



**UNIVERSIDADE FEDERAL
DE ALAGOAS**



INSTITUTO DE MATEMÁTICA

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS-UFAL
CAMPUS A.C. SIMÕES
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

JANAINE FERREIRA DOS SANTOS

**A MATEMÁTICA APLICADA AO EMPREENDEDORISMO
TECNOLÓGICO NA CIÊNCIA E EDUCAÇÃO: UMA ABORDAGEM DA
ROBÓTICA PARA A EDUCAÇÃO**

**MACEIÓ
2024**

JANAINE FERREIRA DOS SANTOS

A MATEMÁTICA APLICADA AO EMPREENDEDORISMO TECNOLÓGICO NA
CIÊNCIA E EDUCAÇÃO: UMA ABORDAGEM DA ROBÓTICA PARA A
EDUCAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao corpo docente do Curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Federal de Alagoas
- UFAL, Campus A.C. Simões., como requisito
parcial para obtenção do grau de Licencianda
em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Juliana Roberta
Theodoro de Lima

Maceió
2024

Catálogo na Fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

S237m

Santos, Janaine Ferreira dos.

A matemática aplicada ao empreendedorismo tecnológico na ciência e educação : uma abordagem da robótica para a educação / Janaine Ferreira dos Santos. - 2024.

126 f. : il.

Orientadora: Juliana Roberta Theodoro de Lima.

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática : Licenciatura) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Maceió, 2024.

Bibliografia: f. 114-115.

Apêndices: f. 116-126.

1. Robótica educacional. 2. Educação matemática. 3. Matemática discreta. 4. Programação (Computadores). 5. Arduino (Controlador programável). I. Título.

CDU: 51:004

JANAINE FERREIRA DOS SANTOS

A MATEMÁTICA APLICADA AO EMPREENDEDORISMO TECNOLÓGICO NA
CIÊNCIA E EDUCAÇÃO: UMA ABORDAGEM DA ROBÓTICA PARA A
EDUCAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
ao Colegiado para o Instituto de Matemática
para obtenção do grau de Licencianda em
Matemática em Curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Federal de Alagoas
- UFAL, Campus A.C. Simões.

Data de Aprovação: 15/01/2024

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 JULIANA ROBERTA THEODORO DE LIMA
Data: 15/01/2024 11:45:42-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Juliana Roberta Theodoro de Lima - Siape: 2347015
Universidade Federal de Alagoas
Campus A.C. Simões
Orientadora

Documento assinado digitalmente
 ALAN ANDERSON DA SILVA PEREIRA
Data: 15/01/2024 11:48:56-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Alan Anderson da Silva Pereira - Siape: 3149228
Universidade Federal de Alagoas
Campus A.C. Simões
Examinador

Documento assinado digitalmente
 ISNALDO ISAAC BARBOSA
Data: 15/01/2024 12:13:02-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa - Siape: 264763
Universidade Federal de Alagoas
Campus A.C. Simões
Examinador

Dedico este trabalho primeiramente à Deus por ser meu fiel companheiro em momentos difíceis ao longo desses cinco anos. Aos meus pais Solange Santos e Jaderval Santos e minha querida estrelinha no céu madrinha/tia Evenilda Barbosa.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus, por ter me mantido na trilha certa e cuidar de mim em todos os momentos, sendo minha fortaleza.

Aos meus pais, por terem me ensinado valores e princípios e terem investido todo o seu tempo, suor e amor aos meus estudos. Obrigada mãe, por todas as revisões durante as provas desde pequena e por seus gestos de amor. Obrigada pai, por todas as horas comigo indo e vindo a universidade e não medindo esforços. Se hoje estou escrevendo esse agradecimento é porque vocês fazem parte de toda a minha trajetória, isso é tudo por vocês!

À toda a minha família, por estarem comigo sempre que precisei, às minhas avós, avôs e em especial a minha madrinha Nilda por todo incentivo e suporte mesmo sendo uma estrelinha no céu.

À minha orientadora, amiga, "sócia" e parceira de todas as horas, professora Doutora Juliana Roberta Theodoro de Lima (Ju ♡), por me acolher de uma forma muito carinhosa como filha acadêmica e "tata" da Disney. Por todos os momentos durante esses cinco anos, em cada conselho, palavra amiga, incentivo, humanidade, dedicação, motivação, sororidade e principalmente o amor. Por ser esse ser de luz nesse Instituto, saber que o amor cura e a educação salva.

Ao Instituto de Matemática que me presenteou com professores essenciais para minha formação, que não apenas lecionam, mas em cada aula, projeto, trabalho e palavra eram ditas com afeto e amor, Juliana Theodoro, Viviane Santos, Elisa Sena, Cláudia Lozada, Vanio Melo e Ediel Guerra. Agradeço, aos amigos feitos durante a graduação que guardarei em meu coração.

Obrigada à todos que participaram diretamente ou indiretamente para a realização desse sonho!

"Serei heroína da minha própria história. Eu escolho a mim mesma, e assim jamais me decepcionarei."

Anne With an E.

RESUMO

O presente trabalho consiste em apresentar o desdobramento da pesquisa envolvendo recursos computacionais. O ponto de partida é a pesquisa, desenvolvimento, planejamento e implementação de métodos e procedimentos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos e sua relação com a robótica educacional. O objetivo central foi mostrar o uso das tecnologias de informação e comunicação nas aulas de matemática, em particular na matemática aplicada, a robótica para educação e como a matemática teórica é protagonista no desenvolvimento dessas tecnologias. A programação nas escolas na educação básica visa o desenvolvimento do pensamento computacional, letramento digital e a cultura digital. Essa abordagem torna-se bastante relevante neste momento de implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), visto que o conceito desse tipo de raciocínio consta como indicativo necessário na área da Matemática. Esse trabalho foi feito como uma pesquisa de cunho qualitativo produzido pelo Projeto Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharia e Computação, vinculado ao Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas (IM-UFAL). Os resultados ressaltam a importância e motivações para esse tipo de trabalho, visando a possibilidades de ações relativas a experiências científicas e educacionais. Durante o desenvolvimento do projeto foi ofertado durante a pandemia do COVID-19 e a volta do curso de formação de professores presencial, dialogando com o conceito de pensamento computacional, programação plugada e desplugada até a elaboração e construção do carro robô apelidada de "Larissinha". Por fim, mostramos que com a "larissinha" foi possível ter contato com experiências conceituais de empreendedorismo com a inovação de um drone como upgrade do robô, para uma competição de startups em 2022. Esse trabalho é ainda resultado de um acompanhamento nos 5 anos de existência do Projeto Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharia e computação do IM-UFAL que será transformado em um livro de atividades, formação de professores e pesquisa na área de ciência e tecnologia. Os próximos passos a serem desenvolvidos futuramente, consistem em mesclar robótica e inteligência artificial.

Palavras-chave: Robótica Educacional. Educação Matemática. Matemática Discreta. Programação. Arduino.

ABSTRACT

The present work consists in presenting the development of research involving computational resources. The starting point is the research, development, planning and implementation of methods and procedures for teaching and learning mathematical concepts and their relationship with educational robotics. The goal of this work is presenting the use information and communication technologies in mathematics classes, in particular in mathematics applied to robotics for education and how theoretical mathematics is a protagonist in the development of these technologies. Programming in schools in basic education aims to develop computational thinking, digital literacy and digital culture. This approach becomes very relevant at this time of implementation of the National Common Curricular Base (BNCC), since the concept of this type of approach is a relevant indicator in the Mathematic field. This work was carried out as one of the qualitative research studies produced by the Women in Exact Sciences, Engineering and Computing Project, from Mathematics Institute of the Federal University of Alagoas (IM-UFAL). The results highlight the importance and motivations for this type of work, aiming at possibilities for actions related to scientific and educational experiences. During the development of the project, it was offered during the COVID-19 pandemic and the return of the in-person training course, dialoguing with the concept of computational thinking, plugged and unplugged programming until the elaboration and construction of the robot car nicknamed "Larissinha". Finally, we show that with "larissinha" is possible to have contact with conceptual experiences of entrepreneurship with the innovation of a drone as an upgrade of the robot, for a startup competition in 2022. This work is also the result of monitoring over the 5 years existence of the Women in Exact Sciences, Engineering and Computing Project at IM-UFAL, which will be transformed into a book of activities, teacher training and research in the area of technology.

Keywords: Educational Robotics. Mathematics Education. Discrete Mathematics. Programming. Arduino.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Áreas da Matemática Discreta	18
Figura 2 – Diagrama do Conjunto C	20
Figura 3 – Símbolos dos Conjuntos Numéricos (naturais, inteiros, racionais, reais e complexos).	23
Figura 4 – Da Esq. para Direita: C Está Contido em D e D Contém C.	24
Figura 5 – Operação União de Conjuntos.	25
Figura 6 – Operação Interseção de Conjuntos.	25
Figura 7 – Operação Diferença de Conjuntos.	26
Figura 8 – Conjunto Finitos em Pascal.	27
Figura 9 – Variáveis e Constantes em Pascal.	28
Figura 10 – Declaração (definição) de Quatro Variáveis.	28
Figura 11 – Atribuição de Variável.	28
Figura 12 – Igualdade, Subconjunto (contido) e Pertinência em Pascal.	29
Figura 13 – Quatro Formas de Relações.	32
Figura 14 – Modelo Diagrama Entidade-Relação.	34
Figura 15 – Exemplo de Diagrama.	36
Figura 16 – Exemplo de Diagrama Função Sobrejetora.	36
Figura 17 – Exemplo de Diagrama Função Injetora.	37
Figura 18 – Exemplo de Diagrama função injetora.	37
Figura 19 – Declaração de Dois Tipos de Intervalos.	39
Figura 20 – Declaração de Função de <i>hashing</i>	39
Figura 21 – Valor Resultante de Quando é Chamada a Função.	40
Figura 22 – Declaração (definição) das Variáveis p, q e r.	48
Figura 23 – Declaração (definição) das Variáveis p, q e r.	49
Figura 24 – Programa em Pascal para Calcular Valor Lógico.	49
Figura 25 – Teoria dos Números Segundo os Pitagóricos.	52
Figura 26 – Fluxograma Divisibilidade.	52
Figura 27 – Programa em Pascal para Calcular se o Número é Divisível por 2, 3, 5, 7, 9 e 11.	53
Figura 28 – Programa em Pascal para Calcular o Número Digitado pelo Usuário é Primo ou Não.	54
Figura 29 – Programa em Pascal para o MDC.	56
Figura 30 – Programa em Pascal para o MMC.	57
Figura 31 – Aritmética do Relógio.	58
Figura 32 – Programa em Pascal para Congruência.	60
Figura 33 – Da esq. para direita: Pedra de Roseta e Bastão de Licurgo.	61
Figura 34 – Da esq. para direita: Máquina Enigma e Máquina Colossus.	61
Figura 35 – Programa em Pascal para Criptografia.	63

Figura 36 – Receita de Bolo de Chocolate.	64
Figura 37 – Da esq. para direita: Ábaco chinês suan-pan, Máquina de Schickard e de Pascal.	66
Figura 38 – A máquina de Leibniz, em 1672.	66
Figura 39 – Da esq. para direita: a máquina de Charles Babbage e Ada Lovelace, considerada a primeira mulher programadora.	66
Figura 40 – Primeiro computador eletrônico.	67
Figura 41 – Colossus - herói de guerra.	67
Figura 42 – Programadoras operam o primeiro computador eletrônico da história, o ENIAC.	68
Figura 43 – Da esq. para direita: UNIVAC e EDSAC.	68
Figura 44 – Primeiros PCs e laptops.	69
Figura 45 – Estrutura de um Sistema de Computação Típico	70
Figura 46 – Pirâmide com níveis de programação	71
Figura 47 – Placa Arduino Uno	73
Figura 48 – Pinos Digitais e Pinos Analógicos	74
Figura 49 – Resistor	75
Figura 50 – LED	75
Figura 51 – Protoboard 830 pontos	76
Figura 52 – Cabos de Jumper	76
Figura 53 – LDR	77
Figura 54 – Botão	77
Figura 55 – Display	78
Figura 56 – Atividade Um Conhecendo as Meninas.	81
Figura 57 – Atividade Dois Sobre a Amarelinha.	82
Figura 58 – Atividade Três Sobre o Vulcão.	82
Figura 59 – Atividade Quatro Sobre o Lançamento de Foguetes.	83
Figura 60 – Atividade Cinco Sobre Teoria dos Números.	83
Figura 61 – Atividade Seis Sobre Pontes e Segurança de Pontes.	84
Figura 62 – Atividade Sete Coordenando.	84
Figura 63 – Atividade Oito Luminária.	85
Figura 64 – Atividade Nove Álbum de Figurinhas.	85
Figura 65 – Etapas do Pensamento Computacional.	87
Figura 66 – Grau acadêmico e experiência com Arduino.	89
Figura 67 – Conhecendo o IoT.	91
Figura 68 – Plataformas <i>Tinkercad</i> e Arduino.	91
Figura 69 – Projeto Pisca-pisca.	92
Figura 70 – Projeto Semáforo.	93
Figura 71 – Projeto Botão + Led.	93
Figura 72 – Projeto Campainha.	94

Figura 73 – Projeto Poste de Rua.	94
Figura 74 – Jogo Genius.	95
Figura 75 – Projeto Tocador de música.	95
Figura 76 – Projeto automação de irrigação e sensor de aproximação.	95
Figura 77 – Materiais para montagem da "Larissinha": o corpo do carrinho.	96
Figura 78 – Materiais para montagem da "Larissinha": cérebro e olhinho do nosso carrinho.	96
Figura 79 – Materiais para montagem da "Larissinha": órgãos do nosso carrinho parte 1.	96
Figura 80 – Materiais para montagem da "Larissinha": órgãos do nosso carrinho parte 2.	97
Figura 81 – Montagem da "Larissinha".	97
Figura 82 – A "Larissinha".	98
Figura 83 – Esqueleto "Larissinha".	98
Figura 84 – Comentários Sobre o Posicionamento de Pinos.	99
Figura 85 – Posicionamento de Pinos.	99
Figura 86 – Importamos Bibliotecas.	99
Figura 87 – Declaração de Variáveis Para Guardar Distância e Declaração do Sensor e Servo.	99
Figura 88 – Inicializar os Pinos Ponte H.	100
Figura 89 – Função Andar.	100
Figura 90 – Comparação de Distâncias.	101
Figura 91 – O Robô Calcula a Distância.	102
Figura 92 – Vídeo "Larissinha".	103
Figura 93 – 1º encontro presencial.	105
Figura 94 – Atividade: código binário.	105
Figura 95 – Atividade: colorindo com números.	106
Figura 96 – Atividade: programação plugada com o jogo Mundo do Blinky na Floresta.	107
Figura 97 – Atividade: condicionais.	107
Figura 98 – Atividades Programação Desplugada.	108
Figura 99 – Componentes Arduino.	108
Figura 100 – O Curso Presencial.	109
Figura 101 – Discentes do Curso Presencial.	109
Figura 102 – Premiação da <i>startup</i>	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exemplos de Preposições Sobre a Teoria de Conjuntos.	29
Tabela 2 – Modelo Entidade-Relação Operação Restrição.	35
Tabela 3 – Tabela Endereços Calculados Pela Função <i>hash</i>	39
Tabela 4 – Tabela-Verdade: negação.	44
Tabela 5 – Tabela-Verdade: conjunção.	44
Tabela 6 – Tabela-Verdade: disjunção.	45
Tabela 7 – Tabela-Verdade: condição.	47
Tabela 8 – Tabela-Verdade: condição.	48
Tabela 9 – Tabela-Verdade: adição e simplificação.	50
Tabela 10 – Tabela-Verdade: relação de equivalência.	51

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Quadro Operadores Relacionais.	41
Quadro 2 – Quadro Operadores Lógicos 1.	41
Quadro 3 – Quadro Operadores Lógicos 2.	41
Quadro 4 – Quadro Exemplo Conectivos Lógicos em Pascal.	49
Quadro 5 – Quadro Geral - Descrição das Aulas.	90
Quadro 6 – Quadro Geral - Descrição das atividades presenciais.	104
Quadro 7 – Grupo de Características dos Empreendedores de Sucesso.	110
Quadro 8 – Elementos de Identificação do Perfil de Empreendedor	111

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UNIVAC	Universal Automatic Computer
ENIAC	Electronic Numerical Integrator and Computer
EDSAC	Electronic Delay Storage Automatic Calculator
PC	Personal Computer
ARPANET	Advanced Research Projects Agency Network
IBM	International Business Machines
IoT	Internet of Things
MDC	Máximo Divisor Comum
MMC	Mínimo Múltiplo Comum
SQL	Structured Query Language
MEC	Ministério da Educação
A.C	Antes de Cristo
DES	Padrão Criptografia de Dados
3DES	Padrão Triplo de Criptografia de Dados
AES	Padrão Criptografia Avançado
RSA	Rivest-Shamir-Adleman
PPC	Projeto Pedagógico do Curso
SO	Sistema Operacional
IDE	Integrated Development Environment
KB	kilobyte
RAM	Random Access Memory
LED	Light Emitting Diode
LDR	Light Dependent Resistor
MCTCI	Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação
STEM	Science, Technology, Engineering e Mathematics
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
IM	Instituto de Matemática
UFAL	Universidade Federal de Alagoas
C&T	Ciência e Tecnologia
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PNED	Política Nacional de Educação Digital

LISTA DE SÍMBOLOS

$\in$	Pertence
$\notin$	Não Pertence
$\emptyset$	Conjunto Vazio
$\mathbb{N}$	Conjuntos dos Números Naturais
$\mathbb{Z}$	Conjuntos dos Números Inteiros
$\mathbb{R}$	Conjuntos dos Números Reais
$\mathbb{I}$	Conjuntos dos Números Irracionais
$\mathbb{Q}$	Conjuntos dos Números Racionais
$\mathbb{C}$	Conjuntos dos Números complexos
$\mathcal{U}$	Conjunto Universo
$>$	Maior que
$<$	Menor que
$\geq$	Maior ou igual que
$ $	Tal que
$\subseteq$	Contido ou igual
$\supseteq$	Contém ou igual
$\subset$	Contido
$\supset$	Contém
$\cup$	União de Conjuntos
$\cap$	Interseção de Conjuntos
$\Rightarrow$	Implica
$\Leftrightarrow$	Se e somente se
$\forall$	Para Todo

SUMÁRIO

1	A MATEMÁTICA, TECNOLOGIA E EMPREENDEDORISMO NA EDUCAÇÃO: FUNDAMENTOS CIENTÍFICOS NAS MA- TRIZES CURRICULARES DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC) E OUTRAS NORMATIVAS DOS MINISTÉRIOS DA EDUCAÇÃO (MEC) E TECNOLOGIA (MCTIC)	14
2	MATEMÁTICA DISCRETA: MATEMÁTICA E A CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO	18
2.1	Teoria dos Conjuntos	19
2.1.0.1	Relação de Pertinência	21
2.1.0.2	Conjuntos Importantes	22
2.1.0.3	Conjuntos Finitos e Infinitos	23
2.1.0.4	Subconjunto e Igualdade de Conjuntos	23
2.1.0.5	Operações com Conjuntos	24
2.1.0.6	Conjuntos nas Linguagens de Programação	26
2.2	Relações	29
2.2.0.1	Relações na Ciência da Computação	33
2.3	Funções	35
2.3.0.1	Funções na Ciência da Computação	37
2.3.0.2	Funções nas Linguagens de Programação	39
2.4	Lógica e Comprovação	40
2.4.0.1	Proposições	42
2.4.0.2	Conectivos	42
2.4.0.3	Negação	43
2.4.0.4	Conjunção	44
2.4.0.5	Disjunção	45
2.4.0.6	Condição	46
2.4.0.7	Bicondição	47
2.4.0.8	Lógica na Linguagem de Programação	48
2.5	Implicação e Equivalência	50
2.6	Teoria dos Números	51
2.6.0.1	Divisibilidade	52

2.6.0.2	Números Primos	54
2.6.0.3	MDC e MMC	55
2.6.0.4	Aritmética Modular	58
2.6.0.5	Criptografia	60
3	A CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E A INTERNET DAS COI- SAS: O ARDUINO	64
3.1	Computação na história	65
3.2	A Linguagem da Programação	70
3.3	A internet das coisas: o Arduino	72
4	PROJETO MULHERES NAS CIÊNCIAS EXATAS, ENGE- NHARIAS E COMPUTAÇÃO E A ROBÓTICA: "A"ROBÔ LARISSINHA	79
4.1	Aplicação da Robótica e o Incentivo às Meninas nas Ciências Exatas, Engenharias e Computação Desde os Menores Graus da Academia	86
4.1.1	O Pensamento Computacional e a Computação Desplugada . .	86
4.2	Metodologia	88
4.2.0.1	2020: o Curso Remoto	88
4.2.0.2	2023: formação de professores presencial	103
5	STARTUP MULHERES CIENTISTAS E EMPREENDEDO- RAS: "A"DRONE COMO UPGRADE DA ROBÔ	110
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	113
	REFERÊNCIAS	114
	APÊNDICE A – FORMULÁRIO	116
	APÊNDICE B – ATIVIDADES	118
	APÊNDICE C – SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO	121
	APÊNDICE D – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE IMAGEM	122
	APÊNDICE E – TERMO DE ESCLARECIMENTO LIVRE	123
	APÊNDICE F – TERMO DE ESCLARECIMENTO LIVRE	125

1 A MATEMÁTICA, TECNOLOGIA E EMPREENDEDORISMO NA EDUCAÇÃO: FUNDAMENTOS CIENTÍFICOS NAS MATRIZES CURRICULARES DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC) E OUTRAS NORMATIVAS DOS MINISTÉRIOS DA EDUCAÇÃO (MEC) E TECNOLOGIA (MCTIC)

Com a evolução da tecnologia, a Robótica Educativa vem ganhando destaque em diversas temáticas curriculares. "A robótica tem se mostrado uma excelente ferramenta de aprendizagem prática, não só da robótica em si, como também dos temas gerais em ciência, tecnologia, engenharia e matemática"(BARBOSA et al., 2015).

Durante a graduação nos questionamos sobre: "Como aplicar uma aula de Matemática interessante, motivadora e crítica para contribuir com o desenvolvimento e aprendizagem do discente?". Isso reflete na nossa metodologia.

Acreditamos que o educador deve tornar-se um agente de transformação na vida do educando, alguém capaz de desafiar, de dispor de situações-problema a fim de que possam surgir soluções criativas e ambientes inovadores, ao invés da repetitiva erudição que decorre da memorização de ideias que não explora a criatividade nem o verdadeiro valor da Ciência Matemática (FAGUNDES et al., 2005).

O uso da tecnologia está crescendo a um ritmo acelerado e o papel do professor como o uso das tecnologias como mediador do processo de aprendizagem, um “solucionador de problemas” que ajuda aos alunos a encontrar soluções de forma independente, não apenas estreita o caminho entre o conhecimento experiencial e o conhecimento científico.

É nesse contexto, que esse Trabalho de Conclusão de Curso tem como objetivo apresentar um estudo teórico e prático sobre um tema que vem sendo discutido em vários países: o uso das tecnologias de informação e comunicação nas aulas de matemática, em particular na matemática aplicada a robótica para educação. A programação nas escolas na educação básica visa o desenvolvimento do pensamento computacional, letramento digital e a cultura digital. Essa abordagem torna-se bastante relevante neste momento de implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) visto que o conceito desse tipo de raciocínio consta como indicativo necessário na área de Matemática.

Assim, organizamos este estudo seis capítulos apresentando no primeiro a visão de alguns autores sobre a matemática, tecnologia e o empreendedorismo. Já o segundo capítulo analisamos a ementa do curso de Ciência da Computação com o foco na disciplina de Matemática Discreta. O terceiro capítulo, consiste na apresentação da evolução da Ciência da Computação e a Internet das Coisas (IoT). No quarto capítulo, apresentamos o Projeto Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharia e Computação e sua importância e motivações para esse trabalho. O quinto capítulo consiste na aplicação da robótica e o incentivo às meninas nas ciências exatas desde os menores graus da academia, visando o curso ofertado durante a pandemia do COVID-19 e a volta do curso de formação de professores presencial, dialogando com o conceito de pensamento computacional, programação plugada e desplugada até a elaboração e construção do carro robô "Larissinha". Por fim, mostramos que com a "larissinha" foi possível experienciar o mundo do empreendedorismo com a inovação de um drone como upgrade do robô, numa competição de *startups* em 2022. Esse trabalho mostra a ciência e a educação, quando bem fundamentados, pode oferecer resultados em diversas áreas e campos.

Há algumas décadas a Educação tenta acompanhar a evolução das tecnologias. Isso é tema de estudo de muitos pesquisadores, no qual relatam sobre a formação continuada, projetos de científicos de extensão e pesquisa e cada vez mais os docentes tentam inserir esses recursos como fortalecimento em suas práticas, além de acompanhar as transformações da sociedade e fazer com que o discente esteja inserido na sociedade.

O uso das tecnologias abre um leque de oportunidades para a mudança na Educação, principalmente, na prática docente.

De fato, um grande mérito das tecnologias é o de colocar diversos pesquisadores e educadores em um movimento de reflexão sobre a educação frente às modificações pelas quais a sociedade passa em decorrência da crescente inserção das tecnologias no dia-a-dia das pessoas (MALTEMPI, 2008).

A tecnologia é considerada um elemento importante em todas as áreas do conhecimento. E as tecnologias digitais, em especial, são situadas como importantes ferramentas na modelagem e resolução de problemas matemáticos. A principal mudança está no reconhecimento de que elas não são um elemento separado da Matemática.

A sociedade atual está imersa em um ambiente tecnológico, assim como nossos alunos, e essa percepção faz com que as tecnologias estejam cada vez mais presentes e fundamentais para a compreensão do futuro da sociedade (LING; OLIVEIRA, 2023).

"Uma nova manifestação nesse sentido é o movimento Maker (cultura Maker) ou a cultura do *faça você mesmo*". (LING; OLIVEIRA, 2023). A indústria 4.0 que envolve a automação, inteligência artificial e Internet das coisas (IoT), impressão 3D, robótica, entre outras coisas. No entanto, no ambiente escolar existem poucas oportunidades de acesso a esses recursos, seja pela falta de formação continuada ou simplesmente a falta de Kits com esses materiais.

A robótica educacional no ambiente escolar envolve a tecnologia e ciência na educação básica ao superior. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece que campos como a programação e a robótica são cada vez mais presentes no convívio social e na vida profissional, e por isso busca aproximá-los da disciplina.

Kits de robótica educacional, são conjuntos de peças, componentes e materiais projetados para permitir que estudantes e entusiastas da robótica construam, programem e interajam com robôs de forma prática e educacional. Esses kits são usados em ambientes de aprendizado, como escolas, instituições de ensino técnico e workshops, com o objetivo de ensinar conceitos de ciência, tecnologia, engenharia e matemática (STEM, na sigla em inglês) de maneira prática e envolvente. Os kits de robótica educacional geralmente incluem: 1) Peças mecânicas: componentes como chassis, rodas, articulações, controlados e eixos que permitem a construção física dos robôs. 2) Sensores: dispositivos que permitem que os robôs percebam o ambiente ao seu redor, como sensores de luz, sensores de toque, sensores de proximidade, acelerômetros, giroscópios, entre outros. 3) Atuadores: componentes que permitem que o robô execute ações físicas, como motores, servomotores e solenoides. 4) Placas de controle: placas eletrônicas que servem como cérebro do robô, permitindo a programação e controle dos movimentos e comportamentos. 5) Software de programação: um ambiente de programação intuitivo que permite aos usuários criarem códigos para controlar o comportamento dos robôs. Isso pode variar de linguagens de programação tradicionais a interfaces de programação visual. 6) Manuais e instruções: guias passo a passo, tutoriais e documentos que auxiliam os usuários na montagem, programação e uso dos robôs. (LING; OLIVEIRA, 2023)

O uso de kits de robótica providência a aprendizagem colaborativa, prática e que relaciona os conceitos teóricos em situações reais. Esses problemas reais refletem em como essa relação entre tecnologia na educação podem gerar ao empreendedorismo. Além disso, esse inserimento dessas ferramentas tem mudado como os discentes aprendem e como os docentes lecionam.

A educação empreendedora é um tema importante para educação, pois com ela desenvolvemos habilidades como a autonomia e capacidade de afeiçoamento em resolver e criar situações. A educação empreendedora é um processo com os seguintes aspectos:

1) Melhoria da cognição dos alunos sobre empreendedorismo: cultivo da capacidade de análise racional de acordo com as características dos alunos,

bem como estímulo à criação de ideias e escolha do empreendedorismo como uma possibilidade de carreira. 2) Ajuste da filosofia educacional dos professores: oferta de treinamentos a fim de melhorarem suas qualificações e habilidades, e também incentivá-los a mudança do modo de ensino tradicional puramente didático para um modo de ensino interativo. 3) Realização de várias formas de treinamentos de empreendedorismo: os currículos dos cursos devem proporcionar aos estudantes, além dos conhecimentos teóricos, o desenvolvimento de habilidades empreendedoras por meio de várias formas de treinamentos, em que se priorizem as atividades práticas. 4) Aprendizagem em equipe: a realização de atividades em equipe favorece a divisão do trabalho, discussão de ideias, tomada de decisões, desenvolvimento de habilidades interpessoais e proporciona aos estudantes o acúmulo de conhecimentos a curto prazo com um efeito melhor. 5) Atenção reforçada aos estudantes: as universidades devem fornecer boas infraestruturas para a realização das atividades práticas, principalmente orientação de carreira que impulse o pensamento empreendedor dos estudantes. (SILVA; PATRUS, 2017)

Nesse sentido, o ensino deve estimular a inovação e a criatividade dos estudantes. O professor é responsável apenas por conduzir o processo de autoaprendizagem, conduz esse processo com mais eficiência, sendo assim, os professores se tornam mais competentes no uso da tecnologia educacional e também expandir seus conhecimentos.

