

Eduardo Pagel Floriano



DENDROMETRIA

Rio Largo, Alagoas, Brasil

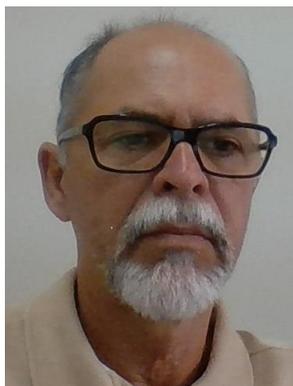
2021

EDUARDO PAGEL FLORIANO

DENDROMETRIA

1ª edição

Rio Largo, AL, Brasil
Edição do Autor
2021



Eduardo Pagel Floriano (1957) é Engenheiro Florestal (1980), especialista em gestão de pessoas, gestão ambiental e em novas tecnologias da educação, Mestre (2004) e Doutor (2008) em Engenharia Florestal (área de concentração em manejo florestal) pela Universidade Federal de Santa Maria. Atuou em empresas privadas na supervisão, coordenação e gerência florestal (1980 a 2003) e como consultor em inventário florestal, economia e planejamento florestal (1994, hoje). Atualmente é coordenador do Núcleo Docente Estruturante do Curso de Engenharia Florestal do Campus de Engenharias e Ciências Agrárias da Universidade Federal de Alagoas e ministra as disciplinas de Inventário, Modelagem e Manejo Florestal.

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Setorial do Centro de Ciências Agrárias
Bibliotecária Responsável: Myrtes Vieira do Nascimento

F635d Floriano, Eduardo Pagel
Dendrometria / Eduardo Pagel Floriano. – Rio Largo:
Edição do autor, 2021.
170p.; il.

Inclui bibliografia e anexos
ISBN 978-65-00-28337-2

1. Medições florestais. 2. Análise de tronco. 3. Estatística.
4. Morfometria. I. Título.

CDU: 630*2

SUMÁRIO

FIGURAS	IX
TABELAS	XI
APRESENTAÇÃO	XII
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Definições	1
1.1.1 <i>Árvore</i>	1
1.1.2 <i>Fuste</i>	1
1.1.3 <i>Dendrometria</i>	1
1.1.4 <i>Floresta</i>	2
1.1.5 <i>Variáveis dendrométricas</i>	2
1.1.6 <i>Atributos das árvores</i>	3
1.1.7 <i>Precisão e Acuracidade das medições</i>	4
1.1.8 <i>Amostragem e Unidade amostral</i>	4
1.2 Importância da Dendrometria	5
1.3 Histórico.....	6
2 VARIÁVEIS DENDROMÉTRICAS	7
2.1 Circunferência ou perímetro (c)	7
2.2 Diâmetro	9
2.2.1 <i>Diâmetro a Altura do Peito (d)</i>	9
2.2.2 <i>Diâmetro a Altura do Peito sem casca (d_s)</i>	11
2.2.3 <i>Diâmetro da árvore de área basal média (d_g)</i>	12
2.2.4 <i>Diâmetro da árvore mediana (d_M)</i>	12
2.2.5 <i>Diâmetro da árvore mediana de área basal (d_{gM})</i>	12
2.2.6 <i>Diâmetros de Hohenadl (d⁻, d⁺)</i>	12
2.2.7 <i>Diâmetros a diferentes alturas (d_i)</i>	13
2.2.8 <i>Diâmetros em diferentes idades (d_t)</i>	13
2.2.9 <i>Diâmetro médio (d̄)</i>	14
2.2.10 <i>Diâmetro da árvore média de Weise (d_w)</i>	14
2.2.11 <i>Diâmetro da árvore central de área basal (d_z)</i>	14
2.3 Espessura da casca (e)	14
2.4 Área basal.....	15
2.4.1 <i>Área basal individual (g)</i>	15
2.4.2 <i>Área basal individual média (ḡ)</i>	15
2.4.3 <i>Área basal por hectare (G)</i>	16
2.5 Altura	16
2.5.1 <i>Altura por relação de triângulos</i>	17
2.5.2 <i>Altura pelo método trigonométrico</i>	18

2.5.3	Altura do fuste (h_f)	24
2.5.4	Altura de Lorey (h_L)	25
2.5.5	Altura média (h).....	25
2.5.6	Altura da árvore de área basal média (h_g).....	26
2.5.7	Altura da árvore de diâmetro médio (h_d).....	26
2.5.8	Altura da árvore de diâmetro mediano (h_{dM}).....	26
2.5.9	Altura da árvore mediana de área basal (h_{gM}).....	26
2.5.10	Altura média de Weise (h_w)	26
2.5.11	Altura média da árvore central de área basal (h_z)	26
2.5.12	Altura dominante (h_{dom})	27
2.5.13	Dificuldades na medição de altura	28
2.6	Quocientes de forma.....	29
2.6.1	Quociente de forma artificial (k).....	29
2.6.2	Quociente de forma absoluto (k_a).....	29
2.6.3	Outros quocientes de forma	30
2.7	Volume.....	30
2.7.1	Volume individual (v)	30
2.7.2	Volume individual sem casca (v_s).....	30
2.7.3	Volume individual médio (v)	31
2.7.4	Volume por hectare (V)	31
2.8	Fator de forma (f)	31
2.9	Incrementos (i , l e P).....	32
2.10	Dimensões da copa	33
2.10.1	Raios e diâmetro da copa.....	33
2.10.2	Altura da base da copa (h_{bc}).....	35
2.10.3	Comprimento da Copa (CC).....	35
2.10.4	Superfície de projeção da copa (SPC).....	35
3	ESTATÍSTICA FLORESTAL.....	36
3.1	Análise univariada.....	36
3.1.1	Análise estatística descritiva	36
3.1.2	Análise estatística inferencial	45
3.2	Análise estatística bivariada	45
3.2.1	Medidas quantitativas de dependência	46
4	ANÁLISE DE REGRESSÃO	49
4.1	Análise da variância de regressão	50
4.1.1	Erro Padrão de Estimativas (S_{yx}).....	51
4.1.2	Coeficiente de Determinação (R^2)	51
4.1.3	Coeficiente de Determinação Ajustado (R^2_{aj})	51
4.2	Validação das equações de regressão	52
4.2.1	Homocedasticidade da variância.....	52
4.2.2	Independência dos resíduos	53
4.2.3	Normalidade da distribuição dos resíduos	54

5 MORFOMETRIA.....	56
5.1 Formas das copas	56
5.2 Relações morfométricas	57
5.2.1 <i>Grau de Esbeltez</i>	57
5.2.2 <i>Formal de copa</i>	57
5.2.3 <i>Índice de abrangência</i>	57
5.2.4 <i>Índice de saliência</i>	57
5.2.5 <i>Índice de espaço vital</i>	58
5.3 Morfologia da copa	58
5.4 Classificação das árvores quanto à posição no dossel.....	59
6 FORMA, PERFIL E VOLUME DO TRONCO	62
6.1 Forma do tronco	62
6.2 Volume rigoroso.....	63
6.3 Conicidade das toras	66
6.4 Perfil do tronco (afilamento e sortimentos)	67
6.5 Volume sem casca.....	72
6.6 Volume de casca (vc)	73
6.7 Volume comercial (V_{com}).....	73
6.8 Volume de madeira para laminação	73
7 VOLUME DE MADEIRA EMPILHADA.....	75
7.1 Medição de pilhas de toras ou toretes de madeira	76
7.2 Método de amostragem por gabarito reticulado	77
7.3 Método do xilômetro	79
7.4 Método de numeração angular	81
7.5 Método de pesagem e densidade por teor de umidade.....	82
7.6 Método de escaneamento por feixe de laser.....	83
8 CRESCIMENTO	85
8.1 Introdução.....	85
8.1.1 <i>Fito hormônios</i>	86
8.1.2 <i>Fotossíntese</i>	88
8.1.3 <i>Meristemas</i>	89
8.2 Condicionantes do crescimento.....	90
8.3 Formas de crescimento das árvores.....	92
8.4 Leis do crescimento biológico.....	92
8.5 Incrementos	93
8.5.1 <i>Incremento corrente anual (ICA)</i>	93
8.5.2 <i>Incremento percentual (p) (Alves, 1982)</i>	93
8.5.3 <i>Incremento periódico (IP)</i>	93
8.5.4 <i>Incremento periódico anual (IPA)</i>	94
8.5.5 <i>Incremento Médio Anual (IMA)</i>	94
8.6 Curva de crescimento e de incrementos.....	94
8.7 Métodos e objetivos do estudo do crescimento	95

8.8 Aplicações dos estudos de crescimento	96
8.9 Considerações sobre os estudos de crescimento	96
8.10 Obtenção de dados.....	97
8.10.1 Parcelas e árvores permanentes.....	97
8.10.2 Análise de tronco.....	98
9 DENDROCRONOLOGIA.....	106
9.1 Datação cruzada.....	108
9.2 Replicação	109
9.3 Datação por radiocarbono	110
10 BIOMASSA FLORESTAL	111
10.1 Árvores vivas	111
10.2 Necromassa.....	112
10.3 Plantas vivas de sub-bosque	113
10.4 Serrapilheira	113
10.5 Matéria orgânica do solo.....	113
11 RELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS DENDROMÉTRICAS.....	114
11.1 Equações hipsométricas.....	115
11.2 Equações volumétricas.....	123
11.3 Equações de crescimento.....	124
12 INTRODUÇÃO À AMOSTRAGEM.....	132
12.1 Variáveis	132
12.2 Precisão e Acuracidade	133
12.2.1 Intensidade amostral (IA)	133
12.2.2 Suficiência amostral	133
12.3 Métodos de amostragem	134
12.4 Sistemas de amostragem	134
12.5 Processos de amostragem	135
13 AMOSTRAGEM PARA CUBAGEM	136
13.1 Método da Árvore Mais Próxima.....	136
13.1.1 Características do método.....	136
13.1.2 Vantagens, desvantagens e cuidados.....	137
13.2 Amostragem para cubagem.....	137
13.2.1 Cálculo do número de classes de diâmetro.....	138
14 RELASCOPIA	140
14.1 Método de amostragem de Bitterlich	140
14.2 Estatísticas na amostragem de Bitterlich	146
14.2.1 Área Basal média por hectare	146
14.2.2 Diâmetro médio aritmético (<i>d</i>).....	147
14.2.3 Altura média aritmética (<i>h</i>).....	147
14.2.4 Frequência por hectare (<i>N</i>)	147
14.2.5 Volume por hectare (<i>V</i>)	147

14.3 Vantagens da amostragem por numeração angular	148
14.4 Desvantagens da amostragem por numeração angular	148
14.5 Atenção na amostragem por numeração angular	148
15 REFERÊNCIAS	149
16 APÊNDICE A ANÁLISE DE TRONCO - AMOSTRAGEM	153
17 APÊNDICE B ANÁLISE DE TRONCO - ESTIMATIVAS	155
18 APÊNDICE C SAS® ONDEMAND FOR ACADEMICS.....	157
19 APÊNDICE D DADOS DE DIÂMETRO E ALTURA DE 60 ÁRVORES	159

FIGURAS

Figura 1 – Diâmetro (d), altura (h) e área basal (g).	3
Figura 2 – Relação da dendrometria com outras disciplinas.	5
Figura 3 – Circunferência do tronco.....	8
Figura 4 – Fita métrica para medição de circunferências.	8
Figura 5 – Suta florestal eletrônica para medição de diâmetros. Fonte: TerraGes, 2021.	9
Figura 6 – Fita diamétrica. Fonte: TerraGes, 2021.	9
Figura 7 – Medições de diâmetro (d) em situações duvidosas.	10
Figura 8 – Fator de Correção da área basal (FC_g) para árvores de secção transversal torulosa, calculada pela área basal interna (g_i), dividida pela área basal externa (g_e).	11
Figura 9 – Suta finlandesa.	13
Figura 10 – Medidores de casca (a, b, c) e martelos de incremento (d, e).	15
Figura 11 – Medição da altura (h) por relação de triângulos.....	17
Figura 12 – Olho do observador entre o nível da base e do topo da árvore.	19
Figura 13 – O olho do observador estar abaixo da base da árvore.	19
Figura 14 - O olho do observador acima do topo da árvore.....	20
Figura 15 – Telêmetro hipsômetro SNDWAY SW-1000A, clinômetro Haglöf ECII e clinômetro Suunto.....	21
Figura 16 – Hipsômetro Vertex IV.....	22
Figura 17 – Hipsômetros de Christen, Blume-Leiss e Haga.	23
Figura 18 – Hipsômetro Nikon Forestry Pro II.....	23
Figura 19 - Hipsômetro Blume-Leiss com telêmetro.	23
Figura 20 – A) Espinilho; B) Eucalipto; C) Araucária; D) Pinus.....	25
Figura 21 – Medição de altura de árvores inclinadas	28
Figura 22 – Medição de altura de árvores com topo irregular.....	29
Figura 23 – Densitômetros: instrumentos auxiliares na medição dos raios da copa.	34
Figura 24 – Medição de raios da copa com auxílio de baliza com nível de bolha. Dimensões das copas das árvores: h = altura da árvore; h_{bc} = altura da base da copa; CC = comprimento da copa; RN, RL, RS, RO = raios da copa, Norte, Leste, Sul e Oeste, respectivamente; SPC = superfície de projeção da copa.	34
Figura 25 – Normalidade das frequências por classe de diâmetro, das árvores contidas na área útil das parcelas, aos 15 anos de idade.	39
Figura 26 – Distribuição diamétrica cumulativa de uma floresta natural.	42
Figura 27 - A) Crescimento monopodial, forma florestal (A.1), forma natural (A.2); B) Crescimento simpodial, forma florestal (B.1), forma natural (B.2). Fonte: Imaña et al (2002).	56
Figura 28 - Morfologia da copa de Picea. Onde: CE = comprimento da copa exposto ao sol; CS = comprimento da copa sob sombra; DC = largura da base da copa = diâmetro da copa; CC = comprimento da copa; h_{bc} = altura da base da copa; h = altura da árvore; d = diâmetro da árvore. Fontes: BURGER (1939) apud Assmann (1970).	59
Figura 29 – Classe das árvores com relação a posição de suas copas em relação ao dossel: dominante (d); codominante (c); subdominante ou intermediária (s); dominada ou suprimida (d); morta (m). Fonte: adaptado de Alves, Pereira e Correia (2012).	60
Figura 30 – Formas geométricas assemelhadas aos troncos das árvores.	62
Figura 31 – Troncos de árvores com crescimento monopodial e simpodial.	63
Figura 32 – Medições para determinação do volume do tronco de uma árvore.	65

Figura 33 – Determinação da conicidade de uma tora.	67
Figura 34 – A) Tora sendo laminada em torno; B) Cilindro remanescente após laminação. Fonte: Vantec (2021).	73
Figura 35 – Cálculo do volume de madeira para laminação em tornearia.	74
Figura 36 – Medição do volume aparente de pilhas de madeira.	77
Figura 37 – Amostragem do Fator de Cubicação (FC) com gabarito reticulado.	78
Figura 38 – Medição de volume de madeira pelo método do xilômetro.	79
Figura 39 – Ângulo (α) com a constante angular (k) de 1/100.	81
Figura 40 – Fator de Cubicação por contagem angular – os círculos verdes marcam as 39 toras contadas, com largura maior do que o ângulo do padrão, cujos centros se encontram dentro do círculo com diâmetro de 10 vezes k ; $FC = 39/100 = 0,39$	82
Figura 41 – Medidor de umidade para madeira verde. Fonte: amazon.com (2021).	83
Figura 42 - Escâner que mede cargas de madeira com feixe de laser. Fonte: Woodtech (2021).	84
Figura 43 – Representação anatômica do tronco das árvores. Fonte: Bruchez (2017).	85
Figura 44 – Curva de crescimento.	95
Figura 45 – Típica seção transversal de um tronco de conífera. Fonte: Sahin (2012).	99
Figura 46 – Amostragem para análise parcial de tronco com trado de incremento.	100
Figura 47 – Cilindros de amostra de tronco obtidos com trado de incremento e colados em base de madeira para proteção. Fonte: Theisen (2011).	101
Figura 48 – Análise completa de tronco: amostragem de discos.	102
Figura 49 – Resultados do processamento para produção do gráfico de análise de tronco, com o SAS, para uma árvore de 12 anos de idade.	105
Figura 50 – Corte transversal de um caule jovem de <i>Tilia olivieri</i> (USP, 2002).	107
Figura 51 - Princípio geral de datação cruzada. (A) Busca por árvores vivas ou madeira em locais como depósitos glaciais, edifícios antigos, aquedutos; (B) recuperação e preparação das amostras de madeira; (C) medição da largura e datação dos anéis de crescimento anual; (D) determinação de uma cronologia. Fonte: ETH (2021).	109
Figura 52 –Curvas de crescimento anual sincronizadas de Spruce (<i>Picea engelmannii</i>). As árvores vivas são indicadas como linhas pretas, a árvore morta é indicada como uma linha vermelha, as larguras dos anéis são exibidas em uma escala logarítmica. A parte superior da figura mostra as curvas de crescimento inteiras, a parte inferior concentra-se no período 1850-1900 com anos positivos e negativos visíveis sendo marcados em azul e verde, respectivamente. Fonte: ETH (2021).	110
Figura 53 – Gráfico de crescimento de 6 <i>Pinus elliottii</i> com 25 anos de idade.	126
Figura 54 – Instalação de unidade amostral pelo método da árvore mais próxima.	136
Figura 55 – Distribuição sistemática de 70 pontos amostrais sobre a área da floresta para seleção de árvores para cubagem rigorosa.	139
Figura 56 – Barra de Bitterlich para amostragem de contagem angular.	141
Figura 57 – Variáveis para desenvolvimento do método de Bitterlich: α = ângulo para contagem angular; a = largura da objetiva da barra de Bitterlich correspondente ao ângulo α ; L = distância da ocular até a objetiva da barra; O = ocular; d = diâmetro da árvore a 1,3 m de altura; R = distância da ocular da barra até o centro do tronco da árvore considerada.	142
Figura 58 –Relascópio de espelho.	143
Figura 59 – Dendrômetro Criterion.	144
Figura 60 – Amostragem de Bitterlich.	146

TABELAS

TABELA 1 – Análise da variância de regressão.	50
TABELA 2 – Medições e cálculos de volume de uma árvore pelos métodos de Huber, Smalian e Newton.....	65
TABELA 3 - Resultado do ajuste das equações para afilamento do tronco de 5 <i>E. urograndis</i> com 14 anos de idade	69
TABELA 4 – Alturas comerciais e número de toras ou toretes dos 5 <i>Eucalyptus urograndis</i> com 14 anos de idade	71
TABELA 5 – Volumes reais e estimados com a equação de afilamento dos sortimentos dos 5 <i>Eucalyptus urograndis</i> com 14 anos, calculados pelo método de Smalian	72
TABELA 6 – Densidade da madeira em função do teor de umidade (fictícia)	83
TABELA 7 – Relação dos hormônios vegetais com os processos fisiológicos	88
TABELA 8 - Modelos de relação hipsométrica	115
TABELA 9 - Modelos matemáticos utilizados para ajuste de equações volumétricas por Silvestre et al (2014).....	123
TABELA 10 – Dados de crescimento de 6 <i>Pinus elliottii</i> com 25 anos de idade.....	125
TABELA 11 - Exemplos de árvores de uma unidade amostral que devem ser ou não contadas em função da banda (fator de numeração), da distância até o centro da unidade amostral e do diâmetro (d) da árvore	145
TABELA 12 - Volumes reais das secções dos troncos de 5 indivíduos de <i>Eucalyptus urograndis</i> com 14 anos de idade calculados pelo método de Smalian	153
TABELA 13 - Volumes estimados das secções dos troncos de 5 indivíduos de <i>Eucalyptus urograndis</i> com 14 anos de idade calculados pelo método de Smalian	155
TABELA 14 – Dados de diâmetro e altura de 60 árvores	159

APRESENTAÇÃO

Este compêndio é mais uma resposta às solicitações por bibliografia por parte dos alunos do Curso de Engenharia Florestal do Campus de Engenharias e Ciências Agrárias da Universidade Federal de Alagoas.

Procurou-se reunir a maior parte das atividades e técnicas ligadas à dendrometria neste trabalho, de forma a servir de referência para o ensino desta disciplina em nosso Curso.

Maceió, 6 de agosto de 2021.

Eduardo Pagel Floriano

1 INTRODUÇÃO

Dendrometria é a ciência que estuda a medição quantitativa e a avaliação qualitativa das árvores e seus produtos diretos. O objetivo da dendrometria é obter dados sobre as diferentes variáveis e atributos dendrométricos com respeito a sua utilização e conservação e fornecer informações para seu manejo adequado. Os objetos de medição da dendrometria são as árvores ou partes das mesmas, amostras (compostas de unidades amostrais) e os produtos obtidos diretamente das árvores, ou obtidos de sua transformação primária. A dendrometria se utiliza de equipamentos e métodos de medição apropriados para se obter valores de variáveis e atributos das árvores, que são processados, resumidos e avaliados de acordo com as finalidades das medições, usando-se técnicas matemáticas e estatísticas.

1.1 Definições

1.1.1 Árvore

Árvore é uma planta lenhosa composta de tronco, copa e raízes, que atinge 5 metros ou mais de altura na maturidade.

Vegetal lenhoso, em geral de porte alto, que apresenta um caule principal ereto, ou tronco, fixado no solo com raízes, e que se ramifica em galhos carregados de folhas que se constituem em copa (DICIONÁRIO MICHAELIS ON LINE, 2021).

1.1.2 Fuste

Fuste é a parte comercial do tronco considerando a árvore em pé, ou seja, incluindo o toco caso seja abatida. Nas árvores de crescimento simpodial, vai desde a base junto ao solo até o ponto de inserção dos galhos da copa. Nas árvores de crescimento monopodial estende-se até um diâmetro mínimo de aproveitamento do tronco.

1.1.3 Dendrometria

Dendrometria é a ciência que trata da medição das árvores.

A palavra tem origem no Grego: Dendro (árvore) + Metria (medição). Entretanto, a disciplina envolve mais do que isso, tratando de medições de árvores em povoamentos por meio de parcelas amostrais para obter-se distribuições diamétricas, densidade de árvores, estimativas de estoques por hectare, do crescimento das árvores e povoamentos florestais em suas diferentes dimensões e do estudo das relações entre as variáveis dendrométricas, permitindo que se estime umas em função das outras.

Outras definições para dendrometria são encontradas na literatura, como:

“Dendrometria é o ramo da ciência florestal que trata da determinação e/ou estimação das dimensões das árvores, povoamentos e florestas, de seu crescimento e seus produtos.” (IMANA et al, 2002).

“Dendrometria é um ramo da Ciência Florestal que se encarrega da determinação ou estimação dos recursos florestais, quer seja da própria árvore ou do próprio povoamento, com finalidade de prever com precisão o volume, o incremento ou a produção de um determinado recurso florestal.” (SILVA et al, 1979).

1.1.4 Floresta

Florestas são terras que abrangem mais de 0,5 hectares com árvores acima de 5 metros de altura e uma cobertura de copa de mais de 10%, ou árvores capazes de atingir esses limiares in situ (FAO, 2015).

1.1.5 Variáveis dendrométricas

São os valores das árvores e suas partes que podem ser medidos ou contados.

As variáveis dendrométricas medidas são contínuas, assumem valores reais; exemplo: altura. As variáveis que somente podem ser contadas são discretas, assumindo valores inteiros; exemplo: número de sementes por quilograma.

As principais variáveis dendrométricas são o diâmetro (d) ou circunferência (c) do tronco tomados a 1,3 m de altura, a altura (h) da árvore medida desde a base até o topo da mesma, a área basal individual (g) correspondente ao diâmetro da árvore (Figura 1), o volume individual do tronco (v) e a idade (t).

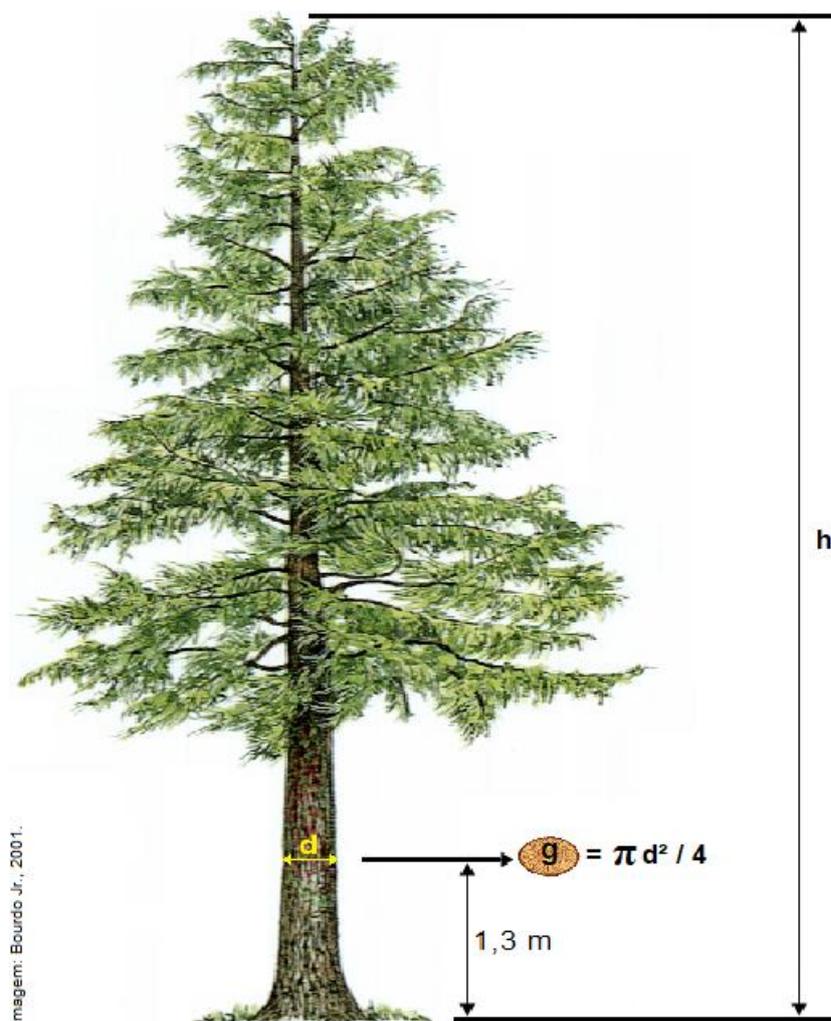


Figura 1 – Diâmetro (d), altura (h) e área basal (g).

A obtenção de estatísticas sobre os povoamentos florestais é objeto de estudo da disciplina de “Inventário Florestal”.

1.1.6 Atributos das árvores

São os dados qualitativos das árvores que as distinguem umas das outras. Atributos usualmente são distribuídos em classes de qualidade para permitir sua análise. Como exemplo cita-se as classes de qualidade de madeira serrada:

- Classe 1 – madeira isenta de nós ou imperfeições;
- Classe 2 – madeira com poucos nós vivos aderidos à mesma, ou com mínimas imperfeições;
- Classe 3 – madeira com nós secos aderidos à mesma, ou com pequenas imperfeições;
- Classe 4 – madeira com nós secos e soltos, ou muitas imperfeições.

1.1.7 Precisão e Acuracidade das medições

A precisão é representada pela quantidade de variação nos resultados de um conjunto repetido de medições da mesma coisa. Por exemplo: medindo-se a altura de uma mesma árvore repetida por 5 vezes, obteve-se 22,7 m, 22,5 m, 22,6 m, 22,5m e 22,4 m, encontrando-se um valor médio de 22,54 m, com uma variação de 22,4 m a 22,7 m.

Acuracidade se refere ao desvio da amostra em relação ao parâmetro verdadeiro incluindo os erros de medição e demais erros não amostrais, o que é difícil de obter. Exemplo: na mesma amostra do parágrafo anterior, abateu-se a árvore e mediu-se a altura precisa e verdadeira como 22,63 m, ou seja, o erro da média em relação ao valor real foi de -0,09 m, o que representa cerca de -0,4% de erro, ou acuracidade de 99,6%.

1.1.8 Amostragem e Unidade amostral

1.1.8.1 Amostra

Amostra é uma pequena parte de uma população escolhida para representá-la. No meio florestal, devido ao tamanho das populações ser geralmente muito grande, recorre-se à amostragem, medindo alguns indivíduos concentrados em unidades amostrais, também chamadas de parcelas, sendo estas parcelas distribuídas sobre a população de acordo esquemas estatísticos apropriados. A amostra é todo o conjunto de unidades amostrais medidas na população.

1.1.8.2 Unidades amostrais

Unidades amostrais florestais são quaisquer partes da população com as quais se pretende representá-la e que contém indivíduos ou partes de indivíduos da mesma. Uma unidade amostral pode ser somente uma árvore, ou uma parcela que contém um conjunto de árvores, ou ainda, partes de árvores. Uma unidade amostral pode ter área fixa, ou não. Pode ser, por exemplo: uma área florestal com 600 m², com 20 m de largura por 30 m de comprimento; também pode ser uma única árvore; ou um conjunto que contém um número fixo de 6 árvores, por exemplo.

Para representar uma população, as unidades amostrais devem ser distribuídas sobre a população de acordo com esquemas estatísticos, que são objeto da disciplina de “Inventário Florestal”.

1.1.8.3 Parâmetros populacionais

Quando se mede todos os indivíduos de uma população e se calcula sua média, esta média é um parâmetro populacional, é a média verdadeira da população.

1.1.8.4 Estatísticas amostrais

Quando se mede uma amostra de alguns indivíduos de uma população e se calcula sua média, esta média é uma estatística pela qual se estima o parâmetro populacional; é uma média que se aproxima da média verdadeira da população com determinada probabilidade de erro.

1.2 Importância da Dendrometria

Todo o trabalho do Engenheiro Florestal é baseado em medições e avaliações sobre as árvores e os povoamentos florestais, sobre seu crescimento e sua evolução. Pode-se dizer que a Dendrometria é o alicerce da Engenharia Florestal. A dendrometria é a base para disciplinas como inventário florestal e manejo florestal. Saber medir corretamente as árvores, seu crescimento e evolução e avaliar a qualidade das mesmas é essencial para o Engenheiro Florestal e o Silvicultor. As principais relações da dendrometria com outras disciplinas são apresentadas na Figura 2.

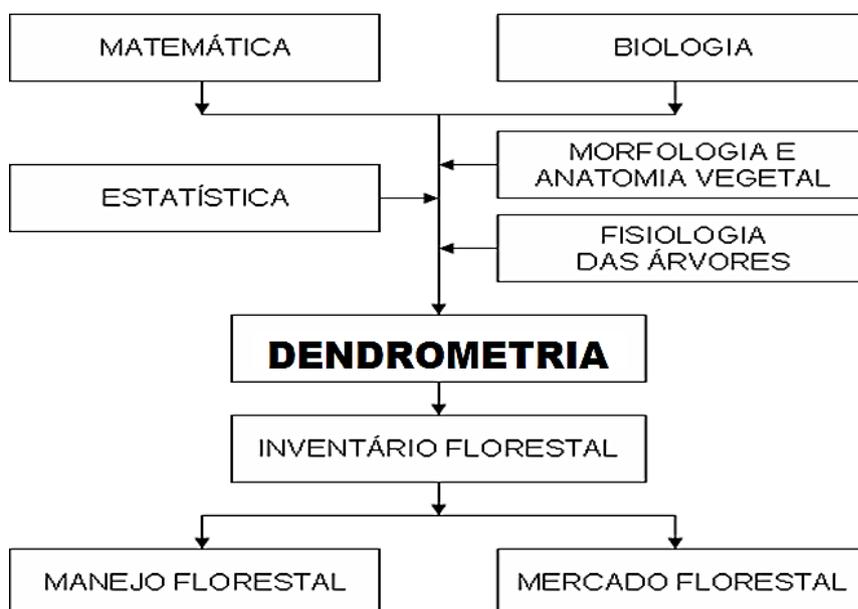


Figura 2 – Relação da dendrometria com outras disciplinas.

1.3 Histórico

A seguir são citados sequencialmente alguns marcos históricos na evolução da dendrometria como ciência:

- Até metade do Século 18 as medições florestais eram oculares;
- 1750 em diante começou-se a utilizar fitas para medição de diâmetros e instrumentos auxiliares para medir alturas;
- 1759 – Doebel e Beckmann apresentaram estudos para determinar o volume de madeira dos povoamentos florestais;
- 1764 – DUHAMEL de MONCEAU publicou “Da exploração da floresta” com referências à dendrometria.
- 1765 – Oettel considerou o tronco uma figura geométrica e calculou correlações matemáticas entre variáveis dendrométricas;
- 1787 – Paulsen publicou as primeiras tabelas de volume, seguido por Cotta em 1804;
- 1791 – Hennert demonstrou a medição xilométrica;
- 1794 – KAESTNERT introduziu a determinação do volume de árvores abatidas;
- Histórico
- 1804 – Heinrich Cotta fabricou um instrumento para medir diâmetros;
- 1812 – Hossheld introduziu os primeiros procedimentos para amostragem e avaliação de povoamentos florestais;
- 1825 – Huber desenvolveu seu método de cubagem rigorosa;
- 1837 – Smalian descreveu sua fórmula de cubagem;
- Somente na 1ª metade do Século 20 as medições florestais passaram a ter mais precisão e evoluir para a situação atual;
- 1948 – Bitterlich introduziu o método de medição por exclusão angular;
- Desde então, destacaram-se os trabalhos de HOHENADL (1856-1950); SPURR (1952); KRENN (1908-1948); ASSMANN (1961); PRODAN (1965); entre outros cientistas florestais.

2 VARIÁVEIS DENDROMÉTRICAS

A norma “*TB15: The Standardization of Symbols in Forest Mensuration*” emitida pela *International Union of Forestry Research Organizations* (IUFRO) padronizou a simbologia internacional utilizada para as variáveis dendrométricas em 1959. De acordo com a IUFRO, ao fazer as recomendações sobre a padronização de símbolos, vários interesses conflitantes tiveram que ser considerados e reconciliados, dos quais os mais importantes foram:

1. os símbolos devem ser fáceis de lembrar; devem ser simples e não devem ser muitos;
2. devem ser fáceis de reproduzir em máquina de escrever e impressos;
3. não devem entrar em conflito com símbolos matemáticos ou outros comumente encontrados na literatura florestal;
4. os símbolos que já se tornaram bem estabelecidos internacionalmente não devem ser alterados, se possível;
5. os símbolos devem ter significados precisos.” (IUFRO, 1959)

Neste trabalho procurou-se seguir a norma internacional TB15. As principais variáveis dendrométricas são descritas a seguir.

As variáveis dendrométricas individuais das árvores são expressas por letras minúsculas, como *d*, *h*, *g*, *v* e *i*, significando diâmetro, altura, área basal, volume e incremento em um ano, respectivamente, em relação a árvores individuais. As médias individuais também são representadas por letras minúsculas, mas sobrepostas por uma barra, como em \bar{d} , que significa diâmetro médio. As variáveis coletivas por hectare são expressas com letras maiúsculas como *N*, *G*, *V* e *I*, significando número de árvores por hectare, área basal por hectare, volume por hectare e incremento por hectare em um ano, respectivamente.

2.1 Circunferência ou perímetro (c)

É a medição do perímetro do tronco realizada com fita métrica (Figura 3).

A medida da circunferência à altura do peito (*c*), realizada a 1,3 m de altura, corresponde ao valor de π multiplicado pelo diâmetro (*d*) da árvore a 1,3 m de altura. Também é utilizado o mnemônico CAP (Circunferência a Altura do Peito) para representá-la. Quando realizada à altura de 1,3 m pode ser representada simplesmente por *c*.

É medida com fitas métricas com precisão de 1 milímetro, 5 milímetros ou 1 centímetro, preferindo-se as primeiras pela maior precisão (Figura 4).

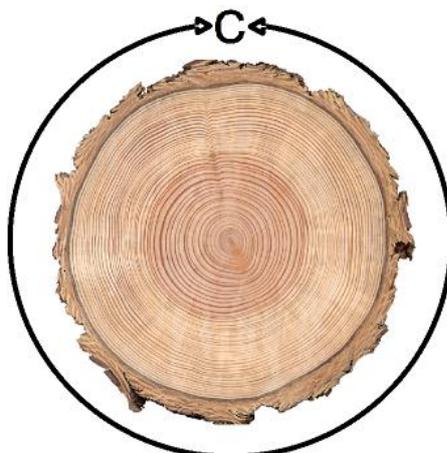


Figura 3 – Circunferência do tronco.

Medidas de circunferência do tronco tomadas a diferentes alturas podem ser representadas por c_i , em que i é a altura em que a circunferência foi tomada. Por exemplo, uma circunferência do tronco tomada a 2,5 m de altura pode ser representada por $c_{2,5}$.

Da forma semelhante, circunferências a 1,3 m de altura tomadas em diferentes idades podem ser representadas por c_t , em que t é a idade da árvore quando foi medida. Por exemplo a circunferência de uma árvore medida aos 12 anos de idade pode ser representada por c_{12} .



Figura 4 – Fita métrica para medição de circunferências.

A unidade de medida para circunferências é o centímetro e o número de casas decimais não deve ser menor ou exceder a precisão do equipamento utilizado para medição, exceto na representação de médias quando se recomenda a utilização de uma casa decimal a mais do que a do equipamento de medição. Usualmente, as fitas não possuem precisão superior a 1 milímetro, portando a apresentação do valor da circunferência deve ser como 36,4 cm, enquanto a média de 36,4 e 36,1 deve ser apresentada como 36,25 cm.

Quando se mede as circunferências (c) a 1,3 m de altura, os diâmetros (d) são obtidos pela divisão da medida da circunferência pelo valor de pi ($\pi = 3,141593$).

2.2 Diâmetro

2.2.1 Diâmetro a Altura do Peito (d)

O diâmetro (d) das árvores é medido a 1,3 m de altura do solo e, também, pode ser representado pelo mnemônico DAP (Diâmetro a Altura do Peito), sendo medido por fita diamétrica ou suta (Figura 5); com suta é obtido por medição única ou por duas medições perpendiculares.



Figura 5 – Suta florestal eletrônica para medição de diâmetros. Fonte: TerraGes, 2021.

As fitas diamétricas (Figura 6) têm suas medidas multiplicadas por π , então os diâmetros são obtidos diretamente, sem necessidade de transformação.



Figura 6 – Fita diamétrica. Fonte: TerraGes, 2021.

Há senso comum que duas medições cruzadas com suta dão excelente precisão às medições de diâmetros, enquanto as fitas diamétricas vem em segundo lugar e em terceiro ficam as medições únicas com suta em relação à precisão. Quando se mede centenas ou milhares de árvores da população, as diferenças entre as formas de medição praticamente desaparecem.

Há situações em que há dúvida quanto a posição da medição do diâmetro, como é mostrado na Figura 7. Quando ocorrem deformações do tronco a 1,3 m, o diâmetro deve ser medido acima da deformação. Se a árvore for bifurcada abaixo de 1,3 m, mede-se todos os fustes como árvores independentes. Se houver sapopemas na base da árvore até acima de 1,3 m, mede-se acima onde já não houver influência das mesmas. Árvores inclinadas tem o diâmetro medido a 1,3 m a partir da base que está embaixo. Se o terreno é inclinado, o diâmetro é medido a 1,3 m da base da árvore na parte superior da inclinação.

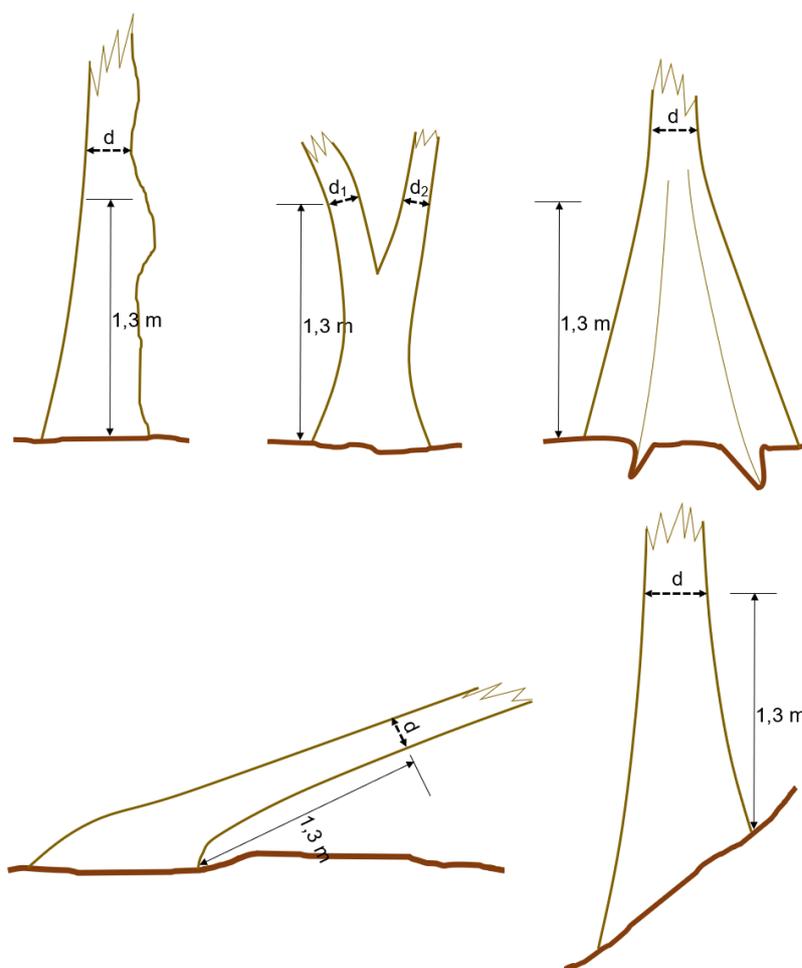


Figura 7 – Medições de diâmetro (d) em situações duvidosas.

Outra dúvida que surge é em relação a árvores de tronco toruloso. Neste caso, há duas formas de tratar a medição do diâmetro; ou é medido com suta especial que permita medir na parte interior da torulosidade, ou anota-se esta qualidade para processamento seletivo e estima-se a redução da superfície transversal por meio de imagens em relação à superfície transversal determinada pelo diâmetro medido externamente à torulosidade; então é possível calcular o fator de redução necessária na área basal (FC_g) da árvore como na Figura 8. O FC_g pode ser calculado como uma média para a espécie que apresenta este tipo de tronco.

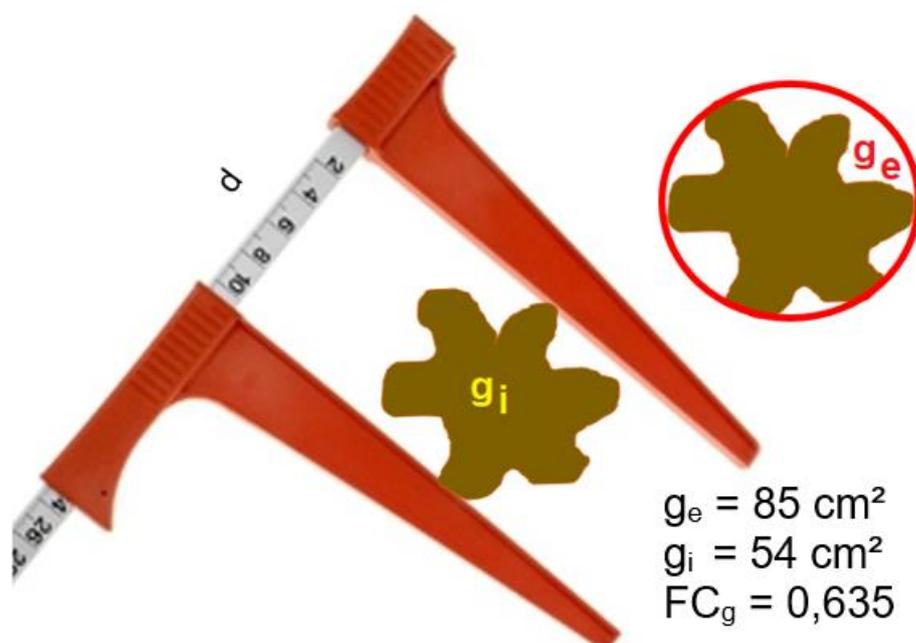


Figura 8 – Fator de Correção da área basal (FC_g) para árvores de secção transversal torulosa, calculada pela área basal interna (g_i), dividida pela área basal externa (g_e).

As medições de diâmetros geralmente são expressas em centímetros com uma casa decimal que é o padrão dos equipamentos de medição e as médias podem ser expressas com duas casas decimais.

Existem diversas expressões de diâmetro dos troncos das árvores e dos povoamentos como se descreve a seguir.

2.2.2 Diâmetro a Altura do Peito sem casca (d_s)

É o diâmetro do tronco a altura de 1,3 m de altura, excluindo-se a dupla espessura de casca, calculado por:

$$d_s = d - 2 \cdot e$$

Onde: d_s = diâmetro sem casca; d = diâmetro do tronco a 1,3 m de altura; e = espessura simples de casca.

2.2.3 Diâmetro da árvore de área basal média (d_g)

É o diâmetro correspondente à área basal média do povoamento, obtido por:

$$d_g = \sqrt{\frac{4 \bar{g}}{\pi}}$$

Onde: d_g = diâmetro correspondente à área basal média do povoamento em cm; \bar{g} = área basal média individual do povoamento em cm^2 .

A área basal média individual do povoamento é calculada por:

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i}{n} = \frac{G}{N}$$

Onde: \bar{g} = área basal média individual do povoamento em m^2 ; G = área basal média do povoamento por hectare em m^2/ha ; n = número de árvores da amostra; g = área basal média individual em m^2 da unidade amostral de ordem i ; N = número de árvores do povoamento por hectare.

2.2.4 Diâmetro da árvore mediana (d_M)

É o diâmetro correspondente à árvore que divide a população em duas de igual frequência, quando os diâmetros estão ordenados pelo tamanho. É a mediana dos diâmetros da população.

2.2.5 Diâmetro da árvore mediana de área basal (d_{gM})

É o diâmetro correspondente à árvore com a área basal que divide a população em duas de igual frequência, quando as áreas basais individuais estão ordenadas pelo tamanho.

2.2.6 Diâmetros de Hohenadl (d_- , d_+)

São os diâmetros das árvores da amostra de Hohenadl, calculados por:

$$d_+ = d + s_d$$

e

$$d_- = d - s_d$$

Onde: d = diâmetro médio da amostra; s_d = desvio padrão dos diâmetros da amostra.

Outros diâmetros de Hohenadl utilizados na cubagem de árvores a 10%, 30%, 50%, 70% e 90% da altura, do ápice para a base da árvore, são representados por $d_{0,1h}$, $d_{0,3h}$, $d_{0,5h}$, $d_{0,7h}$ e $d_{0,9h}$ respectivamente.

2.2.7 Diâmetros a diferentes alturas (d_i)

Diâmetros a diferentes alturas podem ser representados por d_i , onde i é altura considerada, por exemplo $d_{5,2}$ representa o diâmetro a 5,2 metros de altura, ou $d_{11,0}$ que representa o diâmetro a 11,0 metros de altura. Preferencialmente deve ser representado com a altura contendo uma casa decimal para não confundir com o diâmetro a determinada idade a seguir. A suta finlandesa (Figura 9), quando acoplada a um cabo extensível, permite medir diâmetros a diferentes alturas e, assim, realizar cubagem de árvores em pé, desde que não sejam muito altas.

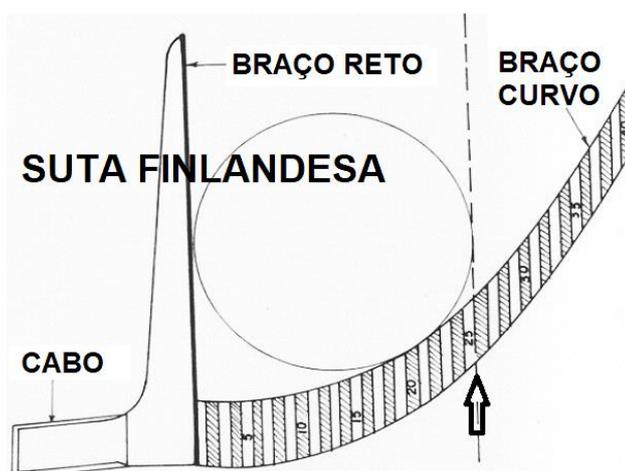


Figura 9 – Suta finlandesa.

2.2.8 Diâmetros em diferentes idades (d_t)

Diâmetros a diferentes idades podem ser representados por d_t , onde t é idade considerada, por exemplo d_4 representa o diâmetro da árvore com 4 anos de idade, ou d_{25} que representa o diâmetro da árvore com 25 anos de idade. Preferencialmente deve ser representado com a idade em números inteiros para não confundir com o diâmetro a determinada altura antes descrito.

2.2.9 Diâmetro médio (\bar{d})

É o diâmetro médio das árvores de uma unidade amostral (parcela), calculado pela equação:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n}$$

Onde: \bar{d} = diâmetro médio da unidade amostral; n = número de indivíduos contidos na unidade amostral; d_i = diâmetro da árvore de ordem i na unidade amostral; i = número de ordem das árvores da unidade amostral.

2.2.10 Diâmetro da árvore média de Weise (d_w)

O diâmetro médio de Weise situa-se em 40% das maiores árvores do povoamento, vistas sob uma distribuição de frequência. A árvore média de Weise aproxima-se da árvore do povoamento com o volume médio.

2.2.11 Diâmetro da árvore central de área basal (d_z).

O diâmetro médio da árvore central de área basal é obtido por interpolação no ponto em que a área basal for a metade do total por hectare. Primeiro estima-se a classe de diâmetro e depois o diâmetro médio sob interpolação até 1 mm. O cálculo envolve a classificação dos diâmetros por classe e a determinação da frequência e da área basal por classe.

