

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

INSTITUTO DE FÍSICA

CURSO DE FÍSICA LICENCIATURA

ERIK TENÓRIO MARCIONILO DA SILVA

**UMA ANÁLISE DO CONTEÚDO DE ACÚSTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO
PNLD**

Maceió - AL

2023

ERIK TENÓRIO MARCIONILO DA SILVA

**UMA ANÁLISE DO CONTEÚDO DE ACÚSTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO
PNLD**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado ao Instituto de Física da
Universidade Federal de Alagoas, como
parte dos requisitos para obtenção do
título de Licenciado em Física.

Orientador: Prof. Dr. Elton Malta
Nascimento.

Maceió - AL

2023

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária Responsável: Livia Silva dos Santos - CRB 1670

S586a Silva, Erick Tenório Marcionilo da.

Uma análise do conteúdo de acústica nos livros didáticos do PNLD / Erick Tenório Marcionilo da Silva. – 2023.

38 f. : il.

Orientador: Elton Malta Nascimento.

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Física: Licenciatura) – Universidade
de Alagoas. Instituto de Física. Maceió, 2023. Bibliografia: f. 37-38

1. Livros didáticos - Física. 2. Ondas sonoras e vibrações. 3. Ensino e aprendizagem.

I. Título.


CDU: 534 : 37

FOLHA DE APROVAÇÃO


Erik Tenório Marcionilo da Silva

UMA ANÁLISE DO CONTEÚDO DE ACÚSTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO PNLD

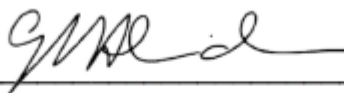
Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito para obtenção do grau de licenciado em Física pela Universidade Federal de Alagoas.

Documento assinado digitalmente
 **ELTON MALTA NASCIMENTO**
Data: 23/10/2023 14:22:34-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Dr. Elton Malta Nascimento
IF / UFAL

Documento assinado digitalmente
 **ANDERSON RAFAEL CORREIA BUARQUE DA SILVA**
Data: 20/10/2023 18:07:31-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Dr. Anderson Rafael Correia Buarque da Silva
SEDUC / AL



Prof. Dr. Guilherme Martins Alves de Almeida
Coordenador – Física Licenciatura
IF / UFAL

Agradecimentos

À minha família, que sempre esteve ao meu lado me ajudando de alguma forma no meu aprendizado, em especial meus pais que me motivaram de todas as formas para que eu pudesse chegar até este momento único.

Ao meu orientador que apesar de todos os meus defeitos acreditou em mim e não me deixou desistir, sempre se mantendo presente como um pai durante a minha vida acadêmica, me auxiliando sempre que necessário. A ele sou grato por aceitar a orientação deste trabalho assim como toda a sua atenção e ajuda cedida para a realização do mesmo.

A todos os docentes do instituto de física por toda ajuda e preocupação para com o desenvolvimento acadêmico dos discentes.

A todos os meus amigos, em especial, ao Jefferson, Wellerson e Gabriela por estarem sempre presentes em minha vida me proporcionando momentos incríveis, me fazendo esquecer das dificuldades que tive na vida, e me dando suporte nos momentos em que precisei.

Resumo

Tendo em vista que para lecionar física, um professor se apropria estritamente de seu material didático que por muitas vezes são os livros aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), nos ocorre que em sua grande maioria, os livros apresentam o conteúdo de modos normais de vibração de maneira muito superficial, de forma que se acredita deixar o estudante com mais dúvidas ainda. Perguntas como: Qual é o número do harmônico que está vibrando na corda de um violão? por exemplo, não são respondidas de maneira muito clara. Neste percurso, analisamos alguns livros aprovados pelo PNLD durante os últimos anos, e observamos que os textos pouco evoluíram conforme o passar das edições. Desta maneira, apresentamos algumas propostas de como contornar a carência de conteúdo presente nos livros didáticos, mencionando alguns conceitos que julgamos pertinentes para o estímulo da curiosidade científica do aluno.

PALAVRAS-CHAVE: Ondas sonoras, Livro didático, Cordas vibrantes.

Abstract

Bearing in mind that to teach physics, a teacher strictly appropriates his teaching material, which are often books approved by the National Didactic Book Program (PNLD), it occurs to us that the vast majority of books present content in different way's vibration normal in a very superficial way, in a way that is believed to leave the student with even more doubts. Questions like: What is the harmonic number that is vibrating on a guitar string? For example, are not answered very clearly. Along the way, we analyzed some books approved by the PNLD over the last few years, and we observed that the texts evolved little as the editions went by. In this way, we present some proposals on how to overcome the lack of content present in textbooks, mentioning some concepts that we deem relevant for stimulating the student's scientific curiosity.

KEYWORDS: Sound waves, Textbook, Vibrating strings.

Lista de figuras

2.1	Deslocamento em função do tempo.	4
2.2	Velocidade em função do tempo.	5
2.3	Aceleração em função do tempo.	5
2.4	Sistema massa-mola na vertical e o novo ponto de equilíbrio.	7
2.5	Diferença de fase entre duas ondas.	10
2.6	Força em função do tempo.	11
2.7	Um sistema MHS do tipo massa-mola com amortecimento.	11
2.8	Amplitude em função da razão entre a velocidade angular externa e natural.	13
3.1	Ilustração de como uma oscilação gera uma onda.	14

3.2	Ilustração das pressões nas camadas de ar adjacentes à fonte sonora.	15
3.3	Espectro sonoro do intervalo de frequência que um ouvido humano pode captar.	16
3.4	Exemplos de ondas sonoras emitidas por fontes distintas.	18
3.5	Composição de uma onda quadrada a partir da soma de harmônicos, um padrão de onda parecida com a onda sonora do clarinete.	18
4.1	Decomposição de uma onda através da série de Fourier.	19
4.2	Uma corda de comprimento L presa nas extremidades.	20
5.1	Abordagem do texto acerca de cada modo de vibração.	27
5.2	Partes do violino que influenciam na dispersão do som.	27

5.3 (a) Ilustração presente no livro acerca do 1° e 2° modo normal de vibração em tubos sonoros abertos.	28
5.3 (b) Ilustração presente no livro acerca do 1° e 2° modo normal de vibração em tubos sonoros fechados.	28
5.4 Representação gráfica de uma onda periódica apresentada no livro.	29
5.5 Apresentação da seção “conexões” do livro, em que o mesmo trabalha a interdisciplinaridade.	30
5.6 Apresentação do livro dos modos normais de vibração em certos instrumentos de percussão.	3

Lista de siglas

PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais

BNCC: Base Nacional Curricular Comum

MHS: Movimento Harmônico Simples

MEC: Ministério da Educação

MHA: Movimento Harmônico Amortecido

MHF: Movimento Harmônico Forçado

PNLD: Programa Nacional do Livro e do Material Didático

LD: Livro Didático

PNLEM: Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio

CTSA: Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente

TIC: Tecnologia da Informação e Comunicação

EDO: Equações Diferenciais Ordinárias

EDP: Equações Diferenciais Parciais

Hz: Hertz

ENEM: Exame Nacional do Ensino Médio

PISA: Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

OCDE: Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico

Sumário

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 A IMPORTÂNCIA DE ENSINAR ONDAS SONORAS	1
1.2 A BASE NACIONAL CURRICULAR COMUM.....	2
2. OSCILAÇÕES.....	4
2.1 MOVIMENTO HARMÔNICO AMORTECIDO	12
2.2 MOVIMENTO HARMÔNICO FORÇADO	13
3. ONDAS SONORAS.....	15
4. O MOVIMENTO DAS CORDAS DO VIOLÃO E VIOLINO.....	21
5. ANÁLISE E DESCRISÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS.....	27
5.1 PROPOSTA DIDÁTICA.....	36
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
REFERÊNCIAS.....	41

1. INTRODUÇÃO

1.1 A IMPORTÂNCIA DE ENSINAR ONDAS SONORAS

O ensino de física de modo geral é, por si só, importante, uma vez que estimula o aluno à compreensão da natureza e suas variáveis, fazendo com que o mesmo passe a questionar certos eventos e procurar soluções a partir de conceitos científicos, além de trabalhar sua capacidade de resolver problemas. Segundo Moreira, (2017, p. 56) “[...] aprender física é um direito do ser humano. Uma pedagogia libertadora deve resgatar o ser humano do senso comum, das interpretações ingênuas, do conformismo acrítico [...]”.

Pode-se dizer a grosso modo que a acústica, mais precisamente as ondas sonoras, é uma das bases da atividade humana, ela está presente nas tecnologias que atualmente encontram-se em grande parte da nossa atividade cotidiana, como também, está em técnicas de exames e tratamentos usados na medicina. Assim, se faz necessário sua apresentação detalhada para alunos do ensino médio, de modo a não só trabalhar estritamente conceitos e cálculos, mas também as origens do som, seu contexto histórico e suas influências, alfabetizando cientificamente o aluno de forma mais completa, com o objetivo de eliminar todas as suas dúvidas.

Com uma base científica fundada pela teoria clássica das vibrações mecânicas desde o século XVIII, o conhecimento da acústica atingiu grandes amplitudes que hoje perpassam o universo das combinações de sons, timbres e intensidades sonoras que permeia o campo da sonoridade presente na música e na fala. Entretanto, embora os aspectos heurísticos que envolvem a harmonia musical foram de crucial importância no progresso dessa ciência, grande parte do ensino atual de acústica se faz com abordagem majoritariamente teórica, desconsiderando as ligações com a história, a arte, a psicologia, a sociologia e a música, que contribuíram na construção teórica do conhecimento da acústica (MONTEIRO JUNIOR; CARVALHO, 2011).

Visto que a presença da acústica no cotidiano dos alunos é demasiado forte, temos como objetivo neste trabalho analisar e discutir a forma como é apresentada

esse conteúdo, mais precisamente a parte que trata de cordas vibrantes e tubos sonoros, a partir das análises apresentamos outras formas de como esse conteúdo poderia ser abordado no livro didático (LD), de modo a facilitar o entendimento do aluno ao ler o mesmo, além de instigar a curiosidade e estabelecer uma proximidade entre conhecimento passado e as experiências que o aluno já teve. Com isso, passamos pelos conceitos de Oscilações e Movimento Harmônico Simples para chegar a uma forma mais completa de apresentar o conteúdo de modos normais de vibração.

1.2 A BASE NACIONAL CURRICULAR COMUM

A BNCC é um conjunto de normativas desenvolvidas pelo MEC para melhor conduzir a qualidade da educação básica nas escolas, de forma a padronizar essa educação. A orientação é de que as escolas do país sigam um modelo comum de ensino entre elas, e por outro lado, desenvolva um modelo específico que trabalhe juntamente com sua realidade cultural, político, social e econômica, de forma a atender os interesses dos estudantes que ali se encontram.

A importância do ensino de acústica é dada pela BNCC desde o ensino infantil, onde a mesma apresenta competências referentes ao conteúdo, pois além do ensino do conceitual, ela ressalta a importância da ligação entre o ensino conceitual e a prática daquele conceito no cotidiano, uma vez que sua intenção é melhorar o ensino de acordo com as realidades dos alunos.

É importante destacar que aprender Ciências da Natureza vai além do aprendizado de seus conteúdos conceituais. Nessa perspectiva, a BNCC da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias – por meio de um olhar articulado da Biologia, da Física e da Química – define competências e habilidades que permitem a ampliação e a sistematização das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental no que se refere: aos conhecimentos conceituais da área; à contextualização social, cultural, ambiental e histórica desses conhecimentos; aos processos e práticas de investigação e às linguagens das Ciências da Natureza (BRASIL, 2018, p. 547).