No início do ano de 2023, o atual presidente da república, Luiz Inácio Lula da Silva, sancionou uma lei que comenta:

O presidente sancionou a Lei 14.533/2023, que institui a Política Nacional de Educação Digital (Pned). A intenção é garantir o acesso, sobretudo das populações mais vulneráveis, a recursos, ferramentas e práticas digitais. Composta de quatro eixos de atuação (inclusão digital, educação digital escolar, capacitação e especialização digital e pesquisa e desenvolvimento em tecnologias da informação e comunicação), a Pned vai articular os programas, projetos e ações de municípios, estados, Distrito Federal e União, de diferentes áreas e setores governamentais, para potencializar e melhorar os resultados dessas políticas públicas. (TOKARNIA, M, 2023)

Dessa forma, o professor se torna um facilitador do processo de aprendizagem, responsável por orientar, coordenar e, sobretudo, apoiar os estudantes em direção ao controle da situação experimentada e na educação, a inclusão digital começa pelo professor.

2 MATEMÁTICA DISCRETA: MATEMÁTICA E A CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

A Matemática Discreta é um ramo da Matemática que possibilita as técnicas para modelagem de problemas da Ciência da Computação, assim como projetar sistemas de computação (*hardware e software*). No entanto, estuda os objetos e estruturas discretas (*discreta*, significa que é formada por elementos desconexos e diferentes entre si) e muitas de suas propriedades podem ser representadas através da Matemática Discreta, ou seja, ela desempenha um papel fundamental no desenvolvimento de algoritmos, na teoria da computação e na resolução de problemas computacionais. No geral, a Matemática Discreta procura resolver problemas do tipo:

- Qual a probabilidade de se ganhar na loteria?
- De quantas maneiras podemos escolher uma *password* válida para um computador?
- Como podemos saber o caminho mais curto para deslocar entre uma cidade a outra?
- Como podemos ordenar uma lista de inteiros em ordem decrescente?
- Em quantos passos podemos fazer uma ordenação?

Segundo, (PICADO, J, 2007) a Matemática Discreta é usada quando contamos objetos, quando estudamos relações entre conjuntos finitos e quando processos (algoritmos) envolvendo um número finito de passos são analisados. Com isso, essa Matemática se torna relevante no uso dos computadores usando essa base de conhecimento e manipulações numa forma discreta. Alguns dos recursos mais importantes da matemática discreta, relevantes para a computação, incluem (Figura 1):

Figura 1 – Áreas da Matemática Discreta



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Os Projetos Pedagógicos dos Cursos (PPC) da Ciência da Computação de 2019 e Engenharia da Computação de 2014 da Universidade Federal de Alagoas propõem os componentes curriculares obrigatórios, fornecendo flexibilidade e atualiza-se em relação às novas exigências e recomendações do MEC (Ministério da Educação) e tenta corrigir lacunas do currículo vigente.

Analisando a grade curricular de ambas graduações, notamos que a disciplina de Matemática Discreta está presente no primeiro período de ambos cursos. Dessa forma, abordaremos nas próximas seções os conteúdos presentes na ementa dos cursos de graduação em computação: teoria dos conjuntos; relações; funções; lógica e comprovação: equivalência, implicação; teoria dos números: divisibilidade, números primos, MDC (máximo divisor comum) e MMC (mínimo múltiplo comum), aritmética modular e criptografia.

Em resumo, a Matemática Discreta na Computação fornece uma estrutura teórica para resolver problemas computacionais, projetar algoritmos eficientes, analisar a complexidade de algoritmos e sistemas e modelar e representar informações de maneira clara e concisa. É um importante campo de estudo para quem quer entender os fundamentos matemáticos da Ciência da Computação.

2.1 TEORIA DOS CONJUNTOS

A Teoria dos Conjuntos é um ramo da lógica Matemática que estuda conjuntos, que são coleções de elementos. Foi desenvolvido no século XIX pelo matemático alemão Georg Cantor e tem sido um dos pilares fundamentais da matemática moderna (Wikipédia, 2023). O termo "elementos" é usado de forma geral, podendo significar um objeto concreto ou abstrato. Portanto, um elemento é uma entidade básica a qual não definimos.

Existem algumas formas de representação de conjuntos, seja sempre uma letra maiúscula, os elementos entre chaves e separados por vírgula. Ou seja, iremos mostrar três formas de representação de conjuntos:

- *Representação por Enumeração:* Chamamos nosso conjunto com letra maiúscula, em seguida atribuímos com o uso das chaves e separado por vírgulas, por exemplo:

$$C = \{ 1, 2, 3, 4, \text{ e } 5 \}$$

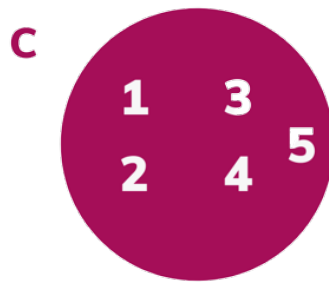
- *Relatando as características:* Podemos escrever como o conjunto é formado, por exemplo:

Seja D um conjunto de todos os números pares, onde $D = \{ D \text{ é o conjunto de todos os números pares} \}$

- *Diagrama de Venn*: Designam-se por diagramas de Venn os diagramas usados em matemática para simbolizar graficamente propriedades, axiomas e problemas relativos aos conjuntos e sua teoria (Wikipédia, 2022), por exemplo:

Dado o conjunto $C = \{ 1, 2, 3, 4, \text{ e } 5 \}$, podemos representá-lo por meio do diagrama de Venn (Figura 2):

Figura 2 – Diagrama do Conjunto C



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Definição 2.1.1 (Conjunto). *Um Conjunto é uma coleção de zero ou mais objetos distintos, chamados Elementos do conjunto, os quais não possuem qualquer ordem associada.*

Exemplo 2.1.1. (a) *As vogais a, e, i, o, u;*

(b) *Todos os americanos;*

(c) *Os números ímpares 1, 3, 5,...;*

(d) *A personagem Barbie, letra a e a Xuxa;*

(e) *Os dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9.*

Dessa maneira, podemos observar que um conjunto pode ser definido listando-se todos os elementos (a) ou por propriedades declaradas (b). Ficando claro que um conjunto

não é necessariamente constituído por objetos que compartilham as mesmas propriedades (d).

A definição de um conjunto listando todos os seus elementos é chamada *denotação por extensão*, no qual é dada pela reunião de todos os elementos formando em uma lista em qualquer ordem (separados por vírgulas) e entre chaves, por exemplo: Vogais denota o conjunto a, e, i, o, u:

$$\text{Vogais} = \{a, e, i, o, u\}$$

A definição de um conjunto por propriedades é denominada *denotação por compreensão* como, por exemplo, o qual é interpretada como: *o conjunto de todos os elementos n tal que n é um ímpar*:

$$\text{Ímpares} = \{ n \mid n \text{ é número ímpar} \}$$

Assim, a forma geral de definição de um conjunto por propriedades é como: $\{ x \mid I(x) \}$ e é tal que um determinado elemento a é elemento deste conjunto se a propriedade I é verdadeira para a , ou seja, se $I(a)$ é válida. Por exemplo, para o conjunto tem-se que Barbie é elemento de B e Xuxa *não* é elemento de B:

$$B = \{ x \mid x \text{ é americana} \}$$

Embora seja possível definir qualquer conjunto por compreensão, regularmente conveniente especificar conjuntos de outra forma como nos quais os elementos omitidos podem ser facilmente deduzidos do contexto, por exemplo:

$$\text{Ímpares} = \{ 1, 3, 5, \dots \};$$

$$\text{Dígitos} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \text{ e } 9\}$$

2.1.0.1 Relação de Pertinência

Se um determinado elemento a é elemento de um conjunto C , tal fato, denominamos por: $a \in C$, lemos como: a pertence ao conjunto C .

Exemplo 2.1.2. (a) *Relativamente ao conjunto $\text{Vogais} = \{a, e, i, o, u\}$, tem-se que:*

$$a \in \text{Vogais}$$

$$v \notin \text{Vogais}$$

Caso contrário, podemos afirmar que *a não* pertence ao conjunto C, tal fato, denominamos por: $a \notin C$, por exemplo:

Exemplo 2.1.3. (b) *Relativamente ao conjunto $B = \{x \mid x \text{ é americana}\}$, tem-se que:*

$$\text{Barbie} \in B$$

$$\text{Xuxa} \notin B$$

2.1.0.2 Conjuntos Importantes

Um conjunto importante é o *conjunto vazio*, ou seja, o conjunto sem elementos $\{\}$, o qual representamos pelo seguinte símbolo: $\emptyset$, por exemplo:

Exemplo 2.1.4. (a) *O conjunto de todos os americanos com mais de 187 anos;*

(b) *O conjunto de todos os números os quais são simultaneamente pares e ímpares;*

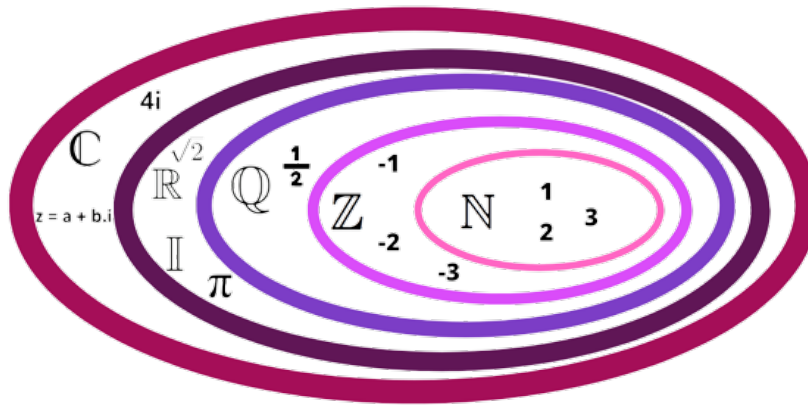
Outro tipo de conjunto é o *conjunto unitário*, ou seja, um conjunto formado por um único elemento. Portanto, existem infinitos conjuntos unitários.

Exemplo 2.1.5. (a) *O conjunto constituído pelo jogador de futebol Pelé;*

(b) *O conjunto de todos os números que são simultaneamente pares e primos;*

Lembre-se: Os conjuntos números são de extrema importância tanto para Matemática quanto na Computação e possuem uma escrita universal. Os símbolos dos conjuntos numéricos $\mathbb{N}$ (Conjunto dos números naturais), $\mathbb{Z}$ (Conjunto dos números inteiros), $\mathbb{Q}$ (Conjunto dos números racionais), $\mathbb{I}$ (Conjunto dos números irracionais), $\mathbb{R}$ (Conjunto dos números reais) e $\mathbb{C}$ (Conjunto dos números complexos), resultando na figura 3.

Figura 3 – Símbolos dos Conjuntos Numéricos (naturais, inteiros, racionais, reais e complexos).



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

2.1.0.3 Conjuntos Finitos e Infinitos

Um conjunto pode possuir um número finito ou infinito de elementos, ou seja, os conjuntos infinitos contêm uma quantidade ilimitada de elementos. Sendo assim, se estendem indefinidamente. O oposto vale para o conjunto finito, valendo número limitado ou limitado de elementos, por exemplo:

Exemplo 2.1.6. (a) *Conjuntos Finitos:* $\emptyset$; *Vogais* = $\{a, e, i, o, u\}$; *Dígitos* = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9\}$ e $B = \{x \mid x \text{ é americano}\}$

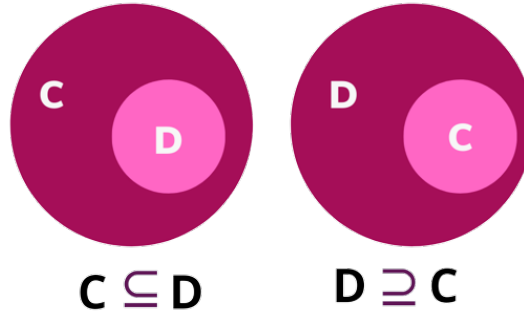
(b) *Conjuntos Infinitos:* $\mathbb{Z}$; $\mathbb{R}$ e $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq 0\}$

2.1.0.4 Subconjunto e Igualdade de Conjuntos

Outro ponto fundamental, após a noção de pertinência, é a de continência. Com isso, permite introduzir os conceitos de *subconjunto* e de *igualdade de conjunto*.

Se todos os elementos de um conjunto C também são elementos de um conjunto D, então podemos afirmar que $C \subseteq D$, lê-se: C está *contido* em D, ou podemos alternar, em que D contém C, $D \supseteq C$. Nesse caso ($C \subseteq D$ ou $D \supseteq C$), afirma-se que C é *subconjunto* de D.

Figura 4 – Da Esq. para Direita: C Está Contido em D e D Contém C.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Se $C \subseteq D$, mas existe $d \in D$ tal que $d \notin C$, então se afirma que C está *contido* *propriamente* em D , ou que C é *subconjunto próprio* de D , denotaremos como $C \subset D$, ou que D *contém propriamente* $D \supset C$.

Outro conjunto é o *conjunto universo*, denotado por $\mathbb{U}$ formado por todos os elementos que devem ser considerados em um problema (Lembrando que $\mathbb{U}$ não é um conjunto fixo). Todo elemento pertence ao conjunto universo e todo conjunto está contido no conjunto universo. Os conjuntos C e D são ditos *conjuntos iguais*, denotado por, $C = D$ se e somente se possuem os mesmos elementos, ou seja, podemos afirmar aqui $C = D$ se e somente se $C \subseteq D$ e $D \subseteq C$. A *igualdade de conjuntos*, por exemplo:

Exemplo 2.1.7. (a) $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 0 \text{ e } x < 6\}$

(b) $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 2, 2, 1\}$. Usando o item (b) ilustra bem a definição de igualdade. De fato, podemos ver:

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} \subseteq \{5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 2, 2, 1\} \text{ e } \{5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 2, 2, 1\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

2.1.0.5 Operações com Conjuntos

As operações matemáticas com conjunto para o estudo em Teoria de Conjuntos. Existem três operações, são elas: (a) a união de conjuntos, (b) a interseção de conjuntos e a (c) diferença de conjuntos.

(a) a união de conjuntos: representada por $C \cup D$, (lê-se, C união com D). Ou seja, a união de dois ou mais conjuntos fazendo a junção dos seus elementos, por exemplo,

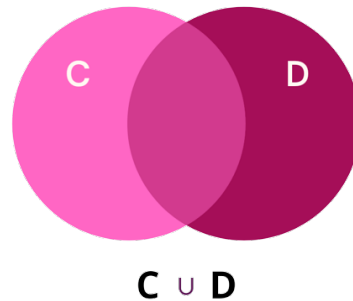
a representação desses conjuntos usando o diagrama de Venn. Por exemplo, dado os conjuntos:

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ e } D = \{3, 4, 6, 7, 8, 15\}$$

Demonstração: $C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 15\}$ caso os elementos dos conjuntos sejam repetidos, eles serão escritos uma única vez.



Figura 5 – Operação União de Conjuntos.



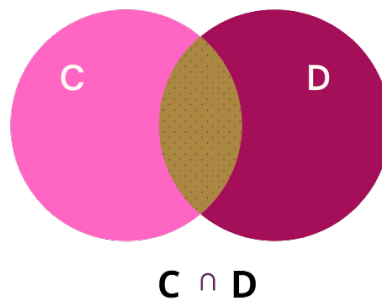
Fonte: Elaboração da autora, 2023.

(b) a interseção de conjuntos: representada por $C \cap D$, (lê-se, C interseção D). Ou seja, a interseção é formado pelos elementos que se repetem no conjunto, por exemplo, a representação desses conjuntos usando o diagrama de Venn:

$$\text{Dado os conjuntos: } C = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ e } D = \{3, 4, 6, 7, 8, 15\}.$$

$$\text{Resolução: } C \cap D = \{3, 4\}.$$

Figura 6 – Operação Interseção de Conjuntos.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

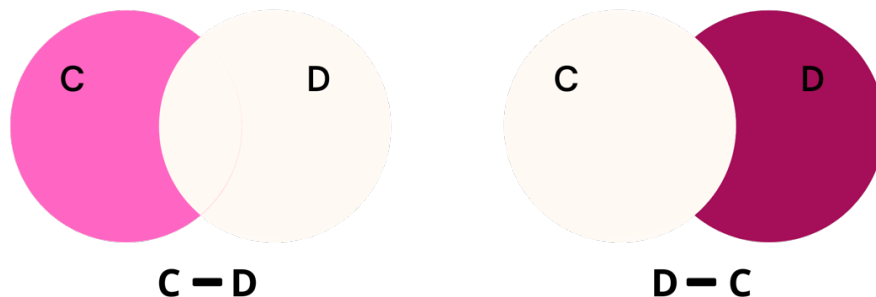
Quando os conjuntos não possuem nenhum elemento em comum, são chamados como conjuntos distintos.

(c) diferença de conjuntos: a diferença entre dois conjuntos é formada pelos elementos que pertencem somente ao primeiro conjunto, por exemplo, dado o conjunto C e D, a diferença entre eles ($C - D$), é o conjunto de elementos que pertencem somente ao conjunto C e a diferença entre ($D - C$), é o conjunto de elementos que pertencem somente ao conjunto D. Representaremos por meio do diagrama de Venn:

Dado os conjuntos: $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $D = \{3, 4, 6, 7, 8, 15\}$

Resolução: $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $D = \{3, 4, 6, 7, 8, 15\}$. Note que $C \cap D = \{3, 4\}$, então temos que: (a) $C - D = \{1, 2, 5\}$ e (b) $D - C = \{6, 7, 8, 15\}$.

Figura 7 – Operação Diferença de Conjuntos.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

2.1.0.6 Conjuntos nas Linguagens de Programação

Uma aplicação da Matemática Discreta na Computação é utilizando os conceitos matemáticos a cerca de conjuntos na linguagem de programação, portanto a exemplificação será ilustrativa sem detalhamento ou formalidade. A linguagem pascal, segundo (FORIGO; FELIX, 2011):

A linguagem PASCAL foi desenvolvida pelo professor Niklaus Wirth no ano de 1972 em Genebra, Suíça. O nome da linguagem, Pascal, foi uma homenagem ao filósofo e matemático Blaise Pascal (1623-1662), inventor da primeira calculadora mecânica do mundo (a Pascalina).

As ilustrações ao decorrer deste capítulo serão em volta da linguagem Pascal, por algumas razões:

1. Linguagem bem definida (para o estudo matemático) e de fácil entendimento;

2. Ambiente fácil e transparente;
3. Disponível em vários sistemas de computadores;
4. Originalmente, a linguagem de programação Pascal foi criada para fins educacionais;
5. Tanto a linguagem Pascal / C / Python são frequentemente abordadas nos cursos técnicos e graduações nas áreas de computação e informática.

Sabendo as limitações que os computadores possuem, mas as linguagens de programação atuam como intermédio entre máquina e o ser humano com o uso de um compilador¹. Para exemplificar conjuntos na linguagem de programação, é inicialmente dado os conceitos de tipos de dados, por exemplo:

- Inteiro;
- Real ou *Ponto Flutuante*;
- *Booleano* ou Lógico;
- Caractere.

Além disso, o tipo de dado Real e Inteiro implementam um subconjunto $\mathbb{R}$ e $\mathbb{Z}$ e algumas operações tradicionais (adição, subtração, multiplicação, etc). O Caractere, recebe letras, caracteres e símbolos especiais e o tipo *Booleano* implementam valores lógicos, ou seja, o verdadeiro e falso.

Em Pascal, podemos definir conjuntos finitos, por exemplo, na linha 3 da figura 8 o texto 'jan' .. 'dez' denota o intervalo [janeiro,...,dezembro]:

Figura 8 – Conjunto Finitos em Pascal.

```
1 cores set of (vermelho, azul, amarelo)
2 dias_semana set of (seg, ter, qua, qui, sex, sab, dom)
3 meses_ano set of 'jan'.. 'dez'
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Inicialmente, o conjunto pode ser atribuído com variáveis e constantes. Podemos definir um conjunto da seguinte maneira:

¹ O compilador é o componente responsável pela tradução das linguagens de programação para a linguagem de máquina.

Figura 9 – Variáveis e Constantes em Pascal.

```

1  [vermelho, azul, amarelo]
2  [ ]
3  [seg..dom]
4  ['a', 'e', 'i', 'o', 'u']

```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Traduzindo para a linguagem de conjuntos, temos:

- (i) *Linha 1*: {vermelho, azul, amarelo};
- (ii) *Linha 2*: $\emptyset$;
- (iii) *Linha 3*: {seg, ter, qua, qui, sex, sab, dom};
- (iv) *Linha 4*: {a, e, i, o, u};

Listando quais os nomes, ou seja, definindo quais das variáveis de um tipo de conjunto correspondem a quais tipos. Por exemplo, declaramos quatro variáveis de três tipos:

Figura 10 – Declaração (definição) de Quatro Variáveis.

```

1  cores_primarias: cores
2  semana, feriado: dias_semana
3  vogais: alfabeto

```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Assim, segue partes do programa em Pascal:

Figura 11 – Atribuição de Variável.

```

1  cores_primarias:= vermelho, azul, amarelo
2  semana:= [seg..dom]
3  feriado:= [ ]
4  vogais: ['a', 'e', 'i', 'o', 'u']

```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Note que o símbolo ":= "e não "=" na figura 12 são usados para atribuir a variável ao seu valor. Isso ocorre, pois, na maior parte das linguagens de programação, o símbolo "=" é

usado para igualdade e não para atribuir uma variável como no exemplo. Para a Teoria de Conjuntos, os conjuntos correspondentes são:

- (i) *Linha 1*: $\text{cores_primarias} = \{\text{vermelho}, \text{azul}, \text{amarelo}\}$;
- (ii) *Linha 2*: $\text{Feriado} = \emptyset$;
- (iii) *Linha 3*: $\text{Semana} = \{\text{seg}, \text{ter}, \text{qua}, \text{qui}, \text{sex}, \text{sab}, \text{dom}\}$;
- (iv) *Linha 4*: $\text{Vogais} = \{\text{a}, \text{e}, \text{i}, \text{o}, \text{u}\}$;

A noção de igualdade, subconjunto (contido) e pertinência também são usadas em Pascal, onde $\leq$ (continência) e $=$ (igualmente). Por exemplo, observe que o símbolo "=" é usado no sentido de igualdade:

Figura 12 – Igualdade, Subconjunto (contido) e Pertinência em Pascal.