2.3 Espessura da casca (e)

A espessura da casca é importante na obtenção dos diâmetros sem casca e dos volumes de casca das árvores. Usualmente somente é medida em árvores abatidas para cubagem ou análise de tronco. O símbolo “e” refere-se sempre à espessura simples de casca.

Muitas pesquisas demonstram que a proporção da espessura de casca se mantém ao longo do tronco da árvore e, em caso de necessidade de determinar o volume sem casca sem a possibilidade de abater árvores para cubagem, pode-se medir a espessura de casca ao nível do peito, calcular o diâmetro sem casca e determinar a proporção do diâmetro sem casca sobre o diâmetro com casca e, com essa proporção estimar os diâmetros sem casca ao longo do tronco para se obter os volumes sem casca de cada secção do tronco e da árvore.

A medição da casca pode ser realizada com instrumentos próprios ou pela simples extração de um pedaço de casca em determinadas posições e medição com paquímetro.

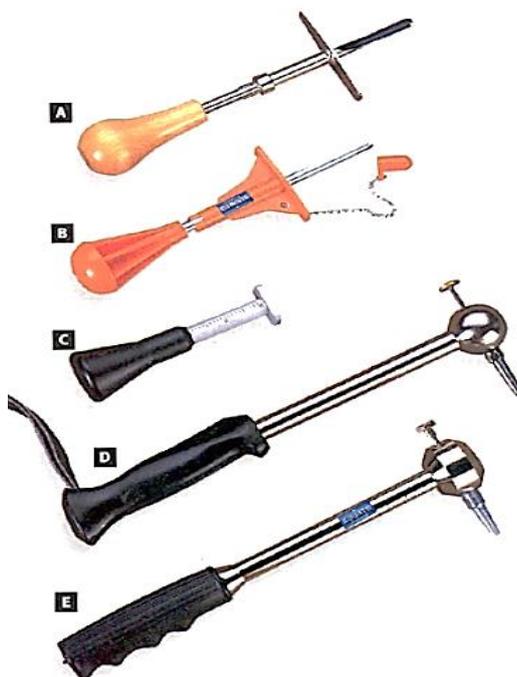


Figura 10 – Medidores de casca (a, b, c) e martelos de incremento (d, e).

2.4 Área basal

2.4.1 Área basal individual (g)

É a superfície transversal do tronco a 1,3 metros de altura, correspondente ao valor de π multiplicado pelo diâmetro a 1,3 m de altura.

É expressa em metros quadrados, geralmente e preferencialmente escrita com cinco casas decimais.

2.4.2 Área basal individual média (\bar{g})

É a área basal individual média das árvores de uma unidade amostral (parcela), calculada pela equação:

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i}{n}$$

Onde: \bar{g} = área basal individual média da unidade amostral; n = número de indivíduos contidos na unidade amostral; g_i = área basal da árvore de ordem i na unidade amostral; i = número de ordem das árvores da unidade amostral.

2.4.3 Área basal por hectare (G)

A área basal por hectare é a soma de todas as áreas basais das árvores de um hectare. Pode ser calculada pela equação:

$$G = \frac{10000 \sum_{i=1}^n g_i}{a}$$

Onde: G = área basal em m^2 por hectare; n = número de árvores da unidade amostral; g_i = área basal em m^2 da árvore de ordem i na unidade amostral; a = área da unidade amostral em m^2 .

Ou, alternativamente:

$$G = \frac{10000 \cdot n \cdot \bar{g}}{a}$$

Onde: G = área basal em m^2 por hectare; n = número de árvores da unidade amostral; \bar{g} = área basal média em m^2 das árvores da unidade amostral; a = área da unidade amostral em m^2 .

2.5 Altura

A altura de uma árvore desde a sua base até o topo é representada pela letra h , usualmente exibida em metros com uma só casa decimal, ou no máximo com duas casas decimais.

A medição pode ser realizada pelo método trigonométrico (Figura 12) ou por relação de triângulos (Figura 11). Em qualquer caso o observador deve se posicionar a uma distância equivalente à altura da árvore, ou até 1,5 vezes a altura da mesma para realizar a medição da altura.

Preferencialmente, o observador deve se posicionar num local em que seu olho fique em nível entre a base e o topo da árvore; de maneira prática, deve manter-se ao nível da árvore; isso facilita a medição.

2.5.1 Altura por relação de triângulos

O método por relação de triângulos, usado pelo hipsômetro de Christen, pode ser explicado com uma baliza de altura conhecida, com 5 metros por exemplo e uma régua transparente de tamanho fixo de 40 cm. Encosta-se a baliza ao lado do tronco da árvore e o observador se afasta segurando a régua na vertical até que toda a árvore da base ao topo seja encaixada na régua de 0 a 40 cm, então mede-se na régua, quanto corresponde à altura da baliza ao lado da árvore, conforme a Figura 11.

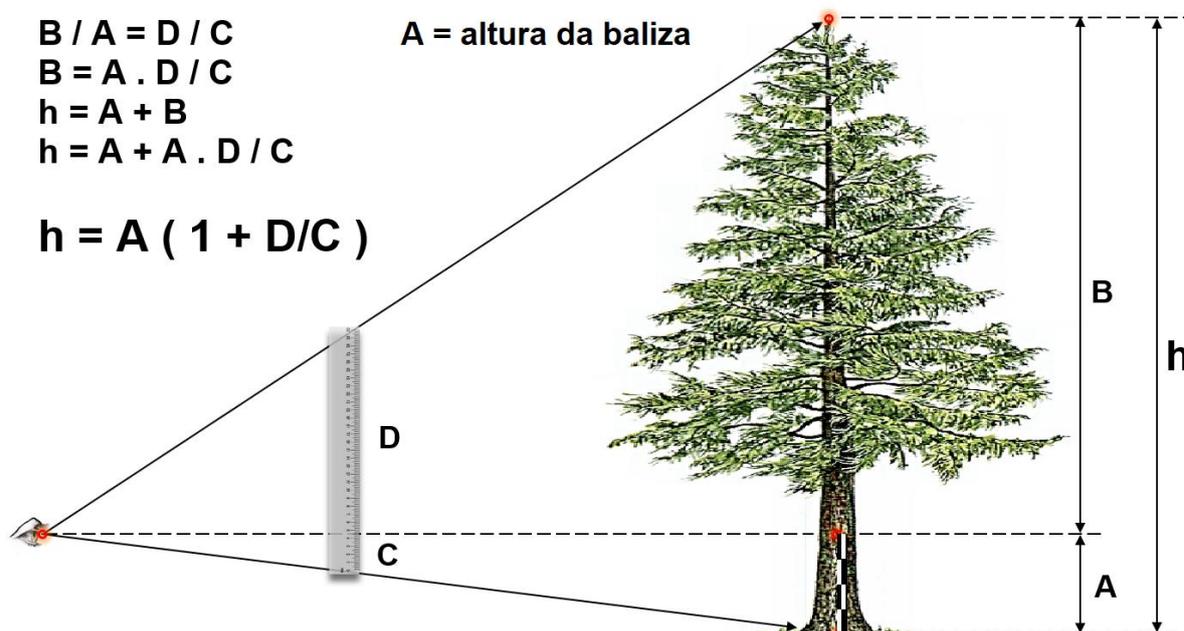


Figura 11 – Medição da altura (h) por relação de triângulos.

A altura da árvore será calculada, com referência à Figura 11, considerando-se a relação

$$B / A = D / C,$$

ou

$$B = A D / C \quad (2.4.1.a)$$

Onde: A = altura da baliza encostada ao lado do tronco; B = altura acima da baliza até o topo da árvore, é a parte desconhecida da altura; C = medida na régua correspondente a altura da baliza; D = altura na régua correspondente a distância do topo da baliza até o topo da árvore.

Sabendo-se que a altura (h) é a soma das secções A e B, calculada por:

$$h = A + B \quad (2.4.1.b)$$

Substituindo-se 2.4.1.a em 2.4.1.b, tem-se que:

$$h = A + A \cdot D / C,$$

ou

$$h = A (1 + D / C)$$

Onde: h = altura da árvore; A = altura da baliza; C = medida na régua correspondente à altura da baliza; D = altura na régua correspondente à distância do topo da baliza até o topo da árvore.

No exemplo dado com a régua de 40 cm e a baliza de 5 m (=A), a medida de C foi igual a 9 cm, portanto D tem 31 cm, assim:

$$h = 5m (1 + 31cm / 9cm) = 5m (1 + 3,4444)$$

$$h = 5m + 5m \cdot 3,4444$$

$$h = 5m + 17,22m$$

$$h = 22,22 m$$

2.5.2 Altura pelo método trigonométrico

No método trigonométrico o observador coloca-se em um ponto de distância conhecida em relação à árvore que será medida. Mede o ângulo em relação ao topo da árvore e o ângulo em relação à base do tronco. Com essas três medidas, calcula-se h_1 e h_2 como nas Figuras 11, 12 e 13, e procede-se conforme segue para calcular a altura (h):

- se o olho do observador estiver num nível entre a base do tronco e o topo da árvore (Figura 12) – soma-se h_1 e h_2 para encontrar a altura da árvore (h);
- se o olho do observador estiver num nível abaixo da base do tronco (Figura 13) – calcula-se a altura (h) pela diminuição de h_2 menos h_1 ;
- se o olho do observador estiver num nível acima do topo da árvore (Figura 14) – calcula-se a altura (h) pela diminuição de h_1 menos h_2 .

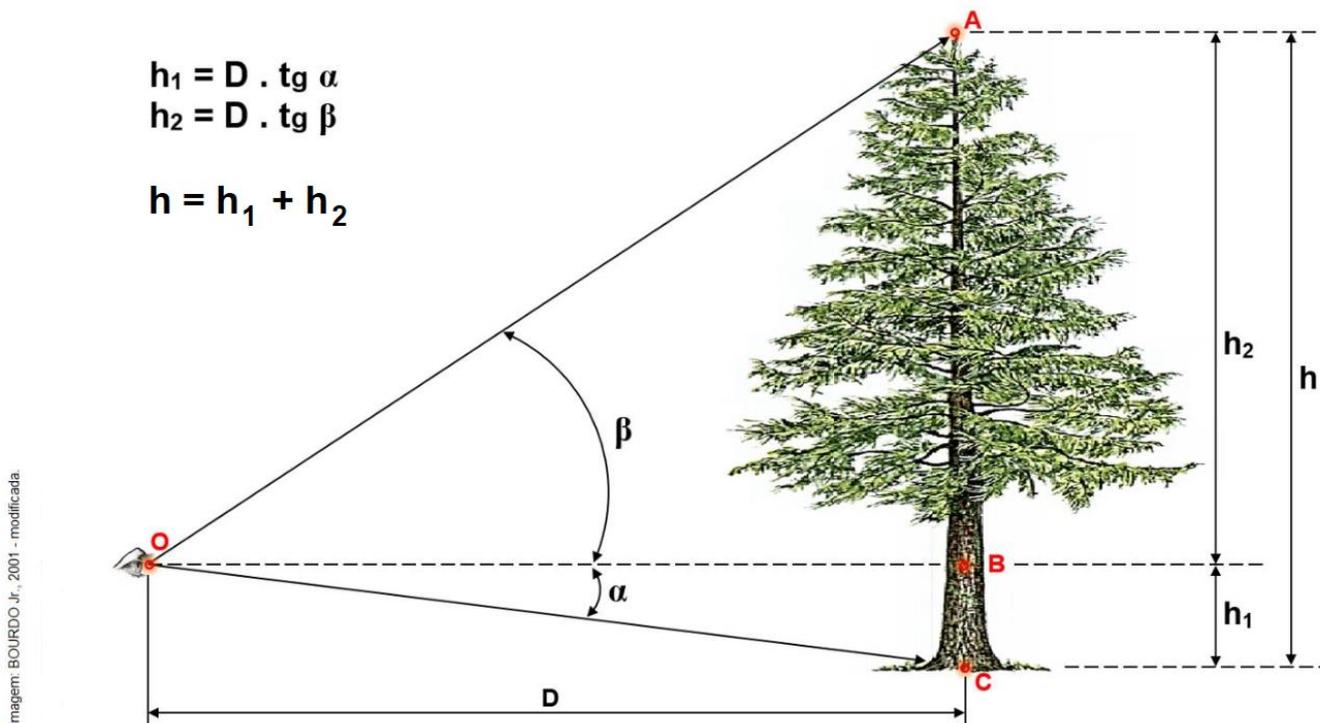


Figura 12 – Olho do observador entre o nível da base e do topo da árvore.

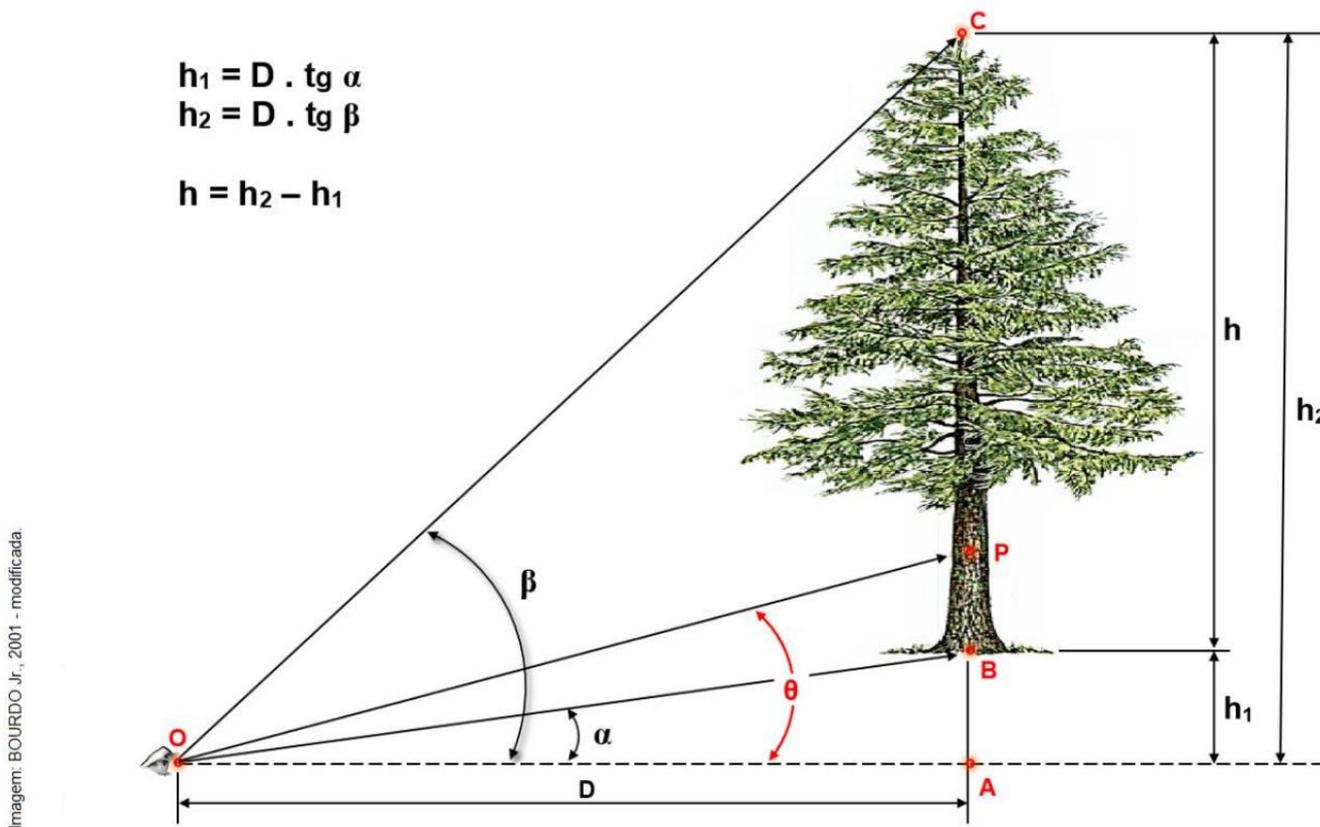


Figura 13 – O olho do observador estar abaixo da base da árvore.

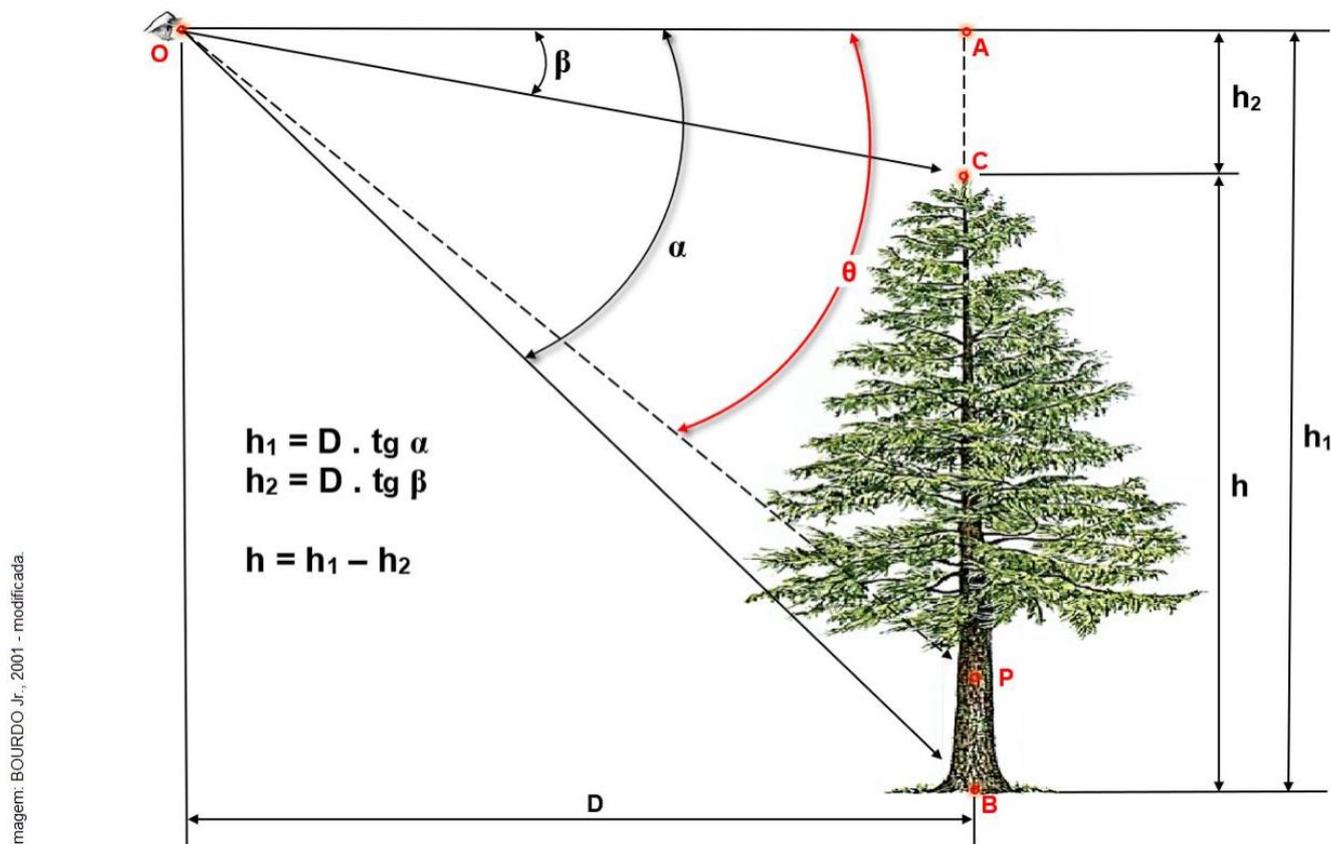


Figura 14 - O olho do observador acima do topo da árvore.

Há equipamentos rústicos para medição de altura como a prancheta dendrométrica e o hipsômetro de Christen (Figura 17), entretanto os erros cometidos e a imprecisão destes aparelhos não justificam seu uso.

Atualmente o mercado oferece diversos equipamentos precisos, alguns de preço acessível como o telêmetro (*rangefinder* em inglês) SNDWAY SW-1000A que permitem a medição precisa da altura com rapidez (Figura 15). O equipamento opera com um feixe laser, permitindo realizar medidas diretas da altura de qualquer objeto com uma face homogênea que reflita o laser, entretanto qualquer reflexo do feixe de laser em obstáculos como folhas e galhos resulta em medida errada. Mas, o mesmo oferece a leitura de ângulos e distâncias precisos, funcionando como telêmetro e clinômetro de precisão, sendo fácil obter a altura precisa das árvores por trigonometria.



Figura 15 – Telêmetro hipsômetro SNDWAY SW-1000A, clinômetro Haglöf ECII e clinômetro Suunto.

Outros equipamentos como os clinômetros permitem medir ângulos com precisão, mas necessitam de conhecimento prévio da distância do observador até a árvore para o cálculo da altura. O fabricante Haglöf oferece quatro modelos de clinômetros (CI, HCC, ECII e HCII-R). O ECII oferece medições precisas de ângulos e altura desde que a distância à árvore seja conhecida. A Suunto finlandesa fornece um clinômetro analógico para medição de ângulos, com funcionalidade semelhante aos da Haglöf.

O equipamento que elegemos como de maior versatilidade, que permite medições diretas precisas e muito rápidas de altura é o Vertex IV (Figura 16), também produzido pela Haglöf, mas seu preço bastante alto tem feito a maioria das pessoas optarem por equipamentos mais baratos. O Vertex IV usa tecnologia de ultrassom, facilitando as medições quando existe sub-bosque, desde que não seja muito denso. É muito útil para marcação de parcelas circulares, pois possui uma baliza com suporte para o transponder que pode ser instalada no centro da parcela, auxiliando a demarcar seus limites. Também se presta à amostragem de Bitterlich.



Figura 16 – Hipsômetro Vertex IV.

Equipamentos analógicos mais antigos com precisão de 0,5 metros como o hipsômetro-telêmetro Blume-Leiss e o hipsômetro Haga (Figura 17) permitem medições rápidas, embora menos precisas do que outros equipamentos a laser e ultrassom atuais.

Um hipsômetro de preço intermediário é o da Nikon (Figura 18) que apresenta usa tecnologia laser e dois modos de medição, sendo que o modo de “dois pontos de medição de altura” é especialmente útil para dendrometria.

Entre os equipamentos analógicos, o mais utilizado certamente é o Blume-Leiss com telêmetro (Figura 19), cujo telêmetro permite medições de distâncias a 10 m e 15 m e seus múltiplos (20, 30, 40 m), bem como a altura das árvores, com precisão de 0,5 metros, à distância selecionada, utilizando-se a escala correspondente no instrumento.

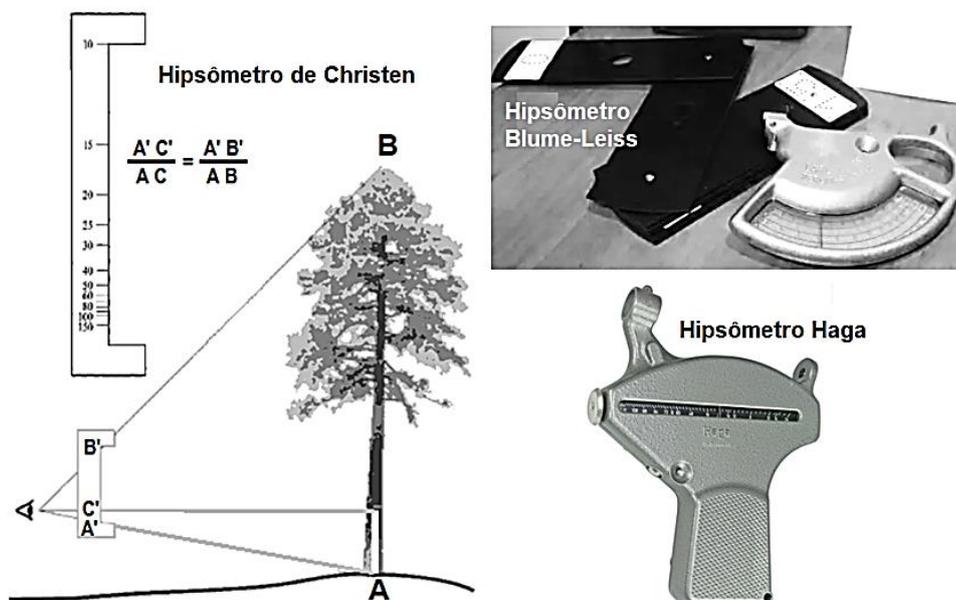


Figura 17 – Hipsômetros de Christen, Blume-Leiss e Haga.

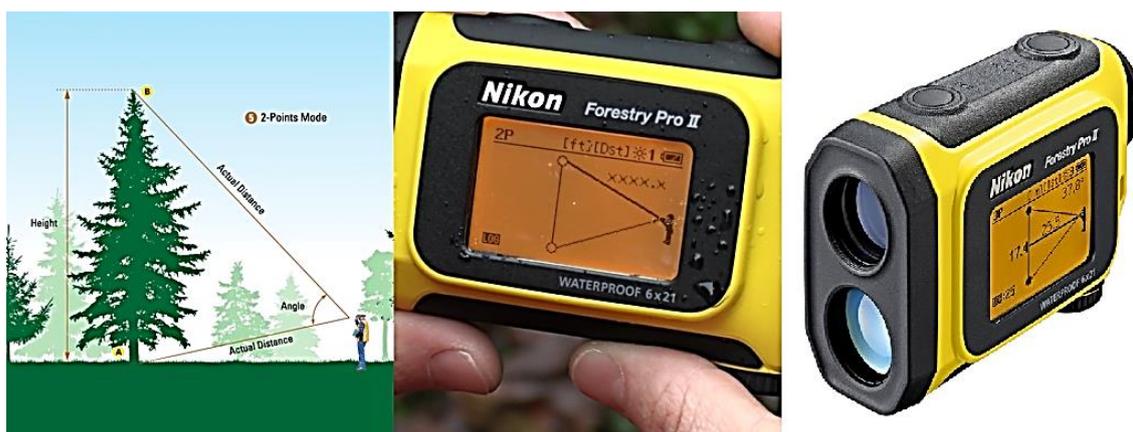


Figura 18 – Hipsômetro Nikon Forestry Pro II.



Figura 19 - Hipsômetro Blume-Leiss com telêmetro.

2.5.3 Altura do fuste (h_f)

É a altura da parte comercial do tronco, desde a base junto ao solo até onde o tronco pode ser aproveitado, desprezando-se os galhos.

Difere nas árvores de crescimento simpodial e monopodial.

Nas árvores de crescimento simpodial, a copa se abre a determinada altura de onde partem galhos grossos e o tronco principal termina; o tronco é aproveitado até este ponto de inserção da copa, esta é a altura comercial, ou altura do fuste.

Nas árvores de crescimento monopodial os galhos são mais finos e inseridos por toda a altura e o tronco possui um ápice dominante. Nestas árvores a altura comercial é definida pelo diâmetro mínimo de aproveitamento do tronco.

Entretanto, nem sempre é possível definir com clareza a altura do fuste. Na Figura 20, percebe-se algumas dificuldades. O espinilho (A) tem crescimento típico simpodial e é fácil estabelecer até onde o tronco se estende e começa a copa. O eucalipto (B) tem um ramo mais alto à direita do tronco principal, que segue mais vertical, sendo que ambos poderiam ser aproveitados em caso de uso para energia, por exemplo; como o fuste refere-se ao tronco principal, a altura comercial poderia ser definida como a altura até onde o diâmetro do tronco principal permite que seja aproveitado. No caso da araucária (C), é um espécime maduro e o tronco tem boa espessura até quase o topo, entretanto a quantidade de nós nas proximidades do topo de araucárias maduras impede seu uso, exceto para energia; em caso de uso para serraria por exemplo, a altura do fuste deve ser limitada ao diâmetro mínimo para serrar, ou se o diâmetro é suficiente até mesmo acima do ponto onde iniciam os galhos, o fuste se limita até onde a qualidade da madeira não é prejudicada pelos nós dos galhos. O pinus (D) tem crescimento tipicamente monopodial e, nesse caso, a altura do fuste será limitada pelo diâmetro mínimo de aproveitamento comercial.



Figura 20 – A) Espinilho; B) Eucalipto; C) Araucária; D) Pinus.

2.5.4 Altura de Lorey (h_L)

A altura de Lorey é a altura média ponderada pelas áreas basais, calculada pela equação:

$$h_L = \frac{\sum_{i=1}^n g_i h_i}{\sum_{i=1}^n g_i}$$

Onde: h_L = altura de Lorey; g_i = área basal da árvore de ordem i ; h_i = altura da árvore de ordem i .

2.5.5 Altura média (\bar{h})

É a média aritmética das alturas das árvores de uma unidade amostral obtida pela equação:

$$\bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{n}$$

Onde: \bar{h} = altura média aritmética; h_i = altura da árvore de ordem i ; n = número de árvores.

2.5.6 Altura da árvore de área basal média (h_g)

É a altura correspondente à árvore de área basal média. É determinada por equação de regressão do tipo $h_g = f(d_g)$, em que d_g é o diâmetro da árvore de área basal média (\bar{g}).

2.5.7 Altura da árvore de diâmetro médio (h_d)

É a altura correspondente ao diâmetro médio aritmético, obtida por equação de regressão do tipo $h_d = f(\bar{d})$, em que \bar{d} é o diâmetro médio aritmético.

2.5.8 Altura da árvore de diâmetro mediano (h_{dM})

É a altura da árvore de diâmetro mediano da população, obtida por equação de regressão do tipo $h_{dM} = f(d_M)$ em que d_M é o diâmetro mediano da população.

2.5.9 Altura da árvore mediana de área basal (h_{gM})

É a altura da árvore com a área basal correspondente à mediana da população, obtida por equação de regressão do tipo $h_{gM} = f(d_{gM})$, em que d_{gM} é o diâmetro da árvore mediana de área basal (g_M) da população.

2.5.10 Altura média de Weise (h_w)

Corresponde à árvore com diâmetro médio de Weise (d_w). É determinada por relação hipsométrica.

2.5.11 Altura média da árvore central de área basal (h_z)

É a altura média da árvore central de área basal. Também é obtida por relação hipsométrica.

2.5.12 Altura dominante (h_{dom})

Há muitas definições para altura dominante, sendo uma das mais utilizadas a de Assmann, pela sua facilidade de obtenção, praticidade e utilidade. Outra definição que deve ser mencionada é a de Weise por ter sido utilizada com alguma frequência.

2.5.12.1 *Altura dominante de Assmann (h_{100})*

A altura dominante de Assmann é definida como: “The height of mean basal area stem from the 100 trees with the largest diameter per hectare (ASSMANN, 1970)”, ou seja, altura do tronco de área basal média das 100 árvores com maior diâmetro por hectare. Atualmente, tem-se utilizado uma variação da altura dominante de Assmann conceituada como a “altura média das 100 árvores mais grossas por hectare”, pela facilidade de obtenção, sendo representada por h_{100} .

A altura dominante tem sido utilizada para construção de curvas de índice de sítio por apresentar as seguintes características:

- É pouco influenciada pelos desbastes seletivos por baixo e desbastes sistemáticos, que são os mais comumente aplicados às florestas;
- É de fácil determinação;
- Pode ser estimada sobre aero fotos;
- Tem grande significado biológico, na representação do povoamento durante toda sua existência;
- Tem alta correlação com a produtividade dos povoamentos florestais.

Entretanto, alguns cuidados devem ser tomados quando é utilizada para classificação de sítios pois é influenciada pelos desbastes pelo alto, o que provoca estimativas de valores de altura dominante abaixo do real e não é representativa de povoamentos inequidanos, pois as árvores mais velhas é que apresentarão as maiores alturas.

2.5.12.2 *Altura dominante de Weise (h_0)*

A altura dominante de Weise é calculada como a altura média de 8% do número de árvores mais grossas, ou das árvores que representam 20% da área basal por hectare das árvores mais grossas. As árvores usadas variam com a variação da frequência por hectare causada pelos desbastes.

2.5.12.3 Outras definições de altura dominante

- Altura média das 100 árvores mais altas por hectare (Hart);
- Altura média de 20 % das árvores mais altas por hectare;
- Altura média de 20 % das árvores mais grossas por hectare;
- Altura média das árvores dominantes e codominantes (Mayer);
- Altura média das 30 árvores mais altas por hectare (Lewis);
- Altura da árvore com diâmetro igual à média aritmética do povoamento mais três desvios padrão (Näslund);
- Altura correspondente ao diâmetro médio de 20% das árvores mais grossas do povoamento (Weise).

2.5.13 Dificuldades na medição de altura

2.5.13.1 Árvores inclinadas

É necessário medir a altura do solo ao ápice da árvore, que será o cateto posto de um triângulo retângulo, e o ângulo (α) de inclinação da mesma. A altura (h) é a hipotenusa do triângulo e será calculada por:

$$h = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{sen } \alpha}$$

Onde: h = altura da árvore; cateto oposto = altura do solo ao ápice da árvore.

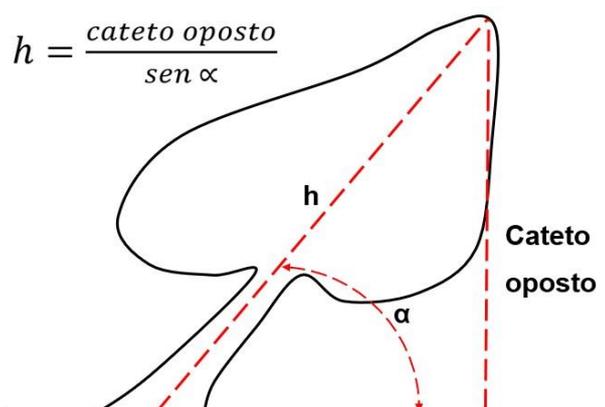


Figura 21 – Medição de altura de árvores inclinadas

2.5.13.2 Árvores com topo irregular

Algumas vezes não se consegue definir exatamente onde está o topo da árvore. Nestes casos, é preciso seguir o tronco principal e tentar definir onde está o topo. Não há equação especial para isso.

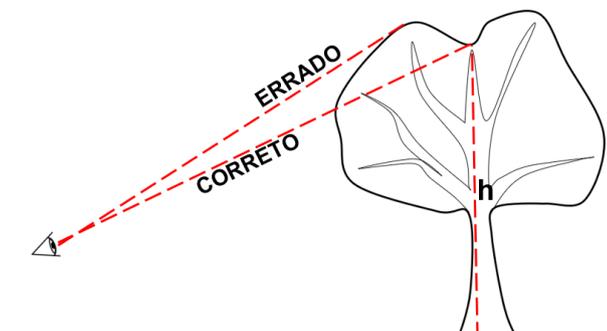


Figura 22 – Medição de altura de árvores com topo irregular.

2.6 Quocientes de forma

Quociente de forma é a razão entre dois diâmetros a alturas diferentes do tronco.

2.6.1 Quociente de forma artificial (k)

É dito quociente de forma artificial (k) quando o diâmetro do tronco na metade da altura é dividido pelo diâmetro a 1,3 m de altura:

$$k = d_{0,5h} / d$$

Onde: k = quociente de forma artificial; $d_{0,5h}$ = diâmetro a 50% da altura da árvore; d = diâmetro a 1,3 m de altura.

2.6.2 Quociente de forma absoluto (k_a)

É calculado como o quociente entre o diâmetro tomado à metade da altura mais 1,3 m e o diâmetro a altura do peito (d):

$$k_a = d_{[0,5.(h+1,3)]} / d$$

Onde: k_a = quociente de forma absoluto; $d_{[0,5.(h+1,3)]}$ = diâmetro tomado à metade da altura mais 1,3 m; d = diâmetro a 1,3 m de altura.

2.6.3 Outros quocientes de forma

Outros quocientes de forma são indicados por subscritos, por exemplo:

- $k_{5,3/1,3} = d_{5,3} / d_{1,3}$, ou simplesmente $k_{5,3}$, pois $d_{1,3}$ pode ser representado por d , sem o subscrito 1,3;
- $k_{0,5h/0,1h} = d_{0,5h} / d_{0,1h}$

2.7 Volume

2.7.1 Volume individual (v)

O volume individual da árvore (v) e é sempre com casca, exceto quando declarado de outra forma. É o volume total do tronco desde a base até o topo do tronco, sem considerar os galhos. O volume individual é expresso em metros cúbicos (m³) e representado com 4 casas decimais.

As medições e determinação de volume rigoroso das árvores são realizados geralmente sobre árvores abatidas por equações determinísticas consagradas como as de Hohenadl, Hossfeld, Simony, Newton, Huber e Smalian, sendo as medições para os últimos 3 realizadas conforme a Figura 32.

A determinação do volume das árvores, exceto pelo método de Hohenadl, é realizada separadamente para o volume do toco e da ponta superior. O volume do toco é calculado como um cilindro com o comprimento (L_0) do mesmo e a superfície transversal na parte superior (g_0) do mesmo. O cálculo do volume da ponta superior do tronco nas árvores de crescimento simpodial não difere das demais secções, entretanto nas árvores de crescimento monopodial, o volume da ponta superior (v_n) do tronco é calculado como se fosse um cone perfeito, ou seja, 1/3 do volume de um cilindro com o diâmetro da base da ponta (d_n) e o comprimento da ponta (L_n).

2.7.2 Volume individual sem casca (v_s)

O volume individual sem casca (v_s) é determinado da mesma forma que o volume com casca, mas utilizando-se os diâmetros sem casca.

2.7.3 Volume individual médio (\bar{v})

É o volume médio aritmético das árvores de uma unidade amostral (parcela), calculado pela equação:

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n}$$

Onde: \bar{v} = volume individual média da unidade amostral; n = número de indivíduos contidos na unidade amostral; v_i = volume da árvore de ordem i na unidade amostral; i = número de ordem das árvores da unidade amostral.

2.7.4 Volume por hectare (V)

O volume por hectare é a soma de todas as áreas basais das árvores de um hectare. Pode ser calculado pela equação:

$$V = \frac{10000 \sum_{i=1}^n v_i}{a}$$

Onde: V = volume em m^3 por hectare; n = número de árvores da unidade amostral; v_i = volume da árvore de ordem i na unidade amostral; a = área da unidade amostral em m^2 .

Ou, alternativamente:

$$V = \frac{10000 \cdot n \cdot \bar{v}}{a}$$

Onde: V = volume em m^3 por hectare; n = número de árvores da unidade amostral; \bar{v} = volume médio em m^3 das árvores da unidade amostral; a = área da unidade amostral em m^2 .

2.8 Fator de forma (f)

O fator de forma artificial (f) ou ($f_{1,3}$) é a razão entre o volume individual da árvore (v) e a sua altura (h) multiplicada pela área basal (g) a 1,3 m de altura. O fator de forma é uma variável sem unidade de medida. A forma das árvores varia com a idade, posição sociológica nos estratos verticais, qualidade do sítio e outros fatores, sendo pouco utilizada em função disso. Esta variável permite a obtenção aproximada do volume de uma árvore pela equação:

$$v = f h g$$

Onde: v = volume individual; f = fator de forma artificial; h = altura da árvore; g = área basal da árvore a 1,3 m de altura.

O fator de forma natural ($f_{0,1h}$) é a razão entre o volume individual da árvore (v) e a sua altura (h) multiplicada pela área basal (g) a 10% da altura desde a base da árvore, obtido pela equação:

$$f_{0,1h} = v / h g_{0,1h}$$

Onde: $f_{0,1h}$ = fator de forma natural; h = altura da árvore; $g_{0,1h}$ = área basal a 10% da altura desde a base.

Há outras expressões de fator de forma, mas pelos resultados pouco precisos de todos, incluindo os dois já descritos, não são muito úteis na Engenharia Florestal e não serão tratados neste trabalho.

2.9 Incrementos (i, I e P)

Os símbolos i e I representam o incremento ocorrido nas dimensões das árvores durante um ano, exceto quando declarados de outra forma. A letra i minúscula é utilizada para o incremento de árvores individuais e I maiúscula é utilizada para o incremento por hectare. Este incremento é dito também “incremento corrente anual”, sendo o que a árvore aumentou em sua dimensão de um ano para o seguinte.

As médias de incremento individual devem ser grafadas com a letra \bar{i} sobreposta por uma barra, significando a média aritmética do incremento ocorrido em um ano.

Incrementos ocorridos em períodos superiores a um ano, devem ser subscritos pelas idades de início e término do período; por exemplo: i_{15-25} representa o incremento ocorrido dos 15 aos 25 anos de idade. O incremento médio anual num período, deve ser representado com o símbolo sobreposto por uma barra; exemplo: \bar{i}_{15-25} é o incremento médio das árvores dos 15 aos 25 anos de idade.

A representação de incrementos é sempre realizada com a letra i seguida pelo símbolo da variável a qual se refere o incremento ocorrido, como i_d , \bar{i}_v , I_G , I_v representando o incremento individual de uma árvore em diâmetro, o incremento médio individual das árvores em volume, o incremento em área basal por hectare e o incremento em volume por hectare, respectivamente.

P representa o incremento percentual de determinada variável em um ano. Por exemplo: sendo o diâmetro de determinada árvore medido aos 17 e 18 anos de idade, com 31 e 33 cm,

respectivamente, o incremento diamétrico foi de 2 cm, sendo que a árvore teve um incremento percentual de $P = 100 (33-31) / 31 = 6,45\%$ dos 17 para os 18 anos de idade.

Em se considerando uma equação de crescimento, o incremento corrente anual pode ser determinado por meio da derivada primeira da equação de crescimento integral e a proporção do incremento corrente anual pela sua derivada segunda.

2.10 Dimensões da copa

Nas copas das árvores é realizada a fotossíntese que promove seu crescimento. O estudo das copas e suas proporções auxiliam na determinação da densidade dos povoamentos, competição entre as árvores e planejamento de ações de manejo para se obter produtos com as dimensões desejadas com máxima produtividade. As principais dimensões da copa das árvores são representadas na Figura 24.

2.10.1 Raios e diâmetro da copa

Usualmente são medidos quatro raios das copas nos sentidos Norte (RN), Leste (RL), Sul (RS) e Oeste (RO). O diâmetro da copa (DC) é calculado como o dobro da média dos quatro raios, ou com a metade da soma dos 4 raios, com a equação:

$$DC = (RN+RL+RS+RO)/2$$

Onde: DC = diâmetro da copa; RN, RL, RS, RO = raios da copa, Norte, Leste, Sul e Oeste, respectivamente.

A medição dos raios da copa pode ser auxiliada por um densitômetro (Figura 23), o que confere maior precisão nas medições.

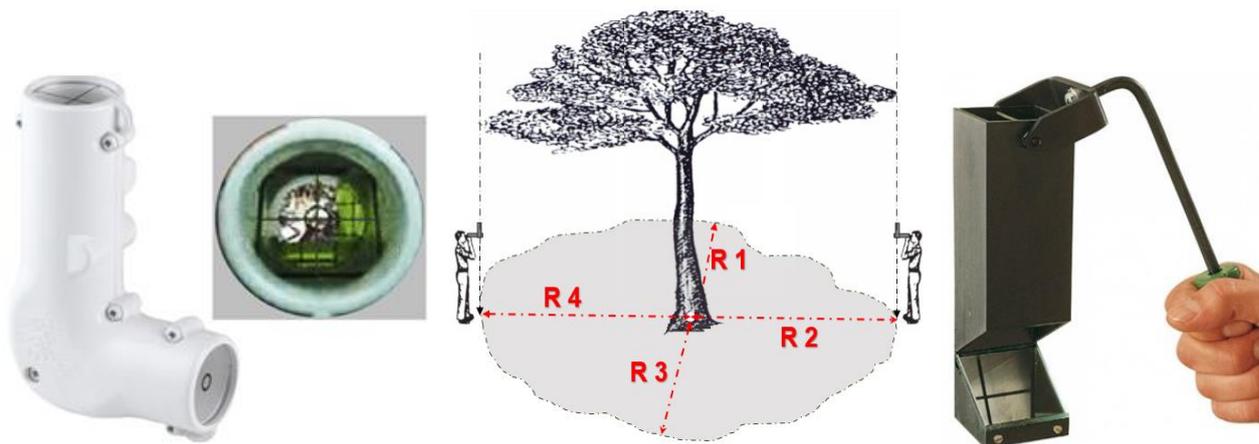


Figura 23 – Densitômetros: instrumentos auxiliares na medição dos raios da copa.

Também é possível medir os raios de copa utilizando uma baliza com nível de bolha. O observador deve se posicionar perpendicularmente aos raios da copa e alinhar a baliza na vertical em direção à ponta do galho para então realizar a medição do comprimento do raio (Figura 24).

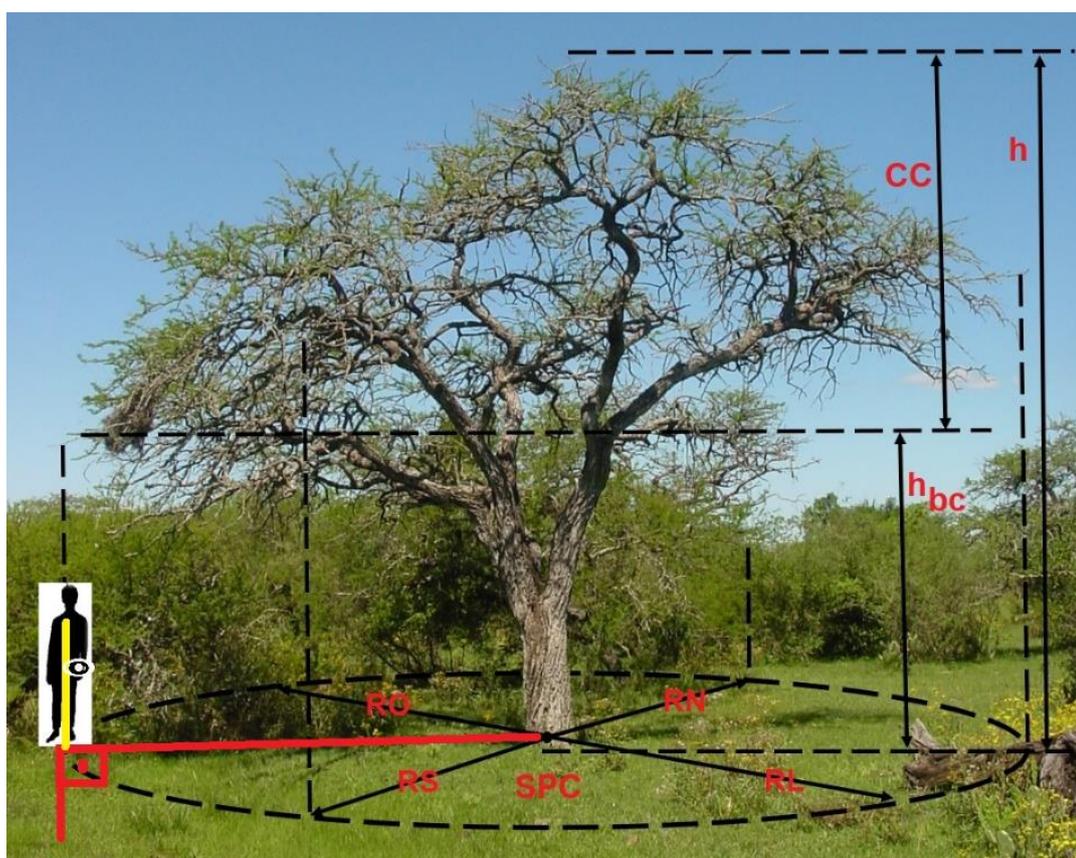


Figura 24 – Medição de raios da copa com auxílio de baliza com nível de bolha. Dimensões das copas das árvores: h = altura da árvore; h_{bc} = altura da base da copa; CC = comprimento da copa; RN , RL , RS , RO = raios da copa, Norte, Leste, Sul e Oeste, respectivamente; SPC = superfície de projeção da copa.

2.10.2 Altura da base da copa (h_{bc})

A altura da base da copa nem sempre é fácil de determinar, sendo necessário levar em consideração os galhos verdes que realmente contribuem com o crescimento. Às vezes, há pequenos galhos na parte inferior que têm mínima contribuição para o crescimento que devem ser desprezados. Também, não se deve levar em consideração o ponto de inserção dos galhos. O importante é a folhagem, que é a parte da copa que contribui com a fotossíntese. Pode-se conceituar a altura da base da copa como a altura onde inicia a folhagem que contribui com o crescimento da árvore (Figura 24).

2.10.3 Comprimento da Copa (CC)

O comprimento da copa (CC) é calculado como a diferença entre a altura da árvore (h) e a altura da base da copa (h_{bc}).

2.10.4 Superfície de projeção da copa (SPC)

A superfície de projeção da copa (SPC) é calculada em função do diâmetro da copa (DC) pela equação:

$$SPC = \pi \frac{DC^2}{4}$$

Onde: SPC = Superfície de projeção da copa; DC = diâmetro da copa.

3 ESTATÍSTICA FLORESTAL

Estatística é a ciência que trata da coleta, organização, resumo, análise, interpretação e apresentação de dados populacionais ou amostrais.

3.1 Análise univariada

A estatística univariada é a parte da estatística que se ocupa de descrição e inferências sobre uma única variável de uma população ou amostra.

3.1.1 Análise estatística descritiva

É a parte da estatística que tem como objetivo sumarizar ou descrever a distribuição de uma única variável.

As técnicas e cálculos utilizados na estatística descritiva são, principalmente:

- Medidas de tendência central;
- Medidas de dispersão;
- Distribuições de probabilidade;
- Histogramas.

3.1.1.1 Medidas de tendência central ou de posição

3.1.1.1.1 Média

É a razão entre o somatório dos valores de observações sobre determinada variável (x) e o número de observações realizado (n), calculada pela fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Onde: \bar{x} = média das observações sobre a variável x; x_i = valor da observação da variável x de ordem i; n = número de observações realizado.

3.1.1.1.2 Mediana

Mediana é o valor de uma variável x que divide a população em duas partes iguais. Metade dos valores das observações de x são menores do que a mediana e a outra metade é maior.

