

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS-UFAL  
CAMPUS DO SERTÃO  
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**JULIO CESAR MARTINS OLIVEIRA DA SILVA**

**CADEIAS DE MARKOV NA ENGENHARIA DE PRODUÇÃO:  
UM PANORAMA DAS APLICAÇÕES**

**DELMIRO GOUVEIA  
2024**

Julio Cesar Martins Oliveira da Silva

Cadeias de Markov na Engenharia de Produção:  
um panorama das aplicações

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Alagoas - UFAL, Campus do Sertão.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Amanajás Pires

Delmiro Gouveia

2024

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca do Campus Sertão**  
**Sede Delmiro Gouveia**

Bibliotecária responsável: Renata Oliveira de Souza CRB-4/2209

S586c Silva, Júlio Cesar Martins Oliveira da  
Cadeias de Markov na engenharia de produção: um panorama das  
aplicações / Júlio Cesar Martins Oliveira da Silva. – 2024.  
57 f. : il.

Orientação: Marcelo Amanajás Pires.  
Monografia (Engenharia de Produção) – Universidade Federal de  
Alagoas. Curso de Engenharia de Produção. Delmiro Gouveia, 2024.

1. Engenharia de produção. 2. Cadeias de Markov. 3. Revisão sis-  
temática. I. Pires, Marcelo Amanajás, orient. II. Título.

CDU: 658.5

Julio Cesar Martins Oliveira da Silva

Cadeias de Markov na Engenharia de Produção:  
um panorama das aplicações

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Alagoas - UFAL, Campus do Sertão.

Data de Aprovação: 21/02/2024

**Banca Examinadora**

---

Prof. Dr. Marcelo Amanajás Pires  
Universidade Federal de Alagoas  
Campus Sertão - Sede  
Orientador

---

Prof. Dr. Marcelo Felisberto de Lima  
Universidade Federal de Alagoas  
Campus Sertão - Sede  
Examinador

---

Prof. Dr. Agnaldo Jose dos Santos  
Universidade Federal de Alagoas  
Campus Sertão - Sede  
Examinador

Dedico este trabalho a Deus, por tornar tudo isso possível, aos meus pais por terem me presenteado com o dom da vida, à minha noiva, cujo apoio tem sido constante desde o início desta jornada, e à minha família e amigos pelo incondicional suporte que sempre me ofereceram.

## AGRADECIMENTOS

Talvez de todo trabalho esta seja a parte mais difícil. Foram tantos momentos importantes, pessoas importantes que fica difícil lembrar de todos. Cada um tem sua parcela de contribuição nessa jornada que está se encerrando. Nesse momento, meu coração é só gratidão a cada um de vocês que fizeram e fazem parte dessa história. "Ninguém conseguirá resistir a você todos os dias da sua vida. Assim como estive com Moisés, estarei com você; nunca o deixarei, nunca o abandonarei (Js.1:5). Não fui eu que ordenei a você? Seja forte e corajoso! Não se apavore nem desanime, pois o Senhor, o seu Deus, estará com você por onde você andar (Js. 1:9)". Querido Deus, primeiramente quero agradecer a ti, pois sem ti eu nada seria. Obrigado por me capacitar, me conceder sabedoria para enfrentar os desafios e não me fazer desistir, não foi fácil, afinal quem falou que seria?

"Honra a teu pai e a tua mãe, para que se prolonguem os teus dias na terra que o Senhor teu Deus te dá (Ex.20:12)". Aos meus pais, Andreia Martins e Claudinei Barbosa, esse parágrafo é para vocês. Pai, todo teu esforço frente a minha educação me trouxe até aqui! Obrigado por tornar esse sonho possível. Mãe, todo esforço que fizestes em minha educação primária, cada hora que passávamos fazendo as atividades até tarde me tornou um engenheiro, obrigado pelo empenho e dedicação. Eu os amo incondicionalmente.

Ao meu amor Jessica Vilar, conseguimos! Obrigado por estar junto comigo nessa longa jornada desde o primeiro dia. Obrigado pela paciência e perseverança, sem você eu também não conseguiria. Eu te amo!

Agradeço aos meus avós paternos Acidália e José Otávio por todo amor, carinho e torcida por minhas conquistas. Painho, Eduardo Silva Oliveira, obrigado por tudo! O senhor não sabe o quão fundamental foi para essa conquista. Caca (Fátima Frazão), não tenho nem palavras para descrever o meu amor por você! Obrigado por acreditar em mim, essa conquista é nossa.

Meus tios são exemplos de homens para mim, são responsáveis pela formação do homem que me tornei, a inspiração em vocês me trouxe até aqui. Anderson Martins (tio Oião), Eduardo (tio Dudu), Claudio José (tio Non) e Binho (in memoriam) obrigado por serem tão presentes em minha vida, amo vocês! Minha tia Claudia, obrigado por todo amor e carinho, eu te amo e te tenho como exemplo para mim. Minhas irmãs Ana Clara e Maria Julia, eu as amo do fundo do meu coração.

"Um amigo fiel é uma poderosa proteção: quem o achou, descobriu um tesouro (Eccl.6:14). O amigo ama em todo o tempo, e para a angústia nasce o irmão (Prov.17:17)." Aos meus irmãos/ãs da vida Maikon, Juninho, Jaislan, Igor, Vitinho, Ingrid, Vanessa, obrigado por fazerem parte da minha vida. Edilma e Elder (gato), obrigado por todo carinho, vocês são muito especiais para mim!

Em minha graduação tive o privilégio de conhecer pessoas incríveis. Professores que me fizeram enxergar com outros olhos a arte de ensinar e aprender. Marcelo Pires, obrigado por tudo! Obrigado pelo empenho, dedicação, atenção e paciência comigo nessa reta final de

graduação. Marcelo Felisberto, uma das mentes mais brilhantes que tive o prazer de conhecer e aprender algo em toda minha graduação, a você minha admiração e respeito.

Não poderia deixar de lembrar de pessoas como Helder, Gabriel, Luciano Livson, Fabrício, Bruna, Luana, Juan, Barbara, Ana letícia, Jamily e Jardel, se faltou alguém perdoem-me! Vocês deixaram essa jornada mais fácil, cada um com sua contribuição. Obrigado! Jaíne, espero que esse texto chegue até você. Queria te agradecer por todas as vezes que nos encontrávamos na cantina e você sempre com aquele sorriso no rosto, e todas as minhas preocupações momentâneas sumiam, você é exemplo de humildade.

Minha segunda família Lucineide, Dona Nilda (Vovó) e Natália, como agradecer a vocês? Palavras não seriam suficientes para descrever meu profundo carinho, a vocês meu muito obrigado.

Maria Luzinete (In memoriam), espero que esta mensagem alcance você onde quer que esteja, envolta em amor e paz. Hoje, eu gostaria de compartilhar uma conquista muito especial contigo, pois sei que a senhora sempre foi uma fonte incrível de inspiração em minha vida. Com muita alegria e emoção, quero contar que me formei! Este é um momento que eu gostaria de ter compartilhado pessoalmente contigo, de sentir a sua presença calorosa e receber seus sábios conselhos. Seu amor e apoio sempre foram a luz que iluminou meu caminho, e sei que a senhora está olhando com orgulho lá do alto. A dedicação e o esforço para alcançar este objetivo foram guiados pela lembrança do seu amor incondicional. Embora fisicamente a senhora não esteja aqui, sua presença espiritual continua a inspirar-me. Nós conseguimos vozinha!

Por fim agradeço a você, que está no coreto esperando o ônibus do Real Alagoas cheio de ansiedade, medo e insegurança. Você está prestes a iniciar a jornada mais difícil de sua vida, não será fácil e por vezes virá o sentimento de incapacidade, acredite você vai conseguir! Serão noites longas de estudo, horas dedicadas a projetos desafiadores e momentos em que o cansaço parecia querer tomar conta. No entanto persista! Você vai encontrar forças nos seus objetivos, na paixão pelo conhecimento e na determinação de alcançar esse sonho. Obrigado por, nos momentos de dúvida, nos quais a ideia de desistir cruzou sua mente, você ter resistido a essas tentações. Obrigado por acreditar em si mesmo, reconhecendo que cada desafio era uma oportunidade de crescimento e aprendizado. Essa resiliência é um testemunho do seu comprometimento e da sua capacidade de superar adversidades. Obrigado Júlio, você conseguiu.

A vida é uma constante oscilação entre a ânsia de ter e o tédio de possuir.

Arthur Schopenhauer

## RESUMO

Este trabalho consiste em um levantamento sistemático das aplicações das cadeias de Markov no âmbito da Engenharia de Produção. A justificativa desta pesquisa baseia-se na ausência de um amplo panorama quantitativo sobre como o referido método é empregado na Engenharia de Produção. Os resultados obtidos demonstram que no contexto internacional três áreas se destacam por empregar as cadeias de Markov com maior frequência: Pesquisa Operacional e Ciência da Administração (50,9%), Engenharia Industrial (50,9%) e Engenharia de Manufatura (39,09%). Os principais tipos de aplicações encontrados foram Agendamento (46,2%), Duração Média da Corrida ARL (9,9%) e manutenção preventiva (16,5%). No cenário brasileiro, observa-se que as áreas da Engenharia de Produção Industrial e de Manufatura aparecem liderando em termos de aplicação das cadeias de Markov. Os principais tipos de aplicações encontrados foram Logística (20,8%), Controle de qualidade (16,7%) e Processos Produtivo (29,2%). Dentre os resultados encontrados 4 micro-tópicos são responsáveis por 86,9% das aplicações, enquanto que 3 áreas da ABEPRO representam 66,7% das aplicações das cadeias de Markov na Engenharia de produção. Todos esses resultados apontam para uma alta similaridade entre o cenário internacional e nacional em termos de utilização das cadeias de Markov na Engenharia de Produção.

**Palavras-chave:** Cadeias de Markov. Engenharia de Produção. Revisão Sistemática.

## ABSTRACT

This work consists of a systematic survey of the applications of Markov chains within the scope of Production Engineering. The justification for this research is based on the absence of a comprehensive quantitative overview of how the aforementioned method is employed in Production Engineering. The results obtained demonstrate that in the international context, 3 areas stand out for employing Markov chains most frequently: Operations Research and Management Science (50.9%), Industrial Engineering (50.9%), and Manufacturing Engineering (39.09%). The main types of applications found were Scheduling (46.2%), Average Run Length (ARL) (9.9%), and preventive maintenance (16.5%). In the Brazilian scenario, it is observed that the areas of Industrial Production Engineering and Manufacturing lead in terms of Markov chain applications. The main types of applications found were Logistics (20.8%), Quality Control (16.7%), and Production Processes (29.2%). Among the results found, 4 micro-topics account for 86.9% of the applications, while 3 areas of ABEPRO represent 66.7% of the applications of Markov chains in Production Engineering. All these results point to a high similarity between the international and national scenarios in terms of the use of Markov chains in Production Engineering.

**Keywords:** Markov Chains. Production engineering. Systematic review.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Implementação em Python - Análise da primeira iteração da cadeia de Markov 2x2 . . . . .	24
Figura 2 – Diagrama de barras oriundo da condição inicial da cadeia de Markov 2x2. . . . .	24
Figura 3 – Implementação em Python - função para obter a evolução temporal da cadeia de Markov 2x2 . . . . .	25
Figura 4 – Análise de $t$ interações da cadeia de Markov 2x2 - Solução Analítica . . . . .	25
Figura 5 – Solução Numérica- Solução Analítica . . . . .	26
Figura 6 – Comparação entre a solução numérica e solução analítica . . . . .	26
Figura 7 – Publicações oriundas da busca Cadeias de Markov na base de dados Scopus e Web of Science. Busca realizada no dia 27/02/2024. . . . .	30
Figura 8 – Gráfico de rede utilizando o software VOSviewer com dados oriundos da SCOPUS. . . . .	31
Figura 9 – Áreas com aplicações das Cadeias de Markov a nível internacional. Gráfico de pizza produzido com dados oriundos da WoS. . . . .	36
Figura 10 – Tipo de trabalhos selecionados para análise bibliométrica. Gráfico de barras produzido com dados oriundos dos quadros 1, 2 e 3. . . . .	41
Figura 11 – Áreas com aplicações das cadeias de Markov a nível nacional. Gráfico de pizza produzido com dados oriundos das bases WoS, SCOPUS, SciELO, Google Acadêmico e BDTD. . . . .	43

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tipos de processos estocásticos. . . . .	18
---	----

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Artigos selecionados para análise bibliométrica. R: Referência, T: tipo de documento. . . . .	38
Quadro 2 – Artigos selecionados para análise bibliométrica. R: Referência, T: tipo de documento. . . . .	39
Quadro 3 – Artigos selecionados para análise bibliométrica. R: Referência, T: tipo de documento. . . . .	40
Quadro 4 – Equações de busca utilizadas no Portal de Periódicos da CAPES. . . . .	54

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

WOS	Web of Science
APO	Administração da Produção e Operações
RSL	Revisão Sistemática da Literatura
G.Acadêmico	Google Acadêmico
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> . . . . .	<b>16</b>
2.1	Cadeias de Markov: aspectos históricos . . . . .	16
2.2	Cadeias de Markov: aspectos matemáticos e computacionais . .	17
2.3	Cadeias de Markov: um exemplo com implementação em python	22
<b>3</b>	<b>REVISÃO SISTEMÁTICA - PARTE I: INTERNACIONAL</b> . . . . .	<b>28</b>
3.1	Metodologia . . . . .	28
3.2	Resultados e discussão . . . . .	29
<b>4</b>	<b>REVISÃO SISTEMÁTICA - PARTE II: NACIONAL</b> . . . . .	<b>37</b>
4.1	Metodologia . . . . .	37
4.2	Resultados e discussão . . . . .	38
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>45</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>47</b>
	<b>APÊNDICE A – DETALHAMENTO DAS BUSCAS</b> . . . . .	<b>52</b>
A.1	Detalhes das buscas por trabalhos internacionais . . . . .	52
A.2	Detalhes das buscas por trabalhos nacionais . . . . .	52

## 1 INTRODUÇÃO

A Engenharia de Produção é uma das engenharias que mais utiliza os conceitos e ferramentas estatísticas para prever e controlar processos e sistemas produtivos em suas áreas mais importantes, com o objetivo de maximizar a utilização de recursos disponíveis como capital, mão de obra, matéria-prima, equipamentos e tecnologias, alcançando melhores resultados em termos de eficiência, qualidade e produtividade, minimizando custos e desperdícios. A busca pela eficiência e melhoria contínua é uma atividade diária do engenheiro de produção dentro de uma organização, analisando sistemas complexos e desenvolvendo estratégias que otimizem processos nos setores de produção, logística, cadeia de suprimentos, ergonomia, gestão da qualidade, engenharia econômica, gestão ambiental, entre outras áreas. Essas ferramentas desempenham papel fundamental em diversas etapas, desde o recebimento da matéria-prima até a expedição do produto acabado. Dentro do cenário industrial, a qualidade é a melhor estratégia de competitividade (SERIO; VASCONCELLOS, 2017).

