UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CAROLINA BARBOSA DOS SANTOS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHOS PARA SE TRABALHAR COM A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EM SALA DE AULA.

Maceió

2023

CAROLINA BARBOSA DOS SANTOS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHOS PARA SE TRABALHAR COM A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EM SALA DE AULA.

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Alagoas como requisito parcial à obtenção do título de graduada em licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vanio Fragoso de Melo.

Maceió

2023

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

S237r Santos, Carolina Barbosa dos.
Resolução de problemas: caminhos para se trabalhar com a resolução de problemas matemáticos em sala de aula / Carolina Barbosa dos Santos. – 2023.
68 f. : il. color.

Orientador: Vanio Fragoso de Melo.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática : Licenciatura) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Maceió, 2023.

Bibliografia: f. 66-68.

1.Metodologias ativas de aprendizagem. 2. Aprendizagem baseada em problemas. 3. Resolução de problemas. 4. Matemática – Estudo e ensino. I. Título.

CDU: 51 : 371.3

Dedico este trabalho, primeiramente, a Deus, por ter me dado forças e discernimento para conclui-lo; a mim, por não ter desistido, mesmo nos dias em que me senti incapaz; aos meus pais, Kátia e José, por todo incentivo. Por fim, dedico a todas as pessoas que cruzaram minha vida durante minha trajetória acadêmica e que deixaram suas marcas.

AGRADECIMENTOS

A gratidão é o ato de reconhecer as coisas positivas que fazem parte da vida. Aqui, deixo minha gratidão a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, me ajudaram durante minha trajetória acadêmica.

Deus, Tu és tudo na minha vida. Pai e Mãe, vocês são minha força. Estou onde estou por vocês.

Quero agradecer ao meu orientador, professor Vanio Fragoso, pela sua orientação constante, paciência e valiosas contribuições ao longo deste processo. Seu apoio foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

George, Weversson, Symon, Djalma, Rafaela, Isaias e Aleff, vocês fazem parte da minha história. Obrigada pela colaboração, pelas discussões enriquecedoras e pelo companheirismo.

Cleisson, Mary, Dandara, Nayara e Cecília, obrigada por todo incentivo. Cada pequeno gesto de apoio foi fundamental. Minha galera do fundão: Rayan, Neto, Denisson, Ermerson e minhas irmãs, Kelliane e Francielly, vocês tornaram as longas viagens mais alegres.

Deixo também meus profundos agradecimentos aos professores, que me transmitiram conhecimento ao longo desses anos. Cada aula, cada conversa e cada desafio contribuíram para a minha formação acadêmica. Estrela, Elisa, Dione, Rafael Lucena, José Carlos, Vanio, Isadora, Viviane, Isnaldo, Diego Chicuta, Ediel e Carlos Gonçalves, obrigada por todo ensinamento.

Por fim, não poderia deixar de mencionar o nome da pessoa que me inspirou a fazer esse curso, Nivaldo Lacerda.

Este trabalho não teria sido possível sem a ajuda e o apoio de todos vocês. Obrigada por fazerem parte desta conquista.

RESUMO

Tendo em vista a busca pelo aperfeiçoamento profissional em relação às metodologias ativas de aprendizagem, em especial o aprendizado por problemas, e o desejo de conhecer metodologias que trabalhassem a resolução de problemas matemáticos para desenvolver ações em sala de aula que despertem no aluno o desejo pela Matemática, o presente trabalho trata-se de uma análise dos métodos de resolução de problemas “sobre”, “para” e “através” da resolução de problemas matemáticos. Para tanto, foi necessário diferenciar exercício, questão contextualizada e problemas matemáticos; caracterizar a resolução de problemas matemáticos nos documentos oficiais; e descrever e analisar os tipos de metodologias de resolução de problemas (sobre, para e através da resolução de problemas), em um artigo e duas dissertações de mestrado. Realizou-se, então, uma pesquisa bibliográfica. Diante disso, verificou-se que os métodos de resolução de problemas, ensinar sobre resolução de problemas, ensinar Matemática para resolver problemas e ensinar Matemática através da resolução de problemas desenvolvem no aluno as habilidades necessárias para a criação de estratégias que o ajude a resolver problemas matemáticos, levam o aluno a construir novos conhecimentos a partir de problemas e desenvolvem no aluno habilidades para que ele consiga aplicar a Matemática estudada. Por meio desta pesquisa, foi possível vislumbrar uma eficaz contribuição para a formação de profissionais da educação que anseiam por uma aula de Matemática mais atrativa, mais desafiadora, significativa e que desperte no aluno o desejo de estudar Matemática.

Palavras-chaves: Metodologia de resolução de problemas; O ensino “sobre”, “para” e “através” da resolução de problemas matemáticos.

ABSTRACT

Bearing in mind the search for professional improvement in relation to active learning methodologies, especially problem-based learning, and the desire to discover methodologies that work on solving mathematical problems, in order to bring to the classroom teaching forms that awaken in the student the desire for Mathematics, the present work deals with problem solving methods, in order to analyze the problem solving methods “about”, “for” and “through” the resolution of mathematical problems. Therefore, it was necessary to make a brief history about the emergence of problem solving as a methodology; differentiate exercise, contextualized question and mathematical problems; characterize the resolution of mathematical problems in official documents; and, describe and analyze the types of problem solving methodologies (about, for and through problem solving), in an article and two master's dissertations. A bibliographical research was then carried out. In view of this, it was found that problem solving methods, teaching about problem solving, teaching Mathematics to solve problems and teaching Mathematics through problem solving, develop in the student the ability to create strategies in order to solve mathematical problems, lead to student to build new knowledge from problems and develop skills in the student so that he can apply the Mathematics studied. Through this research, it was possible to envision an effective contribution to the training of education professionals who yearn for a more attractive, more challenging, meaningful Mathematics class that awakens in the student the desire to study Mathematics.

Keywords: Problem solving methodology; Teaching “about”, “for” and “through” the resolution of mathematical problems.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

É notório, nos dias atuais, encontrarmos alunos que não se familiarizam com a Matemática estudada na escola. Muitos a consideram “chata” ou mesmo “pouca atrativa” e, consequentemente, não atribuem a devida importância de estudá-la.

Nesse contexto, buscou-se, neste estudo, encontrar formas que dinamizem o ensino da Matemática, para despertar no aluno o interesse em estudá-la. Nesse contexto, o presente estudo tem como foco apresentar e analisar metodologias adotadas para a resolução de problemas matemáticos.

Tendo isso em vista, foram elencadas três abordagens utilizadas para a resolução de problemas: ensinar “sobre” resolução de problemas, ensinar Matemática “para” resolver problemas e ensinar Matemática “através” da resolução de problemas.

Visando abordar a problemática sobre “de que forma os métodos de resolução, sobre resolução, para resolução problemas e através da resolução de problemas contribuem no desenvolvimento das habilidades e competências relacionadas à resolução de problemas matemáticos necessárias para a trajetória escolar dos alunos”, este trabalho justifica-se pela busca do aperfeiçoamento profissional em relação a metodologias ativas de aprendizagem, em especial ao aprendizado por problemas, e pelo desejo de conhecer metodologias que trabalham a resolução de problemas matemáticos.

Através da resolução de problemas, foco deste estudo, busca-se empreender ações em sala de aula que despertem no aluno o desejo pela Matemática.

Nesse sentido, o objetivo dessa pesquisa é analisar os métodos de resolução de problemas “sobre”, “para” e “através’ da resolução de problemas. De forma mais específica, buscou-se diferenciar exercício, questão contextualizada e problemas matemáticos; caracterizar a resolução de problemas matemáticos nos documentos oficiais; e descrever e analisar os tipos de metodologias de resolução de problemas (sobre, para e através da resolução de problemas), em um artigo e duas dissertações de mestrado.

A metodologia utilizada compreendeu uma pesquisa básica, de abordagem qualitativa e de caráter exploratório, a partir de uma revisão bibliográfica, apresentando uma visão geral sobre métodos de resolução de problemas matemáticos.

Esta monografia está estruturada em 6 seções. Na primeira seção, encontra-se a introdução; a segunda trata de diferenciar exercícios, problemas e questões contextualizadas; e, na terceira seção, buscou-se realizar um levantamento bibliográfico em alguns documentos oficiais como a BNNC (Base Nacional Comum Curricular) e os PCN's (Parâmetros curriculares Nacionais) sobre resolução de problemas matemáticos.

Já na quarta seção, apresenta-se um levantamento bibliográfico sobre abordagens metodológicas relacionadas à resolução de problemas matemáticos, sendo elas: um ensino "sobre" resolução de problemas, um ensino "para" resolução de problemas e um ensino "através" da resolução de problemas.

Na quinta seção, foi realizada uma análise de trabalhos (duas dissertações e um artigo), de três autores, relacionadas à resolução de problemas matemáticos "sobre", "para" e "através".

As razões que ensejam as três formas de abordar a resolução de problemas vão ao encontro das ideias de Schroeder e Lester (1989). Os motivos são: desenvolver a capacidade dos alunos de criar estratégias para resolver problemas de Matemática; levar os alunos a construir conhecimento matemático a partir dessa metodologia; reforçar o conhecimento do conteúdo estudado; e desenvolver a capacidade dos alunos de aplicar a matemática que aprenderam em problemas práticos e teóricos.

E, para finalizar nosso trabalho, na sexta seção, encontram-se as considerações finais de nossa pesquisa.

2 Exercício x Problema x Questão contextualizada

De acordo com Oliveira (2020), para que o professor desenvolva, de forma eficaz, o seu trabalho pedagógico, fundamentado na resolução de problemas, é necessário que ele saiba diferenciar problema, exercício e questão contextualizada.

Meneghelli et al. (2018) afirmam que, dentro do ensino da Matemática, comumente as pessoas confundem quando a tarefa a ser resolvida se trata de um problema matemático, de um exercício matemático ou mesmo de uma questão contextualizada.

Dessa forma, faz-se necessário estudar o que se caracteriza como problema, exercício e questão contextualizada. Além disso, é importante saber o momento ideal de se trabalhar com cada um desses mecanismos matemáticos, visto que, cada um deles tem sua importância para o ensino da Matemática.

2.1 Exercício

Vários autores, como Echeverría e Pozo (1998), Meneghelli et al. e Oliveira (2020), definem exercício como sendo uma simples repetição de técnicas, ou seja, é a aplicação de mecanismos que leva imediatamente a uma solução. Um bom exemplo acontece quando estudamos as propriedades da potenciação. Ao ser estudado tal conteúdo, é comum o professor elaborar uma atividade em que o aluno terá que efetuar a potenciação de números reais aplicando as propriedades da potenciação.

Ponte ressalta que “os exercícios servem para o aluno pôr em prática os conhecimentos já anteriormente adquiridos. Servem essencialmente como um propósito de consolidação de conhecimentos” (2005, p. 4).

Dante (2009) afirma que um exercício serve para exercitar algum algoritmo, em consonância com o dito popular “a prática leva à perfeição”. À medida em que o aluno pratica, memoriza, de forma eficaz, o que está exercitando.

Nessa mesma linha de raciocínio, Oliveira (2020, p.126) afirma que:

> O exercício se limita, geralmente, a uma atividade de treinamento que faz uso de conhecimentos matemáticos já conhecidos pelo educando, como por exemplo, a aplicação de algoritmos, de fórmulas e regras da Matemática, de procedimentos ou estratégias que foram memorizadas.

Peduzzi (1997) destaca a importância de se trabalhar com exercícios quando afirma que é através disso que o aluno desenvolve e consolida habilidades, mesmo que, para ele, seja cansativa a repetição de uma certa prática.

Entretanto, Meneghelli et al. (2018) ressalta a importância de não haver predominância no uso de exercícios no planejamento do professor, pois, segundo a autora, visto que isso pode desprezar "o caráter investigativo e estimulante que as aulas de Matemática podem desempenhar a partir da metodologia de resolução de problemas" (2018, p. 216).

2.11 Problemas

À guisa de conceituação, Meneghelli et al. (2018) define problema como sendo ferramentas importantes para apresentar, explorar, discutir e investigar o conteúdo matemático.

Diferente do exercício, Pontes at al. (2015) ressalta que, ao resolver problemas matemáticos, os alunos não dispõem de um método de resolução, mas que precisam criar estratégias que os permitam chegar à solução, uma vez que não está explícito, no problema, quais métodos devem ser usados para se chegar ao resultado.

De acordo com os PCN's (BRASIL, 1998), os problemas existem apenas quando os alunos são orientados a interpretar o enunciado da pergunta e estruturar a situação apresentada.

Romanatto (2012, p.302) caracteriza problema como "o ponto de partida da atividade matemática". Ele o conceitua como uma situação em que uma sequência de ações deve ser executada para se ter uma solução.

Para Romanatto (2012), ao trabalhar com problemas, matemáticos os alunos:

- Aprendem a fazer Matemática;

- Exercitam suas capacidades intelectuais, e;
- Mobilizam estratégias como criatividade, autonomia, tentativa e erro, entre outras, para encontrar respostas.

Pólya (1978) aponta que aluno sempre estará diante de uma nova descoberta quando se propõe a resolver um problema. Na mesma linha de raciocínio, Duarte (2020) afirma que, quando o problema desperta curiosidade e usa intuição e engenhosidade, quem o responde pode experimentar uma onda de descoberta.

Para Marin e Araújo (2016), um problema só se torna um problema quando, na situação apresentada, o aluno se sente desafiado e motivado para resolvê-lo.

Selbach (2010) pontua que, quando o aluno resolve um problema, ele está sendo protagonista da sua própria aprendizagem, pois, na medida em que expõe o que sabe, mostra o seu pensar e coloca em ação seu esforço, ou seja, tem um papel ativo no próprio processo de aprendizagem.

Para Onuchic (1999), "o problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento" (p. 207). De acordo com Alvarenga, Andrade e Santos (2016), um problema pode ser definido como:

> toda situação que tem por objetivo alcançar uma meta mediante estratégias, raciocínio lógico, modelagem e interpretação. Assim, um problema requer mais do que aplicação de fórmula ou de operações aprendidas nas aulas e passa a existir quando é indispensável interpretar, estruturar e contextualizar a situação (ALVARENGA; ANDRADE; SANTOS, 2016, p.41).

De modo geral, "a Resolução de Problemas justifica-se em compreender o mundo das formas, das medidas, dos números e das probabilidades, a partir da arte de resolver problemas matemáticos" (PONTES, 2018, p. 341).

Vale salientar também que o ensino da Matemática não deve limitar-se à resolução de problemas, mas que é de suma importância que essa metodologia seja trabalhada em sala de aula, pois, ela é uma ferramenta eficaz e que auxilia os alunos no seu processo de ensino e aprendizagem.

Desse modo, Duarte (2020, p.99-100) diz que:

> É importante notar que a Matemática não deve ser reduzida a resolução de problemas, mas é esta atividade que devemos colocar no centro do ensino da Matemática se queremos que nossas escolas se tornem lugares onde os alunos aprendam realmente a pensar.

Para Pontes at al. (2015), o que pode ser problema para um sujeito, para outro, pode ser considerado um exercício, a depender dos conhecimentos prévios necessários que o indivíduo possui.

Nesse âmbito, o autor também afirma que “o que distingue exercício de problema é essencialmente o fato de o aluno dispor ou não de um método de resolução” (PONTES, 2015, p.119). Sendo assim, caso o aluno disponha de um método de resolução, a atividade será um exercício e não um problema.

Como exemplo, a figura 1 apresenta duas questões. Essas questões representam situações diferentes quando abordadas em uma turma de 9º ano.

Figura 1 - Exemplo de exercício e problema.

