rejeitaram a hipótese nula, juntamente com o modelo recomendado pela ACI 318 (2019). Esses achados confirmam as informações mencionadas anteriormente, mostrando que os códigos e normas baseados na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT) resultaram em um alto grau de conservadorismo tanto para os espécimes submetidos a flexão simples quanto para aqueles submetidos a flexocompressão.

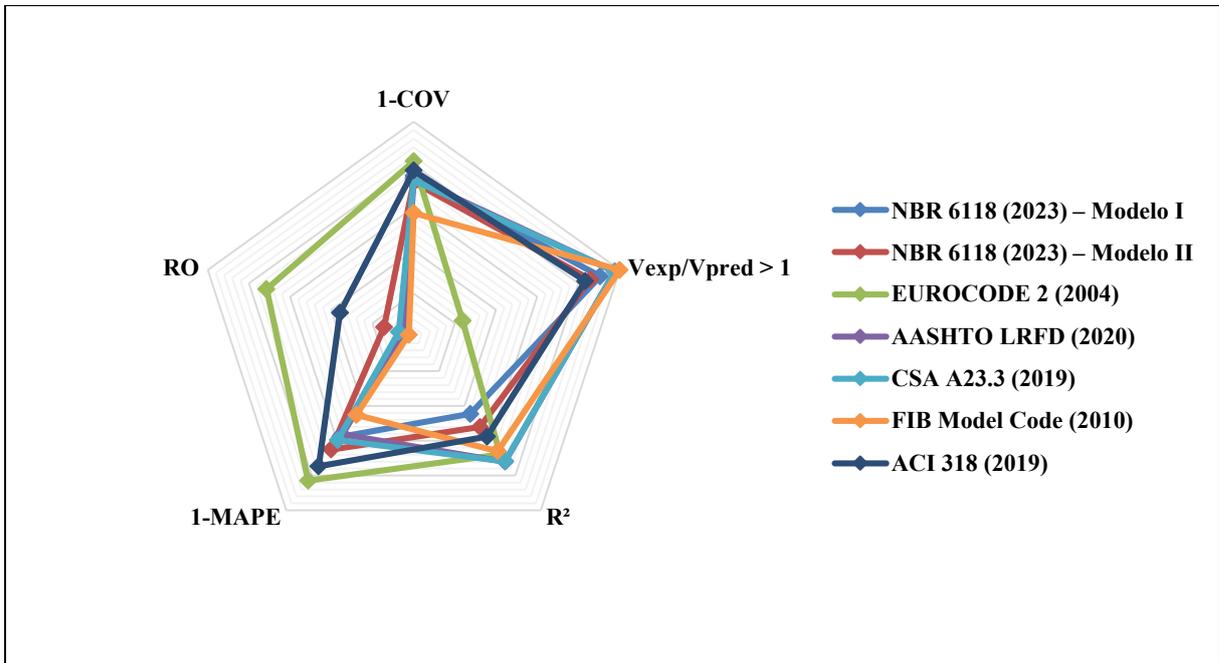
Por fim, analisa-se o desempenho global de cada um dos modelos de projeto acima citados, utilizando algumas das principais métricas calculadas anteriormente, sendo adicionado o parâmetro de “Resultados Ótimos” (RO).

**Figura 38 - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexão simples.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 39 - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão.**



**Fonte: Autor (2024)**

Analisando visualmente a Figura 38, constata-se que entre os parâmetros avaliados, os modelos preconizados pela ACI 318 (2019) e o modelo II de cálculo da resistência ao cisalhamento da NBR 6118 (2023) obtiveram melhor desempenho global. O primeiro se destacou pelo seu grau de conservadorismo alinhado com um razoável desempenho na predição das resistências teóricas, enquanto o segundo apresentou a segunda maior quantidade de resultados ótimos, embora com poucos resultados desfavoráveis ( $V_{exp}/V_{pred} < 1$ ). O método preconizado pelo EUROCODE 2 (2004) também demonstrou um bom desempenho global, especialmente em relação aos valores ótimos, embora uma parte significativa desses valores tenha sido registrada com cenários desfavoráveis.

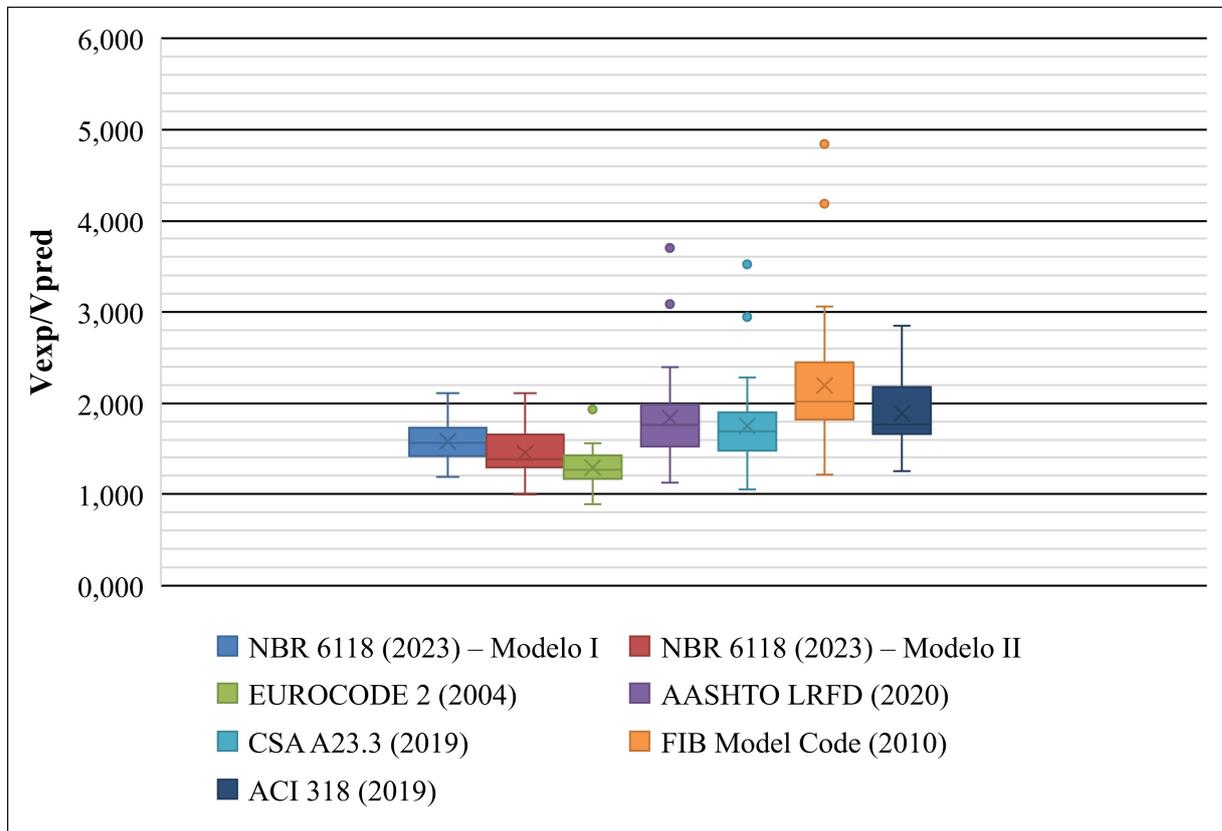
Analisando a Figura 39, observa-se que o modelo da ACI 318 (2019) teve um bom desempenho global, combinando com um grau adequado de conservadorismo, enquanto o método do EUROCODE 2 (2004) gerou a maior quantidade de resultados ótimos. No entanto, semelhante ao contexto anterior, para os espécimes solicitados por flexocompressão, o EUROCODE 2 (2004) registrou um número elevado de cenários contra a segurança, sugerindo uma necessidade de ajuste dos seus resultados para aplicação em problemas de cisalhamento em seções circulares cheias.

### 5.3.2. Análise dos elementos com seção transversal circular vazada

Nas Figuras 40 e 41, os resultados da razão  $V_{exp}/V_{pred}$ , são exibidos em diagramas de caixa, para os elementos de seção circular vazada, submetidos à flexão simples e flexocompressão, respectivamente. O principal objetivo é realizar uma comparação visual dos resultados obtidos por cada método.

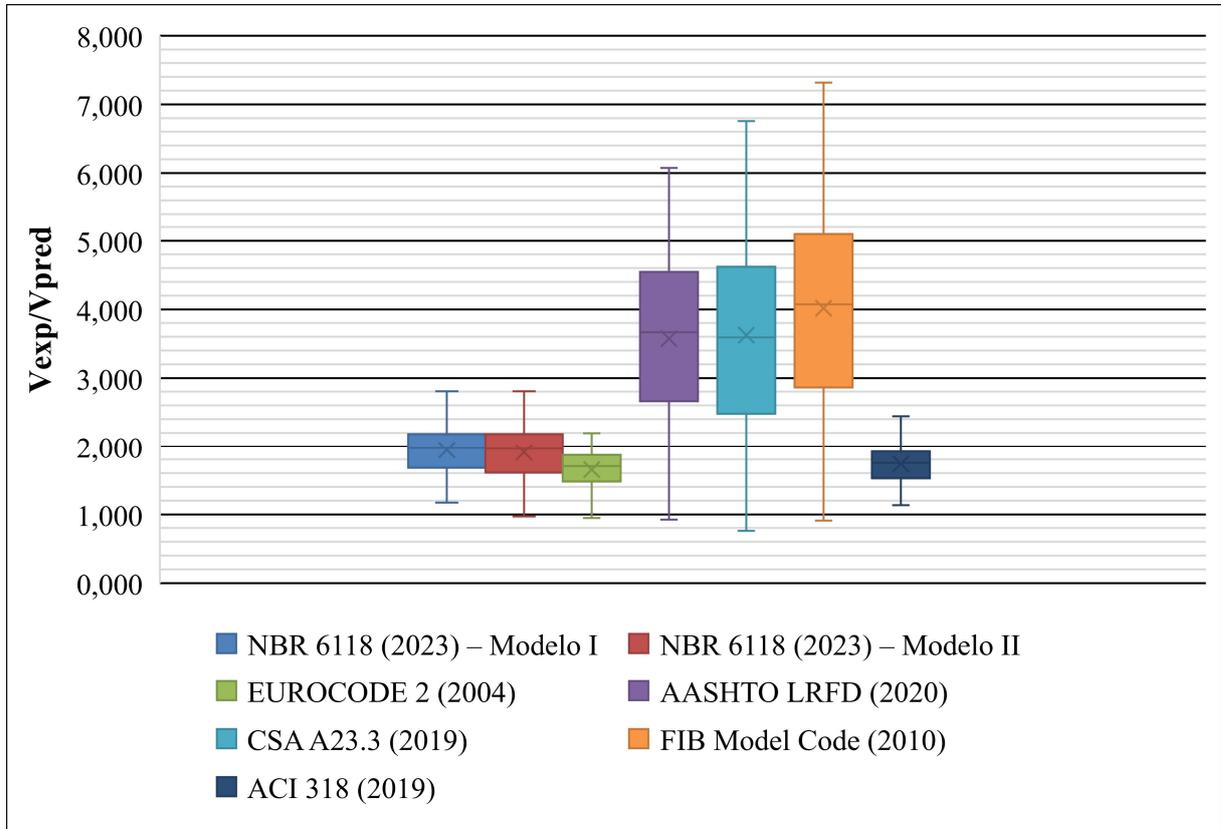
Os principais parâmetros dos diagramas de caixa foram utilizados para uma avaliação quantitativa do desempenho dos métodos e estão detalhadamente expostos nas Tabelas 20 e 21. Parâmetros estatísticos adicionais são apresentados nas Tabelas 22 e 23, com o intuito de aprimorar a análise do desempenho dos modelos.

**Figura 40 - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 41 - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.**



Fonte: Autor (2024)

**Tabela 20 - Dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**

Norma ou Código	Q1	Q2 (Mediana)	Q3	Média	Valor Mínimo	Valor Máximo	Amplitude Interquartílica
NBR 6118 (2023) – Modelo I	1,41	1,57	1,73	1,58	1,19	2,11	0,32
NBR 6118 (2023) – Modelo II	1,29	1,38	1,66	1,45	0,99	2,11	0,37
AASHTO LRFD (2020)	1,53	1,76	1,99	1,84	1,12	3,70	0,46
CSA A23.3 (2019)	1,47	1,69	1,90	1,76	1,05	3,52	0,43
FIB Model Code (2010)	1,82	2,02	2,45	2,20	1,21	4,84	0,63
ACI 318 (2019)	1,67	1,77	2,18	1,89	1,25	2,85	0,51
EUROCODE 2 (2004)	1,17	1,26	1,42	1,29	0,89	2,02	0,25

Fonte: Autor (2024)

**Tabela 21 - Dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>Q1</b>	<b>Q2 (Mediana)</b>	<b>Q3</b>	<b>Média</b>	<b>Valor Mínimo</b>	<b>Valor Máximo</b>	<b>Amplitude Interquartílica</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	1,68	1,97	2,18	1,94	1,17	2,80	0,50
NBR 6118 (2023) – Modelo II	1,61	1,96	2,18	1,91	0,97	2,80	0,57
AASHTO LRFD (2020)	2,66	3,67	4,54	3,57	0,92	6,07	1,88
CSA A23.3 (2019)	2,48	3,59	4,62	3,62	0,76	6,75	2,14
FIB Model Code (2010)	2,86	4,07	5,09	4,02	0,91	7,31	2,23
ACI 318 (2019)	1,52	1,75	1,92	1,74	1,13	2,44	0,40
EUROCODE 2 (2004)	1,48	1,70	1,87	1,65	0,95	2,19	0,39

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 22 - Outros dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>COV (%)</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>MAPE (%)</b>	<b>RMSE (kN)</b>	<b>Vexp/Vpred &lt; 1 (%)</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	1,58	0,23	14,6	0,85	35,6	61,69	0
NBR 6118 (2023) – Modelo II	1,45	0,27	18,7	0,81	28,8	50,74	3,0
AASHTO LRFD (2020)	1,84	0,52	28,1	0,72	42,3	71,42	0
CSA A23.3 (2019)	1,76	0,49	28,2	0,71	39,4	67,38	0
FIB Model Code (2010)	2,20	0,75	34,3	0,65	50,3	83,61	0
ACI 318 (2019)	1,89	0,39	20,6	0,80	45,0	73,65	0
EUROCODE 2 (2004)	1,29	0,25	19,1	0,80	21,3	41,08	12,1

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 23 - Outros dados estatísticos dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>COV (%)</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>MAPE (%)</b>	<b>RMSE (kN)</b>	<b>V<sub>exp</sub>/V<sub>pred</sub> &lt; 1 (%)</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	1,94	0,38	19,7	0,27	46,3	102,03	0
NBR 6118 (2023) – Modelo II	1,91	0,42	22,2	0,13	44,6	100,69	1,4
AASHTO LRFD (2020)	3,57	1,23	34,3	0,03	67,4	146,06	1,4
CSA A23.3 (2019)	3,62	1,46	40,2	0,06	67,1	146,41	2,8
FIB Model Code (2010)	4,02	1,47	36,6	0,04	70,3	151,38	1,4
ACI 318 (2019)	1,74	0,28	15,9	0,61	41,0	87,30	0
EUROCODE 2 (2004)	1,65	0,33	19,9	0,35	36,8	83,16	1,4

**Fonte: Autor (2024)**

Após a análise visual dos resultados apresentados na Figura 40, observa-se que o EUROCODE 2 (2004) foi o método menos conservador para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples, com uma baixa dispersão dos valores da razão  $V_{exp}/V_{pred}$ . Por outro lado, o FIB Model Code (2010) foi o mais conservador e apresentou maior discrepância entre o valor mínimo e máximo. No entanto, globalmente, todos os modelos mostraram poucos ou nenhum resultado contra a segurança. Em termos quantitativos, o EUROCODE 2 (2004) teve a menor amplitude interquartílica (0,25) e a menor média para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$  (1,29), com métricas de erro mais baixas, incluindo um MAPE de 21,3% e uma RMSE de 41,08 kN. Apenas 4 dos 33 espécimes resultaram em uma resistência ao cisalhamento maior que o valor experimental, representando 12,1% do total. Enquanto isso, o FIB Model Code (2010) registrou a maior amplitude interquartílica (0,63), a maior média para a razão entre resistência experimental e predita (2,20), além das maiores métricas de erro e dispersão, com um COV de 34,3%, um MAPE de 50,3% e uma RMSE de 83,61 kN.

Entre os modelos que demonstraram bom desempenho combinado com um grau aceitável de conservadorismo, destaca-se o Modelo II da NBR 6118 (2023). Este modelo exibiu uma baixa dispersão em torno da média, com um COV de 18,7%, juntamente com um coeficiente de determinação de 0,81, um erro percentual absoluto médio de 28,8%, e uma raiz do erro quadrático médio de 50,71 kN. Os outros modelos demonstraram um nível moderado

de conservadorismo nos resultados, sem registrar cenários desfavoráveis na previsão das resistências ao cisalhamento dos espécimes.

Ao analisar visualmente a Figura 41, observa-se que os modelos dos códigos e normas baseados na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT) exibiram uma maior dispersão dos dados, evidenciada pelas maiores amplitudes interquartílicas e intervalos entre os valores mínimos e máximos para a razão entre  $V_{exp}/V_{pred}$ . Globalmente, todos os modelos mostraram resultados conservadores, sendo o da ACI 318 (2019) o que apresentou menor amplitude interquartil, porém sem registros de resultados desfavoráveis. Em uma avaliação quantitativa de cada método selecionado, o FIB Model Code (2010) mostrou-se o mais conservador, com uma média de 4,02 para seus resultados, além de um valor mínimo de 0,91 e máximo de 7,31 para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$ , acompanhado do maior MAPE (70,3%), maior RMSE (151,38 kN) e menor coeficiente de determinação (0,04). Por outro lado, a norma americana de concreto ACI 318 (2019) exibiu o melhor desempenho, com um coeficiente de determinação de 0,61, juntamente com o menor coeficiente de variação (15,9%) e baixos valores para as métricas de erro consideradas, com um MAPE de 41%, com uma RMSE de 87,3 kN e nenhum resultado contra a segurança. Em relação aos espécimes submetidos à flexocompressão, os resultados gerados pelo Modelo I da NBR 6118 (2023) foram melhores, apresentando um desempenho global superior ao do Modelo II.

Nas Tabelas 24 e 25 estão expressos os resultados da aplicação dos testes de hipótese de Mann-Whitney e dos testes de normalidade de Shapiro-Wilk para avaliação da aderência entre os valores preditos e experimentais, além da aplicação dos testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov para determinação da distribuição de cada um dos modelos.

**Tabela 24 - Testes de hipótese dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>TESTE DE NORMALIDADE (Shapiro-Wilk)</b>	<b>TESTE DE MANN-WHITNEY</b>	<b>TESTE KS (distribuição)</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	Sim (P-valor = 0.085)	Rejeita (P-valor = 0.000165)	Dist. Weibull_min (P-Valor = 0.43)
NBR 6118 (2023) – Modelo II	Sim (P-valor = 0.084)	Rejeita (P-valor = 0.0065)	Dist. Gumbel_1 (P-Valor = 0.67)
AASHTO LRFD (2020)	Sim (P-valor = 0.059)	Rejeita (P-valor = 8.63E-06)	Dist. Normal (P-Valor = 0.71)
CSA A23.3 (2019)	Sim (P-valor = 0.055)	Rejeita (P-valor = 3.05E-05)	Dist. Normal (P-Valor = 0.68)

**Tabela 24 – Testes de hipótese dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**

<b>Norma ou Código</b>	<b>TESTE DE NORMALIDADE (Shapiro-Wilk)</b>	<b>TESTE DE MANN-WHITNEY</b>	<b>TESTE KS (distribuição)</b>
FIB Model Code (2010)	Não (P-valor = 0.046)	Rejeita (P-valor = 2.34E-07)	Dist. Gumbel <sub>1</sub> (P-Valor = 0.58)
ACI 318 (2019)	Sim (P-valor = 0.053)	Rejeita (P-valor = 1.88E-06)	Dist. Gumbel <sub>1</sub> (P-Valor = 0.60)
EUROCODE 2 (2004)	Não (P-valor = 0.018)	Não Rejeita (P-valor = 0.07)	Dist. Gumbel <sub>1</sub> (P-Valor = 0.48)

**Fonte: Autor (2024)**

**Tabela 25 - Testes de hipótese dos modelos de projeto para os espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.**

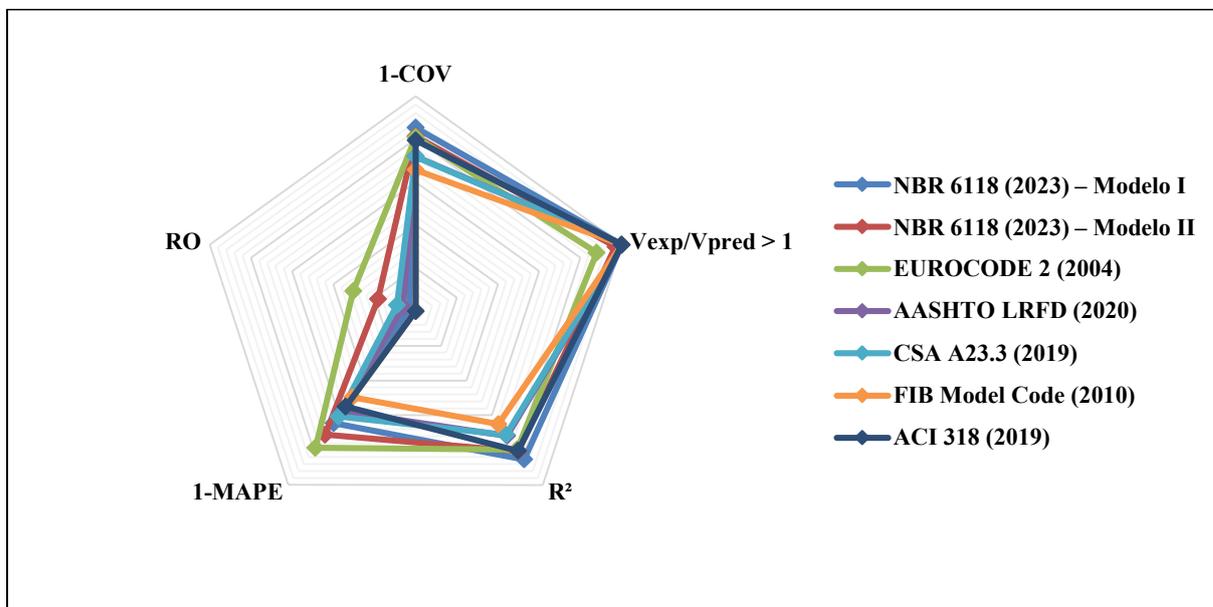
<b>Norma ou Código</b>	<b>TESTE DE NORMALIDADE (Shapiro-Wilk)</b>	<b>TESTE DE MANN-WHITNEY</b>	<b>TESTE KS (distribuição)</b>
NBR 6118 (2023) – Modelo I	Não (P-valor = 2.92E-05)	Rejeita (P-valor = 3.65E-32)	Dist. Gumbel <sub>r</sub> (P-Valor = 0.12)
NBR 6118 (2023) – Modelo II	Não (P-valor = 0.0013)	Rejeita (P-valor = 9.43E-31)	Dist. Gumbel <sub>r</sub> (P-Valor = 0.52)
AASHTO LRFD (2020)	Não (P-valor = 7.75E-11)	Rejeita (P-valor = 1.34E-37)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.01)
CSA A23.3 (2019)	Não (P-valor = 2.63E-11)	Rejeita (P-valor = 3.73E-34)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.11)
FIB Model Code (2010)	Não (P-valor = 4.93E-11)	Rejeita (P-valor = 5.08E-37)	Dist. Moyal (P-Valor = 0.01)
ACI 318 (2019)	Não (P-valor = 0.0052)	Rejeita (P-valor = 1.23E-25)	Dist. Weibull <sub>min</sub> (P-Valor = 0.55)
EUROCODE 2 (2004)	Não (P-valor = 0.012)	Rejeita (P-valor = 5.62E-21)	Dist. Gumbel <sub>1</sub> (P-Valor = 0.66)

**Fonte: Autor (2024)**

Na Tabela 24, apenas os modelos do FIB Model Code (2010) e do EUROCODE 2 (2004) não exibiram normalidade nos resultados. No entanto, somente a metodologia do EUROCODE 2 (2004) não teve sua hipótese nula rejeitada, indicando falta de evidências suficientes para afirmar uma diferença estatisticamente significativa entre os valores teóricos e experimentais. Quanto aos resultados apresentados na Tabela 25, nenhum dos modelos de projeto mostrou normalidade para os espécimes sob flexocompressão. Ademais, todos os modelos tiveram suas hipóteses nulas no teste de Mann-Whitney rejeitadas, sugerindo uma diferença estatisticamente significativa entre os valores de resistência preditos e os experimentais.