3.1.1.1.3 Moda

É o valor de maior frequência de uma variável x , ou seja, é o valor de x que ocorre maior número de vezes na população.

3.1.1.2 Medidas de dispersão

3.1.1.2.1 Variância amostral

É a média dos quadrados das diferenças das observações de uma variável x em relação à sua média. É calculada pela fórmula:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x}}{n - 1}$$

Onde: s^2 = variância amostral; x_i = valor da observação de x de ordem i ; \bar{x} = média das observações de x .

Também pode ser calculada pela fórmula:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{n - 1}$$

3.1.1.2.2 Desvio Padrão

É a raiz quadrada da variância de uma variável x , calculado pela fórmula:

$$s = \sqrt{s^2}$$

3.1.1.2.3 Coeficiente de Variação

O coeficiente de variação é a percentagem que o desvio padrão representa sobre a média, calculado pela fórmula:

$$CV = 100 \cdot s / \bar{x}$$

Onde: CV = coeficiente de variação em percentagem; s = desvio padrão; \bar{x} = média das observações de x .

3.1.1.3 Distribuições de probabilidade

Distribuição de probabilidade é a proporção de ocorrência de um fenômeno em relação ao todo, dependente do acaso, modelada matematicamente.

Distribuição de probabilidade descreve o comportamento aleatório de um fenômeno dependente do acaso.

Uma função de distribuição de probabilidade é um modelo matemático que relaciona um certo valor da variável em estudo com a sua probabilidade de ocorrência.

Há dois tipos de distribuição de probabilidade:

- Distribuições Contínuas – Quando a variável que está sendo medida é expressa em uma escala contínua, como no caso de uma característica dimensional; exemplo: diâmetro das árvores.
- Distribuições Discretas – Quando a variável que está sendo medida só pode assumir certos valores, como por exemplo os valores inteiros: 0, 1, 2, etc; exemplo: árvore viva=0, árvore morta=1.

3.1.1.3.1 Contínuas

3.1.1.3.1.1 Distribuição Normal

A função densidade de probabilidade da distribuição Normal de uma variável x , com média μ e variância σ^2 , é definida como:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Onde: μ = média, ou parâmetro de locação; σ = desvio padrão, ou parâmetro de escala; $-\infty < x < \infty$.

A função de distribuição acumulada é expressa por:

$$F(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \frac{x - \mu}{\sigma\sqrt{2}} \right)$$

$$\operatorname{erf}(x) = 2\Phi(x\sqrt{2}) - 1$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

Um exemplo do ajuste de distribuição normal de diâmetros é apresentado na Figura 25.

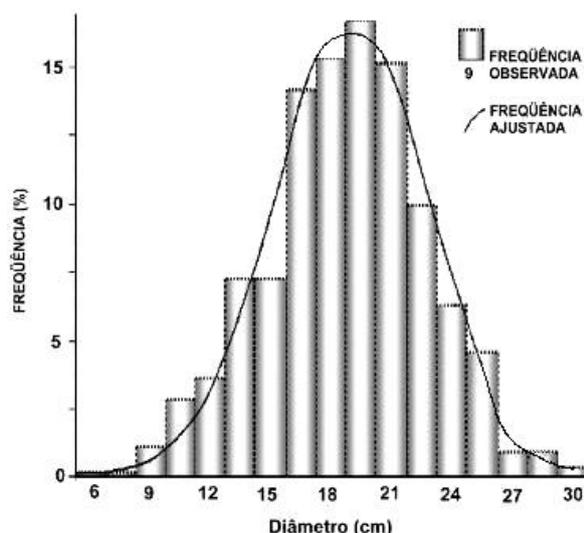


Figura 25 – Normalidade das freqüências por classe de diâmetro, das árvores contidas na área útil das parcelas, aos 15 anos de idade.

3.1.1.3.1.2 Distribuição Lognormal

Uma variável aleatória x tem a distribuição Lognormal quando o seu logaritmo $y=Ln(x)$ tem a distribuição normal com média $e^{\mu+\sigma^2/2}$, variância $(e^{\mu^2}-1) e^{2\mu+\sigma^2}$ e função de densidade de probabilidade dada por:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

Onde: para $x > 0$, onde μ e σ são a média e desvio padrão do logaritmo da variável (por definição, o logaritmo da variável é normalmente distribuído).

3.1.1.3.1.3 Distribuição de Weibull

Ernst Hjalmar Waloddi Weibull (Condado de Kristianstad, 18 de junho de 1887 - Annecy, 12 de outubro de 1979) foi um engenheiro e matemático sueco.

A distribuição de Weibull é muito flexível e pode assumir uma variedade de formas.

Ela tem sido usada para modelar distribuições de diâmetros de florestas plantadas.

As fórmulas desenvolvidas por Weibull para distribuições de probabilidade são as seguintes:

- Função de distribuição cumulativa com dois parâmetros

$$F(x; \alpha, \beta) = 1 - e^{-(x/\beta)^\alpha}$$

- Função de densidade de probabilidade com dois parâmetros

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha}$$

- Função de distribuição cumulativa com três parâmetros

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - \alpha}{\beta}\right)^\gamma\right]$$

- Função de densidade de probabilidade com três parâmetros

$$f(x) = \left(\frac{\gamma}{\beta}\right) \cdot \left(\frac{x - \alpha}{\beta}\right)^{\gamma-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{x - \alpha}{\beta}\right)^\gamma\right]$$

3.1.1.3.1.4 Distribuição Beta

$$f_x(x) = \frac{1}{\beta(a, b)} \cdot x^{\alpha-1} \cdot (1 - x)^{\beta-1}$$

Onde: $\alpha > 0$ e $\beta > 0$, então x é definido para ter distribuição Beta; α, β = parâmetros da equação.

A função de densidade de probabilidade da distribuição Beta satisfaz a diferencial:

$$f'(x) = f(x) \frac{(\alpha + \beta - 2)x - (\alpha - 1)}{(x - 1)x}$$

A distribuição de probabilidade acumulada é calculada por:

$$\begin{aligned} F(x; \alpha, \beta) &= \frac{B(x; \alpha, \beta)}{B(\alpha, \beta)} \\ &= \frac{\int_0^x t^{\alpha-1} (1 - t)^{\beta-1} dt}{B(\alpha, \beta)} \\ &= I_x(\alpha, \beta) \end{aligned}$$

Onde: onde $B(x; \alpha, \beta)$ é a função beta incompleta e $I_x(\alpha, \beta)$ é a função beta incompleta regularizada.

3.1.1.3.1.5 Distribuição Gama

Uma variável x com distribuição Gama tem média $k\theta$, variância $k\theta^2$ e função de densidade de probabilidade definida por:

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)} \quad \text{for } x > 0 \text{ and } \alpha, \beta > 0$$

Onde: a distribuição Gama é uma família de distribuição contínua de probabilidade de dois parâmetros; tem um parâmetro de escala θ e um parâmetro de forma k ; se k é um inteiro, então a distribuição representa a soma de k variáveis aleatórias exponencialmente distribuídas, cada uma delas têm um parâmetro θ . Modelos de funções para probabilidade acumulada: Lineares; Não-lineares.

A distribuição de probabilidade acumulada é expressa por:

$$F(x; \alpha, \beta) = \int_0^x f(u; \alpha, \beta) du = \frac{\gamma(\alpha, \beta x)}{\Gamma(\alpha)}$$

3.1.1.3.1.6 Distribuição exponencial

Na distribuição Exponencial a variável aleatória é definida como o intervalo entre duas ocorrências (tempo, espaço, etc.). A função de densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\mu} e^{-x/\mu}, \quad x \geq 0$$

Onde: $f(x)$ = probabilidade de ocorrência de x ; μ = média de intervalo entre ocorrências; x = valor da variável.

O modelo da distribuição Exponencial pode ser expresso como:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}; \quad t \geq 0$$

Onde: $\lambda > 0$ e é um parâmetro constante = $1 / \mu$.

A média e o desvio padrão da distribuição exponencial são calculados usando:

$$\mu = \frac{1}{\lambda} \quad \text{e} \quad \sigma = \frac{1}{\lambda}$$

Onde: μ = média; σ = desvio padrão.

Exemplo: sendo a média de atendimentos no caixa bancário é de $\lambda=6/\text{min}$, o tempo médio entre atendimentos é de $1/\lambda = 1/6 \text{ min} = 10 \text{ seg}$.

As florestas naturais tendem a apresentar uma distribuição diamétrica exponencial negativa como na Figura 26. O modelo de distribuição acumulada pode ser expresso por:

$$N_i = b_0 \cdot e^{-b_1 \cdot d_i}$$

Onde: N_i = número de árvores por hectare acumulado até a classe de diâmetro de ordem i ; d_i = limite superior da classe de diâmetro de ordem i ; b_0 , b_1 = parâmetros do modelo.

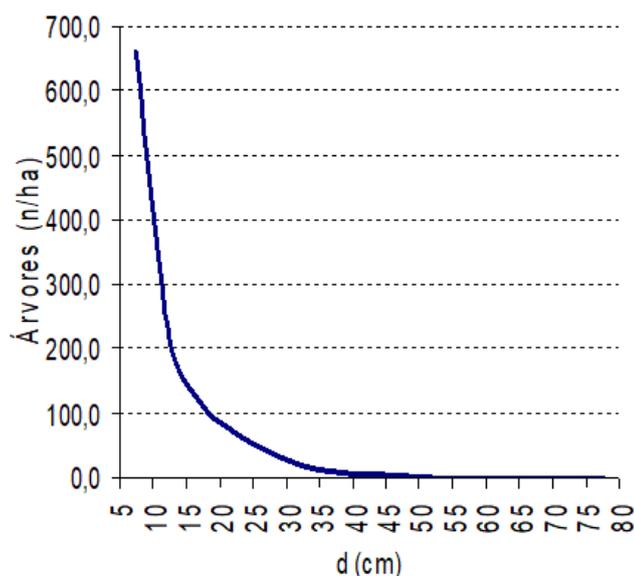


Figura 26 – Distribuição diamétrica cumulativa de uma floresta natural.

3.1.1.3.2 Distribuições Discretas

3.1.1.3.2.1 Distribuição Binomial

Não há parâmetros de posição ou de escala na distribuição binomial.

É adequada para descrever os resultados de uma variável aleatória em apenas duas classes, ou categorias, mutuamente excludentes, como:

$$P(\text{sucesso}) + P(\text{falha}) = 1$$

A função de densidade de probabilidade da distribuição binomial é:

$$b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

onde: $\binom{n}{x}$ = combinação de n valores tomados de x em x , no MS-Excel COMBIN(n, x); p = é uma constante, variável ou expressão numérica que especifica a probabilidade de sucesso ($0 \leq p \leq 1$); n = número de tentativas independentes; x = número de tentativas com sucesso.

No MS-Excel, a função é como segue:

=*DISTR.BINOM(Num_s; Tentativas; Probabilidade_s; Cumulativo)*

Onde: Num_s = x = sucessos; Tentativas = n = número total de tentativas; Probabilidade_s = p (probabilidade de sucesso em cada tentativa); Cumulativo = FALSO para a densidade de probabilidade, VERDADEIRO para a probabilidade cumulativa.

A distribuição binomial cumulativa é:

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

Condições de aplicação da distribuição:

- são feitas n repetições do experimento, onde n é uma constante;
- há apenas dois resultados possíveis em cada repetição, denominados sucesso e falha;
- a probabilidade de sucesso (p) e de falha ($1-p$) permanecem constante em todas as repetições;
- as repetições são independentes, ou seja, o resultado de uma repetição não é influenciado por outros resultados.

Distribuições binomiais com $p=0,5$ são simétricas. São assimétricas quando $p \neq 0,5$. A assimetria aumenta à medida que p aproxima-se de 0 (assimetria positiva) ou de 1 (assimetria negativa).

3.1.1.3.2.2 Distribuição de Bernoulli

Os experimentos mais simples em que observamos a presença ou não de alguma característica são conhecidos como ensaios de Bernoulli. Alguns exemplos:

- Lançar uma moeda e observar se ocorre cara ou coroa;
- Lançar um dado e observar se ocorre seis ou não;
- Verificar se uma árvore na floresta está atacada por formigas cortadeiras ou não.

A distribuição de Bernoulli é um caso especial da Distribuição Binomial, que modela o número de sucessos em uma série de tentativas binomiais. Uma Variável de Bernoulli é qualquer variável aleatória cujos únicos valores possíveis são 0 ou 1.

Esta distribuição é especificada com um único parâmetro (p), como segue:

$$f(k; p) = p^k (1 - p)^{1-k} \quad \text{para } k \in \{0, 1\}.$$

$$f(k; p) = \begin{cases} p & \text{se } k = 1, \\ 1 - p & \text{se } k = 0. \end{cases}$$

Onde: $f(k,p)$ = probabilidade de ocorrência de sucesso ou fracasso; k = proporção de ocorrência do evento (0 ou 1); p = proporção de ocorrência de sucesso do evento considerado.

Denomina-se sucesso (1) e fracasso (0) os dois eventos possíveis em cada caso. O ensaio de Bernoulli é caracterizado por uma variável aleatória X , definida por $X=1$, se sucesso; $X=0$, se fracasso.

Um experimento de tamanho N pode ser interpretado como jogar uma moeda N vezes e contar o número de caras e coroas do resultado. Se $p = 0,5$, há uma probabilidade igual de sucesso ou de fracasso. No caso do lançamento da moeda, considera-se que ela é confiável. Se $p \neq 0,5$, a moeda é viciada.

3.1.1.3.2.3 Distribuição de Poisson

A distribuição de Poisson é adequada para descrever situações onde existe uma probabilidade de ocorrência em um campo ou intervalo contínuo, geralmente tempo ou área.

Condições de aplicação:

- O número de ocorrências durante qualquer intervalo depende somente da extensão do intervalo;
- As ocorrências ocorrem independentemente, ou seja, um excesso ou falta de ocorrências em algum intervalo não exerce efeito sobre o número de ocorrências em outro intervalo;
- A possibilidade de duas ou mais ocorrências acontecerem em um pequeno intervalo é muito pequena quando comparada à de uma única ocorrência.

A distribuição de Poisson é caracterizada por um único parâmetro λ que representa a taxa média de ocorrência por unidade de medida.

A equação para calcular a densidade de probabilidade de x ocorrências é dada por:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, \dots, n$$

A média e a variância da distribuição de Poisson são:

$$\mu = \lambda$$
$$\sigma^2 = \lambda^2$$

Uma aplicação típica da distribuição de Poisson é realizada no controle da qualidade para o número de defeitos (não-conformidades) que ocorre por unidade de produto (por m², por volume ou por tempo, etc.).

A função cumulativa de Poisson é calculada por:

$$P(x) = \sum_{k=0}^x \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

3.1.2 Análise estatística inferencial

É a parte da estatística univariada que tem por objetivo analisar os dados de uma amostra, obtendo resultados e, a partir deles, realizar inferências para toda a população, ou seja, visa generalizar os resultados da amostra para a população estudada.

A estatística inferencial utiliza técnicas baseadas na teoria da probabilidade; é a base da teoria da amostragem, utilizada nos inventários florestais.

3.2 Análise estatística bivariada

É a parte da estatística que trata do estudo das relações entre pares de variáveis. A correlação entre duas variáveis de uma amostra pode ser estudada por índices de correlação, entre os mais utilizados estão os seguintes:

- Coeficiente de Correlação de Pearson – mede a correlação entre duas variáveis contínuas;
- Coeficiente de Correlação de Postos de Spearman – mede a correlação entre duas variáveis discretas;
- Covariância – é a medida do grau de interdependência numérica entre duas variáveis aleatórias.

As relações entre duas variáveis podem ser resumidas por gráficos e tabelas.

3.2.1 Medidas quantitativas de dependência

3.2.1.1 Coeficiente de correlação de Pearson

O coeficiente de correlação amostral simples de Pearson é determinado pela equação:

$$r_{xy} = \frac{\sum_i ((x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}))}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \sum_i (y_i - \bar{y})^2}}$$

Onde: r_{xy} = coeficiente de correlação de Pearson; x_i = é o valor da variável x de ordem i; y_i = valor da variável y de ordem i; \bar{x} = média amostral da variável x; \bar{y} = média amostral da variável y.

O coeficiente de correlação amostral ponderado de Pearson é calculado pela equação:

$$r_{xy} = \frac{\sum_i w_i (x_i - \bar{x}_w)(y_i - \bar{y}_w)}{\sqrt{\sum_i w_i (x_i - \bar{x}_w)^2 \sum_i w_i (y_i - \bar{y}_w)^2}}$$

Onde: r_{xy} = coeficiente de correlação de Pearson; x_i = o valor da variável x de ordem i; y_i = valor da variável y de ordem i; \bar{x}_w = média amostral ponderada da variável x; \bar{y}_w = média amostral ponderada da variável y; w_i = o peso da observação de ordem i.

Os valores de probabilidade para o coeficiente de correlação de Pearson são computados pela equação:

$$t = (n - 2)^{1/2} \left(\frac{r^2}{1 - r^2} \right)^{1/2}$$

Conforme a distribuição t com n-2 graus de liberdade, onde r é a correlação de Pearson da amostra.

3.2.1.2 Coeficiente de correlação de postos de Spearman

O coeficiente de correlação de ordem de classificação (postos) de Spearman é uma medida não paramétrica de associação com base nas classificações dos valores dos dados, calculado pela seguinte fórmula:

$$\theta = \frac{\sum_i ((R_i - \bar{R})(S_i - \bar{S}))}{\sqrt{\sum_i (R_i - \bar{R})^2 \sum_i (S_i - \bar{S})^2}}$$

Onde: θ = coeficiente de correlação de Spearman; R_i = posto de x_i ; S_i = posto de y_i ; \bar{R} = média dos valores de R_i ; \bar{S} = média dos valores de S_i .

Os valores de probabilidade para o coeficiente de correlação de Pearson são computados pela equação:

$$t = (n - 2)^{1/2} \left(\frac{r^2}{1 - r^2} \right)^{1/2}$$

Onde: t = distribuição t com n-2 graus de liberdade; r = coeficiente de correlação de Spearman da amostra.

3.2.1.3 Covariância

A covariância ou variância conjunta é a medida do grau de interdependência ou interrelação numérica linear entre duas variáveis aleatórias X e Y. O cálculo da covariância é realizado pela seguinte fórmula:

$$Cov(xy) = S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n}}{n - 1}$$

Ou:

$$S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{n - 1}$$

Onde: $Cov(xy) = S_{xy}$ = covariância entre as variáveis x e y; x_i = valor da variável x de ordem i; y_i = valor da variável y de ordem i; \bar{x} = média dos valores de x_i ; \bar{y} = média dos valores de y_i ; n = número de observações.

A análise de covariância é realizada para verificar a necessidade do uso de funções independentes para as covariáveis, por exemplo, para descrição de relação hipsométrica e de volume em que a covariável pode ser representada pelo índice de sítio, ou a idade. Segundo Storck e Lopes (1998), no cálculo da covariância é possível verificar a pressuposição da homogeneidade dos coeficientes da regressão linear estimados ($\hat{\beta}$), calculando-se separadamente um coeficiente para cada classe e, então, testando-se a igualdade dos mesmos.

Schneider (1998) utiliza o valor de “F” da interação da covariável com a variável dependente estimada (\hat{Y}), calculada pela soma de quadrados de produtos corrigidos, para comparar as diferenças entre as inclinações e utiliza o valor de “F” calculado para a covariável através da soma de quadrados de produtos corrigidos do modelo sem interação para comparar a diferença entre níveis, quando não há diferença entre inclinações. No SAS, as somas de

quadrados de produtos corrigidos são obtidas através da opção SS3 da declaração MODEL do procedimento GLM.

4 ANÁLISE DE REGRESSÃO

A análise de regressão é uma ferramenta estatística utilizada no meio florestal para ajustar e avaliar modelos estocásticos, com a finalidade de fazer estimativas de variáveis difíceis e demoradas de medir, em função de variáveis medidas com maior facilidade e rapidez.

O ajuste de equações pode ser realizado por softwares estatísticos e planilhas eletrônicas, que se baseiam nos métodos de mínimos quadrados simples e generalizados.

A qualidade de modelos de regressão é influenciada diretamente pela qualidade da amostra. Uma amostra adequada, com número suficiente de indivíduos para a análise da variância de regressão e que permitam a sua verificação e validação é essencial para a avaliação da qualidade dos mesmos.

No passado, pesquisadores transformavam indiscriminadamente as variáveis na esperança de encontrar melhores modelos, mas esta prática inviabiliza a análise de regressão, pois a discrepância logarítmica deturpa os valores quadrado médio dos erros e, por consequência, do F de Snedecor na análise da variância da regressão, sendo impossível estimar as estatísticas verdadeiras por aproximações como já foi tentado por Meyer e Furnival. Os valores calculados são como pacotes fechados e somente podem ser obtidos extraíndo o logaritmo da variável dependente, refazendo-se a análise de variância da regressão com os valores observados e estimados sem a transformação logarítmica.

As expressões “verificação de modelos” e “validação de modelos” são comumente usadas para indicar a avaliação de modelos. A validação de modelos é uma das fases da avaliação de modelos, envolvendo o processo para determinar se o desempenho de um modelo apresenta um nível aceitável para o seu propósito (BURKHART e TOMÉ, 2012).

A avaliação mais simples de um modelo deve envolver a análise da variância da regressão, o cálculo do Coeficiente de Determinação (R^2) e do Erro Padrão de Estimativa em percentagem da média das observações (Syx%) também denominado de Coeficiente de Variação, bem como a sua validação pela análise de resíduos.

A validação de modelos de regressão é realizada pela comprovação de três pressuposições em relação à análise de resíduos: normalidade dos resíduos, homocedasticidade da variância dos resíduos e independência dos resíduos. Alguns autores consideram que a análise gráfica de resíduos pode ser suficiente para validação, entretanto,

não existem regras aceitas universalmente para a análise gráfica. Floriano (2004) desenvolveu um modelo para a análise gráfica que é útil para sistematizar a análise de resíduos. Entretanto, recomenda-se o uso de testes estatísticos.

Outros testes complementares são usados para a avaliação de modelos, mas não são considerados essenciais, tais como: a verificação da falta de ajuste (*lack of fit*), verificação de tendenciosidade (*bias*), avaliação da eficiência do modelo (*model efficiency*), correlação no tempo, correlação entre componentes e o uso de amostra independente de validação.

4.1 Análise da variância de regressão

A Tabela 1 apresenta a análise da variância da regressão de uma função $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

O valor do F de Fisher, encontrado na análise da variância da regressão informa o valor para verificar se o modelo de regressão em análise é significativo. Usualmente os softwares estatísticos informam a probabilidade de significância de F ($Pr>F$), não sendo necessário recorrer a tabelas de F. Quando $Pr>F$ é menor ou igual a 0,01, F é “altamente significativo”, ou significativo ao nível de 1% de probabilidade; quando $Pr>F$ é maior do que 0,01 e menor ou igual a 0,05, F é dito “significativo”, sendo significativo ao nível de 5% de probabilidade; e, quando $Pr>F$ é maior do que 0,05, o modelo de regressão é “não significativo”. O nível de significância pode ser representado colocando-se os símbolos a seguir, como sobrescrito, ao lado do valor de F:

- ** – para F altamente significativo;
- * – para F significativo;
- ^{ns} – para F não-significativo.

TABELA 1 – Análise da variância de regressão.

Fator de Variação (FV)	Graus de Liberdade (GL)	Soma de Quadrados (SQ)	Quadrado Médio (QM)	Valor de F
Regressão	p-1	$\Sigma(y_e - y_m)^2$	SQreg/GLreg	QMreg/QMres
Resíduo	n-p	$\Sigma(y - y_e)^2$	SQres/GLres	
Total	n-1	$\Sigma(y - y_m)^2$		

Onde: y = valor observado da variável dependente; y_e = valor estimado da variável dependente; y_m = média das

observações de y ; GL_{reg} = graus de liberdade da regressão; SQ_{res} = graus de liberdade do resíduo; SQ_{reg} = soma de quadrados da regressão; SQ_{res} = Soma de quadrados dos resíduos; QM_{reg} = quadrado médio da regressão; QM_{res} = quadrado médio dos resíduos = variância. Fonte: Bussab (1986).

4.1.1 Erro Padrão de Estimativas (S_{yx})

A raiz quadrada do Quadrado Médio dos Resíduos representa o Erro Padrão de Estimativas (S_{yx}), ou seja, é o erro médio das estimativas realizadas com a equação de regressão em relação às observações reais da variável dependente. Pode ser representado na forma de percentagem da média das observações, sendo então denominado de Erro Padrão de Estimativas em Percentagem ($S_{yx}\%$), também chamado de Coeficiente de Variação (CV) da regressão.

4.1.2 Coeficiente de Determinação (R^2)

- Equações lineares – O coeficiente de determinação é dado pelo cociente entre a soma de quadrados da regressão e a soma de quadrados do total:

$$R^2 = SQ_{reg} / SQ_{total}$$

Onde: R^2 = coeficiente de determinação; SQ_{reg} = soma de quadrados da regressão; SQ_{total} = soma de quadrados totais.

- Equações não lineares – O coeficiente de determinação é dado pela diferença da unidade e a razão entre a soma de quadrados dos resíduos e a soma de quadrados do total:

$$R^2 = 1 - (SQ_{res} / SQ_{total})$$

Onde: R^2 = coeficiente de determinação; SQ_{res} = soma de quadrados do resíduo; SQ_{total} = soma de quadrados totais.

4.1.3 Coeficiente de Determinação Ajustado (R^2_{aj})

Quando necessário, nos casos de número diferente de parâmetros entre os melhores modelos, ou quando um modelo é linear e o outro não linear, ou ainda, quando dois modelos lineares são comparados e um deles apresenta a constante b_0 e o outro não, o R^2 deve ser ajustado, para possibilitar a comparação entre os modelos e escolha do melhor, pela equação:

$$R^2_{aj.} = R^2 - \left(\frac{k-1}{N-k} \right) \cdot (1 - R^2)$$

Onde: R^2_{aj} = coeficiente de determinação ajustado; k =número de parâmetros da equação; N =número de observações.

4.2 Validação das equações de regressão

Os testes utilizados para validação das equações de regressão podem ser realizados utilizando-se o pacote estatístico SAS System conforme procedimentos descritos por SAS (2004).

A validação das equações selecionadas é realizada determinando-se:

- A homocedasticidade da variância através do teste χ^2 de White;
- A independência dos resíduos através do teste de Durbin-Watson, ou por meio do teste de Breusch-Godfrey ;
- A normalidade da distribuição dos resíduos através dos testes de Kolmogorov-Smirnov ou de Shapiro-Wilk.

4.2.1 Homocedasticidade da variância

Uma das principais pressuposições para os mínimos quadrados da regressão usual é a homogeneidade da variância (homocedasticidade). Se o modelo for bem-ajustado, não deveria haver nenhum padrão para os resíduos delineados (plotados) contra os valores ajustados. Se a variância dos resíduos não é constante, então é dito que a variância residual é "heterocedástica". Há métodos gráficos e não gráficos para detectar heterocedasticidade. Um método gráfico geralmente usado é delinear (plotar) os resíduos contra os valores ajustados, conforme descrito na seção "3.9 Critérios para seleção de equações de regressão". O SAS System calcula os resíduos e valores ajustados através dos procedimentos GLM, REG e NLIN, que podem ser apresentados em um gráfico. Quando os resíduos são distribuídos sem nenhum padrão, não há heterocedasticidade.

Um método matemático para determinar se há homogeneidade de variância dos resíduos e que é possível de ser executado através do SAS System é o teste de White (SAS, 2004). O teste de White é computado achando nR^2 de uma regressão de e^2 sobre todas as variáveis distintas em $X \times X$, onde X é o vetor de variáveis dependentes incluindo uma constante. Esta estatística é distribuída assintoticamente como Qui-quadrado (χ^2) com $k-1$ graus de liberdade, onde k é o número de regressores.

O método testa a hipótese nula de que a variância residual é homogênea. Então, se o valor “p” for muito pequeno, a hipótese é rejeitada e aceita-se a hipótese alternativa de que a variância não é homogênea. Para isso é utilizada a opção “SPEC” na declaração do modelo conforme o exemplo a seguir:

```
PROC REG;  
MODEL Y = X / SPEC;
```

O teste também pode ser executado através da opção WHITE da declaração FIT do procedimento MODEL no SAS, como no exemplo a seguir:

```
PROC MODEL;  
PARMS A B C;  
Y = A + B * X1 + C * X2;  
FIT Y / WHITE;
```

4.2.2 Independência dos resíduos

4.2.2.1 Teste de Durbin-Watson

O teste de Durbin-Watson realiza a avaliação de erros do tipo AR(1). O valor da estatística “d” de Durbin-Watson (SAS, 2004) é obtido através da opção CLM da declaração MODEL do procedimento GLM do SAS, ou ainda da opção DWPROB da declaração FIT do procedimento MODEL, ou ainda da opção DW da declaração MODEL do procedimento REG, conforme o exemplo abaixo:

```
PROC REG;  
MODEL Y=X1 X2 / DW;
```

É esperado que a estatística “d” seja aproximadamente igual a 2, se os resíduos forem independentes. Caso contrário, se os resíduos forem correlacionados positivamente, tenderá a ser próxima de 0 (zero), ou próxima de 4, se os resíduos forem correlacionados negativamente (Nemec, 1996).

O valor de d é dado por:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (E_i - E_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n E_i^2}$$

Onde: d = estatística “d” de Durbin-Watson; E_i = erro estocástico = $\hat{Y}_i - Y_i$; n = número de observações; \hat{Y}_i = valor estimado; Y_i = valor observado.

4.2.2.2 Teste de Breusch-Godfrey

O teste de Breusch-Godfrey contempla a possibilidade de erros do tipo ARMA(p,q), com erros de ordem de 1 a n. O teste está disponível no SAS como opção da declaração FIT, do procedimento MODEL, como no exemplo:

```
PROC MODEL DATA=DADOS;
PARMS A=1 B=1;
Y=A*X**B;
FIT Y / GODFREY=3; *TESTA A AUTOCORRELAÇÃO DE ERROS DE ORDEM 3;
```

4.2.3 Normalidade da distribuição dos resíduos

O princípio deste teste baseia-se na comparação da curva da frequência cumulativa dos dados com a função de distribuição teórica em hipótese. Quando as duas curvas se sobrepõem a estatística de teste é calculada através da máxima diferença entre ambas. A magnitude da diferença é estabelecida segundo a distribuição de probabilidade dessa estatística, que se encontra tabelada. Se os dados experimentais se afastam significativamente do que é esperado da distribuição em hipótese, então as curvas obtidas devem encontrar-se igualmente afastadas e, por um raciocínio análogo, se o ajustamento ao modelo hipotético é admissível, então as curvas têm um desenvolvimento próximo.

A estatística (D) de Kolmogorov-Smirnov (SAS, 2004) é uma estatística do tipo Função de Distribuição Empírica (EDF). A Função de Distribuição Empírica (EDF) é definida para um conjunto de n observações independentes X_1, \dots, X_n com uma função de distribuição comum $F(x)$. Sob a hipótese de nulidade, $F(x)$ é a distribuição normal. As observações são ordenadas da menor para a maior como $X(1), \dots, X(n)$.

A função de distribuição empírica $F_n(x)$, é definida como:

$$F_n(x) = 0, x < X_{(1)}$$

$$F_n(x) = i/n, X_{(i)} \leq x < X_{(i+1)}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$F_n(x) = 1, x_{(n)} \leq x$$

$F_n(x)$ é uma função sequencial que avança em $[1/n]$ a cada observação. Esta função calcula a função de distribuição $F(x)$. A qualquer valor x , $F_n(x)$ é a proporção de observações menor que ou igual a x , enquanto $F(x)$ é a probabilidade de uma observação ser menor que ou igual a x . Estatísticas de EDF medem a discrepância entre $F_n(x)$ e $F(x)$. As fórmulas computacionais para as estatísticas de EDF fazem uso da transformação da integral de

probabilidade $U=F(X)$. Se $F(X)$ é a função de distribuição de X , a variável aleatória U é distribuída uniformemente entre 0 e 1.

Dadas n observações de $X(1), \dots, X(n)$, os valores $U(i)=F(X(i))$ são computados como mostrado a seguir. A estatística (D) de Kolmogorov-Smirnov é baseada na maior diferença vertical entre $F(x)$ e $F_n(x)$, sendo definida como:

$$D = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$$

A estatística de Kolmogorov-Smirnov é computada como o máximo de D^+ e D^- , onde D^+ é a maior distância vertical entre o EDF e a função de distribuição quando o EDF é maior que a função de distribuição e D^- é a maior distância vertical quando o EDF for menor que a função de distribuição.

$$D^+ = \max_i ((i/n) - U_{(i)})$$

$$D^- = \max_i (U_{(i)} - (i-1)/n)$$

$$D = \max (D^+, D^-)$$

O procedimento CAPABILITY do SAS usa a estatística D de Kolmogorov modificada para testar os dados contra a distribuição normal com média e variância igual à média e variância da amostra. No procedimento MODEL a estatística é utilizada somente para amostras acima de 2000 indivíduos. No caso de pequenas amostras é utilizado o teste de Shapiro-Wilk descrito na secção “3.8 Teste de normalidade dos dados” em substituição ao teste de Kolmogorov-Smirnov. No procedimento MODEL o teste de normalidade é obtido pela opção NORMAL da declaração FIT como no exemplo:

```
PROC MODEL;  
PARMS A B C;  
Y=A+B*X1+C*X2;  
FIT Y / NORMAL;
```

5 MORFOMETRIA

O estudo das relações morfométricas da copa e do tronco das árvores dão indicação da situação das árvores nos povoamentos florestais e são importantes para a tomada de decisão nas ações de manejo florestal.

5.1 Formas das copas

As árvores apresentam dois tipos principais de copas em relação ao tipo de crescimento, monopodial ou simpodial, e cada um deles pode ter uma forma natural ou florestal (Figura 27).

No crescimento simpodial, há dominância da gema apical sobre as demais, formando um tronco único, com galhos laterais pouco proeminentes.

No crescimento monopodial não há dominância de uma gema sobre a outra e os galhos são vigorosos a partir de determinado ponto, onde o tronco se divide e forma a copa.

Árvores que crescem em meio a outras num bosque ou floresta geralmente apresentam forma dita florestal, com maior altura, diâmetro mais fino e copas mais estreitas do que aquelas que crescem livres de concorrência em ambientes abertos. As que crescem em ambientes abertos tem forma natural, apresentam comprimento e raio de copa maiores, diâmetros do tronco mais grossos e são mais baixas do que as que crescem em ambiente florestal.

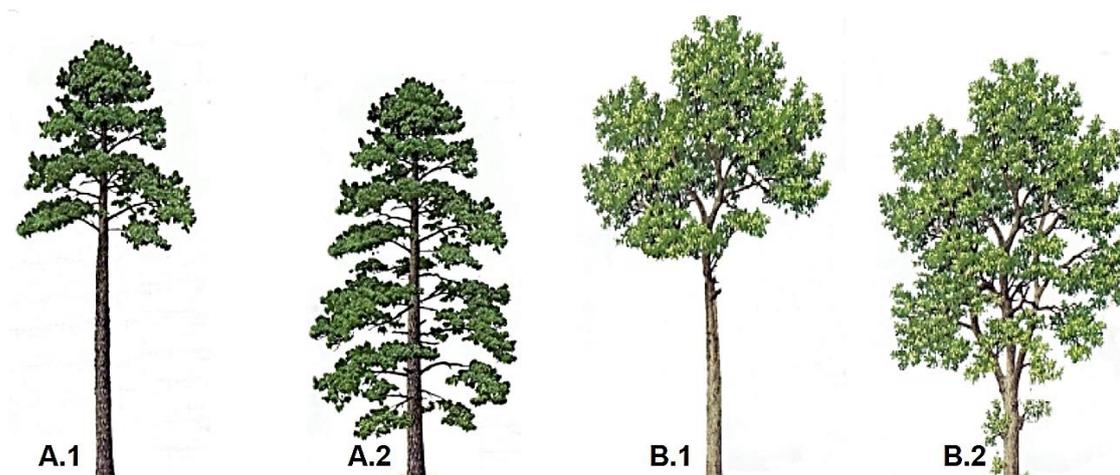


Figura 27 - A) Crescimento monopodial, forma florestal (A.1), forma natural (A.2); B) Crescimento simpodial, forma florestal (B.1), forma natural (B.2). Fonte: Imaña et al (2002).

5.2 Relações morfométricas

5.2.1 Grau de Esbeltez

O grau de esbeltez é um indicador de cilindridade do tronco; quanto maior, maior a cilindridade, o que pode indicar excesso de densidade da população por longos períodos. É calculado pela equação:

$$GE = h / d$$

Onde: GE = grau de esbeltez; h = altura da árvore em metros; d = diâmetro do tronco em centímetros a 1,3 m de altura.

5.2.2 Formal de copa

O Formal de Copa (FC = DC / CC) é o correspondente para a copa do grau de esbeltez do tronco. Copas mais alongada estão relacionadas a maior competição entre as árvores, mas se for característica natural da espécie também pode ser indicador de que a espécie é mais eficiente na ocupação do espaço, pois a copa mais alongada recebe mais luz do que uma copa mais arredondada.

5.2.3 Índice de abrangência

• O Índice de Abrangência (IA = DC / h) é um indicador da ocupação do espaço em função da altura; copas mais abrangentes significa que as árvores tem pouca concorrência entre si.

5.2.4 Índice de saliência

• O Índice de Saliência: (IS = DC / d), também conhecido como Fator de espaço de crescimento de Seebach, ou proporção de projeção da copa, mostra o quanto as copas estão contribuindo para o engrossamento do tronco da árvore; quanto menor o IS, mais o tronco está engrossando com menor diâmetro de copa.

5.2.5 Índice de espaço vital

• O Índice de Espaço Vital ($IEV = DC^2 / d^2$), também é conhecido como cociente da área de cobertura do solo e mostra o quanto de espaço vital está sendo ocupado pela árvore em relação à área basal da mesma.

• O estudo de limites mínimos e máximos de IEV por espécie e classe de sítio permite determinar o mínimo e máximo de superfície a ser ocupada por uma árvore (ASSMANN, 1970).

• Número médio de árvores por hectare (N) em função do espaço ocupado pelas copas das árvores crescendo livres de competição (ASSMANN, 1970):

–Em espaçamento quadrado: $N = 10000 / DC^2$;

–Em espaçamento triangular (ou hexagonal):

$$10000 / (0,866.DC^2);$$

–Em espaçamento misto (entre quadrado e hexagonal):

$$10000 / (0,933.DC^2).$$

• A superfície de projeção da copa (SPC) de uma árvore individual pode ser referenciada como aproximadamente proporcional ao espaço de crescimento ou área nominal ocupada por esta árvore (SEEBACH apud Assmann, 1970).

5.3 Morfologia da copa

A forma da copa varia de espécie para espécie e dentro de uma mesma espécie entre as diferentes estirpes genéticas. A dimensão da copa é de extrema importância para o crescimento.

A copa das árvores geralmente apresenta uma parte superior exposta à luz solar com forma geométrica entre um cone e um parabolóide. E outra parte que é sombreada inferior que pode ter diferentes formas, dependendo da espécie. A curva da parte da coroa exposta ao sol pode aumentar com a idade. A eficiência fotossintética difere entre as duas partes. No estudo morfológico da copa, é preciso modelar separadamente a parte exposta ao sol e a parte sombreada.

Quanto maior a superfície da copa que é exposta ao sol, mais eficiente a árvore em realizar fotossíntese e em crescer. Mas, o volume e a superfície da copa das árvores são calculados como aproximações, pois é impossível um cálculo preciso (ASSMANN, 1970 (pg.115)).

BURGER (1939) apud Assmann (1970) estudou a morfologia da copa de *Picea*, criando um padrão que pode ser aplicado à maior parte das espécies de árvores, reproduzida na Figura 28.

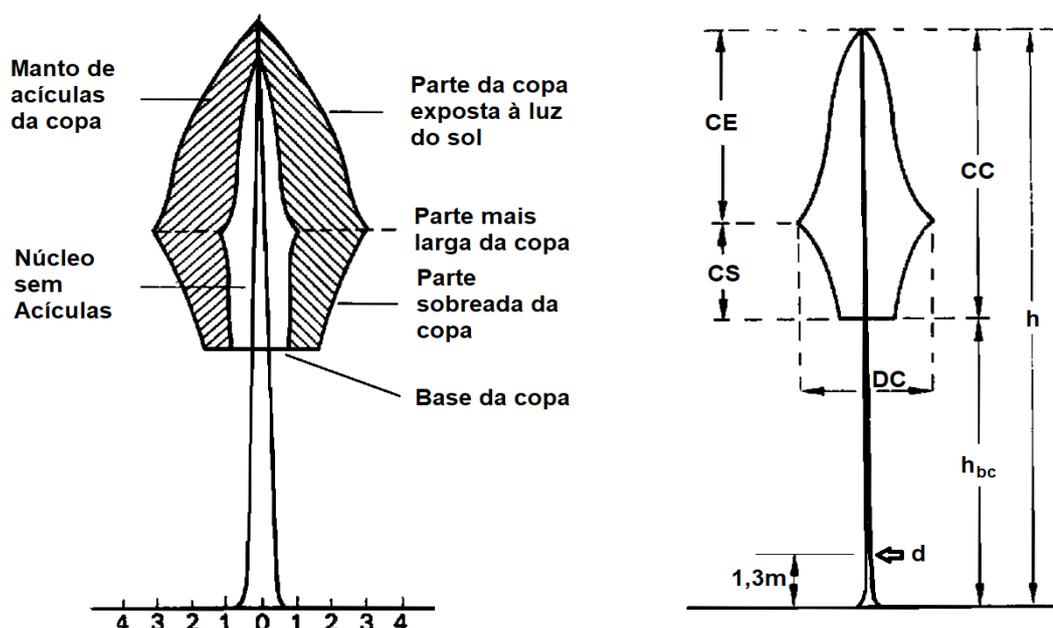


Figura 28 - Morfologia da copa de *Picea*. Onde: CE = comprimento da copa exposto ao sol; CS = comprimento da copa sob sombra; DC = largura da base da copa = diâmetro da copa; CC = comprimento da copa; hbc = altura da base da copa; h = altura da árvore; d = diâmetro da árvore. Fontes: BURGER (1939) apud Assmann (1970).

A morfologia da copa é modificada dependendo da competição recebida das árvores próximas. Árvores que recebem pouca competição tendem a ter copas mais largas e mais volumosas e isto depende muito da posição da copa em relação ao dossel.

5.4 Classificação das árvores quanto à posição no dossel

A classificação das árvores com referência a posição da copa no dossel, usualmente inclui as classes apresentadas na Figura 29 e relacionadas a seguir:

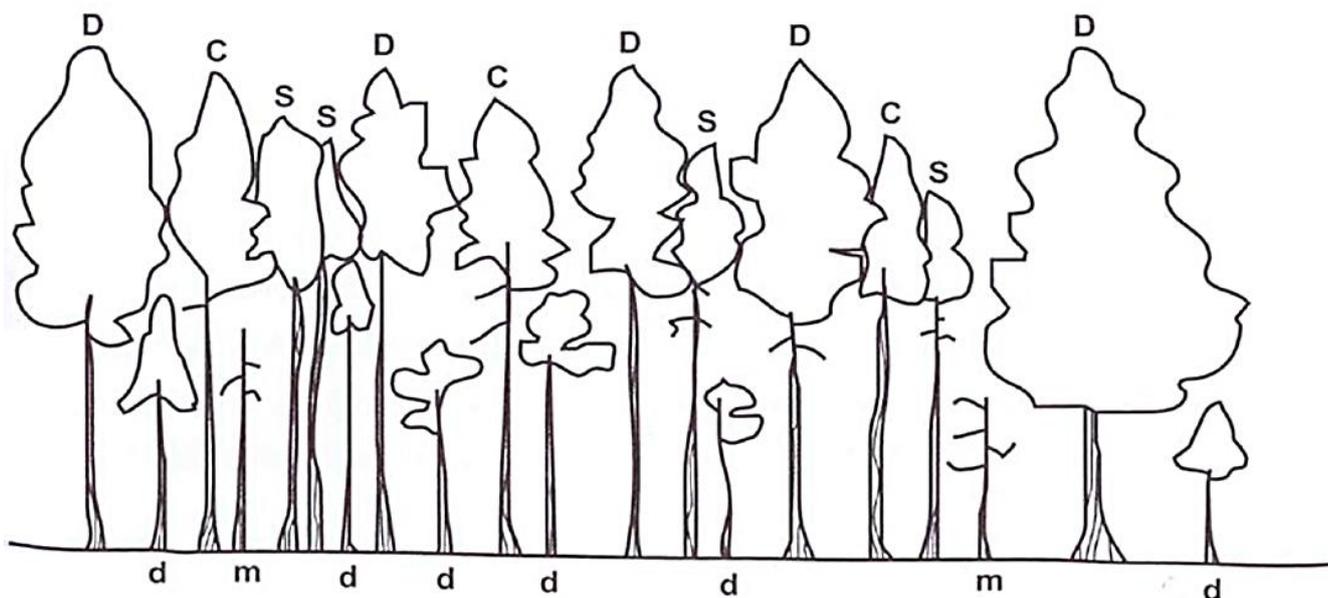


Figura 29 – Classe das árvores com relação a posição de suas copas em relação ao dossel: dominante (d); codominante (c); subdominante ou intermediária (s); dominada ou suprimida (d); morta (m). Fonte: adaptado de Alves, Pereira e Correia (2012).

- Emergentes – São as árvores cujos troncos e copas são bem formados, com número e tamanho de galhos proporcionais ao seu porte; suas copas ficam acima do dossel, acima até mesmo das dominantes; recebem plena luz de cima e laterais; sua ocorrência é muito pequena e geralmente são selecionadas para entrar em programas de melhoramento genético.
- Lobas – São árvores que se desenvolvem e crescem livres de concorrência; possuem tronco mais grosso que o normal; os galhos são grossos e numerosos de todos os lados, com ramos bem abaixo do nível do dossel; suas copas recebem luz direta do alto e em grande parte das laterais; às vezes são bifurcadas.
- Dominantes – Árvores com copa se estendendo acima do dossel que recebem pleno sol de cima e em parte dos lados. As copas são bem desenvolvidas e mais largas que as do dossel.
- Codominantes – São árvores com copas que formam o nível do dossel e recebem plena luz de cima, mas pouca dos lados; suas copas possuem um raio médio;
- Subdominantes ou Intermediárias – Essas árvores são mais baixas que as das classes anteriores, possuem o diâmetro da copa mais reduzido e seu topo recebe luz direta, mas nenhuma dos lados.

- Dominadas ou Suprimidas (*overtopped*) – São árvores cujas copas situam-se abaixo do nível do dossel e não recebem luz direta. As árvores suprimidas tendem a morrer pelo excesso de competição e algumas das demais classes podem morrer por ataque de doenças ou pragas, ou mesmo por serem atingidas por fenômenos naturais como raios.
- Mortas – São as árvores mortas, independentemente de sua posição no dossel.

6 FORMA, PERFIL E VOLUME DO TRONCO

Os principais componentes das árvores são a raiz, o tronco e a copa (Marchiori, 2004). O fuste é a parte comercial do tronco das árvores, sendo o principal objeto de estudo para quantificação da madeira comercial (Ormond et al., 2006). O estudo das formas, volumes e da casca é importante para quantificar a produção florestal. O planejamento da produção de madeira depende destas informações, que são consideradas críticas para o sucesso de empreendimentos florestais madeireiros.

6.1 Forma do tronco

A forma do tronco varia com o tipo de crescimento da espécie arbórea que pode ser monopodial ou simpodial. O tronco das árvores de crescimento simpodial acaba abruptamente onde iniciam os galhos da copa. As árvores de crescimento monopodial têm um tronco único da base até o ápice.

A maioria das árvores pode ter seu tronco representado por uma figura geométrica. Existem basicamente 4 tipos de figuras geométricas para representar o tronco: cilíndrico, parabolóide, cônico e neilóide (0).

A verificação da forma das árvores pode ser estimada pela equação:

$$g_x = p \cdot x^r$$

Onde: g_x = área basal (m^2); x = distância (m) do topo; p , r = coeficientes (p =tamanho; r =forma)

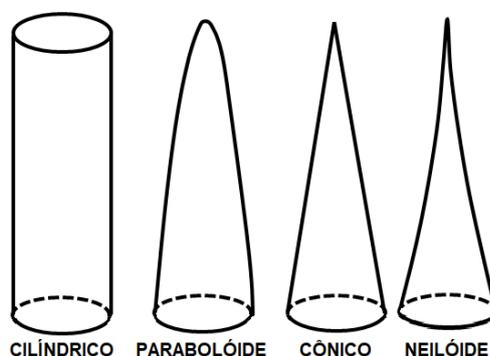


Figura 30 – Formas geométricas assemelhadas aos troncos das árvores.

Sendo o volume calculado pela integração da equação, como:

$$v = \int_{x=0}^h g_x \cdot dx$$

Onde: v = volume do sólido de revolução; g_x = área basal (m^2); x = distância (m) do topo; h = altura da árvore; p e r = coeficientes (p – tamanho; r – forma).

O tronco das árvores pode apresentar uma forma geral, mas as secções do tronco geralmente apresentam diferentes formas. O perfil do tronco das árvores de crescimento monopodial geralmente segue uma curva sigmoide, sendo neilóides na base, cilíndricas acima do DAP, parabolóides mais acima e neilóides no topo. As de crescimento simpodial tendem a ser neilóides na base, cilíndricas a meia altura, parabolóides logo acima e com o topo truncado onde começam os galhos da copa (Figura 31).