```

1 cores_primarias = [vermelho, azul, amarelo]
2 feriado = semana
3 cores_primarias <= semana
4 [seg, dom] <= semana
5 'c' in vogais
6 dom in semana

```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Traduzindo para a Teoria de conjuntos, temos:

Tabela 1 – Exemplos de Preposições Sobre a Teoria de Conjuntos.

Preposições	Operador Lógico
<i>Linha 1</i> : $\text{cores_primarias} = \{\text{vermelho}, \text{azul}, \text{amarelo}\}$	verdadeiro
<i>Linha 2</i> : $\text{feriado} = \text{semana}$	falso
<i>Linha 3</i> : $\text{cores_primarias} \subseteq \text{semana}$	falso
<i>Linha 4</i> : $\{\text{sab}, \text{dom}\} \subseteq \text{semana}$	verdadeiro
<i>Linha 5</i> : $\text{C} \in \text{vogais}$	falso
<i>Linha 6</i> : $\text{dom} \in \text{semana}$	verdadeiro

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

2.2 RELAÇÕES

O conceito de relação matemática vem da associação de como as coisas estão relacionadas, ou seja, a associação entre elementos de dois conjuntos, sendo cada elemento

do primeiro conjunto está relacionado com zero ou mais elementos do segundo conjunto. Serve para representação de gráficos, tabelas, equações ou conjuntos de pares ordenados, no qual essas representações ajudam a visualizar e compreender como os elementos dos conjuntos estão conectados entre si.

Existem vários tipos de relações matemáticas, incluindo:

1. *Relação Binária*: relação que associa cada elemento de um conjunto a um ou mais elementos de outro conjunto;
 2. *Relação de Equivalência*: uma relação que é reflexiva, simétrica e transitiva;
 3. *Relação de Ordem*: uma relação que descreve a ordem ou a comparação entre elementos;
 4. *Relação Funcional*: uma relação em que cada elemento do primeiro conjunto está associado a um único elemento do segundo conjunto. Isso é fundamental para definir funções matemáticas;
 5. *Relação Inversa*: a relação inversa de uma relação alterna os elementos dos conjuntos originais. Se (x, y) está na relação original, então (y, x) estará na relação inversa;
 6. *Relação de Equivalência de Módulo*: uma relação que agrupa números inteiros conforme o resto da divisão por um número inteiro fixo, criando classes de equivalência.
- Abordaremos ao decorrer desta seção apenas duas relações, a binária e a relação de equivalência.

No cotidiano, quando dizemos que duas pessoas, João e Maria, se relacionam, entendemos que João e Maria se distinguem dos demais pares de pessoas por existir uma relação que se satisfazem.

Exemplo 2.2.1. • *Maria e João são namorados;*

- *Maria é irmã de João;*
- *João é pai de Maria.*

Na matemática é natural distinguimos determinados pares de objetos dos demais, pois com seus elementos é possível existir alguma relação com os demais pares, em geral, não satisfazem.

Definição 2.2.1 (Relação). *Dados dois conjuntos C e D , uma relação binária, ou apenas relação, é um subconjunto S do produto cartesiano $C \times D$. Os pares ordenados de S associam elementos $x \in C$ com elementos $y \in D$ e podem ser denotados por xSy ou simplesmente S , ou seja, $S \subset C \times D$.*

Exemplo 2.2.2. *Considere os conjuntos $C=\{1, 2, 3, 5, 7\}$ e $D=\{3, 5, 7, 9, 11\}$ e a relação de definição por $S=\{(x, y) \in C \times D \mid y= 2.x-3\}$. Resolução: Os pares ordenados que fazem parte da relação S são: $S=\{(3,3), (5,7), (7,11)\}$.*

Definição 2.2.2 (Relações entre Conjuntos Diferentes). *Dados dois conjuntos C e D , uma relação binária de C para D . Dados n $C_1, C_2, \dots, C_n$ $n>2$, uma **relação n -ária em** $C_1 \times C_2 \times \dots \times C_n$ é um subconjunto de $C_1 \times C_2 \times \dots \times C_n$.*

Exemplo 2.2.3. *Sejam $C=\{1, 2, 3\}$ e $D=\{2, 4, 7\}$. Então o conjunto $\{(1,2), (2,4), (2,7)\}$ é formado por elementos de $C \times D$. Logo, é uma relação binária de C para D .*



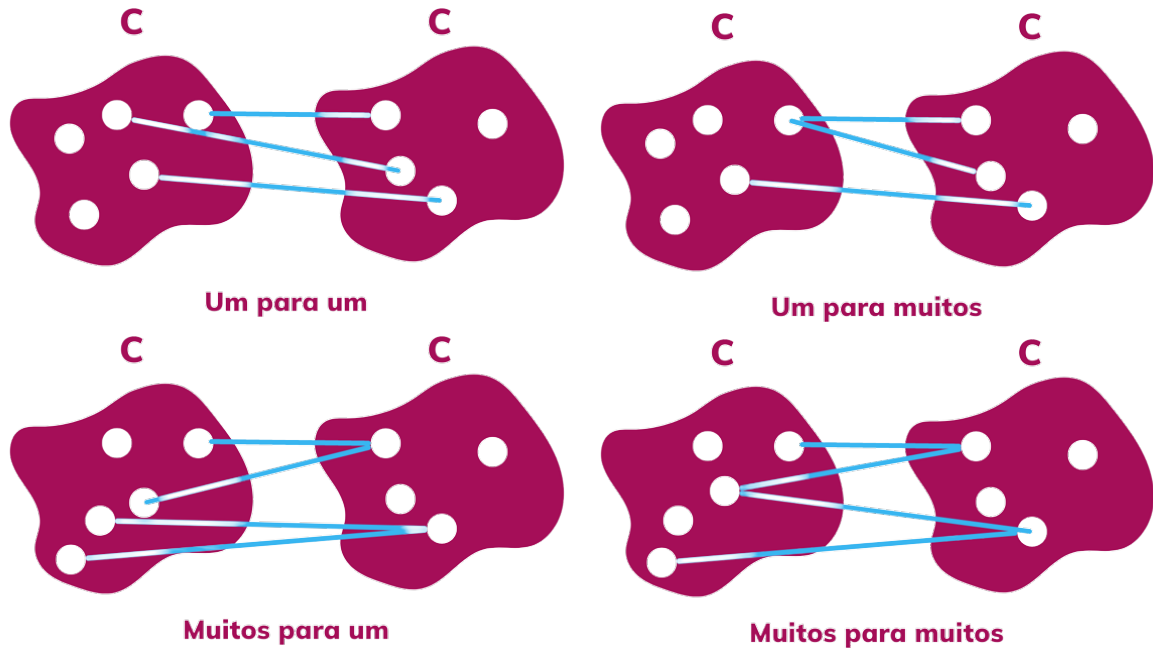
Se S for uma relação binária em C , então S consistirá em um conjunto de pares ordenados da forma (C_1, C_2) . Dada uma primeira componente C_1 ou uma segunda componente C_2 , podem ser formados diversos pares pertencentes à relação. A relação é **um para um** se cada primeira componente e cada segunda componente aparecem apenas uma vez na relação. A relação é **um para muitos** se alguma primeira componente aparece mais de uma vez, ou seja, se C_1 pode aparecer em mais de um par. Ela é dita **muitos para um** se alguma segunda componente C_2 aparece em mais de um par. Finalmente, ela é **muitos para muitos** se pelo menos um C_1 aparece em mais de um par e pelo menos um C_2 aparece em mais de um par. A Figura 13 ilustra essas possibilidades:

Uma relação binária em um conjunto S pode determinar algumas propriedades. Essas três propriedades fazem com que a relação de igualdade seja reflexiva, simétrica e transitiva.

Definição 2.2.3 (Relações Reflexivas, Simétricas e Transitivas). *Dados um conjunto C e uma relação $S \subset C \times C$. Então,*

- S ser **reflexiva** se $(x, x) \in S, \forall x \in C$.
- S ser **simétrica** se $(x, y) \in S$, então $(y, x) \in S$.

Figura 13 – Quatro Formas de Relações.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- S ser **transitiva** se $(x, y), (y, x) \in S$, então $(x, z) \in C$.

Dizemos que uma relação S é **antirreflexiva** se $(x, x) \notin S, \forall x \in C$ e que S é **antissimétrica** se $(x, y) \in S$ e $(y, x) \in S \Rightarrow x=y$.

Definição 2.2.4 (Relação de Equivalência). Dizemos que S é uma relação de equivalência se ela é reflexiva, simétrica e transitiva.

Exemplo 2.2.4. Quais das propriedades apresentadas são satisfeitas pela relação $S = (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (7, 3), (8, 2)$.

- S não ser **reflexiva**, pois $(2, 2), (3, 3), (4, 4), (6, 6), (7, 7), (8, 8) \notin S$.
- S não ser **antirreflexiva**, pois $(5, 5) \in S$.
- S é **simétrica**, pois $(x, y) \in S$, então $(y, x) \in S$.
- S não ser **antissimétrica**, pois $(2, 8), (8, 2) \in S$ e $2 \neq 8$; $(3, 7), (7, 3) \in S$ e $3 \neq 7$ e $(4, 6), (6, 4) \in S$ e $4 \neq 6$.
- S não ser **transitiva**, pois $(2, 8), (8, 2) \in S$, mas $(2, 2), (8, 8) \notin S$; $(3, 7), (7, 3) \in S$, mas $(3, 3), (7, 7) \notin S$ e $(4, 6), (6, 4) \in S$, mas $(4, 4), (6, 6) \notin S$.

A relação S não é uma relação de equivalência, conforme a definição de relação de equivalência.



2.2.0.1 Relações na Ciência da Computação

Um banco de dados é um armazém de informações inter-relacionadas. Mas um banco bem projetado é como uma lista de compras em um caderno de anotações (um pequeno banco de dados analógico). O usuário pode fazer pesquisas no banco de dados para obter informação que não está contida em um único fato. O todo se torna mais do que a soma das partes (GERSTING, 2001).

Para a criação de um banco é proveniente modelar. Segundo, (GERSTING, 2001):

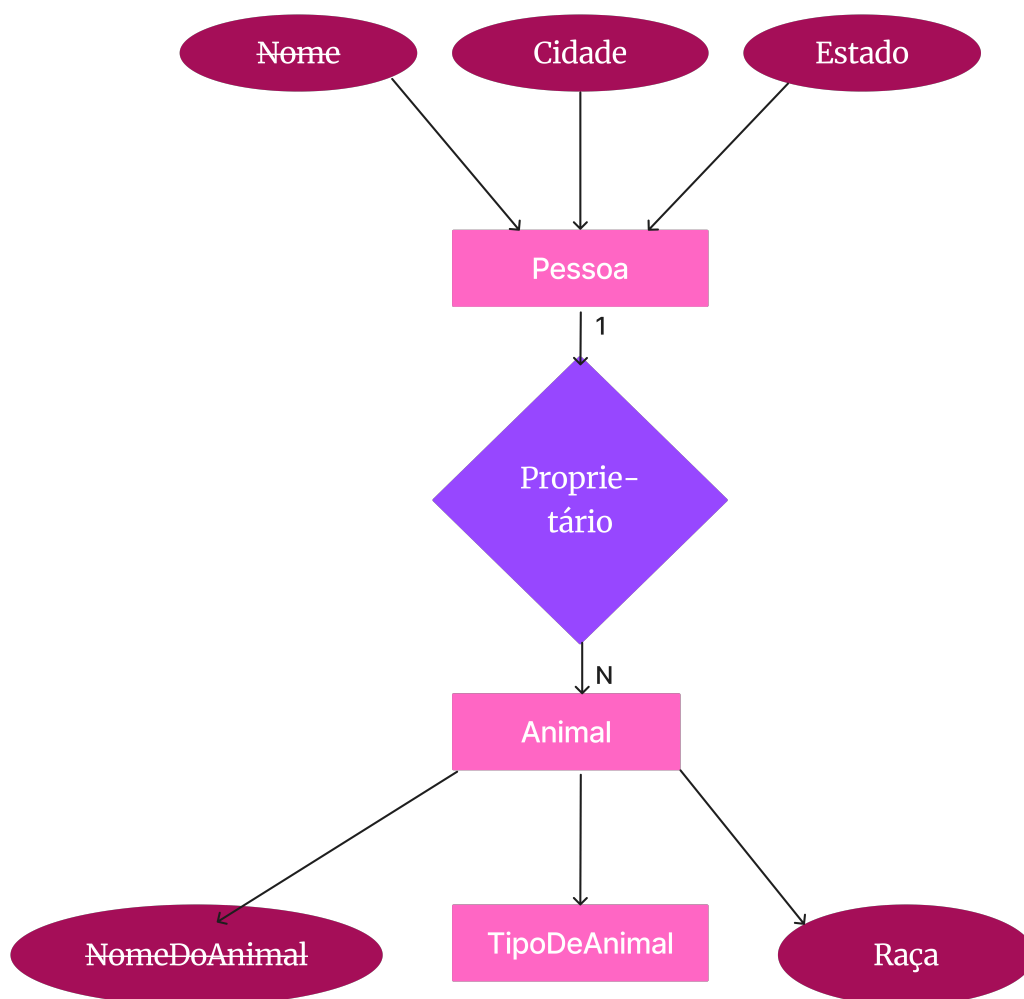
Um modelo conceitual é uma tentativa de se capturar as características importantes e o funcionamento do empreendimento. Pode ser necessária muita interação com as pessoas familiarizadas com o empreendimento para se obter todas as informações necessárias para formular o modelo.

O modelo entidade-relação possui objetos importantes com atributos ou propriedades relevantes. Depois, são realizadas as relações entre essas diversas entidades. Essa informação é representada graficamente por um diagrama entidade-relação. Esse diagrama, é formado por retângulos que denotam conjuntos de entidades, elipses denotam atributos e losangos denotam relações.

Exemplo 2.2.5. *Um Pet Shop deseja montar um banco de dados. Dessa forma, o dono do empreendimento montou uma lista com algumas informações básicas sobre os animais, tais como o nome, tipo de animal (cachorro, gato e etc) e raça.*

A Figura 15 mostra um diagrama modelo entidade-relação. As entidades são pessoas e animais. As pessoas têm os atributos de Nome, Cidade e Estado. Os animais têm os atributos NomeDoAnimal, TipoDeAnimal e Raça. O diagrama também mostra que pessoas são proprietárias de animais. Pensando nas entidades como conjuntos, o conjunto Pessoa e o conjunto Animal, a relação “é proprietário de” é uma relação binária de Pessoa para Animal — a relação de propriedade é capturada pelos pares ordenados (pessoa, animal). O “1” e o “N” nos segmentos indicam que essa relação binária é do tipo um para muitos, ou seja, nesse modelo, uma pessoa pode ter muitos animais, mas um animal não pode ter mais de um dono.

Figura 14 – Modelo Diagrama Entidade-Relação.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Uma operação unária que pode ser executadas em relações é a operação de restrição. A operação de restrição cria uma nova relação formada pelas tuplas² da relação original que satisfazem determinada propriedade, além disso, essa operação também podem ser considerada em termos de subconjuntos. A restrição cria um subconjunto de linhas que satisfazem determinada propriedade. Na tabela 2, existe a operação **Restrição** de Animal-Proprietário **onde** TipoDeAnimal = "Cachorro"**fornecendo** CachorroProprietário, resulta na relação CachorroProprietário. Além da modelagem apresentada para a computação, a álgebra relacional é uma linguagem teórica em banco de dados que relaciona essas operações, um exemplo é a SQL (*Structured Query Language*, em português, linguagem de

² Uma tupla (tuple) é uma sequência imutável de valores de qualquer tipo. Para criar uma tupla, lista-se uma sequência de valores separados por vírgulas e, opcionalmente, entre parênteses. Tuplas são úteis para representar registros (mas sem atribuir nomes aos campos).

consulta estruturada) uma linguagem internacional padrão de banco de dados.

Tabela 2 – Modelo Entidade-Relação Operação Restrição.

CachorroProprietário			
Nome	NomeDoAnimal	TipoDeAnimal	Raça
Juju	Disney	Cachorro	Labrador
Daniel	Dom	Gato	Siamês
Ana	Piu-piu	Pássaro	Calopsita
Thiago	Nemo	Peixe	Peixe-palhaço

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

As relações matemáticas são fundamentais em diversos ramos da matemática, com aplicações em várias áreas, ajudando na modelagem e entender fenômenos e relações entre diferentes variáveis.

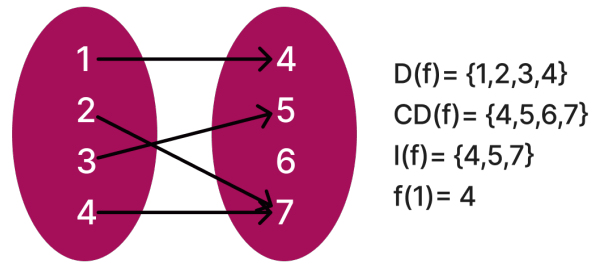
2.3 FUNÇÕES

As funções na Matemática Discreta tem diversas aplicações na ciência da computação, teoria de grafos, criptografia e entre outros. Elas modelam as relações e representam algoritmos para a resolução de problemas matemáticos e computacionais. Primeiramente, vamos definir uma função:

Definição 2.3.1. *Uma função de A em B é uma relação que a cada elemento do conjunto A associa um único elemento do conjunto B . Representamos a função f de A em B por $f: A \rightarrow B$. Utilizamos ainda a notação $y = f(x)$ para indicar que o par (x, y) pertence à função f .*

Em outras palavras, uma função outorga a cada elemento de um conjunto de entrada, ou seja, o domínio $D(f)$, e saída o contradomínio $CD(f)$. O conjunto A é chamado de domínio da função e o conjunto B é o contradomínio. Onde, o conjunto de elementos em B que são realmente associados a elementos em A é chamado de imagem da função $I(f)$.

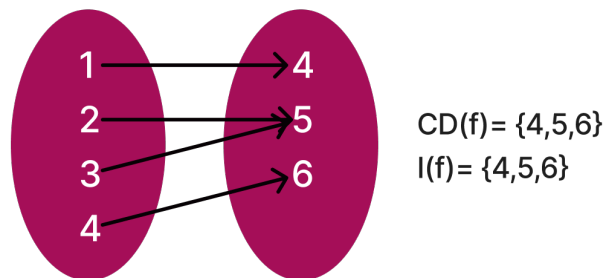
Figura 15 – Exemplo de Diagrama.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Definição 2.3.2. *Uma função é sobrejetora se a sua imagem é igual ao seu contradomínio em que todos os elementos do contradomínio estão associados a elementos do domínio.*
Observação: Nem sempre a inversa de uma função sobrejetora é função, pois podem existir elementos associados a mais de um elemento da imagem, fazendo com que não a inversa não seja uma função.

Figura 16 – Exemplo de Diagrama Função Sobrejetora.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

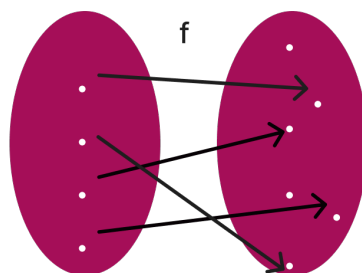
Esse diagrama figura 16 representa essa função sobrejetora, no qual podemos descrever que cada elemento do primeiro conjunto está associado a um único elemento do segundo conjunto. Visto que o segundo conjunto é igual à imagem da função. Algebricamente, podemos escrever:

$$f \text{ é sobrejetora} \iff I(f) = CD(f)$$

Definição 2.3.3. *Uma função é injetora se elementos distintos quaisquer do domínio possuem imagens distintas. Ou seja, f é injetora $\iff f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$. Algebricamente, podemos escrever:*

$$\forall x_1, x_2 \in A \rightarrow x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Figura 17 – Exemplo de Diagrama Função Injetora.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

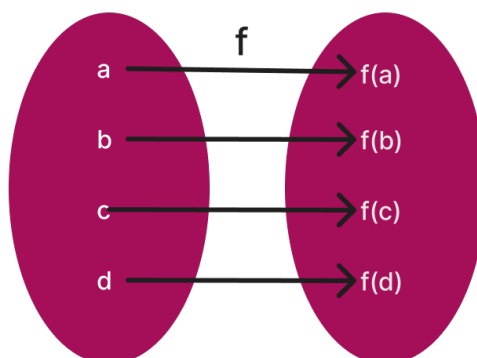
Definição 2.3.4. Quando uma função for sobrejetora e injetora simultaneamente, será chamada de função bijetora. Então, para saber se uma função é bijetora, verificamos sua sobrejetividade e injetividade.

(i) **Função sobrejetora:** ocorre quando f é sobrejetora $\iff I(f) = CD(f)$.

(ii) **Função injetora:** ocorre se, elementos distintos quaisquer do domínio possuem imagens distintas. Ou seja, $\forall x_1, x_2 \in A \rightarrow x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

Se a função satisfaz essas duas características, então ela é uma função bijetora.

Figura 18 – Exemplo de Diagrama função injetora.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

2.3.0.1 Funções na Ciência da Computação

Em maioria as funções estão presente na linguagem de programação, sendo baseadas nas funções matemáticas. Vejamos a seguinte situação em que temos uma lista com 1 mil nomes de alunos (sem repetição) e quisermos verificar se um nome está na tabela, seria muito cansativo ter que percorrer linha por linha para comparar se os 1 mil nomes na tabela

corresponde com o procurado. Mesmo que essa tabela esteja ordenada alfabeticamente, ainda levará um determinado tempo para concluir o objetivo de encontrar o nome do aluno. Nessa situação podemos utilizar as funções, a função utilizada para obter o endereço é denominada *função de hashing*. Nas *hash tables* (em português, tabelas hash) os dados são armazenados em pares de chaves (identificação dos dados) e valores.

Esse tipo de função, segundo (MENEZES, 2013):

A função ideal é aquela que gera um endereço diferente para cada um dos possíveis valores das chaves a serem instaladas na tabela, isto é, uma função *injetora*. No entanto, é difícil conseguir um monomorfismo, e, portanto, as funções geralmente utilizadas geram colisões, isto é, para alguns casos, podem atribuir o mesmo endereço a chaves de valores diferentes.

Ou seja, supondo que $\text{Chaves} = \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_m\}$ é o conjunto de elementos de todas as chaves, e n o número de entradas da tabela e $m > n$, o que deseja é uma função de endereçamento:

$$f: \text{Chaves} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

O questionamento é para uma tabela com um número delimitado de entradas, usando uma chave de endereçamento muito grande, endereçar eficientemente a correspondente entrada na tabela? Para esse problema utilizamos uma *função de hashing*.

Nas chaves de identificação $c_1 \in \text{Chaves}$ e $c_2 \in \text{Chaves}$, podemos ocorrer o seguinte caso de colisão:

$$c_1 \neq c_2 \text{ e } f(c_1) = f(c_2)$$

Vejamos o seguinte exemplo usando uma função de *hashing*, considere uma chave de identificação com valor de entre 0 e 10.000, bem como uma tabela de armazenamento com entradas organizadas de 1 a 27. Uma função de *hashing* simples:

$$\text{hash}: \{0, 1, \dots, 10.000\} \rightarrow \{1, \dots, 27\}$$

Para $c \in \{0, 1, \dots, 10.000\}$, suponha que mod calcula o resto da divisão inteira:

$$\text{hash}(c): (c \bmod 27) + 1$$

A tabela 3 mostra um conjunto de valores de chaves e seus endereços calculados pela função *hashing*:

Com de $\text{hash}(c)$ observamos algumas colisões. Deveras:

Tabela 3 – Tabela Endereços Calculados Pela Função *hash*.

Chave	452	623	766	564	825	387	2369	3600	1343	285
Endereço	21	2	11	25	16	10	21	10	21	16

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- (i) O endereço 10 é visto nas chaves 387 e 3600;
- (ii) Também é possível ver, os endereços 16 e 21 também possuem um par de chaves distintas.



Dessa forma, a causa para uma função *injetora* no cálculo de endereçamento, são utilizados tratamento de colisões.

2.3.0.2 Funções nas Linguagens de Programação

Na linguagem de programação, por exemplo, em Pascal, uma função é declarada como uma *function*. Utilizando o exemplo da sessão anterior vamos verificar uma função em Pascal: *Hashing*.

Temos uma função de *Hashing*, dessa forma, suponhamos uma declaração de dois tipos de intervalos:

Figura 19 – Declaração de Dois Tipos de Intervalos.

```
1 type intervalo10000 = 0..10000;
2   intervalo23 = 1..27;
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Com isso, uma declaração dessa função $f: \{0, 1, \dots, 10.000\} \rightarrow \{1, \dots, 27\}$ tal que $f(c): (c \bmod 27) + 1$, então:

Figura 20 – Declaração de Função de *hashing*.

```
1 function hash (c:intervalo10000): intervalo23;
2   begin
3     hash:= (c mod 27) + 1
4   end
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Notamos que:

- (i) O parâmetro c do tipo `intervalo0ao10000` define o domínio da função, chamamos de *parâmetro formal*;
- (ii) *Hash*, do tipo `intervalo1ao27` defini o contradomínio da função guardando o resultado do cálculo quando da chamada da função:

Figura 21 – Valor Resultante de Quando é Chamada a Função.

```
1  if hash(387) = hash(3600)
2  then ...
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Quando chamada a função *hash*, os valores 387 e 3.600 são os *parâmetros atuais*. Consequentemente a palavra *then* é executada, assim:

$$\text{hash}(387) = 3600 = 10$$



2.4 LÓGICA E COMPROVAÇÃO

A lógica matemática é a base teórica para a Ciência da Computação e para o estudo de matemática discreta, isto significa que a lógica se preocupa com o raciocínio usado para validar ou não determinada situação. Esse tipo de raciocínio se chama Lógica Booleana usado para distinguir sentenças verdadeiras de falsas em homenagem ao matemático George Boole (1815-1864).

A lógica de Boole (Boleana), tem como princípio o 0 (zero, também usado como falso) e o 1 (um, também usado como verdadeiro). Essa lógica pode ser usada tanto para criação de algoritmos de baixa ou alta complexidade.

Conforme as Diretrizes Curriculares do MEC (Ministério da Educação), (Brasil, [2005]) para os Cursos de Computação e Informática, “[...] a lógica matemática é uma ferramenta fundamental na definição de conceitos computacionais.” (apud MENEZES, 2013, p.18). Assim dizendo, para desenvolver qualquer algoritmo ou desenvolver algum *software* computacional, são de extrema importância obter conhecimentos em lógica.

O objetivo desta sessão é introduzir, rapidamente, os conceitos e a terminologia da lógica matemática para o estudo de Matemática Discreta. Inicialmente, os quadros 1, 2 e 3 abaixo mostram os operadores relacionais e lógicos fundamentais na lógica matemática e na elaboração de programas.

Os operadores relacionais, com eles podemos fazer relações ou comparações entre valores. Veja o quadro 1.

Quadro 1 – Quadro Operadores Relacionais.

Operador	Símbolo	Exemplo	Operação
Menor	<	$A < B$	1 se A menor que B, se não 0
Maior	>	$A > B$	1 se A maior que B, se não 0
Menor ou igual	<=	$A <= B$	1 se A menor ou igual que B, se não 0
Maior ou igual	>=	$A >= B$	1 se A maior ou igual que B, se não 0
Igual	=	$A = B$	1 se A igual de B, se não 0
Diferente	<>	$A <> B$	1 se A diferente de B, se não 0

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Os operadores lógicos, podemos elaborar operações relacionais que possibilitem fazer relações ou comparações entre valores, retornando valores verdadeiros (V) ou falso (F). Veja o quadro 2.

Quadro 2 – Quadro Operadores Lógicos 1.

Operador	Símbolo	Exemplo	Operação
AND	$\wedge$	$A \wedge B$	E (conjunção lógica)
OR	$\vee$	$A \vee B$	OU (disjunção lógica)
NOT	$\sim$	$\sim A$	Negação
Se..então...	$\rightarrow$	$A \rightarrow B$	Condicional
Se,e somente se,	$\longleftrightarrow$	$A \longleftrightarrow B$	Bicondicional

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Na computação, existem também mais operadores lógicos, o XOR e XAND, utilizados em portas lógicas (usadas para implementação física da álgebra de Boole). Veja o quadro 3.

Quadro 3 – Quadro Operadores Lógicos 2.

Operador	Símbolo	Exemplo	Operação
XOR	XOR	$A \text{ XOR } B$	OU exclusivo
XAND	XAND	$A \text{ XAND } B$	E exclusivo

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

2.4.0.1 Proposições

Definição 2.4.1 (proposição). *Uma proposição é uma construção a qual podendo ser verdadeiro-falso, ou seja, o interesse é na "verdade" das proposições.*



*Na lógica matemática, a "verdade" considera dois valores, o verdadeiro (**V**) e falso (**F**), assim as proposições só podem assumir esses dois valores. Para uma dada proposição p , denota-se por: $V(p)$ o valor-verdade de p .*

(a) São exemplos de proposições:

- Alagoas é um Estado;
- Maceió é a capital do Recife;
- $2 + 2 > 1$;
- $1 + 2 = 4$;

Verificando o valor-verdade de cada proposição:

- (V) (Alagoas é um Estado) = (V) ;
- (V) (Maceió é a capital do Recife) = (F) ;
- (V) ($2 + 2 > 1$) = (V) ;
- (V) ($1 + 2 = 4$) = (F) ;

(b) Não são exemplos de proposições:

- Bem-Vindo!;
- Que dia é hoje?;

2.4.0.2 Conectivos

As proposições introduzidas anteriormente são do tipo simples. Todavia, com o uso dos conectivos, ou seja, operadores lógicos conforme o quadro 2 promovem proposições compostas. Os cinco exemplos a seguir mostra os seguintes conectivos: **e**, **ou**, **não**, **se** **então** e **se somente se**.

- Em Alagoas, tem a praia de Maragogi **e** em Recife a praia de Porto de Galinhas;
- É biscoito **ou** bolacha?;
- Recife **não** é a capital de Alagoas;
- Se chover hoje, **então** iremos à praia;
- **A = B se e somente se ($A \subseteq B$ e $B \subseteq A$)**;

Uma proposição composta pode construir novas proposições como no último exemplo.

2.4.0.3 Negação

A negação de uma proposição é feita acrescentando a palavra *não* de forma adequada na proposição. Considere as seguintes proposições:

- Alagoas é um Estado;
- Maceió é a capital do Recife;
- $2 + 2 > 1$;

A negação dessas proposições, respectivamente:

- Alagoas **não** é um Estado;
- Maceió **não** é a capital do Recife;
- **Não** é verdade que $2 + 2 > 1$;

Se **p** denotamos uma proposição, então a negação de **p** é denotada no quadro 2: $\sim p$, lê-se não **p**. Podendo ser interpretada como:

- Se **p** é um **verdadeira**, então $\sim p$ é **falsa**;
- Se **p** é um **falsa**, então $\sim p$ é **verdadeira**;

Definição 2.4.2 (Negação). *Dada uma proposição lógica **p**, a negação $\sim p$ é dada pela tabela-verdade na tabela 4.*



Segundo, (CASTRO, 2011) uma tabela-verdade, como o próprio nome faz referência:

A uma tabela que apresenta todos os valores lógicos possíveis para uma proposição simples, a combinação várias proposições simples e o eventual valor lógico de uma proposição composta para cada combinação dos valores das proposições simples que a formam.

Tabela 4 – Tabela-Verdade: negação.

p	$\sim p$
V	F
F	V

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

2.4.0.4 Conjunção

Dada duas preposições **p** e **q** a conjunção é simbolizado por:

$p \wedge q$, lê-se: "**p e q**".

Dessa, forma uma proposição composta:

- (i) **Verdadeira**, apenas quando **p** e **q** são simultaneamente **verdadeiras**;
- (ii) **Falsa**, em qualquer outra situação.

Definição 2.4.3 (Conjunção). *Dada duas preposições **p** e **q** ($p \wedge q$) é dada pela tabela-verdade na tabela 5.*



Tabela 5 – Tabela-Verdade: conjunção.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- (i) **Verdadeira**: Em Alagoas, tem a praia de Maragogi e em Pernambuco a praia de Porto de Galinhas;

- (ii) **Falso:** Em Alagoas, tem a praia de Maragogi **e** em Sergipe a praia de Porto de Galinhas;
- (iii) **Falso:** Em Sergipe, tem a praia de Maragogi **e** em Pernambuco a praia de Porto de Galinhas;
- (iv) **Falso:** Em Natal, tem a praia de Maragogi **e** em Sergipe a praia de Porto de Galinhas;



Observando a tabela 5 e os exemplos acima, podemos notar a relevância do valor verdadeiro ou falso das proposições compostas.

2.4.0.5 Disjunção

Dada duas preposições **p** e **q** a disjunção é simbolizado por:

$p \vee q$, lê-se: "**p ou q**".

Dessa, forma uma sentença ao menos uma (podendo ter duas) das preposições que resulta em verdade, com isso:

- (i) **Verdadeira**, quando pelo menos uma das preposições é **verdadeira**;
- (ii) **Falsa**, somente quando as duas preposições **p** e **q** são **falsas**.

Definição 2.4.4 (Conjunção). *Dada duas preposições **p** ou **q** ($p \vee q$) é dada pela tabela-verdade na tabela 6.*



Tabela 6 – Tabela-Verdade: disjunção.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- (i) **Verdadeira:** Em Alagoas, tem a praia de Maragogi **ou** em Pernambuco tem praia de Porto de Galinhas;

- (ii) **Verdadeiro:** Em Alagoas, tem a praia de Maragogi **ou** em Sergipe tem praia de Porto de Galinhas;
- (iii) **Verdadeiro:** Em Sergipe, tem a praia de Maragogi **ou** em Pernambuco tem praia de Porto de Galinhas;
- (iv) **Falso:** Em Natal, tem a praia de Maragogi **ou** em Sergipe tem praia de Porto de Galinhas.



Observando a tabela 6 e os exemplos acima, podemos notar a relevância do valor verdadeiro ou falso das proposições compostas.

2.4.0.6 Condição

Dada duas preposições **p** e **q** a disjunção é simbolizado por:

$p \rightarrow q$, lê-se: "se **p** então **q**".

Dessa, forma uma sentença parte de uma premissa ³ verdadeira, ou seja, **p** sendo verdade, obrigatoriamente deve ao fim chegar em verdade (**q** sendo verdade). Toda via, para uma premissa falsa, qualquer conclusão pode-se levar em consideração.

- (i) **Falsa**, quando **p** é verdadeira e **q** é falsa;
- (ii) **Verdadeira**, caso contrário.

Definição 2.4.5 (Condição). *Dada duas preposições **p** ou **q** ($p \rightarrow q$) é dada pela tabela-verdade na tabela 7.*



- (i) **Verdadeira:** Se Alagoas, tem a praia de Maragogi, **então** em Pernambuco tem praia de Porto de Galinhas;
- (ii) **Falsa:** Se Alagoas, tem a praia de Maragogi, **então** em Sergipe tem praia de Porto de Galinhas;

³ Premissa, trata cada uma das proposições que compõem um silogismo e em que se baseia a conclusão.

Tabela 7 – Tabela-Verdade: condição.

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- (iii) **Verdadeiro:** Se Sergipe, tem a praia de Maragogi, **então** em Pernambuco tem praia de Porto de Galinhas;
- (iv) **Verdadeira:** Se Natal, tem a praia de Maragogi, **então** em Sergipe tem praia de Porto de Galinhas;



Observando a tabela 7 e os exemplos acima, podemos notar a relevância do valor verdadeiro ou falso das proposições compostas.

2.4.0.7 Bicondição

Dada duas preposições **p** e **q** a disjunção é simbolizado por:

$$p \longleftrightarrow q, \text{ lê-se: "p se e somente se q".}$$

Dessa, forma temos uma condição com dois sentido, ou seja, a ida e volta. **P** a ida e **q** a conclusão e também **q** sendo a volta e **p** a conclusão. Pode-se levar em consideração.

- (i) **Verdadeira**, quando **p** e **q** ambas assumindo verdade ou falso;
- (ii) **falsa**, quando **p** e **q** assumem valores verdadeiros e falsos distintos.

Definição 2.4.6 (Bicondição). *Dada duas preposições **p** e **q** ($p \longleftrightarrow q$) é dada pela tabela-verdade na tabela 8.*



- (i) **Verdadeira:** Se Alagoas, tem a praia de Maragogi, **se e somente se** em Pernambuco tem praia de Porto de Galinhas;

Tabela 8 – Tabela-Verdade: condição.

p	q	$p \longleftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- (ii) **Falsa:** Se Alagoas, tem a praia de Maragogi, **se e somente se** em Sergipe tem praia de Porto de Galinhas;
- (iii) **Falsa:** Se Sergipe, tem a praia de Maragogi, **se e somente se** em Pernambuco tem praia de Porto de Galinhas;
- (iv) **Verdadeira:** Se Natal, tem a praia de Maragogi, **se e somente se** em Sergipe tem praia de Porto de Galinhas;



Observando a tabela 8 e os exemplos acima, podemos notar a relevância do valor verdadeiro ou falso das proposições compostas na semântica da bicondição.

2.4.0.8 Lógica na Linguagem de Programação

Na linguagem de programação, por exemplo, em Pascal, nessa linguagem de programação possui valores lógicos (booleanos). Os valores lógicos V (*true*) e F (*false*).

Suponhamos uma declaração de três tipos de variáveis:

Figura 22 – Declaração (definição) das Variáveis p, q e r.

```
1 p, q, r: boolean
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Abaixo podemos ver no quadro 4 conectivos lógicos e valores lógicos em algumas expressões na figura 23.

Quadro 4 – Quadro Exemplo Conectivos Lógicos em Pascal.

not	negação
and	conjunção
or	disjunção
<=	condição
=	bicondição

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Figura 23 – Declaração (definição) das Variáveis p, q e r.

```
1  10 - 1 = 9
2  8 + 2 = 10
3  S + 1 > S
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Podemos calcular e informar o valor lógico da fórmula $\mathbf{p} \vee (\mathbf{q} \wedge \mathbf{r})$.