1. Calcule as potencias a seguir:

a) $8^{\frac{2}{3}} =$
b) $(-32)^{\frac{1}{5}} =$

2. Foi organizada uma competição entre os cachorros de uma vizinhança. Nessa competição, há 10 obstáculos em um círculo. Para cada obstáculo que o cachorro superar, ele ganhará pontos. Se houver empate de pontos, ganhará aquele que completar os obstáculos em menor tempo. O primeiro obstáculo não vale nenhum ponto. O segundo obstáculo vale 3 pontos, o terceiro vale 6 pontos o quarto valo 9 pontos, e esse padrão continua até o último obstáculo. Quantos pontos um cachorro que conseguir superar os 10 obstáculos obterá? (FUGITA; OLIVEIRA, 2018, p. 91)

Analisando a figura, tem-se que a questão 1 representa um exercício, pois, para resolvê-la, o aluno precisará aplicar técnicas que vão levar a um resultado imediato. A questão 2 refere-se a um problema, pois, para resolvê-la, o aluno precisará desenvolver estratégias de resolução, já que o enunciado do problema não explicita qual método de resolução deve ser adotado.

Vale ressaltar que, em certos momentos, um problema pode transformar-se em um mero exercício, quando, para um aluno, não apresenta mais desafio, pois ele já compreende de imediato como solucioná-lo. Dessa forma, aquilo que constitui um problema para um aluno, pode representar apenas um exercício para outro.

2.1.1.1 Situações contextualizadas

Além dos exercícios e problemas, têm-se as situações contextualizadas que, por vezes, são confundidas com problemas matemáticos. No entanto, estas se referem à situações do mundo real que podem ser representadas e resolvidas usando conceitos e técnicas matemáticas. Essas situações têm a capacidade de mostrar aos estudantes como a Matemática está intrinsecamente ligada ao nosso cotidiano e como ela pode ser aplicada para entender e resolver questões do mundo real.

Vale ressaltar que a contextualização pode ocorrer, não apenas a partir de situações do dia a dia, mas, também, dentro do próprio âmbito da Matemática. Por exemplo: a compreensão de questões de aritmética pode servir como ponto de partida para descrever uma situação algébrica (POSSAMAI; CARDOZO; MENEGHELLI, 2018).

É relevante destacar que atividades com abordagem sobre situações contextualizadas desempenham um papel significativo no processo de ensino e aprendizado. Isso ocorre porque ela permite aos alunos exercitar a aplicação dos algoritmos aprendidos e, adicionalmente, demonstrar a utilidade do conteúdo estudado. Meneghelli at al. (2018) destacam que questões contextualizadas são questões em que, para se chegar na solução, é necessário aplicar algoritmos ou técnicas que estão sendo estudadas.

Ao trabalhar com situações contextualizadas, o professor fornece aos alunos um entendimento mais profundo e significativo dos conceitos matemáticos, mostrando como eles podem ser aplicados em situações concretas. Isso ajuda a tornar o aprendizado mais envolvente, relevante e prático, além de facilitar a compreensão e a retenção dos conhecimentos.

Reis e Nehring (2017) destacam que a contextualização tem a finalidade de subsidiar o processo de aprendizagem, pois possibilita que o aluno identifique sentido para o significado dos conceitos matemáticos. Dessa forma, questões contextualizadas dão sentido ao conhecimento matemático.

Problemas contextualizados representam situações da vida real em que a Matemática é aplicada. Sendo assim, a abordagem de problemas contextualizados incentiva os alunos a conectar a Matemática com o mundo real e a perceber sua utilidade prática.

Essa forma de atividade é frequentemente utilizada durante e após a apresentação de um conceito matemático, com o propósito de ilustrar a sua aplicação prática (POSSAMAI; CARDOZO; MENEGHELLI, 2018).

Em resumo, o uso de problemas matemáticos contextualizados não apenas torna o ensino de Matemática mais envolvente e significativo, mas também prepara os alunos para uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e os capacita a aplicar esses conhecimentos em suas vidas cotidianas. É uma abordagem pedagógica valiosa para promover a aprendizagem eficaz da Matemática.

A prática de trabalhar com problemas matemáticos contextualizados é essencial no contexto educacional da Matemática, proporcionando uma série de benefícios pedagógicos notáveis. Uma das razões fundamentais para isso reside no método adotado para tornar o conteúdo matemático mais acessível aos alunos. Ao mostrar de que forma a Matemática está intrinsecamente ligada às suas vidas cotidianas, essa abordagem pedagógica facilita a compreensão do conteúdo. A resolução de problemas matemáticos contextualizados demanda que os alunos apliquem suas habilidades matemáticas para analisar, interpretar e resolver questões do mundo real. Esse processo não apenas promove o desenvolvimento de habilidades cruciais de resolução de problemas, como também demonstra a aplicabilidade prática dos conceitos matemáticos.

Outro aspecto significativo é a capacidade dos problemas do mundo real de cativar o interesse dos alunos, uma vez que eles conseguem se relacionar diretamente com as situações apresentadas. Esse vínculo pessoal com os problemas estimula o engajamento dos alunos, mantendo-os motivados para aprender Matemática de maneira ativa e participativa. Em última análise, ao integrar problemas matemáticos contextualizados em sala de aula, os educadores não apenas tornam a Matemática mais compreensível, mas também mais envolvente, relevante e empolgante para os alunos.

Para efeito de exemplificação, o fragmento a seguir se trata de uma questão contextualizada, pois o enunciado da mesma direciona a aplicação de uma técnica que, provavelmente, já foi estudada pelo aluno, além disso, se trata de uma questão cotidiana.

Figura 2 - Exemplo de uma situação contextualizada.

Exemplo: De um refrigerante de 2000 ml (2 litros), Ana tomou 250 ml e Maria tomou 500 ml. Quanto refrigerante sobrou? (Meneghelli at al., 2018, p. 217)

Em resumo, enquanto exercícios matemáticos se concentram em praticar técnicas específicas, problemas matemáticos são questões desafiadoras que requerem raciocínio e resolução, e situações contextualizadas são problemas do mundo real ou cenários práticos nos quais conceitos matemáticos são aplicados para resolver questões mais amplas. Todas essas abordagens têm seu papel na educação matemática, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades variadas e a compreensão dos conceitos matemáticos.

Concordamos com o que os autores definem como exercício, problema e questão contextualizada e ressaltamos a importância desses mecanismos matemáticos para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Tanto os exercícios quanto os problemas e as questões contextualizadas são peças fundamentais para um trabalho pedagógico eficaz, uma vez que, se trabalhado de forma adequada, ajudam os alunos a desenvolverem as competências e habilidades necessárias para o seu desenvolvimento educacional.

3.2 Problemas matemáticos nos documentos oficiais

Onuchic e Allevato (2011) definem problema como “tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que se está interessado em fazer”. Nessa mesma perspectiva, Vila e Callejo (2006, p.27) designam o termo problema como:

> uma situação, proposta com finalidade educativa, que propõe uma questão matemática cujo método de solução não é imediatamente acessível ao aluno/resolvedor ou ao grupo de alunos que tenta resolvê-la, porque não dispõe de um algoritmo que relaciona os dados e a incógnita ou de um processo que identifique automaticamente os dados com a conclusão e, portanto, deverá buscar, investigar, estabelecer relações e envolver suas emoções para enfrentar uma situação nova.

Para Onuchic e Allevato (2011), a resolução de problemas tem o poder de fazer com que os alunos entendam melhor os conteúdos e conceitos matemáticos que estão sendo estudados ou que ainda irão estudar.

Schastai, Silva e Almeida (2012) justificam a importância de se trabalhar com situações-problema na sala de aula por essa ser uma metodologia capaz de ampliar os conhecimentos matemáticos dos alunos, pois, à medida em que os alunos resolvem problemas, suas práticas investigativas são estimuladas.

Dessa forma, é importante que o aluno tenha o desejo de resolver problemas matemáticos, para que ele obtenha sucesso em suas investigações matemáticas. Dante (1994) pontua que a verdadeira alegria de estudar matemática está na satisfação que os alunos sentem quando resolvem problemas sozinhos.

É imprescindível que o professor leve para a sala de aula problemas que estimulem o interesse do aluno ao tentar resolvê-los, para que, por meio deles, os alunos desenvolvam as competências e habilidades necessárias para resolver problemas matemáticos.

Um dos princípios da resolução de problemas, de acordo com os PCN's do ensino fundamental, diz que "no processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas" (BRASIL, 1998). Desse modo, os alunos precisarão criar estratégias de resolução para encontrar a solução de problemas matemáticos.

Na perspectiva de vários autores matemáticos, a resolução de problemas serve para consolidar um conteúdo, para construção de um novo conteúdo e também como um conteúdo a ser estudado. De acordo com os PCN's do Ensino Fundamental, um outro princípio da resolução de problemas diz que

> A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1998, p. 41).

Uma das competências como metas a serem alcançadas na área da Matemática e suas tecnologias, durante o ensino médio, de acordo com os

PCN's, é a competência de investigação e a competência de compreensão "competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências" (BRASIL, 2007, p. 113).

A BNCC (Base Nacional Comum Curricular) traz, em seu documento, as aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo de sua trajetória escolar, que vai desde a educação infantil até o ensino médio. Dentro dessas aprendizagens, encontram-se as competências e habilidades relacionadas à resolução de problemas.

As competências da BNCC foram criadas para serem o fio condutor da aprendizagem e devem ser desenvolvidas durante toda a educação básica. Uma das competências específicas do componente curricular Matemática, para o Ensino Fundamental, diz que o aluno deve:

> Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2017, p. 267).

No Ensino Médio, uma das competências específicas de Matemática para essa etapa final da escolaridade básica, diz que aluno deve:

> Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2017, p.531).

As habilidades da BNCC são os conhecimentos necessários para o pleno desenvolvimento das competências. Diante do exposto, para que os alunos desenvolvam as competências contidas na BNCC, é preciso que eles desenvolvam as habilidades de cada etapa da escolaridade básica.

No primeiro ano do Ensino Fundamental I (anos iniciais), por exemplo, os alunos devem desenvolver a habilidade de:

> Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais (BRASIL, 2017, p. 279).

Uma das habilidades do segundo ano dos anos iniciais relacionada a problemas matemáticos é a que consiste em “resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais" (BRASIL, 2017, p.283).

A oitava habilidade do terceiro ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais da BNCC diz que o aluno deve “resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais” (BRASIL, 2017, p. 287).

Já a sétima habilidade do quarto ano dos anos iniciais da BNCC diz que o aluno deve “resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha, no máximo, dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos” (BRASIL, 2017, p. 291).

No quinto ano, os alunos devem desenvolver a habilidade de “resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido” (BRASIL, 2017, p. 295).

Nesse contexto, é possível notar que, desde a primeira etapa da escolaridade básica, é marcante o uso da metodologia de resolução de problemas. Sendo assim, desde pequenos, os alunos são estimulados a pensar matematicamente e são levados a desenvolver seu pensamento crítico.

Nos anos finais, também chamado de Ensino Fundamental II, que se estende do 6º ano ao 9º ano, também encontramos diversas habilidades que são relacionadas a problemas matemáticos.

No sexto ano, os alunos devem desenvolver a habilidade de “resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária” (BRASIL, 2017, p.301). Dentre outras habilidades, os alunos do sétimo ano devem desenvolver a habilidade de “resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade" (BRASIL, 2017, p.307).

No oitavo ano, o professor deve auxiliar o aluno no desenvolvimento da habilidade que consiste em "resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo" (BRASIL, 2017, p.313). No nono ano, uma das habilidades que os alunos devem desenvolver é a habilidade que consiste em:

> Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira (BRASIL, 2017, p.317).

Já no ensino médio, etapa final da educação básica, uma das habilidades que os alunos devem desenvolver é a habilidade que consiste em:

> "Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão)" (BRASIL, 2017, p.537).

A BNCC possui muitas outras habilidades relacionadas à resolução de problemas matemáticos que aparecem em todas as etapas da escolaridade básica. Isso mostra a importância de usar esse método de ensino, pois garante aos alunos alguns dos conhecimentos necessários para o pleno desenvolvimento das competências que fazem relação entre as aprendizagens, o mundo social e os contextos culturais em que estão inseridos.

Diante do exposto, faz-se necessário um estudo sobre as metodologias de resolução de problemas "sobre", "para" e "através", bem como a forma de abordá-las na sala de aula, tendo em vista sua importância para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

3 Caminhos para se trabalhar com a resolução de problemas matemáticos.

Em uma de suas pesquisas, Onuchic e Allevato (2014) identificaram três maneiras diferentes de abordar a metodologia de resolução de problemas em sala de aula, sendo elas: ensinar "sobre", ensinar Matemática "para" e ensinar Matemática "através" da resolução de problemas.

Deste modo, neste capítulo, iremos explicar detalhadamente as características fundamentais de cada um desses caminhos que trabalham com a resolução de problemas.

4.1 Ensino “sobre” resolução de problemas

O ensino sobre resolução de problemas se refere a uma técnica a ser ensinada, como apontam Onuchic e Allevato (2014), que consideram esse ensino como um novo conceito a ser apresentado para os estudantes.

De acordo com Onuchic e Allevato (2014, p. 39), o livro “A Arte de Resolver Problemas”, de George Polya, é “o mais importante exemplo entre os trabalhos com teor essencialmente voltado a ensinar sobre resolução de problemas”.

O livro mencionado tornou-se referência no ensino sobre resolução de problemas, pois o autor define quatro passos que orientam os alunos na resolução de problemas matemáticos. Essa forma que George Pólya encontrou para resolver problemas pode ser aplicada em qualquer conteúdo que se queira abordar.

Ainda de acordo com Onuchic e Allevato, ao se trabalhar com a metodologia em foco, “percebe-se uma forte ênfase nas heurísticas como forma de orientar os alunos na resolução de problemas, com regras e processos gerais, independentes do conteúdo específico abordado” (2014, p. 39). Segundo Pólya, o objetivo da Heurística “é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção” (1995, p. 86).

As fases do método de resolução de problemas de George Pólya, método fundamental para os estudos, são: (1) compreensão do problema, (2) estabelecimento de um plano, (3) execução do plano e (4) retrospecto.

Em relação a essas quatro fases, Polya (1995, p. 3-4) diz que:

> Primeiro, temos que compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a.

Nesse contexto, de acordo com as quatro fases de Pólya, para o aluno resolver um problema, ele precisa, primeiro, compreender o problema, para que, dele, o aluno consiga extrair os dados necessários para o estabelecimento de um plano de resolução e, em seguida, executá-lo.

Por fim, o aluno precisará verificar se, de fato, a solução do seu problema está correta. Logo, ele fará um retrospecto examinando a solução obtida por meio da estratégia adotada.

Em virtude do que foi mencionado, no ensino sobre resolução de problemas, o aluno deve aprender como se resolve um problema matemático utilizando as quatro fases do método de resolução de problemas de George Pólya.

Vale destacar também que a habilidade de resolução de problemas deve ser o passo precípuo neste processo, isto é, deve ser desenvolvida em primeira instância.

4.2 Ensino “para” resolução de problemas

Quando o professor ensina Matemática para resolver problemas, ele primeiro explica o conteúdo para poder apresentar o problema para o aluno. Nesse contexto, no ensino embasado por essa metodologia, considera-se a resolução de problemas como um complemento para o ensino da Matemática (MENEGHELLI et al, 2018).

Esse tipo de metodologia de ensino é o mais utilizado entre os professores, visto que é comum encontrarmos professores apresentando “a Matemática formal para, depois, oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa Matemática construída, acreditando que deveriam ensinar Matemática para resolver problemas” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 79).

Por isso, problemas matemáticos voltados para o ensino sobre problemas são tão confundidos com situações contextualizadas. Tendo em vista que situações contextualizadas também são apresentadas aos alunos depois de eles terem visto a parte teórica do conteúdo.

No ensino para resolução de problemas, o aluno deve ser capaz de aplicar a Matemática aprendida para resolver os problemas, tornando, assim, a Matemática o eixo de sustentação dessa abordagem metodológica.

Essa abordagem de ensino cria um caráter utilitário para o conhecimento matemático, dando também um significado para seu estudo. “Nessa visão, a Matemática é considerada utilitária de modo que, embora a aquisição de conhecimento matemático seja de primordial importância, o propósito principal do ensino é ser capaz de utilizá-lo” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2011, p. 39).

4.3 Ensino “através” da resolução de problemas

No ensino através da resolução de problemas, o conteúdo se desenvolve a partir da necessidade de resolver os problemas. Sendo assim, eles são usados como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos (MENEGHELLI et al, 2018).