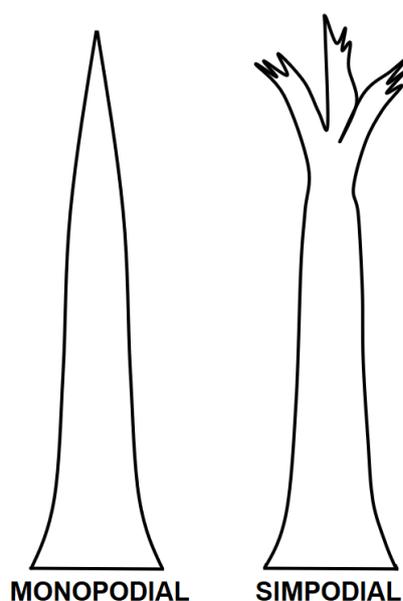


Figura 31 – Troncos de árvores com crescimento monopodial e simpodial.

6.2 Volume rigoroso

As equações de Huber, Newton, Smalian, Hossfeld, Simony e Hohenadl possibilitam obter o volume rigoroso das árvores e são expressas como segue:

$$\text{Huber } v = v_0 + \sum L_i g_{mi} + v_n$$

$$\text{Smalian } v = v_0 + \sum L_i (g_i + g_{i+1}) / 2 + v_n$$

$$\text{Newton } v = v_0 + \sum L_i (g_i + 4 g_m + g_{i+1}) / 6 + v_n$$

$$\text{Hossfeld } v = v_0 + \sum L_i (3 g_{1/3} + g_{i+1}) / 4 + v_n$$

$$\text{Simony } v = v_0 + \sum L_i (2 g_{1/4} - g_{mi} + 2 g_{3/4}) / 4 + v_n$$

Onde: v = volume da árvore; v_0 = volume do toco; v_n = volume da ponta; L_i = comprimento da secção i do tronco da árvore; g_{mi} = superfície transversal no meio da secção i ; g_i = superfície transversal na base da secção i ; g_{i+1} = superfície transversal no topo da secção i ; $g_{1/3}$, $g_{1/4}$ e $g_{3/4}$ = superfície transversal a 1/3, 1/4 e 3/4 da base da secção i do tronco; i = número de ordem da secção do tronco.

O cálculo do volume do toco (v_0), exceto para a equação de Hohenadl, é realizado pela equação:

$$v_0 = L_0 g_0$$

Onde: v_0 = volume do toco; L_0 = comprimento ou altura do toco; g_0 = superfície transversal do toco na parte superior do mesmo.

Nas árvores de crescimento simpodial, o volume da ponta que é a última tora é calculado da mesma forma que as demais toras, enquanto nas de crescimento monopodial, o volume da ponta superior do tronco é calculado como um cone, pela equação:

$$v_n = L_n g_n / 3$$

Onde: v_n = volume da ponta do tronco nas árvores com tronco monopodial; L_n = comprimento da ponta; g_n = superfície transversal na base da ponta.

O método de Hohenadl implica na medição dos diâmetros do tronco a 10% da altura ($d_{0,1h}$), 30% da altura ($d_{0,3h}$), 50% da altura ($d_{0,5h}$), 70% da altura ($d_{0,7h}$) e 90% da altura ($d_{0,9h}$); então, é calculada a superfície transversal média correspondente aos 5 diâmetros e multiplica-se pela altura da árvore para obter-se o volume, como segue:

$$v = h (g_{0,1h} + g_{0,2h} + g_{0,3h} + g_{0,4h} + g_{0,5h}) / 5$$

, ou

$$v = h (\pi d_{0,1h}^2 / 4 + \pi d_{0,2h}^2 / 4 + \pi d_{0,3h}^2 / 4 + \pi d_{0,4h}^2 / 4 + \pi d_{0,5h}^2 / 4) / 5$$

, ou

$$v = h \pi (d_{0,1h}^2 + d_{0,2h}^2 + d_{0,3h}^2 + d_{0,4h}^2 + d_{0,5h}^2) / 20$$

Onde: v = volume do tronco; h = altura da árvore; $g_{0,1}$, $g_{0,3}$, $g_{0,5}$, $g_{0,7}$, $g_{0,9}$ = superfície transversal do tronco a 10%, 30%, 50%, 70% e 90% da altura (h) da árvore da base até o topo.

A medição do tronco para determinação do volume rigoroso pelos métodos de Huber, Newton e Smalian é realizada como na Figura 32.

A equação de volume de Smalian é adotada oficialmente no Brasil para determinação do volume de toras.

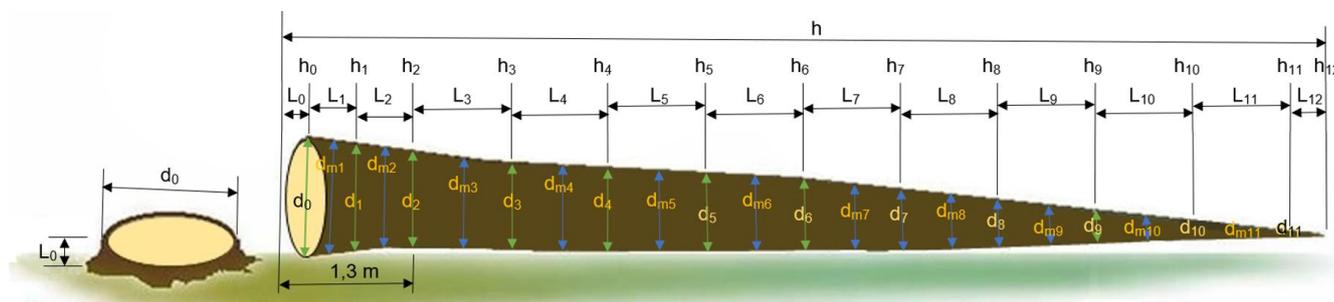


Figura 32 – Medições para determinação do volume do tronco de uma árvore.

Em se considerando a Figura 32 com as medições e cálculos da Tabela 2, verifica-se que os volumes calculados pelos métodos de Huber, Smalian e Newton apresentam pequenas diferenças.

TABELA 2 – Medições e cálculos de volume de uma árvore pelos métodos de Huber, Smalian e Newton.

Secção nº	hi m	Li m	di (cm)	dmi (cm)	gi (m²)	gmi (m²)	(gi-1 + gi)/2 (m²)	(gi-1 + 4 gmi + gi)/6 (m²)	Huber (m³)	Smalian (m³)	Newton (m³)
0	0,35	0,35	19,6		0,03017		0,03017	0,03017	0,01056	0,01056	0,01056
1	0,95	0,60	15,9	16,5	0,01986	0,02138	0,02501	0,02259	0,01283	0,01501	0,01356
2	1,30	0,35	14,3	14,8	0,01606	0,01720	0,01796	0,01745	0,00602	0,00629	0,00611
3	2,50	1,20	12,8	13,4	0,01287	0,01410	0,01446	0,01422	0,01692	0,01736	0,01707
4	3,70	1,20	12,6	12,9	0,01247	0,01307	0,01267	0,01294	0,01568	0,01520	0,01552
5	4,90	1,20	11,7	11,9	0,01075	0,01112	0,01161	0,01128	0,01335	0,01393	0,01354
6	6,10	1,20	10,5	11,2	0,00866	0,00985	0,00971	0,00980	0,01182	0,01165	0,01176
7	7,30	1,20	9,2	9,6	0,00665	0,00724	0,00765	0,00738	0,00869	0,00918	0,00885
8	8,50	1,20	7,2	8,2	0,00407	0,00528	0,00536	0,00531	0,00634	0,00643	0,00637
9	9,70	1,20	5	5,9	0,00196	0,00273	0,00302	0,00283	0,00328	0,00362	0,00339
10	10,90	1,20	2,9	3,8	0,00066	0,00113	0,00131	0,00119	0,00136	0,00157	0,00143
11	12,10	1,20	1,1	1,8	0,00010	0,00025	0,00038	0,00030	0,00031	0,00045	0,00035
12	12,53	0,43							0,00001	0,00001	0,00001
Total (v)									0,10717	0,11127	0,10854

Onde: v_i = volume da seção do tronco de ordem i ; L_i = comprimento da seção i do tronco da árvore; g_{mi} = superfície transversal no meio da seção i ; g_i = superfície transversal na base da seção i ; g_{i+1} = superfície transversal no topo da seção i ; $g_{1/3}$, $g_{1/4}$ e $g_{3/4}$ = superfície transversal a 1/3, 1/4 e 3/4 da base da seção i do tronco; i = número de ordem da seção do tronco.

A equação de Newton é considerada a mais precisa das três equações utilizadas aqui. O volume desta árvore calculado pela equação de Huber é 1,26% menor do que o de Newton e o volume calculado com a equação de Smalian é 2,52% maior. A equação de Huber superestima os volumes das árvores cujo tronco apresenta perfil parabólico e subestima nas

de perfil neilóide, o que ocorreu com a árvore deste exemplo (Tabela 2). Ao contrário da equação de Huber, a equação de Smalian superestima o volume das árvores de perfil neilóide, como neste exemplo, e subestima o volume das árvores com perfil parabólico. Sendo que, as maiores diferenças ocorreram nos primeiros 2,5 metros de altura, concluindo-se que quanto mais curtas as secções nesta parte do tronco, mais precisos serão os volumes calculados.

O volume pode ser expresso por v_d , onde d é um diâmetro limite de aproveitamento para determinado sortimento de madeira; por exemplo: $v_{7,0}$ é o volume do tronco até o diâmetro mínimo de 7,0 cm, que pode ser o limite para produção de celulose. O índice neste caso deve ser expresso com uma casa decimal para não confundir com a idade.

Quando o volume é expresso para uma determinada idade, é utilizado o símbolo v_t , onde t é a idade em anos, exibida em números inteiros; exemplo v_{15} é o volume aos 15 anos de idade.

Quando o volume individual inclui o tronco e os galhos da árvore, é representado com a sigla v_b , se for somente os galhos, o símbolo é v_a . E, no caso de volume do tronco mais os galhos acima de 7 cm de diâmetro, o símbolo deve ser v_{7b} . Caso seja o volume somente de galhos acima de 7 cm de diâmetro, o símbolo fica como v_{7a} .

6.3 Conicidade das toras

A conicidade é a redução do diâmetro do tronco da base para o topo da árvore em milímetros por metro de comprimento (Figura 33).

A conicidade das toras é calculada por:

$$CN = (d_n - d_{n-1}) / L$$

Onde: CN = conicidade da tora (mm/m); d_n = diâmetro na ponta mais grossa; d_{n-1} = diâmetro na ponta mais fina; L = comprimento da tora.

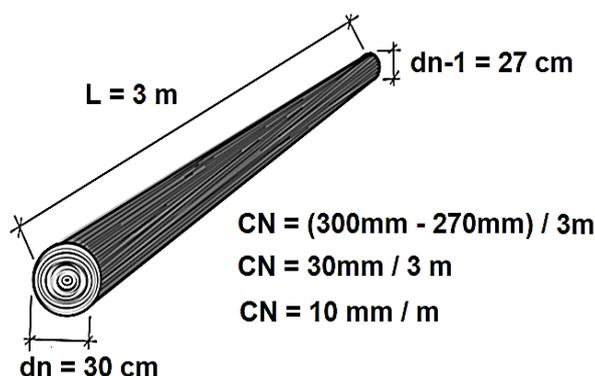


Figura 33 – Determinação da conicidade de uma tora.

A conicidade geralmente apresenta as seguintes características:

- É maior nas toras da base do tronco, varia com a espécie;
- Diminui com a idade;
- Dentro de uma mesma espécie a variação genética tem pouca influência na conicidade;
- É maior nas árvores que crescem mais livres de concorrência;
- Reduz o rendimento em madeira serrada quando é maior do que 10 mm / m.

6.4 Perfil do tronco (afilamento e sortimentos)

Muitos modelos matemáticos têm sido propostos para representar o perfil dos troncos com o objetivo de separar os diferentes sortimentos de toras de madeira por diâmetros mínimos e máximos em função do aproveitamento industrial e diferentes preços de toras no mercado. Um modelo que tem se ajustado à maioria dos casos é o polinômio de 5º grau de Prodan (MÜLLER, 2004), expresso como segue:

$$d_i = d [b_0 + b_1(h_i/h)/h + b_2(h_i/h)^2 + b_3(h_i/h)^3 + b_4(h_i/h)^4 + b_5(h_i/h)^5]$$

Onde: d = diâmetro a 1,3 m de altura; h = altura da árvore; di = diâmetro na altura hi; hi = altura na posição i; i = número de ordem da posição da medição; b₀, b₁, b₂, b₃, b₄, b₅ = coeficientes a ajustar.

E, cuja integral para cálculo do volume até determinada altura hi é dada por (MÜLLER, 2004):

$$V = K \cdot \left[\begin{array}{l} a_0^2 \cdot h_i + \frac{a_1^2 \cdot h_i^3}{3} + \frac{a_2^2 \cdot h_i^5}{5} + \frac{a_3^2 \cdot h_i^7}{7} + \frac{a_4^2 \cdot h_i^9}{9} + \frac{a_5^2 \cdot h_i^{11}}{11} + \\ + a_0 \cdot a_1 \cdot h_i^2 + \frac{2 \cdot a_0 \cdot a_2 \cdot h_i^3}{3} + \frac{a_0 \cdot a_3 \cdot h_i^4}{2} + \frac{2 \cdot a_0 \cdot a_4 \cdot h_i^5}{5} + \frac{a_0 \cdot a_5 \cdot h_i^6}{3} + \\ + \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot h_i^4}{2} + \frac{2 \cdot a_1 \cdot a_3 \cdot h_i^5}{5} + \frac{a_1 \cdot a_4 \cdot h_i^6}{3} + \frac{2 \cdot a_1 \cdot a_5 \cdot h_i^7}{7} + \frac{a_2 \cdot a_3 \cdot h_i^6}{3} + \\ + \frac{2 \cdot a_2 \cdot a_4 \cdot h_i^7}{7} + \frac{a_2 \cdot a_5 \cdot h_i^8}{4} + \frac{a_3 \cdot a_4 \cdot h_i^8}{4} + \frac{2 \cdot a_3 \cdot a_5 \cdot h_i^9}{9} + \frac{a_4 \cdot a_5 \cdot h_i^{10}}{5} \end{array} \right] h_i$$

Onde: v = volume da altura 0 até h_i ; $K = 10000 (\pi / 4)$; $a_0=b_0 \cdot d$; $a_1=b_1 \cdot (d/h)$; $a_2=b_2 \cdot (d/h^2)$; $a_3=b_3 \cdot (d/h^3)$; $a_4=b_4 \cdot (d/h^4)$; $a_5=b_5 \cdot (d/h^5)$.

O uso da integral não é obrigatório, embora recomendável. Pode-se estimar os diâmetros a determinadas alturas e separar as secções, calculando seus volumes pela equação de Smalian, por exemplo, ou pela equação de volume utilizada por uma empresa em particular.

Müller (2004) trabalhou com dezenove modelos de afilamento de tronco para descrever o perfil do tronco de *Eucalyptus grandis*, tendo como resultado entre os melhores modelos o polinômio de 5º grau de Prodan.

O modelo para encontrar a altura (h_i) em que ocorre um determinado diâmetro (d_i), de forma a separar as secções do tronco em sortimentos, é o que segue:

$$h_i = h [c_0 + c_1(d_i/d) + c_2(d_i/d)^2 + c_3(d_i/d)^3 + c_4(d_i/d)^4 + c_5(d_i/d)^5]$$

Onde: h_i = altura na posição i ; h = altura da árvore; d_i = diâmetro na altura h_i ; d = diâmetro da árvore a 1,3 m de altura; i = número de ordem da medição; $c_0, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$ = coeficientes a ajustar.

Considere-se o conjunto de dados de cubagem de cinco indivíduos do híbrido *Eucalyptus urograndis*, com 14 anos de idade, relacionados no Apêndice A para ajustar o modelo de Prodan.

O modelo de Prodan para encontrar o diâmetro do tronco d_i a uma altura h_i é o que segue:

$$d_i/d = b_0 + b_1 (h_i/h) + b_1 (h_i/h)^2 + b_1 (h_i/h)^3 + b_1 (h_i/h)^4 + b_1 (h_i/h)^5$$

É necessário primeiro calcular Y, X_1, X_2, X_3, X_4 e X_5 como:

$$Y = d_i/d,$$

$$X_1 = (h_i/h),$$

$$X_2 = (h_i/h)^2,$$

$$X_3 = (h_i/h)^3,$$

$$X_4 = (h_i/h)^4,$$

$$X_5 = (h_i/h)^5,$$

E, então ajustar a equação:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_4 X_4 + b_5 X_5$$

E, para ajustar o modelo, converte-se as variáveis como segue:

$$h_i/h = c_0 + c_1 (d_i/d) + c_2 (d_i/d)^2 + c_3 (d_i/d)^3 + c_4 (d_i/d)^4 + c_5 (d_i/d)^5$$

$$Y = h_i/h,$$

$$X_1 = (d_i/d),$$

$$X_2 = (d_i/d)^2,$$

$$X_3 = (d_i/d)^3,$$

$$X_4 = (d_i/d)^4,$$

$$X_5 = (d_i/d)^5,$$

E, então ajusta-se a equação:

$$Y = c_0 + c_1 X_1 + c_2 X_2 + c_3 X_3 + c_4 X_4 + c_5 X_5$$

Como resultado tem-se os coeficientes apresentados na Tabela 3.

TABELA 3 - Resultado do ajuste das equações para afilamento do tronco de 5 *E. urograndis* com 14 anos de idade

Equação	Coeficientes						Estatísticas			
	b ₀	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	R ²	R ² aj	Syx	Syx%
d _i /d = f(h _i /h)	1,221057	-4,22035	18,18212	-41,6103	43,27186	-16,9392	0,9817	0,9802	0,0361	5,4%
h _i /h = f(d _i /d)	c ₀	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	c ₅	R ²	R ² aj	Syx	Syx%
	1,36495	-3,949915	12,363157	-21,67875	16,21636	-4,25666	0,9874	0,9864	0,0313	6,9%

Com a primeira equação determina-se qual é o diâmetro em qualquer posição de altura no tronco e com a segunda determina-se em que altura ocorre determinado diâmetro.

Supondo-se que se tem sortimentos de toras com preços diferentes no mercado para energia e para serraria, sendo 7 cm o mínimo diâmetro com 2 m de comprimento no aproveitamento para energia e 18 cm de diâmetro com 2,7 m para serraria. Qual é a altura em que ocorre o diâmetro mínimo de cada sortimento de uma árvore com 30 cm de diâmetro e 32 m de altura?

Considere-se 4 sortimentos (j), cuja numeração corresponde à:

- j = 0 – toco;

- $j = 1$ – toras de serraria com 2,7 m de comprimento e diâmetro mínimo de 18 cm;
- $j = 2$ – toretes de energia com 2,0 m de comprimento e diâmetro mínimo de 7 cm;
- $j = 3$ – ponta do tronco considerado como resíduo.

Considerando o aproveitamento para serraria, com diâmetro mínimo de 18 cm, a altura é calculada como:

$$h_1 = 32 [1,36495 - 3,949915(18/30) + 12,363157(18/30)^2 - 21,67875(18/30)^3 + 16,21636(18/30)^4 - 4,25666(18/30)^5] = 17,08 \text{ m}$$

Para energia, com diâmetro mínimo de 7 cm, a altura de aproveitamento é calculada como:

$$h_2 = 32 [1,36495 - 3,949915(7/30) + 12,363157(7/30)^2 - 21,67875(7/30)^3 + 16,21636(7/30)^4 - 4,25666(7/30)^5] = 28,36 \text{ m}$$

Supondo que a altura do todo da árvore seja de 0,20 metros e as toras para serraria (n_j) sejam comercializadas com 2,7 metros de comprimento, o número de toras destinadas para serraria é de:

$$n_1 = \text{Inteiro} [(17,08 - 0,2) / 2,7] = 6 \text{ toras}$$

Onde: n_j = número de toras para o sortimento j .

E, a altura de aproveitamento para serraria passa a ser de:

$$h_1 = 0,2 + 6 \cdot 2,7 = 16,4 \text{ m}$$

Portanto, a secção do tronco de aproveitamento para energia vai dos 16,4 metros até os 28,35 metros de altura. O número de toretes (n_j) para energia com 2 metros de comprimento, será:

$$n_2 = \text{Inteiro} [(28,35 - 16,4) / 2] = 5 \text{ toretes}$$

Conseqüentemente, a altura comercial (h_c) passa a ser dada por:

$$h_c = h_2 = 0,2 + 6 \cdot 2,7 + 5 \cdot 2 = 26,4 \text{ m}$$

Embora possa ser usada a integração para determinar os volumes dos sortimentos, a legislação no transporte de toras e a indústria utilizam a equação de Smalian para determinar os volumes das toras e o resultado pela integral será diferente. Utilizar a equação de afilamento associada à de Smalian dará um resultado mais próximo do que a indústria realiza e pela exigência legal. Isso também facilita o cálculo em computador. Pois basta ir calculando os diâmetros na ponta fina das toras e testando para ver a que sortimento corresponde.

As alturas limites dos sortimentos e número de toras e toretes são apresentados na Tabela 4, por sortimento.

TABELA 4 – Alturas comerciais e número de toras ou toretes dos 5 *Eucalyptus urograndis* com 14 anos de idade

Sortimento	Árvore nº	d (cm)	h (m)	h ₀ (m)	L _j (m)	d _j (cm)	d _j /d	A _j (m)	n _j	h _j (m)
Energia	1	32,4	37,8	0,15	2,00	7	0,2160	34,15	4	32,15
	2	15,2	27,6	0,10	2,00	7	0,4605	19,09	9	18,10
	3	19,8	32,0	0,15	2,00	7	0,3535	25,14	10	23,15
	4	22,7	33,7	0,15	2,00	7	0,3084	27,69	9	27,15
	5	27,2	34,3	0,10	2,00	7	0,2574	29,64	7	29,10
Serraria	1	32,4	37,8	0,15	2,70	18	0,5556	22,25	8	24,15
	2	15,2	27,6	0,10	2,70	18	1,1842	0,04	0	0,10
	3	19,8	32	0,15	2,70	18	0,9091	4,38	1	3,15
	4	22,7	33,7	0,15	2,70	18	0,7930	9,25	3	9,15
	5	27,2	34,3	0,10	2,70	18	0,6618	15,52	5	15,10

Onde: d = diâmetro da árvore; h = altura da árvore; h₀ = altura do toco; L_j = comprimento das secções do sortimento j; d_j = diâmetro mínimo para o sortimento j; A_j = Altura onde ocorre o diâmetro mínimo do sortimento j; n_j = número de toras ou toretes do sortimento j; h_j = altura onde termina a última secção do volume comercial, calculada por $h_j = h_0 + n_1 L_1 + n_2 L_2$.

A determinação dos volumes dos sortimentos (toco, toras, toretes e pontas) pelo método de Smalian para as 5 árvores de *Eucalyptus grandis* deste estudo é apresentada na Tabela 5, calculados com os diâmetros reais medidos no campo e com os diâmetros estimados pela equação de afilamento.

O cálculo dos volumes pelo método de Smalian, secção por secção do tronco são apresentados nos Apêndices A e B, para os volumes reais e estimados, respectivamente.

A análise de variância realizada não apresentou diferenças significativas para os volumes dos sortimentos e tampouco para o volume real. Como se pode verificar, os valores dos volumes real e estimado são muito semelhantes para todos os sortimentos e para o volume total das árvores. Isso demonstra a viabilidade do procedimento adotado neste trabalho, dispensando-se o uso da equação integral.

TABELA 5 – Volumes reais e estimados com a equação de afilamento dos sortimentos dos 5 *Eucalyptus urograndis* com 14 anos, calculados pelo método de Smalian

Árvore nº	d (cm)	h (m)	Volume	v ₀ (m ³)	v ₁ (m ³)	v ₂ (m ³)	v ₃ (m ³)	v (m ³)
1	32,4	37,8	Real	0,00043	0,04196	0,00950	0,00197	0,05386
			Estimado	0,00046	0,04769	0,00643	0,00215	0,05673
2	15,2	27,6	Real	0,00014	0,00000	0,01835	0,00068	0,01918
			Estimado	0,00014	0,00000	0,01850	0,00077	0,01941
3	19,8	32,00	Real	0,00031	0,01565	0,01379	0,00081	0,00165
			Estimado	0,00028	0,01184	0,01640	0,00098	0,00165
4	22,7	33,7	Real	0,00032	0,02191	0,01449	0,00046	0,00165
			Estimado	0,00032	0,02099	0,01412	0,00058	0,00165
5	27,2	34,3	Real	0,00027	0,02493	0,01441	0,00096	0,00165
			Estimado	0,00026	0,03279	0,00949	0,00111	0,00165

Onde: d = diâmetro da árvore; h = altura da árvore; v₀, v₁, v₂, v₃ = volumes dos sortimentos da árvore (0=toco; 1=serraria; 2=energia; 3=resíduo da ponta); v = volume total da árvore.

6.5 Volume sem casca

Na cubagem, utiliza-se as mesmas equações determinísticas de Smalian, Huber, Hohenadl, Newton, etc., para encontrar-se os volumes sem casca, a partir dos diâmetros sem casca. Mas, o volume sem casca também pode ser obtido por equações estocásticas, como o modelo de Spurr e Hush, Stoate, etc., que estimam o volume sem casca usando variáveis independentes como o diâmetro, a altura, ou o próprio volume com casca das árvores, ou mesmo equações de afilamento como os modelos de Munro, Kozak, Prodan, etc.

Os modelos de equações estocásticas para estimar volume sem casca, portanto, podem ser principalmente dos seguintes tipos:

$$v_s = f(d)$$

$$v_s = f(d, h)$$

$$v_s = f(v)$$

$$v_s = f(d, h, d_{si}, h_i)$$

Onde: v_s = volume sem casca; d = diâmetro da árvore a 1,3 m de altura; h = altura da árvore; v = volume com casca da árvore; d_{si} = diâmetro do tronco na posição de altura i; h_i = altura de medição do diâmetro de tronco de ordem i.

6.6 Volume de casca (v_c)

O volume de casca (v_c) de uma árvore é obtido usualmente pela diferença entre o volume com casca e o volume sem casca.

6.7 Volume comercial (v_{com})

O volume comercial (v_{com}) corresponde ao volume do fuste (v_f) da árvore menos o volume do toco (v_0). O volume do fuste (v_f) é o volume do tronco aproveitado até determinado diâmetro mínimo determinado pelo mercado, ou pela indústria que irá utilizar as toras.

6.8 Volume de madeira para laminação

O volume de madeira para produção de lâminas de madeira em torno é calculado para lâminas completas e incompletas e volume de madeira do cilindro restante após a laminação. Os tornos não conseguem alcançar até o centro da tora, restando um cilindro não laminado geralmente com diâmetro de 8 a 11 cm, dependendo do torno.



Figura 34 – A) Tora sendo laminada em torno; B) Cilindro remanescente após laminação. Fonte: Vantec (2021).

As toras de madeira, em geral são cônicas, ou seja, uma ponta tem diâmetro maior do que a outra, gerando lâminas incompletas até que a faca do torno atinja o diâmetro da ponta fina da tora (Figura 35). O volume de madeira do cilindro restante é calculado em função da especificação do torno. E, o volume de madeira de lâminas completas é calculado subtraindo-se do volume da tora calculado com o diâmetro da ponta fina, menos o volume do cilindro

restante e o volume de madeira. O volume de lâminas incompletas é calculado subtraindo-se do volume total da tora, menos o volume calculado com a ponta fina.

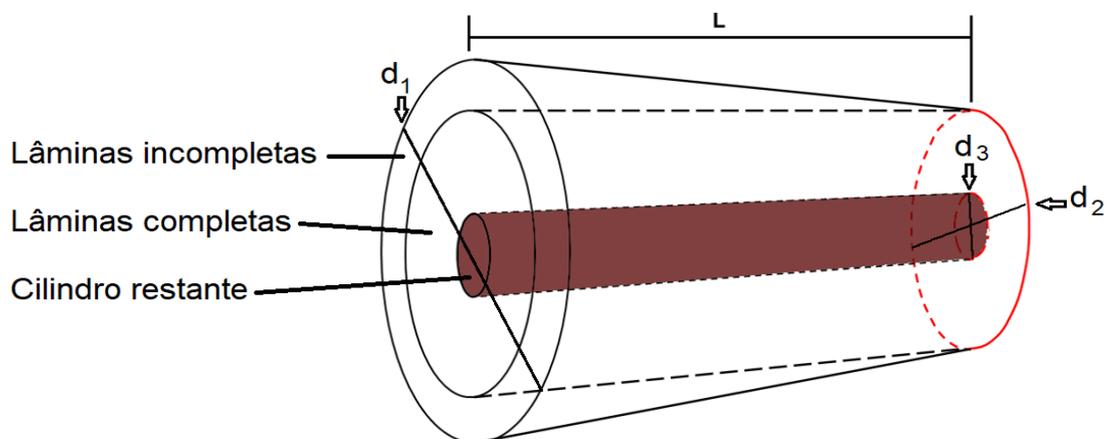


Figura 35 – Cálculo do volume de madeira para laminação em tornearia.

Sendo:

- d_1 = diâmetro da ponta grossa da tora;
- d_2 = diâmetro da ponta fina da tora;
- d_3 = diâmetro do cilindro restante da laminação;
- v_1 = volume total da tora calculado pelo método de Smalian:

$$v_1 = L \cdot (\pi \cdot d_1^2 / 4 + \pi \cdot d_2^2 / 4) / 2$$

- v_2 = volume da tora calculado com o diâmetro da ponta fina:

$$v_2 = L \cdot \pi \cdot d_2^2 / 4$$

- v_3 = volume do cilindro restante:

$$v_3 = L \cdot \pi \cdot d_3^2 / 4$$

- Volume de lâminas incompletas (v_{LI}) é calculado como:

$$v_{LI} = v_1 - v_2$$

- Volume de lâminas completas (v_{LC}) é calculado como:

$$v_{LC} = v_2 - v_3$$

7 VOLUME DE MADEIRA EMPILHADA

Madeira empilhada é medida pelo volume aparente da pilha de madeira em suas três dimensões, largura, comprimento e altura, sendo a unidade de medida é o estéreo, cujo símbolo é st.

O estéreo foi definido oficialmente pelo INMETRO (1999) como: “o volume de uma pilha de madeira roliça, contida num cubo cujas arestas meçam um metro, nele incluídos os espaços vazios normais entre as toras ou toretes, sendo estes espaços os presentes numa pilha de toras ou toretes acomodadas umas às outras longitudinalmente”.

Embora a medida “estéreo” seja ainda utilizada para medição e comercialização de lenha de maneira informal, não é uma medida oficial no Brasil, tendo sido banida do sistema oficial em favor do volume em metros cúbicos sólidos, utilizada no sistema de medidas internacional, a partir de 31 de dezembro de 2009 pelo INMETRO por meio da Portaria nº 130, de 07 de dezembro de 1999, reproduzida a seguir:

“Ministério do Desenvolvimento, Indústria e Comércio Exterior-MDIC
Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial - INMETRO

Portaria nº 130, de 07 de dezembro de 1999

O PRESIDENTE DO INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, NORMALIZAÇÃO E QUALIDADE INDUSTRIAL - INMETRO, no uso de suas atribuições, conferidas pela Lei nº 5.966, de 11 de dezembro de 1973, e tendo em vista o disposto na alínea “a”, do subitem 4.1, da Regulamentação Metrológica aprovada pela Resolução n.º 11/88, de 12 de outubro de 1988, do Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial - CONMETRO, Considerando que o Sistema Internacional de Unidades - SI não inclui a unidade de medida estéreo;

Considerando que o uso da unidade de medida estéreo deva ser descontinuado onde é correntemente utilizada, não devendo ser adotado onde ela não estiver em uso;

Considerando que a utilização da unidade de medida estéreo deva ser abolida gradualmente, de forma a não causar quaisquer prejuízos aos segmentos envolvidos na comercialização da madeira roliça, resolve baixar as seguintes disposições:

Art. 1º A unidade de medida estéreo, empregada nas operações envolvendo produção, colheita, baldeio, transporte e comercialização da madeira roliça, prestando-se como combustível ou como matéria prima industrial, será utilizada até 31 de dezembro de 2009, adotando as seguintes prescrições:

I - Entende-se como estéreo o volume de uma pilha de madeira roliça, contida num cubo cujas arestas meçam um metro, nele incluídos os espaços vazios normais entre as toras ou toretes, sendo estes espaços os presentes numa pilha de toras ou toretes acomodadas umas às outras longitudinalmente, conforme anexo.

II - O volume de uma pilha de madeira roliça, medido em estéreo, é o volume em metros cúbicos da figura geométrica tridimensional, na qual a referida madeira está contida, no caso representada por um paralelepípedo retangular onde os lados são: comprimento médio das toras ou toretes, altura e comprimento da respectiva pilha, conforme anexo.

III - Quando houver variação de altura, esta deve ser medida em vários pontos, adotando-se a altura média para quantificação da pilha, conforme anexo.

Art. 2º Todo instrumento de medição envolvido na comercialização de madeira roliça, utilizada como combustível ou matéria prima industrial, deve ser submetido ao controle metrológico e atender às especificações mínimas estabelecidas pelo INMETRO, de forma a garantir a sua confiabilidade metrológica.

Art. 3º A partir de 01 de janeiro 2010, só serão admitidas as unidades do SI nas operações envolvendo produção, colheita, baldeio, transporte e comercialização da madeira roliça, utilizada como combustível ou como matéria prima industrial.

Art. 4º Esta Portaria entrará em vigor na data de sua publicação no Diário Oficial da União.

MARCO ANTONIO A. DE ARAÚJO LIMA

Presidente do INMETRO”

O estéreo, portanto, não pode ser utilizado como medida em documentos oficiais e o volume de pilhas de madeira podem ter seu volume aparente medido, mas devem ser convertidos em volume sólido por um fator de cubicação (FC) que é a razão entre o volume sólido em metros cúbicos e o volume aparente em estéreos. O fator de empilhamento (FE) é o inverso do fator de cubicação e serve para converter volume sólido em volume aparente.

7.1 Medição de pilhas de toras ou toretes de madeira

A medição do volume aparente das pilhas de madeira (Figura 36) deve ser realizada medindo-se seu comprimento na base e no topo para determinar a média de comprimento; a altura deve ser medida em diferentes pontos e calculada sua média; a largura da pilha é calculada pela média de comprimento das toras ou toretes de madeira; obtém-se o volume aparente da pilha em estéreos multiplicando-se a média do comprimento pela média da altura e pela média do comprimento das toras ou toretes.

Seja sobre o solo, ou carregado sobre carrocerias, o processo de medição do volume estéreo é o mesmo, determina-se o comprimento médio das toras (C), a altura média da pilha (H) e o comprimento médio da pilha (L). Depois, multiplica-se as três médias e obtém-se o volume aparente da pilha de madeira, ou seja, o volume estéreo.

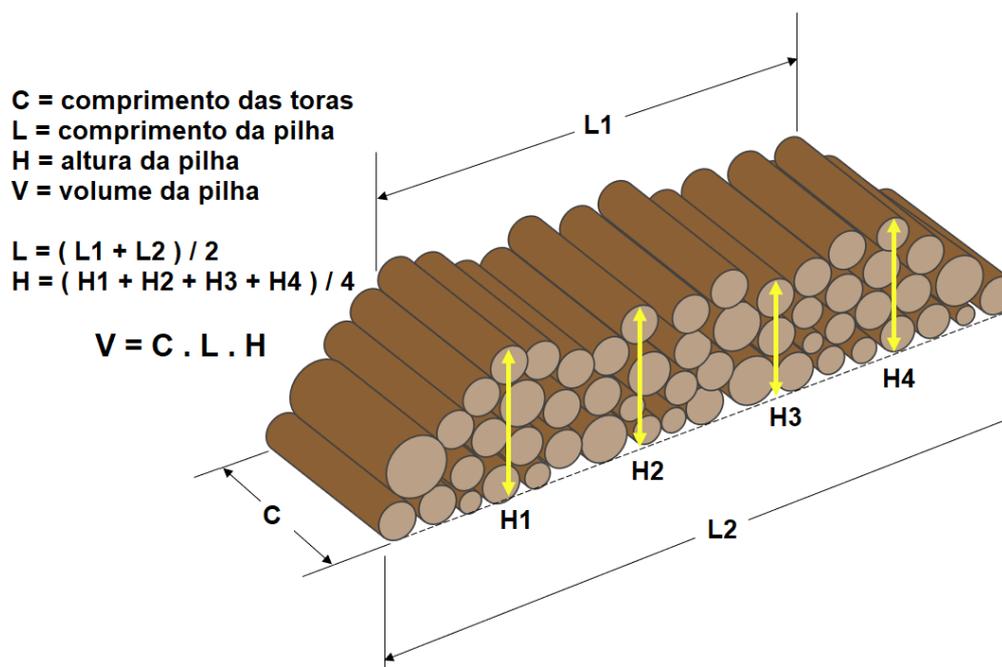


Figura 36 – Medição do volume aparente de pilhas de madeira.

A obtenção do volume sólido em m³, a partir do volume aparente em estéreos (st) pode ser realizada de diferentes métodos, tais como:

- Método de amostragem por gabarito reticulado;
- Método do xilômetro;
- Método de numeração angular;
- Método de pesagem e densidade por teor de umidade;
- Método de escaneamento por feixe de laser.

7.2 Método de amostragem por gabarito reticulado

Neste método, utiliza-se um gabarito reticulado como o da Figura 37. Coloca-se o gabarito sobre a lateral da pilha e conta-se os pontos de cruzamentos de linhas e colunas que ficam sobre a secção transversal das toras; os pontos sobre espaço vazio não são contados. Depois, determina-se a proporção de pontos sobre as secções transversais das toras, ou Pontos de Toras (PT), e o total de Pontos de Cruzamentos (PC), para determinação do Fator de Cubicação (FC).

A amostragem pode ser realizada diretamente sobre a pilha, ou com uma fotografia da pilha, sobrepondo-se virtualmente os reticulados sobre a mesma. Deve-se amostrar um número

significativo de reticulados, sendo que se deve amostrar um número estatisticamente representativo de pilhas da mesma floresta para se estabelecer uma média que seja aplicável para todas as pilhas da floresta, ou para todas as cargas de madeira. Para tanto, calcula-se a média e a variância do número de Pontos de Toras (PT) com uma determinada probabilidade de confiança para a média (em geral de 95%) de forma a determinar o número de unidades amostrais (reticulados) necessário.

No exemplo da Figura 37, o total de cruzamentos é de 100 pontos (10 linhas x 10 colunas), sendo que o número de cruzamentos sobre secções transversais das toras é de 47 pontos, resultando numa proporção de 0,47 que é o Fator de Cubicação (FC). Calculado por:

$$FC = PT / PC$$

Onde: FC = Fator de Cubicação; PC = número de Pontos de Toras; PC = número de Pontos de Cruzamento.

Conforme o exemplo dado:

- PT = 47;
- PC = 100;
- FC = 47 / 100 = 0,47.

Considerando-se o exemplo dado, se a pilha tiver 100 st de volume aparente, o volume sólido de madeira da pilha seria de 47 m³ (V = 0,47 . 100 st = 47 m³).

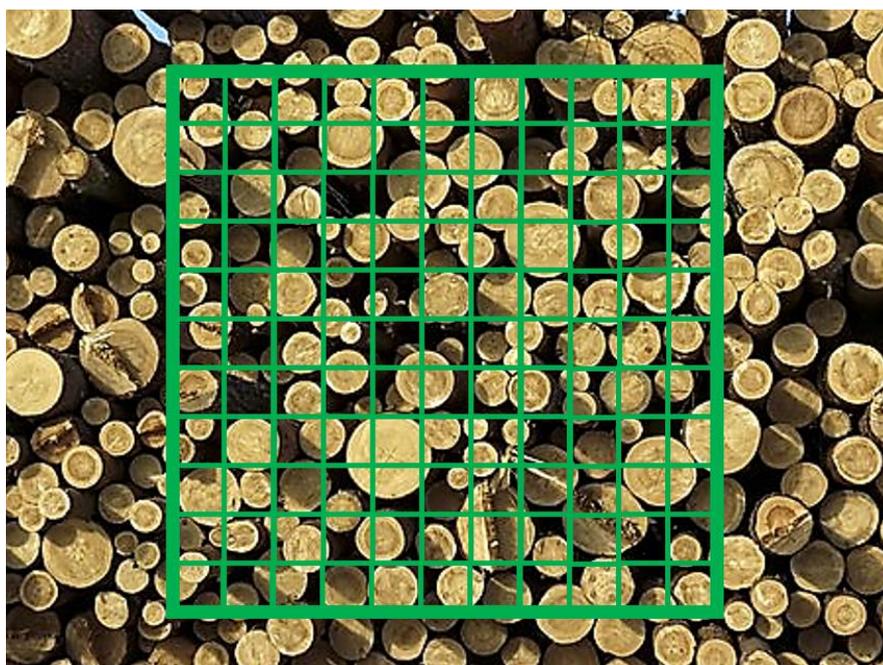


Figura 37 – Amostragem do Fator de Cubicação (FC) com gabarito reticulado.

7.3 Método do xilômetro

Este método utiliza-se da pesagem do caminhão carregado de toras de madeira e determinação da densidade da madeira com auxílio de um xilômetro. O xilômetro é um tanque de água (Figura 38) para medição do volume de madeira pela água deslocada.



Figura 38 – Medição de volume de madeira pelo método do xilômetro.

O Procedimento de medição é realizado como segue:

- 1) Ao chegar na balança, o caminhão é pesado carregado, resultando num peso P ;
- 2) Com o caminhão ainda sobre a balança, é retirada uma amostra de madeira com uma grua e é anotado o peso restante do caminhão carregado sem a amostra de madeira, resultando num peso p ;
- 3) O peso da amostra retirada com a grua (p_a) é calculado pela diminuição do peso total (P) menos o peso do caminhão carregado sem a amostra (p): $p_a = P - p$;
- 4) A grua mergulha a madeira no tanque de água até uma marca na grua e é anotado o volume da grua carregada com a madeira (v_{gc});
- 5) O volume de madeira da amostra (v_a) retirada é calculado pela diminuição do volume da grua carregada (v_{gc}) menos o volume da própria grua (v_g) até a marca de mergulho que é previamente conhecido: $v_a = v_{gc} - v_g$;
- 6) A densidade aparente da madeira (d) é calculada pela divisão do peso da amostra de madeira (p_a) pelo volume da amostra de madeira (v_a): $d = p_a / v_a$;
- 7) O caminhão é descarregado e retorna para a balança para obter-se a tara (peso do caminhão descarregado);
- 8) O peso da carga de madeira (PM) do caminhão é calculado pela diminuição do peso do caminhão carregado (P) menos a tara: $PM = P - \text{tara}$;

- 9) O volume (V) de madeira da carga de madeira do caminhão é determinado por meio da divisão do peso da carga de madeira (PM) pela densidade (d): $V = PM / d$.

Exemplo:

- Peso do caminhão carregado (P):

$$P = 17.000 \text{ kg}$$

- Peso do caminhão carregado (p) sem a amostra de madeira:

$$p = 16.500 \text{ kg, ou } 16,5 \text{ t}$$

- Peso da amostra de madeira (pa):

$$pa = P - p$$

$$pa = 17.000 \text{ kg} - 16.500 \text{ kg}$$

$$pa = 500 \text{ kg, ou } 0,5 \text{ t}$$

- Volume da grua (vg) vazia, medido previamente no xilômetro (valor constante):

$$vg = 0,1 \text{ m}^3$$

- Volume da grua carregada (vgc) obtido no xilômetro:

$$vgc = 1,3 \text{ m}^3$$

- Volume da amostra (va) retirada pela grua:

$$va = vgc - vg$$

$$va = 1,3 \text{ m}^3 - 0,1 \text{ m}^3$$

$$va = 1,2 \text{ m}^3$$

- Densidade aparente da madeira (d):

$$d = pa / va$$

$$d = 0,5 \text{ t} / 1,2 \text{ m}^3$$

$$d = 0,4167$$

- Volume da carga de madeira do caminhão (V):

$$V = PM / d$$

$$V = 17.000 \text{ kg} / 0,4167$$

$$V = 40.800 \text{ kg}$$

No caso de a régua de medição do xilômetro ser visível para o operador da balança, o mesmo pode realizar as medições e cálculos sozinho.

7.4 Método de numeração angular

Este método se baseia no princípio de Bitterlich, descrito no Capítulo 14. Bitterlich (1984), *apud* Batista e Couto (2002), sugeriu o uso da constante de proporcionalidade $k = 1/100$. A construção de um instrumento com essa constante é realizada com um ângulo cuja distância entre a ocular e a objetiva seja 5 vezes a largura da objetiva, como na Figura 39. O Fator de Cubicação (FC) é igual ao número de toras (N) cujos diâmetros aparecem maiores do que o ângulo (α) quando vistos a partir de um ponto fixo instalado sobre a lateral da pilha de toras, dividido por 100 ($FC = N / 100$).

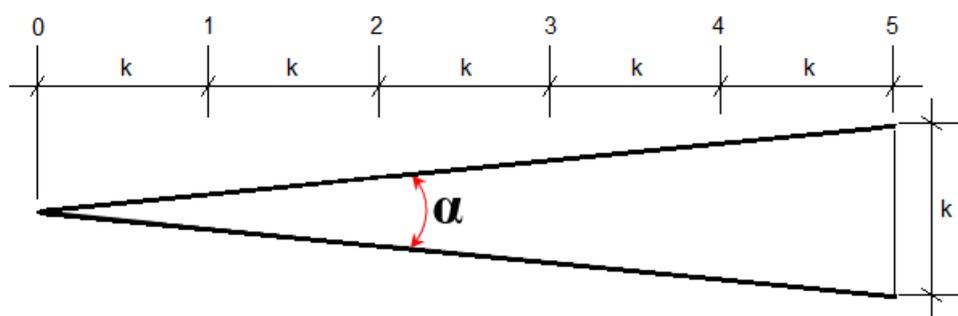


Figura 39 – Ângulo (α) com a constante angular (k) de 1/100.

No exemplo da Figura 40, foram contadas 39 toras com diâmetro mais largo que o ângulo, dentro do círculo cujo diâmetro é de 10 vezes a largura do valor de k . As toras são consideradas para contagem se forem mais largas do que o ângulo e se estiverem com seu centro dentro do círculo formado com um diâmetro de 10 vezes o valor de k (Figura 39). O Fator de Cubicação é igual ao número de toras contadas dividido por 100 ($FC = 39 / 100 = 0,39$).



Figura 40 – Fator de Cubicação por contagem angular – os círculos verdes marcam as 39 toras contadas, com largura maior do que o ângulo do padrão, cujos centros se encontram dentro do círculo com diâmetro de 10 vezes k ; $FC = 39/100 = 0,39$.

7.5 Método de pesagem e densidade por teor de umidade

Este método baseia-se na densidade da madeira por teor de umidade. Foi muito utilizado no passado, antes dos sistemas a laser serem inventados. É necessário construir uma tabela de densidade básica da madeira em função do teor de umidade para cada espécie, ou mesmo por clone ou estirpe genética para se ter maior precisão. As cargas de madeira são pesadas e é retirada uma amostra para determinação do teor de umidade e verificar na tabela de densidade por teor de umidade qual a densidade da madeira e, então, converter o peso da carga em volume pela divisão do peso pela densidade da madeira.

Para se obter a amostra e medir o teor de umidade, é necessário cortar a tora a cerca de 30 cm de seu topo e então utilizar um medidor de umidade para madeira verde (Figura 41), que admita valores de cerca de 40% a 120% de umidade.



Figura 41 – Medidor de umidade para madeira verde. Fonte: amazon.com (2021).

De posse de uma tabela como no exemplo abaixo, verifica-se a densidade correspondente ao teor de umidade e divide-se o peso da carga pela densidade da madeira obtida na tabela.

Suponha-se que a carga de toras de madeira de um caminhão pesou 10.000 kg, sendo a Tabela 6 de densidade da madeira em função do teor de umidade em percentagem e que a amostragem do teor de umidade tenha resultado em 93% numa média de três toras amostradas na carga. A densidade da madeira encontrada na Tabela 6 é de 0,7857. Portanto, o volume de madeira transportado será calculado em 10.000 kg divididos por 0,7857, ou 12.727,5 m³.

TABELA 6 – Densidade da madeira em função do teor de umidade (fictícia)

Umidade%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0,3379	0,3464	0,3548	0,3633	0,3717	0,3802	0,3886	0,3971	0,4055	0,4140
50	0,4224	0,4309	0,4393	0,4477	0,4562	0,4646	0,4731	0,4815	0,4900	0,4984
60	0,5069	0,5153	0,5238	0,5322	0,5407	0,5491	0,5576	0,5660	0,5745	0,5829
70	0,5914	0,5998	0,6083	0,6167	0,6252	0,6336	0,6421	0,6505	0,6589	0,6674
80	0,6758	0,6843	0,6927	0,7012	0,7096	0,7181	0,7265	0,7350	0,7434	0,7519
90	0,7603	0,7688	0,7772	0,7857	0,7941	0,8026	0,8110	0,8195	0,8279	0,8364
100	0,8448	0,8533	0,8617	0,8702	0,8786	0,8870	0,8955	0,9039	0,9124	0,9208
110	0,9293	0,9377	0,9462	0,9546	0,9631	0,9715	0,9800	0,9884	0,9969	1,0053
120	1,0138	1,0222	1,0307	1,0391	1,0476	1,0560	1,0645	1,0729	1,0814	1,0898

7.6 Método de escaneamento por feixe de laser.

O escaneamento de toras carregadas em caminhões com feixe laser está sendo popularizado por empresas como a Woodtech, que desenvolveu o sistema Logmeter.

