

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS DO SERTÃO
DELMIRO GOUVEIA
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

JOÃO VITOR PEREIRA DA SILVA

**OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE UMA VIGA DE MADEIRA EM SITUAÇÃO DE
INCÊNDIO**

Delmiro Gouveia/AL

2024

JOÃO VITOR PEREIRA DA SILVA

**OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE UMA VIGA DE MADEIRA EM SITUAÇÃO DE
INCÊNDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Universidade
Federal de Alagoas, como requisito parcial à
obtenção do título de Bacharelado em
Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Alverlando Silva Ricardo.
Coorientador: Doutorando Lucas Araújo
Rodrigues da Silva.

Delmiro Gouveia/AL

2024

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca do Campus Sertão
Sede Delmiro Gouveia

Bibliotecária responsável: Renata Oliveira de Souza CRB-4 2209

S586o Silva, João Vitor Pereira da
Otimização estrutural de uma viga de madeira em situação de incêndio / João Vitor Pereira da Silva. - 2024.
73 f. : il.

Orientação: Alverlando Silva Ricardo.

Coorientação: Lucas Araújo Rodrigues da Silva.

Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Alagoas.
Curso de Engenharia Civil. Delmiro Gouveia, 2024.

1. Engenharia civil. 2. Construção civil. 3. Viga de madeira. 4. Materiais. 5. Segurança estrutural. 6. Otimização estrutural. 7. Incêndio. I. Ricardo, Alverlando Silva, orient. II. Silva, Lucas Araújo Rodrigues da, coorient. III. Título.

CDU: 624.011.1

Folha de Aprovação

JOÃO VITOR PEREIRA DA SILVA

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE UMA VIGA DE MADEIRA EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à banca examinadora do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 05 de novembro de 2024.

Documento assinado digitalmente
 **ALVERLANDO SILVA RICARDO**
Data: 29/11/2024 15:17:29-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

(Orientador – Prof. Dr., Alverlando Silva Ricardo, UFAL)

Banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **KARLISSON ANDRE NUNES DA SILVA**
Data: 02/12/2024 16:56:10-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

(Examinador Interno – Prof. Dr. Karlisson André Nunes da Silva, UFAL)

Documento assinado digitalmente
 **SALVATORE VERDE**
Data: 29/11/2024 16:43:02-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

(Examinador Interno – Prof. Dr. Salvatore Verde, UFAL)

Dedico

A meus pais José Vieira e Fátima, a minha
irmã Mayza, a minha avó Ilza e a todos os
meus parentes que sempre me incentivaram e
me apoiaram.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado forças nos momentos de dificuldade e por sempre me guiar pelos caminhos certos.

Aos meus pais, que sempre me apoiaram e me incentivaram nessa caminhada, para que eu pudesse alcançar o meu sonho.

A toda a minha família, que sempre torceram e acreditaram em mim.

A todos os meus professores, em especial, ao Prof. Dr. Alverlando Ricardo, orientador do presente trabalho, pela paciência, atenção e por todos os conhecimentos que foram de extrema importância para a minha formação.

A todos os meus amigos, por todos os momentos que passamos juntos durante a graduação.

RESUMO

As estruturas de madeira são amplamente utilizadas na construção civil, devido às suas características sustentáveis e baixo custo. No entanto, sua vulnerabilidade ao fogo é um desafio significativo para a segurança estrutural. Embora existam métodos tradicionais de dimensionamento, esses podem resultar em superdimensionamento, elevando os custos de projeto quando dimensionados para a situação de incêndio. Neste contexto, a otimização estrutural surge como uma solução eficiente para melhorar o desempenho e a economia de vigas de madeira em situação de incêndio, uma área ainda pouco explorada. Desse modo, o presente trabalho aplica duas técnicas de otimização, o Solver (Excel) e a função *Fmincon* (Matlab), para minimizar o volume de vigas de madeira biapoiadas, seguindo as diretrizes da NBR 7190:2022. O estudo comparou as vigas em temperatura ambiente e em condições de incêndio, em busca da redução de volume sem comprometer a segurança estrutural. Os resultados reforçam a importância da otimização estrutural no desenvolvimento de projetos mais seguros e econômicos.

Palavras-chave: Viga de madeira; Otimização Estrutural; Solver; *Fmincon*; Incêndio.

ABSTRACT

Wooden structures are widely used in civil engineering due to their sustainable characteristics and low cost. However, their vulnerability to fire presents a significant challenge to structural safety. While traditional sizing methods exist, these may result in over-design, thereby increasing project costs when assessed for fire conditions. In this context, structural optimization emerges as an efficient solution to enhance the performance and economy of wooden beams in fire situations, an area that remains underexplored. This study applies two optimization techniques, Solver (Excel) and the Fmincon function (Matlab), to minimize the volume of simply supported wooden beams in accordance with the guidelines outlined in NBR 7190:2022. The study compared the beams under ambient temperature and fire conditions, aiming to reduce volume without compromising structural safety. The results underscore the importance of structural optimization in the development of safer and more economical design solutions.

Keywords: Timber Beam; Structural Optimization; Solver; Fmincon; Fire.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Danos resultantes de um grande incêndio em um edifício.....	18
Figura 2.2 - Seção transversal de uma peça de madeira exposta ao fogo.....	19
Figura 2.3 – Coeficiente de modificação da massa específica da madeira, com 12% de teor de umidade, em função da temperatura	21
Figura 2.4 – Relação temperatura-condutividade térmica para madeira e camada carbonizada.....	22
Figura 2.5 – Relação temperatura-calor específico para madeira e carvão	23
Figura 3.1 – Viga de madeira a ser otimizada.....	31
Figura 5.1 – Otimização Estrutural comparando volumes com alteração de comprimento.....	36
Figura 5.2 (a) – Otimização Estrutural do volume variando o comprimento	37
Figura 5.2 (b) – Otimização Estrutural das seções variando o comprimento	38
Figura 5.3 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a carga permanente.....	39
Figura 5.3 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a carga permanente.....	39
Figura 5.4 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a carga variável	40
Figura 5.4 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a carga variável	41
Figura 5.5 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a resistência paralela as fibras	42
Figura 5.5 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a resistência paralela as fibras	42
Figura 5.6 (a) – Otimização Estrutural do volume variando o módulo de elasticidade	43
Figura 5.6 (b) – Otimização Estrutural das seções variando o módulo de elasticidade	44
Figura 5.7 – Gráfico de Isoscustos para Condição Normal	45
Figura 5.8 – Otimização Estrutural comparando os tempos de incêndio	46
Figura 5.9 (a) – Otimização Estrutural do volume variando o tempo de incêndio	47
Figura 5.9 (b) – Otimização Estrutural das seções variando o tempo de incêndio	47
Figura 5.10 (a) – Otimização Estrutural do volume variando o comprimento da viga	48
Figura 5.10 (b) – Otimização Estrutural das seções variando o comprimento da viga	49

Figura 5.11 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a carga permanente....	50
Figura 5.11 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a carga permanente....	50
Figura 5.12 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a carga variável	51
Figura 5.12 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a carga variável	52
Figura 5.13 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a resistência paralela as fibras	53
Figura 5.13 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a resistência paralela as fibras	53
Figura 5.14 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a taxa de carbonização	54
Figura 5.14 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a taxa de carbonização	55
Figura 5.15 – Gráfico de Isoscustos para Situação de Incêndio	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores utilizados para as variáveis do problema.....	32
Tabela 2 – Resumo do processo de otimização.....	34

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
EN	European Standard
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado
MATLAB	MATrix LABoratory

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1 OBJETIVOS	15
1.1.1 <i>Objetivo Geral</i>	15
1.1.2 <i>Objetivo Específicos</i>	15
1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	15
2. ESTRUTURAS DE MADEIRA EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO.....	17
2.1 TAXA DE CARBONIZAÇÃO	17
2.1.1 <i>Influência da Taxa de Carbonização na Resistência ao fogo</i>	18
2.2 <i>Propriedades Físicas da Madeira</i>	19
2.2.1 <i>Teor de Umidade</i>	20
2.2.2 <i>Massa Específica</i>	20
2.2.3 <i>Condutividade Térmica</i>	21
2.2.4 <i>Calor Específico</i>	22
3. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	24
3.1 ELEMENTOS PARA O DESENVOLVIMENTO DA OTIMIZAÇÃO.....	25
3.1.1 <i>Função Objetivo</i>	25
3.1.2 <i>Variáveis de Projeto</i>	25
3.1.3 <i>Restrições</i>	26
3.2 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO	27
3.2.1 MÉTODOS NUMÉRICOS.....	27
3.2.1.1 EXCEL SOLVER	28
3.2.1.1.1 GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO.....	28
3.2.1.2 MATLAB	29
3.2.1.2.1 A FUNÇÃO FMINCON.....	29
4. METODOLOGIA	31
4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS	31
4.2 DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO.....	32
5. RESULTADOS	35
5.1 ESTRUTURA EM TEMPERATURA AMBIENTE.....	35
5.2 ESTRUTURA EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO.....	44
6. CONCLUSÃO	55
6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	55

1. INTRODUÇÃO

A madeira é um material natural amplamente utilizado em estruturas devido às suas propriedades sustentáveis e à facilidade de manuseio. Diferentemente de materiais como o aço e o concreto, a madeira possui características únicas, como ser reciclável e exigir menos energia em sua produção. Contudo, sua vulnerabilidade ao fogo, somada ao fato de que os métodos tradicionais de dimensionamento em incêndio (EN 1995 1-2, 2004) pode resultar em superdimensionamento para utilização à temperatura ambiente, tem suscitado a necessidade de se investigar abordagens mais eficientes, como a otimização estrutural. A utilização de hipóteses simplificadoras encontradas nas normas, podem gerar um superdimensionamento da estrutura, devido ao aumento da seção transversal. Desse modo é necessário que se apliquem técnicas de otimização estrutural para analisar estruturas de madeira em situação de incêndio, com o intuito de reduzir o custo de projeto.

O dimensionamento convencional em muitas situações pode elevar os custos de um projeto, pois leva em conta parâmetros baseados na intuição ou na experiência do engenheiro e embora a solução encontrada atenda aos requisitos básicos de segurança, não é a solução mais econômica de modo que existem outras possíveis soluções mais viáveis. Sendo assim, o dimensionamento ótimo apresenta vantagens como a desconsideração de parâmetros baseado na intuição ou na experiência dos engenheiros (Maia, 2009), além de encontrar soluções econômicas e seguras com mais rapidez comparado ao método tradicional.

Neste contexto, para se obter a solução ótima, é necessária aplicação de técnicas computacionais de otimização, dentre várias técnicas destacam-se o método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) e o *Fmincon*.

O presente trabalho utilizou a ferramenta Solver disponível no *software Microsoft Excel* através do método GRG e a função *Fmincon* disponível no *software Matlab*, no dimensionamento otimizado de vigas de madeira biapoiada de seção retangular em situação de incêndio, visando a redução do volume sem comprometer a estrutura, levando em consideração as diretrizes da NBR 7190:2022 para estruturas de madeira.

Embora existam estudos focados na otimização estrutural de madeira (Moraes et al., 2024), ainda não é comum encontrar estudos na otimização do volume da estrutura submetida a situação de incêndio de forma simultânea. Portanto, o presente trabalho, busca contornar essas lacunas mediante o desenvolvimento de programas desenvolvidos no Excel Solver e no *software Matlab*.

Para a validação dos programas desenvolvidos, foi dimensionado a viga de madeira biapoiada de seção retangular submetida a temperatura ambiente e na situação de incêndio, os resultados obtidos dos softwares foram comparados e são apresentados na seção 5.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo principal aplicar as técnicas de otimização estrutural em uma viga biapoiada de madeira em situação de incêndio, visando a redução de seu volume levando em consideração as diretrizes da NBR 7190:2022.

1.1.2 Objetivo Específicos

Os objetivos específicos são:

- (1) – Encontrar os valores ótimos de altura e base de uma viga biapoiada de seção retangular de madeira, que minimizem a função objetivo;
- (2) – Realizar uma análise comparativa dos resultados obtidos utilizando as ferramentas computacionais programadas no *Excel Solver* e no *Matlab* para a otimização da viga de madeira em temperatura ambiente;
- (3) – Realizar uma análise comparativa utilizando as ferramentas computacionais programadas no *Excel Solver* e no *Matlab* para a otimização da viga de madeira sob exposição ao fogo.

1.2 Organização do Trabalho

O trabalho se inicia com o Capítulo 1, apresentando os elementos introdutórios do trabalho e os objetivos a serem alcançados pela pesquisa.

O Capítulo 2 apresenta conceitos relacionados a estruturas de madeira em situação de incêndio, apresentando suas características e as propriedades físicas.

No Capítulo 3, são apresentados os conceitos e características sobre os métodos

aplicados à otimização estrutural.

No Capítulo 4, encontra – se as características do problema estudando e as equações utilizadas para a realização da otimização.

No Capítulo 5, é apresentado os resultados e discussões das análises realizadas.

O Capítulo 6 apresenta as principais conclusões da pesquisa realizada.

2. ESTRUTURAS DE MADEIRA EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

O estudo do comportamento de estruturas de madeira durante um incêndio tem se destacado nos últimos anos no Brasil (Marcolan Júnior e Moraes (2018); Marcolan Júnior e Moraes (2022); Moraes et al. (2024)). A madeira é um material amplamente reconhecido por suas qualidades estéticas e isolantes, bem como pela sua natureza sustentável. No entanto, sua vulnerabilidade ao fogo exige uma análise rigorosa, especialmente em situações extremas, onde seu comportamento pode influenciar decisivamente na propagação das chamas.

Dessa maneira, é essencial compreender as propriedades físicas e químicas da madeira, que são decisivas para entender sua reação sob altas temperaturas. A descrição dessas propriedades e a análise de como elas influenciam o comportamento da madeira em incêndios são fundamentais para o desenvolvimento de estratégias de otimização estrutural. As seções seguintes abordam algumas características, iniciando pela discussão sobre a taxa de carbonização e seu impacto no comportamento da madeira durante incêndios.

2.1 Taxa de Carbonização

A exposição ao fogo pode afetar consideravelmente as propriedades mecânicas das estruturas de madeira, causando a combustão dos elementos químicos e resultando na formação de carvão e emissão de gases inflamáveis. Esse processo de carbonização reduz a seção transversal resistente das estruturas, impactando diretamente sua rigidez e resistência (Pinto, 2005). Durante o incêndio, o carvão formado funciona como isolantes térmicos, retardando a transferência de calor para o interior da seção transversal e, conseqüentemente, a progressão da carbonização. Essa propriedade permite que, mesmo sob intensa exposição ao calor, partes internas da madeira mantenham uma camada não totalmente carbonizada, preservando sua integridade estrutural (Figuerola; Moraes, 2021).