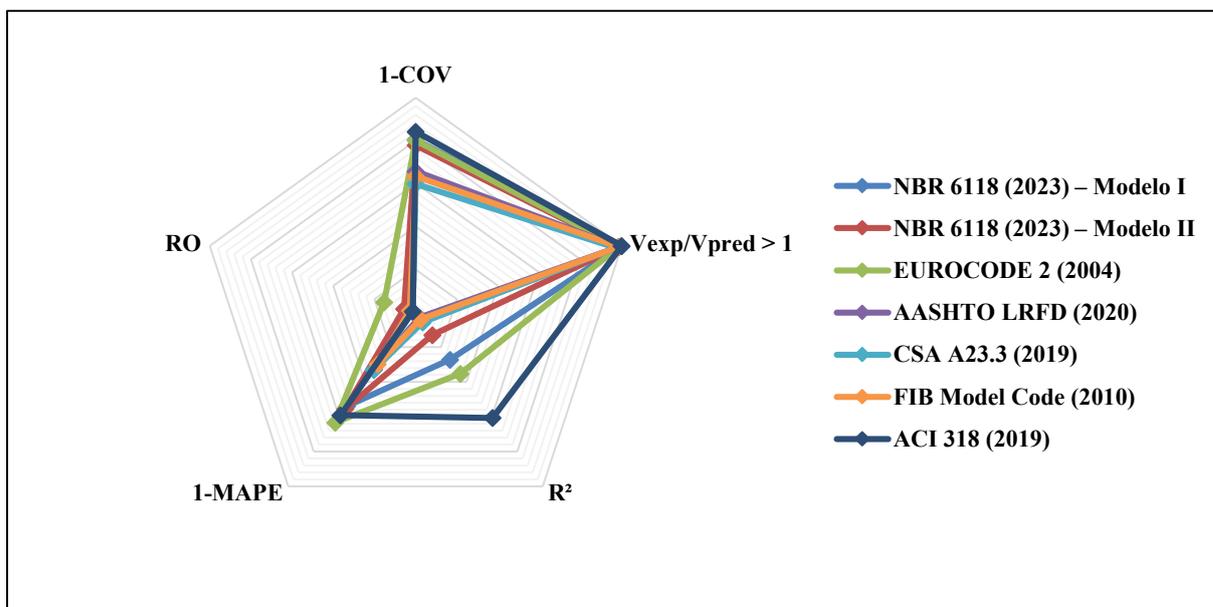
Por fim, foram elaborados os gráficos de radar para seções circulares vazadas submetidos à flexão simples e flexocompressão nas Figuras 42 e 43, respectivamente.

**Figura 42 - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexão simples.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 43 - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão.**



Fonte: Autor (2024)

Ao avaliar o desempenho global dos modelos de projeto na Figura 42, nota-se que a metodologia do EUROCODE 2 (2004) se destacou por ter a maior quantidade de resultados ótimos, acompanhada por um nível satisfatório de conservadorismo e baixos valores para as

métricas de erro. Vale ressaltar também os resultados do Modelo II da NBR 6118 (2023), que apresentou a segunda maior quantidade de resultados ótimos, juntamente com desempenho aceitável nos demais parâmetros avaliados.

Ao analisar a Figura 43, observa-se que o EUROCODE 2 (2004) novamente se destacou por ter a maior quantidade de resultados ótimos, embora não tenha demonstrado um bom coeficiente de determinação entre os valores preditos e os valores experimentais. Por outro lado, a ACI 318 (2019) foi o único modelo que se destacou na predição dos valores de resistência ao cisalhamento experimentais, exibindo um nível razoável de conservadorismo, apesar da baixa quantidade de resultados ótimos.

#### **5.4. Estudo do desempenho do uso de estribos circulares e em espiral**

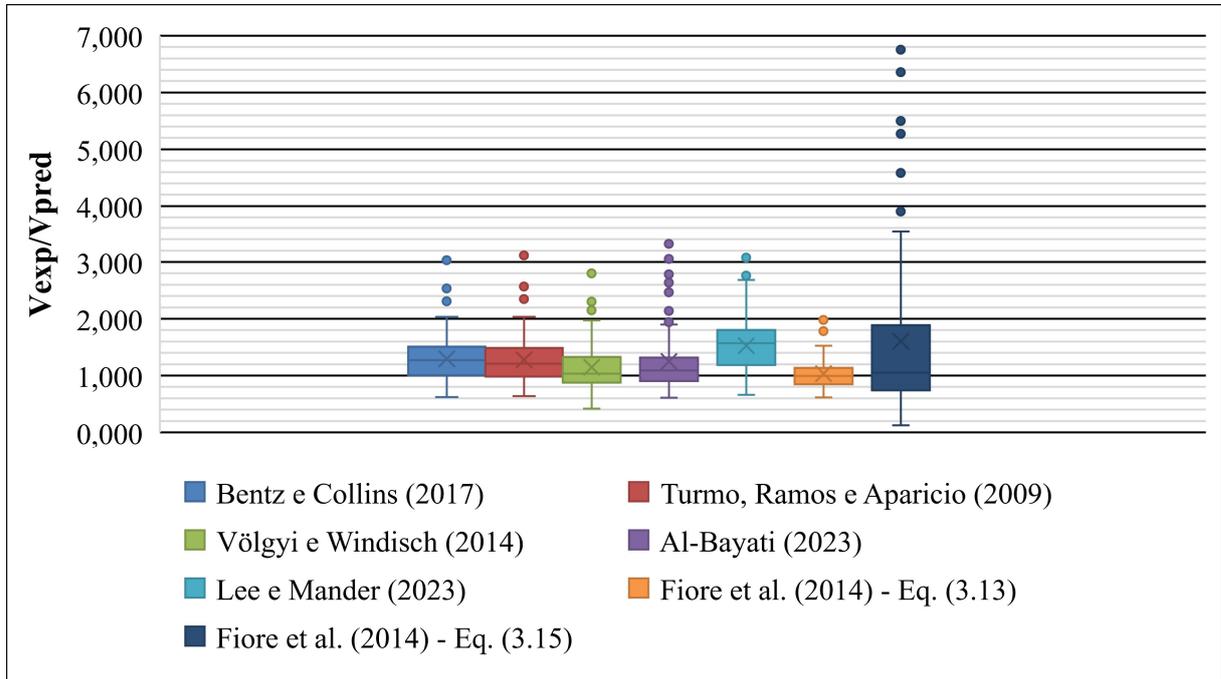
Nesta seção, busca-se avaliar o desempenho dos modelos conforme o tipo de estribo adotado, seja armadura circular ou em espiral, nos elementos com seção circular cheia e vazada presentes no banco de dados. Foram realizadas análises estatísticas com os resultados preditos pelos modelos teóricos e de projeto, visando inferir o desempenho desses modelos conforme a geometria do estribo utilizado. Optou-se por uma análise visual dos resultados por meio de diagramas de caixa e gráficos de radar para avaliação do desempenho global. Por fim, as análises foram realizadas considerando os seguintes cenários: elementos com seção circular cheia e dotados de estribos circulares; elementos com seção circular vazada contendo estribos circulares; e elementos com seção circular vazada providos de estribos helicoidais.

##### **5.4.1. Análise dos modelos teóricos**

Na Figura 44 são apresentados, por meio de diagrama de caixa, os resultados da razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os elementos de seção circular cheia com estribos circulares. É importante ressaltar que todos os espécimes com seção circular cheia no banco de dados foram dotados de estribos circulares. Portanto, não foram coletados da literatura ensaios experimentais de elementos com estribos em espiral. Para auxiliar na avaliação do desempenho, foi elaborado o gráfico de radar ilustrado na Figura 45, utilizando as principais métricas estatísticas extraídas dos resultados obtidos.

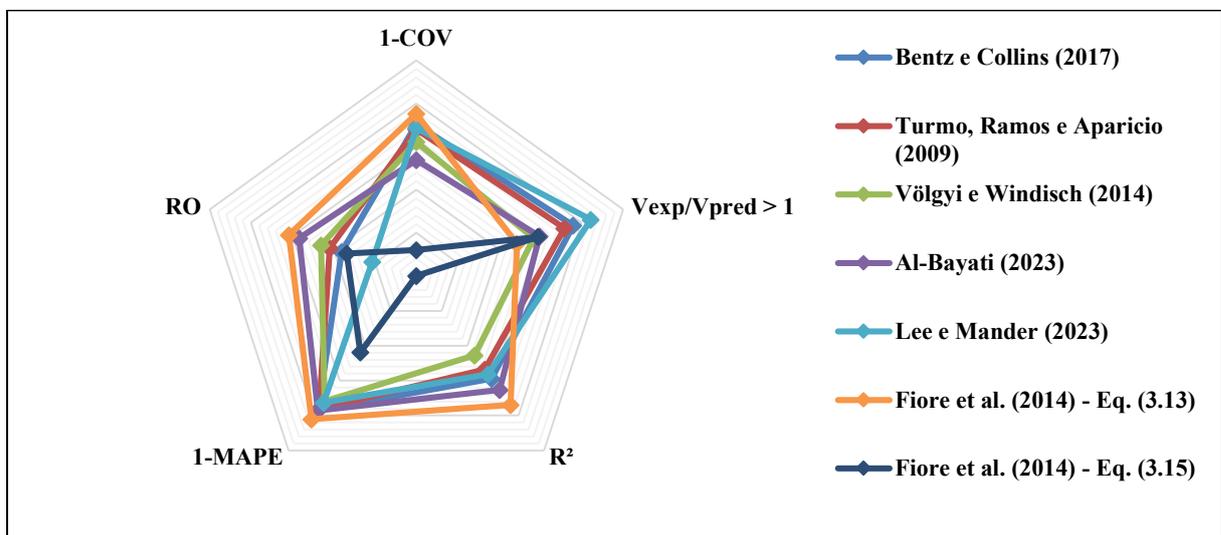
Os resultados do modelo de Fiore et al. (2014) abarcam apenas os elementos submetidos à flexão simples, enquanto os demais modelos também incluem os espécimes solicitados por flexocompressão.

Figura 44 - Desempenho dos modelos teórico baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular cheia dotados de estribos circulares.



Fonte: Autor (2024)

Figura 45 - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular cheia dotados de estribos circulares.



Fonte: Autor (2024)

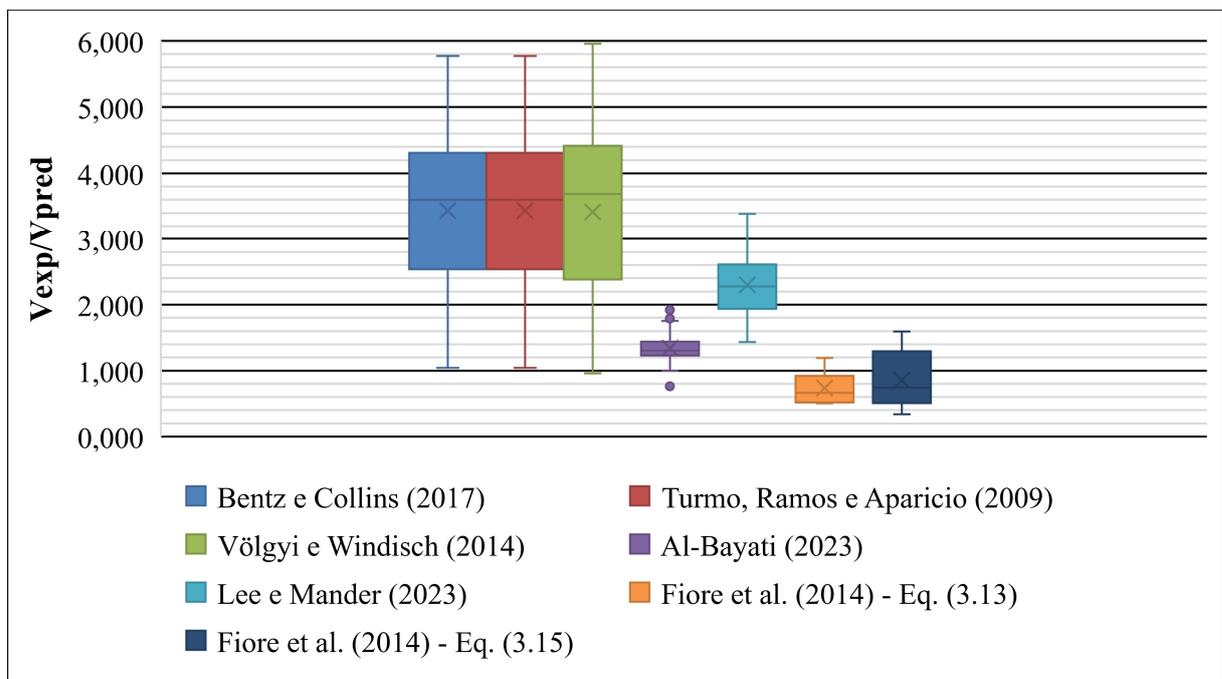
Analisando a Figura 44, observa-se que todos os modelos mostraram resultados contra a segurança. Destaca-se que o uso da Equação 3.15 do modelo de Fiore et al. (2014) revelou uma maior dispersão dos resultados, com um COV de 87,9%. O modelo proposto por Al-Bayati (2023) apresentou uma proximidade significativa entre os valores teóricos e experimentais para os espécimes submetidos tanto à flexão simples quanto à flexocompressão, com um  $R^2$  de 0,653,

MAPE de 23% e RMSE de 71,1 kN, porém 40,4% dos resultados foram contra a segurança (57 casos). Em relação aos espécimes submetidos à flexão simples, a Equação 3.13 do modelo de Fiore et al. (2014) obteve os melhores resultados, com um coeficiente de determinação de 0,739, MAPE de 17,9% e RMSE de 55,1 kN. Entretanto, este método foi o menos conservador, com 51,4% dos casos apresentando resultados desfavoráveis. O modelo mais conservador foi o de Lee e Mander (2023), com 15,6% dos resultados contra a segurança e uma média de 1,53 para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Na análise da Figura 45, destaca-se que a aplicação da Equação 3.15 de Fiore et al. (2014) demonstrou o pior desempenho global, enquanto a Equação 3.13 dos mesmos autores obteve resultados excelentes para os casos de seção transversal circular cheia, com estribos circulares e submetidos à flexão simples. Considerando também os espécimes submetidos à flexocompressão, o modelo proposto por Al-Bayati (2023) se destacou, apresentando a maior quantidade de resultados ótimos, o menor MAPE e o melhor  $R^2$ , tornando-se o modelo com melhor desempenho global para os casos mencionados.

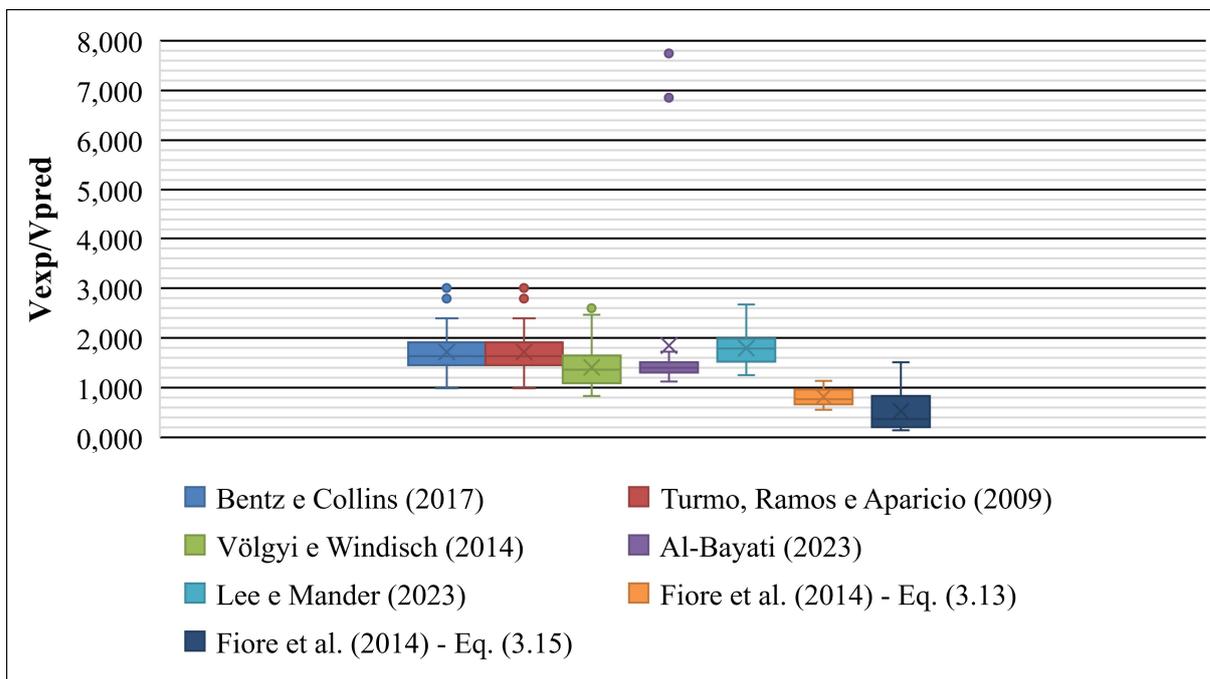
Nas Figuras 46 e 47, os resultados do desempenho dos modelos para elementos com seção circular vazada e dotados de estribos circulares e em espiral, respectivamente, são apresentados por meio de diagramas de caixa.

**Figura 46 - Desempenho dos modelos teórico baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular vazada dotados de estribos circulares.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 47 - Desempenho dos modelos teórico baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular vazada dotados de estribos em espiral.**



**Fonte: Autor (2024)**

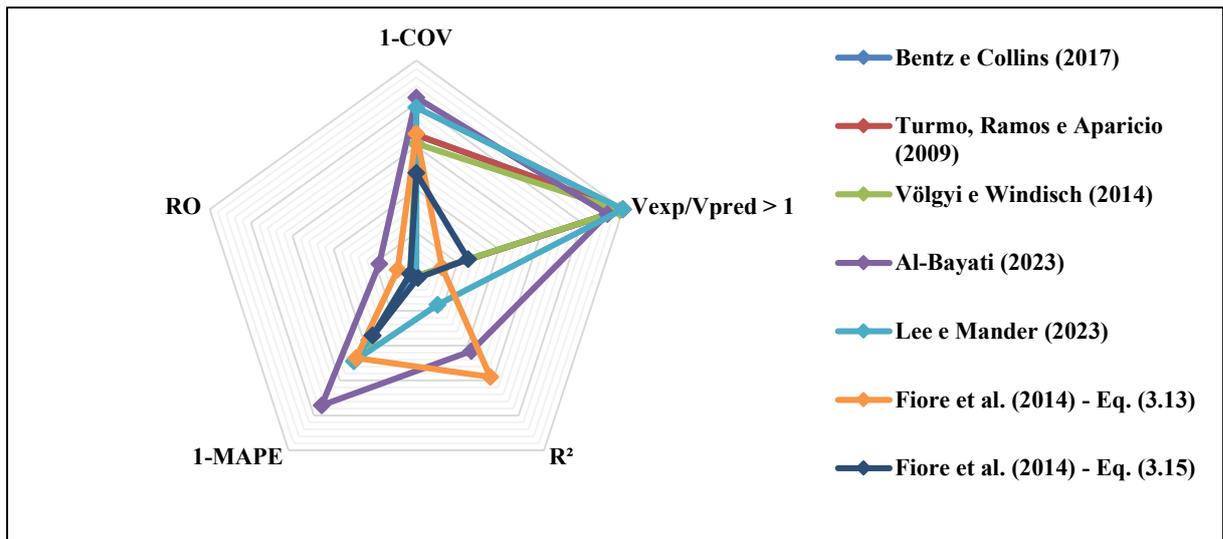
Avaliando a Figura 46, observa-se que ambas as equações propostas por Fiore et al. (2014) apresentaram uma grande quantidade de resultados contra a segurança, no qual a aplicação da Equação 3.13 resultou em 87,5% de resultados desfavoráveis, enquanto o uso da Equação 3.15 gerou 75% de resultados contrários à segurança. Os demais modelos se mostraram bastante conservadores, principalmente os modelos de Bentz e Collins (2017), de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) e de Völgyi e Windisch (2014). Por fim, a proposta de Al-Bayati (2023) se mostrou a mais ajustada para representação da resistência ao cisalhamento de elementos circulares vazados e dotados de estribos circulares. Em termos quantitativos, o modelo de Al-Bayati (2023) gerou um coeficiente de variação de 17,3%, ou seja, uma baixa dispersão dos resultados em torno da média, com um valor médio de 1,34 para as razões entre  $V_{exp}/V_{pred}$ . Além disso, foi obtido um coeficiente de determinação 0,43 para o ajuste entre os valores teóricos e experimentais, com um MAPE de 25,8% e uma RMSE de 60,1 kN.

Analisando visualmente os resultados da Figura 47, nota-se um comportamento parecido com o observado na Figura 46. No entanto, o modelo de Al-Bayati (2023) apresentou menor precisão na predição dos valores de resistência ao cisalhamento, tendo uma média de 1,84 para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$ . O modelo que apresentou uma maior quantidade de resultados ótimos foi o de Völgyi e Windisch (2014), com 34,6% dos resultados dentro do intervalo entre 0,8 e 1,2 para a razão entre as resistências teóricas e experimentais. Ainda com

relação ao desempenho do modelo, em termos quantitativos, o uso da proposta de Völgyi e Windisch (2014) resultou em uma média de 1,41, com um COV de 31,8% e um  $R^2$  de 0,46.