Figura 24 – Programa em Pascal para Calcular Valor Lógico.

```
1  program valorLogico (input, output);
2  var p, q, r: boolean;
3
4  begin
5      read (p, q, r);
6      if p or (q and r)
7      then write ('verdadeiro')
8      else write ('falso')
9
10 end.
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Notamos que:

- (i) Primeiramente, definimos o nome do programa (valorLogico) esse valor lógico recebe um argumento, ou seja, os objetos de *input* (entrada, em português) para leitura e *output* (saída, em português) para saída do programa a ser executado.
- (ii) A segunda linha são definidas as variáveis chamadas de p, q e r do tipo booleano;
- (iii) No começo do algoritmo *begin* e *end* (começo e fim, em português) especificamos as ações do algoritmo, ou seja, verifica se o valor-verdade de $\mathbf{p} \vee (\mathbf{q} \wedge \mathbf{r})$;
- (iv) A linha 5, o comando de *read* (ler, em português) lê os valores lógicos p, q e r;

- (v) Na linha 6, 7 e 8 inicia-se pelos comandos *if*, *then* e *else* (se, então e outra, em português);
- (vi) As ações executadas segue o seguinte caminho: se a expressão lógica passando na linha 6 no *if* for verdadeira, então o comando na linha 7 *then* é executado e finaliza; senão a linha 8 é executada *else*;
- (vii) Dessa forma, os valores lidos p , q e r , se o valor-verdade da expressão $p \vee (q \wedge r)$ for *if* verdadeiro, o algoritmo resulta na mensagem *verdadeiro*, caso não *else* falso.



2.5 IMPLICAÇÃO E EQUIVALÊNCIA

As relações de implicação e equivalência nos conectivos de bicondição e condição induzem essa relação.

Definição 2.5.1 (Relação de Implicação). *Dada duas preposições p e q ($p \Rightarrow q$), ou seja, p implica q . Se e somente se $p \rightarrow q$ é uma tautologia*⁴



Na tabela 9 podemos interpretar os nomes dados a cada implicação.

- (i) **Adição:** $p \Rightarrow p \vee q$
- (ii) **Simplificação:** $p \wedge q \Rightarrow p$

Tabela 9 – Tabela-Verdade: adição e simplificação.

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \rightarrow p$
V	V	V	V	V	V
V	F	V	V	F	V
F	V	V	V	F	V
F	F	F	V	F	V

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

⁴ Tautologia é uma preposição composta sempre verdadeira, conquanto o seu valor lógico das preposições simples.

Definição 2.5.2 (Relação de Equivalência). *Dada duas preposições $\mathbf{p}$ e $\mathbf{q}$ ($\mathbf{p} \Leftrightarrow \mathbf{q}$), ou seja, $\mathbf{p}$ é equivalente $\mathbf{q}$. Se e somente se $\mathbf{p} \leftrightarrow \mathbf{q}$ é uma tautologia.*



Na tabela 10 podemos verificar a relação de equivalência: $\mathbf{p} \vee (\mathbf{q} \wedge \mathbf{r}) \Leftrightarrow (\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \wedge (\mathbf{p} \wedge \mathbf{r})$.

Tabela 10 – Tabela-Verdade: relação de equivalência.

$\mathbf{p}$	$\mathbf{q}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{q} \wedge \mathbf{r}$	$\mathbf{p} \vee (\mathbf{q} \wedge \mathbf{r})$	$\mathbf{p} \vee \mathbf{q}$	$\mathbf{p} \vee \mathbf{r}$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F
F	F	V	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F

$(\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \wedge (\mathbf{p} \vee \mathbf{r})$	$\mathbf{p} \vee (\mathbf{q} \wedge \mathbf{r}) \Leftrightarrow (\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \wedge (\mathbf{p} \vee \mathbf{r})$
V	V
V	V
V	V
V	V
V	V
F	V
F	V
F	V

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

2.6 TEORIA DOS NÚMEROS

Os conceitos elementares da Teoria dos Números, foram descobertos pelos pitagóricos que descobriram as relações, hoje chamada de Teoria dos Números.

Figura 25 – Teoria dos Números Segundo os Pitagóricos.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

A Teoria dos Números é a ciência que tem por objetivo principal estudar as propriedades e relações entre os Números Inteiros. Essa teoria aparece como ferramenta em diversas áreas da Matemática, tais como: Probabilidade, Álgebra, Sistemas Dinâmicos, etc., servindo de alicerce para resultados significativos (GROENWALD et al., 2005).

Dentre isso, abordaremos os conceitos de divisibilidade, números primos, MDC, MMC, aritmética modular e criptografia.

2.6.0.1 Divisibilidade

Definição 2.6.1. *Sejam a e $b \in \mathbb{Z}$ com $a \neq 0$. Suponha que $a \cdot c = b$, para algum inteiro c . Dizemos que a divide b ou b é divisível por a , simbolizamos por $a|b$. Dizemos que b é um múltiplo de a ou que a é um fator ou divisor de b . Se a não divide b , simbolizamos por $a \nmid b$.*

Figura 26 – Fluxograma Divisibilidade.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Verificando os exemplos:

- (i) Se $a \neq 0$, então $a|0$, lembrando que $a \cdot 0 = 0$;
- (ii) Os divisores de 6 são $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ e ± 6 , e os divisores de 3 são ± 1 e ± 3 ;
- (iii) É fácil ver que $3|9$, pois $3 \cdot 3 = 9$.

Teorema 2.6.1. *Suponha que a, b e $c \in \mathbb{Z}$. Então:*

1. Se $a|b$ e $b|c$, então $a|c$.
2. Se $a|b$, então para qualquer $\mathbb{Z} z$, $a|bz$.
3. Se $a|b$ e $a|c$, então $a|(b+c)$ e $a|(b-c)$.
4. Se $a|b$ e $b \neq 0$, então $a = \pm b$ ou $|a| = |b|$, ou seja, $a = \pm b$.
5. Se $a|1$, então $a = \pm 1$.

Em Pascal, podemos calcular se o número digitado pelo usuário é divisível por 2, 3, 5, 7, 9 e 11 e se a soma dos dígitos é par ou ímpar:

Figura 27 – Programa em Pascal para Calcular se o Número é Divisível por 2, 3, 5, 7, 9 e 11.

```

1  program divisibilidade;
2  var
3      number : integer;
4      divider : string;
5      digit1, digit2, sum : integer;
6  begin
7      //Primeira parte
8      write ('Número: ');
9      readln (number);
10     if (number MOD 2 = 0) then divider := divider+'2, ';
11     if (number MOD 3 = 0) then divider := divider+'3, ';
12     if (number MOD 5 = 0) then divider := divider+'5, ';
13     if (number MOD 7 = 0) then divider := divider+'7, ';
14     if (number MOD 9 = 0) then divider := divider+'9, ';
15     if (number MOD 11 = 0) then divider := divider+'11, ';
16     write ('Este número é divisível por ');
17     write (divider);
18     //Segunda parte
19     digit1 := number DIV 10;
20     digit2 := number MOD 10;
21     sum := digit1 + digit2;
22     write ('e a soma dos dígitos é ');
23     if (sum MOD 2 = 0) then write ('par') else write ('ímpar');
24 end.
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- (i) As cinco primeiras linhas nomeamos o nome do programa *divisibilidade* e declaramos as variáveis;
- (ii) Iniciamos o comando *begin* e em sua primeira parte é necessário o usuário inserir um número. O algoritmo lê o número e armazena na variável *number*, nos comandos *if* neles é verificado se o número informado é divisível por 2, 3, 5, 7, 9 e 11, se for verdade o número é acrescentando e guardado para fazer a soma;
- (iii) Na segunda parte, armazena o primeiro e segundo número e realiza a soma, em seguida exibe a mensagem "e a soma dos dígitos é" e imprime se é par ou não esse número.

2.6.0.2 Números Primos

Definição 2.6.2. *Um inteiro $p > 1$ é chamado de número primo se seus divisores são ± 1 ou ele próprio ($\pm p$).*

Verificando os exemplos:

- (i) Os primos menores que 30 são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 e 29.
- (ii) O número 21 não é primo, mas pode ser escrito como um produto de primos: $21 = 3 \cdot 7$.

Esse último exemplo resulta em um Teorema. Visto que o Teorema Fundamental da Aritmética revela que todo inteiro $n > 1$ pode ser escrito como o produto de primos.

Teorema 2.6.2. *Todo inteiro $n > 1$ pode ser escrito como o produto de números primos.*



Em Pascal, podemos calcular se o número digitado pelo usuário é primo ou não. Ele usa um loop for para verificar se o número é divisível por qualquer número entre 1 e 10. Se o número for divisível por mais de dois números, ele não é primo. Caso contrário, é um número primo.

Figura 28 – Programa em Pascal para Calcular o Número Digitado pelo Usuário é Primo ou Não.

```

1  program Primechk;
2  var
3      Num: Integer;
4      checker, count, adder: ShortInt;
5  begin
6      Write('Digite um número: ');
7      Readln(Num);
8      adder := 0;
9      for count := 1 to 10 do
10     begin
11         checker := Num mod count;
12         if checker = 0 then
13             adder := adder + 1
14     end;
15     if (Num <= 10) and (adder > 2) then
16         Writeln(Num, ' não é um número primo')
17     else if (Num > 10) and (adder > 1) then
18         Writeln(Num, ' não é um número primo')
19     else
20         Writeln(Num, ' é um número primo');
21 end.
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Nesse exemplo, notamos que:

- (i) As quatro primeiras linhas nomeamos o nome do programa *Primechk* e declaramos as variáveis;
- (ii) Iniciamos o comando *begin* logo em seguida pede ao usuário que digite um número na tela e armazena ele na variável *Readln(Num)* e *adder := 0* inicializa a variável *adder* com zero, após inicia um loop *for* que executa 10 vezes *for count := 1 to 10 do*;
- (iii) Entre as linhas 10 e 14, inicia o bloco de código de loop, calculando o resto da divisão de *Num* po *Count* e armazena na variável *checker*, a estrutura *if* verifica se *checker* é igual a zero e incrementa a variável *adder* em 1 se *checker* for igual a zero;
- (iv) Entre as linhas 15 e 20, *if (Num <= 10) and (adder > 2) then* verifica se *Num* é menor ou igual a 10 e se *adder* é maior que 2 e *else if (Num > 10) and (adder > 1) then* verifica se *Num* é maior que 10 e se *adder* é maior que 1, caso seja verdadeiro ou falso o algoritmo resultada com uma mensagem.

2.6.0.3 MDC e MMC

Definição 2.6.3. *O Máximo Divisor Comum (abreviadamente, MDC) entre dois ou mais números inteiros (a e b), sendo ambos $\neq 0$. Por exemplo, os divisores comuns de a e b é o número 1, chamaremos de d , ou seja, se $d|a$ e $d|b$. Sendo assim, existe um maior divisor comum de a e b , denotador por $MDC(a,b)$, o qual chamaremos de máximo divisor comum de a e b .*

Verificando os exemplos:

- (i) Os divisores comuns de 18 e 24 são ± 1 , ± 2 , ± 3 e ± 6 ;
- (ii) Para qualquer inteiro b , temos o $MDC(1,b)=1$.

Para a determinação do Máximo Divisor Comum pode-se ser determinada de duas formas, são elas:

1. Para determinar o máximo divisor comum entre dois números, inicialmente pode-se ser feita a fatoração e dessa maneira pegar os fatores comuns e deixar com o menor expoente. Vejamos o MDC de 30 e 12, observe que $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ e $12 = 3 \cdot 2^2$, logo os fatores comuns aos números e o menor expoente do fator, então $(30,12)=2 \cdot 3$, no fim ficamos com 6.

2. A outra maneira consiste em escrever dois números separados por uma linha vertical. Os números então comparados e a diferença entre os dois é colocada sob o número maior. Agora compare o último número que você escreveu com o número da segunda coluna e repita o processo até que os números em ambas as colunas sejam iguais. Este é o resultado desejado.

Em Pascal, podemos calcular o MDC:

Figura 29 – Programa em Pascal para o MDC.

```

1 function mdc(num1, num2: integer): integer;
2 var
3     resto: integer;
4 begin
5     repeat
6         resto := num1 mod num2;
7         num1 := num2;
8         num2 := resto;
9     until resto = 0;
10    mdc := num1;
11 end;
12
13 begin
14     writeln(mdc(24, 9)); // Output: 3
15     writeln(mdc(30, 20)); // Output: 10
16 end.

```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Nesse exemplo, notamos que:

- (i) Na linha 6, calcula o resto da divisão entre num1 e num2;
- (ii) Na linha 7, atribui o valor de num2 a num1;
- (iii) Na linha 8, atribui o valor de resto a num2;
- (iv) Na linha 9, repete o loop até que resto seja igual a 0;
- (v) Na linha 10, retorna o valor de num1 como resultado do MDC.

Definição 2.6.4. *Suponha que a e b são inteiros $\neq 0$. Note que $|ab|$ é um múltiplo comum positivo de a e b . Assim, existe um menor múltiplo positivo em comum entre a e b , sendo assim denotado por $MMC(a,b)$, chamamos de Mínimo Múltiplo Comum (abreviadamente, MMC).*

Verificando os exemplos:

- (i) $\text{MMC}(8,4)=8$; $\text{MMC}(4,6)=6$;
- (ii) Para qualquer inteiro b , temos o $\text{MMC}(1,b)=b$;
- (iii) Para qualquer primo p e qualquer inteiro positivo a , $\text{MMC}(p,a)=a$ ou $\text{MMC}(p,a)=ap$ dependendo se p divide ou não a .
- (iv) Suponha que a e b sejam inteiros positivos. Então $a|b$ se, e somente se, $\text{MMC}(a,b)=b$.

Em Pascal, podemos calcular o MMC:

Figura 30 – Programa em Pascal para o MMC.

```

1  program mmc;
2  var
3      a, b, i, max: integer;
4  begin
5      writeln('Digite dois números inteiros:');
6      readln(a, b);
7      if a > b then
8          max := a
9      else
10         max := b;
11     i := max;
12     while (i mod a <> 0) or (i mod b <> 0) do
13         i := i + max;
14     writeln('O MMC de ', a, ' e ', b, ' é ', i);
15 end.
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Nesse exemplo, notamos que:

- (i) Na linha 1, declara o programa;
- (ii) Na linha 2, declara três variáveis inteiras;
- (iii) Na linha 3, inicia o bloco principal do programa;
- (iv) Na linha 4, exibe uma mensagem para o usuário;
- (v) Na linha 5, lê dois números inteiros digitados pelo usuário;
- (vi) Na linha 6, verifica qual número é maior;
- (vii) Na linha 7, define a variável i como o maior número;
- (viii) Na linha 8, inicia um loop que verifica se i é divisível por ambos os números;

(ix) Na linha 9, incrementa i pelo maior número;

(x) Na linha 10, exibe o resultado do MMC.

2.6.0.4 Aritmética Modular

A aritmética modular, também conhecida como a aritmética do relógio, figura 31, é um tipo de matemática que lida com os restos da divisão inteira.

Figura 31 – Aritmética do Relógio.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Um exemplo comum de uso da aritmética modular é no relógio de ponteiro, onde o dia é dividido em dois períodos de 12 horas cada. Se são 7:00h agora, então 8 horas depois serão 3:00h. A adição usual sugere que o tempo futuro deveria ser 15:00h, mas o relógio “retrocede” a cada 12 horas. Da mesma forma, se o relógio começa em 12:00h (meio-dia) e 21 horas passam, então a hora serão 9:00h do dia seguinte, em vez de 33:00h. Como o número de horas começa de novo depois que atinge 12, esta aritmética é chamada aritmética módulo 12.

Definição 2.6.5. *Seja m um inteiro maior que zero. O inteiro m é chamado de módulo, então a é congruente com b módulo m se m divide $a - b$. E a negação de $a \equiv b \pmod{m}$ se escreve $a \not\equiv b$. Dizemos que a é congruente a b módulo m e denotamos por:*

$$a \equiv b(\text{módulo } m) = a \equiv b \pmod{m}$$

Verificando os exemplos:

- (i) Se dividirmos 7 por 3, obtemos um quociente de 2 e um resto de 1. Podemos escrever isso como: $7 \div 3 = 2$ resto 1 ou, usando a notação de congruência: $7 \equiv 1 \pmod{3}$.

Isso significa que 7 e 1 têm o mesmo resto quando divididos por 3. O número 3 é chamado de módulo e indica o valor pelo qual estamos dividindo. Podemos usar diferentes módulos para obter diferentes restos.

- (ii) Se usarmos o módulo 5, teremos $7 \equiv 2 \pmod{5}$;
- (iii) $72 \equiv -5 \pmod{7}$, pois 7 divide $72 - (-5) = 77$;
- (iv) $27 \not\equiv 8 \pmod{9}$, porém 9 não divide $27 - 8 = 19$.

Algumas propriedades de módulo de congruência:

1. Reflexividade: Se $a \equiv a \pmod{m}$.
2. Simetria: Se $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow b \equiv a \pmod{m}$.
3. Transitividade: Se $a \equiv b \pmod{m}$ e $b \equiv c \pmod{m}$ então, $a \equiv c \pmod{m}$.
4. Soma e diferença: Se $a \equiv b \pmod{m}$ e $c \equiv d \pmod{m}$ então, $a + c \equiv b + d \pmod{m}$ e $a - c \equiv b - d \pmod{m}$.
5. Produto: Se $a \equiv b \pmod{m}$ e $c \equiv d \pmod{m}$ então, $ac \equiv bd \pmod{m}$.

Na ciência da computação, a congruência modular é usada em criptografia e em algoritmos de hashing. Por exemplo, o algoritmo de hash MD5 ⁵ usa congruência modular para calcular o hash de uma mensagem. A congruência modular também é usada em programação para verificar se um número é par ou ímpar.

Em Pascal, na figura 32, podemos verificar se dois números são congruentes, módulo um terceiro número. O operador é computado como o resto é simbolizado por `%` nas linguagens C, Java, Javascript e Python e também pode ser simbolizado por *mod* em Pascal, SQL, Haskell, entre outros.

⁵ Hash MD5, é usado para legitimar arquivos. É muito mais fácil usar o hash MD5 verificam o original e a cópia do arquivo em vez de verificar bit a bit para ver se as duas cópias são idênticas.

Figura 32 – Programa em Pascal para Congruência.

```

1 program congruencia;
2 var
3   a, b, m: integer;
4 begin
5   writeln('Digite três números inteiros:');
6   readln(a, b, m);
7   if (a mod m) = (b mod m) then
8     writeln(a, ' e ', b, ' são congruentes módulo ', m)
9   else
10    writeln(a, ' e ', b, ' não são congruentes módulo ', m);
11 end.

```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Notamos que:

- (i) Primeiramente, na linha 1 é feita a declaração do programa;
- (ii) A segunda e terceira linha são definidas as variáveis inteiras chamadas de a, b e m;
- (iii) No começo do algoritmo *begin* e *end* (começo e fim, em português). A linha 5, exibe uma mensagem para o usuário e na linha 6 lê os três números inteiros digitados pelo celular;
- (iv) Na linha 7, 8, 9 e 10 inicia-se a verificação se a congruência modular é verdadeira, se for verdadeira exibe uma mensagem se a congruência modular for válida, caso não exibe que for falsa.

2.6.0.5 Criptografia

A criptografia é um ramo da matemática que codifica mensagens que envolve a segurança de informação. A criptografia começa há milhares de anos tão antiga quanto a escrita, "há relatos de aplicação da criptografia em hieróglifos egípcios que datam de cerca de 1900 A.C (Antes de Cristo)"(LOPES; KWIATKOWSKI, 2015). Os gregos usavam os bastões chamados de Licurgo para informar mensagens militares em V A.C.

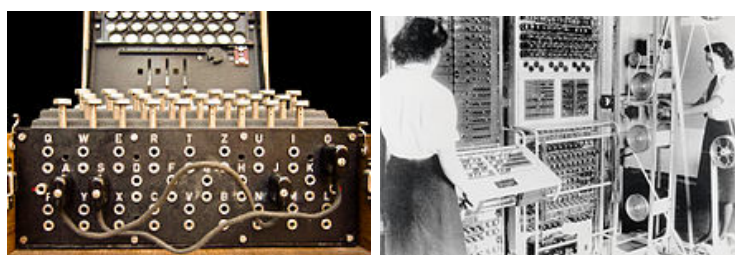
Figura 33 – Da esq. para direita: Pedra de Roseta e Bastão de Licurgo.



Fonte: Wikipédia, 2023 / Wikipédia, 2019.

Na Segunda Guerra Mundial, "os alemães criaram a máquina de criptografar chamada Enigma, com um sextilhão de possibilidades de senhas. Alan Turing e sua equipe criaram a máquina Colossus, para decifrar essas mensagens"(LOPES; KWIATKOWSKI, 2015).

Figura 34 – Da esq. para direita: Máquina Enigma e Máquina Colossus.



Fonte: Wikipédia, 2023.

A criptografia, também é uma encriptação e descriptação, isso significa que a encriptação é responsável pela codificação da informação onde evita que possa ser visualizado por interceptores existindo integridade e confiabilidade e na descriptação é o processo inverso da encriptação, onde apenas conseguem decodificar essa informação com recursos computacionais. Existem dois tipos de criptografia, são elas:

- Assimétrica (Públicas): São chaves simples, única e pouco recurso computacional; usa a mesma chave para cifrar e codificar; segurança baseada na qualidade do algoritmo; chave pode ser compartilhada, porém, existem problemas na distribuição; a chave

tem que ser compartilhada entre o grupo fazendo com que se enfraqueça e para um determinado grupo de n participantes, serão necessárias $\frac{n(n-1)}{2}$ chaves diferentes.

- Assimétrica (Privada): Chave maior, duas chaves e com bastante recurso computacional; motivado pelo problema na distribuição; apenas a chave de decodificação é compartilhada e a chave que decodifica continua segura; fornece confidencialidade e autenticidade, possui uma chave pública e privada e chaves formam um par e executam em conjunto e a função de chaves: $f(x)=y$, sabendo y é fácil descobrir quem é x .

Lembrando que chaves públicas ficam ao domínio de todos e chaves privadas apenas o dono pode conhecer. Existem alguns tipos de algoritmos de criptografia, são eles:

1. Data Encryption Standard (DES, em português, Padrão Criptografia de Dados): é uma das primeiras criptografias utilizadas e é considerada uma proteção básica de poucos bits (cerca de 56). O seu algoritmo é o mais difundido mundialmente e realiza 16 ciclos de codificação para proteger uma informação.
2. Triple DES (3DES, em português, Padrão Triplo de Criptografia de Dados): foi originalmente desenvolvido para substituir o DES, já que os hackers aprenderam a superá-lo com relativa facilidade. Essa criptografia recebe esse nome pelo fato de trabalhar com três chaves de 56 bits cada, o que gera uma chave com o total de 168 bit. Especialistas no tema argumentam que uma chave de 112 bits é suficiente para proteger os dados.
3. Advanced Encryption Standard (AES, em português, Padrão Criptografia Avançado): é o algoritmo padrão do governo dos Estados Unidos e de várias outras organizações. Ele é considerado um dos mais seguros e é usado em todo o mundo. O AES é um algoritmo de bloco que criptografa e descriptografa dados em blocos de 128 bits.
4. Rivest-Shamir-Adleman (RSA, em referência aos sobrenomes dos autores): é um algoritmo de criptografia de chave pública que usa duas chaves diferentes: uma chave pública e uma chave privada. A chave pública é usada para criptografar dados e a chave privada é usada para descriptografá-los. O RSA é amplamente utilizado em sistemas de segurança de rede e é considerado um dos algoritmos de criptografia mais seguros.

5. Blowfish: é um algoritmo de criptografia de bloco que usa chaves de tamanho variável, de 32 bits a 448 bits. Ele é rápido e eficiente e é usado em muitos sistemas de criptografia de arquivos.
6. Twofish: é um algoritmo de criptografia de bloco que é uma versão melhorada do Blowfish. Ele usa chaves de tamanho variável, de 128 bits a 256 bits, e é considerado um dos algoritmos de criptografia mais seguros.

Em Pascal, na figura 35, podemos verificar um algoritmo simples de criptografia.

Figura 35 – Programa em Pascal para Criptografia.

```

1  program Criptografia;
2
3  var
4      Texto: string;
5      i: integer;
6
7  begin
8      Write('Digite o texto a ser criptografado: ');
9      ReadLn(Texto);
10
11     for i := 1 to Length(Texto) do
12         Texto[i] := Chr(Ord(Texto[i]) + 1);
13
14     WriteLn('Texto criptografado: ', Texto);
15     ReadLn;
16 end.
```

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Notamos que:

- (i) Primeiramente, na linha 1 é feita a declaração do programa;
- (ii) Na segunda linha, declaramos as variáveis *Texto* e *i*;
- (iii) Iniciando o programa, nas linhas 8 e 9 exibe a mensagem "*Digite o texto a ser criptografado*" e em seguida lê o texto e armazena na variável *Texto*;
- (iv) Na linha 11, se inicia o loop (for) que percorre cada caractere do texto;
- (v) Na linha 12, $\text{Texto}[i] := \text{Chr}(\text{Ord}(\text{Texto}[i]) + 1)$; desloca o caractere atual uma posição para a direita na tabela ASCII ⁶;
- (vi) Na linha 14, exibe o texto criptografado e em seguida encerra o programa.

⁶ Tabela ASCII, é o Código Padrão Americano para Intercâmbio de Informações. Nessa tabela são representados os caracteres ASCII e sua numeração octal, decimal e hexadecimal.

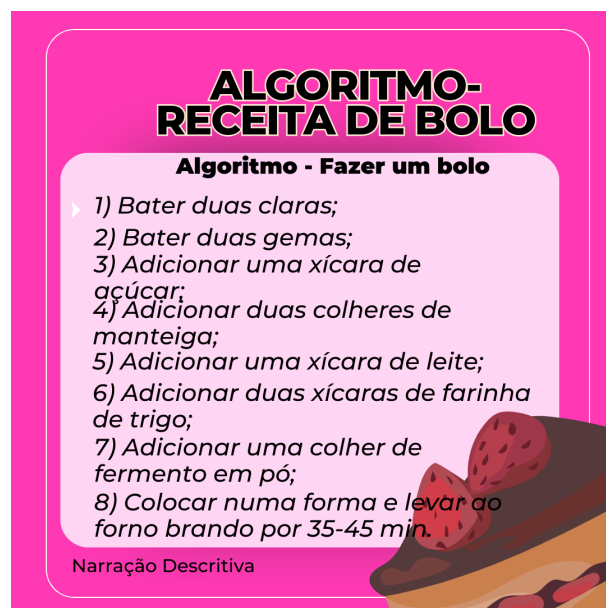
3 A CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E A INTERNET DAS COISAS: O ARDUINO

A ciência da computação não é apenas o estudo de computadores, mas o estudo de resolver problemas e todo processo de resolução de problemas. Dessa maneira, o principal objetivo de um cientista da computação é desenvolver algoritmos.

O conceito indispensável desta ciência é compreender a definição de algoritmo. Um algoritmo é um conjunto de passos que define como uma tarefa é realizada (BROOKSHEAR, 2013). É um conjunto de instruções ou regras bem definidas que descrevem um processo computacional ou uma solução para um determinado problema. Ele é utilizado na ciência da computação e na programação para realização tarefas específicas de forma eficiente e consistente, ou seja, na realização de tarefas simples.

Podemos representar esses algoritmos por programas, para a conveniência humana, os programas de computadores são normalmente impressos em papel ou mostrados em telas de computadores. Para a conveniência das máquinas, os programas são codificados em uma maneira compatível com a tecnologia de máquinas (BROOKSHEAR, 2013), e assim realizar uma sequência finita de instruções bem definidas e não ambíguas, por exemplo, existem algoritmos para cozinhar (Figura 36), uma forma automática ao levantar da cama e se organizar para o dia a dia de trabalho ou estudos, tocar músicas (partituras), processamento de imagens, aprendizado de máquinas, entre outros.

Figura 36 – Receita de Bolo de Chocolate.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Esses são apenas alguns exemplos de algoritmos comuns, portanto a ciência da computação estuda os algoritmos e suas aplicações, bem como das estruturas matemáticas indispensáveis à formulação precisa dos conceitos fundamentais da matemática, teoria da computação e da computação aplicada. Visto isso, abordaremos alguns tópicos sobre a história da computação e a evolução dos computadores, a linguagem de programação, o termo "Internet das Coisas" e a aplicabilidade do uso do Arduino.

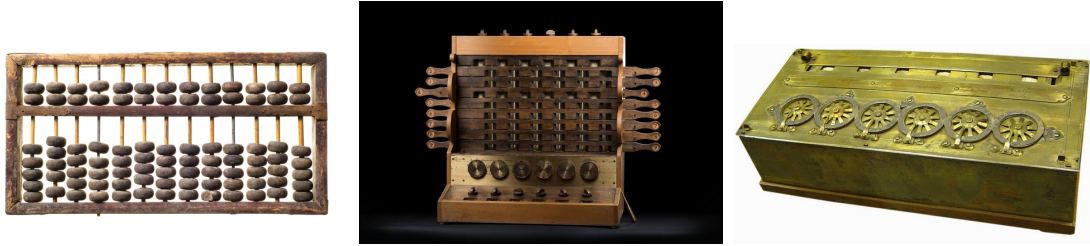
3.1 COMPUTAÇÃO NA HISTÓRIA

A história da computação é uma alegação magnífica que abrange vários séculos de progresso e inovação. A invenção dos computadores aparece na idade antiga no século XVII, pois já existia a relação de contagem e impactou significativamente em todos os aspectos da vida humana. A palavra computador tem origem no latim *computare*, que significa calcular ou adicionar, mas os computadores são hoje mais do que apenas uma gigante calculadora (BELL et al., 2011).