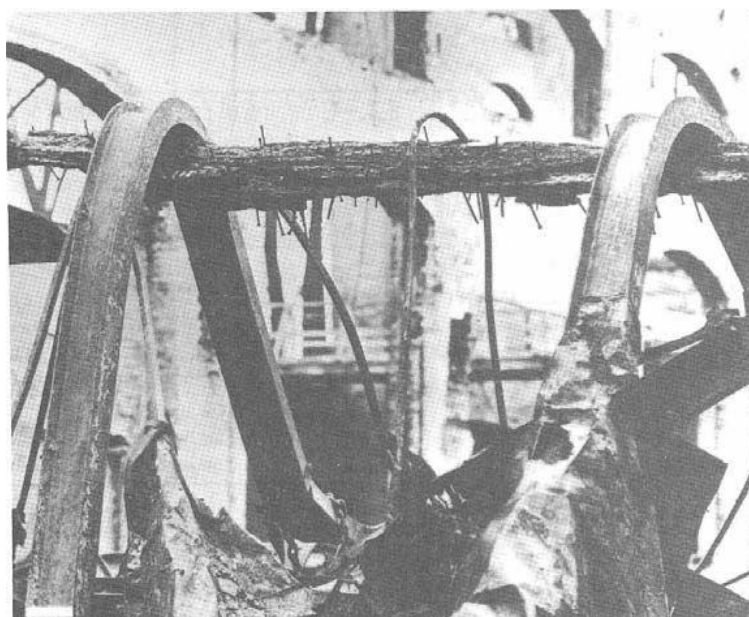
Martins (2016) sugere duas metodologias para caracterizar a carbonização: a medição da perda de massa e o aumento da camada carbonizada, sendo esta última a mais utilizada por fornecer uma medida direta da seção transversal residual, crucial para avaliar a integridade estrutural pós-incêndio. A precisão dessa medição é desafiada pelas variações nas propriedades intrínsecas das espécies de madeira, muitas vezes necessitando de ensaios experimentais devido à variabilidade significativa dos resultados (Cheung; Pinto; Junior, 2011).

Geralmente, na análise de vigas de madeira sob condições de incêndio, a função de estado limite é formulada para incorporar a taxa de carbonização, que afeta diretamente a resistência e rigidez da viga ao reduzir sua seção transversal efetiva (Cheung; Pinto; Junior, 2011); (Stepinac *et al.*, 2012). Essa redução da seção transversal resulta em uma diminuição da capacidade da viga de resistir a cargas, impactando diretamente sua rigidez e resistência estrutural. Em termos matemáticos, a função de estado limite é expressa como uma equação que relaciona a resistência da viga e as ações ou cargas aplicadas sobre a estrutura.

2.1.1 Influência da Taxa de Carbonização na Resistência ao fogo

As estruturas de madeira, geralmente, apresentam um bom desempenho quando expostas a altas temperaturas. Esse comportamento é atribuído à carbonização da superfície das peças de madeira, que protege o núcleo interno devido às propriedades de baixa condução térmica da madeira. Durante o incêndio, enquanto a superfície externa se carboniza e se decompõe lentamente, a integridade interna é preservada, retardando o comprometimento estrutural. Na Figura 2.1, pode-se notar que, apesar da carbonização superficial, a viga de madeira ainda consegue sustentar a carga estrutural residual, diferentemente da estrutura de aço, que colapsou sob condições semelhantes.

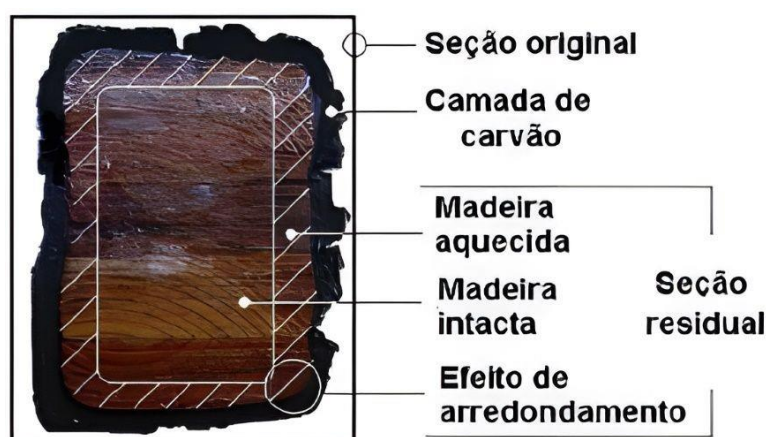
Figura 2.1 – Danos resultantes de um grande incêndio em um edifício.



Fonte: Ritter (1990)

Vários fatores influenciam a taxa de carbonização da madeira, como a espécie, densidade, permeabilidade, composição química, teor de umidade e a orientação da queima. Peças menores tendem a apresentar uma taxa de carbonização inferior em comparação com peças de maiores dimensões devido à maior superfície específica. Além disso, peças com seções retangulares exibem uma taxa de carbonização mais alta que as de seções circulares devido à maior área de exposição ao calor nas arestas. Conforme ilustra a Figura 2.2, elementos com seções retangulares sofrem um efeito de arredondamento nos cantos devido a maior fluxo de calor recebido nessas áreas, com a velocidade inicial da carbonização sendo geralmente elevada no início da exposição ao fogo e estabilizando-se após algum tempo pela formação de uma camada protetora de carvão (Pinto, 2005).

Figura 2.2 - Seção transversal de uma peça de madeira exposta ao fogo.



Fonte: Pinto (2005)

2.2 Propriedades Físicas da Madeira

As propriedades físicas da madeira apresentam ampla variabilidade, tanto entre árvores da mesma espécie quanto entre árvores pertencentes à espécies diferentes. Essa diversidade está relacionada a fatores como o tipo de solo, o tipo de clima no local de crescimento, a fisiologia da árvore, a composição química da madeira, entre outros, sendo uma grande influenciadora para o desempenho estrutural da madeira (Pertile, 2018).

As propriedades como teor de umidade, massa específica, condutividade térmica e calor específico, devem ser conhecidas para o bom uso da madeira como peça estrutural.

2.2.1 Teor de Umidade

O teor de umidade da madeira é caracterizado como a quantidade de água presente no material, expressa como uma fração, normalmente em porcentagem, do peso da madeira após a remoção da umidade, ou seja, o peso da madeira seca. Algumas propriedades dependem do teor de umidade da madeira, como o peso, resistência, encolhimento, entre outras (Simpson; Tenwolde, 1999). Em condições de utilização prática, a madeira sempre apresenta teor de umidade não nulo (Adetayo; Dahunsi, 2019).

Segundo Pertile (2018), o ponto de saturação das fibras para a maioria das espécies, está na faixa de 25 a 35%, no qual se refere a um ponto em que não há espaços vazios e que não existe água livre no corpo da madeira, ou seja, sem nenhum resíduo de água.

O teor de umidade da madeira, quando abaixo do ponto de saturação das fibras, é determinado pela umidade relativa e pela temperatura ambiente. O teor de umidade de equilíbrio é conceituado como o ponto em que a madeira mantém um estado em que não ocorre ganho nem perda de umidade para o ambiente (Simpson; Tenwolde, 1999).

A ABNT NBR 7190 (2022), emprega-se, para a avaliação das propriedades mecânicas da madeira, o teor de umidade fixado em 12%, considerado como o teor de equilíbrio quando o ambiente exibe uma umidade de até 65%.

2.2.2 Massa Específica

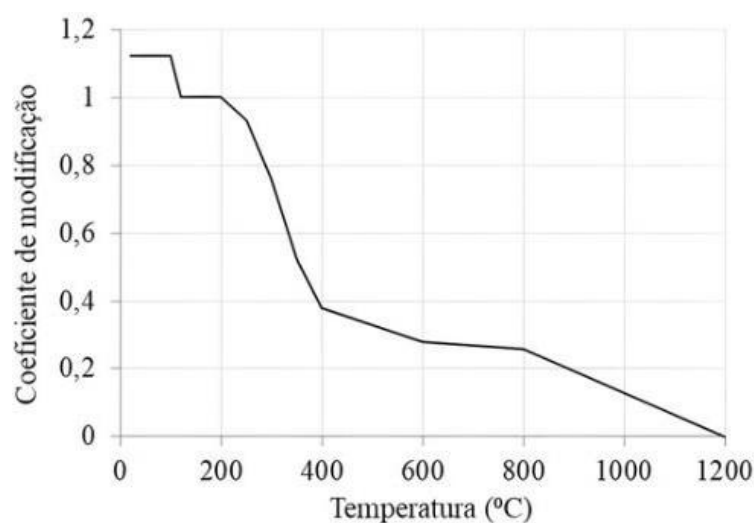
A massa específica é obtida ao dividir a massa da madeira pelo volume da amostra, sendo crucial fornecer a informação sobre o teor de umidade do material no momento da determinação (Wiedenhoeft, 2010). No Brasil, o valor do teor de umidade de equilíbrio da madeira é de 12% (ABNT NBR 7190, 2022).

A estrutura da madeira tem um papel fundamental determinante em sua massa específica, a qual aumenta proporcionalmente à elevação da proporção de células que apresentam paredes celulares mais espessas. Em todas as variedades de madeira, a massa específica está intrinsecamente ligada à relação entre o volume de material presente nas paredes celulares e o volume do lúmen dessas células dentro de um volume específico predefinido (Wiedenhoeft, 2010).

O efeito do aumento de temperatura sobre a massa específica da madeira, é ilustrada por uma curva apresentada pela norma europeia EN 1995-1-2:2004. Ela mostra aproximadamente que no intervalo de 20 °C a 99 °C, o teor de umidade de 12% é adicionado

ao peso da peça. A partir dos 100 °C, considera-se o início da evaporação da água alcançando o valor unitário constante de 120 °C até os 200 °C. A medida que a temperatura ultrapassa os 200 °C, o coeficiente de modificação apresenta alterações significativas chegando a zero quando a temperatura chega a 1200 °C, conforme apresentado pela Figura 2.3.

Figura 2.3 – Coeficiente de modificação da massa específica da madeira, com 12% de teor de umidade, em função da temperatura.



Fonte: EN 1995-1-2 (2004, tradução de Perini)

2.2.3 Condutividade Térmica

A condutividade térmica é definida por uma medida que avalia a taxa de fluxo de calor através de uma unidade de espessura de um material quando sujeito a um gradiente de temperatura (Simpson; Tenwolde, 1999). No caso das madeiras estruturais comuns, a condutividade térmica é significativamente inferior à dos metais frequentemente utilizados em construção, sendo de duas a quatro vezes maior do que a de materiais isolantes convencionais. A título de exemplo, a condutividade térmica da madeira folhosa estrutural, com um teor de umidade de 12%, situa-se na faixa de 0,1 a 1,4 W/(m.K) comparado aos 45 para aço; 0,9 para concreto; 216 para alumínio; 0,7 para gesso; 1,0 para vidro e 0,036 para lã mineral (Simpson; Tenwolde, 1999).

Como aponta Simpson e Tenwolde (1999), a condutividade térmica da madeira é influenciada por diversos fatores, incluindo densidade, teor de umidade, conteúdo extrativo, direção do grão, irregularidades estruturais como nódulos, ângulo da fibra e temperatura.

A norma EN 1995-1-2:2004 traz a o gráfico do comportamento da condutividade térmica da madeira em função da temperatura, conforme apresentado pela Figura 2.4. Os valores de condutividade térmica atribuídos à camada de carvão são considerados valores aparentes, representando uma abordagem que leva em conta o aumento da transferência de calor devido às fissuras de contração, causadas pela perda de água, acima de aproximadamente 500°C e o consumo da camada de carvão em torno de 1000°C. Essas fissuras no carvão causam impacto ocasionando no aumento da transferência de calor por radiação e convecção (EN 1995-1-2:2004).

Figura 2.4 – Relação temperatura-condutividade térmica para madeira e camada carbonizada.

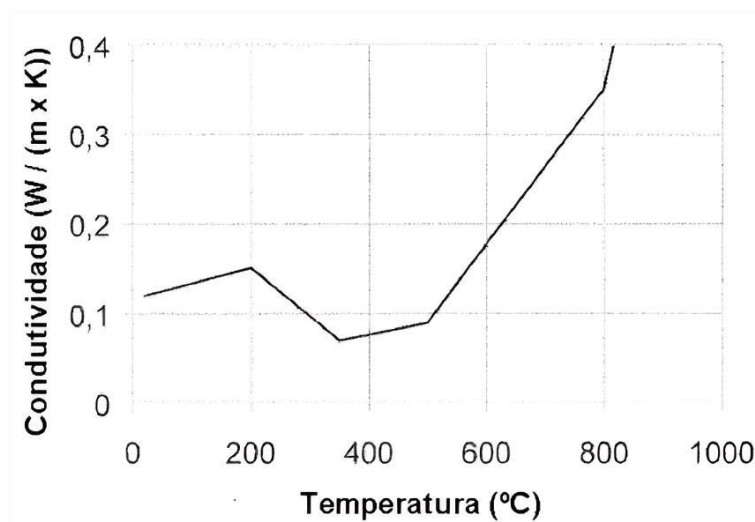


Figura 3 Fonte: EN 1995-1-2 (2004, tradução de Perini)

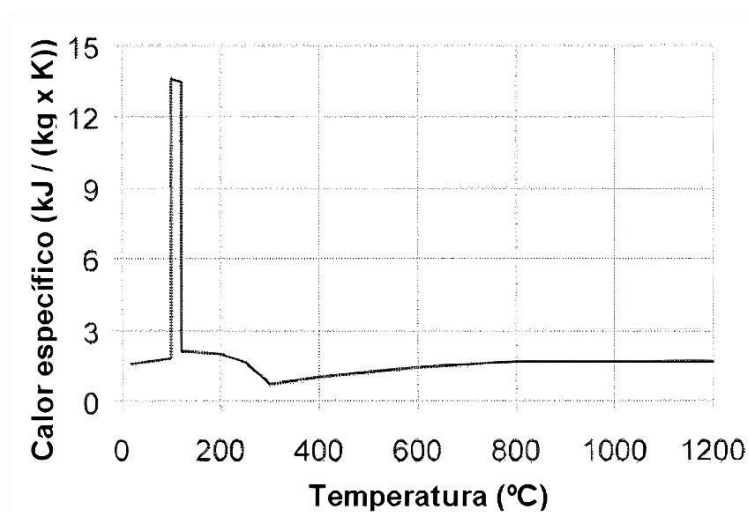
2.2.4 Calor Específico

O calor específico, uma grandeza física que expressa a quantidade de energia necessária para elevar em uma unidade de temperatura uma unidade de massa (Çengel; Ghajar, 2009), é influenciado pelo teor de umidade e pela temperatura no contexto da madeira. Notavelmente, essa propriedade mostra-se praticamente independente tanto da densidade quanto da espécie da madeira (Glass; Zelinka, 2010).

Segundo Radmanovic et al. (2014), a abordagem para determinar o calor específico da madeira envolve a soma do calor específico da madeira seca ($U=0\%$), com o calor específico da água impregnada e da água livre, onde estes dois últimos elementos podem variar dependendo do estado físico em que se encontram, seja líquido ou sólido, e estão contidos em um determinado volume.

A norma europeia EN 1995-1-2:2004 traz a o gráfico do comportamento do calor específico da madeira em função da temperatura, conforme apresentado pela Figura 2.5. Devido à dependência do calor específico em relação ao teor de umidade e à temperatura da madeira, a partir de aproximadamente 120°C, quando não há mais presença de água, passa a depender exclusivamente da temperatura (Cachim; Franssen, 2009).

Figura 2.5 – Relação temperatura-calor específico para madeira e carvão.



Fonte: EN 1995-1-2 (2004, tradução de Perini)

Após a explanação sobre as propriedades da madeira em situação de incêndio, em especial, sobre a taxa de carbonização e como ela influencia a integridade estrutural das vigas de madeira durante um incêndio, torna-se essencial explorar métodos de otimização estrutural que possam melhorar a resistência ao fogo desses elementos.