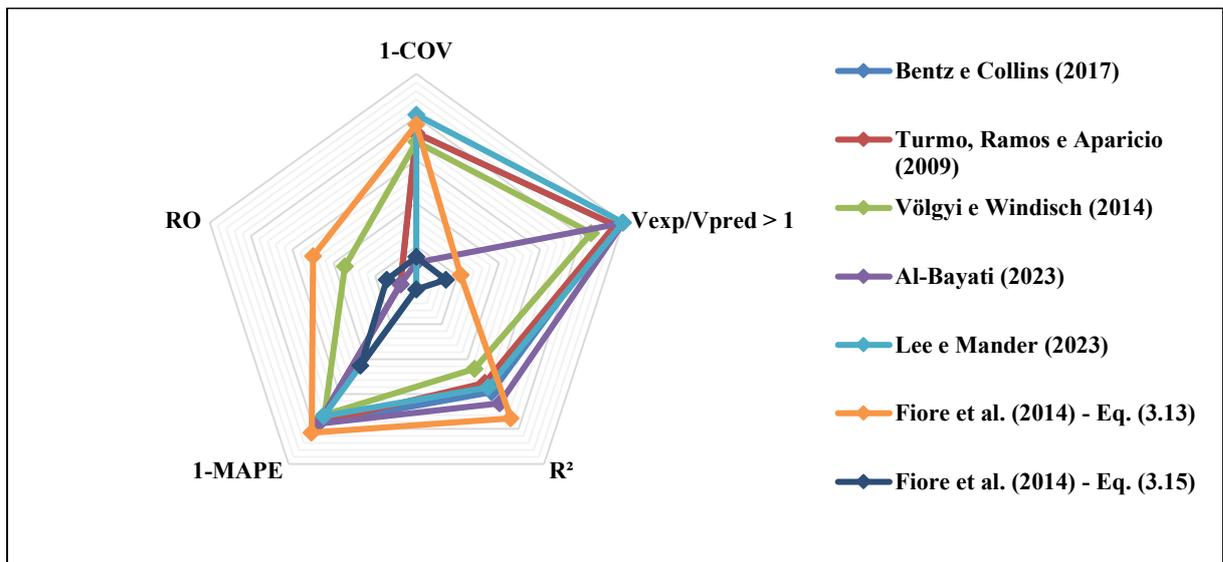
Com o intuito de corroborar com as análises dos desempenhos globais dos modelos, são apresentados nas Figuras 48 e 49 os principais parâmetros derivados dos resultados obtidos.

**Figura 48 - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular vazada dotados de estribos circulares.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 49 - Gráfico radar dos resultados dos modelos teóricos aplicados nos espécimes com seção circular vazada dotados de estribos em espiral.**



Fonte: Autor (2024)

A partir dos resultados apresentados na Figura 48, conclui-se que o desempenho da aplicação da Equação 3.15 do modelo de Fiore et al. (2014) foi o que teve a pior efetividade no que diz respeito à predição das resistências ao cisalhamento, enquanto o modelo de Al-Bayati

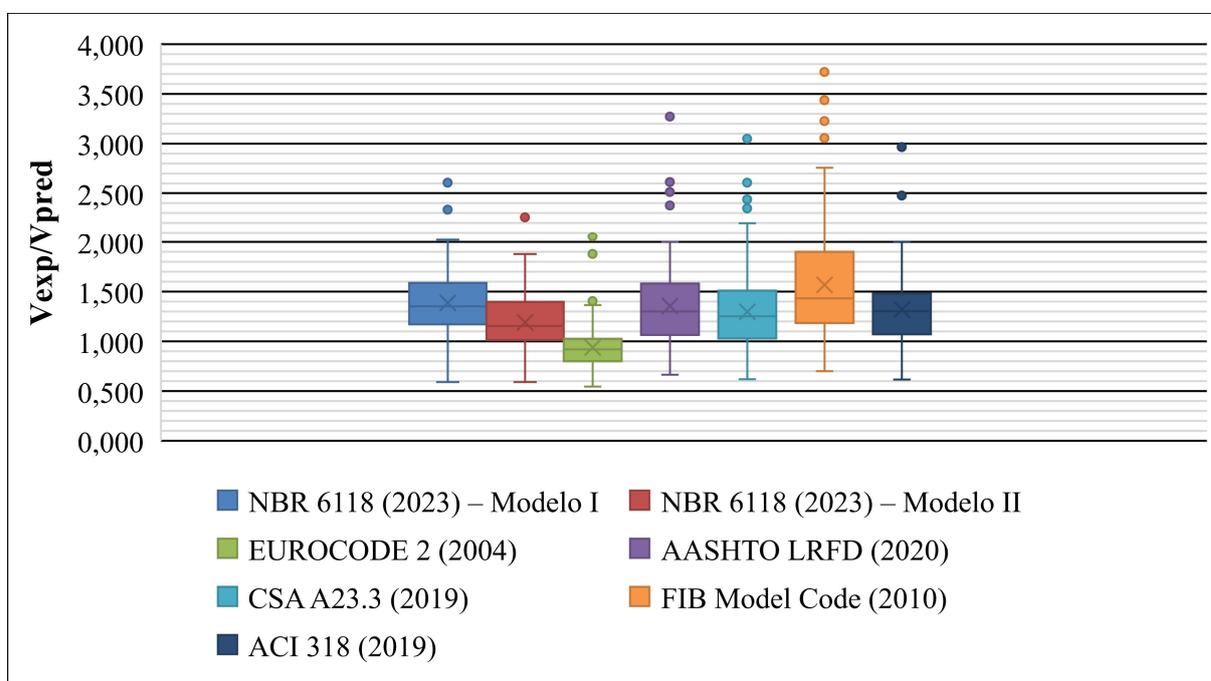
(2023) foi o que teve a melhor eficiência global para os espécimes com seção transversal circular vazada e dotados de estribos circulares.

Com relação à análise da Figura 49, verifica-se que o desempenho da aplicação da Equação 3.15 do modelo de Fiore et al. (2014) também teve a pior efetividade para os espécimes com seção circular vazada e dotados com armaduras em espiral. Em contrapartida, a proposta de Völgyi e Windisch (2014) foi o que teve o melhor desempenho global, tendo a segunda maior quantidade de resultados ótimos e uma eficiência razoável dos demais parâmetros avaliados.

#### 5.4.2. Análise dos modelos de projeto prescritos por códigos e normas

Na Figura 50 são apresentados, por meio de diagrama de caixa, os resultados da razão  $V_{exp}/V_{pred}$  dos modelos de projeto para os elementos de seção circular cheia com estribos circulares. Conforme mencionado anteriormente, não foram coletados da literatura ensaios experimentais de elementos com seção circular cheia e dotados de estribos em espiral.

**Figura 50 - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular cheia dotados de estribos circulares.**



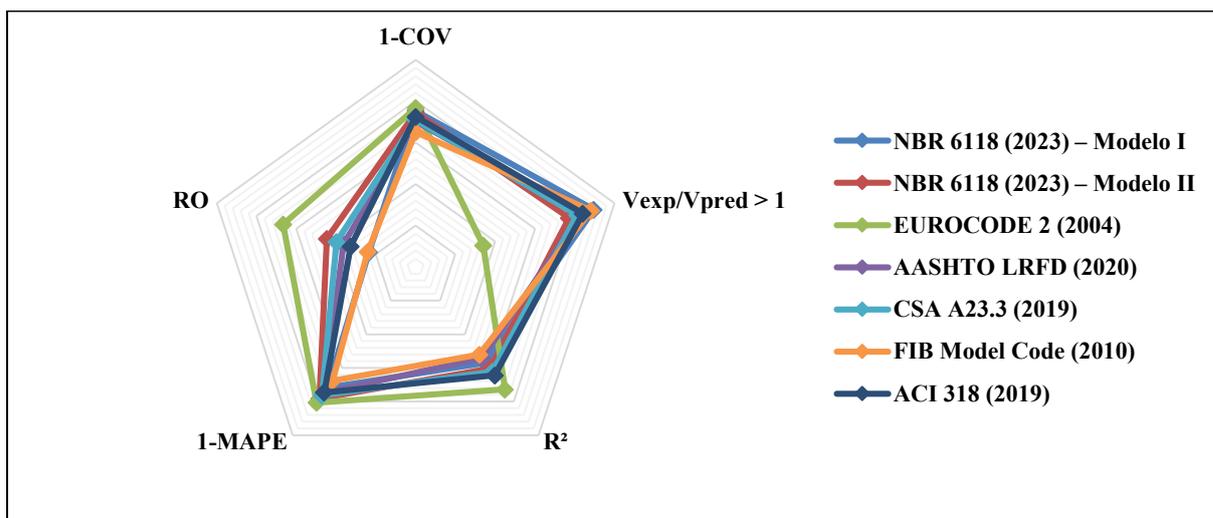
**Fonte: Autor (2024)**

Na Figura 50, a metodologia proposta pelo FIB Model Code (2010) se destacou por gerar a maior dispersão nos resultados, apresentando a maior amplitude entre o valor mínimo e máximo, além da maior média em comparação com os demais modelos de projeto analisados.

Por outro lado, o modelo preconizado pelo EUROCODE 2 (2004) mostrou-se o menos conservador, apresentando a menor média para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$  e a menor amplitude interquartílica, registrando um valor de 0,23. Em termos quantitativos, o EUROCODE 2 (2004) registrou 66% dos casos com resultados de resistência ao cisalhamento calculados maiores que os valores experimentais. Quanto ao Modelo I da NBR 6118 (2023), observou-se uma baixa dispersão nos resultados, com um coeficiente de variação (COV) de 24,6%, além de uma média razoável de 1,39 e apenas 10,4% dos resultados contrários à segurança para esse cenário específico. Por sua vez, o Modelo II apresentou o menor MAPE (21,8%) e o quarto melhor coeficiente de determinação (0,605).

Para auxiliar na avaliação do desempenho, foi elaborado o gráfico de radar ilustrado na Figura 51, utilizando as principais métricas estatísticas extraídas dos resultados obtidos.

**Figura 51 - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular cheia dotados de estribos circulares.**

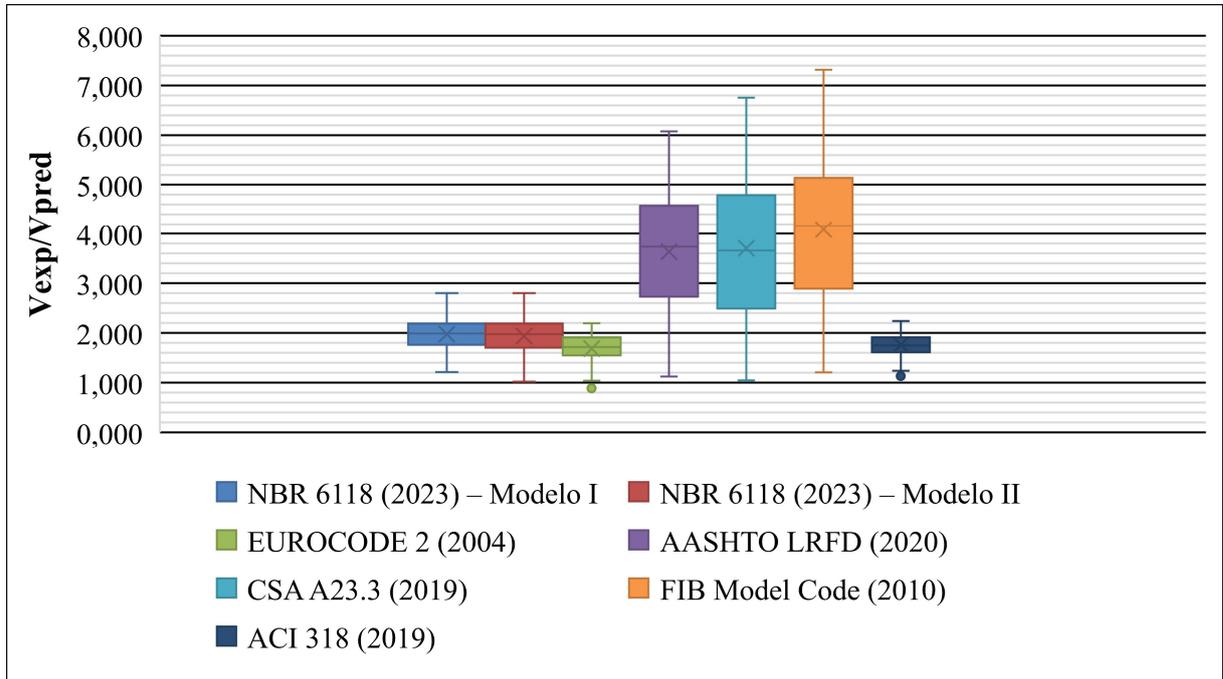


**Fonte: Autor (2024)**

Ao analisar a Figura 51, observa-se que, embora a metodologia preconizada pelo EUROCODE 2 (2004) tenha registrado a maior quantidade de resultados ótimos, o menor coeficiente de variação, o maior coeficiente de determinação e um pequeno valor de MAPE, esse modelo de projeto foi o que apresentou a maior incidência de cenários contrários à segurança. Por outro lado, os demais modelos demonstraram um desempenho conservador, com destaque para o modelo da ACI 318 (2019), que obteve o melhor desempenho global para os elementos com seção transversal circular cheia e estribos circulares.

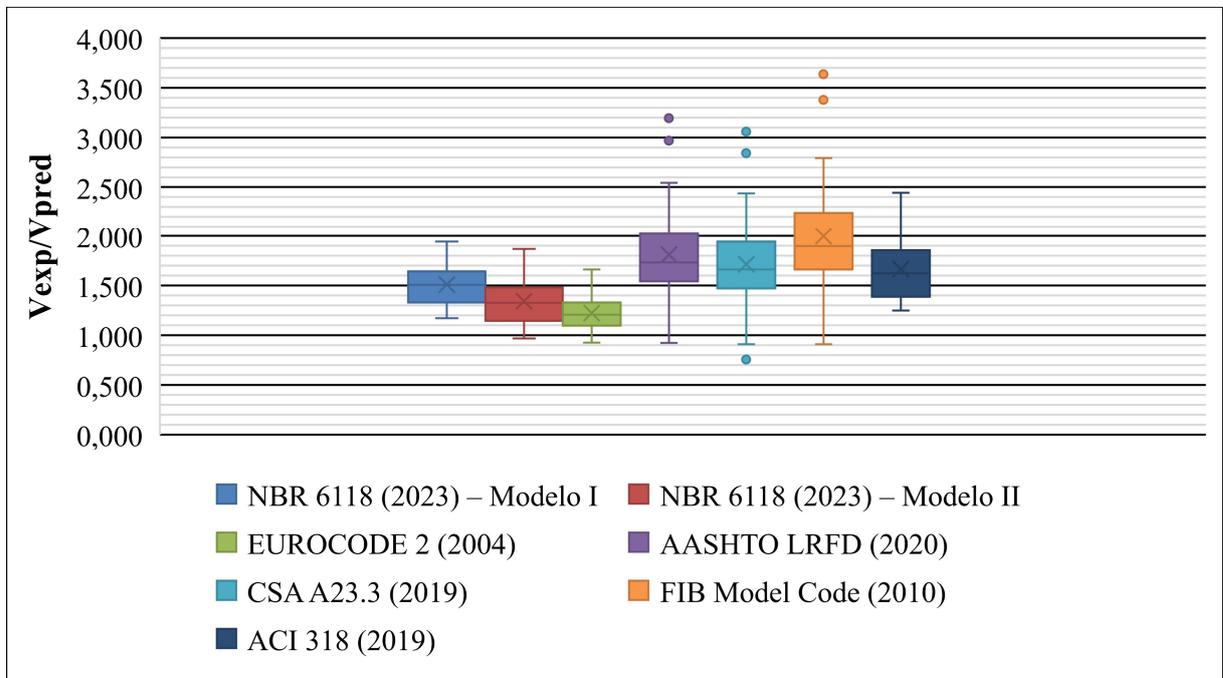
Nas Figuras 52 e 53 são apresentados os resultados para os elementos com seção circular vazada e dotados com estribos circulares e em espiral, respectivamente.

**Figura 52 - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular vazada dotados de estribos circulares.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 53 - Desempenho dos modelos de projeto baseado na razão  $V_{exp}/V_{pred}$  para os espécimes com seção circular vazada dotados de estribos em espiral.**



Fonte: Autor (2024)

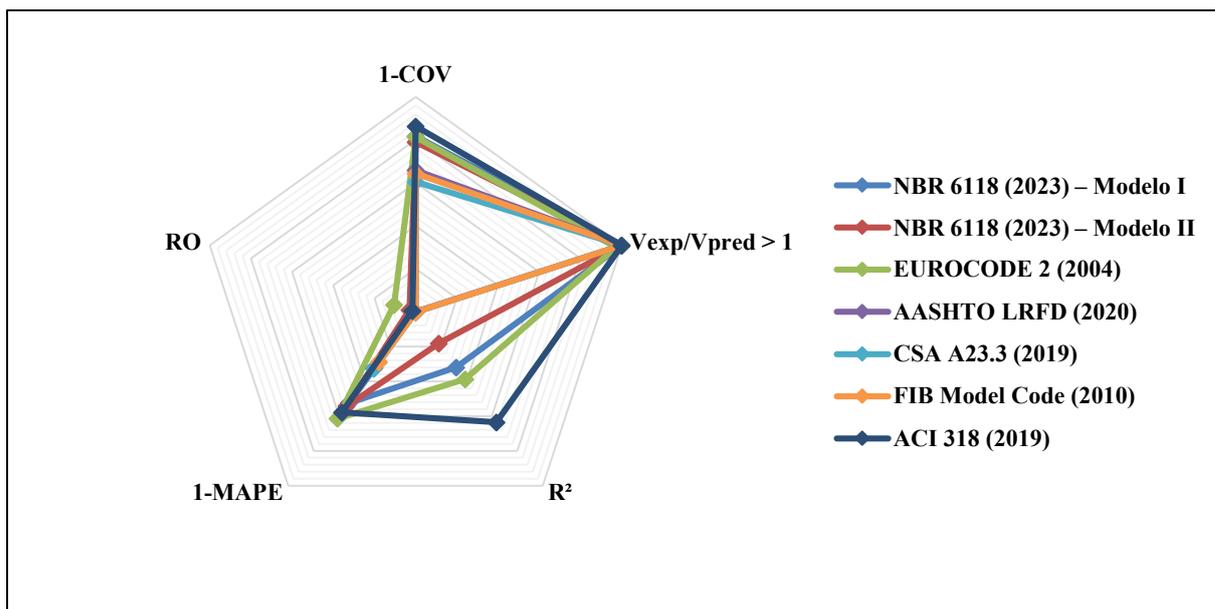
Ao analisar os resultados apresentados na Figura 52, percebe-se que os modelos de projeto baseados na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT) exibiram uma maior

dispersão dos dados, evidenciada pelas maiores amplitudes interquartílicas e intervalos entre os valores mínimos e máximos para a razão entre  $V_{exp}/V_{pred}$ . Globalmente, todos os modelos demonstraram um desempenho conservador, com destaque para os modelos da ACI 318 (2019) e do EUROCODE 2 (2004), que apresentaram menor amplitude interquartílica, além de poucos registros de resultados desfavoráveis. Em termos quantitativos, o modelo da ACI 318 (2019) obteve o maior coeficiente de determinação (0,635), o menor coeficiente de variação (13,7%), um MAPE de 42,2% e uma RMSE de 91,27 kN, além de uma média de 1,75 para os valores de  $V_{exp}/V_{pred}$ , sem registros de resultados contra a segurança.

Ao analisar os resultados apresentados na Figura 53, referentes aos elementos com seção circular vazada e estribos em espiral, nota-se um comportamento semelhante aos casos descritos na Figura 52. Os modelos de projeto baseados na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT) apresentaram uma maior dispersão dos resultados, acompanhada de níveis mais elevados de conservadorismo. O modelo da ACI 318 (2019) também demonstrou uma considerável dispersão interquartílica, com um valor de 0,47. Por outro lado, os valores menos conservadores foram observados na metodologia preconizada pelo EUROCODE 2 (2004), com a menor média entre os modelos analisados (1,22), o menor coeficiente de variação (15,1%), o menor MAPE (17,5%) e o maior coeficiente de determinação (0,52).

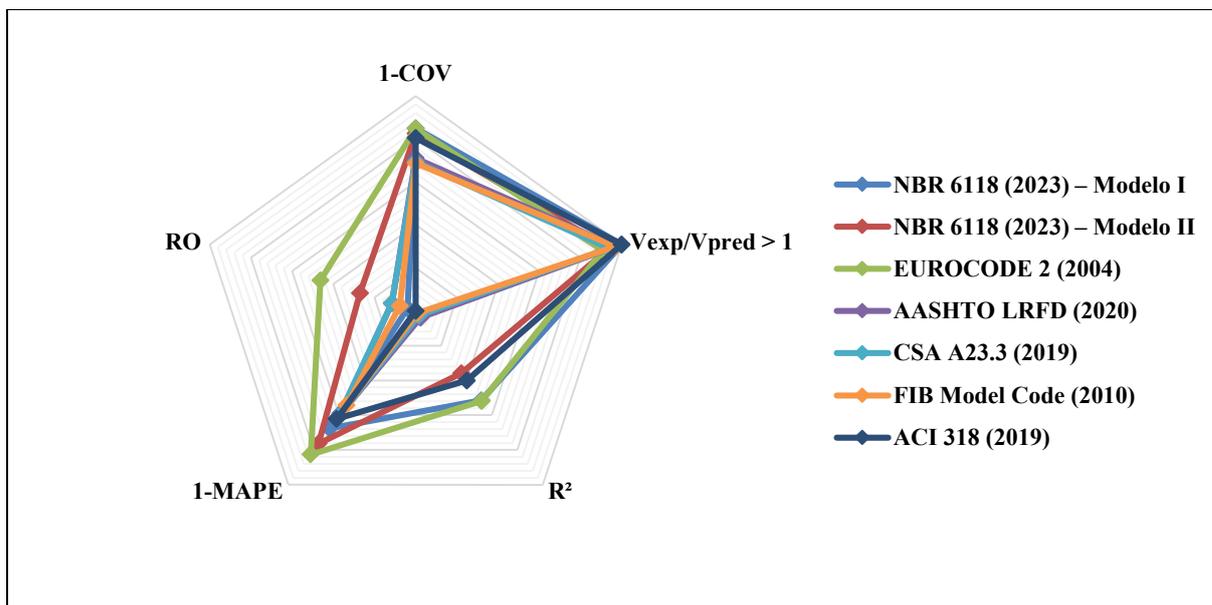
Por fim, são apresentadas nas Figuras 54 e 55 as principais métricas de erro, de modo a obter uma avaliação global do desempenho dos modelos.

**Figura 54 - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular vazada dotados de estribos circulares.**



Fonte: Autor (2024)

**Figura 55 - Gráfico radar dos resultados dos modelos de projeto aplicados nos espécimes com seção circular vazada dotados de estribos em espiral.**



**Fonte: Autor (2024)**

Ao analisar a Figura 54, percebe-se que o melhor desempenho global foi observado na metodologia preconizada pela ACI 318 (2019) para os elementos com seção circular vazada e estribos circulares. Este modelo de projeto apresentou o maior coeficiente de determinação (0,635), com apenas um cenário contra a segurança, indicando um grau razoável de conservadorismo. Nota-se que o Modelo II da NBR 6118 (2023) teve um desempenho global ligeiramente superior em comparação com os resultados do Modelo I. Os demais modelos se destacaram pelo elevado nível de conservadorismo, embora tenham apresentado uma baixa aderência entre os valores teóricos e experimentais.

Ao analisar os resultados apresentados na Figura 55, destaca-se que o modelo preconizado pelo EUROCODE 2 (2004) obteve o melhor desempenho global. Este modelo registrou a maior quantidade de resultados ótimos, o menor MAPE e o maior coeficiente de determinação ( $R^2$ ), apesar de ter apresentado a maior quantidade de casos contra a segurança (4). Por outro lado, o pior desempenho foi observado no modelo do FIB Model Code (2010) para os espécimes com seção transversal circular vazada e estribos em espiral.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento desta dissertação, foi apresentado um breve histórico do progresso dos estudos sobre o cisalhamento em estruturas de concreto armado, juntamente com as principais teorias para descrever o comportamento desses elementos sob esforços cortantes. Foi fornecido um panorama geral das principais pesquisas relacionadas ao comportamento de elementos com seção transversal circular cheia e vazada quando submetidos ao cisalhamento, assim como dos principais modelos teóricos e de projeto para prever a resistência ao cisalhamento para essa geometria. Entretanto, a pesquisa bibliográfica revelou a falta de consenso quanto ao método mais eficaz na predição da resistência ao cisalhamento, destacando a importância de um modelo confiável, preciso e de implementação prática por profissionais da área.