A administração da produção e operações (APO) é responsável sobre como são produzidos os bens e serviços pelas organizações. As diversas mudanças que estão ocorrendo em nível mundial, que tornam a economia mais integrada e competitiva, preconizam que os sistemas de produção, dentro das organizações, devam ser cada vez mais especializados e moldados por inovações tecnológicas. No entanto, verifica-se que a administração da produção passou por diversas evoluções que proporcionaram, à mesma, novas formas de se adaptar aos novos contextos que as organizações estavam inseridas. Contudo, certifica-se de que “a APO atualmente é uma interessante combinação de práticas consagradas do passado e de uma busca por novas maneiras de gerenciar sistemas de produção”(PEREIRA et al., 2015).

Entre as principais ferramentas, as Cadeias de Markov tem se destacado como uma abordagem promissora para analisar e modelar diversos processos e sistemas. Essa metodologia probabilística tem sido amplamente utilizada em diferentes setores da Engenharia de Produção. Uma pesquisa feita na base de dados da Scopus, é possível ver a evolução de trabalhos publicados ao longo de vários anos abordando esse conceito. Nesse contexto, as Cadeias de Markov surgem como uma ferramenta poderosa para a compreensão e análise de sistemas produtivos, permitindo modelar a dinâmica de eventos, prever comportamentos futuros e identificar pontos críticos para a tomada de decisões.

Este Trabalho de Conclusão de Curso tem como objetivo apresentar um panorama estatístico das áreas de aplicação das Cadeias de Markov na engenharia de Produção dentro do

contexto brasileiro e internacional. A relevância desse estudo baseia-se em:

- **Mapeamento das áreas mais relevantes na atualidade:** o panorama quantitativo revelará quais áreas de aplicação das Cadeias de Markov tem maior e menor número de estudos a nível nacional e internacional. Isso possibilitará uma melhor compreensão do cenário atual das aplicações das Cadeias de Markov na engenharia de produção, auxiliando na identificação de padrões e na avaliação da evolução ao longo do tempo.

Através dos resultados deste trabalho será possível obter insights relacionados as aplicações das cadeias de Markov dentro um contexto de diversas áreas que possuem distintas características: complexidade dos sistemas produtivos, disponibilidade de dados adequados, restrições de recursos, incerteza dos parâmetros e quantidade de variáveis envolvidas. A relevância deste estudo para o setor de empresas deve-se basicamente a fornecer um panorama das áreas de aplicação das Cadeias de Markov que têm maior número de estudos científicos, permitindo que as empresas possam identificar potenciais oportunidades de aplicação dessas ferramentas em seus processos produtivos. A relevância deste estudo para o setor universitário deve-se basicamente fornecer um painel das áreas das Cadeias de Markov que têm maior número de estudos científicos, permitindo a identificação de lacunas em áreas não exploradas que podem ter potencial de inovação científica em trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para que sejam abordados os aspectos aos quais esse TCC se propõe, se faz necessário, primeiramente, realizar uma pesquisa acerca das cadeias de Markov e suas aplicações na engenharia de produção, pois é o objetivo central deste estudo.

### 2.1 CADEIAS DE MARKOV: ASPECTOS HISTÓRICOS

As cadeias de Markov, criadas por Andrei Andreyevich Markov (1856 – 1922), compõem um ramo da teoria das probabilidades que descreve a evolução de um sistema ao longo do tempo, onde o futuro depende apenas do estado presente e não das ocorrências anteriores. A ideia central das Cadeias de Markov foi introduzida por Andrei Markov em seu estudo sobre padrões de letras em poemas russos, dando início à teoria de processos estocásticos. Andrei Markov produziu os primeiros resultados (1906) para estes processos, sendo lembrado pelo estudo de cadeias que hoje levam seu nome. Entretanto, foi nos trabalhos de outros matemáticos, como Norbert Wiener e Andrei Kolmogorov, que as Cadeias de Markov foram formalmente estabelecidas como uma teoria matemática em meados do século XX. Uma cadeia de Markov é um modelo estatístico para uma sequência de eventos, em que a probabilidade de um evento depende apenas do estado atual e não dos estados anteriores. O espaço de estados é o conjunto de valores possíveis que a variável pode assumir, e a propriedade de Markov torna a análise desses processos mais gerenciável (GAGNIUC, 2017).

Segundo (BOLDRINI; COSTA, 1980) muitos dos eventos que ocorrem tanto na natureza como na sociedade moderna podem ser estudados, como sendo fenômenos que passam de um estado inicial para uma sequência de estados, onde esta transição pode ocorrer seguindo certa probabilidade, denominada probabilidade de transição. Ainda, segundo os autores, esta probabilidade depende apenas do estado atual em que o fenômeno se encontra e não dos estados anteriores. Este tipo de processo é denominado processo de Markov e sua sequência de Cadeias de Markov.

As cadeias de Markov possuem aplicações em diversos campos das engenharias e ciências naturais. Por exemplo, as cadeias de Markov têm sido aplicadas na Engenharia de materiais particulados (BERTHIAUX; MIZONOV, 2004), na Engenharia de software (BARBOSA et al., 2022), na Engenharia Química (TAMIR, 1998), Biologia (ALLEN, 2010), Finanças (MYERS et al., 2017), na modelagem ambiental (GHOSH et al., 2017), na Biologia (CHOO et al., 2004), Física (CHEN, 2004) entre outros. Como um exemplo recente, menciona-se que as cadeias de

Markov podem ser empregadas para construir uma desordem com correlação controlada que têm aplicações em sistemas da Física Quântica (PIRES; QUEIRÓS, 2021).

No contexto da Engenharia de Produção, as Cadeias de Markov têm sido aplicadas para modelar uma variedade de processos (SSEMPIJJA et al., 2021), fornecendo um quadro conceitual de transições entre estados possíveis regidas por probabilidades condicionais. A adaptação dessa teoria à engenharia permitiu a análise de sistemas dinâmicos, tais como processos de produção, manutenção de equipamentos, fluxo de materiais, logística e muitos outros. A aplicação desses modelos ajuda a tomar decisões para melhorar a eficiência operacional, otimizar recursos e prever o comportamento futuro dos sistemas.

## 2.2 CADEIAS DE MARKOV: ASPECTOS MATEMÁTICOS E COMPUTACIONAIS

Processo determinístico versus processo estocástico

Um **processo determinístico** é aquele em que o futuro é completamente previsível com base nas condições iniciais e nas regras que governam o sistema. Um exemplo clássico é o Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), que descreve o movimento de uma partícula em uma linha reta com aceleração constante. A equação do MRUV é dada por:

$$x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (1)$$

onde  $x(t)$  é a posição do objeto no tempo  $t$ ,  $x_0$  é a posição inicial do objeto,  $v_0$  é a velocidade inicial do objeto,  $a$  é a aceleração constante do objeto e  $t$  é o tempo decorrido. Nessa equação, todos os valores são determinísticos e podem ser conhecidos com precisão se as condições iniciais e a aceleração forem conhecidas. Portanto, o MRUV é um exemplo de processo determinístico, onde o comportamento futuro (no caso  $x(t)$ ) do objeto é previsível com base nas condições iniciais ( $x_0, v_0$ ) e nas regras que governam o sistema (equação 1 com seus parâmetros pré-obtidos).

Em contraste, um **processo estocástico** é caracterizado pela incerteza e pela descrição do futuro em termos de probabilidades que modelam a presença de aleatoriedade no sistema. Por exemplo, o lançamento sequencial de uma moeda é um caso clássico de um processo estocástico: a cada lançamento a moeda pode cair com a face "cara"(C) ou "coroa"(K), e a probabilidade de cada resultado é de  $\frac{1}{2}$ . O lançamento sequencial de dados é outro exemplo típico, pois a cada

lançamento, um dado justo de seis faces, não podemos prever com certeza qual face aparecerá, mas apenas sabemos que cada face tem uma probabilidade igual de  $\frac{1}{6}$  de ocorrer.

### Definições e terminologias

Um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias indexadas por um parâmetro de tempo. Formalmente, é definido como  $\{X(t), t \geq 0\}$ , onde  $X(t)$  representa a variável aleatória no instante  $t$ .

### Classificação de processos estocásticos

Os processos estocásticos são classificados com base no tempo e no espaço amostral. Quanto ao tempo, eles podem ser discretos ou contínuos. Quanto ao espaço amostral, podem ser discretos (conjunto finito ou enumerável de estados) ou contínuos (conjunto não-enumerável de estados).

Tempo	Espaço de Estados	Exemplo
Discreto	Discreto	Lançamento de Dados
Discreto	Contínuo	Temperatura Diária
Contínuo	Discreto	Transmissão de Pacotes
Contínuo	Contínuo	Preço de Ação

Tabela 1 – Tipos de processos estocásticos.

- Um tipo de processo estocástico de estado discreto em tempo discreto é um sistema de apostas em que um jogador lança um dado justo a cada dia. A variável aleatória  $X_n$  denota o resultado do lançamento no dia  $n$ . Neste caso, temos um processo estocástico em tempo discreto (dias) e espaço discreto de estados (números no dado).
- A temperatura diária em uma cidade é um tipo de processo estocástico de estado contínuo em tempo discreto. A variável aleatória  $X_n$  pode representar a temperatura em graus Celsius no dia  $n$ . Este é um exemplo de processo estocástico em tempo discreto (dias) e espaço contínuo de estados (temperaturas reais).
- Um sistema de transmissão de dados é um processo estocástico de estado discreto em tempo contínuo onde os pacotes de informações são enviados a intervalos irregulares de tempo. A variável aleatória  $X(t)$  representa o número de pacotes transmitidos até o tempo  $t$ . Este é um processo estocástico em tempo contínuo e espaço discreto de estados.

- O mercado financeiro é um tipo de processo estocástico de estado contínuo em tempo contínuo onde o preço de uma ação varia ao longo do tempo. A variável aleatória  $X(t)$  pode representar o preço da ação no tempo  $t$ . Este é um exemplo de processo estocástico em tempo contínuo e espaço contínuo de estados.

## Processos estocásticos importantes

### Movimento Browniano

A disposição de uma partícula suspensa em um fluido, sujeita a sucessivas colisões com partículas vizinhas é um exemplo clássico do processo de Wiener. O fenômeno físico foi descoberto pelo botânico Robert Brown em 1827. A teoria do comportamento desse processo foi desenvolvida por Einstein (1906) e Wiener (1923) (FILHO, 2023).

### Processo de poisson

Considerando dois números reais  $a$  e  $b$ , nos quais  $a \leq b$ , e que podem representar pontos no tempo. Denote por  $N(a, b]$  o número aleatório de pontos de um processo de Poisson homogêneo sair com valores superiores a  $a$  mas menores ou iguais a  $b$ , ou em outras palavras, o número de pontos do processo no intervalo  $(a, b]$ . Se os pontos pertencerem a um processo de Poisson homogêneo com o parâmetro  $\lambda > 0$ , então a probabilidade de  $n$  pontos existentes no intervalo dado  $(a, b]$  é definida por:

$$P\{N(a, b] = n\} = \frac{[\lambda(b - a)]^n}{n!} e^{-\lambda(b-a)} \quad (2)$$

Em outras palavras,  $N(a, b]$  é uma variável aleatória Poisson com média  $\lambda(b - a)$ . Além disso, o número de pontos em quaisquer dois intervalos disjuntos, por exemplo,  $(a_1, b_1]$  e  $(a_2, b_2]$ , são independentes um do outro, e isto estende-se a qualquer número finito de intervalos disjuntos (DALEY; VERE-JONES, 2003).