Começando com as primeiras formas primitivas de cálculo até os computadores modernos, vamos percorrer alguns desses períodos mais marcantes da história:

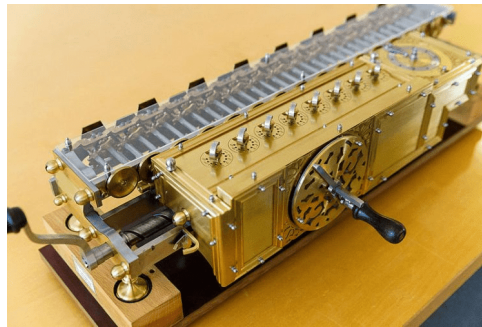
- **Antecedentes da Computação:** Os primeiros sinais de computação nas civilizações antigas, como os babilônios, chineses e egípcios, que desenvolveram sistemas numéricos e métodos de cálculo. O ábaco (Figura 37) e no Oriente Médio há mais de 2.000 anos como uma ferramenta de cálculo, um dispositivo mecânico utilizado para cálculos aritméticos, é considerado uma das primeiras formas de computação.
- **As primeiras calculadoras:** A primeira máquina foi construída por Wilhelm Schickard (1592-1635), sendo capaz de realizar as quatro operações (Figura 37). Segundo, (CREPALDI et al., 2017) essa máquina foi perdida durante a Guerra dos Trinta Anos (1618-1648). Em seguida, Blaise Pascal inventou a Pascaline (Figura 37), uma das primeiras máquinas de calcular mecânicas. Posteriormente, Gottfried Wilhelm Leibniz criou uma máquina capaz de executar operações de soma, subtração, multiplicação, divisão e raiz quadrada, foi um aperfeiçoamento da máquina de Pascal (Figura 38).
- **Máquina analítica:** no século XIX, Charles Babbage desenvolveu a Máquina Analítica baseado no modelo do tear mecânico (Figura 39), um projeto de computador programável que seria capaz de realizar uma variedade de cálculos de polinômios. Embora não tenha sido construída durante sua vida, a Máquina Analítica é considerada

Figura 37 – Da esq. para direita: Ábaco chinês suan-pan, Máquina de Schickard e de Pascal.



Fonte: Revista Macau, 2021/ Portal Roda de Guia, 2023/ Invenções do século XIX, 2015.

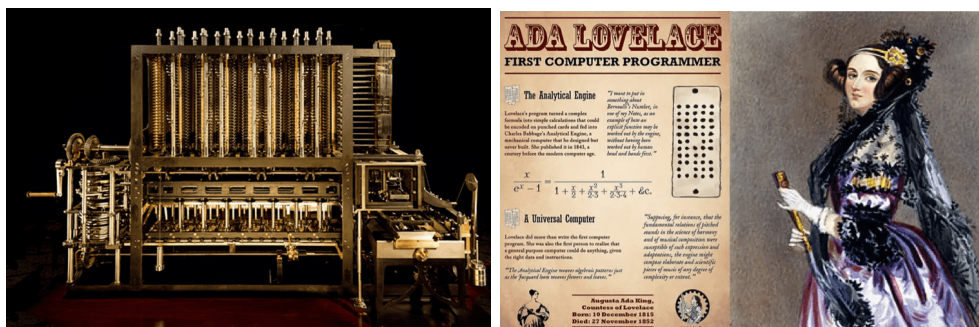
Figura 38 – A máquina de Leibniz, em 1672.



Fonte: O Baricentro da Matemática, 2010.

um precursor importante dos computadores modernos. Ada Augusta Byron King, conhecida como Ada Lovelace, foi uma matemática e escritora inglesa do século XIX (CREPALDI et al., 2017), criou uma nova forma de interação com as invenções de Babbage usando cartões perfurados. Lembrada com o título sendo a primeira mulher programadora de computador da história, ela havia descoberto um algoritmo para computador os números de Bernoulli na máquina analítica (Figura 39).

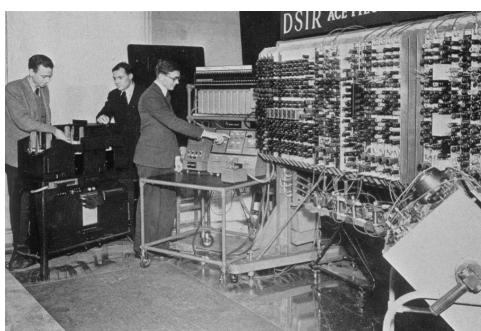
Figura 39 – Da esq. para direita: a máquina de Charles Babbage e Ada Lovelace, considerada a primeira mulher programadora.



Fonte: Invenções do século XIX, 2015/ O Baricentro da Matemática, 2010.

- Máquina de Turing: no século XX, o matemático britânico Alan Turing, desenvolveu uma máquina conhecida como *Turing Universal Machine* (Em português, Máquina de Turing) o conceito teórico de uma máquina universal capaz de executar qualquer cálculo computacional, calcular qualquer função e número de acordo com suas regras fornecidas. Sua máquina de Turing (Figura 40) foi um avanço fundamental na teoria da computação e serviu como base para o desenvolvimento posterior dos computadores eletrônicos.

Figura 40 – Primeiro computador eletrônico.



Fonte: Warren Magazine, 2022.

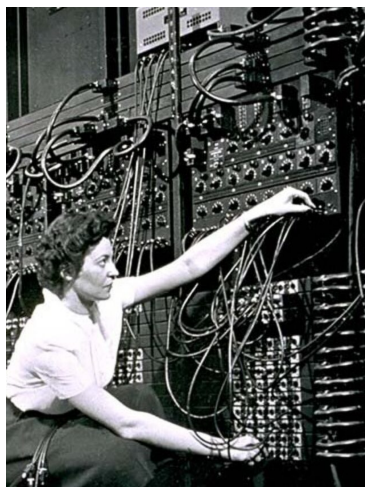
- Primeiros computadores eletrônicos: durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945), foram construídos os primeiros computadores eletrônicos para o uso militares, como o *Colossus* (Figura 42) usado para decifrar códigos alemães na Inglaterra e o ENIAC (ENIAC, em português, Computador Integrador Numérico Eletrônico) nos Estados Unidos (Figura 42). Esses computadores pioneiros foram usados para fins militares, como quebrar códigos criptografados.

Figura 41 – Colossus - herói de guerra.



Fonte: Wikipédia, 2022.

Figura 42 – Programadoras operam o primeiro computador eletrônico da história, o ENIAC.



Fonte: CNN Brasil, 2021.

- Os Computadores de Válvulas, Transistores e circuitos integrados: após a guerra, os computadores de válvulas, como o *Universal Automatic Computer* (UNIVAC, em português Computador Automático Universal - Figura 43) e o *Electronic Delay Storage Automatic Calculator* (EDSAC, em português, Calculadora Automática de Armazenamento de Atraso eletrônico - Figura 43). As válvulas, possuíam um grande consumo de energia, além do seu tamanho ser elevado. Com a invenção do transistor em 1947, os computadores se tornaram menores, mais eficientes em termos de consumo de energia, barato e mais resistentes. Na década de 1950, os circuito integrado foi integrado. No qual, abarca transistores e outros componentes eletrônicos em um único chip. Os circuitos integrados tornaram os computadores menores, mais rápidos e mais poderosos.

Figura 43 – Da esq. para direita: UNIVAC e EDSAC.



Fonte: Wikipédia, 2021/ Wikipédia, 2018.

- Computadores pessoais: a década de 1960 surgiu o desenvolvimento da *Advanced Research Projects Agency Network* (ARPANET, em português, Rede da Agência de Pesquisas em Projetos Avançados), ou seja, a base da internet moderna. Assim, disseminou conhecimentos ao comércio e a comunicação. EM 1970 testemunhou o surgimento dos computadores pessoais (PC). Empresas como Apple e *International Business Machines* (IBM, em português, Máquinas de Negócios Internacionais) lançaram computadores acessíveis ao consumidor médio (escritórios e empresas - Figura 44). O desenvolvimento do sistema operacional Windows pela Microsoft e a popularização da internet. Em seguida, a partir dos anos 2000, surgiu os dispositivos móveis, mudando toda forma de comunicação e acessibilidade para a sociedade, permitindo que as pessoas se conectassem à Internet.

Figura 44 – Primeiros PCs e laptops.



Fonte: Uol, 2020.

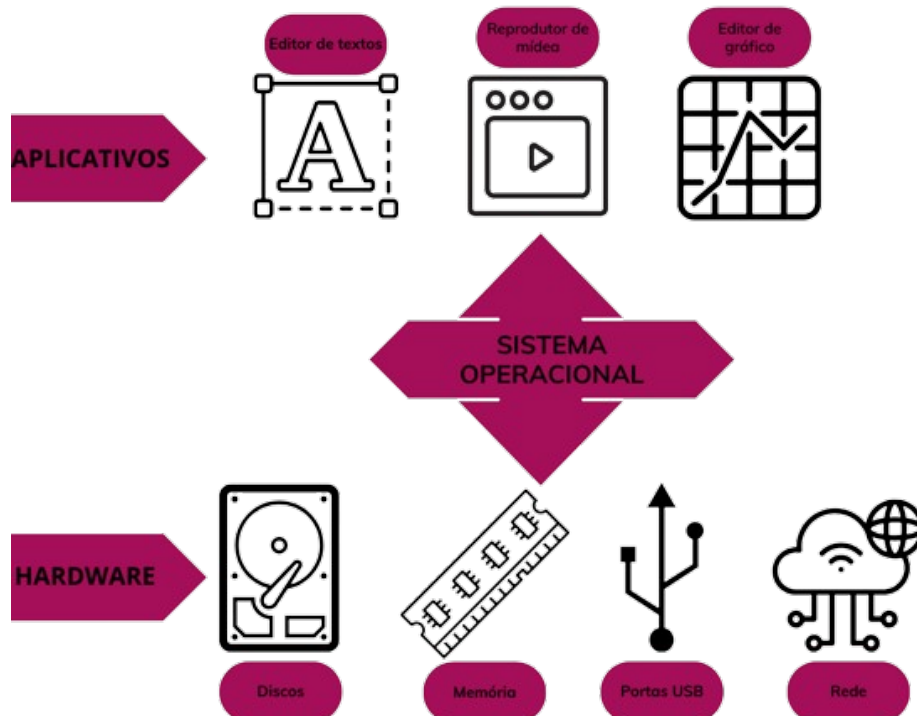
- A inteligência artificial: como podemos notar em todos os períodos da história os avanços na tecnologia levaram ao aumento de habilidades, processamento, algoritmos para lidar com os avanços da sociedade. Isso impulsionou o crescimento da inteligência artificial, aprendizado de máquina e análise de dados. A expressão "Inteligência Artificial" soa de maneira assustadora, ver que uma máquina pode fazer aquilo que achamos ser uma exclusividade do gênero humano: pensar e agir racionalmente e executando tarefas (TEIXEIRA, 2019). Mas o que nós não sabemos é que essas "máquinas pensantes" são estudos de aplicações que podem auxiliar em diversas áreas, por exemplo, na saúde, educação, meio ambiente, entre outros.

A história da computação continua evoluindo rapidamente, com avanços em áreas como computação em nuvem, realidade virtual, *Internet of Things* (IoT, em português, Internet das Coisas) e muito são avanços que continuam a transformar a sociedade.

3.2 A LINGUAGEM DA PROGRAMAÇÃO

Ao longo da seção 3.2 relatamos sobre as primeiras calculadoras e assim os primeiros computadores formados por circuitos. Dessa forma, com a ideia de corrigir erros e a demanda de tempo que levava para programar em um computador de circuitos, a história mais uma vez avançou e assim os computadores passaram a ter *hardware* e *software*, impulsionando a evolução dos computadores.

O Sistema Operacional ¹ (SO), opera entre o hardware e os programas utilizados pelo usuário final. Trata-se de um ambiente com drivers de dispositivos, memória ou até mesmo programas utilitários, a figura 45 ilustra a estrutura de um sistema de computação típico.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

¹ O sistema operacional é um conjunto de softwares que trabalham cooperativamente para proporcionar ao usuário acesso a recursos do computador. Ele esconde detalhes, muitas vezes complexos, de funcionamento do hardware através de abstrações simples. Exemplos são *Linux*, *Windows*, *OS/2*, *Unix* e etc

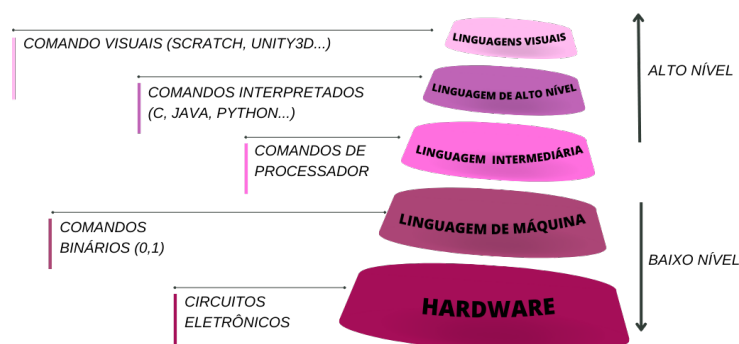
O sistema Operacional *Windows* é escrito essencialmente na linguagem C. As linguagens de programação possuem a capacidade de executar qualquer tarefa, as suas implementações podem limitar um pouco o que elas podem acessar no hardware onde vão rodar. Dessa forma, as linguagens de programação podem ser classificadas em alto nível e baixo nível.

As linguagens de baixo nível é geralmente a única que os computadores realmente entendem, ficou conhecida como linguagem de máquina oferecendo controle sobre o *hardware*. Esta linguagem possui dois caracteres que indicavam o estado de um circuito, sendo o 0 como baixa ou nenhuma presença de energia e 1 como presença de energia. Por exemplo, a seguinte mensagem "Olá Mundo!" pode ser escrita como "01001111 01101100 11100001 00100000 01101101 01110101 01101110 01100100 01101111 00100001".

A linguagem de alto nível possui uma sintaxe mais próxima utilizadas pelos usuários, se tornando mais intuitiva. Algumas linguagens de programação mais conhecidas são: JavaScript, Pascal, C, C#, PHP, Ruby, Python entre outras. A maior vantagem dessa linguagem é a facilidade de aprendizado e a produtividade que os programadores podem alcançar ao utilizar esse tipo de linguagem. Principalmente porque permite escrever mais código em menos tempo. A manutenção também é sintetizada, tornando mais fácil para outras pessoas entenderem o que você escreveu, caso precisem revisar seu código.

A seguir, podemos observar a pirâmide dos níveis de linguagem de programação na figura 46.

Figura 46 – Pirâmide com níveis de programação



Podemos observar que existem variados tipos de linguagens de programação. Algumas linguagens necessitam que o código seja traduzido para linguagem de máquina para execução, essas são chamadas de linguagens compiladas ² e também possui a linguagens interpretadas que são executadas simultaneamente na execução e são dependentes de um compilador ³.

3.3 A INTERNET DAS COISAS: O ARDUINO

A *Internet of Things* (IoT, em português, Internet das Coisas) é uma tecnologia que permite conectar dispositivos do cotidiano a internet e computadores.

O termo “Internet das Coisas” (IoT) foi cunhado por Kevin Ashton em uma apresentação à Proctor & Gamble em 1999. Ele é um dos fundadores do Laboratório de Reconhecimento Automático do Instituto de Tecnologia de Massachusetts. Ele foi pioneiro na tecnologia RFID (usada em detector de código de barras) na área de gerenciamento da cadeia de suprimentos (MOUHA, 2021).

Essa tecnologia possibilita a comunicação entre os dispositivos e vem mudando como a sociedade utiliza esses meios, seja com "casas inteligentes" com sistemas automatizados que ajudam a economizar no consumo de energia, carros inteligentes, relógios e planilhas que contam quantos passos a pessoa percorreu durante o dia e entre outras possibilidades que a IoT permite.

A tecnologia IoT, permitem que diversos setores como agricultura, saúde, educação, segurança, indústria e muitos outros ramos possam atingir o seu potencial. Nesse contexto, o Arduino, criado em 2005 na Itália por um grupo de 5 pesquisadores: Massimo Banzi, David Cuartielles, Tom Igoe, David Mellis e Gianluca Martino, tem se destacado como uma plataforma de prototipagem acessível de código aberto que permite a implementação de projetos de IoT.

É uma das plataformas mais conhecidas nessa função de conectar os projetos de IoT. Uma placa microcontroladora de prototipagem em código aberto que permite o desenvolvimento de projetos interativos, simples e com soluções em IoT, integrando conectividade com dispositivos e sensores ao ambiente digital. Seu *software* é baseado na linguagem C/C++, possuindo circuitos de saída e entrada e sua programação é realizada

² As linguagens compiladas não denotam com a facilidade de execução das linguagens interpretadas e são dependentes de um compilador.

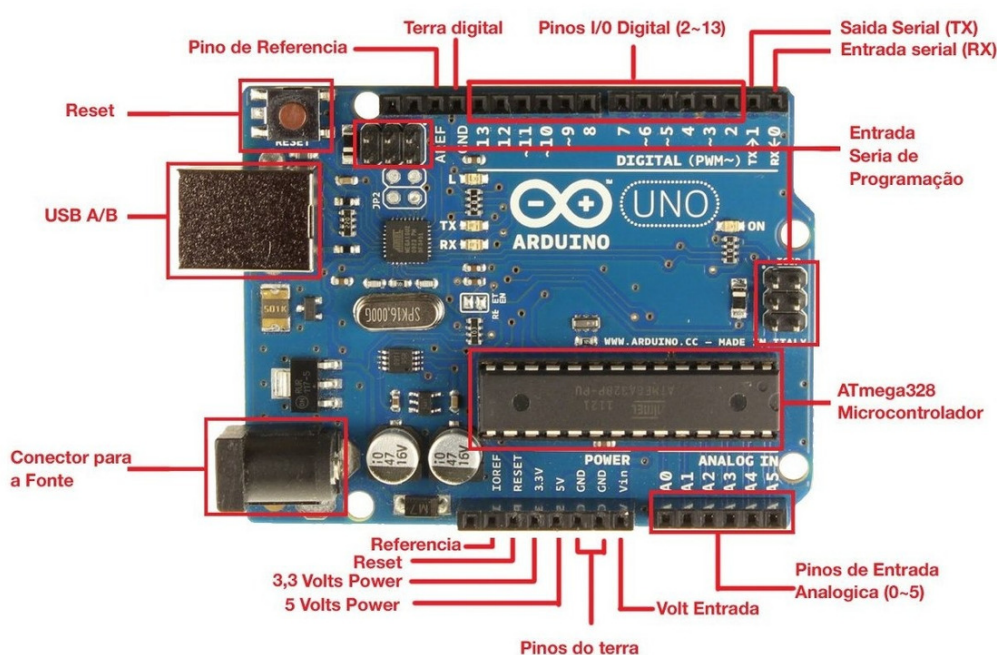
³ Compilador são tradutores, eles convertem o código escrito na linguagem de origem em código de máquina.

por intermédio de uma *Integrated Development Environment* (IDE, em português, Ambiente de Desenvolvimento Integrado).

Existem diferentes modelos de Arduino, os mais populares são: Arduino Uno, Arduino Mega, Arduino Nano e entre outros modelos de placas. Existem diferentes maneiras de utilizá-la, podendo ser para projetos eletrônicos, internet das coisas, educação, impressoras 3D, etc.

O Arduino Uno ilustrado na figura 47, popularmente mais conhecido, é um modelo que com um processador Atmega328, conexão USB, 32 *kilobyte* (KB), e 2 KB de memória *Random Access Memory* (RAM, em português, Memória de Acesso Aleatório) memória de programa e porta de alimentação externa.

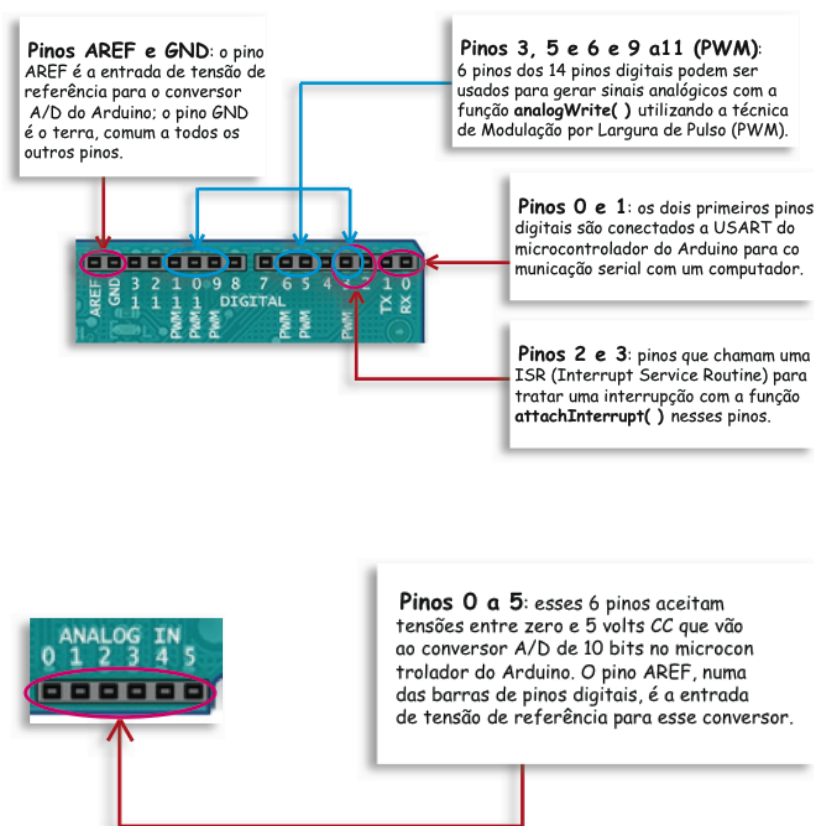
Figura 47 – Placa Arduino Uno



Fonte: Tech Sul Eletrônicos, 2018.

Portadores de duas portas, são elas: pinos Digitais, sendo 14 configurados pela função **pinMode()** para detectar os valores lógicos 1 (verdadeiro ou *HIGH/alto*) e 0 (falso ou *LOW/baixo*) e pinos analógicos numerados de 0 a 5 que servem para a leitura de sinais analógicos de sensores conectados ao Arduino. Na figura 3.3, podemos ver mostrar as portas digitais e analógicas com mais detalhes.

Figura 48 – Pinos Digitais e Pinos Analógicos

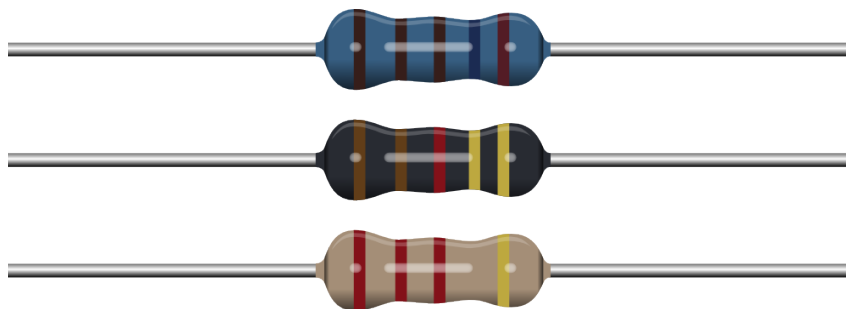


Fonte: MeetArduino, 2012.

O Arduino é o "cérebro" do dispositivo, para realizar alguns projetos o Arduino possui alguns componentes. Alguns dos componentes são:

- **Resistores:** são componentes elétricos, bem conhecidos nos circuitos eletrônicos e o seu papel é limitar o fluxo de carga elétrica. Eles são resistentes à passagem de energia elétrica, o que lhes permite limitar a passagem da mesma, são produzidos em grande escala, com variados recursos e sendo utilizados em diversos equipamentos como: Televisão, Computadores, Aquecedores e Lâmpadas incandescentes. Para calcular o valor de um resistor adequado para um determinado circuito/projeto, utiliza-se a Lei de Ohm.

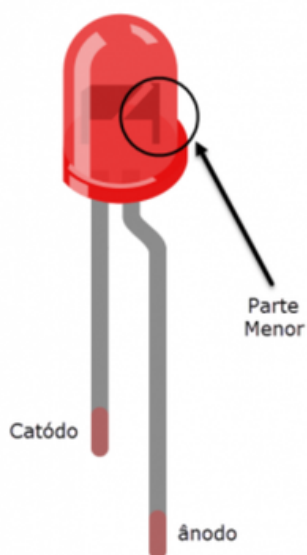
Figura 49 – Resistor



Fonte: Ampulheta do saber, 2023.

- **LED:** *Light Emitting Diode* (LED, em português, Diodo Emissor de Luz) De é um componente eletrônico que converte eletricidade em luz. Composto por dois terminais semicondutores, ânodo e cátodo, ele consome menos energia do que as fontes de energia tradicionais convencionais, sendo através do princípio da Eletroluminescência que ocorre quando esses terminais são submetidos a corrente elétrica, um exemplo simples do uso do LED é em semáforos.

Figura 50 – LED

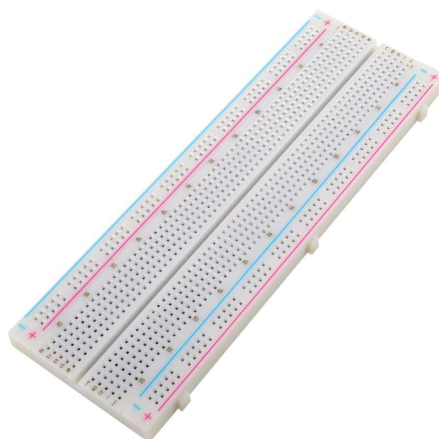


Fonte: Hackeduca, 2016.

- **Protoboard:** placa Eletrônica utilizada como uma placa de ensaio com furos para ser conectados com *Jumpers* que possibilita o desenvolvimento de circuitos experimentais sem que haja a necessidade do uso da solda, garantindo eficiência e segurança em

diversas atividades, sendo também variada em diversos tamanhos, que auxiliam o usuário de acordo com suas necessidades.

Figura 51 – Protoboard 830 pontos



Fonte: Curto Circuito, 2023.

- *Jumper: Jumper Cable* (em português, cabo de ligação) Fios elétricos com extremidades pontiagudas (macho e fêmea) com o papel de estabelecer conexões elétricas com diversos componentes eletrônicos, permitindo a condução elétrica nos circuitos onde geralmente são utilizados na configuração de placas-mãe de computadores.

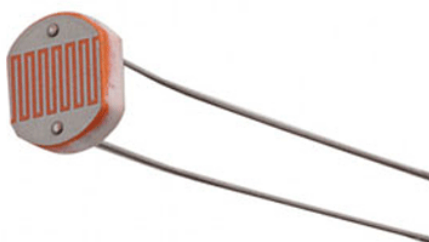
Figura 52 – Cabos de Jumper



Fonte: Arduino Forum, 2017.

- LDR: *Light Dependent Resistor* (LDR, em português, Resistor Dependente de Luz), também conhecido como sensor de luminosidade, é um componente eletrônico para limitar o fluxo de corrente elétrica em um circuito elétrico, sua resistência é variada conforme a intensidade de luz emitida pelo mesmo. Sendo através disso pode-se utilizar esse sensor para inúmeras funcionalidades, dentre elas, ligar uma lâmpada, controles de porta e até para a emissão de um alarme.

Figura 53 – LDR



Fonte: Components101, 2020.

- Botão: também conhecido como Micro Chave, botão de apertar, é um componente mecânico com a utilidade de acionar através do contato dos fios, fazendo com que os elétrons fluam através do mesmo, barrando o circuito e permitindo que possam funcionar em seus componentes, emitindo uma ordem de acionamento para ativação sempre que pressionado/pulsado.

Figura 54 – Botão



Fonte: Lisboa Led, 2023.

- *Display*: é uma ferramenta para visualização, que facilita a apresentação de informações e imagens, permitindo a interação com dispositivos digitais mediante uma interface gráfica, usado geralmente para projeto onde é necessária a leitura de informações obtidas por um sistema. Suas vantagens são, seu baixo uso de energia, seu vasto número de caracteres alfanuméricos e simbólicos e sua variação de tamanho.

Figura 55 – Display



Fonte: Arduino, 2023.

Conhecendo as aplicações, componentes do Arduino e sobre essa placa de código aberto os benefícios são inúmeros, entre eles estão:

1. Baixo custo;
2. Acessível;
3. Fácil de programar e com *softwares* de simulação gratuitos;
4. Altos números de possibilidades e execuções;
5. Variedade de materiais em artigos, livros, *sites*, entre outros.

À vista disso, nos próximos capítulos descreveremos como o Arduino pode auxiliar o professor nas aulas de matemática com o uso da Matemática Discreta para melhoria do ensino e aprendizagem da lógica matemática, tornando o ensino da matemática significativo, por intermédio do desenvolvimento para a criação de robôs.

4 PROJETO MULHERES NAS CIÊNCIAS EXATAS, ENGENHARIAS E COMPUTAÇÃO E A ROBÓTICA: "A"ROBÔ LARISSINHA

O número de homens e mulheres na população mundial podem ser considerado proporcional, mas na academia as mulheres já são maioria. Apesar disso, a participação do gênero feminino em cargos majoritariamente predominantes masculinos é muito reduzido. Quando o tema é sobre ciência, esses números são alarmantes, marcada por desafios históricos e sociais. Embora, muitas mulheres notáveis deram contribuições significativas às ciências exatas e desempenharam um papel fundamental na quebra de paradigmas. Sobre o reconhecimento das mulheres em premiações podemos destacar:

O prêmio com mais reconhecimento para mulheres tem sido o Nobel da Paz, com um total de 16, seguido pelo Nobel de Literatura, com 14 prêmios. Nas áreas de ciências, como exemplo na Química, quatro mulheres foram contempladas, enquanto na Física, apenas duas até o presente momento. Já o reconhecimento máximo atribuído as cientistas da área de Matemática, a Medalha Fields, foi concedida unicamente à iraniana Maryam Mirzakhani em 2014, representando ínfimos 1,8% do total de 55 Medalhas Fields já outorgadas (LAZZARINI et al., 2018).

Segundo, Haje L. (2023) "a Coordenadora-geral de Popularização da Ciência e Tecnologia do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTCI), Luana Bonone" comenta sobre a desigualdade de gênero por áreas de conhecimento:

Nas ciências exatas e da terra, 35% dos bolsistas são mulheres; em engenharias e computação, elas são 33,6% das bolsistas – ou seja, 1/3 apenas, enquanto em outras áreas, como linguística, letras, artes e áreas da saúde, 66% dos bolsistas são mulheres, percentual mais próximo da participação feminina na graduação (HAJE, L, 2023).