A compreensão das mudanças na seção transversal das vigas devido à carbonização proporciona uma base sólida para o desenvolvimento de técnicas de engenharia que minimizem esses efeitos, preservando a capacidade de carga das vigas sob condições extremas. Na próxima seção, será apresentada a técnica de otimização estrutural, que não apenas atendem aos padrões de segurança, mas também buscam aumentar a eficácia dos materiais e dos projetos. Essa abordagem é importante para se obter soluções ótimas para a melhoria da resposta ao fogo de estruturas de madeira, considerando tanto a resistência quanto seu custo.

3. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Otimização estrutural é um processo numérico/matemático que busca o resultado de um desempenho ótimo, conforme alguns critérios de desempenho pré-definidos, como por exemplo a minimização da massa, a maximização da rigidez ou da carga de flambagem (Lopez; Miguel, 2013). Ou seja, a otimização procura a solução que forneça o maior benefício, em conformidade com algum critério, em busca da melhor condição (Bazzo;Pereira, 2006).

No contexto de um problema de otimização estrutural, a premissa é a viabilidade de efetuar modificações nas características da estrutura, visando atender às suas especificações. Essa abordagem possibilita alcançar um bom desempenho, simultaneamente à redução de custos considerando os requisitos de segurança necessários (Maciel; Santos, 2023). Essa ideia também é válida para o exemplo da redução do volume do elemento estrutural.

Para Maia (2009), no estudo de otimização em projetos é crucial estabelecer uma clara distinção entre projeto e análise. Nesse contexto, o projeto refere-se ao processo de definir o sistema, abrangendo aspectos como o posicionamento dos elementos estruturais e a especificação de suas dimensões. Por outro lado, a análise é caracterizada como o processo de determinar as respostas da estrutura frente a uma carga aplicada, envolvendo cálculos de esforços e deslocamentos para elementos de barra específicos.

Como aponta Chapra e Canale (2011), é frequente que problemas de otimização apresentem os seguintes elementos fundamentais:

- Uma função objetivo, no qual representa o objetivo principal do problema otimizado;
- As variáveis de projeto, que podem ser números reais ou inteiro;
- Restrições, que nos apresentam as limitações sob as quais o problema está submetido.

3.1 Elementos para o Desenvolvimento da Otimização

3.1.1 Função Objetivo

A função objetivo desempenha um papel fundamental na otimização, quantificando aquilo que se pretende otimizar com base nas variáveis de projeto escolhidas. Essa função é empregada como um indicador de eficiência do projeto, já que o propósito da otimização é maximizá-la ou minimizá-la. A formulação precisa da função objetivo pois é de suma importância, uma vez que deve refletir adequadamente o objetivo de otimização desejado (Correia, 2016).

Segundo Correia (2016), dependendo da finalidade do problema a ser otimizado, a função objetivo pode ser categorizada como mono-objetivo, quando aborda apenas um objetivo, ou multiobjetivo, quando contempla vários. Na otimização do problema do presente trabalho, a função objetivo foi a minimização do volume da viga de madeira em situação de incêndio.

Para Silva (2016), a otimização visa alcançar o melhor valor ou valor ótimo que representa esses objetivos. Esses valores ótimos podem ser de duas naturezas:

- Local: Melhor resultado encontrado em uma sub-região do domínio;
- Global: Melhor resultado encontrado dentro de todo o domínio.

Conforme citado por Maia (2009), a função objetivo é representada pela Equação 3.1, apresentada a seguir:

$$F(x) \text{ ou } F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)], \quad (3.1).$$

onde, nessa expressão, x representa o conjunto das variáveis de projeto.

3.1.2 Variáveis de Projeto

As variáveis de projeto, conhecidas também como variáveis de otimização, são os parâmetros que caracterizam o sistema e têm a capacidade de serem ajustados dentro dos limites permitidos durante o processo de otimização, visando obter o melhor resultado da função (Santos, 2023).

Maia (2009), aponta que, geralmente, as variáveis de projeto são representadas por um vetor (matriz-coluna), conforme apresentado pela Equação 3.2.

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \dots \\ x_n \end{Bmatrix}, \quad (3.2)$$

onde n é o número total de variáveis do problema a ser otimizado.

Conforme aponta Oliveira (2008), na análise estrutural, as variáveis de projeto podem corresponder às dimensões das seções transversais, aos parâmetros que influenciam a geometria, à forma da estrutura ou mesmo às propriedades dos materiais utilizados.

Essas variáveis podem ser classificadas como contínuas ou discretas. As variáveis contínuas têm a capacidade de assumir qualquer valor dentro de um intervalo, enquanto as discretas assumem apenas valores isolados, geralmente provenientes de uma lista predefinida. (Maia, 2009).

3.1.3 Restrições

As restrições são estabelecidas com o propósito de assegurar a preservação das leis físicas, a adequação do suprimento de recursos e o cumprimento de critérios de desempenho. Por exemplo, nos sistemas estruturais, é importante evitar falhas durante a aplicação de cargas, garantir que a frequência natural da estrutura seja diferente daquela dos equipamentos que ela suporta e evitar deformações excessivas que possam prejudicar o uso normal da estrutura (Alves, 2018).

Como aponta Maia (2009), são declarados três tipos de restrições. As restrições de desigualdade, conforme apresenta a Equação 3.3, estabelecendo limites superiores ou inferiores para os valores das variáveis de projeto. Por outro lado, as restrições de igualdade

(Equação 3.4) são empregadas quando se deseja fixar um valor, frequentemente nulo, como uma exigência do projeto para algum parâmetro específico. Já as restrições laterais (Equação 3.5) impõem limites tanto superiores quanto inferiores para os valores das variáveis de projeto. Em alguns modelos, é necessário impor restrições de não-negatividade, que constituem um caso particular das restrições de desigualdade.

$$g_j(x) \leq 0 \quad j=1, m \quad (3.3)$$

$$h_k(x) = 0 \quad K=1, n \quad (3.4)$$

$$X_i^l \leq X_i \leq X_i^u \quad i = 1, 1 \quad (3.5)$$

3.2 Métodos de Otimização

A seleção do método de otimização apropriado está intrinsecamente relacionada ao tipo de problema a ser resolvido. Ao longo do tempo, em virtude do substancial avanço no campo da otimização, uma variedade de métodos foi concebida para abordar diferentes desafios de otimização. De maneira geral, esses métodos podem ser categorizados em três grupos principais: métodos analíticos, gráficos e os métodos numéricos (Correia, 2016), no qual este último citado foi utilizado neste trabalho.

3.2.1 Métodos Numéricos

Como apontado por Correia (2016), os métodos numéricos são classificados em específicos e genéricos. Os métodos específicos demandam, como o próprio nome já diz, de uma formulação específica para cada problema. De forma contrária, os métodos genéricos são versáteis com aplicação a qualquer problema de otimização, sendo amplamente utilizado. Além disso, esses métodos são implementados nos softwares de otimização.

Segundo Lira (2023), os métodos numéricos fundamentam-se em modelagens aproximadas do problema real, as quais, mediante a definição de certos parâmetros e condições específicas, podem ser empregadas em uma ampla gama de projetos. Neste trabalho serão abordados os métodos numéricos pelos softwares Excel Solver e Matlab, nos quais ambos os programas podem ser utilizados para resolver problemas de otimização lineares e não lineares.

3.2.1.1 Excel Solver

O Solver, desenvolvido pela Frontline Systems, é uma ferramenta integrada ao Microsoft Excel, inserida em um conjunto de recursos de análise hipotética. Esse recurso permite que o valor de uma ou mais células seja ajustado para alcançar um objetivo específico. Dessa forma, é viável encontrar o valor ideal para uma determinada equação contida em uma célula, tornando o Solver uma ferramenta de otimização (Correia; Bono; Bono, 2016).

Segundo Maia (2009), esta ferramenta integra um conjunto de programas conhecidos como ferramentas de análise hipotética, que consistem em modificar os valores nas células para compreender seu impacto nos resultados das fórmulas na planilha.

Conforme o autor anteriormente citado, através da ferramenta Solver, é possível identificar um valor ótimo para uma fórmula específica, operando em um grupo de células inter-relacionadas com a fórmula na célula de destino, ajustando os valores nas células variáveis, conhecidas como células ajustáveis, para atingir o resultado desejado na fórmula da célula de destino. Além disso, o usuário pode estabelecer restrições para limitar os valores que o Solver pode utilizar.

A ferramenta Solver por se tratar de um programa de otimização numérica, permite escolher entre os três métodos de solução presentes na caixa de diálogos Parâmetros do Solver, sendo eles o método LP Simplex para a resolução de problemas de caráter linear, o método Evolucionário utilizados para a resolução de problemas complexos e por fim o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) utilizado para problemas não lineares. Neste trabalho, utiliza-se o GRG em virtude do caráter não linear do problema.

3.2.1.1.1 Gradiente Reduzido Generalizado

O gradiente reduzido generalizado (GRG) é o método mais utilizado para a resolução de problemas de otimização, pois é bastante aplicável em vários tipos de problemas não lineares pelo fato de ser um programa de fácil implantação e do seu algoritmo estar presente no pacote Solver do software Microsoft Excel (Koksoy, 2008).

Neste método de resolução de problemas de programação não linear, destina-se à abordagem de problemas que envolvem restrições. Ele é projetado para lidar especificamente com restrições lineares ou não lineares de igualdade (Souza, 2012). De acordo com Chapra e Canale (2011), o GRG “reduz” o problema original a um problema de otimização sem restrições, alcançando isso pela resolução de um conjunto de restrições não lineares para expressar as variáveis básicas em função das não básicas.

De acordo com Freitas (2016), a expressão “gradiente reduzido” refere-se ao procedimento no algoritmo GRG, no qual as restrições são substituídas na função objetivo, resultando na redução do número de variáveis e, conseqüentemente, dos gradientes a serem considerados.

O método GRG, em sua essência, estabelece novas variáveis que são normais às restrições lineares ou linearizadas e expressa o gradiente em termos em relação a essa base normal. Contudo, a principal limitação na aplicação do GRG surge na necessidade de uma estimativa inicial dos parâmetros próxima ao valor do ponto ótimo para garantir a convergência (Camara; Massone; Berteges, 2021).

3.2.1.2 Matlab

O MATLAB (MATrix LABoratory) é um software computacional desenvolvido e otimizado para realizar cálculos científicos e de engenharia. Inicialmente concebido para operações matriciais, ao longo do tempo, tornou-se um sistema computacional versátil, capaz de resolver uma ampla variedade de problemas técnicos. Sua linguagem de programação integrada, aliada a uma extensa biblioteca de funções pré-definidas, facilita e agiliza o desenvolvimento de soluções técnicas (Chapman, 2003).

De acordo com Becker *et.al* (2010), o MATLAB é um programa que possui ferramentas e uma linguagem de programação de alto nível, tendo como principais funções a manipulação de funções específicas de cálculo e variáveis simbólicas, compilação de funções e construção de gráficos, no qual este último item foi utilizado na elaboração dos resultados deste trabalho. Além disso, o MATLAB possui uma vasta quantidade de bibliotecas auxiliares chamadas de Toolboxes que possuem várias funções já definidas.

Para a otimização de problemas na engenharia, existem algumas funções no MATLAB que podem ser utilizadas para esse tipo de problema. As funções são o *fminbnd*, *fminunc*, *fminsearch*, *linprog*, *quadprog* e o *fmincon* no qual este último foi utilizado neste trabalho.

3.2.1.2.1 A Função Fmincon

O *fmincon* é um solucionador de programação não linear, no qual o seu objetivo é encontrar o mínimo local de uma função multivariável não linear restrita (Mathworks, 2024). Essa função é utilizada em problemas que será necessário minimizar uma função sujeita a igualdades e desigualdades lineares, igualdades e desigualdades não lineares e que possuam limites em suas variáveis.

De acordo com Mathworks (2024), o problema é especificado da seguinte maneira:

$$\text{Minimizar a função } f(x) \text{ sujeito a } \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ c_{eq}(x) = 0 \\ A \cdot x \leq b \\ A_{eq} \cdot x = b_{eq} \\ lb \leq x \leq ub, \end{cases} \quad (3.6)$$

onde $f(x)$ é uma função a ser minimizada, $c(x)$ é uma restrição de desigualdade e $c_{eq}(x)$ é uma restrição de igualdade e são funções que retornam vetores, A é uma restrição de desigualdade e A_{eq} é uma restrição de igualdade sendo matrizes, b é uma restrição de desigualdade e b_{eq} é uma restrição de igualdade e são vetores, lb e ub são os limites inferiores e superiores da condição de contorno e podem ser considerados como vetores ou matrizes assim como o x . Além disso, as funções $f(x)$, $c(x)$ e $c_{eq}(x)$ podem ser definidas como funções não lineares (Mathworks, 2024).

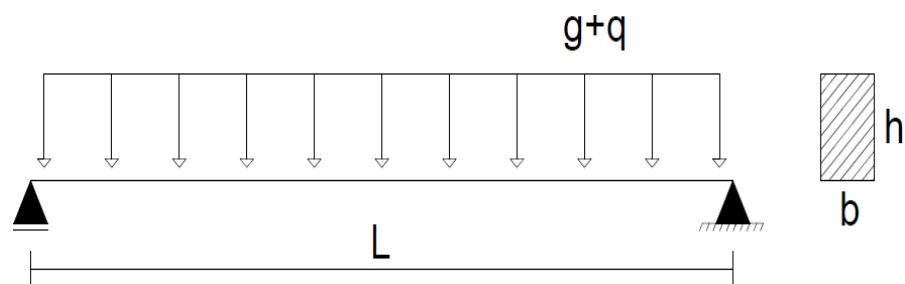
4. METODOLOGIA

4.1 Considerações Gerais

O presente trabalho visa realizar a otimização estrutural de uma viga de madeira em situação de incêndio. Desse modo, foi inicialmente feito um estudo teórico que serviu de base para o presente trabalho.

A viga de madeira dimensionada (Figura 3.1) de maneira otimizada, é de seção transversal retangular, sendo “b” a menor dimensão da seção, “h” a maior dimensão da seção, “L” o comprimento longitudinal, g a carga permanente e q a carga variável. O modelo estrutural é do tipo biapoiada.

Figura 3.1 - Viga de madeira a ser otimizada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a otimização da viga, os parâmetros variáveis utilizados para o dimensionamento se encontram na Tabela 1. O comprimento do vão da viga possui uma variação de 3 à 7m.

Tabela 1 – Valores utilizados para as variáveis do problema

Categoria de variáveis	Nome das variáveis básicas	Símbolos	Unid.	Desvio padrão σ_x	Mínimo	Média μ_x	Máximo
Ações	Permanente	g	KN/m	2,00	8,00	10,00	12,00
	Variável	q	KN/m	6,25	18,75	25,00	31,25
	Taxa de carbonização	α	mm/min	0,10	0,50	0,60	0,70
Propriedades	Módulo de Elasticidade	E_{co}	MPa	2540	18130	20670	23210
	Resistência paralela às fibras	f_{co}	MPa	6,40	55,60	62	68,40

Fonte: Adaptado de Cheung, Pinto e Junior (2011).