Na sociedade contemporânea em que vivemos onde o contato com os diversos tipos de sons é mais frequente, é essencial conhecermos sua influência em nosso

cotidiano, entender a diferença entre ruídos e sons harmônicos, como identifica-los, quantifica-los, e questionar seus comportamentos afim de solucionar quaisquer problemas relacionado aos mesmos. Com isso, a BNCC nos traz habilidades, competências e objetivos que atentem para tal aplicação, valorizando a individualidade de cada aluno:

Tabela 1 - Habilidades e competências da BNCC acerca do estudo do som em geral.

Código	Habilidades
EI03TS03	Reconhecer as qualidades do som (intensidade, duração, altura e timbre), utilizando-as em suas produções sonoras e ao ouvir músicas e sons.
EF03CI03	Discutir hábitos necessários para a manutenção da saúde auditiva e visual considerando as condições do ambiente em termos de som e luz.
EM13CNT301	Construir questões, elaborar hipóteses, previsões e estimativas, empregar instrumentos de medição e representar e interpretar modelos explicativos, dados e/ou resultados experimentais para construir, avaliar e justificar conclusões no enfrentamento de situações-problema sob uma perspectiva científica.

Fonte: [2].

Apesar das boas intenções na construção de uma melhor educação proposta pela BNCC, o que acontece na prática é um certo distanciamento do aprofundamento do conteúdo de ondas sonoras em decorrência da proximidade que o mesmo deverá ter com uma aplicação prática ao cotidiano. Assim, ao analisarmos livros mais atuais em que a BNCC tem total influência, o conteúdo de cordas vibrantes e tubos sonoros (modos normais de vibração) se torna inexistente, sendo estes, ainda que de uma forma muito breve, mais presentes em livros relativamente mais antigos.

Os livros didáticos exercem uma função importante tanto para servir como ferramenta de suporte para o professor como para o aprendizado dos alunos, sendo utilizado em diversos casos como o único instrumento de aprendizagem, e é por meio dele que se pode estimular a curiosidade do aluno, e para tanto, é necessário analisar

e discutir os conteúdos que são apresentados por ele, uma vez que os mesmos sofrem frequentes mudanças em decorrência das demasiadas transformações sociais que vêm acontecendo. Temos como exemplo alguns livros analisados durante o seguimento do presente trabalho, como os livros: Física Aula por Aula^[3], Multiversos Ciências da Natureza^[7] e Compreendendo a Física^[10], através da análise destes que será feita durante o decorrer da discussão apresentada, veremos que dentre os livros mais antigos, a mudança entre um conteúdo apresentado por um livro e outro é quase nula, diferentemente de livros mais recentes que pouco trabalham conceitos científicos e tratam mais do que a BNCC julga como importante para aplicação no cotidiano dos alunos. Dado os livros que foram pesquisados para elaboração desta discussão, ainda que não tenham sido mencionados aqui, os mesmos apresentaram um padrão na abordagem dos conteúdos de física, onde estes se mostraram demasiados superficiais.

A problemática discutida em torno do ensino de ondas sonoras e vibrações se dá a partir de como ela é apresentada nos livros de física, uma vez que os mesmos apresentam de forma muito simples, podendo deixar o aluno com mais dúvidas do que certezas. Perguntas como: Qual é o número do harmônico que está vibrando na corda de um violão? por exemplo, não são respondidas de maneira muito clara. Assim, será discutido nas próximas páginas o conceito de ondas sonoras de uma maneira mais completa, sendo que para isso será necessário perpassar pelos conceitos de ondulatória e vibração, e a vibração de uma corda de violão. Durante a discussão, será proposto ideias de como repassar melhor este conteúdo no ensino médio.

2. OSCILAÇÕES

Para que entendamos de uma forma mais completa as ondas sonoras, é necessário entender como as ondas e os movimentos oscilatórios se relacionam com o som. A formação de uma onda sonora se dá devido a perturbação de um meio, por exemplo, o meio em que estamos imersos (atmosfera) que é composto por diferentes gases, cujas moléculas se movem livremente. Quando emitimos um som, seja vibrando as cordas vocais presentes em nosso corpo ou tocando um instrumento musical, essas moléculas são perturbadas do modo que em certas regiões elas

oscilem, encontrando-se mais próximas umas das outras (o ar está mais comprimido) e em outras elas se estão mais espalhadas (o ar está mais rarefeito). Essas regiões de compressão e rarefação se intercalam e podemos descrevê-las como onda que se propaga através do espaço e do tempo. Tomemos como um exemplo particular um instrumento de corda sendo tocado, ao ser tangido a corda, a mesma oscila em uma certa frequência, passando a oscilação para o corpo do instrumento e posteriormente as camadas de ar adjacentes a ele, propagando esta oscilação (som) pelo espaço em torno do mesmo.

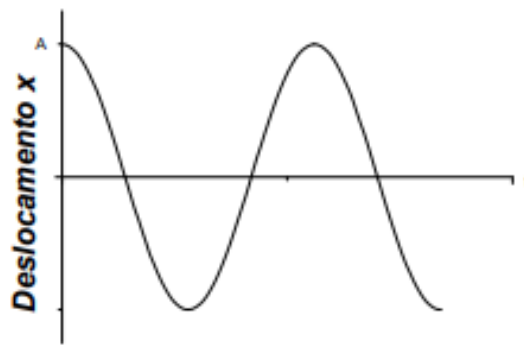
Ao analisarmos alguns sistemas na natureza, notamos que estes realizam movimentos repetitivos em torno de uma posição de equilíbrio em intervalos regulares, onde matematicamente eles são descritos com funções do tipo seno e cosseno (veremos mais adiante o porquê disso, adianto de antemão que isso acontece porque não é considerado forças do tipo atrito e exteriores a um sistema, por exemplo, massa-mola na horizontal), estes movimentos são chamados de Movimentos Harmônicos Simples, ou MHS, onde a posição de um corpo descrita por um movimento unidimensional é representada pela lei harmônica:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (2.1)$$

onde A é a amplitude e o seu módulo diz respeito ao deslocamento máximo da partícula em relação a origem do sistema. Na eq. (2.1), o termo $(\omega t + \varphi)$ é a fase do sistema, sendo φ a constante de fase, em que o seu módulo está associado ao movimento em $t = 0$, ω é a frequência angular do corpo e t é o tempo em que ocorre o comportamento oscilatório.

O comportamento de uma partícula em MHS descrito pela eq. (2.1) pode ser analisado a partir do gráfico da figura 2.1, onde temos o deslocamento em função do tempo:

Figura 2.1 - Deslocamento em função do tempo.



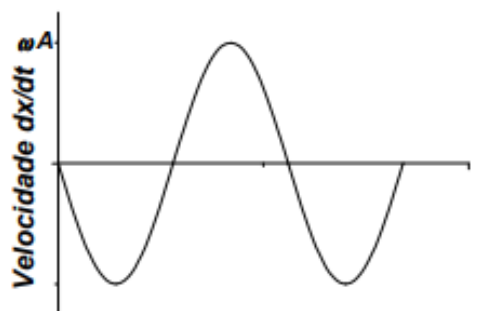
Fonte: [15].

A expressão para a velocidade de uma partícula pode ser encontrada derivando a eq. (2.1) com relação ao tempo:

$$v(t) = -\omega A \text{ sen } (\omega t + \varphi), \quad (2.2)$$

onde o módulo máximo da velocidade durante a oscilação é dado pelo termo “ $-\omega A$ ”, como a eq. (2.2) é descrita por uma função senoidal, o seu comportamento é descrito pela figura 2.2.

Figura 2.2 - Velocidade em função do tempo.



Fonte: [15].

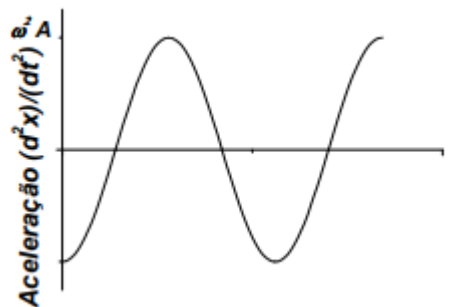
Podemos também, alcançar a expressão para a aceleração de um corpo em movimento harmônico simples, ao derivar a eq. (2.2), de modo que,

$$a(t) = -\omega^2 A \text{ cos } (\omega t + \varphi), \quad (2.3)$$

onde, a amplitude máxima da aceleração é dada por $a_m = -\omega^2 A$, e seu comportamento é descrito pela figura 2.3. A partir da função acima, vemos que a aceleração de um corpo em MHS está relacionada diretamente com a função da posição (eq. 2.1) e a velocidade angular. Assim, simplificando, temos:

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \quad (2.4)$$

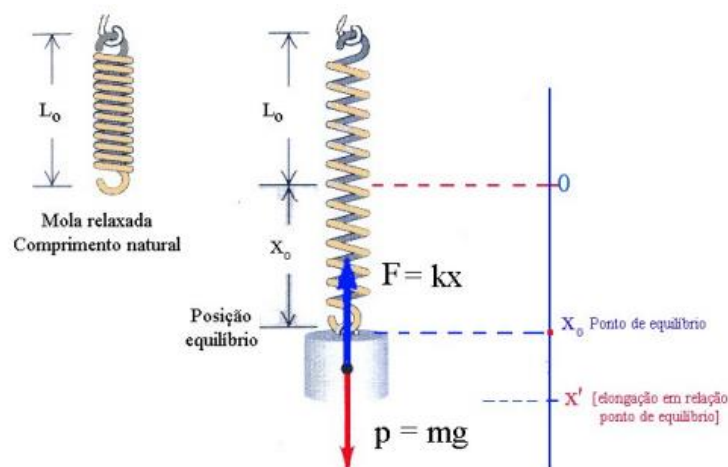
Figura 2.3 - Aceleração em função do tempo.



Fonte: [15].

Uma situação onde podemos encontrar este tipo de comportamento é o sistema Massa-Mola, uma vez que um corpo oscila em torno de uma posição de equilíbrio devido a presença de uma força restauradora F que aponta para a direção da posição de equilíbrio, conforme a figura 2.4.

Figura 2.4 - Sistema massa-mola na vertical e o novo ponto de equilíbrio.



Fonte: http://efisica2.if.usp.br/pluginfile.php/6886/mod_resource/content/1/T2-2-%20Sistema%20massa-mola.pdf. acesso em 24/09/23.

Ao estudarmos esse comportamento e as forças que atuam no sistema, podemos obter segundo a lei de Newton,

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F} \quad (2.5)$$

$$\vec{F}_R = -kx\hat{i} \quad (2.6)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -kx\hat{i} \quad (2.7)$$

A força resultante, \vec{F}_R , é igual à soma de todas as forças atuando no sistema, no sistema descrito só existe a força de Hooke, $-kx$ (o sinal negativo indica que é contrário ao sentido do movimento adotado) sendo k a constante elástica da mola e x é a distância de quanto a mola foi deformada da posição de equilíbrio. A força resultante, de acordo com Newton, é o diferencial de momento linear, $\frac{d\vec{p}}{dt}$, o \hat{i} é o versor da abcissa das coordenadas cartesianas. Sabendo que o momento linear é $\vec{p} = m\vec{v}$ e a massa m do bloco não muda, então temos que $\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$ e como $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, sendo v a velocidade e r a posição, como é unidimensional temos $\vec{r} = \hat{i}x$, obtemos a seguinte expressão:

$$\hat{i}m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx\hat{i} \quad (2.8)$$

$$\left(\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x\right)\hat{i} = 0 \quad (2.9)$$

Como o versor não é nulo, então,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (2.10)$$

Essa expressão matemática acima é o que descreve o movimento harmônico simples do experimento massa-mola com as condições já ditas. No caso, qualquer expressão do tipo,

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + cf(x) = 0 \quad (2.11)$$

Sendo $f(x)$ uma função e c uma constante diferente de zero, descreve um movimento do tipo harmônico simples unidimensional.