### Formalismo

Podemos chamar de variável estocástica a variável aleatória  $x_t$ , onde  $t$  significa o tempo. Vamos considerar o processo estocástico em que o tempo possa ser discretizado e que a variável estocástica também seja discretizada. Suponha que a variável estocástica  $x_t$  assuma valores inteiros e  $t$  os valores  $0, 1, 2, 3, \dots$ . Um processo estocástico fica completamente definido até o instante  $l$  pela distribuição de probabilidade conjunta,

$$P_l(n_0, n_1, n_2, \dots, n_l) \quad (3)$$

de que  $x_t$  tome o valor  $n_0$  no instante  $t = 0$ , o valor  $n_1$  no instante  $t = 1$ , o valor  $n_2$  no instante  $t = 2$ , ..., e o valor  $n_l$  no instante  $t = l$  (TOMÉ; OLIVEIRA, 2001). Em seguida, considere a probabilidade condicional

$$P_{l+1}(n_{l+1}|n_0, n_1, n_2, \dots, n_l) \quad (4)$$

de que a variável estocástica  $x_t$  tome o valor  $n_{l+1}$  no instante  $t = l + 1$ , dado que ela tenha tomado o valor  $n_0$  no instante  $t = 0$ , o valor  $n_1$  no instante  $t = 1$ , o valor  $n_2$  no instante  $t = 2$ , ..., e o valor  $n_l$  no instante  $t = l$ . Se ela for igual a probabilidade condicional

$$P_{l+1}(n_{l+1}|n_l) \quad (5)$$

de que a variável estocástica  $x_t$  tome o valor  $n_{l+1}$  no instante  $t = l + 1$ , dado que ela tenha tomado o valor  $n_l$  no instante  $t = l$ , então o processo estocástico é um processo markoviano. Em outros termos, **um processo markoviano é aquele em que a probabilidade condicional de  $x_t$  tomar um determinado valor num determinado instante depende somente do valor que ela tenha tomado no instante anterior** (TOMÉ; OLIVEIRA, 2001). A partir da definição de probabilidade condicional, podemos obter a seguinte fórmula:

$$P_l(n_0, n_1, n_2, \dots, n_l) = P_l(n_l|n_{l-1}) \dots P_2(n_2|n_1)P_1(n_1|n_0)P_0(n_0) \quad (6)$$

Vemos pois que o processo markoviano fica completamente definido pelas probabilidades condicionais dadas pela equação 6 e pela probabilidade inicial  $P_0(n_0)$ . Vamos definir agora a probabilidade  $P_\ell(n_\ell)$  de que a variável  $x_t$  tome o valor  $n_\ell$  no instante  $t = \ell$  independentemente de quais valores ela tenha tomado nos instantes anteriores (TOMÉ; OLIVEIRA, 2001). Ela é dada por

$$P_\ell(n_\ell) = \sum P_\ell(n_0, n_1, n_2, \dots, n_\ell) \quad (7)$$

onde a soma se estende sobre  $n_0, n_1, \dots, n_{\ell-1}$  mas não sobre  $n_\ell$ . Assim obtemos a seguinte equação de recorrência:

$$P_\ell(n_\ell) = \sum_{n_{\ell-1}} P_\ell(n_\ell|n_{\ell-1})P_{\ell-1}(n_{\ell-1}) \quad (8)$$

Portanto, dado  $P_0(n_0)$ , podemos obter  $P_\ell(n_\ell)$  em qualquer instante. A probabilidade condicional  $P_{\ell+1}(n_{\ell+1}|n_\ell)$  é interpretada como a probabilidade de transição do estado  $n_\ell$  para o estado  $n_{\ell+1}$ . Em princípio, ela pode depender do instante considerado. Isto é, dados dois estados, a probabilidade de transição entre eles poderia ser diferente para cada instante de tempo. Entretanto,

consideraremos somente processos markovianos cujas probabilidades de transição não variam no tempo (TOMÉ; OLIVEIRA, 2001). Nesse caso, escrevemos, pois,

$$P_{\ell+1}(n_{\ell+1}|n_{\ell}) = T(n_{\ell+1}, n_{\ell}) \quad (9)$$

de modo que a equação 8 se torna

$$P_{\ell}(n_{\ell}) = \sum_{n_{\ell-1}} T(n_{\ell}, n_{\ell-1}) P_{\ell-1}(n_{\ell-1}) \quad . \quad (10)$$

### Matriz Estocástica

Vimos que um processo estocástico markoviano fica completamente definido pela probabilidade de transição e pela probabilidade inicial. Vamos escrever a equação anterior na forma simplificada, (TOMÉ; OLIVEIRA, 2001).

$$P_l(n) = \sum_m T(n, m) P_{l-1}(m) \quad (11)$$

e interpretar  $T(n, m)$  como elemento de uma matriz  $T$ . Ela deve possuir as seguintes propriedades:

$$T(n, m) \geq 0, \quad (12)$$

pois  $T(n, m)$  é uma probabilidade (condicional) e

$$\sum_n T(n, m) = 1, \quad (13)$$

pois ela deve estar normalizada. Ou seja, os elementos da matriz  $T$  devem ser não negativos e a soma dos elementos de uma coluna qualquer deve ser igual a unidade. Note que a soma é feita sobre a primeira variável, que denota o índice de linha da matriz. Qualquer matriz quadrada que possua essas duas propriedades é chamada de matriz estocástica, (TOMÉ; OLIVEIRA, 2001).

Se definirmos a matriz  $P_l$  como a matriz coluna cujos elementos são  $P_l(n)$ , então a equação (12) pode ser escrita na forma de um produto de matrizes, isto é,

$$P_l = T P_{l-1}. \quad (14)$$

Dessa forma, dada a matriz coluna inicial  $P_0$ , obtemos  $P_l$  através de

$$P_l = T^l P_0, \quad (15)$$

e o problema de determinar  $P_l(n)$  se reduz ao cálculo da  $l$ -ésima potência da matriz estocástica  $T$ . Essa equação pode ser escrita na forma

$$P_l(n) = \sum_m T^l(n, m) P_0(m), \quad (16)$$

onde o elemento de matriz  $T^l(n, m)$  é interpretado como a probabilidade de transição do estado  $m$  para o estado  $n$  em  $l$  passos, (TOMÉ; OLIVEIRA, 2001).

Cadeia de Markov 2x2

Considere a matriz estocástica  $2 \times 2$  expressa por

$$T = \begin{bmatrix} p_{AA} & p_{BA} \\ p_{AB} & p_{BB} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Dada uma probabilidade inicial

$$P_0 = \begin{bmatrix} p_A^o \\ p_B^o \end{bmatrix}, \quad (18)$$

podemos empregar  $P_t = T^t P_0$  para obter (TOMÉ; OLIVEIRA, 2001)

$$\begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{p_{BA} + p_{AB}} \begin{bmatrix} p_{BA} \\ p_{AB} \end{bmatrix} + \frac{(1 - p_{BA} - p_{AB})^t}{p_{BA} + p_{AB}} \begin{bmatrix} p_{AB}p_A^o - p_{BA}p_B^o \\ -p_{AB}p_A^o + p_{BA}p_B^o \end{bmatrix}. \quad (19)$$

ou explicitamente

$$\begin{cases} P_1(t) = \frac{p_{BA}}{p_{BA} + p_{AB}} + \frac{(1 - p_{BA} - p_{AB})^t}{p_{BA} + p_{AB}} (p_{AB}p_A^o - p_{BA}p_B^o) \\ P_2(t) = \frac{p_{AB}}{p_{BA} + p_{AB}} + \frac{(1 - p_{BA} - p_{AB})^t}{p_{BA} + p_{AB}} (-p_{AB}p_A^o + p_{BA}p_B^o) \end{cases} \quad (20)$$

Se  $p_{BA} + p_{AB} \neq 0$ , então, no limite  $t \rightarrow \infty$ ,  $P_t$  se aproxima de uma distribuição de probabilidade estacionária independentemente da condição inicial, (TOMÉ; OLIVEIRA, 2001).

## 2.3 CADEIAS DE MARKOV: UM EXEMPLO COM IMPLEMENTAÇÃO EM PYTHON

Nesta seção vamos exemplificar uma aplicação de cadeias de markov na engenharia de produção.

Gestão de Risco com Cadeia de Markov

Na Engenharia de Produção, é fundamental compreender e modelar cenários e suas probabilidades de transição para garantir a eficiência operacional e a tomada de decisões adequadas em relação à gestão de risco. A teoria de cadeias de Markov, fornece uma metodologia para avaliar a exposição ao risco da empresa ao longo do tempo.

Exemplo:

Considere que um novo gestor de uma empresa assume o cargo e recebe um levantamento de que essa empresa pode operar em 2 cenários distintos, denominados A e B, cada exposto

ao Risco A e Risco B, respectivamente. Devido a diversas restrições de orçamentos e logística sabe-se que:

1. No presente momento sabe-se que 40% das ocorrências de risco estão associadas ao cenário A e 60% estão associadas ao cenário B.
2. Se em um ano a empresa operou no cenário A, a probabilidade de manter-se no cenário A no ano seguinte é de 90%, enquanto a probabilidade de migrar para o cenário B é de 10%.
3. Se em um ano a empresa operou no cenário B, a probabilidade de permanecer no cenário B no ano seguinte é de 30%, enquanto a probabilidade de migrar para o cenário A é de 70%.

O atual gestor deseja saber qual é a previsão de riscos para os próximos anos da empresa.

### Solução

Do enunciado notamos que:

- a condição inicial fornecida é  $p_A(0) = 0.4$  e  $p_B(0) = 0.6$
- A matriz de transição é

$$T = \begin{bmatrix} p_{A \rightarrow A} & p_{B \rightarrow A} \\ p_{A \rightarrow B} & p_{B \rightarrow B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{AA} & p_{BA} \\ p_{AB} & p_{BB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.7 \\ 0.1 & 0.3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Com essas informações podemos usar a equação de evolução temporal de uma cadeia de Markov 2x2

$$\begin{bmatrix} p_A(t+1) \\ p_B(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{AA} & p_{BA} \\ p_{AB} & p_{BB} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_A(t) \\ p_B(t) \end{bmatrix} \quad (22)$$

Realizando o cálculo matricial da equação (23) temos

$$\begin{cases} p_A(t+1) = p_A(t)p_{AA} + p_B(t)p_{BA} \\ p_B(t+1) = p_A(t)p_{AB} + p_B(t)p_{BB} \end{cases} \quad (23)$$

Na figura 1 ilustramos como obter com Python  $\{p_A(1), p_B(1)\}$  dado  $\{p_A(0), p_B(0)\}$ . O resultado é mostrado na figura 2.

Figura 1 – Implementação em Python - Análise da primeira iteração da cadeia de Markov 2x2

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline

# Definição da matriz de transição
matriz_transicao = np.array([[0.9, 0.3], [0.1, 0.7]])

# Definindo a matriz de probabilidade no instante pA e pB
vetor_prob0 = np.array([[0.4], [0.6]])

vetor_prob1 = np.dot(matriz_transicao, vetor_prob0)

# Preparando os dados para o gráfico
estados = ['A', 'B',]

# Plotando o gráfico de barras com dois subplots
fig, axs = plt.subplots(1, 2, figsize=(10, 2))

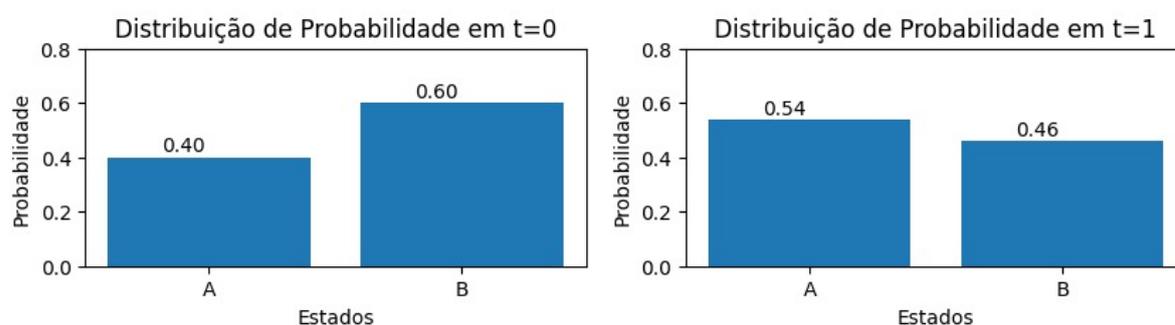
# Plotando o gráfico de barras no primeiro subplot
axs[0].bar(estados, vetor_prob0.flatten() )
axs[0].set_xlabel('Estados')
axs[0].set_ylabel('Probabilidade')
axs[0].set_title('Distribuição de Probabilidade em t=0')

# Plotando o gráfico de barras no segundo subplot
axs[1].bar(estados, vetor_prob1.flatten() )
axs[1].set_xlabel('Estados')
axs[1].set_ylabel('Probabilidade')
axs[1].set_title('Distribuição de Probabilidade em t=1')

```

Fonte: Autor.

Figura 2 – Diagrama de barras oriundo da condição inicial da cadeia de Markov 2x2.



Fonte: Autor.

Na figura 3 mostramos como implementar em python uma cadeia de Markov 2x2 que em nosso caso fornece a distribuição de probabilidade de exposição ao risco no decorrer do tempo.

Figura 3 – Implementação em Python - função para obter a evolução temporal da cadeia de Markov 2x2

```
def markov_2x2_solucao_numerica(tmax,pa_t0,paa,pbb):
    vpa_num = np.zeros(tmax)
    vpb_num = np.zeros(tmax)

    vpa_num[0] = pa_t0
    vpb_num[0] = 1 - vpa_num[0]

    pab = 1-paa
    pba = 1-pbb

    for l in np.arange(0,tmax-1,1):
        vpa_num[l+1] = vpa_num[l]*paa + vpb_num[l]*pba
        vpb_num[l+1] = vpa_num[l]*pab + vpb_num[l]*pbb

    return vt, vpa_num, vpb_num
```

Fonte: Autor.

Por sua vez, na figura 4 mostramos como implementar uma função em python para obter a solução analítica de uma cadeia de Markov 2x2 usando como base a equação 20.

Figura 4 – Análise de  $t$  interações da cadeia de Markov 2x2 - Solução Analítica