Sendo assim, o objetivo principal desta dissertação foi analisar o desempenho de modelos existentes na predição da resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado com seção transversal circular cheia e vazada, solicitados por flexão simples ou flexocompressão, por meio de comparações com resultados experimentais, sendo esse objetivo atingido. Quanto aos objetivos específicos, eles foram alcançados ao avaliar o desempenho desses modelos para os casos de estribos circulares ou helicoidais.

As delimitações estabelecidas possibilitaram uma análise do comportamento dos elementos estudados, contribuindo para o aprimoramento das diretrizes de projeto e avaliação de elementos estruturais de concreto armado com seção circular cheia e vazada sujeitos a esforços de cisalhamento. Embora alguns cenários específicos não tenham sido abordados, os resultados obtidos fornecem percepções aplicáveis em diversas situações práticas, dada a ausência de prescrições normativas específicas para elementos de seção circular cheia e vazada na norma brasileira de concreto armado.

O presente trabalho avaliou a precisão de vários modelos teóricos encontrados na literatura, bem como de modelos de projeto derivados dos principais códigos e normas nacionais e internacionais. Foram estudadas as capacidades desses métodos de prever a resistência ao cisalhamento em elementos de seção circular cheia e vazada, com estribos circulares ou helicoidais, comparando os valores teóricos com os resultados experimentais disponíveis na literatura. A análise dos resultados incluiu parâmetros estatísticos de dispersão, como desvio padrão, coeficiente de variação, amplitude interquartilica, valor máximo e mínimo, além de medidas de tendência central, como média e mediana. Representações

gráficas, como diagramas de caixa e gráficos de radar, foram utilizadas para avaliar o desempenho de cada modelo.

Na análise da aplicação dos modelos para os casos de espécimes com seção circular cheia e solicitados por flexão simples, concluiu-se que os modelos teóricos que apresentaram melhor aderência entre os valores teóricos e experimentais foram a aplicação da Equação 3.13 de Fiore et al. (2014), bem como os modelos de Bentz e Collins (2017) e Turmo, Ramos e Aparicio (2009). Quanto aos modelos de projeto, destaca-se a recomendação da ACI 318 (2019) pelo grau de conservadorismo e pelo bom desempenho na predição dos valores de resistência ao cisalhamento. Além disso, a metodologia empregada para a aplicação do Modelo II da NBR 6118 (2023), embora tenha resultado em alguns casos contrários à segurança, obteve o melhor desempenho global entre os modelos de projeto avaliados.

Com relação aos cenários de elementos com seção circular cheia e submetidos à flexocompressão, constatou-se que o modelo de Al-Bayati (2023) demonstrou um bom desempenho global. No entanto, devido à grande quantidade de resultados contra a segurança gerados pelo modelo, recomenda-se a aplicação de um coeficiente de majoração dos resultados para garantir o conservadorismo. Por outro lado, a adaptação do modelo proposto por Lee e Mander (2023) resultou em resultados mais adequados entre os valores teóricos e experimentais, além de apresentar um grau de conservadorismo satisfatório.

No que diz respeito aos modelos de projeto, observou-se um melhor desempenho dos modelos da ACI 318 (2019) e do EUROCODE 2 (2004). O primeiro apresentou maior conservadorismo, enquanto o segundo registrou as menores métricas de erro relativo entre os valores preditos e os experimentais. Entretanto, é necessário considerar uma majoração dos resultados gerados pela aplicação das preconizações do EUROCODE 2 (2004), devido à elevada quantidade de resultados desfavoráveis.

Avaliando a aplicação dos modelos para os espécimes com seção transversal vazada e submetidos à flexão simples, constata-se que os modelos teóricos que se destacaram foram o de Al-Bayati (2023) e as propostas de Turmo, Ramos e Aparicio (2009) e de Bentz e Collins (2017). No entanto, à exceção das equações propostas por Fiore et al. (2014), os demais modelos demonstraram um bom ajuste entre os valores teóricos e experimentais, apresentando um grau razoável de conservadorismo. Quanto aos modelos de projeto, as preconizações do EUROCODE 2 (2004) e a adaptação proposta para o Modelo II da NBR 6118 (2023) destacaram-se, combinando um nível satisfatório de conservadorismo com as menores métricas de erro.

Em relação aos resultados dos espécimes do banco de dados com seção circular vazada e submetidos à flexocompressão, constatou-se que apenas o modelo de Al-Bayati (2023) conseguiu combinar um nível razoável de conservadorismo com uma boa aderência entre os valores teóricos e experimentais, demonstrando o melhor desempenho global. Os demais modelos mostraram um elevado grau de conservadorismo, com baixos coeficientes de determinação e altas métricas de erro. Com relação aos modelos de projeto, o equacionamento preconizado pelo ACI 318 (2019) destacou-se, apresentando o melhor desempenho global, com o maior coeficiente de determinação e menor dispersão dos resultados.

Além das análises mencionadas, conduziu-se uma avaliação de desempenho dos modelos conforme o tipo de estribo, seja em formato circular ou helicoidal. O modelo de Al-Bayati (2023) destacou-se como o mais eficaz para os elementos com seção circular cheia e estribos circulares, enquanto a ACI 318 (2019) mostrou o melhor desempenho global entre os modelos de projeto. Para os espécimes com seção circular vazada e estribos circulares, novamente o modelo de Al-Bayati (2023) apresentou a melhor eficiência global, com destaque para as preconizações da ACI 318 (2019) e do EUROCODE 2 (2004) entre os modelos de projeto. Por fim, para os elementos com seção circular vazada e armaduras em espiral, a proposta de Völgyi e Windisch (2014) foi a que teve o melhor desempenho global, sendo o modelo preconizado pelo EUROCODE 2 (2004) o destaque entre os modelos de projeto.

Com base nas conclusões apresentadas, torna-se clara a importância das discussões levantadas para a disseminação da temática em nível nacional. Espera-se que este trabalho contribua como uma fonte de conhecimento teórico para abordar o problema de cisalhamento em elementos com seções circulares de concreto armado. As análises realizadas visaram identificar quais modelos apresentaram melhor desempenho de acordo com os cenários preestabelecidos, servindo como referência para o desenvolvimento de novos projetos com essa geometria. No entanto, ressalta-se a necessidade de mais trabalhos de natureza teórica e experimental para uma descrição mais realista do comportamento resistente de seções circulares de concreto armado.

Como continuidade deste trabalho, sugere-se abranger a investigação do cisalhamento em elementos com seção circular dotados de reforços poliméricos, o que apresenta grande potencial de aplicação futura na construção civil. Além disso, é fundamental realizar estudos sobre o comportamento desses elementos sob cargas cíclicas, bem como conduzir ensaios teóricos e experimentais com esforços de flexão composta, visando aprimorar os procedimentos de dimensionamento para outros tipos de elementos estruturais. Outro aspecto relevante é a determinação uma altura efetiva para o posicionamento das armaduras longitudinais,

juntamente com a avaliação do uso de armaduras de compressão, introduzindo ao tema considerações econômicas para a elaboração de projeto mais eficazes. Por fim, explorar o efeito da deterioração da resistência ao cisalhamento devido a elevadas tensões de compressão pode fornecer contribuições significativas para prever a resposta estrutural de peças de concreto armado em situações extremas. Sendo assim, essas abordagens possuem um potencial de expandir consideravelmente o conhecimento sobre o dimensionamento de elementos estruturais com seção transversal circular, trazendo uma maior discussão para a temática no ambiente científico e profissional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AL-BAYATI, A.F. Shear Strength of Circular and Rectangular Reinforced Concrete Columns. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 27, n. 5, p. 2073-2088, 2023.

AMBROSE, J.; TRIPENY, P. **Simplified Design of Concrete Structures**. 8. ed. Hoboken: Jhon Wiley & Sons, 2007.

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **AASHTO LRFD: Bridge Design Specifications**. Washington DC, ed. 9, 2020.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318: Building Code Requirements for Structural Concrete**. Farmington Hills, 2019.

ARAKAWA, T.; HE, M.; ARAI, Y.; MIZOGUCHI, M. Ultimate Shear Strength of Spirally-Confined Concrete Columns. **Transactions of the Japan Concrete Institute**, v. 9, n. 2, p. 299-304, 1987.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118: projeto de estruturas de concreto: procedimento**. Rio de Janeiro, 2023.

BALAKRISHNAN, B.; HUSSAIN, S.; MENON, D. Assessment of Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Beams. **Acı Structural Journal**, v. 113, n. 6, p. 1209-1221, 2016.

BAŽANT, Z. P.; OŽBOLT, J.; ELIGEHAUSEN, R. Fracture Size Effect: Review of Evidence for Concrete Structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 8, p. 2377-2398, 1994.

BAŽANT, Z.P.; YU, Q.; GERSTLE, W.H.; HANSON, J.H.; JU, J.W. Justification of ACI 446 Proposal for Updating ACI Code Provisions for Shear Design of Reinforced Concrete Beams. **Structural Journal**, v. 104, n. 5, p. 601-610, 2007.

BENTZ, E. C. **Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members**. 2000. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Toronto, Toronto, 2000.

BENTZ, E. C.; VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. Simplified modified compression field theory for calculating shear strength of reinforced concrete elements. **ACI Structural Journal**, v. 103, n. 4, p. 614-624, 2006.

BENTZ, E.C.; COLLINS, M. P. Updating the ACI Shear Design Provisions. **Concrete International**, v. 39, n. 9, p. 33-38, 2017.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **CSA A23.3: Design of concrete structures**. Ontario, 2019.

CAPON, M.J.F.; DE COSSIO, R.D. Diagonal Tension in Concrete Members of Circular Section. **Foreign Literature Study**, p.257-280, 1966.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCAR, 2021.

CLADERA, A.; MARÍ, A.; BAIRÁN, J.; RIBAS, C.; OLLER, E.; DUARTE, N. The Compression Chord Capacity Model for the Shear Design and Assessment of Reinforced and Prestressed Concrete Beams. **Structural Concrete**, v. 17, n. 6, p. 1017-1032, 2016.

CLARKE, J.L.; BIRJANDI, F.K. The Behaviour of Reinforced Concrete Circular Sections in Shear. **Structural Engineer**, v.71, n. 5, p. 73–81, 1993.

COLLINS, M. P. Towards a rational theory for RC members in shear. **Journal of the Structural Division**, v. 104, n. 4, p. 649-666, 1978.

COLLINS, M. P.; KUCHMA, D. How safe are our large, lightly reinforced concrete beams, slabs, and footings? **Structural Journal**, v. 96, n. 4, p. 482-490, 1999.

DARWIN, D.; PECKNOLD, D.A. Analysis of cyclic loading of plane structures. **Computers and Structures**, v. 7, n. 1, p. 137-147, 1977.

ELFGREN, L. **Reinforced Concrete Beam Loaded in Torsion, Bending and Shear: A Study of the Ultimate Load Carrying Capacity**. 1972. Chalmers University of Technology, Division of Concrete Structures, Goteborg, 1972.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. CEN. **Eurocode 2: design of concrete structures – part 1-1: general rules and rules for buildings**. EN 1992-1-1. Brussels, 2004.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. FIB. **FIB Model Code 2010: structural concrete: first complete draft**. Lausanne, v. 1, 2013.

FELTHAM, I. Shear in Reinforced Concrete Piles and Circular Columns. **The Structural Engineer**, v. 82, n. 11, p. 27-31, 2004.

FELTHAM, I. Discussion of Theoretical Shear Strength of Concrete Columns Due to Transverse Steel by Jang Hoon Kim and John B. Mander. **Journal of Structural Engineering**, v. 132, n. 7, p. 1178-1178, 2006.

FENWICK, R.C.; PAULAY, T.K. Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams. **Journal of the Structural Division**, v. 94, n. 10, p. 2325-2350, 1968.

FERREIRA, C. Gene expression programming in problem solving. **In: Soft computing and industry: recent applications**. London: Springer London, p. 635-653, 2002.

FIGLIARO, A.; MARANO, G. C.; LAUCELLI, D.; MONACO, P. Evolutionary modeling to evaluate the shear behavior of circular reinforced concrete columns. **Advances in Civil Engineering**, v. 2014, 2014.

FIGLIARO, J.; HAGSTEN, L.G. Mechanical Model for the Shear Capacity of R/C Beams without Stirrups: A Proposal Based on Limit Analysis. **Engineering Structures**, v. 115, p. 220-231, 2016.

FROSCHE, R.J.; YU, Q.; CUSATIS, G.; BAŽANT, Z.P. A Unified Approach to Shear Design. **Concrete International**, v. 39, n. 9, p. 47-52, 2017.

GHEE, A.B.; PRIESTLEY, M.J.N.; PAULAY, T. Seismic Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns. **ACI Structural Journal**, v. 86, n. 1, p. 45-59, 1989.

GIUSTOLISI, O.; SAVIC, D. A. Advances in data-driven analyses and modelling using EPR-MOGA. **Journal of Hydroinformatics**, v. 11, n. 3-4, p. 225-236, 2009.

GUPTA, P. R.; COLLINS, M. P. Evaluation of Shear Design Procedures for Reinforced Concrete Members under Axial Compression. **Structural Journal**, v. 98, n. 4, p. 537-547, 2001.

HSU, T. C. T. Unified Theory of Reinforced Concrete. 1. ed. Routledge, 1993.

JAAFAR, K. Testing The Applicability of Design Code Provisions: Case of Unconventional Shear Reinforcement. **Australian Journal of Structural Engineering**, v. 22, n. 4, p. 251-265, 2021.

JENSEN, U. G.; HOANG, L. C.; JOERGENSEN, H. B.; FABRIN, L. S. Shear Strength of Heavily Reinforced Concrete Members with Circular Cross-Section. **Engineering Structures**, v. 32, n. 3, p. 617-626, 2010.

JENSEN, U. G.; HOANG, L. C. Shear Strength of Reinforced Concrete Piers and Piles with Hollow Circular Cross Section. **Structural Engineering International**, v. 20, n. 3, p. 260-267, 2010.

KANI, G.N.J. The Riddle of Shear Failure and its Solution. **In: Journal Proceedings**, v. 61, n. 4, p. 441-468, 1964.

KHALIFA, J.U.; COLLINS, M.P. **Circular Reinforced Concrete Members Subjected to Shear**. University of Toronto. Department of Civil Engineering, 1981.

KOWALSKY, M.J.; PRIESTLEY, M.J.N. Improved Analytical Model for Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns in Seismic Regions. **ACI Structural Journal**, v. 97, n. 3, p. 388-396, 2000.

KUPFER, H. Extension of Truss Model by Mörsch by Using the Principle of Minimal Work of Deformations (Erweiterung der Mörsch' schen Fachwerkanalogie mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit). **In: Schear-Colloquium Stuttgart, Manuscript**. 1962.

LEONHARDT, F. On the Reduction of Shear Reinforcement as Derived from the Stuttgart Shear Tests 1961-1963. **In: IABSE congress report**. 1964.

LEONHARDT, F.; KOCH, R.; ROSTÁSY, F.S. **Shear tests on prestressed concrete beams (Schubversuche an Spannbetonträgern)**. Berlin, Ernst & Sohn, 1973.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto – vol. 1: Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**. 1. ed. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 2008.

LI, Y.-A.; HSU, T.T.; HWANG, S.-J. Shear strength of prestressed and nonprestressed concrete beams. **Concrete International**, v. 39, n. 9, p. 53-57, 2017.

MERTA, I. Shear strength model of reinforced concrete circular cross-section members. **Structural Engineering Mechanics and Computation**, v. 3, p. 493-494, 2007.

MITCHELL, D.; COLLINS, M. P. Diagonal compression field theory - A rational model for structural concrete in pure torsion. **In: Journal Proceedings**, v. 71, n. 8, p. 396-408, 1974.

MONNEY, F.; RUIZ, M.F.; MUTTONI, A. Influence of amount of shear reinforcement and its post-yield response on the shear resistance of reinforced concrete members. **Structural Concrete**, v. 24, n. 1, p. 1002-1034, 2023.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied statistics and probability for engineers**. 7. ed. Nova Iorque: John wiley & sons, 2020.

MORETTIN, P. A.; SINGER, J. M. **Estatística e ciência de dados**. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2022.

MÖRSCH, E. Reinforced Concrete Construction – Theory and Application (Der Eisenbetonbau-Seine Theorie und Anwendung). **Wittwer, Stuttgart**, v. 1, n. Part 1, 1908.

MÖRSCH, E. Der Eisenbetonbau-Seine Theorie und Anwendung (Reinforced concrete construction) – Theory and application). 5. ed. **Wittwer, Stuttgart**, v. 1, n. Part 2, 1922.

NELSON, J.M. **Damage Model Calibration for Reinforced Concrete Columns**. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Department of Civil and Environmental Engineering, University of Washington, Seattle, 2000.

NIELSEN, M.P. On Shear Reinforcement in Reinforced Concrete Beams (Om Forskydningsarmering i Jernbetonbjaelker). **Bygningsstatiske Meddelelser**, v. 38, n. 2, p. 33–58, 1967.

NUNES, J.C.A. **Resistência ao esforço cortante de peças de concreto armado de seção transversal circular**. 1981. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1981.

ORR, J. J.; DARBY, A. P.; IBELL, T. J.; DENTON, S. R.; SHAVE, J. D. Shear Design of Circular Concrete Sections Using the Eurocode 2 Truss Model. **The Structural Engineer**, v. 88, n. 23, 2010.

PARK, H.-G.; CHOI, K.-K. Unified Shear Design Method of Concrete Beams Based on Compression Zone Failure Mechanism. **Concrete International**, v. 39, n. 9, p. 59-63, 2017.

PRIESTLEY, M.J.N.; VERMA, R.; XIAO, Y. Seismic Shear Strength of Reinforced Concrete Columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 8, p. 2310-2329, 1994.

QUEIROZ, F.O. **Análise de resistência ao cisalhamento em peças de seções circulares vazadas utilizando a teoria do campo de compressão modificada**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

RAUSCH, E. Design of Reinforced Concrete in Torsion (Berechnung des Eisenbetons gegen Verdrehung). **Technische Hochschule**, 1929.

REGIS, P.A. **Resistência ao Esforço Cortante em Peças de Concreto Armado com Seção Circular Vazada**. 1990. Tese (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1990.

REINECK, K.H.; BENTZ, E.; FITIK, B.; DANIEL A. KUCHMA, D. A.; BAYRAK, O. ACI-DaFStb Database of Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams without Stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 110, n. 5, p. 867-876, 2013.

REINECK, K.H.; BENTZ, E.; FITIK, B.; DANIEL A. KUCHMA, D. A.; BAYRAK, O. ACI-DaFStb Databases for Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams with Stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 111, n. 5, p. 1147-1156, 2014.

RITTER, W. Construction Techniques Hennebique (Die Bauweise Hennebique). **Schweizerisch Bauzeitung**, p. 41-61, 1899.

ROBINSON, J. R.; DEMORIEUX, J. M. **Essais de traction, compression sur modeles d'âme de poutre em béton armé**. Paris: Institut de Recherches Appliquées du Béton Armé, 1972.

ROSSI, P. P.; RECUPERO, Antonino. Ultimate strength of reinforced concrete circular members subjected to axial force, bending moment, and shear force. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. 6, p. 915-928, 2013.

ROSSI, P. P.; SPINELLA, N. Simplified evaluation of the ultimate strength of RC circular members subjected to axial force, bending moment and shear force. **Engineering Structures**, v. 291, p. 116117, 2023.

RUIZ, G. **Transferencia de Cortante en Pilas Huecas Circulares**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Technical University of Catalonia, Barcelona, 2004.

RUIZ, G.; TURMO, J.; RAMOS, G. Estudio del comportamiento frente a esfuerzo cortante de pilas cilíndricas huecas para puentes. **Las estructuras del siglo XXI**, v. 2, p. 809-821, 2005.

RUIZ, M.F. The influence of the kinematics of rough surface engagement on the transfer of forces in cracked concrete. **Engineering Structures**, v. 231, p. 111650, 2021.

SAATCIOGLU, M.; BAINGO, D. Circular High-Strength Concrete Columns Under Simulated Seismic Loading. **Journal of Structural Engineering**, v. 125, n. 3, p. 272-280, 1999.

SCHLAICH, J.; SCHAFER, K.; JENNEWEIN, M. Toward a Consistent Design of Structural Concrete. **PCI Journal**, v. 32, n. 3, p. 74-150, 1987.

TALBOT, A.N. Tests of reinforced concrete beams: Resistance to Web Stresses Series 1907 to 1908. **Engineering Experiment Station**, 1909.

TAYLOR, H. P. J. **Investigation of the Forces Carried Across Cracks in Reinforced Concrete Beams in Shear By Interlock of Aggregate**. Londres: Cement and Concrete Association, 1970.

TAYLOR, H.P.J. The Fundamental Behavior of Reinforced Concrete Beams in Bending and Shear. **Special Publication**, v. 42, p. 43-78, 1974.

TEIXEIRA, P. W. G. N.; MAFFEI, C. E. M.; GUAZZELLI, M. C. Shear strength of reinforced concrete circular cross-section beams. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 5, n. 6, p. 781–797, 2012.

THURLIMANN, B.; LAMPERT, P. Torsion Tests of Reinforced Concrete Beams (Torsionsversuch an Stahlbetonbalken). **Institute of Baustatik**, ETH, Zuriq, relatório n. 6506-2, 1968.

THURLIMANN, B.; LAMPERT, P. Torsion-Bending Tests on Reinforced Concrete Beams (Torsion-Biege-Versuche an Stahlbeton-balken). **Institute of Baustatik**, ETH, Zuriq, relatório n. 6506-3, 1969.

THURLIMANN, B.; BACHMANN, H.; KRAUS, R.; CAFLISCH, R.; HEMGARTNED, E. Shear Tests on Partially Prestressed Beams. **Institute of Baustatik**, ETH, Zuriq, relatórios n. 6504-2, 65043, 6504-5, 6504-6, 1978.

TURMO, T.; RAMOS, G.; APARICIO, A.C. Shear truss analogy for concrete members of solid and hollow circular cross section. **Engineering Structures**, v. 31, n. 2, p. 455-465, 2009.

VÖLGYI, I.; WINDISCH, A; FARKAS, G. Resistance of reinforced concrete members with hollow circular cross-sections under combined bending and shear – Part I: experimental investigation. **Structural Concrete**, v. 15, n. 1, p. 13–20, 2014.

VÖLGYI, I.; WINDISCH, A. Resistance of Reinforced Concrete members with hollow circular cross-sections under combined bending and shear – Part II: New Calculation Model. **Structural Concrete**, v. 15, n. 1, p. 21–29, 2014.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses. Toronto: Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1982.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Journal**, v. 83, n. 2, p. 219-231, 1986.

VECCHIO, F.J. Disturbed Stress Field Model for Reinforced Concrete: Implementation. **Journal of Structural Engineering**, v. 127, n. 1, p. 12-20, 2001.

WAGNER, H. Ebene Blechwandtrager Mit Sehr Dunnen Stegblech (Metal Beams with Very Thin Webs). **Zeitschrift fur Flugtechnik und Motorluftschiffahrt**, v. 20, p. 8-12, 1929.

WALRAVEN, J. C. Fundamental Analysis of Aggregate Interlock. **Journal of the Structural Division**, v. 107, n. 11, p. 2245–2270, 1981.

WALRAVEN, J.; MERCKES, P. The Bearing Capacity of Prestressed Hollow Core Slabs. **Heron**, v. 28, n. 3, 1983.

WITHEY, M.O. Tests on Plain and Reinforced Concrete: Series of 1906. **Bulletin of the University of Wisconsin: Engineering series**, v.4, ed. 1, p. 1-66, 1907.