Essa equação é uma Equação Diferencial Ordinária (EDO). Por ter incógnitas e um termo de igualdade é uma equação, por ter derivadas de funções como termos é diferencial e devido as funções diferenciáveis serem dependente de somente uma variável ela é ordinária, caso contrário seria parcial, vemos isso na função posição x que depende somente da variável tempo t . Essa EDO é do tipo Homogênea de Segunda Ordem. Homogênea porque tem igualdade a zero e de segunda ordem porque um dos termos tem um diferencial que aconteceu duas vezes, no caso a função posição foi derivada duas vezes em termos da variável tempo.

Ao procurar as soluções da EDO, do exemplo massa-mola, usemos $x(t) = Ce^{\Lambda t}$, com C uma constante diferente de zero e Λ (lambda maiúsculo) uma constante qualquer, substituindo $x(t)$ na EDO obtemos,

$$\left(\Lambda^2 + \frac{k}{m}\right) Ce^{\Lambda t} = 0 \quad (2.12)$$

Como C diferente de zero e o termo em exponencial não é nulo nunca, então encontramos

$$\Lambda = \pm i \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.13)$$

Desse modo encontramos as seguintes funções soluções da EDO.

$$x_1(t) = C_1 e^{+i\omega t} \text{ e } x_2(t) = C_2 e^{-i\omega t} \quad (2.14)$$

onde C_1 e C_2 são constantes diferentes de zero, e é a constante de Euler, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, sendo ω chamada de frequência ângulo, $i = \sqrt{-1}$.

Pelo Princípio de Superposição, a soma ou subtração das soluções também é solução da EDO.

Ao usar a identidade de Euler,

$$e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\text{sen}(\theta) \quad (2.15)$$

Encontramos a seguinte solução geral,

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (2.16)$$

$$x(t) = C_1 e^{+i\omega t} + C_2 e^{-i\omega t} \quad (2.17)$$

$$x(t) = (C_1 + C_2)\cos(\omega t) + i(C_1 - C_2)\text{sen}(\omega t) \quad (2.18)$$

Acontece que matematicamente encontramos o termo complexo, no entanto termos complexos não têm significado físico, portanto, temos que a equação acima fica do seguinte modo,

$$x(t) = A\cos(\omega t) \quad (2.19)$$

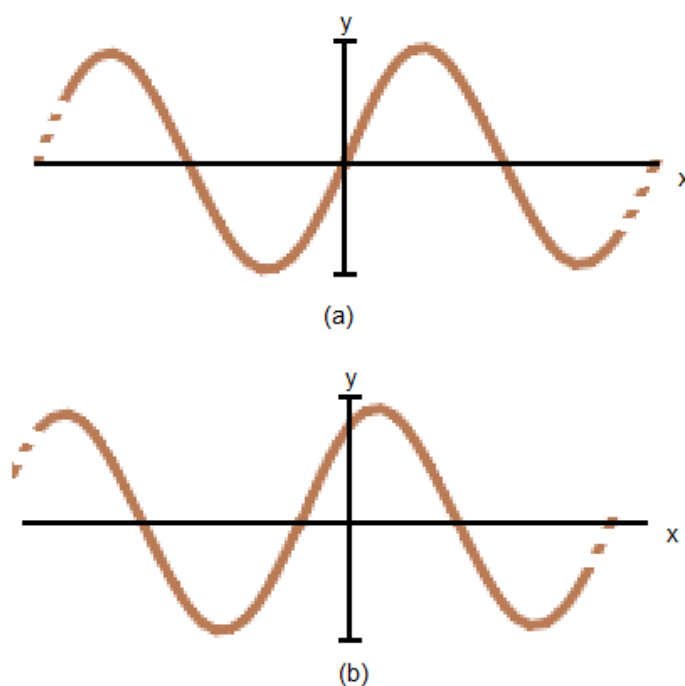
com $A = C_1 + C_2$ sendo a amplitude de oscilação e o termo complexo desconsideramos.

Repare que o gráfico de uma oscilação não necessariamente precisa começar, quando o tempo inicial for zero, no ponto máximo ou mínimo, dependendo pode começar com outro valor. Devido a isso surge um termo de dentro do arco da função cosseno, de modo que

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi) \quad (2.20)$$

sendo φ a diferença de fase, mas seu significado vai além disso, no caso de ondas, ao haver mais de uma podem ter uma sobreposição das mesmas de modo a formar uma onda resultante, mas nem sempre essas ondas têm mesma fase (o arco da função cosseno), ou seja, há uma diferença de fase entre elas, como mostra a figura a seguir.

Figura 2.5 - Diferença de fase entre duas ondas.



Fonte: Autor.

Uma função senoidal é um caso quando temos uma diferença de fase com valor igual a $\frac{\pi}{2}$ rad ou 90° .

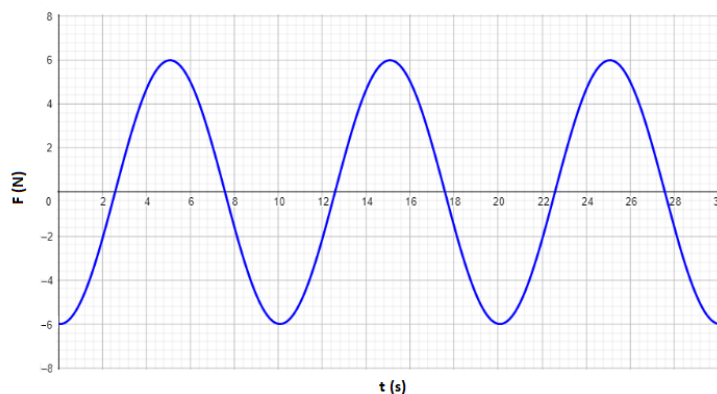
$$x(t) = A \sin(\omega t) = A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.20)$$

Como bem sabemos, a força dada pela lei de Hooke é diretamente proporcional ao deslocamento. Assim, substituindo a eq. (2.3) na eq. (2.5), descrevemos o comportamento da força em um comportamento do tipo MHS

$$F = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.21)$$

Onde seu comportamento pode ser representado graficamente pela figura 2.6

Figura 2.6 - Força em função do tempo.

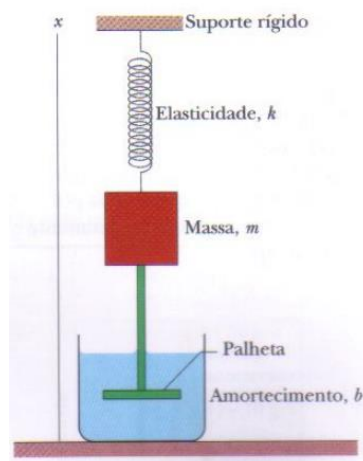


Fonte: Adaptada de André Vitor, geogebra acessado em 11/06/23.

2.1 MOVIMENTO HARMÔNICO AMORTECIDO

Como bem sabemos, os casos de MHS são casos ideais, pois, denota-se que o corpo oscile durante um período de tempo indeterminado. Em casos reais, um corpo oscila em um período de tempo limitado, o que implica que existe um agente externo que dissipa aos poucos o movimento de um corpo, chamamos esse comportamento de Movimento Harmônico Amortecido (MHA).

Figura 2.7 - Um sistema MHS do tipo massa-mola com amortecimento.



Fonte: HALLIDAY^[6].

Em um sistema massa-mola como da figura 2.7, temos acoplado ao bloco um amortecedor imerso em um fluido em que o mesmo exerce uma força de arrasto ao amortecedor e por conseguinte ao sistema. Nesse caso, o movimento do sistema é reduzido por essa força de arrasto que é proporcional a velocidade da palheta, dada por:

$$F_a = -bv \quad (2.22)$$

Onde b é um coeficiente de amortecimento, que esse varia de acordo com as características da palheta e do fluido, e v é a velocidade da palheta. Utilizando a segunda lei de Newton no sistema da figura 2.7,

$$-bv - kx = ma \quad (2.23)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (2.24)$$

O deslocamento da partícula pode ser obtido fazendo $x_1(t) = e^{\alpha t}$ como solução da equação (2.23),

$$e^{\alpha t}(m\alpha^2 + b\alpha + k) = 0 \quad (2.25)$$

Sendo $e^{\alpha t} \neq 0$,

$$m\alpha^2 + b\alpha + k = 0 \quad (2.26)$$

$$\alpha = -\frac{b}{2m} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}$$

2.2 MOVIMENTO HARMÔNICO FORÇADO

Se um sistema que oscila livremente é forçado por um agente externo, este passa a ser chamado de Movimento Harmônico Forçado (MHF). Como exemplo disso temos um tímpano que forçado a vibrar na presença do som, ou uma criança em um

balanço, onde ela sozinha balança livremente, até considerarmos que uma pessoa se aproxime e a empurre, forçando-a a aumentar a distância da oscilação em torno da posição de equilíbrio.

O deslocamento para esse tipo de situação é dado por:

$$x(t) = A \cos(\omega_e t + \varphi) \quad (2.27)$$

Onde ω_e é a velocidade angular externa, oriunda do agente causador do MHF.

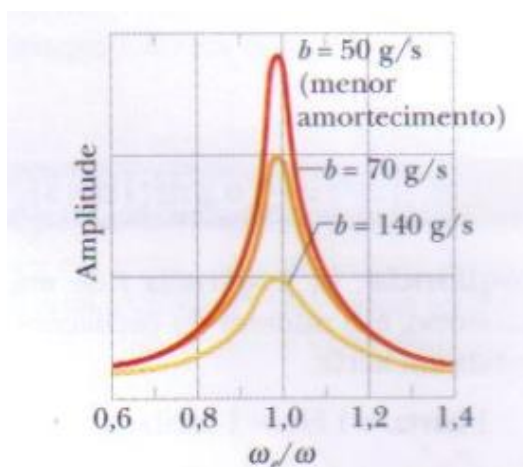
Se,

$$\omega_e = \omega \quad (2.28)$$

Teremos o efeito de ressonância.

Vamos retomar o caso da criança no balanço, ao ser empurrada por uma força externa em que a frequência é a mesma em que a criança está balançando, ela passa a ir mais longe, entretanto se a mesma mudar, a distância em torno da posição de equilíbrio vai diminuindo, fisicamente falando, quando um sistema livre oscila na mesma velocidade angular que o agente externo, as amplitudes do deslocamento e da velocidade aumentam consideravelmente. A relação entre as velocidades angulares é apresentada pela figura 2.8 a seguir:

Figura 2.8 - Amplitude em função da razão entre a velocidade angular externa e natural.



Fonte: HALLIDAY^[6].