```
def markov_2x2_solucao_analitica(tmax,pa_t0,paa,pbb):

    vt = np.arange(tmax)
    q = 1-pbb
    b = 1-paa
    pb_t0 = 1-pa_t0

    vpa_analit = (q / (q + b)) + ((1 - q - b)**vt / (q + b)) * ( b * pa_t0 - q * pb_t0)
    vpb_analit = (b / (q + b)) + ((1 - q - b)**vt / (q + b)) * (-b * pa_t0 + q * pb_t0)

    return vt, vpa_analit, vpb_analit
```

Fonte: Autor.

O código da figura 5 implementa uma comparação dos resultados provenientes das soluções analíticas e numéricas ao longo do tempo.

Figura 5 – Solução Numérica- Solução Analítica

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Parâmetros e condição inicial
tmax = 10
paa = 0.9 # Probabilidade de A permanecer em A
pbb = 0.7 # Probabilidade de B permanecer em B
pa_t0 = 0.1 # Proporção inicial de A

plt.figure(figsize=(16, 8))

vt, vpa_num, vpb_num = markov_2x2_solucao_numerica(tmax,pa_t0,paa,pbb)
plt.plot( vt, vpa_num, 'o', label='$p_a[t]$: Solução Numérica', color='blue')
plt.plot( vt, vpb_num, 'o', label='$p_b[t]$: Solução Numérica', color='red')

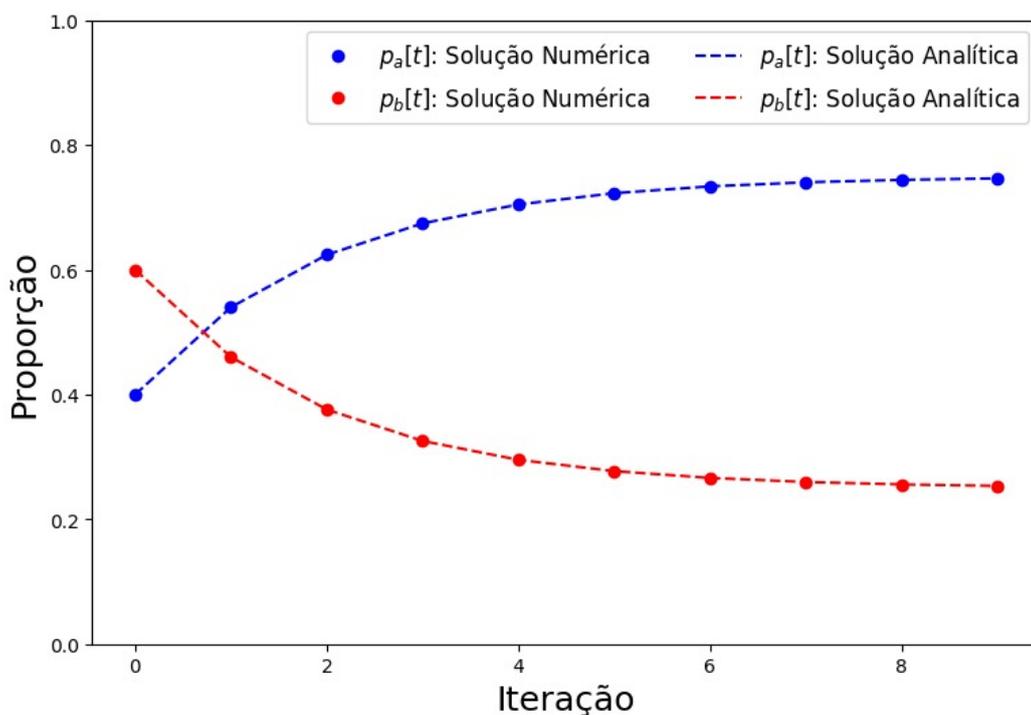
vt, vpa_analit,vpb_analit = markov_2x2_solucao_analitica(tmax,pa_t0,paa,pbb)
plt.plot( vt, vpa_analit, '--', label='$p_a[t]$: Solução Analítica', color='blue')
plt.plot( vt, vpb_analit, '--', label='$p_b[t]$: Solução Analítica', color='red')

plt.xlabel('Iteração', fontsize=18)
plt.ylabel('Proporção', fontsize=18)
plt.ylim(0,1)
plt.legend( fontsize=18, ncol=2)

```

Fonte: Autor.

Figura 6 – Comparação entre a solução numérica e solução analítica



Fonte: Autor.

A figura 6 apresenta uma análise comparativa entre a solução numérica e a solução analítica da cadeia de Markov 2x2 do presente problema associado a dinâmica da distribuição

de probabilidade da exposição aos Riscos A e B ao longo do tempo. Primeiramente, notamos que a solução numérica está de acordo com a solução analítica, equação 20. Vemos também que o resultado oferece uma perspectiva visual da evolução dos riscos A e B, o que pode auxiliar um gestor a compreender as possíveis tendências futuras no ambiente operacional de sua empresa. Por sua vez, essa abordagem pode auxiliar na formulação de estratégias de mitigação de riscos, aprimorando a capacidade de planejamento e adaptabilidade da empresa.

Este problema e sua solução ilustram de maneira didática o uso de cadeias de Markov. Além disso, menciona-se que em termos de ensino de Probabilidades e Estatísticas o exemplo acima proporciona aos estudantes uma oportunidade de aplicar conceitos teóricos em um contexto prático. A comparação entre a solução numérica e analítica também destaca diferentes abordagens de resolução de problemas.

### 3 REVISÃO SISTEMÁTICA - PARTE I: INTERNACIONAL

Neste capítulo, direcionamos nossa atenção ao cenário internacional, com o propósito de mapear tendências globais na aplicação de cadeias de Markov no âmbito da engenharia de produção.

#### 3.1 METODOLOGIA

Adotou-se como critério de inclusão trabalhos acadêmicos diretamente relacionados à engenharia de produção, ao mesmo tempo em que excluímos trabalhos de outras áreas. Ao longo da revisão da literatura, identificamos a presença de outros termos relevantes e diretamente associados à engenharia de produção. Dessa forma, expandimos nosso escopo de busca para abranger essas variações, a fim de capturar toda a diversidade de trabalhos pertinentes à nossa análise.

Por exemplo, durante o processo de mapeamento dos trabalhos acadêmicos identificamos que existem outros termos de busca amplamente associados a engenharia de produção, sendo realizada a pesquisa também com as palavras-chaves: engenharia industrial e engenharia de manufatura. A análise desses termos alternativos contribuiu para uma visão mais abrangente e precisa do panorama atual da pesquisa internacional na área deste TCC. O apêndice A apresenta os detalhes específicos das buscas conduzidas nas bases de dados SCOPUS e Web of Science. Nesse momento da pesquisa foi utilizado o software VOSviewer, que consiste em uma ferramenta de visualização e análise de redes de termos e coocorrência, projetada para ajudar na visualização de padrões em grandes conjuntos de dados bibliométricos e científicos. O VOSviewer é especialmente útil para explorar e representar visualmente a estrutura de campos de pesquisa, redes de coautoria, tendências em palavras-chave e outras relações em conjuntos de dados textuais (ECK; WALTMAN, 2010). Agrupamos nossa pesquisa realizada na base de dados Scopus em clusters, facilitando a identificação de temas ou tópicos específicos dentro do conjunto dos dados. O resultado se encontra em nossa figura 12.

O Python é uma linguagem de altíssimo nível orientada a objeto, de tipagem dinâmica e forte, interpretada e interativa. A linguagem inclui diversas estruturas de alto nível (listas, dicionários, data/hora, complexos e outras) e uma vasta coleção de módulos prontos para uso, além de frameworks de terceiros que podem ser adicionados. Com isso é possível compilar aplicações em uma plataforma e roda em outros sistemas ou executar direto do código-fonte (BORGES, 2014). Utilizamos o Google Colab, também conhecido como Colaboratory, uma

plataforma de nuvem oferecida pelo Google que permite aos usuários escrever e executar código Python, sem a necessidade de instalação, para desenvolver o gráficos da figura 11 com os dados da Scopus e o gráfico de pizza da figura 13 com os dados oriundos das bases de dados WoS, onde realizamos nossa pesquisa.

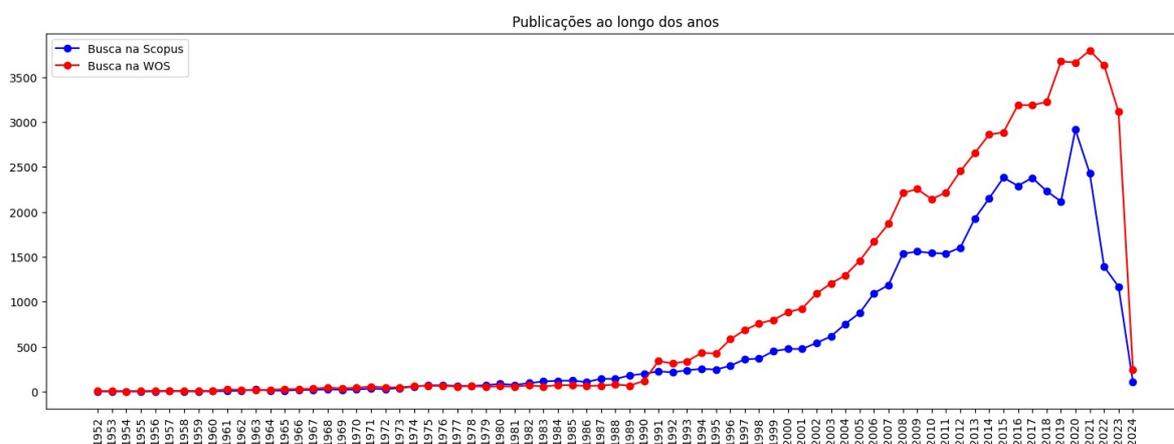
## 3.2 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As aplicações das cadeias de Markov apresentaram um crescimento significativo ao longo dos anos, contribuindo na resolução de problemas existentes nas áreas das engenharias, sobretudo na engenharia de produção, solucionando e prevenindo problemas que apresentam um maior grau de complexidade. A previsão de cenários futuros, visualização de variações dos resultados esperados e controle das mudanças são contribuições que empresas dos setores industriais, comerciais e logísticos podem adquirir com o uso dessa ferramenta, se adequando às variabilidades em toda a cadeia produtiva.

O termo de busca (Markov and Chains) na base de dados Scopus apresenta mais de 40 mil resultados entre os anos de 1948 a 2023. É válido realizarmos uma análise do contexto histórico, sobretudo a partir da década de 40, marcada pelo fim da segunda guerra mundial, para analisarmos as aplicações das Cadeias de Markov na engenharia de produção pois se trata das primeiras aplicações em nosso gráfico da figura 7. A Pesquisa Operacional (PO), uma das áreas da engenharia de produção segundo a ABEPRO, teve suas raízes no esforço de resolver problemas complexos, otimizar processos militares e tomar decisões eficazes durante a Segunda Guerra Mundial. Ainda nesse período houve a consolidação dos princípios da produção em massa, introduzidos por Henry Ford (HILLIER; LIEBERMAN, 2013). O modelo de produção em massa e o gerenciamento da cadeia de suprimentos tornaram-se essenciais durante a guerra para atender à demanda de equipamentos militares. Durante a Segunda Guerra Mundial, o estatístico W. Edwards Deming e outros especialistas em qualidade desenvolveram métodos estatísticos para melhorar o controle de qualidade na produção industrial. Essas práticas foram posteriormente fundamentais para o desenvolvimento da gestão da qualidade (DEMING, 1991). A teoria das filas, que é essencial para o gerenciamento eficiente de sistemas com espera, foi desenvolvida durante os anos 1940. Esse conceito se tornou crucial para a otimização de processos e operações. Esse marco reflete a adaptação da engenharia de produção às necessidades urgentes da Segunda Guerra Mundial, impulsionando avanços significativos na eficiência, controle de qualidade e gerenciamento de processos produtivos e logísticos.

Podemos notar em nosso gráfico a continuação do crescimento entre os anos 1980 e 2000, período em que a engenharia de produção continuou a evoluir, apresentando novas abordagens nos processos industriais e na gestão da qualidade. Nesse período houve uma expansão significativa nas tecnologias de automação e controle computacional, se tornando mais complexos a gestão e controle dos processos. Podemos destacar também o Just-In-Time e sua extensão o Lean Manufacturing, que abordam a minimização de estoques, redução de desperdícios e melhoria contínua (DEMING, 1991). Em suma, notamos um considerável aumento das abordagens das cadeias de Markov a partir dos anos 2000. Nesse período vivenciamos a era da indústria 4.0 e a digitalização da manufatura. Tecnologias abordadas como automação avançada, internet das coisas (IoT), computação em nuvem e inteligência artificial, transformaram a maneira como as operações de produção são gerenciadas, sobretudo na otimização de processos que demandam a coleta e análise de grandes volumes de dados, previsão de demanda, manutenção preditiva e tomada de decisões, reduzindo resíduos utilizando recursos de forma eficiente e implementando práticas sustentáveis impactando positivamente a engenharia de produção. Todavia, a base de dados Scopus tem seu pico no ano de 2020 e a WOS no ano de 2021. Após esse período é notório um decaimento na quantidade dos documentos publicados em ambas as bases de dados. Uma hipótese possível para a diminuição no número de publicações refere-se a ocorrência do período pandêmico, porém um estudo detalhado sobre essa hipótese fica como sugestão de trabalho futuro. Os documentos que abordam as cadeias de Markov na base de dados Scopus e WOS estão no gráfico da figura 7 a seguir.

Figura 7 – Publicações oriundas da busca Cadeias de Markov na base de dados Scopus e Web of Science. Busca realizada no dia 27/02/2024.



Fonte: Autor.



precedem o chão de fábrica, manutenção preventiva, controle de processos e controle estatístico de processos são etapas que acontecem no momento da produção e colaboram para o controle da variabilidade dos produtos fabricados e redes de fornecimento que podemos destacar como sendo a etapa final do ciclo produtivo. A inclusão de termos como teoria das filas, alocação de recursos, pesquisa operacional, otimização e produção na hora indica uma ênfase na eficiência e no gerenciamento de recursos.