Logmeter é um sistema automático capaz de obter medições de volume de alta precisão e estimar as características biométricas da madeira carregada em caminhões (WOODTECH, 2021). O sistema usa tecnologia de laser de ponta e oferece uma medição precisa e confiável sem intervenção direta do operador. O Logmeter também é fornecido com um módulo opcional que permite a medição de materiais a granel carregados em contêineres abertos, como cavacos, biomassa, carvão, etc.



Figura 42 - Escâner que mede cargas de madeira com feixe de laser. Fonte: Woodtech (2021).

8 CRESCIMENTO

8.1 Introdução

A madeira sempre foi um dos principais insumos da humanidade, devido a versatilidade de usos, que aumenta dia a dia, e devido ao potencial de crescimento e produção das árvores.

A madeira é obtida do tronco das árvores (Figura 43) e de alguns outros vegetais lenhosos como resultado do processo biológico de crescimento, que é influenciado por um amplo espectro de aspectos genéticos e ambientais, resultando em características químicas e físicas diferentes da madeira para cada espécie e ambiente onde elas crescem, possibilitando seu uso para diferentes situações *in natura*, ou após transformação. Aprendemos a manipular genes, manejar florestas e prover ambiente adequado para obter-se madeira com características para usos que vão da energia à alimentação, da construção civil à produção de semicondutores para equipamentos eletrônicos. Entender como funciona o crescimento das árvores e como pode-se influenciar o processo é essencial para obter-se produtos com as características desejadas.

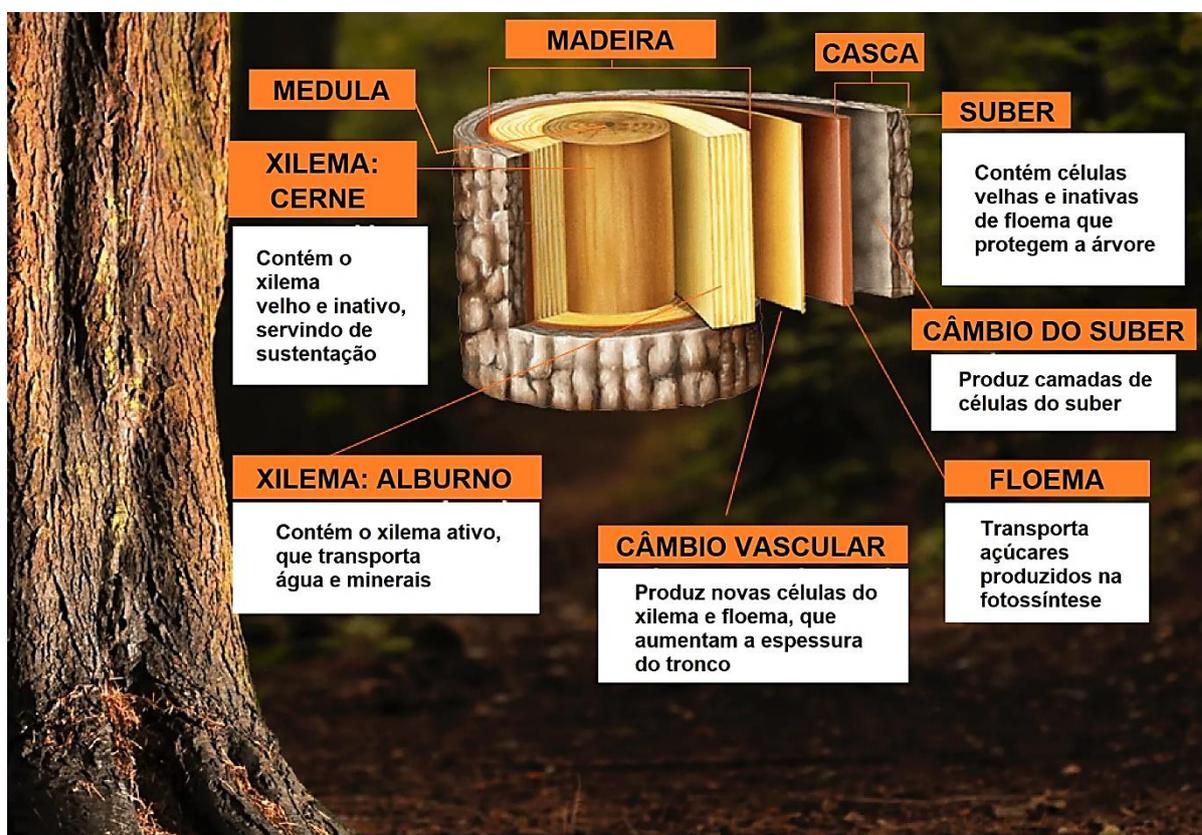


Figura 43 – Representação anômica do tronco das árvores. Fonte: Bruchez (2017).

O crescimento de árvores é um processo imensamente complexo e nem todos os aspectos da formação da madeira são totalmente compreendidos (Punches, 2004). Fatores que geralmente têm efeitos importantes sobre o crescimento na maioria das plantações são o espaçamento inicial e manutenção, os tratamentos silviculturais, desbastes e desramas, condições locais (incluindo nutrição) e condições climáticas; em florestas naturais os principais fatores são a densidade de regeneração e tratamentos, distribuição espacial, tratamentos silviculturais, supressão artificial de indivíduos, condições locais e condições climáticas (BRACK e WOOD, 1997).

O processo de crescimento das árvores inicia com a germinação da semente. As células produzidas pelo meristema primário apical diferenciam-se formando um caule tenro, as primeiras folhas e os meristemas secundários que irão produzir a casca e o lenho. Sob o solo ocorre algo semelhante: o meristema apical da raiz diferencia-se formando inicialmente raízes tenras e os meristemas secundários que irão produzir as células dos tecidos do lenho das raízes e a casca. O primeiro caule e raízes dependem da quantidade de substâncias de reserva da semente e servem para iniciar o processo de absorção de água e nutrientes e realizar a fotossíntese, para que os meristemas secundários possam iniciar sua formação e, em seguida, a produção de células adultas.

8.1.1 Fito hormônios

Os hormônios vegetais controlam o crescimento e desenvolvimento das plantas, desde o início da embriogênese com o encontro dos gametas femininos e masculinos, a regulação do tamanho dos órgãos e seu crescimento, a resposta contra patógenos, tolerância ao estresse, florescimento e desenvolvimento dos órgãos reprodutivos, entre outros. Os hormônios de crescimento são produzidos perto dos meristemas apicais e são transportados através do sistema vascular da árvore (Punches, 2004).

Há cinco grupos principais de fito hormônios que afetam o crescimento: auxinas, giberelinas (GA), citocininas, etileno e ácido abscísico (ABA). As funções principais de cada um são relacionadas a seguir (VANDERZANDEN, 2012):

➤ Auxinas

- As auxinas relacionadas com o engrossamento, ou crescimento secundário, deslocam-se até os meristemas secundários, pelos parênquimas, no sentido do topo para a base da árvore; as auxinas são produzidas pelo próprio meristema primário nas extremidades do caule e dos ramos e sempre se deslocam em direção às raízes, independentemente da ação da gravidade (Kramer e Kozlowsky, 1972);
- Estimulam os meristemas secundários, promovendo o engrossamento dos troncos das árvores;
- Regulam o fototropismo, fazendo com que a planta cresça em direção à luz;
- Regula o gravitropismo das raízes;
- Promovem a dominância apical (promove a produção de hormônios que suprimem o crescimento dos botões abaixo, no caule);
- Estimulam a formação de flores e frutos conjunto;
- Promovem a formação de raízes adventícias;
- Estimulam o enraizamento na propagação vegetativa (Ex.: AIB);

➤ Giberelinas

- As giberelinas relacionadas com o alongamento, ou crescimento primário, deslocam-se pouco até as células em divisão no ápice do meristema primário;
- Estimulam o meristema primário, promovendo o crescimento apical (Kramer e Kozlowsky, 1972);
- Estimulam a divisão e o alongamento celulares;
- Quebram a dormência das sementes e aceleram a germinação;

➤ Citocininas

- As citocininas são encontradas em plantas e animais;
- Estimulam a divisão celular e muitas vezes são incluídas nos meios estéreis usados para o cultivo de plantas a partir de cultura de tecidos;
- Alta quantidade de citocininas e baixa em auxinas, estimula a produção de brotos;
- Alta proporção de auxinas em relação a citocininas, estimula a produção de mais raízes;
- Retardam o envelhecimento e a morte (senescência);

- Gás Etileno
 - Induz o amadurecimento dos frutos;
 - Promove a abscisão e a senescência;
 - Em resposta ao estresse, o etileno pode ter aumentada sua produção;
 - O aumento do etileno no tecido foliar é parte da razão pela qual as folhas caem das árvores;
- Ácido abscísico
 - O ácido abscísico (ABA) é um inibidor geral do crescimento das plantas;
 - Induz a dormência e evita que as sementes germinem;
 - Causa a abscisão de folhas, frutos e flores;
 - Regula o fechamento dos estômatos.

TABELA 7 – Relação dos hormônios vegetais com os processos fisiológicos

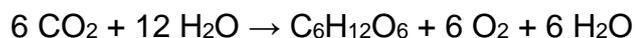
	 Germinação	 Crescimento para Maturidade	 Floração	 Desenvolvimento dos Frutos	 Abscisão	 Dormência da semente
Giberelinas	✓	✓	✓	✓		
Auxinas		✓	✓	✓		
Citocininas		✓	✓	✓		
Etileno			✓	✓	✓	
Ácido abscísico					✓	✓

Fonte: Biology Online (2021).

8.1.2 Fotossíntese

O crescimento é o resultado da divisão e diferenciação celular, aumentando o número de células e conseqüentemente a biomassa da planta. As células do lenho transportam seiva bruta para as áreas verdes (folhas) onde é realizada a fotossíntese (síntese da celulose), a respiração (produção de energia) e a transformação dos nutrientes da seiva bruta em alimentos para as células. A atividade fotossintética é o fator principal para a produção de biomassa vegetal. As

plantas usam a energia solar para oxidar a água (H₂O) e reduzir o gás carbônico (CO₂), resultando em uma molécula de glicose e seis de oxigênio, conforme a equação geral:



Mas, para formar as células dos vegetais superiores são necessários outros processos que são elaborados nas folhas, usando substâncias químicas absorvidas do solo, do ar e da água das chuvas diluídas em água para formar o citoplasma e todos os órgãos internos das células e a glicose da fotossíntese como base para formar as paredes celulares. O processo absorve calor e luz. Portanto, o crescimento das plantas depende da temperatura ambiente, da insolação, da disponibilidade de ar e de água, da composição do ar e do solo, bem como da textura e estrutura deste último, que influenciam na disponibilidade de ar e água no mesmo. Além disso, a eficiência de cada espécie em crescer, varia segundo o ambiente em que evoluiu e depende de suas características genéticas, determinadas pela sua adaptação aos fatores ambientais ao longo do tempo. O crescimento das árvores pode ser entendido como o somatório da divisão, alongamento e engrossamento das células dos tecidos meristemáticos (Imanã et al., 2005), resultando no aumento das dimensões e da biomassa, na modificação da forma da árvore e de suas partes.

8.1.3 Meristemas

Os tecidos de crescimento das árvores, ou meristemas, são de dois tipos (Herbário, 2008):

- Primários - originados diretamente do embrião, presentes nas extremidades; originam tecidos definitivos primários e promovem o alongamento;
- Secundários - constituídos por células que readquiriram a capacidade de divisão, presentes entre a casca e o xilema do tronco, ramos e raízes, sendo de 2 tipos (Herbário, 2008):
 - Felogênio – mais externo, promove o espessamento da casca;
 - Câmbio vascular – mais interno, produz células do xilema para dentro e do floema para fora;

Da atividade dos meristemas, formam-se todos os tecidos do lenho e demais tecidos e órgãos das árvores.

O xilema originado pela atividade do câmbio, além de transportar seiva bruta, também faz a sustentação da copa, constituindo-se de alburno (fisiologicamente ativo e menos resistente) e cerne (fisiologicamente inativo, geralmente lignificado, mais escuro e resistente).

Entre o felogênio e o câmbio encontra-se o floema secundário, produzido pelo câmbio, que transporta a seiva elaborada e auxinas para promover o crescimento secundário.

8.2 Condicionantes do crescimento

Tomando-se por base Kramer e Kozlowski (1972) classificou-se os fatores que influem sobre o crescimento como:

- Exógenos – referentes ou presentes no ambiente;
- Endógenos – referentes à espécie e indivíduos cultivados.

8.2.1.1 Condicionantes exógenos do crescimento

São as variáveis ambientais, ou presentes no ambiente (Kramer e Kozlowski,1972):

- disponibilidade de água (topografia, tipo de solo, clima);
- disponibilidade de luz (topografia, exposição, latitude);
- disponibilidade de calor (clima, latitude);
- disponibilidade de nutrientes (do solo e fertilizantes);
- tipo de solo – a textura e a estrutura do solo afetam:
 - resistência;
 - umidade;
 - aeração;
- competição:
 - densidade de árvores da espécie;
 - densidade e agressividade de outras espécies vegetais;
- pragas e doenças;
- tratos silviculturais.

8.2.1.2 Condicionantes endógenos do crescimento

Os principais condicionantes endógenos do crescimento são (Kramer e Kozlowski,1972):

- Potencial genético – tem a ver com o vigor e sanidade;

- Estágio sucessional da espécie (tolerância e necessidades):
 - pioneiras;
 - secundárias iniciais;
 - secundárias tardias;
 - clímax;
- Substâncias de reserva e relação carbono/nitrogênio;
- Dimensões individuais;
- Idade – fase vital;
- Fase fenológica e estação de floração e frutificação;
- Tipo de regeneração:
 - vegetativa (rebrotas, estaquia, enxertia);
 - sexuada (natural, artificial);
- Armazenamento de auxinas no crescimento sazonal:
 - porosidade em anel – algumas espécies de regiões temperadas armazenam auxinas de ano para outro;
 - porosidade difusa – não armazenam auxinas e iniciam o crescimento secundário somente após receber auxinas produzidas no ápice no início da primavera – não formam anéis.

8.2.1.3 Sazonalidade do Crescimento

As espécies de regiões que não apresentam estação seca ou fria bem definida tendem a apresentar crescimento contínuo; enquanto as espécies de regiões com estação seca e chuvosa ou quente e fria bem definidas, tendem a ter o crescimento vegetativo inativado na estação desfavorável. Costuma-se classificar as espécies quanto ao crescimento da seguinte forma:

- De crescimento contínuo (trópicos úmidos);
- De crescimento sazonal:
 - causado pela umidade por ocorrência de estação seca (trópicos);
 - causado pela temperatura por ocorrência de estação fria (zonas temperadas).

Espécies de crescimento sazonal de zonas temperadas podem apresentar dois tipos de porosidade que pode ser difusa ou em anel. As de porosidade difusa iniciam o crescimento secundário após reiniciar a produção anual de auxinas na primavera; não armazenam auxinas de um ano para outro e dependem das auxinas do ápice para iniciar o crescimento. Algumas

espécies de porosidade em anel de zonas temperadas armazenam auxinas no lenho e podem iniciar o engrossamento mesmo antes do final da estação fria.

8.3 Formas de crescimento das árvores

As árvores apresentam duas formas características de crescimento com relação à dominância apical, como segue:

- Crescimento monopodial – existe dominância da gema apical; as auxinas produzidas na gema apical inibem o crescimento dos ramos laterais, formando uma copa alongada;
- Crescimento simpodial – não há dominância de nenhuma gema da copa; há produção semelhante de auxinas nos ramos e todos crescem a taxas semelhantes, formando copas largas.

8.4 Leis do crescimento biológico

De acordo com Imaña-Encinas (2005) as leis do crescimento biológico exigem uma quantidade variada de atenção crítica e perdem em precisão e significância à medida que o período de tempo sobre o qual elas são aplicadas diminui;

As 5 leis do crescimento biológico de organismos individuais são as seguintes:

- 1ª – O tamanho é uma função monotônica crescente da idade;
- 2ª – Os resultados do crescimento biológico são, por si só, tipicamente capazes de crescer.
- 3ª – Num ambiente constante, o crescimento ocorre com velocidade constante, uniforme e específica.
- 4ª – Sob as atuais condições de desenvolvimento, a aceleração específica de crescimento é sempre negativa.
- 5ª – A taxa específica de crescimento declina mais e mais lentamente a medida que o organismo aumenta em idade.

A aceleração do crescimento é a taxa de acréscimo ocorrido no crescimento do início para o fim de um intervalo de tempo, expressa em percentagem.

Em termos matemáticos, o crescimento pode ser representado por uma função integral do tipo [$Y = f(t)$]. A derivada primeira da função [$Y' = f'(t)$] representa o incremento ocorrido do início ao final de um determinado período, enquanto a aceleração do crescimento é representada pela derivada segunda [$Y'' = f''(t)$] da função de crescimento.

8.5 Incrementos

O incremento é o acréscimo ocorrido no valor da variável estudada, num determinado intervalo de tempo (Imanã et al., 2005). O incremento pode ser diferenciado, dependendo do tempo transcorrido em que o crescimento é medido (anual, periódico, etc). O valor do incremento pode ser determinado para um indivíduo ou para uma população, podendo ainda ser expresso por unidade de área quando a variável medida também o for.

Todas as variáveis dendrométricas podem ter seu incremento medido; as mais comuns são o diâmetro (d), a área basal individual (g), a área basal por hectare (G), a altura (h), a altura dominante do povoamento (h_{dom}), o volume individual (v) e o volume por hectare (V).

Os principais tipos de incrementos são: incremento corrente anual; incremento percentual, ou taxa de incremento; incremento periódico; incremento periódico anual; e, o incremento médio anual.

8.5.1 Incremento corrente anual (ICA)

É o crescimento ocorrido entre o início da estação de crescimento e o final da estação de repouso vegetativo em um período de 12 meses, calculado como:

$$ICA = Y_{(m+1)} - Y_{(m)}$$

Onde: m = ano ou idade de referência; Y = dimensão considerada.

8.5.2 Incremento percentual (p) (Alves, 1982)

$$p = 100 \cdot (Y_{(m+1)} - Y_{(m)}) / Y_{(m+1)}$$

8.5.3 Incremento periódico (IP)

É o crescimento total ocorrido num determinado período de tempo:

$$IP = Y_{(m+n)} - Y_{(m)}$$

Onde: n = período de tempo; quando n = 1 ano, IP = ICA.

8.5.4 Incremento periódico anual (IPA)

É o crescimento médio por ano, ocorrido em um período de tempo, utilizado para espécies de crescimento lento:

$$IPA = (Y_{(m+n)} - Y_{(m)}) / n$$

Onde: Y = dimensão considerada; m = ano ou idade de referência; n = período de tempo em anos.

8.5.5 Incremento Médio Anual (IMA)

É o crescimento médio por ano até a data considerada, calculado por:

$$IMA = Y_{(m)} / m$$

Onde: $Y_{(m)}$ = Valor da variável na idade considerada; m = idade.

8.6 Curva de crescimento e de incrementos

A curva de crescimento acumulado usualmente tem forma sigmoideal e a área sob a curva pode ser representada por uma função integral. A derivada primeira da função integral expressa o incremento corrente (IC). A derivada segunda da função integral expressa a proporção do incremento corrente de um ano para o outro.

A curva de crescimento (Figura 44) acumulado usualmente apresenta as seguintes características:

- Um ponto de inflexão onde o IC é máximo;
- Uma tangente máxima onde o IM é máximo e é igual ao IC;
- Uma assíntota que representa o máximo valor que pode alcançar.

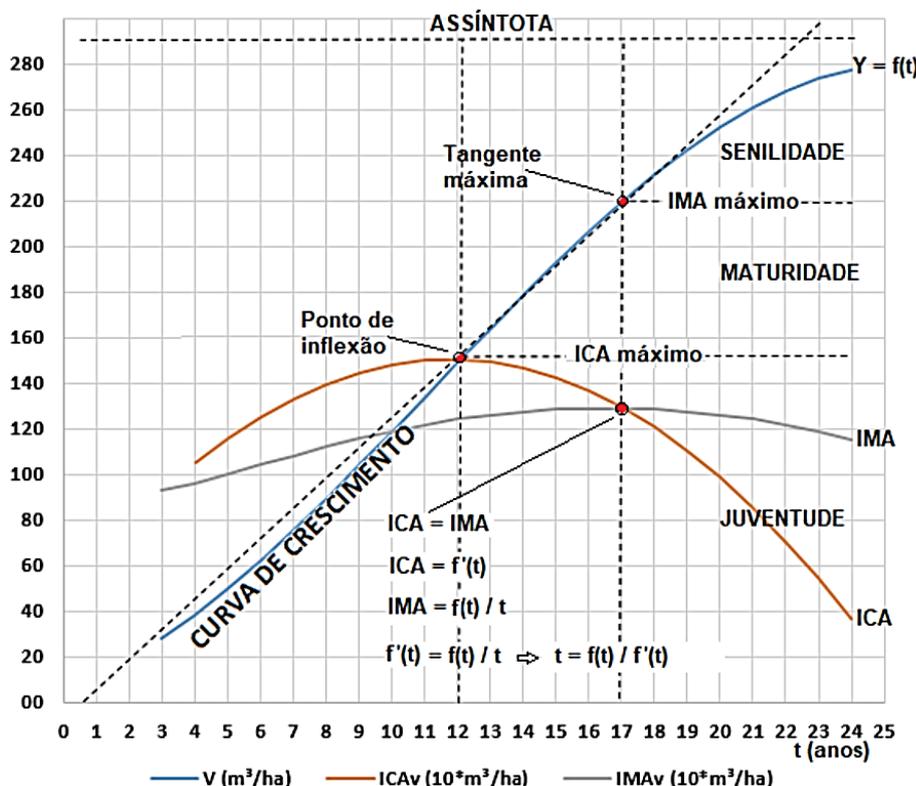


Figura 44 – Curva de crescimento.

8.7 Métodos e objetivos do estudo do crescimento

O crescimento de uma variável dendrométrica é uma função da genética, do tempo e do ambiente em que a árvore vive.

Se a genética e o ambiente não mudarem, pode-se considerar o crescimento como função exclusivamente do tempo:

$$C = f(t)$$

Assim, para uma mesma planta num mesmo local e considerando-se as condições ambientais constantes, o crescimento será uma função exclusiva da idade.

Portanto, o estudo do crescimento deve levar em conta a medição da variável considerada e do tempo transcorrido ou idade.

O crescimento é estudado, principalmente, para:

- Fazer prognoses para o futuro e planejar a produção;
- Avaliar a qualidade do ambiente;
- Avaliar a qualidade genética dos indivíduos e populações;

- Avaliar a qualidade da interação genótipo x ambiente.

Os principais métodos de medição de variáveis para estudo do crescimento são (IMANÃ et al., 2005):

- Parcelas permanentes medidas anual ou periodicamente;
- Árvores individuais identificadas e medidas continuamente ou periodicamente (cinta);
- Análise de tronco
 - completa - árvores abatidas;
 - parcial - árvores em pé (trado de Pressler).

Estimativas da idade em estudos de crescimento podem ser realizadas por:

- Observação e registro;
- Contagem de verticilos de espécies de crescimento monopodial – permite o cálculo do IMA_d e estimar todos os incrementos em altura;
- Contagem dos anéis de crescimento.

8.8 Aplicações dos estudos de crescimento

Algumas das principais aplicações dos estudos de crescimento são:

- Classificação de sítios;
- Manejo da densidade dos povoamentos florestais;
- Planejamento de desramas;
- Planejamento de desbastes;
- Definir a idade de rotação técnica;
- Prognose da produção.

8.9 Considerações sobre os estudos de crescimento

O crescimento das árvores é complexo, envolvendo diversos processos fisiológicos desde a assimilação de nutrientes até sua transformação e promoção do crescimento.

O estudo do crescimento das variáveis dendrométricas é de extrema importância na caracterização dos povoamentos e suas potencialidades produtivas.

Estudos comparativos do crescimento entre diferentes genótipos e ambientes, permitem selecionar e melhorar espécies para cada ambiente e obter maior produtividade, com menor dispêndio de recursos de toda ordem.

O estudo do crescimento das árvores é, portanto, imprescindível para o manejo das florestas e condução dos povoamentos de forma sustentada, servindo de base para o planejamento de todas as atividades produtivas florestais.

8.10 Obtenção de dados

Dados de crescimento podem ser obtidos de árvores demarcadas e devidamente identificadas nos povoamentos florestais que são medidas periodicamente, ou para aquelas que apresentam anéis de crescimento anual, pode-se obter amostras no sentido do raio do tronco para posterior análise e medição. No primeiro caso, podem ser árvores individuais, ou parcelas inteiras em que se numera e identifica as árvores de forma permanente. No segundo caso, as árvores podem ser mantidas em pé, retirando-se amostras com trado de incremento, ao que se denomina análise parcial de tronco, ou as árvores podem ser abatidas, coletando-se discos de madeira de amostra ao longo do tronco para posterior análise e medição.

Estudos de crescimento podem ser realizados com o objetivo de estabelecer curvas de crescimento anual, ou de crescimento ao longo do ano para determinar em que época o crescimento é mais ou menos vigoroso, ou qual o período de repouso do crescimento vegetativo em locais onde ocorrem estações desfavoráveis.

8.10.1 Parcelas e árvores permanentes

As parcelas permanentes de inventários contínuo, ou árvores individuais permanentes podem ser utilizadas para estudos de crescimento, devendo-se tomar os seguintes cuidados:

- A numeração e localização das parcelas e árvores deve ser mantida ao longo do tempo do estudo sem alterações, ou seja, uma mesma parcela terá sempre um mesmo número ao longo do tempo, bem como uma mesma árvore também deve ter o mesmo número em todas as ocasiões de medição;
- As medições devem ser realizadas com o máximo de acuracidade possível, utilizando-se instrumentos aferidos e confiáveis;

- As áreas das parcelas amostrais devem submetidas aos mesmos tratamentos silviculturais e de manejo aplicados ao restante dos povoamentos;
- Nunca abater árvores para cubagem, ou outros estudos dentro das parcelas para não descaracterizar as parcelas e diferenciá-las do restante do povoamento;
- As medições devem ser realizadas preferencialmente na estação de repouso vegetativo e registradas com a data completa da medição com dia/mês/ano, pois acontece de não se conseguir realizar no mesmo período em dada ocasião.

8.10.2 Análise de tronco

Há espécies de regiões com estações desfavoráveis e favoráveis para o crescimento das árvores, resultando em crescimento sazonal. Na primavera e verão, formam células grandes e tecido mais claro, enquanto no outono e inverno formam células menores e tecido mais escuro, o que resulta na formação de anéis anuais de crescimento (Figura 45). Isso também ocorre por existência de estação seca e estação úmida bem definidas; na úmida as células formadas são maiores e o tecido é mais claro, enquanto na estação seca as células são menores e o tecido formado é mais escuro.

Análise de tronco é a técnica de estudar os anéis de crescimento do tronco de uma árvore. A técnica permite reconstruir o histórico de crescimento do tronco da árvore, medindo-se os diâmetros a cada ano de vida da mesma e inferindo-se as alturas alcançadas a cada ano.

A seleção das árvores amostra deve ser realizada pelo mesmo procedimento que se utiliza para árvores a serem cubadas conforme descrito no Capítulo 13.

Deve-se tomar cuidado para não confundir anéis verdadeiros de crescimento anual com anéis falsos formados por outros motivos como incêndios, desfolhamento por insetos, ataque de doenças, geadas e secas fora de época, etc. Anéis falsos geralmente são mais finos, às vezes são incompletos e ocorrem entre dois anéis anuais verdadeiros. Portanto, é uma boa prática ao realizar análise de tronco, obter os dados meteorológicos da região e o histórico de ocorrência de incêndios e ataques de pragas e doenças no povoamento florestal.

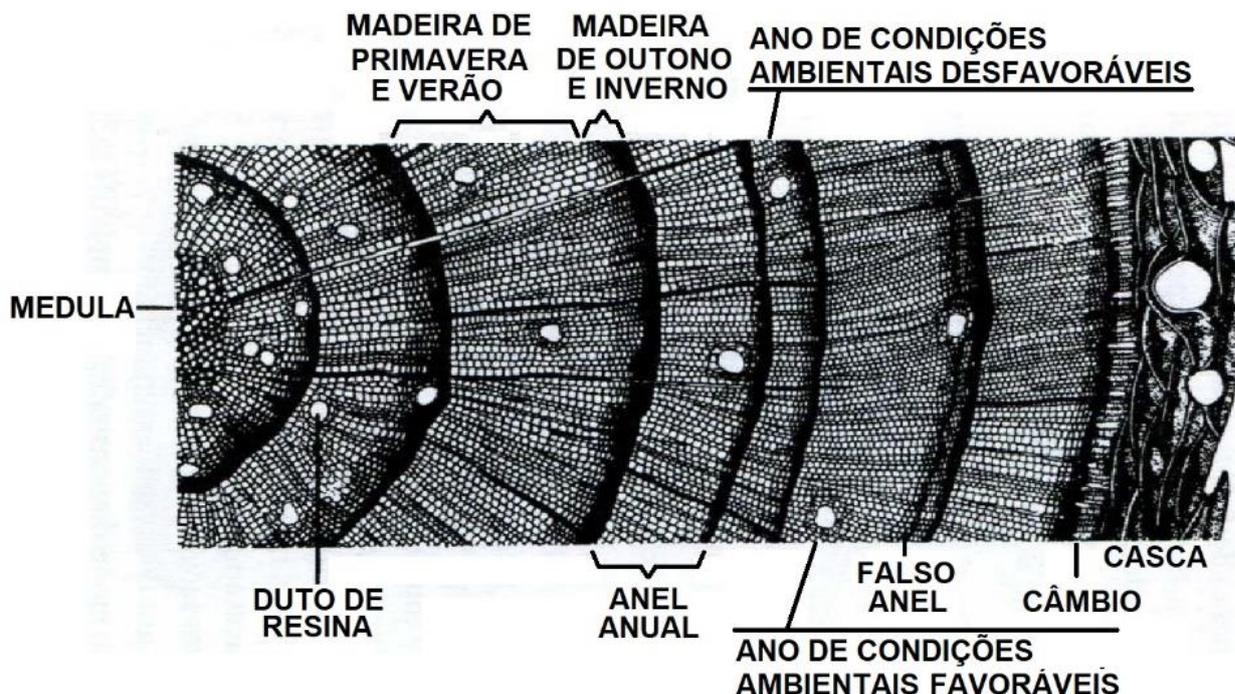


Figura 45 – Típica seção transversal de um tronco de conífera. Fonte: Sahin (2012).

Esta técnica pode ser usada em árvores em pé, sendo denominada de análise parcial de tronco (Figura 46), quando realizada com a extração de filetes cilíndricos de amostra do tronco de árvores mantidas vivas em pé; e, de análise completa de tronco (Figura 48), quando realizada com a extração de discos de amostra ao longo do tronco de árvores abatidas.

8.10.2.1 Análise parcial de tronco

Após a seleção das árvores para análise parcial de tronco, deve-se seguir o seguinte procedimento:

- 10) Numerar a árvore e anotar a espécie e o número;
- 11) Anotar as coordenadas geográficas de localização da árvore;
- 12) Analisar o tronco a 1,3 metros de altura e identificar onde deve estar a medula;
- 13) Escolher os dois locais de penetração do trado ao nível do peito, sendo um raio a 90° do outro e descontraçados em cerca de 5 cm, procurando retirar um cilindro de amostra a cerca de 127,5 cm e outro a cerca de 132,5 cm de altura, pois há indicação de que se ambos os furos se encontrarem na medula, a árvore pode ser levada à morte;
- 14) Escolher o ponto amostragem na base do tronco, de forma que seja minimamente mais alto do que a metade da largura do trado para poder girá-lo;
- 15) Medir e anotar o DAP da árvore com e a espessura da casca nos pontos onde os raios serão extraídos;
- 16) Medir a altura da árvore;
- 17) Preparar o trado, observando que a marca do fabricante esteja para cima e realizar a penetração do tronco até um pouco além de onde se espera encontrar a medula, mas nunca atravessar completamente o tronco;
- 18) Quando parar a penetração, procurar deixar a marca do fabricante para cima e, então, inserir o extrator até o fundo do trado, tendo o cuidado de deixar a parte aberta do extrator para cima;

- 19) Em seguida, o trado deve ser girado uma volta para trás e retornar até que a marca do fabricante no trado fique novamente para cima – este procedimento fará com que o cilindro se rompa no final da penetração, possibilitando sua retirada;
- 20) Iniciar a retirada do extrator vagarosamente para poder verificar se o cilindro está em cima do extrator para não cair ao ser retirado e se realmente houve o rompimento do cilindro no final da penetração;
- 21) Caso o cilindro não esteja solto, repita os passos 9 e 10;
- 22) Se o cilindro estiver solto, marque com um ponto de tinta a casca na parte superior para saber a posição em que a amostra se encontrava na árvore;
- 23) Colocar o cilindro dentro de uma proteção para não ser danificado no transporte e identificar a amostra – podem ser usadas duas bases de madeira opostas, passando-se fita crepe para uni-las com o cilindro de madeira dentro;
- 24) Ao chegar no laboratório, colar o cilindro de amostra em uma base apropriada (Figura 47), na mesma posição que se encontrava na árvore, ou seja, com a marca realizada durante a extração para cima;
- 25) Deixar a amostra secar ao ar ou estufa com a proteção;
- 26) Lixar a parte superior do cilindro após a secagem da cola;
- 27) Marcar a posição dos anéis na base onde o cilindro foi colado para facilitar a medição;
- 28) Realizar a medição e calcular os raios a cada idade e calcular a medida dos mesmos proporcionalmente à razão do raio sem casca úmido pelo raio sem casca seco para se ter as medidas dos raios secos e úmidos – o raio sem casca úmido deve ter sido obtido antes da extração do cilindro de amostra.



Figura 46 – Amostragem para análise parcial de tronco com trado de incremento.



Figura 47 – Cilindros de amostra de tronco obtidos com trado de incremento e colados em base de madeira para proteção. Fonte: Theisen (2011).

8.10.2.2 Análise completa de tronco

A coleta de amostras para análise completa de tronco nos estudos de crescimento inicia pela seleção das árvores para cubagem pelo mesmo método recomendado para cubagem. As árvores são abatidas e retirados discos com cerca de 5 cm de espessura, procedendo-se da seguinte forma:

- 1) Anota-se as coordenadas geográficas da árvore a ser abatida, identifica-se a espécie, mede-se o diâmetro e espessura de casca, bem como a altura total da árvore;
- 2) Retira-se um disco da base onde ocorreu o corte do tronco no abate;
- 3) Entre 0,5 e 0,7 m de altura, retira-se um segundo disco;
- 4) Ao nível do peito, a 1,3 m de altura, corta-se um terceiro disco;
- 5) Depois, extrai-se um disco a cada metro, ou seja, a 2,3 m de altura, 3,3 m, 4,3 m, e assim por diante até o topo do tronco da árvore;
- 6) Caso ocorram nós no local de extração do disco, ou outros defeitos, a posição de extração deve ser deslocada para cima do nó e anotada a distância da base até a posição do corte do disco em vez da posição programada;
- 7) Os discos devem receber uma placa de identificação com o número da árvore e o número de ordem do disco numerados de 1 a n da base para o topo, preferencialmente de alumínio que deve ser grampeada, com grampeador de tapeceiro, no lado mais irregular do disco de amostra, pois o lado regular deverá ser lixado após secagem dos discos;
- 8) A árvore deve ser cubada normalmente logo após o abate, medindo-se os diâmetros e a espessura de casca nas mesmas posições onde serão extraídos os discos para análise de tronco;
- 9) Após a extração dos discos e a devida identificação de cada um, devem receber tratamento antifungo e embalados em sacos de ráfia ou outra embalagem apropriada para transporte;
- 10) Os discos devem dispostos adequadamente de forma espaçada em local próprio para serem secos ao ar ou em estufa;
- 11) Após a secagem, o lado mais regular, oposto ao que recebeu a placa de identificação, deve ser lixada para permitir a identificação dos anéis;

- 12) Identifica-se qual o raio maior de distância entre a medula e o início da casca e marca-se este raio no disco;
- 13) Os raios a serem medidos também devem ser marcados a lápis no disco e são em número de 4, sendo o primeiro marcado a 45° do raio maior em sentido horário, o segundo a 90° do primeiro, o terceiro a 90° do segundo e o quarto raio a 90° do terceiro, conforme a Figura 48;
- 14) A seguir, identifica-se a posição de cada anel em cada raio do disco com auxílio de lupa de mesa e marca-se a posição com lápis fino e macio, que pode ser tipo B2 com lapiseira 0,5 mm;
- 15) Após a marcação dos anéis em todos os raios do disco, procede-se a medição que deve ser auxiliada por lupa de laboratório, ou pode-se escanear as fatias e utilizar algum software para análise de imagens ou específico para análise de tronco.

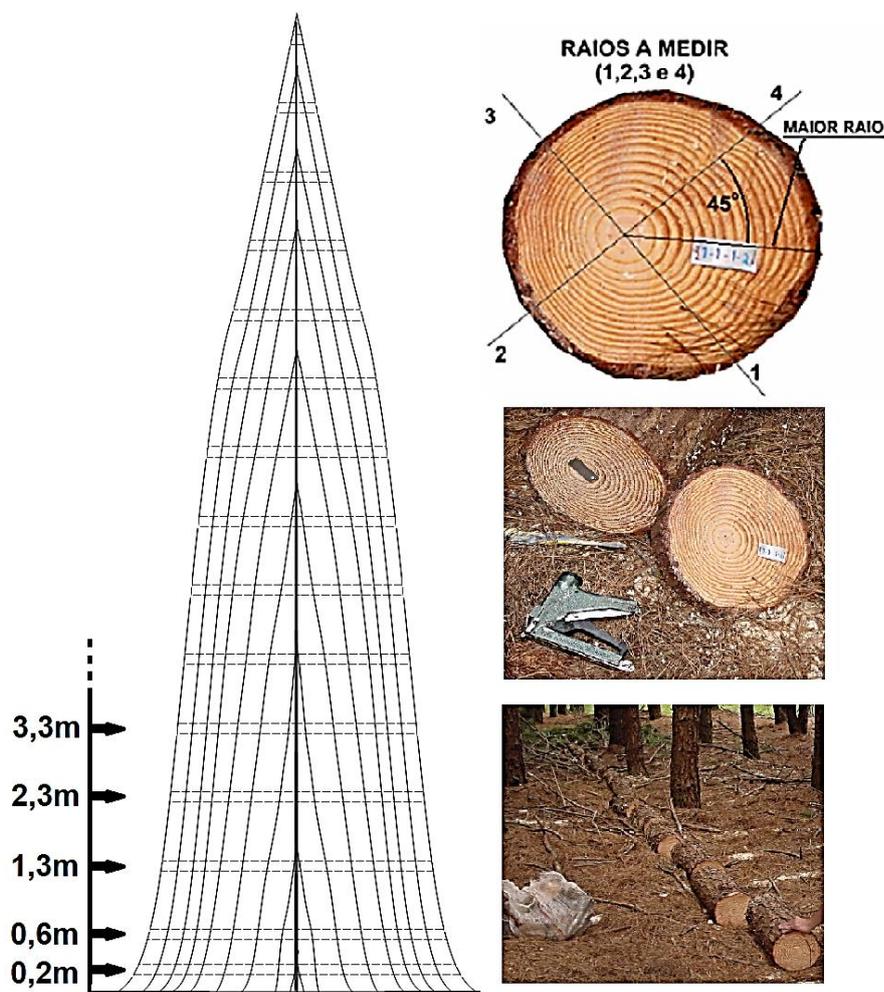


Figura 48 – Análise completa de tronco: amostragem de discos.

O gráfico do perfil das árvores nas diferentes idades pode ser produzido em programas como o SAS, como no programa a seguir:

* GRÁFICO DA ANÁLISE DE TRONCO - LEIA AS INSTRUÇÕES COMEÇADAS POR ASTERISCOS PARA USAR/MODIFICAR O PROGRAMA;

* ESTE PROGRAMA CONTRÓI GRÁFICOS DA ANÁLISE DE TRONCO DE ÁRVORES COM 12 ANOS DE IDADE (RAIOS 1 A 12) - PARA MAIOR NÚMERO DE RAIOS É NECESSÁRIO INCLUIR NA LEITURA (INPUT) O NÚMERO (N) DO RAI0 (RAION) E AS COLUNAS QUE SERÃO LIDAS ATÉ A IDADE DO ÚLTIMO ANEL, POR EXEMPLO: RAI013 47-49;

*-----;

```

DATA A;
  ARRAY RAI0{12} RAI01-RAI012;
  RETAIN RAI01-RAI012 0;
INPUT ARVORE 1-3 SECCAO 4-5 RAION 6-7 RAI0CC 8-10 RAI01 11-13 RAI02 14-16
RAI03 17-19 RAI04 20-22 RAI05 23-25 RAI06 26-28 RAI07 29-31 RAI08 32-34
RAI09 35-37 RAI010 38-40 RAI011 41-43 RAI012 44-46;
* O INPUT LÊ O NÚMERO DA ÁRVORE NAS POSIÇÕES (COLUNAS) 1 A 3, O NÚMERO DA SECCÃO DA ÁRVORE NAS
POSIÇÕES 4 A 5, O NÚMERO DO RAI0 MEDIDO NAS POSIÇÕES 6 A 7, O RAI0 EXTERNO COM CASCA NAS POSIÇÕES 8 A 10
E DEPOIS, A CADA 3 POSIÇÕES OS RAIOS DE CADA FATIA (RAI01 A RAION) - ONDE NÃO HÁ VALOR MEDIDO, DEVE-SE
COLOCAR UM PONTO PARA COMPLETAR O NÚMERO MÁXIMO DE RAIOS POR FATIA ATÉ A IDADE TOTAL DA ÁRVORE;
*-----;
DO IDADE=1 TO 12; RAI0{IDADE}=RAI0{IDADE}/10; END;
* ESTE LAÇO DO-END IDENTIFICA A IDADE DE CADA RAI0 - SE HOUVER MAIS DE 12 RAIOS, É PRECISO MUDAR O VALOR
MÁXIMO PARA O VALOR DA MAIOR IDADE - POR EXEMPLO, PARA IDADE MÁXIMA DE 13 ANOS, ESCREVA: DO IDADE=1 TO
13;
*-----;
  IF SECCAO=1 THEN H=0.1;
  IF SECCAO=2 THEN H=0.5;
  IF SECCAO=3 THEN H=1.3;
  IF SECCAO=4 THEN H=2.3;
  IF SECCAO=5 THEN H=4.3;
  IF SECCAO=6 THEN H=6.3;
  IF SECCAO=7 THEN H=8.3;
  IF SECCAO=8 THEN H=10.3;
  IF SECCAO=9 THEN H=12.3;
  IF SECCAO=10 THEN H=14.4;
  IF SECCAO=11 THEN H=16.3;
  IF SECCAO=12 THEN H=18.3;
  IF SECCAO=13 THEN H=20.3;
* AS ATRIBUIÇÕES CONDICIONAIS DE VALOR ACIMA, SE REFEREM À ALTURA EM QUE
CADA FATIA FOI RETIRADA DA ÁRVORE - SE HOUVER MAIS SECCÕES, DEVE-SE
CRIAR NOVAS DECLARAÇÕES - POR EXEMPLO, PARA 14 SECCÕES EM QUE ESTA FOI
MEDIDA A UMA ALTURA DE 22.3M, DEVE-SE INCLUIR A LINHA DE PROGRAMA A
SEGUIR: IF SECCAO=14 THEN H=22.3;
*-----;
* OS DADOS APÓS A DECLARAÇÃO CARDS SÃO COPIADOS DOS ARQUIVOS ORIGINAIS DE DADOS, INCLUINDO-SE O
NÚMERO DA ÁRVORE NAS 3 PRIMEIRAS POSIÇÕES (COLUNAS) - VEJA A SEGUIR - PODEM SER INCLUIDAS QUANTAS
ÁRVORES DESEJAR PARA FAZER OS GRÁFICOS;
*-----;
DATALINES;
001 1 1237217207201188176150133106 69 39 18 9
001 1 2198178170165155145126109 84 54 30 15 7
001 1 3194174169163150142123106 83 53 30 15 8
001 1 4230210203193184172145125100 66 40 20 9
001 2 1208191184177167157139120 91 64 37 23 9
001 2 2194176170166155144124107 85 51 29 14 7
001 2 3197179175170156143124108 86 55 31 15 8
001 2 4207189183175166154133113 90 60 35 15 8
001 3 1191175171166155145127112 89 57 35 15 .
001 3 2185169165160150138120104 81 50 28 12 .
001 3 3184168164159147137119105 83 54 29 13 .
001 3 4188172167159150138120102 82 55 34 12 .
001 4 1186173168157148138118101 82 53 28 9 .
001 4 2171158154148137126111 96 77 48 20 10 .
001 4 3173160156152140128111 96 76 49 27 9 .
001 4 4183170165160152142125109 86 55 29 9 .
001 5 1177164158153145136120101 78 48 20 . .
001 5 2158145139134125116102 88 67 38 17 . .
001 5 3163150147141129118102 85 63 35 15 . .
001 5 4176163158150140128110 94 73 43 19 . .
001 6 1159152146140129115 94 78 54 25 12 . .
001 6 2145138133128119108 92 74 51 24 12 . .
001 6 3157150145139128117 92 77 54 24 12 . .
001 6 4169162155146135121101 81 56 27 12 . .
001 7 1156152145137126110 84 58 34 7 . . .
001 7 2156152144135119103 79 55 34 9 . . .

```

```

001 7 3141138131124112 98 75 55 34 9 . . . .
001 7 4139136131124114 99 76 55 31 9 . . . .
001 8 1140128119113 94 80 52 31 12 . . . .
001 8 2131137128118104 85 55 34 12 . . . .
001 8 3127125118108 93 76 48 29 12 . . . .
001 8 4136133126114 99 83 53 32 12 . . . .
001 9 1117115104 89 72 55 30 9 . . . . .
001 9 2115113101 87 74 54 28 10 . . . . .
001 9 3114112101 88 73 56 29 9 . . . . .
001 9 4130128115 98 80 59 28 10 . . . . .
00110 1 73 71 59 41 21 12 . . . . .
00110 2 71 69 57 39 21 14 . . . . .
00110 3 69 68 56 39 22 13 . . . . .
00110 4 69 68 55 39 22 15 . . . . .
00111 1 49 48 44 33 19 . . . . .
00111 2 46 45 41 33 17 . . . . .
00111 3 43 42 39 28 16 . . . . .
00111 4 43 42 38 29 18 . . . . .
00112 1 12 11 7 3 . . . . .
00112 2 11 10 8 5 . . . . .
00112 3 12 11 9 6 . . . . .
00112 4 10 9 6 3 . . . . .
;
PROC SORT DATA=A; BY ARVORE SECCAO RAION;
PROC SUMMARY DATA=A NWAY;
  CLASS ARVORE SECCAO;
  VAR RAI01-RAIO12 H;
  OUTPUT OUT=B MEAN(RAI01)=RAIO1 MEAN(RAI02)=RAIO2 MEAN(RAI03)=RAIO3
    MEAN(RAI04)=RAIO4 MEAN(RAI05)=RAIO5 MEAN(RAI06)=RAIO6
    MEAN(RAI07)=RAIO7 MEAN(RAI08)=RAIO8 MEAN(RAI09)=RAIO9
    MEAN(RAI010)=RAIO10 MEAN(RAI011)=RAIO11 MEAN(RAI012)=RAIO12
    MEAN(H)=H;
GOPTIONS VSIZE=10CM HSIZE=21CM HTEXT=5PCT HTITLE=5PCT;
*-----;
* AXIS1 É O EIXO DAS ABSCISSAS, COM MÁXIMO DE 20M DE ALTURA - PARA ALTURA
  MAIOR MUDE OS VALORES, POR EXEMPLO PARA 30M: ORDER=(0 TO 30 BY 3);
AXIS1 ORDER=(0 TO 20 BY 2)
  LABEL=('ALTURA (M)')
  MINOR=(N=3);
*-----;
* AXIS2 É O EIXO DAS ORDENADAS, COM MÁXIMO DE 21CM DE DIÂMETRO - SE OS DIÂMETROS ATINGIDOS NAS FATIAS DA
  BASE DA ÁRVORE FOREM MAIORES, MUDE OS VALORES, POR EXEMPLO PARA 40CM: ORDER=(0 TO 40 BY 4);
AXIS2 ORDER=(0 TO 21 BY 3)
  LABEL=(ANGLE=90 'RAIO (CM)')
  MINOR=(N=2);
*-----;
PROC SORT DATA=B; BY ARVORE SECCAO;
PROC PRINT;
PROC GPLOT DATA=B;
  SYMBOL I=JOIN;
*-----;
* A INSTRUÇÃO "SYMBOL I=JOIN" INSTRUI PARA QUE OS PONTOS SEJAM
  UNIDOS POR UMA LINHA FORMANDO O GRÁFICO;
*-----;
PLOT (RAIO1-RAIO12)*H / HREF=0 VREF=0 HAXIS=AXIS1 VAXIS=AXIS2 OVERLAY;
BY ARVORE;
RUN;

```

O resultado impresso pelo SAS é apresentado na Figura 49.