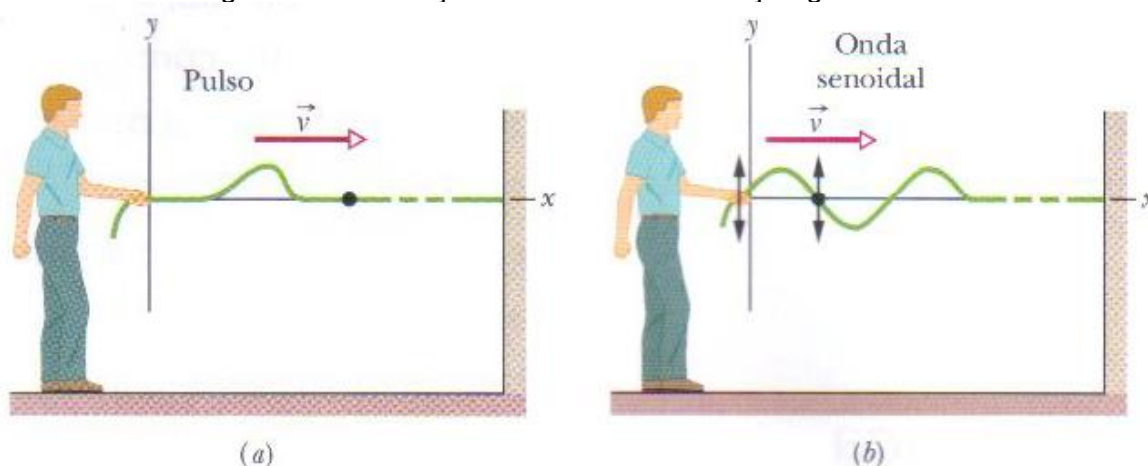
Pelo gráfico mostrado na figura 2.8, encontramos a razão $\frac{\omega_e}{\omega} = 1$ que por consequência nos mostra que para esse valor, a amplitude é máxima, e isso tem efeitos variáveis em alguns sistemas mecânicos. Na mesma temos o b como o coeficiente de amortecimento, sendo ele inversamente proporcional a razão $\frac{\omega_e}{\omega}$

3. ONDAS SONORAS

Antes mesmo de discutir o que seria uma onda sonora, devemos entender o que é uma onda, qual a sua relação com o meio que a envolve e qual a sua natureza segundo a física.

Mesmo que sem o conhecimento de física, todo indivíduo já possui certo discernimento do que é uma onda, e na maioria das ocasiões, quando questionados, a primeira imagem que vem é a das ondas do mar, por serem mais presentes no cotidiano ou em um diálogo, o que a princípio não está errado. Podemos definir a onda como uma oscilação que se propaga em qualquer meio material independente do estado físico, em que esta pode ocorrer em diversas frequências, velocidades como mostra a figura 3.1.

Figura 3.1 - Ilustração de como uma oscilação gera uma onda.



Fonte: adaptada de HALLIDAY^[6].

A onda pode ser classificada quanto à sua natureza de vibração, direção de vibração e grau de liberdade de propagação.

A natureza de vibração diz respeito ao meio no qual a onda se propaga, nesse caso temos as ondas mecânicas, nas quais somente se propagam em meios materiais como por exemplo o som, ou a onda que se propaga em uma corda, temos as ondas eletromagnéticas que podem se propagar em qualquer meio, inclusive o vácuo, temos como exemplo os raios-x, rádio, ultravioleta, etc.

Em relação a direção de vibração, temos dois tipos, que são as ondas transversais, em que estas oscilam perpendicularmente à direção de propagação, diferentemente da onda longitudinal que oscila e se propaga na mesma direção.

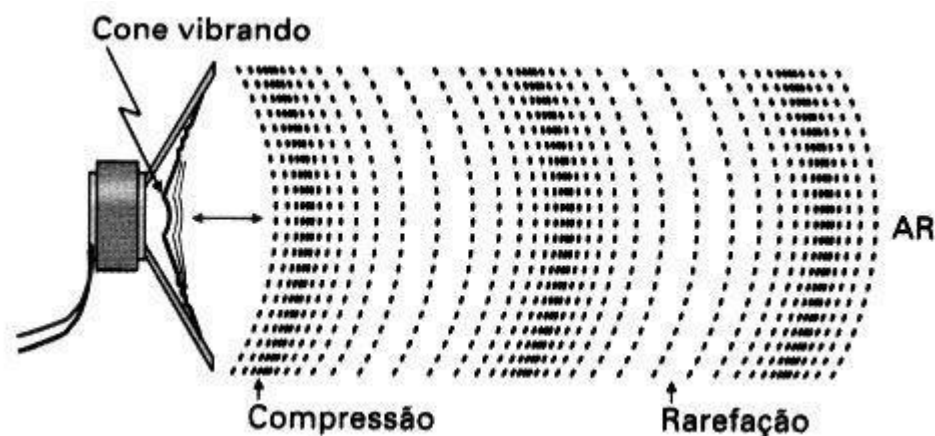
Nos graus de liberdade de uma onda, entre as distinções temos: unidimensional, bidimensional e tridimensional, ou seja, na unidimensional a onda se propaga somente em uma dimensão, nesse caso temos o exemplo da corda. Na bidimensional, a onda se propaga em duas dimensões, temos como exemplo as ondas do mar, e no caso da tridimensional pela lógica, se propaga em três dimensões, como exemplo, temos as ondas eletromagnéticas e as ondas sonoras, este último caso é o que nos importa.

Um dos conceitos mais importantes abordados em uma sala de aula é o das ondas sonoras, por este estar ligado diretamente com uma atividade que ocorre com maior frequência no cotidiano das pessoas, que é o ato de falar (emitir sons) e escutar (captar sons). Apresentar seu conceito com riqueza de detalhes e sua ligação com diversos contextos é essencial para um professor e para o LD que o mesmo esteja utilizando.

Diferentemente de uma onda eletromagnética, a onda sonora assim como algumas outras, precisa de um meio material para se propagar, não podendo ser propagada no vácuo, sendo então, classificada como onda mecânica, esta característica do som foi confirmada por Robert Boyle^[14] que colocou uma sineta em um recipiente de vidro, programou a sineta para tocar e retirou o ar desse recipiente. Então, no instante em que começou a tocar, ele pôde observar o movimento da sineta, mas não se ouvia o som. Tomemos como exemplo um som produzido em um violino, para ele existir, deve-se atritar a crina do arco nas cordas do mesmo, o atrito entre a

crina e as cordas causará perturbações no sistema (oscilações), essa vibração irá se propagar pelo corpo do instrumento e o mesmo irá causa pressões nas camadas de ar adjacentes a ele, fazendo com que o som se propague pelo espaço.

Figura 3.2 - Ilustração das pressões nas camadas de ar adjacentes à fonte sonora.



Fonte: <https://margarida19.wixsite.com/fisicoquimica/o-som>, acesso em 06/08/23.

Dado que a propagação do som acontece devido à compressão e descompressão do ar, a onda pode ser definida matematicamente em uma função senoidal ou cossenoidal que varia em tempo e posição, assim temos com relação ao deslocamento:

$$s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t) \quad (3.1)$$

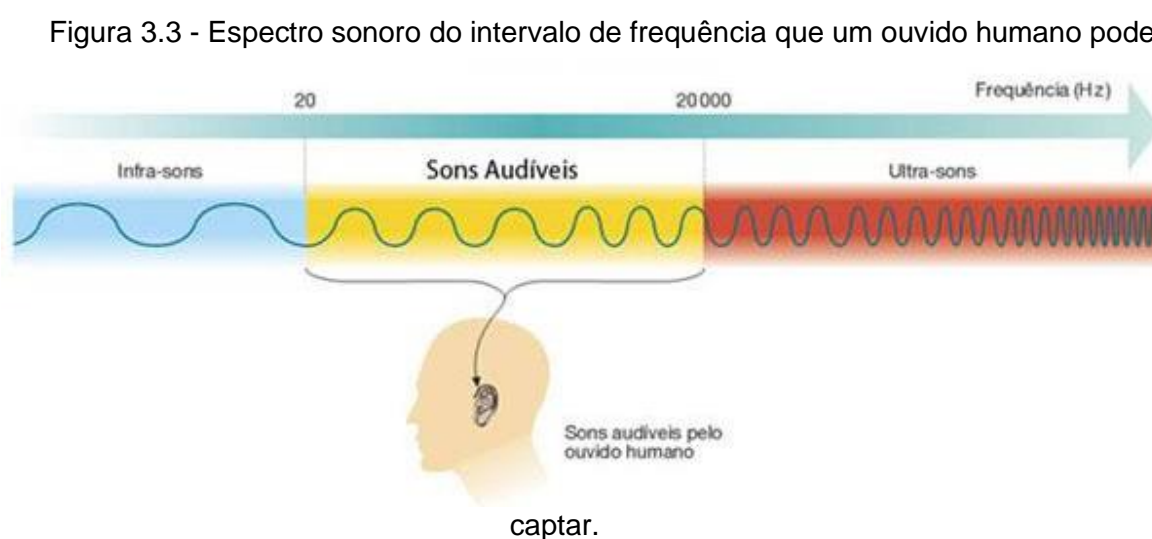
Onde $s(x, t)$ é o deslocamento, o fator s_m é a amplitude do deslocamento e $\cos(kx - \omega t)$ o termo oscilatório. Analogamente a esta equação acima, temos:

$$\Delta p(x, t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t) \quad (3.2)$$

Sendo $\Delta p(x, t)$ a variação de pressão das camadas de ar, Δp_m a amplitude da pressão, e $\sin(kx - \omega t)$ o termo oscilatório.

O som é munido de qualidades que estão associadas à sua característica ondulatória. Assim temos, altura, intensidade e timbre.

A altura é diretamente proporcional a frequência do som, ou seja, quanto maior a frequência, maior a altura, e é isso que difere a captação de sons agudos e graves. Entretanto, nós humanos só podemos ouvir um intervalo específico de frequência, sendo este chamado de som audível, esta faixa está compreendida entre 20Hz e 20kHz, apesar de que poucas pessoas conseguem ouvir fielmente os limites desse intervalo. O som no qual suas frequências ultrapassam esses limites são denominadas de infrassons e ultrassons. Podemos ver isso de forma mais didática na figura 3.3.



Fonte: <http://eeappaulas.blogspot.com/2013/04/aula-estrutura-do-ouvido.html>, acesso em 06/08/23.

Apesar da figura O uso do ultrassom cresceu enormemente em uma ampla variedade de campos, sendo a detecção de ultrassons e infrassons é usada em muitas tecnologias, como detecção de terremotos, sonar, realização de exames, etc. Além de alguns animais emitirem e captarem o ultrassom como morcegos, golfinhos e mariposas para se movimentar e comunicar.