O dimensionamento otimizado foi realizado conforme as diretrizes da ABNT NBR 7190:2022. Para a realização da otimização, foi criado uma planilha no *Excel*, com os dados de entrada, onde foram calculados o volume, o modo de falha devido às tensões normais (Equação 1) e o modo de falha por deformação excessiva em condições normais (Equação 2), ambas para temperatura ambiente e o modo de falha devido às tensões normais na seção residual sob condição de incêndio (Equação 3).

Para validar a o dimensionamento otimizado, foi dimensionado a viga retangular da Figura 3.1 em dois casos, primeiro caso foi considerado a temperatura ambiente e no segundo caso foi considerado a situação de incêndio, sendo que o dimensionamento otimizado partiu do *Excel* e também no *Matlab*, conseqüentemente, os resultados obtidos nos dois softwares foram comparados, sendo verificada uma boa aproximação dos valores encontrados, sendo o erro percentual médio para temperatura ambiente de 0,006% e para situação de incêndio de 2%.

4.2 Dimensionamento Otimizado

Foram realizadas duas situações de dimensionamento otimizado. No primeiro problema, para a estrutura em temperatura ambiente o problema de otimização é formulado da seguinte forma:

- *Variáveis de projeto:* A altura e a base da viga;
- *Função Objetivo:* A minimização do volume da viga;
- *Restrições:* As restrições da otimização são as impostas pelas Equações 4.1 e 4.2, são elas, a do modo de falha devido as tensões normais e do modo de falha por deformação excessiva em condições normais, respectivamente;
- *Parâmetros:* Comprimento do vão da viga, carga permanente, carga variável, resistência à compressão paralela as fibras e o módulo de elasticidade.

No segundo problema, para a estrutura em situação de incêndio, o problema de otimização formulado foi:

- *Variáveis de projeto:* A altura e a base da viga;
- *Função Objetivo:* A minimização do volume da viga;
- *Restrições:* A restrição da otimização é imposta pelo modo de falha devido às tensões normais na seção residual sob condição de incêndio (Equação 4.3);
- *Parâmetros:* Comprimento do vão da viga, carga permanente, carga variável, resistência à compressão paralela as fibras, tempo de incêndio e taxa de carbonização.

As restrições para o caso 1 e 2, mencionados anteriormente, são mostrados a seguir nas Equações 4.1 a 4.3:

- Modo de falha devido às tensões normais (temperatura ambiente):

$$g_1 = f_{co} - \frac{(q+q)LZ}{8} \frac{1}{\left(\frac{bh^2}{6}\right)} \geq 0 \quad (4.1)$$

- Modo de falha por deformação excessiva em condições normais (temperatura ambiente):

$$g_2 = \frac{L}{200} - \frac{5(g+q)L^4}{384} \frac{1}{E_{co} \left(\frac{bh^3}{12}\right)} \geq 0 \quad (4.2)$$

- Modo de falha devido às tensões normais na seção residual sob condição de incêndio:

$$g_3 = f_{co} - \frac{(g+q)LZ}{8} \frac{1}{\left(\frac{(b-2\alpha T)(h-2\alpha T)^2}{6}\right)} \geq 0 \quad (4.3)$$

- As variáveis de projeto b e h, tanto no caso 1 quanto no caso 2, devem ter uma base e uma altura maiores que 5 cm e 10 cm, respectivamente, seguindo a ABNT NBR 7190:2022.

A Tabela 2 apresenta um resumo do processo de otimização e dos parâmetros mencionados anteriormente, detalhando as variáveis de projeto, critérios de otimização e restrições consideradas para garantir a segurança da viga de madeira tanto em condições normais quanto em situação de incêndio.

Tabela 2 - Resumo do Processo de Otimização

1. VARIÁVEIS DE PROJETO					
Variável	Limite Inferior	Valor inicial de Projeto	Limite Superior	Símbolo	Unidade
Altura da Seção	0,05	0,4	5	<i>h</i>	<i>m</i>

Largura da Seção	0,1	0,3	5	b	m
------------------	-----	-----	---	-----	-----

2. PARÂMETROS				
Parâmetro	Valor	Símbolo	Unidade	
Comprimento do vão	3,00 - 7,00	L	m	
Carga Permanente	8000 - 12000	g	N/m	
Carga Variável	18750 - 31250	q	N/m	
Resistência à compressão paralela as fibras	$5,56 \times 10^7 - 68,4 \times 10^7$	f_{co}	N/m^2	
Módulo de elasticidade	$18,13 \times 10^9 - 23,21 \times 10^9$	E_{co}	N/m^2	
Taxa de carbonização	0,0005 - 0,0007	α	m/min	
Tempo de incêndio	0 - 120	T	min	

3. FUNÇÃO OBJETIVO				
Volume do material	Valor	Símbolo	Unidade	
<i>a ser minimizado</i>	0,50 - 2,97	V	m^3	

4. RESTRIÇÕES				
Modo de falha	Lado Esquerdo	$\leq$ ou $\geq$	Lado Direito	
devido às tensões normais (temperatura ambiente):	g_1 (Equação 4.1)	$\geq$	0	
devido às tensões normais na seção residual sob condição de incêndio	g_2 (Equação 4.2)	$\geq$	0	
Devido a deformação excessiva em condições normais (temperatura ambiente)	g_3 (Equação 4.3)	$\geq$	0	
Altura da Seção	h	$\geq$	0,05 m	
Largura da Seção	b	$\geq$	0,10 m	
Altura da Seção	h	$\leq$	5,00 m	
Largura da Seção	b	$\leq$	5,00 m	

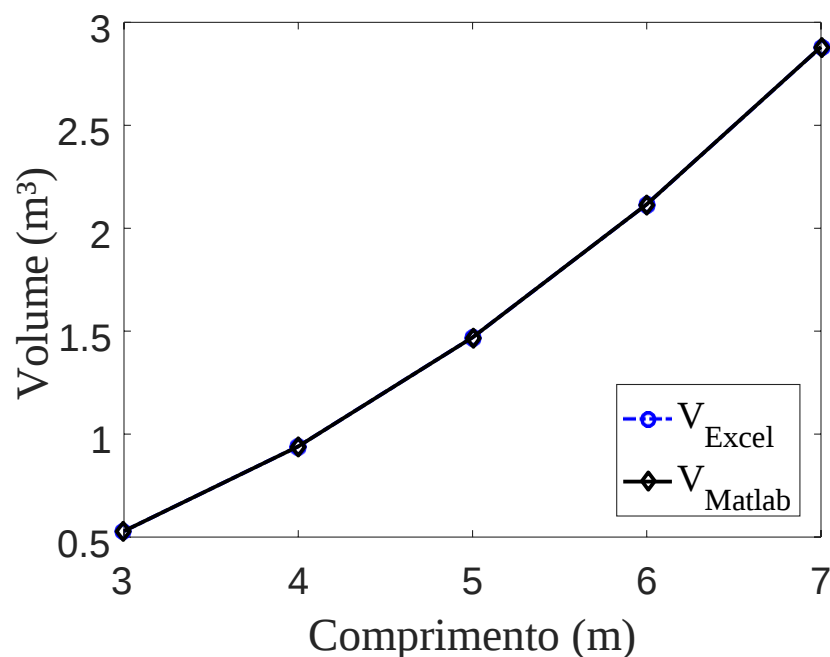
5. RESULTADOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados da otimização estrutural de uma viga de madeira em condições de temperatura ambiente e em situação de incêndio.

5.1 Estrutura em Temperatura Ambiente

Inicialmente, realizou-se a otimização do volume da viga, empregando duas ferramentas computacionais para a otimização estrutural, o *Microsoft Excel Solver* e o *MATLAB*, com o intuito de validar as rotinas computacionais desenvolvidas para este propósito. Conforme ilustrado na Figura 5.1, a variação do comprimento em incrementos de 1 metro, a partir dos 3 metros iniciais da viga, revelou resultados semelhantes para ambos os softwares. Adicionalmente, é possível observar que o volume da viga exibe uma tendência quase linear ao longo deste intervalo. Dada a consistência dos resultados obtidos por meio do *Excel* e do *MATLAB*, por uma questão de conveniência, optou-se por utilizar exclusivamente o *MATLAB* para a obtenção dos resultados subsequentes deste capítulo.

Figura 5.1 – Otimização Estrutural comparando volumes com alteração de comprimento.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 5.2 apresenta os resultados da otimização estrutural, considerando constantes os parâmetros ($g = 10 \text{ KN/m}$; $q = 25 \text{ KN/m}$, $f_{co} = 62 \text{ MPa}$ e $E_{co} = 20670 \text{ MPa}$), e que envolveu a variação do comprimento da viga e das dimensões da seção transversal da estrutura, especificamente a largura (b) e a altura (h) da viga. Nessa análise, observa-se que a variável de projeto " b " manteve - se constante em 0,10 metros, conforme indicado na otimização estrutural. Em contrapartida, a altura " h " aumentou de forma linear para garantir que a viga atendesse aos critérios de estado limite último e de serviço. É relevante observar que o volume da viga expandiu em relação ao comprimento, exibindo uma leve não linearidade ao longo desse processo. Isso ressalta que o comprimento da viga exerce uma influência significativa na necessidade de aumentar a altura da viga, a fim de garantir a conformidade com as equações de estado limite, ao mesmo tempo em que se busca minimizar o volume da estrutura.

Figura 5.2 (a) – Otimização Estrutural do volume variando o comprimento.

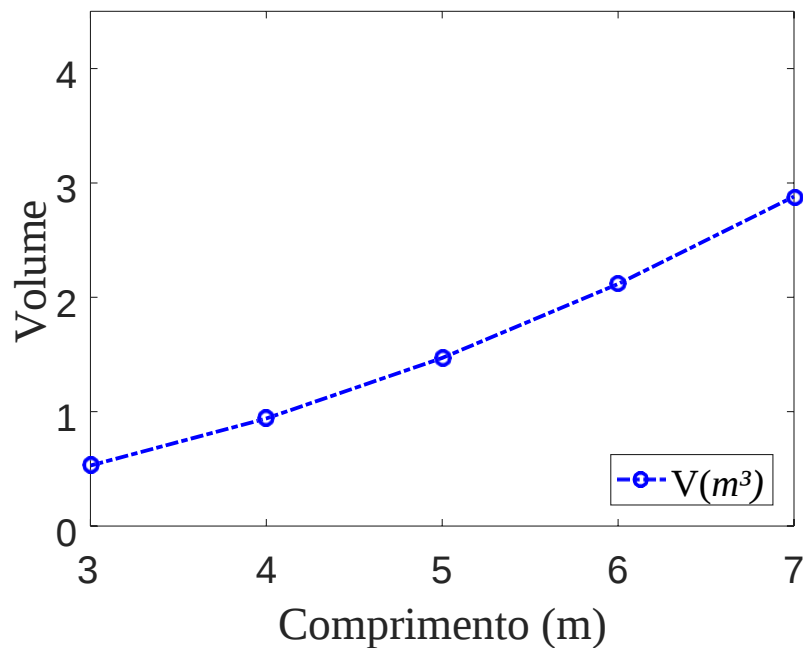
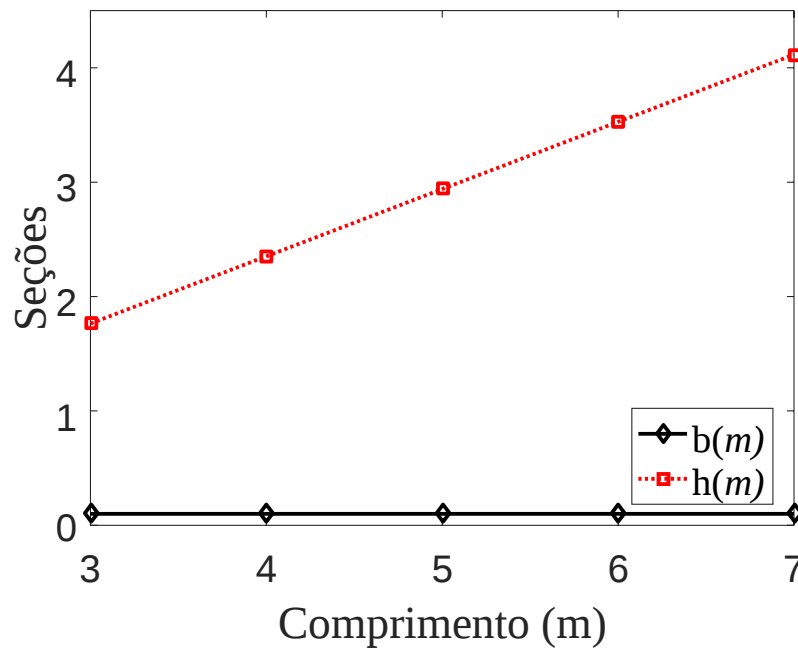


Figura 5.2 (b) – Otimização Estrutural das seções variando o comprimento.



Fonte: Elaborados pelo autor.

Na Figura 5.3, apresenta-se a otimização estrutural em relação a três valores da carga permanente e considerando constantes os parâmetros $L = 5 \text{ m}$; $q = 25 \text{ KN/m}$, $f_{c0} = 62 \text{ MPa}$ e $E_{c0} = 20670 \text{ MPa}$. Observa-se que a variável de projeto " b " permanece constante e que a variável " h " aumenta linearmente. Além disso, o volume da viga exibe uma pequenatendência crescente. Esses resultados sugerem que, para os valores de carga permanente considerados, há pouca influência na necessidade de aumentar a seção transversal da viga e, consequentemente, no volume total da viga. Isso se deve ao fato do acréscimo de carga dentro do intervalo não ser relativamente significativo.

Figura 5.3 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a carga permanente.