- Cluster 2 (verde):
  - Elementos: Redes bayesianas, previsão, cadeia de Markov, Monte Carlo, Engenharia de petróleo, indústria petrolífera, engenharia de reservatório de petróleo, avaliação de reservatório de petróleo, distribuições posteriores, função densidade de probabilidade, previsão de produção, previsões de produção, Engenharia de Reservatório, gerenciamento de reservatório, análise de incerteza, quantificações de incerteza.
  - Discussão: Este cluster trás várias aplicações na industria petrolífera, abordando conceitos e ferramentas da engenharia de produção. A utilização de modelos probabilísticos como redes bayesianas, Monte Carlo, previsão de produção e análise de incertezas estão fortemente associadas a engenharia de produção, sobretudo no setor petrolífero.
- Cluster 3 (azul):
  - Elementos: Algoritmo, simulação de computador, cadeia de Markov, produção de óleo, predição, probabilidade, procedimentos, processos aleatórios, modelos estocásticos, processos estocásticos, sistemas estocásticos.
  - Discussão: Este cluster foca na gestão de processos produtivos abordando os aspectos e ferramentas computacionais em modelos que podem ser determinísticos ou estocásticos. A utilização de algoritmos e simulações para entender e modelar processos de produção de óleo evidencia nossas afirmações e nos mostram a modernização de métodos de gerenciamento de processos. A ênfase em procedimentos e processos aleatórios destaca a natureza estocástica desses sistemas.
- Cluster 4 (amarelo):
  - Elementos: Análise bayesiana, modelos de cadeia de Markov, modelo numérico, produção de poço de petróleo offshore, análise de risco, avaliação de risco, Engenharia segurança, simulação.

- Discussão: Este cluster está relacionado à gestão, análise e avaliação de riscos associados a produção de poços de petróleo offshore. A inclusão de métodos probabilísticos como análise bayesiana e modelos numéricos, destacam uma abordagem mais quantitativa e inovadora na gestão de riscos e segurança na engenharia.
- Cluster 5 (roxo):
  - Elementos: Automação, cadeias, cadeia de Markov de tempo contínuo, análises falhas, Engenharia Industrial, fabricar, processo de manufatura, processo de produção, confiabilidade, Engenharia de sistemas.
  - Discussão: Este cluster envolve tópicos interessantes do processo produtivo. Retrata a evolução da forma de produção como a implementação de automação e engenharia de sistemas como inovação dos sistemas produtivos. A presença de termos como análises de falhas e confiabilidade destaca a importância da integridade e utilização de sistemas modernos e autônomos na engenharia industrial, com foco em processos de fabricação e manufatura.

## ANÁLISE COM AS ÁREAS DA ABEPRO

A Associação Brasileira de Engenharia de Produção (ABEPRO) estabelece 10 áreas fundamentais que orientam a Engenharia de Produção em diversos contextos, como Graduação, Pós-Graduação, Pesquisa e Atividades Profissionais (<<https://portal.abepro.org.br/profissao/>>):

1. Engenharia de Operações e Processos da Produção
2. Cadeia de Suprimentos
3. Pesquisa Operacional
4. Engenharia da Qualidade - Controle de Qualidade
5. Engenharia do Produto
6. Engenharia Organizacional
7. Engenharia Econômica
8. Engenharia do Trabalho
9. Engenharia da Sustentabilidade
10. Educação em Engenharia de Produção

Assim, convém fazer uma análise dos clusters considerando as áreas da engenharia de produção segundo a ABEPRO. O **Cluster 1** se destacou por enfatizar aspectos operacionais e de gestão da produção, abordando otimização, planejamento e controle estatístico de processos, alinhando-se principalmente à área de Engenharia de Operações e Processos da Produção e Cadeia de Suprimentos. O **Cluster 2** está fortemente associado à indústria do petróleo, explorando temas como previsão de produção, análise de risco e gestão de reservatórios, com destaque para métodos estatísticos e modelos como Monte Carlo, ressaltando a importância da incerteza nas decisões, estando em consonância com a área de Cadeia de Suprimentos. O **Cluster 3** concentra-se em aspectos computacionais e estocásticos, utilizando algoritmos e simulações para modelar processos de produção de óleo, com ênfase na natureza estocástica desses sistemas, estando ligado principalmente à área de Pesquisa Operacional. O **Cluster 4** foca na análise e avaliação de riscos na produção de poços de petróleo offshore, adotando uma abordagem quantitativa na gestão de riscos e segurança, associando-se principalmente à área de Engenharia da Qualidade. Por fim, o **Cluster 5** aborda temas como automação, confiabilidade e Engenharia Industrial, destacando a importância da integridade do sistema em processos de fabricação e manufatura, com ênfase em análises de falhas e confiabilidade, relacionando-se principalmente à área de Engenharia de Operações e Processos da Produção e Engenharia da Qualidade. Essas descobertas proporcionam uma compreensão abrangente das aplicações das cadeias de Markov na engenharia de produção, fornecendo insights valiosos para pesquisadores e profissionais do setor.

## ANÁLISE TEMÁTICA

Nesta seção detalhamos a análise da distribuição de frequência relativa de ocorrência de macrotópicos das aplicações das cadeias de Markov na engenharia de produção. Os resultados mostram que 3 macrotópicos principais destacam-se em termos de aplicabilidade dessa ferramenta na engenharia de produção.

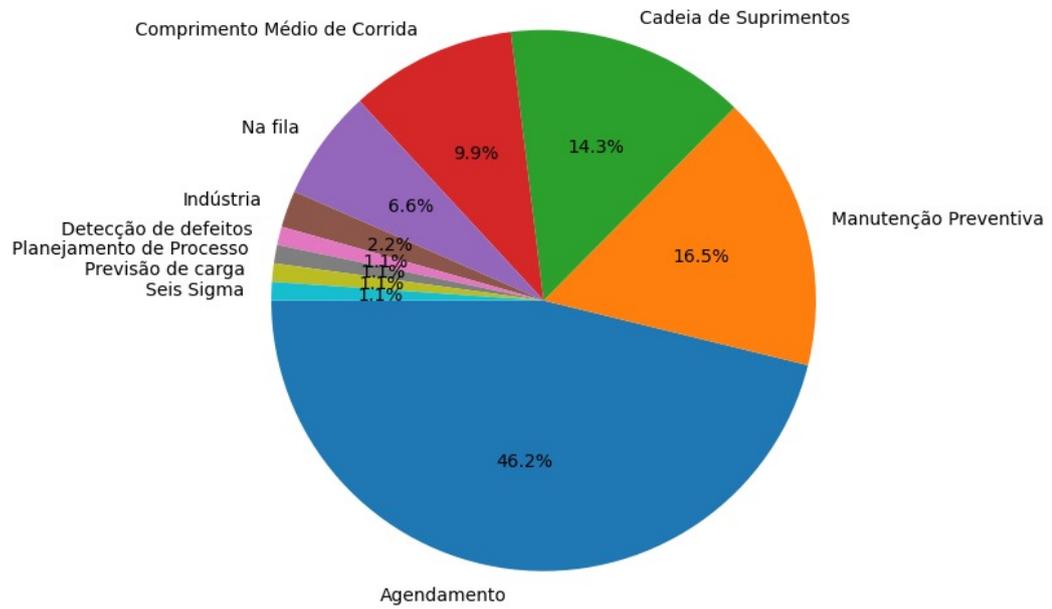
Primeiro, a Pesquisa Operacional e Ciência da Administração, com uma representação significativa de 50,9%, emerge como uma área onde as cadeias de Markov desempenham um papel substancial. Sua aplicação nesse contexto sugere a eficácia desses modelos na otimização de processos operacionais e tomada de decisões administrativas. A segunda categoria proeminente é a Engenharia Industrial, com uma participação de 50,9%. Esse achado ressalta a importância das cadeias de Markov na análise e aprimoramento de sistemas industriais, indicando sua aplicação

em processos relacionados à eficiência e organização industrial. Além disso, a Engenharia de Manufatura, com uma representação de 39,09%, surge como uma área onde as cadeias de Markov encontram aplicação relevante, sugerindo seu papel na otimização de processos de fabricação.

Explorando mais detalhadamente dentro dos macrotópicos, observamos microtópicos específicos que apresentam maior relevância de aplicação. Agendamento, com uma representação significativa de 46,2%, destaca-se como uma área-chave onde as cadeias de Markov são extensivamente aplicadas. Isso sugere que esses modelos desempenham papel fundamental no contexto da engenharia de produção nas áreas de processo de planejamento e organização temporal das atividades e operações em um sistema de produção, alocação de recursos, tempo e espaço de maneira eficiente, buscando otimizar o desempenho e atender aos objetivos da produção. O agendamento é uma parte crucial do gerenciamento da produção e está relacionado a vários elementos, incluindo máquinas, mão de obra, estoques e outros recursos. Manutenção Preventiva, com uma representação de 16,5%, surge como outro microtópico relevante. Isso indica que as cadeias de Markov são amplamente empregadas na gestão preditiva de manutenção, contribuindo para a maximização da vida útil dos equipamentos, minimização de falhas e disponibilidade dos recursos no chão de fábrica, de forma que a linha de produção atinja a demanda com eficiência. A Cadeia de Suprimentos, representando 14,3%, destaca-se como uma área onde as cadeias de Markov encontram aplicação, pois se tratam de atividades com um alto grau de variáveis, tornando complexo a modelagem de sistemas logísticos. A aplicação dessa ferramenta mostra sua eficácia na modelagem e otimização de processos logísticos mais complexos. Além disso, observamos que a Duração Média da Corrida-ARL, com 9,9%, e as Filas, com 6,6%, são microtópicos adicionais com relevância considerável. Esses resultados indicam que as cadeias de Markov desempenham um papel crucial na análise da durabilidade de sistemas e na gestão eficiente de filas, áreas críticas em diversos contextos de engenharia de produção, modelando com eficácia processos estocásticos.

Em síntese, essa análise detalhada dos macrotópicos e microtópicos relevantes evidencia a amplitude de aplicação e a importância das cadeias de Markov em várias facetas da engenharia de produção.

Figura 9 – Áreas com aplicações das Cadeias de Markov a nível internacional. Gráfico de pizza produzido com dados oriundos da WoS.



Fonte: Autor.

## 4 REVISÃO SISTEMÁTICA - PARTE II: NACIONAL

Neste capítulo, concentramos nossa análise no contexto brasileiro, com o objetivo de mapear tendências nacionais na aplicação das cadeias de Markov no campo da engenharia de produção.

### 4.1 METODOLOGIA

Adotamos como critério de inclusão os trabalhos desenvolvidos em território nacional que apresentaram alguma aplicação das cadeias de Markov no contexto da engenharia de produção, sendo excluídos os demais estudos.

Ao se concentrar em estudos nacionais, este capítulo visa fornecer insights mais tangíveis sobre como as cadeias de Markov são aplicadas em situações específicas enfrentadas por profissionais e pesquisadores da engenharia de produção no Brasil. Os artigos selecionados para análise estão descritos nos quadros 1, 2 e 3 e estão etiquetados por Ax sendo x um número. No Apêndice B encontram-se os detalhes da nossa busca. Em linhas gerais, no início da pesquisa, utilizamos os termos de busca na base de dados Scopus e encontramos 130 resultados. Após filtrar por território (Brasil), restaram 4 artigos para análise bibliométrica (A1, A3, A13 e A14). Na base Web of Science, encontramos um resultado para os mesmos critérios de busca. Na SciELO-Brasil, com o termo "Cadeia de Markov" e filtro Brasil, obtivemos 47 resultados, dos quais escolhemos 5 artigos para revisão bibliométrica (A2, A4, A5, A6 e A7). No Google Acadêmico, usando termos-chave específicos, encontramos inicialmente 201 resultados, mas apenas 21 (A8, A9, A10, A11, A12, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A29 e A30) permaneceram após o processo de filtragem referente a produção deste TCC. Destaque para o A10, que sugere a consideração de rejeitos e retrabalhos no cálculo da capacidade produtiva real e oferece uma continuidade de pesquisa. Por fim, utilizamos os termos de busca "Cadeia de Markov", "Engenharia de Produção" e "Aplicações" na base de dados Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD encontrando 18 resultados, dos quais separamos 4 trabalhos (A31, A32, A33 e A34). Explorando temas como planejamento, cadeia de suprimentos, filas, controle de qualidade e manutenção identificamos um total de 34 trabalhos para análise bibliométrica nacional.

A partir dos quadros 1, 2 e 3 foi possível identificar as áreas de atuação que estão sendo mais utilizadas no contexto da engenharia de produção. Por fim uma visão geral dos resultados sobre área de aplicação das cadeias de Markov no contexto nacional é apresentada na figura 15

ao final do capítulo.

## 4.2 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os trabalhos selecionados para análise bibliométrica descritos nos quadros 1, 2 e 3 estão descritos segundo a referência e o tipo de documento, sendo (A) para artigos, (G) para trabalhos de conclusão de curso, (M) dissertações de mestrado e (D) teses de doutorado.

Quadro 1 – Artigos selecionados para análise bibliométrica. R: Referência, T: tipo de documento.

Título do artigo	Autores	R/T
An alternative model for on-line quality monitoring for variables (HO et al., 2007)	Borges, Wagner; de Medeiros, Pledson Guedes; Lee Ho, Linda	A1 A
Modelagem da gestão de estoques de peças de reposição através de cadeias de Markov (GOMES; WANKE, 2008)	Antonio Vinicius Pimpão Gomes; Peter Wanke	A2 A
Effects of the preventive and corrective adjustments in economical designs for online process control for attributes with misclassification errors (QUININO; HO, 2010)	Quinino, Roberto C; Lee Ho, Linda	A3 A
Monitoramento da média de processos que oscila através de um gráfico de controle np (HO; COSTA, 2011)	Linda Lee Ho; Antonio Fernando Branco Costa	A4 A
Determinação da capacidade real necessária de um processo produtivo utilizando cadeia de Markov (STAUDT et al., 2011)	Francielly Hedler Staudt; Antonio Sérgio Coelho; Mirian Buss Gonçalves	A5 A
Controle on-line da taxa média de defeitos por item produzido numa produção finita (TEIXEIRA et al., 2014)	Carla Simone de Lima Teixeira; Pledson Guedes de Medeiros; Linda Lee Ho	A6 A
O efeito da autocorrelação no planejamento das cartas de controle de $\bar{x}$ e EWMA (LEONI et al., 2013)	Roberto Campos Leoni; Antônio Fernando Branco Costa; Marcela Aparecida Guerreiro Machado	A7 A
Planejamento econômico de Controle online por atributo em presença de erros de classificação (BESSEGATO et al., 2014)	Lupércio França Bessegato; Roberto da Costa Quinino; Augusto dos Reis Pereira	A8 A
Otimização de cadeia de suprimentos de petróleo sob incerteza e avaliação de risco (OLIVEIRA et al., 2014)	Marcelo Maia F. de Oliveira; Laura S. Bahiense; Virgílio J. M. Ferreira Filho	A9 A
Cálculo e análise da capacidade produtiva utilizando o processo de Markov: estudo de caso de uma empresa têxtil (MILNITZ et al., 2016)	Diego Milnitz; Monica Maria Mendes Luna; Antonio Sergio Coelho	A10 A

Fonte: Autor.