**APÊNDICE A – Resumo dos resultados dos modelos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$**

No quadro abaixo estão expostos os resultados da razão entre  $V_{exp}/V_{pred}$ , referente aos modelos de previsão de resistência ao cisalhamento selecionados da literatura para análise de desempenho no presente trabalho.

**Quadro 1 - Resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .**

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(1)	24-6-2-A	1,209	1,06	0,74	1,00	1,209	0,87	-
(1)	24-6-2-B	1,235	1,09	0,74	0,99	1,235	0,93	-
(1)	25-3-A	1,195	1,04	0,78	0,83	1,195	1,02	-
(1)	25-3-B	1,140	0,99	0,76	0,81	1,140	0,98	-
(1)	F-25-3-A	1,278	1,08	0,97	1,08	1,278	0,80	-
(1)	F-25-3-B	1,313	1,11	1,03	1,14	1,313	0,78	-
(1)	F-∞	1,240	0,97	0,98	1,16	1,240	0,49	-
(2)	ABC-1	0,852	0,67	0,91	0,91	0,852	0,82	1,31
(2)	A-2	1,072	0,90	1,14	1,12	1,072	1,01	1,57
(2)	A-3	1,129	1,00	1,22	1,20	1,129	0,97	1,74
(2)	A-4	2,035	1,92	2,04	2,01	2,035	1,43	2,56
(2)	B-2	1,014	0,79	1,06	1,07	1,014	1,10	1,33
(2)	B-3	0,735	0,59	0,84	0,82	0,735	0,78	1,20
(2)	C-2	0,871	0,70	0,93	1,01	0,871	0,94	1,31
(2)	C-3	0,896	0,69	0,95	0,88	0,896	0,81	1,32
(3)	UNIT1	1,399	1,55	1,34	1,32	1,377	1,13	1,73
(3)	UNIT2	1,112	1,42	1,13	1,13	1,089	1,29	1,60
(3)	UNIT4	1,681	1,87	-	-	1,653	0,89	1,85
(3)	UNIT6	1,330	1,69	-	-	1,301	1,00	1,81
(3)	UNIT8	0,960	1,29	-	-	0,937	0,95	1,39

Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(3)	UNIT9	1,232	1,51	-	-	1,206	0,91	1,66
(3)	UNIT10	1,772	2,22	-	-	1,732	1,13	1,93
(3)	UNIT12	1,770	1,97	-	-	1,739	0,78	1,95
(3)	UNIT13	1,475	1,85	-	-	1,443	0,95	1,80
(3)	UNIT14	1,376	1,80	-	-	1,343	1,10	1,80
(3)	UNIT17	1,861	2,19	-	-	1,826	1,12	2,07
(3)	UNIT19	1,401	1,36	-	-	1,374	1,09	1,58
(3)	UNIT22	1,444	1,40	-	-	1,414	0,96	2,18
(3)	UNIT24	1,832	2,15	-	-	1,796	0,95	1,97
(3)	UNIT25	1,640	1,57	-	-	1,608	1,06	1,78
(3)	UNIT27	1,533	1,48	-	-	1,500	0,88	2,45
(3)	UNIT28	1,815	1,71	-	-	1,782	1,24	1,73
(4)	UNIT1	1,282	1,11	1,05	1,05	1,263	1,32	0,85
(4)	UNIT2	0,809	0,72	0,75	0,59	0,797	1,14	0,66
(4)	UNIT3	1,225	0,93	0,99	0,65	1,207	1,37	0,89
(4)	UNIT4	1,227	1,06	1,04	0,74	1,209	1,21	0,88
(4)	UNIT5	1,150	0,99	1,00	1,04	1,129	1,38	0,92
(4)	UNIT6	1,660	1,64	1,37	1,41	1,634	1,39	1,21
(4)	UNIT7	1,244	1,08	1,05	0,73	1,227	1,14	0,98
(4)	UNIT8	1,487	1,15	-	-	1,454	1,22	1,40
(4)	UNIT9	1,171	0,77	-	-	1,145	1,13	1,35
(4)	UNIT10	1,468	1,16	-	-	1,436	1,20	1,19
(4)	UNIT11	1,916	1,54	-	-	1,882	1,13	1,26
(4)	UNIT12	1,742	1,70	-	-	1,705	1,31	1,35
(4)	UNIT13	1,298	1,08	-	-	1,271	1,33	1,08
(4)	UNIT14	1,179	1,04	1,06	0,69	1,162	1,29	0,91

Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(4)	UNIT15	1,197	0,97	0,78	0,71	1,177	1,23	0,76
(4)	UNIT16	1,812	1,49	-	-	1,783	1,18	1,11
(4)	UNIT17	1,654	1,16	-	-	1,627	1,17	1,03
(4)	UNIT18	2,346	2,25	-	-	2,309	1,33	1,46
(4)	UNIT19	2,471	2,30	-	-	2,436	1,15	1,46
(4)	UNIT20	2,567	2,27	-	-	2,532	1,26	1,46
(4)	UNIT21	1,168	1,01	0,97	0,81	1,153	1,06	0,84
(4)	UNIT22	1,392	1,19	1,09	0,93	1,374	1,15	0,90
(4)	UNIT23	1,136	0,97	0,98	1,07	1,115	1,38	0,89
(4)	UNIT24	1,208	1,02	1,00	1,09	1,186	1,38	0,91
(4)	UNIT25	1,983	1,67	1,26	1,17	1,983	1,01	-
(5)	Va1	1,295	1,01	0,52	0,54	1,295	0,51	-
(5)	Va2	2,715	2,11	-	-	2,715	0,60	-
(5)	Vb1	1,039	0,96	0,75	1,46	1,039	1,18	1,67
(5)	Vb2	1,404	1,24	-	-	1,404	1,00	1,96
(6)	M1/2	0,776	0,95	0,73	1,18	0,755	1,17	1,21
(6)	M1/3	0,816	0,93	0,75	0,95	0,793	1,25	1,23
(6)	M1/4	0,641	0,72	0,62	0,79	0,623	1,05	1,02
(6)	1a	1,658	1,55	0,84	0,95	1,658	0,82	-
(6)	3a	1,694	1,43	1,17	1,33	1,694	0,72	-
(6)	3b	1,850	1,56	1,25	1,41	1,850	0,76	-
(6)	4a	1,854	1,64	1,19	1,27	1,854	1,01	-
(6)	4b	1,441	1,27	1,01	1,07	1,441	0,85	-
(6)	5a	2,090	1,48	1,75	1,96	2,090	0,74	-
(6)	5b	1,765	1,25	1,55	1,73	1,765	0,65	-
(6)	6a	1,601	1,21	1,41	1,51	1,601	0,76	-

Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(6)	6b	1,540	1,17	1,37	1,46	1,540	0,74	-
(6)	7a	1,739	1,92	1,78	0,85	1,712	0,84	1,67
(6)	11a	1,460	1,28	1,41	0,63	1,434	0,91	2,14
(6)	11b	1,481	1,29	1,43	1,03	1,454	0,92	2,16
(6)	12a	1,123	1,06	1,16	1,28	1,096	0,97	1,69
(6)	12b	1,306	1,22	1,31	1,32	1,274	1,09	1,91
(6)	13a	1,502	1,32	1,38	1,04	1,480	1,14	1,43
(6)	13b	1,514	1,34	1,38	1,05	1,492	1,15	1,44
(6)	14a	1,357	1,26	1,27	1,45	1,328	1,40	1,24
(6)	14b	1,411	1,31	1,31	1,49	1,381	1,44	1,28
(6)	15a	1,196	1,11	1,10	0,94	1,174	0,90	1,70
(6)	15b	1,226	1,14	1,12	0,95	1,203	0,91	1,73
(6)	16a	1,344	1,24	1,14	0,68	1,323	1,16	1,24
(6)	16b	1,351	1,25	1,14	0,68	1,330	1,16	1,24
(6)	17a	1,048	1,00	0,89	1,67	1,027	0,91	1,46
(6)	17b	1,023	0,97	0,88	0,57	1,003	0,90	1,43
(6)	19a	0,848	0,79	0,83	0,55	0,833	0,70	1,20
(6)	19b	0,997	0,93	0,95	0,62	0,979	0,80	1,36
(6)	20a	0,988	0,92	0,90	2,39	0,973	0,93	0,95
(6)	20b	0,885	0,83	0,83	1,51	0,872	0,86	0,88
(6)	21a	0,975	0,85	1,02	2,29	0,958	0,64	1,64
(6)	21b	1,163	1,01	1,18	2,65	1,142	0,74	1,90
(6)	22a	1,004	0,89	1,01	1,89	0,989	0,82	1,09
(6)	22b	1,009	0,89	1,01	1,10	0,995	0,82	1,09
(6)	23a	0,847	0,81	0,76	0,98	0,831	0,79	1,18
(6)	23b	0,981	0,94	0,85	1,10	0,963	0,88	1,32

Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(6)	24a	0,803	0,77	0,69	0,73	0,791	0,89	0,76
(6)	24b	0,943	0,90	0,77	0,63	0,928	1,00	0,85
(6)	25a	0,736	0,69	0,74	0,66	0,723	0,61	1,15
(6)	25b	0,965	0,90	0,93	0,82	0,947	0,76	1,43
(6)	26a	0,706	0,66	0,70	0,46	0,696	0,71	0,75
(6)	26b	1,010	0,94	0,92	0,60	0,995	0,94	0,99
(6)	27a	1,013	0,94	0,97	0,86	0,995	0,77	1,57
(6)	27b	0,999	0,87	1,04	0,92	0,981	0,66	1,65
(6)	28a	0,967	0,85	0,98	0,64	0,953	0,79	1,06
(6)	28b	1,100	0,97	1,09	0,71	1,084	0,88	1,17
(6)	29a	2,473	1,99	-	-	2,473	0,72	-
(6)	29b	1,067	0,86	0,95	0,97	1,067	0,54	-
(6)	30a	2,220	1,78	-	-	2,220	0,65	-
(6)	30b	1,163	0,93	1,01	1,04	1,163	0,56	-
(6)	31a	3,587	2,76	-	-	3,587	0,66	-
(6)	31b	1,675	1,29	1,32	1,41	1,675	0,62	-
(6)	32a	3,286	2,52	-	-	3,286	0,61	-
(6)	33a	2,720	1,87	-	-	2,720	0,62	-
(6)	33b	1,759	1,21	1,53	1,63	1,759	0,58	-
(6)	34a	2,395	1,76	-	-	2,395	0,72	-
(6)	34b	1,418	1,04	1,30	1,69	1,418	0,63	-
(6)	35a	2,173	1,61	-	-	2,173	0,61	-
(6)	35b	1,347	1,00	1,25	1,61	1,347	0,63	-
(6)	36a	2,373	1,74	-	-	2,373	0,63	-
(6)	36b	1,575	1,16	1,41	1,43	1,575	0,68	-
(6)	37a	1,681	1,47	-	-	1,654	0,92	1,60

Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(6)	37b	1,472	1,30	1,37	1,39	1,450	1,09	1,50
(6)	38a	1,563	1,37	-	-	1,537	0,82	1,61
(6)	38b	1,455	1,28	1,37	1,42	1,432	1,03	1,58
(6)	39a	1,636	1,43	-	-	1,608	0,85	1,67
(6)	39b	1,377	1,21	1,32	1,36	1,355	0,99	1,51
(6)	40a	1,745	1,52	-	-	1,716	0,87	1,83
(6)	40b	1,278	1,12	1,25	1,06	1,257	0,91	1,49
(6)	41a	1,170	1,00	0,89	0,68	1,170	0,68	-
(6)	42a	1,167	1,00	0,89	0,68	1,167	0,67	-
(6)	42b	1,084	0,93	0,85	0,65	1,084	0,64	-
(6)	43a	1,033	0,88	0,84	0,89	1,022	0,90	0,67
(6)	43b	1,285	1,09	0,99	1,04	1,270	1,04	0,73
(6)	44a	1,033	0,88	0,85	0,90	1,021	0,86	0,74
(6)	44b	1,175	1,00	0,94	0,99	1,160	0,94	0,81
(6)	45a	1,099	0,87	0,95	0,99	1,099	0,56	-
(6)	46b	1,372	1,09	1,12	1,15	1,372	0,67	-
(7)	Col1	1,910	1,25	-	-	1,892	1,07	1,24
(7)	Col2	1,742	1,16	-	-	1,726	1,05	1,18
(7)	Col3	1,567	1,05	-	-	1,553	1,00	1,10
(7)	Col4	1,533	1,03	-	-	1,519	0,96	1,06
(8)	1	1,413	1,29	0,50	0,71	1,413	0,82	1,89
(8)	2	1,465	1,33	0,52	0,73	1,465	0,84	1,94
(8)	3	1,593	1,44	0,58	0,81	1,593	0,83	2,45
(8)	4	1,413	1,28	0,53	0,74	1,413	0,76	2,24
(9)	SDU1	2,352	2,01	1,64	1,65	2,352	0,78	-
(9)	SDU2	1,289	1,10	1,03	1,03	1,289	0,56	-

Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(9)	SDU3	1,477	1,26	1,05	1,06	1,477	0,66	-
(9)	SDU4	1,436	1,23	0,98	0,74	1,436	0,68	-
(9)	SDU5	1,155	1,16	1,21	1,48	1,126	1,04	1,71
(9)	SDU6	1,089	1,11	1,13	1,88	1,060	1,15	1,69
(9)	SDU7	1,038	1,03	1,05	5,27	1,291	1,16	1,80
(9)	SDU8	0,982	1,01	1,02	4,67	1,142	1,11	1,67
(9)	SDU9	0,828	0,83	0,85	5,50	1,346	0,93	1,67
(9)	SDU10	0,713	0,69	0,72	6,46	1,581	0,69	1,80
(9)	SDU11	0,757	0,73	0,75	6,75	1,653	0,72	1,88
(9)	SDU12	0,919	0,92	0,94	5,40	1,322	1,04	1,71
(9)	SDU13	0,797	0,77	0,80	6,36	1,557	0,81	1,82
(9)	SDU14	1,065	1,09	1,11	3,19	1,046	1,14	1,70
(9)	SDU15	0,951	0,96	0,98	3,91	1,280	1,08	1,71
(9)	SDU16	0,822	0,80	0,83	4,58	1,501	0,87	1,79
(10)	JP3-00-10	3,038	3,89	-	-	3,038	1,16	2,02
(10)	JP3-00-15	2,537	2,56	-	-	2,537	1,19	1,54
(10)	JP3-80-10	4,045	5,22	-	-	4,045	1,18	2,52
(10)	JP3-80-15	3,679	3,69	-	-	3,679	1,41	2,07
(10)	JP3-100-10	4,627	5,95	-	-	4,627	1,19	2,71
(10)	JP3-100-15	3,719	3,72	-	-	3,719	1,26	2,04
(10)	JP3-00-15-35	3,408	3,41	-	-	3,408	1,16	1,87
(10)	JP3-80-15-35	4,301	4,31	-	-	4,301	1,44	2,42
(10)	JP3-100-15-35	4,131	4,13	-	-	4,131	1,27	2,27
(10)	JP3-00-15-70	4,115	4,11	-	-	4,115	1,28	2,26
(10)	JP3-40-15-70	4,448	4,49	-	-	4,448	1,75	2,74
(10)	JP3-00-15-105	4,138	4,14	-	-	4,138	1,20	2,27

Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparício (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(10)	JP3-40-15-105	5,155	5,20	-	-	5,155	1,92	3,17
(10)	JP6-00-15	2,670	2,68	-	-	2,670	1,18	1,80
(10)	JP6-40-10	3,490	4,42	-	-	3,490	1,34	2,66
(10)	JP6-80-15	3,684	3,54	-	-	3,684	1,30	2,16
(10)	JP6-100-15	3,960	3,79	-	-	3,960	1,24	2,27
(10)	JP6-00-15-70	4,352	4,17	-	-	4,352	1,22	2,49
(10)	JP6-40-15-70	4,934	4,78	-	-	4,934	1,82	3,16
(10)	JP6-80-15-70	5,345	5,14	-	-	5,345	1,55	3,14
(10)	JP6-100-15-70	4,561	4,37	-	-	4,561	1,22	2,61
(10)	JP6-00-15-105	4,927	4,72	-	-	4,927	1,29	2,82
(10)	JP6-40-15-105	5,276	5,11	-	-	5,276	1,79	3,38
(10)	JP9-00-15	2,587	2,46	-	-	2,587	1,24	1,66
(10)	JP9-40-10	3,022	3,82	-	-	3,022	1,27	2,34
(10)	JP9-80-15	3,329	3,15	-	-	3,329	1,39	2,04
(10)	JP9-100-15	3,439	3,24	-	-	3,439	1,27	2,05
(10)	JP12-00-10	2,841	3,60	-	-	2,841	1,22	2,13
(10)	JP12-40-10	3,175	4,02	-	-	3,175	1,49	2,52
(10)	JP12-80-10	3,601	4,54	-	-	3,601	1,28	2,60
(10)	JP12-80-15	2,968	2,77	-	-	2,968	1,41	1,88
(10)	JP12-100-10	4,046	5,08	-	-	4,046	1,27	2,74
(10)	JP12-100-15	3,570	3,32	-	-	3,570	1,46	2,19
(10)	JP12-00-15-35	3,163	2,94	-	-	3,163	1,25	1,94
(10)	JP12-40-15-35	3,194	2,99	-	-	3,194	1,55	2,16
(10)	JP12-80-15-35	3,692	3,44	-	-	3,692	1,50	2,34
(10)	JP12-100-15-35	4,070	3,79	-	-	4,070	1,50	2,49
(10)	JP12-00-15-70	3,771	3,51	-	-	3,771	1,34	2,31

Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(10)	JP12-40-15-70	4,105	3,84	-	-	4,105	1,80	2,78
(10)	JP12-00-15-105	4,197	3,90	-	-	4,197	1,41	2,57
(10)	JP12-40-15-105	4,782	4,47	-	-	4,782	1,97	3,24
(10)	JP3-80-15-70	4,309	4,32	-	-	4,309	1,32	2,42
(10)	JP3-100-15-70	4,682	4,68	-	-	4,682	1,36	2,57
(10)	JP3-80-15-105	4,737	4,75	-	-	4,737	1,39	2,66
(10)	JP3-100-15-105	5,140	5,14	-	-	5,140	1,43	2,82
(10)	JP6-40-15	2,464	2,38	-	-	2,464	1,24	1,58
(10)	JP6-80-15-105	5,773	5,55	-	-	5,773	1,59	3,39
(10)	JP6-100-15-105	4,927	4,72	-	-	4,927	1,23	2,82
(10)	JP9-40-15	2,354	2,23	-	-	2,354	1,30	1,54
(10)	JP12-00-15	2,525	2,35	-	-	2,525	1,30	1,63
(10)	JP12-80-15-70	3,845	3,59	-	-	3,845	1,42	2,43
(10)	JP12-80-15-105	4,410	4,11	-	-	4,410	1,57	2,79
(11)	55-12-0-975*	1,772	1,59	0,44	0,50	1,772	0,92	-
(11)	55-12-0-625*	2,827	2,54	0,68	0,76	2,827	1,13	-
(11)	55-12-150-825*	1,280	1,02	0,56	0,80	1,280	1,30	1,39
(11)	55-12-150-625*	1,669	1,58	0,72	0,33	1,669	1,46	1,80
(11)	55-14-0-825*	1,617	1,40	0,48	0,30	1,617	0,76	-
(11)	55-14-0-625*	1,814	1,57	0,56	0,35	1,814	0,76	-
(11)	55-14-150-825*	1,580	1,26	0,71	0,23	1,580	1,41	1,65
(11)	55-14-150-625*	1,914	1,81	0,86	0,21	1,914	1,49	2,09
(11)	55-14-75-825*	1,120	0,83	0,63	0,14	1,120	1,51	1,48
(11)	55-14-75-789*	1,217	0,93	0,68	0,15	1,216	1,58	1,55
(11)	55-16-0-975*	1,712	1,42	0,52	0,33	1,712	0,76	-
(11)	55-16-0-825*	1,842	1,53	0,57	0,36	1,842	0,77	-

Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(11)	55-16-150-975*	1,223	0,90	0,59	0,22	1,223	1,13	1,25
(11)	55-16-150-825*	1,518	1,22	0,72	0,21	1,518	1,26	1,52
(11)	90-12-0-825*	1,699	1,56	0,62	0,38	1,699	0,99	-
(11)	90-12-0-625*	3,381	3,11	1,04	1,10	3,381	1,44	-
(11)	90-16-0-825*	2,170	1,87	0,90	0,96	2,170	1,02	-
(11)	90-16-0-825*	2,195	1,89	0,91	0,97	2,195	1,03	-
(11)	90-16-150-975*	1,509	1,11	0,82	0,43	1,509	1,31	1,43
(11)	90-16-150-825*	1,699	1,37	0,94	0,46	1,698	1,35	1,71
(11)	90-16-150-825*	1,592	1,29	0,90	0,44	1,592	1,29	1,63
(11)	90-16-150-825*	1,689	1,36	0,93	0,34	1,689	1,36	1,65
(11)	90-16-150-625*	2,060	1,90	1,14	0,41	2,060	1,44	2,17
(11)	90-16-150-625*	2,194	2,02	1,19	1,59	2,194	1,51	2,27
(11)	90-16-110-825*	1,576	1,23	0,92	1,34	1,576	1,42	1,54
(11)	90-16-110-625*	1,706	1,58	1,04	1,51	1,705	1,39	1,83
(11)	90-16-75-635*	1,826	1,61	1,14	0,92	1,826	1,72	1,83
(11)	55-16-150-F1-825*	1,885	1,43	-	-	1,885	1,28	1,88
(11)	55-16-150-F1-625*	1,869	1,74	-	-	1,868	1,14	2,03
(11)	55-16-75-F1-825*	1,552	1,05	-	-	1,551	1,52	1,94
(11)	55-16-75-F1-625*	1,553	1,36	-	-	1,553	1,38	1,84
(11)	90-16-150-F1-975*	1,601	1,12	-	-	1,601	1,25	1,48
(11)	90-16-150-F1-975*	1,661	1,15	-	-	1,660	1,29	1,43
(11)	90-16-150-F1-825*	1,908	1,47	-	-	1,907	1,31	1,72
(11)	90-16-150-F1-825*	1,911	1,47	-	-	1,911	1,32	1,63
(11)	90-16-150-F1-625*	2,792	2,46	-	-	2,791	1,55	2,54
(11)	90-16-150-F1-625*	2,874	2,53	-	-	2,874	1,60	2,60
(11)	90-16-150-F2-975*	2,070	1,37	-	-	2,070	1,35	1,77

Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(11)	90-16-150-F2-975*	1,993	1,33	-	-	1,993	1,34	1,59
(11)	90-16-150-F2-825*	2,394	1,75	-	-	2,394	1,37	2,01
(11)	90-16-150-F2-825*	2,188	1,63	-	-	2,187	1,33	1,75
(11)	90-16-150-F2-625*	3,006	2,60	-	-	3,005	1,46	2,67
(11)	90-16-150-F2-625*	2,717	2,38	-	-	2,717	1,33	2,48
(11)	90-0-150-F2-825*	1,210	1,14	-	-	1,210	6,85	-
(11)	90-0-150-F2-975*	0,991	0,86	-	-	0,991	7,74	-
(12)	B:36-1.0-NSTP	1,693	1,44	1,29	0,95	1,693	0,91	-
(12)	B:22-1.0-8-130	1,894	1,91	1,53	3,14	1,839	2,14	3,08
(12)	B:43-1.0-8-130	3,115	2,80	1,98	3,08	3,031	3,32	2,76
(12)	B:39-1.0-10-130	1,731	1,67	1,32	2,68	1,681	2,69	1,90
(12)	B:30-1.0-8-75	1,414	1,40	1,15	2,98	1,371	2,46	2,11
(12)	B:36-1.0-8-75	1,850	1,72	1,37	2,04	1,794	3,05	2,29
(12)	B:21-1.0-10-75	1,004	1,01	0,88	2,05	1,545	1,94	2,62
(12)	B:35-1.0-10-75	1,438	1,31	1,09	2,22	1,392	3,14	2,20
(12)	B:27-1.5-NSTP	2,346	1,95	1,49	1,14	2,346	1,13	-
(12)	B:36-1.5-NSTP	2,568	2,18	1,54	1,14	2,568	1,33	-
(12)	B:41-1.5-NSTP	3,492	2,99	1,83	1,33	3,492	1,70	-
(12)	B:27-1.5-8-130	1,110	0,85	0,94	1,04	1,079	1,70	1,61
(12)	B:22-1.5-8-130	1,359	1,00	1,11	1,27	1,320	1,88	2,27
(12)	B:41-1.5-8-130	1,904	1,32	1,30	3,37	1,853	2,64	1,91
(12)	B:43-1.5-8-130	1,411	1,04	1,06	2,67	1,374	2,17	1,49
(12)	B:23-1.5-10-130	0,988	0,73	0,85	3,53	0,958	1,81	2,02
(12)	B:37-1.5-10-130	1,326	0,91	1,01	1,32	1,287	2,48	1,73
(12)	B:39-1.5-10-130	1,317	0,91	0,99	1,04	1,278	2,49	1,63
(12)	B:27-1.5-8-75	0,780	0,58	0,70	1,00	0,756	1,75	1,63

**Quadro 1 – Continuação resultados dos modelos oriundos da literatura para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .**

Fonte	Espécime	Turmo, Ramos e Aparicio (2009)	Völgyi e Windisch (2014)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.13)	Fiore et al. (2014) Eq. (3.15)	Bentz e Collins (2017)	Al-Bayati (2023)	Lee e Mander (2023)
(12)	B:30-1.5-8-75	0,843	0,62	0,73	1,05	0,818	1,90	1,58
(12)	B:41-1.5-8-75	1,645	1,03	1,13	3,27	1,595	3,16	2,17
(12)	B:42-1.5-8-75	1,314	0,87	0,97	2,76	1,275	2,74	1,82
(12)	B:23-1.5-10-75	0,759	0,53	0,66	0,44	1,053	1,83	2,40
(12)	B:21-1.5-10-75	0,795	0,54	0,68	0,21	1,202	1,76	2,68
(12)	B:37-1.5-10-75	1,262	0,76	0,90	0,61	1,221	3,19	2,34
(12)	B:35-1.5-10-75	1,038	0,66	0,80	0,48	1,004	2,78	2,13
(12)	B:24-2.5-8-130	0,936	0,50	0,90	0,14	0,910	1,31	1,65
(12)	B:28-2.5-8-130	0,816	0,44	0,80	0,12	0,795	1,26	1,31
(12)	B:24-2.5-8-75	0,858	0,42	0,82	0,39	0,910	1,43	2,14
(12)	B:28-2.5-8-75	0,895	0,43	0,84	0,40	0,868	1,69	1,94
1) Capon e De Cossio (1966)								
2) Nunes (1981)								
3) Arakawa et al. (1987)								
4) Ghee, Priestley e Paulay (1989)								
5) Regis (1990)								
6) Clarke e Birjandi (1993)								
7) Nelson (2000)								
8) Ruiz, Turmo e Ramos (2005)								
9) Jensen et al. (2010)								
10) Jensen e Hoang (2010)								
11) Völgyi, Windisch e Farkas (2014)								
12) Balakrishnan, Hussain e Menon (2016)								
* Elementos com armadura transversal em espiral								

## APÊNDICE B – Resumo dos resultados dos modelos prescritos por códigos e normas de projeto para a razão $V_{exp}/V_{pred}$

No quadro abaixo estão expostos os resultados preliminares da razão entre  $V_{exp}/V_{pred}$ , referente aos métodos preconizados pelas normas e códigos selecionados para análise de desempenho no presente trabalho.

**Quadro 2 - Resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .**

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(1)	24-6-2-A	0,76	1,60	1,26	1,235	1,31	1,06	1,06
(1)	24-6-2-B	0,77	1,59	1,29	1,220	1,34	1,01	1,01
(1)	25-3-A	0,75	1,47	1,24	1,239	1,30	0,92	0,92
(1)	25-3-B	0,73	1,40	1,19	1,212	1,24	0,91	0,91
(1)	F-25-3-A	0,90	1,76	1,33	1,599	1,38	1,32	1,32
(1)	F-25-3-B	0,95	1,83	1,37	1,688	1,42	1,38	1,38
(1)	F-∞	0,91	3,05	1,29	1,889	1,34	2,03	2,03
(2)	ABC-1	0,81	0,91	1,01	1,327	0,79	1,23	1,05
(2)	A-2	1,03	1,15	1,33	1,650	0,99	1,46	1,28
(2)	A-3	1,10	1,27	1,38	1,772	1,05	1,57	1,37
(2)	A-4	1,88	2,76	2,61	2,966	1,83	2,61	2,32
(2)	B-2	0,94	1,07	1,18	1,487	0,92	1,39	1,17
(2)	B-3	0,76	0,78	0,94	1,060	0,71	1,07	0,96
(2)	C-2	0,87	0,92	1,11	1,353	0,81	1,24	1,07
(2)	C-3	0,82	0,95	1,03	1,385	0,83	1,26	1,08
(3)	UNIT1	1,10	1,87	1,36	1,846	1,45	1,74	1,41
(3)	UNIT2	0,91	1,34	1,05	1,437	1,14	1,42	1,08
(3)	UNIT4	1,02	2,25	1,63	1,471	1,74	1,76	1,49
(3)	UNIT6	0,90	1,62	1,25	1,268	1,36	1,51	1,20
(3)	UNIT8	0,70	1,09	0,90	0,982	0,98	1,14	0,88
(3)	UNIT9	0,85	1,52	1,16	1,269	1,26	1,50	1,16

Quadro 2 – Continuação resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(3)	UNIT10	1,13	2,11	1,68	1,418	1,81	1,68	1,45
(3)	UNIT12	1,00	2,37	1,72	1,155	1,83	1,68	1,44
(3)	UNIT13	0,92	1,77	1,39	1,103	1,51	1,50	1,24
(3)	UNIT14	0,91	1,59	1,30	1,090	1,40	1,44	1,17
(3)	UNIT17	1,15	2,43	1,78	1,622	1,92	1,93	1,61
(3)	UNIT19	0,87	1,71	1,34	1,227	1,44	1,47	1,22
(3)	UNIT22	0,91	1,89	1,38	1,225	1,48	1,64	1,32
(3)	UNIT24	1,05	2,34	1,75	1,242	1,88	1,74	1,48
(3)	UNIT25	0,92	2,02	1,57	1,076	1,69	1,56	1,33
(3)	UNIT27	0,97	2,07	1,47	1,124	1,57	1,68	1,36
(3)	UNIT28	0,92	2,18	1,73	1,167	1,87	1,54	1,36
(4)	UNIT1	1,00	1,52	1,20	1,440	1,30	1,29	1,11
(4)	UNIT2	0,70	0,93	0,75	1,028	0,82	0,92	0,77
(4)	UNIT3	0,94	1,44	1,15	1,358	1,24	1,23	1,06
(4)	UNIT4	0,97	1,49	1,23	1,435	1,24	1,34	1,12
(4)	UNIT5	0,92	1,34	1,07	1,314	1,16	1,26	1,04
(4)	UNIT6	1,28	2,14	1,55	1,883	1,68	1,76	1,49
(4)	UNIT7	0,98	1,54	1,18	1,466	1,27	1,36	1,15
(4)	UNIT8	0,94	1,70	1,40	1,051	1,48	1,39	1,21
(4)	UNIT9	0,74	1,30	1,10	0,837	1,17	1,11	0,96
(4)	UNIT10	0,90	1,68	1,44	1,014	1,47	1,35	1,17
(4)	UNIT11	1,02	2,36	1,80	1,162	1,93	1,63	1,45
(4)	UNIT12	1,16	2,08	1,63	1,449	1,74	1,69	1,45
(4)	UNIT13	0,89	1,48	1,21	1,122	1,30	1,28	1,08
(4)	UNIT14	0,98	1,43	1,10	1,452	1,20	1,33	1,11
(4)	UNIT15	0,86	1,34	1,12	1,063	1,21	0,97	0,88
(4)	UNIT16	1,04	2,21	1,70	1,331	1,83	1,56	1,39

Quadro 2 – Continuação resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(4)	UNIT17	0,91	1,94	1,55	1,140	1,67	1,35	1,22
(4)	UNIT18	1,36	3,06	2,20	1,740	2,38	2,02	1,80
(4)	UNIT19	1,29	3,23	2,35	1,649	2,51	1,95	1,79
(4)	UNIT20	1,23	3,43	2,44	1,464	2,61	1,94	1,77
(4)	UNIT21	0,92	1,41	1,11	1,368	1,19	1,23	1,06
(4)	UNIT22	1,04	1,73	1,40	1,549	1,42	1,41	1,23
(4)	UNIT23	0,91	1,32	1,13	1,288	1,14	1,23	1,01
(4)	UNIT24	0,94	1,40	1,18	1,319	1,22	1,25	1,05
(4)	UNIT25	1,29	2,85	2,06	2,044	2,09	1,64	1,64
(5)	Va1	1,05	1,90	1,35	2,092	1,45	1,66	1,66
(5)	Va2	1,12	4,99	2,83	1,312	3,05	2,01	2,01
(5)	Vb1	0,89	1,21	1,05	1,321	1,12	1,32	1,02
(5)	Vb2	0,95	1,63	1,42	1,132	1,52	1,50	1,24
(6)	M1/2	0,65	0,86	0,75	0,906	0,80	0,94	0,73
(6)	M1/3	0,68	0,91	0,79	0,929	0,85	0,97	0,76
(6)	M1/4	0,54	0,70	0,62	0,765	0,66	0,80	0,61
(6)	1a	1,20	2,54	1,73	1,842	1,81	1,40	1,40
(6)	3a	1,23	3,18	1,76	2,079	1,84	1,96	1,96
(6)	3b	1,31	3,63	1,93	2,209	2,01	2,08	2,08
(6)	4a	1,29	2,57	1,93	1,925	2,02	1,52	1,52
(6)	4b	1,09	1,91	1,50	1,629	1,57	1,28	1,28
(6)	5a	1,37	4,93	2,18	3,013	2,27	2,70	2,70
(6)	5b	1,20	3,67	1,84	2,654	1,92	2,38	2,38
(6)	6a	1,13	2,40	1,67	2,285	1,74	1,80	1,80
(6)	6b	1,10	2,28	1,60	2,220	1,67	1,75	1,75
(6)	7a	1,37	2,75	1,75	2,478	1,84	2,34	1,88
(6)	11a	1,08	2,29	1,46	1,979	1,54	2,00	1,57

Quadro 2 – Continuação resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(6)	11b	1,09	2,33	1,48	2,001	1,56	2,02	1,59
(6)	12a	0,89	1,50	1,07	1,492	1,17	1,56	1,14
(6)	12b	1,01	1,79	1,25	1,686	1,36	1,76	1,31
(6)	13a	1,09	1,93	1,51	1,908	1,60	1,68	1,43
(6)	13b	1,10	1,95	1,53	1,920	1,61	1,69	1,44
(6)	14a	1,02	1,62	1,29	1,652	1,42	1,54	1,24
(6)	14b	1,06	1,70	1,34	1,703	1,48	1,58	1,28
(6)	15a	0,93	1,65	1,20	1,540	1,26	1,56	1,24
(6)	15b	0,95	1,70	1,23	1,569	1,29	1,59	1,26
(6)	16a	1,01	1,64	1,35	1,576	1,43	1,40	1,20
(6)	16b	1,01	1,65	1,36	1,582	1,43	1,40	1,21
(6)	17a	0,83	1,34	1,04	1,255	1,10	1,27	1,03
(6)	17b	0,82	1,30	1,02	1,233	1,07	1,25	1,01
(6)	19a	0,69	1,07	0,85	1,165	0,89	1,16	0,91
(6)	19b	0,80	1,29	1,00	1,324	1,05	1,31	1,04
(6)	20a	0,79	1,16	1,00	1,246	1,05	1,09	0,93
(6)	20b	0,72	1,03	0,89	1,146	0,94	1,00	0,85
(6)	21a	0,77	1,40	0,98	1,431	1,02	1,47	1,12
(6)	21b	0,89	1,76	1,16	1,655	1,22	1,70	1,30
(6)	22a	0,79	1,23	1,01	1,402	1,06	1,25	1,04
(6)	22b	0,79	1,23	1,02	1,408	1,07	1,26	1,04
(6)	23a	0,70	1,04	0,85	1,061	0,89	1,07	0,86
(6)	23b	0,79	1,23	0,98	1,187	1,03	1,19	0,97
(6)	24a	0,67	0,91	0,81	0,953	0,85	0,84	0,72
(6)	24b	0,76	1,08	0,95	1,072	1,00	0,94	0,82
(6)	25a	0,62	0,93	0,74	1,044	0,77	1,06	0,82
(6)	25b	0,77	1,27	0,96	1,299	1,01	1,31	1,03

Quadro 2 – Continuação resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(6)	26a	0,60	0,81	0,71	0,966	0,75	0,85	0,71
(6)	26b	0,80	1,19	1,02	1,272	1,07	1,13	0,96
(6)	27a	0,81	1,38	1,01	1,358	1,06	1,39	1,08
(6)	27b	0,78	1,43	1,00	1,458	1,05	1,49	1,14
(6)	28a	0,77	1,18	0,98	1,362	1,02	1,22	1,01
(6)	28b	0,85	1,36	1,11	1,508	1,16	1,35	1,12
(6)	29a	1,04	4,55	2,57	1,474	2,69	2,06	2,06
(6)	29b	0,86	1,54	1,11	1,589	1,16	1,36	1,36
(6)	30a	0,98	4,01	2,31	1,345	2,41	1,92	1,92
(6)	30b	0,92	1,75	1,21	1,708	1,26	1,48	1,48
(6)	31a	1,41	15,62	3,73	1,437	3,90	2,77	2,77
(6)	31b	1,20	3,89	1,74	2,385	1,82	2,32	2,32
(6)	32a	1,33	13,54	3,42	1,355	3,57	2,60	2,60
(6)	33a	1,26	12,29	2,83	1,720	2,95	3,07	3,07
(6)	33b	1,19	4,73	1,83	2,740	1,91	2,63	2,63
(6)	34a	1,06	4,55	2,49	1,661	2,60	2,26	2,26
(6)	34b	1,03	2,24	1,48	2,158	1,54	1,80	1,80
(6)	35a	0,90	3,61	2,26	1,056	2,36	1,74	1,74
(6)	35b	0,99	2,02	1,40	2,051	1,46	1,68	1,68
(6)	36a	0,98	4,28	2,47	1,142	2,58	1,93	1,93
(6)	36b	1,11	2,58	1,64	2,335	1,71	1,95	1,95
(6)	37a	0,96	2,20	1,69	1,442	1,78	1,73	1,48
(6)	37b	1,08	1,92	1,48	1,897	1,56	1,70	1,43
(6)	38a	0,91	2,10	1,57	1,370	1,65	1,72	1,45
(6)	38b	1,07	1,98	1,46	1,911	1,54	1,78	1,47
(6)	39a	0,94	2,22	1,64	1,418	1,73	1,79	1,50
(6)	39b	1,02	1,85	1,38	1,830	1,46	1,71	1,40

Quadro 2 – Continuação resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(6)	40a	0,99	2,44	1,75	1,484	1,84	1,92	1,61
(6)	40b	0,96	1,71	1,28	1,734	1,35	1,64	1,33
(6)	41a	1,02	1,61	1,22	1,483	1,24	1,24	1,24
(6)	42a	1,02	1,61	1,21	1,484	1,23	1,25	1,25
(6)	42b	0,96	1,47	1,13	1,410	1,15	1,19	1,19
(6)	43a	0,87	1,25	1,05	1,221	1,07	1,10	0,96
(6)	43b	1,03	1,59	1,30	1,429	1,33	1,28	1,14
(6)	44a	0,87	1,28	1,05	1,243	1,07	1,15	1,00
(6)	44b	0,96	1,48	1,19	1,365	1,21	1,26	1,10
(6)	45a	0,95	1,62	1,14	1,614	1,16	1,41	1,41
(6)	46b	1,12	2,12	1,43	1,888	1,45	1,63	1,63
(7)	Col1	0,61	2,13	1,86	0,629	1,96	0,65	0,65
(7)	Col2	0,61	1,94	1,69	0,645	1,79	0,63	0,63
(7)	Col3	0,60	1,73	1,52	0,628	1,61	0,60	0,60
(7)	Col4	0,58	1,70	1,49	0,616	1,58	0,59	0,59
(8)	1	1,29	1,79	1,45	1,695	1,50	1,52	1,34
(8)	2	1,33	1,87	1,50	1,741	1,56	1,57	1,38
(8)	3	1,41	2,19	1,63	1,907	1,69	1,81	1,57
(8)	4	1,28	1,90	1,44	1,743	1,50	1,66	1,42
(9)	SDU1	1,62	3,88	2,45	2,682	2,57	2,17	2,17
(9)	SDU2	1,01	1,77	1,34	1,673	1,41	1,35	1,35
(9)	SDU3	1,04	2,04	1,54	1,719	1,62	1,39	1,39
(9)	SDU4	0,97	1,94	1,49	1,605	1,58	1,30	1,30
(9)	SDU5	0,92	1,37	1,12	1,479	1,19	1,49	1,11
(9)	SDU6	0,89	1,24	1,06	1,337	1,11	1,38	1,08
(9)	SDU7	0,89	1,13	1,26	1,215	1,30	1,28	1,33
(9)	SDU8	0,82	1,08	1,12	1,184	1,16	1,24	1,19

Quadro 2 – Continuação resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(9)	SDU9	0,93	1,14	1,32	0,966	1,36	1,32	1,39
(9)	SDU10	1,08	1,32	1,55	0,801	1,59	1,55	1,61
(9)	SDU11	1,13	1,37	1,62	0,837	1,66	1,62	1,67
(9)	SDU12	0,91	1,12	1,29	1,074	1,33	1,29	1,36
(9)	SDU13	1,06	1,30	1,52	0,896	1,57	1,52	1,58
(9)	SDU14	0,88	1,20	1,04	1,303	1,09	1,35	1,10
(9)	SDU15	0,89	1,09	1,25	1,119	1,29	1,25	1,32
(9)	SDU16	1,03	1,26	1,47	0,933	1,51	1,47	1,53
(10)	JP3-00-10	2,09	3,57	2,90	2,155	3,34	1,95	1,92
(10)	JP3-00-15	1,71	2,89	2,43	1,752	2,80	1,60	1,58
(10)	JP3-80-10	2,03	4,77	4,12	1,998	4,35	2,09	2,09
(10)	JP3-80-15	1,86	4,28	3,87	1,824	3,95	1,96	1,96
(10)	JP3-100-10	2,09	5,59	4,65	2,045	4,97	2,35	2,35
(10)	JP3-100-15	1,69	4,33	3,76	1,661	4,00	1,94	1,94
(10)	JP3-00-15-35	1,56	3,92	3,38	1,533	3,66	1,76	1,76
(10)	JP3-80-15-35	1,68	5,13	4,84	1,614	4,62	2,15	2,15
(10)	JP3-100-15-35	1,52	4,89	4,42	1,525	4,44	2,03	2,03
(10)	JP3-00-15-70	1,55	4,87	4,39	1,519	4,42	2,03	2,03
(10)	JP3-40-15-70	1,72	5,34	5,72	1,642	4,78	2,16	2,16
(10)	JP3-00-15-105	1,47	4,90	4,54	1,528	4,45	1,92	1,92
(10)	JP3-40-15-105	2,00	6,37	6,75	1,903	5,54	2,48	2,48
(10)	JP6-00-15	1,82	3,10	2,57	1,914	2,85	1,83	1,77
(10)	JP6-40-10	2,19	4,02	3,80	2,152	3,67	1,92	1,92
(10)	JP6-80-15	1,86	4,28	3,66	1,834	3,87	2,01	2,01
(10)	JP6-100-15	1,81	4,65	3,83	1,786	4,17	2,13	2,13
(10)	JP6-00-15-70	1,57	5,19	4,47	1,664	4,58	2,17	2,17
(10)	JP6-40-15-70	1,94	6,03	6,14	1,886	5,19	2,49	2,49

Quadro 2 – Continuação resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(10)	JP6-80-15-70	1,97	6,65	6,03	2,043	5,62	2,66	2,66
(10)	JP6-100-15-70	1,64	5,49	4,82	1,743	4,80	2,19	2,19
(10)	JP6-00-15-105	1,77	6,02	5,31	1,884	5,18	2,35	2,35
(10)	JP6-40-15-105	2,08	6,54	6,68	2,017	5,55	2,54	2,54
(10)	JP9-00-15	1,78	2,94	2,49	1,780	2,73	1,71	1,70
(10)	JP9-40-10	1,97	3,42	3,18	1,921	3,15	1,77	1,77
(10)	JP9-80-15	1,81	3,81	3,44	1,760	3,47	1,93	1,93
(10)	JP9-100-15	1,72	3,95	3,42	1,669	3,59	1,96	1,96
(10)	JP12-00-10	2,05	3,29	2,74	2,075	2,98	2,02	1,98
(10)	JP12-40-10	2,16	3,61	3,36	2,095	3,29	1,98	1,98
(10)	JP12-80-10	2,05	4,16	3,66	1,979	3,74	2,15	2,15
(10)	JP12-80-15	1,74	3,35	3,03	1,687	3,08	1,82	1,82
(10)	JP12-100-10	2,15	4,76	3,98	2,088	4,20	2,41	2,41
(10)	JP12-100-15	1,91	4,12	3,58	1,853	3,70	2,18	2,18
(10)	JP12-00-15-35	1,58	3,59	3,15	1,524	3,28	1,87	1,87
(10)	JP12-40-15-35	1,60	3,63	3,61	1,517	3,31	1,85	1,85
(10)	JP12-80-15-35	1,67	4,28	4,00	1,637	3,83	2,13	2,13
(10)	JP12-100-15-35	1,77	4,79	4,27	1,804	4,22	2,36	2,36
(10)	JP12-00-15-70	1,61	4,39	3,96	1,672	3,91	2,12	2,12
(10)	JP12-40-15-70	1,87	4,84	4,79	1,820	4,26	2,31	2,31
(10)	JP12-00-15-105	1,80	4,97	4,52	1,861	4,36	2,30	2,30
(10)	JP12-40-15-105	2,18	5,80	5,67	2,120	4,96	2,65	2,65
(10)	JP3-80-15-70	1,56	5,14	4,99	1,591	4,63	2,01	2,01
(10)	JP3-100-15-70	1,66	5,67	5,23	1,728	5,03	2,23	2,23
(10)	JP3-80-15-105	1,72	5,75	5,62	1,749	5,09	2,16	2,16
(10)	JP3-100-15-105	1,82	6,35	5,89	1,898	5,52	2,40	2,40
(10)	JP6-40-15	1,55	2,73	2,64	1,519	2,59	1,36	1,36