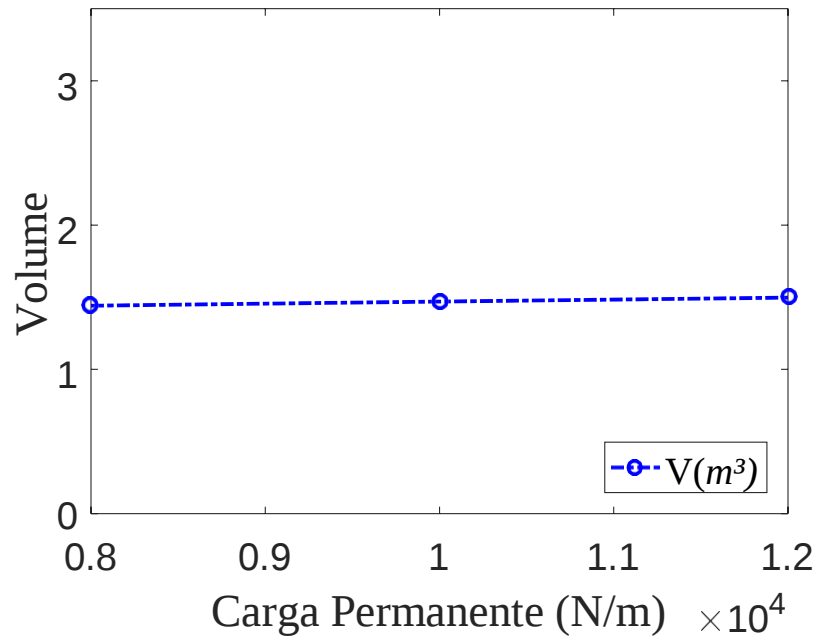
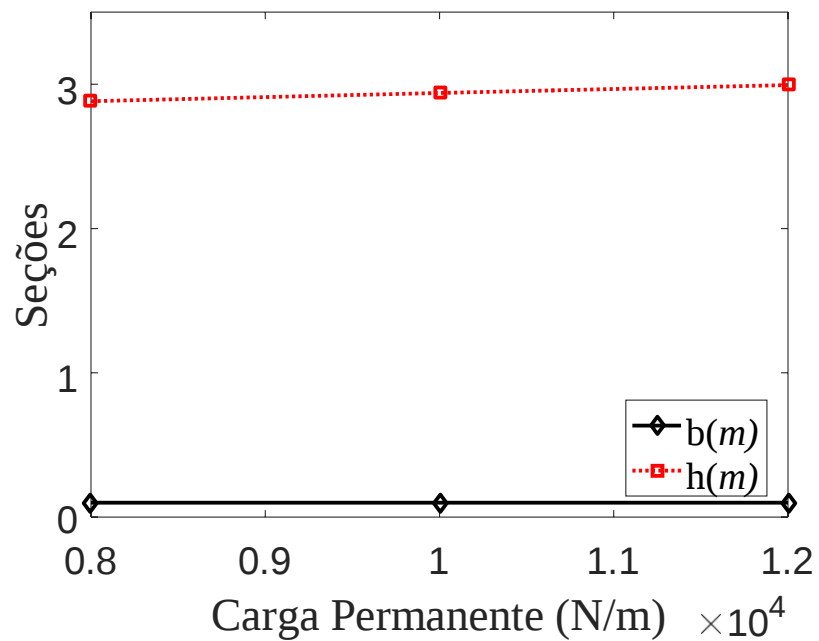


Figura 5.3 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a carga permanente.



Fonte: Elaborados pelo autor.

A Figura 5.4 apresenta os resultados da otimização estrutural, considerando a variação da carga variável (q) e mantendo constantes os parâmetros $g = 10 \text{ KN/m}$; $L = 5 \text{ m}$, $f_{c0} = 62 \text{ MPa}$ e $E_{c0} = 20670 \text{ MPa}$. Observa-se que as variações nas dimensões da seção

transversal (b e h) assemelham-se aos resultados anteriores apresentados na Figura 4.3, com uma ligeira ampliação dessas dimensões. Isso sugere que o aumento da carga variável tem o efeito de aumentar a seção transversal da viga, embora ainda com uma influência relativamente pequena no aumento do volume total da viga. Essa tendência indica que a carga variável exerce uma influência moderada na geometria da viga, com impacto limitado no volume total da estrutura.

Figura 5.4 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a carga variável.

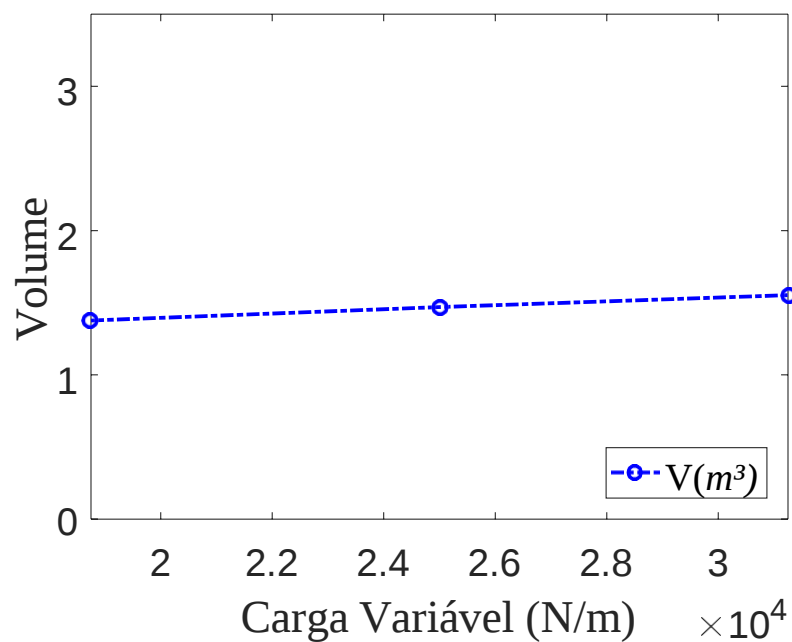
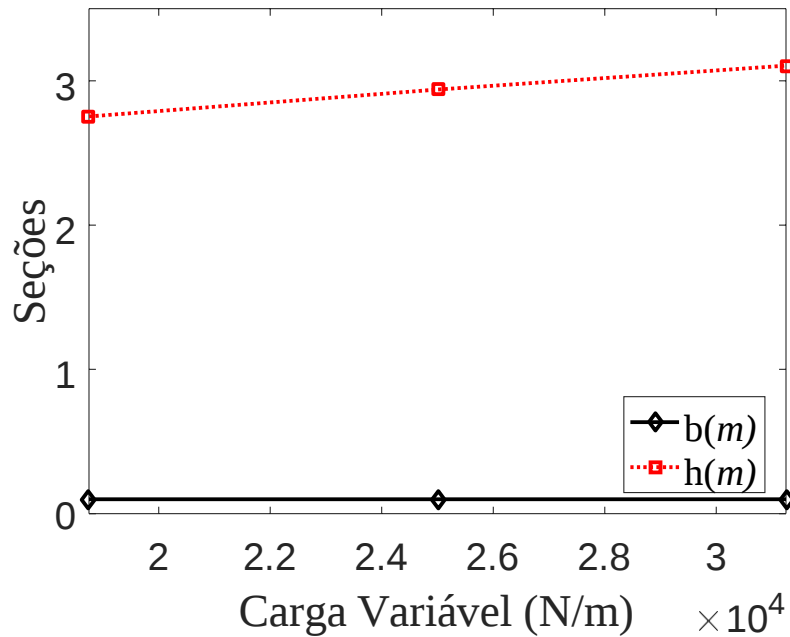


Figura 5.4 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a carga variável.



Fonte: Elaborados pelo autor.

Ao considerar os valores médios, a média mais o desvio padrão e a média menos o desvio padrão (Tabela 1) da resistência paralela às fibras da madeira e mantendo constantes os parâmetros $g = 10 \text{ KN/m}$; $q = 25 \text{ KN/m}$, $L = 5 \text{ m}$ e $E_{c0} = 20670 \text{ MPa}$, os resultados da otimização estrutural evidenciam que as dimensões da viga são constantes, conforme ilustrado na Figura 5.5. Esses resultados apontam que, para os três valores da resistência paralela às fibras considerados, há uma influência mínima na necessidade de aumentar ou diminuir as dimensões da seção transversal, a fim de atender aos critérios de estado limite, ao mesmo tempo em que se busca minimizar o volume da estrutura. Isso se deve ao acréscimo de carga não ser relativamente significativo assim como ocorreu na otimização variando a carga permanente.

Figura 5.5 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a resistência paralela às fibras.

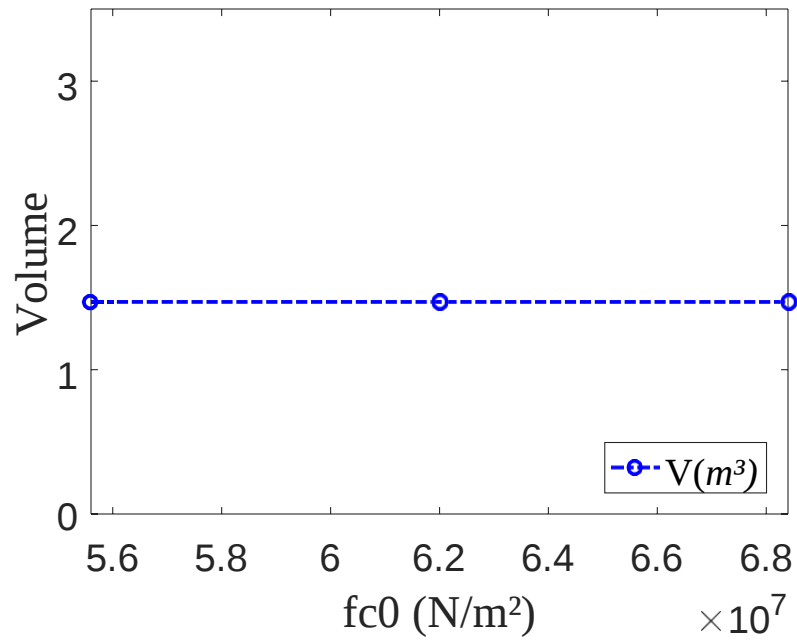
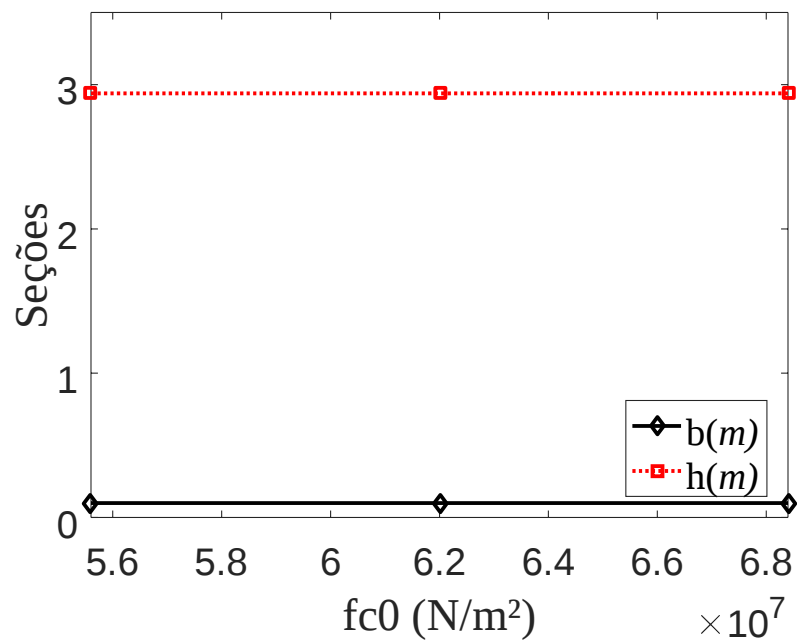


Figura 5.5 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a resistência paralela às fibras.



Fonte: Elaborados pelo autor.

Considerando agora os valores médios, a média mais o desvio padrão e a média menos o desvio padrão (Tabela 1) do módulo de elasticidade longitudinal (E_{c0}) da viga de madeira e considerando constantes os parâmetros $g = 10 \text{ KN/m}$; $q = 25 \text{ KN/m}$, $f_{c0} = 62 \text{ MPa}$ e $L = 5 \text{ m}$, os resultados da otimização estrutural mostram que o volume e a altura da seção transversal (h) da viga tendem a diminuir ligeiramente com o aumento do módulo de elasticidade, conforme ilustrado na Figura 5.6. A largura " b " mantém-se constante em um valor de 0,10 metros. Portanto, pode-se concluir que o aumento no módulo de elasticidade tem um efeito leve na redução do volume da viga.

Figura 5.6 (a) – Otimização Estrutural do volume variando o módulo de elasticidade.

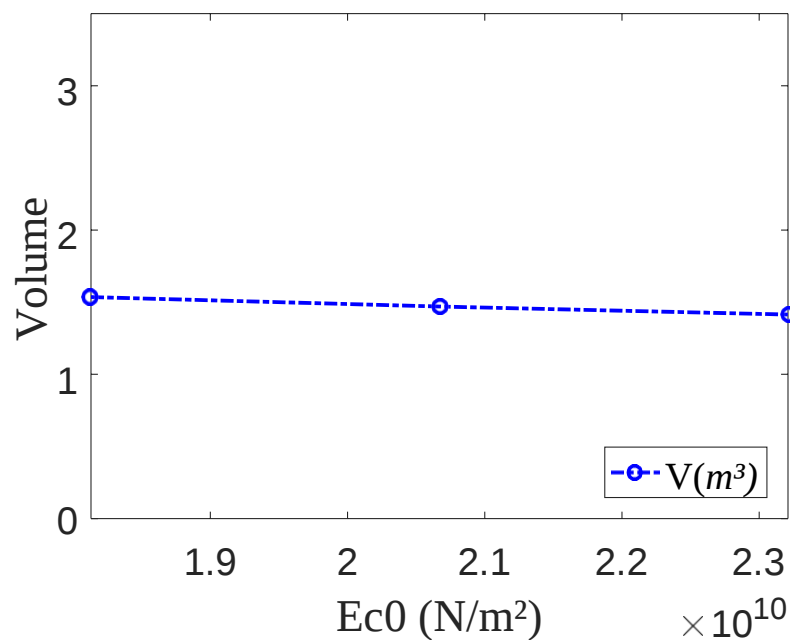
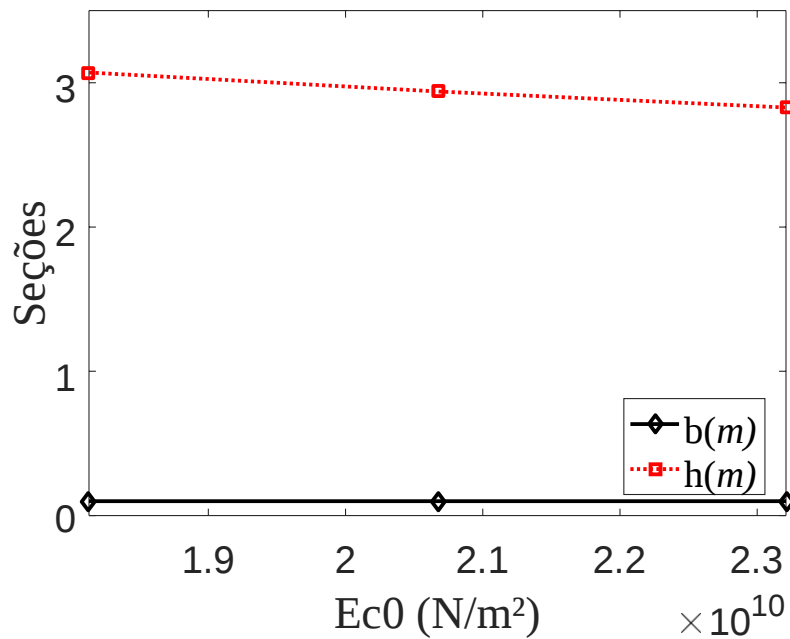


Figura 5.6 (b) – Otimização Estrutural das seções variando o módulo de elasticidade.