Uma característica da onda da qual nos interessa bastante, é a capacidade de transportar energia. Com a onda sonora não seria diferente, a energia que uma onda sonora carrega está associada com a intensidade do som, e é isso que nos permite

diferenciar sons fortes de fracos. Conforme HALLIDAY^[5] (2009), A intensidade I de uma onda sonora em uma superfície é a taxa média por unidade de área com a qual a energia contida na onda atravessa a superfície ou é absorvida pela mesma. Matematicamente expresso por:

$$I = \frac{P}{A} \quad (3.3)$$

Onde P é a potência da onda sonora e A é a área da superfície que intercepta o som. Além da intensidade, medimos na prática o nível de intensidade sonora em decibéis, a partir da escala logarítmica, o motivo para ser usado escala logarítmica se dá devido a intensidade absoluta dos sons variar em uma escala muito grande. Outra razão é uma "lei" empírica psicofísica, devida a Weber e Fechner, segundo a qual a "sensação" produzida por um determinado estímulo é proporcional ao logaritmo da "excitação" (a razão das aspas é que é difícil quantificar o conceito psicológico de "sensação auditiva")^[5]. A tabela a seguir apresenta alguns exemplos:

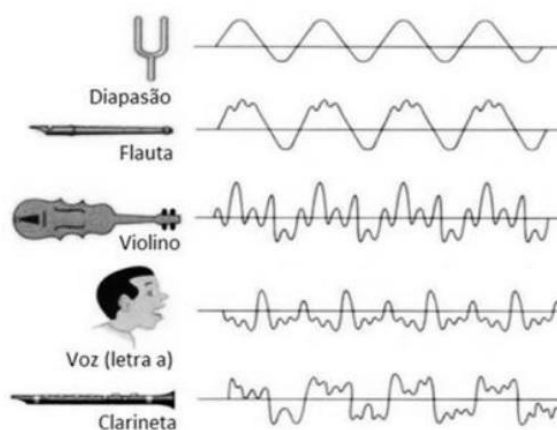
Tabela 2 - Ordem de grandeza de nível de intensidade sonora

Decibéis	Fonte
10 - 20	Canto dos pássaros
20 - 40	Sussurros entre pessoas
40 - 75	Conversas entre pessoas
75 - 80	Motores de carros
80 - 95	Britadeiras
95 - 120	Motores de aeronaves

Fonte: <https://www.indagacao.com.br/2020/05/encceja-2018-intensidade-sonora-e-medida-em-decibel-db-que-e-calculada-a-partir-do-logaritmo.html>. Acesso em 24/09/23.

O timbre está associado a característica da onda, assim, nos permitindo distinguir sons de mesma frequência e intensidade, mas de fontes sonoras diferentes, como mostra a figura a seguir.

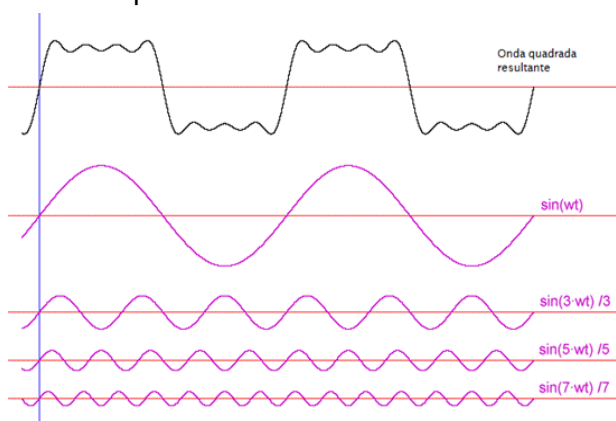
Figura 3.4 - Exemplos de ondas sonoras emitidas por fontes distintas.



Fonte: <https://blog.santoangelo.com.br/onda-amplitude-frequencia-harmonicos-timbreparte-2/>, acesso em 07/08/23.

Como vemos na figura 3.4, o padrão de onda sonora difere por fonte, mas também pode diferir entre fontes de mesma categoria, como dois violinos de marcas diferentes, motivo este que pode fazer um instrumento ser substancialmente mais caro que outro. Além das diferenças anatômicas de uma fonte, o timbre varia também de acordo com as condições externas, ou seja, o ambiente, uma vez que a onda sonora percorre um certo caminho até ser percebida, como o volume de ar do local, densidade do ar, umidade, etc. cabe lembrar que a percepção do timbre está relacionada com o somatório de frequências fundamentais da fonte sonora, pois o padrão de onda emitido pela fonte é um conjunto de vários harmônicos tocados ao mesmo tempo por essa fonte. Podemos ver essa soma de harmônicos na figura a seguir.

Figura 3.5 - Composição de uma onda quadrada a partir da soma de harmônicos, um padrão de onda parecida com a onda sonora do clarinete.



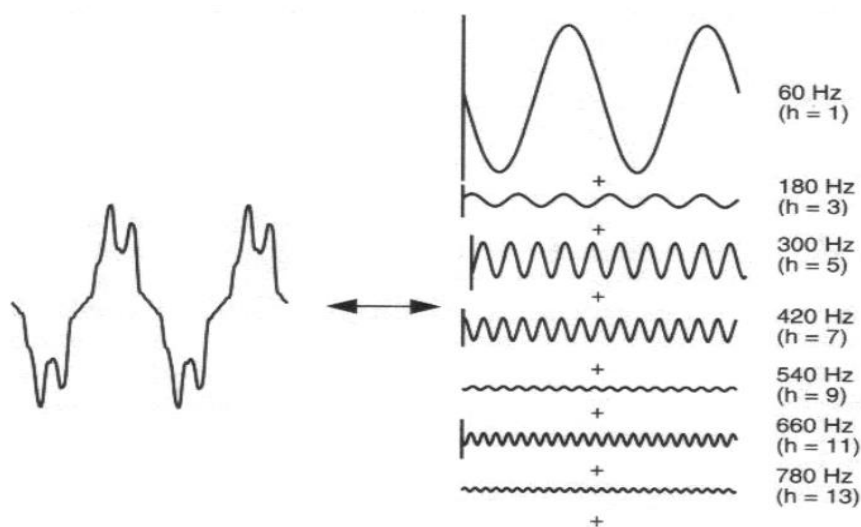
Fonte: <http://pds-usf.blogspot.com/2014/05/series-de-fourier-teorema-defourier.html>, acesso em 12/08/23.

4. O MOVIMENTO DAS CORDAS DO VIOLÃO E VIOLINO

Quando uma corda de violino vibra ela emite um som característico para aquele instrumento, assim conseguimos diferenciar por exemplo uma nota Lá = 440 Hz tocada por um violino de uma mesma nota Lá tocada por um violão, isso decorre do fato de que além da frequência fundamental emitida pela corda, outros harmônicos também são excitados, ou seja, o som que ouvimos e diferenciamos é uma composição da nota fundamental com esses harmônicos em conjunto, e não só isso, como para quem já tem uma certa experiência na área da música, consegue distinguir o som do mesmo instrumento só que em categorias diferentes, por exemplo, um violão qualquer para um profissional, devido a “qualidade do som”, que em termos científicos trata-se do conjunto de harmônicos.

No século XVIII, o matemático francês Jean Baptiste Joseph Fourier provou que qualquer forma de onda é um somatório de ondas senoidais de diferentes frequências, amplitudes e fases. Se a onda principal se repete num período de tempo, então as frequências de cada componente senoidal são múltiplas da frequência de uma onda chamada fundamental.

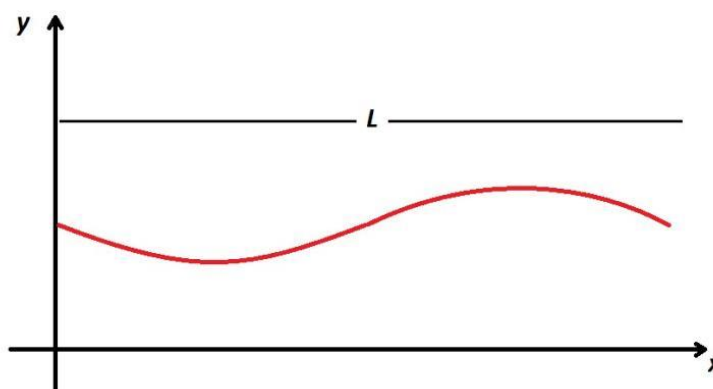
Figura 4.1 - Decomposição de uma onda através da série de Fourier.



Fonte: (LI, XU, & TAYJASANANT, 2003). Disponível em:
https://www.researchgate.net/figure/Figura-12-Decomposicao-de-uma-forma-de-onda-atraves-da-Serie-de-Fourier_fig2_268355743. Acesso em 20/08/23.

As séries de Fourier são uma ferramenta básica para resolver EDOs e EDPs cuja condição de contorno seja periódica. Assim, para uma corda fixa em suas extremidades, temos:

Figura 4.2 - Uma corda de comprimento L presa nas extremidades.



Fonte: Autor.

$$y(0, t) = y(L, t) = 0$$

$$y(x, 0) = f(x) \rightarrow \text{deslocamento inicial}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x, t)|_{t=0} = g(x) \rightarrow \text{velocidade inicial}$$

$g(x)$ é a velocidade inicial para cada ponto da corda. Essas são as condições iniciais e de contorno para a equação de movimento em uma corda fixa. Assim, dada a equação de onda

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (4.1)$$

Antes de continuar, adiantamos que usaremos o método de separação de variáveis para resolver a equação acima, no entanto, fica um adendo de que, nessa presente seção, estamos fazendo isso para encontrarmos um tipo de função de onda que funcione como solução da EDP e que satisfaz as condições previamente consideradas. Ao fazermos isso encontramos uma função específica, porém, até o nível estudado, não foi encontrado na literatura de que “não” haja uma função de onda que satisfaça a EDP acima e que não seja escrita como produto de duas funções. Portanto, fica a entender que durante o desenvolvimento das contas abaixo estamos procurando encontrar uma função específica para descrever o comportamento de uma corda fixa nas duas extremidades, por meio de suas condições iniciais, que se aproxima do comportamento real, mas essa função não necessariamente descreve seu comportamento com exatidão, mas sim suficientemente.

Usando o método de separação de variáveis

$$y(x, t) = X(x)T(t), \quad (4.2)$$

Obtemos:

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2X}{dx^2} = \frac{1}{v^2T(t)} \frac{d^2T}{dt^2} \quad (4.3)$$

Veja que o lado esquerdo da igualdade depende somente de x , e o lado direito depende de t , para que isso seja verdade, eles devem ser iguais a uma constante e, portanto, podemos escrever da seguinte maneira

$$\frac{d^2X}{dx^2} = KX(x) \text{ e } \frac{d^2T}{dt^2} = Kv^2T(t)$$

Sendo K constante.