Seguindo a mesma linha de raciocínio, de acordo com Onuchic e Allevato (2011, p. 81):

> Na metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

O termo “ensino-aprendizagem-avaliação” foi cunhado pelo Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas – GTERP, coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, como uma metodologia de ensino que visa trabalhar a Matemática através da resolução de problemas.

Quando o aluno estuda através da resolução de problemas, o problema matemático serve como ponto de partida para o desenvolvimento da construção do conhecimento a ser obtido. Sendo assim, “nessa metodologia, o problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014).

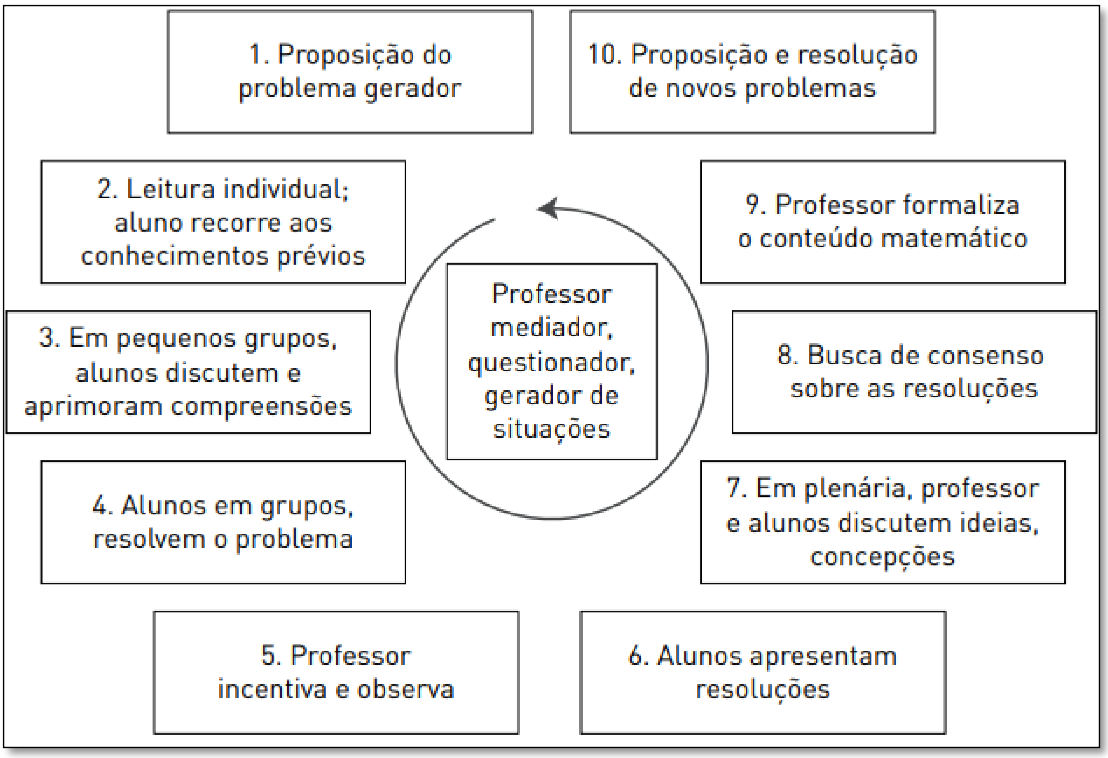
Segundo Onuchic e Allevato (2011, p. 81), para que o ensino, a aprendizagem e a avaliação ocorram simultaneamente, “pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos". Nessa metodologia, o professor atua como guia e mediador da construção do conhecimento dos alunos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014).

Para auxiliar os professores a aplicarem essa metodologia em suas aulas, foi criado um roteiro que viabilizasse essa aplicação. Ele foi escrito por 45 professores que participaram de um Programa de Educação Continuada, em 1998.

Esse roteiro contemplava as seguintes etapas: (1) preparação do problema; (2) leitura individual; (3) leitura em conjunto; (4) resolução do problema; (5) observar e incentivar; (6) registro das resoluções na lousa; (7) plenária; (8) busca do consenso; (9) formalização do conteúdo; e, por fim, (10) proposição e resolução de novos problemas.

Veja a seguir, um esquema que representa esse roteiro:

Figura 3 - Roteiro usado no ensino "através" da resolução de problemas.



Na primeira etapa, "preparação do problema", o professor é o responsável por executá-la. Nela, deve ser selecionado ou elaborado o exemplo a ser respondido e que melhor se encaixe no que ele quer abordar em sala. Nesta etapa, o exemplo escolhido é chamado de problema-gerador, pois é através dele que conceito, conteúdo, princípio ou procedimento são construídos. Com base nisso, é importante ressaltar que o conteúdo tratado ainda não foi visto pelo aluno (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Na segunda etapa, “leitura individual”, a ação é do aluno. Nessa etapa, o professor entrega o problema para os alunos para que eles façam a leitura individual e, assim, desenvolvam a própria compreensão a seu respeito (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Na terceira etapa, “leitura em conjunto”, os alunos devem formar grupos para fazer uma nova leitura do problema. Nesse momento, a ação deve ocorrer de forma coletiva, para discutir e aprimorar compreensões. Caso os alunos não consigam compreendê-lo, o professor pode auxiliá-los na leitura (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Na quarta etapa (resolução do problema), após não restar dúvidas quanto à compreensão do problema, ainda em grupo, os alunos buscam resolvê-lo criando suas estratégias de resolução. É nesse momento em que eles assumem um protagonismo em seu processo de apropriação do conhecimento e o professor apresenta-se como mediador desse processo. É nessa etapa que o problema-gerador conduzirá à construção do saber sobre o conteúdo planejado pelo docente (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Na quinta etapa (observar e incentivar), enquanto os alunos tentam solucionar a questão criando estratégias de resolução, o professor atua como mediador. Ele observa, incentiva, analisa o comportamento dos alunos, estimula o trabalho colaborativo e ajuda-os quando surge alguma dificuldade, não dando a solução, mas, formulando indagações e/ou perguntas que geram as reflexões que direcionem para possíveis soluções do impasse (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Na sexta etapa (registro das resoluções na lousa), é escolhido um representante de cada grupo, para registrar, no quadro, suas respectivas resoluções. O objetivo desta etapa é analisar e discutir as estratégias de resolução de cada grupo (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Na sétima etapa (plenária), depois de registradas na lousa as estratégias de resolução de cada grupo, a turma toda é convidada a discutir todas as estratégias. Nesta etapa, os alunos defendem seus pontos de vista e esclarecem suas dúvidas. Mais uma vez o professor se coloca como mediador e incentiva a participação de todos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Na oitava etapa (busca do consenso), depois de analisadas e discutidas todas as estratégias de resolução, os alunos, com o auxílio do professor, devem entrar em consenso e escolher a estratégia que melhor satisfaça a resolução do problema. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Na nona etapa (formalização do conteúdo), depois de a turma entrar em consenso sobre a estratégia para resolver o exemplo apresentado, o docente formaliza o conteúdo, escrevendo no quadro uma apresentação formal deste, organizada e estruturada em linguagem matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Na décima e última etapa (proposição e resolução), o professor deve propor aos alunos outros exemplos relacionados ao problema-gerador estudado (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

> Esses, possibilitam analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões acerca daquele conteúdo ou tópico matemático, gerando um círculo que se configura pela construção de novos conhecimentos e pela resolução de novos problemas, e assim por diante. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 50).

Diante do exposto, buscamos analisar um artigo e duas dissertações de mestrado que tratam de aplicações sobre essas três metodologias de resolução de problemas: ensinar Matemática “sobre”, “para”, “através” da resolução de problemas.

5 Análise dos trabalhos de três autores relacionadas a resolução de problemas matemáticos.

Neste capítulo, serão abordadas as análises de três pesquisas relacionadas à resolução de problemas. Para análise sobre esse tema, usamos duas dissertações e um artigo.

5.1 Método de Ensino de Matemática Sobre Resolução de Problemas: Análise de uma proposta didática de uma dissertação.

A dissertação a ser analisada trata-se da dissertação de Júlio César Santos Pereira, cujo título é: “Resolução de problemas com uma estratégia para o ensino-aprendizagem avaliação de logaritmos e função logarítmica”.

Ao ler o título da dissertação de Pereira (2020), é notório que sua pesquisa se trata do ensino “através” da resolução de problemas. Além de tratar sobre esse tipo de ensino, o autor também aborda, em sua pesquisa, o ensino “sobre” e “para” resolução de problemas.

Nossa análise terá como foco, neste momento, o ensino “sobre” resolução de problemas. A ideia é analisar a abordagem do autor para a discussão acerca dessa metodologia de ensino.

Em sua pesquisa sobre resolução de problemas, Pereira (2020) elaborou e aplicou um projeto de ensino em uma escola localizada na cidade de Santa Helena Goiás, Centro de Ensino em Período Integral José Salviano Azevedo, com alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

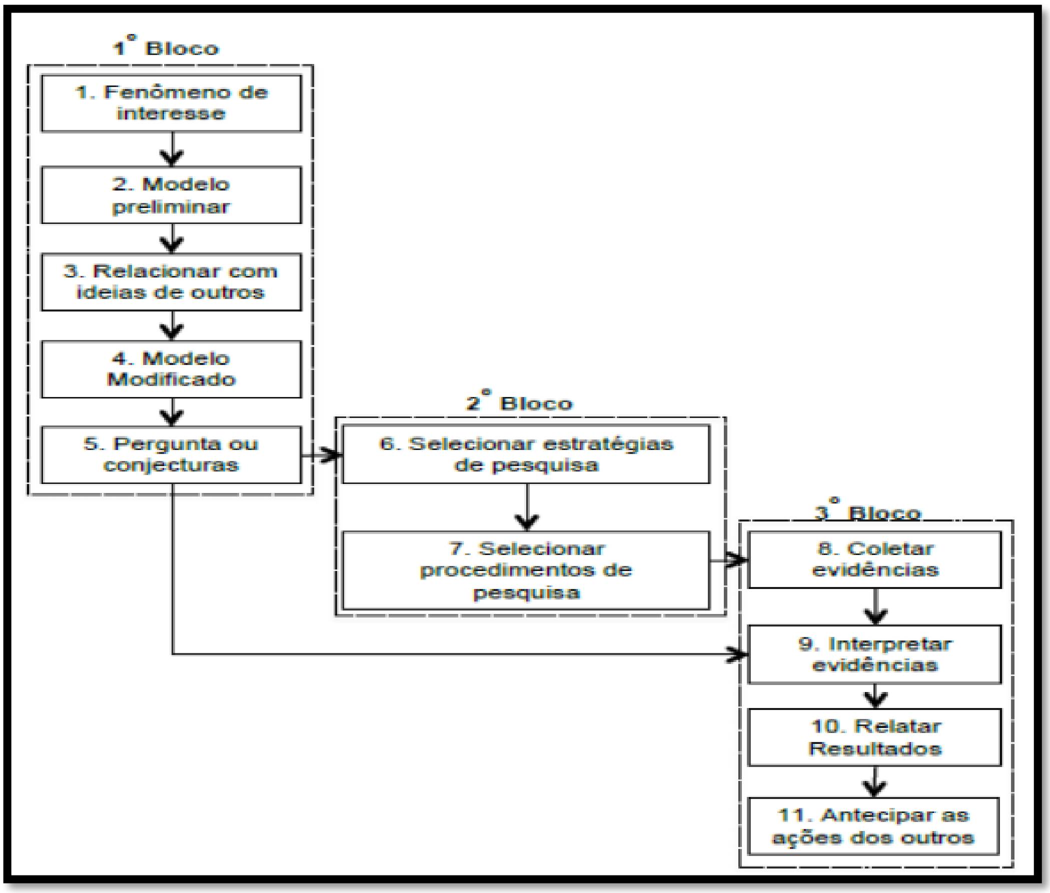
Esse projeto de ensino foi dividido em três etapas. Cada etapa abordava uma das três metodologias de ensino destacadas nesse trabalho: um ensino “sobre resolução de problemas”, “para resolução de problemas” e “através da resolução de problemas”.

O objetivo do projeto de ensino, ao trabalhar essas etapas, era desenvolver, nos alunos, habilidades para resolver problemas, conduzir o aluno a construir conhecimento novo e desenvolver a capacidade do aluno em aplicar seu conhecimento para resolver problemas.

O desenvolvimento do projeto teve duração de 30 horas/aula, sendo 10 horas/aulas destinadas para o ensino “sobre” resolução de problemas e foi fundamentado no modelo Metodológico de Romberg-Onuchic.

Para desenvolver seu projeto seguindo o modelo metodológico de Romberg-Onuchic, o autor (Pereira (2020) contemplou os itens que nele aparecem. Esses itens estão listados na figura a seguir:

Figura 4 - Modelo de Romberg-Onuchic.



O trabalho de Pereira (2020, p. 9) teve como objetivo precípuo "compreender as potencialidades da Resolução de Problemas e suas contribuições para a construção de conhecimentos dos conceitos de Logaritmos e Função Logarítmica".

Para trabalhar a metodologia de ensino sobre resolução de problemas, o autor se baseou no modelo de Polya (1995), que se configura como um método heurístico, isto é, "que serve para descobrir". O ensejo, ao se trabalhar com esse modelo, foi desenvolver, nos alunos, a habilidade de resolver problemas matemáticos.

O modelo de Polya (1995) consiste em 4 passos que devem ser seguidos para se resolver um problema matemático: compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano; e retrospecto.

Polya (1995, p. 3-4) caracteriza esses quatro passos da seguinte maneira:

> Primeiro, temos que compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos

> itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a.

Na primeira etapa do projeto de ensino, Pereira (2020) procurou familiarizar o aluno com a abordagem “sobre resolução de problemas”. Como dito, o foco, ao trabalhar essa metodologia de ensino, está centrado em desenvolver habilidades dos alunos para resolver problemas matemáticos.

As 10 horas/aulas destinadas à essa abordagem “sobre resolução de problemas” aconteceram em 5 encontros. Eles foram organizados de acordo com a descrição abaixo:

No primeiro encontro, o professor-pesquisador apresentou para a turma o trabalho que ele desenvolveria durante a aplicação do projeto de ensino. Falou também sobre o papel de todos os integrantes e entregou a cada aluno alguns documentos para que seus pais pudessem autorizar sua participação no projeto.

No segundo encontro, o professor-pesquisador explicou aos alunos como resolver problemas matemáticos utilizando as estratégias de Pólya (1995) e os entregou um texto explicativo sobre essas estratégias. Em seguida, pediu-lhes que formassem grupos.

Posteriormente, foi pedido para que os alunos, em seus grupos, resolvessem um problema matemático utilizando as estratégias apresentadas em sala. O objetivo era fazer com que os alunos conseguissem aplicar as estratégias estudadas, mesmo que não chegassem à solução correta do problema, pois o intuito era que os estudantes aprendessem a utilizar as estratégias propostas.

Foi observado como os alunos estruturaram suas estratégias, visando a compreensão do processo de elaboração ou formação de uma metodologia para a solução do exemplo (PEREIRA, 2020).

O problema proposto foi o seguinte:

Figura 5 - Problema 1 proposto por PEREIRA (2020) em sua dissertação de mestrado no estudo “sobre” resolução de problemas matemáticos.

Problema 1

Um terreno retangular mede 36 m de comprimento por 21 m de largura. O dono desse terreno deseja cercá-lo com árvores, plantadas de forma que a distância entre duas árvores consecutivas seja a mesma, e, além disso, a distância deve ser o maior número inteiro possível. Se em cada canto do terreno for plantada uma árvore, qual deverá ser a distância entre duas árvores consecutivas e quantas árvores ele deverá plantar?

Fonte: Adaptado de Krulick; Rudnick (2005, p. 34) apud Noguti (2014, p. 226).

A fim de solucionar essa questão, o docente responsável instruiu os alunos a utilizar as estratégias fornecidas no início do encontro.

Foi evidente que cada grupo de estudantes conseguiu, de maneira singular, interpretar e assimilar essa tarefa, mesmo nos casos em que a solução não se mostrava correta. Portanto, mesmo diante dessa situação, o propósito da atividade era alcançado, uma vez que o objetivo central era que os alunos aprendessem a aplicar as estratégias sugeridas (PEREIRA, 2020).