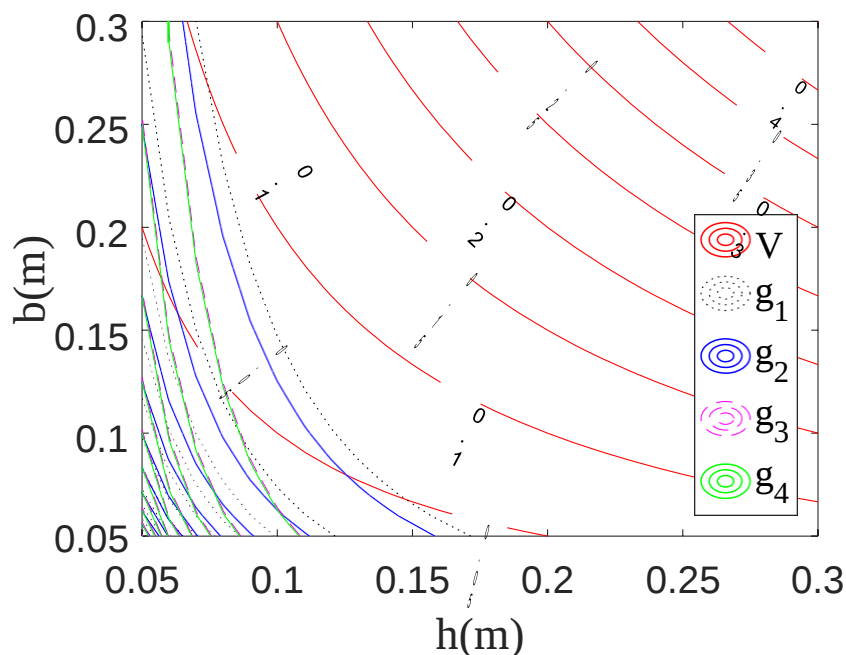


Fonte: Elaborados pelo autor.

A Figura 5.7 apresenta as curvas de isocustos/isolinhas da função objetivo (V) juntamente com as curvas representativas das equações de restrições g_1 , g_2 e g_3 (Equações 1, 2 e 3). Para a geração da Figura 4.7 considerou-se constantes os parâmetros $g = 10$ KN/m; $q = 25$ KN/m, $f_{c0} = 62$ MPa, $L = 5$ m e $E_{c0} = 20670$ MPa. A partir dessa representação gráfica, torna-se evidente a não linearidade das equações envolvidas no problema. Além disso, é perceptível que o volume da viga tende a diminuir à medida que as variáveis " b " e " h " diminuem; no entanto, é importante observar que as restrições começam a ser violadas quando o volume atinge valores inferiores a $0,1$ m³. Na Figura 4.7, é possível notar que para valores relativamente elevados de " h " e valores relativamente baixos de " b ", as equações de restrição permanecem satisfeitas. No entanto, a situação é diferente quando se tratam de valores relativamente elevados de " b " e baixos de " h ". Isso se deve à significativa influência da altura da viga na formulação das equações de restrição, que desempenha um papel mais proeminente do que a largura da viga (" b ") nas referidas equações de restrição.

Pode-se observar também, que os valores de " h " foram altos em todas as análises pois considerou-se o limite superior da altura elevado ao invés de ser adotado um valor limite de projeto.

Figura 5.7 – Gráfico de Isocustos para Condição Normal.

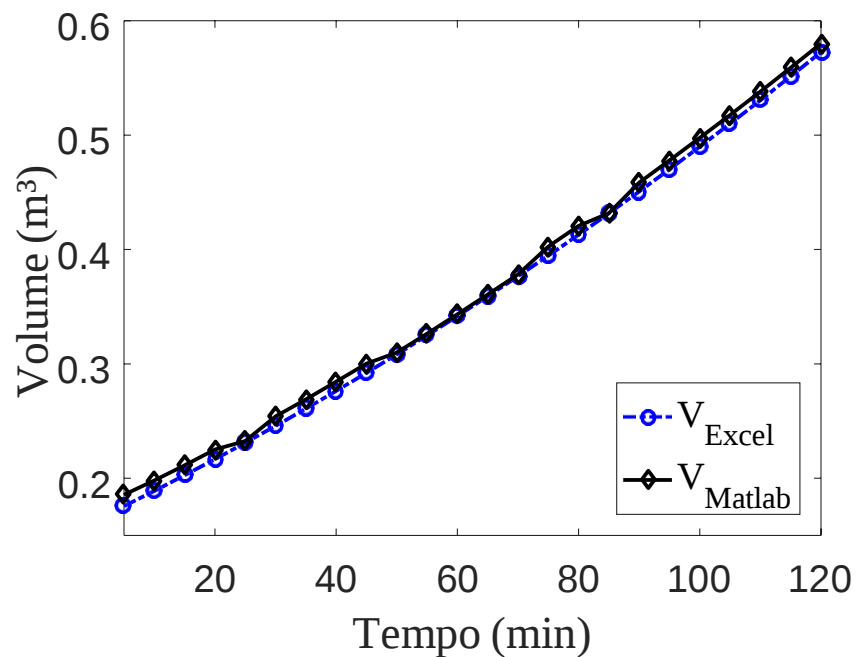


Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2 Estrutura em Situação de Incêndio

Assim, como no capítulo anterior, a análise foi iniciada pela comparação dos resultados obtidos utilizando as ferramentas computacionais programadas no *Excel Solver* e no *Matlab* para a otimização da viga de madeira sob exposição ao fogo. A Figura 5.8 ilustra a variação do volume da viga em intervalos de 5 minutos, abrangendo um período de incêndio de 120 minutos. Observa-se na figura que o volume da viga apresenta uma tendência quase linear à medida que a duração do incêndio aumenta. Adicionalmente, é possível notar algumas pequenas discrepâncias entre os resultados obtidos pelo *Excel Solver* em comparação com aqueles obtidos pelo *Matlab*. No entanto, essas diferenças são relativamente insignificantes e podem ser atribuídas, possivelmente, a parâmetros de busca pelo ponto ótimo, como os parâmetros dos métodos de otimização usados pelo *Solver* (GRG) e *Matlab* (FMINCON). Devido à consistência dos resultados, a partir deste ponto, optamos por usar exclusivamente o *Matlab* para obter os resultados seguintes, por questões de conveniência.

Figura 5.8 – Otimização Estrutural comparando os tempos de incêndio.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 5.9 apresenta os resultados da otimização estrutural, mantendo constantes os parâmetros de comprimento, taxa de carbonização, carga permanente, carga variável e resistência paralela às fibras ($L = 5\text{ m}$; $\alpha = 0,0006\text{ mm/min}$; $g = 10\text{ KN/m}$; $q = 25\text{ KN/m}$, $f_{c0} = 62\text{ MPa}$), enquanto o tempo de incêndio é variado de 5 a 120 minutos, em intervalos de 5 minutos. A Figura demonstra que, à medida que a duração do incêndio aumenta, há uma necessidade de aumento linear tanto na largura " b " quanto na altura " h " da viga, quase na mesma proporção. Consequentemente, o volume da viga também aumenta linearmente.

Figura 5.9 (a) – Otimização Estrutural do volume variando o tempo de incêndio.

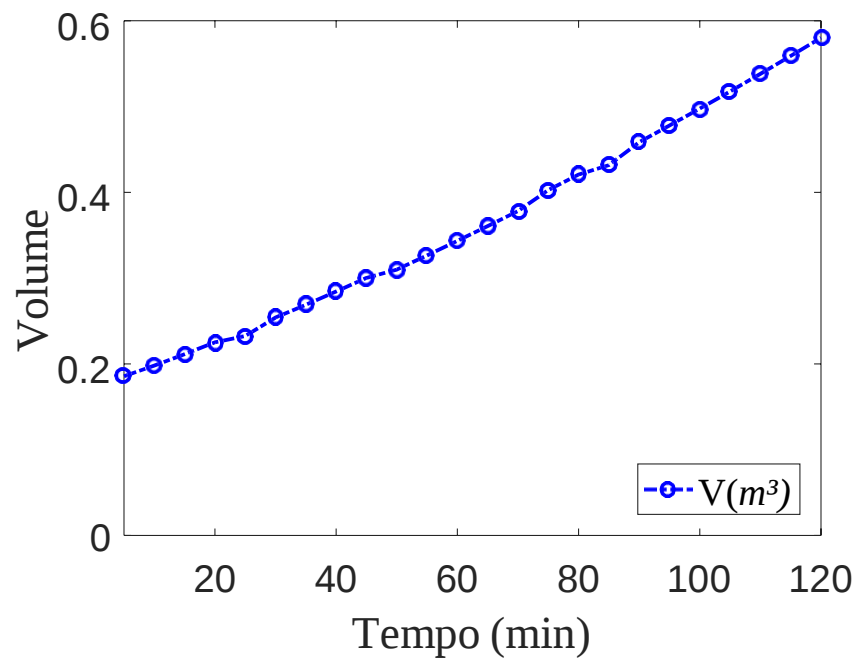
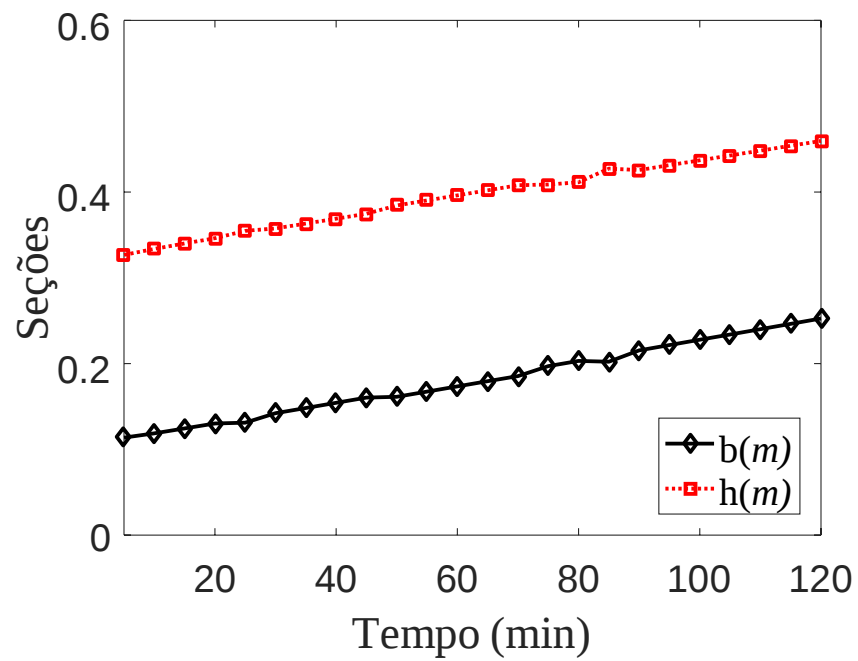


Figura 5.9 (b) – Otimização Estrutural das seções variando o tempo de incêndio.



Fonte: Elaborados pelo autor.

Ao analisar a variação do comprimento da viga a cada metro (de 3 a 7 metros), e mantendo constantes os demais parâmetros ($T = 120 \text{ min}$; $\alpha = 0,0006 \text{ mm/min}$; $g = 10 \text{ KN/m}$; $q = 25 \text{ KN/m}$, $f_{co} = 62 \text{ MPa}$), podemos observar os resultados da otimização estrutural na Figura 5.10. Nesta situação, fica evidente que à medida que o comprimento da viga é aumentado, há uma necessidade correspondente de aumentar a altura " h " da viga, enquanto a largura " b " permanece praticamente inalterada. Além disso, nota-se que o volume aumenta quase linearmente à medida que o comprimento da viga é estendido.

Figura 5.10 (a) – Otimização Estrutural do volume variando o comprimento da viga.

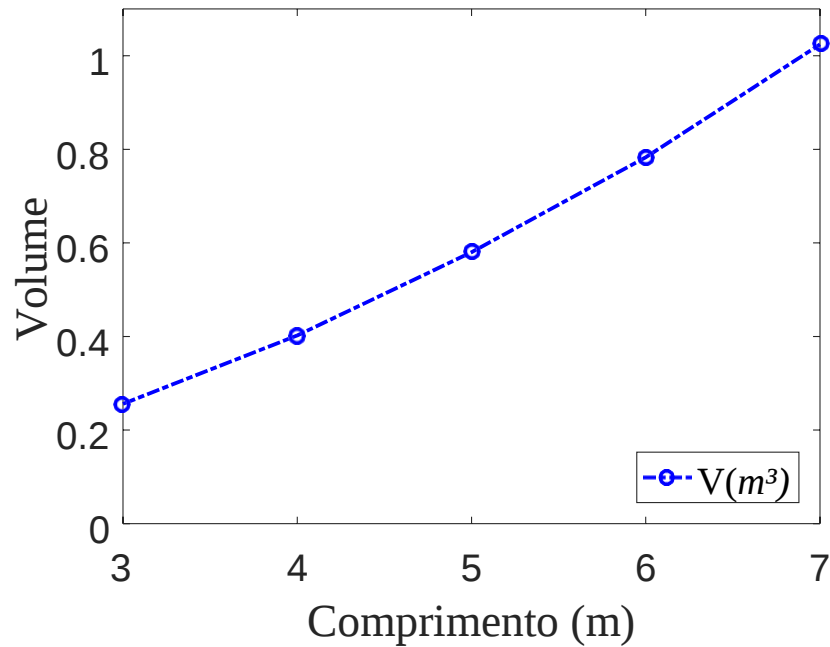
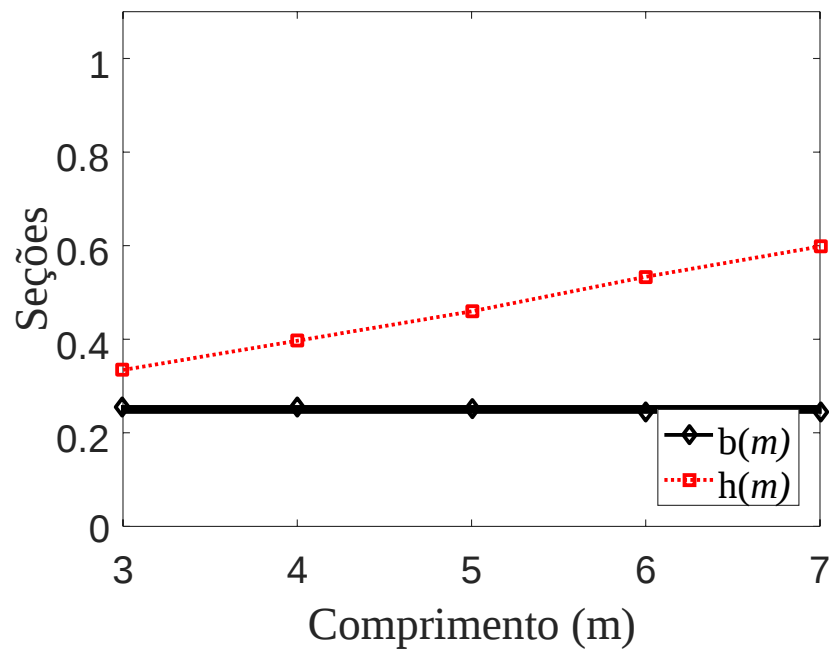


Figura 5.10 (b) – Otimização Estrutural das seções variando o comprimento da viga.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao considerar a variação da carga permanente para os valores médios, a média mais o desvio padrão e a média menos o desvio padrão retirados da Tabela 1, mantendo constantes os demais parâmetros ($T = 120 \text{ min}$; $\alpha = 0,0006 \text{ mm/min}$; $L = 5$; $q = 25 \text{ KN/m}$, $f_{c0} = 62 \text{ Mpa}$), a Figura 5.11 ilustra que a variável de projeto " h " mantém um comportamento levemente crescente, enquanto " b " permanece constante. Além disso, observa-se uma pequena tendência crescente no volume da viga. Esses resultados indicam, como observado anteriormente em condições de temperatura ambiente, que, para os valores considerados de carga permanente, há pouca influência na necessidade de aumentar a seção transversal da viga e, conseqüentemente, no volume total da estrutura.

Figura 5.11 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a carga permanente.