Dendrometria – Eduardo Pagel Floriano

Obs	ARVORE	SECCAD	_TYPE_	_FREQ_	RAI01	RAI02	RAI03	RAI04	RAI05	RAI06	RAI07	RAI08	RAI09	RAI010	RAI011	RAI012	H
1	1	1	3	4	19.475	18.725	18.050	16.925	15.875	13.600	11.825	9.325	6.050	3.475	1.700	0.825	0.1
2	1	2	3	4	18.375	17.800	17.200	16.100	14.950	13.000	11.200	8.800	5.750	3.300	1.675	0.800	0.5
3	1	3	3	4	17.100	16.675	16.100	15.050	13.950	12.150	10.575	8.375	5.400	3.150	1.300	.	1.3
4	1	4	3	4	16.525	16.075	15.425	14.425	13.350	11.625	10.050	8.025	5.125	2.600	0.925	.	2.3
5	1	5	3	4	15.550	15.050	14.450	13.475	12.450	10.850	9.200	7.025	4.100	1.775	.	.	4.3
6	1	6	3	4	15.050	14.475	13.825	12.775	11.525	9.475	7.750	5.375	2.500	1.200	.	.	6.3
7	1	7	3	4	14.450	13.775	13.000	11.775	10.250	7.850	5.575	3.325	0.850	.	.	.	8.3
8	1	8	3	4	13.075	12.275	11.325	9.750	8.100	5.200	3.150	1.200	10.3
9	1	9	3	4	11.700	10.525	9.050	7.475	5.600	2.875	0.950	12.3
10	1	10	3	4	6.900	5.675	3.950	2.150	1.350	14.4
11	1	11	3	4	4.425	4.050	3.075	1.750	16.3
12	1	12	3	4	1.025	0.750	0.425	18.3

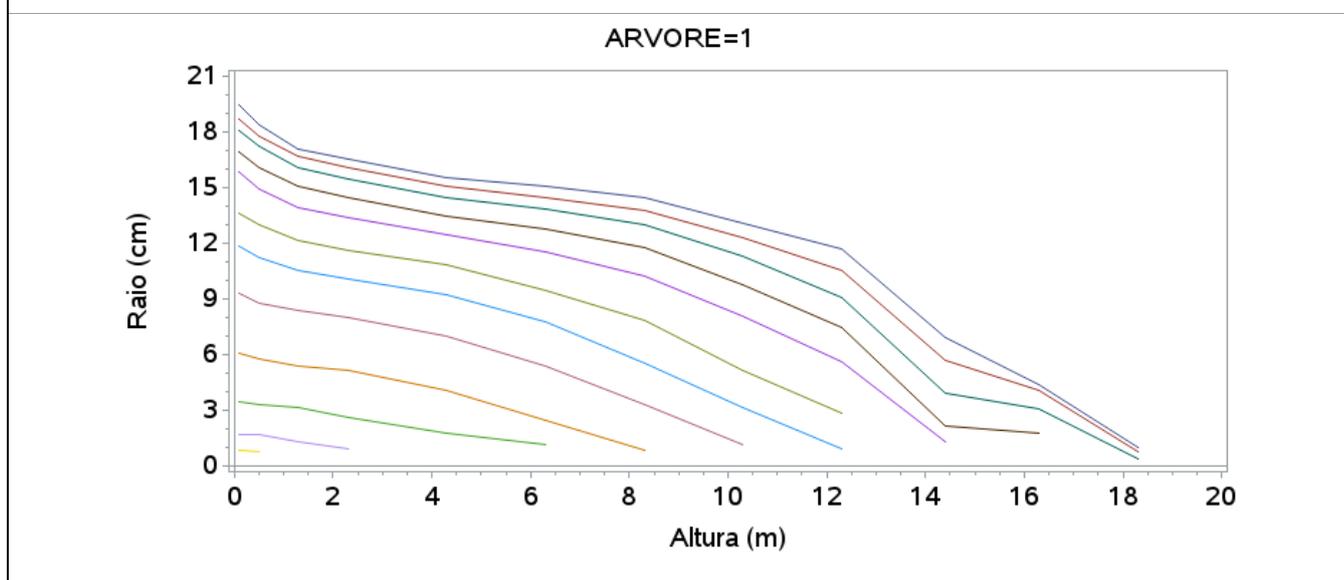


Figura 49 – Resultados do processamento para produção do gráfico de análise de tronco, com o SAS, para uma árvore de 12 anos de idade.

9 DENDROCRONOLOGIA

Dendrocronologia é a ciência que versa sobre a datação dos anéis de crescimento das árvores. Etimologicamente a palavra vem do grego: dendron (árvore) + chronos (tempo) + logos (estudo). É um método científico utilizado em datações absolutas aplicado à arqueologia.

Dendrocronologia consiste na análise de padrões de anéis de crescimento anual das árvores que permite identificar e datar ocorrências passadas, como eventos de queda de rochas, incêndios florestais ou avalanches de neve, condições climáticas anteriores (ARX, 2021), tratamentos silviculturais, períodos de densidade florestal excessiva, poda excessiva, ataques de pragas ou doenças, fertilização do solo, etc.

Andrew Ellicott Douglass é considerado o pai desta ciência. Ele foi um astrônomo americano, nascido a 5 de julho de 1867, em Windsor, Vermont, e faleceu a 20 de março de 1962, em Tucson, Arizona (LTRR, 2021). Douglass estudou os ciclos de atividade das manchas solares e sua relação com os padrões climáticos na Terra, que resultariam em padrões dos anéis de crescimento das árvores. Essa pesquisa o levou a trabalhar num projeto arqueológico do Museu Americano de História Natural, que incluía a datação de ruínas pelo estudo dos padrões dos anéis de crescimento da madeira usada na construção em relação aos padrões dos anéis de árvores das espécies, usadas nas obras, que vegetavam na região. Posteriormente, na Universidade do Arizona, foi o primeiro cientista a ensinar formalmente a disciplina de dendrocronologia. Em 1937, fundou o Laboratório de Pesquisa de Anéis das Árvores daquela universidade, o primeiro do gênero, consolidando a nova ciência.

As árvores crescem em dois sentidos, alongam e engrossam. O alongamento é promovido pelo meristema apical, oriundo do embrião da semente, sendo induzido pelas giberelinas (hormônios), causando o crescimento em altura. À medida que o embrião se alonga, o meristema primário se diferencia logo abaixo do ápice da planta e forma o meristema secundário, que é induzido pelas auxinas, e que promove o engrossamento do tronco.

As árvores que crescem em regiões com estações diferenciadas, seca e úmida, ou fria e quente, têm o crescimento diminuído ou até mesmo desativado nas estações secas ou frias. Nestes casos, diz-se que o crescimento é sazonal, ou seja, ocorre durante a estação do ano em que há umidade e calor suficiente para ativar o metabolismo das plantas. No início da estação de crescimento, há fartura de hormônios e nutrientes, fazendo com que o meristema secundário crie células grandes, com paredes celulares proporcionalmente mais finas em

relação às geradas quando o crescimento diminui, devido às condições ambientais menos favoráveis do final da estação. Conseqüentemente, a maioria das plantas forma camadas anuais de células do tronco, mais claras no início da estação de crescimento e mais escuras no final. Num corte transversal do tronco, essas camadas são vistas como anéis claros e escuros, podendo ser contados e medidos, permitindo inferir-se sobre a idade da árvore e sobre o quanto cresceu ano a ano.

Em anos de maior umidade e calor, ou de prolongamento da estação de crescimento, as árvores formam anéis mais largos e vice-versa. Os padrões de anéis de crescimento largos e finos são como códigos de barras e possibilitam o pareamento com os padrões de outras árvores, mesmo depois de transformadas em vigas e tábuas usadas em construções. Foi esta técnica que Douglass usou para datar a época em que alguns edifícios haviam sido construídos, criando a dendrocronologia.

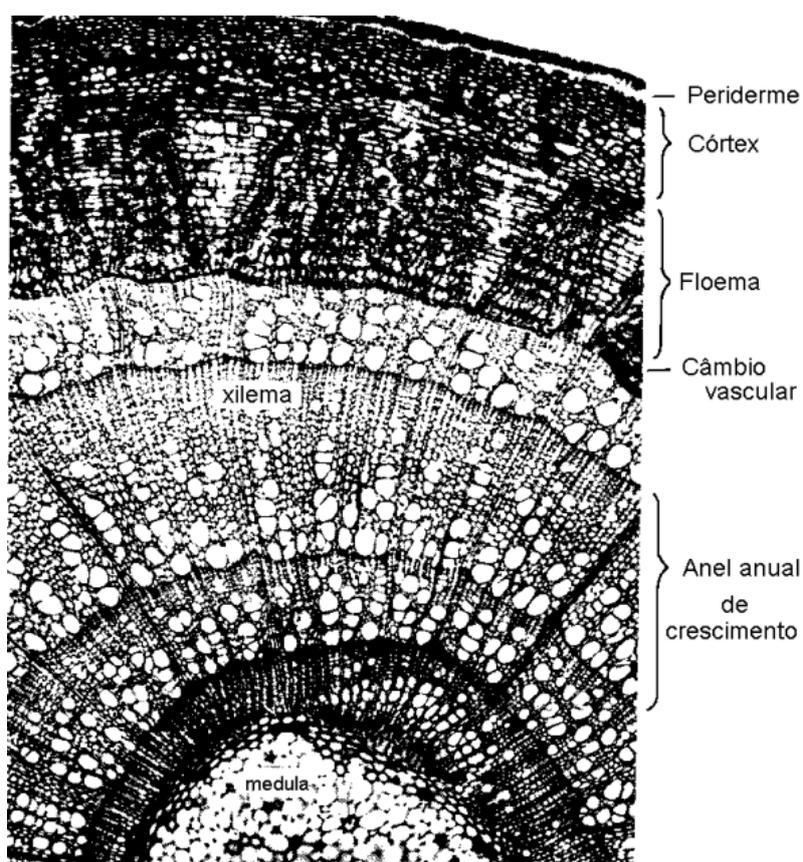


Figura 50 – Corte transversal de um caule jovem de *Tilia olivieri* (USP, 2002).

Anéis de crescimento também são chamados de anéis das árvores, ou de anéis anuais. Os anéis podem formar-se em árvores que vegetam até mesmo em regiões tropicais sem estação seca, devido às pequenas variações climáticas entre as diferentes épocas do ano.

A técnica de comparar os padrões de sequência de anéis é chamada de datação cruzada, sendo considerada a base da dendrocronologia. Vários fatores podem influir na formação dos anéis, além do clima, como as condições do ambiente no entorno de cada planta, bem como incêndios, ou ataques de pragas e doenças, explosões solares, atividade vulcânica, glaciações, furacões, movimentos de massa, terremotos, entre outros, o que pode induzir a formação de anéis falsos e a erros na datação dos anéis. As árvores de uma mesma região tendem a formar padrões de largura de anéis semelhantes. Por isso, a determinação correta da idade de uma árvore depende do cruzamento das informações sobre os padrões dos seus anéis com os de outras árvores, para confirmação.

A dendrocronologia tem sido usada como ciência auxiliar na arqueologia, nos estudos de clima, de catástrofes ambientais de eras passadas e na prognose do crescimento das árvores, esta última, constitui-se na principal aplicação para o planejamento da produção florestal.

9.1 Datação cruzada

A datação cruzada é baseada na correspondência de padrões da largura dos anéis entre diferentes amostras, permitindo definir a data de formação dos anéis, criando uma série cronológica. A técnica se baseia no fato de que a largura dos anéis anuais tende a ser uma resposta do ambiente. Assim, anos favoráveis proporcionam anéis mais largos do que os anos em que o ambiente foi desfavorável para o crescimento. Uma série de anéis com diferentes larguras formam padrões que permitem comparar uma amostra com outra e com as condições ambientais, permitindo identificar o ano de formação de cada anel de crescimento (Figura 51). O cruzamento dos padrões de anéis de amostras para a datação cruzada com fins arqueológicos consiste no uso de três tipos de amostras: amostra de espécie viva, amostra de espécie morta ou fragmento de madeira e amostra retirada de contextos arqueológicos, como edifícios antigos. O cruzamento e sobreposição dos três tipos de amostra permite datar amostras arqueológicas e auxilia na calibração de padrões regionais em grande parte dos casos (GONÇALVES, 2021).

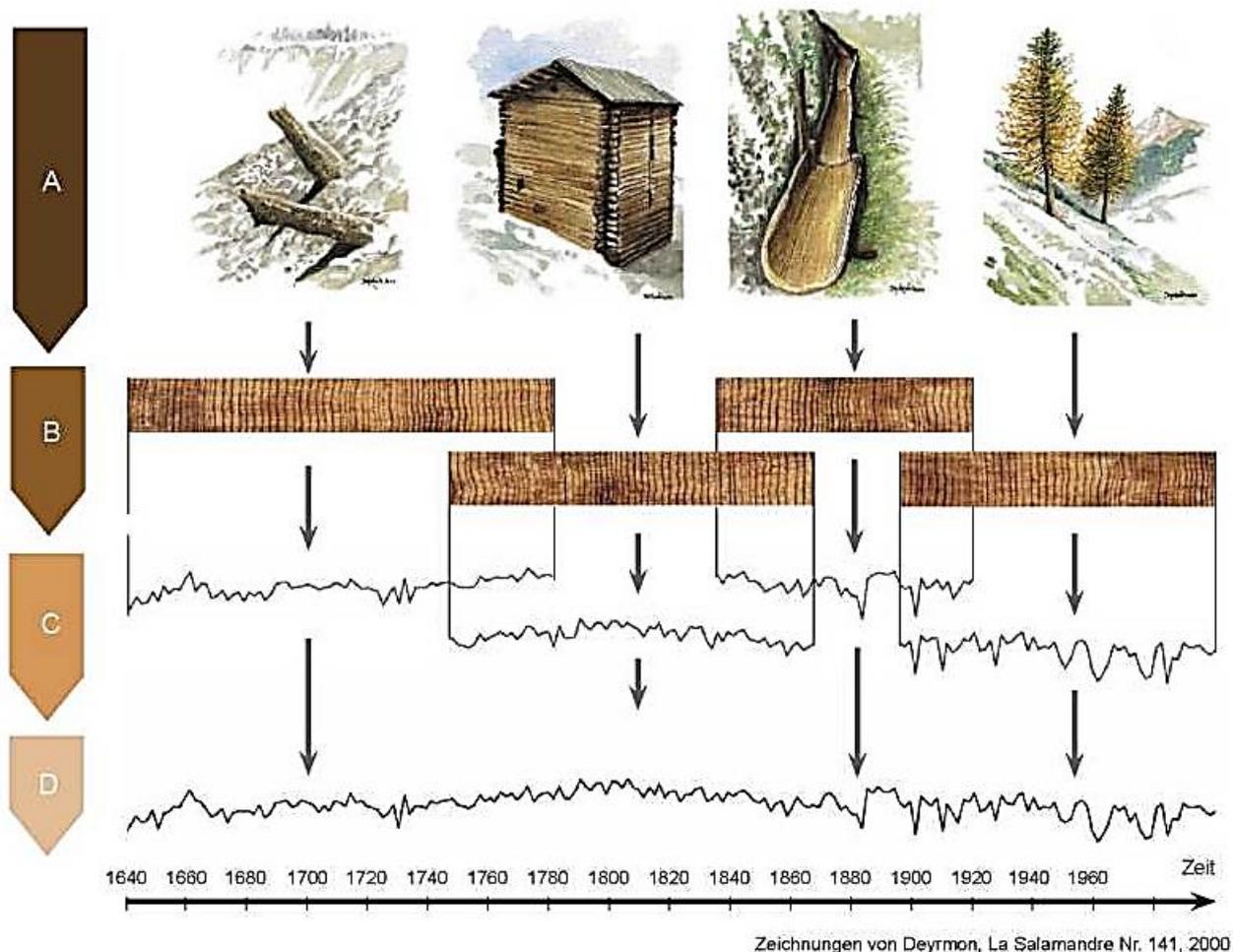


Figura 51 - Princípio geral de datação cruzada. (A) Busca por árvores vivas ou madeira em locais como depósitos glaciais, edifícios antigos, aquedutos; (B) recuperação e preparação das amostras de madeira; (C) medição da largura e datação dos anéis de crescimento anual; (D) determinação de uma cronologia. Fonte: ETH (2021).

Após a medição, é realizada a sincronização dos padrões de largura dos anéis para complementar a datação cruzada (Figura 52).

9.2 Replicação

Os anéis das árvores crescendo numa mesma época, num mesmo local, apresentam pequenas variações, devendo ser calculada a média aritmética das larguras de anéis de árvores de múltiplas amostras para construir uma sequência histórica de anéis, ao que se denomina de replicação. A sequência de anéis de árvores cujas datas de início e fim não são conhecidos é chamado de cronologia flutuante. A cronologia flutuante pode ser fundamentada em cruzamento, combinando os padrões de anéis das árvores cujas datas são conhecidas.

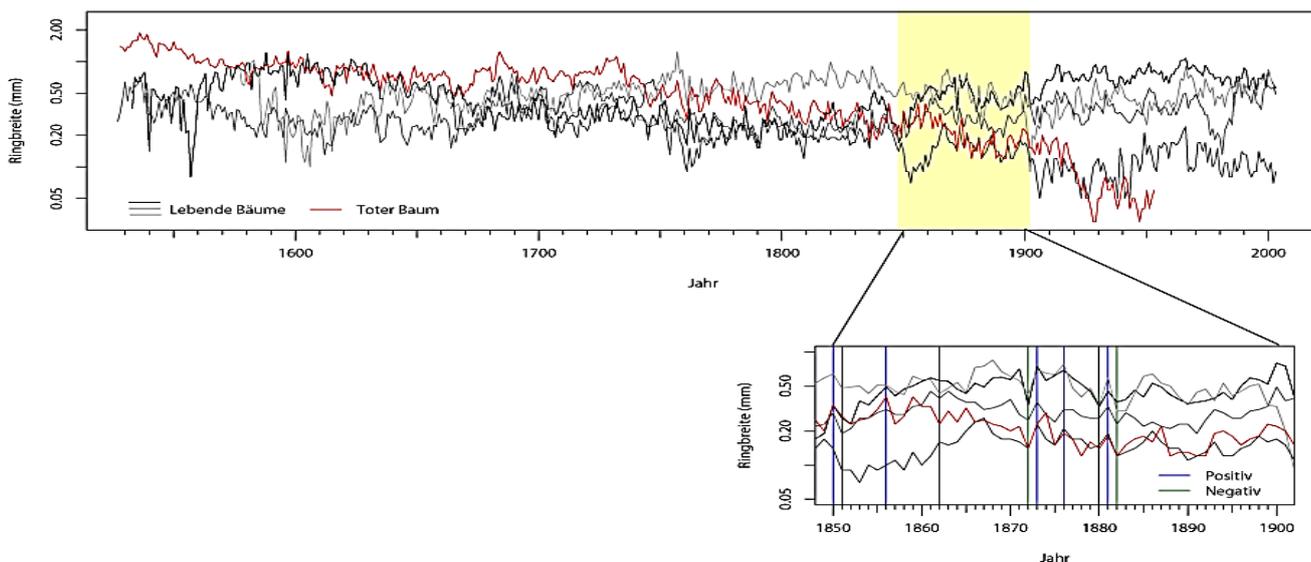


Figura 52 –Curvas de crescimento anual sincronizadas de Spruce (*Picea engelmannii*). As árvores vivas são indicadas como linhas pretas, a árvore morta é indicada como uma linha vermelha, as larguras dos anéis são exibidas em uma escala logarítmica. A parte superior da figura mostra as curvas de crescimento inteiras, a parte inferior concentra-se no período 1850-1900 com anos positivos e negativos visíveis sendo marcados em azul e verde, respectivamente. Fonte: ETH (2021).

9.3 Datação por radiocarbono

Além da datação cruzada e da replicação, a coerência entre duas sequências independentes de anéis anuais pode ser confirmada por comparação da sua idade por radiocarbono. A datação por radiocarbono um método de datação com o radioisótopo instável de carbono (C14) para datar materiais carbonáceos até cerca de 60 000 anos. O C14 encontra-se na alta atmosfera onde se combina com o oxigênio para formar CO₂ e desce para a biosfera onde é incorporado às plantas pela fotossíntese. A vida média do C14 é 5730 +/- 40 anos. A contagem dos átomos de C14 presentes num organismo morto permite saber quantos anos passaram desde que morreu, pois a desintegração do mesmo possibilita calcular quanto tempo se passou desde a morte do organismo. A datação por radiocarbono deve ser calibrada para gerar datas de calendário, pois o C14 não permaneceu constante na alta atmosfera. Esta técnica foi desenvolvida por Willard Libby e seus colegas na Universidade de Chicago em 1949.

10 BIOMASSA FLORESTAL

Biomassa é toda a massa de matéria orgânica dos organismos vivos e mortos, incluindo partes deles em degradação ou não, existente numa determinada comunidade, acima do solo e integrados ao solo.

Portanto, a biomassa florestal existente num povoamento é a soma da massa de:

- Árvores vivas;
- Necromassa - árvores mortas e galhos caídos com diâmetro superior a 2 cm;
- Plantas vivas de sub-bosque;
- Serrapilheira, incluindo animais mortos e restos dos mesmos;
- Matéria orgânica do solo.

Os estudos de biomassa podem ter diferentes objetivos, como a determinação do estoque de carbono e disponibilidade para produção de energia. Dependendo do objetivo, deverão ser colhidas amostras específicas de cada compartimento para determinação de seu teor de carbono, ou poder calorífico, o que não será tratado neste texto.

Higa et al (2014) descrevem o protocolo completo adotado pela EMBRAPA para avaliação da biomassa florestal na obra: “Protocolo de medição e estimativa de biomassa e carbono florestal”.

10.1 Árvores vivas

A medição de biomassa das árvores vivas de um povoamento florestal é realizada de forma independente para o tronco (madeira e casca), galhos, folhas, flores, frutos, sementes e raízes.

O volume do tronco é medido pelos métodos tradicionais de cubagem. Para transformação em biomassa, é necessário medir e pesar amostras representativas ao longo do tronco previamente secas, da casca e da madeira, e determinar sua densidade.

A determinação da biomassa dos galhos é realizada pesando-se os mesmos ainda verdes logo após o abate da árvore. Depois, são tomadas amostras representativas proporcionais às dimensões dos galhos ou ao índice de ramificação, que são secas e pesadas para determinar sua densidade, permitindo determinar a massa total de galhos da árvore.

A biomassa das folhas é determinada por pesagem de toda a folhagem logo após o abate. Depois retira-se uma amostra representativa que é pesada verde, sendo seca e pesada novamente para determinação da sua densidade e então determinar a massa de todas as folhas da árvore.

A amostragem para determinação da biomassa de raízes das árvores deve ser estratificada por classe de idade e porte da árvore, histórico de perturbações e condições do solo (HIGA et al, 2014), sendo realizada, geralmente, por trincheiras que devem partir como raios do centro do tronco da árvore abatida em direção ao extremo da copa, devendo ser abertas até onde se encontrem raízes identificadas como pertencente à árvore e com mais de 2 mm de diâmetro. As trincheiras têm sua altura, largura e comprimento medidos para determinação do volume de solo removido. Então, calcula-se o volume de solo que contém todas as raízes da árvore em todo seu entorno. As raízes encontradas são pesadas verdes e depois uma amostra representativa é seca para determinação de sua densidade semelhantemente ao processo utilizado para os galhos. Depois determina-se a massa de raízes da trincheira, que multiplicada pelo volume total de solo que continha as raízes da árvore e dividida pelo volume da trincheira, confere uma estimativa da biomassa de raízes da planta.

A biomassa de árvores vivas de um povoamento é a soma da biomassa de todas as árvores crescendo no mesmo. Assim, as árvores de amostra devem incluir todas as classes diamétricas e a determinação da biomassa deverá ser calculada pela proporção de árvores de cada classe de diâmetro e depois somadas para encontrar-se a biomassa das árvores vivas do povoamento.

10.2 Necromassa

A necromassa é representada por todo material caído no chão com diâmetro de 2 cm ou mais, não se incluindo as plantas mortas que permanecem em pé.

A necromassa é amostrada, geralmente, por meio de transectos lineares, ou podem ser de qualquer outro tipo de unidade amostral que se julgar adequada.

São medidos os diâmetros médios e comprimentos de todos os fragmentos de troncos e galhos da unidade amostral que se estiver utilizando.

Quando em grande quantidade, podem ser colhidas amostras representativas dos fragmentos, que são medidas, pesadas úmidas e secas para determinar sua densidade. Os fragmentos são separados em classes de tamanhos para determinar-se a massa por classe e o total pela soma da massa de todas as classes.

Quando em pequena quantidade, podem ser pesados em seu todo ainda no campo e colhidas amostras para determinação da densidade.

10.3 Plantas vivas de sub-bosque

Aqui se incluem lianas, epífitas em geral, mudas de árvores, plantas herbáceas e arbustivas, etc. Devem ser amostradas por meio de unidades de tamanho adequado ao porte das plantas, podendo-se utilizar mais de um tamanho de unidade amostral. Preferencialmente, deve-se cortar as plantas, pesá-las logo após o corte, secá-las e pesar secas para determinar sua densidade, de forma a permitir o cálculo de sua massa.

10.4 Serrapilheira

A composição da serrapilheira varia conforme a estação do ano, devido à deposição de materiais da vegetação e velocidade de decomposição e, de acordo com HIGA et al (2014), nos estudos de serrapilheira deve-se levar em consideração os seguintes fatores: tipo de vegetação, latitude, altitude, temperatura, precipitação, disponibilidade de luz durante a estação de crescimento, duração do dia (horas), evapotranspiração, relevo, deciduidade, estágio sucessional, herbivoria, disponibilidade hídrica e estoque de nutrientes no solo.

10.5 Matéria orgânica do solo

A matéria orgânica do solo inclui as raízes com menos de 2 mm de diâmetro. A amostragem e determinação da biomassa de matéria orgânica do solo deve ser realizada conforme os protocolos de amostragem de solos, que são diferentes de região para região e não serão tratados neste texto. Oliveira (2014) descreve o protocolo, adotado pela EMBRAPA no âmbito da rede de pesquisa PECUS, na obra: “Protocolo para quantificação dos estoques de carbono do solo da rede de pesquisa Pecus”.

11 RELAÇÃO ENTRE VARIÁVEIS DENDROMÉTRICAS

A maior parte das variáveis dendrométricas são altamente correlacionadas entre si, permitindo estimar variáveis de difícil medição com as mais fáceis de medir. Também são correlacionadas com o tempo, possibilitando realizar estimativas de seu valor em função da idade. As relações mais comuns entre variáveis são as seguintes:

- Relação hipsométrica – é a relação existente entre o diâmetro (d) e altura (h) da árvore, permitindo que se estime a altura em função do diâmetro por equações de regressão do tipo $h=f(d)$ denominadas de equações hipsométricas;
- Relação do diâmetro (d) e da altura (h) com o volume (v) – permite estimar o volume de uma árvore em função do diâmetro, ou do diâmetro e altura por meio de equações de regressão do tipo $v=f(d)$ e $v=f(d, h)$ denominadas de equações volumétricas;
- Relação das variáveis dendrométricas (d, h, g, v) com o tempo (t) – permite que se realize estimativas de uma variável dendrométrica qualquer (Y) ao longo do tempo (t) por meio de equações de crescimento do tipo $Y=f(t)$.

Em modelos matemáticos a notação deve ser como segue:

- Y representa a variável dependente;
- X representa a variável independente;
- b_n representam os coeficientes de modelos para uma amostra;
- β_n representam os parâmetros de modelos para uma população.

Deve-se levar em conta que as relações entre as variáveis dependentes (estimadas) e as independentes geralmente não são diretamente proporcionais e que as variáveis independentes precisam ser transformadas para obter-se uma relação que descreva adequadamente a relação entre ambas. No passado era comum transformar-se além das variáveis independentes, também as variáveis dependentes, o que não é apropriado e absolutamente desnecessário, pois a análise de variância da regressão com a variável transformada não tem valor, necessitando ser refeita com os valores sem transformação. Outro erro comum que se cometia era o uso de modelos com 3, 4 e até mais termos do tipo $Y=b_0+b_1.X+b_2.X^2+b_3.X^3+b_4.X^4$. O que ocorre é que equações com muitos termos usualmente se

distorcem mais e tornam-se particulares para a amostra e não podem ser generalizadas para a população da qual a amostra se originou.

Assim, deve-se preferir os modelos mais simples e nunca transformar a variável independente.

As transformações de variáveis independentes (X), entre outras, podem ser dos tipos: X², X³, X⁴, X⁵, 1/X, 1/X², 1/X³, 1/X⁴, 1/X⁵, ln(X), ln(X²), ln(X³), ln(X⁴), ln(X⁵), ln(1/X), ln(1/X²), ln(1/X³), ln(1/X⁴), ln(1/X⁵), X^{1/2}, X^{1/3}, X^{1/4}, X^{1/5}. Modelos de relação hipsométrica sempre devem ser testados com e sem intercepto, pois muitas vezes as equações geradas sem intercepto tem melhor ajuste.

11.1 Equações hipsométricas

Relação hipsométrica é a relação existente entre a altura (h) e o diâmetro das árvores (h), podendo ser representada pela função $h = f(d)$. Alguns modelos de relação hipsométrica são apresentados na Tabela 8.

TABELA 8 - Modelos de relação hipsométrica

Nº	Modelos de Funções de Altura
01	$h = d / (b_0 + b_1 \cdot d)$
02	$h = d(b_1 \cdot \ln d + b_2 \cdot \ln d^2)$
03	$h = b_0 + b_1 \cdot d^2$
04	$h = b_0 + b_1 \cdot \ln d$
05	$h = b_0 + b_1 \cdot d$
06	$h = b_0 + b_1 \cdot d + b_2 \cdot d^2$
07	$h = b_0 + b_1 \cdot \frac{1}{d^2}$
08	$h = b_0 + b_1 \cdot \frac{1}{d} + b_2 \cdot \frac{1}{d^2}$
09	$h = \left[\frac{b_0 + b_1 \cdot d + b_2 \cdot d^2}{d^2} \right] + 1,3$
10	$h = b_0 + b_1 \cdot \ln \frac{1}{d}$
11	$h = (b_0 + b_1 \cdot \ln d) + 1,3$

Onde: d = Diâmetro a 1,30 m de altura, em centímetros; h = Altura da árvore, em metros; b₀, b₁, b₂, b₃ e b₄ = Coeficientes das equações; ln = Logaritmo natural.

Pode-se tentar ajustar cada um dos modelos separadamente, mas também é possível construir um novo modelo a partir de todas as transformações possíveis da variável independente em softwares como o SAS, como no exemplo a seguir, com os dados da Tabela 14, no Apêndice D, sendo que o procedimento PROC REG é executado com modelo incluindo-se o intercepto e excluindo-se o intercepto:

```
* RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA;
DATA DADOS;
INPUT ARVORE D H @@;
* TRANSFORMACOES DA VARIAVEL INDEPENDENTE;
D2=D**2; D3=D**3; D4=D**4; D5=D**5; ID=1/D; ID2=1/D2; ID3=1/D3 ; ID4=1/D4 ; ID5=1/D5;
LD=LOG(D); LD2=LOG(D2); LD3=LOG(D3); LD4=LOG(D4); LD5=LOG(D5);
LID=LOG(1/D); LID2=LOG(1/D2); LID3=LOG(1/D3); LID4=LOG(1/D4); LID5=LOG(1/D5);
D12=D**(1/2); D13=D**(1/3); D14=D**(1/4); D15=D**(1/5);
DATALINES;
1 20.0 25.0 21 20.0 22.0 41 20.0 22.0
2 21.0 27.0 22 21.0 21.0 42 21.0 21.0
3 22.0 28.5 23 22.0 24.2 43 22.0 19.8
4 23.0 30.0 24 23.0 23.0 44 23.0 23.0
5 24.0 31.8 25 24.0 21.6 45 24.0 26.4
6 25.0 33.0 26 25.0 22.5 46 25.0 22.5
7 26.0 34.1 27 26.0 28.6 47 26.0 26.0
8 27.0 35.3 28 27.0 29.7 48 27.0 27.0
9 28.0 36.6 29 28.0 28.0 49 28.0 25.2
10 29.0 37.5 30 29.0 31.9 50 29.0 31.9
11 30.0 38.2 31 30.0 33.0 51 30.0 33.0
12 31.0 39.0 32 31.0 34.1 52 31.0 31.0
13 32.0 39.4 33 32.0 35.2 53 32.0 32.0
14 33.0 40.0 34 33.0 29.7 54 33.0 33.0
15 34.0 40.5 35 34.0 37.4 55 34.0 37.4
16 35.0 41.0 36 35.0 35.0 56 35.0 35.0
17 36.0 41.3 37 36.0 32.4 57 36.0 32.4
18 37.0 41.7 38 37.0 37.0 58 37.0 40.7
19 38.0 42.0 39 38.0 41.8 59 38.0 34.2
20 39.0 42.0 40 39.0 35.1 60 39.0 39.0
;
PROC REG DATA=DADOS;
MODEL H = D D2 D3 D4 D5 ID ID2 ID3 ID4 ID5 LD LD2 LD3 LD4 LD5
      LID LID2 LID3 LID4 LID5 D12 D13 D14 D15 / SELECTION=STEPWISE VIF;
RUN;
PROC REG DATA=DADOS;
MODEL H = D D2 D3 D4 D5 ID ID2 ID3 ID4 ID5 LD LD2 LD3 LD4 LD5
      LID LID2 LID3 LID4 LID5 D12 D13 D14 D15 / NOINT SELECTION=STEPWISE VIF;
RUN;
```

O relatório do SAS, com os resultados do processamento, é listado a seguir:

The REG Procedure	
Model: MODEL1	
Dependent Variable: h	
Number of Observations Read	60
Number of Observations Used	60
Stepwise Selection: Step 1	
Variable Ld3 Entered: R-Square = 0.6951 and C(p) = -1.9395	

Dendrometria – Eduardo Pagel Floriano

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	1760.33920	1760.33920	132.21	<.0001
Error	58	772.25813	13.31480		
Corrected Total	59	2532.59733			

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	Type II SS	F Value	Pr > F
Intercept	-58.68638	7.90046	734.68969	55.18	<.0001
Ld3	8.98372	0.78131	1760.33920	132.21	<.0001

Bounds on condition number: 1, 1

All variables left in the model are significant at the 0.1500 level.

No other variable met the 0.1500 significance level for entry into the model.

Summary of Stepwise Selection								
Step	Variable Entered	Variable Removed	Number Vars In	Partial R-Square	Model R-Square	C(p)	F Value	Pr > F
1	Ld3		1	0.6951	0.6951	-1.9395	132.21	<.0001

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: h

Number of Observations Read	60
Number of Observations Used	60

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	1760.33920	1760.33920	132.21	<.0001
Error	58	772.25813	13.31480		
Corrected Total	59	2532.59733			

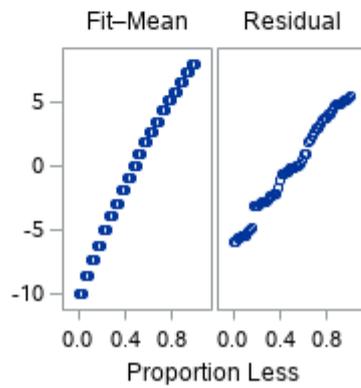
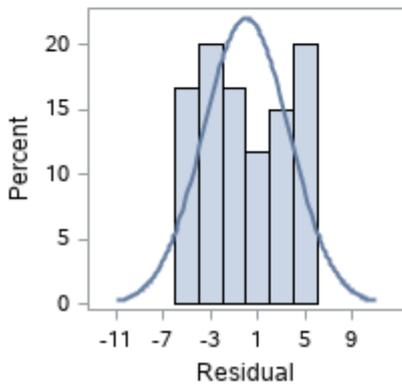
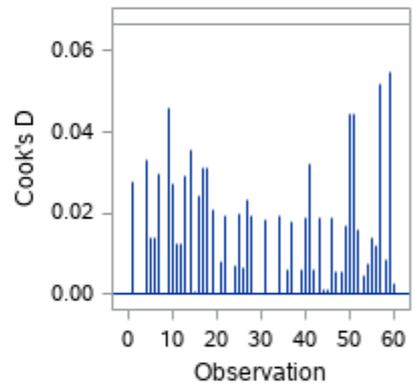
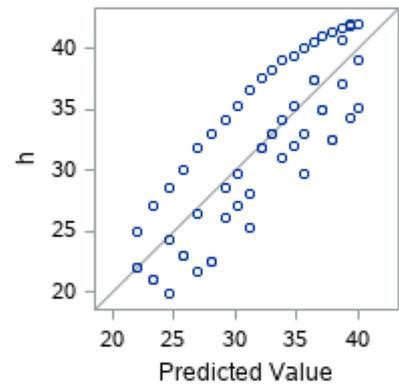
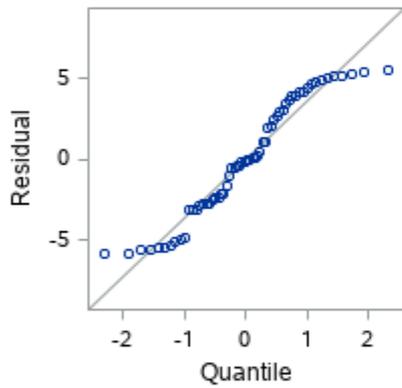
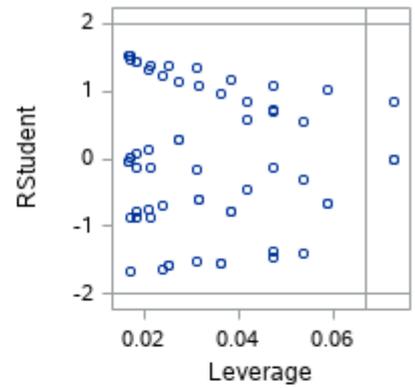
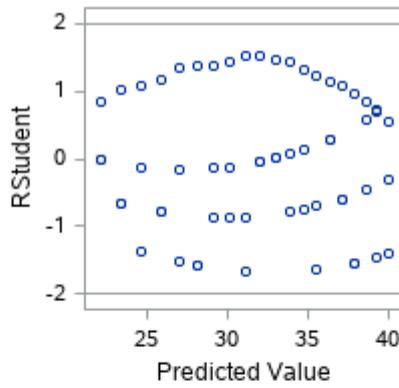
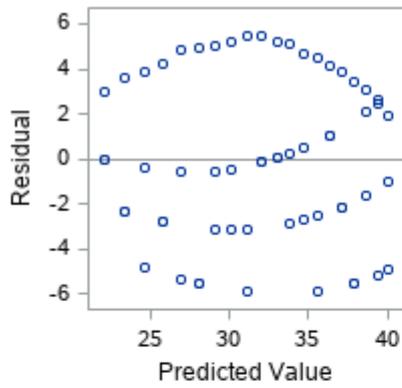
Root MSE	3.64894	R-Square	0.6951
Dependent Mean	31.99333	Adj R-Sq	0.6898
Coeff Var	11.40533		

Parameter Estimates						
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t	Variance Inflation
Intercept	1	-58.68638	7.90046	-7.43	<.0001	0
Ld3	1	8.98372	0.78131	11.50	<.0001	1.00000

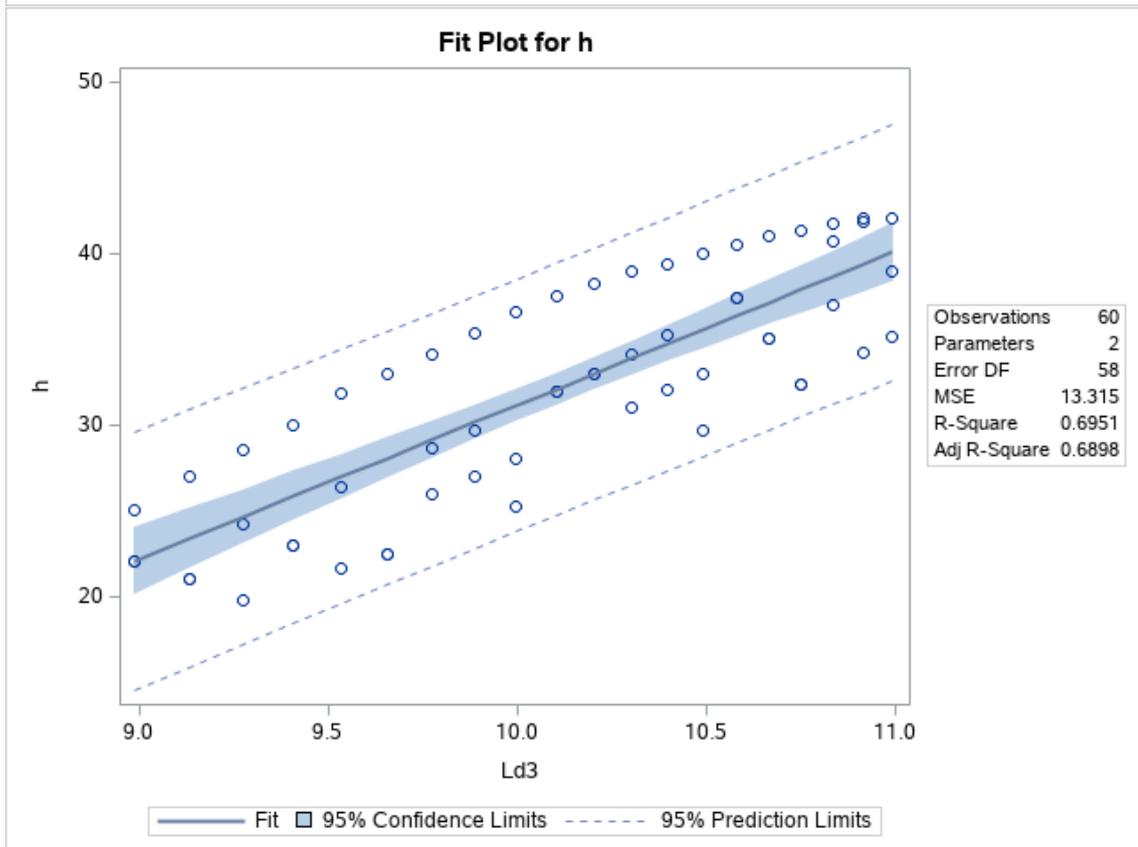
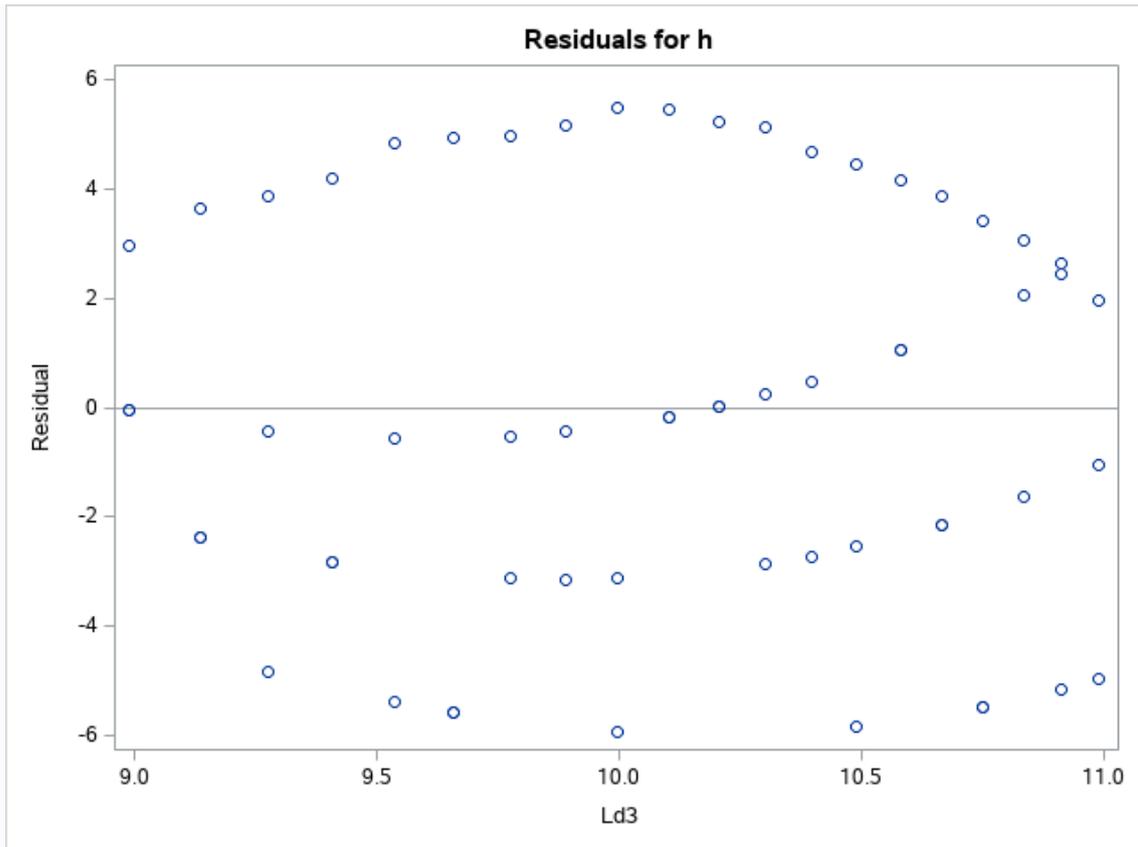
Como se pode observar, neste modelo com intercepto somente a variável transformada Ld3, correspondente a $\ln(d^3)$ foi retida na equação, que apresentou um Coeficiente de Determinação de $R^2 = 0,6951$ e um Erro Padrão de Estimativas (Syx%, também denominado de Coeficiente de Variação) de 11,41%. A seguir são apresentados os gráficos resultantes do processamento.

The REG Procedure
 Model: MODEL1
 Dependent Variable: h

Fit Diagnostics for h



Observations	60
Parameters	2
Error DF	58
MSE	13.315
R-Square	0.6951
Adj R-Square	0.6898



Dendrometria – Eduardo Pagel Floriano

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: h

Number of Observations Read	60
Number of Observations Used	60

Stepwise Selection: Step 1
Variable d Entered: R-Square = 0.9868 and C(p) = 1.1296
Note: No intercept in model. R-Square is redefined.

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	63102	63102	4407.55	<.0001
Error	59	844.69491	14.31686		
Uncorrected Total	60	63947			

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	Type II SS	F Value	Pr > F
d	1.07890	0.01625	63102	4407.55	<.0001

Bounds on condition number: 1, 1

Stepwise Selection: Step 2
Variable d5 Entered: R-Square = 0.9880 and C(p) = -2.0842
Note: No intercept in model. R-Square is redefined.

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	63177	31588	2378.73	<.0001
Error	58	770.21315	13.27954		
Uncorrected Total	60	63947			

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	Type II SS	F Value	Pr > F
d	1.14408	0.03166	17340	1305.77	<.0001
d5	-5.54087E-8	2.339615E-8	74.48176	5.61	0.0212

Bounds on condition number: 4.0921, 16.368

All variables left in the model are significant at the 0.1500 level.
No other variable met the 0.1500 significance level for entry into the model.
Note: No intercept in model. R-Square is redefined.

Summary of Stepwise Selection								
Step	Variable Entered	Variable Removed	Number Vars In	Partial R-Square	Model R-Square	C(p)	F Value	Pr > F
1	d		1	0.9868	0.9868	1.1296	4407.55	<.0001
2	d5		2	0.0012	0.9880	-2.0842	5.61	0.0212

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: h

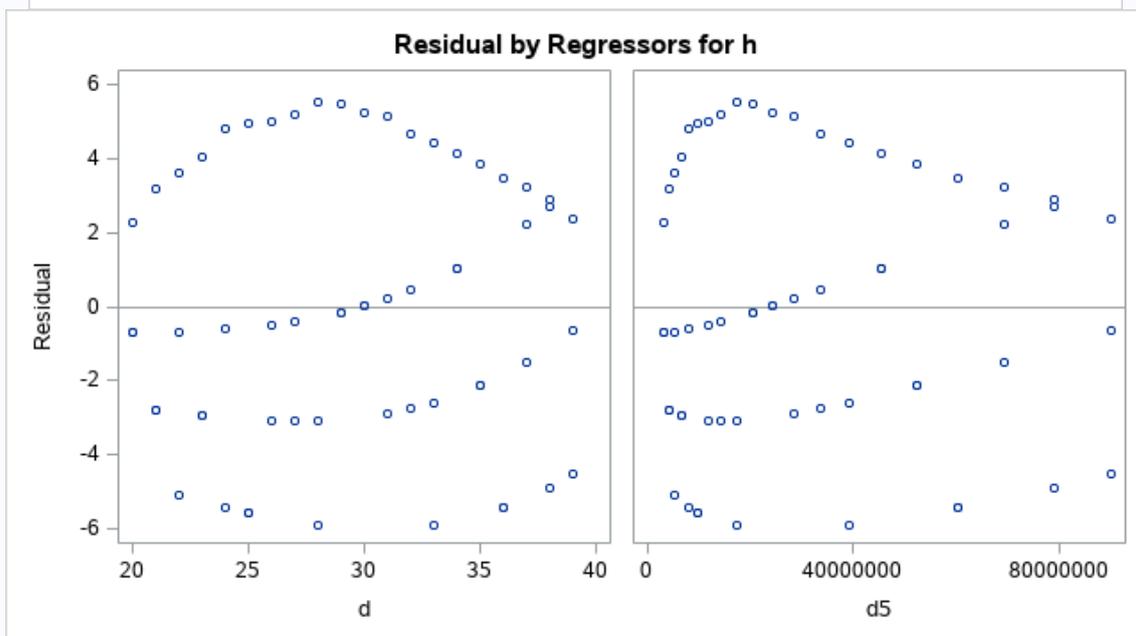
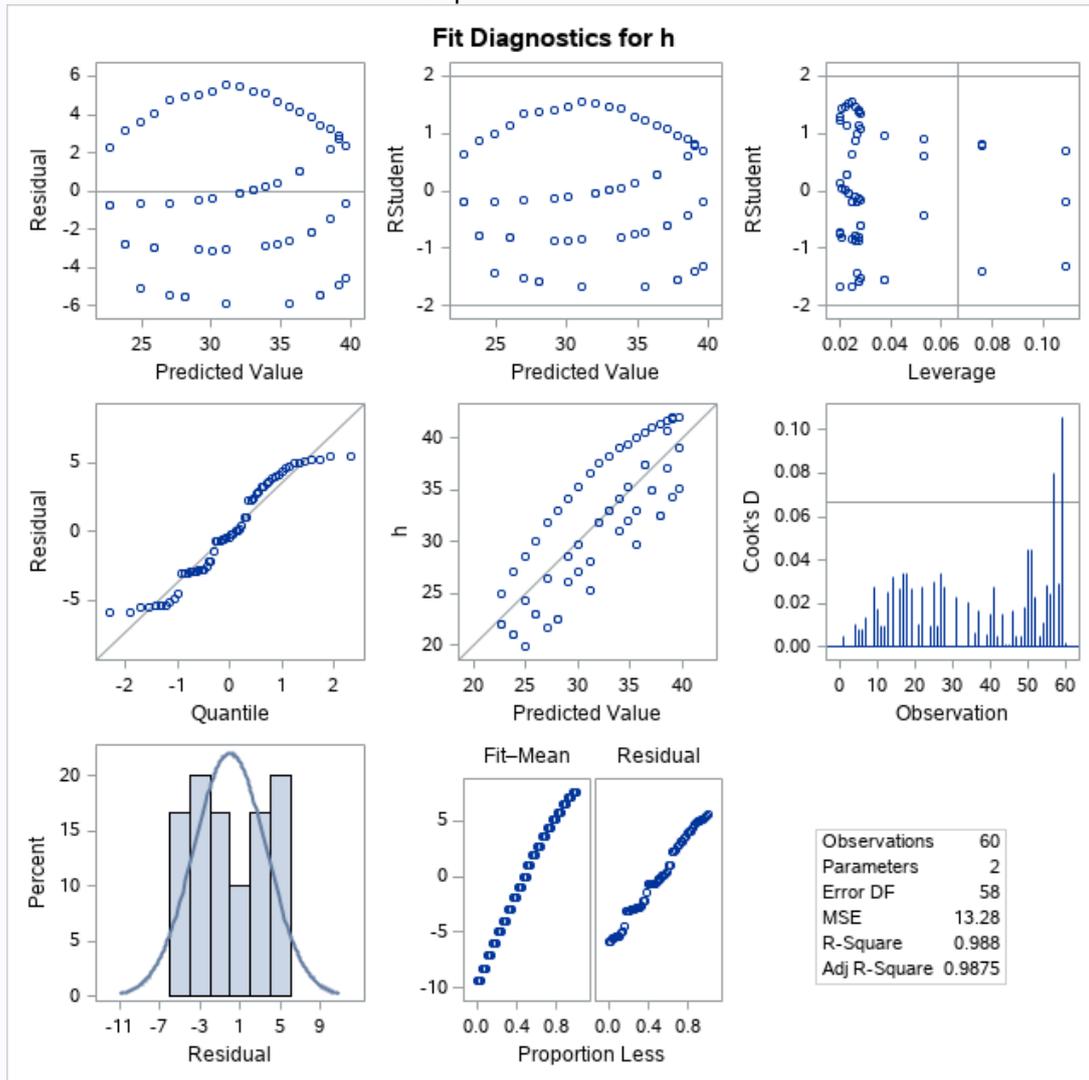
Number of Observations Read	60
Number of Observations Used	60

Note: No intercept in model. R-Square is redefined.