Com o intuito de exemplificar a implementação desse exercício em sala de aula, segue um diálogo que destaca a interação entre um dos grupos da turma e o professor-pesquisador sobre os resultados encontrados na resolução do exemplo.

Figura 6 - Diálogo entre alunos e o pesquisador sobre os resultados encontrados no problema 1.

G_5: Professor, nós encontramos 38 árvores.
P_p: Uhm.... tá bem!!! Como chegaram a esse valor?
G_5: A gente somou os lados do retângulo que totalizaram 114 m e depois dividimos por 3.
P_p: Sim, mas como vocês chegaram à conclusão do porquê deveriam dividir por 3?
G_5: Professor, tentamos vários valores, porém o que dava um número inteiro eram 3 e 6. E como no problema foi dito que deveria se ter a maior quantidade de árvores plantadas, consideramos o 3, totalizando 38 árvores.
(Diálogo entre professor e aluno, 2018).

Quando os membros desse grupo declararam que, para realizar uma divisão de 114 visando obter um número inteiro, deveriam optar somente pelos divisores 3 ou 6, eles chegaram à conclusão de que a maior distância possível entre as árvores seria de 3 metros. No entanto, eles não notaram que os divisores de 114 vão além de apenas 3 e 6. Na verdade, os divisores de 114 compreendem os números 1, 2, 3, 6, 19, 38, 57 e 114 (PEREIRA, 2020).

Diante do exposto, é necessário estar mais atento às possibilidades de condução desse tipo de aula para evitar equívocos de resolução. Mesmo que a solução proposta por aquele grupo se alinhasse com o resultado do problema, é importante notar que todos os fatores divisores devem ser levados em conta ao lidar com a resolução. Isso exige uma observação cuidadosa das condições, especialmente daquela que estipula a presença de uma árvore em cada extremidade do terreno.

No terceiro encontro, o professor-pesquisador iniciou fazendo um *feedback* do encontro anterior. Em seguida, ele apresentou um novo problema matemático a fim de que os estudantes o resolvessem. Segue o exemplo estudado:

Figura 7 - Problema 2 proposto por PEREIRA (2020) em sua dissertação de mestrado no estudo “sobre” resolução de problemas matemáticos.

Problema 2

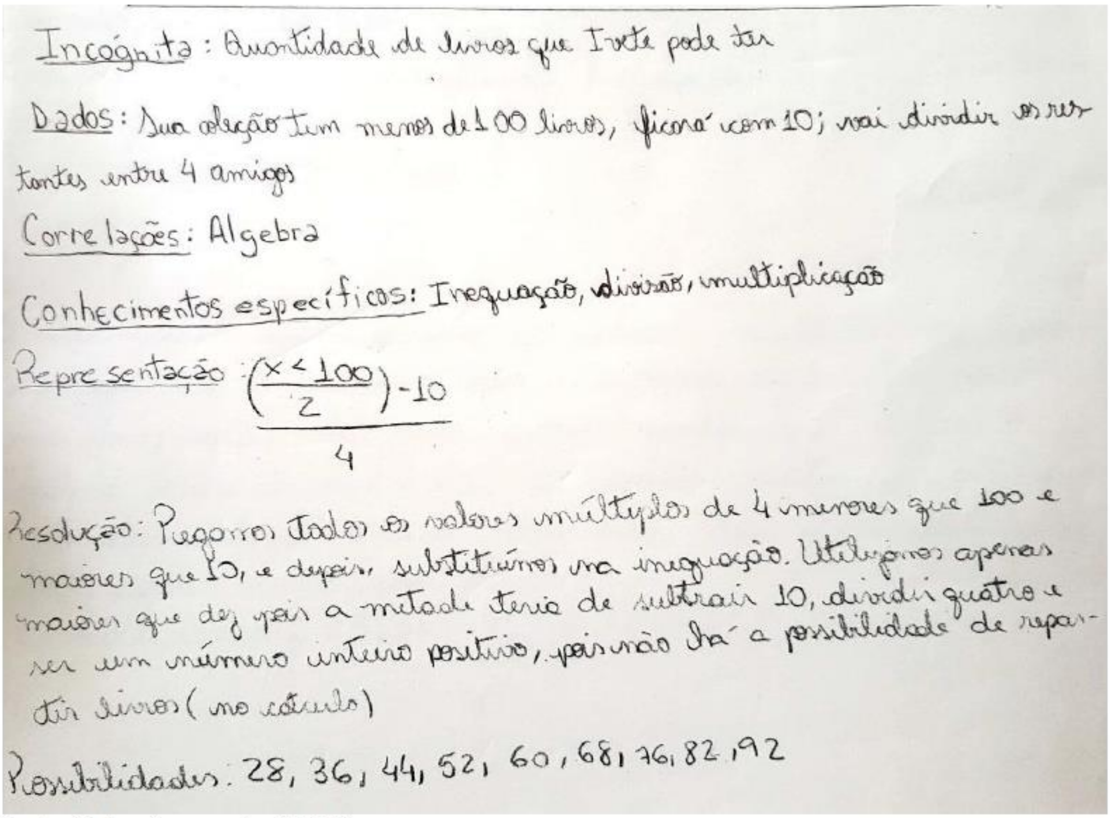
Ivete decidiu doar a maior parte de sua coleção de livros de bolso. Sua coleção é composta por menos de 100 livros. Ela está planejando dar a metade dessa coleção para um hospital e manter seus 10 livros favoritos. Ela irá dividir igualmente os livros restantes entre quatro amigos. Quantos livros podem estar na coleção de Ivete? Encontre todas as respostas possíveis.

Fonte: Krulick; Rudnick (2005, p. 34) apud Noguti (2014, p. 234).

De início, os grupos sentiram dificuldade em resolver o exemplo seguindo os passos de Polya (1995). Então, o professor assumiu o papel de mediador para que eles conseguissem aplicar corretamente o que estava sendo pedido naquele momento.

Após as devidas orientações, os alunos conseguiram cumprir com a proposta da aula: criar, organizar e executar estratégias para resolver problemas matemáticos. Segue a resolução do problema feita por um dos grupos da turma:

Figura 8 - Resolução do problema 2 por um dos grupos de alunos participantes da pesquisa de PERIRA (2020).



Incógnita: Quantidade de livros que Ivete pode ter

Dados: Sua coleção tem menos de 100 livros, ficará com 10; vai dividir os restantes entre 4 amigos

Correlações: Algebra

Conhecimentos específicos: Inequação, divisão, multiplicação

Representação: $\dfrac{\left(\frac{x<100}{2}\right)-10}{4}$

Resolução: Pegamos todos os valores múltiplos de 4 menores que 100 e maiores que 10, e depois, substituímos na inequação. Utilizamos apenas maiores que dez pois a metade teria de subtrair 10, dividir quatro e ser um número inteiro positivo, pois não há a possibilidade de repartir livros (no cálculo)

Possibilidades: 28, 36, 44, 52, 60, 68, 76, 82, 92

Fonte: Dados da pesquisa (2018).

Este grupo acatou as diretrizes delineadas no segundo encontro. Evidenciou-se que, na representação elaborada por seus integrantes, uma abordagem mais ampla dos dados do problema foi empregada por meio da criação de uma fórmula algébrica que tinha a finalidade de calcular a quantidade de livros que Ivete possuía. Dessa forma, o grupo conseguiu não apenas discernir quais quantidades eram viáveis para a coleção de Ivete, mas também determinar os valores aceitáveis para as prováveis quantidades de livros em sua coleção (PEREIRA, 2020).

No geral, foi possível analisar que, durante as interações, todos os grupos demonstraram um elevado grau de envolvimento no processo educacional, de aprendizagem e de avaliação. As falhas que surgiram ao abordar a solução do problema por parte dos alunos, de uma maneira geral, originaram-se, na realidade, da ânsia por chegar a uma resposta precisa para a questão em pauta.

Nesse contexto, é notável que o propósito delineado para o encontro foi bem-sucedido, pois foi possível discernir as etapas de resolução de problemas, conforme expostas por Polya (1995).

Além disso, as tarefas executadas pelos alunos ultrapassaram até mesmo as expectativas iniciais do professor-pesquisador, desencadeando um esforço efetivo e constante em direção à consecução do objetivo estabelecido.

No quarto encontro, foram trabalhados dois problemas matemáticos. A pedido do professor-pesquisador, os alunos se reuniram em grupos para resolvê-los.

Os problemas foram:

Figura 9 - Problema 3 proposto por PEREIRA (2020) em sua dissertação de mestrado no estudo "sobre" resolução de problemas matemáticos.

Problema 3

Ian tem menos de 100 cartões de beisebol em sua coleção. Se ele colocar em pilhas de quatro, sobram três cartões. Se ele colocar em pilhas de três ou pilhas de sete, não sobram cartões. Se ele colocar em pares, sobra apenas um cartão. Quantos cartões Ian têm?

Fonte: Krulick; Rudnick, (2005, p. 28) apud Noguti, (2014, p. 234).

Figura 10: Problema 4 proposto por PEREIRA (2020) em sua dissertação de mestrado no estudo "sobre" resolução de problemas matemáticos.

Problema 4

Pensemos numa situação em que uma pessoa fica sabendo de um boato, não necessariamente verdadeiro, e gasta 10 minutos para contá-lo para seus três melhores amigos.

Imagine que cada um dos três amigos resolvesse fazer a mesma coisa, e 10 minutos depois tivessem contado a novidade para três colegas, que ainda não a conhecia. Assim, cada um, que recebia a notícia sempre a transmitia para três colegas desinformados gastando, para isso, 10 minutos. Diante disso, responda:

a) Quantos alunos ficaram sabendo do boato no período entre 20 e 30 minutos?

b) Quantos alunos ficaram sabendo do boato na primeira meia hora?

c) Se, na escola onde estudam, há 364 alunos, em quantos minutos todos os alunos ficaram sabendo do boato?

Fonte: Noguti, (2014, p. 234).

O primeiro problema trabalhado foi considerado fácil de resolver, visto que os alunos perceberam que existia uma relação entre esse problema e o problema visto no terceiro encontro.

Isso vai ao encontro com as ideias de Pólya (1995), que defende que o trabalho com problemas correlatos pode auxiliar na resolução de novos exemplos apresentados.

Mais uma vez, os alunos conseguiram compreender o problema, criar e executar estratégias de resolução, conforme o esperado pelo professor-pesquisador.

Após cada grupo resolver o problema, o professor pediu que escrevessem no quadro suas resoluções para que eles pudessem discuti-las. Finalizadas as discussões, os alunos responderam o segundo problema preparado para aquele momento.

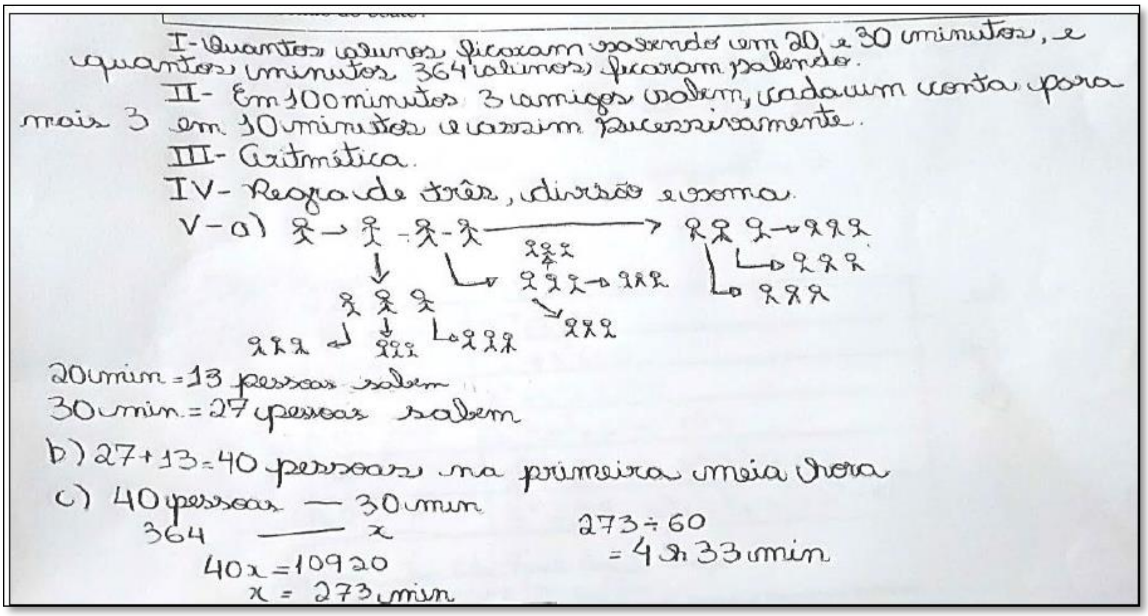
Este apresentou um propósito distinto em comparação aos anteriores. Nessa situação, o objetivo foi enfatizar as operações fundamentais envolvendo números inteiros, além de abordar tópicos como potenciação e radiciação, juntamente com suas propriedades correspondentes.

A intenção implícita na ação consistiu em criar uma base sólida para abordagens futuras, como o estudo de propriedades de logaritmos e funções logarítmicas. Tudo isso está alinhado com a abordagem de ensino “sobre” resolução de problemas, que foi explorada na primeira fase da implementação do Projeto de Ensino.

Foi observado que, no âmbito proposta de ensino “sobre” resolução de problemas, os alunos tiveram mais dificuldade em resolver esse problema quando comparados aos respondidos anteriormente.

Veja, a seguir, a resolução deste problema solucionada por um dos grupos da turma:

Figura 11 - Resolução do Problema 4 por um dos grupos de alunos participantes da pesquisa de PEREIRA (2020).



I- Quantos alunos ficaram sabendo em 20 e 30 minutos, e quantos minutos 364 alunos ficaram sabendo.

II- Em 10 minutos 3 amigos sabem, cada um conta para mais 3 em 10 minutos e assim sucessivamente.

III- Aritmética.

IV- Regra de três, divisão e soma.

V- a)

20 min = 13 pessoas sabem

30 min = 27 pessoas sabem

b) 27+13=40 pessoas na primeira meia hora

c) 40 pessoas — 30 min

364 — x

40x = 10920

x = 273 min

273 ÷ 60

= 4 h 33 min

De acordo com o enunciado do problema, fica evidente que esse grupo cometeu alguns erros na resolução do problema, o que nos leva a entender que o grupo não soube interpretá-lo corretamente.

Na letra “a” do problema, por exemplo, pediu-se que os alunos determinassem a quantidade de pessoas que tomaram conhecimento do boato no intervalo de 20 à 30 minutos. No entanto, os alunos deste grupo determinaram a quantidade de pessoas que ficaram sabendo do boato em 20 e em 30 min.

Na letra "b", o grupo baseou sua resolução nos valores atribuídos de 20 minutos e 30 minutos. Eles conseguiram chegar a uma solução correta para o problema, obtendo um resultado de 40 pessoas após a primeira meia hora. Contudo, é importante notar que o enunciado original questionava: "quantos alunos ficaram sabendo do boato na primeira meia hora?". De forma inadvertida, o grupo somou 20 minutos com 30 minutos, chegando a um total de 50 minutos (PEREIRA, 2020).

E, na letra “c”, também podemos observar que o grupo enfrentou dificuldades para a resolução da questão e, consequentemente, não conseguiu fazê-lo corretamente.

Diante do exposto, mediante análise mais acurada, chegamos à conclusão de que o grupo não soube interpretar de forma correta o enunciado do problema.

Quando nos deparamos com a tarefa de solucionar um problema matemático, é essencial, como ponto de partida, adquirir uma compreensão completa do mesmo. Nesse cenário, cabe ao professor assumir a responsabilidade de orientar os alunos nesse processo de compreensão.

Quando um estudante encontra dificuldades na resolução de um problema, o papel do professor é atuar como mediador, destacando elementos que instiguem o aluno a considerar o problema de maneira profunda, auxiliando-o a gerar ideias que o orientem em direção à solução.