A baixa representatividade de mulheres nas Engenharias e nas Ciências, especificamente nos cursos de Matemática, é um problema reconhecido, no entanto, persistente. A questão sócio-cultural poderia influenciar as mulheres em atividades científicas nas áreas de Ciências Exatas e da Terra e Engenharia e Computação? O papel da mulher por muito tempo é ser delicada, dona de casa, educar os filhos, cozinhar, usar roupas com cor rosa, incentivadas a brincarem com bonecas e brinquedos que remetem atividades domésticas. Já o homem, possuem um leque maior de brinquedos, por exemplo, carrinhos, super-heróis, brinquedos de cientistas e experimentos, assim por diante. "Portanto, a educação discriminada por gênero perpetua, de geração a geração, o estigma do machismo

em nossa cultura contemporânea por parte dos homens e das mulheres também"(HAJE, L, 2023).

A participação das mulheres cresceu ao longo dos anos nas áreas de ciência, tecnologia, engenharia e matemática (STEM, do inglês Science, Technology, Engineering e Mathematics). Atualmente existem muitos movimentos feministas e projetos acadêmicos no Brasil e no mundo com a missão de quebrar esses paradigmas e padrões patriarcais e reverter a desigualdade entre gênero.

O Projeto Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharia e Computação institucionalizado no Instituto de Matemática (IM) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Aprovado em 2018 no edital com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e o MCTIC, o projeto ficou em primeiro lugar na seleção nacional. Hoje conta com 25 voluntárias e professoras colaboradoras. O projeto contempla escolas públicas de Alagoas, também fazem parte das atividades cerca de 50 meninas da rede participante.

Essa iniciativa tem por objetivo motivar, despertar e incentivar o interesse de meninas em fase escolar pelo estudo da Matemática e áreas afins para perseguir carreiras no campo da ciência e tecnologia (C&T). As atividades desenvolvidas seguem os conceitos envolvendo metodologias STEM, possibilitando a interdisciplinaridade e o desenvolvimentos das meninas na ciência. O projeto tem alguns objetivos específicos, são eles:

- Trazemos o interesse de meninas ainda no ensino fundamental e médio nas áreas de ciências exatas;
- Aproximar as alunas a UFAL, para o ingresso a graduação;
- Repensar novas metodologias que envolvam a colaboração e participação de mulheres nas áreas de ciência e tecnologia;

O projeto conta com visita de laboratórios de pesquisa do Campus, oficinas, palestras, visitas às escolas, cursos e diversas atividades. Dentre as atividades podemos destacar algumas:

1. **Atividade-** Conhecendo as meninas das escolas Participantes: aplicamos um questionário para as meninas sobre o nível de conhecimento sobre as ciências exatas, disponível no apêndice A. Com objetivo de aplicar a mesma atividade no final do projeto, estudando se o projeto influenciou num possível incentivo às meninas na

área de ciências exatas, publicando tais dados como artigo científico. Nesta primeira atividade conhecemos a realidade das meninas do projeto, a ideia é fazê-las conhecer a trajetória, desafios e sonhos das alunas da UFAL que fazem parte do projeto e das professoras a fim de que elas possam possivelmente se identificar com as mulheres e perceberem que elas podem realizar seus sonhos e transformar a sua realidade.

Figura 56 – Atividade Um Conhecendo as Meninas.



Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

2. **Atividade-** Amarelinha das Exatas: a amarelinha funciona dividindo a sala em dois grupos e tirando ímpar ou par para ver qual grupo irá iniciar na dinâmica. A dinâmica segue assim: Só se avança uma casa da amarelinha (enumerada de 1 a "céu"), se acertar uma pergunta dos cartões que estarão com as meninas da UFAL. Quando o time que está com a vantagem não sabe responder, passa a vez para o outro time. Se o outro time acertar, avança uma casa da amarelinha, mas se elas errarem, passa-se para o outro time outra pergunta. O time que chegar primeiro no "céu", vence a dinâmica. Em caso de empate (ambas no número nove e, supondo que

todas as cartas dos cartões normais se esgotaram, pegar a carta bônus que possui mais duas questões). As cartas possuem questões de matemática, física, química, astronomia, computação e ciências, de todos os níveis (ensino fundamental e médio).

Figura 57 – Atividade Dois Sobre a Amarelinha.



Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

3. **Atividade-** Mudança de potencial hidrogeniônico (pH): essa atividade aborda os conteúdos da química, se divide em três experimentos: a violeta que desaparece, a mudança das cores, que estudam propriedades dos líquidos com a mudança de pH deles. Para esse estudo construímos um vulcão para que fizéssemos juntas a experiência de erupção.

Figura 58 – Atividade Três Sobre o Vulcão.



Fonte: Acervo do Projeto, 2019.

4. **Atividade-** Lançamento de Foguetes: essa atividade aborda os conteúdos da física e mostra de maneira aplicada a teoria de campo gravitacional e lançamento de projéteis (lançamento oblíquo). Essa atividade foi coordenada por professora do campus Arapiraca e Maceió da UFAL. O curso de formação foi feito desde a construção

da base do foguete, feitas com canos de polímero policloreto de vinila (PVC), até a construção dos foguetes. Essa atividade ganhou uma reportagem no site da secretaria da educação do governo do Estado de Alagoas.

Figura 59 – Atividade Quatro Sobre o Lançamento de Foguetes.



Fonte: Acervo do Projeto, 2019.

5. **Atividade-** Introdução a Teoria dos Números: essa atividade aborda os conteúdos da matemática, especificamente a Álgebra Abstrata. Nessa atividades abordamos a teoria dos números aplicada ao cotidiano, ou seja, mostrar que nos 12 números dos códigos de barra, é possível acertar os dois últimos algarismos, mediante um algoritmo com critério de divisibilidade usando os 10 primeiros algarismos. Nessa atividade, construímos diversos universos onde os códigos de barras estão presentes: supermercados, papelaria, lojas de produtos de belezas.

Figura 60 – Atividade Cinco Sobre Teoria dos Números.



Fonte: Acervo do Projeto, 2019

6. **Atividade-** Introdução a Engenharia Civil: nessa construímos pontes e estudo de segurança, atividade elaborada pelas graduandas em Engenharia Civil do Instituto de Ciências e Tecnologias da UFAL-Maceió. A atividade consiste em dividir a turma em dois grupos para a construção das pontes usando palitos de picolé e ao fim testar a segurança de suas sustentações quando adicionados pesos sobre elas.

Figura 61 – Atividade Seis Sobre Pontes e Segurança de Pontes.



Fonte: Acervo do Projeto, 2019.

7. **Atividade-** Coordenando: nessa atividade teve colaboração do projeto de extensão do IM "Sem + nem -" mostramos a definição de plano cartesiano com um jogo com diversas histórias para as alunas usando coordenadas cartesianas, descobrissem alguma charada.

Figura 62 – Atividade Sete Coordenando.

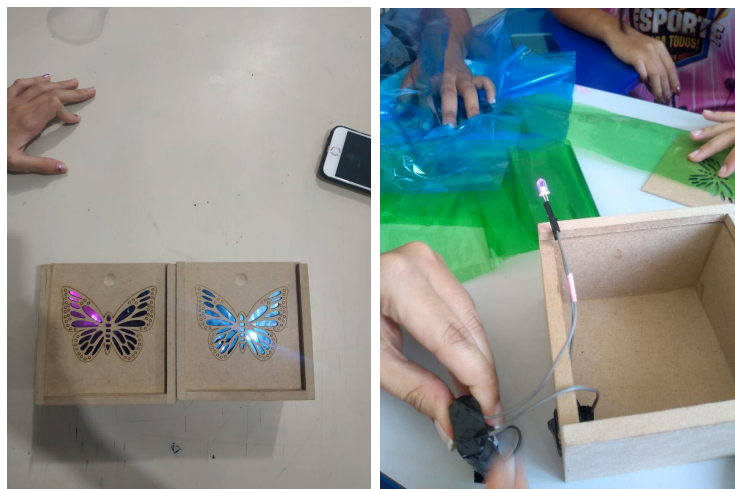


Fonte: Acervo do Projeto, 2019.

8. **Atividade-** Luminária: nessa atividade de física teve colaboração com uma professora do Instituto de Física de Maceió e uma aluna do Instituto de Computação. Por

meio de uma luminária com as meninas e professoras das escolas da rede pública a construírem uma ligação em série para a lâmpada da luminária.

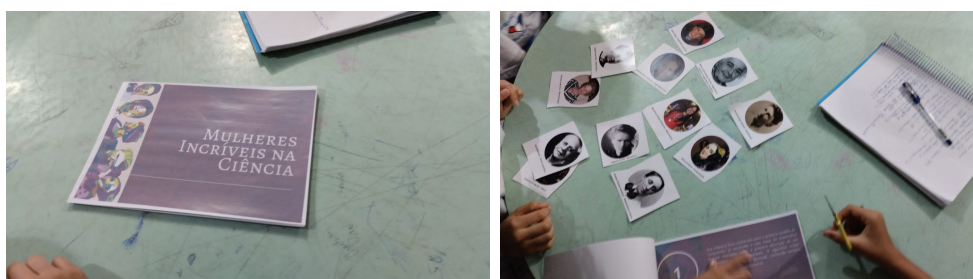
Figura 63 – Atividade Oito Luminária.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

9. **Atividade-** Álbum de Figurinhas: nessa atividade selecionando diversas mulheres nas ciências exatas que contribuíram para ciência e participação feminina. Com esse álbum destacamos algumas cientistas e seus feitos na ciência, buscando o conhecimento, incentivo e representatividade para as alunas.

Figura 64 – Atividade Nove Álbum de Figurinhas.



Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

Por consequência da pandemia da COVID-19 no ano de 2020, as atividades foram adaptadas para o formato *online*. Desse modo, foram realizadas três atividades nessa modalidade.

Um curso de LaTeX ¹ com duração de quatro dias, totalizando 8h de carga horária; um *Workshop* de Desenvolvimento Web em colaboração com o "Kat;e"um projeto do

¹ Ambiente destinado à elaboração de documentos técnicos e científicos simplificando a edição de textos, principalmente caracteres matemáticos.

Instituto de Computação formado por mulheres que divulgam e incentivam meninas nas áreas da computação. O curso teve duração de quatro dias, totalizando 8h de carga horária, abordando os conteúdos como *GitHub*, *HTML* e *CSS*.; por fim, realizamos um curso de robótica de construção de um protótipo de robô carro que apelidamos de "a robô Larissinha". O curso teve duração de 4 dias, totalizando 8h de carga horária total. O curso foi gravado e disponível no *YouTube* canal da coordenadora do projeto através do *link: Playlist: curso de robótica*. No capítulo 5 abordaremos sobre o curso de robótica e conheceremos a "larissinha".

4.1 APLICAÇÃO DA ROBÓTICA E O INCENTIVO ÀS MENINAS NAS CIÊNCIAS EXATAS, ENGENHARIAS E COMPUTAÇÃO DESDE OS MENORES GRAUS DA ACADEMIA

O Projeto Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharia e Computação institucionalizado no Instituto de Matemática (IM) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL) no campus Aristóteles Calazans Simões. Dentre as diversas atividades citadas no capítulo anterior, enfatizaremos o curso de robótica, mas inicialmente introduziremos alguns conceitos importantes sobre o Pensamento Computacional e a Computação Desplugada que foram utilizados como recurso para o desenvolvimento da aplicação entre a robótica e a matemática.

4.1.1 O Pensamento Computacional e a Computação Desplugada

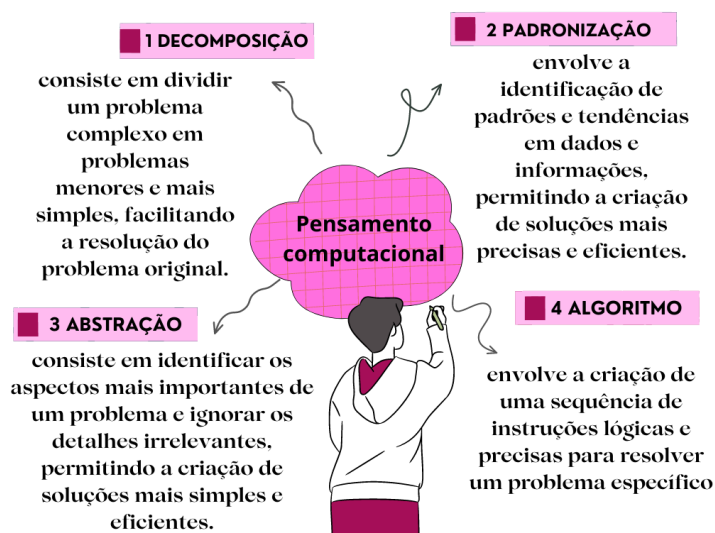
O Pensamento Computacional é uma propensão que permite a resolução de problemas como um computador executaria. Entretanto:

Pensar computacionalmente não significa programar um computador, é uma forma de incentivar novos modos de pensamento e novos caminhos de produção de conhecimento a partir de metodologias ativas de aprendizagem que estimulam a autonomia e a criatividade do aluno para além das diretrizes curriculares e dos muros da escola (AZEVEDO; MALTEMPI, 2020).

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prevê a cultura digital, o Pensamento Computacional nas competências gerais. Podemos utilizá-lo para resolver, por exemplo, problemas matemáticos de forma eficiente e criativa. Esse Pensamento Computacional no meio educacional proporciona habilidades como: raciocínio lógico, criatividade, autonomia, colaboração em grupo, organização, planejamento e inovação. Diante de uma situação-

problema o Pensamento Computacional pode ser dividido em quatro etapas, são elas na figura 65:

Figura 65 – Etapas do Pensamento Computacional.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

Dessa forma, o pensar computacional aliado as etapas do Pensamento Computacional cria padrões, algoritmos e a modelagem matemática na função de particionar o problema em partes menores, com isso:

As características do Pensamento Computacional aliadas ao processo das características do fazer e aprender matematicamente valorizam: (i) o desenvolvimento de ideias; (ii) a resolução de problemas; (iii) a reflexão, análise e descrição de hipótese; (iv) a formulação criativa de soluções para um dado problema; (v) a construção e aprimoramento de estratégias, indo além da computabilidade; (vi) a compreensão dos fenômenos locais e globais com o uso da programação e robótica; e (vii) o incentivo à tomada de decisões individual/coletiva, etc (AZEVEDO; MALTEMPI, 2020).

Entretanto, não podemos inserir de qualquer forma no ambiente escolar "pressupõe ter olhar mais atento e reconhecer que nem todos se beneficiam do mesmo modo e no mesmo ritmo e tempo de aprendizagem"(AZEVEDO; MALTEMPI, 2020). É preciso refletir nas maneiras de inserir no processo formativo do aluno.

A programação estimula o Pensamento Computacional e a Computação Desplugada é uma forma de ensinar a programação sem meios eletrônicos, computadores e celulares. Esse recurso, utiliza a ludicidade, como jogos e atividades para a introdução de conceitos básicos sobre a programação, lógica, algoritmo, entre outros. Consequentemente, a Computação Desplugada ajuda a desenvolver o Pensamento Computacional e a resolver problemas. As

atividades utilizando essa computação podem ser aplicadas com crianças a partir de 4 anos de idade.

A Computação Desplugada permite levar o conhecimento sobre Ciência da Computação a lugares em que os computadores e suas tecnologias ainda não são uma realidade. Essas técnicas estimulam o raciocínio e o Pensamento Computacional, que tendem a modificar a forma dos indivíduos resolverem problemas. Além disso, podem contribuir para criação de novas ferramentas, uma vez que tais indivíduos tendem a se tornar produtores de tecnologias, não apenas consumidores (SANTOS et al., 2016).

Adotando o conhecimento nas áreas da Ciência da Computação e a Matemática Discreta abordaremos a proposta metodológica que utiliza um contexto de aprendizagem significativa da programação aliado ao Pensamento Computacional e a Computação Desplugada.

4.2 METODOLOGIA

A pesquisa qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994) foi realizada no Projeto Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharia e Computação institucionalizado no Instituto de Matemática (IM) da UFAL em 2019. O desenvolvimento do material constitui um dos objetivos desta pesquisa cujo foco é no ensino de Robótica na construção de robôs utilizando a matemática e a programação como uma ferramenta principal. O desenvolvimento das atividades ocorreu em dois momentos, o primeiro curso foi desenvolvido em 2020 de forma remota e o segundo curso em 2023 para formação de professores de forma presencial.

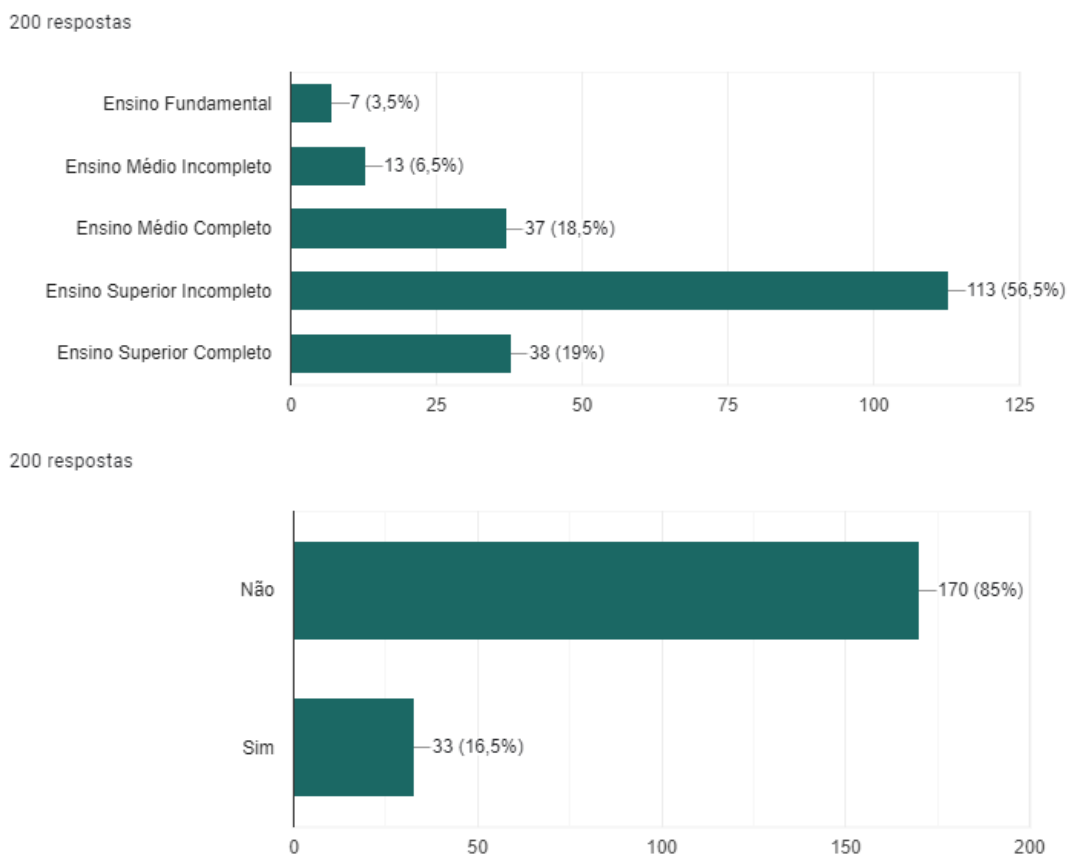
Com o objetivo de desenvolver a autonomia, criatividade e conhecimentos acerca da programação foram utilizados as plataformas *Tinkercad*, uma ferramenta *online* e gratuita para o desenvolvimento de projetos 3D, circuitos e modelagem. Nessa plataforma desenvolvemos a programação em código e a montagem de circuitos de forma *online* para que em seguida utilizando o *software* Arduino, responsável pela integração entre o físico e codificado para que pudéssemos de fato programar e com os componentes a construção e montagem do robô.

4.2.0.1 2020: o Curso Remoto

No ano de 2020, durante a pandemia da COVID-19, o projeto se adaptou a realidade vivenciada durante o isolamento social. Diante disso, ofertamos e realizamos um curso aberto com o total de 200 pessoas inscritas em diversas idades, desde os alunos do Ensino

Fundamental aos maiores graus da academia como mostra a figura 66 e com os dados coletados entre as 200 pessoas cerca de 85% não sabiam utilizar o Arduino como ferramenta, figura 66.

Figura 66 – Grau acadêmico e experiência com Arduino.



Fonte: Elaboração da autora, 2023.

O curso de robótica de construção de um protótipo de um robô carro apelidada de "a robô Larissinha" teve duração de 4 dias, totalizando 8h de carga horária total. O curso foi ao vivo na plataforma *Google Meet* e gravado, sendo disponibilizado no *YouTube* canal da coordenadora do projeto através do *link: clique aqui*.

Os vídeos integram a série intitulada de "Playlist: curso de robótica" e estão disponibilizados. Os vídeos fazem parte do material didático desenvolvido no projeto, para a elaboração das aulas foi necessário fazer roteiros destinados a cada tópico considerado essencial em programação com Arduino, tendo como ponto de partida situações que fazem parte da realidade do aluno ou que estejam presentes na sociedade, junto ao tutorial do uso de ferramentas digitais (*Tinkercad* e o *software* Arduino). A aplicação das atividades teve duração de duas semanas, sendo realizado dois encontros por semana com duração

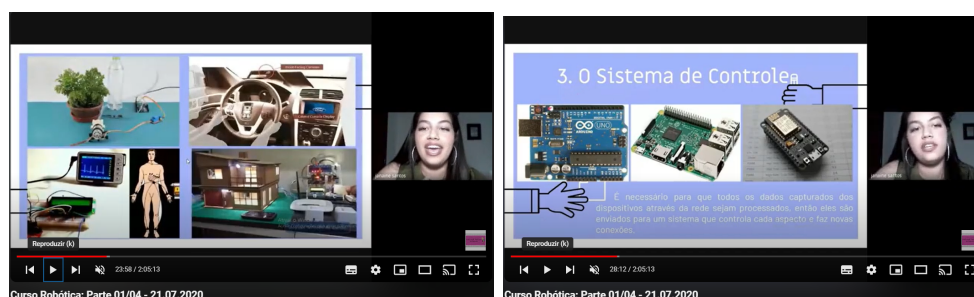
total de 8h, em julho do ano de 2020. Os principais tópicos foram:

Quadro 5 – Quadro Geral - Descrição das Aulas.

Hora/aula
1° Encontro 2 hora/aula
Conteúdos Abordados
Importância de falar sobre gênero; O Projeto Mulheres nas Exatas; Inspirações femininas na ciência; O que é IoT?; Exemplos do dia a dia; Como conectar os dispositivos?; O sistema de controle; O Arduino; Plataformas gratuitas; Projetos feitos em aula: pisca-pisca, semáforo e botão+led
Conteúdo Matemático Envolvido
Valores lógicos (0 e 1); Ideia de função e unidade de tempo
Hora/aula
2° Encontro 2 hora/aula
Conteúdos Abordados
Projetos feitos em aula: campainha; Poste de luz e o jogo Genius
Conteúdo Matemático Envolvido
Condicionais "se... se não"; Operadores de comparação (igual, diferente, menor, maior, maior ou igual, e menor ou igual); Valores lógicos (0 e 1) e números inteiros
Hora/aula
3° Encontro 2 hora/aula
Conteúdos Abordados
Projetos feitos em aula: tocador de música; Acender led(<i>while</i>); Automação: regar as plantinhas e sensor de aproximação; Conhecendo os materiais para a construção dá robô "larissinha"
Conteúdo Matemático Envolvido
Estrutura de repetição; Números inteiros; Ângulos/distância/raio
Hora/aula
4° Encontro 2 hora/aula
Conteúdos Abordados
Projetos feito em aula: material e componentes dá robô "larissinha"; Montagem e programação
Conteúdo Matemático Envolvido
Todos os conteúdos das 3 aulas anteriores

- No 1º Encontro: no primeiro encontro com a turma de 200 alunos, conversamos sobre gênero, a presença da mulher na academia, a influência histórica das mulheres na ciência, entre outros temas relacionados a ciência e mulheres. Após o primeiro bate-papo, partimos para o conteúdo sobre o que é o IoT, sendo uma tecnologia capaz de conectar diversos dispositivos conectados a *internet*, facilitando a comunicação e interação dos dispositivos. No qual apresentamos diversos exemplos no cotidiano como na automação de casas, aplicações na medicina, sistemas de carros, entre outros.

Figura 67 – Conhecendo o IoT.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Em seguida, mostramos o que é uma placa de Arduino, seus elementos e suas funcionalidades e quais componentes podemos utilizar nos circuitos que foram criados ao decorrer do curso. Mostramos também que é possível fazer protótipos sem o uso de material físico utilizando a plataforma *Tinkercad* gratuitamente que possui recursos de modelagem tridimensionais e circuitos se tornando uma plataforma simples e de fácil usabilidade e caso possua os componentes e a placa do Arduino é possível programar usando o *software* Arduino gratuitamente mostrado na figura 68.

Figura 68 – Plataformas *Tinkercad* e Arduino.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Conhecendo o Arduino, seus componentes e suas funcionalidades demos início aos projetos. O primeiro foi o pisca-pisca que explicamos cada funcionalidades dos componentes: placa Arduino, *protoboard*, fios para ligação, um led e um resistor mostrado na figura 69. Destacamos algumas observações importantes em que cada vírgula conta, mas espaços não; maiúscula é diferente de minúscula; todo comando termina com ; (ponto e vírgula) e o editor assinala os pares, parênteses, chaves e colchetes.

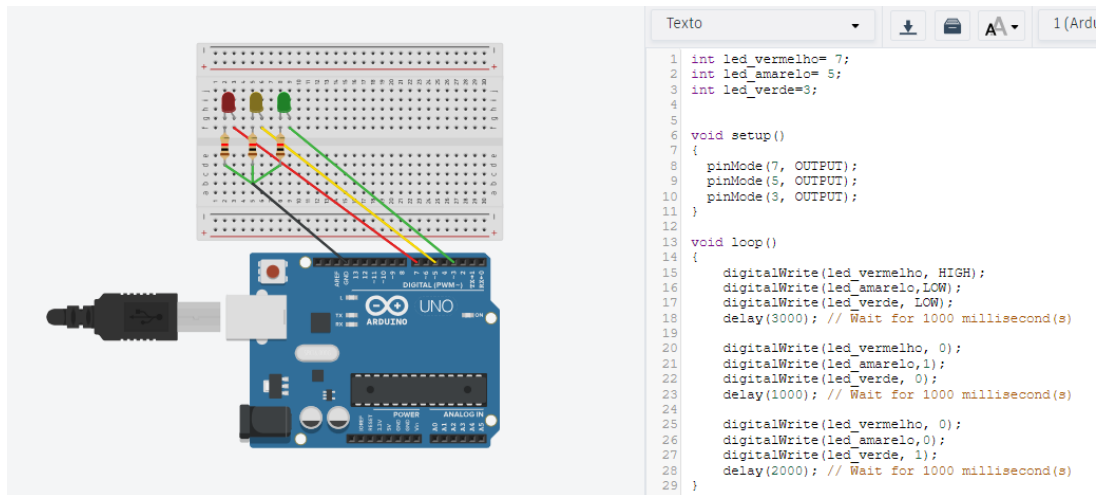
Figura 69 – Projeto Pisca-pisca.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

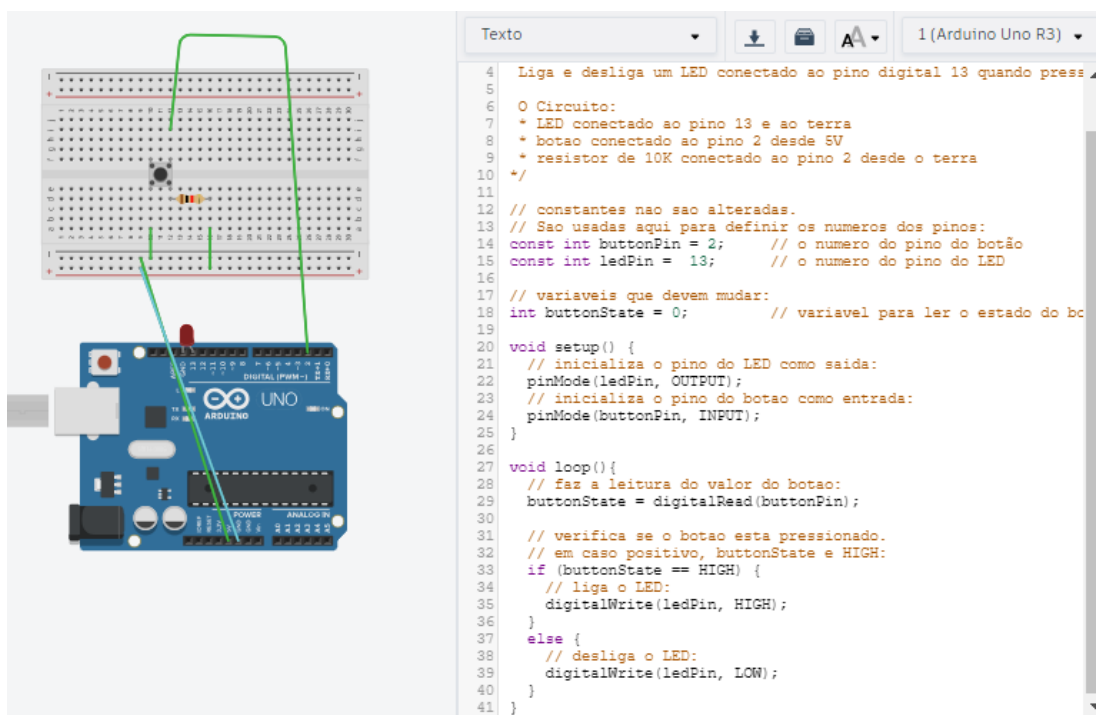
O projeto semáforo aumentava a dificuldade usando três leds, três resistores e fios para ligação, figura 70. E o projeto botão + led, que utilizava um adicional de um botão, no qual quando pressiona o botão o led deve acender, figura 71. Para isso, era preciso de uma condição para o led acender ou não "se... se não", ou seja, se pressionar o botão o led acende, se não pressionar ele permanece apagado e mostramos os operadores de comparação (igual, diferente, menor, maior, maior ou igual, e menor ou igual).