Analysis of Variance						
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F	
Model	2	63177	31588	2378.73	<.0001	
Error	58	770.21315	13.27954			
Uncorrected Total	60	63947				
Root MSE		3.64411	R-Square	0.9880		
Dependent Mean		31.99333	Adj R-Sq	0.9875		
Coeff Var		11.39022				
Parameter Estimates						
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t	Variance Inflation
d	1	1.14408	0.03166	36.14	<.0001	4.09208
d5	1	-5.54087E-8	2.339615E-8	-2.37	0.0212	4.09208

Os resultados da modelagem sem intercepto foram melhores e retiveram a as variáveis d e d5, esta última correspondente a d^5 , com melhor R^2 de 0,9880 e semelhante Syx de 11,39%. Os gráficos da análise estão na página a seguir. O índice de Inflação de Variância foi de 4,09 para as duas variáveis retidas na equação, sendo inferior a 10, o que torna desnecessário excluir variáveis da equação.

The REG Procedure
 Model: MODEL1
 Dependent Variable: h



11.2 Equações volumétricas

Muitos modelos matemáticos foram desenvolvidos para estimativas volumétricas a partir do diâmetro e da altura ($v = f(d, h)$). Um estudo com um número exagerado de modelos foi realizado por Silvestre et al (2014) que ajustaram os 33 modelos para estimativas volumétricas de povoamentos de *Pinus taeda* L., no município de Lages, SC, relacionados na Tabela 9.

TABELA 9 - Modelos matemáticos utilizados para ajuste de equações volumétricas por Silvestre et al (2014).

Nº	Autor	Modelo
1	Burkhault I	$v = \beta_0 + DAP\beta_1 + ei$
2	Kopecky-Gehrhatdt I	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP + ei$
3	Kopecky-Gehrhatdt II	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP^2 + ei$
4	Dissescu-Meyer	$v = \beta_1 * DAP + \beta_2 * DAP^2 + ei$
5	HohenadlKrenn	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP + \beta_2 * DAP^2 + ei$
6	Bonetes I	$v = \beta_0 + \beta_1 * (1/DAP) + \beta_2 * (1/DAP)^2 + ei$
7	Husch-1963	$Log(v) = \beta_0 + \beta_1 * log(DAP) + ei$
8	Omerod MI	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP * h^2 + \beta_2 * DAP^2 + ei$
9	Omerod MII	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP^2 * h + \beta_2 * (1/\sqrt{DAP}) + ei$
10	Spurr FF constante	$v = \beta_1 * DAP^2 * h + ei$
11	Spurr Var combinada	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP * h + ei$
12	Spurr Var combinada II	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP^2 * h + ei$
13	Bonetes II	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP + \beta_2 * h + ei$
14	Bonetes III	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP^2 + \beta_2 * h + ei$
15	Bonetes IV	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP^2 + \beta_2 * h^2 + ei$
16	Stoate australiana	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP^2 + \beta_2 * DAP^2 * h + \beta_3 * h + ei$
17	Burkhaut II	$v = \beta_0 + \beta_1 * \sqrt{DAP} * h + \beta_2 * (1/DAP) + \beta_3 * DAP^2 + ei$
18	Burkhaut III	$v = \beta_0 + \beta_1 * h^2 + \beta_2 * DAP^2 + \beta_3 * (1/\sqrt{DAP}) + ei$
19	Meyer modificada I	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP * h + \beta_2 * DAP^2 * h^2 + \beta_3 * DAP^3 * h^3 + \beta_4 * DAP^4 * h^4 + ei$
20	Meyer modificada II	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP + \beta_2 * DAP^2 + \beta_3 * DAP * h + \beta_4 * DAP^2 * h + ei$
21	Meyer compreensiva	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP + \beta_2 * DAP^2 + \beta_3 * DAP * h + \beta_4 * DAP^2 * h + \beta_5 * h + ei$
22	Näslund-spruce I	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP^2 + \beta_2 * DAP^2 * h + \beta_3 * DAP * h^2 + \beta_4 * h + ei$
23	Näslund-spruce II	$v = \beta_0 + \beta_1 * DAP^2 + \beta_2 * ln(DAP^2 * h) + \beta_3 * DAP * h^2 + \beta_4 * h^2 + ei$
24	Clutter	$v = e\beta_0 + \beta_1 * h + \beta_2 * log(DAP) + ei$
25	Clutter II	$v = e\beta_0 + \beta_1 * log^2(h) + \beta_2 * log(DAP) + ei$
26	Takata	$v = DAP * h / (\beta_0 + \beta_1 * (1/DAP)) + ei$
27	Spurr-Var combinada III	$ln(v) = \beta_0 + \beta_1 * ln(DAP^2 * h) + ei$
28	I.B.W. Alemanha	$ln(v) = \beta_0 + \beta_1 * ln(DAP) + \beta_2 * ln^2(DAP) + \beta_3 * ln(h) + \beta_4 * ln^2(h) + ei$
29	Schumacher Hall não linear	$v = \beta_0 * (DAP\beta_1) * (h\beta_2) + ei$
30	Schumacher Hall	$ln(v) = \beta_0 + \beta_1 * ln(DAP) + \beta_2 * ln(h) + ei$
31	Stoate	$Log(v) = \beta_0 + \beta_1 * log^2(h) + \beta_2 * log^2(DAP) + \beta_3 * DAP^2 + ei$
32	Prodan II	$Log(v) = \beta_0 + \beta_1 * log(d) + \beta_2 * log^2(DAP) + \beta_3 * log(h) + \beta_4 * log^2(h) + ei$
33	Prodan I	$\sqrt{v} = \beta_0 + \beta_1 * DAP * h + \beta_2 * DAP^2 * h^2 + \beta_3 * DAP^3/h^3 + \beta_4 * DAP^4/h^4 + \beta_5 * DAP^5 * h^5 + \beta_6 * DAP^6 * h^6 + ei$

Em que: v = volume; DAP = diâmetro à altura do peito (1,30 m); h = altura total; $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$ = coeficientes; ln = logaritmo neperiano; e = exponencial; log = logaritmo base 10; ei = erro aleatório.

11.3 Equações de crescimento

O crescimento pode ser modelado por meio de equações empíricas ou fenomenológicas, como por exemplo:

- Empíricas: equações em que os parâmetros não têm relação com os fenômenos biológicos do crescimento; exemplo: polinômios em geral;
- Fenomenológicas: equações em que os parâmetros correspondem a características da curva de crescimento; exemplo: Chapman-Richards.

Dois modelos que se ajustam à maioria das curvas de crescimento das árvores são o polinômio de 5º grau e a equação de Chapman-Richards, principalmente para dados que apresentam uma nuvem de pontos com forma sigmoide em um gráfico.

O polinômio de 5º grau é expresso como:

$$Y = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 + b_5 t^5$$

A equação de Chapman-Richard é expressa por (Sit, 1994):

$$Y = A \cdot (1 - e^{-k \cdot t})^r$$

onde: Y = valor da variável dendrométrica dependente na idade t; $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ = parâmetros do polinômio; A = parâmetro que representa a assíntota superior (>0); k = parâmetro que representa a velocidade de crescimento (>0 e <1); r = parâmetro que representa o ponto de inflexão da curva (>0); t = variável independente (idade).

Na Tabela 10 são relacionados dados de um exemplo para ajuste dos dois modelos de crescimento para seis indivíduos de *Pinus elliottii* com 25 anos de idade.

O primeiro passo para a modelagem é a elaboração de gráficos das variáveis na ordenada, em relação à idade na abscissa (Figura 53). Depois, verifica-se que forma os dados assumem para selecionar equações que possam se ajustar aos dados. Sit (1994) e Kiviste et al (2002) relacionam diversos modelos de crescimento com suas características e com os respectivos gráficos que os mesmos podem assumir, facilitando a escolha dos modelos a testar.

Observa-se que os dados de diâmetro, altura e área basal assumem formas aproximadamente sigmoide, enquanto os dados de volume são tipicamente exponenciais (Figura 53). Portanto, para as primeiras três variáveis pode-se utilizar modelos que apresentem ponto de inflexão e assíntota horizontal de valor máximo. Para o volume, é necessário buscar uma equação que possa assumir a forma exponencial. O que se percebe em relação ao volume

é que, na maior idade da medição, parece estar próximo ao ponto de inflexão da curva, devido à tendência de crescimento nos últimos anos.

TABELA 10 – Dados de crescimento de 6 Pinus elliottii com 25 anos de idade

n	t	d	h	v	n	t	d	h	v	n	t	d	h	v	n	t	d	h	v	n	t	d	h	v	n	t	d	h	v
1	25	25,8	27,7	0,795	2	25	28,0	26,7	0,905	3	25	21,1	23,7	0,450	4	25	26,6	24,6	0,754	5	25	32,2	30,6	1,336	6	25	27,6	26,4	0,770
1	24	25,1	26,9	0,729	2	24	27,6	26,2	0,847	3	24	20,6	23,1	0,419	4	24	26,2	23,9	0,714	5	24	31,6	29,2	1,262	6	24	27,1	24,8	0,724
1	23	24,3	26,1	0,674	2	23	26,9	25,7	0,783	3	23	20,1	22,5	0,387	4	23	25,7	23,2	0,670	5	23	30,9	27,9	1,185	6	23	26,5	23,8	0,679
1	22	23,6	25,0	0,614	2	22	26,3	25,1	0,722	3	22	19,6	21,9	0,358	4	22	25,1	22,4	0,623	5	22	30,3	26,9	1,107	6	22	26,1	23,2	0,634
1	21	22,9	23,8	0,550	2	21	25,7	24,4	0,654	3	21	19,1	21,3	0,326	4	21	24,5	21,5	0,565	5	21	29,7	25,8	1,013	6	21	25,5	22,5	0,580
1	20	22,1	22,8	0,491	2	20	24,9	23,5	0,589	3	20	18,6	20,5	0,293	4	20	23,8	20,6	0,508	5	20	29,0	24,8	0,916	6	20	24,9	21,7	0,528
1	19	21,3	21,8	0,430	2	19	24,2	22,4	0,525	3	19	18,0	19,6	0,262	4	19	23,0	19,7	0,452	5	19	28,4	23,2	0,836	6	19	24,2	20,7	0,477
1	18	20,4	20,8	0,373	2	18	23,5	21,4	0,474	3	18	17,5	18,6	0,237	4	18	22,2	18,7	0,402	5	18	27,5	21,9	0,750	6	18	23,5	19,8	0,424
1	17	19,5	19,7	0,324	2	17	22,8	20,4	0,421	3	17	17,0	17,5	0,212	4	17	21,4	17,6	0,348	5	17	26,9	21,2	0,678	6	17	23,1	19,0	0,387
1	16	18,5	18,7	0,276	2	16	22,3	19,4	0,372	3	16	16,5	16,5	0,184	4	16	20,5	16,6	0,292	5	16	26,1	20,6	0,594	6	16	22,5	18,3	0,343
1	15	17,7	17,7	0,238	2	15	21,8	18,4	0,338	3	15	16,1	15,6	0,169	4	15	20,0	15,6	0,265	5	15	25,6	19,7	0,549	6	15	22,0	17,5	0,311
1	14	16,8	16,7	0,200	2	14	20,8	17,0	0,288	3	14	15,6	14,5	0,149	4	14	19,3	14,6	0,229	5	14	24,7	18,7	0,475	6	14	21,2	16,3	0,265
1	13	15,8	15,5	0,163	2	13	19,8	15,6	0,241	3	13	15,0	13,3	0,127	4	13	18,4	13,6	0,197	5	13	23,5	17,5	0,400	6	13	20,5	14,9	0,222
1	12	14,6	14,5	0,129	2	12	18,8	14,6	0,196	3	12	14,3	12,1	0,103	4	12	17,3	12,5	0,161	5	12	22,0	16,4	0,315	6	12	19,6	13,1	0,177
1	11	13,5	13,4	0,101	2	11	17,9	13,5	0,163	3	11	13,5	10,8	0,083	4	11	16,3	11,5	0,132	5	11	20,6	14,9	0,244	6	11	18,8	11,6	0,143
1	10	12,8	12,1	0,080	2	10	16,8	12,2	0,132	3	10	12,6	9,5	0,064	4	10	15,0	10,5	0,103	5	10	19,1	13,1	0,185	6	10	18,1	10,6	0,116
1	9	11,7	10,8	0,060	2	9	15,7	10,8	0,105	3	9	11,5	8,4	0,048	4	9	13,7	9,3	0,077	5	9	17,0	11,5	0,131	6	9	16,8	9,4	0,090
1	8	10,4	9,1	0,041	2	8	14,3	9,6	0,078	3	8	10,2	7,2	0,033	4	8	11,7	7,9	0,051	5	8	15,2	10,3	0,090	6	8	15,3	8,1	0,063
1	7	8,1	7,0	0,023	2	7	12,3	8,5	0,052	3	7	8,6	6,0	0,021	4	7	9,7	6,6	0,030	5	7	13,2	8,8	0,057	6	7	13,5	6,7	0,041
1	6	6,1	5,3	0,011	2	6	10,2	7,0	0,032	3	6	6,9	4,7	0,011	4	6	7,9	5,3	0,017	5	6	11,1	6,0	0,034	6	6	11,5	5,0	0,026
1	5	4,5	4,0	0,004	2	5	8,2	5,4	0,016	3	5	5,1	3,5	0,005	4	5	6,0	4,1	0,008	5	5	8,9	4,0	0,019	6	5	9,0	3,4	0,014
1	4	2,8	2,4	0,002	2	4	6,6	4,1	0,009	3	4	3,7	2,5	0,003	4	4	4,3	2,8	0,004	5	4	6,5	3,5	0,010	6	4	6,6	2,4	0,007
1	3	0,0	0,9	0,000	2	3	4,2	2,6	0,003	3	3	1,7	1,5	0,001	4	3	2,4	1,6	0,001	5	3	3,4	2,2	0,003	6	3	3,9	1,6	0,003
1	2	0,0	0,5	0,000	2	2	0,8	1,0	0,000	3	2	0,0	0,7	0,000	4	2	0,0	0,9	0,000	5	2	0,0	0,9	0,000	6	2	0,0	0,9	0,000
1	1	0,0	0,3	0,000	2	1	0,0	0,3	0,000	3	1	0,0	0,5	0,000	4	1	0,0	0,5	0,000	5	1	0,0	0,5	0,000	6	1	0,0	0,4	0,000

Onde: n = número da árvore; t = idade (anos); d = diâmetro (cm); h = altura (m); v = volume (m³).

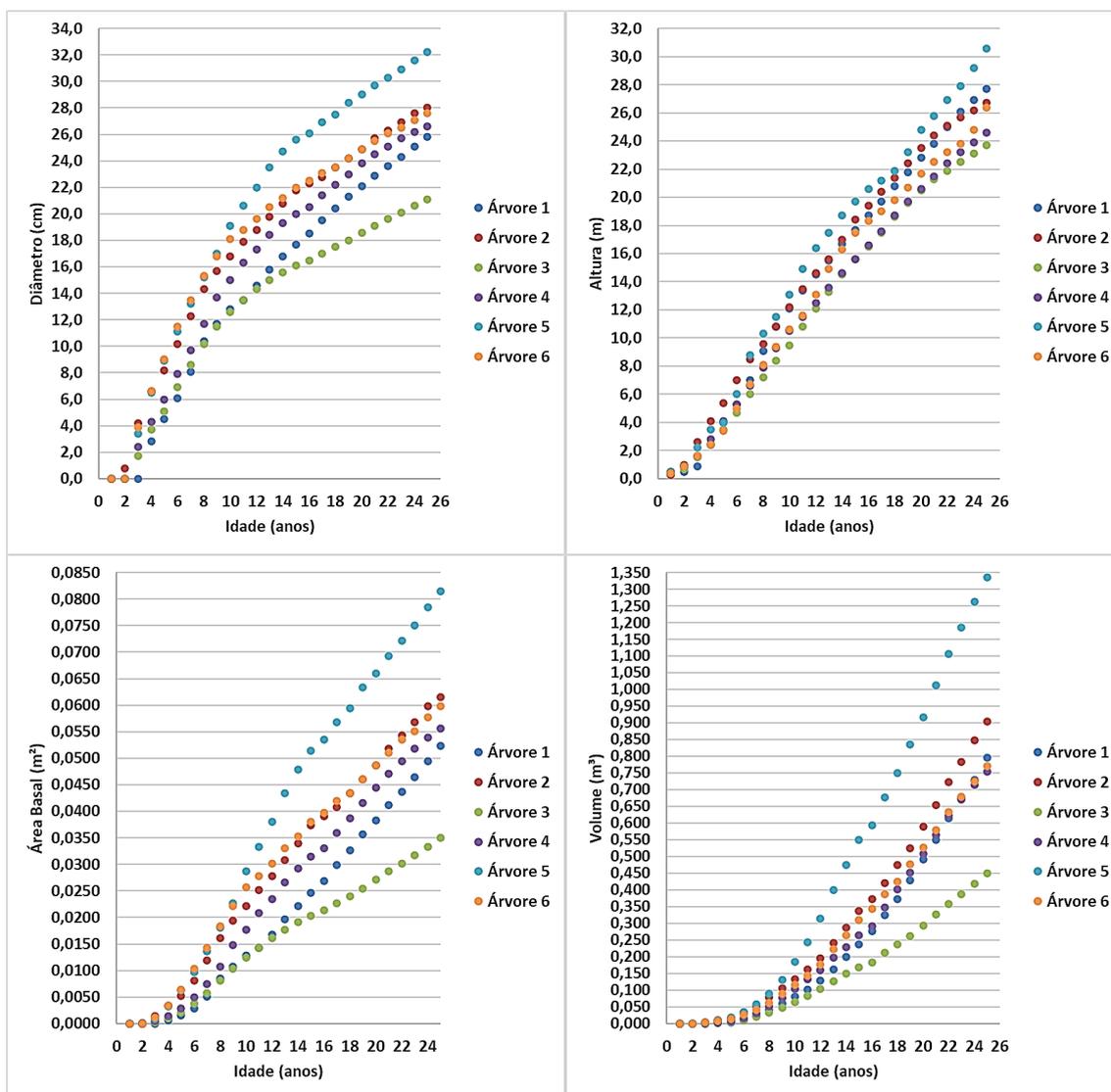


Figura 53 – Gráfico de crescimento de 6 Pinus elliottii com 25 anos de idade.

O ajuste das equações foi realizado com o SAS® OnDemand for Academics com o seguinte programa:

```
* CRESCIMENTO 6 PINUS;
DATA DADOS;
INPUT N T D H V @@;
G=3.141593*D**2/40000;
T2=T**2; T3=T**3; T4=T**4; T5=T**5;
DATALINES;
1 25 25.8 27.7 0.795 2 25 28.0 26.7 0.905 3 25 21.1 23.7 0.450 4 25 26.6 24.6 0.754 5 25 32.2 30.6 1.336 6 25 27.6 26.4 0.770
1 24 25.1 26.9 0.729 2 24 27.6 26.2 0.847 3 24 20.6 23.1 0.419 4 24 26.2 23.9 0.714 5 24 31.6 29.2 1.262 6 24 27.1 24.8 0.724
1 23 24.3 26.1 0.674 2 23 26.9 25.7 0.783 3 23 20.1 22.5 0.387 4 23 25.7 23.2 0.670 5 23 30.9 27.9 1.185 6 23 26.5 23.8 0.679
1 22 23.6 25.0 0.614 2 22 26.3 25.1 0.722 3 22 19.6 21.9 0.358 4 22 25.1 22.4 0.623 5 22 30.3 26.9 1.107 6 22 26.1 23.2 0.634
1 21 22.9 23.8 0.550 2 21 25.7 24.4 0.654 3 21 19.1 21.3 0.326 4 21 24.5 21.5 0.565 5 21 29.7 25.8 1.013 6 21 25.5 22.5 0.580
1 20 22.1 22.8 0.491 2 20 24.9 23.5 0.589 3 20 18.6 20.5 0.293 4 20 23.8 20.6 0.508 5 20 29.0 24.8 0.916 6 20 24.9 21.7 0.528
1 19 21.3 21.8 0.430 2 19 24.2 22.4 0.525 3 19 18.0 19.6 0.262 4 19 23.0 19.7 0.452 5 19 28.4 23.2 0.836 6 19 24.2 20.7 0.477
1 18 20.4 20.8 0.373 2 18 23.5 21.4 0.474 3 18 17.5 18.6 0.237 4 18 22.2 18.7 0.402 5 18 27.5 21.9 0.750 6 18 23.5 19.8 0.424
1 17 19.5 19.7 0.324 2 17 22.8 20.4 0.421 3 17 17.0 17.5 0.212 4 17 21.4 17.6 0.348 5 17 26.9 21.2 0.678 6 17 23.1 19.0 0.387
1 16 18.5 18.7 0.276 2 16 22.3 19.4 0.372 3 16 16.5 16.5 0.184 4 16 20.5 16.6 0.292 5 16 26.1 20.6 0.594 6 16 22.5 18.3 0.343
1 15 17.7 17.7 0.238 2 15 21.8 18.4 0.338 3 15 16.1 15.6 0.169 4 15 20.0 15.6 0.265 5 15 25.6 19.7 0.549 6 15 22.0 17.5 0.311
1 14 16.8 16.7 0.200 2 14 20.8 17.0 0.288 3 14 15.6 14.5 0.149 4 14 19.3 14.6 0.229 5 14 24.7 18.7 0.475 6 14 21.2 16.3 0.265
```

```

1 13 15.8 15.5 0.163 2 13 19.8 15.6 0.241 3 13 15.0 13.3 0.127 4 13 18.4 13.6 0.197 5 13 23.5 17.5 0.400 6 13 20.5 14.9 0.222
1 12 14.6 14.5 0.129 2 12 18.8 14.6 0.196 3 12 14.3 12.1 0.103 4 12 17.3 12.5 0.161 5 12 22.0 16.4 0.315 6 12 19.6 13.1 0.177
1 11 13.5 13.4 0.101 2 11 17.9 13.5 0.163 3 11 13.5 10.8 0.083 4 11 16.3 11.5 0.132 5 11 20.6 14.9 0.244 6 11 18.8 11.6 0.143
1 10 12.8 12.1 0.080 2 10 16.8 12.2 0.132 3 10 12.6 9.5 0.064 4 10 15.0 10.5 0.103 5 10 19.1 13.1 0.185 6 10 18.1 10.6 0.116
1 9 11.7 10.8 0.060 2 9 15.7 10.8 0.105 3 9 11.5 8.4 0.048 4 9 13.7 9.3 0.077 5 9 17.0 11.5 0.131 6 9 16.8 9.4 0.090
1 8 10.4 9.1 0.041 2 8 14.3 9.6 0.078 3 8 10.2 7.2 0.033 4 8 11.7 7.9 0.051 5 8 15.2 10.3 0.090 6 8 15.3 8.1 0.063
1 7 8.1 7.0 0.023 2 7 12.3 8.5 0.052 3 7 8.6 6.0 0.021 4 7 9.7 6.6 0.030 5 7 13.2 8.8 0.057 6 7 13.5 6.7 0.041
1 6 6.1 5.3 0.011 2 6 10.2 7.0 0.032 3 6 6.9 4.7 0.011 4 6 7.9 5.3 0.017 5 6 11.1 6.0 0.034 6 6 11.5 5.0 0.026
1 5 4.5 4.0 0.004 2 5 8.2 5.4 0.016 3 5 5.1 3.5 0.005 4 5 6.0 4.1 0.008 5 5 8.9 4.0 0.019 6 5 9.0 3.4 0.014
1 4 2.8 2.4 0.002 2 4 6.6 4.1 0.009 3 4 3.7 2.5 0.003 4 4 4.3 2.8 0.004 5 4 6.5 3.5 0.010 6 4 6.6 2.4 0.007
1 3 0.0 0.9 0.000 2 3 4.2 2.6 0.003 3 3 1.7 1.5 0.001 4 3 2.4 1.6 0.001 5 3 3.4 2.2 0.003 6 3 3.9 1.6 0.003
1 2 0.0 0.5 0.000 2 2 0.8 1.0 0.000 3 2 0.0 0.7 0.000 4 2 0.0 0.9 0.000 5 2 0.0 0.9 0.000 6 2 0.0 0.9 0.000
1 1 0.0 0.3 0.000 2 1 0.0 0.3 0.000 3 1 0.0 0.5 0.000 4 1 0.0 0.5 0.000 5 1 0.0 0.5 0.000 6 1 0.0 0.4 0.000
;
PROC REG DATA=DADOS;
    MODEL D=T T2 T3 T4 T5;
RUN;
PROC REG DATA=DADOS;
    MODEL H=T T2 T3 T4 T5;
RUN;
PROC REG DATA=DADOS;
    MODEL G=T T2 T3 T4 T5;
RUN;
PROC REG DATA=DADOS;
    MODEL V=T T2 T3 T4 T5;
RUN;
PROC MODEL DATA=DADOS;
    * D = A*(1-EXP(-K*T))**R;
    PARAMETERS A=40.0 K=0.05 R=2;
    EKT = EXP(-K*T);
    EKT1 = 1 - EKT;
    EKTR = (EKT1)**R;
    D = A*EKTR;
    FIT D;
    DER.A = EKTR;
    DER.K = A*T*R*EKT*EKT1**(R-1);
    DER.R = A*EKTR*LOG(EKT1);
RUN;
PROC MODEL DATA=DADOS;
    * H = A*(1-EXP(-K*T))**R;
    PARAMETERS A=40.0 K=0.05 R=2;
    EKT = EXP(-K*T);
    EKT1 = 1 - EKT;
    EKTR = (EKT1)**R;
    H = A*EKTR;
    FIT H;
    DER.A = EKTR;
    DER.K = A*T*R*EKT*EKT1**(R-1);
    DER.R = A*EKTR*LOG(EKT1);
RUN;
PROC MODEL DATA=DADOS MAXITER=10000;
    * G = A*(1-EXP(-K*T))**R;
    PARAMETERS A=0.03 TO 0.13 BY 0.02 K=0.01 TO 0.07 BY 0.01 R=0.005 TO 0.115 BY 0.01;
    BOUNDS 0.01 < A < 3, 0.001 < K < 0.1, 0.004 < R < 5;
    EKT = EXP(-K*T);
    EKT1 = 1 - EKT;
    EKTR = (EKT1)**R;
    G = A*EKTR;
    FIT G;
    DER.A = EKTR;
    DER.K = A*T*R*EKT*EKT1**(R-1);
    DER.R = A*EKTR*LOG(EKT1);
RUN;
PROC MODEL DATA=DADOS MAXITER=10000;
    * V = A*(1-EXP(-K*T))**R;
    PARAMETERS A=0.7 TO 2 BY 0.1 K=0.05 R=0.1 TO 5 BY 0.1;

```

```

BOUNDS A < 18, 0 < K < 0.2, 0 < R < 20;
EKT = EXP(-K*T);
EKT1 = 1 - EKT;
EKTR = (EKT1)**R;
V = A*EKTR;
FIT V;
DER.A = EKTR;
DER.K = A*T*R*EKT*EKT1**(R-1);
DER.R = A*EKTR*LOG(EKT1);
RUN;
PROC GPLOT DATA=DADOS;
  PLOT D*T H*T G*T V*T;
RUN;
    
```

Os resultados do processamento do programa SAS para ajuste de equações para d, h, g, v, com o polinômio de 5º grau são apresentados no QUADRO 1.

QUADRO 1. Resultados do ajuste de equações para d, h, g, v, com o polinômio de 5º grau

The REG Procedure					
Model: MODEL1					
Dependent Variable: d					
Number of Observations Read	150				
Number of Observations Used	150				
Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	5	10247	2049.44461	279.43	<.0001
Error	144	1056.16737	7.33450		
Corrected Total	149	11303			
Root MSE	2.70823	R-Square	0.9066		
Dependent Mean	16.49200	Adj R-Sq	0.9033		
Coeff Var	16.42146				
Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	-1.32542	1.96461	-0.67	0.5010
t	1	0.46030	1.41919	0.32	0.7462
t2	1	0.41648	0.32215	1.29	0.1981
t3	1	-0.04474	0.03072	-1.46	0.1474
t4	1	0.00181	0.00129	1.40	0.1626
t5	1	-0.00002592	0.00001979	-1.31	0.1923
The REG Procedure					
Model: MODEL1					
Dependent Variable: h					
Number of Observations Read	150				
Number of Observations Used	150				

Dendrometria – Eduardo Pagel Floriano

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	5	10338	2067.69833	1099.45	<.0001
Error	144	270.81528	1.88066		
Corrected Total	149	10609			
Root MSE	1.37137	R-Square	0.9745		
Dependent Mean	14.15733	Adj R-Sq	0.9736		
Coeff Var	9.68666				
Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	0.37657	0.99482	0.38	0.7056
t	1	-0.30491	0.71864	-0.42	0.6720
t2	1	0.32554	0.16313	2.00	0.0479
t3	1	-0.02667	0.01555	-1.71	0.0885
t4	1	0.00094153	0.00065425	1.44	0.1523
t5	1	-0.00001236	0.00001002	-1.23	0.2195
The REG Procedure					
Model: MODEL1					
Dependent Variable: g					
Number of Observations Read	150				
Number of Observations Used	150				
Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	5	0.05294	0.01059	131.21	<.0001
Error	144	0.01162	0.00008069		
Corrected Total	149	0.06456			
Root MSE	0.00898	R-Square	0.8200		
Dependent Mean	0.02728	Adj R-Sq	0.8138		
Coeff Var	32.92769				
Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	0.00270	0.00652	0.41	0.6789
t	1	-0.00334	0.00471	-0.71	0.4793
t2	1	0.00107	0.00107	1.00	0.3197
t3	1	-0.00007980	0.00010188	-0.78	0.4347
t4	1	0.00000268	0.00000429	0.63	0.5328
t5	1	-3.36043E-8	6.563674E-8	-0.51	0.6095

Dendrometria – Eduardo Pagel Floriano

The REG Procedure					
Model: MODEL1					
Dependent Variable: v					
Number of Observations Read	150				
Number of Observations Used	150				
Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	5	11.08361	2.21672	118.90	<.0001
Error	144	2.68461	0.01864		
Corrected Total	149	13.76822			
Root MSE	0.13654	R-Square	0.8050		
Dependent Mean	0.29343	Adj R-Sq	0.7982		
Coeff Var	46.53290				

Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	0.01497	0.09905	0.15	0.8801
t	1	-0.01413	0.07155	-0.20	0.8437
t2	1	0.00304	0.01624	0.19	0.8517
t3	1	-0.00008933	0.00155	-0.06	0.9541
t4	1	0.00000321	0.00006514	0.05	0.9608
t5	1	-5.96603E-8	9.976959E-7	-0.06	0.9524

Os resultados do processamento do programa SAS para ajuste de equações para d, h, g, v, com o modelo de Chapman-Richards são apresentados no QUADRO 2.

QUADRO 2. Resultados do ajuste de equações para d, h, g, v, com o modelo de Chapman-Richards

The MODEL Procedure							
Nonlinear OLS Summary of Residual Errors							
Equation	DF Model	DF Error	SSE	MSE	Root MSE	R-Square	Adj R-Sq
d	3	147	1094.1	7.4430	2.7282	0.9032	0.9019
Nonlinear OLS Parameter Estimates							
Parameter	Estimate	Approx Std Err	t Value	Approx Pr > t			
A	28.15501	1.2961	21.72	<.0001			
k	0.127712	0.0198	6.44	<.0001			
r	1.878104	0.2857	6.57	<.0001			

Dendrometria – Eduardo Pagel Floriano

The MODEL Procedure							
Nonlinear OLS Summary of Residual Errors							
Equation	DF Model	DF Error	SSE	MSE	Root MSE	R-Square	Adj R-Sq
h	3	147	275.9	1.8767	1.3699	0.9740	0.9736
Nonlinear OLS Parameter Estimates							
Parameter	Estimate	Approx Std Err	t Value	Approx Pr > t			
A	36.18866	2.5804	14.02	<.0001			
k	0.071639	0.00998	7.18	<.0001			
r	1.757809	0.1472	11.94	<.0001			

The MODEL Procedure							
Nonlinear OLS Summary of Residual Errors							
Equation	DF Model	DF Error	SSE	MSE	Root MSE	R-Square	Adj R-Sq
g	3	147	0.0117	0.000080	0.00893	0.8185	0.8160
Nonlinear OLS Parameter Estimates							
Parameter	Estimate	Approx Std Err	t Value	Approx Pr > t			
A	0.080285	0.0183	4.39	<.0001			
k	0.080389	0.0313	2.57	0.0112			
r	2.45536	0.7097	3.46	0.0007			

The MODEL Procedure							
Nonlinear OLS Summary of Residual Errors							
Equation	DF Model	DF Error	SSE	MSE	Root MSE	R-Square	Adj R-Sq
v	3	147	2.6854	0.0183	0.1352	0.8050	0.8023
Nonlinear OLS Parameter Estimates							
Parameter	Estimate	Approx Std Err	t Value	Approx Pr > t			
A	2.567437	2.3777	1.08	0.2820			
k	0.050858	0.0412	1.23	0.2189			
r	3.40132	1.4572	2.33	0.0209			

12 INTRODUÇÃO À AMOSTRAGEM

Quando as populações são muito grandes, como as florestas, torna-se muito difícil e oneroso, senão impossível medir todos os indivíduos que a compõe. Então, recorre-se à medição de uma pequena parte da população e estima-se os valores para toda a população.

Amostra é uma pequena parte representativa de uma população escolhida por critérios estatísticos.

Os valores da população são chamados de parâmetros populacionais, enquanto os valores de uma amostra são denominados de estatísticas amostrais. Estatísticas amostrais são estimativas dos parâmetros populacionais, obtidas por amostragem.

Numa amostragem são medidas ou avaliadas variáveis contínuas e discretas coletados em unidades amostrais da população que após resumo e análise são transformados em estatísticas.

12.1 Variáveis

Variáveis são as características dos indivíduos da população que podem ser medidas, ou enumeradas, ou que podem ser parametrizadas.

Exemplos:

- Variável medida: diâmetro das árvores a 1,3 m de altura;
- Variável parametrizada: espaço médio entre árvores (EM) calculada por:

$$EM = \sqrt{(10000m^2 / N)}$$

Onde: EM = espaço médio entre árvores em metros; N = número de árvores por hectare (N é uma variável enumerada).

As principais variáveis dendrométricas e atributos das árvores obtidos nos inventários florestais são:

- Espécie(s) de árvores, diâmetro (d) , espessura de casca (e), altura (h), área basal (g), fator de forma (f), volume (v), volume sem casca (vs);
- Diâmetro da copa (DC), altura da base da copa (hbc), superfície de projeção da copa (SPC);
- Altura do fuste (hf), volume comercial (vc),

- Qualidade do fuste (QF);
- Sortimentos de madeira.

Algumas variáveis dos povoamentos florestais obtidas nos inventários florestais madeireiros são:

- Localização (coordenadas) e área do povoamento;
- idade (t);
- diâmetro médio (\bar{d}), área basal média (\bar{g}), altura média (\bar{h});
- número de árvores por hectare (N), área basal por hectare (G), volume por hectare (V), volume sem casca por hectare (Vs).

12.2 Precisão e Acuracidade

Precisão diz respeito ao erro de amostragem (mais fácil de obter) - a falta de precisão é representada pelo desvio da amostra em relação à média estimada, ou erro padrão da média.

Acuracidade se refere ao desvio da amostra em relação ao parâmetro populacional incluindo os erros de medição e demais erros não amostrais, o que é difícil de obter.

12.2.1 Intensidade amostral (IA)

A intensidade amostral é a percentagem da população que foi amostrada, calculada por:

$$IA = 100 \cdot a / A$$

Onde: IA = intensidade de amostragem; a = soma das áreas de todas as unidades amostrais; A = área do povoamento florestal.

A intensidade amostral tem de ser suficiente para representar a população.

12.2.2 Suficiência amostral

O número de unidades amostrais para representar uma população florestal pode ser determinado pelas características da população ou pelo custo e recursos disponíveis para a amostragem.

12.2.2.1 Suficiência amostral pelas características da população

A suficiência amostral pelas características da população leva em consideração os resultados de uma amostragem preliminar com poucas unidades amostrais, denominada de inventário piloto, utilizando-se a média, variância e erro máximo para a amostragem correspondente a uma probabilidade de confiança desejada para a média.

A intensidade amostral em função da média, variância e probabilidade de confiança para a média numa amostragem aleatória simples de uma população infinita é calculada pela equação:

$$n = t^2 S^2 / E^2$$

Onde: n = número suficiente de unidades amostrais; t = valor do t de Student para uma probabilidade p de confiança para a média e n-1 graus de liberdade; S² = variância amostral; E = erro de amostragem calculado pela multiplicação do limite de erro em percentagem pela média amostral.

A suficiência amostral em função dos custos de inventário é calculada por:

$$n = (Ct - C0) / C1$$

Onde: n = número suficiente de unidades amostrais; Ct = custo total do inventário; C0 = custos fixos de planejamento, equipamentos, análise e elaboração do relatório do inventário; C1 = custo médio por unidade amostral (deslocamento + demarcação + medição).

12.3 Métodos de amostragem

Os métodos de amostragem são classificados quanto à abordagem sobre uma única unidade amostral, referem-se ao tipo de unidade amostral que pode ser:

- Unidade amostral de área fixa – quadrada, retangular, circular.
- Unidade amostral de área variável – unidade amostral de Bitterlich, da árvore mais próxima, transectos, das seis árvores de Prodan, etc.

12.4 Sistemas de amostragem

Os sistemas de amostragem se referem à forma de distribuição das unidades amostrais no povoamento florestal, podendo ser:

- Sistema de amostragem aleatória sem restrições;
- Sistema de amostragem aleatória com restrições;
- Sistema de amostragem sistemática sem restrições;

- Sistema de amostragem sistemática com restrições;
- Sistema de amostragem mista.

O sistema de amostragem determina a abordagem estatística dos dados, definindo a forma de análise da variância amostral.

12.5 Processos de amostragem

O processo de amostragem refere-se a estrutura da amostragem como um todo, é a combinação do método de amostragem com o sistema de amostragem. Alguns processos de amostragem comuns são listados a seguir:

Amostragem aleatória simples (AAS) – é o tipo mais simples de amostragem com distribuição aleatória sem restrições das unidades amostrais na área do povoamento florestal;

Amostragem aleatória estratificada (AAE) – é uma amostragem aleatória com restrições, representadas pela divisão espacial da população em estratos em função de idade, sítio, espécie, ou outra característica que identifique uma parte da população como diferente das demais.

Amostragem sistemática em linhas (ASF) – é uma amostragem em que as unidades amostrais são locadas de forma equidistantes em linhas, também equidistantes umas das outras que atravessam a população; é um tipo de amostragem sistemática com restrições se as linhas forem consideradas como unidades amostrais independentes de primeiro estágio.

Amostragem sistemática em rede (ASR) – é uma amostragem em que as unidades amostrais são locadas no cruzamento de linhas horizontais e verticais, ambas equidistantes, formando uma rede sobre a população; é um tipo de amostragem sistemática que pode ser considerada sem restrições se as linhas não forem consideradas como unidades amostrais.

13 AMOSTRAGEM PARA CUBAGEM

13.1 Método da Árvore Mais Próxima

13.1.1 Características do método

Neste método são distribuídos pontos amostrais de forma sistemática ou aleatória sobre a vegetação em estudo e encontrada a árvore mais próxima do ponto amostral.

A unidade amostral neste método é composta exclusivamente pela árvore mais próxima ao ponto amostral.

A área da unidade amostral (a) é calculada pelo quadrado da distância corrigida (D) da árvore ao ponto amostral, como a seguir:

$$a = (2 \cdot D)^2$$

Onde: a = área da unidade amostral; D = distância da árvore mais próxima até o ponto amostral.

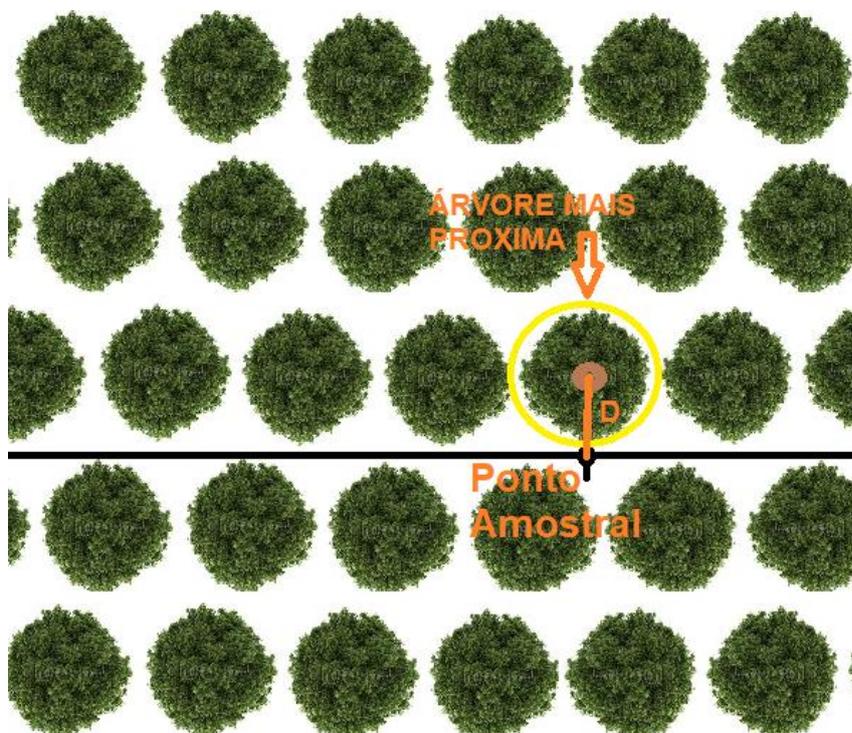


Figura 54 – Instalação de unidade amostral pelo método da árvore mais próxima.

O fator de proporcionalidade de área (F) usado para converter as estatísticas por parcela em estimativas por hectare é calculado por:

$$F = A / a$$

Onde: F = fator de proporcionalidade; A = 10000 m² (1 ha); a = área da unidade amostral em m².

Os demais cálculos são realizados como no método de amostragem por área fixa.

13.1.2 Vantagens, desvantagens e cuidados

Entre as vantagens do método pode-se citar:

- Facilidade na aplicação;
- Não necessita de instrumentos especiais na demarcação das unidades;
- É possível aplicar em qualquer tipo de vegetação;
- Possibilita a escolha de um único indivíduo por unidade na seleção de árvores para cubagem.

A principal desvantagem é a necessidade de um grande número de unidades amostrais para representar a população, devido à variação excessiva entre as mesmas.

Deve-se medir corretamente a distância do ponto amostral ao centro do tronco na base da árvore para se ter a área correta da unidade amostral.

13.2 Amostragem para cubagem

Na amostragem para cubagem rigorosa de árvores, pode-se utilizar o método da árvore mais próxima.

Para tanto, é necessário conhecer os dados de diâmetros das árvores medidas nas parcelas. Com os dados dos diâmetros das árvores nas parcelas, determina-se o menor (L_{DAP}) e o maior diâmetro (LS_{DAP}). Então, calcula-se o número de classes de diâmetro para a população pela regra de Sturges para amostras contendo até 2000 indivíduos, ou a de Floriano para grandes amostras, ou outra regra de preferência do pesquisador. A quantidade de árvores a amostrar deve ser igual em cada classe de diâmetro das árvores.

13.2.1 Cálculo do número de classes de diâmetro

No cálculo do número de classes de diâmetros existem diferentes métodos, entre eles estão o método de Sturges que é útil para amostras pequenas, com menos de 2000 indivíduos; para amostras com maior número de indivíduos pode ser utilizado o método de Floriano. O número de classes calculado por esses métodos são uma simples indicação, sendo que o pesquisador pode decidir qual o número de classes que irá utilizar em função de sua experiência. As equações utilizadas nos dois métodos para determinação do número de classes (k) de diâmetro a utilizar são descritas a seguir:

- Sturges:

$$k = 1 + 3,3 \cdot \log N$$

Onde: k = número de classes de diâmetro; N = número total de árvores enumeradas na amostragem; log = logaritmo de base 10; Exemplo: considere-se uma amostra contendo 1500 árvores, $k = 1 + 3,3 \cdot \log 1500 = \sim 12$ classes de DAP;

- Floriano:

$$k = N^{0,175} \cdot \Delta d^{0,3}$$

Onde: k = número de classes de diâmetro; N = número total de árvores enumeradas na amostragem; Δd = amplitude dos diâmetros da amostra (=LS_{DAP}-LI_{DAP}); exemplo: amostra contendo 8000 árvores, com o maior diâmetro de 45 cm e o menor de 10 cm; $\Delta d = 45\text{cm} - 10\text{cm} = 35\text{cm}$; $k = (8000)^{0,175} \cdot (35)^{0,3} = 4,82 \cdot 2,91 = \sim 14$ classes de DAP.

Supondo-se o segundo caso em que a amostragem do povoamento tenha 8000 árvores com o menor diâmetro de 10 cm e o maior de 45 cm e que, calculando-se o número de classes obteve-se 14 classes, tendo-se planejado cubicar 70 árvores, então é preciso amostrar 70 árvores / 14 classes = 5 árvores por classe de DAP. Consequentemente, devem ser distribuídos 70 pontos amostrais sobre a área da floresta e em cada ponto amostral sorteia-se uma classe de DAP, sendo sorteadas aleatoriamente 5 árvores para cada classe de DAP, ou seja, cada ponto amostral receberá um valor de 1 a 14, representando a classe de DAP da árvore a ser amostrada no ponto. A árvore a ser amostrada em cada ponto amostral será a mais próxima ao ponto com o diâmetro pertencente à classe sorteada.

O retângulo representa a área da floresta, com a sistematização de 70 pontos amostrais localizados nos cruzamentos das linhas verticais e horizontais.

Classes de DAP (cm)			
Nº	>= LI	< LS	CC
1	10,00	12,50	11,25
2	12,50	15,00	13,75
3	15,00	17,50	16,25
4	17,50	20,00	18,75
5	20,00	22,50	21,25
6	22,50	25,00	23,75
7	25,00	27,50	26,25
8	27,50	30,00	28,75
9	30,00	32,50	31,25
10	32,50	35,00	33,75
11	35,00	37,50	36,25
12	37,50	40,00	38,75
13	40,00	42,50	41,25
14	42,50	45,00	43,75

14	10	12	10	9	8	12	5	3	4
1	3	11	7	6	12	2	14	3	9
12	1	1	9	13	14	13	13	9	2
8	5	4	6	6	2	10	10	4	1
5	2	11	9	2	12	7	6	8	5
7	11	11	10	11	14	4	5	4	3
8	7	13	14	13	3	6	1	8	7

Sendo os pontos numerados da direita para esquerda e de cima para baixo, no primeiro ponto amostral deve ser amostrada a árvore mais próxima da classe 14 com DAP de 42,50 a 45,00 cm, no segundo da classe 10 com DAP de 32,50 a 35,00 cm e assim por diante.