Mesmo diante desse fato, os alunos conseguiram atingir os objetivos propostos da aula, mesmo não conseguindo encontrar a solução do problema. Vale lembrar que o objetivo da ação em tela consistiu em viabilizar, para os alunos, o desenvolvimento de habilidades para resolver problemas matemáticos (PEREIRA, 2020).

E, para finalizar a abordagem de ensino “sobre” resolução de problemas, no quinto encontro, os alunos resolveram o ultimo problema do Projeto de ensino de Júlio César Santos Pereira.

Antes de iniciar a resolução do problema, Pereira (2020), professor-pesquisador em foco, relembrou elementos importantes que são utilizados na construção de estratégias para resolver problemas.

Em seguida deu-se início à resolução do último problema da abordagem metodológica “sobre” resolução de problemas proposto. Segue o problema:

Figura 12 - Problema 5 proposto por PEREIRA (2020) em sua dissertação de mestrado no estudo “sobre” resolução de problemas matemáticos.

Problema 5

A figura abaixo indica um cubo de aresta a = 10 cm. Uma formiga, localizada em *A*, deseja buscar comida localizada em *B*, caminhando sobre as faces do cubo. Qual é a medida do caminho mais curto que ela pode percorrer de A até B?

FONTE: Iezzi et al (2009, p. 316).

Após os grupos concluírem a resolução do problema, foi realizada uma discussão entre o professor e os estudantes acerca das estratégias criadas para resolver o problema.

Foi observado que, nesse último problema trabalhado, nenhum grupo teve êxito na resolução. Eles não conseguiram criar estratégias de resolução que satisfizessem a solução do problema.

Segue resolução feita por um dos grupos:

Figura 13 - Resolução do problema 5 por um dos grupos de alunos participantes da pesquisa de PEREIRA (2020).

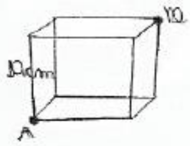
I - Qual a medida do caminho mais curto que a formiga pode percorrer.

II - A formiga percorrerá as faces de um cubo de aresta a = 10 cm.

III - O caminho mais curto que a formiga percorrerá.

IV - Geometria: espacial

V -



Utilizamos o Teorema de Pitágoras, em que a hipotenusa é o total que ela percorrerá somado com o lado (para chegar ao vértice), ficando

$h^2 = a^2 + c^2$
$h^2 = 10^2 + 10^2$
$h^2 = 100 + 100$
$h^2 = 200$
$h = \sqrt{200}$

$\Rightarrow h = \sqrt{10^2 \cdot 2}$
$h = 10\sqrt{2}$
$10 + 10\sqrt{2}$

Fonte: Dados da pesquisa (2018).

Analisando a abordagem do Grupo 5 na resolução, torna-se evidente que eles aderiram às instruções fornecidas pelo docente. No entanto, ao examinarmos a representação, podemos notar que eles não se concentraram em elaborar uma planificação do sólido, uma etapa que poderia ter sido crucial para auxiliar na resolução do problema.

Em linhas gerais, o grupo seguiu à risca os passos indicados para a solução, empregando o teorema de Pitágoras com precisão. Entretanto, o erro surgiu quando calcularam a diagonal da face do cubo, pois falharam em somá-la com a aresta, não percebendo que o ponto B se encontrava em outra face, e que, portanto, não pertencia ao plano da diagonal que estavam buscando (PEREIRA, 2020).

A pedido do professor, um membro representante de cada grupo foi solicitado a se dirigir à lousa e apresentar a solução do problema, marcando assim o início das discussões sobre as abordagens adotadas.

Veja como se procedeu essa discussão:

Figura 14 - Diálogo entre o pesquisador sobre os resultados encontrados no problema 5.

Pp: Vejo que tivemos dois resultados que foram $20\sqrt{2}$cm e $10 + 10\sqrt{2}$ cm. Bom, vamos ouvir o que os grupos fizeram para obter esse resultado.
G_4: Professor, nosso grupo considerou a aresta do cubo de 10 cm, calculamos a diagonal de uma das faces do cubo e, aplicando o teorema de Pitágoras, chegamos no valor de $10 + 10\sqrt{2}$ cm.
Pp: Certo!
G_3: Professor..., fizemos do mesmo jeito do G_4, porém o nosso deu $20\sqrt{2}$cm, a distância percorrida pela formiga.
Pp: Bom..., os demais grupos vejo que seguiram um ou outro exemplo desse que foi citado pelo G_4 e pelo G_3.
Pp: Voltando à incógnita do problema percebemos que determiná-la significa encontrar a menor caminho percorrido pela formiga de A até B.
G_4: Professor, nós fizemos a representação da superfície do cubo e calculamos o valor da diagonal.
Pp. Bom, meninos, observados e analisados os argumentos de vocês, vejo que faltou um pouco de compreensão durante a planificação do cubo. (...)
(Diálogo entre professor e aluno, 2018)

Neste quinto encontro, nenhum dos grupos conseguiu resolver a atividade com êxito. Entretanto, ao corrigir a atividade, tornou-se aparente que nenhum dos grupos considerou a possibilidade de criar uma planificação do sólido como parte da solução para o problema.

Dado que a formiga se desloca ao longo das faces do cubo, teria sido suficiente planificar a superfície do cubo e traçar uma linha reta para conectar os pontos A e B. Isso teria levado à conclusão do problema ao determinar o caminho mais curto entre A e B.

Considerando o que foi exposto, é fundamental enfatizar que o professor precisa estar atento, durante todo o processo de resolução, a fim de evitar potenciais equívocos por parte dos alunos.

Durante as discussões sobre a resolução deste problema “as várias dúvidas dos grupos e o porquê de eles chegarem a tal solução trouxeram um debate enriquecedor para este encontro, culminado na finalização do ensino ‘sobre’ resolução de problemas” (PEREIRA, 2020, p. 86).

No mais, foi possível observar que os alunos desenvolveram habilidades para resolver problemas matemáticos, conforme o esperado pelo professor-pesquisador ao trabalhar com a abordagem metodológica de ensino “sobre” resolução de problemas.

Para resolver um problema matemático, é necessário que o aluno, além de querer resolvê-lo, saiba como fazê-lo. A abordagem metodológica “sobre” resolução de problemas vem justamente “ensinar” aos alunos a como resolver um problema matemático.

Durante a análise da dissertação de Júlio César Santos Pereira, foi possível notar a eficácia de se trabalhar com essa abordagem metodológica, pois o aluno, sabendo como resolver um problema, consegue se familiarizar melhor com o ensino “para” e o ensino “através” da resolução de problemas.

Para além disso, ocorrem contribuições também para sua formação cidadã, que se depara com situações-problemas no durante toda a sua vida, profissional e pessoal. Em razão disso, compreende-se que, tanto o ensino “para”, como o “através” da resolução de problemas, são ferramentas muito importantes para a apropriação dos conhecimentos matemáticos do estudante.

4 Método de Ensino de Matemática para Resolver Problemas: Análise de uma proposta didática de um artigo.

O texto a ser analisado nesta seção trata-se do artigo de autoria de Thiago da Silva, Augusto Cesar, Cláudia Ferreira e Marcus Vinicius, publicado na Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa), cujo título é: “A metodologia de resolução de problemas aplicada ao ensino de matrizes no Ensino médio”.

O artigo dos autores em foco é caracterizado por uma experiência realizada em 5 turmas do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola pública localizada no bairro de Realengo, situado na cidade do Rio de Janeiro.

Em duas dessas cinco turmas, foi trabalhada a abordagem “para” resolução de problemas, nas outras três, a abordagem utilizada foi o ensino “através” da resolução de problemas.

Nos interessa, neste momento, analisar como se deu a abordagem “para” resolução de problemas, utilizada quando o problema matemático é visto após uma apresentação formal do conteúdo.

O objetivo, ao aplicar a abordagem “para” resolver problemas, consistiu em “fundamentar a teoria e verificar se os alunos conseguiram resolver os problemas, reconhecendo as definições e operações estudadas em sala, dando real significado ao aprendizado” (BORGES et al., 2017, p. 18), ou seja, verificar se os alunos conseguiram aplicar os conteúdos estudados na resolução dos problemas.

O conteúdo abordado na pesquisa aqui analisada se refere à introdução da linguagem matricial e a operações com matrizes (adição e multiplicação). A aplicação da pesquisa foi realizada no segundo trimestre do ano de 2017, na escola mencionada, e contou com a participação de 53 alunos.

A aplicação da pesquisa com a abordagem “para” resolução de problemas deu-se com uma aula expositiva, inicialmente, onde foi apresentada a definição de matrizes, seus tipos e as operações de adição e multiplicação entre elas.

Além disso, foi utilizada uma lista que continha 4 problemas envolvendo adição e multiplicação matriciais.

Dando continuidade à aplicação da pesquisa, foi proposto para os alunos a lista mencionada, sob solicitação de que a respondessem utilizando as definições do conteúdo estudado. Vale ressaltar que foi exposto no artigo apenas dois problemas. Um sobre adição de matrizes e o outro sobre multiplicação matricial.

Segue os quesitos trabalhados:

Figura 15 - Problema 1 proposto por BORGES et al. (2017) em seu artigo no estudo "para" resolução de problemas matemáticos.

Problema 1: Uma pessoa possui 3 páginas em uma rede social e quer criar algumas métricas para medir o desempenho delas. Quando é publicado algo nessa rede social, podemos considerar que existam 3 categorias básicas de interação: os comentários, as curtidas e os compartilhamentos, com esses dados é possível ter um controle de desempenho dessas páginas. Sabe-se que no mês de janeiro de um determinado ano a página 1 obteve 100 comentários, 200 curtidas e 55 compartilhamentos, a página 2 obteve 250 comentários, 310 curtidas e 60 compartilhamentos, a página 3 obteve 20 comentários, 30 curtidas e 10 compartilhamentos. No mês de fevereiro desse mesmo ano, a página 1 obteve 120 comentários, 260 curtidas e 90 compartilhamentos, a página 2 obteve 100 comentários, 400 curtidas e 90 compartilhamentos e a página 3 obteve 60 comentários, 20 curtidas e 15 compartilhamentos. Curiosamente, no mês de março desse mesmo ano, cada página obteve um total de comentários, curtidas e compartilhamentos igual à soma dos dois meses anteriores.

a) Organize as informações em uma tabela que represente a quantidade de comentários, curtidas e compartilhamentos de cada página no mês de janeiro;
b) Organize as informações em uma tabela que represente a quantidade de comentários, curtidas e compartilhamentos de cada página no mês de fevereiro;
c) Organize as informações em uma tabela que represente a quantidade de comentários, curtidas e compartilhamentos de cada página no mês de março.

Determine a quantidade total de comentários, curtidas e compartilhamentos de cada uma

Figura 16 - Problema 2 proposto por BORGES et al. (2017) em seu artigo no estudo “para” resolução de problemas matemáticos.

Problema 2: Uma indústria automobilística produz carros nos modelos X e Y nas versões popular, luxo e superluxo. Nesses carros, são utilizadas na montagem peças dos tipos A, B e C.

- Do tipo A são utilizadas 4 peças em cada carro do modelo X e 3 peças em cada carro do modelo Y.
- Do tipo B são utilizadas 4 peças em cada carro do modelo X e 5 peças em cada carro do modelo Y.
- Do tipo C são utilizadas 6 peças em cada carro do modelo X e 2 peças em cada carro do modelo Y.
- Do carro de modelo X são fabricados 2 carros na versão popular, 4 na versão luxo e 3 na versão superluxo.
- Do carro de modelo Y são fabricados 3 carros na versão popular, 4 na versão luxo e 5 na versão superluxo.

Determine:

a) Uma tabela que relacione a quantidade de peças de cada tipo utilizada em cada modelo de carro.

b) Uma tabela que relacione a quantidade de carros de cada modelo a cada uma das versões apresentadas.

c) Uma tabela que relacione a quantidade de peças de cada tipo a cada uma das versões.

Antes de os alunos resolverem os problemas propostos, foram apresentadas, para eles, estratégias utilizadas para resolver um problema matemático genérico, bem como compreendê-lo, identificar relações entre os dados, elaborar um plano de resolução e revisar a solução alcançada por meio da estratégia aplicada. (POLYA, 1995).

O primeiro problema proposto era para ser resolvido utilizando a definição de adição entre matrizes. O segundo problema era para ser resolvido utilizando a definição de multiplicação entre matrizes.

Os alunos não tiveram dificuldade ao resolver o problema 1 da lista. Eles conseguiram interpretar e resolver o problema corretamente. No entanto, 4% dos alunos resolveu o problema de forma incompleta (BORGES et al., 2021).

O problema 2 foi o que causou maior dificuldade entre os alunos. Foi observado que 60% da turma conseguiu resolver o problema corretamente, 15%

resolveu o problema de forma incompleta e 25% não conseguiu resolver o problema (BORGES et al., 2021).

Diante do exposto, é notório que muitos alunos “não conseguiram aplicar os conceitos teóricos previamente trabalhados aos problemas” (BORGES et al., 2021, p. 18).

Isso pôde ser constatado pelo fato de que, somente ao analisar as resoluções apresentadas pelos alunos, tornou-se evidente que eles encontraram dificuldades ao solucioná-las. Portanto, ao empregar essa abordagem de ensino, é crucial que o professor esteja vigilante e desempenhe o papel de um eficaz mediador da aprendizagem. Isso envolve fazer questionamentos, acompanhar de perto e orientar os alunos ao longo de todo o processo de resolução dos problemas abordados.

Isso nos leva a conclusão de que parte dos alunos não compreenderam o que estava sendo pedido no problema e que, principalmente, não conseguiram aplicar os conceitos estudados em problemas matemáticos.

Vale ressaltar que os problemas escolhidos para compor a lista aplicada são problemas do cotidiano dos alunos. Eles foram escolhidos para dar sentido (significado) ao conteúdo de matrizes. O ensino “para” resolução de problemas é bastante utilizado no ensino da Matemática, pois é considerado uma excelente ferramenta para fixar conhecimentos ou conteúdos estudados anteriormente.

A proposta da pesquisa do artigo aqui analisado foi verificar se, após a explicação teórica do conteúdo sobre matrizes, os alunos conseguiriam aplicar o que haviam estudado em problemas matemáticos. Isso leva o aluno a desenvolver habilidades para aplicar o que eles aprenderam em situações-problemas, tornando o conhecimento útil e significativo.

5.3 Método de Ensino de Matemática Através da Resolução de Problemas: análise de uma proposta didática numa dissertação.

A discussão a ser analisada nesta seção trata-se da dissertação de Viviane Cristina Bosschetto, cujo título é: “Função afim e suas propriedades através da resolução de problemas”.

A dissertação de Viviane Cristina Bosschetto parte da aplicação de uma sequência didática, realizada na Escola Estadual Pedro Brandão dos Reis, em José Bonifácio - SP. A aplicação da sequência didática contou com a participação de 38 alunos matriculados na 1ª série.

Em sua pesquisa, Bosschetto (2015) trabalhou com a abordagem metodológica “através” da resolução de problemas. As atividades foram desenvolvidas no decorrer de 30 horas/aulas.

O objetivo, ao trabalhar com essa abordagem metodológica, consistiu em desenvolver a aprendizagem dos conceitos relacionados a funções afins com o uso da metodologia de resolução de problemas (BOSSCHETTO, 2015). Para tanto, a professora desenvolveu um roteiro de atividades a ser seguido.

A questão foi apresentada e os estudantes passaram pelas seguintes etapas respectivamente: leitura individual do problema; compartilhamento de suas leituras em grupo; resolução do problema, com destaque para as quatro fases propostas por Polya (1995).

As soluções que encontraram foram registradas no quadro. Cada aluno defendeu suas conclusões e esse processo evoluiu para discussões até que um acordo sobre os resultados corretos fosse estabelecido. O professor interveio com a formalização do conteúdo, utilizando linguagem matemática estruturada e apresentou novos problemas. Esses desafios adicionais tinham a finalidade de avaliar e expandir ainda mais a compreensão construída (BOSSCHETTO, 2015).

Para cada problema proposto da sequência didática, foi realizado um diálogo entre a pesquisadora e os alunos para instigá-los e incentivá-los. Para encerar sua sequência didática, Bosschetto (2015) trabalhou o conteúdo “Introdução à função afim: ênfase na transferência da linguagem de situações-problema para a simbologia matemática” (2015, p. 44).