Quadro 2 – Artigos selecionados para análise bibliométrica. R: Referência, T: tipo de documento.

Título do artigo	Autores	R/T
Planejamento da cadeia de suprimento na indústria de petróleo: uma nova abordagem utilizando processo de decisão de Markov (CHAGAS, 2017)	Daniela Lopes Chagas	A11 M
Uma análise usando teoria de filas do problema de carregamento de pedidos no porto para abastecimento de unidades marítimas de exploração e produção de petróleo (MUAUALO, 2017)	Miranda Albino Martins Muaualo	A12 D
Operational safety risk assessment in offshore oil wells (JACULLI et al., 2019)	Jaculli, Marcelo; Colombo, Danilo; Mendes, José Ricardo; Marculino, Cínara; dos Costa, Beethoven	A13 A
Extreme value estimation of mooring lines top tension (SIMÃO et al., 2019)	Simão, Marina Leivas; Oliveira, Mauro Costa; Videiro, Paulo Mauricio; Sagrilo, Luís Volnei Sudati	A14 A
Implantação de processo BPM - Business Process Management em uma empresa prestadora de serviços (SOUZA et al., 2019)	Souza, Larissa Ane Hora de	A15 G
Estudo de previsão da demanda através da Cadeia de Markov: Proposta de aplicação em uma empresa de papel e celulose (RODRIGUES et al., 2017)	Rafael Denis de Lima Rodrigues, Eduardo Guy Perpétuo Bock, José Carlos Jacintho, Sergio Luiz Kyrillos, Rinal João do Nascimento	A16 A
Aplicação de um modelo de teoria das filas em um restaurante universitário: estudo do tempo de atendimento (SOARES, 2016)	Soares, Matheus dos Santos	A17 G
Cartas adaptativas de controle: desenvolvimento de metodologia para implementação em processos de manufatura (MICHEL, 2001)	Renato Michel	A18 M
Modelo para previsão de itens sobressalentes baseado em confiabilidade industrial: estudo desenvolvido em uma do setor petrolífero (CAVALCANTE, 2015)	Danilo Gonçalves Cavalcante	A19 M
Proposição de método baseado em simulação para avaliação de capacidade e planejamento de expansão portuária (TRISKA et al., 2020)	Yuri Triska	A20 M
Controle on-line por atributos para o número de não-conformidades no item inspecionado com base em uma sequência de inspeção (ROCHA, 2010)	Rocha, Andre Luiz Sena da	A21 M
Contribuições para o controle on-line de processos por atributos (TRINDADE, 2008)	Anderson Laécio Galindo Trindade	A22 D

Fonte: Autor.

Quadro 3 – Artigos selecionados para análise bibliométrica. R: Referência, T: tipo de documento.

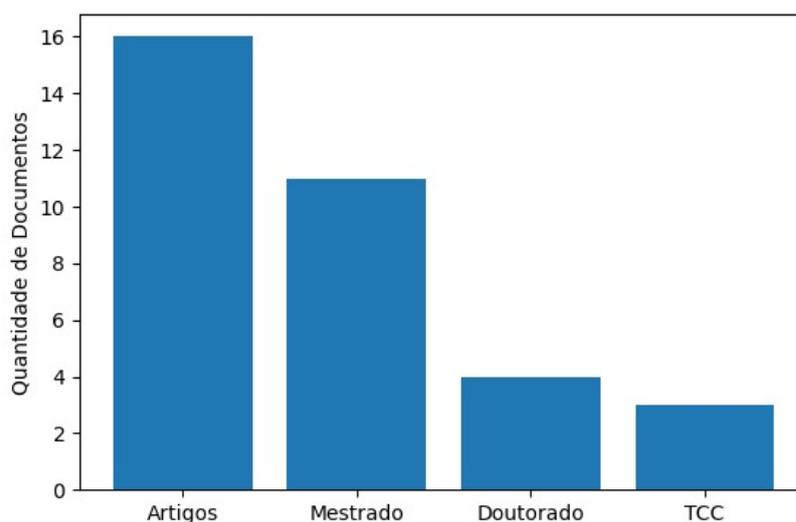
Título do artigo	Autores	R/T
Aplicações do processo de quase nascimento e morte em sistemas de produção (SALES; MORALES, 2011)	Marcus Vinicius da Silva Sales, Gudelia Morales	A23 A
Abordagem heurística do método bootstrapping para a previsão de demanda de itens sobressalentes: aplicação na indústria mineral (AFFONSO et al., 2019)	Tássia Bolotari Affonso	A24 M
Problema de estoque e roteirização: um modelo com demanda determinística e estocástica (BELFIORE et al., 2005)	Patrícia Prado Belfiore, Oswaldo Luiz do Valle Costa, Luiz Paulo Lopes Fávero	A25 A
Modelo de estoque para peças de reposição sujeitas à demanda intermitente e lead time estocástico (SILVA, 2009)	Gerson Luis Caetano da Silva	A26 M
Decisões de políticas de manutenção com buffer e inspeção de qualidade para um sistema de produção tipo fila (COSTA, 2017)	Daiane De Oliveira Costa	A27 M
Modelo para o apoio à decisão multicritério para o planejamento da manutenção preventiva no setor elétrico (FIGUEIREDO, 2009)	Fernanda Alves Figueiredo	A28 G
Análise da evasão de discentes do curso de engenharia de produção de uma instituição de ensino superior utilizando Cadeia de Markov (SANTOS et al., 2018)	Ewerton Andrade dos Santos, Alice Kazumi Shigetomo Ishii, Lucas Mendes da Costa, Michele Mendes da Dias, Yvelyne Bianca Iunes Santos	A29 A
Modelo baseado na cadeia de Markov para estimar o comportamento futuro dos fatores potencializadores da evasão escolar (SILVA, 2016)	Karen Michella Ribeiro da Silva	A30 M
Um modelo markoviano-bayesiano de inteligência artificial para avaliação dinâmica do aprendizado: aplicação à logística (ORLANDELI et al., 2005)	Rogério Orlandeli	A31 D
Proposição de um modelo markoviano de apoio ao gerenciamento de riscos à integridade de poços submarinos (COLOMBO, 2018)	Danilo Colombo	A32 M
Modelo De Análise Da Lucratividade Baseado Em Métricas De Confiabilidade De Três Fábricas De Uma Multinacional Do Ramo De Pneumáticos Utilizando Cadeia De Markov (JÚNIOR, 2023)	Daniel Pires Da Luz Júnior	A33 M
Um modelo de simulação de autômatos celulares para avaliação de condições de biodiversidade e resiliência na exploração de florestas naturais (LANZER, 2004)	André Thiago de Souza Lanzer	A34 D

Fonte: Autor.

Ao examinarmos os quadros 1, 2 e 3, é notável a presença de uma amostra diversificada de autores. Contrariamente a uma concentração em poucos pesquisadores, observamos que a autoria dos trabalhos é distribuída entre muitos acadêmicos. Essa diversidade de pesquisadores contribui com insights e provenientes de diferentes perspectivas. Outrossim, essa distribuição

ampla de autoria também reflete a amplitude de distintas aplicações das Cadeias de Markov na Engenharia de Produção. A figura abaixo mostra da quantidade de trabalhos separados para análise bibliométrica de acordo com o tipo.

Figura 10 – Tipo de trabalhos selecionados para análise bibliométrica. Gráfico de barras produzido com dados oriundos dos quadros 1, 2 e 3.



Fonte: Autor.

## CLASSIFICAÇÃO TEMÁTICA

Nesta seção, vamos analisar os artigos relacionados ao uso das Cadeias de Markov na Engenharia de Produção, agrupando-os com base em suas similaridades temáticas.

- Controle de Qualidade e Processos Produtivos: Os artigos A1 (HO et al., 2007), A3 (QUININO; HO, 2010), A4 (HO; COSTA, 2011), A10 (MILNITZ et al., 2016), A21 (ROCHA, 2010) e A22 (TRINDADE, 2008) compartilham uma ênfase significativa no controle de qualidade e nos processos produtivos. Esses estudos abordam temas como monitoramento de qualidade online A1 (HO et al., 2007), ajustes preventivos e corretivos em designs econômicos A3 (QUININO; HO, 2010), monitoramento de médias de processos oscilantes A4 (HO; COSTA, 2011), cálculo e análise da capacidade produtiva A10 (MILNITZ et al., 2016), e controle online por atributos A21 (ROCHA, 2010) e A22 (TRINDADE, 2008).
- Logística e Cadeia de Suprimentos: Uma série de artigos, incluindo A2 (GOMES; WANKE, 2008), A9 (OLIVEIRA et al., 2014), A11 (CHAGAS, 2017), A12 (MUAUALO, 2017), A13 (JACULLI et al., 2019), A17 (SOARES, 2016), A23 (SALES; MORALES, 2011),

A25 (BELFIORE et al., 2005), A26 (SILVA, 2009) e A31 (ORLANDELI et al., 2005), estão centrados em logística e cadeia de suprimentos. Esses estudos variam desde modelagem de gestão de estoques até o planejamento da cadeia de suprimentos na indústria de petróleo, explorando a otimização da cadeia de suprimentos de petróleo, e investigando problemas de roteirização com demanda estocástica.

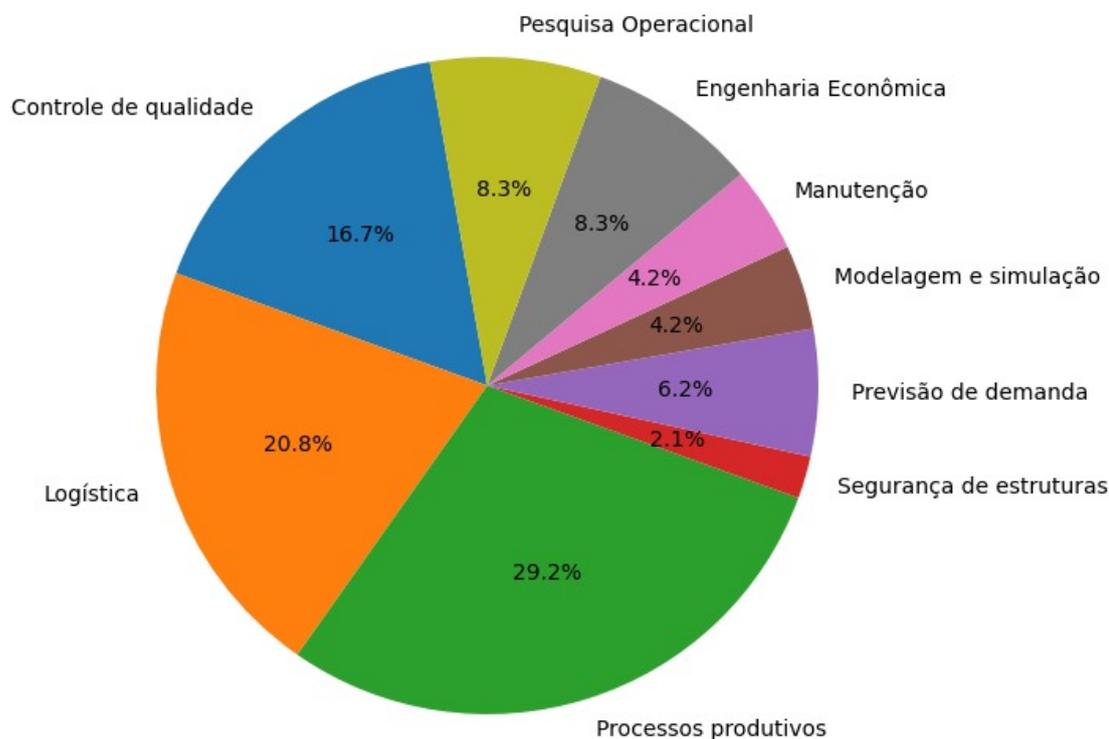
- **Segurança e Manutenção:** Os artigos A14 (SIMÃO et al., 2019), A27 (COSTA, 2017), e A28 (FIGUEIREDO, 2009) têm em comum a aplicação de Cadeias de Markov em contextos relacionados à segurança estrutural e manutenção. Enquanto A14 (SIMÃO et al., 2019) estuda a estimação de valores extremos da tensão em linhas de amarração, A27 (COSTA, 2017) e A28 (FIGUEIREDO, 2009) discutem decisões de políticas de manutenção, incluindo buffer e inspeção de qualidade.
- **Modelagem e Simulação:** O artigo A20 (TRISKA et al., 2020) destaca-se por sua abordagem baseada em simulação para avaliação de capacidade e planejamento de expansão portuária. Este estudo demonstra a aplicação de Cadeias de Markov na modelagem e simulação de sistemas complexos.
- **Previsão de Demanda:** A previsão de demanda é explorada em A16 (RODRIGUES et al., 2017), A19 (CAVALCANTE, 2015), e A24 (AFFONSO et al., 2019). Esses artigos enfocam a aplicação de Cadeias de Markov na antecipação e previsão de demanda, contribuindo para estratégias eficazes de gestão de estoque e planejamento da produção.