Quadro 2 – Continuação resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(10)	JP6-80-15-105	2,13	7,31	6,66	2,207	6,07	2,80	2,80
(10)	JP6-100-15-105	1,77	6,02	5,42	1,884	5,18	2,24	2,24
(10)	JP9-40-15	1,55	2,59	2,48	1,508	2,45	1,40	1,40
(10)	JP12-00-15	1,77	2,85	2,44	1,749	2,64	1,72	1,72
(10)	JP12-80-15-70	1,69	4,49	4,28	1,705	3,99	2,08	2,08
(10)	JP12-80-15-105	1,94	5,27	4,99	1,955	4,58	2,38	2,38
(11)	55-12-0-975*	1,26	2,30	1,84	1,860	1,94	1,38	1,38
(11)	55-12-0-625*	1,94	4,19	2,94	2,847	3,09	2,11	2,11
(11)	55-12-150-825*	1,02	1,45	1,30	1,351	1,35	1,22	1,07
(11)	55-12-150-625*	1,31	1,95	1,69	1,737	1,76	1,57	1,38
(11)	55-14-0-825*	1,24	2,18	1,68	2,050	1,76	1,51	1,51
(11)	55-14-0-625*	1,43	2,56	1,89	2,367	1,97	1,74	1,74
(11)	55-14-150-825*	1,21	1,85	1,60	1,712	1,67	1,55	1,34
(11)	55-14-150-625*	1,47	2,32	1,94	2,085	2,02	1,88	1,63
(11)	55-14-75-825*	0,93	1,25	1,10	1,250	1,18	1,20	0,99
(11)	55-14-75-789*	1,00	1,36	1,20	1,342	1,28	1,29	1,07
(11)	55-16-0-975*	1,22	2,36	1,78	2,215	1,87	1,63	1,63
(11)	55-16-0-825*	1,34	2,62	1,92	2,426	2,00	1,79	1,79
(11)	55-16-150-975*	0,96	1,42	1,24	1,449	1,29	1,31	1,11
(11)	55-16-150-825*	1,17	1,80	1,54	1,764	1,61	1,59	1,36
(11)	90-12-0-825*	1,21	2,14	1,77	1,606	1,86	1,19	1,19
(11)	90-12-0-625*	2,02	4,84	3,52	2,672	3,70	1,98	1,98
(11)	90-16-0-825*	1,44	3,02	2,26	2,326	2,37	1,71	1,71
(11)	90-16-0-825*	1,45	3,06	2,28	2,343	2,40	1,73	1,73
(11)	90-16-150-975*	1,08	1,76	1,84	2,207	6,07	1,34	2,80
(11)	90-16-150-825*	1,23	2,02	2,94	1,884	5,18	1,52	2,24
(11)	90-16-150-825*	1,17	1,89	1,30	1,508	2,45	1,45	1,40

Quadro 2 – Continuação resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(11)	90-16-150-825*	1,22	2,00	1,54	1,555	1,61	1,51	1,21
(11)	90-16-150-625*	1,49	2,54	1,73	1,768	1,81	1,84	1,37
(11)	90-16-150-625*	1,57	2,72	1,62	1,688	1,69	1,93	1,30
(11)	90-16-110-825*	1,17	1,84	1,72	1,751	1,80	1,45	1,36
(11)	90-16-110-625*	1,30	2,04	2,10	2,145	2,19	1,63	1,66
(11)	90-16-75-635*	1,38	2,16	2,24	2,243	2,34	1,72	1,74
(11)	55-16-150-F1-825*	1,21	2,20	1,57	1,646	1,67	1,60	1,28
(11)	55-16-150-F1-625*	1,25	2,21	1,70	1,849	1,81	1,67	1,43
(11)	55-16-75-F1-825*	1,10	1,73	1,78	1,883	1,93	1,42	1,50
(11)	55-16-75-F1-625*	1,14	1,76	1,91	1,525	1,99	1,49	1,44
(11)	90-16-150-F1-975*	1,03	1,82	1,90	1,601	1,97	1,20	1,48
(11)	90-16-150-F1-975*	1,04	1,89	1,53	1,321	1,63	1,21	1,26
(11)	90-16-150-F1-825*	1,19	2,21	1,53	1,399	1,63	1,40	1,29
(11)	90-16-150-F1-825*	1,17	2,20	1,63	1,284	1,70	1,38	1,12
(11)	90-16-150-F1-625*	1,66	3,38	1,69	1,277	1,77	1,94	1,14
(11)	90-16-150-F1-625*	1,71	3,49	1,94	1,458	2,03	1,99	1,31
(11)	90-16-150-F2-975*	1,10	2,38	1,95	1,428	2,03	1,38	1,30
(11)	90-16-150-F2-975*	1,06	2,27	2,84	2,019	2,97	1,31	1,84
(11)	90-16-150-F2-825*	1,21	2,79	2,93	2,085	3,06	1,55	1,89
(11)	90-16-150-F2-825*	1,16	2,53	2,11	1,297	2,20	1,45	1,32
(11)	90-16-150-F2-625*	1,53	3,64	2,03	1,240	2,12	1,94	1,26
(11)	90-16-150-F2-625*	1,38	3,25	2,44	1,402	2,54	1,78	1,49
(11)	90-0-150-F2-825*	1,42	1,14	2,23	1,353	2,33	1,39	1,38
(11)	90-0-150-F2-975*	1,25	0,91	3,06	1,777	3,19	1,17	1,87
(12)	B:36-1.0-NSTP	1,24	2,42	1,76	2,076	1,88	1,63	1,63
(12)	B:22-1.0-8-130	1,42	2,30	1,85	1,909	1,97	1,99	1,67
(12)	B:43-1.0-8-130	2,06	3,72	3,05	2,501	3,27	2,36	2,26

Quadro 2 – Continuação resultados dos métodos de normas e códigos para a razão  $V_{exp}/V_{pred}$ .

Fonte	Espécime	EUROCODE 2 (2004)	FIB Model Code (2010)	CSA A23.3 (2019)	ACI 318 (2019)	AASHTO LRFD (2020)	NBR 6118 (2023) Modelo I	NBR 6118 (2023) Modelo II
(12)	B:39-1.0-10-130	1,31	1,92	1,69	1,604	1,80	1,59	1,42
(12)	B:30-1.0-8-75	1,12	1,56	1,36	1,380	1,47	1,43	1,23
(12)	B:36-1.0-8-75	1,41	2,04	1,77	1,638	1,92	1,66	1,53
(12)	B:21-1.0-10-75	1,05	1,31	1,51	1,019	1,58	1,49	1,52
(12)	B:35-1.0-10-75	1,15	1,53	1,38	1,274	1,49	1,32	1,23
(12)	B:27-1.5-NSTP	1,41	3,93	2,44	2,480	2,62	2,08	2,08
(12)	B:36-1.5-NSTP	1,48	3,88	2,67	2,481	2,87	1,95	1,95
(12)	B:41-1.5-NSTP	1,78	5,51	3,63	2,923	3,92	2,23	2,23
(12)	B:27-1.5-8-130	0,85	1,24	1,09	1,173	1,16	1,19	0,98
(12)	B:22-1.5-8-130	1,03	1,58	1,33	1,384	1,42	1,44	1,21
(12)	B:41-1.5-8-130	1,31	2,14	1,86	1,646	2,00	1,57	1,45
(12)	B:43-1.5-8-130	1,02	1,55	1,38	1,334	1,48	1,26	1,11
(12)	B:23-1.5-10-130	0,79	1,09	0,96	1,029	1,03	1,08	0,89
(12)	B:37-1.5-10-130	1,00	1,43	1,29	1,224	1,38	1,22	1,09
(12)	B:39-1.5-10-130	0,99	1,41	1,28	1,211	1,37	1,20	1,07
(12)	B:27-1.5-8-75	0,64	0,83	0,75	0,832	0,81	0,87	0,70
(12)	B:30-1.5-8-75	0,68	0,89	0,81	0,876	0,87	0,90	0,75
(12)	B:41-1.5-8-75	1,21	1,76	1,58	1,356	1,72	1,35	1,30
(12)	B:42-1.5-8-75	1,00	1,40	1,26	1,166	1,37	1,16	1,06
(12)	B:23-1.5-10-75	0,72	0,88	1,03	0,765	1,08	1,02	1,04
(12)	B:21-1.5-10-75	0,82	1,02	1,18	0,793	1,23	1,16	1,18
(12)	B:37-1.5-10-75	0,99	1,32	1,21	1,054	1,31	1,09	1,06
(12)	B:35-1.5-10-75	0,84	1,08	1,00	0,929	1,08	0,97	0,89
(12)	B:24-2.5-8-130	0,70	1,08	0,92	1,124	0,98	1,15	0,88
(12)	B:28-2.5-8-130	0,62	0,91	0,80	1,001	0,85	1,01	0,77
(12)	B:24-2.5-8-75	0,67	0,94	0,89	0,974	0,93	1,03	0,92
(12)	B:28-2.5-8-75	0,70	0,97	0,86	0,997	0,93	1,04	0,82

1) Capon e De Cossio (1966)
2) Nunes (1981)
3) Arakawa et al. (1987)
4) Ghee, Priestley e Paulay (1989)
5) Regis (1990)
6) Clarke e Birjandi (1993)
7) Nelson (2000)
8) Ruiz, Turmo e Ramos (2005)
9) Jensen et al. (2010)
10) Jensen e Hoang (2010)
11) Völgyi, Windisch e Farkas (2014)
12) Balakrishnan, Hussain e Menon (2016)
* Elementos com armadura transversal em espiral

### APÊNDICE C – Dados experimentais provenientes da literatura

Neste apêndice são apresentados os dados experimentais oriundos da literatura, referentes à elementos de concreto armado com seção transversal circular cheia e vazada, solicitados por flexão simples ou flexocompressão, com o uso de estribos circulares ou em espiral, que foram utilizados como *benchmark* para a avaliação do desempenho dos modelos existentes para predição da resistência ao cisalhamento.

**Quadro 3 - Banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(1)	24-6-2-A	247	-	-	25,1	-	2,12	-	4,68	-	45,52
(1)	24-6-2-B	246	-	-	28,6	-	2,14	-	4,69	-	48,39
(1)	25-3-A	252	-	-	45,2	-	3,06	-	4,59	-	67,56
(1)	25-3-B	251	-	-	43,6	-	3,08	-	4,60	-	64,21
(1)	F-25-3-A	251	-	-	29,0	-	3,08	-	2,86	-	66,6
(1)	F-25-3-B	252	-	-	30,0	-	3,06	-	2,36	-	72,35
(1)	F-∞	251	-	-	13,1	-	3,08	-	2,36	-	45,04
(2)	ABC-1	400	-	150	25,9	397	3,84	0,10	3,28	-	201
(2)	A-2	400	-	150	31,3	397	3,84	0,10	2,73	-	270
(2)	A-3	400	-	150	31,3	397	3,84	0,10	2,19	-	290
(2)	A-4	400	-	150	32,7	397	3,84	0,10	1,64	-	494
(2)	B-2	400	-	150	27,5	397	3,84	0,16	3,28	-	270
(2)	B-3	400	-	150	32,7	397	3,84	0,08	3,28	-	190
(2)	C-2	400	-	150	27,5	397	3,20	0,10	3,28	-	210
(2)	C-3	400	-	150	27,5	397	4,48	0,10	3,28	-	215
(3)	UNIT1	275	-	100	28,8	365,9	3,85	0,21	1,36	-	176,4
(3)	UNIT2	275	-	50	29,3	365,9	3,85	0,42	1,36	-	203,8
(3)	UNIT4	275	-	100	29,8	365,9	3,85	0,21	1,36	215	195,8
(3)	UNIT6	275	-	50	28,6	365,9	3,85	0,42	1,36	215	225,3
(3)	UNIT8	275	-	35	31,4	365,9	3,85	0,61	1,36	215	215,9
(3)	UNIT9	275	-	50	30,5	365,9	5,13	0,42	1,36	215	228

**Quadro 3 – Continuação banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(3)	UNIT10	275	-	50	30,2	365,9	2,57	0,42	1,36	215	254,2
(3)	UNIT12	275	-	100	27,8	365,9	3,85	0,21	1,36	430	191,9
(3)	UNIT13	275	-	50	30,5	365,9	3,85	0,42	1,36	430	238,4
(3)	UNIT14	275	-	35	31,3	365,9	3,85	0,61	1,36	430	279,1
(3)	UNIT17	275	-	75	31,3	362,9	3,85	0,28	1,36	215	246,6
(3)	UNIT19	275	-	75	31,2	362,9	3,85	0,28	2,05	215	186,5
(3)	UNIT22	275	-	75	20,5	362,9	3,85	0,28	2,05	215	171,1
(3)	UNIT24	275	-	75	31,1	362,9	3,85	0,28	1,36	430	234
(3)	UNIT25	275	-	75	29,7	362,9	3,85	0,28	2,05	430	201,2
(3)	UNIT27	275	-	75	18,9	362,9	3,85	0,28	2,05	430	176,1
(3)	UNIT28	275	-	75	41,3	362,9	3,85	0,28	2,05	430	230,8
(4)	UNIT1	400	-	60	37,5	436	3,20	0,51	2	-	320
(4)	UNIT2	400	-	60	37,2	296	3,20	0,51	2	-	228
(4)	UNIT3	400	-	60	36,0	436	3,20	0,51	2,50	-	298
(4)	UNIT4	400	-	165	30,6	436	3,20	0,51	2	-	295
(4)	UNIT5	400	-	40	31,1	436	3,20	0,76	2	-	340
(4)	UNIT6	400	-	60	30,1	436	3,20	0,51	1,50	-	390
(4)	UNIT7	400	-	80	29,5	448	3,20	0,38	2	-	280
(4)	UNIT8	400	-	30	28,7	448	3,20	1,02	2	721,3	475
(4)	UNIT9	400	-	30	29,9	448	3,20	1,02	2,50	751,5	385
(4)	UNIT10	400	-	120	31,2	448	3,20	1,02	2	784,1	450
(4)	UNIT11	400	-	60	29,9	448	3,20	0,51	2	751,5	404
(4)	UNIT12	400	-	30	28,6	436	3,20	1,02	1,50	359,4	527
(4)	UNIT13	400	-	30	36,2	436	3,20	1,02	2	454,9	443
(4)	UNIT14	400	-	60	33,7	424	3,24	0,51	2	-	311
(4)	UNIT15	400	-	60	34,8	436	1,92	0,51	2	-	230
(4)	UNIT16	400	-	60	33,4	436	3,20	0,51	2	419,7	379
(4)	UNIT17	400	-	60	34,3	436	3,20	0,51	2,50	431,1	329

**Quadro 3 – Continuação banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(4)	UNIT18	400	-	60	35,0	436	3,20	0,51	1,50	439,8	507
(4)	UNIT19	400	-	80	34,4	436	3,20	0,38	1,50	432,3	436
(4)	UNIT20	400	-	80	36,7	482	3,20	0,38	1,75	807,1	487
(4)	UNIT21	400	-	80	33,2	436	3,20	0,38	2	-	258
(4)	UNIT22	400	-	220	30,9	436	3,20	0,39	2	-	280
(4)	UNIT23	400	-	160	32,3	436	3,20	0,76	2	-	339
(4)	UNIT24	400	-	110	33,1	436	3,20	0,77	2	-	338
(4)	UNIT25	400	-	-	32,8	296	3,20	-	1,5	-	233
(5)	Va1	300	180	-	34,2	-	1,33	0,01	3,125	-	55
(5)	Va2	300	180	-	32,7	-	1,33	0,01	3,125	400	83
(5)	Vb1	300	180	150	35,5	600	1,33	0,01	3,125	-	130
(5)	Vb2	300	180	150	37,0	600	1,33	0,01	3,125	400	158
(6)	M1/2	152	-	100	22,4	250	2,22	-	1,73	-	45
(6)	M1/3	152	-	100	22,4	250	2,22	-	1,89	-	46,1
(6)	M1/4	152	-	100	22,4	250	2,22	-	1,97	-	38
(6)	1a	300	-	-	18,2	250	0,89	-	2,33	-	65
(6)	3a	300	-	-	18,2	250	2,30	-	2,33	-	91,2
(6)	3b	300	-	-	18,2	250	2,30	-	2,33	-	96,9
(6)	4a	300	-	-	35,2	250	2,30	-	2,33	-	128,7
(6)	4b	300	-	-	35,2	250	2,30	-	2,33	-	108,9
(6)	5a	300	-	-	21,4	250	5,60	-	2,33	-	147,7
(6)	5b	300	-	-	21,4	250	5,60	-	2,33	-	130,1
(6)	6a	300	-	-	34,9	250	5,60	-	2,33	-	152
(6)	6b	300	-	-	34,9	250	5,60	-	2,33	-	147,7
(6)	7a	300	-	150	27,5	250	5,60	-	0,96	-	262,3
(6)	11a	300	-	150	19,3	250	5,60	-	2,33	-	185,9
(6)	11b	300	-	150	19,3	250	5,60	-	2,33	-	188
(6)	12a	300	-	75	19,0	250	5,60	-	2,33	-	211,4

**Quadro 3 – Continuação banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(6)	12b	300	-	75	19,0	250	5,60	-	2,33	-	238,9
(6)	13a	300	-	150	38,7	250	5,60	-	2,33	-	226,9
(6)	13b	300	-	150	38,7	250	5,60	-	2,33	-	228,3
(6)	14a	300	-	75	40,4	250	5,60	-	2,33	-	279,2
(6)	14b	300	-	75	40,4	250	5,60	-	2,33	-	287,7
(6)	15a	300	-	150	19,4	250	3,60	-	2,33	-	144,9
(6)	15b	300	-	150	19,4	250	3,60	-	2,33	-	147,7
(6)	16a	300	-	150	37,4	250	3,60	-	2,33	-	185,2
(6)	16b	300	-	150	37,4	250	3,60	-	2,33	-	185,9
(6)	17a	300	-	150	19,0	250	2,30	-	2,33	-	117,3
(6)	17b	300	-	150	19,0	250	2,30	-	2,33	-	115,2
(6)	19a	300	-	150	21,3	250	3,60	-	2,33	-	113,1
(6)	19b	300	-	150	21,3	250	3,60	-	2,33	-	128,6
(6)	20a	300	-	150	39,4	250	3,60	-	2,33	-	149,1
(6)	20b	300	-	150	39,4	250	3,60	-	2,33	-	137,1
(6)	21a	300	-	150	17,8	250	5,60	-	2,33	-	130,8
(6)	21b	300	-	150	17,8	250	5,60	-	2,33	-	151,3
(6)	22a	300	-	150	36,4	250	5,60	-	2,33	-	163,3
(6)	22b	300	-	150	36,4	250	5,60	-	2,33	-	164
(6)	23a	300	-	150	20,1	250	2,30	-	2,33	-	101,1
(6)	23b	300	-	150	20,1	250	2,30	-	2,33	-	113,1
(6)	24a	300	-	150	39,1	250	2,30	-	2,33	-	113,8
(6)	24b	300	-	150	39,1	250	2,30	-	2,33	-	128
(6)	25a	300	-	150	19,4	250	3,60	-	2,33	-	98,3
(6)	25b	300	-	150	19,4	250	3,60	-	2,33	-	122,3
(6)	26a	300	-	150	37,7	250	3,60	-	2,33	-	113,8
(6)	26b	300	-	150	37,7	250	3,60	-	2,33	-	149,9
(6)	27a	300	-	150	18,2	250	3,60	-	2,33	-	125,1

**Quadro 3 – Continuação banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(6)	27b	300	-	150	18,2	250	5,60	-	2,33	-	134,3
(6)	28a	300	-	150	36,2	250	5,60	-	2,33	-	158,3
(6)	28b	300	-	150	36,2	250	5,60	-	2,33	-	175,3
(6)	29a	300	-	-	25,0	250	3,60	-	2,33	265,1	146,3
(6)	29b	300	-	-	25,0	250	3,60	-	2,33	-	86,2
(6)	30a	300	-	-	23,8	250	3,60	-	2,33	269,2	132,2
(6)	30b	300	-	-	23,8	250	3,60	-	2,33	-	89,8
(6)	31a	300	-	-	16,7	250	3,60	-	2,33	531,2	146,3
(6)	31b	300	-	-	16,7	250	3,60	-	2,33	-	98,3
(6)	32a	300	-	-	16,1	250	3,60	-	2,33	534,9	134,3
(6)	33a	300	-	-	17,3	250	5,60	-	2,33	269	151,3
(6)	33b	300	-	-	17,3	250	5,60	-	2,33	-	115,9
(6)	34a	300	-	-	27,8	250	5,60	-	2,33	275,1	173,9
(6)	34b	300	-	-	27,8	250	5,60	-	2,33	-	125,1
(6)	35a	300	-	-	30,2	250	5,60	-	2,33	533,7	159,1
(6)	35b	300	-	-	30,2	250	5,60	-	2,33	-	125,1
(6)	36a	300	-	-	27,9	250	5,60	-	2,33	532,5	164
(6)	36b	300	-	-	27,9	250	5,60	-	2,33	-	135,7
(6)	37a	300	-	150	34,9	250	5,60	-	2,33	271,4	231,9
(6)	37b	300	-	150	34,9	250	5,60	-	2,33	-	217,7
(6)	38a	300	-	150	28,9	250	5,60	-	2,33	265,6	209,2
(6)	38b	300	-	150	28,9	250	5,60	-	2,33	-	205,7
(6)	39a	300	-	150	29,0	250	5,60	-	2,33	266,5	217
(6)	39b	300	-	150	29,0	250	5,60	-	2,33	-	197,2
(6)	40a	300	-	150	27,3	250	5,60	-	2,33	270,2	224,8
(6)	40b	300	-	150	27,3	250	5,60	-	2,33	-	183,1
(6)	41a	500	-	-	27,2	250	2,60	-	2,75	-	235,6
(6)	42a	500	-	-	26,8	250	2,60	-	2,75	-	233,7

**Quadro 3 – Continuação banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(6)	42b	500	-	-	26,8	250	2,60	-	2,75	-	221,9
(6)	43a	500	-	140	30,2	250	2,60	-	2,75	-	312,2
(6)	43b	500	-	140	30,2	250	2,60	-	2,75	-	365,2
(6)	44a	500	-	140	26,3	250	2,60	-	2,75	-	300,4
(6)	44b	500	-	140	26,3	250	2,60	-	2,75	-	329,9
(6)	45a	500	-	-	23,5	250	3,80	-	2,75	-	233,7
(6)	46b	500	-	-	24,5	250	3,80	-	2,75	-	280,8
(7)	Col1	508	-	100	56,2	454,9	1	0,10	3,75	1449,9	308,3
(7)	Col2	508	-	100	56,3	454,9	1	0,10	3,75	1243	293,4
(7)	Col3	508	-	100	57,0	454,9	1	0,10	3,75	1139	275,3
(7)	Col4	508	-	100	52,7	454,9	1	0,10	3,75	1139	265,3
(8)	1	600	400	300	32,2	500	2,40	0,11	2,92	-	232,5
(8)	2	600	400	300	32,2	500	2,40	0,11	2,92	-	238,8
(8)	3	600	400	300	24,7	500	2,40	0,11	2,92	-	237,2
(8)	4	600	400	300	24,7	500	2,40	0,11	2,92	-	216,8
(9)	SDU1	250	-	-	31,7	-	2,56	-	1,60	-	117
(9)	SDU2	250	-	-	31,7	-	2,56	-	2,10	-	73
(9)	SDU3	250	-	-	31,7	-	2,56	-	2,80	-	75
(9)	SDU4	250	-	-	31,7	-	2,56	-	3,50	-	70
(9)	SDU5	250	-	100	31,7	587	6,40	0,4	2,10	-	239
(9)	SDU6	250	-	100	31,7	573	6,40	0,6	2,10	-	299
(9)	SDU7	250	-	100	31,7	584	6,40	0,9	2,10	-	374
(9)	SDU8	250	-	100	31,7	587	6,40	0,8	2,10	-	331
(9)	SDU9	250	-	100	31,7	573	6,40	1,2	2,10	-	390
(9)	SDU10	250	-	100	31,7	584	6,40	1,8	2,10	-	458
(9)	SDU11	250	-	100	31,7	584	6,40	1,8	2,10	-	479
(9)	SDU12	250	-	115	31,7	573	6,40	1	2,10	-	383
(9)	SDU13	250	-	115	31,7	584	6,40	1,6	2,10	-	451