Bosschetto (2015) iniciou sua sequência didática com um problema matemático que tinha como objetivo introduzir o conceito de função linear. Para introduzir tal conceito, Bosschetto (2015) trabalhou um problema do cotidiano dos alunos, a fim de que eles pudessem associar situações do seu cotidiano com funções lineares. Tal problema foi intitulado como “Problema 4.1.1”.

Figura 17 - Problema 4.1.1 proposto por BOSSCHETTO (2015) em sua dissertação no estudo "através" da resolução de problemas matemáticos.

Problema 4.1.1: Observe na tabela o número de locações de DVDs realizadas por uma locadora e o preço total correspondente:

Número de locações	Preço (em R$)
1	5
2	10
3	15

a) O preço de locações é dado em função de quê?

b) Como podemos obter o preço de locações? Escreva a sentença matemática que descreve essa relação.

c) Qual o preço de 20 locações de DVDs?

d) *Quantas locações podemos fazer com R$75,00?*

e) Como ficaria a tabela se o preço para uma locação fosse 7 reais. E se fossem a reais?

f) Quais as sentenças matemáticas em ambos os casos?

Bosschetto (2015) apresentou o quesito para seus alunos e os auxiliou na resolução através de diálogos. Nesse âmbito, "as respostas dos alunos foram utilizadas para retomar o conceito de função e introduzir a função linear" (BOSSCHETTO, 2015, p. 47). O diálogo professor-aluno foi trabalhado seguindo as quatro etapas de George Polya.

Para melhor introduzir o conteúdo função linear, a pesquisadora realizou uma discussão com a turma, questionando como ficaria a tabela se o preço para uma locação fosse R$ 7 (sete reais) e a reais. Segue como se procedeu esse diálogo.

Figura 18 - Dialogo entre a pesquisadora e os alunos para introduzir o conceito de função linear.

Professor: Quais as sentenças matemáticas em ambos os casos?

Alunos: $y = 7.x$ e $y = a.x$.

As respostas dos estudantes foram empregadas para revisitar o conceito de função e apresentar a função linear conforme apontado a seguir e, assim, a formalização do conceito de função linear foi introduzida.

Figura 19 - Formalização do conceito de função linear.

Professor: Temos uma função em $y = a.x$ *? Por quê?*

Aluno4: para cada x *encontramos um único* y .

Professor: Essa função é chamada de função linear, com a *diferente de zero. Definição:* Quando $a \neq 0$ e $b = 0$, $f : \Re \rightarrow \Re$; $f(x) = a.x$, para todo $x \in \Re$, é chamada *função linear.*

Dando continuidade à sua sequência didática, Bosschetto (2015) trabalhou um problema matemático também relacionado ao cotidiano do aluno, para introduzir o conceito de função afim e sua aplicabilidade em casos particulares, como, por exemplo, o valor numérico de uma função afim.

Segue o problema trabalhado, intitulado como “Problema 4.1.2”:

Figura 20 - Problema 4.1.2 proposto por BOSSCHETTO (2015) em sua dissertação de mestrado no estudo “através” resolução de problemas matemáticos.

Problema 4.1.2: Em certa cidade o valor cobrado por uma corrida de taxi é de quinze reais fixos mais oitenta centavos por cada quilômetro rodado.

a) Expresse a função, definida nos reais positivos, que relaciona o preço P a ser cobrado por uma corrida de acordo com o número x de quilômetros rodados.

b) Percorrendo 17 km nesse taxi, quanto deveremos pagar pela corrida?

c) Qual será o valor máximo de quilômetros que poderemos percorrer nesse taxi tendo R$ 50,00 para pagar?

Segue o modo como se procedeu a formalização desse conceito:

Figura 21 - Formalização do conceito de função afim.

Resultados em sala de aula: (a) Através da sentença matemática $P = 0{,}80.x + 15$, encontrada pelos alunos, comparou-se com a função $f : \Re \rightarrow \Re$, $f(x) = a.x + b$ e reconheceram que os seus coeficientes eram $a = 0{,}80$ e $b = 15$. Neste momento foi introduzida a Definição 3.1. Com os demais itens do mesmo problema trabalhamos a aplicação da função em casos particulares, conforme Definição 3.2. No item (b) os alunos perceberam que 17 eram os quilômetros rodados, logo ocuparia o lugar do x na equação. Multiplicando 17 por 0,8 e somando 15 obtiveram que 28,60 era o preço a ser pago por aquela corrida. No item (c), após fazer 50 menos 15, alguns alunos apresentaram dificuldades para resolver a divisão de 35 por 0,8. Foi necessário retomar divisão por números decimais, resultando em 43,75 km.

Em seguida, a autora trabalhou um novo problema matemático para reforçar o conceito de função afim.

Por conseguinte, Bosschetto (2015) pediu que os alunos comparassem o primeiro problema com o terceiro, para que eles pudessem reconhecer os coeficientes de cada uma das funções. O professor teve o papel de induzir os alunos a reconhecer tais coeficientes e a generalizar como são os coeficientes de uma função afim.

A formalidade da apresentação da função afim foi aprofundada ao conectar-se com a resolução dos cenários problemáticos abordados. Isso permitiu a identificação dos coeficientes "a" e "b" em cada contexto. Através desses cenários, os alunos puderam explorar aplicações do conceito do assunto em foco, o que os incentivou a buscar um entendimento mais abrangente (BOSSCHETTO, 2015).

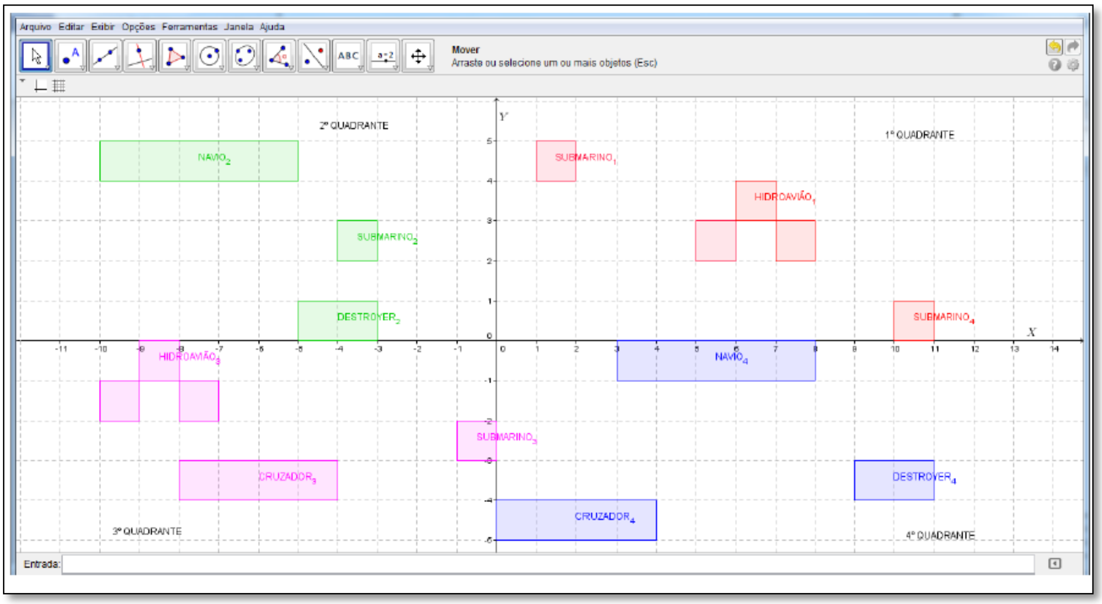
Em sequência, foi trabalhado o conteúdo “Localização de pontos no plano cartesiano e construção de gráficos de função afim” (BOSSCHETTO, 2015, p. 49).

Para trabalhar esse conteúdo, a pesquisadora optou por utilizar o jogo “Batalha Naval”, no software “Geogebra”, a fim de motivar os alunos. Segundo a autora “o jogo é uma alternativa educacional que motiva o aluno. O interesse em ganhar o jogo leva o aluno a se empenhar na busca de uma solução para o problema" (BOSSCHETTO, 2015, p. 50).

Bosschetto (2015) afirma que o objetivo a ser alcançado, por meio da utilização do software Geogebra, é fazer com que os alunos analisem detalhadamente os gráficos das funções, a fim de que deduzam conceitos relacionados à função afim.

O jogo serviu para reforçar, nos alunos, como se dá a localização de pontos no sistema de coordenadas cartesianas. Na figura abaixo, é exibida uma representação do tabuleiro utilizado no jogo e que foi criado por meio do software.

Figura 22 - Representação do tabuleiro do jogo batalha naval no Geogebra.



O jogo suscitou curiosidade e estimulou os estudantes a procurar os pontos apropriados para acertar com precisão a embarcação do oponente selecionado, reforçando, assim, a habilidade de localizar pontos no sistema de coordenadas cartesianas (BOSSCHETTO, 2015).

Após o jogo, foi trabalhado um novo problema. Este, por sua vez, tinha como objetivo fazer com que os alunos reconhecessem que o gráfico de uma função afim é uma reta.

Figura 23 - Problema 4.2.2 proposto por BOSSCHETTO (2015) em sua dissertação de mestrado no estudo "através" resolução de problemas matemáticos.

Problema 4.2.2: (Extraído do Caderno do Aluno, 2014) O valor a ser pago por uma pessoa para abastecer com combustível seu automóvel varia proporcionalmente em função da quantidade de litros de combustível utilizada. Isso significa dizer que o preço é uma função da quantidade de litros de combustível que abastece o automóvel. Vamos considerar que o litro de gasolina custe R$ 2,50. Denotando por **P** o preço a ser pago e por **L** a quantidade de litros de gasolina com que o automóvel é abastecido, pede-se:

a) complete a tabela que relaciona P com L.

L	0	1	2	3	4	6
P						

b) Qual o preço a ser pago quando se abastece o carro com 10 litros?

c) Calcule a diferença entre os preços pagos quando se abastece um carro com 15 e 16 litros.

d) Observando a tabela, qual a relação matemática entre P e L?

e) Representem no eixo x os litros de gasolina e no eixo y o preço a ser pago em reais. Localize nele os pares ordenados já encontrados na tabela do item **a**.

Com o problema proposto, foi possível construir muito conhecimento novo. Os alunos aprenderam a reconhecer que o gráfico de uma função afim é uma reta, aprenderam a relacionar a função linear com grandezas diretamente proporcionais, aprenderam também a desenhar o plano cartesiano, bem como fazer o gráfico de funções afins e, por fim, aprenderam sobre o domínio da função afim. Tudo isso por meio da abordagem desse problema.

A professora, por sua vez, na condição de mediadora, teve papel fundamental na construção desses conteúdos, pois exerceu interlocuções e ofereceu auxílio sempre que necessário.

Dando continuidade à sequência didática, foi trabalhado o conteúdo “Determinação da lei da função afim conhecendo seus valores em dois pontos distintos” (BOSSCHETTO, 2015, p. 55).

Para trabalhar esse conteúdo, a pesquisadora apresentou um problema matemático que preconizava a determinação dos coeficientes da função que estava representada num gráfico através de dois pares ordenados conhecidos no gráfico.

Esse problema foi utilizado para formalizar o conceito sobre coeficientes da função afim. Segue o exemplo abordado intitulado “Problema 4.3.1”:

Figura 24 - Problema 4.3.1 proposto por BOSSCHETTO (2015) em sua dissertação de mestrado no estudo “através” resolução de problemas matemáticos.

Problema 4.3.1: Dado o gráfico da função $f:\Re \rightarrow \Re$ (Figura 16), escreva a função $f(x) = a.x + b$ correspondente, ou seja, determine os coeficientes a e b que expressem a lei dessa função.

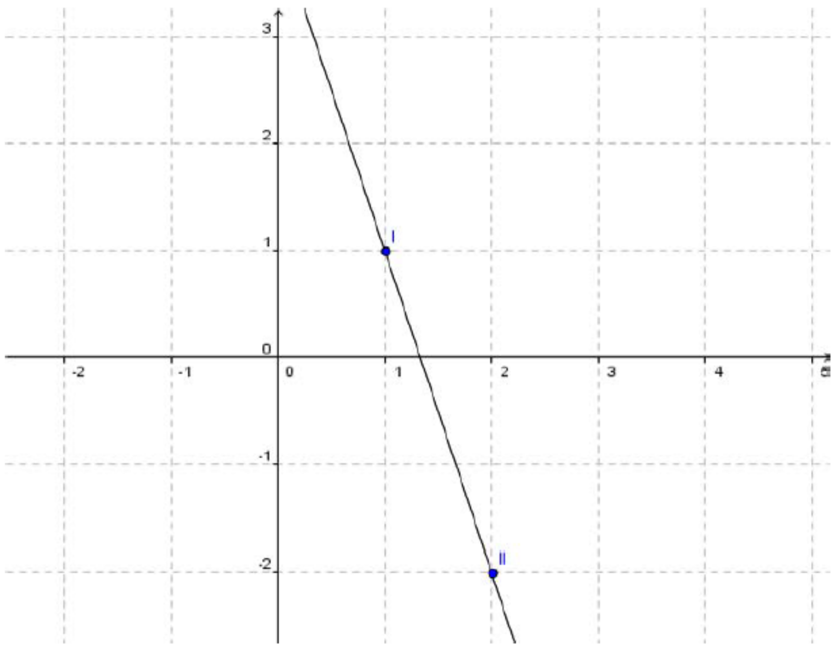


Figura 16: Pontos conhecidos do gráfico.

A pesquisadora afirmou que “todos os problemas foram desenvolvidos buscando utilizar as quatro etapas de resolução de problemas destacadas no livro de Polya (1995). No entanto, neste problema, as etapas ficaram bem evidentes” (BOSSCHETTO, 2015, p. 57).

Mesmo trabalhando de forma eficaz, utilizando as etapas de resolução de problemas de George Polya para resolução do problema, os estudantes encontraram significativas dificuldades no momento de resolver o sistema linear, demandando a orientação do professor para relembrar conceitos de anos anteriores e incentivar a busca por soluções.

A formalização do conceito pode ser realizada por meio da utilização da Proposição 3.3, que diz: “para obter os coeficientes a e b de $f(x) = ax + b$ basta ter os valores $f(x_1)$ e $f(x_2)$ com x_1 e x_2 distintos” (BOSSCHETTO, 2015).

Na sequência, foi trabalhado o conteúdo “Funções afins e progressões aritméticas” (BOSSCHETTO, 2015, p. 57). Para desenvolver esse conteúdo, os alunos responderam um problema cujo objetivo era fazer com que eles reconhecessem a relação existente entre progressão aritmética e função afim.

Figura 25 - Problema 4.4.1 proposto por BOSSCHETTO (2015) em sua dissertação de mestrado no estudo “através” resolução de problemas matemáticos.

Problema 4.4.1:

a) Consideremos a função afim: $f(x) = 2.x + 1$ para completar a tabela a seguir;

x	1	4	7	10	13
$f(x)$					

i) Qual é a razão dos valores que atribuímos a x?

ii) Que sequência é formada pelas imagens $f(x)$ encontradas?

iii) Existe alguma relação entre as razões destas duas sequências? Justifique.

Figura 26 - Continuação do problema 4.4.1

b) Vamos aplicar a mesma sequência de números x em outra função $g(x)=3.x+2$.

x	1	4	7	10	13
$g(x)$					

Responda as questões i), ii), iii) em relação a função $g(x)$.

c) Dada uma função qualquer $f(x)=a.x+b$, sendo r o valor da razão dos valores atribuídos a x qual a razão das sequências dos valores obtidos em $f(x)$?

Para introduzir esse novo conceito, a professora instigou os alunos a relacionar os dois conceitos: função afim e progressão aritmética. Eles conseguiram resolver o problema com êxito, preenchendo a primeira tabela de acordo com as instruções, aplicando os valores de " x " na função afim $f(x) = 2x + 1$ fornecida (BOSCHETTO, 2015).

Após as conclusões dos alunos, foi formalizado o conceito através da proposição 3.19, que diz:

Figura 27 - Proposição 3.19 – relação entre função afim e progressão aritmética.