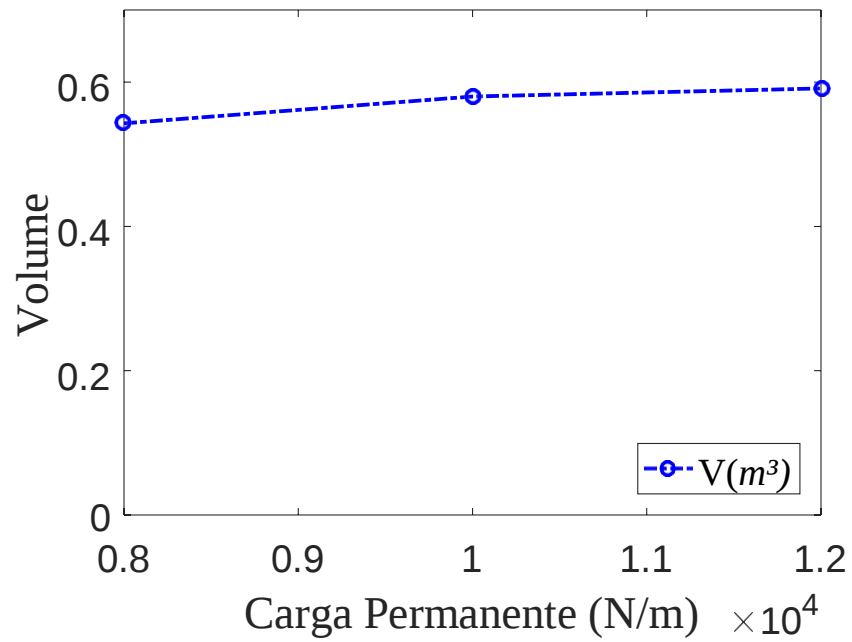
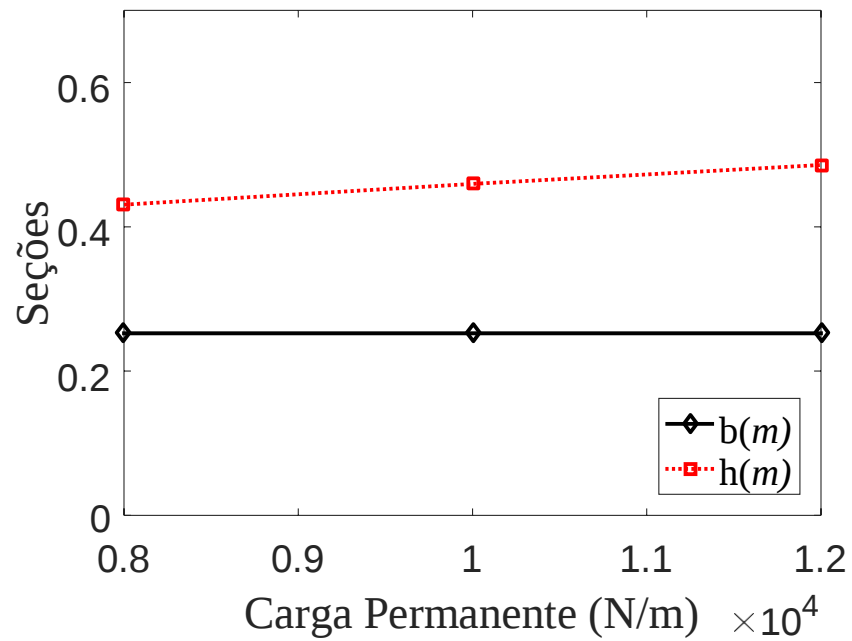


Figura 5.11 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a carga permanente.



Fonte: Elaborados pelo autor.

Ao considerar três variações da carga variável para os valores médios, a média mais o desvio padrão e a média menos o desvio padrão (Tabela 1), mantendo constantes os demais parâmetros ($T = 120 \text{ min}$; $\alpha = 0,0006 \text{ mm/min}$; $L = 5 \text{ m}$; $g = 10 \text{ KN/m}$, $f_{c0} = 62 \text{ Mpa}$), observa-se na Figura 5.12 que as variações nas dimensões da seção transversal (b e h) assemelham-se aos resultados anteriores apresentados na Figura 5.4. Essa tendência indica que, como observado anteriormente em condições de temperatura ambiente, a carga variável exerce uma pequena influência na otimização geométrica da viga, com impacto limitado no volume total da estrutura.

Figura 5.12 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a carga variável.

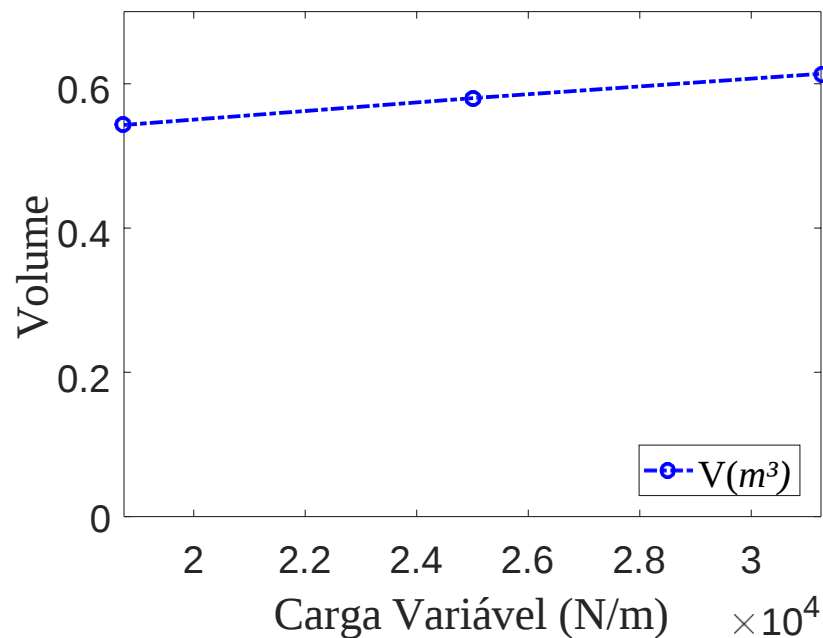
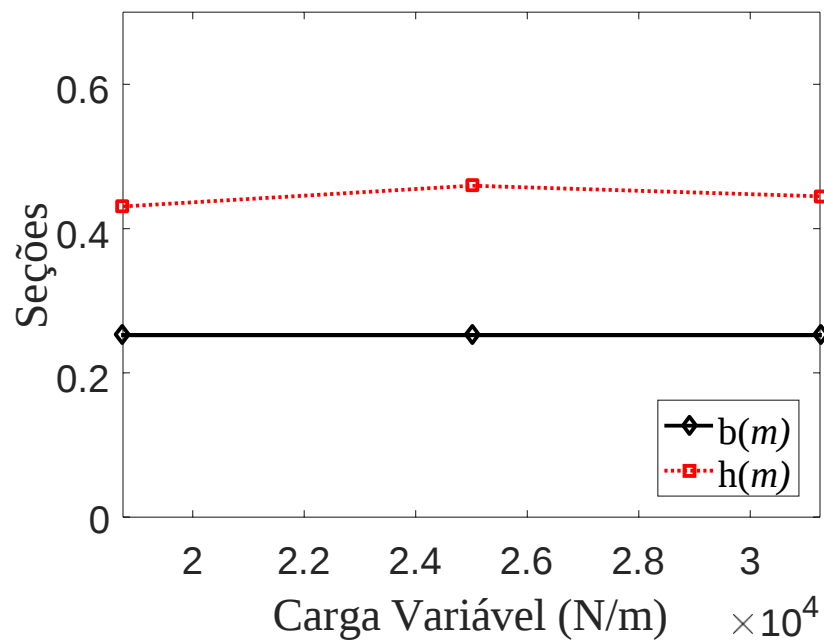


Figura 5.12 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a carga variável.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando três variações da resistência paralela às fibras da madeira para os valores médios, a média mais o desvio padrão e a média menos o desvio padrão (Tabela 1), mantendo constantes os demais parâmetros ($T = 120 \text{ min}$; $\alpha = 0,0006 \text{ mm/min}$; $L = 5 \text{ m}$; $g = 10 \text{ KN/m}$; $q = 25 \text{ KN/m}$), observa-se na Figura 5.13 que as dimensões da viga tendem a diminuir à medida que a resistência paralela às fibras da madeira aumenta.

Figura 5.13 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a resistência paralela às fibras.

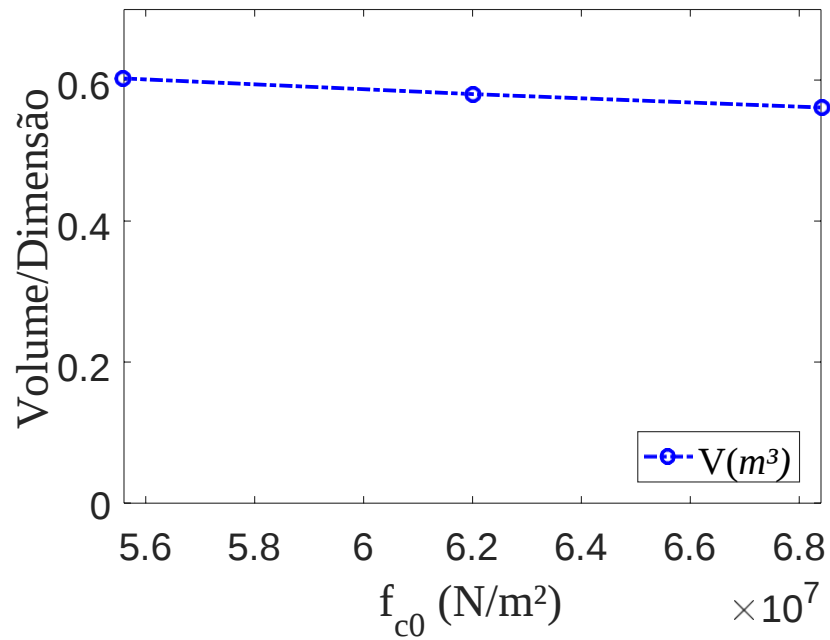
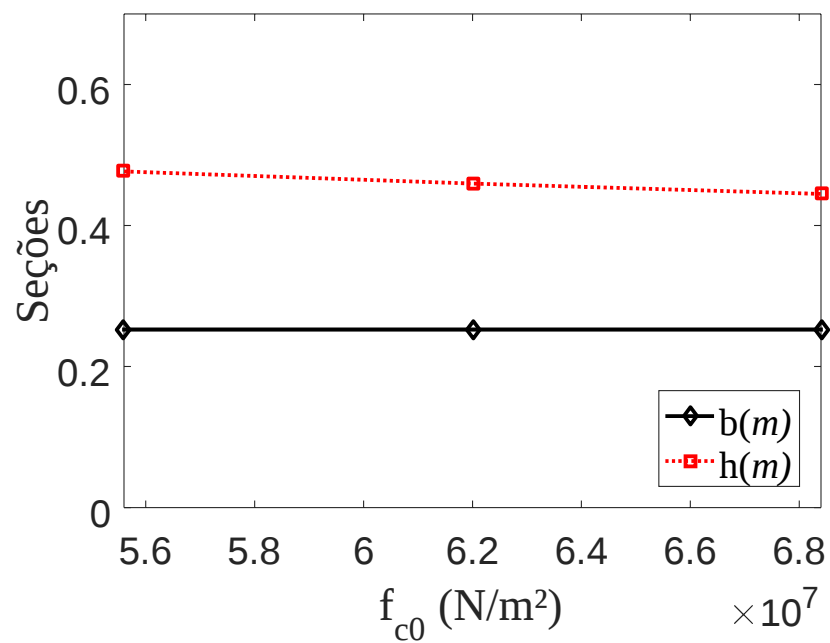


Figura 5.13 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a resistência paralela às fibras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando três variações da taxa de carbonização da madeira para os valores médios, a média mais o desvio padrão e a média menos o desvio padrão (Tabela 1), mantendo constantes os demais parâmetros ($T = 120 \text{ min}$; $f_{c0} = 62 \text{ MPa}$; $L = 5 \text{ m}$; $g = 10 \text{ KN/m}$; $q = 25 \text{ KN/m}$), observa-se na Figura 5.14 que as dimensões da viga tendem a aumentar à medida que a taxa de carbonização da madeira aumenta.

Figura 5.14 (a) – Otimização Estrutural do volume variando a taxa de carbonização.

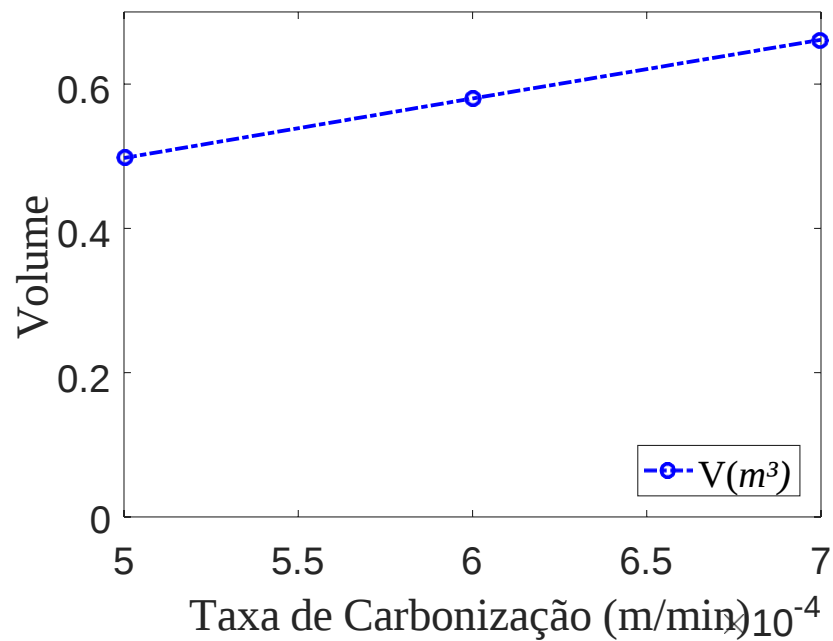
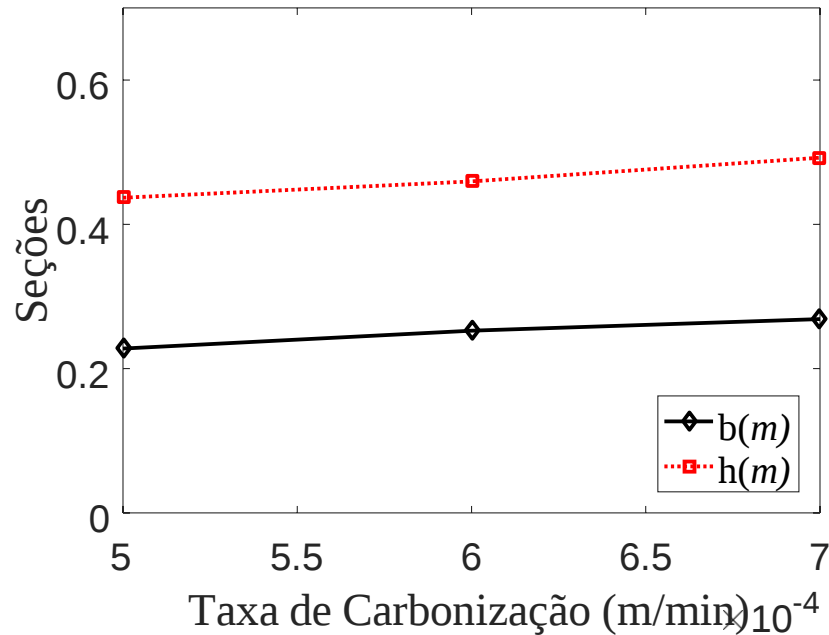


Figura 5.14 (b) – Otimização Estrutural das seções variando a taxa de carbonização.