**Quadro 3 – Continuação banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(9)	SDU14	250	-	125	31,7	587	6,40	0,6	2,10	-	303
(9)	SDU15	250	-	125	31,7	573	6,40	1	2,10	-	371
(9)	SDU16	250	-	125	31,7	584	6,40	1,4	2,10	-	435
(10)	JP3-00-10	300	180	50	93,5	539	1,41	0,36	1,25	55	200,9
(10)	JP3-00-15	300	180	50	93,5	539	1,41	0,36	1,87	55	163,3
(10)	JP3-80-10	300	180	50	93,5	539	1,13	0,36	1,25	317,2	235,7
(10)	JP3-80-15	300	180	50	93,5	539	1,13	0,36	1,87	313	214,4
(10)	JP3-100-10	300	180	50	93,5	539	1,41	0,36	1,87	418,8	269,6
(10)	JP3-100-15	300	180	50	93,5	539	1,41	0,36	1,87	406,1	216,7
(10)	JP3-00-15-35	300	180	50	93,5	539	1,41	0,36	1,87	397,6	198,6
(10)	JP3-80-15-35	300	180	50	93,5	539	1,13	0,36	1,87	668,3	250,6
(10)	JP3-100-15-35	300	180	50	93,5	539	1,41	0,36	1,87	723,3	240,7
(10)	JP3-00-15-70	300	180	50	93,5	539	1,41	0,36	1,87	689,5	239,8
(10)	JP3-40-15-70	300	180	50	93,5	539	0,53	0,36	1,87	820,6	259,2
(10)	JP3-00-15-105	300	180	50	93,5	539	1,41	0,36	1,87	977,1	241,1
(10)	JP3-40-15-105	300	180	50	93,5	539	0,53	0,36	1,87	1019,4	300,4
(10)	JP6-00-15	300	210	55	93,5	589	1,78	0,33	1,87	53,9	145,6
(10)	JP6-40-10	300	210	55	93,5	589	0,67	0,33	1,25	138,2	161,9
(10)	JP6-80-15	300	210	55	93,5	589	1,42	0,33	1,87	246,1	170,9
(10)	JP6-100-15	300	210	55	93,5	589	1,78	0,33	1,87	323,6	183,9
(10)	JP6-00-15-70	300	210	55	93,5	589	1,78	0,33	1,87	623,6	201,9
(10)	JP6-40-15-70	300	210	55	93,5	589	0,67	0,33	1,87	667,4	228,9
(10)	JP6-80-15-70	300	210	55	93,5	589	1,42	0,33	1,87	775,3	248
(10)	JP6-100-15-70	300	210	55	93,5	589	1,78	0,33	1,87	812,3	211,6
(10)	JP6-00-15-105	300	210	55	93,5	589	1,78	0,33	1,87	900	228,6
(10)	JP6-40-15-105	300	210	55	93,5	589	0,67	0,33	1,87	933,7	244,8
(10)	JP9-00-15	300	220	50	93,5	589	1,57	0,4	1,87	55	133
(10)	JP9-40-10	300	220	50	93,5	589	0,74	0,4	1,25	128,3	144,7

**Quadro 3 – Continuação banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(10)	JP9-80-15	300	220	50	93,5	589	1,22	0,4	1,87	241,3	159,4
(10)	JP9-100-15	300	220	50	93,5	589	1,57	0,4	1,87	299,4	164,7
(10)	JP12-00-10	300	225	45	93,5	589	1,66	0,47	1,25	52	160,2
(10)	JP12-40-10	300	225	45	93,5	589	0,78	0,47	1,25	115,7	161,4
(10)	JP12-80-10	300	225	45	93,5	589	1,24	0,47	1,25	237,1	183,1
(10)	JP12-80-15	300	225	45	93,5	589	1,24	0,47	1,87	205,3	150,9
(10)	JP12-100-10	300	225	45	93,5	589	1,66	0,47	1,25	271,8	205,7
(10)	JP12-100-15	300	225	45	93,5	589	1,66	0,47	1,87	266	181,5
(10)	JP12-00-15-35	300	225	45	93,5	589	1,66	0,47	1,87	344,1	160,8
(10)	JP12-40-15-35	300	225	45	93,5	589	0,78	0,47	1,87	425	162,4
(10)	JP12-80-15-35	300	225	45	93,5	589	1,24	0,47	1,87	497,3	187,7
(10)	JP12-100-15-35	300	225	45	93,5	589	1,66	0,47	1,87	517,6	206,9
(10)	JP12-00-15-70	300	225	45	93,5	589	1,66	0,47	1,87	615,9	191,7
(10)	JP12-40-15-70	300	225	45	93,5	589	0,78	0,47	1,87	656,4	208,7
(10)	JP12-00-15-105	300	225	45	93,5	589	1,66	0,47	1,87	809,6	213,4
(10)	JP12-40-15-105	300	225	45	93,5	589	0,78	0,47	1,87	847,2	243,1
(10)	JP3-80-15-70	300	180	50	93,5	539	1,13	0,36	1,87	1006,7	251,1
(10)	JP3-100-15-70	300	180	50	93,5	539	1,41	0,36	1,87	977,1	272,8
(10)	JP3-80-15-105	300	180	50	93,5	539	1,13	0,36	1,87	1239,3	276
(10)	JP3-100-15-105	300	180	50	93,5	539	1,41	0,36	1,87	1180,1	299,5
(10)	JP6-40-15	300	210	55	93,5	589	0,67	0,33	1,87	138,2	114,3
(10)	JP6-80-15-105	300	210	55	93,5	589	1,42	0,33	1,87	967,4	267,8
(10)	JP6-100-15-105	300	210	55	93,5	589	1,78	0,33	1,87	1125,8	228,6
(10)	JP9-40-15	300	220	50	93,5	589	0,74	0,4	1,87	122,2	112,7
(10)	JP12-00-15	300	225	45	93,5	589	1,66	0,47	1,87	55	135,5
(10)	JP12-80-15-70	300	225	45	93,5	589	1,24	0,47	1,87	798	195,5
(10)	JP12-80-15-105	300	225	45	93,5	589	1,24	0,47	1,87	928,2	224,2
(11)	55-12-0-975*	300	190	-	72,9	589	3,21	-	4,06	-	68,6

**Quadro 3 – Continuação banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(11)	55-12-0-625*	300	190	-	72,9	589	3,21	-	2,60	-	105
(11)	55-12-150-825*	300	190	150	66,9	589	3,21	0,31	3,44	-	105
(11)	55-12-150-625*	300	190	150	66,9	589	3,21	0,31	2,60	-	135
(11)	55-14-0-825*	300	190	-	66,1	593	4,36	-	3,44	-	71,7
(11)	55-14-0-625*	300	190	-	66,1	593	4,36	-	2,60	-	82,8
(11)	55-14-150-825*	300	190	150	66,9	593	4,36	0,31	3,44	-	133
(11)	55-14-150-625*	300	190	150	66,9	593	4,36	0,31	2,60	-	162
(11)	55-14-75-825*	300	190	75	66,1	593	4,36	0,62	3,44	-	143
(11)	55-14-75-789*	300	190	75	66,1	593	4,36	0,62	3,29	-	153,5
(11)	55-16-0-975*	300	190	-	66,9	626	5,70	-	4,06	-	78
(11)	55-16-0-825*	300	190	-	66,9	626	5,70	-	3,44	-	85,4
(11)	55-16-150-975*	300	190	150	72,9	626	5,70	0,31	4,06	-	115
(11)	55-16-150-825*	300	190	150	72,9	626	5,70	0,31	3,44	-	140
(11)	90-12-0-825*	300	120	-	70,2	589	2,29	-	3,44	-	95
(11)	90-12-0-625*	300	120	-	70,2	589	2,29	-	2,60	-	158
(11)	90-16-0-825*	300	120	-	66,9	626	4,07	-	3,44	-	134
(11)	90-16-0-825*	300	120	-	66,9	626	4,07	-	3,44	-	135
(11)	90-16-150-975*	300	120	150	70,2	626	4,07	0,22	4,06	-	158
(11)	90-16-150-825*	300	120	150	66,9	626	4,07	0,22	3,44	-	177
(11)	90-16-150-825*	300	120	150	66,9	626	4,07	0,22	3,44	-	169
(11)	90-16-150-825*	300	120	150	70,2	626	4,07	0,22	3,44	-	178
(11)	90-16-150-625*	300	120	150	70,2	626	4,07	0,22	2,60	-	218
(11)	90-16-150-625*	300	120	150	70,2	626	4,07	0,22	2,60	-	228
(11)	90-16-110-825*	300	120	110	66,9	626	4,07	0,30	3,44	-	187
(11)	90-16-110-625*	300	120	110	66,9	626	4,07	0,30	2,60	-	210
(11)	90-16-75-635*	300	120	75	66,9	626	4,07	0,44	2,65	-	258
(11)	55-16-150-F1-825*	300	190	150	62,5	626	3,80	0,31	3,44	148	140
(11)	55-16-150-F1-625*	300	190	150	62,5	626	3,80	0,31	2,60	148	147

**Quadro 3 – Continuação banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(11)	55-16-75-F1-825*	300	190	75	62,5	626	3,80	0,62	3,44	148	170
(11)	55-16-75-F1-625*	300	190	75	62,5	626	3,80	0,62	2,60	148	180
(11)	90-16-150-F1-975*	300	120	150	64,8	626	2,71	0,22	4,06	88	141
(11)	90-16-150-F1-975*	300	120	150	69,8	626	2,71	0,22	4,06	106	146
(11)	90-16-150-F1-825*	300	120	150	64,8	626	2,71	0,22	3,44	116	165
(11)	90-16-150-F1-825*	300	120	150	69,8	626	2,71	0,22	3,44	128	167
(11)	90-16-150-F1-625*	300	120	150	64,8	626	2,71	0,22	2,60	118	229
(11)	90-16-150-F1-625*	300	120	150	64,8	626	2,71	0,22	2,60	108	234
(11)	90-16-150-F2-975*	300	120	150	62,5	626	2,71	0,22	4,06	228	163
(11)	90-16-150-F2-975*	300	120	150	69,7	626	2,71	0,22	4,06	238	161,5
(11)	90-16-150-F2-825*	300	120	150	62,5	626	2,71	0,22	3,44	286	186
(11)	90-16-150-F2-825*	300	120	150	69,7	626	2,71	0,22	3,44	255	179
(11)	90-16-150-F2-625*	300	120	150	62,5	626	2,71	0,22	2,60	273	233
(11)	90-16-150-F2-625*	300	120	150	62,5	626	2,71	0,22	2,60	306	216
(11)	90-0-150-F2-825*	300	120	150	72,2	-	-	0,22	3,44	237	174
(11)	90-0-150-F2-975*	300	120	150	72,2	-	-	0,22	4,06	180	145
(12)	B:36-1.0-NSTP	230	-	-	35,5	500	2,85	-	1	-	82
(12)	B:22-1.0-8-130	230	-	130	21,7	500	2,85	0,33	1	-	200
(12)	B:43-1.0-8-130	230	-	130	43,2	500	2,85	0,33	1	-	300
(12)	B:39-1.0-10-130	230	-	130	39,1	500	2,85	0,52	1	-	245
(12)	B:30-1.0-8-75	230	-	75	29,7	500	2,85	0,58	1	-	230
(12)	B:36-1.0-8-75	230	-	75	35,9	500	2,85	0,58	1	-	280
(12)	B:21-1.0-10-75	230	-	75	21,0	500	2,85	0,90	1	-	225
(12)	B:35-1.0-10-75	230	-	75	35,0	500	2,85	0,90	1	-	295
(12)	B:27-1.5-NSTP	230	-	-	27,0	500	2,85	-	1,5	-	83
(12)	B:36-1.5-NSTP	230	-	-	35,5	500	2,85	-	1,5	-	98
(12)	B:41-1.5-NSTP	230	-	-	40,7	500	2,85	-	1,5	-	125
(12)	B:27-1.5-8-130	230	-	130	27,0	500	2,85	0,33	1,5	-	128

**Quadro 3 – Continuação banco de dados compilado a partir de resultados experimentais da literatura.**

Fonte	Espécime	$D$ (mm)	$D_0$ (mm)	$s$ (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$a/d$	$P$ (kN)	$V_{teste}$ (kN)
(12)	B:22-1.5-8-130	230	-	130	21,7	500	2,85	0,33	1,5	-	145
(12)	B:41-1.5-8-130	230	-	130	40,7	500	2,85	0,33	1,5	-	195
(12)	B:43-1.5-8-130	230	-	130	43,2	500	2,85	0,33	1,5	-	160
(12)	B:23-1.5-10-130	230	-	130	22,7	500	2,85	0,52	1,5	-	145
(12)	B:37-1.5-10-130	230	-	130	36,6	500	2,85	0,52	1,5	-	185
(12)	B:39-1.5-10-130	230	-	130	39,1	500	2,85	0,52	1,5	-	185
(12)	B:27-1.5-8-75	230	-	75	27,0	500	2,85	0,58	1,5	-	137
(12)	B:30-1.5-8-75	230	-	75	29,7	500	2,85	0,58	1,5	-	146
(12)	B:41-1.5-8-75	230	-	75	40,7	500	2,85	0,58	1,5	-	236
(12)	B:42-1.5-8-75	230	-	75	42,3	500	2,85	0,58	1,5	-	204
(12)	B:23-1.5-10-75	230	-	75	22,7	500	2,85	0,90	1,5	-	170
(12)	B:21-1.5-10-75	230	-	75	21,0	500	2,85	0,90	1,5	-	175
(12)	B:37-1.5-10-75	230	-	75	36,6	500	2,85	0,90	1,5	-	245
(12)	B:35-1.5-10-75	230	-	75	35,0	500	2,85	0,90	1,5	-	215
(12)	B:24-2.5-8-130	230	-	130	24,0	500	5,94	0,33	2,5	-	120
(12)	B:28-2.5-8-130	230	-	130	28,0	500	5,94	0,33	2,5	-	110
(12)	B:24-2.5-8-75	230	-	75	24,0	500	5,94	0,58	2,5	-	158
(12)	B:28-2.5-8-75	230	-	75	28,0	500	5,94	0,58	2,5	-	165
1) Capon e De Cossio (1966)											
2) Nunes (1981)											
3) Arakawa et al. (1987)											
4) Ghee, Priestley e Paulay (1989)											
5) Regis (1990)											
6) Clarke e Birjandi (1993)											
7) Nelson (2000)											
8) Ruiz, Turmo e Ramos (2005)											
9) Jensen et al. (2010)											
10) Jensen e Hoang (2010)											

11) Völgyi, Windisch e Farkas (2014)
--------------------------------------

12) Balakrishnan, Hussain e Menon (2016)
--

* Elementos com armadura transversal em espiral
---

## APÊNDICE D – Medidas de tendência central, de dispersão e métricas de erro

Com o objetivo de sintetizar as informações de um conjunto de dados, podem ser empregadas medidas de tendência central e de dispersão (Morettin e Singer, 2022). Nesta dissertação, foram adotadas a média e a mediana como medidas de tendência central para descrever os resultados. Para calcular essas medidas, consideremos as observações  $x_1, \dots, x_n$  de uma variável  $X$ . A média de uma amostra de dados ( $\bar{x}$ ) é determinada por:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

A mediana é obtida ordenando os valores das observações  $x_i$ , em ordem crescente e selecionando o valor central, se houver um número ímpar de observações. Se o número de observações for par, a mediana é a média dos dois valores centrais.

$$med = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})}, & \text{se } n \text{ for ímpar} \\ \frac{1}{2} [x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n+1}{2})}], & \text{se } n \text{ for par} \end{cases}$$

Quanto às medidas de dispersão, duas são comumente empregadas na descrição de conjuntos de dados amostrais. A primeira é o desvio padrão amostral ( $S$ ), calculado como a raiz quadrada da variância amostral ( $S^2$ ). A segunda é o coeficiente de variação ( $COV$ ), expresso como uma porcentagem. Ambas as medidas são definidas por:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$COV = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Com o intuito de avaliar o desempenho de cada modelo, foram utilizadas algumas métricas para descrição dos resultados, sendo elas o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), o erro percentual absoluto médio ( $MAPE$ ) e a raiz do erro quadrático médio ( $RMSE$ ).

O coeficiente de determinação, frequentemente representado por  $R^2$ , é uma medida estatística utilizada para avaliar a qualidade do ajuste de um modelo aos dados, quantificando a proporção da variabilidade da variável dependente que é explicada pelas variáveis independentes no modelo. O  $R^2$  varia de 0 a 1 e quanto mais próximo de 1, melhor o modelo se ajusta aos dados. Seu valor é determinado por meio da expressão abaixo:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

nas quais:

$\bar{x}$  – média da amostra de dados;

$x_i$  – valores de referência;

$\hat{x}_i$  – valores preditos pelo modelo.

O erro percentual absoluto médio (MAPE, do inglês *Mean Absolute Percentage Error*) é uma métrica de precisão comumente usada para avaliar a acurácia de modelos de previsão. O MAPE fornece o erro médio em termos percentuais entre os valores preditos e os valores observados. Logo, quanto menor o valor do MAPE melhor é a previsão do modelo, sendo essa métrica útil para escolha do modelo mais adequado para determinada aplicação. Seu valor é determinado pela expressão a seguir:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right| \cdot 100\%$$

A raiz do erro quadrático médio (RMSE, do inglês *Root Mean Square Error*) é uma métrica muito utilizada para avaliar a precisão de um modelo em relação aos valores de referência. Ela calcula a média da raiz quadrada dos erros quadráticos entre os valores previstos pelo modelo e os valores observados. A RMSE oferece uma medida de dispersão dos erros, sendo particularmente sensível a grandes discrepâncias entre os valores previstos e os reais. Quanto menor o valor da RMSE, melhor é a precisão do modelo em relação aos valores de referência. Uma vantagem significativa dessa métrica é que a unidade de erro retornada é igual à unidade de medida dos dados originais, facilitando a interpretação dos resultados. A RMSE é calculada usando a seguinte fórmula:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}$$

### APÊNDICE E – Exemplos de cálculo da resistência ao cisalhamento

Este apêndice demonstra exemplos das rotinas de cálculo implementadas no Microsoft Office Excel®, apresentando a implementação do modelo teórico proposto por Al-Bayati (2023) e do modelo de cálculo I da NBR 6118 (2023) para a determinação da parcela resistida pelo concreto e pelas armaduras transversais na resistência ao cisalhamento.

**Quadro 4 – Rotina de cálculo dos valores teóricos do modelo de Al-Bayati (2023) com os dados experimentais de Jensen et al. (2010)**

Espécime	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	$f_{cm}$ (MPa)	$a/d$	$f_{yl}$ (MPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$V_{exp}$ (kN)	$V_{pred}$ (kN)	$V_{exp}/V_{pred}$
SDU1	490,87	31,70	1,63	900	0,0	2,56	0	4,158	0	0	117	150,2	0,78
SDU2	490,87	31,70	2,13	900	0,0	2,56	0	3,636	0	0	73	131,4	0,56
SDU3	490,87	31,70	2,88	900	0,0	2,56	0	3,126	0	0	75	112,9	0,66
SDU4	490,87	31,70	3,50	900	0,0	2,56	0	2,833	0	0	70	102,4	0,68
SDU5	490,87	31,70	2,13	900	587,0	6,40	0,40	5,749	0	0,632	239	230,6	1,04
SDU6	490,87	31,70	2,13	900	573,0	6,40	0,63	5,749	0	1,471	299	260,9	1,15
SDU7	490,87	31,70	2,13	900	584,0	6,40	0,90	5,749	0	3,169	374	322,2	1,16
SDU8	490,87	31,70	2,13	900	587,0	6,40	0,80	5,749	0	2,529	331	299,1	1,11
SDU9	490,87	31,70	2,13	900	573,0	6,40	1,26	5,749	0	5,884	390	420,3	0,93
SDU10	490,87	31,70	2,13	900	584,0	6,40	1,81	5,749	0	12,674	458	665,6	0,69
SDU11	490,87	31,70	2,13	900	584,0	6,40	1,81	5,749	0	12,674	479	665,6	0,72
SDU12	490,87	31,70	2,13	900	573,0	6,40	1,09	5,749	0	4,449	383	368,5	1,04
SDU13	490,87	31,70	2,13	900	584,0	6,40	1,57	5,749	0	9,584	451	554,0	0,81
SDU14	490,87	31,70	2,13	900	587,0	6,40	0,64	5,749	0	1,619	303	266,2	1,14
SDU15	490,87	31,70	2,13	900	573,0	6,40	1,01	5,749	0	3,766	371	343,8	1,08
SDU16	490,87	31,70	2,13	900	584,0	6,40	1,45	5,749	0	8,112	435	500,8	0,87

**Quadro 5 – Rotina de cálculo dos valores teóricos do modelo I da NBR 6118 (2023) com os dados experimentais de Jensen et al. (2010)**

Espécime	$A_c$ (cm <sup>2</sup> )	$f_{ck}$ (MPa)	$\alpha_{cw}$	$\alpha_{v2}$	$f_{yw}$ (MPa)	$A_{sw}$ (cm <sup>2</sup> )	$V_{sw}$ (kN)	$V_c$ (kN)	$V_{R2}$ (kN)	$V_{R3}$ (kN)	$V_{exp}$ (kN)	$V_{pred}$ (kN)	$V_{exp}/V_{pred}$
SDU1	490,87	25,12	1,00	0,87	0,0	0,0	0,0	54,04	296,1	54,04	117	54,04	2,17
SDU2	490,87	25,12	1,00	0,87	0,0	0,0	0,0	54,04	296,1	54,04	73	54,04	1,35
SDU3	490,87	25,12	1,00	0,87	0,0	0,0	0,0	54,04	296,1	54,04	75	54,04	1,39
SDU4	490,87	25,12	1,00	0,87	0,0	0,0	0,0	54,04	296,1	54,04	70	54,04	1,30
SDU5	490,87	25,12	1,00	0,87	587,0	1,01	106,22	54,04	296,1	160,26	239	160,26	1,49
SDU6	490,87	25,12	1,00	0,87	573,0	1,57	162,01	54,04	296,1	216,05	299	216,05	1,38
SDU7	490,87	25,12	1,00	0,87	584,0	2,26	237,78	54,04	296,1	291,81	374	291,81	1,28
SDU8	490,87	25,12	1,00	0,87	587,0	2,01	212,44	54,04	296,1	266,48	331	266,48	1,24
SDU9	490,87	25,12	1,00	0,87	573,0	3,14	324,02	54,04	296,1	378,06	390	296,12	1,32
SDU10	490,87	25,12	1,00	0,87	584,0	4,52	475,55	54,04	296,1	529,59	458	296,12	1,55
SDU11	490,87	25,12	1,00	0,87	584,0	4,52	475,55	54,04	296,1	529,59	479	296,12	1,62
SDU12	490,87	25,12	1,00	0,87	573,0	3,14	281,76	54,04	296,1	335,80	383	296,12	1,29
SDU13	490,87	25,12	1,00	0,87	584,0	4,52	413,52	54,04	296,1	467,56	451	296,12	1,52
SDU14	490,87	25,12	1,00	0,87	587,0	2,01	169,95	54,04	296,1	223,99	303	223,99	1,35
SDU15	490,87	25,12	1,00	0,87	573,0	3,14	259,22	54,04	296,1	313,26	371	296,12	1,25
SDU16	490,87	25,12	1,00	0,87	584,0	4,52	380,44	54,04	296,1	434,48	435	296,12	1,47