Proposição 3.19: Se $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots$ é uma progressão aritmética, então os pontos $y_i = f(x_i)$, $i = 1,2,\ldots$ para $f(x)=a.x+b$, também formam uma progressão aritmética cuja razão é $a.r$. Reciprocamente, se uma função monótona $f:\Re \to \Re$ transforma qualquer progressão aritmética $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots$ numa progressão aritmética $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \ldots, y_i = f(x_i), \ldots$ então f é uma função afim.

Seguindo a sequência didática, foi trabalhado o conteúdo “Construção e análise de gráficos de função afim via Geogebra” (BOSSCHETTO, 2015, p. 59). Os problemas matemáticos relacionados a esse conteúdo foram trabalhados no laboratório de informática.

Segue o primeiro problema trabalhado nesta etapa:

Figura 28 - Problema 4.5.1 proposto por BOSSCHETTO (2015) em sua dissertação de mestrado no estudo "através" resolução de problemas matemáticos.

Problema 4.5.1: Utilize o Geogebra para construir os gráficos das funções afins referentes aos problemas 4.1.1, 4.1.2, 4.1.3 e 4.2.2.

O objetivo que a ação empenhada determinou foi "induzir os alunos a desenvolver as análises de gráficos de funções afins tratando das intersecções com os eixos coordenados, crescimento, decrescimento e inclinação da reta" (BOSSCHETTO, 2015, p. 59).

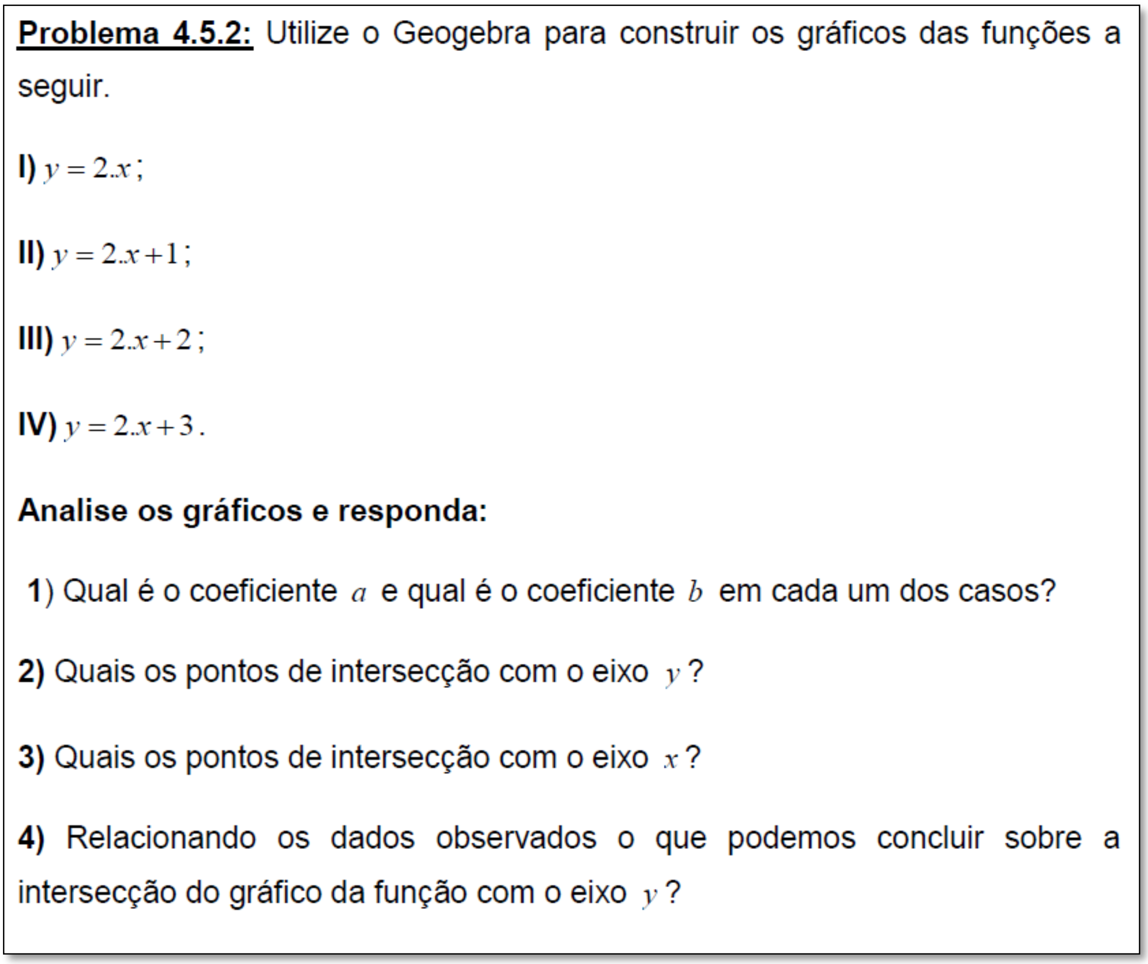
O momento foi propício para que os alunos aprendessem a desenhar o gráfico de funções afins no software Geogebra, visto que, até então, só tinham desenhado o gráfico de funções afins no caderno.

Os alunos realizaram essa atividade com êxito e alguns já estavam experimentando criar os gráficos, fazendo ajustes como alterações de cor, por exemplo. Enquanto isso, outros ainda dependiam da assistência do professor para executar os comandos elementares (BOSCHETTO, 2015).

Um dos exemplos abordados nesta etapa da sequência didática tinha como objetivo fazer com que os alunos aprendessem a identificar as intersecções com os eixos coordenados x e y, relacionando com os coeficientes da função afim de modo que eles buscassem as conclusões sobre as intersecções com os eixos.

Segue o problema:

Figura 29 - Problema 4.5.2 proposto por BOSSCHETTO (2015) em sua dissertação de mestrado no estudo "através" resolução de problemas matemáticos.



Problema 4.5.2: Utilize o Geogebra para construir os gráficos das funções a seguir.

I) $y = 2.x$;

II) $y = 2.x + 1$;

III) $y = 2.x + 2$;

IV) $y = 2.x + 3$.

Analise os gráficos e responda:

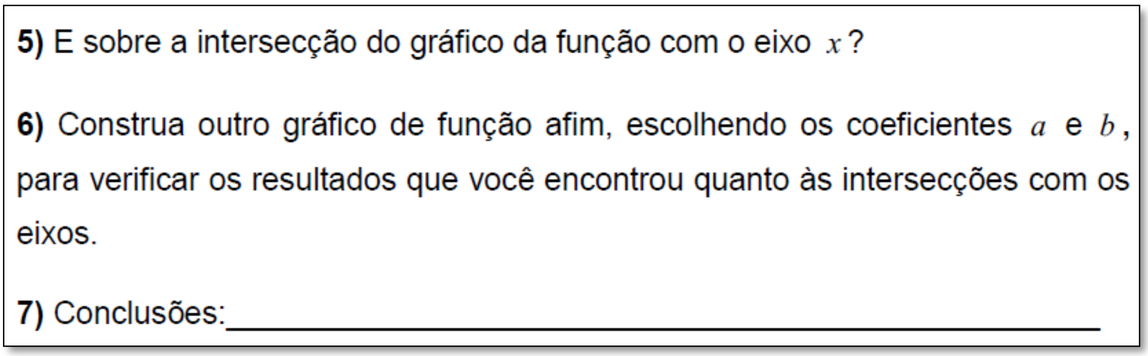
1) Qual é o coeficiente a e qual é o coeficiente b em cada um dos casos?

2) Quais os pontos de intersecção com o eixo y?

3) Quais os pontos de intersecção com o eixo x?

4) Relacionando os dados observados o que podemos concluir sobre a intersecção do gráfico da função com o eixo y?

Figura 30 - Continuação do problema 4.5.2



5) E sobre a intersecção do gráfico da função com o eixo x?

6) Construa outro gráfico de função afim, escolhendo os coeficientes a e b, para verificar os resultados que você encontrou quanto às intersecções com os eixos.

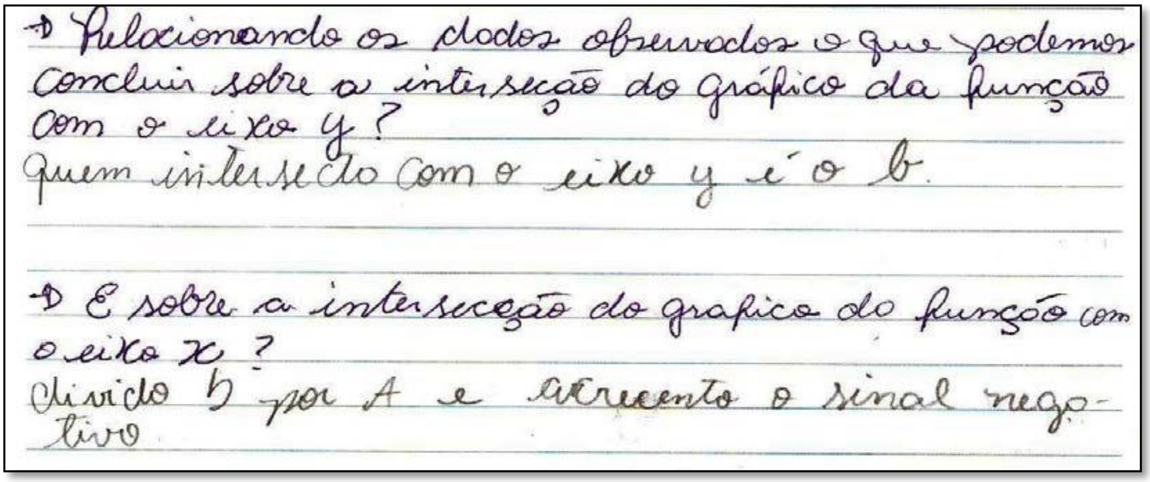
7) Conclusões:____

Os alunos construíram os gráficos no Geogebra e transcreveram os gráficos para o caderno.

Essa atividade foi finalizada na sala de aula, mediante a correção coletiva realizada pela professora, a fim de que os alunos participassem e entendessem as conclusões encontradas. Após as correções, demonstrações foram feitas e o conceito foi formalizado.

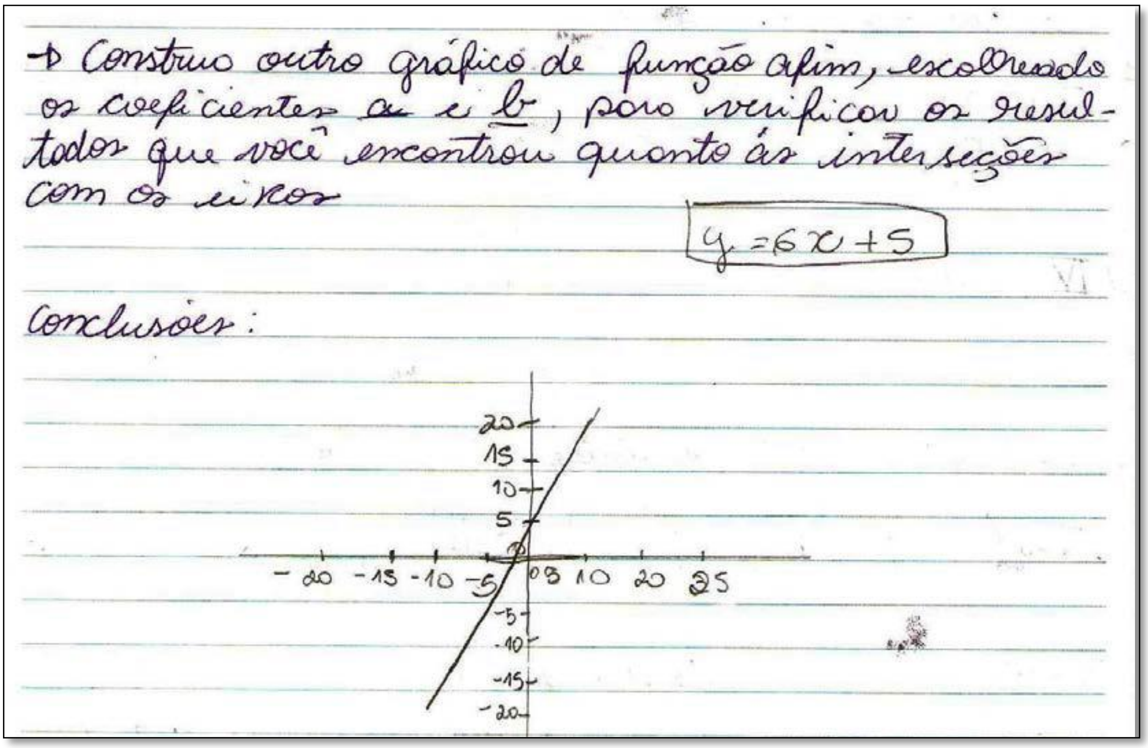
Abaixo, disponibilizamos uma digitalização da solução de um estudante, com o intuito de exibir, de forma minuciosa, os resultados alcançados. Este aluno respondeu corretamente as questões, conforme segue.

Figura 31 - Resolução do Problema 4.5.2 por um aluno.


→ Relacionando os dados observados o que podemos concluir sobre a interseção do gráfico da função com o eixo y?
Quem intersecto com o eixo y é o b.

→ E sobre a interseção do gráfico da função com o eixo x?
divido b por A e acrescento o sinal negativo

Figura 32 - Continuação da resolução.


→ Construa outro gráfico de função afim, escolhendo os coeficientes a e b, para verificar os resultados que você encontrou quanto às interseções com os eixos

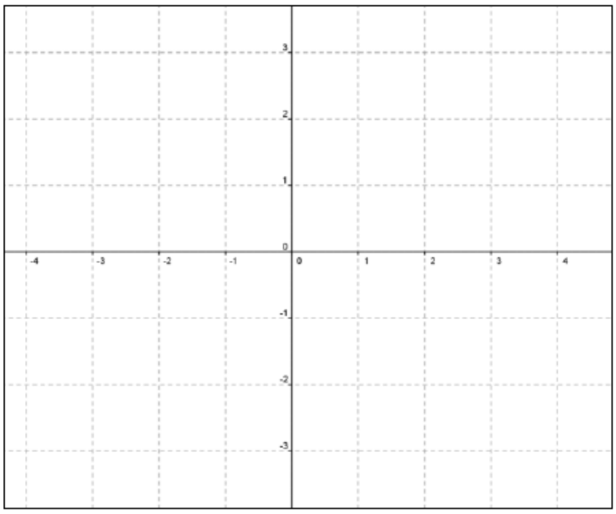
$\boxed{y = 6x + 5}$

Conclusões:

Para finalizar a sequência didática e também o estudo sobre funções afins, a professora trabalhou um problema que ensejava a construção de gráficos de funções afins no Geogebra, para que, por meio desse processo, os estudantes observassem o que acontece com a imagem da função quando se atribui diferentes valores para x.

Figura 33 - Problema 4.5.3 proposto por BOSSCHETTO (2015) em sua dissertação de mestrado no estudo "através" resolução de problemas matemáticos.

Problema 4.5.3: Vamos construir os gráficos das funções a seguir no Geogebra e observar, para alguns valores da variável x, o que acontece com sua imagem, variável y.



(I) $y = 3.x$

Para x = -2 , y =___.

Para x = -1 , y =___.

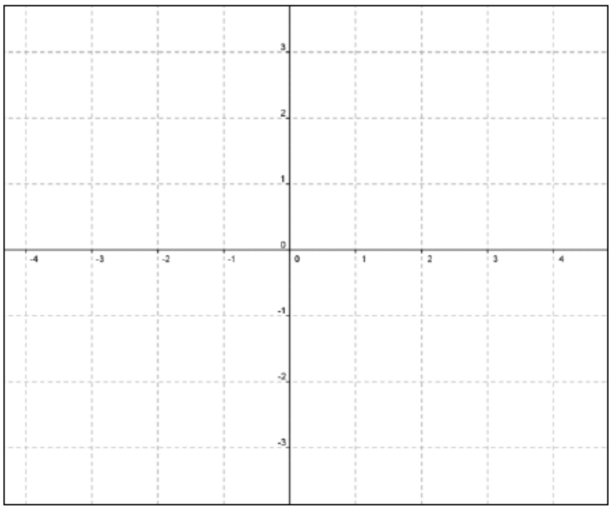
Para x =1 , y =___.