Transformamos a EPD em duas EDOs, agora procuramos a solução separadamente tornando muito mais fácil. Para resolver essas EDOs de segunda ordem homogênea com coeficientes constantes, devemos obter uma equação característica associada à mesma, que é uma equação linear do segundo grau do tipo

$$ar^2 + br + c = 0$$

Para isso escrevemos $X(x)$ da seguinte maneira,

$$X(x) = Ae^{\delta x} \quad \therefore \quad \frac{d^2 X}{dx^2} = \delta^2 X(x) \quad (4.4)$$

Isso é porque a função exponencial tem como característica que sua derivada é um múltiplo dela mesma por uma constante. Ao substituirmos (4.4) na EDO em termos de x , encontramos,

$$\delta^2 = K \quad \therefore \quad \delta = \pm\sqrt{K}. \quad (4.5)$$

Se $K > 0 \quad \therefore \quad X(x) = Ae^{+\sqrt{k}x} + Be^{-\sqrt{k}x}$; mas $X(0) = 0 \neq X(L)$

Se $K = 0 \quad \therefore \quad X(x) = A + Bx$; mas $X(0) = 0 \neq X(L)$

Portanto $K < 0 \quad \therefore \quad K = -k$; com $k > 0 \quad \therefore \quad \delta = \pm i\sqrt{k}$, assim

$$X(x) = Ae^{i\sqrt{k}x} + Be^{-i\sqrt{k}x} \quad (4.6)$$

$$X(x) = A[\cos(\sqrt{k}x) + i\text{sen}(\sqrt{k}x)] + B[\cos(\sqrt{k}x) - i\text{sen}(\sqrt{k}x)]$$

$$X(x) = (A + B)\cos(\sqrt{k}x) + i(A - B)\text{sen}(\sqrt{k}x)$$

$$X(x) = C\cos(\sqrt{k}x) + D\text{sen}(\sqrt{k}x) \quad (4.7)$$

Sendo, $C = A + B$ e $D = i(A - B)$, temos

$$X(0) = 0 \quad \therefore \quad C = 0$$

$$X(L) = 0 \quad \therefore \quad D\text{sen}(\sqrt{k}L) = 0; \text{ com } D \neq 0 \quad (4.8)$$

Então,

$\text{sen}(\sqrt{k}L) = 0 \quad \therefore \quad \sqrt{k}L = n\pi \quad \therefore \quad \sqrt{k} = \frac{n\pi}{L}$, sendo n um número natural incluindo zero.

$$X_n(x) = D_n \text{sen} \left(\frac{n\pi}{L} x \right) \quad (4.9)$$

Agora temos:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} = K v^2 T(t) \text{ com } K = -k \text{ e } k > 0 \quad (4.10)$$

Fazemos o mesmo que fizemos para $X(x)$, seja

$$T(t) = A' e^{\lambda t} \quad \therefore \quad \frac{d^2 T}{dt^2} = \lambda^2 T(t), \quad (4.11)$$

Portanto,

$$\lambda^2 = -k v^2 \quad \therefore \quad \lambda = \pm i v \sqrt{k}. \quad (4.12)$$

Como já vimos acima que $\sqrt{k} = \frac{n\pi}{L}$, então

$$T_n(t) = A'_n e^{i v \frac{n\pi}{L} t} + B'_n e^{-i v \frac{n\pi}{L} t} \quad (4.13)$$

Assim como fizemos para $X(x)$, fazemos para $T(t)$ e reescrevemos da seguinte maneira,

$$T_n(t) = a'_n \cos \left(v \frac{n\pi}{L} t \right) + b'_n \text{sen} \left(v \frac{n\pi}{L} t \right) \quad (4.14)$$

Onde, $a'_n = A' + B'$ e $b'_n = i(A' - B')$

Portanto, substituindo $X_n(x)$ e $T_n(t)$ obtemos,

$$y_n(x, t) = \left[a'_n \cos \left(v \frac{n\pi}{L} t \right) + b'_n \text{sen} \left(v \frac{n\pi}{L} t \right) \right] D_n \text{sen} \left(\frac{n\pi}{L} x \right)$$

Para cada n temos uma solução, lembrando que a soma das soluções também é solução, a solução geral é escrita da seguinte maneira.

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a'_n \cos\left(v \frac{n\pi}{L} t\right) + b'_n \operatorname{sen}\left(v \frac{n\pi}{L} t\right) \right] D_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (4.15)$$

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\alpha_n \cos\left(v \frac{n\pi}{L} t\right) + \beta_n \operatorname{sen}\left(v \frac{n\pi}{L} t\right) \right] \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (4.16)$$

Com $\alpha_n = a'_n D_n$ e $\beta_n = b'_n D_n$,

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{n\pi}{L} v \alpha_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} vt\right) + \frac{n\pi}{L} v \beta_n \cos\left(\frac{n\pi}{L} vt\right) \right] \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (4.17)$$

Agora para $t = 0$.

$$y(x, 0) = f(x) \quad \text{e} \quad y(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right). \quad (4.18)$$

Logo,

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x, t)|_{t=0} = g(x) \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t}|_{t=0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{L} v \beta_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right). \quad (4.21)$$

Dessa forma,

$$g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{L} v \beta_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \quad (4.22)$$

Note que $f(x)$ e $g(x)$ são séries de Fourier, portanto seus coeficientes são,

$$\alpha_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx \quad (4.23)$$

$$c_n = \frac{2}{L} \int_0^L g(x) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx \quad (4.24)$$

Em que $c_n = \frac{n\pi}{L} v\beta_n$.

Depois do presente cálculo, fica a dúvida, onde chegamos com tudo isso? Acontece que conseguimos sintetizar como descrever, suficientemente próximo, o comportamento real de ondas analisada, para isso basta usar Séries de Fourier. Desta maneira obtemos uma facilidade no entendimento dos diversos tipos de ondas e possíveis aplicabilidades nas diversas áreas do conhecimento e desenvolvimento para humanidade.

5. ANÁLISE E DESCRIÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS

O Livro é a base de toda a construção educacional, para o professor, ela é essencial para a construção da aula, do planejamento e das avaliações. Dessa forma é necessário que se avalie bem tal material, pois, por mais que se tenha atualmente o uso da tecnologia na educação, no que diz respeito à utilização, o livro ainda sim é o precursor mais ativo do conhecimento.

Algumas avaliações se dão inicialmente de forma periódica através do Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD), a fim de adaptar o conteúdo conforme os avanços na tecnologia e informação. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)^[7]:

O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileiro. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento (BRASIL, p.13, 1997).

É fundamental que se tenha em mente que por diversas vezes o LD é o único material de apoio a que um professor pode recorrer para transmissão do conteúdo. Nesse caso, o ensino de física a partir do LD deve fugir de práticas que limitem o aluno a somente memorização de fórmulas e padronização de procedimentos, buscando

apresentar uma melhor contextualização, mais próxima da vivência dos alunos. Assim, um professor deve saber avaliar e escolher o livro ao qual pretende utilizar, de forma a atender a necessidade de despertar nos alunos a curiosidade científica.

Os conteúdos de acústica nos LDs serão analisados com base em algumas competências e habilidades relevantes apresentados pelos PCNs^[7]:

Representação e comunicação:

- Expressar-se corretamente utilizando a linguagem física adequada e elementos de sua representação simbólica.
- Apresentar de forma clara e objetiva o conhecimento apreendido, através de tal linguagem.

Investigação e compreensão:

- Desenvolver a capacidade de investigação física. Classificar, organizar, sistematizar. Identificar regularidades. Observar, estimar ordens de grandeza, compreender o conceito de medir, fazer hipóteses, testar.
- Construir e investigar situações-problema, identificar a situação física, utilizar modelos físicos, generalizar de uma à outra situação, prever, avaliar, analisar previsões.

Contextualização sociocultural:

- Reconhecer o papel da Física no sistema produtivo, compreendendo a evolução dos meios tecnológicos e sua relação dinâmica com a evolução do conhecimento científico
- Estabelecer relações entre o conhecimento físico e outras formas de expressão da cultura humana.

Após verificar os livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e no Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) mais recentes, encontram-se 2 coleções de física que foram analisadas e

estão descritas na Tabela 3, juntamente com 2 livros de física mais antigos com relação aos anteriores.

Tabela 3 - Livros didáticos analisados.

LIVRO	AUTORES	ANO DO PNL D/PNLEM	EDITORIA
Física volume único	José Luiz Sampaio e Caio Sérgio Calçada	2009, 2010, 2011	Atual Editora
Compreendendo a física	Alberto Gaspar	2018,2019,2020	Editores Ática
Coleção: física aula por aula	Claudio Xavier e Benigno Barreto	2018,2019,2020	FTD
Ciências da Natureza: ciência, tecnologia e cidadania, vol. 6	Leandro Godoy, Rosana Maria Dell Agnolo, Wolney C. Melo	2021,2022,2023	FTD

Fonte: Autor.

Os textos de Claudio e Benigno, José Luiz Sampaio e Caio Sérgio Calçada inicia a apresentação do conteúdo no capítulo 17 da unidade 6 com o título de “Cordas vibrantes”, introduzindo um exemplo de como funciona a vibração das cordas a partir de uma fotografia de um quarteto de cordas e posteriormente introduzindo o conceito de propagação de uma onda em uma corda, exemplificando a partir de ilustrações, como na figura 5.1, utilizando deste meio para conceituar o que seria uma onda estacionária. Partindo disso, o texto apresenta várias ilustrações para mostrar os possíveis modos vibracionais de uma corda, e apresentação e reproduzindo uma equação para cada modo de vibração da corda, de uma forma repetitiva até chegar em uma equação genérica para o cálculo da frequência e do comprimento de onda de cada harmônico.

Figura 5.1 - Abordagem do texto acerca de cada modo de vibração.

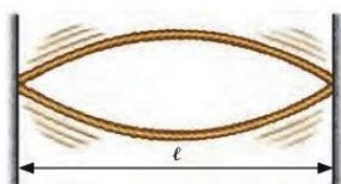


Figura 1.

- O primeiro modo de vibração é denominado **fundamental** ou **primeiro harmônico**, correspondendo a nós nas extremidades e um ventre no ponto médio (Figura 1).

Para calcular o comprimento de onda e a frequência do primeiro harmônico, consideramos:

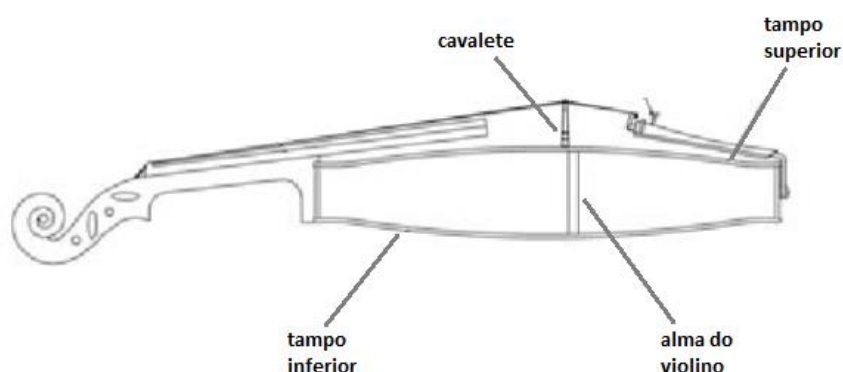
$$\ell = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2\ell$$

$$v = \lambda f \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2\ell}$$

Fonte: Claudio e Benigno (2016)^[3].

Na página 266, ao falar da produção do som e das cordas vibrantes, o autor afirma que “quando a corda de um instrumento musical é colocada é tensionada ou atritada de modo a vibrar com certa frequência, a vibração se transmite para o ar nas vizinhanças da corda, e uma onda sonora é originada”. Ainda que isto seja correto, não é, majoritariamente, por esta transferência da perturbação da corda para o ar que ouvimos o som do instrumento, pois tal transferência é pouco eficiente, uma vez que as cordas são relativamente finas. Os instrumentos de cordas possuem caixas ressonantes com tampos cujas áreas são maiores que a da corda, otimizando tal transferência. Sem as caixas ressonantes os sons emitidos por esses instrumentos seriam quase inaudíveis. Ao contrário do que os autores afirmam, a transferência da vibração da corda para a caixa ressonante do violino se dá pelo cavalete e posteriormente pela “alma” do violino, respectivamente são peças de madeira colada no tampo superior, onde as cordas são fixadas e no interior, ligando o tampo superior e inferior forçando todo o corpo do instrumento a vibrar, como mostra a figura 5.2.

Figura 5.2 - Partes do violino que influenciam na dispersão do som.