### Comentários gerais

A análise dos artigos revela a ampla aplicabilidade e versatilidade das Cadeias de Markov na Engenharia de Produção. Desde o controle de qualidade até a previsão de demanda, esses modelos probabilísticos emergem como ferramentas valiosas para melhorar a eficiência e a tomada de decisões em diversos setores da engenharia.

As principais áreas de estudo incluem Logística (20,8%), Processos Produtivos (29,2%), Controle de Qualidade (16,7%), Pesquisa Operacional (8,3%) e Engenharia Econômica (8,3%).

Figura 11 – Áreas com aplicações das cadeias de Markov a nível nacional. Gráfico de pizza produzido com dados oriundos das bases WoS, SCOPUS, SciELO, Google Acadêmico e BDTD.



Fonte: Autor.

#### ANÁLISE COM AS ÁREAS DA ABEPRO

Ao aplicar essa classificação da ABEPRO aos artigos encontrados, temos a seguinte distribuição:

1. Engenharia de Operações e Processos da Produção: A1, A4, A5, A6, A7, A8, A10, A18, A21, A22, A27, A28, A32
2. Cadeia de Suprimentos: A2, A9, A11, A12, A13, A23, A25, A26, A20, A31
3. Pesquisa Operacional: A3, A16, A17, A34
4. Engenharia da Qualidade - Controle de Qualidade: A1, A3, A4, A7, A8, A10, A21, A22
5. Engenharia do Produto: A14
6. Engenharia Organizacional: A15
7. Engenharia Econômica: A8, A9, A20, A33
8. Engenharia do Trabalho: A27
9. Engenharia da Sustentabilidade: A9, A20
10. Educação em Engenharia de Produção: A29, A30

A distribuição dos artigos nas áreas identificadas fornece insights valiosos sobre as tendências de pesquisa e aplicação das Cadeias de Markov na Engenharia de Produção.

Vemos que há uma predominância de artigos em algumas áreas. Engenharia de Operações e Processos da Produção, Cadeia de Suprimentos, Pesquisa Operacional e Engenharia da Qualidade - Controle de Qualidade.

Por outro lado, vemos que algumas áreas apresentaram menos aplicações das cadeias de Markov tais como Engenharia do Produto, Engenharia Organizacional, Engenharia Econômica, Engenharia do Trabalho Engenharia da Sustentabilidade.

Por fim, destaca-se que os 2 artigos encontrados relacionados a área de Educação em Engenharia de Produção abordam a evasão em cursos de engenharia de produção de modo exclusivo (SANTOS et al., 2018) ou dentro do contexto de várias engenharias (SILVA, 2016).

## 5 CONCLUSÃO

Apesar do conhecimento difundido acerca das aplicações das cadeias de Markov na Engenharia de Produção, é notável a ausência de um levantamento sistemático que permita realizar um ranqueamento porcentual das principais áreas dessa Engenharia que fazem uso das cadeias de Markov. Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) destaca-se por abordar essa lacuna de forma quantitativa.

Este trabalho foi conduzido em diversas bases de dados de materiais científicos: Scopus, SciELO, Web of Science, Google Acadêmico e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD. Para tal fim, utilizou-se a metodologia de Revisão Sistemática de Literatura (RSL), na qual utilizou a análise bibliométrica para o tratamento dos dados. Foram considerados 130 artigos publicados na base Scopus, 110 artigos na base Web of Science, 47 artigos na SciELO, 201 artigos no Google Acadêmico e 18 artigos na BDTD. As palavras-chave utilizadas nas equações de busca foram "Markov Chain", "Cadeia de Markov", "Production Engineering", "Industrial Engineering" e "Manufacturing Engineering", sendo analisado as áreas de atuação das cadeias de Markov na engenharia de produção.

Com o desenvolvimento da pesquisa foi possível identificar que as cinco áreas de atuação com maior número de estudos científicos são: Controle de qualidade, processos produtivos, logística, manutenção e previsão de demanda. Na base de dados Web of Science foi possível obter os resultados dos micro tópicos de maior relevância no estudo, sendo: (i) agendamento (46,2%); (ii) manutenção preventiva (16,5%); (iii) cadeia de suprimentos (14,3%); (iv) duração média da corrida - ARL (9,9%) e (v) filas (6,6%). Com a utilização do software VOSviewer, feito realizado um gráfico de rede com os dados importados da base de dados Scopus, identificando 5 clusters relacionados aos campos de aplicação das cadeias de Markov na engenharia de produção, contribuindo para analisar as tendências de trabalhos, inovações de modelos tecnológicos e um guia para estudos futuros. Apesar da base Scopus apresentar trabalhos publicados entre os anos de 1948 a 2023 com o termo de busca "Markov Chains", foi possível perceber uma crescente a partir do ano 2000, com seu pico em 2020, apresentando 2930 trabalhos publicados. Separamos 34 trabalhos para análise bibliométrica para avaliar a maturidade da pesquisa a nível nacional. Dentre as áreas mais relevantes estão: (i) Logística (20,8%), (ii) processos produtivos (29,2%), (iii) controle de qualidade (16,7%), (iv) Pesquisa Operacional (8,3%) e (v) Engenharia Econômica (8,3%). Foi identificado a utilização das cadeias de Markov em processos industriais de diversos setores, dentre eles: controle estatístico de processos, gestão de estoques para peças

de reposição, modelos de monitoramento de processos com ajustes preventivos, determinação da capacidade real necessária para tomada de decisão, modelo de decisão integrado para tomada de decisão conjunta de produção e manutenção em sistemas de produção multistage e determinação da capacidade real em uma indústria têxtil. O método proposto apresenta grande contribuição para esse cenário e se mostra promissor para estudos futuros, expandindo a sua utilização em outros processos industriais. Isso nos permite concluir que essa ferramenta pode ser utilizada em diversos processos e segmentos, principalmente aqueles mais complexos.

Para enriquecer o conteúdo apresentado, os trabalhos futuros podem realizar pesquisas fazendo a identificação e comparação sistemática dos softwares empregados no contexto das cadeias de Markov. Essa análise pode oferecer insights valiosos sobre as ferramentas computacionais mais eficazes e utilizadas pela comunidade acadêmica e industrial, facilitando a escolha e implementação prática dessas técnicas em diferentes contextos.

## REFERÊNCIAS

- AFFONSO, T. B. et al. Abordagem heurística do método bootstrapping para a previsão de demanda de itens sobressalentes: aplicação na indústria mineral. Universidade Federal de Minas Gerais, 2019. Disponível em: <<https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/31688>>.
- ALLEN, L. J. **An introduction to stochastic processes with applications to biology**. [S.l.]: CRC press, 2010.
- BARBOSA, G.; SOUZA, É. F. de; SANTOS, L. B. R. dos; SILVA, M. da; BALERA, J. M.; VIJAYKUMAR, N. L. A systematic literature review on prioritizing software test cases using markov chains. **Information and Software Technology**, Elsevier, v. 147, p. 106902, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.infsof.2022.106902>>.
- BELFIORE, P. P.; COSTA, O. L. do V.; FÁVERO, L. P. L. Problema de estoque e roteirização: um modelo com demanda determinística e estocástica. **Anais**, 2005. Disponível em: <<http://din.uem.br/sbpo/sbpo2005/pdf/arq0023.pdf>>.
- BERTHIAUX, H.; MIZONOV, V. Applications of markov chains in particulate process engineering: a review. **The Canadian journal of chemical engineering**, Wiley Online Library, v. 82, n. 6, p. 1143–1168, 2004. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/cjce.5450820602>>.
- BESSEGATO, L. F.; QUININO, R. da C.; PEREIRA, A. dos R. Planejamento econômico de controle on-line por atributo em presença de erros de classificação. **Revista Eletrônica Produção & Engenharia**, v. 6, n. 1, p. 564–574, 2014. Disponível em: <<https://periodicos.ufjf.br/index.php/producaoengenharia/article/view/28797>>.
- BOLDRINI, J. L.; COSTA, S. I. R. **Cadeias de Markov e Processos Renováveis**. Rio de Janeiro, Brazil: SBM, 1980.
- BORGES, L. E. **Python para desenvolvedores: aborda Python 3.3**. [S.l.]: Novatec Editora, 2014.
- CAVALCANTE, D. G. **Modelo para previsão de itens sobressalentes baseado em confiabilidade industrial: estudo desenvolvido em uma do setor petrolífero**. Dissertação (Mestrado) — Brasil, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/25669>>.
- CHAGAS, D. L. **Planejamento da cadeia de suprimento na indústria de petróleo: uma nova abordagem utilizando Processo de Decisão de Markov**. Tese (Doutorado) — Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <[https://producao.ufrj.br/images/documentos/Disserta%C3%A7%C3%B5es/2017/Daniela\\_Lopes\\_Chagas\\_MSC\\_Final.pdf](https://producao.ufrj.br/images/documentos/Disserta%C3%A7%C3%B5es/2017/Daniela_Lopes_Chagas_MSC_Final.pdf)>.
- CHEN, M. **From Markov chains to non-equilibrium particle systems**. [S.l.]: World scientific, 2004.
- CHOO, K. H.; TONG, J. C.; ZHANG, L. Recent applications of hidden markov models in computational biology. **Genomics, proteomics & bioinformatics**, Elsevier, v. 2, n. 2, p. 84–96, 2004. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S1672-0229\(04\)02014-5](https://doi.org/10.1016/S1672-0229(04)02014-5)>.
- COLOMBO, D. Proposição de um modelo markoviano de apoio ao gerenciamento de riscos à integridade de poços submarinos. Niterói, 2018.

COSTA, D. d. O. **Decisões de políticas de manutenção com buffer e inspeção de qualidade para um sistema de produção tipo fila**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/24623>>.

DALEY, D.; VERE-JONES, D. **An Introduction to the Theory of Point Processes: Volume I: Elementary Theory and Methods**. second. New York: Springer, 2003.

DEMING, W. E. **W. Edwards Deming**. [S.l.]: Madonna University, 1991.

ECK, N. V.; WALTMAN, L. Software survey: Vosviewer, a computer program for bibliometric mapping. **scientometrics**, Akadémiai Kiadó, co-published with Springer Science+ Business Media BV, v. 84, n. 2, p. 523–538, 2010. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s11192-009-0146-3>>.

FIGUEIREDO, F. A. **Modelo para o apoio à decisão multicritério para o planejamento da manutenção preventiva no setor elétrico**. Dissertação (B.S. thesis) — Universidade Federal de Pernambuco, 2009. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/45324>>.

FILHO, V. J. M. F. **Processos Estocásticos e Teoria de Filas**. [S.l.]: UFRJ, 2023.

GAGNIUC, P. A. **Markov Chains: From Theory to Implementation and Experimentation**. USA, NJ: John Wiley & Sons, 2017. 2–8 p.

GHOSH, P.; MUKHOPADHYAY, A.; CHANDA, A.; MONDAL, P.; AKHAND, A.; MUKHERJEE, S.; NAYAK, S.; GHOSH, S.; MITRA, D.; GHOSH, T. et al. Application of cellular automata and markov-chain model in geospatial environmental modeling-a review. **Remote Sensing Applications: Society and Environment**, Elsevier, v. 5, p. 64–77, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rsase.2017.01.005>>.

GOMES, A. V. P.; WANKE, P. Modelagem da gestão de estoques de peças de reposição através de cadeias de markov. **Gestão & Produção**, SciELO Brasil, v. 15, p. 57–72, 2008. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/gp/a/gzWZgRbjwgQ9Bj5BsG3HN/?format=html&lang=pt>>.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2013.

HO, L. L.; COSTA, A. F. B. Monitoramento da média de processos que oscila através de um gráfico de controle np. **Production**, SciELO Brasil, v. 21, p. 254–258, 2011. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/prod/a/ZVwRzYKqhJnNCQwbdj6jvxJ/?lang=pt>>.

HO, L. L.; MEDEIROS, P. G. de; BORGES, W. An alternative model for on-line quality monitoring for variables. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 107, n. 1, p. 202–222, 2007. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0925527306002246>>.

JACULLI, M. A.; COLOMBO, D.; MENDES, J. R. P.; MARCULINO, C. F.; COSTA, B. G. d. S. Operational safety risk assessment in offshore oil wells. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. **International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering**. 2019. v. 58875, p. V008T11A049. Disponível em: <<https://asmedigitalcollection.asme.org/OMAE/proceedings-abstract/OMAE2019/V008T11A049/1068075>>.

JÚNIOR, D. P. d. L. Modelo de análise da lucratividade baseado em métricas de confiabilidade de três fábricas de uma multinacional do ramo de pneumáticos utilizando cadeia de markov. 2023. Disponível em: <[https://app.uff.br/riuff/bitstream/handle/1/29300/Disserta%C3%A7%C3%A3o\\_Daniel%20Luz%20J%C3%BAnior.pdf?sequence=1](https://app.uff.br/riuff/bitstream/handle/1/29300/Disserta%C3%A7%C3%A3o_Daniel%20Luz%20J%C3%BAnior.pdf?sequence=1)>.

LANZER, A. T. de S. **Um Modelo de Simulação de Automatos Celulares para Avaliação de Condições de Biodiversidade e Resiliência na Exploração de Florestas Naturais.**

Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2004. Disponível em: <<https://hal.science/tel-04121581/document>>.

LEONI, R. C.; COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. O efeito da autocorrelação no planejamento das cartas de controle de  $\bar{x}$  e ewma. **Gestão & Produção**, SciELO Brasil, v. 20, p. 98–110, 2013. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/gp/a/LLQPVQk4R65Xs33Svj6VfHc/?lang=pt>>.

MICHEL, R. Cartas adaptativas de controle: desenvolvimento de metodologia para implementação em processos de manufatura. 2001. Disponível em: <<https://repositorio.unisc.br/jspui/handle/11624/323>>.