Figura 34: Continuação do Problema 4.5.3

Para x =1,5 , y =___.

Para x =2 , y =___.

Ao aumentarmos os valores de x o que está acontecendo com os valores de y?



(II) $y = \frac{x}{2} + 2$

Escolha dois valores para x e verifique a relação entre as imagens (y) desses valores escolhidos.

Figura 35 - Continuação do Problema 4.5.3

(III) $y = -4.x + 1$

Para x = -2 , y =____.

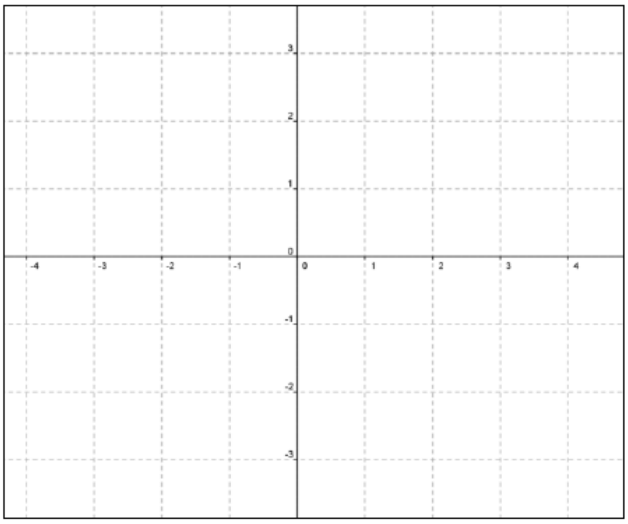
Para x = -1 , y =____.

Para x =1 , y =____.

Para x =1,5 , y =____.

Para x =2 , y =____.

Ao aumentarmos os valores de x o que está acontecendo com os valores de y ?



IV) $y = -2.x - 1$

Quando diminuímos os valores de x o que acontece com os valores y correspondentes?

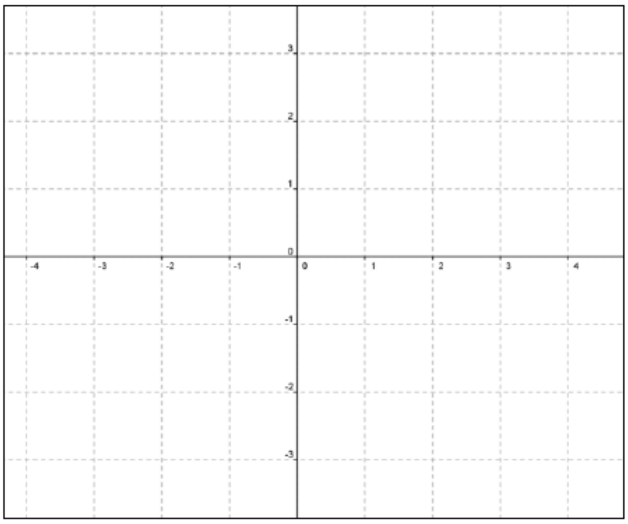


Figura 36 - Continuação do Problema 4.5.3

Responda:

1) A quais conclusões chegamos quando relacionamos quaisquer dois valores distintos de x (x_1 e x_2) com suas imagens (y_1 e y_2) e com a inclinação da reta?

2) Como podemos saber se a reta está inclinada para direita ou para a esquerda ?

3) Quanto maior o valor do coeficiente a a reta está "mais em pé" ou "mais deitada"? Construa os gráficos das funções $y = 3.x$ e $y = \frac{x}{2}$ no mesmo plano cartesiano para verificar se sua intuição está correta.

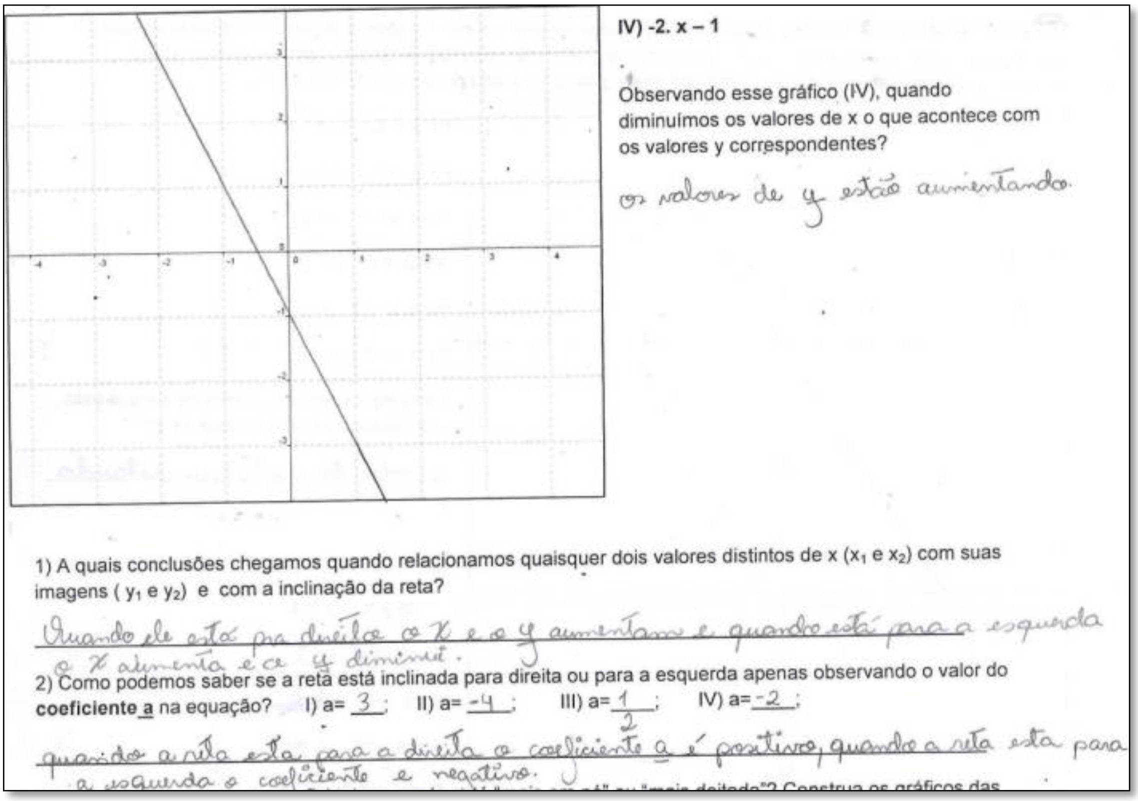
A proposta desse problema foi introduzir o conceito de função crescente e decrescente. Para desenvolver esse conceito, é preciso que os alunos relacionem o crescimento ou decrescimento e inclinação da reta com os coeficientes das funções.

Desse modo, os alunos perceberam que a inclinação da reta dependerá do valor do coeficiente a da função. A professora, por sua vez, induziu o aluno a identificar tal padrão.

Após estabelecer as devidas relações, a professora formalizou o conceito ensinando aos alunos como escrevê-lo formalmente. Além disso, também demonstrou uma proposição que afirma que o determinante de uma função afim, com relação à sua natureza crescente ou decrescente, é o seu coeficiente a.

Segue a conclusão obtida por um aluno após a observação de um gráfico construído.

Figura 37 - Conclusões obtidas por um aluno após observar a construção do gráfico.


IV) -2. x – 1

Observando esse gráfico (IV), quando diminuímos os valores de x o que acontece com os valores y correspondentes?

os valores de y estão aumentando.

1) A quais conclusões chegamos quando relacionamos quaisquer dois valores distintos de x (x_1 e x_2) com suas imagens (y_1 e y_2) e com a inclinação da reta?

Quando ele está pra direita o x e o y aumentam e quando está para a esquerda o x aumenta e o y diminui.

2) Como podemos saber se a reta está inclinada para direita ou para a esquerda apenas observando o valor do **coeficiente a** na equação? I) a= 3; II) a= -4; III) a= $\frac{1}{2}$; IV) a= -2;

quando a reta esta para a direita o coeficiente a é positivo, quando a reta esta para a esquerda o coeficiente é negativo.

De acordo com Ferreira, Martins e Pereira (2022) no ensino “através” da resolução de problemas, o através é entendido como “durante o percurso”, “ao longo de”. Isso quer dizer que a apropriação de novos conhecimentos deve acontecer durante o processo de resolução do problema.

Durante a análise da dissertação de Viviane Cristina Boschetto, foi verificado que a pesquisadora trabalhou essa abordagem metodológica com êxito, tendo em vista que todos os problemas abordados conduziram a construção de um novo conhecimento matemático.

A pesquisadora conseguiu, através de cada problema trabalhado, introduzir um novo conteúdo sobre função afim. Cada exemplo apresentado era utilizado como ponto de partida, capaz de levar o aluno a conceber um saber novo.

A abordagem centrada na resolução de problemas não apenas estimulou o engajamento dos alunos, como também permitiu que o professor pudesse observar a evolução da aprendizagem e a construção gradual dos conceitos a cada momento. Conforme as aulas avançavam, os estudantes demonstraram uma crescente autonomia e passaram a desenvolver conjecturas usando suas próprias expressões. Esse processo culminou em um nível de aprendizado satisfatório (BOSCHETTO, 2015).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do que foi apresentado nesta pesquisa, observou-se que essa ferramenta, se trabalhada da forma adequada, é um grande facilitador no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, considerando seu potencial de, além de dinamizar as aulas de Matemática e torná-la desafiadora, dar significado a essa ciência.

Um ensino "sobre", um ensino "para" e um ensino "através" da resolução de problemas são ferramentas indispensáveis para o ensino da Matemática, pois tornam o aluno autônomo na apropriação e construção do seu conhecimento, ajudando-o a pensar produtivamente. Além disso, possibilita o desenvolvimento de habilidades e competências importantes para sua formação cidadã: criticidade, criatividade, raciocínio lógico, uso do conhecimento matemático em outras áreas do conhecimento e nas situações do seu cotidiano, etc..

Os objetivos deste estudo foram alcançados de modo exitoso, visto que foi possível diferenciar exercício, questão contextualizada e problemas matemáticos; caracterizar a resolução de problemas matemáticos nos documentos oficiais; e descrever e analisar os tipos de metodologias de resolução de problemas "sobre", "para" e "através" da resolução de problemas.

Com isso, foi possível constatar que os métodos de resolução de problemas, ensino sobre resolução de problemas, ensino de Matemática para resolver problemas e ensino de Matemática através da resolução de problemas, desenvolvem no aluno a capacidade de criar estratégias a fim de resolver problemas matemáticos, levam-no a construir um conhecimento novo a partir de problemas e contribuem para o desenvolvimento de habilidades para aplicação da Matemática estudada

Nesse sentido, observou-se, através da dissertação de Júlio César Santos Pereira, cujo título é "Resolução de problemas como uma estratégia para o ensino-aprendizagem e avaliação de logaritmos e função logarítmica", que, quando o aluno estuda "sobre" resolver problemas, compreende o problema que está sendo trabalhado, consegue ver como os itens do problema estão inter-relacionados e, com isso, cria estratégias de resolução.

Por outro lado, quando o aluno estuda a Matemática “através” da resolução de problemas, ele aprende a fazer Matemática. Consegue construir um novo conhecimento durante o processo de resolução do problema. Além disso, foi constatado, na dissertação de Viviane Cristina Bosschett, cujo título é “Função afim e suas propriedades através da resolução de problemas”, que, quando o aluno estuda Matemática “através” da resolução de problemas, é possível visualizar seu real significado e a importância de se estudar essa ciência.

Quando o aluno estuda matemática “para” resolver problemas, ele utiliza a resolução de problemas para dar significado ao conteúdo estudado através de aplicações e isso desenvolve, nele, habilidades para resolver problemas.

Além disso, foi verificado no artigo de Thiago da Silva, Augusto Cesar, Cláudia Ferreira e Marcus Vinicius publicado pela REnCiMa (Revista de Ensino de Ciências e Matemática), cujo título é “A metodologia de resolução de problemas aplicada ao ensino de matrizes no Ensino médio”, que essa abordagem metodológica auxilia o aluno na fixação de conteúdos concebidos, já que ela é utilizada após apresentação formal do conteúdo.

Assim, conclui-se que esse estudo contribui para formação de profissionais da educação que anseiam por uma aula de Matemática mais atrativa, mais desafiadora e que desperte no aluno o desejo de estudar Matemática.

Diante de tais considerações, recomenda-se, para trabalhos futuros, um maior aprofundamento sobre metodologias de resolução de problemas no ensino da Matemática, tendo em vista que nenhum conhecimento é finito.

7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de L. R. (Org.). Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52. Disponível em: https://linux.ime.usp.br/~braket/coolabor/mat0450/IME2022_Cap2_Livro_RP_Norma_Alevato.pdf. Acesso em: 27 de janeiro de 2023.

ALVARENGA, K. B.; ANDRADE, I. D.; DE JESUS SANTOS, R. Dificuldades na resolução de problemas básicos de matemática: um estudo de caso do agreste sergipano. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 12, n. 24, p. 39-52, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 12 jan. 2023.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília (DF), 2007. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf Acesso em: 12 jan. 2023.

DA PONTE, João Pedro et al. Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015.

DANTE, L.R. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. 4ªed. **São Paulo: Ática**, 1994.

DUARTE, Jorge. A resolução de problemas no ensino da matemática. **Educação & Comunicação**, p. 97-100, 2000.

ECHEVERRÍA, M. del P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. A solução de problemas:

Aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 13-42.

FUGITA, Felipe; OLIVEIRA, Carlos N. C de. **Geração Alpha Matemática 8**. São Paulo: Edições sm Ltda, 2018.

MARIN, Douglas; ARAÚJO, Lúcio Borges de. Metodologia do Ensino de Matemática. Uberlândia, MG: UFU, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/25239.

MENEGHELLI, J.; CARDOSO, D.; POSSAMAI, J. P.; SILVA, V. C. Metodologia de resolução de problemas: concepções e estratégias de ensino. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, n. 3, 2018.

OLIVEIRA, Carlos N. C. de; FUGITA, Felipe. **Geração Alpha Matemática 9.** 2ª.ed. São Paulo: SM Educação, 2018.

OLIVEIRA, G. S. Metodologia do Ensino de Matemática: fundamentos teóricos e prático. Uberlândia (MG): FUCAMP, 2020. Disponível em: *metodologia-do-ensino-de-matematica-FUN-TEORICOS-E-PRATICOS-2020.pdf.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. IN: BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Cap.12, p.199 – 220.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, p. 73-98, 2011.

PEDUZZI, L. O. de Q. Sobre a resolução de problemas no ensino da Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 14, n. 3, p. 229- 253, dez. 1997.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. 2. Ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. **O professor e o desenvolvimento curricular**, p. 11-34, 2005.

PONTES, Edel Alexandre Silva. Modelo de ensino e aprendizagem de matemática baseado em resolução de problemas através de uma situação-problema. **Revista Sítio Novo**, v. 2, n. 2, p. 44-56, 2018.

POSSAMAI, Janaína Poffo; CARDOZO, Dionei; MENEGHELLI, Juliana. Concepções dos professores de matemática quanto a utilização de exercícios, situações contextualizadas e problemas. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 14, n. 31, p. 73-87, 2018.

REIS, Ana Queli; NEHRING, Cátia Maria. A contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas Contextualizationin the teaching of mathematics: conceptions and practices. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 19, n. 2, 2017.

ROMANATTO, Mauro Carlos. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 299-311, 2012.

SCHASTAI, M. B.; SILVA, S. de C. R. da; ALMEIDA, M. de F. M. de. Resolução de problemas – Uma perspectiva no ensino de matemática. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, Ponta Grossa**, v. 5, n. 3, p. 52-69, jan. 2012.

SELBACH, Simone et al. Matemática e Didática. Petrópolis: Vozes, 2010.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. Matemática para aprender a pensar: O papel das crenças na resolução de problemas. **Porto Alegre: Artmed**, 2006. 212 p.27.