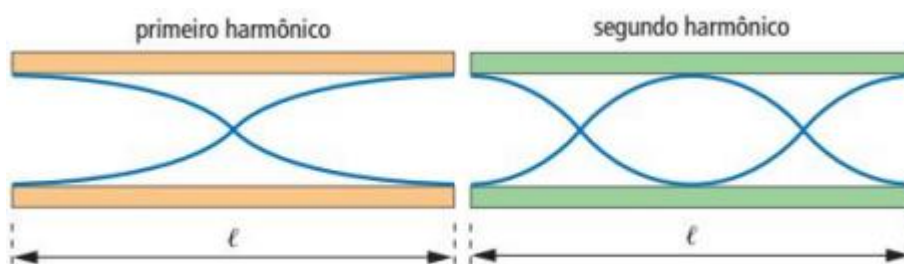
Fonte: Adaptada de

https://www.researchgate.net/publication/243582790_A_fisica_do_violino, acesso em 01/10/23

Seguindo o conteúdo posterior à figura 5.1, o texto retorna a replicar os exemplos para os próximos harmônicos, replicando também as equações para os mesmos, de forma que o conteúdo se atenha somente a isso, para que seja aplicado de forma mais prática os exercícios resolvidos e propostos.

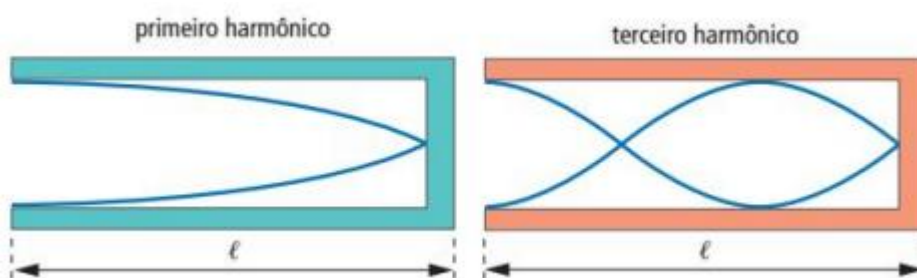
Na próxima subseção, o texto inicia falando de “Tubos sonoros”, mostrando também, a partir de ilustrações, os tipos de instrumentos sonoros que emitem sons a partir do deslocamento do ar dentro dos tubos. Assim, ele separa os tipos de tubos em abertos e fechados, e conceitua-os em tópicos diferentes explicando suas diferenças, e, de forma repetitiva, apresenta ilustrações dos modos normais de vibração de cada tipo de tubo, reproduzindo também as equações para os comprimentos de onda e frequência para cada modo normal de vibração, conforme mostra as figuras 5.3 (a) e 5.3 (b).

Figura 5.3 (a) - Ilustração presente no livro acerca do 1° e 2° modo normal de vibração em tubos sonoros abertos.



Fonte: Adaptado de Claudio e Benigno (2016)^[3].

Figura 5.3 (b) - Ilustração presente no livro acerca do 1° e 2° modo normal de vibração em tubos sonoros fechados.

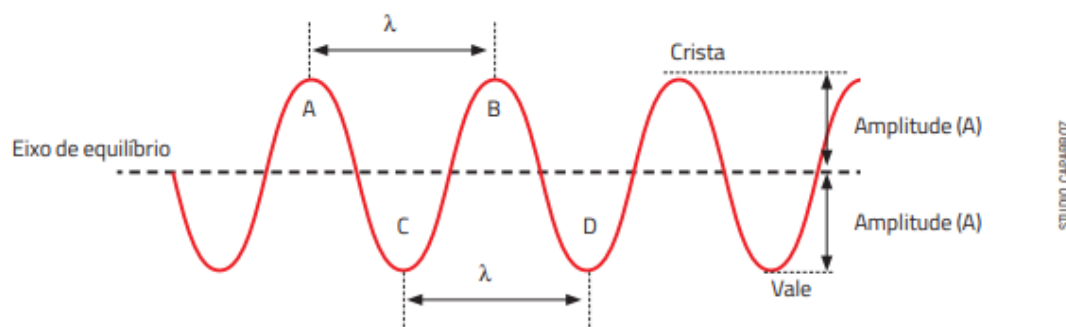


Fonte: Adaptado de Claudio e Benigno (2016)^[3].

Assim, os livros terminam o tópico de “cordas vibrantes” e “tubos sonoros” introduzindo algumas páginas de exercícios, dedicando somente ao conteúdo no geral 4 páginas, que, em sua maioria, se limita somente a ilustrações e replicação de equações.

Na coleção “Ciências da Natureza”, o livro pouco fala sobre o som, iniciando o texto no tema 1 da unidade 4, conceituando o efeito doppler a partir de um exemplo simples ilustrado por uma figura de forma bem superficial, sem antes falar sobre a velocidade do som e como se dá sua propagação, onde somente em um tópico posterior é mostrado isso ao falar de ondas mecânicas, em que o texto cita brevemente que o som é um exemplo de onda mecânica. Além disso, o livro apresenta exemplos de ondas periódicas, mostrando terminologias que remetem ao aluno apenas a ler e decorar.

Figura 5.4 - Representação gráfica de uma onda periódica apresentada no livro.



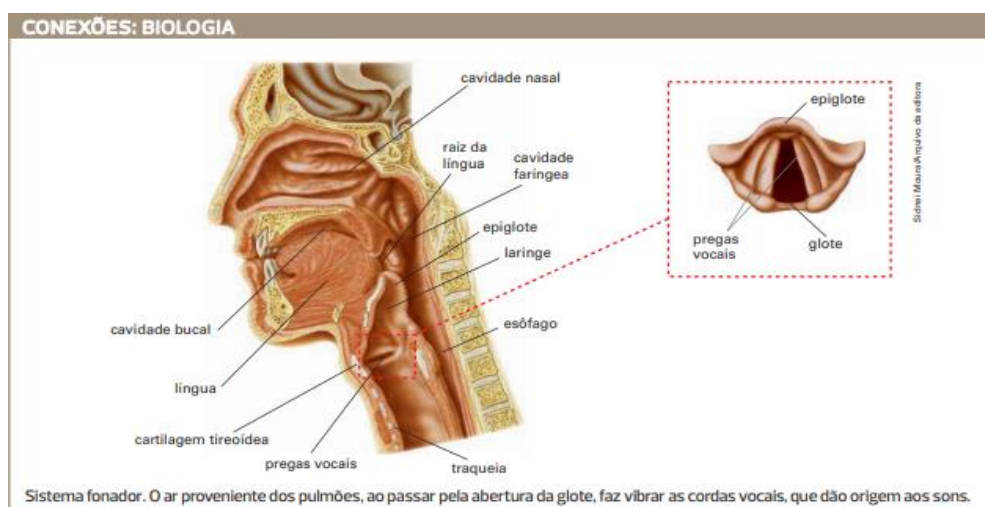
» Principais elementos de uma onda periódica.

Fonte: Multiversos Ciências da Natureza: ciência, tecnologia e cidadania (2020)^[8].

O livro trata de uma forma superficial o conteúdo de ondas, ao contrário de se aprofundar no tema, falando sobre os tipos de onda como o som e a luz, e suas influências na natureza e no cotidiano dos alunos que o leem, separando o aluno de sua curiosidade e o forçando a ler e decorar certas equações e terminologias que muito embora lhe servirão como benefício intelectual ou prático.

O livro de Alberto Gaspar, a julgar superficialmente, nos mostra bastante promissor no que tange a atender os critérios dados pelos PCNs, iniciando o conteúdo no capítulo 4 da unidade 1, fazendo inicialmente um apanhado histórico do som, e posteriormente apresentando o assunto de uma maneira bastante diferente dos demais livros analisados, em que o mesmo divide o capítulo entre instrumentos de corda, sopro e percussão, ao invés de apresentar de forma ínfima como todos os outros livros sobre “cordas vibrantes” e “tubos sonoros”, além de apresentar a seção “conexões”, em que é usado o conceito apresentado para exemplificar situações reais em que ocorrem tais fenômenos, como o exemplo do som produzido por nossa voz, conforme a figura 5.4.

Figura 5.5 - Apresentação da seção “conexões” do livro, em que o mesmo trabalha a interdisciplinaridade.

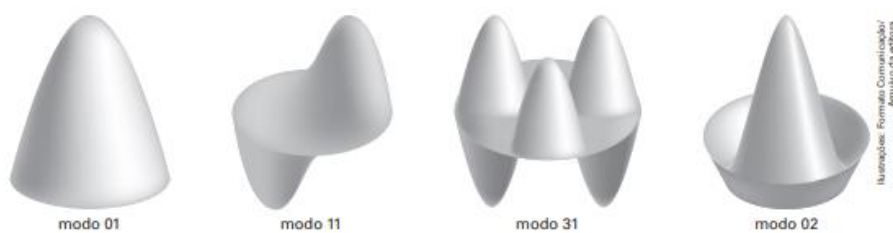


Fonte: GASPARGASPAR, Alfredo (2013)^[9].

Após introduzir o conceito de som e algumas qualidades, o livro fala separadamente sobre a física de cada tipo de instrumento, começando pelas cordas, onde, diferentemente dos livros analisados, este apesar do uso exagerado de ilustrações, não abusa da dedução de equações para cada modo de vibração, mas explica com alguns detalhes cada variável envolvida na produção do som por um instrumento de corda, como a ressonância do corpo do instrumento, a perturbação das cordas e como se forma um harmônico, finalizando este tópico com exercícios de aplicação de conceito.

Finalizando os exercícios sobre cordas, o texto inicia o conteúdo de instrumentos de sopro, conceituando a formação das ondas estacionárias sonoras formadas dentro de um tubo, explicando-as a partir dos efeitos de pressão de ar no interior do mesmo a partir de ilustrações, e, assim como nos demais livros analisados, exagerando um pouco nas deduções das equações e mais ainda em ilustrações. Após a aplicação do exercício, o texto faz uma breve apresentação sobre instrumentos de percussão e como se dão os modos fundamentais de vibração nos mesmos.

Figura 5.6 - Apresentação do livro dos modos normais de vibração em certos instrumentos de percussão.



Fonte: GASPAR, Alfredo (2013)^[9].

Após a análise geral do que foi apresentado nos 4 livros, destacamos algumas considerações pertinentes ao seguimento do trabalho:

- Há uma forte abstração na apresentação dos conceitos, não havendo preocupação em contextualizar esses conteúdos com situações próximas da vivência dos estudantes.
- Os conceitos em questão são apresentados de uma forma superficial, considerando apenas os aspectos físicos envolvidos e aplicação de equações matemáticas para fins de resolução de exercícios.
- Há um uso excessivo de ilustrações, em que, ao invés de auxiliarem na elucidação dos textos escritos, servem apenas como adorno, cujo objetivo maior é tornar o texto mais atraente e colorido.
- Há um exagero na utilização de equações para explicar os fenômenos, se preocupando unicamente com a dedução matemática do que a influência de cada grandeza física no comportamento de cada vibração.
- O nível dos exercícios não apresenta uma evolução gradual na dificuldade em que a mesma oscila bastante ou se mantém constante, limitando o aluno a só memorizar mecanismos para solucioná-los, ou ainda, exigir do mesmo uma abstração a qual ele ainda não está familiarizado.

Segundo Cox^[11],

“Há obviamente dificuldades em planejar um livro texto conveniente para crianças numa larga faixa de habilidades. Como os conceitos são colocados em contexto, as palavras usadas e as ideias desenvolvidas, precisam levar em conta a idade, a habilidade e a compreensão de cada criança, mas nunca deveriam confundir a precisão científica”. Em outras palavras, uma "síntese" não tem necessariamente que resultar numa "distorção”.