Figura 70 – Projeto Semáforo.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

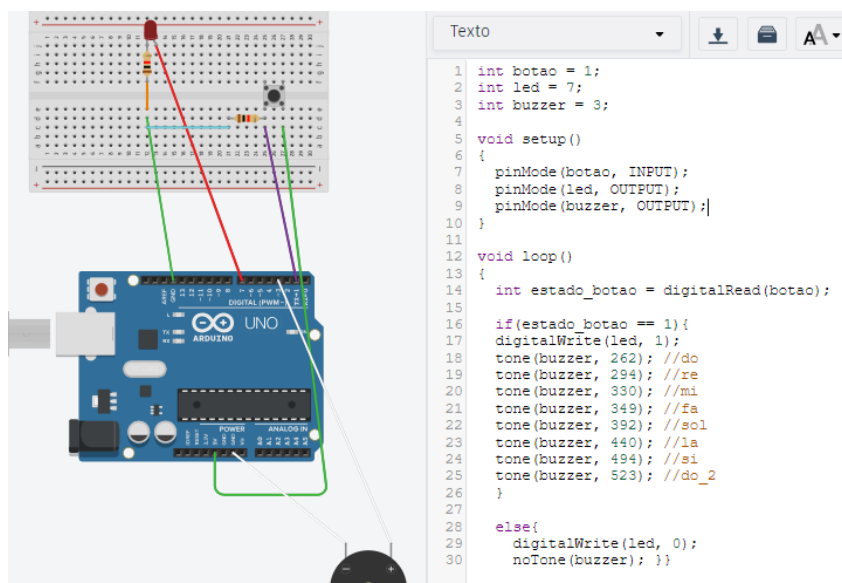
Figura 71 – Projeto Botão + Led.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

- No 2º Encontro: no segundo encontro retornamos a aula falando sobre os operadores e condicionais, o **if** e **else** nada mais é que o "se... se não". O projeto dessa aula iniciou sobre uma campanha de uma casa, onde ao pressionar o botão teremos um *buzzer*, responsável pela nota musical.

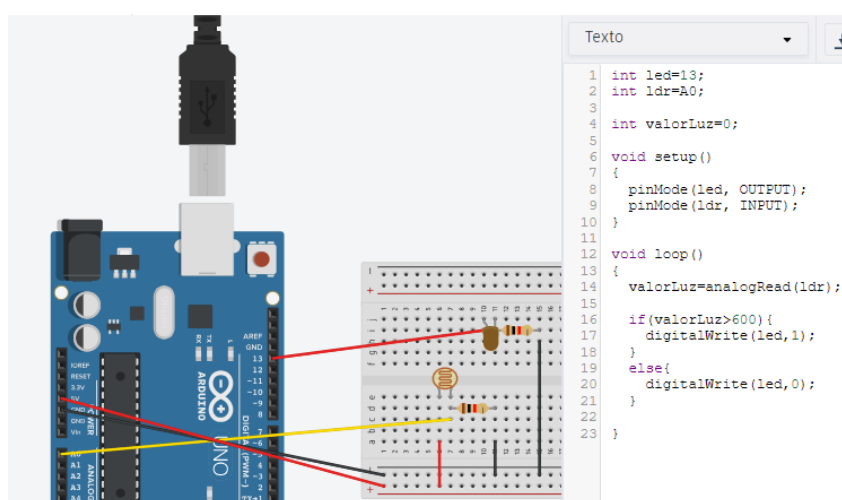
Figura 72 – Projeto Campinha.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Em seguida, realizamos o projeto de um poste de luz com um sensor de luminosidade hoje presente em casas automatizadas. Nesse projeto utilizamos fios, resistores, led e um sensor de luminosidade (LDR) que assim que faz sol a luz apaga e quando anoitece a luz acende automaticamente.

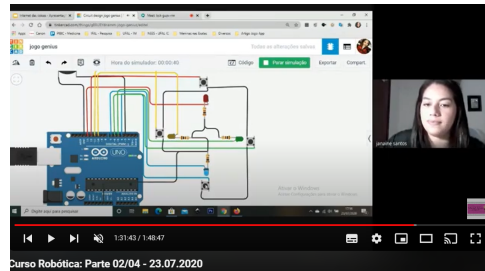
Figura 73 – Projeto Poste de Rua.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Por fim, nesse dia apresentamos o Jogo Genius (memória) para diversão.

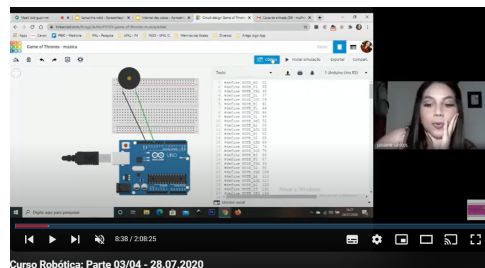
Figura 74 – Jogo Genius.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

- No 3º Encontro: no terceiro encontro, retornamos a aula falando um tocador de música para diversão, e outra forma de acender o led usando a condição *while*.

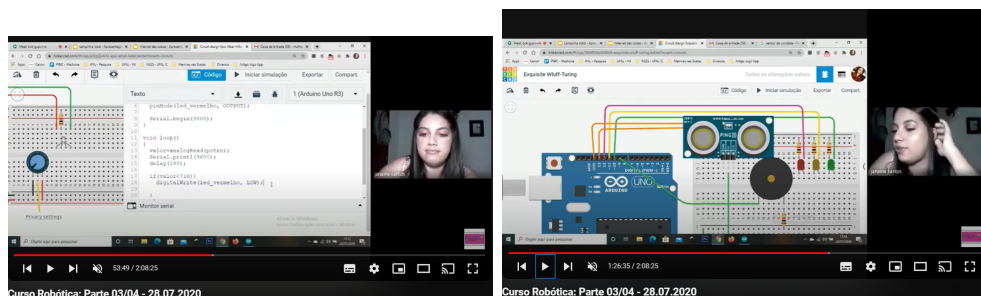
Figura 75 – Projeto Tocador de música.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Após ouvirmos música, partimos para exemplos com automação de plantas automática, no qual o Arduino sabe quando o solo está seco e precisa ser irrigado, assim ativando que molhe a plantação. Também vimos como funciona um sensor de aproximação e como é usado o ângulo para não ter colisões indesejadas.

Figura 76 – Projeto automação de irrigação e sensor de aproximação.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

- No 4º Encontro: no último encontro, apresentamos as peças para montagem da robô "Larissinha" e como foi programado o seu código. Os materiais necessários foram:

Figura 77 – Materiais para montagem da "Larissinha": o corpo do carrinho.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Figura 78 – Materiais para montagem da "Larissinha": cérebro e olhinho do nosso carrinho.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Figura 79 – Materiais para montagem da "Larissinha": órgãos do nosso carrinho parte 1.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

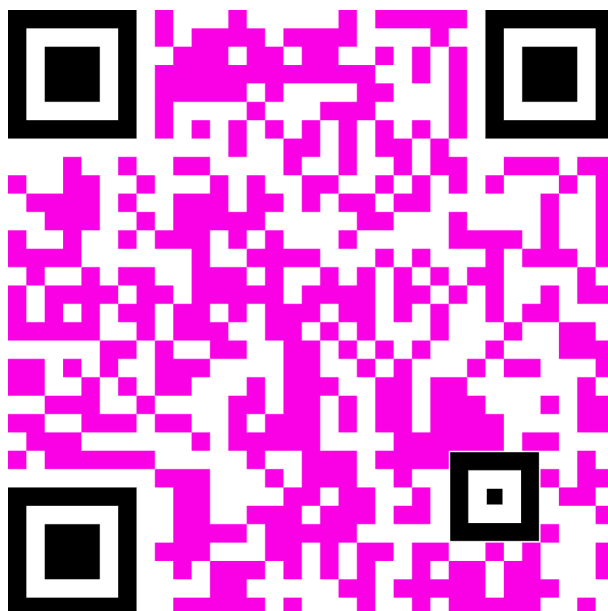
Figura 80 – Materiais para montagem da "Larissinha": órgãos do nosso carrinho parte 2.



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

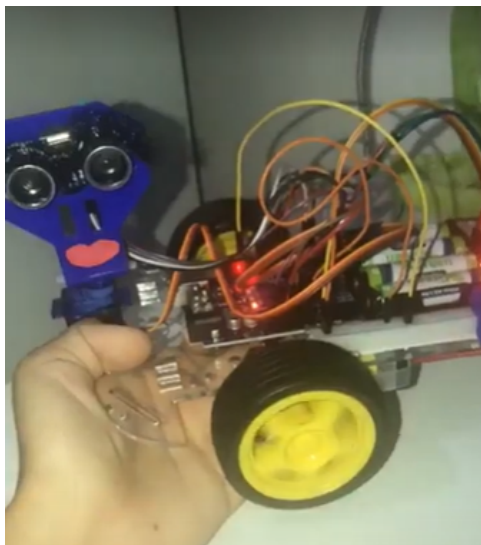
Para a montagem abaixo segue a figura 81 da montagem passo a passo da "Larissinha" e "Larissinha" montada 82 . (Acesse apontando a câmera ou leitor de *QR Code* do seu celular).

Figura 81 – Montagem da "Larissinha".



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Figura 82 – A "Larissinha".



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Com o protótipo pronto chega então a hora de usar o *software* Arduino para executar os comandos assim programados. Primeiramente, abrindo o ambiente de desenvolvimento temos 4 partes importante no *hardware*: o Arduino, ponte h (permite o motor girar tanto no sentido horário quanto no sentido anti-horário), o sensor ultrassônico (usado para medir a distância entre objetos, e também pode ser usado para detectar objetos em movimento) e o servo motor (permite que ocorra um controle do posicionamento de seu ângulo). Visto isso, na figura 91 a seguir mostra o esqueleto de funcionalidades do robô.

Figura 83 – Esqueleto "Larissinha".

1. **Arduino, nosso cérebro;**
 - Andar () {

Ponte H {

2 Motores

 }
 }
 - Desviar de obstáculos () {

Sensor Ultrassônico

Servo Motor

 }

Fonte: Elaboração da autora, 2020.

Primeiramente, anotamos em quais posições dos fios colocados na placa Arduino.

Figura 84 – Comentários Sobre o Posicionamento de Pinos.

```
// pinos de controle: ServoPino: Digital 7, ultrasônicoTrig: Digital 2, ultrasônicoEcho: Digital 3,  
//B-1A: Digital: 8 ,B-1B: Digital: 9, A-1A: Digital: 10, A-1B: Digital: 11
```

Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Definimos em qual casa nossos fios estão colocados no Arduino.

Figura 85 – Posicionamento de Pinos.

```
#define pinoServo 7  
#define Trig 2  
#define Echo 3  
#define B1A 8  
#define B1B 9  
#define A1A 10  
#define A1B 11
```

Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Em seguida, precisamos de bibliotecas (include) que podem ter funções específicas para executar tarefas. No nosso modelo usamos para o sensor ultrassônico e o servo motor.

Figura 86 – Importamos Bibliotecas.

```
#include <Ultrasonic.h>  
#include <Servo.h>
```

Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Precisamos de variáveis que guardem a distância (direita e esquerda) em centímetros de um objeto. Essas variáveis são do tipo inteiras. E também declaramos o sensor ultrassônico e o servo motor que utilizamos.

Figura 87 – Declaração de Variáveis Para Guardar Distância e Declaração do Sensor e Servo.

```
int distanciaD;    Ultrasonic ultrasonico(Trig, Echo);  
int distanciaE;  
Servo servo;
```

Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

A função *setup()* é chamada quando um *sketch*/esboço se inicia. Utilize-a para inicializar variáveis, configurar o modo dos pinos (*INPUT/entrada* ou *OUTPUT/saída*), inicializar bibliotecas, etc. A função *setup()* será executada apenas uma vez, após a placa ser alimentada ou acontecer um reset. Dessa maneira, no *void setup()* vamos pôr os pinos que estão colocados na ponte h.

Figura 88 – Inicializar os Pinos Ponte H.

```
void setup() {
  servo.attach(pinoServo);
  //pinos da ponte H
  pinMode(B1A, OUTPUT);
  pinMode(B1B, OUTPUT);
  pinMode(A1A, OUTPUT);
  pinMode(A1B, OUTPUT);
  servo.write(90);
  //Radar();
}
```

Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

O servo motor faz com que a cabeça do robô gire no ângulo de 90°. Agora, precisamos que o robô ande em direções para esquerda e direita. Criamos uma função andar que recebe a direção *void Andar (int direcao)*. Ela recebe um número e assim anda para frente, trás, direita, esquerda ou para e freia. Ou seja, *if* (se) a direção for igual a 1 ela anda para frente, igual a 2 para trás, igual a 3 faz curva para direita e igual a 4 para esquerda.

Figura 89 – Função Andar.

```
void Andar(int direcao) {
  if (direcao == 1) { // anda pra frente
    digitalWrite(B1A, LOW);
    digitalWrite(B1B, HIGH);
    digitalWrite(A1A, LOW);
    digitalWrite(A1B, HIGH);
  }

  if (direcao == 2) { // anda pra trás
    digitalWrite(B1A, HIGH);
    digitalWrite(B1B, LOW);
    digitalWrite(A1A, HIGH);
    digitalWrite(A1B, LOW);
  }

  if (direcao == 3) { // faz curva pra direita
    digitalWrite(B1A, HIGH);
    digitalWrite(B1B, LOW);
    digitalWrite(A1A, LOW);
    digitalWrite(A1B, HIGH);
  }

  if (direcao == 4) { // faz curva pra esquerda
    digitalWrite(B1A, LOW);
    digitalWrite(B1B, HIGH);
    digitalWrite(A1A, HIGH);
    digitalWrite(A1B, LOW);
  }
}
```

Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Para retornar a distância teremos um inteiro para ser retornado. O robô olha as duas distâncias e compara e retorna a maior delas. Observando que antes ele leva um tempo parado e depois gira e assim observa em qual lado possui um espaço maior para andar e assim não colidir.

Figura 90 – Comparação de Distâncias.

```
int Radar() {
    delay(1000);
    servo.write(175);
    delay(1000);
    distanciaD = ultrasonico.Ranging(CM);

    delay(1000);
    servo.write(10);
    delay(1000);
    distanciaE = ultrasonico.Ranging(CM);

    delay(1000);
    servo.write(90);

    if (distanciaD > distanciaE) {
        return 1; // se tiver espaço na direita
    }
    if (distanciaD < distanciaE) {
        return 2; //se tiver espaço na esquerda
    }
    if (distanciaD == distanciaE) {
        return 0;
    }
}
```

Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Agora, o robô calcula a distância e verifica se é menor ou igual a 25, caso seja verdade ele dá uma pausa e guarda essa nova distância e assim ele vai verificando a sua distância em relação ao objeto e podendo assim se movimentar para direita, esquerda, frente, trás, ré ou parar.

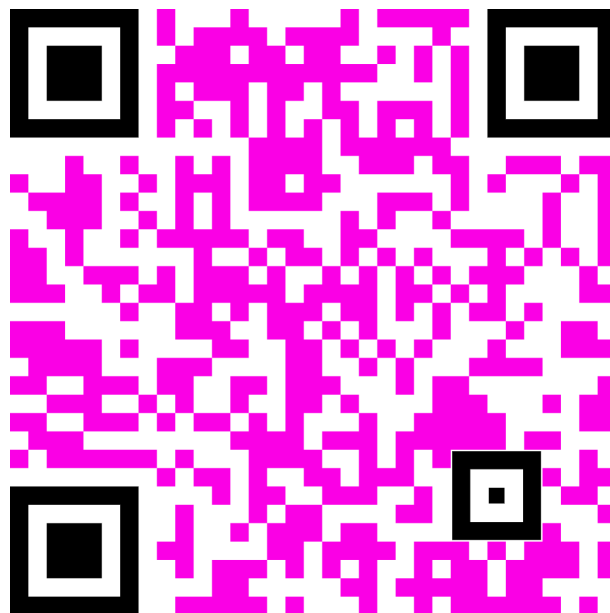
Figura 91 – O Robô Calcula a Distância.

```
void loop() {
  if (ultrasonico.Ranging(CM) <= 25) {
    Andar(5);
    int statuss = Radar();
    delay(500);
    if (statuss == 1) {
      Andar(2);
      delay(600);
      Andar(4);
      delay(400);
      Andar(5);
    }
    if (statuss == 2) {
      Andar(2);
      delay(600);
      Andar(3);
      delay(400);
      Andar(5);
    }
    if (statuss == 0) {
      Andar(2);
      delay(500);
      Andar(4);
      delay(300);
      Andar(5);
    }
    delay(1000);
  }
  else {
```

Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

O vídeo da "Larissinha" segue abaixo na figura 92. (Acesse apontando a câmera ou leitor de *QR Code* do seu celular).

Figura 92 – Vídeo "Larissinha".



Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Ao longo das aulas tivemos um aluno com 10 anos do Ensino Fundamental que possuía o Kit em casa e a cada encontro ele foi realizando os códigos e a montagem e mostrando sua evolução.

4.2.0.2 2023: formação de professores presencial

Em setembro de 2023 o curso continua com a parte de montagem e programação da "Larissinha", assim como feito em 2020. Em 2023, iniciamos o curso para a formação de professores para o uso da programação na Educação.

Através da formação continuada, os professores podem apresentar e utilizar as novas tecnologias em sala de aula, tornando suas aulas dinâmicas e tornando o ensino e aprendizagem eficiente e com significado.

Na realidade brasileira, existem iniciativas inovadoras que vêm sendo desenvolvidas em algumas escolas privadas e, mais timidamente, em escolas públicas e envolvem, por exemplo, as linguagens de programação Scratch, Arduino e Robótica, que, muitas vezes, são colocadas em prática nos espaços maker (PRADO et al., 2020).

A BNCC (BRASIL, 2018), relatam a importância das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação e da Cultura Digital.

[...] a cultura digital tem promovido mudanças sociais significativas nas sociedades contemporâneas. Em decorrência do avanço e da

multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, telefones celulares, tablets e afins, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura, não somente como consumidores.(BRASIL, 2018, p.61).

Na área da Matemática, a BNCC (BRASIL, 2018), enfatiza sobre o uso das tecnologias digitais como recurso metodológico e para contribuir com o letramento matemático e ao pensamento computacional. Entre as dez competências na Educação Básica, ou seja, a Educação Infantil, Ensino Fundamental e o Ensino Médio, a quinta competência salienta sobre a prática do professor na utilização das tecnologias digitais, como mostra a seguir:

Competência 5 – compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.(BRASIL, 2018, p.9).

Dessa forma, o curso de formação de professores foi realizado em setembro de 2023 com 3 encontros presenciais, totalizando 9h de carga horária total com a presença em média de 15 mulheres. Os principais tópicos abordados na aula foram dispostos no quadro 6 (1º encontro) e os assuntos abordados no quadro 5 (2º e 3º encontro).

Quadro 6 – Quadro Geral - Descrição das atividades presenciais.

Programação Desplugada e Plugada
1º Encontro: 3 hora/aula
Conteúdos Abordados
O Pensamento Computacional; As Etapas do Pensamento Computacional; Computação Desplugada; O Código Binário; Algoritmos: ordenação de instruções; Colorindo com Números; Enigmas; Funções; Condicionais; Programação Plugada

Fonte: Elaboração da autora, 2023.

- No 1º Encontro: no primeiro encontro falamos sobre o pensamento computacional, revelando as suas quatro etapas (decomposição, padronização, abstração e algoritmo).

Figura 93 – 1º encontro presencial.



Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

Em seguida, tratamos sobre a computação desplugada que consiste em ensinar os fundamentos da computação, por meio de atividades, sem o uso do computador. No apêndice B, realizamos atividades com o uso do lápis e papel com os seguintes temas: o **código binário** (os dois níveis lógicos, ligado, sendo 1 e 0 para desligado) e decodificando a mensagem codificada.

Figura 94 – Atividade: código binário.

Código Binário

Qual língua o computador fala?

O computador nada mais é do que uma máquina que funciona através da eletricidade. Isto significa que ele funciona apenas com dois níveis lógicos de tensão: ligado (1) ou desligado (0). Por isso, nós dizemos que para o computador tudo é zero ou é um.

Ah Tãh! Porque não falou antes

0010010111010
1010101010100
1010101010101
0100101010101
0101010101010

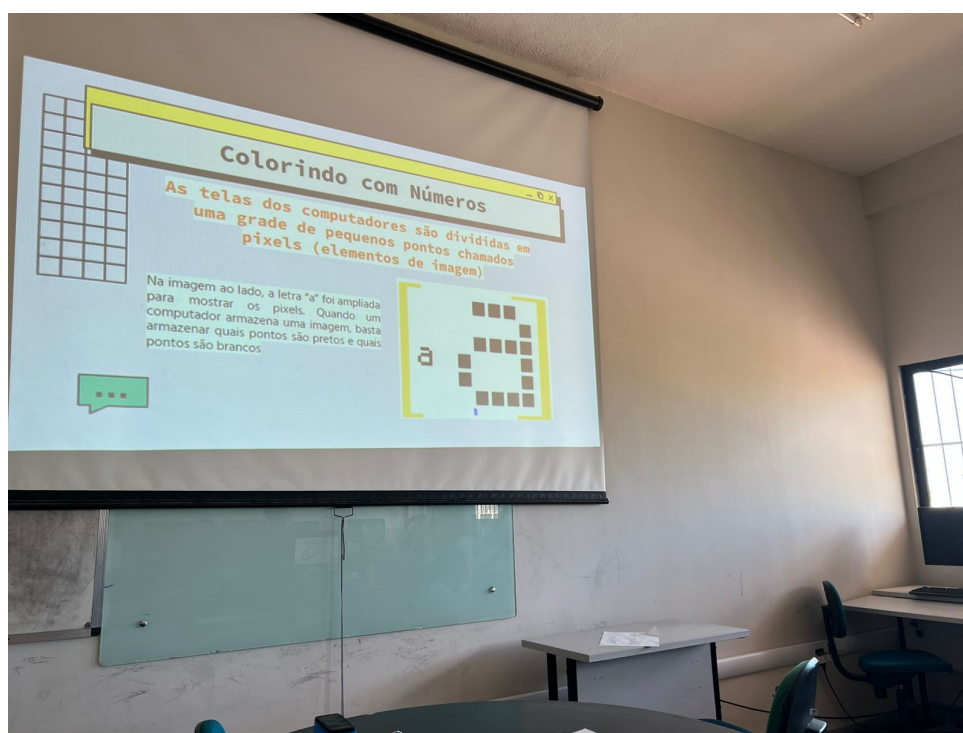
ASCII BINARY ALPHABET			
A	1000001	N	1001110
B	1000010	O	1001111
C	1000011	P	1010000
D	1000100	Q	1010001
E	1000101	R	1010010
F	1000110	S	1010011
G	1000111	T	1010100
H	1001000	U	1010101
I	1001001	V	1010110
J	1001010	W	1010111
K	1001011	X	1010111
L	1001100	Y	1011001
M	1001101	Z	1011010

Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

Algoritmos: Ordenação de Instruções, nesta atividade descreveremos o significado do algoritmo descrevendo uma sequência de passos podendo ser a rotina, receita, entre outros.

Colorindo com números, nesta atividade as telas dos computadores são divididas em uma grade de pequenos pontos chamados de *pixels*. Quando um computador armazena uma imagem, basta armazenar quais pontos são pretos e quais pontos são brancos.

Figura 95 – Atividade: colorindo com números.



Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

Enigmas: nesta atividade destacamos por meio de enigmas a desenvolver a lógica e usar as regras matemáticas para solucionar os desafios. A atividade proposta consiste em usar a lógica para resolver os desafios e responder quanto vale os enigmas, explicando seu raciocínio. É necessário atentar-se as regras matemáticas para solução.

Funções: nesta atividade destacamos que uma parte código pode ser usada diversas vezes. Usamos funções do tipo se mover seis passos para frente, três passos para direita, assim por diante.

Nesse momento, usamos a programação desplugada para o entendimento de fixação e também utilizamos um site *Coquinhos Jogos Educativos*, disponível no endereço: [Clique aqui](#). Chamado de o Mundo do Blinky na Floresta, nesse jogo temos que saber os sentidos (direita, esquerda, frente e trás) para ajudar o robô Blinky a coletar os pássaros e levar o

guarda-chuva para os pais.

Figura 96 – Atividade: programação plugada com o jogo Mundo do Blinky na Floresta.



Fonte: Captura de Tela Site Coquinhos, 2023.

Condicionais: nesta atividade mostramos que uma condicional é uma parte do código que verifica se uma declaração é verdadeira ou falsa. Quando você vê uma condicional, é como se seu programa estivesse fazendo uma pergunta: isto é sim ou isto é não? Se sim, verdadeira, senão, falso.

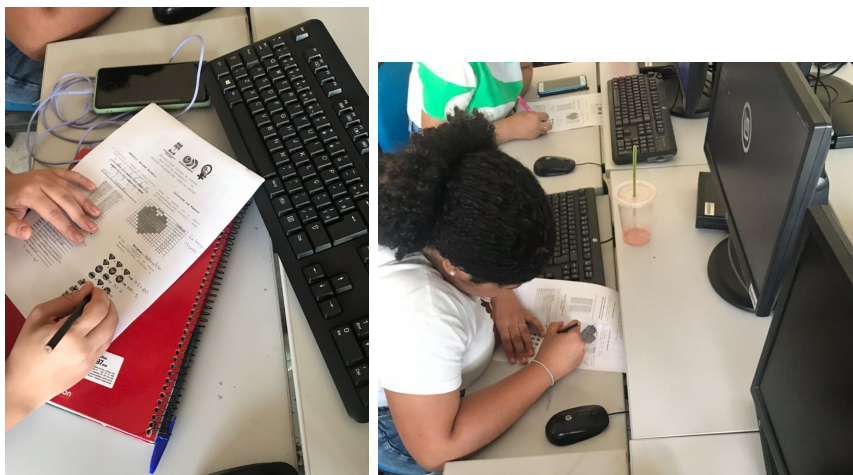
Figura 97 – Atividade: condicionais.



Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

Em cada tema abordado acima, foram realizadas atividades com o uso do papel e lápis.

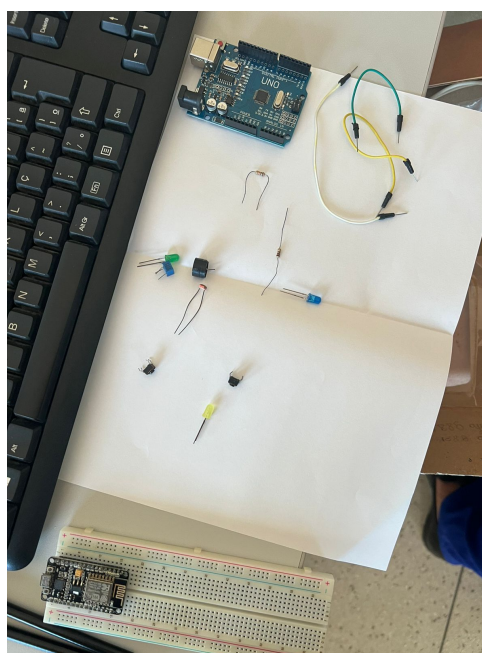
Figura 98 – Atividades Programação Desplugada.



Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

- No 2º e 3º Encontro: foi marcado com apresentação sobre o Arduino e seus componentes físicos 99 e os conteúdos das duas primeiras aulas disposto no quadro 5.

Figura 99 – Componentes Arduino.



Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

O curso presencial foi realizado no laboratório de informática do Instituto de Matemática da UFAL.

Figura 100 – O Curso Presencial.



Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

A turma foi formada pela professora doutora Juliana Roberta Theodoro de Lima, responsável pelo projeto Mulheres nas Exatas, a professora Cristina Almeida da Escola Professor Margarez Maria Santos Lacet, localizada no município de Maceió, nessa escola realizamos todas as atividades descritas ao longo desse trabalho. As outras alunas eram discentes dos cursos de graduação da UFAL, são eles: Matemática, Física, Engenharia Química, Engenharia da Computação, Química e Meteorologia.

Figura 101 – Discentes do Curso Presencial.



Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

5 STARTUP MULHERES CIENTISTAS E EMPREENDEDORAS: "A"DRONE COMO UPGRADE DA ROBÔ

O empreendedorismo no Brasil tem se intensificado nos anos 90. Isso deriva do acesso à informação e as constantes mudanças na sociedade. Sendo assim, as empresas tendem a se adaptar às mudanças e passaram a desenvolver serviços e produtos inovadores. O incentivo a essa inovação traz o chamado modelo de negócio: o empreendedorismo.

A inovação, em um contexto geral, possui papel importante no desenvolvimento da economia de um país. No cenário da globalização, com a rápida troca de informações, através dos novos meios de comunicação instantâneos e mudanças no ambiente econômico, tornou-se acelerada a introdução de novos produtos e serviços que visam a atender à demanda dos consumidores (FRANCO; SILVA, 2022).

No quadro 7 notamos os tipos de grupos de características dos empreendedores segundo o autor citado. Para (DRUCKER, 2011), espírito empreendedor “não é um traço de personalidade”, ou seja, não existe um modelo de empreendedor, seja de sucesso ou não. O que faz ser um empreendedor é como o indivíduo distinguir as oportunidades, e como fazer inovação de formas diferentes e que não estejam saturadas no mercado, além disso, o empreendedor tem que estar apto a correr riscos, desafios e muita persistência no seu modelo de negócio.

Quadro 7 – Grupo de Características dos Empreendedores de Sucesso.

Grupo de características relacionadas à realização
Busca de oportunidades e iniciativa; Correr riscos calculados; Exigir qualidade e eficiência; Persistência, e Comprometimento
Grupo de características relacionadas ao planejamento
Busca de informações; Estabelecimento de metas, e Planejamento e monitoramento sistemático.
Grupo de características relacionadas ao poder
Persuasão e rede contato; Independência e autoconfiança

Fonte: Dornelas, 2007, p.8.

Qualquer indivíduo pode ser um empreendedor, sendo necessário estimular e aumentar o conhecimento para o empreendedorismo. Um perfil de empreendedor segue sete elementos, são eles no quadro 8:

Quadro 8 – Elementos de Identificação do Perfil de Empreendedor

Elemento: superação
A capacidade de ir além, superar qualquer obstáculo, desafiar
Elemento: criatividade
Pensar em algo novo, diferente ou único.
Elemento: iniciativa
fazer o que precisa ser feito, sem que seja solicitado
Elemento: eniciativa
Ter energia é estar sempre disposto para trabalhar, ir à luta e partir para a execução
Elemento: valor
É a capacidade de gerar algum benefício para alguém.
Elemento: compromisso
É assumir a responsabilidades e as consequências.
Elemento: risco
Capacidade de aceitar o fato de que as coisas podem não sair como se planeja

Fonte: Hashimoto, 2009, p. 4.