MILNITZ, D.; LUNA, M. M. M.; COELHO, A. S. Cálculo e análise da capacidade produtiva utilizando processo de markov: Estudo de caso de uma empresa têxtil. **Exacta**, v. 14, n. 1, p. 127–138, 2016. Disponível em: <<https://periodicos.uninove.br/exacta/article/view/6199>>.

MUAUALO, M. A. M. Uma análise usando teoria de filas do problema de carregamento de pedidos no porto para abastecimento de unidades marítimas de exploração e produção de petróleo. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <<https://pantheon.ufrj.br/handle/11422/10105>>.

MYERS, D. S.; WALLIN, L.; WIKSTRÖM, P. An introduction to markov chains and their applications within finance. **MVE220 Financial Risk: Reading Project**, v. 26, 2017. Disponível em: <<http://leg.ufpr.br/~lucambio/CE231/20221S/IntroMarkovChainsandApplications.pdf>>.

OLIVEIRA, M. M. F. de; BAHIENSE, L. S.; FILHO, V. J. F. Otimização de cadeia de suprimentos de petróleo sob incerteza e avaliação de risco. 2014. Disponível em: <<http://ws2.din.uem.br/~ademir/sbpo/sbpo2014/pdf/arq0166.pdf>>.

ORLANDELI, R. et al. Um modelo markoviano-bayesiano de inteligência artificial para avaliação dinâmica do aprendizado: Aplicação à logística. Florianópolis, SC, 2005.

PEREIRA, R. M.; MARQUES, H. R.; BOTELHO, L. H. F.; CASTRO, S. D.; VIEIRA, A. F. Administração de produção e operações: Evolução, conceito e interdisciplinaridade com as demais áreas funcionais. **XII SEGET**, p. 28–30, 2015.

PIRES, M. A.; QUEIRÓS, S. M. D. Negative correlations can play a positive role in disordered quantum walks. **Scientific Reports**, Nature Publishing Group UK London, v. 11, n. 1, p. 4527, 2021. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/s41598-021-84073-4>>.

QUININO, R. C.; HO, L. L. Effects of the preventive and corrective adjustments in economical designs for online process control for attributes with misclassification errors. **Engineering Optimization**, Taylor & Francis, v. 42, n. 1, p. 17–31, 2010. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03052150902971674>>.

ROCHA, A. L. S. d. **Controle on-line por atributos para o número de não-conformidades no item inspecionado com base em uma sequência de inspeção.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2010. Disponível em: <<https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/15019>>.

- RODRIGUES, R. D. de L.; BOCK, E. G. P.; JACINTHO, J. C.; KYRILLOS, S. L.; NASCIMENTO, R. J. do. Estudo de previsão da deman da através da cadeia de markov: Proposta de aplicação em uma empresa de papel e celulose. 2017. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/profile/Eduardo-Bock/publication/316598537\\_Study\\_of\\_demand\\_forecast\\_by\\_Markov\\_chain\\_Proposed\\_application\\_in\\_a\\_pulp\\_and\\_paper\\_company/links/5e95b235a6fdcca789156cb2/Study-of-demand-forecast-by-Markov-chain-Proposed-application-in-a-pulp-and-paper-company.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Eduardo-Bock/publication/316598537_Study_of_demand_forecast_by_Markov_chain_Proposed_application_in_a_pulp_and_paper_company/links/5e95b235a6fdcca789156cb2/Study-of-demand-forecast-by-Markov-chain-Proposed-application-in-a-pulp-and-paper-company.pdf)>.
- SALES, M. V. da S.; MORALES, G. Aplicações do processo de quase-nascimento-e-morte em sistemas de produção. 2011. Disponível em: <<http://www.din.uem.br/~ademir/sbpo/sbpo2011/pdf/88197.pdf>>.
- SANTOS, E. A. d.; ISHII, A. K. S.; COSTA, L. M. d.; DIAS, M. M. d.; SANTOS, Y. B. I. Análise da evasão de discentes do curso de engenharia de produção de uma instituição de ensino superior utilizando cadeia de markov. In: UNIFACS. **Simpósio de Engenharia de Produção, 6., 2018. Anais**. Salvador - BA, 2018. ISSN 2318-9258. Disponível em: <<http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/31787>>.
- SERIO, L. C. D.; VASCONCELLOS, M. A. de. **Estratégia e competitividade empresarial**. [S.l.]: Saraiva Educação SA, 2017.
- SILVA, G. L. C. da. Modelo de estoque para peças de reposição sujeitas à demanda intermitente e lead time estocástico. Universidade Federal de Minas Gerais, 2009. Disponível em: <<https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/AMCN-8AGFA3>>.
- SILVA, K. M. R. d. **Modelo baseado na cadeia de Markov para estimar o comportamento futuro dos fatores potencializadores da evasão escolar**. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2016. Disponível em: <<https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/5693>>.
- SIMÃO, M. L.; VIDEIRO, P. M.; OLIVEIRA, M. C.; SAGRILO, L. V. S. Extreme value estimation of mooring lines top tension. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. **International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering**. 2019. v. 58783, p. V003T02A069. Disponível em: <<https://asmedigitalcollection.asme.org/OMAE/proceedings-abstract/OMAE2019/58783/1067737>>.
- SOARES, M. d. S. Aplicação de um modelo de teoria das filas em um restaurante universitário: estudo do tempo de atendimento. UFGD, 2016. Disponível em: <<https://dspace.ufgd.edu.br/jspui/handle/123456789/364>>.
- SOUZA, L. A. H. d. et al. Implantação de processo bpm-business process management em uma empresa prestadora de serviços. Universidade Federal de Alagoas, 2019. Disponível em: <<https://www.repositorio.ufal.br/handle/riufal/5618>>.
- SSEMPIJJA, M. N.; NAMANGO, S.; OCHOLA, J.; MUBIRU, P. K. Application of markov chains in manufacturing systems: A review. **International journal of industrial engineering and operational research**, v. 3, n. 1, p. 1–13, 2021. Disponível em: <<http://bgsiran.ir/journal/ojs-3.1.1-4/index.php/IJIEOR/article/view/26>>.
- STAUDT, F. H.; COELHO, A. S.; GONÇALVES, M. B. Determinação da capacidade real necessária de um processo produtivo utilizando cadeia de markov. **Production**, SciELO Brasil, v. 21, p. 634–644, 2011.

TAMIR, A. **Applications of Markov chains in chemical engineering**. [S.l.]: Elsevier, 1998.

TEIXEIRA, C. S. d. L.; MEDEIROS, P. G. d.; HO, L. L. Controle on-line da taxa média de defeitos por item produzido numa produção finita. **Production**, SciELO Brasil, v. 24, p. 94–103, 2014. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/prod/a/zpGpKjtnTf5R66HFffS4ryd/?lang=pt>>.

TOMÉ, T.; OLIVEIRA, M. J. d. **Dinâmica Estocástica e Irreversibilidade**. São Paulo: EDUSP, 2001.

TRINDADE, A. L. G. **Contribuições para o controle on-line de processos por atributos**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2008. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3136/tde-02062008-132508/en.php>>.

TRISKA, Y. et al. Proposição de método baseado em simulação para avaliação de capacidade e planejamento de expansão portuária. 2020. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/216476>>.

## APÊNDICE A – Detalhamento das buscas

### A.1 DETALHES DAS BUSCAS POR TRABALHOS INTERNACIONAIS

Revisamos 244 publicações nos últimos anos na base de dados Scopus, com o termo de busca ((TITLE-ABS-KEY ( markov AND chains AND production AND engineering ) AND LANGUAGE ( english )). Com o abjetivo de afunilar nossa pesquisa, adicionamos um filtro ao nosso termo de busca para termos os resultados na área da engenharia, reforçando o nosso critério de exclusão. Com a busca (TITLE-ABS-KEY ( markov AND chains AND production AND engineering ) AND LANGUAGE ( english ) AND ( LIMIT-TO ( SUBJAREA , "ENGI")), obtemos 130 resultados na Scopus. Na base de dado Web of Science foi realizada a busca, para avaliara maturidade da pesquisa nessa área, com o termo ((ALL=(Markov)) AND (ALL=(Chain)) AND (ALL=(engineering)) AND (ALL=(Industrial)) AND (ALL=(Manufacturing)) AND (ALL=(Production))), obtendo 110 resultados.

### A.2 DETALHES DAS BUSCAS POR TRABALHOS NACIONAIS

No primeiro momento da nossa pesquisa, ao utilizarmos o termo de busca TITLE-ABS-KEY ( markov AND chains AND production AND engineering ) AND LANGUAGE ( english ) AND ( LIMIT-TO ( SUBJAREA , "ENGI") na base de dados Scopus, encontramos 130 resultados. Utilizamos o filtro de seleção por território, pesquisando o termo: TITLE-ABS-KEY ( markov AND chains AND production AND engineering ) AND LANGUAGE ( english ) AND ( LIMIT-TO ( SUBJAREA , "ENGI") AND ( LIMIT-TO ( AFFILCOUNTRY , "Brazil"), encontrando 4 artigos, são eles os de referência A1, A3, A13 e A14, compondo o quadro de artigos selecionados para a análise bibliométrica. Na base de dados Web of Science foi adicionado a limitação territorial ao termo de busca ((ALL=(Markov)) AND (ALL=(Chain)) AND (ALL=(engineering)) AND (ALL=(Industrial)) AND (ALL=(Manufacturing)) AND (ALL=(Production)))and BRAZIL (countries/regions)), encontrando um resultado.

Com o intuito de enriquecer a análise das cadeias de Markov a nível nacional realizamos uma pesquisa na basa de dados SciELO-Brasil para termos uma coleção a mais em nossa pesquisa. O termo de busca utilizado foi Cadeia de Markov com o filtro de seleção Brasil na aba

de coleções encontrando 47 resultados. Analizamos os artigos e selecionamos dentre esses cinco estudos que mais se encaixam em nosso objetivo de pesquisa, são eles os artigos de referência A2, A4, A5, A6 e A7, adicionados em nosso quadro para revisão bibliométrica.

Realizamos buscas na base de dados do Google Acadêmico com os critérios específicos de inclusão, tendo relevância em nossa pesquisa os estudos que abordam as cadeias de Markov no contexto da engenharia de produção. Adotamos como estratégia de busca a utilização das palavras-chaves "Cadeias de Markov" e "Engenharia de produção", pois se trata do objetivo central do nosso trabalho e as palavras-chaves "Planejamento", "Controle", "Cadeia de suprimentos", "Ensino" e "Filas" que são áreas de aplicações identificadas anteriormente em nossa pesquisa. Foram identificados com o termo de busca ("Planejamento", "Controle", "cadeia de markov", "engenharia de produção") 201 resultados, dos quais separamos 21 estudos relevantes para a nossa pesquisa que abordam a utilização das cadeias de Markov na engenharia de produção, são os artigos de referência A8, A9, A10, A11, A12, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A29 e A30. O artigo de referência A10 apresentou sugestões para continuidade da pesquisa, incluindo fatores como rejeitos e retrabalhos para calcular a capacidade produtiva real. A utilização da matriz de transição estocástica da cadeia de Markov é aplicada para obtenção do cálculo do fator de capacidade que viabiliza o cálculo e a análise da capacidade real necessária dos processos. Utilizando os termos de busca ("Planejamento", "Cadeia de suprimentos", "cadeia de markov", "engenharia de produção") temos 47 resultados, sendo selecionado o artigo de referência A9. Ao pesquisarmos ("Planejamento", "filas", "cadeia de markov", "engenharia de produção"), temos 70 resultados, sendo selecionado o artigo de referência A12 para compor nosso quadro de revisão bibliométrica, atendendo nossos critérios de inclusão. Por fim, utilizamos os termos de busca "Cadeia de Markov", "Engenharia de Produção" e "Aplicações" na base de dados BDTD encontrando 18 resultados e selecionando os artigos de referência A31, A32, A33 e A34.

Quadro 4 – Equações de busca utilizadas no Portal de Periódicos da CAPES.

Termo de busca	Base de dados
Markov AND Chains	Scopus
(TITLE-ABS-KEY ( markov AND chains AND production AND engineering ) AND LANGUAGE ( english )	Scopus
TITLE-ABS-KEY ( markov AND chains AND production AND engineering ) AND LANGUAGE ( english ) AND ( LIMIT-TO ( SUBJAREA , "ENGI" ) )	Scopus
TITLE-ABS-KEY ( markov AND chains AND production AND engineering ) AND LANGUAGE ( english ) AND ( LIMIT-TO ( SUBJAREA , "ENGI" ) AND ( LIMIT-TO ( AFFILCOUNTRY , "Brazil" )	Scopus
(((((ALL=(Markov)) AND ALL=(Chain)) AND ALL=(engineering)) AND ALL=(Industrial)) AND ALL=(Manufacturing)) AND ALL=(Production)	Web of Science
(TITLE-ABS-KEY ( markov AND chains AND manufacturing AND engineering ) AND LANGUAGE ( english )	Scopus
(TITLE-ABS-KEY ( markov AND chains AND industrial AND engineering ) AND LANGUAGE ( english )	Scopus
TS=((Markov chains) AND (production engineering))	Web of Science
TS=((Markov chains) AND (industrial engineering))	Web of Science
TS=((Markov chains) AND (manufacturing engineering))	Web of Science
Cadeia de Markov	SciELO
Cadeias de Markov	SciELO
"Planejamento", "Controle", "cadeia de Markov", "Engenharia de Produção"	G. Acadêmico
"Planejamento", "Filas", "cadeia de Markov", "Engenharia de Produção"	G. Acadêmico
"Planejamento", "Cadeia de suprimentos", "cadeia de Markov", "Engenharia de Produção"	G. Acadêmico
"Cadeia de Markov", "Engenharia de Produção", "Aplicações"	BDTD

Fonte: Autor.