Figura 55 – Distribuição sistemática de 70 pontos amostrais sobre a área da floresta para seleção de árvores para cubagem rigorosa.

14 RELASCOPIA

O termo Relascopia deriva do equipamento denominado de Relascópio de Espelho (Spiegel Relaskop), desenvolvido por Walter Bitterlich.

Walter Bitterlich foi um renomado cientista florestal (19/fev./1908 – 9/fev./2008) e, em 1947, propôs o método de amostragem por numeração angular. É uma das personalidades mais conhecidas da área florestal e publicou vários trabalhos científicos, entre outros o método de "amostragem por contagem angular". Esta ideia revolucionária o levou a desenvolver o relascópio em 1955.

O Relascópio de Espelho possibilita múltiplos usos como:

- Determinação da área basal por hectare;
- Medição de alturas das árvores;
- Medição de distâncias por telêmetro e mira;
- Medição de diâmetros de tronco em diferentes alturas;
- Medição de ângulos verticais.

O equipamento corrige automaticamente qualquer inclinação na linha de visão e está disponível em quatro versões diferentes de unidades de medida.

Um manual de uso do equipamento em português pode ser baixado do endereço: https://www.inventarioflorestal.eu/wp-content/uploads/2012/10/Manual_Relascopio_Telerelascopio.pdf

(BARREIRO et al., 2005).

14.1 Método de amostragem de Bitterlich

O enunciado do método de amostragem angular de Bitterlich é o seguinte: “O número de árvores (n) de um povoamento, cujos diâmetros a 1,3 m de altura (d) vistos de um ponto fixo aparecem maiores a um dado ângulo (α) é proporcional à sua área basal por hectare (G)”.

14.1.1.1 Demonstração do método

Bitterlich desenvolveu o método a partir de uma barra com uma ocular distante de 1 metro até uma objetiva com largura de 2 centímetros (Figura 56). A seleção das árvores é realizada, portanto, com probabilidade proporcional ao diâmetro das árvores.

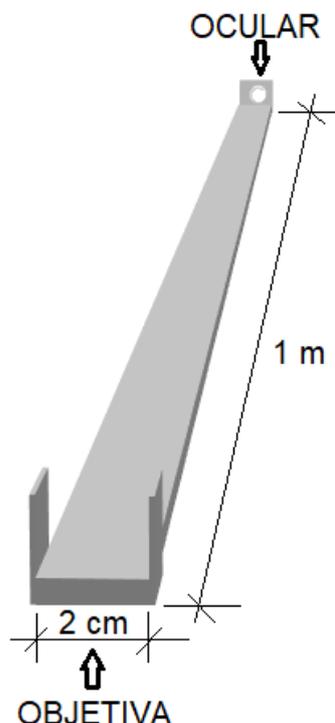


Figura 56 – Barra de Bitterlich para amostragem de contagem angular.

Com a barra de Bitterlich, conta-se as árvores com diâmetro mais largo que a abertura da objetiva a partir de um ponto, fixo num giro de 360°. Sugere-se que sempre se inicie pelo Norte e se realize a contagem em sentido horário. O número de árvores contadas (n) é igual a área basal por hectare (G):

$$G = n$$

Onde: G = Área Basal por hectare (m^2/ha); n = número de árvores contadas na unidade amostral.

Considerando-se a Figura 57 com o uso da barra de Bitterlich, a área basal por hectare é calculada para uma árvore pela equação:

$$G = K$$

Onde: G = Área Basal por hectare (m^2/ha); K = Fator de área basal, também chamado de fator de numeração angular.

Sendo $G = n$ e $G = K$, fazendo-se $G = n \cdot K$, então o valor de K da barra de Bitterlich com a abertura da objetiva de 2% é igual a 1.

A área basal para mais de uma árvore contada é determinada por:

$$G = K \cdot n$$

Onde: G = Área Basal/ha; K = Fator de área basal; n = Número de indivíduos contados no ponto amostral, com diâmetros maiores do que o ângulo de abertura (α).

Na Figura 57, considere a relação existente entre as medidas:

$$a / L = d / R$$

Onde: L = Comprimento da barra; a = abertura angular; d = diâmetro a 1,3 m de altura do solo; R = raio da parcela.

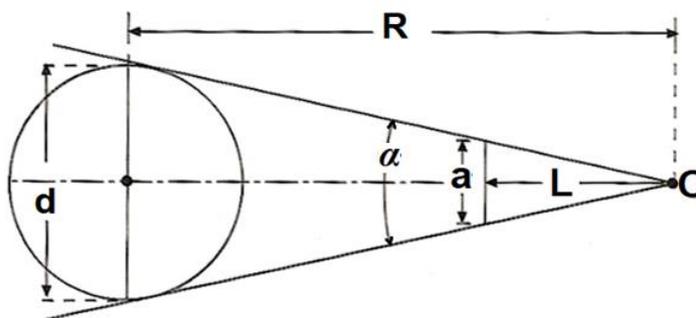


Figura 57 – Variáveis para desenvolvimento do método de Bitterlich: α = ângulo para contagem angular; a = largura da objetiva da barra de Bitterlich correspondente ao ângulo α ; L = distância da ocular até a objetiva da barra; O = ocular; d = diâmetro da árvore a 1,3 m de altura; R = distância da ocular da barra até o centro do tronco da árvore considerada.

Sendo verdadeira a relação:

$$a/L = d/R_i$$

E, sendo a superfície da parcela (S):

$$S = \pi \cdot R^2$$

E, ainda, sendo a área basal de uma árvore (g_i) calculada por:

$$g_i = \pi \cdot d_i^2 / 4$$

Onde: g_i = área basal da árvore i; a = largura da objetiva (m); L = comprimento da barra (m); R_i = distância do ponto amostral ao centro do tronco da árvore i (m); S = área da parcela (m^2); d_i = diâmetro da árvore i (m).

Então, a área basal (g_{UA}) da unidade amostral correspondente a árvore "i" é dada por:

$$g_{UAi} = g_i / S = (\pi \cdot d_i^2 / 4) / \pi \cdot R^2$$

$$g_{UAi} = (d_i^2 / 4) / R^2 = (1/4) \cdot (d_i^2 / R^2)$$

$$g_{UAi} = (1/4) \cdot (d_i / R)^2$$

Para 1 hectare (10000m²), multiplica-se g_{UA} por 10000m²:

$$G_{UAi} = 10000 \cdot g_{UAi} \text{ , ou}$$

$$G_{UAi} = 10^4 \cdot (1/4) \cdot (d_i/R)^2$$

A inclinação do terreno faz com que a distância horizontal até o diâmetro das árvores a 1,3 m de altura tenha de ser calculada, pois a distância será o lado de um triângulo retângulo e a distância até a árvore será a hipotenusa deste triângulo.

A partir de seu princípio, em 1955, Bitterlich desenvolveu o aparelho denominado de Relascópio (Figura 58).

O Relascópio corrige automaticamente a inclinação na linha de visada, tornando possível encontrar a correta área basal do povoamento em metros quadrados por hectare independentemente da inclinação do terreno.



Funcionalidades:

- Amostragem de Bitterlich;
- Medição de altura;
- Medição de diâmetros a diferentes alturas.

- É baseado no princípio de Bitterlich;
- Possui bandas correspondentes a diferentes ângulos de abertura.



Figura 58 –Relascópio de espelho.

Atualmente, há opção por aparelhos eletrônicos com a mesma funcionalidade do Relascópio, como o dendrômetro Criterion (Figura 59).



Figura 59 – Dendrômetro Criterion.

14.1.1.2 Fator de Numeração Angular, ou constante instrumental (K)

Considerando-se a ocorrência de uma só árvore maior do que o ângulo (α) na unidade amostral ($N=1$), e fazendo-se:

$$K = GUA_i$$

Obtém-se o valor do fator de numeração angular (K), que é dado por:

$$K = 10000. (1/4).(d_i/R_i)^2$$

Sendo a área basal por hectare (G) calculada pelo número de árvores por hectare (N) multiplicado pela área basal média das árvores (\bar{g}) da unidade amostral, como:

$$G = N . \bar{g}$$

Continuando, analogamente:

$$G = N . GUA_i$$

Substituindo-se GUA_i , obtém-se a equação de Bitterlich:

$$G = N . K$$

Subentende-se que há um raio crítico (R_i) para que cada árvore no ponto amostral seja contada, por ter diâmetro (d_i) maior que a abertura do ângulo correspondente a um determinado fator de numeração (K), calculado por:

$$K = 10000. (1/4).(d_i/R_i)^2$$

Ou:

$$K = 2500 (d_i / R_i)^2, \quad R_i = d_i \sqrt{(2500/K)}, \quad d_i = R_i / \sqrt{(2500/K)}$$

14.1.1.3 Árvores duvidosas

Árvores duvidosas têm sido tratadas de três maneiras diferentes na amostragem por contagem angular:

- Medindo-se a distância horizontal do centro da UA até o centro do tronco da árvore a 1,3 m de altura, calcula-se o diâmetro limite por $d_{lim} = R / \sqrt{(2500/K)}$; se d_{lim} for menor que o DAP da árvore ela é incluída na UA; esta é a maneira mais correta (Tabela 11);
- Ordenando-se as árvores duvidosas e excluindo-se a 1ª, incluindo-se a 2ª, e assim por diante;
- Contando-se as árvores duvidosas como 0,5 em vez de 1 para calcular $G = N.K$; é o pior método e complica o cálculo das médias, pois a média tem de ser calculada com metade do diâmetro ou da altura das árvores.

TABELA 11 - Exemplos de árvores de uma unidade amostral que devem ser ou não contadas em função da banda (fator de numeração), da distância até o centro da unidade amostral e do diâmetro (d) da árvore

Árvore	K	d (cm)	Distância até a árvore (m)	R crítico (m)	Contar? (sim/não)
1	1	28	7,0	14,0	Sim
2	2	28	7,0	7,0	Não
3	3	28	7,0	4,7	Não
4	4	28	7,0	3,5	Não
5	1	35	8,0	17,5	Sim
6	2	35	8,0	8,8	Sim
7	3	35	8,0	5,8	Não
8	4	35	8,0	4,4	Não

14.1.1.4 Execução da amostragem por prova de numeração angular

Inicialmente, demarca-se o centro da UA. A partir do sentido Norte e em sentido horário, conta-se as árvores com DAP mais largo que o ângulo escolhido num giro de 360°. As árvores duvidosas como a nº 4 devem ter a dúvida dirimida pela equação:

$$d_{LIM} = R / [50 \sqrt{(1/K)}]$$

Onde: d_{LIM} =diâmetro limite em m; R =distância do centro da UA à árvore em m; K =fator de numeração angular.

Se o d_{LIM} calculado for igual ou maior que o d medido da árvore, a árvore é excluída.

Na Figura 60 as árvores 1 e 8 estão fora da UA; a árvore 4 é duvidosa, com $d=35\text{cm}$ a 10 m de distância está dentro pois o diâmetro da árvore é maior que o d_{LIM} [$d_{LIM}=R/[50\sqrt{(1/K)}]=10/[50\sqrt{(1/3)}]=34,6\text{cm}$]; contou-se 7 árvores na UA com um fator de numeração $K=3$, resultando em $21\text{ m}^2/\text{ha}$ de área basal.

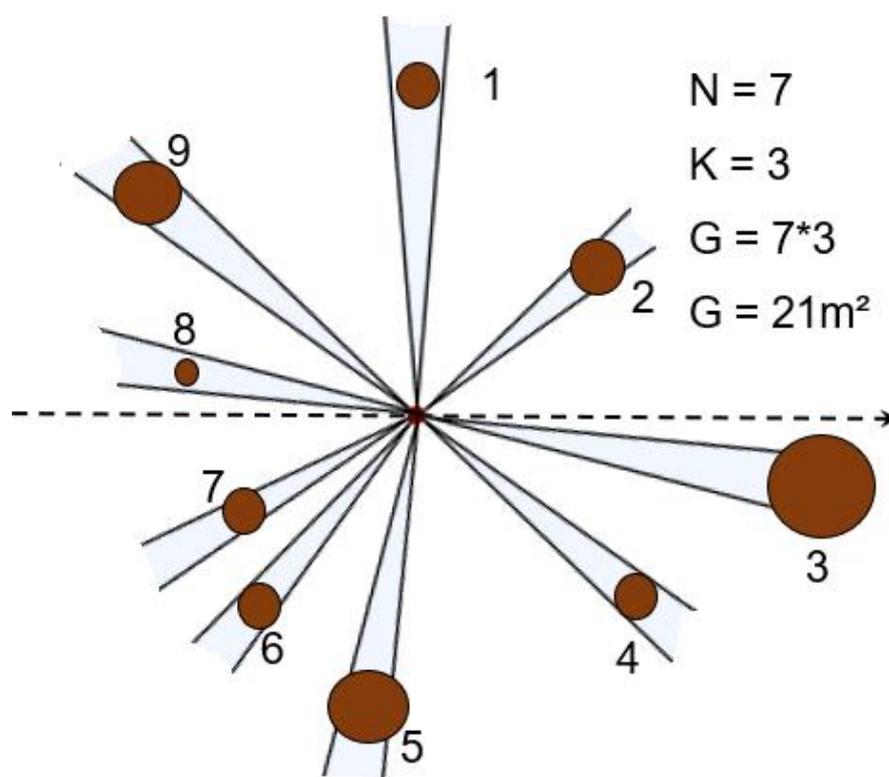


Figura 60 – Amostragem de Bitterlich.

14.2 Estatísticas na amostragem de Bitterlich

14.2.1 Área Basal média por hectare

A área basal por hectare (G), em m^2/ha é obtida diretamente pela multiplicação do fator de numeração (K) pelo número de árvores (n) incluídas na unidade amostral:

$$G = K \cdot n$$

14.2.2 Diâmetro médio aritmético (\bar{d})

É calculado com os diâmetros ponderados pela área basal das árvores, usando-se a equação:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{g_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{g_i}}$$

Onde: \bar{d} = diâmetro médio da unidade amostral; n = número de árvores selecionadas no ponto de amostragem; d_i = diâmetro individual da árvore “i”; g_i = área basal da árvore “i” (m^2).

14.2.3 Altura média aritmética (\bar{h})

É calculado com as alturas ponderadas pela área basal das árvores, usando-se a equação:

$$\bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{g_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{g_i}}$$

Onde: \bar{h} = altura média da unidade amostral; n = número de árvores selecionadas no ponto de amostragem; h_i = altura individual da árvore “i”; g_i = área basal da árvore “i” (m^2).

14.2.4 Frequência por hectare (N)

A Frequência (N), ou número de árvores por hectare é obtida pela equação:

$$N = K \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{g_i}$$

Onde: N = frequência de árvores por hectare; K = fator de área basal; g_i = área basal da árvore “i” (m^2).

14.2.5 Volume por hectare (V)

A determinação do volume por hectare é obtida pela equação:

$$V = K \cdot \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{g_i}$$

Onde: V = Volume por hectare (m^3/ha); K = fator de área basal; n = número de árvores selecionadas no ponto de amostragem; v_i = volume da árvore “i” selecionada (m^3); g_i = área basal da árvore “i” selecionada (m^2).

14.3 Vantagens da amostragem por numeração angular

- Obtenção da área basal por hectare de forma imediata;
- Rapidez no cálculo do volume quando se conhece o fator de forma médio;
- Facilidade e rapidez na locação da unidade amostral (ponto).

14.4 Desvantagens da amostragem por numeração angular

- Demanda maior número de unidades, geralmente, em relação à unidades de área fixa;
- Maior custo do que o método de área fixa, em geral, para a mesma precisão;
- Necessita equipamento especial;
- Menor precisão na estimativa do volume;
- As árvores medidas podem não ser as mesmas em duas ocasiões de um inventário contínuo, não se prestando para estudos de crescimento.

14.5 Atenção na amostragem por numeração angular

Para maior precisão, deve-se medir as distâncias do centro até o meio do tronco na base das árvores duvidosas para determinar se estão dentro ou fora da unidade amostral.

15 REFERÊNCIAS

- ALVES, A. A. M. **Técnicas de produção florestal**. Lisboa: Instituto Nacional de Investigação Científica, 1982. 334p.
- ARX, G. **Tree-ring research**: much more than just counting rings. Zurich: Swiss Federal Institute for Forest, Snow and Landscape Research WSL. Disponível em: <<https://www.wsl.ch/en/forest/tree-ring-research/tree-ring-research-much-more-than-just-counting-rings.html>>. Acesso em: 2021.
- BARREIRO, S.; TOMÉ, M.; LUIS, M. **Manuais de utilização**: relascópio de espelhos de Bitterlich e Telerelascópio. Lisboa: UTL/ISA-DEF, Relatório Técnico do GIMREF, PT 2/2004.
- BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z. O Estéreo. **METRVM**, ESALQ, Piracicaba, n.2, outubro de 2002. Disponível em: <<http://cmq.esalq.usp.br/Philodendros/lib/exe/fetch.php?media=lcf0410:biblio:batista-couto-2002.pdf>>. Acesso em: 2021.
- BIOLOGY ONLINE. **Growth and plant hormones**. Disponível em: <<https://www.biologyonline.com/tutorials/growth-and-plant-hormones>>. Acesso em: 2021.
- BOURDO Jr., E. A. **The Illustrated book of trees**. Londres Salamander Books, 2001.
- BRACK, C. L.; WOOD, G. B. **Forest Mensuration**: measuring trees, stands and forests for effective forest management. Canberra: Australian National University, 1997. Disponível em: <<http://fennerschool-associated.anu.edu.au/mensuration/BrackandWood1998/MENSHOME.HTM>>.
- BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest trees and stands**. Spring, 2012.
- COCHRAN, W. G. **Técnicas de Amostragem**. Rio de Janeiro: USAID / Fundo de Cultura, 1965. 555p. Tradução de Fernando A. Moreira Barbosa: “COCHRAN, W. G. Sampling techniques, 2ed. John Wiley & Sons, 1953.”
- DRUSZCZ, J. P. et al. Eficiência de inventário florestal com amostragem ponto de Bitterlich e conglomerado em linha em plantação de *Pinus taeda*. **FLORESTA**, Curitiba, PR, v. 42, n. 3, p. 527 - 538, jul./set. 2012.
- DICIONÁRIO MICHAELIS ON-LINE**. Disponível em: <<https://michaelis.uol.com.br>>. Acesso em: 2021.
- ESALQ – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz. Trilhas da ESALQ: Árvores úteis. [Piracicaba]: USP/CIAGRI/ESALQ, [1997]. Disponível em: <<http://www.esalq.usp.br/trilhas/uteis/>>. Acesso em: 21/06/2008.
- ETH. **Crossdating**. Zurich: ETH Zurich, Tree-ring |Lab. <https://fe.ethz.ch/en/research/dendrochronology-and-phenology/tree-ring-lab/crossdating.html>>. Acesso em: 2021.
- FAO. **Forest resources assessment working paper 180**: terms and definitions. Roma, 2015.
- FLORIANO, E. P. **Fitossociologia Florestal**. São Gabriel: ed. Do autor, 2014.

FLORIANO, E. P. **Manejo Florestal**: para sustentabilidade e excelência. Rio Largo: ed. do autor, 2018.

GARCIA, P. O.; LOBO-FARIA, P. C. **Metodologias para Levantamentos da Biodiversidade Brasileira**. Juiz de Fora: UFJF/PEGCOL, [2007]. 22p.

GONÇALVES, G. V. **Dendrocronologia**: princípios teóricos, problemas práticos e aplicabilidade. Évora: CIDEHUS, Universidade de Évora, 2007. Disponível em: <http://www.altshn.org/uploads/3/1/9/2/3192138/dendrocronologia_-_princípios_teóricos.pdf>. Acesso em: 2021.

HIGA, R. C. V. et al. **Protocolo de medição e estimativa de biomassa e carbono florestal**. Colombo: Embrapa Florestas, 2014. Disponível em: <<https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/121558/1/Doc.-266.pdf>>. Acesso em: 2021.

IMAÑA, J. E.; SILVA, G. F.; TICCHETTI, I. Variáveis dendrométricas. **CTF**, Brasília, UNB, v. 4, n. 1, outubro-2002.

IMAÑA ENCINAS, J; SILVA, G.F.; PINTO, J.R.R. **Idade e crescimento das árvores**. CTF, UNB, Brasília, v.7, n.1, 2005.

IUFRO. **The standardization of symbols in forest mensuration**. Maine Agricultural Experiment Station, Technical Bulletin, n.15, 1965. Reimpressão do original de 1959.

KRAMER, P. J.; KOZLOWSKI, T. T. **Fisiologia das árvores**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1972. 745p.

LAAR, A.; AKÇA, A. **Forest Mensuration**. Springer, 2007.

LTRR. **Andrew E Douglass**: Father of Dendrochronology. Tucson: College of Science, Laboratory of Tree-Ring Research. Disponível em: <<https://www.ltrr.arizona.edu/~cbaisan/Vermont/Erica/AED.pdf>>. Acesso em: 2021.

MÜLLER, I. **Forma de tronco e sortimentos de madeira para *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden., manejado em alto fuste, na Região Sudeste do Estado do Rio Grande do Sul**. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - UFSM PPGEF, Santa Maria, 2004.

OLIVEIRA, P. P. A. **Protocolo para quantificação dos estoques de carbono do solo da rede de pesquisa Pecus**. São Carlos, SP: Embrapa Pecuária Sudeste, 2014. Disponível em: <<https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/bitstream/doc/1006926/1/Documentos116.pdf>>. Acesso em: 2021.

ORMOND, J. G. P. **Glossário de Termos Usados em Atividades Agropecuárias, Florestais e Ciências Ambientais**, 3 ed. Rio de Janeiro: BNDES, 2006.

PÉLLICO NETTO, S.; BRENA, D. A. **Inventário Florestal**. Curitiba, 1997. 316 p.

PRODAN, M. **Mensura forestal**. San José: Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), 1997. 562 p.

PUNCHES, J. **Tree Growth, Forest Management, and Their Implications for Wood Quality**. Douglas County: Oregon State University, PNW576, September 2004.

RETSLAFF, F. A. S. et al. Amostragem em conglomerados pelo método de Bitterlich em Floresta Ombrófila Mista. **Nativa**, Sinop, v. 02, n. 04, p. 194-198, out./dez. 2014.

SAS. **A simple regression model with correction of heteroscedasticity**. Cary: SAS Institute, 2004.

SAHIN, D. Tracing footprints of environmental events in tree ring chemistry using neutron activation analysis. Tese de doutorado - Ph.D. in Nuclear Engineering, The Pennsylvania State University, 2012. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/265260268>>.

SCHNEIDER, P. R. **Análise de regressão aplicada à engenharia florestal**. Santa Maria: UFSM, CEPEF, 1998.

SILVA, J.A.A; PAULA NETO, F. **Princípios básicos de dendrometria**. Recife: UFRPE, 1979.

SILVESTRE, R.; BONAZZA, M.; STANG, M.; LIMA, G.C.P.; KOEPEL, D.A.; MARCO, F.T.; CIARNOSCHI, L.D.; SCARIOT, R.; MORÉS, D.F. Equações volumétricas em povoamentos de Pinus taeda L. no Município de Lages-SC. **Nativa**, Sinop, v. 02, n. 01, p. 01-05, jan./mar. 2014.

SIT, V. **Catalog of curves for curve fitting**. Biometrics information handbook series, Victoria (Canada), Forest Science Research Branch, n.4, 1994. ISSN 1183-9759.

STORCK, L.; LOPES, S. J. **Experimentação II**. Santa Maria: UFSM, CCR/Dep. Fitotecnia, 1998. 205 p.

BRUCHEZ, T. Like an Onion, Trees Have Layers. Princeton: Tree service experts, 2017. Disponível em: <<http://www.treeservice.expert/like-an-onion-trees-have-layers>>.

USP. **Introdução à biologia vegetal**. São Carlos, 2002. Disponível em: <biologia.ifsc.usp.br/bio3/outros/02-Morfologia.pdf>. Acesso em: 9/11/2014.

WEST, P.W. **Tree and forest measurement**, 2ed. Berlim: Springer-Verlag, 2009.

TERRAGES. Site de vendas. Campo Maior, Portugal, 2021. Disponível em: <<https://www.terrag.es>>. Acesso em 2021.

THEISEN, J. Wooster Tree Ring Lab Ready for Business. Wooster, USA: Wooster Geologists. Department of Geology, College of Wooster, June 10, 2011. Disponível em: <<https://woostergeologists.scotblogs.wooster.edu/2011/06/10/wooster-tree-ring-lab-ready-for-business/>>.

TOMÉ, M. **Inventariação dos recursos florestais**. Lisboa: Universidade Técnica de Lisboa / ISA / GIMREF, Textos pedagógicos, n. 1, 2002.

VANDERZANDEN, A. M. **How hormones and growth regulators affect your plants**. OSU Extension Service, July 2012. Disponível em: <<https://extension.oregonstate.edu/gardening/techniques/how-hormones-growth-regulators-affect-your-plants>>. Acesso em: 2021.

WOODTECH. **Logmeter**. Santiago, Chile: Woodtech Measurement Solutions, 2021. Disponível em: <<https://www.woodtechms.com/logmeter>>. Acesso em: 2021.

VANTEC. **Torno Laminador 1400**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=ilu5iUdjw4>>. Acesso em: 2021.

16 Apêndice A

Análise de tronco - amostragem

TABELA 12 - Volumes reais das secções dos troncos de 5 indivíduos de *Eucalyptus urograndis* com 14 anos de idade calculados pelo método de Smalian

Árvore nº	Secção nº	d (cm)	h (m)	n _{j,i}	L _i (m)	h _i (m)	h _i /h	d _i (cm)	g _i (m ²)	v _i (m ³)	v (m ³)
1	0	32,4	37,80	0,0	0,15	0,15	0,0040	36,30	0,00285	0,00043	0,00043
1	1	32,4	37,80	1.1	2,75	2,90	0,0767	29,50	0,00232	0,00711	
1	2	32,4	37,80	1.2	2,70	5,60	0,1481	27,20	0,00214	0,00601	
1	3	32,4	37,80	1.3	2,70	8,30	0,2196	26,40	0,00207	0,00568	
1	4	32,4	37,80	1.4	2,70	11,00	0,2910	24,00	0,00188	0,00534	
1	5	32,4	37,80	1.5	2,70	13,70	0,3624	22,80	0,00179	0,00496	
1	6	32,4	37,80	1.6	2,70	16,40	0,4339	20,70	0,00163	0,00461	
1	7	32,4	37,80	1.7	2,70	19,10	0,5053	20,00	0,00157	0,00432	
1	8	32,4	37,80	1.8	2,70	21,80	0,5767	17,00	0,00134	0,00392	0,04196
1	9	32,4	37,80	2.1	2,70	24,50	0,6481	15,30	0,00120	0,00342	
1	10	32,4	37,80	2.2	2,00	26,50	0,7011	13,50	0,00106	0,00226	
1	11	32,4	37,80	2.3	2,00	28,50	0,7540	12,40	0,00097	0,00203	
1	12	32,4	37,80	2.4	2,00	30,50	0,8069	10,30	0,00081	0,00178	0,00950
1	13	32,4	37,80	3,0	7,30	32,50	0,8598	0,00	0,00000	0,00197	0,00197
2	0	15,2	27,60	0,0	0,10	0,10	0,0036	18,20	0,00143	0,00014	0,00014
2	1	15,2	27,60	2.1	2,05	2,15	0,0779	14,50	0,00114	0,00263	
2	2	15,2	27,60	2.2	2,00	4,15	0,1504	13,50	0,00106	0,00220	
2	3	15,2	27,60	2.3	2,00	6,15	0,2228	12,60	0,00099	0,00205	
2	4	15,2	27,60	2.4	2,00	8,15	0,2953	12,00	0,00094	0,00193	
2	5	15,2	27,60	2.5	2,00	10,15	0,3678	11,10	0,00087	0,00181	
2	6	15,2	27,60	2.6	2,00	12,15	0,4402	10,20	0,00080	0,00167	
2	7	15,2	27,60	2.7	2,00	14,15	0,5127	9,30	0,00073	0,00153	
2	8	15,2	27,60	2.8	2,00	16,15	0,5851	8,20	0,00064	0,00137	
2	9	15,2	27,60	2.9	2,00	18,15	0,6576	7,50	0,00059	0,00123	
2	10	15,2	27,60	2.10	2,00	20,15	0,7301	6,00	0,00047	0,00106	
2	11	15,2	27,60	2.11	2,00	22,15	0,8025	4,80	0,00038	0,00085	0,01835
2	12	15,2	27,60	3,0	5,45	27,60	1,0000	0,00	0,00000	0,00068	0,00068
3	0	19,8	32,00	0,0	0,15	0,15	0,0047	26,20	0,00206	0,00031	0,00031
3	1	19,8	32,00	1.1	2,75	2,90	0,0906	18,90	0,00148	0,00487	
3	2	19,8	32,00	2.1	2,70	5,60	0,1750	17,60	0,00138	0,00387	
3	3	19,8	32,00	2.2	2,70	8,30	0,2594	16,30	0,00128	0,00359	
3	4	19,8	32,00	2.3	2,70	11,00	0,3438	15,00	0,00118	0,00332	0,01565
3	5	19,8	32,00	2.4	2,00	13,00	0,4063	13,90	0,00109	0,00227	
3	6	19,8	32,00	2.5	2,00	15,00	0,4688	13,10	0,00103	0,00212	
3	7	19,8	32,00	2.6	2,00	17,00	0,5313	12,40	0,00097	0,00200	
3	8	19,8	32,00	2.7	2,00	19,00	0,5938	11,30	0,00089	0,00186	
3	9	19,8	32,00	2.8	2,00	21,00	0,6563	10,20	0,00080	0,00169	
3	10	19,8	32,00	2.9	2,00	23,00	0,7188	8,70	0,00068	0,00148	

Dendrometria – Eduardo Pagel Floriano

Árvore nº	Secção nº	d (cm)	h (m)	$n_{j,i}$	L_i (m)	h_i (m)	h_i/h	d_i (cm)	g_i (m ²)	v_i (m ³)	v (m ³)
3	11	19,8	32,00	2.10	2,00	25,00	0,7813	7,60	0,00060	0,00128	
3	12	19,8	32,00	2.11	2,00	27,00	0,8438	6,20	0,00049	0,00108	0,01379
3	13	19,8	32,00	3,0	5,00	32,00	1,0000	0,00	0,00000	0,00081	0,00081
4	0	22,7	33,70	0,0	0,15	0,15	0,0045	27,00	0,00212	0,00032	0,00032
4	1	22,7	33,70	1.1	2,70	2,90	0,0861	22,30	0,00175	0,00523	
4	2	22,7	33,70	1.2	2,70	5,60	0,1662	21,20	0,00167	0,00461	
4	3	22,7	33,70	1.3	2,70	8,30	0,2463	19,70	0,00155	0,00434	
4	4	22,7	33,70	2.1	2,70	11,00	0,3264	18,50	0,00145	0,00405	
4	5	22,7	33,70	2.2	2,70	13,70	0,4065	16,20	0,00127	0,00368	0,02191
4	6	22,7	33,70	2.3	2,00	16,40	0,4866	15,00	0,00118	0,00245	
4	7	22,7	33,70	2.4	2,00	18,40	0,5460	14,20	0,00112	0,00229	
4	8	22,7	33,70	2.5	2,00	20,40	0,6053	13,30	0,00104	0,00216	
4	9	22,7	33,70	2.6	2,00	22,40	0,6647	12,00	0,00094	0,00199	
4	10	22,7	33,70	2.7	2,00	24,40	0,7240	10,40	0,00082	0,00176	
4	11	22,7	33,70	2.8	2,00	26,40	0,7834	9,30	0,00073	0,00155	
4	12	22,7	33,70	2.9	2,00	28,40	0,8427	7,30	0,00057	0,00130	
4	13	22,7	33,70	2.10	2,00	30,40	0,9021	5,30	0,00042	0,00099	0,01449
4	14	22,7	33,70	3,0	3,30	33,70	1,0000	0,00	0,00000	0,00046	0,00046
5	0	27,2	34,30	0,0	0,10	0,10	0,0029	33,80	0,00265	0,00027	0,00027
5	1	27,2	34,30	1.1	2,70	2,85	0,0831	25,60	0,00201	0,00630	
5	2	27,2	34,30	1.2	2,70	5,55	0,1618	23,60	0,00185	0,00522	
5	3	27,2	34,30	1.3	2,70	8,25	0,2405	22,00	0,00173	0,00483	
5	4	27,2	34,30	1.4	2,70	10,95	0,3192	20,20	0,00159	0,00447	
5	5	27,2	34,30	1.5	2,70	13,65	0,3980	18,50	0,00145	0,00410	0,02493
5	6	27,2	34,30	2.1	2,00	16,35	0,4767	17,00	0,00134	0,00279	
5	7	27,2	34,30	2.2	2,00	19,05	0,5554	15,20	0,00119	0,00253	
5	8	27,2	34,30	2.3	2,00	21,05	0,6137	13,70	0,00108	0,00227	
5	9	27,2	34,30	2.4	2,00	23,05	0,6720	12,60	0,00099	0,00207	
5	10	27,2	34,30	2.5	2,00	25,05	0,7303	11,30	0,00089	0,00188	
5	11	27,2	34,30	2.6	2,00	27,05	0,7886	9,20	0,00072	0,00161	
5	12	27,2	34,30	2.7	2,00	29,05	0,8469	7,00	0,00055	0,00127	0,01441
5	13	27,2	34,30	3,0	5,25	34,30	1,0000	0,00	0,00000	0,00096	0,00096

Onde: d = diâmetro da árvore; h = altura da árvore; $n_{j,i}$ = número de ordem da secção i do sortimento j; L_i = comprimento da secção i; h_i = altura da secção i; d_i = diâmetro da secção i; g_i = superfície transversal da secção i; v_i = volume da secção i.

17 Apêndice B

Análise de tronco - estimativas

TABELA 13 - Volumes estimados das secções dos troncos de 5 indivíduos de *Eucalyptus urograndis* com 14 anos de idade calculados pelo método de Smalian

Arvore nº	Seccao nº	d (cm)	h (m)	$n_{j,i}$	Li (m)	hi (m)	hi/h	di (cm)	gi (m ²)	vi (m ³)	v (m ³)
1	0	32,4	37,80	0,0	0,15	0,15	0,0040	39,03	0,00307	0,00046	0,00046
1	1	32,4	37,80	1.1	2,70	2,85	0,0754	32,07	0,00252	0,00754	
1	2	32,4	37,80	1.2	2,70	5,55	0,1468	28,53	0,00224	0,00643	
1	3	32,4	37,80	1.3	2,70	8,25	0,2183	26,67	0,00209	0,00585	
1	4	32,4	37,80	1.4	2,70	10,95	0,2897	25,37	0,00199	0,00552	
1	5	32,4	37,80	1.5	2,70	13,65	0,3611	23,99	0,00188	0,00523	
1	6	32,4	37,80	1.6	2,70	16,35	0,4325	22,30	0,00175	0,00491	
1	7	32,4	37,80	1.7	2,70	19,05	0,5040	20,30	0,00159	0,00452	
1	8	32,4	37,80	1.8	2,70	21,75	0,5754	18,16	0,00143	0,00408	
1	9	32,4	37,80	1.9	2,70	24,45	0,6468	16,01	0,00126	0,00362	0,04769
1	10	32,4	37,80	2.2	2,00	26,45	0,6997	14,47	0,00114	0,00239	
1	11	32,4	37,80	2.3	2,00	28,45	0,7526	12,90	0,00101	0,00215	
1	12	32,4	37,80	2.4	2,00	30,45	0,8056	11,15	0,00088	0,00189	0,00643
1	13	32,4	37,80	3,0	7,35	37,80	1,0000	0,00	0,00000	0,00215	0,00215
2	0	15,2	27,60	0,0	0,10	0,10	0,0036	18,33	0,00144	0,00014	0,00014
2	1	15,2	27,60	2.1	2,00	2,10	0,0761	15,02	0,00118	0,00262	
2	2	15,2	27,60	2.2	2,00	4,10	0,1486	13,36	0,00105	0,00223	
2	3	15,2	27,60	2.3	2,00	6,10	0,2210	12,49	0,00098	0,00203	
2	4	15,2	27,60	2.4	2,00	8,10	0,2935	11,87	0,00093	0,00191	
2	5	15,2	27,60	2.5	2,00	10,10	0,3659	11,21	0,00088	0,00181	
2	6	15,2	27,60	2.6	2,00	12,10	0,4384	10,39	0,00082	0,00170	
2	7	15,2	27,60	2.7	2,00	14,10	0,5109	9,43	0,00074	0,00156	
2	8	15,2	27,60	2.8	2,00	16,10	0,5833	8,41	0,00066	0,00140	
2	9	15,2	27,60	2.9	2,00	18,10	0,6558	7,39	0,00058	0,00124	
2	10	15,2	27,60	2.10	2,00	20,10	0,7283	6,40	0,00050	0,00108	
2	11	15,2	27,60	2.11	2,00	22,10	0,8007	5,31	0,00042	0,00092	0,01850
2	12	15,2	27,60	3,0	5,50	27,60	1,0000	0,00	0,00000	0,00077	0,00077
3	0	19,8	32,00	0,0	0,15	0,15	0,0047	23,79	0,00187	0,00028	0,00028
3	1	19,8	32,00	1.1	2,70	2,85	0,0891	19,06	0,00150	0,00454	
3	2	19,8	32,00	2.1	2,70	5,55	0,1734	16,94	0,00133	0,00382	
3	3	19,8	32,00	2.2	2,70	8,25	0,2578	15,85	0,00124	0,00348	0,01184
3	4	19,8	32,00	2.3	2,00	10,25	0,3203	15,16	0,00119	0,00244	
3	5	19,8	32,00	2.4	2,00	12,25	0,3828	14,37	0,00113	0,00232	
3	6	19,8	32,00	2.5	2,00	14,25	0,4453	13,42	0,00105	0,00218	
3	7	19,8	32,00	2.6	2,00	16,25	0,5078	12,34	0,00097	0,00202	
3	8	19,8	32,00	2.7	2,00	18,25	0,5703	11,19	0,00088	0,00185	
3	9	19,8	32,00	2.8	2,00	20,25	0,6328	10,04	0,00079	0,00167	
3	10	19,8	32,00	2.9	2,00	22,25	0,6953	8,92	0,00070	0,00149	

Dendrometria – Eduardo Pagel Floriano

3	11	19,8	32,00	2.10	2,00	24,25	0,7578	7,79	0,00061	0,00131	
3	12	19,8	32,00	2.11	2,00	26,25	0,8203	6,48	0,00051	0,00112	0,01640
3	13	19,8	32,00	3,0	5,75	32,00	1,0000	0,00	0,00000	0,00098	0,00098
4	0	22,7	33,70	0,0	0,15	0,15	0,0045	27,30	0,00214	0,00032	0,00032
4	1	22,7	33,70	1.1	2,70	2,85	0,0846	22,05	0,00173	0,00523	
4	2	22,7	33,70	1.2	2,70	5,55	0,1647	19,59	0,00154	0,00441	
4	3	22,7	33,70	1.3	2,70	8,25	0,2448	18,33	0,00144	0,00402	
4	4	22,7	33,70	2.1	2,70	10,95	0,3249	17,32	0,00136	0,00378	
4	5	22,7	33,70	2.2	2,70	13,65	0,4050	16,11	0,00127	0,00354	0,02099
4	6	22,7	33,70	2.3	2,00	15,65	0,4644	15,02	0,00118	0,00244	
4	7	22,7	33,70	2.4	2,00	17,65	0,5237	13,81	0,00108	0,00226	
4	8	22,7	33,70	2.5	2,00	19,65	0,5831	12,56	0,00099	0,00207	
4	9	22,7	33,70	2.6	2,00	21,65	0,6424	11,31	0,00089	0,00187	
4	10	22,7	33,70	2.7	2,00	23,65	0,7018	10,09	0,00079	0,00168	
4	11	22,7	33,70	2.8	2,00	25,65	0,7611	8,85	0,00070	0,00149	
4	12	22,7	33,70	2.9	2,00	27,65	0,8205	7,42	0,00058	0,00128	
4	13	22,7	33,70	2.10	2,00	29,65	0,8798	5,49	0,00043	0,00101	0,01412
4	14	22,7	33,70	3,0	4,05	33,70	1,0000	0,00	0,00000	0,00058	0,00058
5	0	27,2	34,30	0,0	0,10	0,10	0,0029	32,88	0,00258	0,00026	0,00026
5	1	27,2	34,30	1.1	2,70	2,80	0,0816	26,57	0,00209	0,00630	
5	2	27,2	34,30	1.2	2,70	5,50	0,1603	23,58	0,00185	0,00532	
5	3	27,2	34,30	1.3	2,70	8,20	0,2391	22,06	0,00173	0,00484	
5	4	27,2	34,30	1.4	2,70	10,90	0,3178	20,86	0,00164	0,00455	
5	5	27,2	34,30	1.5	2,70	13,60	0,3965	19,47	0,00153	0,00428	
5	6	27,2	34,30	2.1	2,70	16,30	0,4752	17,74	0,00139	0,00395	
5	7	27,2	34,30	2.2	2,70	19,00	0,5539	15,79	0,00124	0,00356	0,03279
5	8	27,2	34,30	2.3	2,00	21,00	0,6122	14,31	0,00112	0,00236	
5	9	27,2	34,30	2.4	2,00	23,00	0,6706	12,86	0,00101	0,00213	
5	10	27,2	34,30	2.5	2,00	25,00	0,7289	11,43	0,00090	0,00191	
5	11	27,2	34,30	2.6	2,00	27,00	0,7872	9,90	0,00078	0,00168	
5	12	27,2	34,30	2.7	2,00	29,00	0,8455	8,02	0,00063	0,00141	0,00949
5	13	27,2	34,30	3,0	5,30	34,30	1,0000	0,00	0,00000	0,00111	0,00111

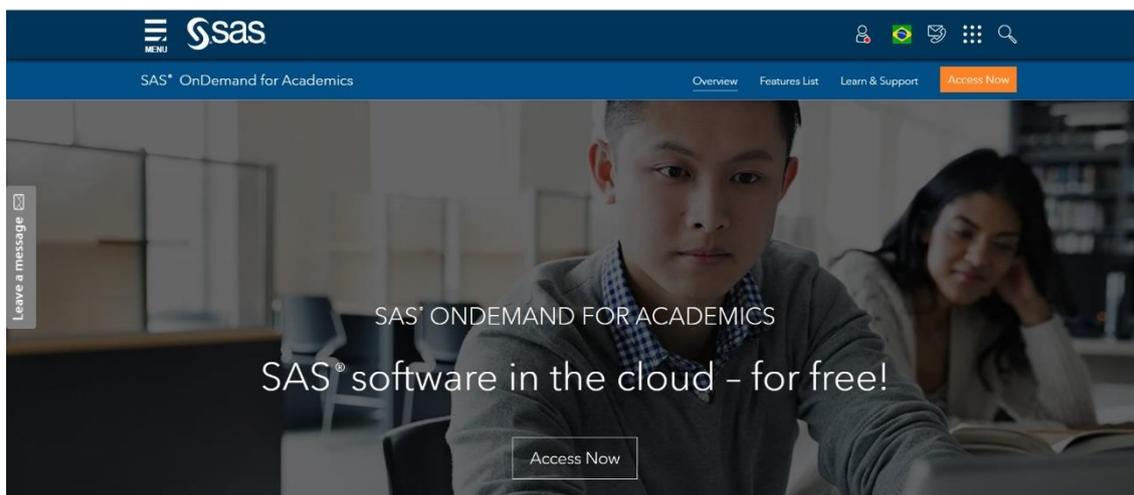
Onde: d = diâmetro da árvore; h = altura da árvore; $n_{j,i}$ = número de ordem da secção i do sortimento j; L_i = comprimento da secção i; h_i = altura da secção i; d_i = diâmetro da secção i; g_i = superfície transversal da secção i; v_i = volume da secção i.

18 Apêndice C

SAS® OnDemand for Academics

1) Para se inscrever no SAS® OnDemand for Academics, acesse a página:

https://www.sas.com/pt_br/software/on-demand-for-academics.html

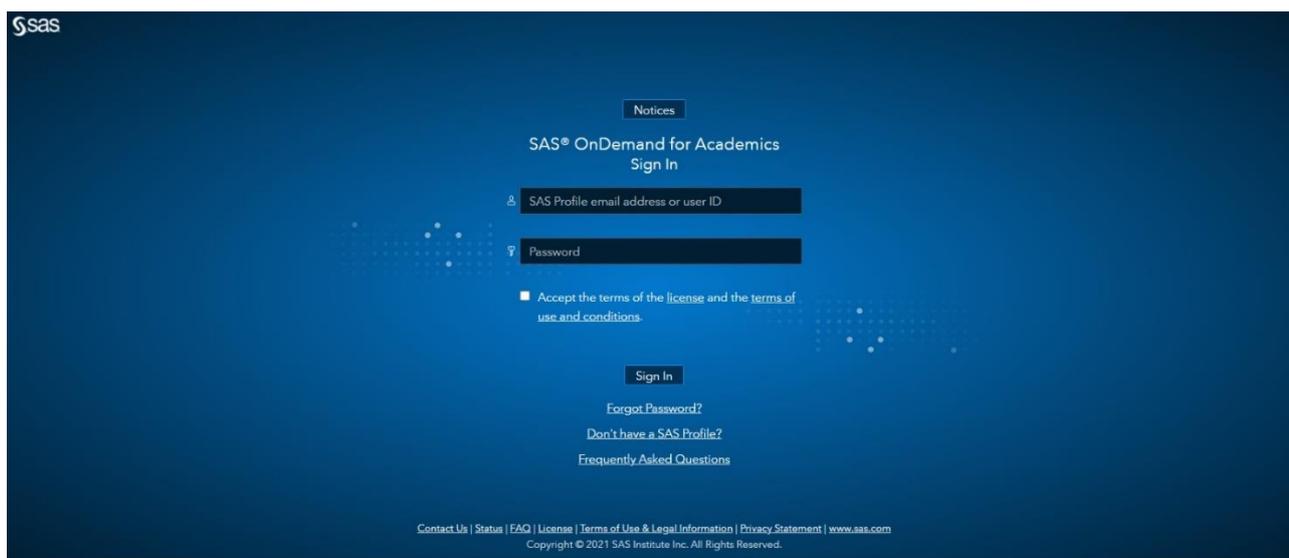


2) Na página acima, clique em:



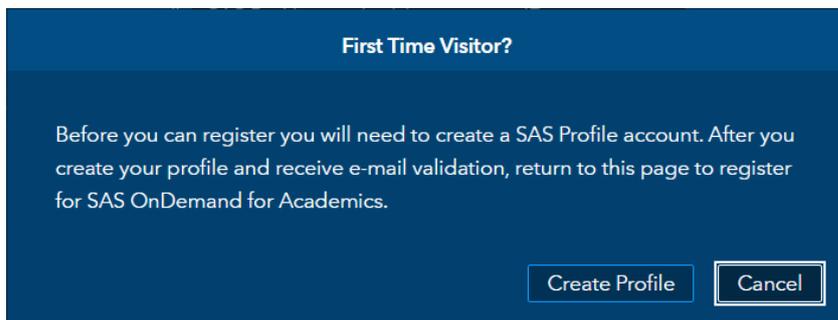
3) Abre-se a seguinte tela, onde deve clicar em:

[Don't have a SAS Profile?](#)



4) Então abre-se a tela abaixo, onde deve clicar em:

Create Profile



Preencha o formulário de inscrição ao lado. Não esqueça de marcar a opção:

Concordo com os termos de de uso e condições. *

Então, clique em:



Após clicar em “Criar perfil”, você receberá um e-mail de verificação com instruções para definir sua senha e ativar seu perfil.

Depois de confirmar sua inscrição, criar sua senha e ativar o seu perfil, basta abrir a página abaixo e entrar com seu usuário e senha:

<https://welcome.oda.sas.com/login>

Da primeira vez, deverá selecionar seu país de origem para ser direcionado corretamente.

Escolha sempre **SAS Studio** como interface.

Agora é só usufruir do SAS gratuito.

19 Apêndice D

Dados de diâmetro e altura de 60 árvores

TABELA 14 – Dados de diâmetro e altura de 60 árvores

Árvore	d	h	Árvore	d	h	Árvore	d	h
1	20.0	25.0	21	20.0	22.0	41	20.0	22.0
2	21.0	27.0	22	21.0	21.0	42	21.0	21.0
3	22.0	28.5	23	22.0	24.2	43	22.0	19.8
4	23.0	30.0	24	23.0	23.0	44	23.0	23.0
5	24.0	31.8	25	24.0	21.6	45	24.0	26.4
6	25.0	33.0	26	25.0	22.5	46	25.0	22.5
7	26.0	34.1	27	26.0	28.6	47	26.0	26.0
8	27.0	35.3	28	27.0	29.7	48	27.0	27.0
9	28.0	36.6	29	28.0	28.0	49	28.0	25.2
10	29.0	37.5	30	29.0	31.9	50	29.0	31.9
11	30.0	38.2	31	30.0	33.0	51	30.0	33.0
12	31.0	39.0	32	31.0	34.1	52	31.0	31.0
13	32.0	39.4	33	32.0	35.2	53	32.0	32.0
14	33.0	40.0	34	33.0	29.7	54	33.0	33.0
15	34.0	40.5	35	34.0	37.4	55	34.0	37.4
16	35.0	41.0	36	35.0	35.0	56	35.0	35.0
17	36.0	41.3	37	36.0	32.4	57	36.0	32.4
18	37.0	41.7	38	37.0	37.0	58	37.0	40.7
19	38.0	42.0	39	38.0	41.8	59	38.0	34.2
20	39.0	42.0	40	39.0	35.1	60	39.0	39.0