Dos anos 90 até os dias atuais, hoje existem diversos programas foram realizados no país para apoiar e fomentar o empreendedorismo. Iniciativas como o Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (SEBRAE), órgãos Estaduais/Federais apoiam essas iniciativas. Em alguns casos oferecem cursos, dê capacitação e apoio a capacitação do próprio negócio para geração de renda.

Com o aumento expressivo da internet e a disseminação do conhecimento, se torna cada vez mais necessário a rapidez e facilidade de acesso no setor do empreendedorismo. "Nesse contexto, as *startups* ¹ surgiram como novo modelo de negócio, ganhando destaque no final do século XX e início do século XXI, sendo uma consequência da implementação da internet e aumento expressivo no número de empresas do ramo tecnológico"(FRANCO; SILVA, 2022). O mercado brasileiro de startups segue em ritmo acelerado. O número de startups de 2015 a 2019 triplicou, chegando a 12.727, em 2020 o Brasil chama a atenção de investidores, e está entre os 10 países em quantidade de *startups*.

Conforme visto, o Projeto Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharia e Computação do (IM) com a construção do carro robô, projeto via Arduino e que, em 2022, inspirou uma proposta mais avançada de robô automatizado: um drone para a agricultura. Na agricultura, está cada vez maior o número de drones sobrevoando as lavouras brasileiras, visando produzir cada vez mais e com mais eficiência e sustentabilidade, ademais, o Brasil é um dos pioneiros no uso de drones na agricultura. Uma das maiores vantagens de um

¹ Uma empresa jovem e inovadora, focada em criar um modelo de negócio escalável, oferecendo soluções para desafios específicos.

drone é aplicar em áreas de difícil acesso, ou com obstáculos onde os demais pulverizadores não conseguem operar.

Será desenvolvido um drone com o intuito de reconhecer as partes das plantações que possuem pragas e dessa forma não precisará descarregar agrotóxicos e outros venenos em partes da plantação que não as contém. Dessa maneira, o agricultor estará economizando praguicidas de modo que ele tenha uma economia nos seus gastos, mas também evitando poluir o solo e o ar com montantes desnecessários de veneno, ação importantíssima para o meio ambiente. O drone será desenvolvida e testada com material reciclável, ou seja, ela terá um baixo custo.

A nossa *startup Drone WiTech* com essa proposta de drone foi premiada em 1º lugar no quesito educação com a proposta de um drone para agricultura no desafio hackaton Pilar Challenge dentro da TRAKTO 2022, maior evento de empreendedorismo do país, que foi realizado em Maceió no ano supracitado.

Figura 102 – Premiação da *startup*.



Fonte: Acervo Drone *WiTech*, 2022.

Neste cenário atual, a equipe tem se concentrado no desenvolvimento do planejamento, criação do protótipo, feedback, além de buscarem parceria com órgãos financiadores.

6 Considerações Finais

O presente trabalho retratou toda a evolução dos computadores e como a ciência vem aplicando suas modernidades e o uso das tecnologias na Educação, conforme demonstra na Base Nacional Comum Curricular.

A tecnologia tem desempenhado um papel de relevância na Educação. A inserção dessas ferramentas das Tecnologias da Informação e Comunicação tem revolucionado a novas metodologias em sala de aula e como os professores a utilizam em sala de aula. Além disso, essas tecnologias trazem o protagonismo e autonomia ao estudante.

O uso do Arduino como recurso nas aulas de Matemática no ensino de programação e automação tem sido uma prática cada vez mais comum em escolas de ensino básico e superior. Ao longo dos capítulos mostramos que o uso do Arduino pode ajudar no desenvolvimento do pensamento computacional, letramento digital e a cultura digital dos estudantes.

A Matemática está presente em tudo desde nas primeiras pesquisas sobre as calculadoras e os primeiros algoritmos até o Arduino como relatado. A Matemática Discreta é disciplina fundamental para o aprendizado de programação. O Arduino pode ser usado para ensinar conceitos matemáticos como funções, lógica, trigonometria e muito mais. Além disso, o Arduino pode ser usado para ensinar conceitos de física como eletricidade, magnetismo e mecânica. O Arduino é uma ferramenta poderosa para o ensino de programação e pode ser usado para ensinar uma variedade de disciplinas, incluindo Matemática.

O Projeto Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharia e Computação, com o uso da "Larissinha", a formação docente e a criação da *startup Drone WiTech*, é de suma importância para o avanço na ciência, tecnologia, motivação e inovação na Educação do nosso Estado de Alagoas trazendo os alunos para Universidade Pública Federal gratuita e de qualidade.

REFERÊNCIAS

- AZEVEDO, G. T. d.; MALTEMPI, M. V. Processo de aprendizagem de matemática à luz das metodologias ativas e do pensamento computacional. **Ciência & Educação (Bauru)**, SciELO Brasil, v. 26, 2020.
- BARBOSA, F. d. C.; ALEXANDRE, M. L.; ALVES, D. B.; MENEZES, D. C. de; CAMPOS, G. L.; NAKAMURA, Y. S.; JUNIOR, A. J. d. S.; LOPES, C. R. Robótica educacional em prol do ensino de matemática. In: SBC. **Anais do XXI Workshop de Informática na Escola**. [S.l.], 2015. p. 271–280.
- BELL, T.; WITTEN, I. H.; FELLOWS, M.; ADAMS, R.; MCKENZIE, J. Ensinando ciência da computação sem o uso do computador. **Computer Science Unplugged ORG**, 2011.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. Investigação qualitativa em educação. 1994. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista.
- BRASIL. **Ministério da Educação**. 2018. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC.
- BROOKSHEAR, J. G. **Ciência da Computação-: Uma Visão Abrangente**. [S.l.]: Bookman Editora, 2013.
- CASTRO, G. G. de. Tabelas-verdade. 2011.
- CREPALDI, C.; COSTA, L. V.; ESCOBAL, A. A. A história da computação: Das máquinas de calcular aos computadores quânticos. **Instituto de Física da Universidade de São Paulo, IF-USP**, v. 9, 2017.
- DRUCKER, P. F. Inovação e espírito empreendedor (entrepreneurship): prática e princípios. 2011. São Paulo: Cengage Learning.
- FAGUNDES, C. A. N.; POMPERMAYER, E. M.; BASSO, M. V. de A.; JARDIM, R. F. Aprendendo matemática com robótica. **RENOTE**, v. 3, n. 2, 2005.
- FORIGO, F. M.; FELIX, J. L. P. Um ambiente de programação pascal para ensino de matemática. **Revista ENCITEC**, v. 1, n. 2, p. 16–25, 2011.
- FRANCO, C. S.; SILVA, H. F. Aprendizagem empreendedora nas instituições de ensino superior e a influência na criação de startups. 2022. Disponível em: <<https://www.aedb.br/seget/arquivos/artigos22/3133336.pdf>>.
- GERSTING, J. L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**. [S.l.]: LTC, 2001. v. 3.
- GROENWALD, C. L. O.; SAUER, L. de O.; FRANKE, R. F. A história da Matemática como Recurso Didático para o Ensino da Teoria dos Números e a Aprendizagem da Matemática no Ensino Básico. **Paradigma**, scielon, v. 26, p. 35 – 55, 12 2005. ISSN 1011-2251. Disponível em: <http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512005000200003&nrm=iso>.

HAJE, L. **Mulheres são apenas 1/3 de pós-graduandos em ciências exatas e tecnológicas e têm financiamento menor**. 2023. Disponível em: <<https://l1nq.com/yK7bJ>>.

LAZZARINI, A. B.; SAMPAIO, C. P.; GONÇALVES, V. S. P.; NASCIMENTO, É. R. F.; PEREIRA, F. M. V.; FRANÇA, V. V. Mulheres na ciência: papel da educação sem desigualdade de gênero. **Revista Ciência em Extensão**, v. 14, n. 2, p. 188–194, 2018.

LING, L. C. A.; OLIVEIRA, D. Tecnologias no ensino da matemática em uma experiência com a robótica educacional. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 9, n. 7, p. 918–938, 2023.

LOPES, M. R. C. M.; KWIATKOWSKI, J. *Matemática discreta*. 2015.

MALTEMPI, M. V. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente/mathematics education and digital technologies: Reflexions about the practice in teacher education. **Acta Scientiae**, v. 10, n. 1, p. 59–67, 2008.

MENEZES, P. B. **Matemática Discreta para Computação e Informática-: Volume 16 da Série Livros didáticos informática UFRGS**. [S.l.]: Artmed Editora, 2013. v. 16.

MOUHA, R. A. Internet das coisas (iot). **Diário de Análise de Dados e Processamento de Informações**, Publicação de Pesquisa Científica, v. 9, n. 2, p. 77–101, 2021.

PICADO, J. **O que é a Matemática Discreta?** 2007. Disponível em: <<https://www.mat.uc.pt/~picado/ediscretas/2007/apontamentos/oque.pdf>>. Acesso em: 19 jul. 2023.

PRADO, M. E. B. B.; SILVA, A. d. F. G.; PIETROPAOLO, R. C.; SILVA, S. F. K. da. Pensamento computacional e atividade de programação: perspectivas para o ensino da matemática. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 5, n. 2, p. 195–208, 2020.

SANTOS, E. R. do; SOARES, G.; BIANCO, G. D.; FILHO, J. B. da R.; LAHM, R. A. Estímulo ao pensamento computacional a partir da computação desplugada: uma proposta para educação infantil. **Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa**, 2016.

SILVA, J. F. da; PATRUS, R. O “bê-á-bá” do ensino em empreendedorismo: uma revisão da literatura sobre os métodos e práticas da educação empreendedora. **Revista de Empreendedorismo e Gestão de Pequenas Empresas**, ANEGEPE. Associação Nacional de Estudos em Empreendedorismo e Gestão de ..., v. 6, n. 2, p. 372–401, 2017.

TEIXEIRA, J. **O que é inteligência artificial**. [S.l.]: E-galáxia, 2019.

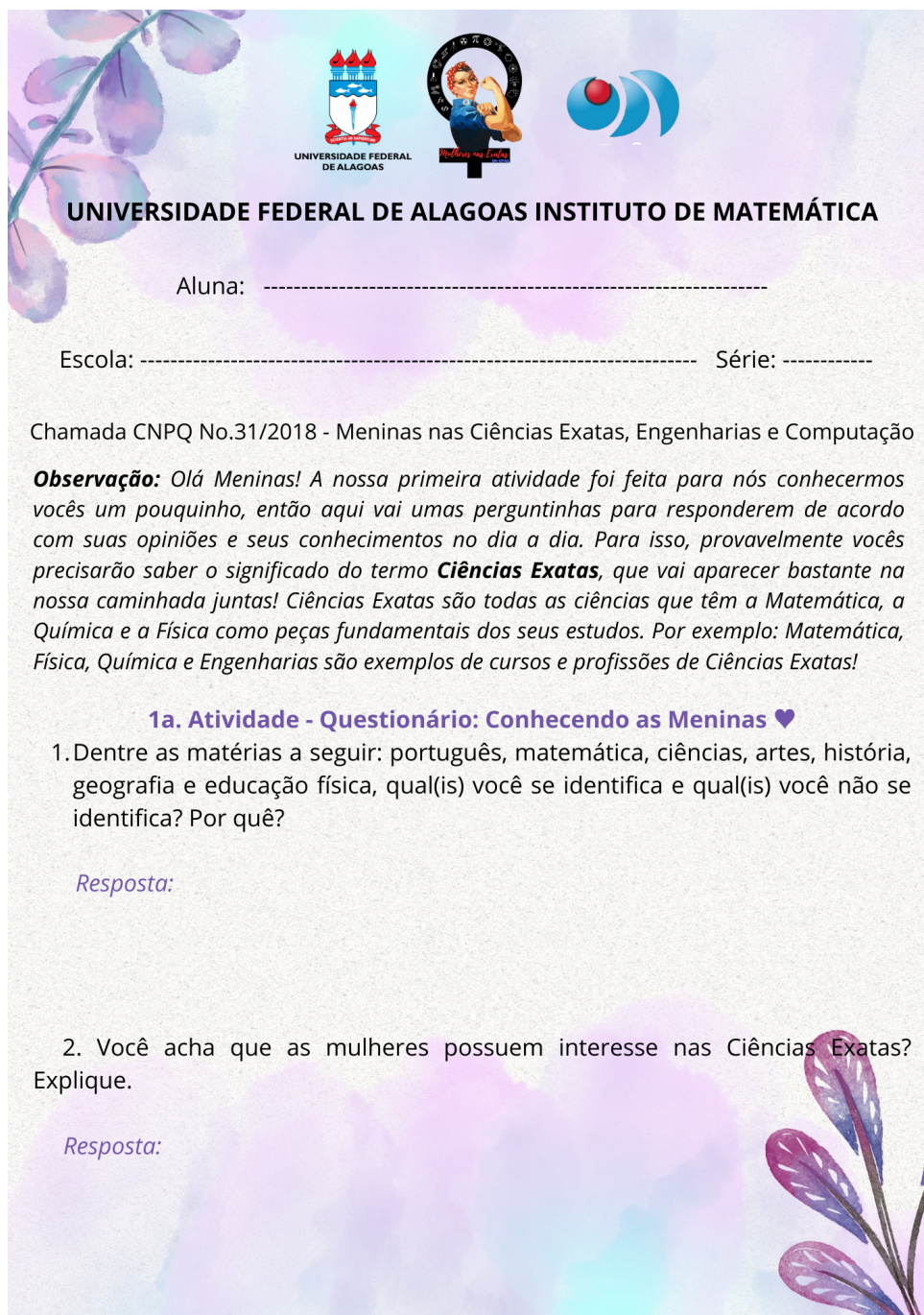
TOKARNIA, M. *Redes de ensino buscam caminhos para uso de tecnologia nas escolas*. **Agência Brasil**, 2023.

Wikipédia. **Diagrama de Venn — Wikipédia, a enciclopédia livre**. 2022. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Venn>. Acesso em: 22 jul. 2023.

Wikipédia. **Teoria dos conjuntos — Wikipédia, a enciclopédia livre**. 2023. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria_dos_conjuntos&oldid=65638108>. Acesso em: 20 jul. 2023.

APÊNDICE A – Formulário

Neste apêndice contém o formulário citado no capítulo 4, usado para conhecer as discentes.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS INSTITUTO DE MATEMÁTICA

Aluna: _____

Escola: _____ Série: _____

Chamada CNPQ No.31/2018 - Meninas nas Ciências Exatas, Engenharias e Computação

Observação: Olá Meninas! A nossa primeira atividade foi feita para nós conhecermos vocês um pouquinho, então aqui vai umas perguntinhas para responderem de acordo com suas opiniões e seus conhecimentos no dia a dia. Para isso, provavelmente vocês precisarão saber o significado do termo **Ciências Exatas**, que vai aparecer bastante na nossa caminhada juntas! Ciências Exatas são todas as ciências que têm a Matemática, a Química e a Física como peças fundamentais dos seus estudos. Por exemplo: Matemática, Física, Química e Engenharias são exemplos de cursos e profissões de Ciências Exatas!

1a. Atividade - Questionário: Conhecendo as Meninas ♥

1. Dentre as matérias a seguir: português, matemática, ciências, artes, história, geografia e educação física, qual(is) você se identifica e qual(is) você não se identifica? Por quê?

Resposta:

2. Você acha que as mulheres possuem interesse nas Ciências Exatas? Explique.

Resposta:

Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

3. Você convive ou possui algum parentesco com alguma mulher que atua na área das Ciências Exatas? Se sim, escreva sobre isso.

Resposta:

4. O que você acha sobre mulheres que atuam da área de Ciências Exatas?

Resposta:

5. Alguém já disse algo que te desmotivasse a gostar das áreas de Ciências Exatas? Escreva sobre isso.

Resposta:

6. Em geral, as matérias como Matemática, Física e Química são lecionadas por professores homens ou mulheres no seu ciclo escolar?

Resposta:

7. “Existem profissões para mulheres e outras para homens”. Você concorda com essa afirmação? Explique.

Resposta:

8. Você acredita que homens e mulheres aprendem conteúdos de Matemática da mesma forma? Por quê?

Resposta:

9. Como você enxerga a área das Ciências Exatas?

Resposta:

“Você é linda. Você é inteligente.”♥

Projeto CNPq Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharias e Computação-no.442398/2018 – 2 Coordenadora: Profa. Dra. Juliana Roberta Theodoro de Lima, Instituto de Matemática, UFAL
Coordenadoras Adjuntas: Profa. Dra. Lidiane Maria de Omena Leão, departamento de Física, UFAL-Arapiraca, Profa. Dra. Viviane de Oliveira Santos, Instituto de Matemática, UFAL

Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

APÊNDICE B – Atividades

Neste apêndice contém as atividades citadas no capítulo 5.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM
PROJETO MULHERES NAS CIÊNCIAS EXATAS

Desafio: Enigma Binário

- 1) Consultando a tabela do código binário tente decifrar a mensagem codificada.

1010110 1001111 1000011 1000101 1000101 1001001
1001110 1000011 1010010 1001001 1010110 1000101

100110

A	1000001	N	1001110
B	1000010	O	1001111
C	1000011	P	1010000
D	1000100	Q	1010001
E	1000101	R	1010010
F	1000110	S	1010011
G	1000111	T	1010100
H	1001000	U	1010101
I	1001001	V	1010110
J	1001010	W	1010111
K	1001011	X	1010111
L	1001100	Y	1011001
M	1001101	Z	1011010

Colorindo com Números

Pinte as grandes com os números correspondentes para descobrir a imagem que será apresentada.

Desenho	Codificação
	3, 2, 3, 2, 3
	2, 4, 1, 4, 2
	1, 11, 1
	1, 11, 1
	1, 11, 1
	1, 11, 1
	2, 9, 2
	3, 7, 3
	4, 5, 4
	5, 3, 5
	6, 1, 6

Enigmas

- 4) Use a lógica e as regras matemáticas para solucionar os desafios:

Algoritmos: Ordenação de Instruções

- 2) Descreve o passo a passo sobre sua rotina da manhã:

passo 1: _____
passo 2: _____
passo 3: _____
passo 4: _____
passo 5: _____
passo 6: _____
passo 7: _____
passo 8: _____
passo 9: _____
passo 10: _____

$$\text{Superman} + \text{Superman} + \text{Superman} = 60$$

$$\text{Superman} + \text{Wonder Woman} + \text{Wonder Woman} = 30$$

$$\text{Wonder Woman} - \text{Batman} = 3$$

$$\text{Batman} + \text{Superman} \times \text{Wonder Woman} = ?$$

$$\text{Pug} + \text{Pug} + \text{Pug} = 30 \text{ kg}$$

$$\text{Pug} + \text{Cat} + \text{Cat} = 20 \text{ kg}$$

$$\text{Cat} - \text{Turtle} = 4 \text{ kg}$$

$$\text{Pug} + \text{Cat} + \text{Turtle} = ?$$

Fonte: Acervo do Projeto, 2023.

PROGRAMANDO NO PAPEL: O ALGORITMO NOSSO DE CADA DIA

Um algoritmo é uma lista de etapas para realizar alguma coisa. Uma receita para fazermos cupcakes é um algoritmo do mesmo modo que uma partitura musical também é. Os algoritmos são a primeira etapa no planejamento de um programa de computador.

ALGORITMO DE CUPCAKE

- 1 - MISTURE TODOS OS INGREDIENTES
- 2 - BATA OS INGREDIENTES
- 3 - DESPEJE NAS FORMINHAS
- 4 - LEVE AO FORNO PRÉ-AQUECIDO POR 60 MINUTOS

1

Para se familiarizar com o conceito de algoritmo, é interessante ter algo com que comparar. Aqui, nossa linguagem de programação será feita com linhas e setas:

← MOVER PARA FRENTE

→ MOVER PARA TRÁS

↑ MOVER PARA CIMA

↓ MOVER PARA BAIXO

⚡ PINTAR

2

Escrever todas as instruções pode dar muito trabalho. Para facilitar nossa programação podemos substituir as instruções por símbolos. Assim, nosso programa fica mais visual, intuitivo e simples

3

DESAFIO: O CAÇADOR DE BUGS

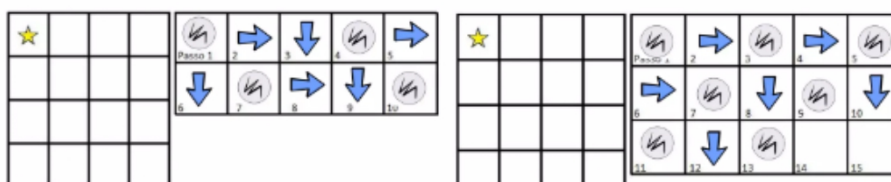
Às vezes, quando você está codificando em grupo, alguém pode cometer um erro e isso afetará todo o resto da programação. Abaixo temos dois programas que foram escritos com erros. Seu desafio é encontrar o erro, circulá-lo e escrevê-lo de forma correta. Boa programação!

x			

⚡	→	↓	⚡	→	↓	→	↑	⚡
⚡	→	↓	↑	⚡	→	↑	⚡	

B) Eu, robô.

Você é um robô, use as grades abaixo para desenhar usando os comandos:



DESAFIOS Vamos construir condicionais compostas?
Você pode escrever ou desenhar dentro dos blocos.
Use sua imaginação e criatividade!!!

1 se então então

se não

2 se então então

se não

3 se então então

se não

4 se então então

se não

5 se então então

se não

6 se então então

se não

APÊNDICE C – Solicitação de Autorização



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA ACADÊMICO CIENTÍFICA

Eu, _____, nacionalidade _____,
estado civil _____, portador da Cédula de identidade RG
n.º _____, inscrito no CPF/MF sob n.º _____,
residente à Av./Rua _____

Através do presente instrumento, solicitamos do Gestor do

_____, autorização para realização da pesquisa integrante do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da acadêmica Janaine Ferreira dos Santos, matriculado no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), orientado(a) pelo (a) Profº(a) Dra Juliana Roberta Theodoro de Lima (Instituto de Matemática – UFAL), tendo como título preliminar **“A Matemática Aplicada ao Empreendedorismo Tecnológico na Ciência e Educação: Uma Abordagem da Robótica Para a Educação”**. A coleta de dados será feita através da aplicação de questionário a priori e atividades aplicadas em um curso presencial. A presente atividade é requisito para a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas. Serão mantidos em sigilo o nome da instituição, assim como o nome dos participantes da pesquisa.

_____, dia ____ de _____ de _____.

(Assinatura)

(Acadêmico)

(Prof(a). Orientadora)

APÊNDICE D – Termo de Autorização de Imagem



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE IMAGEM

Eu, _____, nacionalidade _____, estado civil _____, portador da Cédula de identidade RG n.º _____, inscrito no CPF/MF sob n.º _____, residente à Av./Rua _____, n.º _____, município de _____/Alagoas. AUTORIZO o uso de minha imagem em todo e qualquer material, entre imagens de vídeo, fotos e documentos, para ser utilizada no **Trabalho de Conclusão de Curso**, intitulado “**A Matemática Aplicada ao Empreendedorismo Tecnológico na Ciência e Educação: Uma Abordagem da Robótica Para a Educação**”. A presente autorização é concedida a título gratuito, abrangendo o uso da imagem acima mencionada em todo território nacional, das seguintes formas: (I) homepage; (II) mídia eletrônica (vídeo-tapes, televisão, cinema, entre outros).

Fica ainda **autorizada**, de livre e espontânea vontade, para os mesmos fins, a cessão de direitos da veiculação das imagens, não recebendo para tanto qualquer tipo de remuneração.

Por esta ser a expressão da minha vontade declaro que autorizo o uso acima descrito sem que nada haja a ser reclamado a título de direitos conexos à minha imagem ou a qualquer outro.

_____, dia _____ de _____ de _____.

(Assinatura)

APÊNDICE E – Termo de Esclarecimento Livre



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

TERMO DE ESCLARECIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (T.L.C.E.)

Assinado pelo (a) responsável legal pelo (a) menor de 18 anos que está participando da pesquisa

INSTITUIÇÃO DE VÍNCULO DO PESQUISADOR: Instituto de Matemática –
IM/UFAL

PESQUISADOR RESPONSÁVEL: Janaine Ferreira dos Santos

E-MAIL DO PESQUISADOR: janaine.santos@im.ufal.br

Orientadora: Profa Dra Juliana Roberta Theodoro de Lima

Seu filho(a) está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa científica, sendo que as informações sobre o mesmo estão descritos nos itens que se seguem. É importante que você leia, ou que alguém leia para você, esse documento com atenção e, em caso de qualquer dúvida ou informação que não entenda, peça ao pesquisador responsável pelo estudo que explique a você. Você não é obrigado(a) a dar seu aval para que seu(sua) filho(a) participe desta pesquisa, ficando a seu critério dar ou não a sua permissão. Caso decida dar seu consentimento, você assinará esse Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. É importante também que saiba que você pode retirar o seu consentimento a qualquer momento, sem ter que dar maiores explicações, não implicando em qualquer prejuízo a você ou seu filho. Seu filho(a) está sendo convidado(a) a participar como voluntário (a) da pesquisa **“A Matemática Aplicada ao Empreendedorismo Tecnológico na Ciência e Educação: Uma Abordagem da Robótica Para a Educação”**, decorrente do Trabalho de Conclusão de Curso do acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática (Instituto de Matemática – Universidade Federal de Alagoas), Janaine Ferreira dos Santos, cujo objetivo é o uso da Matemática Discreta na Robótica Educacional. O estudo se destina a contribuir para a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática na Educação Básica (Ensino Fundamental e Ensino Médio) e sua importância é fornecer metodologias inovadoras para a prática docente em Matemática. A coleta de dados será realizada por meio do desenvolvimento das atividades executadas pelo docente, sendo coletados no mês de julho de 2020, durante o curso online ofertado pelo projeto Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharia e Computação.

A seguir, as informações sobre a pesquisa:

- Esta pesquisa está conforme as normas do Comitê de Ética e Pesquisa.
- Esta pesquisa não oferece riscos à sua saúde física e/ou mental do (a) participante, assegurando-se a sua dignidade.



- É garantida a liberdade da retirada de consentimento a qualquer momento e deixar de participar do estudo, sem qualquer prejuízo ou penalidade.
- Não há despesas pessoais para o (a) participante em qualquer fase do estudo. Também não há compensação financeira relacionada à participação.
- Serão mantidos em sigilo a identidade dos participantes da pesquisa.
- Serão realizados registros fotográficos durante a aplicação das atividades referentes à pesquisa, sem prejuízo à sua imagem e sem gerar direitos conexos, respeitando-se à preservação de sua identidade.
- Os resultados desta pesquisa comporão o Trabalho de Conclusão de Curso e também serão publicados em artigos científicos, preservando-se a identidade do participante.

TERMO DE ACEITE

Eu, _____
_____, declaro que dei meu consentimento para que meu
filho(a) _____ participe desta pesquisa.
Assinatura do responsável legal pelo (a)
participante: _____
Telefone de contato: _____
CIDADE/ESTADO, _____ de _____ de _____.

APÊNDICE F – Termo de Esclarecimento Livre



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS TERMO DE ESCLARECIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (T.L.C.E.)

Assinado pelo (a) aluno participante da pesquisa

INSTITUIÇÃO DE VÍNCULO DO PESQUISADOR: Instituto de Matemática –
IM/UFAL

PESQUISADOR RESPONSÁVEL: Janaine Ferreira dos Santos

E-MAIL DO PESQUISADOR: janaine.santos@im.ufal.br

Orientadora: Profa Dra Juliana Roberta Theodoro de Lima

Você está sendo convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa “**A Matemática Aplicada ao Empreendedorismo Tecnológico na Ciência e Educação: Uma Abordagem da Robótica Para a Educação**”, decorrente do Trabalho de Conclusão de Curso do acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática (Instituto de Matemática – Universidade Federal de Alagoas), Janaine Ferreira dos Santos, cujo objetivo é o uso da Matemática Discreta na Robótica Educacional. O estudo se destina a contribuir para a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática na Educação Básica (Ensino Fundamental e Ensino Médio) e sua importância é fornecer metodologias inovadoras para a prática docente em Matemática. A coleta de dados será realizada por meio do desenvolvimento das atividades executadas pelo docente, sendo coletados no mês de julho de 2020, durante o curso online ofertado pelo projeto Mulheres nas Ciências Exatas, Engenharia e Computação.

A seguir, as informações sobre a pesquisa:

- Esta pesquisa está conforme as normas do Comitê de Ética e Pesquisa.
- Esta pesquisa não oferece riscos à sua saúde física e/ou mental do (a) participante, assegurando-se a sua dignidade.
- É garantida a liberdade da retirada de consentimento a qualquer momento e deixar de participar do estudo, sem qualquer prejuízo ou penalidade.
- Não há despesas pessoais para o (a) participante em qualquer fase do estudo. Também não há compensação financeira relacionada à participação.
- Serão mantidos em sigilo a identidade dos participantes da pesquisa.
- Serão realizados registros fotográficos durante a aplicação das atividades referentes à pesquisa, sem prejuízo à sua imagem e sem gerar direitos conexos, respeitando-se a preservação de sua identidade.
- Os resultados desta pesquisa comporão o Trabalho de Conclusão de Curso e também serão publicados em artigos científicos, preservando-se a identidade do participante.



Eu, _____, portador do RG _____, nascido (a) em ____/____/_____, residente no endereço _____, na cidade de _____, Estado _____, podendo ser contatado (a) pelo número telefônico () _____ fui informado (a) dos objetivos do estudo, de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar minha decisão de participar se assim o desejar. Assinam este termo de assentimento, o meu responsável e declaro que concordo em participar desse estudo e que recebi uma via deste Termo de Assentimento Livre e Esclarecido.

_____, dia ____ de _____ de _____.

Nome do (a) participante: _____

Assinatura do (a) participante (aluno (a)): _____

Nome do (a) responsável pelo (a) participante: _____

Pesquisador responsável: Janaine Ferreira dos Santos

Assinatura do pesquisador: _____