Assim, os textos quando se atentam a explicar sobre os instrumentos que produzem o som, o fazem de forma bastante superficial, se limitando a explicar sobre “cordas vibrantes e tubos sonoros”, deixando de lado toda a discussão que a nosso ver são pertinentes para facilitar o entendimento do aluno que o lê, como a diferença entre som e ruído, os diferentes padrões de onda formados pelas cordas de um violão, a influência do corpo do violão na emissão do som ou mesmo a relação matemática e gráfica entre as ondas produzidas pelo corpo do violão, pelas cordas e pelas áreas adjacentes ao instrumento.

5.1 PROPOSTA DIDÁTICA

Mais recentemente, avaliações de cunho educacional como o PISA^[13] e o ENEM têm mostrado objetivamente a falta de preparo da maioria dos alunos para a aprendizagem, incluindo dificuldades em aplicar conhecimentos a situações que representam problemas cotidianos e baixo desempenho quando solicitados a interpretar textos, explicar sua aprendizagem, expressar soluções e desenvolver expressões matemáticas.

O último teste PISA^[13], mostrou que 68,1% dos alunos são inferiores em matemática, 55% em ciências e 50% em leitura, o que os coloca em último lugar. Este é um atraso significativo em comparação com países menos desenvolvidos, indicando que o trabalho nas competências necessárias é essencial para o pleno desenvolvimento dos alunos (INEP, 2019).

De certa forma, sabemos que a falta de progresso na educação brasileira não está diretamente ligada a falta de financiamento, mas sim, de como ele é distribuído, pois, ao analisarmos países com alto desempenho dos estudantes, ao que tudo indica,

o sucesso está na maneira como os recursos são usados em todo o sistema, desde infraestrutura das escolas, políticas públicas de incentivo e até a constante capacitação dos professores. Um estudo da OCDE feito em 2019 mostra que o país investiu uma média de 5,6% do seu PIB na área de educação, uma porcentagem acima da média de 4,4% das nações da OCDE^[16].

No que diz respeito ao investimento em educação no Brasil, um dos problemas está na qualidade e na execução dos gastos. O país teve um baixo desempenho no PISA, a principal avaliação internacional de desempenho escolar, ocupando a 54ª posição. Dessa forma, precisamos repensar sobre uma reestruturação da educação, partindo inicialmente do LD, uma vez que ele é a conexão entre o aluno, professor e escola.

Como dito no presente trabalho, muitas vezes o professor se limita a construir sua aula com base no LD fornecido a ele, entretanto, em sua maioria o LD apresenta o conteúdo de ondas sonoras de forma muito ínfima, restringindo ao professor lecionar o mesmo com demasiada carência. Em razão disso, faz-se mister, alternativas para contornar essas aulas sem muita interatividade com os fenômenos físicos, e sim, com aplicação direta das fórmulas matemáticas.

Como proposta, temos alguns pontos interessantes a serem apresentados de forma a ressignificar o ensino de ondas sonoras, fugindo do modo ortodoxo de ensino que baseia meramente em ouvir, escrever, memorizar e reproduzir conhecimentos.

Uma dessas propostas é direcionada à Aprendizagem Significativa segundo a teoria de Ausubel^[17], em que o processo por meio do qual a nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos ou proposições preexistentes na estrutura cognitiva do aluno. Assim, é aberto espaço para discussões sobre o que o aluno já conhece ou tem como experiência particular do tema, trazendo o conhecimento prévio que o mesmo possui, considerando suas concepções alternativas e espontâneas sobre o tema a ser trabalhado, criando uma ponte entre essa concepção e a temática

a ser abordada pelo professor, dando direcionamento a discussão até que o aluno seja levado a entender que a concepção científica envolve um saber socialmente construído e sistematizado, através de metodologias específicas do ambiente escolar. A partir deste método, o aluno se torna mais participativo e incluso no processo de ensino-aprendizagem, além de tornar o conhecimento científico mais próximo de sua vivência.

Os alunos do ensino médio, em sua maioria, apresentam dificuldades em se relacionar com a disciplina de física, ainda que ela esteja presente em grande parte do seu cotidiano. Certas visualizações de conceitos científicos, por mais sentido que possam fazer, são meras abstrações para os alunos. Partindo desse princípio, tem-se como proposta, a inserção de experimentos de física com materiais de fácil acesso, pois, a partir daí o aluno sentirá ávido a entender o conceito por trás do que está sendo produzido no experimento, além de diminuir o estigma associado à disciplina de física em que os alunos acreditam que a mesma seja difícil de trabalhar por ser munida de expressões matemáticas e análises de situações-problema.

Para contornar a problemática de um ensino baseado em memorizar fórmulas e conceitos, é necessário que façamos uma ponte entre o que, e como deve ser transferido ao aluno os conteúdos de física. Assim, é preciso que durante o planejamento se tenha ciência de que só o LD não é suficiente para transmitir de forma eficaz e panorâmica o conteúdo de ondas sonoras. Para isso, é sugerido a utilização desses experimentos com materiais de fácil acesso, assim como, pode-se utilizar também, a depender de certos recursos, a Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) no ensino de acústica em geral, afim de potencializar nos alunos uma visão geral e contextualizada do tema em estudo e dos fenômenos físicos e suas variações a partir das grandezas associadas a eles, como exemplo dessas TICS, temos os simuladores virtuais, em que estes, complementam certas carências deixadas pela proposta anterior, uma vez que os simuladores nos trazem algumas soluções bastante pertinentes como reproduzir situações que envolvem itens caros e, por vezes, indisponíveis aos ambientes escolares, como circuitos eletrônicos, ou mesmo, fugir

de situações seriam perigosas de serem realizadas na prática, devido a segurança de estar trabalhando com um laboratório virtual.

Uma outra alternativa para solução de um problema que está cravado nos conteúdos de cordas vibrantes e tubos sonoros, ou mesmo nos livros de física em geral, é atualização nas situações-problema apresentadas aos alunos para resolução, pois, muitas das vezes os livros apresentam situações que fogem da realidade, dificultando a interpretação do aluno. Assim, se faz necessário uma atualização que crie situações-problemas separadas por níveis, a fim de acompanhar os níveis de aprendizado do aluno, e estimular o mesmo a criar gosto pela disciplina uma vez que ele passe ter mais proximidade com a mesma.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com este trabalho, fomos capazes de discutir e analisar os livros didáticos de física, que são uma grande ferramenta e ponte de ligação entre o professor, aluno e conhecimento a ser transmitido e absorvido, tal análise, teve como objetivo explicitar um problema bastante corriqueiro no que diz respeito à forma como é abordado os conteúdos de modos normais de vibração, em que esses conteúdos são demasiados vagos na apresentação de conteúdo, ocupando os livros de ilustrações e demonstrações repetitivas de fórmulas, fazendo o aluno desviar da sua função de busca pelo conhecimento, sem questionamentos, passando a ter um único objetivo que é decorar tais fórmulas e exemplos vagos para aplicar nas avaliações e posteriormente cair no esquecimento.

A partir da análise foram levantados alguns pontos importantes com relação ao LD:

- Os livros didáticos demandam poucas páginas de conceitos e exemplos que abordam o tema de modos normais de vibração, dificultando o trabalho do professor em planejar sua aula, uma vez que o livro deixa algumas lacunas com relação à conteúdo.

- Há uma forte abstração na apresentação dos conceitos, não havendo preocupação em contextualizar tais conteúdos com situações próximas da vivência dos estudantes.
- Há um excesso de ilustrações que pouco ajudam na compreensão do conteúdo ou das expressões matemáticas.
- Existe uma defasagem nos níveis das situações-problema, exigindo uma maior abstração do aluno durante o primeiro contato no momento da resolução de questões.

Partindo de premissa, neste trabalho apresentamos algumas soluções em cima das problemáticas discutidas, a partir dos PCNs e da BNCC, a fim de solucionar as mesmas, facilitando não só a compreensão do aluno que está tendo seu contato com o conteúdo, como também, o trabalho do professor ao transmitir a matéria para o aluno.

Conclui-se que, pelo LD ser em sua maioria o único material de apoio para o professor e para o aluno, servindo de orientação para ambos, é necessário que estes recorram a outras formas de ensino-aprendizagem consoante ao uso do livro, como foi citado no presente trabalho, para que seja estimulado a curiosidade e o amor do aluno pela ciência, pois, a física é importante na cidadania, está na base das tecnologias, e é bastante útil para o cotidiano de quem sabe usar, para isso, é importante que o professor busque estimular a curiosidade dos alunos durante a transmissão do conhecimento, visto que, “não tem sentido ensinar física sem despertar o interesse dos alunos” (MOREIRA, 2020, p. 7).

REFERÊNCIAS

- [1] Moreira, M. A. (2018). Uma análise crítica do ensino de Física. *Estudos Avançados*, 32(94), 73-80.
- [2] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- [3] BARRETO, Benigno; XAVIER, Claudio. Física aula por aula: termologia, óptica, ondulatória. 3. ed. São Paulo: FTD, 2016.
- [4] HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Fundamentos de física. 8. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2009 vol 2;
- [5] NUSSENZVEIG, H. Moysés. Curso de física básica: fluidos, calor, oscilações e ondas. 4. ed. São Paulo: E. Blucher, 2002;
- [6] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (ENSINO MÉDIO): Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília, 1997.
- [7] PEREIRA, Leandro. et. al. Multiversos Ciências da Natureza: ciência, tecnologia e cidadania vol. 6. 3. ed. São Paulo: FTD, 2020.
- [8] TUFAILE, Adriana; MOLINA, C.; SANTOS, E.M. (2013). Violão e guitarra como ferramentas para o ensino de física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 10.1590/S1806-11172013000200027.
- [9] GASPAR, Alfredo. Compreendendo a física: ondas óptica e termodinâmica. 2 ed. São Paulo: editora ática, 2013.
- [10] COX, R. A. Is it naive to expect school science books to be accurate? *School Science Review*, v. 78, n. 282, p. 23-31, 1996.
- [11] MOREIRA, Marco Antonio. Desafios no ensino da física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 43, suppl. 1, e20200451 (2021). Disponível em: <http://www.scielo.br/j/rbef/a/xpwKp5WfMJsfCRNFCxFhqLy/?lang=pt>. Acesso em: 11 ago. 2023.

- [12] BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Relatório Nacional PISA 2018. Brasília, DF: Inep, 2023. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/pisa-no-brasil>>. Acesso em: 11 ago. 2023.
- [13] SAMPAIO, José Luiz; CALÇADA, Caio Sérgio. Física vol. único 2. ed. São Paulo: Atual Editora, 2005.
- [14] Touching The Spring and Weight of The Air., Boyle, Robert, 1627-1691. Examen of Mr. T. Hobbes his Dialogus physicus de naturâ aëris. Disponível em: <https://quod.lib.umich.edu/e/eebo/A29007.0001.001/1:6?rgn=div1;view=fulltext>. Acesso em 21 set. 2023.
- [15] http://lilith.fisica.ufmg.br/~wag/transf/FMECDIST/U15_A40_Oscilacoes_MHS.pdf. Acesso em 23 set. 2023.
- [16] OECD (2018), *Education at a Glance 2018: OECD Indicators*, OECD Publishing, Paris. Disponível em <https://doi.org/10.1787/eag-2018-en>. Acesso em 01 out. 2023.
- [17] MOREIRA, Marco Antônio. A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006. Disponível em https://madmunifacs.files.wordpress.com/2016/04/a_teoria_da_aprendizagem_significativa.pdf. Acesso em 01 out 2023.