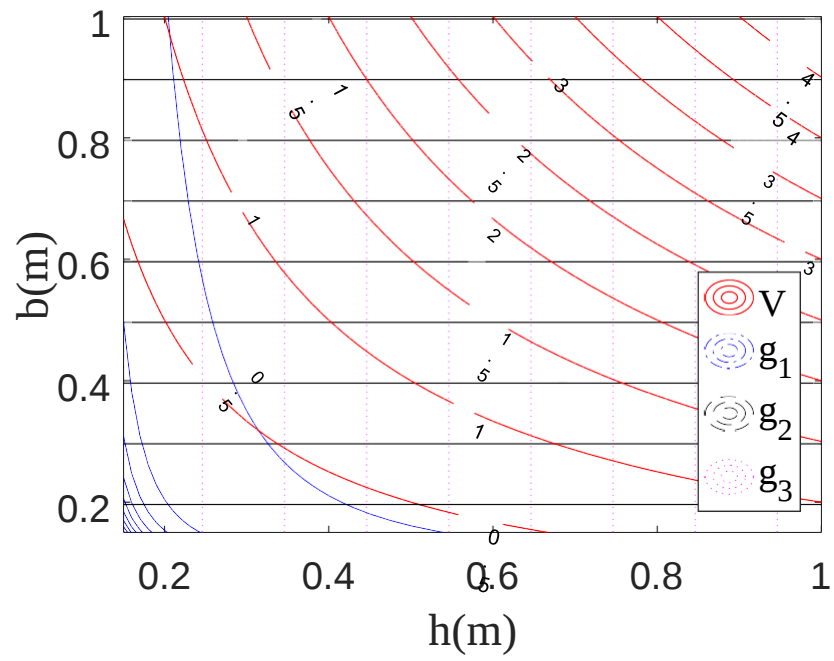


Fonte: Elaborados pelo autor.

A Figura 5.15 apresenta as curvas de isocustos/isolinhas da função objetivo (V) juntamente com as curvas representativas das equações de restrições g_1 , g_2 , e g_3 (Equações 1, 2 e 3). Para a geração da Figura 5.8, mantiveram-se constantes os parâmetros $g = 10 \text{ KN/m}$; $q = 25 \text{ KN/m}$, $f_{co} = 62 \text{ Mpa}$, $L = 5 \text{ m}$ e $T = 60 \text{ min}$, considerando a situação de incêndio. A partir dessa representação gráfica, destacam-se a linearidade das restrições g_2 e g_3 , em contraste com a não linearidade da equação do volume V e da restrição g_1 . É perceptível que o volume da viga tende a diminuir à medida que as variáveis " b " e " h " diminuem; no entanto, é importante notar que as restrições começam a ser violadas quando o volume atinge valores inferiores a 1 m^3 . Comparando as curvas de isolinhas do problema à temperatura ambiente (Figura 4.7) como problema na situação de incêndio (Figura 5.8), observa-se a necessidade de aumentar o volume da viga para a situação de incêndio, uma vez que, na temperatura ambiente, as restrições falhavam para volumes inferiores a $0,1 \text{ m}^3$.

Na Figura 5.8, é possível notar que, para valores relativamente elevados de " h " e valores relativamente baixos de " b ", as equações de restrição permanecem satisfeitas. No entanto, a situação se altera quando se tratam de valores relativamente elevados de " b " e baixos de " h ". Isso ocorre devido à significativa influência da altura da viga na formulação das equações de restrição, que desempenha um papel mais relevante do que a largura da viga (" b ") nas mencionadas equações de restrição.

Figura 5.15 - Gráfico de Isocustos para Situação de Incêndio



Fonte: Elaborado pelo autor

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho, os métodos de otimização estrutural foram aplicados ao estudo de uma viga de madeira em temperatura ambiente e em condições de incêndio, sendo este último citado o enfoque principal da pesquisa. Os métodos de otimização utilizados foram o GRG, integrado ao Microsoft Excel através da ferramenta Solver e a função *fmincon*, presente no MATLAB, pelo fato de serem métodos utilizados em problemas de caráter não linear. A metodologia implementada foi empregada na solução de dois problemas de otimização propostos, tendo como principais diferenças as restrições de cada problema e alguns parâmetros, pelo fato de uma análise ser feita com a estrutura em temperatura ambiente e a outra em situação de incêndio.

Os resultados obtidos indicam que tanto o GRG quanto o *fmincon* podem ser usados para a obtenção dos resultados da otimização estrutural, uma vez que o erro percentual para a viga de madeira em temperatura ambiente foi 0,006% e de 2% para a estrutura situação de incêndio. Os resultados obtidos demonstraram que ambas as metodologias são eficazes na redução do volume das vigas, atendendo aos limites estabelecidos pela NBR 7190:2022, sem comprometer a segurança estrutural.

O comprimento da viga demonstrou ter um impacto considerável nas dimensões da seção transversal, particularmente na altura. A medida que o comprimento aumenta, há uma necessidade correspondente de aumentar a altura "h" da viga para atender às condições de estado limite último e de serviço, destacando a importância dessa variável no dimensionamento estrutural.

Para os valores de carga permanente analisados, observou-se uma influência relativamente pequena no volume da viga, sendo desnecessário aumentar significativamente a seção transversal. A carga variável também apresentou impacto limitado na geometria da viga, com pequenas variações nas dimensões "b" e "h".

A resistência paralela às fibras e o módulo de elasticidade demonstraram ter uma influência mínima na necessidade de aumentar ou diminuir as dimensões da viga. A variação dessas propriedades resultou em mudanças pequenas nas dimensões da seção transversal, sugerindo que, dentro dos parâmetros analisados, esses fatores não afetam significativamente o volume da estrutura.

O tempo de exposição ao fogo exerce uma influência linear tanto na largura quanto na altura da viga, aumentando proporcionalmente ao tempo de incêndio. Isso indica que, para garantir a integridade estrutural em situação de incêndio, é necessário aumentar o volume da viga. Comparado ao cenário de temperatura ambiente, a situação de incêndio exige um aumento relativamente maior no volume da viga para evitar falhas nas equações de restrição.

Os gráficos de isocustos evidenciaram que a altura da viga (" h ") tem uma influência mais significativa nas equações de restrição do que a largura (" b "). Essa tendência é particularmente relevante tanto em condições normais quanto em situação de incêndio, onde se verificou a necessidade de volumes maiores para atender às restrições impostas pelo fogo.

A principal contribuição deste estudo reside na aplicação das técnicas de otimização para estruturas de madeira expostas ao fogo, uma área que ainda carece de investigações mais aprofundadas. Além disso, destaca-se a viabilidade da utilização de ferramentas computacionais acessíveis para otimização de estruturas complexas, oferecendo novas perspectivas para o desenvolvimento de normas mais robustas no contexto brasileiro.

Para dar continuidade ao estudo, sugere-se para investigações futuras:

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

- 1) Otimização de uma viga de concreto em situação de incêndio;
- 2) Análise da otimização de pilares de madeira em situação de incêndio;
- 3) Análise da influência de geometrias diferentes de colunas na otimização estrutural em situação de incêndio.

REFERÊNCIAS

- ADETAYO, Oluwaseun A.; DAHUNSI, Bamidele I. O. **Comparison of experimental charring rate of some selected constructional wood species from South-Western Nigeria with selected charring models**. Arid zone Journal of Engineering, Technology and Environment, v. 15, n. 1, p. 25-39, mar. 2019.
- ALVES, Bruno Sampaio. **Otimização baseada em confiabilidade de pórticos de concreto armado**. 2018. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7190: Projetos de estruturas de madeira**. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.
- BAZZO, W. A.; PEREIRA, L. T. do V. **Introdução à Engenharia: conceitos, ferramentas e comportamentos**. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2006. 270 p.
- BECKER, Alex Jenaro et al. **Noções básicas de programação em MATLAB**. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria-RS, 2010.
- CACHIM, Paulo B.; FRANSSEN, Jean-Marc. **Comparison between the charring ratemodel and the conductive model of Eurocode 5**. Fire and Materials: An International Journal, v. 33, n. 3, p. 129-143, 2009.
- CALIL JUNIOR, Carlito; LAHR, Francisco Antonio Rocco; DIAS, Antonio Alves. **Dimensionamento de elementos estruturais de madeira**. 2003.
- CAMARA, Paulo Wilton ; MASSONE, Ana Carolina Cellular ; BERTEGES, Luiz Felipe Caraméz . **Aplicação do modelo GRG em problema de geolocalização de uma fonte geradora de energia no Estado do Rio de Janeiro**. In: ENEGEP 2021 Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2021, Online, 2021.
- ÇENGEL, Yunus A.; GHAJAR, Afshin J. **Tranferência de calor e massa**. AMGH editora, 2009.
- CHAPMAN, Stephen J. **Programação em MATLAB para engenheiros** /Stephen J. Chapman; tradução técnica Flávio Soares Correa da Silva. - - São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.
- CHAPRA, C. C.; CANALE, R. P. **Métodos Numéricos para Engenharia**. Porto Alegre: AMGH, 2011.
- CHEUNG, Andrés Batista; PINTO, Edna Moura; JUNIOR, Carlito Calil. **Confiabilidade estrutural de vigas de madeiras submetidas à flexão em condições normais e em situação de incêndio**. Madeira: arquitetura e engenharia, v. 12, n. 29, p. 1-12, 2011.
- CORREIA, Rubens S.; BONO, Giuliana FF; BONO, Gustavo. **Dimensionamento Otimizado de Vigas de Concreto Armado, Utilizando a Ferramenta Solver**. Mecânica Computacional, v. 34, n. 11, p. 765-774, 2016.

CORREIA, Rubens Silva. **Otimização de vigas de concreto armado, utilizando a ferramenta solver**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1995-1-2: Design of timber structures: Part 1-2: General structural fire design**. Bruxelas: CEN, 2004.

FIGUEROA, Manuel Jesús Manriquez; MORAES, Poliana Dias de. **Comportamento da madeira a temperaturas elevadas**. *Ambiente construído*, v. 9, p. 157-174, 2021.

FREITAS, Ana Paula Barbosa Rodrigues de. **Novas estratégias para a otimização em problemas com múltiplas respostas: um estudo no tratamento de efluentes fenólicos**. 2016.

GLASS, S. V.; ZELINKA, S. L. **Moisture Relations and Physical Properties of Wood. Wood handbook wood as an engineering material**. Gen Tech Rep FPL-GTR-190. US department of Agriculture, Madison, 2010. 1–19 p.

KÖKSOY, Onur. **A nonlinear programming solution to robust multi-response quality problem**. *Applied mathematics and computation*, v. 196, n. 2, p. 603-612, 2008.

LIRA, Arthur Guilherme Félix de Andrade et al. **Desenvolvimento de programa computacional para otimização estrutural de treliças bidimensionais utilizando o Matlab**. 2023.

LOPEZ, Rafael Holdorf; MIGUEL, Leandro Fleck Fadel. **Introdução a Otimização Estrutural**. Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Santa Catarina, 2013.

MACIEL, Leonardo Gomes; SANTOS, Pedro Vinicio dos. **Ferramenta para a otimização estrutural utilizando os algoritmos Enxame de Partículas (PSO) e Programação Quadrática Sequencial (SQP) integrados com o software SAP2000**. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso.

MAIA, João Paulo Ribeiro. **Otimização estrutural: estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta solver**. Universidade de São Paulo, 2009.

MARCOLAN JÚNIOR, A. C.; MORAES, P. D. de. **Probabilistic model for determining the failure time of steel-to-timber connections with multiple dowel-type fasteners exposed to fire**. *Fire Safety Journal*, v. 133, p. 103646, 2022. ISSN 0379-7112. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0379711222001230>. Acesso em: [29/07/2024] . doi:10.1016/j.firesaf.2022.103646.

MARCOLAN JÚNIOR, A. C.; MORAES, P. D. de. **Reliability on timber columns under fire situation**. *Fire Research*, [s.l.], v. 2, p. 51, 2018. doi:10.4081/fire.2018.51.

MARTINS, Gisele Cristina Antunes et al. **Análise numérica e experimental de vigas de madeira laminada colada em situação de incêndio**. Universidade de São Paulo-Escola de engenharia de São Carlos, 2016.

MARTINS, Gisele Cristina Antunes; JUNIOR, Carlito Calil. **Avaliação dos métodos teóricos de cálculo para determinação de taxas de carbonização de espécies de madeiras brasileiras** EVALUATION OF THEORETICAL CALCULATION METHODS FOR DETERMINATION OF CHAR RATES OF BRAZILIAN WOOD SPECIES, 2017.

MATHWORKS. **Solver-Based Nonlinear Optimization: fmincon**. 2024. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html>. Acesso em: 27 março 2024.

MORAES, M. H. M. de; Fraga, I. F.; Francklin, H. M.; Molina, J. C.; Lahr, F. A. R.; Christoforo, A. L.. **Otimização de estruturas de madeira: revisão sistemática da literatura e análise de Metodologias**. *Revista Caderno Pedagógico*, Curitiba, v. 21, n. 6, p. 01-23, 2024. ISSN 1983-0882. DOI: 10.54033/cadpedv21n6-184.

PERINI, Pedro Verona. **Influência da densidade na resistência à flexão de vigas de madeira em situação de incêndio**. 2022.

PERTILE, Ananda Cristina. **Análise numérica de vigas de madeira laminada colada reforçadas em situação de incêndio**. 2018.

PINTO, Edna Moura; CALIL JUNIOR, Carlito. **Determinação de um modelo de taxa de carbonização transversal a grã para o Eucalyptus citriodora e E. grandis**. 2005.

RADMANOVIĆ, Kristijan; ĐUKIĆ, Igor; PERVAN, Stjepan. **Specific Heat Capacity of Wood**. *Wood Industry/Drvna Industrija*, v. 65, n. 2, 2014.

SILVA, Hygor Vinicius Costa. **Otimização estrutural sob incertezas**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso.

SIMPSON, W.; TENWOLDE, A. **Physical Properties and Moisture Relations of Wood**. Wood handbook wood as an engineering material. Gen Tech Rep FPL-GTR-113. US department of Agriculture, Madison, 1999. 1–31 p.

SOUZA, Marcos Vieira de. **Projeto robusto de parâmetros (prp) aplicado na otimização de retificação cilíndrica com múltiplas respostas**. 2012.

Stepinac, M., Rajčić, V., Androić, B., & Čizmar, D. (2012). **Reliability of Glulam Beams Exposed to Fire**. *Word Conference on Timber EGINEERING*. 16-19 July 2012.

WIEDENHOEFT, A. **Structure and Function of Wood**. Wood handbook wood as an engineering material. Gen Tech Rep FPL-GTR-190. US department of Agriculture, Madison, 2010. 1–16 p.

